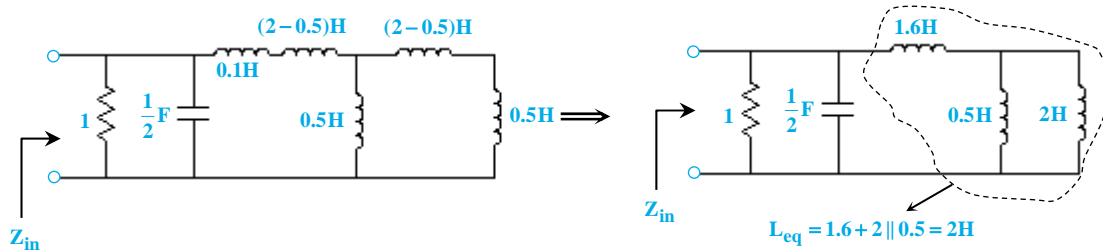
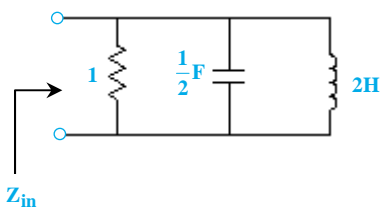


آزمون فصل نهم

۱- گزینه «۲» ابتدا مدل T سلف‌های ترویج را به کار می‌بریم: $(M = k\sqrt{L_1 L_2} = \frac{1}{2})$



بنابراین داریم:



$$Z_{in}(s) = 1 \parallel \frac{1}{s} \parallel 2s = \frac{2s}{s^2 + 2s + 1} = \frac{2s}{(s+1)^2}$$

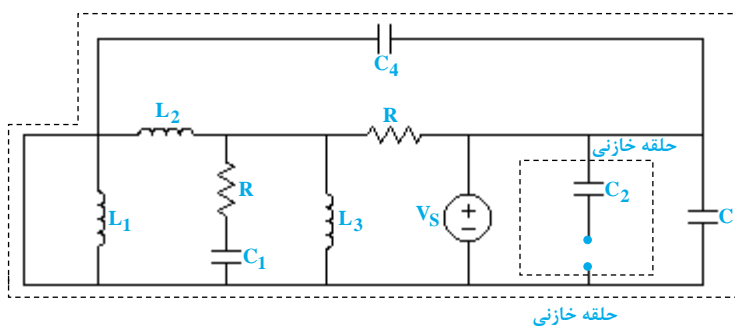
همان‌طور که مشاهده می‌شود Z_{in} دارای یک قطب مکرر در $s = -1$ و یک صفر در $s = 0$ و یک صفر در بی‌نهایت (به دلیل این که درجه‌ی مخرج یک درجه از صورت بیشتر می‌باشد) است.

۲- گزینه «۴» ابتدا تعداد سلف‌ها و خازن‌ها را بدون ساده کردن به دست می‌آوریم.

تعداد خازن = ۴

تعداد سلف = ۳

تعداد کاتست‌های سلفی و حلقه‌های خازنی از روی شکل به صورت زیر است:



کاتست سلفی در مدار وجود ندارد، اما دو حلقه خازنی داریم. بنابراین مرتبه این مدار برابر است با:

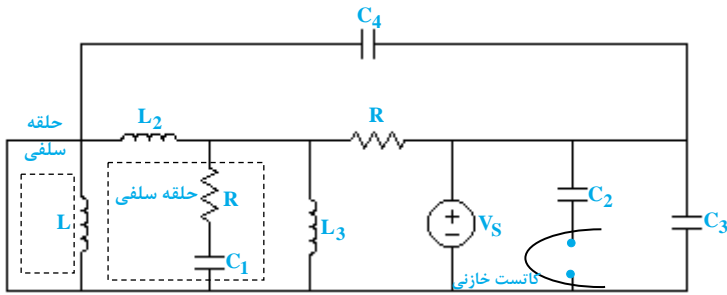
$$\text{تعداد حلقه خازنی} - \text{تعداد کاتست سلفی} - \text{تعداد خازن} + \text{تعداد سلف} = \text{مرتبه مدار}$$

$$\text{مرتبه مدار} = 2 - 0 - 2 + 4 = 4$$

حال تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر مدار را به دست می‌آوریم.

$$\text{تعداد حلقه سلفی} + \text{تعداد کاتست خازنی} = \text{تعداد فرکانس صفر}$$

با توجه به مدار زیر ۱ کانتست خازنی و ۲ حلقه سلفی داریم پس:

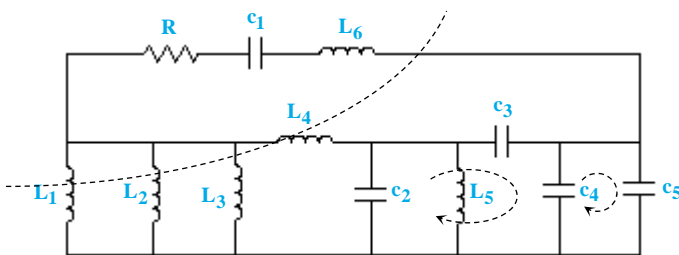


$$۱+۲=۳ = \text{تعداد فرکانس صفر}$$

بنابراین تعداد فرکانس غیرصفر برابر است با:

$$۲ = ۵ - ۳ = \text{تعداد فرکانس صفر} - \text{مرتبه مدار} = \text{تعداد فرکانس غیرصفر}$$

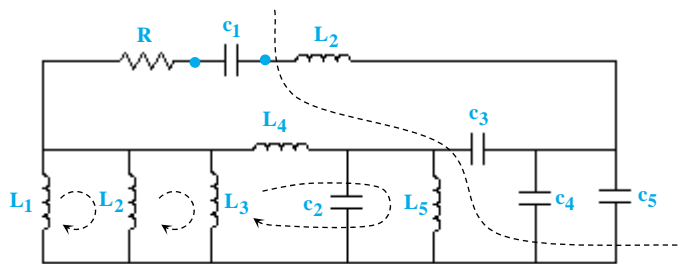
۳- گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی را محاسبه می‌کنیم:



۱۱ = تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی
 حال به تعداد حلقه‌های خازنی و کانتست‌های سلفی از تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی کم می‌کنیم تا درجه‌ی مدار را به دست آوریم:

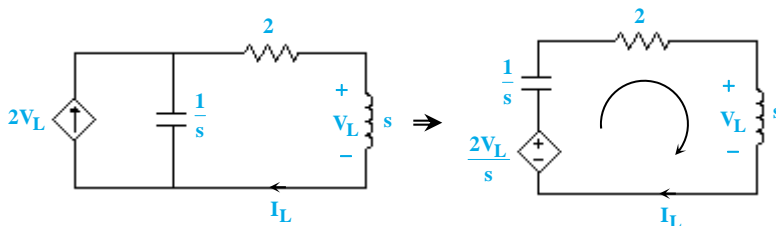
$$۸ = ۱۱ - ۱ - ۲ = \text{تعداد فرکانس طبیعی} = \text{درجه‌ی مدار}$$

۴- گزینه «۲» برای محاسبه‌ی تعداد فرکانس طبیعی صفر کافی است تعداد حلقه‌های سلفی و کانتست‌های خازنی مدار را به دست آوریم:



$$\text{تعداد فرکانس طبیعی صفر} = ۴$$

۵- گزینه «۳» ابتدا منبع جریان مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به مدار مشاهده می‌شود:

$$V_L = sI_L$$

$$\text{KVL: } -\frac{2V_L}{s} + \frac{1}{s}I_L + 2I_L + sI_L = 0 \Rightarrow -2I_L + \frac{1}{s}I_L + 2I_L + sI_L = 0 \Rightarrow \frac{s^2+1}{s}I_L = 0 \Rightarrow (s^2+1)I_L = 0 \rightarrow \alpha = 0 \rightarrow \text{حالت بی‌اتلاف}$$

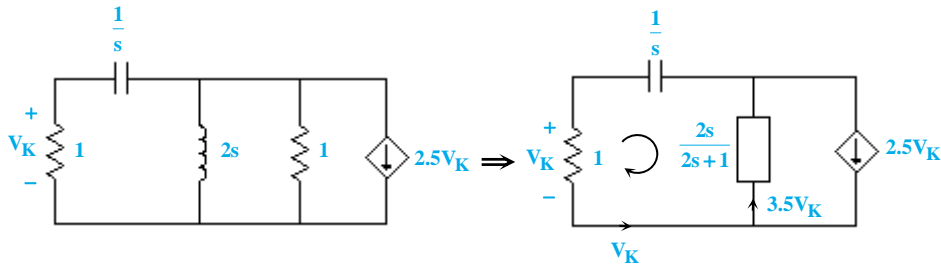
۶- گزینه «۲» ابتدا تبدیل لاپلاس ورودی را به دست می‌آوریم:

$$e^{-\alpha t} \xrightarrow{L} \frac{1}{s+\alpha}$$

برای اینکه فرکانس $s = -\alpha$ در خروجی ظاهر نشود، باید $(s + \alpha)^{-1}$ مربوط به ورودی با $s + \alpha$ مربوط به صفر تابع تبدیل مدار ساده شود. از طرفی با توجه به نمودار صفر و قطب مدار، مدار تنها دارای صفر در $s = -4$ می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\alpha = 4$$

۷- گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

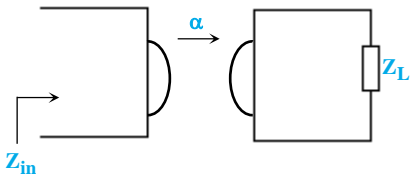


با اعمال KVL داریم:

$$KVL: -V_K - \frac{1}{s}V_K - \frac{2s}{2s+1} \times \frac{2.5}{5}V_K = 0 \Rightarrow \left[\frac{s+1}{s} + \frac{ys}{2s+1} \right] V_K = 0 \Rightarrow \left[\frac{9s^2 + 3s + 1}{s(2s+1)} \right] V_K = 0$$

$$9s^2 + 3s + 1 = 0 \rightarrow s^2 + \frac{1}{3}s + \frac{1}{9} = 0 \rightarrow \text{پهنای باند} = 2\alpha = \frac{1}{3}$$

۸- گزینه «۲» ابتدا امپدانس دیده شده از دو سر ژیراتور را به دست می‌آوریم. می‌دانیم:

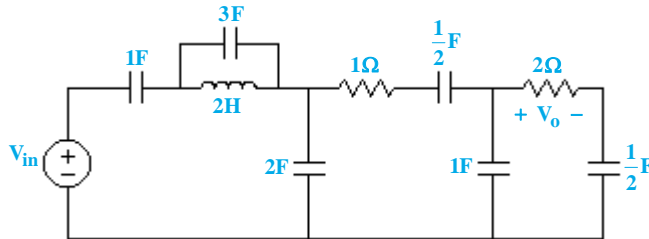


$$Z_{in} = \frac{\alpha^2}{Z_L}$$

$$Z_{in} = \frac{(2)^2}{4/5S} = \frac{2}{S} \equiv \frac{1}{2}F \text{ یک خازن به ظرفیت } \frac{1}{2}F$$

در اینجا Z_L ما در حوزه لاپلاس برابر با $4/5S$ می‌باشد. بنابراین Z_{in} برابر است با:

بنابراین مدار به صورت شکل زیر ساده می‌شود:



(تعداد کاتست سلفی - تعداد حلقه خازنی - تعداد خازن + تعداد سلف) = تعداد فرکانس‌های طبیعی مدار بالا

در این مدار ۱ سلف، ۶ خازن، یک حلقه خازنی (شامل خازن ۱F و ۳F و ۲F و منبع V_{in}) و صفر کاتست سلفی داریم. بنابراین تعداد کل فرکانس‌های طبیعی مدار برابر با $6 - 1 = 5$ می‌باشد.

حال سراغ تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر می‌رویم. تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر برابر است با:

(تعداد حلقه سلفی + تعداد کاتست خازنی) در مدار فوق حلقه سلفی نداریم، اما خازن‌های $1/3F$ و $1F$ و $1/3F$ و همچنین خازن‌های $1/3F$ و $2F$ و $1F$ هر کدام تشکیل یک کاتست خازنی را می‌دهد.

بنابراین ۶ فرکانس طبیعی داریم که دو تا از آن‌ها صفر است. اما فرکانس‌های طبیعی در حالی قطب‌های تابع تبدیل $H(S) = \frac{V_o(S)}{V_{in}(S)}$ هستند که ریشه

صورت $H(S)$ نباشند.

اگر $S = 0$ شود به علت وجود خازن چسبیده به منبع V_{in} ، خازن مدار باز شده و V_o برابر با صفر می‌شود. پس $S = 0$ نمی‌تواند قطب تابع تبدیل $H(S)$ باشد، زیرا باید در صورت $H(S)$ عاملی از توان S باشد. پس ریشه‌های مخرج برابر با تعداد فرکانس‌های طبیعی غیرصفر، یعنی ۴ می‌باشد که هیچ‌کدام از آن‌ها صفر نیست.

۹- گزینه «۳» ابتدا تابع تبدیل $\frac{V_2}{V_1}$ را برحسب Z_1 و Z_2 محاسبه می‌کنیم (شکل زیر):

حال با اعمال KVL در حلقه‌های ورودی و خروجی داریم:

$$V_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 = (Z_1 + Z_2)I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$V_2 = Z_2 I_1 - Z_1 I_2 = (Z_2 - Z_1)I_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

از طرفی داریم:

$$Z_1 = \frac{1}{s} \parallel s = \frac{s}{s^2 + 1} \quad \text{و} \quad Z_2 = s + \frac{1}{s} = \frac{s^2 + 1}{s}$$

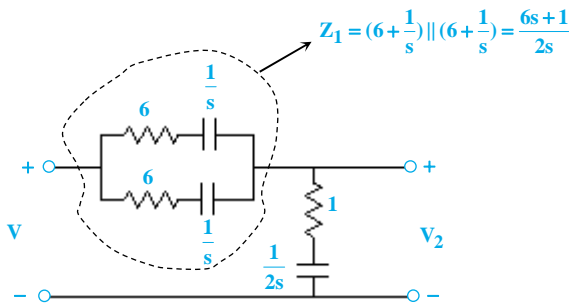
بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{s^2 + 1}{s} - \frac{s}{s^2 + 1}}{\frac{s^2 + 1}{s} + \frac{s}{s^2 + 1}} = \frac{s^4 + s^2 + 1}{s^4 + 3s^2 + 1}$$

$$\text{معادله‌ی مشخصه: } s^4 + 3s^2 + 1 = 0 \rightarrow s^2 = -\frac{1}{3} \pm j\frac{2}{3} \rightarrow s = \pm j\frac{1}{\sqrt{3}} \pm j\frac{2}{\sqrt{3}}$$

۱۰- گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (دقت شود به دلیل برقراری پل وتسون از سلف $1H$ ، جریانی عبور نمی‌کند).

حال با تقسیم ولتاژ داریم:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + \frac{1}{2s}}{\frac{6s + 1}{2s} + 1 + \frac{1}{2s}} = \frac{2s + 1}{2s} = \frac{2s + 1}{2s} \rightarrow P = -\frac{1}{4}, Z = -\frac{1}{2}$$

۱۱- گزینه «۱» با توجه به شکل مدار مشاهده می‌شود که سه سلف به صورت موازی با خروجی قرار گرفته‌اند. بنابراین تابع انتقال دارای صفر مرتبه ۳ در فرکانس $s = 0$ می‌باشد. از طرفی ۲ شاخه‌ی LC موازی هم در مدار وجود دارد. بنابراین تابع انتقال دارای ۲ صفر دیگر نیز در فرکانس

$$s = \pm \frac{j}{\sqrt{1 \times 1}} = \pm j \text{ می‌باشد.}$$

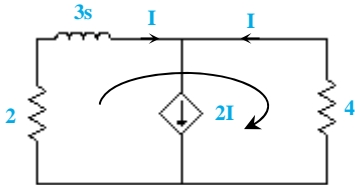
۱۲- گزینه «۱» با توجه به نمودار قطب و صفر مشاهده می‌شود که تابع شبکه یک صفر در $\omega = 0$ دارد، پس مقدار تابع شبکه در این فرکانس برابر با صفر می‌باشد. از طرفی تابع شبکه دارای یک صفر مزدوج و یک قطب مزدوج با مقدار حقیقی مخالف صفر است. بنابراین تابع شبکه‌ای دارای مینیمم و ماکزیمم نسبی می‌باشد (دقت شود چون صفر مزدوج روی محور موهومی قرار ندارد، بنابراین اندازه‌ی مینیمم تابع شبکه مخالف صفر است). همچنین با توجه به برابر بودن تعداد صفر و قطب اندازه‌ی تابع شبکه در بی‌نهایت محدود به یک مقدار غیرصفر می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۱۳- گزینه «۲» با توجه به اینکه تابع شبکه صفری در $s = 0$ ندارد، بنابراین اندازه‌ی تابع شبکه در $\omega = 0$ مخالف صفر است. همچنین تابع شبکه دارای یک صفر مزدوج روی محور موهومی می‌باشد، پس اندازه‌ی تابع شبکه دارای یک مینیمم نسبی با اندازه‌ی صفر می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

۱۴- گزینه «۳» با توجه به مدار مشاهده می‌شود یک شاخه LC سری و یک شاخه LC موازی وجود دارد. بنابراین تابع انتقال به ترتیب دارای

$$\text{صرف‌های } s = \pm 2j \text{ و } s = \frac{\pm j}{\sqrt{1 \times \frac{1}{4}}} = \pm j \text{ می‌باشد. از طرفی مدار دارای یک شاخه RL سری می‌باشد که باعث به وجود آمدن صفر در}$$

فرکانس $s = -\frac{R}{L} = -2$ در تابع انتقال می‌شود. بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح این سؤال می‌باشد.



۱۵- گزینه «۴» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

با اعمال kvl در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$(2 + 3s)I - 4I = 0 \Rightarrow (3s - 2)I = 0$$

بنابراین $s = \frac{2}{3}$ فرکانس طبیعی مدار می‌باشد (دقت شود مدار از مرتبه‌ی ۱ بوده و فقط ۱ فرکانس طبیعی دارد).

۱۶- گزینه «۴» با توجه به مدار مشاهده می‌شود یک شاخه RL سری در سمت راست مدار وجود دارد که باعث ایجاد صفر تابع انتقال در فرکانس

$$s = -\frac{R}{L} = -3 \text{ می‌شود. از طرفی شاخه LC موازی نیز یک صفر با فرکانس } s = \frac{\pm j}{\sqrt{Lc}} = \pm j \text{ در تابع انتقال موجود می‌آورد. همچنین خازن } 1 \text{ F و}$$

سلف و 1 H نیز دو صفر با فرکانس $s = 0$ نیز به وجود می‌آورند.

۱۷- گزینه «۴» با توجه به تابع تبدیل داده‌شده، اندازه‌ی این تابع به ازای $s = 0$ و $s = \pm aj$ برابر صفر می‌شود. از طرفی اندازه $H(j\omega)$ در فرکانس

$s = \pm 2j$ به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۸- گزینه «۱» تک تک عبارات را بررسی می‌کنیم:

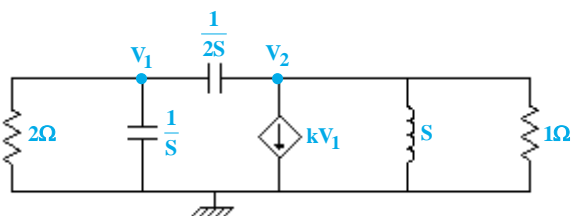
عبارت الف: شکل (۱) نمی‌تواند مجموعه فرکانس‌های طبیعی یک مدار باشد؛ زیرا مزدوج $(-\frac{1}{3} + 2j)$ یعنی $(-\frac{1}{3} - 2j)$ در شکل وجود ندارد. شکل (۲) می‌تواند مجموعه فرکانس‌های طبیعی یک مدار باشد. پس این گزینه غلط است.

عبارت ب: برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی یک مدار، منابع جریان و ولتاژ مستقل را خاموش می‌کنیم. بنابراین منابع جریان مستقل مدار باز شده و منابع ولتاژ مستقل، اتصال کوتاه. این جابجایی منجر به تغییر ساختار مدار می‌گردد و تعداد فرکانس‌ها تغییر می‌کند. پس عبارت (ب) صحیح است.

عبارت ج: اگر فرکانس‌های طبیعی، سمت چپ و روی محور $j\omega$ به صورت غیر تکراری باشند، پاسخ ورودی صفر کراندار است. پس اگر فرکانس‌های طبیعی روی محور $j\omega$ باشند و در مورد تکراری بودن آن‌ها چیزی گفته نشود، نمی‌توان گفت که همواره پاسخ ورودی صفر کراندار است؛ یعنی ممکن است ریشه‌های روی محور $j\omega$ تکراری بوده و پاسخ کراندار نشود. پس عبارت (ج) هم نادرست است.

عبارت د: ریشه‌های مخرج به شرطی که ریشه‌های صورت تابع تبدیل نباشند، فرکانس طبیعی سیستم هستند. پس این عبارت هم نادرست است.

در بین عبارات بالا فقط یک عبارت درست بود، پس پاسخ تست گزینه (۱) می‌باشد.



۱۹- گزینه «۴» می‌دانیم که قطب‌های هر تابع شبکه، زیرمجموعه فرکانس‌های طبیعی

مدار هستند؛ بنابراین ابتدا معادله مشخصه و فرکانس‌های طبیعی را محاسبه می‌کنیم.

بدین منظور معادلات KCL را می‌نویسیم و ماتریس ادمیتانس را به دست می‌آوریم.

$$\frac{V_1}{2} + SV_1 + 2S(V_1 - V_2) = 0 \Rightarrow (3S + \frac{1}{2})V_1 - 2SV_2 = 0$$

$$2S(V_2 - V_1) + kV_1 + \frac{V_2}{1} + V_2 = 0 \Rightarrow (k - 2S)V_1 + (1 + \frac{1}{S} + 2S)V_2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3S + \frac{1}{2} & -2S \\ k - 2S & 2S + 1 + \frac{1}{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 3S + \frac{1}{2} & -2S \\ k - 2S & 2S + 1 + \frac{1}{S} \end{bmatrix}$$

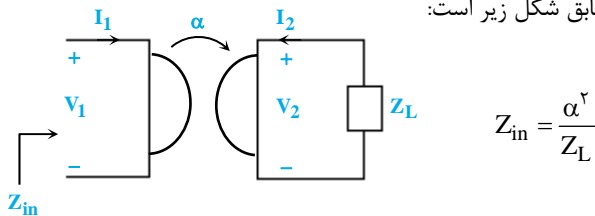
$$|Y| = (3S + \frac{1}{2})(2S + 1 + \frac{1}{S}) + 2S(k - 2S) = 0 \xrightarrow{\times S} 2S^3 + (4 + 2k)S^2 + 3/\delta S + 0/\delta = 0 \text{ معادله مشخصه}$$

با توجه به این که دو قطب تابع شبکه برابر $\frac{-\delta \pm j\sqrt{\gamma}}{\alpha}$ هستند، پس باید معادله مشخصه بر عبارت $S^2 + 1/25S + 0/5$ بخش پذیر باشد. حال داریم:

$$2S^2 + (4 + 2k)S^2 + 3/5S + 0/5 = (S^2 + 1/25S + 0/5)(2S + 1/5 + 2k) + (k - 0/25)(1 - 2/5S)$$

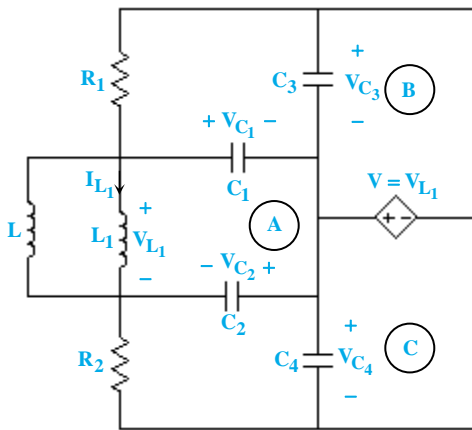
مشخص است که به ازای $k = 0/25$ ، جمله باقی مانده در عبارت فوق برابر صفر شده و معادله مشخصه بر $S^2 + 1/25S + 0/5$ بخش پذیر است.

۲۰- گزینه «۴» ابتدا اثر ژیراتور را لحاظ می‌کنیم. امپدانس دیده شده از ژیراتور مطابق شکل زیر است:



در مدار سؤال $Z_L = \frac{1}{C_5 S}$ است که طبق رابطه بالا $Z_{in} = \frac{4}{C_5 S} = 4C_5 S = L$

یعنی معادل با یک سلف به امپدانس $4C_5$ هانری است. با خاموش کردن منابع ولتاژ مستقل مدار به صورت مقابل تبدیل می‌شود.



اگر $V = V_{L1}$ باشد، تعداد فرکانس‌های طبیعی برابر است با تعداد جریان سلف‌ها و ولتاژهای خازن‌ها که از هم مستقل‌اند.

$$V_{L1} = V_{C1} + V_{C2} \quad (1)$$

با اعمال KVL در حلقه A داریم:

$$V_{C2} + V_{C3} = 0 \quad (2)$$

همچنین با KVL در حلقه مشترک B و C داریم:

$$V_{C2} + V_{L1} = 0 \quad (3)$$

با KVL در حلقه B داریم:

$$-V_{L1} + V_{C4} = 0 \quad (4)$$

با KVL در حلقه C داریم:

$$(2) \text{ رابطه } \Rightarrow V_{C2} + V_{C3} = 0$$

با حذف V_L طبق رابطه (1) از رابطه (3) و (4) داریم:

$$(3) \text{ رابطه } \Rightarrow V_{C2} + V_{C1} + V_{C2} = 0$$

$$(3) \text{ رابطه } \Rightarrow -V_{C1} - V_{C2} + V_{C4} = 0$$

با توجه به معادلات بالا مشخص است که اگر ولتاژ ۲ خازن را داشته باشیم، ولتاژ بقیه خازن‌ها به دست می‌آید. از طرفی ۲ سلف هم داریم که جریان‌های آنها با هم رابطه‌ای ندارد، پس در حالت $V = V_{L1}$ مرتبه مدار ۴ است.

حال اگر $V = I_{L1}$ باشد، داریم:

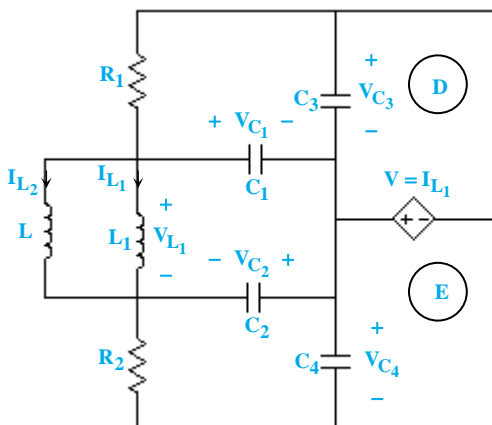
با اعمال KVL در حلقه D و E داریم:

$$-V_{C2} - V = 0 \Rightarrow -V_{C2} - I_{L1} = 0 \quad (5)$$

$$V - V_{C4} = 0 \Rightarrow I_{L1} - V_{C4} = 0 \quad (6)$$

بنابراین با داشتن جریان I_{L1} ولتاژ خازن‌های C_1 و C_2 هم به دست می‌آید. پس مرتبه مدار برابر است با ۴ (ولتاژ V_{C1} و V_{C2} و I_{L1} و I_{L2} متغیرهای مستقل ما هستند).

پس نتیجه می‌شود که با تبدیل $V = V_{L1}$ به $V = I_{L1}$ تعداد فرکانس‌های طبیعی مدار (مرتبه مدار) تغییر نکند.

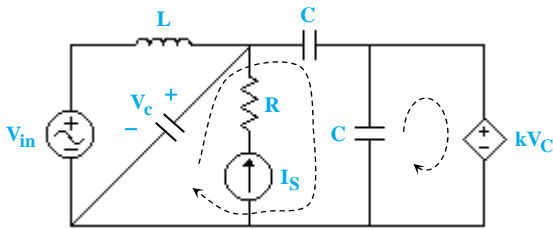


۲۱- گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی را محاسبه می‌کنیم:

تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی = ۴

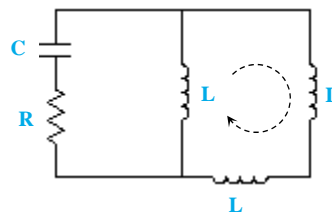
از طرفی با توجه به شکل مدار مشاهده می‌شود ۲ حلقه‌ی خازنی در مدار وجود دارد، بنابراین مرتبه‌ی مدار برابر است با:

۲ تا فرکانس طبیعی داریم $\rightarrow n = 4 - 2 = 2 =$ مرتبه‌ی مدار



۲۲- گزینه «۲» همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، مدار از هفت المان ذخیره‌کننده انرژی تشکیل شده است. از طرفی مدار دارای یک حلقه‌ی سلفی و یک کانت خازنی می‌باشد، بنابراین مدار دارای ۲ فرکانس طبیعی صفر است. در نتیجه تعداد فرکانس طبیعی غیرصفر برابر است با: $5 = 7 - 2 =$ فرکانس طبیعی غیرصفر

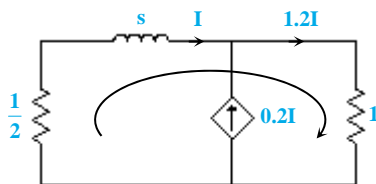
۲۳- گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:



حال با توجه به مدار مشاهده می‌شود که مدار دارای یک حلقه‌ی سلفی می‌باشد؛ بنابراین یک فرکانس طبیعی صفر در مدار وجود دارد.

۲۴- گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:

حال با اعمال KVL در مدار داریم:

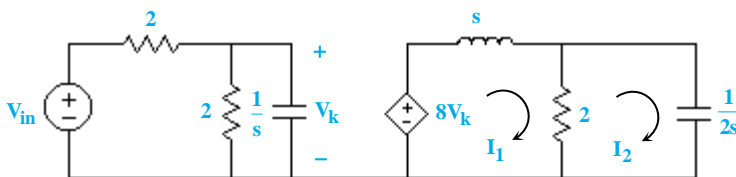


$$\left(\frac{1}{2} + s\right)I + \frac{1}{2}I = 0 \Rightarrow (s + 1/2)I = 0 \rightarrow s = -1/2$$

دقت شود که خازن ۲F به دلیل سری شدن با منبع جریان، بی‌اثر می‌شود. بنابراین تأثیری روی مرتبه‌ی مدار نداشته و مدار از مرتبه‌ی اول می‌باشد.

۲۵- گزینه «۳» ابتدا مدارها را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با توجه به مدار داریم:



$$V_k = \frac{\frac{1}{s} \parallel 2}{\frac{1}{s} \parallel 2 + 2} V_{in} = \frac{2}{2s + 2} V_{in} = \frac{1}{s + 1} V_{in}$$

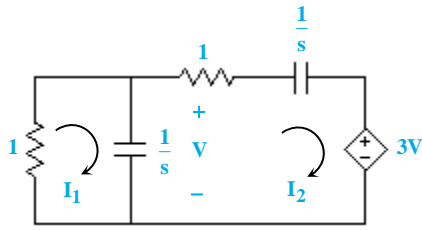
بنابراین $s = -1$ یک فرکانس طبیعی مدار می‌باشد. از طرفی با نوشتن ماتریس مش مدار سمت راست داریم:

$$\begin{bmatrix} s + 2 & -2 \\ -2 & \frac{1}{2s} + 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_k \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{معادله‌ی مشخصه: } (s + 2)\left(\frac{1}{2s} + 2\right) - 4 = 0 \Rightarrow 4s^2 + s + 2 = 0 \Rightarrow s = \frac{-1 \pm \sqrt{31}j}{8} = -0.125 \pm j0.175$$

$$s = -1, -0.125 \pm j0.175$$

بنابراین فرکانس‌های طبیعی مدار برابر است با:

۲۶- گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه لاپلاس می‌بریم. سپس با نوشتن معادلات مش معادله‌ی مشخصه‌ی مدار را بدست می‌آوریم:

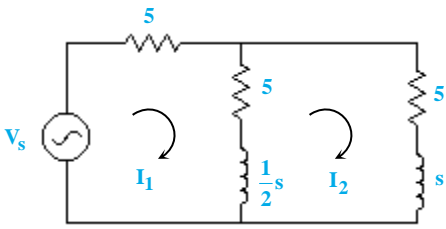


$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{s} & -\frac{1}{s} \\ -\frac{1}{s} & 1 + \frac{2}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3V \end{bmatrix} \xrightarrow{V = \frac{I_1 - I_2}{s}} \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s} & -\frac{1}{s} \\ \frac{2}{s} & 1 - \frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

معادله‌ی مشخصه: $\frac{s+1}{s} \times \frac{s-1}{s} + \frac{2}{s^2} = 0 \Rightarrow \frac{s^2+1}{s^2} = 0 \Rightarrow s^2+1=0 \rightarrow \alpha=0$

بنابراین مدار در حالت بی‌اتلاف قرار دارد.

۲۷- گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه لاپلاس برده و سپس معادلات مش مدار را می‌نویسیم:



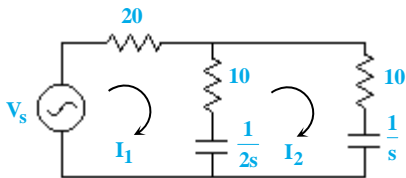
$$\begin{bmatrix} 10 + \frac{1}{2} & -\frac{s}{2} \\ -\frac{s}{2} & 10 + \frac{3s}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با:

$$\left(10 + \frac{s}{2}\right)\left(10 + \frac{3s}{2}\right) - \left(\frac{s}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow 100 + 20s + \frac{3}{4}s^2 - 25 - \frac{s^2}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{s^2}{2} + 15s + 75 = 0 \rightarrow \text{فرکانس‌های طبیعی: } s = \frac{-15 \pm \sqrt{18/66}}{2 \times \frac{1}{2}} \approx -23/6, -6/3$$

۲۸- گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه لاپلاس برده و معادلات مش مدار را می‌نویسیم:



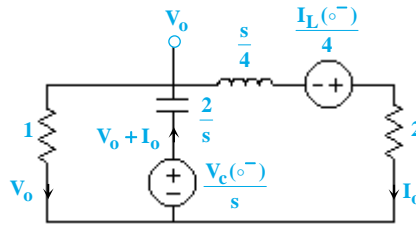
$$\begin{bmatrix} 30 + \frac{1}{2s} & -10 - \frac{1}{2s} \\ -10 - \frac{1}{2s} & 20 + \frac{3}{2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

حال معادله‌ی مشخصه‌ی مدار را به دست می‌آوریم:

$$\left(30 + \frac{1}{2s}\right)\left(20 + \frac{3}{2s}\right) - \left(10 + \frac{1}{2s}\right)^2 = 0 \Rightarrow 2000s^2 + 180s + 2 = 0$$

فرکانس‌های طبیعی: $s = -0/013, -0/077$

۲۹- گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با نوشتن معادلات KVL در حلقه‌های مدار داریم:

$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ): } -V_o - \frac{2}{s}(V_o + I_o) + \frac{V_c(s)}{s} = 0 \Rightarrow \left(\frac{2}{s} + 1\right)V_o + \frac{2}{s}I_o = \frac{V_c(s)}{s} \Rightarrow (s+2)V_o + 2I_o = V_c(s) \quad (1)$$

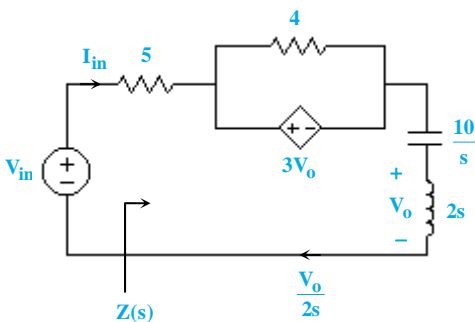
$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی): } -V_o + \left(2 + \frac{s}{4}\right)I_o - \frac{I_L(s)}{4} = 0 \Rightarrow (s+8)I_o - 4V_o = I_L(s) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (s+2)\left[\frac{(s+8)I_o - I_L(s)}{4}\right] + 2I_o = V_c(s)$$

$$\Rightarrow (s^2 + 10s + 24)I_o = 4V_c(s) + (s+2)I_L(s) \Rightarrow I_o = \frac{I_L(s)(s+2 + \frac{4V_c(s)}{I_L(s)})}{(s+4)(s+6)}$$

برای اینکه فقط فرکانس $s = -4$ در خروجی ظاهر شود، باید $(s+6)$ موجود در مخرج در صورت ساده شود. بنابراین $V_c(s) = I_L(s)$ می‌باشد.

۳۰- گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$\text{KVL: } -V_{in} + \Delta I_{in} + 3V_o + \frac{10}{s} \times I_{in} + V_o = 0$$

$$\frac{I_{in} = V_o}{V_o = 2sI_{in}} \rightarrow -V_{in} + \Delta I_{in} + 6sI_{in} + \frac{10}{s}I_{in} + 2sI_{in} = 0 \Rightarrow V_{in} = \left(\frac{10}{s} + \Delta s + 8s\right)I_{in}$$

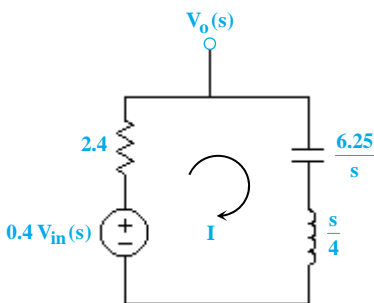
$$(8s^2 + \Delta s + 10)I_{in} = sV_{in}$$

۳۱- گزینه «۲» با توجه به معادله‌ی بدست آمده در تست قبل داریم:

$$s^2 + 0/625s + 1/25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} BW = 0/625 \\ \omega_r = 1/118 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

۳۲- گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



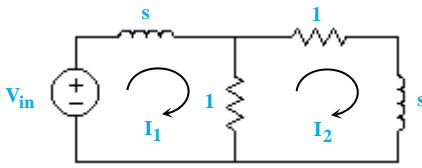
$$\text{kvl: } -0/4V_{in} + \left(2/4 + \frac{6/25}{s} + \frac{s}{4}\right)I = 0$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی مشخصه: } s^2 + 9/6s + 25 = 0$$

$$BW = 9/6 \quad \text{و} \quad \omega_r = 5$$

بنابراین داریم:

۳۳- گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس معادلات مش آن را می‌نویسیم:



$$\begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ -1 & s+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

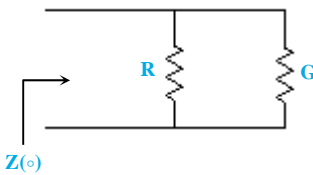
معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم برابر است با:

$$(s+1)(s+2) - 1 = s^2 + 3s + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} BW = 2\alpha = 3 \\ \omega_r = 1 \end{cases}$$

$$Z(0) = \frac{1000}{2501} \approx 0/4$$

۳۴- گزینه «۴» به ازای $s = 0$ خواهیم داشت:

حال به ازای $s = 0$ مدار به صورت زیر خواهد بود:

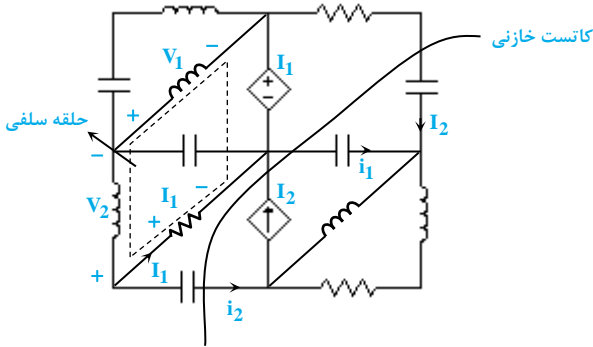


$$\Rightarrow Z(0) = \frac{\frac{R}{G}}{R + \frac{1}{G}} = \frac{R}{RG + 1} \approx 0/4$$

با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۴ این شرط را ارضا می‌کند.

۳۵- گزینه «۲» با توجه به شکل روبه‌رو، به ازای $\beta = 1$ مدار دارای یک حلقه

سلفی و یک کاتست خازنی است:



$$\begin{aligned} i_1 + i_2 &= 0 \\ V_1 + V_2 &= 0 \end{aligned}$$

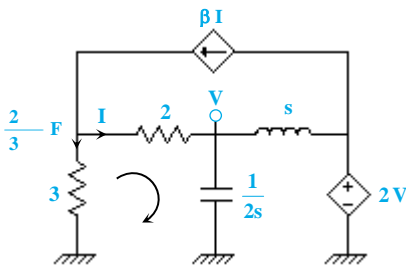
بنابراین به ازای $\beta = 1$ مدار دو فرکانس طبیعی صفر دارد. به ازای $\beta = 0$ مدار

تنها یک کاتست خازنی و در نتیجه یک فرکانس طبیعی صفر دارد و به ازای

$\beta = -1$ مدار فرکانس طبیعی صفر ندارد.

۳۶- گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با اعمال KVL در گره با پتانسیل V و همچنین اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:



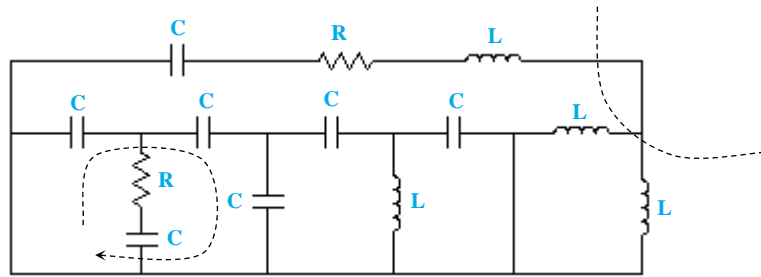
$$KCL: I + \frac{2V - V}{s} = 2sV \Rightarrow (2s^2 - 1)V = sI \quad (1)$$

$$KVL: -(\beta - 1)I \times 3 + 2I + V = 0 \Rightarrow V = I(3\beta - 5) \quad (2)$$

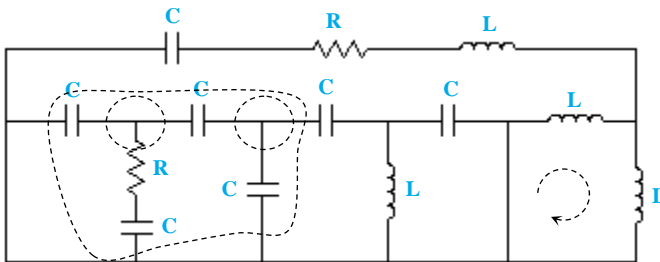
$$(1), (2) \rightarrow ((2s^2 - 1)(3\beta - 5) - s)I = 0$$

در نتیجه با توجه به اینکه ضریب s به هیچ عنوان نمی‌تواند صفر شود، بنابراین این مدار هیچ‌گاه نمی‌تواند در حالت بی‌اتلاف باشد.

۳۷- گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی مدار را محاسبه می‌کنیم (منابع بی‌اثر می‌شوند):



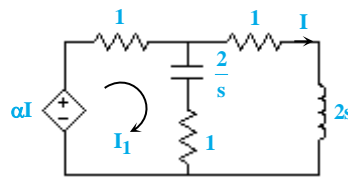
$n = 11 =$ تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی



حال با توجه به وجود یک حلقه‌ی خازنی و یک کانتست سلفی مدار از مرتبه‌ی ۹ می‌باشد. از طرفی با توجه به وجود ۳ کانتست خازنی و یک حلقه‌ی سلفی، مدار دارای ۴ فرکانس طبیعی صفر می‌باشد. بنابراین:

$$5 = 9 - 4 = \text{تعداد فرکانس طبیعی غیرصفر}$$

۳۸- گزینه «۳» ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با نوشتن معادلات مش داریم:

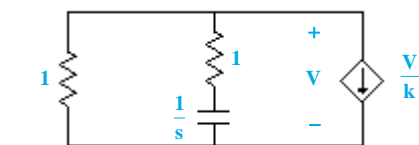
$$\begin{bmatrix} 2 + \frac{2}{s} & -1 - \frac{2}{s} \\ -1 - \frac{2}{s} & 2 + 2s + \frac{2}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha I \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2s+2}{s} & -\frac{(\alpha+1)s+2}{s} \\ -\frac{(s+2)}{s} & \frac{2s^2+2s+2}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با:

$$\frac{2(s+1)}{s^2} (s^2+s+1) - \frac{(s+2)((\alpha+1)s+2)}{s^2} = 0 \Rightarrow 4s^3 + (7-\alpha)s^2 + (4-2\alpha)s = 0 \Rightarrow s(s^2 + (7-\alpha)s + 4-2\alpha) = 0$$

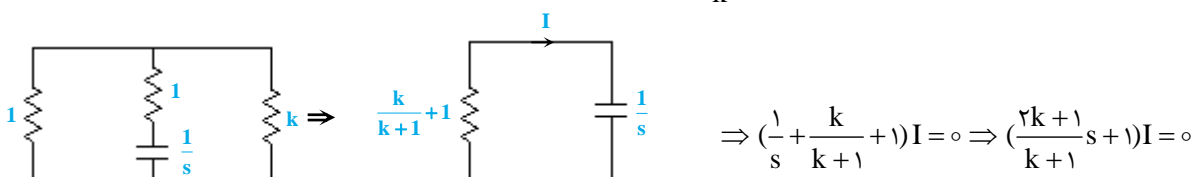
بنابراین به ازای $\alpha = 7$ مدار در حالت بی‌اتلاف خواهد بود.

۳۹- گزینه «۴» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$R_{\text{معادل منبع وابسته}} = \frac{V}{I} = k \Omega$$

بنابراین داریم:

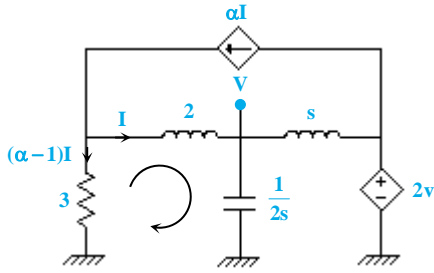


$$\Rightarrow \left(\frac{1}{s} + \frac{k}{k+1} + 1 \right) I = 0 \Rightarrow \left(\frac{2k+1}{k+1} s + 1 \right) I = 0$$

$$\frac{2k+1}{k+1} = 3 \rightarrow 3k+3 = 2k+1 \rightarrow k = -2$$

با توجه به اینکه $s = -\frac{1}{3}$ فرکانس طبیعی مدار است، بنابراین:

۴۰- گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال KCL در گره با پتانسیل V و همچنین اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

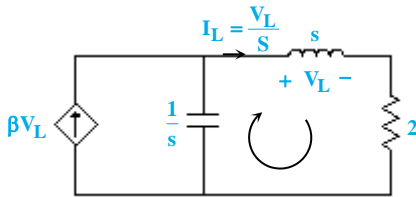
$$KCL: I + \frac{2v - v}{s} = 2sv \rightarrow (2s^2 - 1)v = sI \quad (1)$$

$$KVL: -3 \times (\alpha - 1)I + 2I + v = 0 \rightarrow v = (3\alpha - 5)I \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow ((2s^2 - 1)(3\alpha - 5) - s)I = 0 \rightarrow \alpha = \frac{5}{3} \rightarrow -sI = 0 \rightarrow \text{مرتبه یک}$$

۴۱- گزینه «۲» ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با اعمال KVL داریم:



$$KVL: \frac{1}{s} \left(\frac{v_L}{s} - \beta v_L \right) + v_L + 2 \times \left(\frac{v_L}{s} \right) = 0 \Rightarrow (s^2 + (2 - \beta)s + 1)v_L = 0$$

بنابراین به ازای $\beta = 2$ پاسخ مدار نامیرا خواهد بود.

۴۲- گزینه «۱» با توجه به اینکه تبدیل لاپلاس ورودی برابر $\frac{1}{s + \alpha}$ می‌باشد، در نتیجه برای اینکه $ke^{-\alpha t}$ در خروجی ظاهر نشود، باید تبدیل لاپلاس ورودی با صورت تابع تبدیل ساده شود. بنابراین تابع تبدیل باید صفری در $s = -\alpha$ داشته باشد. پس با توجه به نمودار قطب و صفر داریم:

$$\begin{cases} -\alpha = -3 \\ -\alpha = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha = -5 \end{cases}$$

۴۳- گزینه «۳» برای پاسخ‌گویی به این سؤال درستی تک‌تک عبارات‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

عبارت (الف): می‌دانیم که برای محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی مدار می‌توان منابع ولتاژ مستقل را با اتصال کوتاه و منابع جریان را با مدار باز جایگزین کرد. بر این اساس واضح است که جایگزینی یک منبع ولتاژ توسط یک منبع جریان باعث تغییر ساختار ذاتی مدار و به تبع فرکانس‌های طبیعی آن می‌شود. لذا این عبارت صحیح است.

عبارت (ب): با قرار دادن سلف به جای خازن و خازن به جای سلف در مدارهای RLC، مشخصاً کاتست‌ها و حلقه‌های خازنی به کاتست‌ها و حلقه‌های سلفی تبدیل شده و بالعکس. در این پروسه ممکن است یا چند یک فرکانس طبیعی صفر حذف شود یا پدیدار شود؛ اما مطمئناً فرکانس‌های طبیعی غیرصفر بیشتری تولید نشده و حذف هم نخواهد شد، هرچند مقدار این فرکانس‌های طبیعی غیرصفر تغییر خواهد کرد. لذا این عبارت هم صحیح است.

عبارت (پ): برای این که پاسخ ورودی صفر یک مدار کراندار بماند، باید این مدار پایدار مرزی باشد. چنین مداری فرکانس‌های طبیعی در سمت چپ و روی محور $j\omega$ خواهد داشت، با این شرط که فرکانس‌های طبیعی روی محور $j\omega$ ساده باشند. به عبارت دیگر هر مداری که صرفاً فرکانس‌های طبیعی‌اش سمت چپ و روی محور $j\omega$ هستند، نمی‌تواند پایدار مرزی باشد و پاسخ ورودی صفر کراندار داشته باشد؛ لذا این عبارت نادرست است.

عبارت (ت): می‌دانیم که فرکانس‌های طبیعی یک مدار می‌توانند حقیقی یا مختلط باشند و فرکانس‌های طبیعی مختلط لزوماً مزدوج هستند؛ لذا دیاگرام شکل (۲) نمی‌تواند نشان‌دهنده فرکانس‌های طبیعی یک مدار باشد، اما دیاگرام شکل (۱) مشکلی نداشته و می‌تواند نماینده فرکانس‌های طبیعی یک مدار باشد که البته ناپایدار است. لذا این عبارت صحیح است.

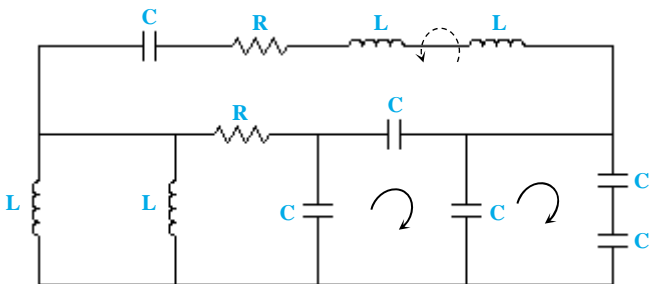
می‌بینیم که عبارات‌های (الف)، (ب) و (ت) صحیح هستند؛ لذا پاسخ گزینه‌ی (۳) می‌باشد.

۴۴- گزینه «۲» همان‌طور که مشاهده می‌شود مدار از

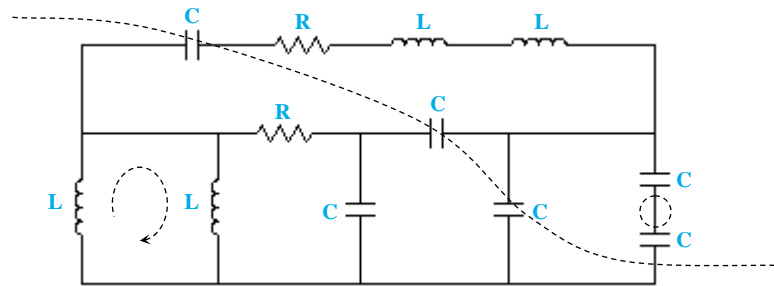
۱۰ المان ذخیره‌کننده‌ی انرژی تشکیل شده است اما به

دلیل وجود یک کاتست سلفی و دو حلقه‌ی خازنی مدار

از مرتبه‌ی ۷ می‌باشد.



۴۵- گزینه «۱» با توجه به وجود یک حلقه‌ی سلفی و دو کاتست خازنی مدار دارای ۳ فرکانس طبیعی صفر می‌باشد.



۴۶- گزینه «۱» ابتدا با غیرفعال کردن منابع تغذیه مستقل مدار، فرکانس‌های طبیعی و معادله‌ی مشخصه مدار را محاسبه می‌کنیم:
با نوشتن رابطه KCL در گره A داریم:

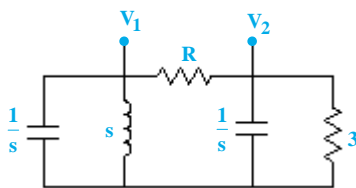
$$i_c = \frac{-i_c \times 1 - V_c}{1} + \beta V_c \rightarrow (2S + 1 - \beta)V_c = 0$$

برای پایداری مدار باید داشته باشیم:

$$1 - \beta > 0 \Rightarrow \beta < 1$$

با توجه به این که به ازای مقدار مرزی $\beta = 1$ ، مدار دارای فرکانس طبیعی $S = 0$ است و با توجه به این که مدار با منبع پله (با قطب $S = 0$) تحریک شده است، بنابراین به ازای $\beta = 1$ مدار ناپایدار بوده و پاسخ گزینه (۱) می‌باشد.

۴۷- گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس معادلات گره‌ی مربوطه را می‌نویسیم:



$$\begin{bmatrix} s + \frac{1}{s} + \frac{1}{R} & -\frac{1}{R} \\ -\frac{1}{R} & s + \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0$$

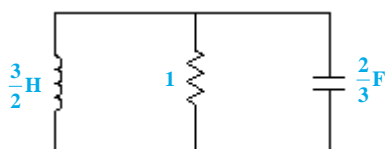
معادله‌ی مشخصه مدار برابر است با:

$$\left(s + \frac{1}{s} + \frac{1}{R}\right)\left(s + \frac{1}{3} + \frac{1}{R}\right) - \frac{1}{R^2} = 0 \Rightarrow s^2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{R}\right)s^2 + \left(\frac{1}{3R} + 1\right)s + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{R}\right) = 0$$

حال با توجه به اینکه ke^{-t} در پاسخ ورودی صفر ظاهر شود، باید $s = -1$ در معادله‌ی مشخصه مدار صدق کند. بنابراین:

$$-1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{R}\right) + \left(\frac{1}{3R} + 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{R}\right) = 0 \Rightarrow R = 2$$

۴۸- گزینه «۴» با توجه به شکل مشاهده می‌شود که مدار دارای ۶ المان ذخیره‌کننده انرژی است. از طرفی وجود یک کاتست سلفی و یک حلقه‌ی خازنی باعث می‌شود که مرتبه‌ی مدار برابر ۴ شود. بنابراین گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست می‌باشند. همچنین با توجه به وجود یک حلقه‌ی سلفی و یک کاتست خازنی، ۲ فرکانس طبیعی صفر در مدار داریم. حال برای محاسبه‌ی فرکانس طبیعی غیرصفر سلف و خازن معادل را با ترکیب سری و موازی آن‌ها بدست می‌آوریم. بنابراین:



$$\text{معادله‌ی مشخصه RLC موازی: } s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = s^2 + \frac{3}{2}s + 1 = 0 \Rightarrow 2s^2 + 3s + 2 = 0$$

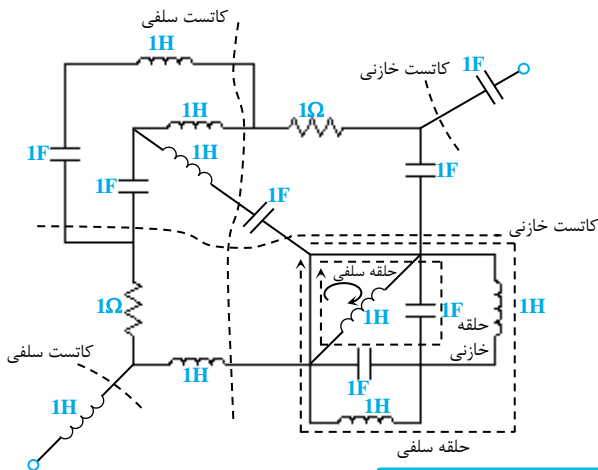
۴۹- گزینه «۲» با توجه به اینکه می‌خواهیم $Z(s)$ را در حالتی که خروجی مدار باز است بدست بیاوریم، باید از معادله‌های مشخصه‌ی بدست آمده در

آزمایش‌های دوم و سوم استفاده کنیم. از طرفی می‌دانیم معادله‌ی مشخصه در مخرج تبدیل لاپلاس هر متغیر ظاهر می‌شود، از آنجا که $Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)}$

می‌باشد. پس معادله‌ی مشخصه‌ی مربوط به آزمایشی که $I(s)$ محاسبه می‌شود در صورت $Z(s)$ و معادله‌ی مشخصه‌ی آزمایشی که $V(s)$ محاسبه می‌شود در مخرج $Z(s)$ ظاهر می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه $V(s)$ از آزمایش دوم و $I(s)$ محاسبه می‌شود، داریم:

$$Z(s) = \frac{s^2 + 6s + 2}{s^2 + 4s + 1}$$

۵۰- گزینه «۲» با توجه به باز بودن کلید S_1 و بسته بودن کلید S_2 می‌توان مدار را به شکل زیر در نظر گرفت:



می‌بینیم که مدار دارای ۱۵ عنصر ذخیره‌کننده انرژی است؛ لذا می‌تواند تا ۱۵ فرکانس طبیعی داشته باشد. از طرفی مدار دارای ۲ کاتست سلفی و یک حلقه خازنی است و در نتیجه تعداد فرکانس‌های طبیعی آن و مرتبه‌ی آن برابر $15 - 2 - 1 = 12$ می‌باشد. همچنین مدار به علت داشتن دو کاتست خازنی و دو حلقه سلفی، ۴ فرکانس طبیعی صفر دارد؛ لذا در مجموع مدار از مرتبه‌ی ۱۲ است و تعداد فرکانس‌های طبیعی غیرصفر آن برابر $12 - 4 = 8$ می‌باشد.