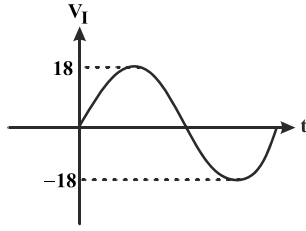
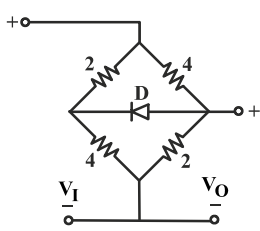


آزمون (V)

الکترونیک ۱ و ۲ و سیستم‌های دیجیتال

۱- با توجه به شکل ورودی داده شده، شکل موج خروجی کدام است؟ (دیود ایده‌آل است)

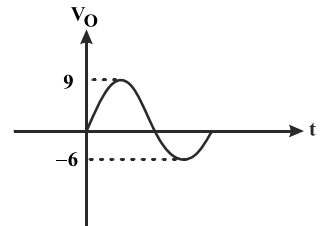
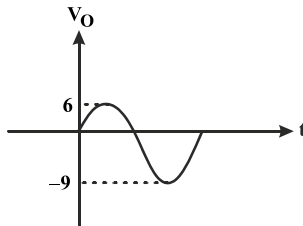
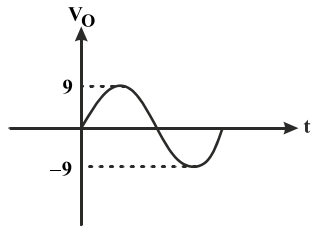
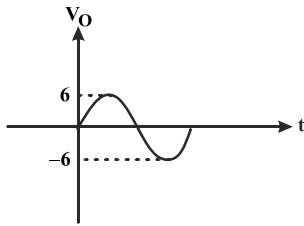


(۴)

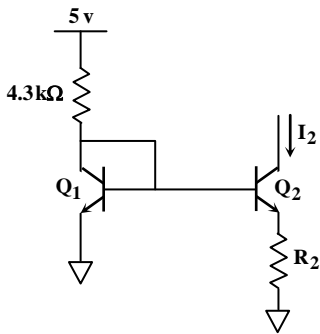
(۳)

(۲)

(۱)



۲- در مدار شکل زیر، برای آنکه مقدار جریان خروجی (I_P) برابر $10 \mu A$ شود، مقدار مقاومت R_P برابر با چند کیلو اهم است؟ $V_{BE} = 0.7$ و $\ln 10 = 2.3$



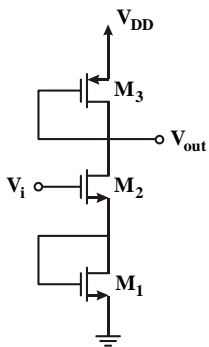
(۱) ۱۲

(۲) ۲۰

(۳) ۴/۳

(۴) ۸

۳- در مدار شکل زیر با فرض اینکه ترانزیستورها دارای g_m یکسان هستند، بهره ولتاژ مدار به کدام گزینه نزدیک تر است؟ $r_{ds} \rightarrow \infty$



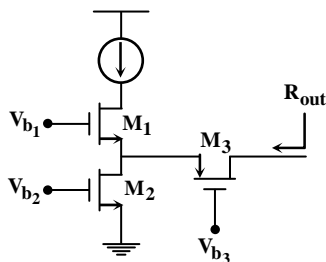
(۱) -۱

(۲) +۱

(۳) $+\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

۴- مقاومت خروجی مدار زیر چند کیلو اهم است؟



$g_m = 1 \text{ ms}$

$r_o = 20 \text{ k}\Omega$

(۱) ۲۳۰

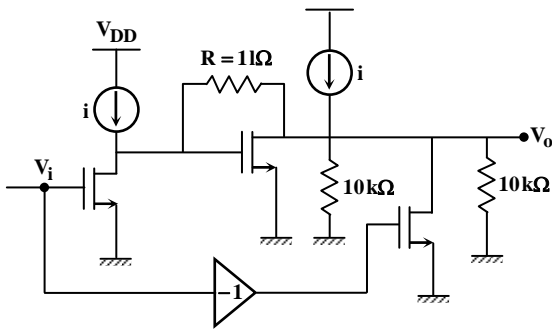
(۲) ۴۴۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۴۰

$(g_m = 10\text{ms}, r_o = 10\text{k}\Omega)$

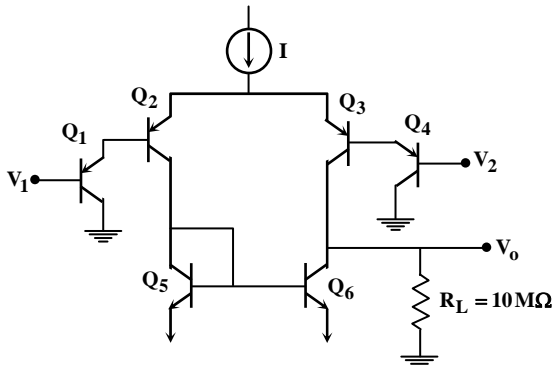
۵- در مدار شکل زیر، بهره‌ی ولتاژ مدار $AV = \frac{V_o}{V_i}$ تقریباً کدام است؟



(نماد تقویت‌کننده با گین منفی یک)

- ۵ (۱)
- ۵ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۰ (۴)

۶- در تقویت‌کننده زیر، ترانزیستورها در ناحیه فعال بایاس شده‌اند، بهره ولتاژ $\frac{V_o}{V_i}$ برابر با کدام گزینه است؟

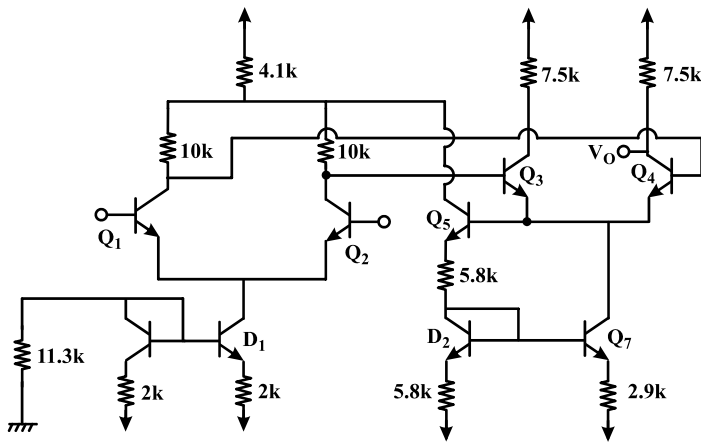


$$V_A = 100\text{V}$$

$$V_i = V_1 - V_2$$

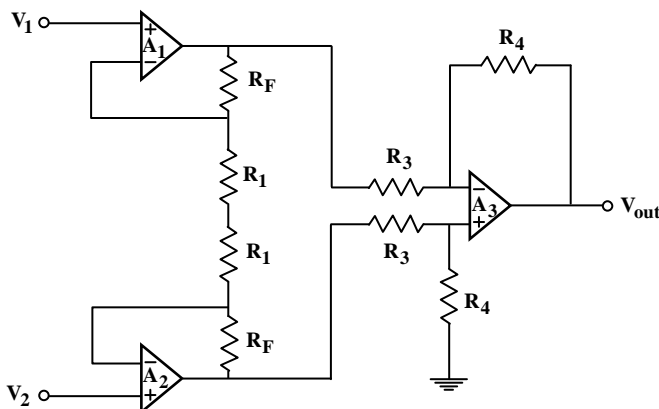
- ۵۰۰ (۱)
- ۴۰۰۰ (۲)
- ۲۰۰۰ (۳)
- ۱۰۰۰ (۴)

۷- در مدار شکل زیر جریان نقطه کار ترانزیستور Q_4 چه مقدار است؟ منابع تغذیه را $\pm 6\text{V}$ و β ترانزیستورها را 100 در نظر بگیرید.



- $390\mu\text{A}$ (۱)
- $790\mu\text{A}$ (۲)
- 410mA (۳)
- 800mA (۴)

۸- در مدار شکل زیر مقدار $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ کدام است؟ $(V_{in} = V_2 - V_1)$



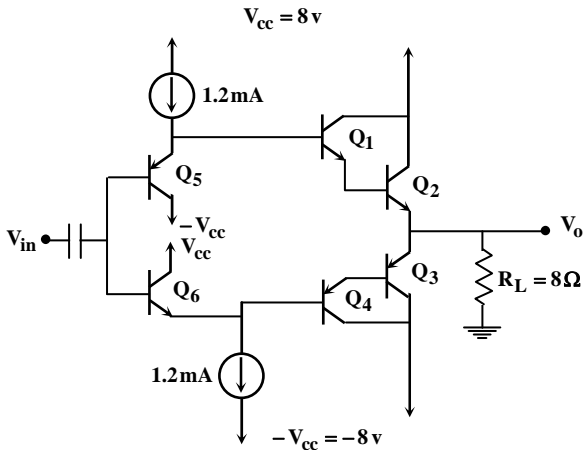
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_f}{R_r} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \quad (1)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_f}{R_r} \times \frac{R_f}{R_1} \quad (2)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_r} \times \frac{R_f}{R_1} \quad (3)$$

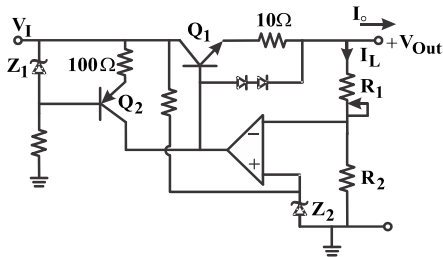
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_r} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \quad (4)$$

۹- در تقویت کننده توان شکل زیر، ترانزیستورها مشابه اند. اگر حداقل افت ولتاژ دو سر منبع جریان 6V و حداقل جریان لازم برای بایاس ترانزیستورهای Q_5 و Q_6 ، باشد، ماکزیمم توان تحویلی به بار R_L چند وات است؟



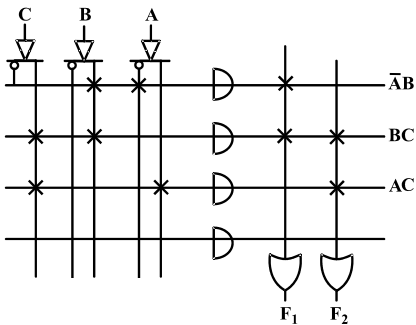
- (۱) $\beta = 49$ ۰/۵
- (۲) $V_{BE(on)} = 0.7\text{V}$ ۱
- (۳) $V_{CE(sat)} = 0.5\text{V}$ ۱/۷۵
- (۴) ۲

۱۰- در رگولاتور زیر، حداکثر جریان خروجی برابر با 2A است. اگر دیود زبر (Z_1) در ناحیه شکست مود باشد، ولتاژ شکست آن چقدر است؟ (جریان کمینه خروجی op-Amp، 2mA است.)



- (۱) $3/6$ ولت
- (۲) $1/8$ ولت
- (۳) 3 ولت
- (۴) قابل محاسبه نیست.

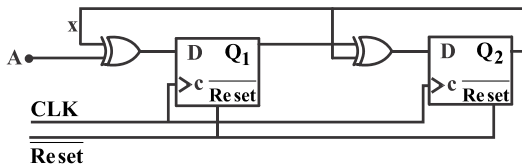
$V_{BE} = 0.6$, $\beta = 100$, $V_{Z1} = 5$



۱۱- کدام یک از گزینه های زیر در مورد دیاگرام نشان داده شده صحیح نیست؟

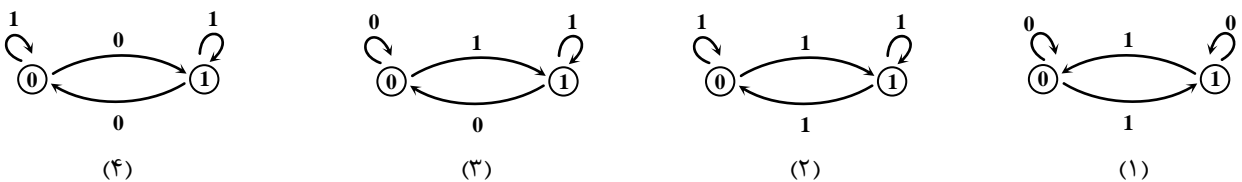
- (۱) این دیاگرام می تواند پیاده سازی این تابع باشد $f_1 = \bar{A}B + BC$
 $f_2 = BC + AC$
- (۲) این دیاگرام یک پیاده سازی PAL و قابل برنامه ریزی است.
- (۳) گیت های AND و OR در این پیاده سازی قابل برنامه ریزی است.
- (۴) در چنین دیاگرامی تعداد ورودی های AND، حداکثر برابر $2n$ است.

۱۲- برای مقداردهی x به 1 ، چنانچه مقدار اولیه Q_1 و Q_2 نامعلوم باشد، حداقل چند کلاک لازم است؟ (Reset سنکرون)

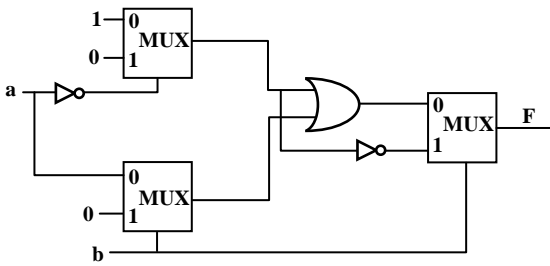


- (۱) 1
- (۲) 2
- (۳) 3
- (۴) 4

۱۳- نمودار حالت فلیپ فلاپ T کدام است؟



۱۴- مدار زیر مانند چه گیتی عمل می‌کند؟



NAND (۱)

NOR (۲)

XOR (۳)

XNOR (۴)

۱۵- معادل دهدهی و مبنای ۲ عبارت مقابل کدام است؟ $(124/24)_8$

(۱) $(001010100.100010)_2$, $(222/34)_{10}$ (۲)

(۲) $(001010100.100010)_2$, $(222/34)_{10}$ (۱)

(۳) $(001010100.0101)_2$, $(84/34)_{10}$ (۴)

(۳) $(001010100.100010)_2$, $(84/34)_{10}$ (۳)

پاسخنامه آزمون (V)

الکترونیک ۱ و ۲ و سیستم‌های دیجیتال

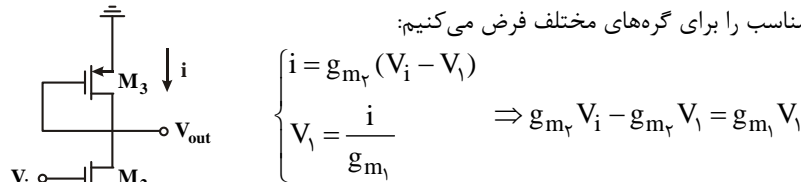
۱- گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} \text{If } V_I < 0 \Rightarrow D:\text{on} \Rightarrow \frac{V_o}{V_I} = \frac{1}{2} \\ \text{If } V_I > 0 \Rightarrow D:\text{off} \Rightarrow \frac{V_o}{V_I} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{گزینه ۲}$$

$$V_{BE_1} = V_{BE_r} + R_r I_{C_r} \rightarrow V_T \text{Ln} \frac{I_{C_1}}{I_S} = V_T \text{Ln} \frac{I_{C_r}}{I_S} + R_r I_{C_r} \quad \text{«۲- گزینه ۱»}$$

$$V_T \text{Ln} \frac{I_{C_1}}{I_{C_r}} = R_r I_{C_r} \quad , \quad I_{C_1} = \frac{\Delta - V_{BE_1}}{4/3k} = 1\text{mA} \quad , \quad R_r = \frac{26\text{mV} \text{Ln}(\frac{1\text{mA}}{10\mu\text{A}})}{10\mu\text{A}} \approx 12\text{k}\Omega$$

۳- گزینه «۴» ابتدا مدار معادل ac را حل می‌کنیم و ولتاژهای مناسب را برای گره‌های مختلف فرض می‌کنیم:



$$\begin{cases} i = g_{m_r} (V_i - V_1) \\ V_1 = \frac{i}{g_{m_1}} \end{cases} \Rightarrow g_{m_r} V_i - g_{m_r} V_1 = g_{m_1} V_1$$

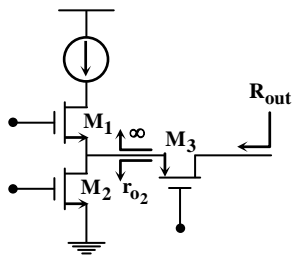
جریان خروجی را برحسب ولتاژ ورودی به دست می‌آوریم:

$$g_{m_1} = g_{m_r} = g_{m_3} = g_m \Rightarrow V_1 = \frac{V_i}{2} \quad , \quad i = g_m \frac{V_i}{2}$$

$$V_{out} = \frac{-i}{g_{m_r}} = -\frac{g_m}{g_m} \frac{V_i}{2} = -\frac{V_i}{2} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_i} = -\frac{1}{2}$$

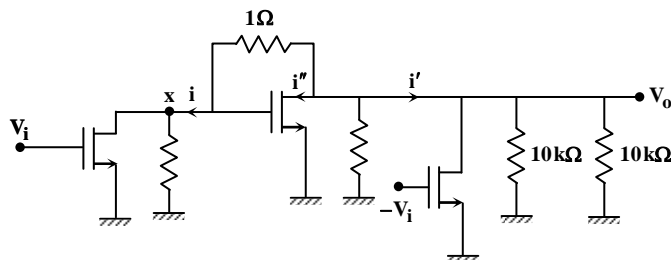
جریان به دست آمده را در مقاومت دیده شده از درین M_3 ضرب می‌کنیم:

۴- گزینه «۲» با رسم مدار معادل سیگنال کوچک همانند شکل زیر داریم:



$$R_o = r_{o_r} (1 + g_{m_r} r_{o_r}) + r_{o_r} = 20\text{k}(1 + 1\text{ms} \times 20\text{k}) + 20\text{k} \Rightarrow R_o = 440\text{k}$$

۵- گزینه «۳» با توجه به جریان‌ها و مدار زیر داریم:



$$i' = \frac{V_o}{10} + \frac{V_o}{10} - 10 V_i = \frac{V_o}{5} - 10 V_i$$

$$i'' = \frac{V_o}{10} + 10 X + \frac{V_o}{10} = \frac{V_o}{5} + 10 X$$

$$i = \frac{X}{10} + 10 V_i$$

$$i + i' + i'' = 0 \rightarrow \frac{V_o}{5} + \frac{V_o}{5} + 10 X + \frac{X}{10} = 0$$

$$X \approx -\frac{V_o}{25} \quad , \quad i = \frac{V_o - X}{R_1} = V_o - X = \frac{X}{10} + 10 V_i \approx V_o = 10 V_i \rightarrow \frac{V_o}{V_i} = 10$$



$$i_r = \frac{g_m V_i}{\beta} \quad , \quad i_c = -\frac{g_m V_i}{\beta} \quad \text{«۴- گزینه»}$$

$$V_o = \beta \frac{g_m V_i}{\beta} [r_{Q_6} \parallel r_{Q_7} \parallel R_L] \quad , \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{I_C}{\beta V_T} \left[\frac{V_A}{\beta I_C} \right] = \frac{100}{\beta V_T} = 1000$$

$$I_{D_1} = \frac{-0.7 - (-6)}{11/3 + 2} = 400 \mu A \quad \text{«۲- گزینه»}$$

همین جریان از Q_6 می‌گذرد، پس $I_{C_1} = I_{C_7} = \frac{1}{\beta} \times 400 = 200 \mu A$ جریان کلکتور Q_5 را I فرض می‌کنیم، پس از مقاومت، $4/1 k\Omega$ ، $400 \mu A$ می‌گذرد و ولتاژ کلکتور ترانزیستورهای Q_1 و Q_2 برابر است با:

$$V_{C_7} = V_{C_1} = V_{CC} - 4/1(I + 400 \mu A) - 10 \times 200 \mu A = 2/4 - 4/1 I$$

$$V_{E_\Delta} = V_{C_7} - V_{BE_7} - V_{BE_\Delta} \quad , \quad I_{D_7} = I = \frac{V_{E_\Delta} - 0.7 - (-6)}{5/8 + 5/8} = \frac{6/2 - 4/1 I}{11/6}$$

نتیجه می‌دهد $I = 395 \mu A$ چون مقاومت امیتر Q_7 نصف مقاومت D_7 است، $I_{C_7} = 790 \mu A$.

«۱- گزینه»

$$V'_1 = V_1 \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \quad , \quad V'_r = V_r \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \quad \text{حل تشریحی:}$$

$$V_{out} = \frac{R_f}{R_r} (V'_r - V'_1) = \frac{R_f}{R_r} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) (V_r - V_1) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_f}{R_r} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)$$

راه حل تستی: چون V_r متصل به A_2 است که A_2 نیز به پایه مثبت A_3 متصل است، بنابراین باید بهره به صورت $V_{out} = A(V_r - V_1)$ باشد و گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شود.

گزینه ۱ صحیح است، چون $1 + \frac{R_f}{R_1}$ تقسیم ولتاژ بر سری A_1 و A_2 است.

«۲- گزینه» عوامل تعیین کننده حداکثر سوئیچینگ مثبت:

$$I_{B_1/\max} = 0.2 \text{ mA} \Rightarrow I_{R_L/\max} = 0.2 \text{ mA} \times 50 \times 50 = 0.5 \text{ A} \quad \text{۱- بایاس } Q_5$$

$$\hat{V}_{o(+)} = 0.5 \text{ A} \times 8 \Omega = 4 \text{ V}$$

$$\hat{V}_{o(+)} = 8 - 0.6 - V_{BE_1} - V_{BE_7} = 6 \text{ V} \quad \text{۲- حداقل افت ولتاژ دو سر منبع جریان:}$$

$$\hat{V}_{o(+)} = V_{CC} - V_{CE_1(\text{sat})} - V_{BE_7} = 8 - 0.5 - 0.7 = 6.8 \quad \text{۳- اشباع ترانزیستور } Q_1$$

$$\hat{V}_{o(+)} = \min(4, 6, 6.8) = 4 \text{ V} \quad \text{لذا داریم:}$$

$$\hat{V}_{o(-)} = 4 \text{ V} \quad \text{می‌توان نشان داد که:}$$

$$P = \frac{\hat{V}_o^2}{2R_L} = \frac{16}{16} = 1 \text{ W} \quad \text{لذا داریم:}$$

$$I_L = 1000 \text{ mA} \rightarrow I_{B_1} = \frac{1000 \text{ mA}}{100} = 10 \text{ mA} \Rightarrow I_{Z_7} = I_o + I_{B_1} = 10 \text{ mA} + 20 \text{ mA} = 30 \text{ mA} \quad \text{«۱- گزینه»}$$

$$V_{Z_1} = 0.6 + 100 \Omega \times 30 \text{ mA} = 3.6 \text{ V}$$

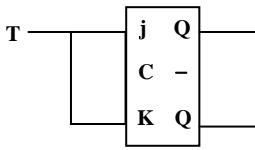
بنابراین گزینه ۱ جواب صحیح است.

«۲- گزینه» این دیاگرام پیاده‌سازی با استفاده از ابزارهای قابل برنامه‌ریزی PLA است و چون جمله مشترک AC در دو عبارت وجود دارد، نمی‌تواند PAL باشد. گیت‌های AND و OR هر دو در پیاده‌سازی PLA قابل برنامه‌ریزی هستند و چون هر کدام ۲ حالت ممکن دارد، $2n$ حالت برای AND حداکثر وجود دارد.

$$\prod I_r \prod I_r \prod I_1 \prod I_o \quad \text{حالت } 2n$$

۱۲- گزینه «۳» در ابتدا مقدار هر دو فلیپ فلاپ باید معلوم باشد، بنابراین ابتدا هر دو را ریست می‌کنیم که احتیاج به ۱ کلاک دارد. سپس فلیپ فلاپ اول را به ۱ مقداردهی می‌کنیم و در کلاک بعدی با توجه به اینکه Q_2 برابر صفر و Q_1 برابر ۱ است، خروجی Q_2 برابر ۱ خواهد شد که مجموعاً ۳ کلاک نیاز دارد.

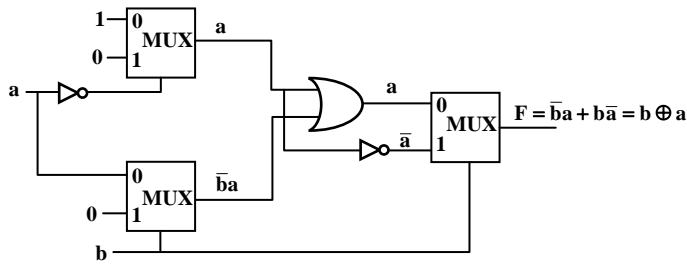
۱۳- گزینه «۱» از اتصال k و z به هم در فلیپ فلاپ jk، فلیپ فلاپ T به دست می‌آید.



T	Q^*
0	Q
1	\bar{Q}

اگر T صفر باشد، حالت بعدی نباید عوض شود و اگر T یک باشد، حالت بعدی باید عوض شود. با توجه به این توضیحات گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

۱۴- گزینه «۳»



$$(124/24)_8 = (001010100/010100)_2$$

$$= 64 + 16 + 4 + \frac{1}{4} + \frac{6}{64}$$

⇓

$$= (14/34)_{10}$$

$$1 \times 8^2 + 2 \times 8 + 4 + 2 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{64}$$

۱۵- گزینه «۴»

آزمون (V)

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱- کدام گزینه ویژگی‌های سیستمی که ورودی و خروجی آن با رابطه $y[n] = x[n+2]x[2n-1]$ مشخص می‌شود را به درستی تعیین می‌کند؟

(۱) خطی - وارون‌ناپذیر - تغییرپذیر با زمان - علی

(۲) غیرخطی - وارون‌ناپذیر - تغییرپذیر با زمان - غیرعلی

(۳) غیرخطی - وارون‌پذیر - تغییرپذیر با زمان - غیرعلی

(۴) غیرخطی - وارون‌ناپذیر - تغییرناپذیر با زمان - علی

۲- یک سیستم LTI مثبت با پاسخ ضربه $h_1(t)$ مفروض است. اگر $x_1(t) = h_1(t)$ خروجی $y_1(t) = \delta(t) + 4\delta(t-1) + 4\delta(t-2)$ را بدهد، آن‌گاه دامنه پاسخ سیستم به ورودی با دوره تناوب یک چند برابر می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۳- توان سیگنال $x(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|n-2m|!}$ ، کدام است؟

(۱) $P_x = e^2 + e^{-2} + e + e^{-1} + \dots$ (۲) $P_x = e^2 + e^{-2} - e - e^{-1} + \dots$

(۳) $P_x = e^2 + e^{-2} + e + e^{-1} - \dots$ (۴) $P_x = e^2 + e^{-2} - e - e^{-1} - \dots$

۴- اگر $x(t)$ یک سیگنال زوج حقیقی با دوره تناوب ۴ باشد و توان سیگنال $x(t) + \frac{1}{2} \cos(\pi t)$ ، واحد از سیگنال $x(t)$ بیشتر باشد، آن‌گاه در بسط کسینوس $x(t)$ ، ضریب $\cos(\pi t)$ کدام است؟

(۱) $\frac{35}{12}$ (۲) $\frac{35}{6}$ (۳) ۶ (۴) ۳

۵- یک سیستم LTI با ورودی $x(t) = \cos 2\pi t + \sin 6\pi t$ و پاسخ ضربه $h(t) = \frac{(\sin 4\pi t)(\cos 8\pi t)}{\pi t}$ در نظر بگیرید. خروجی سیستم در حوزه فوریه کدام است؟

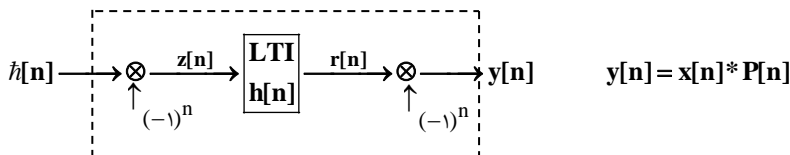
(۱) $j\pi[\delta(\omega + 6\pi) - \delta(\omega - 6\pi)]$ (۲) $j\pi[\delta(\omega + 6\pi) + \delta(\omega - 6\pi)]$

(۳) $\frac{1}{2}j\pi[\delta(\omega + 6\pi) + \delta(\omega - 6\pi)]$ (۴) $\frac{1}{2}j\pi[\delta(\omega + 6\pi) - \delta(\omega - 6\pi)]$

۶- اگر $x[n]$ یک سیگنال متناوب فرد و حقیقی با دوره تناوب $N=7$ و ضرایب فوریه a_k باشد و اگر $a_5 = j$ ، $a_6 = 2j$ و $a_{17} = 3j$ باشد، مقدار a_{-7} برابر است با:

(۱) $3j$ (۲) $-3j$ (۳) ۰ (۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۷- برای سیستم زمان گسسته زیر کدام گزینه صحیح است؟

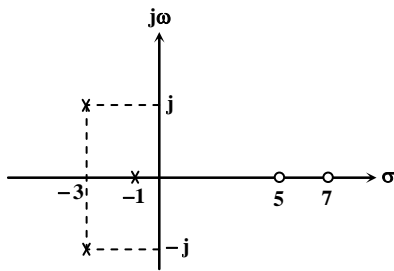


(۱) $P[n] = h[n]$ (۲) $P[n] = (-1)^n h[n]$ (۳) $P[n] = e^{j2\pi n} (-1)^n h[n]$ (۴) $P[n] = Z[n] * h[n]$

۸- اگر $x(t) = e^{-t}$ برای $-1 < t < 1$ و با دوره تناوب $T=2$ باشد، ضرایب سری فوریه آن a_k کدام است؟

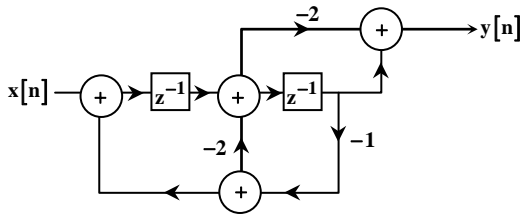
(۱) $\frac{(-1)^k}{1 + jk\pi} \cos h(1)$ (۲) $\frac{(-1)^k}{1 + jk\pi} \sin h(1)$ (۳) $\frac{(-1)^k}{1 + jk\pi} \cos(1)$ (۴) $\frac{(-1)^k}{1 + jk\pi} \sin(1)$

۹- دیاگرام صفر و قطب یک سیستم LTI ناپایدار و غیرعلی در شکل زیر نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد علیت و پایداری سیستم معکوس صحیح خواهد بود؟



- (۱) علی - پایدار
- (۲) علی - ناپایدار
- (۳) غیرعلی - ناپایدار
- (۴) غیرعلی - پایدار

۱۰- اگر بلوک دیاگرام سیستمی به صورت زیر باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) اگر علی باشد، پایدار است.
- (۲) اگر علی نباشد، پایدار است.
- (۳) معکوس این سیستم می‌تواند پایدار باشد.
- (۴) سیستم می‌تواند غیرعلی و پایدار باشد.

۱۱- تبدیل معکوس $X(z)$ و $Y(z)$ کدام گزینه است؟

$$X(z) = \ln(1 - \frac{1}{4}z) \quad |z| < \frac{1}{4}$$

$$Y(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-2}} \quad |z| > (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$$

$$x[n] = \frac{1}{n} (\frac{1}{4})^{-n} u[-n-1] \quad (2)$$

$$x[n] = \frac{-1}{n} (\frac{1}{4})^n u[-n-1] \quad (1)$$

$$y[n] = \begin{cases} (\frac{1}{3})^{\frac{n}{2}} & ; n = 0, 3, 6, \dots \\ 0 & ; \text{ow} \end{cases}$$

$$y[n] = \begin{cases} (\frac{1}{3})^{\frac{n}{2}} & ; n = 0, 3, 6, \dots \\ 0 & ; \text{ow} \end{cases}$$

$$x[n] = \frac{1}{n} (\frac{1}{4})^{-n} u[-n-1] \quad (4)$$

$$x[n] = \frac{-1}{n} (\frac{1}{4})^n u[-n-1] \quad (3)$$

$$\begin{cases} y[n] = (\frac{1}{3})^n & ; n = 0, 3, 6, \dots \\ 0 & ; \text{ow} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y[n] = (\frac{1}{3})^n & ; n = 0, 3, 6, \dots \\ 0 & ; \text{ow} \end{cases}$$

۱۲- تابع تبدیل یک سیستم LTI گسسته به صورت $H(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{z^{-1}(1 - \frac{1}{3}z^{-1})}$ می‌باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) برای ناحیه‌ی همگرایی $|z| < \frac{1}{3}$ سیستم پایدار است.

(۲) این تابع تبدیل مربوط به یک سیستم علی است.

(۳) برای $|z| > \frac{1}{3}$ پاسخ ضربه به صورت $h(n) = (\frac{1}{3})^{n+1} u[n] - 2(\frac{1}{3})^n u[n]$ می‌باشد.

(۴) در ناحیه‌ی همگرایی $|z| < \frac{1}{3}$ پاسخ سیستم به ورودی $x[n] = 2^n u[-n-1]$ به صورت $x[n] = (\frac{1}{3})^{n+1} u[-n-2]$ می‌باشد.

پاسخنامه آزمون (۷)

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

۱- گزینه «۲» اگر ورودی را دو برابر کنیم، خروجی ۴ برابر می‌شود ← غیرخطی
 سیگنالی را در نظر می‌گیریم که دارای $x[0] = 0$ است، آن‌گاه $y[-2] = x[0]x[-5] = 0$ یعنی بدون توجه به مقدار $x[-5]$ خروجی همواره صفر است ← وارون‌ناپذیر
 به دلیل ضریب ۲ در $x[2n-1]$ ← تغییرپذیر با زمان
 هر دو عبارت غیرعلی بودن سیستم را نشان می‌دهند ← غیرعلی
 ۲- گزینه «۲» از آنجا که $h(t)$ پاسخ ضربه است.

$$h(t) * (t) = \delta(t) + 4\delta(t-1) + 4\delta(t-2)$$

$$(H(s))^2 = 1 + 4e^{-s} + 4e^{-2s} = (1 + 2e^{-s})^2 \xrightarrow{h(t) > 0} H(s) = 1 + 2e^{-s}$$

$$h(t) = \delta(t) + 2\delta(t-1) \xrightarrow{x(t-1)=x(t)} y(t) = x(t) + 2x(t-1) = 3x(t)$$

۳- گزینه «۲» سیگنال $x(n)$ سیگنالی با دوره تناوب ۲ است. بنابراین:

$$P_x = \frac{1}{2}(|x(0)|^2 + |x(1)|^2)$$

$$X(0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|2m|!} = 2 \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{1}{(2m)!} = e^2, \quad X(1) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|2m-1|!} = 2 \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{(2m-1)!} = e$$

حال رابطه‌ی تیلور $\sinh x$ و $\cosh x$ داریم:

$$\cosh x = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{x^{2m}}{(2m)!} \rightarrow \cosh 1 = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{1}{(2m)!}, \quad \sinh x = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{x^{2m-1}}{(2m-1)!} \Rightarrow \sinh 1 = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{(2m-1)!}$$

$$X(0) = e + e^{-1} - 1, \quad x(1) = e - e^{-1}$$

$$P_x = \frac{1}{2}(X^2(0) + X^2(1)) \Rightarrow P_x = \frac{1}{2}(e^2 + e^{-2} + 1 + 2 - 2e - 2e^{-1} + e^2 + e^{-2} - 2) = \frac{1}{2}(2e^2 + 2e^{-2} - 2e - 2e^{-1} + 1)$$

$$\Rightarrow P_x = e^2 + e^{-2} - e - e^{-1} + 0.5$$

۴- گزینه «۲»

سیگنال زوج $\Rightarrow x(t) = x(-t) \rightarrow a_k = a_{-k}$

$$\text{رابطه پارسیوال } P_x(t) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

توان $x(t) = \sum |a_k|^2$

$$\text{توان } x(t) + \frac{1}{3} \cos(\pi t) = \left[\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq \pm 2}}^{+\infty} |a_k|^2 \right] + \left| a_2 + \frac{1}{6} \right|^2 + \left| a_{-2} + \frac{1}{6} \right|^2$$

$$T_0 = 4 \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x(t) + \frac{1}{3} \cos \pi t \text{ ضرایب سری فوریه } = k \neq 2, -2 \rightarrow a_k$$

$$k = 2 \Rightarrow a_2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}, \quad k = -2 \Rightarrow a_{-2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$$

$$\text{اختلاف توانها } \Rightarrow \left| a_2 + \frac{1}{6} \right|^2 + \left| a_{-2} + \frac{1}{6} \right|^2 - |a_2|^2 - |a_{-2}|^2 = 2$$

$$\xrightarrow{\text{زوج}} 2 \left| a_2 + \frac{1}{6} \right|^2 - 2 |a_2|^2 = 2 \rightarrow \left(\frac{1}{6} \right) (2a_2 + \frac{1}{6}) = 1 \rightarrow 2a_2 = \frac{35}{6} \rightarrow a_2 = \frac{35}{12}$$

$$\xrightarrow{\text{ضریب cos}} \frac{35}{6}$$

۵- گزینه «۴»

$$h(t) = \frac{(\sin 4\pi t)(\cos 8\pi t)}{\pi t} = \frac{1}{2} \frac{\sin 12\pi t}{\pi t} - \frac{1}{2} \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$$

$$H(\omega) = F\{h(t)\} = \frac{1}{2} F\left\{ \frac{\sin 12\pi t}{\pi t} \right\} - \frac{1}{2} F\left\{ \frac{\sin 4\pi t}{\pi t} \right\}$$

$$= \begin{cases} 1 & ; \quad |\omega| \leq 12\pi \\ 0 & ; \quad |\omega| > 12\pi \end{cases} = \begin{cases} 1 & ; \quad |\omega| \leq 4\pi \\ 0 & ; \quad |\omega| > 4\pi \end{cases}$$

$$X(\omega) = \pi\delta(\omega + 2\pi) + \pi\delta(\omega - 2\pi) + j\pi\delta(\omega + 6\pi) - j\pi\delta(\omega - 6\pi)$$

$$\Rightarrow Y(\omega) = \frac{1}{2} j\pi\delta(\omega + 6\pi) - \frac{1}{2} j\pi\delta(\omega - 6\pi)$$

۶- گزینه «۲» $x[n]$ یک سیگنال متناوب فرد و حقیقی است، بنابراین ضرایب سری فوریه آن موهومی و فرد است. همچنین از خواص ضرایب می‌دانیم که $a_k = a_{k \pm PN}$

چون سیگنال فرد است، $a_{-k} = -a_k$ می‌باشد داریم:

$$a_{-3} = -a_3 = -a_{3+2(7)} = -a_{17} \Rightarrow a_{-3} = -a_{17} = -3j$$

۷- گزینه «۲» ابتدا سیستم را به حوزه فوریه می‌بریم تا روابط ساده‌تر شوند. با در نظر گرفتن تبدیل فوریه $x(n)$ به صورت $X(\omega)$ خواهیم داشت:

$$z[n] = x[n](-1)^n \rightarrow z(\omega) = x(\omega - \pi)$$

$$y[n] = r[n](-1)^n \rightarrow y(\omega) = r(\omega - \pi) \quad , \quad r(\omega) = z(\omega) H(\omega)$$

$$\rightarrow y(\omega) = z(\omega - \pi) H(\omega - \pi) \Rightarrow y(\omega) = x(\omega - 2\pi) H(\omega - \pi)$$

چون تبدیل فوریه گسسته زمان با پریود 2π متناوب است، داریم:

$$y(\omega) = x(\omega) H(\omega - \pi) \Rightarrow P(\omega) = H(\omega - \pi) \Rightarrow P[n] = (-1)^n h[n]$$

۸- گزینه «۲» ابتدا ω_0 را محاسبه کرده و سپس از تعریف، ضرایب سری فوریه را محاسبه می‌نماییم.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \pi$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{-t} e^{-jk\pi t} dt$$

$$a_k = \frac{1}{2(-1 - jk\pi)} [e^{-1-jk\pi} - e^{1+jk\pi}] = \frac{(-1)^k}{(-1 - jk\pi)} \left[\frac{e^{-1} - e^1}{2} \right] \Rightarrow a_k = \frac{(-1)^k}{1 + jk\pi} \sinh(1)$$

۹- گزینه «۴» با توجه به اینکه سیستم LTI ناپایدار و غیرعلی است، پس با توجه به محل قطب‌هایش دارای ناحیه همگرایی $\text{Re}\{s\} < -3$ می‌باشد. صفرهای این سیستم، قطب‌های سیستم معکوس‌اند. از طرفی ناحیه همگرایی سیستم معکوس و خود سیستم باید دارای اشتراک غیر تهی باشند. پس ناحیه همگرایی سیستم معکوس برابر $\text{Re}\{s\} < 5$ است، که دارای خواص غیر علی و پایدار می‌باشد.



۱۰- گزینه «۳»

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} = \frac{-2z + 1}{z^2 - 2z + 1} \Rightarrow \begin{matrix} z = \frac{1}{2} & \text{صفر} \\ z = 1 & \text{قطبها} \end{matrix} \Rightarrow \text{همیشه ناپایدار است}$$

معکوس آن هم $\frac{z^2 - 2z + 1}{-2z + 1}$ با قطب در $z = \frac{1}{2}$ می تواند پایدار باشد.

۱۱- گزینه «۲»

$$x(z) = \text{Ln}(1 - \epsilon z) \quad |z| < \frac{1}{\epsilon}$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\epsilon z)^i}{i} = \sum_{L=-\infty}^{-1} \frac{1}{L} (\epsilon z)^{-L} \Rightarrow x[n] = \frac{1}{n} (\epsilon)^{-n} u[-n - 1]$$

$$x(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-3}} \quad |z| > (\frac{1}{3})^{\frac{1}{3}} \text{ علی}$$

$$1 - \frac{1}{3}z^{-3} = \left(1 - \frac{1}{3}z^{-3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}z^{-3} + \frac{1}{9}z^{-6} + \dots\right)$$

$$\frac{1 - \frac{1}{3}z^{-3}}{1 - \frac{1}{3}z^{-3}} = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-3} + \frac{1}{9}z^{-6} + \dots}{1 - \frac{1}{3}z^{-3}}$$

$$\Rightarrow y[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{3}} & n = 0, 3, 6, \dots \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

۱۲- گزینه «۴» $H(z)$ به خاطر وجود جمله z^{-1} در مخرج، یک قطب در $z = \infty$ دارد و در نتیجه $z = \infty$ در ناحیه همگرایی قرار نمی گیرد. بنابراین نمی تواند مربوط به یک سیستم علی باشد. پس گزینه ۲ نادرست است. با توجه به نادرستی گزینه ۲ می توان نتیجه گرفت گزینه ۳ هم نادرست است.

گزینه ۱ هم نادرست است، زیرا $|z| < \frac{1}{3}$ شامل دایره واحد نیست و ناپایدار است در این ناحیه همگرایی.

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{-z}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \Rightarrow y(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u[-n - 2]$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.