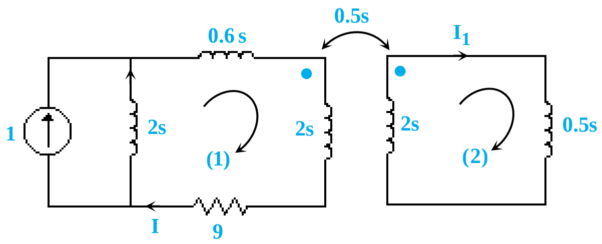
آزمون فصل هشتم

۱ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (همچنین M را محاسبه می‌کنیم: $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0/5$).

حال با اعمال KVL در حلقه‌های ۱و۲ داریم:



$$KVL(1): 2s(I-1)+0/6sI+2sI-0/5sI_1+9I=0$$

$$\Rightarrow \quad (4/6s+9)I-0/5sI_1=2s \qquad (1)$$

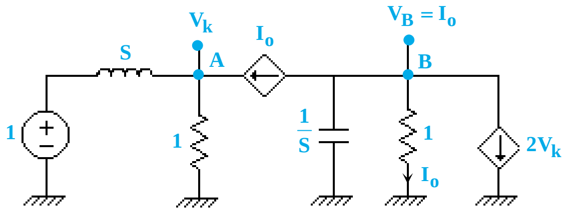
$$KVL(2): 2sI_1-0/5sI+0/5sI_1=0 \Rightarrow I=5I_1 \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow (4/5s+9)\times I=2s \Rightarrow I=\frac{2s}{4/5s+9}=\frac{\frac{4}{9}(s+2)-\frac{8}{9}}{s+2}=\frac{4}{9}-\frac{\frac{8}{9}}{s+2}$$

با اعمال لاپلاس معکوس داریم:

$$i(t)=\frac{4}{9}\delta(t)-\frac{8}{9}e^{-2t}u(t)$$

۲ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم سپس با اعمال KCL در گره‌های A و B، تبدیل لاپلاس V_k را بدست می‌آوریم:



$$KCL(A): \frac{V_k-1}{s}+V_k=I_o \Rightarrow (s+1)V_k-sI_o=1 \quad (1)$$

$$KCL(B): 2V_k+I_o+sI_o+I_o=0 \Rightarrow I_o=-\frac{2V_k}{s+2} \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow (s+1)V_k+\frac{2s}{s+2}V_k=1 \Rightarrow V_k=\frac{s+2}{s^2+5s+2}$$

۳ـ گزینه «۳» روش تشریحی: با توجه به تعریف تابع شبکه داریم:

$$H(s)=\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{s+1}{s^2+3s+2} \rightarrow (s^2+3s+2)y=(s+1)x \Rightarrow y''+3y'+2y=x'+x$$

از آنجا که ورودی برابر صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$x=0 \Rightarrow y''+3y'+2y=0 \;,\; y(0)=2 \;,\; y'(0)=-1$$

با حل معادله‌ی دیفرانسیل فوق داریم:

$$y=k_1e^{-2t}+k_2e^{-t} \xrightarrow[y'(0)=-1]{y(0)=2} \begin{cases} k_1=-1 \\ k_2=3 \end{cases}$$

روش تستی: با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که تنها در گزینه‌ی ۳ شرط $y(0)=2$ ارضا می‌شود.

۴ـ گزینه «۴» ابتدا تابع تبدیل مدار مورد نظر را بدست می‌آوریم:

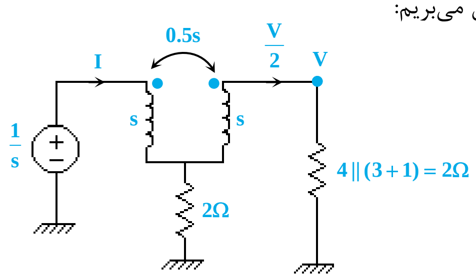
$$s(t)=1-te^{-t}-e^{-t} \rightarrow h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=-e^{-t}+te^{-t}+e^{-t}=te^{-t} \Rightarrow H(s)=L(h(t))=\frac{1}{(s+1)^2}$$

حال با توجه به فاز ورودی و فاز تابع شبکه به ازای فرکانس ورودی داریم:

$$x(t)=6\cos(t+30^\circ) \rightarrow X=6\measuredangle 30$$

$$H(j\omega)=\frac{1}{(1+j\omega)^2} \rightarrow H(1j)=\frac{1}{(1+j)^2}=-0/5j \Rightarrow Y=X\times H(j\omega)=(-0/5j)\times 6\measuredangle 30=3\measuredangle -60^\circ$$

۵ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال kvl در دو حلقه‌ی موجود داریم:

$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: \frac{-۱}{s}+sI-۰/۵s\times(\frac{V}{۲})+۲\times(I-\frac{V}{۲})=۰ \Rightarrow (s+۲)I-(\frac{s}{۴}+۱)V=\frac{۱}{s} \quad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}: ۲\times(\frac{V}{۲}-I)+\frac{sV}{۲}-۰/۵sI+V=۰ \Rightarrow (\frac{s}{۲}+۲)V-(\frac{s}{۲}+۲)I=۰ \Rightarrow I=V \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow (\frac{۳}{۴}s+۱)V=\frac{۱}{s} \Rightarrow v=\frac{\frac{۴}{۳}}{s(s+\frac{۴}{۳})}=\frac{۱}{s}-\frac{۱}{s+\frac{۴}{۳}}$$

با اعمال تبدیل لاپلاس معکوس داریم:

$$V(t)=۱-e^{-\frac{۴}{۳}t}$$

از طرفی داریم:

$$V_o(t)=\frac{۳}{۱+۳}V(t) \Rightarrow V_o(t)=\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}e^{-\frac{۴}{۳}t}$$

۶ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف امپدانس و همچنین با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه مقدار V_S را به دست می‌آوریم:

$$Z(s)=\frac{V_s(s)}{I(s)}=\frac{s^۲+۳s+۴}{۳s^۲+s+۹} \Rightarrow I(s)=\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}V_s(s)$$

$$I(۰^+)=\lim_{s\to\infty} sI(s)=\lim_{s\to\infty} s.V_s(s).\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}=۱۰ \Rightarrow V_s(s)=\frac{۱۰}{۳s} \xrightarrow{L^{-۱}} V_s(t)=\frac{۱۰}{۳}u(t)$$

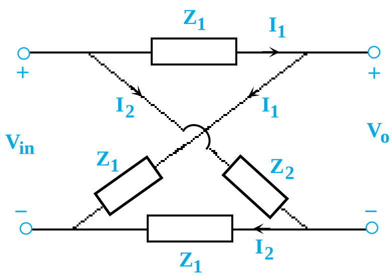
۷ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی انرژی ذخیره در خازن در $t=\infty$، کافی است ولتاژ نهایی خازن را با استفاده از قضیه‌ی مقدار نهایی بدست آوریم:

$$\begin{cases} H(s)=\dfrac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\dfrac{۳(s+۳۰)}{۲s+۱} \\ V_{in}(s)=\dfrac{۱}{۳s} \end{cases} \Rightarrow V_o(s)=\frac{s+۳۰}{s(۲s+۱)}$$

$$V_c(\infty)=V_o(\infty)=\lim_{s\to ۰} SV_o(s)=\lim_{s\to ۰}\frac{s+۳۰}{۲s+۱}=۳۰$$

$$E_c(\infty)=\frac{۱}{۲}CV_c^۲(\infty)=\frac{۱}{۲}\times۱\times۳۰^۲=۴۵۰j$$

۸ـ گزینه «۱» ابتدا به صورت پارامتری مدار را تحلیل کرده و تابع انتقال مورد نظر را بدست می‌آوریم (خروجی مدار باز است):

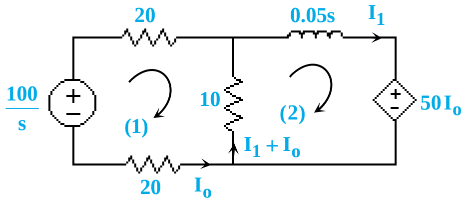


$$\underbrace{V_{in}=۲Z_۱I_۱}_{(۱)}=Z_۲I_۲+Z_۱I_۲ \Rightarrow I_۲=\frac{۲Z_۱}{Z_۱+Z_۲}I_۱ \quad (۲)$$

$$V_o=-Z_۱I_۱+Z_۲I_۲ \xrightarrow{(۲)} V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{Z_۱+Z_۲}I_۱ \xrightarrow{(۱)} V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{۲Z_۱(Z_۱+Z_۲)}V_{in}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}}=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{(Z_۱+Z_۲)(۲Z_۱)} \xrightarrow[Z_۲=\frac{۱}{۲s}]{Z_۱=\frac{۱}{۲}} \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\frac{\frac{۱}{۴s}-\frac{۱}{۴}}{(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s})\times۱}=\frac{۱-s}{۲s+۲}$$

۹ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با اعمال kvl در حلقه‌ی چپ و راست، I_o را بدست می‌آوریم:



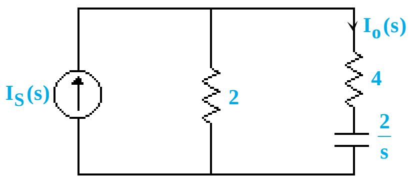
$$\begin{cases} kvl\,(1): 50I_o + 10I_1 = -\dfrac{100}{s} & (1) \\ kvl\,(2): (0/05s+10)I_1 + 10I_o = -50I_o \Rightarrow I_1 = \dfrac{-60I_o}{0/05s+10} & (2) \end{cases}$$

$$(1),(2) \to 50I_o + 10\times\left(\frac{-60I_o}{0/05s+10}\right) = -\frac{100}{s} \Rightarrow I_o = \frac{5s-1000}{s(2/5s-100)} = \frac{-2s-400}{s(s-40)} \Rightarrow I_o = \frac{10}{s} - \frac{12}{s-40}$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

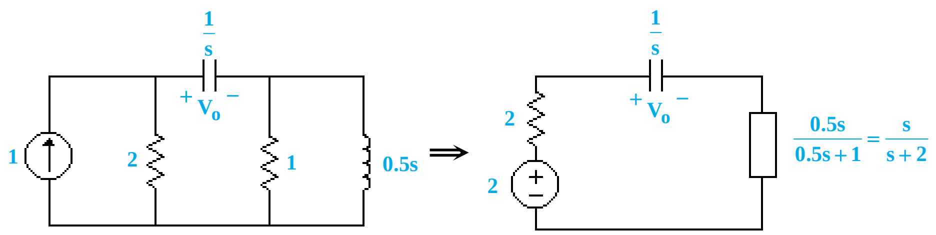
$$I_o(t) = 10u(t) - 12e^{40t}$$

۱۰ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال تقسیم جریان $\frac{I_o}{I_S}$ را محاسبه می‌کنیم:



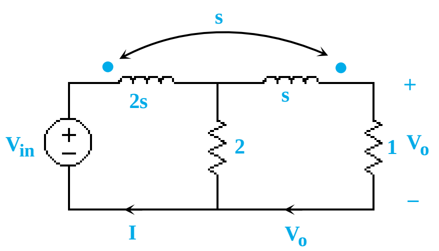
$$\frac{I_o(s)}{I_S(s)} = \frac{2}{2+4+\frac{2}{s}} = \frac{2s}{6s+2} = \frac{s}{3s+1}$$

۱۱ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با ساده‌سازی خواهیم داشت:



$$V_o = \frac{\frac{1}{s}}{2+\frac{1}{s}+\frac{s}{s+2}}\times 2 = \frac{2s+4}{3s^2+5s+2} \xrightarrow{s=j\omega} V_o(j\omega) = \frac{4+2\omega j}{2-3\omega^2+5\omega j}$$

۱۲ـ گزینه «۳» ابتدا تابع شبکه‌ی مدار را بدست می‌آوریم:



$$kvl\ (\text{حلقه‌ی چپ}): -V_{in} + (2s+2)I - (s+2)V_o = 0 \Rightarrow (2s+2)I - (s+2)V_o = V_{in}$$

$$kvl\ (\text{حلقه‌ی راست}): (s+3)V_o - (s+2)I = 0 \Rightarrow I = \frac{s+3}{s+2}V_o \qquad (2)$$

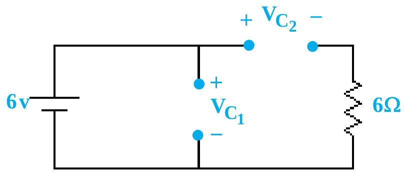
$$(1),(2) \to \left[\frac{(s+3)(2s+2)}{s+2} - (s+2)\right]V_o = V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = H(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+2} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{2+\omega j}{2-\omega^2+4\omega j}$$

$$V_{in} = \cos t \to \begin{cases}\omega = 1 \\ V_{in} = 1\angle 0\end{cases} \Rightarrow V_o = V_{in}\times H(j\omega) = 1\times\frac{2+j}{1+4j} \simeq 0/54\angle -49/4^\circ V$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

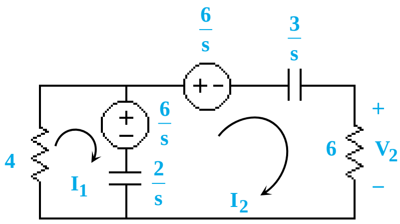
$$V_o(t) = 0/54\cos(t - 49/4^\circ)$$

۱۳ـ گزینه «۱» ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{c_۱}(۰^-) = V_{c_۲}(۰^-) = ۶v$$

حال مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



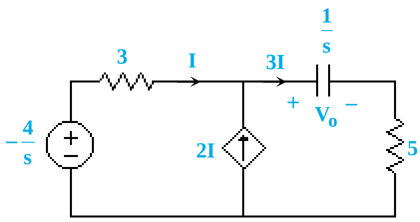
$$KVL(۱): ۴I_۱ + \frac{۶}{s} + \frac{۲}{s}(I_۱ - I_۲) = ۰ \Rightarrow (۴s+۲)I_۱ - ۲I_۲ = -۶ \qquad (۱)$$

$$KVL(۲): \frac{۲}{s}(I_۲ - I_۱) - \frac{۶}{s} + \frac{۶}{s} + \frac{۳}{s}I_۲ + ۶I_۲ = ۰ \Rightarrow (۶s+۵)I_۲ = ۲I_۱ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \to [\frac{(۴s+۲)(۶s+۵)}{۲} - ۲]I_۲ = -۶ \Rightarrow I_۲ = \frac{-۶}{۱۲s^۲ + ۱۶s + ۳} \simeq \frac{-۰/۵}{(s+۰/۲)(s+۱/۱)}$$

$$V_۲ = ۶I_۲ \simeq \frac{-۳}{(s+۰/۲)(s+۱/۱)}$$

۱۴ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

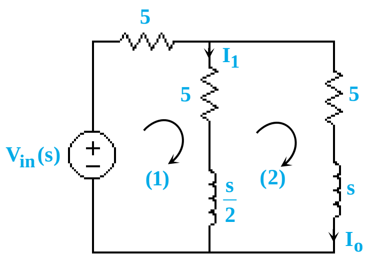


حال با اعمال KVL در حلقه‌ی بیرونی داریم:

$$+\frac{۴}{s} + ۳I + \frac{۳}{s}I + ۱۵I = ۰ \Rightarrow (۱۸s+۳)I = -۴ \Rightarrow I = \frac{-۴}{۱۸s+۳}$$

$$V_o = \frac{۱}{s} \times ۳I = \frac{-۴}{s(۶s+۱)} = \frac{-\frac{۲}{۳}}{s(۶s+۱)} = \frac{-\frac{۲}{۳}}{s(s+\frac{۱}{۶})} = \frac{-۴}{s} + \frac{۴}{s+\frac{۱}{۶}} \Rightarrow V_o(t) = (-۴ + ۴e^{-\frac{t}{۶}})u(t)$$

۱۵ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



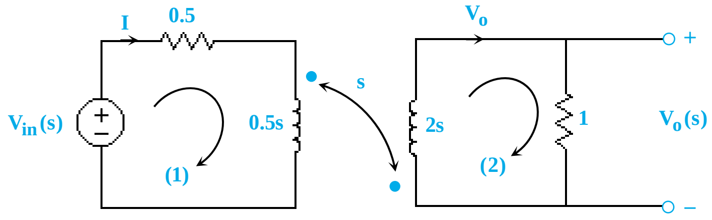
حال با اعمال kvl در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:

$$KVL(۱): -V_{in} + ۵(I_۱ + I_o) + (۵ + \frac{s}{۲})I_۱ = ۰ \Rightarrow (\frac{s}{۲} + ۱۰)I_۱ + ۵I_o = V_{in} \qquad (۱)$$

$$KVL(۲): (۵+s)I_o = (۵ + \frac{s}{۲})I_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{۲s+۱۰}{s+۱۰}I_o \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \to [\frac{(s+۲۰)(s+۵)}{s+۱۰} + ۵]I_o = V_{in} \Rightarrow \frac{I_o}{V_{in}} = \frac{s+۱۰}{s^۲ + ۳۰s + ۱۵۰}$$

۱۶ــ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



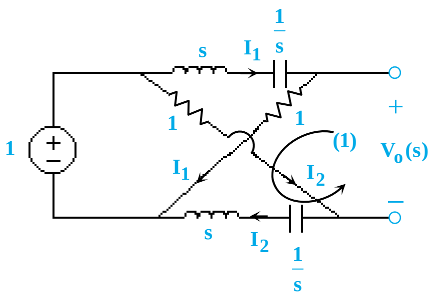
حال با اعمال kvl در حلقه‌های ۱و۲ داریم:

$$kvl(1): -V_{in}+0/5I+0/5sI+sV_o=0 \Rightarrow (s+1)I+2sV_o=2V_{in} \qquad (1)$$

$$kvl(2): (2s+1)V_o+sI=0 \Rightarrow I=-\frac{2s+1}{s}V_o \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow [-\frac{(s+1)(2s+1)}{s}+2s]V_o=2V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}}=\frac{-2s}{3s+1}$$

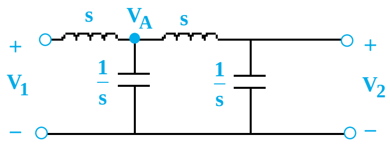
۱۷ــ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های موجود $V_o(s)$ را بدست می‌آوریم:



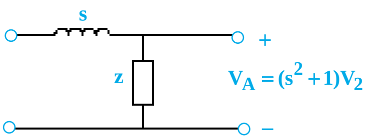
$$(s+\frac{1}{s}+1)I_1=(s+\frac{1}{s}+1)I_2=V_{in}(s)=1 \Rightarrow I_1=I_2=\frac{s}{s^2+s+1} \qquad (1)$$

$$kvl(1) \Rightarrow V_o(s)=I_1-(s+\frac{1}{s})I_2=I_2-(s+\frac{1}{s})I_1 \xrightarrow{(1)} V_o(s)=\frac{-s^2+s-1}{s^2+s+1}$$

۱۸ــ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

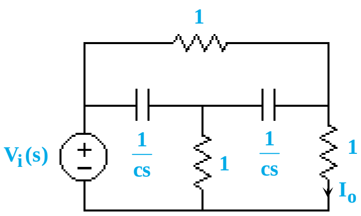


حال با اعمال تقسیم ولتاژ داریم:



$$V_2=\frac{\frac{1}{s}}{s+\frac{1}{s}}V_A \Rightarrow V_A=(s^2+1)V_2 \qquad (1)$$

$$Z=(s+\frac{1}{s})\|\frac{1}{s}=\frac{s^2+1}{s^3+2s} \Rightarrow V_A=\frac{\frac{s^2+1}{s^3+2s}}{s+\frac{s^2+1}{s^3+2s}}V_{in}=\frac{s^2+1}{s^4+3s^2+1}V_{in} \xrightarrow{(1)} \frac{V_2}{V_{in}}=\frac{1}{s^4+3s^2+1}$$



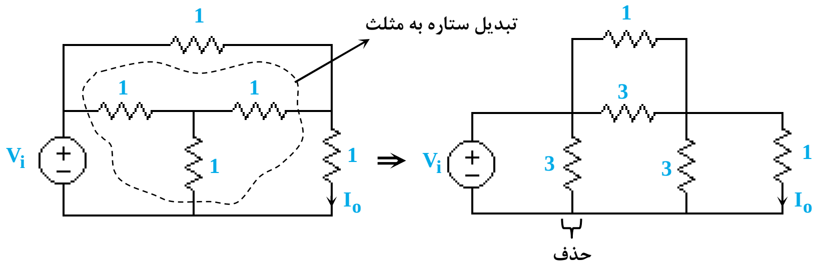
۱۹ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

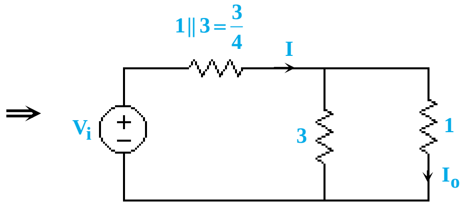
حال با تحلیل مدار به ازای sهای ۰ و $\frac{۱}{c}$ می‌خواهیم گزینه‌ی صحیح را تشخیص دهیم:

$$s=۰ \to I_o=\frac{V_i}{۲} \to \frac{I_o}{V_i}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow$$

بنابراین گزینه‌های ۲ و۳ می‌توانند صحیح باشند.

و برای $S=\frac{۱}{C}$ داریم:





$$I=\frac{V_i}{\frac{۳}{۴}+۳\|۱}=\frac{۲}{۳}V_i$$

$$I_o=\frac{۳}{۱+۳}I=\frac{V_i}{۲} \Rightarrow \frac{I_o}{V_i}=\frac{۱}{۲}$$

با بررسی شرط $\left.\frac{I_o}{V_i}\right|_{s=\frac{۱}{c}}=\frac{۱}{۲}$ مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

۲۰ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه فرکانس ورودی برابر $\omega=۲$ می‌باشد، مقدار $H(j\omega)$ را به ازای این فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$H(۲j)=\frac{۴j(۱+۲j)}{۸-۴}=-۲+j=۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ$$

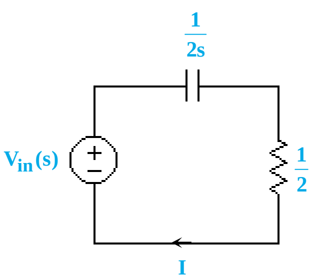
در حالت دائمی سینوسی داریم:

$$\Rightarrow Y(j\omega)=X(j\omega)\times H(j\omega)\xrightarrow[X(۲j)=۶\measuredangle ۳۰^\circ]{\omega=۲} Y(۲j)=(۶\measuredangle ۳۰^\circ).(۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ)=۱۳/۳۸\measuredangle ۱۸۳^\circ$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

$$y(t)=۱۳/۳۸\cos(۲t+۱۸۳^\circ)$$

۲۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$I(s)=\frac{V_{in}(s)}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s}}=\frac{۲sV_{in}(s)}{s+۱}$$

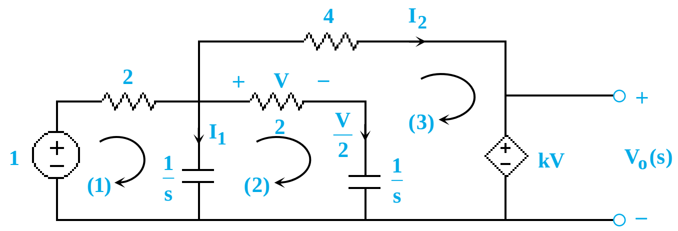
$$V_{in}(t)=(u(t)-u(t-۴))\times ۲۰ \xrightarrow{\text{لاپلاس}} V_{in}(s)=\frac{۲۰}{s}-\frac{۲۰e^{-۴s}}{s}$$

$$I(s)=\frac{۴۰-۴۰e^{-۴s}}{s+۱}$$

با اعمال معکوس تبدیل لاپلاس داریم:

$$I(t)=۴۰e^{-t}u(t)-۴۰e^{-(t-۴)}u(t-۴)$$

۲۲ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال KVL در حلقه‌های موجود داریم:

$$kvl(1): -1+2\times(I_1+I_2+\frac{V}{2})+\frac{I_1}{s}=0 \Rightarrow (2s+1)I_1+2sI_2+sV=s \quad (1)$$

$$kvl(2): V+\frac{V}{2s}=\frac{I_1}{s} \Rightarrow I_1=\frac{2s+1}{2}V \quad (2)$$

$$kvl(3): 4I_2+kV=V+\frac{V}{2s} \Rightarrow I_2=\frac{2s(1-k)+1}{8s}V \quad (3)$$

$$(1),(2),(3) \rightarrow \frac{(2s+1)(2s+1)}{2}V+\frac{2s(1-k)+1}{4}V+sV=s$$

$$\Rightarrow V=\frac{s}{2s^2+(\frac{7}{2}-\frac{k}{2})s+\frac{1}{4}} \xrightarrow{V_o=kV} V_o(s)=\frac{ks}{2s^2+(\frac{7}{2}-\frac{k}{2})s+\frac{1}{4}}$$

از طرفی داریم:

$$V_o(s)=\frac{4}{s+1}-\frac{2}{s+\frac{1}{2}}=\frac{2s}{s^2+\frac{3}{2}s+\frac{1}{2}}=\frac{ks}{2s^2+(\frac{7}{2}-\frac{k}{2})s+\frac{1}{4}} \Rightarrow k=4$$

۲۳ـ گزینه «۳» با توجه به تابع ضربه‌ی داده شده، تابع شبکه را محاسبه می‌کنیم:

$$h(t)=12e^{-2t} \rightarrow H(s)=\frac{12}{s+2}$$

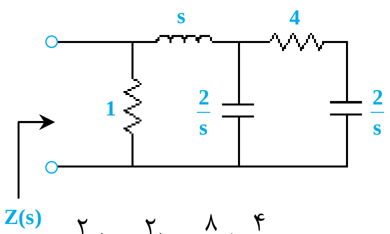
حال برای حالت دائمی سینوسی مدار به ازای ورودی کسینوسی با فرکانس ۲ داریم:

$$Y=X.H(2j)=(1\angle 0)\times\frac{12}{2+2j}=3-3j$$

بنابراین پاسخ غیرمیرای مدار در حوزه‌ی زمان، به شکل روبه‌روست:

$$y_{ss}(t)=3\cos 2t-3\cos(2t+90)=3\cos 2t+3\sin 2t$$

۲۴ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$Z(s)=1\|[s+\underbrace{\frac{2}{s}\|(4+\frac{2}{s})}_{Z_1}]$$

$$Z_1(s)=\frac{\frac{2}{s}(4+\frac{2}{s})}{4+\frac{4}{s}}=\frac{\frac{8}{s}+\frac{4}{s^2}}{4+\frac{4}{s}}=\frac{8s+4}{4s^2+4s}=\frac{2s+1}{s^2+s} \longrightarrow Z(s)=\frac{\frac{2s+1}{s(s+1)}+s}{\frac{2s+1}{s(s+1)}+s+1}=\frac{s^3+s^2+2s+1}{s^3+2s^2+3s+1}$$

۲۵ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی $Y(s)=X(s)H(s)$ داریم:

$$Y(s)=\frac{s^2+3s+5}{(s+2)(s+3)}\times\frac{1}{s+1}=\frac{\frac{3}{2}}{s+1}-\frac{3}{s+2}+\frac{\frac{5}{2}}{s+3}$$

بنابراین داریم:

$$y(t)=L^{-1}[y(s)]=(1/5e^{-t}-3e^{-2t}+2/5e^{-3t})u(t)$$

۲۶ـ گزینه «۳» ابتدا با توجه به مقادیر عددی پارامترهای داده شده، ماتریس $SI - A$ را تشکیل می‌دهیم:

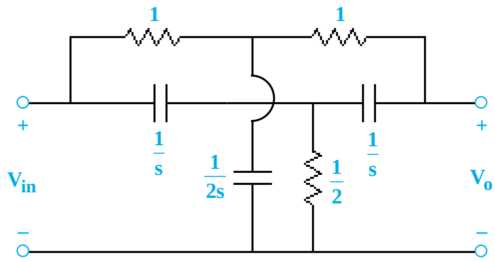
$$A = \begin{bmatrix} -۴ & ۴ \\ -۲ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow sI - A = \begin{bmatrix} s+۴ & -۴ \\ ۲ & s \end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با: $\det(sI - A) = ۰ \rightarrow s^۲ + ۴s + ۸ = ۰$: معادله‌ی مشخصه

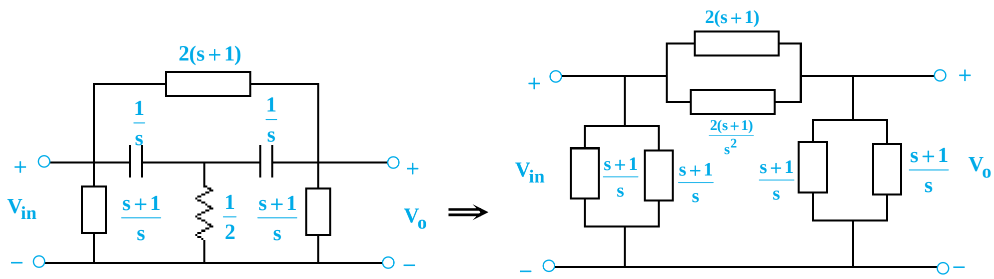
بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد. البته قابل ذکر است که $H(s)$ را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$H(s) = C(sI - A)^{-۱} B = [۱ \ \ ۰] \times \frac{۱}{s^۲ + ۴s + ۸} \begin{bmatrix} s & ۴ \\ -۲ & s+۴ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix} = \frac{۸}{s^۲ + ۴s + ۸}$$

۲۷ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



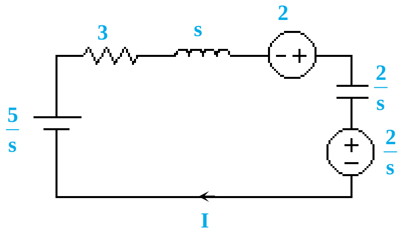
با اعمال تبدیل ستاره به مثلث در دو مرحله داریم:



بنابراین داریم:

$$V_o = \frac{(\frac{s+۱}{s}) \| (\frac{s+۱}{s})}{(\frac{s+۱}{s}) \| (\frac{s+۱}{s}) + ۲(s+۱) \| \frac{۲(s+۱)}{s^۲}} = \frac{\frac{s+۱}{۲s}}{\frac{s+۱}{۲s} + \frac{۲(s+۱)}{s^۲+۱}} = \frac{s^۲+۱}{s^۲+۴s+۱}$$

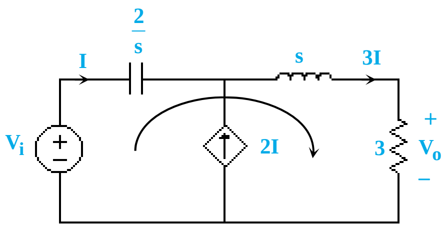
۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$I = \frac{۲ + \frac{۵}{s} - \frac{۲}{s}}{s + ۳ + \frac{۲}{s}} = \frac{۲s + ۳}{s^۲ + ۳s + ۲} = \frac{۲s + ۳}{(s+۱)(s+۲)}$$

۲۹ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

حال با اعمال kvl در حلقه‌ی بیرونی داریم:



$$-V_i + \frac{۲}{s} I + (s+۳) \times ۳I = ۰ \Rightarrow I = \frac{V_i}{\frac{۲}{s} + ۳(s+۳)} = \frac{sV_i}{۳s^۲ + ۹s + ۲}$$

از طرفی داریم:

$$V_o = ۳ \times ۳I = ۹I = \frac{۹s}{۳s^۲ + ۹s + ۲} V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{۹s}{۳s^۲ + ۹s + ۲}$$

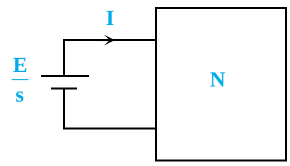
۳۰ـ گزینه «۳» با استفاده از قضیه‌های مقدار نهایی و مقدار اولیه داریم:

$$f(\circ^+)=\lim_{s\to\infty} sF(s)=۵ \qquad f(\infty)=\lim_{s\to\circ} sF(s)=-۲$$

بنابراین:

$$\frac{f(\circ^+)}{f(\infty)}=-\frac{۵}{۲}$$

۳۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

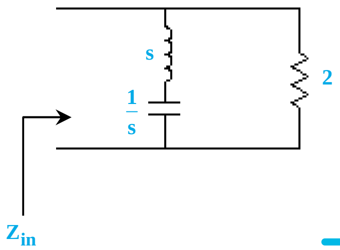


$$\frac{\frac{E}{s}}{I}=Z(s)=\frac{s^۲+s+۲}{۲s^۲+s+۱} \Rightarrow I(s)=\frac{E}{s}\cdot\frac{۲s^۲+s+۱}{s^۲+s+۲}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه داریم:

$$I(\circ^+)=\lim_{s\to\infty} sI(s)=۲E=۶ \to E=۳$$

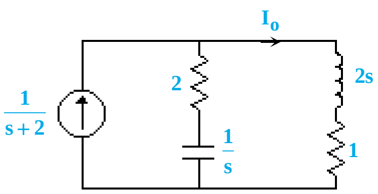
۳۲ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$Z_{in}(s)=(s+\frac{۱}{s})\|۲=\frac{۲\frac{(s^۲+۱)}{s}}{s+\frac{۱}{s}+۲}=\frac{۲(s^۲+۱)}{s^۲+۲s+۱}$$

۳۳ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

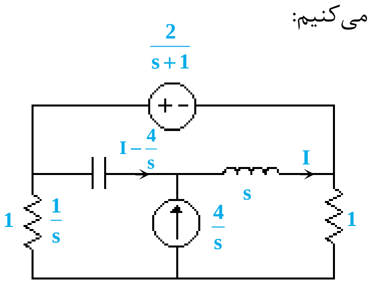
حال با استفاده از تقسیم جریان داریم:



$$I_o=\frac{۲+\frac{۱}{s}}{۲s+\frac{۱}{s}+۳}\times\frac{۱}{s+۲}$$

$$I_o=\frac{۲s+۱}{(s+۲)(۲s^۲+۳s+۱)}=\frac{۱}{(s+۲)(s+۱)}=\frac{۱}{s+۱}-\frac{۱}{s+۲} \to I_o(t)=(e^{-t}-e^{-۲t})u(t)$$

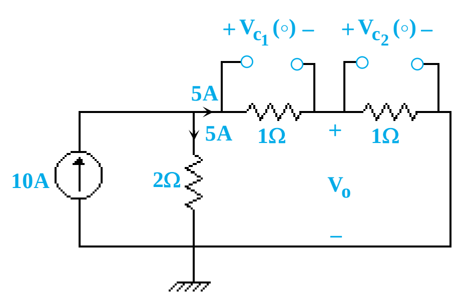
۳۴ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم، سپس با اعمال KVL در حلقه بالایی، $I(s)$ را محاسبه می‌کنیم:



$$kvl:\frac{۲}{s+۱}-sI-\frac{۱}{s}(I-\frac{۴}{s})=\circ \Rightarrow I(s+\frac{۱}{s})=\frac{۴}{s^۲}+\frac{۲}{s+۱} \Rightarrow I(s)=\frac{۲s^۲+۴s+۴}{s(s^۲+۱)(s+۱)}$$

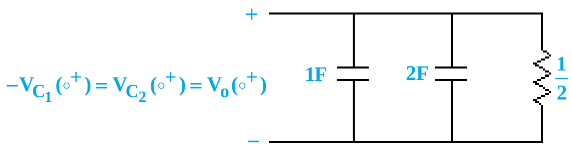
$$I(s)=\frac{AS+B}{s^۲+۱}+\underbrace{\frac{۴}{s}-\frac{۱}{s+۱}}_{\text{پاسخ گذرا}} \longrightarrow I_{\text{گذرا}}(t)=(۴-e^{-t})u(t)$$

۳۵ـ گزینه «۳» ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را در زمان $t=0^+$ بدست می‌آوریم:



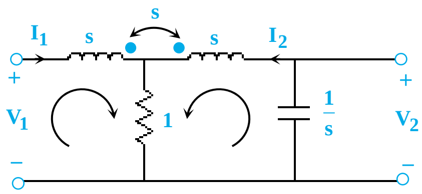
$$V_{C_1}(0^\pm)=V_{C_2}(0^\pm)=5V$$

در لحظه‌ی صفر مثبت، دو خازن با هم موازی می‌شوند، ولی پلاریته‌ی معکوس نسبت به هم دارند.



$$V_0(0^+)=\frac{C_2V_{C_2}(0^-)-C_1V_{C_1}(0^-)}{C_1+C_2}=\frac{2\times5-1\times5}{2+1}=\frac{5}{3}V$$

۳۶ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های مدار نسبت $\frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ را محاسبه می‌کنیم.



KVL (حلقه‌ی چپ) : $-V_1+sI_1+sI_2+(I_1+I_2)=0 \Rightarrow V_1=(s+1)I_1+(s+1)I_2$ (۱)

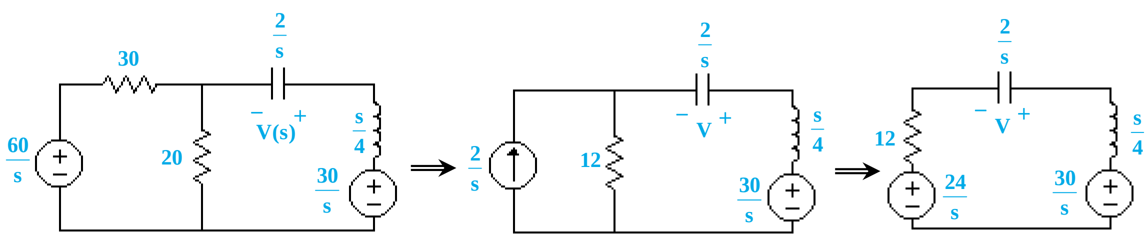
KVL (حلقه‌ی راست) : $\frac{1}{s}I_2+sI_2+sI_1+I_1+I_2=0 \Rightarrow (\frac{1}{s}+s+1)I_2+(s+1)I_1=0$ (۲)

$(1),(2) \rightarrow V_1=-(\frac{1}{s}+s+1)I_2+(s+1)I_2 \Rightarrow V_1=-\frac{1}{s}I_2$

از طرفی داریم:

$$V_2=-\frac{1}{s}I_2=V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1}=1$$

۳۷ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



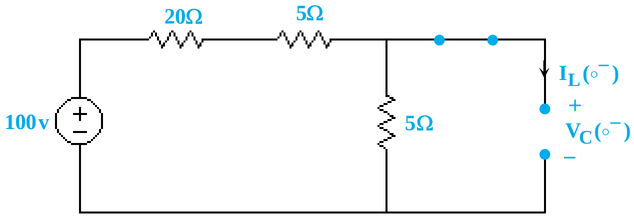
حال با اعمال تقسیم ولتاژ در مدار ساده شده داریم:

$$V(s)=\frac{\frac{2}{s}}{\frac{s}{4}+12+\frac{2}{s}}\times\frac{(-24+30)}{s}=\frac{48}{s(s^2+48s+8)}$$

$$V(s)\simeq\frac{6}{s}+\frac{0.02}{s+47.8}-\frac{6}{s+0.16} \Rightarrow V_0(t)=(6+0.02e^{-47.8t}-6e^{-0.16t})u(t)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

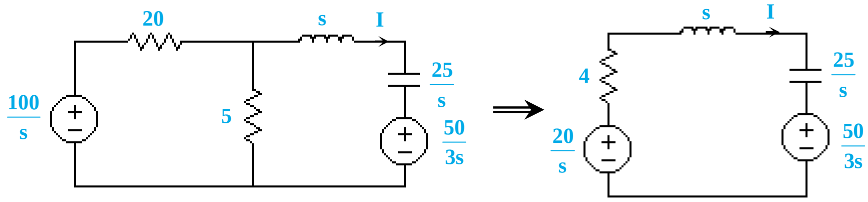
۳۸ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در لحظه‌ی $t=0^-$ تحلیل می‌کنیم:



$$I_L(0^-)=0$$

$$V_C(0^-)=\frac{5}{30}\times 100=\frac{50}{3}\,v$$

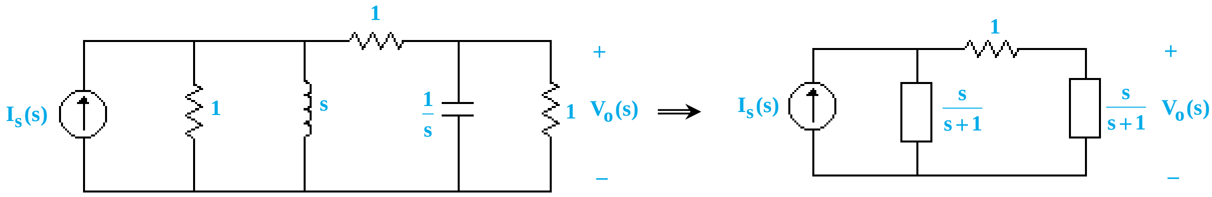
حال مدار را برای زمان‌های $t>0$ به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

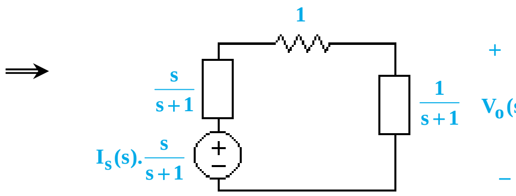


بنابراین:

$$I(s)=\frac{\frac{10}{3s}}{s+4+\frac{25}{s}}=\frac{\frac{10}{3}}{s^2+4s+25}=\frac{\frac{10}{3}}{(s+2)^2+21}\Rightarrow I(t)=\frac{10}{3}\times\frac{1}{\sqrt{21}}e^{-2t}\sin\sqrt{21}t\Rightarrow I(t)\simeq 0/7\sin(4/5t)e^{-2t}$$

۳۹ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و مرحله به مرحله ساده‌سازی انجام می‌دهیم.

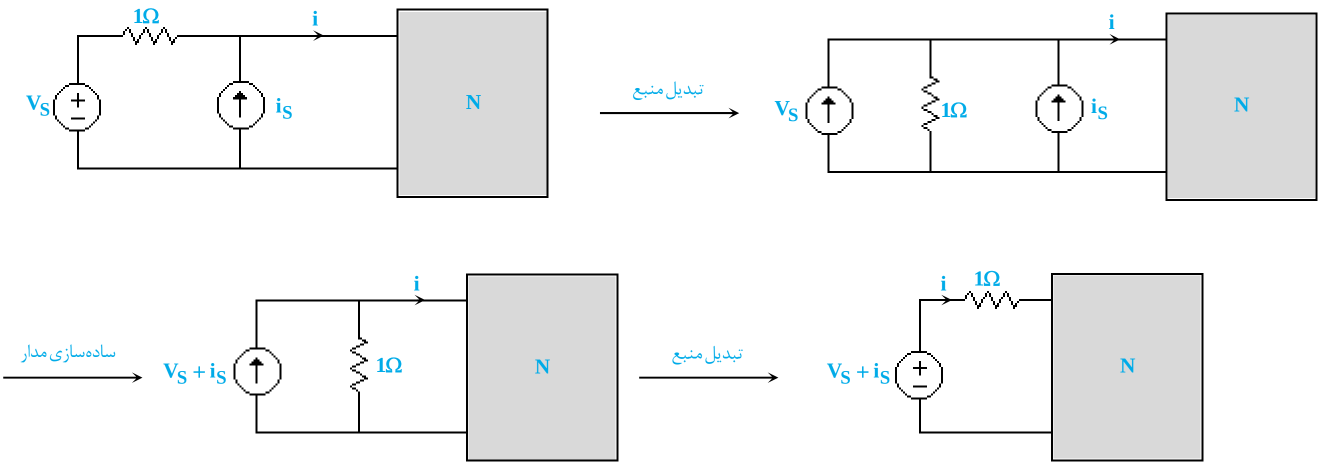




$$\Rightarrow V_o(s)=\frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{s+1}+1+\frac{s}{s+1}}\times\frac{s}{s+1}I_s(s)=\frac{\frac{1}{s+1}}{2}\times\frac{s}{s+1}I_s(s)$$

$$\Rightarrow\frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{s}{2(s+1)^2}$$

۴۰ـ گزینه «۱»



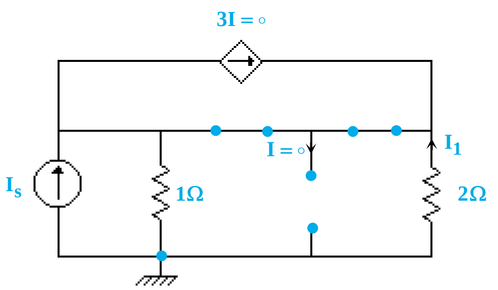
$i = H\times(V_S \times i_S)$, $H = i$ تابع تبدیل جریانی

$V_S = u(t)\,,\ i_S = ۰ \Rightarrow i = u(t)\times g \Rightarrow u(t)\times g = H\times[u(t)+۰]$

$H = g \Rightarrow i = g\times(V_S+i_S)\quad V_S = u(t)\ ,\ i_S = ۳u(t)+۲\delta(t) \Rightarrow i = g\times[u(t)+۳u(t)+۲\delta(t)] = g\times[۴u(t)+۲\delta(t)]$

$\Rightarrow i = [۲\delta(t)+۴u(t)]\times g$

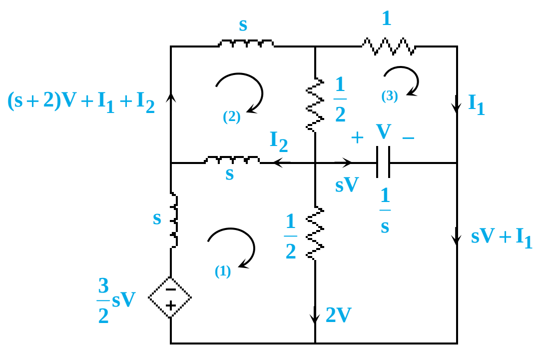
۴۱ـ گزینه «۴» با توجه به گزینه‌های سؤال مشاهده می‌شود تنها با بررسی تابع انتقال در $s = ۰$ می‌توان به گزینه‌ی صحیح دست یافت. بنابراین ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس s را برابر صفر قرار می‌دهیم.



$$I_۱ = \frac{-۱}{۱+۲} I_۲ \rightarrow \frac{I_۱}{I_S} = \frac{-۱}{۳}$$

بنابراین گزینه‌ی ۴ صحیح می‌باشد.

۴۲ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (برای بدست آوردن معادله‌ی مشخصه می‌توان منابع را بی‌اثر کرد):



حال با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

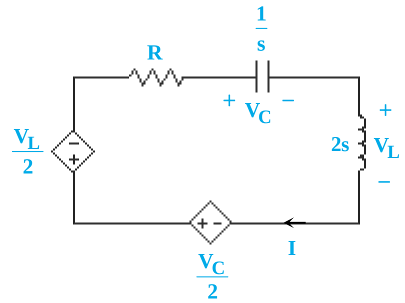
$$KVL(۱): \frac{۳}{۲}sV + s((s+۲)V + I_۱) - sI_۲ + V = ۰ \Rightarrow s(I_۱ - I_۲) + (s^۲ + \frac{۷}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۱)$$

$$KVL(۲): s((s+۲)V + I_۱ + I_۲) + \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) + sI_۲ = ۰ \Rightarrow sI_۱ + (۲s + \frac{۱}{۲})I_۲ + (s^۲ + \frac{۵}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۲)$$

$$KVL(۳): I_۱ - V - \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) = ۰ \Rightarrow I_۱ - \frac{۱}{۲}I_۲ - (\frac{۱}{۲}s + ۲)V = ۰ \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow \frac{۹[s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹}]}{۵s+۱} V = ۰ \rightarrow \quad \text{معادله‌ی مشخصه}: s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹} = ۰$$

۴۳ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال kvl در حلقه‌ی موجود داریم:

$$+\frac{V_L}{۲}+(R+\frac{۱}{s}+۲s)I-\frac{V_c}{۲}=۰$$

$$\Rightarrow (R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{V_c}{۲}-\frac{V_L}{۲}$$

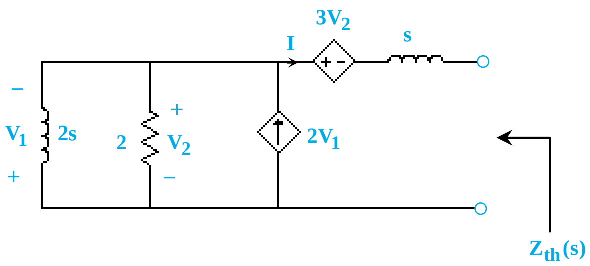
از طرفی داریم:

$$V_c=\frac{I}{s}\ ,\ V_L=۲sI$$

$$(R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{I}{۲s}-sI \Rightarrow I(۳s+\frac{۱}{۲s}+R)=۰$$

معادله‌ی مشخصه: $s^{۲}+\frac{۱}{۳}Rs+\frac{۱}{۶}=۰ \Rightarrow \omega_r=\sqrt{\frac{۱}{۶}}\ \frac{rad}{s}$

۴۴ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی امپدانس تونن، ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



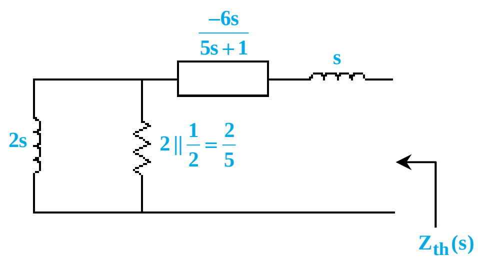
$$\Rightarrow -V_۱=V_۲$$

حال مقاومت معادل منبع جریان و منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{منبع جریان}}=\frac{V_۱}{۲V_۱}=\frac{۱}{۲}$$

$$R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{۳V_۲}{I}\quad ,\quad I=۲V_۱-\frac{V_۲}{۲}+\frac{V_۱}{۲s}=-\frac{۵s+۱}{۲s}V_۲ \Rightarrow R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{-۶s}{۵s+۱}$$

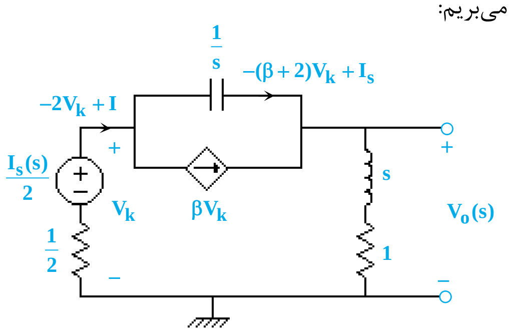
بنابراین:



$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+(۲s)||(\frac{۲}{۵})$$

$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+\frac{۲s}{۵s+۱}=s-\frac{۴s}{۵s+۱}=\frac{۵s^{۲}-۳s}{۵s+۱}$$

۴۵ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال kvl داریم:

$$-V_k+\frac{۱}{C}(I_s-(\beta+۲)v_k)+(s+۱)(I_s-۲V_k)=\circ \Rightarrow I_s(\frac{۱}{s}+s+۱)=V_k(۱+۲(s+۱)+(\frac{\beta+۲}{s}))\Rightarrow \frac{V_k}{I_s}=\frac{s^۲+s+۱}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}$$

حال با توجه به اینکه $v_o(s)=(s+۱)(I-۲v_k)$ می‌باشد، بنابراین:

$$V_\circ(s)=(s+۱)\times[۱-\frac{۲s^۲+۲s+۲}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}]I_s \Rightarrow \frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{(s+۱)(s+\beta)}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}=\frac{s^۲+(\beta+۱)s+\beta}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}$$

حال برای اینکه تابع تبدیل مستقل از فرکانس باشد، باید این سه دسته تساوی به طور همزمان به ازای یک β برقرار باشد.

$$\frac{۱}{۲}=\frac{\beta+۱}{۳}=\frac{\beta}{\beta+۲}$$

$$\text{if}\quad \frac{\beta+۱}{۳}=\frac{۱}{۲}\rightarrow \beta=\frac{۱}{۲}$$

$$\text{if}\quad \frac{\beta}{\beta+۲}=\frac{۱}{۲}\rightarrow \beta=۲$$

بنابراین به ازای هیچ βای این تابع تبدیل مستقل از فرکانس نمی‌شود.