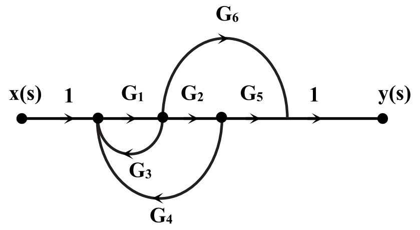
مثال۱: تابع تبدیل سیستم کنترل با دیاگرام گذر سیگنال (Signal flow graph) نشان داده شده در شکل زیر عبارت است از:

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $G=\dfrac{Y}{X}=\dfrac{G_1G_2G_5-G_1G_6}{1-G_1G_3+G_1G_2G_4}$

۲) $G=\dfrac{Y}{X}=\dfrac{G_1G_2G_6+G_1G_5}{1+G_1G_6-G_1G_2G_3}$

۳) $G=\dfrac{Y}{X}=\dfrac{G_1G_2G_5+G_1G_6}{1+G_1G_3+G_1G_2G_3}$

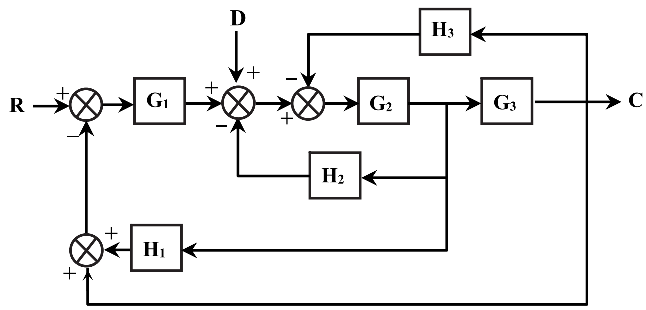
۴) $G=\dfrac{Y}{X}=\dfrac{G_1G_2G_5+G_1G_6}{1-G_1G_3-G_1G_2G_4}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» اگه به مخرج گزینه‌ها دقت کنیم می‌بینیم که Δها متفاوتن، پس فقط کافیه با نگاه به نمودار، Δ رو بررسی کنیم. به‌راحتی متوجه می‌شیم که دو تا حلقه داریم که مجزا هم نیستن، یعنی حلقه‌های $G_1G_2G_4$ و G_1G_3. پس داریم:

$$\Delta=1-(G_1G_3+G_1G_2G_4)$$

مثال۲: دیاگرام بلوکی سیستمی مطابق شکل می‌باشد، تابع تبدیل $\dfrac{C}{D}$ کدام است؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)



۱) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_2G_3H_3+G_1G_2H_1}$

۲) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_1G_2H_1+G_1G_2G_3}$

۳) $\dfrac{G_2G_3}{1-G_2H_2-G_2G_3H_3-G_1G_2H_1-G_1G_2G_3}$

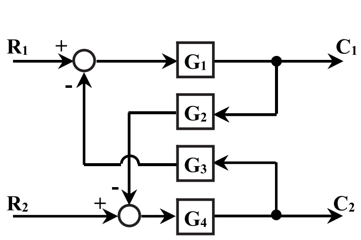
۴) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_2G_3H_3+G_1G_2H_1+G_1G_2G_3}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با یه نگاه به گزینه‌ها می‌بینیم که صورت گزینه‌ها همگی مثل هم هستن، پس نیاز به محاسبه مسیرها نداریم. فقط نیازه که مخرج (Δ) رو به‌دست بیاریم. با توجه به نمودار بلوک دیاگرام می‌بینیم که چهار حلقه داریم که هیچ‌کدوم مجزا نیستن، پس گزینه‌های (۱) و (۲) رد میشن، چـرا که توی مخرج شامل سه تا حلقه هستن.

حالا به حلقه‌های توی شکل دقت کنین، همگی دارای فیدبک منفی هستن. برای مثال بهره یکی از حلقه‌ها $-G_1G_2H_1$ است، یعنی بهره‌ها یـه منفـی دارن که توی فرمول Δ $(\Delta=1-\sum L_a+\cdots)$ با منفی توی فرمول ساده میشن و بنابراین ضریب مخرج همگی مثبته. پس گزینه (۴) جواب صحیحه.

مثال۳: در سیستم زیر، تابع بین ورودی R_1 و خروجی C_2 کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) $G_{21}=\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2G_4}$

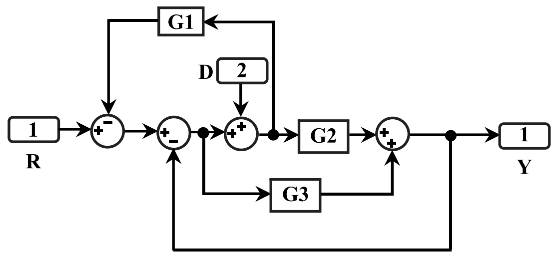
۲) $G_{21}=\dfrac{-G_1G_2G_3G_4}{1-G_1G_2G_4}$

۳) $G_{21}=\dfrac{-G_1G_2G_4}{1-G_1G_2G_3G_4}$

۴) $G_{21}=\dfrac{G_1G_2G_4}{1+G_1G_2G_3G_4}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» اگه به گزینه‌ها دقت کنیم متوجه می‌شیم که صورت‌ها و مخرج‌ها متفاوتن. از اونجایی که صورت‌ها شامل یک ترم هستن، پس راحت‌تـریم که در مورد صورت صحبت کنیم. از R_1 به C_2 یک مسیر بیشتر وجود نداره و بهره اون هم $P_1=-G_1G_2G_4$ هستش. پس گزینه (۳) جواب درسته.

مثال ۴: تابع تبدیل بین D و Y عبارت است از: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



۱) $\dfrac{G_۲}{۱+G_۱+G_۲+G_۳}$ ۲) $\dfrac{G_۲-G_۱G_۲}{۱+G_۱+G_۲+G_۳}$

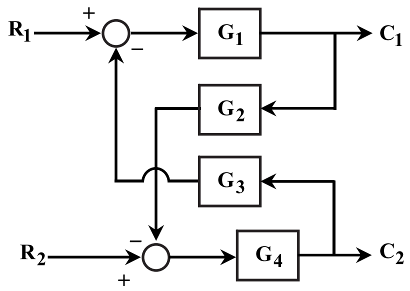
۳) $\dfrac{G_۲-G_۱G_۳}{۱+G_۱+G_۲+G_۳}$ ۴) $\dfrac{G_۲-G_۱(G_۲+G_۳)}{۱+G_۱+G_۲+G_۳}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» به مخرج گزینه‌ها دقت کنین. همگی یکی هستن، پس فقط کافیه به مسیرهای بین D و Y توی صورت گزینه‌ها دقت کنیم. اگه به شکل نگاهی بندازیم می‌بینیم که از D به Y دو تا مسیر وجود داره. پس گزینه‌های (۱) و (۴) غلطن.

مسیر اول $P_۱=G_۲$ و مسیر دوم $P_۲=-G_۱G_۳$

پس گزینه (۳) صحیحه.

مثال ۵: در سیستم کنترل دو ورودی و دو خروجی شکل مقابل تابع تبدیل $\dfrac{C_۲(s)}{R_۱(s)}$ کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۸)



۱) $\dfrac{-G_۱G_۲G_۴}{۱+G_۱G_۲G_۳G_۴}$ ۲) $\dfrac{-G_۱G_۲G_۴}{۱-G_۱G_۲G_۳G_۴}$

۳) $\dfrac{G_۱G_۲G_۴}{۱+G_۱G_۲G_۳G_۴}$ ۴) $\dfrac{G_۱G_۲G_۴}{۱-G_۱G_۲G_۳G_۴}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

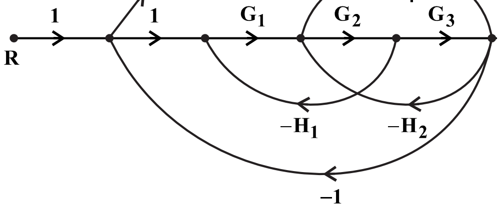
نکته: یادمون باشه اگه بهره حلقه‌ای منفی باشه توی فرمول میسون با ضریب مثبت میاد و برعکس.

اگه به نمودار بلوک ـ دیاگرام نگاه کنیم می‌بینیم که یه حلقه داریم که $L=+G_۱G_۲G_۴G_۳$ داره، پس ضریب حلقه تو فرمول میسون (Δ) منفیه. یعنی گزینه‌های (۱) و (۳) غلط هستن. از $R_۱$ به $C_۲$ هم یه مسیر بیشتر نیست، یعنی: $P=-G_۱G_۲G_۴$

پس گزینه (۲) جواب درسته.

نکته: یادمون باشه که علامت بهره مسیر تو صورت تابع تبدیل تغییر نمیکنه (برعکس مخرج) و با همون علامت ظاهر میشه.

مثال ۶: در گراف سیگنال شکل زیر، R ورودی و E خروجی است. تابع تبدیل $\dfrac{E}{R}$ کدام است؟ (مهندسی هسته‌ای ـ دکتری ۷۵)



۱) $\dfrac{۱+G_۱G_۴+G_۱G_۲G_۳}{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲+G_۱G_۲G_۳+G_۴H_۲+G_۱G_۴}$

۲) $\dfrac{۱}{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲+G_۱G_۲G_۳+G_۴H_۲+G_۱G_۴}$

۳) $\dfrac{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲+G_۴H_۲}{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲+G_۱G_۲G_۳+G_۴H_۲+G_۱G_۴}$

۴) $\dfrac{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۴H_۲}{۱+G_۱G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲+G_۱G_۲G_۳+G_۴H_۲+G_۱G_۴}$

مدرسان شریف

فصل سوم

«سیستم‌های مرتبه اول و دوم»

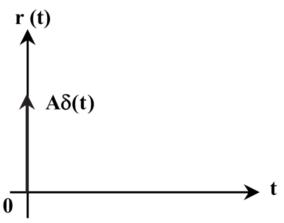
درسنامه: پاسخ گذرا و پاسخ حالت دائم

پاسخ گذرا از این جهت اهمیت داره که با سه سؤال اساسی ارتباط داره:

۱) تحلیل پایداری　　۲) تحلیل سرعت　　۳) تحلیل پایداری نسبی

توی تحلیل پاسخ گذرا یه سری ورودی استاندارد برای تحلیل انتخاب می‌کنن که برای یادآوری به‌صورت زیر بیان میشن:

۱ـ ورودی ضربه‌ای

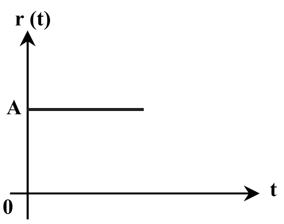


ورودی ضربه تو حوزه زمان و تبدیل لاپلاس اون به‌صورت زیر هست:

$$r(t)=A\delta(t)\xrightarrow{L}R(s)=A$$

به ازای $A=1$، تابع ضربه واحد $r(t)=\delta(t)$ به دست میاد.

۲ـ ورودی پله‌ای

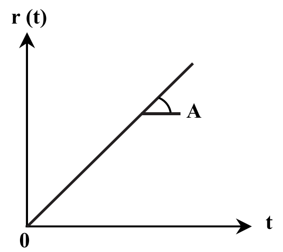


ورودی پله توی حالت کلی به صورت زیر هست:

$$r(t)=\begin{cases}A & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}\xrightarrow{L}r(t)=Au(t)\Rightarrow R(s)=\frac{A}{s}$$

به ازای $A=1$، تابع پله واحد به دست میاد و معمولاً اون رو با $u(t)$ نشون میدن.

۳ـ ورودی شیب

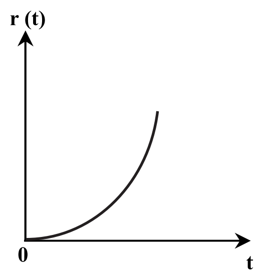


ورودی شیب تو حالت کلی برابرِ با:

$$r(t)=\begin{cases}At & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}\xrightarrow{L}r(t)=Atu(t)\Rightarrow R(s)=\frac{A}{s^2}$$

به ازای $A=1$، تابع شیب واحد به دست میاد و معمولاً اون رو با $r(t)$ نشون میدن.

۴ـ ورودی سهمی



ورودی سهمی تو حالت کلی برابرِ با:

$$r(t)=\begin{cases}At^2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}\xrightarrow{L}r(t)=At^2u(t)\Rightarrow R(s)=\frac{2A}{s^3}$$

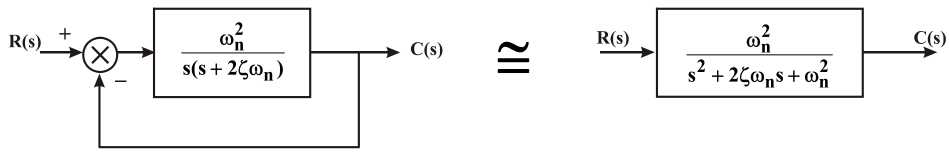
به ازای $A=\frac{1}{2}$، ورودی سهمی واحد به دست میاد که تبدیل لاپلاس اون $\frac{1}{s^3}$ است و معمولاً اون رو با $S(t)$ نشون میدن.

سیستم‌های مرتبه اول

معمولاً سیستم‌هایی که تحلیل پاسخ گذرای اون‌ها برامون مهمه سیستم‌های مرتبه اول و دوم هستن. نمایش صفر ـ قطب ـ بهره یه سیستم مرتبه اول به‌صورت $G_p(s)=\dfrac{k}{s+a}$ هستش که a، فرکانس نمایی (قطب) و k رو نیز بهره سیستم میگن. نمایش ثابت زمانی سیستم مرتبه اول به‌صورت $G_p(s)=\dfrac{k}{\tau s+1}$ است که τ ثابت زمانی سیستم رو نشون میده.

سیستم‌های مرتبه دوم

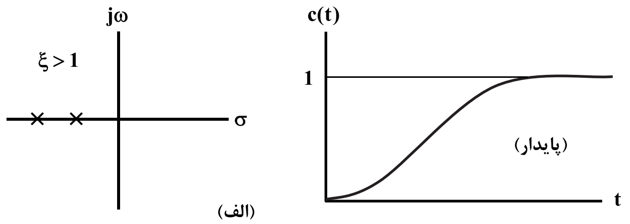
سیستم‌های مرتبه دوم به صورت حلقه بسته $T(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ بیان میشن و هرکدوم از پارامترهای ω_n و ζ معنای خاصی دارن و رفتار سیستم رو تعیین می‌کنن. در زیر، هم نمایش حلقه بسته و هم نمایش حلقه باز نشون داده شده.



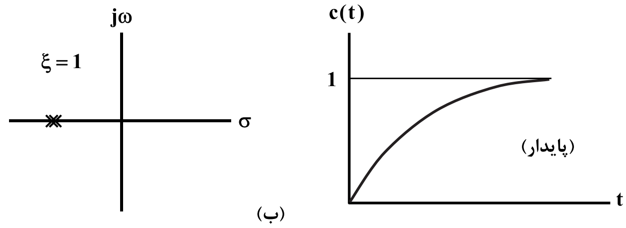
سیستم مرتبه دوم الگوی حلقه باز

سیستم مرتبه دوم الگوی حلقه بسته

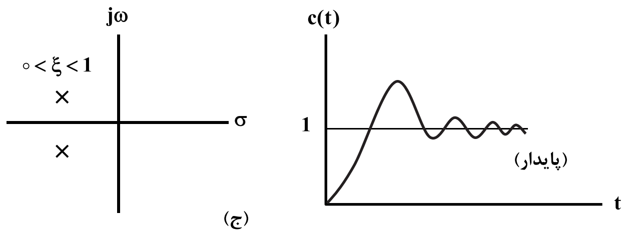
ζ: نسبت میرایی، $\zeta\omega_n$: ضریب میرایی و ω_n فرکانس طبیعی نامیرای سیستم رو نشون میدن. می‌تونیم سیستم مرتبه دوم رو به شکل $\dfrac{k}{s^2+as+k}$ هم نشون بدیم. در این حالت، معادله مشخصه برابر با $\Delta(s)=s^2+as+k$ است. حالا با توجه به قطب‌های سیستم پاسخ‌های زیر رو برای سیستم درجه دوم داریم:



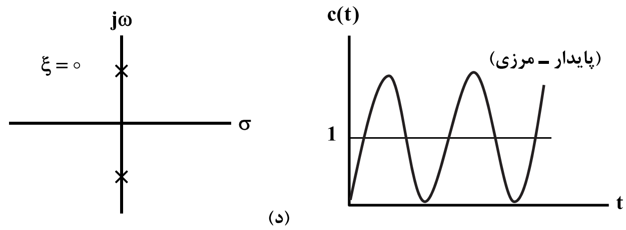
(الف)



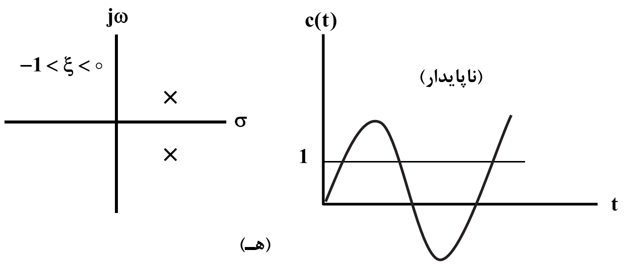
(ب)



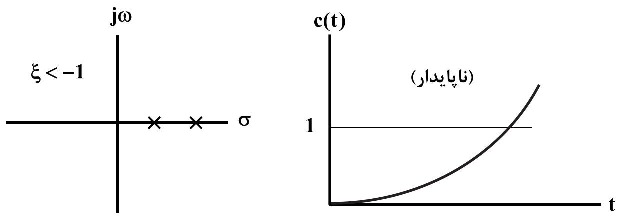
(ج)



(د)



(هـ)



(ز)

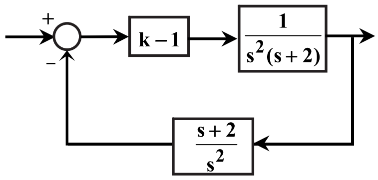
باز هم جدول روث هرویتز برای حل تست‌های این مبحث خیلی به ما کمک می‌کنه. همچنین دو تا قضیه مقدار اولیه و نهایی که تو معادلات دیفرانسیل یاد گرفتیم به دردمون خواهد خورد. فرض کنید لاپلاس تابع $f(t)$ برابر با $F(s)$ باشه، اگه $f(t)$ شامل تابع ضربه و مشتقات اون نباشه اونوقت داریم:

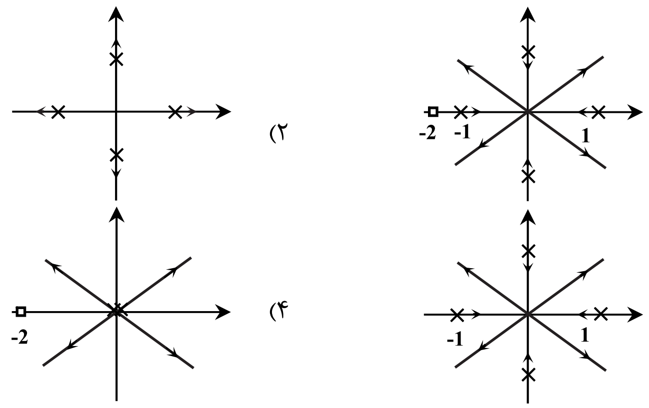
$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to\infty} f(t)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s) & \text{(مقدار نهایی)}\\ \lim\limits_{t\to 0} f(t)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s) & \text{(مقدار اولیه)}\end{cases}$$

خُب حالا بیاین چندتا مثال حل کنیم.

یادمون باشه صفرها رو با «$\circ$» و قطب‌ها رو با «$\times$» نشون میدن. علامت پیکان هم معمولاً تغییرات k رو نشون میده. اگه $k > \circ$ باشه، علامت پیکان از قطب‌ها به سمت صفرها میره و اگه $k < \circ$ برعکس میشه.

مثال ۲: مکان هندسی قطب‌های سیستم حلقه بسته مقابل برای $k > \circ$ کدام‌یک از موارد زیر است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)





پاسخ: گزینه «۱» تنها کاری که باید انجام بدیم اینه که تابع تبدیل رو به‌دست بیاریم:

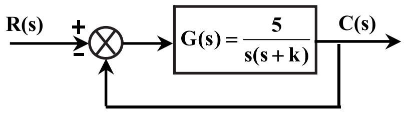
$$T(s) = \frac{(k-1)(\frac{1}{s^2(s+2)})}{1+\frac{s+2}{s^2}\frac{k-1}{s^2(s+2)}} = \frac{(k-1)s^2}{s^4(s+2)+(s+2)(k-1)}$$

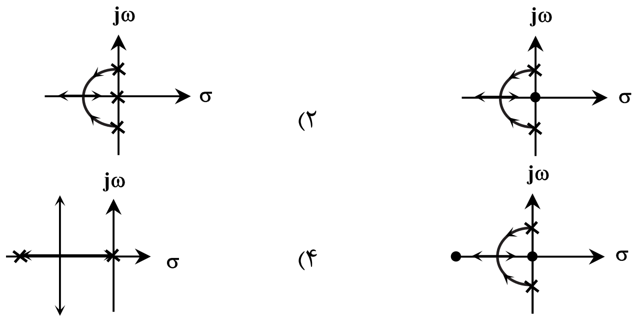
پس معادله مشخصه میشه:

$$(s+2)(s^4+k-1)=\circ$$

یعنی $s=-2$ ، $s^4+k-1=\circ$ که اگه به‌صورت $1+kG'(s)=\circ$ مرتبش کنیم، داریم $1+\frac{k}{s^4-1}=\circ$. پس چهار تا قطب داریم که از $s^4-1=\circ$ به‌دست میان. یعنی $s=\pm 1$ و $s=\pm i$. اگه به گزینه‌ها دقت کنیم، به‌راحتی متوجه میشیم گزینه (۴) غلطه. k مثبته، پس اگه نقطه‌ای روی محور حقیقی بخواد جزو مکان بشه باید تعداد صفر و قطب‌های سمت راستش عدد فرد باشه، پس گزینه (۲) هم غلطه. تفاوت گزینه (۱) و (۳) هم در نشون دادن $s=-2$ هست که اگه دقت کنیم موقعی که می‌خواستیم تابع تبدیل رو به‌دست بیاریم $s=-2$ می‌تونست حذف بشه، پس توی این سؤال به‌صورت «□» نشون داده و گزینه صحیح همون گزینه (۱) هست.

مثال ۳: مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه سیستم زیر به ازای مقادیر مختلف پارامتر k عبارت است از: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)





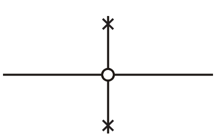
پاسخ: گزینه «۱» اول تابع تبدیل رو به‌دست میاریم:

$$T(s) = \frac{(\frac{5}{s(s+k)})}{1+\frac{5}{s(s+k)}} = \frac{5}{s^2+ks+5}$$

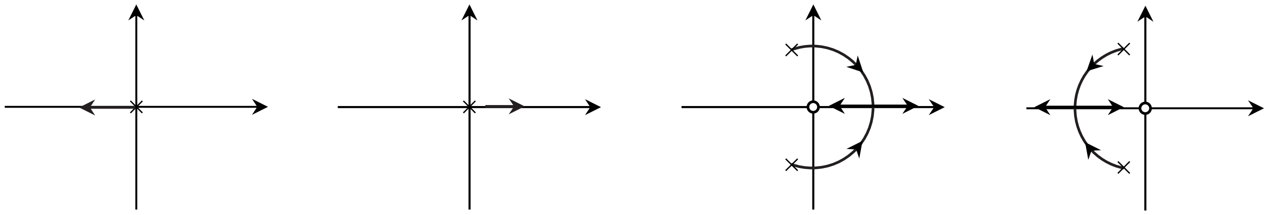
پس $\Delta(s)=s^2+ks+5$. حالا بیایم به‌صورت $1+kG'(s)$ مرتبش کنیم.

$$s^2+ks+5=\circ \Rightarrow 1+\frac{ks}{s^2+5}=\circ$$

پس یه صفر و $s=\circ$ و دو تا قطب $s=\pm\sqrt{5}i$ داریم.

سریع میشه گزینه‌های (۲) و (۴) رو حذف کرد، چون آرایش صفر و قطب‌ها باید به‌صورت  باشه. گزینه (۳) هم غلطه چون یک صفر اضافه هم داره.

مثال۴: سیستمی با معادلات حالت $\begin{cases}\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -\lambda\end{pmatrix}x(t)+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}u(t)\\ y(t)=(1\ \ 1)x(t)\end{cases}$ **توصیف می‌گردد. در صورتی که** $u(t)=-[1\ \ 1]x(t)$ **باشد، مکان هندسی قطب‌های سیستم حلقه بسته به ازای تغییرات** $0\le\lambda$ **چیست؟** (مهندسی برق ـ سراسری ۸۸)



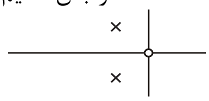
(۴) (۳) (۲) (۱)

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگه $u=-(1\ \ 1)x(t)$ رو در معادله قرار بدیم، داریم:

$$\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & -\lambda-1\end{pmatrix}x$$

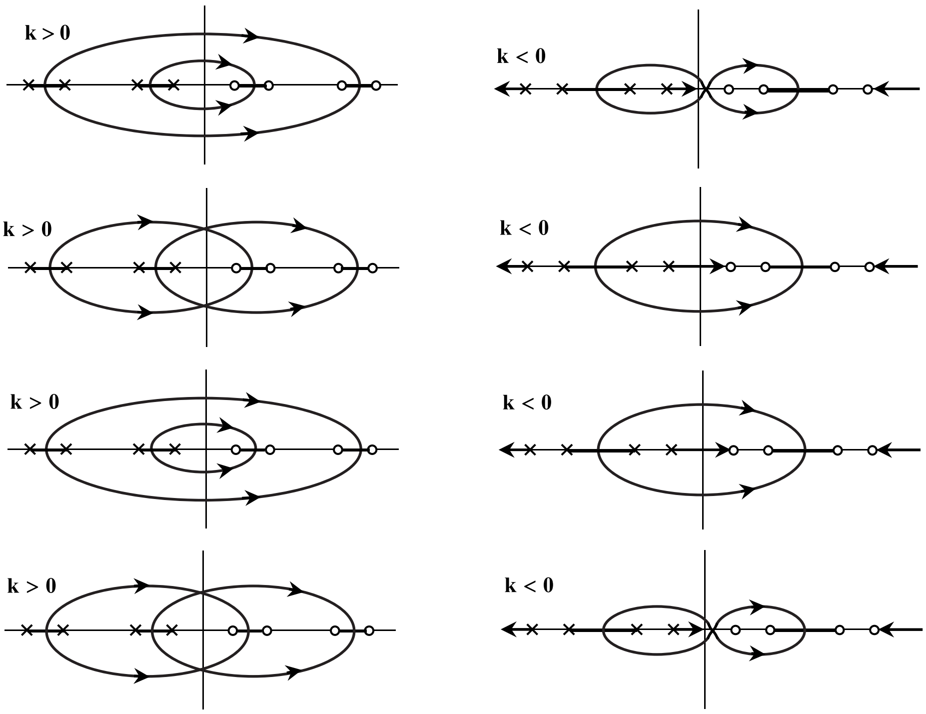
اگه معادله مشخصه رو به‌صورت $\det(sI-A)=0$ به‌دست بیاریم، داریم:

$$\Delta(s)=s^2+s\lambda+s+1=0$$

حالا بیایم به‌صورت $1+\lambda G'(s)=0$ مرتبش کنیم که میشه $1+\frac{\lambda s}{s^2+s+1}$. پس یه صفر توی مبدأ $(s=0)$ داریم و دو تا قطب $s=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$، بنابراین آرایش صفر و قطب  میشه. با این حساب گزینه‌های (۳) و (۴) رد میشن. برای اینکه ببینیم گزینه (۱) یا (۲) درسته بیایم مثلاً $s=-2$ رو در نظر بگیریم. تعداد قطب‌ها و صفرهای سمت راستش یه عدد فرد هست ولی چون $0\le\lambda$ است، پس جزو مکان نیست، یعنی گزینه (۲) صحیحه.

مثال ۵: مکان هندسی ریشه‌های سیستم زیر کدام گزینه است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۹۰)

$$GH(s)=\frac{(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}\qquad -\infty<k<\infty$$



۱)
۲)
۳)
۴)

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» اول لازمه دو تا نکته که تو حل بعضی تست‌ها نیاز میشه رو بدونیم:

۱ـ نمودار مکان هندسی ریشه‌ها به‌ازای $k>0$ و $k<0$ همدیگه رو قطع نمی‌کنن.

۲ـ اگه صفرها و قطب‌ها نسبت به یک خط تقارن داشته باشن، حتماً مکان هندسی هم نسبت به اون خط متقارنه.

اگه به گزینه‌ها نگاه کنیم، می‌بینیم که فقط توی گزینه (۳)، شاخه‌ها به ازای $k>0$ با شاخه‌ها به‌ازای $k<0$ تقاطعی ندارن. پس گزینه (۳) صحیحه.

فصل هفتم

«نایکوئیست»

درسنامه: محک نایکوئیست

تو این درسنامه قصد داریم در مورد یک روش تحلیل پایداری با استفاده از نمودار نایکوئیست صحبت کنیم که به اون «محک نایکوئیست» میگن. محک نایکوئیست یه ابزار گرافیکی ساده برای بررسی پایداری (چه مطلق و چه نسبی) هست. این روش از یه نگاشت تو اعداد مختلط استفاده میکنه و بعد با استفاده از تعیین تعداد دورهای نمودار تو یه نقطه خاص که در موردش صحبت می‌کنیم، تعیین میشه که سیستم حلقه بسته یا پایدار هست یا نیست. البته قبل از اینکه بحث رو شروع کنیم لازمه چند نکته رو بدونین.

نکته ۱: می‌دونیم که قطب‌های تابع تبدیل حلقه $L(s)$ با قطب‌های $1+L(s)$ برابر هستن و صفرهای معادله مشخصه $1+L(s)$ همون قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته سیستم هستن.

مثلاً فرض کنید $L(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$ باشه، پس قطب‌هاش $s=-1$ و $s=-2$ هستن.

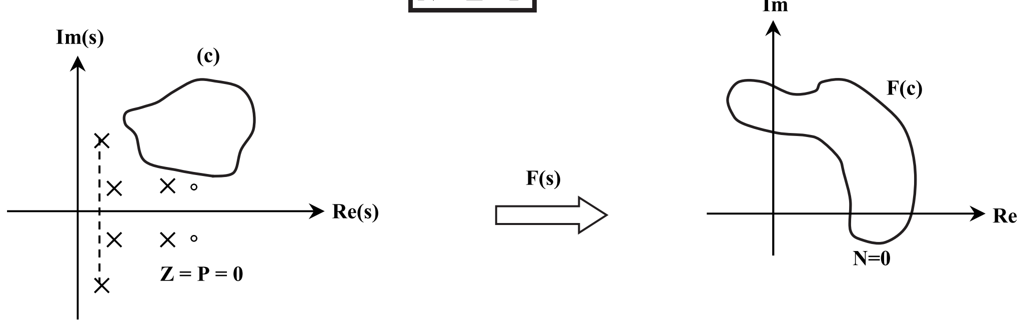
حالا اگه $1+L(s)$ رو تشکیل بدیم برابر با $1+\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{(s+1)(s+2)+1}{(s+1)(s+2)}$، باز قطب‌ها $s=-1$ و $s=-2$ هستن.

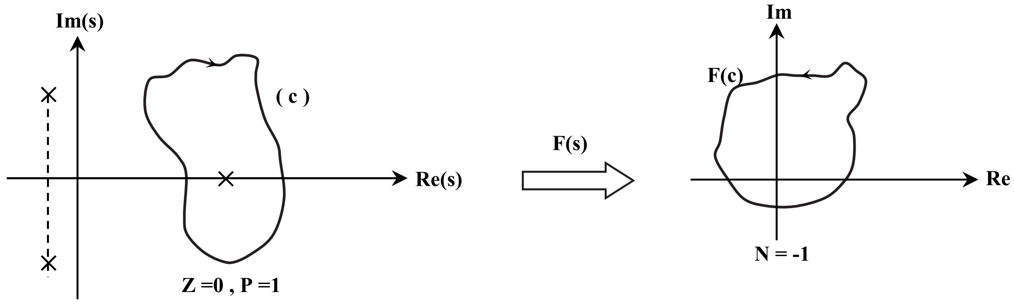
حالا اگه صفرهای $1+L(s)$ رو به‌دست بیاریم باید معادله $(s+1)(s+2)+1=0$ رو حل کنیم که می‌دونیم قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته $\left(\frac{L(s)}{1+L(s)}\right)$ هم از همین رابطه به‌دست میاد.

نکته ۲: اگر c یک مسیر بسته پیوسته در صفحه s باشه و با این فرض که هیچ‌یک از صفرها یا قطب‌های تابع نگاشت $F(s)$ روی این مسیر قرار نگیرن، اونوقت نگاشت مسیر c توسط تابع مختلط $F(s)$، یعنی $F(c)$ هم یک مسیر بسته و پیوسته خواهد بود، به طوری که جهت پوشش مبدأ توسط $F(c)$ به مسیر انتخابی c تو صفحه s بستگی داره. تو حالت کلی اگه مسیر c در جهت ساعت انتخاب شه و تعداد Z و P صفر و قطب درون مسیر بسته c قرار بگیرن، اونوقت $F(c)$ که نگاشت‌یافته $F(s)$ تحت مسیر c هست، مبدأ رو $N=Z-P$ بار تو جهت ساعت دور میزنه. به طور خلاصه اگه تعریف کنیم:

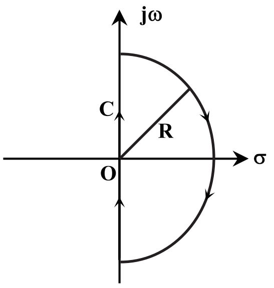
N: تعداد دفعاتی که $F(c)$ مبدأ رو دور میزنه (برای مسیر c جهت رو ساعتگرد در نظر می‌گیریم)، Z: تعداد صفرهای $F(s)$ درون c، P: تعداد قطب‌های $F(s)$ درون c. اونوقت تعداد دورهای ساعتگرد:

$$\boxed{N=Z-P}$$





نمی‌خواهیم بحث رو پیچیده کنیم، فقط خواستیم مقداری از نگاشت بحث کنیم. مهم نتیجه کاربردی هست که می‌خواهیم ازش استفاده کنیم. پس تعریف مسیر نایکوئیست رو هم بگیم و بعدش نتیجه اصلی رو بیان کنیم.



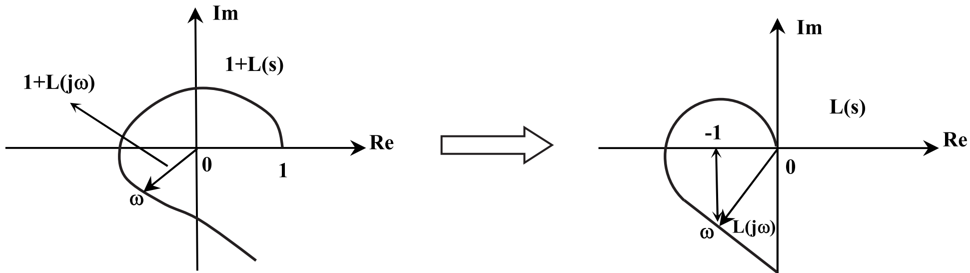
مسیر نایکوئیست: مسیر نایکوئیست c نیم‌دایره‌ای به شعاع R است که R به سمت بی‌نهایت میل می‌کنه به طوری که مسیر c کل نیم‌صفحه راست رو دربر بگیره.

دقت کنید که اگه Z تعداد صفرهای ناپایدار $1+L(s)$ باشه، بنابه قضیه نگاشت با انتخاب $F(s)=1+L(s)$ خواهیم داشت: $Z=P+N$

که P تعداد قطب‌های ناپایدار $1+L(s)$ هستش. لذا برای اظهارنظر در مورد پایداری باید N رو تعیین کنیم.

فرض کنید مسیر نگاشته شده تحت تابع $F(s)$ در دسترس باشد، به‌این ترتیب با شمارش N و داشتن قطب‌های ناپایدار $1+L(s)$ که همون قطب‌های $L(s)$ هستن، می‌تونیم تعداد صفرهای ناپایدار $1+L(s)$ رو تعیین کنیم.

> به عبارت ساده‌تر، تعداد قطب‌های ناپایدار سیستم حلقه بسته برابر با تعداد قطب‌های ناپایدار سیستم حلقه باز به علاوه تعداد دفعاتی هست که نمودار نایکوئیست مبدأ رو دور میزنه. اما معمولاً به جای تابع نگاشت $1+L(s)$ از تابع نگاشت حلقه $L(s)$ استفاده می‌کنیم. در واقع مسیر $F(c)$ در صفحه نگاشت رو یک واحد به سمت چپ حرکت میدیم. در این حالت N به جای مبدأ نسبت به نقطه $-1+j0$ شمارش میشه.



خلاصه محک پایداری نایکوئیست

> **شرط پایداری سیستم حلقه بسته $Z=0$**
>
> **حالت اول:** سیستم حلقه باز پایدار باشه $(P=0)$، تو این حالت شرط پایداری $N=0$ خواهد بود.
>
> **حالت دوم:** سیستم حلقه باز ناپایدار باشه $(P\neq 0)$، تو این حالت شرط پایداری $N=-P$ است، یعنی نمودار نایکوئیست باید P بار خلاف جهت ساعت نقطه $(-1,0)$ رو دور بزنه.
>
> **حالت سوم:** اگه $N>0$، یعنی نمودار نایکوئیست نقطه $(-1,0)$ رو در جهت ساعت دور بزنه، مستقل از مقدار P سیستم حلقه بسته همواره ناپایدار خواهد بود. تعداد قطب‌های ناپایدار تو این حالت مجدداً از رابطه $Z=N+P$ قابل محاسبه هستن.

اما برای حل تست‌ها باید چکار کنیم:

یادمون باشه که نمودار نایکوئیست تابع تبدیل $L(s)$، همون نگاشت نیم‌دایره زیر تو صفحه s، وقتی $R\to\infty$ میل می‌کنه توسط تابع $L(s)$ هست.