سؤالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

زبان عمومی

PART A: Grammar 1

1- The popularity of game theory has varied ..... economics.

1) to be introduced by
2) in order to introduce into
3) since its introduction into
4) from its introduction by

2- Although there are many definitions of epistemology, ... is probably ..... Brian MacMahonetal.

1) most widely accepted one - by
2) the one most wide accepted – from
3) one mostly wide accepted – those by
4) the most widely accepted - that of

3-This debate, ... on such values as equality and liberty, may never be finally resolvable.

1) it turns
2) turning as it does
3) which it turns
4) turning it does

4- Experiments involve introducing a planned intervention, ... a "treatment" into a situation.

1) as usually referred to
2) as usually referring to
3) referring usually as
4) usually referred to as

5- Research in the history of the family has progressed from the narrow view of the family as a household unit ..... as a process over the entire lives of its members.

1) to consider itself
2) of considering it such
3) to considering it
4) for considering such

6- In every war, each side tends to regard its own goals as legitimate and ..... illegitimate.

1) those of the other as
2) one of the other as
3) ones for others being
4) that for others being

7- Inflation is generally taken to be the rise of prices, or, ..., the fall of the general purchasing power of the monetary unit.

1) to put other way round
2) to put it round other way
3) putting the way other round
4) put the other way round

8- ..... the human brain is a "language learning" organ is provided by neurological studies of language disorders.

1) Supporting further the view which
2) To support further the view which
3) Further supporting the view that
4) Further support for the view that

9- Mass media ..... a new social institution, concerned with the production of knowledge ..... sense of the word.

1) together comprising - in the widest
2) together comprise - in the widest
3) altogether comprised of - in most widely
4) is altogether comprised of - in most widely

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

■ در این بخش، چند متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤالاتی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آن‌چه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

بعد از ساخت اولین سلول مصنوعی، شاهد پیشرفت کوچک دیگری در زمینه ساخت ارگانیزم‌های مصنوعی هستیم: سیستم گوارش مصنوعی. توانایی اصلی این سیستم، می‌تواند کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل باشد. روبات‌هایی که بتوانند غذای خود را تامین و تغذیه کنند. [۱]

در تلاش برای تولید چنین روبات‌هایی، محققان به استفاده از مواد انرژی‌زای آلی به عنوان منبع انرژی روی آوردند. روبات‌ها با داشتن سامانه قابل تغذیه خود قادر خواهند بود برای مدت طولانی‌تری بدون دخالت انسان کار کنند. چنین روبات‌هایی در گذشته نیز به نمایش در آمده‌اند؛ روبات‌هایی که می‌توانستند به کمک سلول‌های سوختی میکروبی یا MFC انرژی تولید کنند. هر چند تاکنون، هیچ‌کس روی راهی برای دفع زباله زیادی که این روبات‌ها بر جا می‌گذارند، کار نکرده است. [۲]

کریس ملهویش مدیر یک آزمایشگاه علوم روباتی می‌گوید؛ این روبات‌ها به یک سیستم گوارش مصنوعی احتیاج داشتند. او از سه سال پیش تاکنون به همراه گروه کاری‌اش روی این موضوع کار کرده است که در نتیجه موفق به ساخت روبات اکوبوت ۳ شده‌اند. [۳]

ملهویش تاکید می‌کند که diarrhoea-bot روبات خیلی بهتری خواهد بود. البته این روبات هم زباله تولید خواهد کرد؛ اما اولین روباتی است که با سوخت آلی و بدون کمک انسان کار می‌کند. مدل‌های قدیمی‌تر اکوبوت نشان دادند که می‌توان نیروی کافی را برای انجام فعالیت‌های اولیه روبات و بعضی از رفتارهای پیچیده‌تر روبات، مانند حرکت به سمت منبع نور، تولید کرد. هر چند بعد از تغذیه روبات، کار تمیز کردن و جمع‌آوری فضولات توسط انسان انجام می‌شود. [۴]

با طراحی یک دستگاه گوارش در روبات، اکوبوت ۳ می‌تواند به مدت یک هفته به فعالیت خود بدون دخالت انسان ادامه دهد و بدون کمک، از آب و غذای مخصوص خود استفاده کند. اکوبوت مثل یک روبات حرف‌گوش‌کن، هر بیست و چهار ساعت یک بار، زباله‌اش را در یک سطل آشغال خالی می‌کند. [۵]

یروپولوس می‌گوید راز این سیستم هاضمه، در استفاده از سیستم بازیابی متکی بر یک پمپ رولی است که با کمک نیروی جاذبه کار می‌کند. این سیستم مانند روده بزرگ انسان، حرکات موجی شکل همراه با فشاری در طول مجرا ایجاد می‌کند که باعث خارج‌شدن مواد زاید از آن می‌شود. [۶]

در ابتدای فرآیند هضم، روبات با چسبیدن به یک تغذیه کننده، مواد غذایی لازم را به دست می‌آورد. با این کار، مقداری از محلول نیمه فرآوری شده مغذی وارد دهان روبات می‌شود و از آن‌جا بین چهل و هشت MFC مجزا در درون روبات پخش می‌شود. این مایع در واقع غذایی شامل مواد معدنی، نمک مخمرها و مواد مغذی دیگر است. هر چند این غذا ظاهر زشتی دارد و به ظاهر بدمزه است، اما برای باکتری‌های موجود در شکم روبات دلچسب‌ترین غذا است! [۷]

در قلب این فرآیند، یک واکنش اکسایش ـ کاهش قرار دارد که در دهلیز آند MFC روبات رخ می‌دهد. همین طور که باکتری مواد آلی را سوخت و ساز می‌کند، اتم‌های هیدروژن آزاد می‌شوند. الکترون‌های هیدروژن، به الکترود مهاجرت کرده، جریان الکتریسیته تولید می‌کنند. به طور همزمان، یون‌های هیدورژن از لایه نازک مبادله پروتون عبور می‌کنند و وارد دهلیز کاتد سلول MFC که حاوی آب است، می‌شوند. در این‌جا اکسیژن حل شده در آب با پروتون‌ها ترکیب می‌شود و آب بیشتری تولید می‌کند. از آن‌جا که مایع همراه غذا به مرور بخار می‌شود، روبات باید به طور مرتب آب بنوشد که آن را از یک ورودی دیگر دریافت می‌کند. [۸]

سلول‌ها در دو ردیف بیست‌وچهارتایی قرار داشته و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که نیروی جاذبه بتواند تمامی مواد هضم نشده باقی‌مانده را به سمت یک مخزن مرکزی باریک هدایت و در آن‌جا جمع‌آوری کند. محتویات به طور مرتب از درون این مخزن بازیافت و به مخزن تغذیه کننده روبات هدایت می‌شوند تا قبل از دفع شدن، حداکثر انرژی از آن به دست آید. [۹]

یروپولوس می‌گوید: دفع مواد زاید نه تنها از پر و مسدود شدن سلول‌ها جلوگیری می‌کند، بلکه هر گونه ماده اسیدی تولید شده در دستگاه گوارش روبات را که ممکن است باعث مسموم کردن باکتری‌ها شود، از بین می‌برد. آن‌طور که از شواهد برمی‌آید، با وجود فرآیند بازیافت، سلول‌های سوختی قادرند چیزی در حدود یک درصد انرژی شیمیایی موجود در غذایشان را استخراج کنند. بر پایه توضیحات یروپولوس، روبات در حال حاضر از قطعات موجود در بازار استفاده می‌کند، بنابراین استفاده از قطعات سفارش شده و تغییر شکل آن‌ها به نحوی که سطح تماس بیشتری داشته باشند تا باکتری‌ها بتوانند خود را به آن بچسبانند، می‌توانند موجب تولید انرژی به مراتب بیشتری شود. [۱۰]

پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

زبان عمومی

قسمت اول: گرامر ۱

۱ـ گزینه «۳» محبوبیت «نظریه بازی» از زمان مطرح شدنش در اقتصاد متنوع بوده است.

توضیح گرامری: مبدأ زمان + since یکی از علائم زمان حال کامل است. زمان حال کامل بر انجام کار یا روی دادن حالتی دلالت می‌کند که از زمان گذشته شروع شده و تا زمان حال ادامه یافته است یا اثر آن تاکنون باقی مانده باشد. ساختار آن به صورت زیر است.

فاعل + have/has + p.p

He has lived here since childhood. از بچگی، او در اینجا زندگی کرده است.

توضیح تست: از آنجا که **has varied** در این جمله نشان دهنده **زمان حال کامل** است، بنابراین جمله با گزینه (۳) که در آن واژه **since** به کار رفته کامل می‌شود.

گزینه (۴) نیز علاوه بر اینکه from در اینجا کاربرد ندارد، به دلیل استفاده از حرف اضافه نادرست by نادرست است.

۲ـ گزینه «۴» اگرچه تعاریف زیادی از معرفت‌شناسی وجود دارد، اما مقبول‌ترین تعریف احتمالاً متعلق به بریان مک ماهونتال است.

توضیح گرامری: قید عالی به صورت زیر ساخته می‌شود:

the + most + قید → the most widely

به این نکته توجه کنید که قبل از **قید عالی** باید حتماً از حرف تعریف **the** استفاده کنیم.

توضیح تست: accepted صفت است بنابراین باید از قید قبل از آن استفاده کرد. پس گزینه (۴) صحیح است.

The most widely accepted.

حرف تعریف قید صفت

۳ـ گزینه «۲» این بحث چون که ارزش‌هایی مثل آزادی و برابری را مطرح می‌کند، ممکن است هرگز قابل حل نباشد.

توضیح گرامری: turning as it does شکل دیگری از since it turns است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۴ـ گزینه «۴» آزمایش‌ها معمولاً شامل مداخله برنامه‌ریزی‌شده‌ای هستند که غالباً «تداخل» نامیده می‌شود.

توضیح گرامری: قیدهای تکرار عبارتند از: always, usually, sometimes, often,

جای قیدهای تکرار در جمله، قبل از فعل اصلی یا بعد از فعل کمکی یا to be است.

She had always assumed that Gabriel was a girl name. او همیشه فکر می‌کرد که گابریل اسم دخترانه است.

فعل اصلی فعل کمکی

It is often difficult to translate poetry. ترجمه شعر اغلب دشوار است.

فعل to be

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

پاسخ سؤالات متن (۱)

۱۰۱ـ گزینه «۱» در متن به این گزینه، در سطرهای اول و دوم به وضوح اشاره شده است. اما گزینه ۲ که می‌گوید (سلول مصنوعی کلیدی برای گوارش مصنوعی) به راحتی با توجه به مطالب سطر اول رد می‌شود، چون می‌گوید پس از ساخت سلول مصنوعی شاهد پیشرفت دیگری هستیم و صحبت از کلیدی بودن سلول مصنوعی برای روبات‌ها نشده است و گزینه‌های ۳ و ۴ به خودی خود رد می‌شوند، چون سیستم گوارش مصنوعی براساس سطر ۵ فقط کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل است نه اینکه روبات‌ها ساخته شده باشد و حالا نگران سیستم گوارشی آن باشیم.

۱۰۲ـ گزینه «۳» به پاراگراف چهارم دقت کنید آنجا که ملهویش راجع‌به روبات diarrhoea – bot حرف می‌زند.

بررسی گزینه ۱: براساس سطر ۱ در پاراگراف ۴ این گزینه نمی‌تواند صحیح باشد. هیچ جای دیگری گفته نشده است که اکوبوت ۳ زباله بیشتری بر جای می‌گذارد.

بررسی گزینه ۲: در سطر ۳ پاراگراف (۲) گفته شده است که MFC راهی برای تولید انرژی است و به خصوص که راجع به اولین MFC صحبت شده است و تا آخر پاراگراف ۹ در رابطه با بدست آمدن انرژی توضیح می‌دهد. بنابراین این گزینه غلط است.

بررسی گزینه ۴: با توجه به پاراگراف ۲ سطر ۲ و ۳ این گزینه نیز صحیح نیست.

۱۰۳ـ گزینه «۴» چون تقریباً تمام انرژی حاصل از سوخت مصرف می‌شود و مواد زاید برای زیست محیطی ندارد و حتی آب اضافی هم به چرخه‌ی مصرف روبات بازگردانده می‌شود.

۱۰۴ـ گزینه «۴» I صحیح نمی‌باشد چون در پاراگراف ۸ سطر ۱ می‌گوید در قلب این **فرآیند**، اما عبارت I می‌گوید؛ در قلب MFC روبات، که صحیح نیست چون روبات قلب ندارد.

عبارت گزینه II در پاراگراف ۹ اشاره شده است و صحیح است و عبارت III در پاراگراف ۶ اشاره شده است و صحیح است پس گزینه ۴ که II و III را صحیح می‌داند، گزینه مناسب است.

۱۰۵ـ گزینه «۱» در پاراگراف ۷ به خصوص در سطر آخر توضیح کامل داده شده است.

بررسی گزینه ۲: پاراگراف ۶ اشاره می‌کند که سیستم گوارش روبات ۲ به کمک نیروی جاذبه کار می‌کند نه صرفاً با نیروی جاذبه پس گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد.

بررسی گزینه ۳: پاراگراف ۸ می‌گوید، آب اضافه تولید می‌شود اما در هیچ قسمتی گفته نشده است که بخشی از آن جذب و بخش دیگری دفع می‌شود.

بررسی گزینه ۴: پاراگراف ۱۱، ۱۲ و ۱۳ به عقیده رابرت فینکل اشتاین در این مورد اشاره می‌کند، اما در پاراگراف ۱۳ نظر نویسنده یکی از مزیت‌های MFC را توضیح می‌دهد. پس این گزینه هم صحیح نمی‌باشد. در واقع اشتاین از فناوری MFC انتقاد می‌کند و آن را بی‌فایده می‌داند و در پاراگراف دیگر EATR را که به جای خوردن یا هضم کردن مواد انرژی‌زای آلی انرژی خود را از سوزاندن آن به دست می‌آورد، برجسته می‌سازد.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۱۰۶ـ گزینه «۲» چون گزینه (۱) می‌گوید هدف اصلی نویسنده اشاره به کاستی‌های گروه اُپرا است در حالی که ما می‌بینیم که همه تلاش‌ها اعم از مثبت و منفی را راجع به گروه اُپرا توضیح می‌دهد پس تنها نمی‌خواهد کاستی‌های آنها را نشان بدهد.

گزینه (۳) می‌گوید بر شمردن دانشمندانی که بر علیه انیشتن موضع گرفته‌اند، که این طور نیست. فقط گروه اُپرا و با این مورد خاص مورد بررسی قرار گرفته است.

گزینه (۴) هرچند در پاراگراف ۷ دیدگاه‌های مختلف بیان شده است اما به خصوص در سطور آخر به نظر می‌رسد که دانشمندان با بی‌طرفی به این آزمایشات می‌نگرند و قصدشان فقط تقابل نیست. در سطر ۳۶ می‌گوید دانشمندان همیشه خودنسرد و بی‌طرف تلاش می‌کنند و یا در سطر ۳۷ می‌گوید (اگر نتایج آزمایش‌های اخیر تأیید شود) پس منتظر تأیید هم هستند و نه فقط تقابل با آن.

سؤالات مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ یک موتور القایی سه فاز $50\,Hz$ با سرعت $1440\,rpm$ می‌چرخد. اگر توزیع هادی‌های موتور به گونه‌ای باشد که هارمونیک‌های سوم، پنجم و هفتم فضایی میدان نیز در فاصله هوایی بین روتور و استاتور وجود داشته باشند. سرعت نسبی بین میدان‌های گردشی هارمونیک پنجم و هارمونیک اصلی کدام است؟ (یادآوری: هارمونیک فضایی موجود در موتور القایی سه فاز $6m \pm 1$ است که m عدد صحیح است.)

۱) $1650\,rpm$ ۲) $1500\,rpm$ ۳) $1200\,rpm$ ۴) $1800\,rpm$

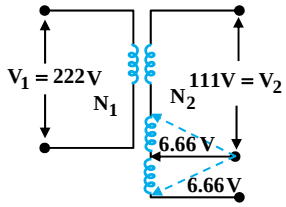
۲ــ ترانسفورماتوری به قدرت اسمی $500\,kVA$، مقاومت درصد $\%R_{eq} = \%3/75$ و راکتانس درصد $\%X_{eq} = \%5$ در حال کار با قدرت $400\,kVA$ است. ضریب قدرت مصرف کننده چقدر باشد تا تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور معادل صفر شود؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۵ ۳) ۰ ۴) ۱

۳ــ نسبت دورهای یک ترانسفورماتور تک فاز ۶ و $r_1 = 0/9\Omega$ و $x_1 = 5\Omega$، $x_2 = 0/3\Omega$ و $r_2 = 0/03\Omega$ است، ولتاژ $330\,V$ در فرکانس $50\,Hz$ به سیم‌پیچ فشار قوی اعمال شده و سیم‌پیچ فشار ضعیف اتصال کوتاه شده است. جریان اتصال کوتاه در سیم‌پیچ فشار ضعیف (برحسب آمپر) و ضریب توان آن به ترتیب از راست به چپ چقدر است؟

۱) ۰/۲ ،۳۳/۴ ۲) ۰/۴ ،۲۵/۴ ۳) ۰/۲ ،۲۵/۴ ۴) ۰/۴ ،۳۳/۴

۴ــ در یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۵۰ هرتز با هسته آهنی به مقطع خالص ۴۰۰ میلی‌متر مربع ولتاژ سیم‌پیچ اولیه ۲۲۲ ولت و ثانویه ۱۱۱ ولت است و سیم‌پیچ سومی با تپ مرکزی ۶/۶۶ــ۰ــ۶/۶۶ولت نیز فراهم شده است. هرگاه چگالی شار مغناطیسی در این ترانسفورماتور از ۱ تسلا تجاوز نکند تعداد دورهای سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

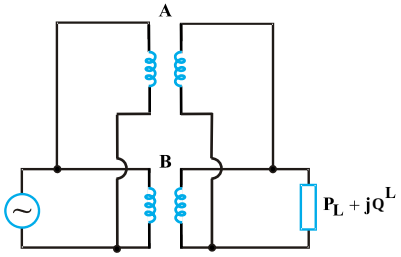


۱) ۱۲۵۰ ،۲۵۰۰
۲) ۱۰۰۰ ،۲۰۰۰
۳) ۲۵۰۰ ،۱۲۵۰
۴) ۲۰۰۰ ،۱۰۰۰

۵ــ در یک ترانسفورماتور تک فاز،حداکثر تنظیم ولتاژ برابر ۵% بوده و در ضریب توان ۰/۶ اتفاق می‌افتد. در بار کامل و در ضریب توان ۰/۸ پس فاز، ولتاژ دو سر بار تقریباً چند ولت است؟ از اثر شاخه تحریک صرف نظر می‌شود.

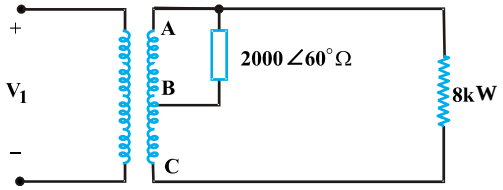
۱) ۲۱۵/۵ ۲) ۲۱۲/۵ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۱۷/۵

۶ــ در شکل زیر با صرفنظر کردن از شاخه مغناطیسی کننده برای دو ترانسفورماتور A و B؛ $|Z_A| = |Z_B|$ است. در صورتی که بار $P_L + jQ_L = 0/8 + j0/4$ برحسب P.U (پریونیت) باشد مشخص کنید که اختلاف بین توان‌های اکتیو دو ترانسفورماتور چند برابر اختلاف توان‌های راکتیو دو ترانسفورماتور است؟



۱) ۰/۸
۲) ۰/۵
۳) ۰/۲۵
۴) ۱/۲

۷ــ در ترانسفورماتور ایده‌آل شکل زیر، سیم‌پیچی اولیه ۳۰۰ دوری است. در طرف ثانویه تعداد دور بین A و B و نیز بین B و C برابر ۶۰۰ است. اولیه ترانسفورماتور به ولتاژ $2kV$ وصل شده و هر دو بار را تغذیه می‌کند. مقدار ضرب توان در اولیه کدام است؟



۱) ۰/۸۷
۲) ۰/۸۰
۳) ۰/۷۵
۴) ۰/۹۰

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ گزینه «۴» با توجه به سرعت داده شده برای روتور (N_m) و فرکانس تغذیه (f_s) می‌توان فهمید که سرعت سنکرون ناشی از هارمونیک اصلی برابر $N_{s_1}=۱۵۰۰\text{rpm}$ است (یعنی موتور ۴ قطب است)، از آنجایی که سرعت گردش میدان دوار ناشی از هارمونیک hام فضایی برابر $N_s=\pm\frac{N_{s_1}}{h}$ می‌باشد (که در آن علامت منفی مربوط به هارمونیک‌های ۵ و ۱۱ و ۱۷ و ... است) می‌توانیم سرعت گردش میدان دوار ناشی از هارمونیک فضایی پنجم را به صورت زیر به دست آوریم:

$$N_{s_5}=-\frac{N_{s_1}}{5}=-\frac{۱۵۰۰}{5}=-۳۰۰\text{rpm}$$

حال که سرعت میدان دوار ناشی از دو هارمونیک مورد نظر به دست آمده می‌توانیم سرعت نسبی بین آنها را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$N_{eq_{1,5}}=N_{s_1}-N_{s_5}=۱۵۰۰-(-۳۰۰)=۱۸۰۰\text{rpm}$$

۲ــ گزینه «۱»

روش اول: در تنظیم ولتاژ صفر باید ضریب قدرت مصرف‌کننده $(\cos\varphi_2)$ برابر ضریب قدرت امپدانس شاخه سری ترانسفورماتور یا به عبارتی برابر ضریب قدرت بحرانی باشد. لذا در این تست کافی است ضریب قدرت بحرانی $(\cos\varphi_{cr})$ را به دست آورید:

$$\cos\varphi_2=\cos\varphi_{cr}=\frac{X_{eq}}{Z_{eq}}=\frac{X_{eq}}{\sqrt{R_{eq}^2+X_{eq}^2}}=\frac{5}{\sqrt{5^2+3/75^2}}=0/8$$

روش دوم:

$$\%V.R=K_c(R_{eq}(po)\cos\varphi_2\pm X_{eq}(po)\sin\varphi_2)\times 100$$

$$\%V.R=0\Rightarrow R_{eq}(po)\cos\varphi_2\pm X_{eq}(po)\sin\varphi_2=0$$

$$3/75\cos\varphi_2\pm 5\sin\varphi_2=0\Rightarrow\tan\varphi_2=\pm 0/75\Rightarrow\cos\varphi_2=0/8$$

۳ــ «هیچ‌کدام از این گزینه‌ها صحیح نیست.» از آن‌جایی که آزمایش اتصال کوتاه داده شده در سمت فشار قوی صورت گرفته است، ابتدا باید امپدانس کل را از دید فشار قوی محاسبه کرد، پس می‌توان نوشت:

$$\vec{Z}_{eq_{HV}}=(R_1+jX_1)+a^2(R_2+jX_2)=(0/9+j5)+6^2(0/03+j0/3)=1/98+j15/8\Omega$$

با توجه به ولتاژ اتصال کوتاه داده شده که مربوط به سمت فشار قوی است، داریم:

$$\left|\vec{I}_{sc_{HV}}\right|=\frac{\left|\vec{V}_{sc_{HV}}\right|}{\left|\vec{Z}_{eq_{HV}}\right|}=\frac{330}{\sqrt{1/98^2+15/8^2}}=20/72\text{A}$$

مسأله جریان اتصال کوتاه در سیم پیچ فشار ضعیف را از ما می‌خواهد، پس باید جریان محاسبه شده در فوق را در نسبت تبدیل ضرب کنیم تا به سمت فشار ضعیف منتقل شود، بنابراین:

$$\left|\vec{I}_{sc_{LV}}\right|=a\left|\vec{I}_{sc_{HV}}\right|=6\times 20/72=124/34\text{A}$$

همین‌طور با توجه به امپدانس به دست آمده ضریب قدرت اتصال کوتاه برابر است با:

$$\cos\varphi_{sc}=\frac{R_{eq}}{\left|\vec{Z}eq\right|}=\frac{1/98}{\sqrt{1/98^2+15/8^2}}=0/12$$

توجه: اگر $X_2=0/13\Omega$ داده می‌شد و جریان اتصال کوتاه نیز از سمت LV خواسته می‌شد، گزینه ۱ صحیح بود.

نکته: برای تشخیص سیم‌پیچ فشار قوی می‌توان به این نکته توجه کرد که سیم‌پیچ فشار قوی دارای تعداد دور بیشتر و در نتیجه مقاومت اهمی بالاتری است، لذا مقادیر r_1 و x_1 مربوط به سیم‌پیچ فشار قوی خواهند بود.

سؤالات مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ یک ترانسفورماتور سه فاز $۱۲۵۰\,kVA$، $\frac{۲۰\,kV}{۰/۴\,kV}$ با ولتاژ اتصال کوتاه $۵(\%U_k)$ درصد مفروض است. ضریب توان این ترانسفورماتور در تنظیم ولتاژ صفر برابر ۰/۶ است. در بار کامل، تلفات مسی ترانسفورماتور چند kW است؟

۱) ۳۵/۰ ۲) ۴۲/۵ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۵۰/۰

۲ــ در یک ترانسفورماتور تکفاز، در آزمایش بی‌باری با ولتاژ نامی، تلفات بی‌باری برابر با $P_{oc} = P_e + P_h$ است. در این رابطه تلفات فوکو برابر با $P_e = k_e f^۲ B^۲$ و تلفات هیسترزیس برابر با $P_h = k_h f B^۲$ است. در ترانسفورماتور تکفاز دیگری با هسته، فرکانس و تعداد دور اولیه مشابه با ترانسفورماتور اول، ابعاد هسته و ولتاژ اولیه ۱/۲ برابر شده است. تلفات بی‌باری ترانسفورماتور دوم چند برابر تلفات بی‌باری نامی ترانسفورماتور اول خواهد بود؟

۱) $\frac{۱}{۱/۴۴}$ ۲) ۱/۴۴

۳) ۱/۲ ۴) تلفات بی‌باری هر دو با هم برابرند.

۳ــ اگر ابعاد هسته ترانسفورماتور B، k برابر ترانسفورماتور A و تعداد دورهای اولیه و ثانویه آنها یکسان باشند. در صورتی که در شرایط بی‌باری، هردو از یک منبع تغذیه شوند کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور B، $\frac{۱}{k^۲}$ برابر جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور A است.

۲) جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور B، $k^۲$ برابر جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور A است.

۳) جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور B، $\frac{۱}{k}$ برابر جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور A است.

۴) جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور B، k برابر جریان مغناطیس‌کنندگی ترانسفورماتور A است.

۴ــ مشخص کنید برای یک ترانسفورماتور کدام‌یک از عبارت زیر صحیح است؟

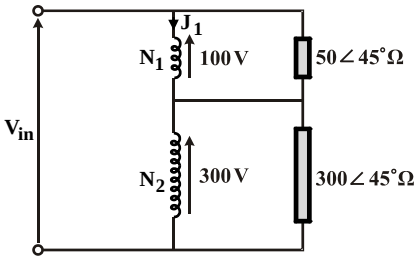
۱) کشیدن جریان پیشفاز از ثانویه باعث کاهش ولتاژ دو سربار نسبت به $E_۲$ می‌شود.

۲) جهت رعایت مسائل ایمنی، در آزمایش مدار باز بهتر است این آزمایش از سمت HV انجام شود.

۳) در جریان ثانویه $(I_۲)$ پیش فاز نسبت به $E_۲$، چگالی شار در سیم‌پیچ ثانویه کاهش می‌یابد.

۴) در جریان $(I_۲)$ پیش فاز نسبت به $E_۲$، شار نشتی ناشی از جریان ثانویه اثر مغناطیس‌کنندگی دارد.

۵ــ اتو ترانسفورماتور ایده‌آل شکل مقابل مفروض است. جریان عبور از سیم‌پیچ $N_۱$ کدام است؟



۱) $۰/۵\angle ۴۵^\circ$

۲) $۰/۵\angle ۱۳۵^\circ$

۳) $۰/۷۵\angle ۴۵^\circ$

۴) $۰/۷۵\angle ۱۳۵^\circ$

۶ــ تلفات یک ترانسفورماتور تکفاز برای جریان بار $(I_۲)$ عبارت است از: $aI_۲^۲ + bI_۲ + c$. مقدار تلفات در شرایطی که راندمان ترانسفورماتور حداکثر شده، کدام است؟

۱) $b\sqrt{\frac{c}{a}}$ ۲) $۲c + b\sqrt{\frac{c}{a}}$ ۳) $a + ۲c$ ۴) $a + \frac{b}{c}$

۷ــ دو ترانسفورماتور، یکی $۲۵۰\,kVA$ با امپدانس ۴% و دیگری $۵۰۰\,kVA$ با امپدانس ۶% به طور موازی کار می‌کنند. اولیه این دو ترانسفورماتور از یک محل تغذیه می‌شوند. اگر اضافه بار ۸% مجاز باشد حداکثر توان مورد بهره‌برداری از آن‌ها چند kVA است؟

۱) ۶۳۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۸۱۰ ۴) ۹۴۵

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ گزینه «۴» با توجه به اینکه ضریب قدرت در تنظیم صفر برابر ۰/۶ و امپدانس درصد نیز ۵% داده شده است. داریم:

$$\begin{cases}\cos\varphi_{cr}=\dfrac{X_{eq}}{Z_{eq}}\\ Z_{eq}=۵\% \Rightarrow ۰/۶=\dfrac{X_{eq}}{\%۵}\Rightarrow X_{eq}=۰/۶\times ۵\%=۳\%\\ \cos\varphi_{cr}=۰/۶\end{cases}$$

حال که X_{eq} بدست آمده می‌توان R_{eq} را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$Z_{eq}=\sqrt{R_{eq}^{۲}+X_{eq}^{۲}}\Rightarrow R_{eq}=\sqrt{Z_{eq}^{۲}-X_{eq}^{۲}}=\sqrt{۵^{۲}-۳^{۲}}=۴\%=P_{cu_n}(P.U)$$

با بدست آمدن تلفات مسی نامی برحسب P.U می‌توان بصورت زیر مقدار آن را برحسب W یا kW بدست آورد:

$$P_{cu_r}(W)=P_{cu_r}(P.U).S_b=۰/۰۴\times ۱۲۵۰=۵۰\,kW$$

۲ــ گزینه «۳» در شرایط یکسان اگر ابعاد ترانسفورماتور k برابر شود تلفات هسته آن $\frac{۱}{k}$ برابر می‌گردد. همینطور اگر فقط ولتاژ تغذیه k برابر شود (یعنی فرکانس ثابت بماند) تلفات هسته $k^{۲}$ برابر می‌گردد. پس در این تست می‌توان نوشت:

$$P_{oc}\sim\frac{۱}{k}\times k^{۲}\Rightarrow P_{oc}\sim k$$

یعنی در کل تلفات هسته k برابر می‌شود و چون در این ترانسفورماتور $k=۱/۲$ است پس تلفات هسته ۱/۲ برابر می‌گردد.

اثبات:

$$P_{oc}=P_h+P_e=k_h f B_{max}^{۲}+k_e f^{۲}B_{max}^{۲}$$

k_h و k_e = تابعی از حجم هسته

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{B_۲}{B_۱}\Rightarrow\frac{۱/۲V_۱}{V_۱}=\frac{(۱/۲)^{۲}A_۱}{A_۱}\times\frac{B_۲}{B_۱}\Rightarrow\frac{B_۲}{B_۱}=\frac{۱}{۱/۲}$$

$$\frac{P_{oc_۲}}{P_{oc_۱}}=\frac{k_{h_۲}fB_۲^{۲}+k_{e_۲}f^{۲}B_۲^{۲}}{k_{h_۱}fB_۱^{۲}+k_{e_۱}f^{۲}B_۱^{۲}}=\frac{(۱/۲)^{۳}k_{h_۱}f(\frac{۱}{۱/۲})^{۲}B_۱^{۲}+(۱/۲)^{۳}k_{e_۱}f^{۲}(\frac{۱}{۱/۲})^{۲}B_۱^{۲}}{k_{h_۱}fB_۱^{۲}+ke_۱f^{۲}B_۱^{۲}}=۱/۲$$

۳ــ گزینه «۳»

$$P_{oc}=P_h+P_e=V_{oc}I_{oc}=V_N I_m$$

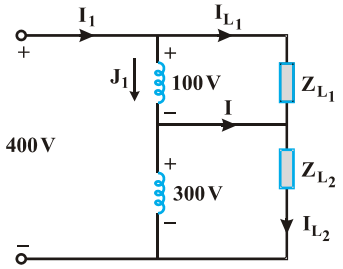
$$\Rightarrow P_{oc}=k_h fB_{max}^{۲}+k_e f^{۲}B_{max}^{۲}=k_h f(\frac{V_N}{۴/۴۴NAf})^{۲}+k_e f^{۲}(\frac{V_N}{۴/۴۴NAf})^{۲}=\frac{۱}{k}\times\text{عبارت ثابت}$$

بنابراین با k برابر شدن ابعاد هسته در ولتاژ تغذیه ثابت تلفات $\frac{۱}{k}$ برابر می‌شود.

$$\frac{P_{oc_۲}}{P_{oc_۱}}=\frac{۱}{k}=\frac{I_{m_۲}}{I_{m_۱}}$$

۴ــ گزینه «۳» چنانچه جریان بار ثانویه پیش‌فاز (اهمی خازنی) باشد چگالی شار در سیم‌پیچ ثانویه کمی کاهش می‌یابد.

۵ــ گزینه «۴» با توجه به ولتاژ و امپدانس هر مصرف‌کننده می‌توان جریان آن را به صورت زیر محاسبه نمود:



$$\vec{I}_{L_۱}=\frac{۱۰۰\angle ۰}{۵۰\angle ۴۵}=۲\angle -۴۵^\circ A\qquad \vec{I}_{L_۲}=\frac{۳۰۰\angle ۰}{۳۰۰\angle ۴۵}=۱\angle -۴۵^\circ A$$

توان مصرفی هر امپدانس برابر است با:

$$\vec{S}_{L_۱}=\vec{V}_{L_۱}\vec{I}_{L_۱}^{*}=۱۰۰\angle ۰\times(۲\angle -۴۵^\circ)^{*}=۲۰۰\angle ۴۵^\circ\ VA$$

$$\vec{S}_{L_۲}=\vec{V}_{L_۲}\vec{I}_{L_۲}^{*}=۳۰۰\angle ۰\times(۱\angle -۴۵^\circ)^{*}=۳۰۰\angle ۴۵^\circ\ VA$$

سؤالات مهندسی برق ـ قدرت

۱ـ ادمیتانس شاخه مغناطیس‌کننده یک ترانسفورماتور تکفاز ۱۰۰kVA، ۲۰۰۰V/۱۰۰V، ۵۰Hz برابر $۳\times۱۰^{-۴}-j۴\times۱۰^{-۴}$ پریونیت است. سمت فشار ضعیف ترانسفورماتور به ولتاژ نامی ۱۰۰ ولت متصل شده و سمت دیگر آن مدار باز می‌گردد. جریان و توان کشیده شده از منبع چقدر است؟

۱) ۳۰W, ۰/۳A ۲) ۳۰W, ۰/۵A ۳) ۵۰W, ۰/۳A ۴) ۵۰W, ۰/۵A

۲ـ کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد یک ترانسفورماتور واقعی دارای مقاومت سیم‌پیچ و اندوکتانس نشتی صحیح است؟

۱) حداکثر بازده ترانسفورماتور وقتی اتفاق می‌افتد که بار خازنی بوده و امپدانس خازنی بار مزدوج مختلط امپدانس نشتی ترانسفورماتور باشد.

۲) حداکثر بازده ترانسفورماتور به ازای بار مقاومتی و در شرایطی است که اندازه بار مقاومتی با اندازه امپدانس نشتی ترانسفورماتور برابر باشد.

۳) حداکثر بازده ترانسفورماتور به ازای بار مقاومتی و تحت شرایطی است که تلفات هسته با تلفات اهمی ترانسفورماتور برابر باشد.

۴) حداکثر بازده ترانسفورماتور مستقل از نوع بار است (سلفی یا مقاومتی) و فقط تحت شرایطی است که تلفات هسته و مس در ترانسفورماتور برابر باشند.

۳ـ دو ترانسفورماتور تکفاز A و B به صورت اتصال مثلث باز یک موتور القائی سه فاز را که در حال کار است تغذیه می‌کنند. ترانس A هیچ توان اکتیوی را به بار تحویل نمی‌دهد. ضریب قدرت موتور القائی چقدر است؟

۱) ۱/۰ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۸

۴ـ بازده شبانه‌روزی یک ترانسفورماتور ۱۵۰kVA با جدول عملکرد داده شده برابر ۹۶% است. اگر بازده حداکثر ترانسفورماتور در ۵۰ درصد بار نامی رخ دهد، تلفات بی‌باری ترانس چند کیلو وات است؟

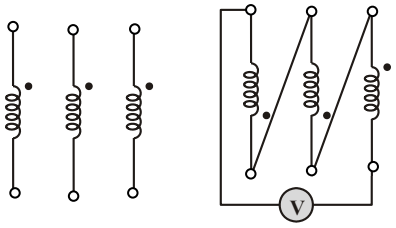
ساعت	توان خروجی	ضریب قدرت
۱۰	۱۲۰	۰/۸
۸	۱۵۰	۱
۶	بی‌بار	–

۱) $\frac{۲۵}{۲۴}$ ۲) $\frac{۷۵}{۲۴}$ ۳) $\frac{۵۰}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱۰۰}{۲۴}$

۵ـ در یک ترانسفورماتور تکفاز، تلفات فوکو و هیسترزیس به ترتیب توسط رابطه‌های $P_e = K_e f^۲ B^۲$ و $P_h = K_h f B^۲$ محاسبه می‌شوند. اگر در فرکانس ثابت، چگالی شار حالت دوم نسبت به حالت اول ۲۰ درصد افزایش یابد، آن‌گاه نسبت تغییرات تلفات بی‌باری به فرکانس حالت دوم به تغییرات تلفات بی‌باری به فرکانس حالت اول کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۰ ۴) ۱/۴۴

۶ـ در شکل زیر ولت‌متر برای اندازه‌گیری ولتاژ مثلث باز سمت مثلث یک ترانسفورماتور ستاره ـ مثلث استفاده شده است. در صورتی که سیم‌پیچ ستاره توسط ولتاژ سه فاز متقارن تغذیه شده و ولتاژ هریک از سیم‌پیچ‌های مثلث $V_۲$ باشد، قرائت ولت‌متر چه مقدار خواهد بود؟



۱) ۰
۲) $\sqrt{۳}V_۲$
۳) $V_۲$
۴) $۲V_۲$

۷ـ یک موتور القائی سه فاز ۵۰Hz از طریق یک ترانسفورماتور سه فاز به شبکه متصل است. تلفات تهویه و اصطکاک این موتور ثابت و برابر با ۶/۸kW فرض می‌شود. از تلفات هسته موتور و ترانسفورماتور صرف‌نظر می‌شود. زمانی که موتور در سرعت نامی ۱۴۷۰ rpm توان ۱۵۰kW را به بار می‌دهد، توانی که از شبکه کشیده می‌شود ۱۷۲/۸kW است. در این حالت تلفات مس روتور چند درصد کل تلفات مس مجموعه ترانسفورماتور و موتور است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۲۲ ۴) ۰/۳

۸ـ از پارامترهای مدل یک ترانسفورماتور توزیع سه فاز به قدرت ۳۱۵kVA مقادیر زیر مشخص شده است: راکتانس نشتی اولیه $X_۱ = ۱/۱\Omega$ و راکتانس مغناطیس‌کننده برابر با $X_m = ۸۸\Omega$ است. از میان حالات زیر کدام‌یک می‌تواند $X_۱$ و X_m یک موتور القائی سه فاز با قدرت تقریباً مشابه قدرت ترانسفورماتور مذکور باشد؟ (توجه: مواد اولیه مشابه هستند.)

۱) $X_m = ۷۸\Omega, X_۱ = ۰/۹\Omega$ ۲) $X_m = ۷۸\Omega, X_۱ = ۱/۳\Omega$ ۳) $X_m = ۹۸\Omega, X_۱ = ۰/۹\Omega$ ۴) $X_m = ۹۸\Omega, X_۱ = ۱/۳\Omega$

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ گزینه «۲» توان ورودی در حالت بی‌باری همان تلفات آهنی ترانسفورماتور است که همواره برابر مقدار پریونیتی کندانس شاخه مغناطیسی‌کننده است لذا:

$$P_{fe}(PU)=G_c(PU)=۳\times۱۰^{-۴}\ PU$$

$$P_{fe}(W)=P_{fe}(PU)\times S_n=۳\times۱۰^{-۴}\times۱۰۰\times۱۰^{۳}=۳۰\,W$$

جریان ورودی در حالت بی‌باری همان جریان بی‌باری ترانسفورماتور است که همواره برابر مقدار پریونیتی ادمیتانس شاخه تحریک است لذا:

$$I_o(PU)=|\vec{y}_{oc}(PU)|=\sqrt{(۳\times۱۰^{-۴})^{۲}+(۴\times۱۰^{-۴})^{۲}}=۵\times۱۰^{-۴}\ PU$$

$$I_{oc}(A)=I_{oc}(PU)\times I_n=۵\times۱۰^{-۴}\times\frac{۱۰۰\times۱۰^{۳}}{۱۰۰}=۰/۵A$$

۲ــ گزینه «۳» بازده حداکثر در ترانسفورماتورها در حالتی رخ می‌دهد که دو شرط زیر همزمان برقرار باشند:

الف) بار اهمی خالص باشد $(\cos\varphi=۱)$

ب) تلفات هسته (آهنی) برابر تلفات اهمی (مسی) باشد.

۳ــ گزینه «۳» در اتصال مثلث باز (V/V) توان هرفاز از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$P_a=V_{ab}I_a\cos(۳۰-\varphi)\qquad P_b=V_{bc}I_b\cos(۳۰+\varphi)$$

در صورتی توان یکی از فازها (یا ترانسفورماتورها) صفر می‌شود که $\cos(۳۰+\varphi)$ صفر شود لذا: $\cos(۳۰+\varphi)=۰\Rightarrow ۳۰+\varphi=۹۰\Rightarrow\varphi=۶۰^{\circ}$

یعنی در شرایطی که ضریب قدرت مصرف‌کننده $\cos\varphi=\cos۶۰^{\circ}=۰/۵$ باشد توان یکی از ترانسفورماتورها صفر می‌شود.

۴ــ گزینه «۱» با توجه به رابطه راندمان شبانه‌روزی داریم:

$$\eta=\frac{W_{out}}{W_{in}}=\frac{W_{out}}{W_{out}+\Delta W}=\frac{\sum P_{۲j}T_j}{\sum P_{۲j}T_j+(P_{fe}\sum T_j+\sum T_jP_{cuj})}$$

توان اکتیو خروجی در هر بازه زمانی در جدول صورت تست داده شده است. ضمناً در هر دو حالت بارداری یعنی $۱۲۰\,kW$ با $\cos\varphi=۰/۸$ و $۱۵۰\,kW$ با $\cos\varphi=۱$ توان ظاهری نامی که برابر همان $۱۵۰\,kVA$ است $(\frac{۱۵۰}{۱}=\frac{۱۲۰}{۰/۸}=۱۵۰\,kVA)$ از ترانسفورماتور عبور کرده پس تلفات مسی در این دو حالت همان مقدار نامی (تلفات مسی نامی) است. در بارگذاری حالت سوم که در واقع حالت بی‌باری است توان خروجی و تلفات مسی هر دو صفر هستند لذا:

$$۰/۹۶=\frac{(۱۲۰\times۱۰)+(۱۵۰\times۸)+(۰\times۶)}{(۱۲۰\times۱۰)+(۱۵۰\times۸)+(۰\times۶)+(P_{fe}\times۲۴)+(۱۰P_{cu_n})+(۸P_{cu_n})+(۶\times۰)}$$

با ساده‌سازی داریم:

$$۱۸P_{cu_n}+۲۴P_{fe}=۱۰۰\quad(I)$$

از طرفی طبق گفته صورت تست، راندمان حداکثر در ۵۰٪ بار نامی رخ می‌دهد یعنی ضریب بار حداکثر (K_{cm}) نیز $۰/۵$ است لذا با توجه به رابطه ضریب بار حداکثر داریم:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}=۰/۵\Rightarrow P_{cu}=۴P_{fe}\,(II)$$

با توجه به دو معادله بدست آمده (I و II) داریم:

$$(I),(II)\Rightarrow P_{fe}=\frac{۲۵}{۲۴}kW$$

۵ــ گزینه «۴» در فرکانس ثابت اگر چگالی میدان (B) به اندازه ۲۰٪ افزایش یابد هر دو تلفات فوکو و هیسترزیس و در نتیجه تلفات کل هسته $۱/۲^{۲}=۱/۴$ برابر می‌شوند زیرا در فرکانس ثابت داریم:

$$\frac{P_{h_۱}}{P_{h_۲}}=(\frac{B_۱}{B_۲})^{۲}=(\frac{B_۱}{۱/۲B_۱})^{۲}\Rightarrow P_{h_۲}=۱/۴۴P_{h_۱}\quad\text{و}\quad\frac{P_{e_۱}}{P_{e_۲}}=(\frac{B_۱}{B_۲})^{۲}=(\frac{B_۱}{۱/۲B_۱})^{۲}\Rightarrow P_{e_۲}=۱/۴۴P_{e_۱}$$

تلفات بی‌باری، مجموع تلفات فوکو و هیسترزیس است لذا:

$$P_{oc_۲}=P_{h_۲}+P_{e_۲}=۱/۴۴P_{h_۱}+۱/۴۴P_{e_۱}=۱/۴۴\underbrace{(P_{h_۱}+P_{e_۱})}_{P_{oc_۱}}\Rightarrow\frac{P_{oc_۲}}{P_{oc_۱}}=۱/۴۴$$

سؤالات مهندسی برق ـ قدرت

۱ـ یک موتور القایی فرضی سه فاز ۴۰۰ ولت با اتصال مثلث ۴ قطب ۵۰ هرتز تحت بار اسمی با سرعت اسمی ۱۴۵۰ دور در دقیقه کار می‌کند. مدار معادل بر فاز موتور پارامترهای زیر را برحسب اهم دارد:

$$R_1 = ۲ \ , \ R'_2 = ۰/۶ \ , \ X_1 = X'_2 = ۱ \ , \ R_c = ۲۰۰ \ , \ X_m = ۴۰$$

به کمک مدار معادل، جریان خط در بار کامل تقریباً چند آمپر است؟

۱) ۴۳ ۲) ۵۷ ۳) ۷۷ ۴) ۵۵

۲ـ پارامترهای مدار معادل یک موتور القایی قفس سنجابی سه فاز ۳۸۰ ولت، ۵۰ هرتز، ۱۴۵۰ دور بر دقیقه به ترتیب زیر است:

$$R_1 \approx ۰ \ , \ R_2 = ۰/۲۵ \frac{\Omega}{ph} \ , \ X_1 = X'_2 = ۰/۵ \frac{\Omega}{ph} \ , \ X_m = \infty$$

در کدام سرعت (rpm) بیشترین گشتاور ماشین اتفاق می‌افتد؟

۱) ۷۵۰ ۲) ۹۲۵ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۲۵۰

۳ـ در آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورماتور تک‌فاز به ازای اعمال پنج درصد ولتاژ نامی، جریان نامی در مدار برقرار می‌شود. در صورتی که تلفات در این حالت برابر با pu ۰/۰۳ باشد، تنظیم ولتاژ این ترانسفورماتور به ازای بار نامی با ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز چند pu است؟

۱) ۰/۰۲۴ ۲) ۰/۰۲۶ ۳) ۰/۰۴۲ ۴) ۰/۰۴۸

۴ـ بازده بیشینه یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۱۰۰kVA برابر ٪۹۰ و در ٪۸۰ بار کامل و ضریب توان ۰/۹ رخ می‌دهد. اختلاف سطح اتصال کوتاه ترانسفورماتور ٪۱۰ است، راکتانس نشتی ترانسفورماتور چند درصد است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۷/۸ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۵ـ یک ترانسفورماتور تک‌فاز به قدرت ۳۰kVA و امپدانس اتصال کوتاه به صورت یک سلف خاص و برابر j۰/۰۸ پریونیت در دسترس است. در شرایط نامی، ثانویه اتصال کوتاه می‌شود. توان ظاهری مصرفی ترانسفورماتور در این شرایط چند kVA است؟

۱) ۳۲۵ ۲) ۳۵۰ ۳) ۳۷۵ ۴) ۴۰۰

۶ـ در یک ترانسفورماتور جریان بی‌بار، ۶% جریان نامی و ضریب توان بی‌بار آن ۰/۲۵ و امپدانس سری در مدار معادل تقریبی آن (۲+j۴) پریونیت است. بازده ترانسفورماتور در چند درصد بار نامی، حداکثر می‌شود؟

۱) ۷۵/۷ ۲) ۸۱/۶ ۳) ۸۶/۵ ۴) ۹۱/۵

۷ـ وقتی که ولتاژ $V = V_m \cos \omega t$ بر سیم‌پیچی یک ترانسفورماتور اعمال می‌شود، تلفات کل در هسته آهن P_1 وات می‌شود. افت آمپر ـ دور در هسته قابل صرف‌نظر است. اگر کلیه ابعاد طولی (در سه امتداد x، y و z)، a برابر شود، و ولتاژ $V = ۲V_m \cos ۳\omega t$ بر همان سیم‌پیچی اعمال شود، مقدار جدید تلفات آهن چقدر می‌شود؟ تعداد دورهای سیم‌پیچی و نیز جنس و ضخامت ورقه‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند.

۱) $\frac{۳۶}{a^۴}$ ۲) $\frac{۴}{a^۴}$ ۳) $\frac{۳۶}{a}$ ۴) $\frac{۴}{a}$

۸ـ دو ترانسفورماتور ۴۰۰kVA و ۲۰۰kVA با هم موازی کار می‌کنند. مقاومت اهمی و راکتانس ترانسفورماتور اول به ترتیب۲ و ۴ درصد است. در شرایط ایده‌آل، کار موازی مقاومت اهمی (R) و راکتانس نشتی (X) ترانسفورماتور دوم چند درصد است؟

۱) $X = ۸ \ , \ R = ۴$ ۲) $X = ۴ \ , \ R = ۲$ ۳) $X = ۱۶ \ , \ R = ۸$ ۴) $X = ۲ \ , \ R = ۱$

۹ـ یک موتور القایی با ولتاژ ثابت تغذیه می‌شود و زیر یک بار با گشتاور معین کار می‌کند. امپدانس استاتور قابل صرف‌نظر است. با افزایش گشتاور بار تلفات اهمی روتور ..... و تلفات آهن هسته روتور ..... می‌یابد.

۱) افزایش ـ افزایش ۲) افزایش ـ کاهش ۳) کاهش ـ افزایش ۴) کاهش ـ کاهش

۱۰ـ در یک موتور القایی سه فاز ۵۰Hz، ۴ قطب، ۳hp و ۱۴۴۰rpm با صرف‌نظر کردن از تلفات مکانیکی، تلفات مسی روتور چند hp است؟

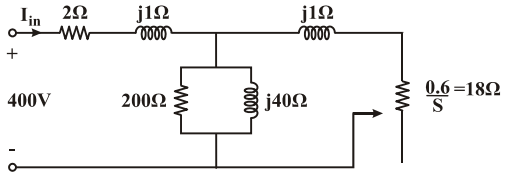
۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱۲۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

۱ــ گزینه «۱» با توجه به سرعت چرخش محور و اطلاعات موتور داریم:

$$N_s = \frac{۱۲۰\times ۵۰}{۴} = ۱۵۰۰\text{rpm} \Rightarrow S = \frac{۱۵۰۰-۱۴۵۰}{۱۵۰۰} = \frac{۱}{۳۰}$$

طبق اطلاعات داده شده می‌توان مدار معادل فازی موتور را به‌صورت زیر رسم نمود.



از روی مدار معادل فوق و با توجه به اتصال استاتور که به صورت مثلث است، جریان خط ورودی را می‌توان به‌صورت زیر به دست آورد:

$$|\vec{I}_{in}| = |\vec{I}_{Ph}|\times\sqrt{۳} = \frac{|\vec{V}_{in}|}{|\vec{Z}_{in}|}\times\sqrt{۳} = \frac{۴۰۰}{[(۱۸+j۱)\,||\,(۲۰۰\,||\,j۴۰)]+(۲+j۱)}\times\sqrt{۳} = ۴۳\text{A}$$

۲ــ گزینه «۳» با توجه به رابطه مربوط به محاسبه لغزش حداکثر داریم:

$$S_{T_{max}} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_{th}^۲ + (X_{th}+X'_{ro})^۲}} \xrightarrow[X_{th}=X_s=۰/۵]{R_{th}\simeq R_s=۰} S_{T_{max}} = \frac{۰/۲۵}{\sqrt{(۰/۵+۰/۵)^۲}} = ۰/۲۵$$

با توجه به این لغزش داریم:

$$N_m|_{T_{max}} = N_s(۱-S_{T_{max}}) = \frac{۱۲۰\times ۵۰}{۴}(۱-۰/۲۵) = ۱۱۲۵\text{rpm}$$

۳ــ گزینه «۴» چون به ازاء اعمال ۵% ولتاژ نامی، جریان عبوری از ترانسفورمر برابر مقدار نامی شده است می‌توان گفت: $\%U_k = \%Z = \%۵$

تلفات در آزمایش اتصال کوتاه که برابر تلفات مس نامی است نیز ۳% است لذا می‌توان نوشت:

$$\%P_{cu_n} = \%R_{eq} = \%۳$$

تنظیم ولتاژ در بارخواسته شده برابر است با:

$$\begin{cases} V.R = K_c(R_{eq}\cos\varphi + X_{eq}\text{Sin}\varphi) \\ K_c = ۱ \\ \cos\varphi = ۰/۸ \Rightarrow \sin\varphi = ۰/۶ \\ X_{eq} = \sqrt{\%Z_{eq}^۲ - \%R_{eq}^۲} = \sqrt{\%۵^۲ - \%۳^۲} = \%۴ = ۰/۰۴\text{pu} \end{cases} \Rightarrow V.R = ۱\times(۰/۰۳\times ۰/۸ + ۰/۰۴\times ۰/۶) = ۰/۰۴۸\text{pu} = ۴/۸\%$$

۴ــ گزینه «۲» با توجه به رابطه راندمان حداکثر داریم:

$$\eta_{max} = \frac{K_{cm}S_n\cos\varphi}{K_{cm}S_n\cos\varphi + ۲P_{fe}} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{۰/۸\times ۱۰۰\times ۰/۹}{۰/۸\times ۱۰۰\times ۰/۹ + ۲P_{fe}} \Rightarrow P_{fe} = ۴\text{kw}$$

از طرفی طبق رابطه مربوط به ضریب بار حداکثر می‌توان نوشت:

$$K_{cm} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}} \Rightarrow ۰/۸ = \sqrt{\frac{۴}{P_{cu_n}}} \Rightarrow P_{cu_n} = ۶/۲۵\text{kw} = \frac{۶/۲۵}{۱۰۰} = ۰/۰۶۲۵\text{pu} = \%۶/۲۵ = R_{eq}$$

از طرفی با توجه به ولتاژ اتصال کوتاه داده شده داریم:

$$\%X_{eq} = \sqrt{\%Z_e^۲ - \%R_{eq}^۲} = \sqrt{۱۰^۲ - ۶/۲۵^۲} = ۷/۸\%$$

سؤالات مهندسی برق ــ قدرت

ریاضیات مهندسی

۱ــ به ازای کدام اعداد مختلط، $\sin(i\bar{z}) = \overline{\sin(iz)}$ است؟

۱) $z_k = (k\pi - \frac{\pi}{2})i$ ۲) $z_k = k\pi i$ ۳) فقط z های حقیقی ۴) کلیه‌ی z ها

۲ــ هر سه تابع زیر را در دامنه‌ی تعریف خودش در نظر بگیرید. اگر z متغیر مختلط باشد. کدام گزینه، در مورد این سه تابع، درست است؟

$$g(z) = \frac{1}{z}\ ,\ g_2(z) = i\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{z+i}{i})^n\ ,\ g_1(z) = \int_0^{\infty} e^{-zt}dt$$

۱) $g_1(z) = g(z)$ ۲) $g_2(z) = g(z)$ ۳) $g_1(z) = g_2(z)$ ۴) هر سه توابع متفاوت هستند.

۳ــ تابع $f(z) = \begin{cases} A(\frac{\cosh z - 1}{z^2}) & , z \neq 0 \\ 1 & , z = 0 \end{cases}$، همه‌جا تحلیلی است. عدد ثابت A کدام است؟

۱) -2 ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۴ــ C یک خم بسته‌ی ساده در جهت مثلثاتی و مبدأ مختصات یک نقطه‌ی درون C می‌باشد. مقدار انتگرال $I = \frac{1}{2\pi i}\oint_c \frac{e^{tz}}{z^{n+1}}dz$، کدام است؟

۱) $\frac{t^n}{n!}$ ۲) $n!t^n$ ۳) $\frac{t^{n-1}}{n!}$ ۴) $\frac{t^{n+1}}{n!}$

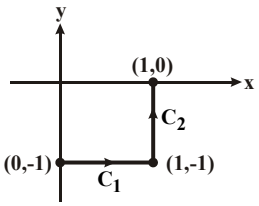
۵ــ تبدیل خطی کسری سه نقطه‌ی $(1,0,\infty)$ را به ترتیب به سه نقطهٔ $(2,1,-1)$ تبدیل می‌کند. نقاط ثابت این تبدیل، کدام است؟

۱) $z = 2 \pm i2\sqrt{2}$ ۲) $z = -2 \pm i2\sqrt{2}$ ۳) $z = -1 \pm i\sqrt{2}$ ۴) $z = 1 \pm i\sqrt{2}$

۶ــ مساحت شکل حاصل از تبدیل دایره‌ی یکه‌ی تحت نگاشت $w = f(z) = z + \frac{z^2}{2}$، در صفحهٔ w، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{3\pi}{4}$ ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) $\frac{5\pi}{4}$

۷ــ حاصل انتگرال $I = \int_C \bar{z}dz$، روی مسیر نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟



۱) $2i - 1$
۲) $1 - 2i$
۳) $2i$
۴) ۲

۸ــ ضریب z^3 در بسط لوران تابع $f(z) = \begin{cases} \frac{z^3}{\cosh z - 1} & ; z \neq 0 \\ 1 & ; z = 0 \end{cases}$، کدام است؟

۱) $-\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) ۰ ۴) ۱

۹ــ اگر $C: |z+i| = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\oint_C \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^3 + z}dz$، کدام است؟

۱) πie ۲) πie^{-i} ۳) πie^{i} ۴) صفر

۱۰ــ مقدار $\oint_{|z|=1}(e^{-\frac{1}{z^2}}\sin\frac{1}{z} + \frac{|\bar{z}|}{z^2})dz$، کدام است؟

۱) $-2\pi i$ ۲) ۰ ۳) $2\pi i$ ۴) $\frac{\pi}{2}i$

۱۱ــ با استفاده از بسط سری فوریه‌ی تابع $f(x) = x^2 + |x|$ در بازه‌ی $-1 < x < 1$، حاصل سری مقابل، کدام است؟ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1 - 3\cos(3n\pi)}{(n\pi)^2}$

۱) $\frac{5}{24}$ ۲) $\frac{5}{12}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{5}{3}$

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

ریاضیات مهندسی

توضیح مهم: از ۲۰ سؤال ریاضی مهندسی دکتری ۹۵، ۳ سؤال عیناً از متن مثال‌های تألیفی، ۳ سؤال عیناً از قسمت تست‌های طبقه‌بندی شده آمده و ۴ سؤال شبیه به تست‌های مختلف کتاب ریاضی مهندسی مدرسان شریف است که این موضوع بر کامل بودن و به روز بودن این کتاب مجدداً تأکید می‌کند و دلایل استفاده رتبه‌های تک‌رقمی و دانشجویان قوی را از این کتاب روشن می‌سازد، همچنین ۸ سؤال به روش مطالب کتاب در حوزه «رد گزینه‌ها» قابل پاسخگویی بودند؛ بنابراین توصیه می‌شود مطالب این قسمت نیز همواره موردنظر خوانندگان این کتاب قرار گیرد.

۱ــ گزینه «۲» سؤال را با سه روش حل می‌کنیم:

روش اول: با یک معادله‌ی مختلط روبه‌رو هستیم؛ ابتدا باید طرفین تساوی را بر حسب x و y بنویسیم؛ برای این منظور توجه کنید که با فرض $z = x + iy$، آن‌گاه $\overline{z} = x - iy$ خواهد بود. همچنین در فرآیند بازنویسی طرفین، از روابط زیر استفاده خواهیم کرد:

$$\begin{cases} \sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b \\ \sin(ix) = i \sinh x \ , \ \cosh(ix) = \cosh x \end{cases}$$

ابتدا سمت چپ را برحسب x و y می‌نویسیم:

$$\sin(i\overline{z}) = \sin i(x - iy) = \sin(ix + y) = \sin(ix)\cos y + \cos(ix)\sin y = \mathbf{i\sinh x \cos y + \cosh x \sin y}$$

حالا سراغ بازنویسی سمت راست تساوی می‌رویم، ابتدا $\sin iz$ را برحسب x و y نوشته و در نهایت $\overline{\sin iz}$ را تعیین می‌کنیم:

$$\sin i\overline{z} = \sin i(x + iy) = \sin(ix - y) = \sin(ix)\cos(y) - \cos(ix)\sin y = i\sinh x \cos y - \cosh x \sin y$$

بنابراین داریم:

$$\overline{\sin iz} = \mathbf{-\cosh x \sin y - i \cos y \sinh x}$$

حالا معادله‌ی داده شده در صورت سؤال به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\sin i\overline{z} = \overline{\sin iz} \Rightarrow i\sinh x \cos y + \cosh x \sin y = -\cosh x \sin y - i\cos y \sinh x \Rightarrow 2(\cosh x \sin y + i \cos y \sinh x) = 0$$

همان‌طور که ابتدا در محاسبات به‌دست آوردیم، عبارت داخل پرانتز همان $\sin i\overline{z}$ است و لذا داریم:

$$2\sin i\overline{z} = 0 \Rightarrow i\overline{z} = k\pi \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در } i} -\overline{z} = k\pi i \Rightarrow \overline{z} = -k\pi i \Rightarrow z = \mathbf{k\pi i}$$

روش دوم: به نظر می‌رسد مدنظر طراح سؤال، استفاده از اصل بازتاب بوده که اتفاقاً حل این تست را ساده‌تر می‌کند. تابع $f(z) = \sin iz$ همه‌جا تحلیلی است. در ضمن وقتی در $z = x + iy$ به جای y مقدار صفر را قرار دهیم، داریم: $f(x) = \sin(ix) = i\sinh x$ که عددی موهومی است؛ پس طبق اصل بازتاب داریم:

$$\overline{f(z)} = -f(\overline{z}) \Rightarrow \overline{\sin iz} = -\sin i\overline{z}$$

حالا می‌توانیم معادله‌ی مطرح شده در صورت سؤال را حل کنیم:

$$\sin i\overline{z} = \overline{\sin iz} \Rightarrow -\overline{\sin iz} = \overline{\sin iz} \Rightarrow 2\overline{\sin iz} = 0 \Rightarrow \sin iz = 0 \Rightarrow iz = n\pi \Rightarrow z = \frac{1}{i}n\pi \Rightarrow z = -n\pi i$$

در این‌جا $(-n)$ عددی صحیح است پس می‌توان گفت $z = k\pi i$ که $k \in \mathbb{Z}$.

روش سوم: وقتی یک معادله داریم که جواب اون خواسته شده، راحت‌ترین راه اینه که گزینه رو امتحان کنیم؛ اگه فرض کنیم $z = \frac{\pi}{2}i$ اونوقت داریم:

$$\begin{cases} \overline{\sin iz} = \overline{\sin i(\frac{\pi}{2}i)} = \overline{\sin(-\frac{\pi}{2})} = -1 \\ \sin i\overline{z} = \sin i(-\frac{\pi}{2}i) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases} \Rightarrow \overline{\sin iz} \neq \sin i\overline{z}$$

پس $z = \frac{\pi}{2}i$ جزو جواب‌های معادله نیست و این یعنی گزینه‌های (۴) و (۱) غلطن، چون میگن $z = \frac{\pi}{2}i$ می‌تونه جزو جواب‌های معادله باشه!؟

(تو گزینه (۱) اگه $k = 1$ در نظر بگیرید، به $z = \frac{\pi}{2}i$ می‌رسید) که گزینه (۱) قبولش داره!)

حالا باید از بین گزینه‌های (۲) و (۳) یکی رو حذف کنیم؛ گزینه (۲) میگه zهای مختلط که به صورت $k\pi i$ باشند و گزینه (۳) میگه نه فقط zهای حقیقی؛ می‌تونیم مثلاً $z = \pi i$ رو تو معادله امتحان کنیم. اگه صدق کرد، قطعاً گزینه ۳ غلط میشه و اگه صدق نکرد گزینه (۲) غلط میشه.

$$z = \pi i \Rightarrow \overline{\sin i(\pi i)} \stackrel{?}{=} \sin i(-\pi i) = 0$$

هر دو طرف صفر هستن، پس گزینه (۲) راست میگفت!!

سؤالات مهندسی برق ــ قدرت

ریاضیات مهندسی

۱ــ با فرض اینکه $x=-۲\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{(-۱)^n}{n}\sin(nx)$, $-\pi<x<\pi$ و $|x|=\frac{\pi}{۲}-\frac{۴}{\pi}\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{\cos(۲n-۱)x}{(۲n-۱)^۲}$, $-\pi<x<\pi$، آنگاه سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x)=\begin{cases}x\ , & ۰<x<\pi\\ ۰\ , & -\pi<x\le ۰\end{cases}$ کدام است؟

۱) $f(x)=\frac{\pi}{۴}-\frac{۲}{\pi}\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{(۲k-۱)^۲}\cos(۲k-۱)x-\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{k}(-۱)^k\sin(kx)$

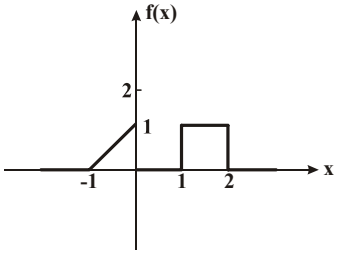
۲) $f(x)=\frac{\pi}{۴}-\frac{۲}{\pi}\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{(۲k-۱)^۲}\cos(۲k-۱)x+\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{k}(-۱)^k\sin(kx)$

۳) $f(x)=\frac{\pi}{۴}+\frac{۲}{\pi}\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{(۲k-۱)^۲}\cos(۲k-۱)x-\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{k}(-۱)^k\sin(kx)$

۴) $f(x)=\frac{\pi}{۴}+\frac{۲}{\pi}\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{(۲k-۱)^۲}\cos(۲k-۱)x+\sum_{k=۱}^{\infty}\frac{۱}{k}(-۱)^k\sin(kx)$

۲ــ برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریه آن را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$f(x)=\frac{۱}{\pi}\int_{۰}^{\infty}[A(\omega)\cos\omega x+B(\omega)\sin\omega x]d\omega$$



آنگاه حاصل انتگرال $\int_{۰}^{\infty}[A(\omega)]^۲d\omega$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{۲}{۳\pi}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

۳ــ اگر $f(x)=\int_{۰}^{\infty}\frac{۲\omega}{۱+\omega^۲}\sin\omega x d\omega$، آنگاه $I=\int_{۰}^{\infty}f(x)\sin^۳x dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳\pi}{۵}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{۸\pi}{۲۵}$

۴ــ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $u_{xx}+u_{yy}+u_y-u=۰$ در داخل مستطیل $a<x<b$ و $۰<y<۱$ به همراه شرایط مرزی $u(a,y)=u(b,y)=۰$ و $u(x,۰)=۰$ داده شده است. اگر برای این مسئله $u(x,y)=\sum_{k=۱}^{\infty}c_k u_k(x,y)$ باشد، که در آن c_kها ضرایب ثابت هستند، آنگاه $u_k(x,y)$ کدام است؟

۱) $(e^{r_۱y}-e^{r_۲y})\sin\alpha_k(b-x)\ ,\ \alpha_k=\frac{k\pi}{b+a}\ ,\ r=\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴(۱+\alpha_k^۲)}}{۲}$

۲) $(e^{r_۱y}-e^{r_۲y})\sin\alpha_k(b-x)\ ,\ \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}\ ,\ r=\frac{-۱\pm\sqrt{۲+\alpha_k^۲}}{۲}$

۳) $(e^{r_۱y}-e^{r_۲y})\sin\alpha_k(b+x)\ ,\ \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}\ ,\ r=\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴(۱+\alpha_k^۲)}}{۲}$

۴) $(e^{r_۱y}-e^{r_۲y})\sin\alpha_k(b-x)\ ,\ \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}\ ,\ r=\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴(۱+\alpha_k^۲)}}{۲}$

پاسخنامه مهندسی برق ــ قدرت

ریاضیات مهندسی

۱ــ گزینه «۱» سؤال در نگاه اول ساده به نظر نمی‌رسد؛ اما ساده‌تر از آن چیزی است که فکرش را بکنید! با نگاهی به داده‌های سؤال، گزینه‌ها و خواسته‌ی سؤال باید دنبال ارتباطی منطقی بین آن‌ها باشیم. به راحتی واضح است که $f(x)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x)=\frac{x+|x|}{2}=\begin{cases}x & ;\ 0<x<\pi\\ 0 & ;\ -\pi<x\le 0\end{cases}$$

بنابراین فقط کافی است که طرفین سری فوریه‌های دو تابع x و $|x|$ را با هم جمع کرده و تقسیم بر ۲ کنیم!

$$f(x)=\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin nx$$

همان‌طور که می‌بینید، با قرار دادن k به جای n به گزینه (۱) می‌رسیم. اگر دقت کنید هیچ‌گونه عملیاتی از فصل سری فوریه انجام ندادیم!

روش رد گزینه: هر چند سؤال راه‌حل تشریحی بسیار ساده‌ای داشت! اما به هر حال روش رد گزینه هم ارائه می‌شه؛ اولاً توجه کنید که به ازای $x=0$ حتماً باید مقدار تابع صفر بِشه (چون $f(0)=0$ هستش). تا این‌جا گزینه‌های (۲) و (۴) می‌پَرن! چرا که حاصل اونا هیچ‌وقت صفر نمیشه و مقدار هر دوی اونا به صورت $\frac{\pi}{4}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}$ درمیاد که عددی قطعاً مثبته و هیچ‌وقت صفر نمیشه. حالا باید از بین گزینه‌های (۱) و (۲) یکی‌رو حذف کنیم؛ تفاوت اونا تو علامت منفی پشت سری دومه، اگه $x=\frac{\pi}{2}$ قرار بدیم، جواب باید $\frac{\pi}{2}$ باشه؛ پس داریم:

$$x=\frac{\pi}{2}\text{ به ازای (۱) مقدار گزینه }=\frac{\pi}{4}-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k}\sin(\frac{k\pi}{2})$$

$$x=\frac{\pi}{2}\text{ به ازای (۲) مقدار گزینه }=\frac{\pi}{4}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k}\sin(\frac{k\pi}{2})$$

به نظر شما کدوم گزینه جوابه؟ گزینه‌ای جوابه که با $\frac{\pi}{4}$ عددی مثبت جمع بشه (تا بِشه $\frac{\pi}{2}$). اشتباه نکنین گزینه (۲) جواب نیست (علامت مثبت یا منفی نباید شمارو گول بزنه!)، مهم اینه که با احتساب علامت پشت سری کدوم عبارت مثبت میشه؛ به حاصل سری دقت کنین:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k}\sin(\frac{k\pi}{2})=\frac{(-1)^1}{1}\sin(\frac{\pi}{2})+0+\frac{(-1)^3}{3}\sin(\frac{3\pi}{2})=-1+\frac{1}{3}-+\cdots=-\frac{2}{3}-\cdots$$

حاصل این سری قطعاً یه عدد منفیه (چون $-\frac{2}{3}$ داره با یه عدد منفی دیگه جمع میشه). با این توضیحات گزینه (۱) می‌تونه جواب باشه؛ چرا که با ضرب علامت منفی پشت سری در مقدار خود سری، یک عدد مثبت ایجاد میشه که با $\frac{\pi}{4}$ جمع میشه!

۲ــ گزینه «۴» تنها سؤال نسبتاً جدید و جالب این آزمون! اگر طراح سؤال انتگرال $\int_0^{\infty}[A^2(\omega)+B^2(\omega)]d\omega$ را خواسته بود، به راحتی از تساوی پارسوال کمک می‌گرفتیم. اما در این سؤال طراح $\int_0^{\infty}A^2(\omega)\,d\omega$ را خواسته است و بنابراین باید $B^2(\omega)$ را به نوعی حذف کنیم. با جایگذاری $-x$ به‌جای xها در انتگرال فوریه $f(x)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases}f(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}[A(\omega)\cos\omega x+B(\omega)\sin\omega x]\,d\omega\\ f(-x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}[A(\omega)\cos(-\omega x)+B(\omega)\sin(-\omega x)]\,d\omega\end{cases}$$

با استفاده از زوج بودن کسینوس و فرد بودن سینوس داریم:

$$f(x)+f(-x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}2A(\omega)\cos\omega x\,d\omega\Rightarrow\frac{f(x)+f(-x)}{2}=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}A(\omega)\cos\omega x\,d\omega\Rightarrow\pi(\frac{f(x)+f(-x)}{2})=\int_0^{\infty}A(\omega)\cos\omega_x d\omega$$

دقت کنید که با توجه به این که ما در کتاب در فرمول برای نمایش انتگرال فوریه $f(x)$، $\frac{1}{\pi}$ را سمت راست نمی‌گذاریم و فرمول پارسوال نوشته شده هم بر این اساس است، در قسمت آخر فوق، π را به سمت چپ انتقال دادیم. بنابراین $A(\omega)$ ضریب انتگرال فوریه‌ی تابع زوج $g(x)=\pi\frac{f(x)+f(-x)}{2}$ است.

اکنون با استفاده از فرمول پارسوال داریم:

$$\int_0^{\infty}[A(\omega)]^2d\omega=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}g^2(x)\,dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}g^2(x)\,dx$$

سؤالات مهندسی برق ــ قدرت

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ــ مدارهای الکتریکی ۱ و ۲ ــ تحلیل سیستم‌های انرژی الکتریکی ــ ماشین‌های الکتریکی ۲)

۱ــ تابع متناوب f در یک دوره تناوب به‌صورت $f(x)=\begin{cases} x & ,\circ\le x\le a \\ 2a-x & ,a<x<2a \end{cases}$، تعریف شده است. سری فوریه مثلثاتی این تابع کدام است؟

۱) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{a}$

۲) $\frac{a}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}+\frac{2a}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{a}]$

۳) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4a}{\pi^2(2n-1)^2}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{a}$

۴) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}$

۲ــ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر از α جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\alpha u_t+u=\circ & \circ<x<1\ ,\ t>\circ \\ u(\circ,t)=u(1,t)=\circ & \forall t>\circ \\ u(x,\circ)=f(x) & u_t(x,\circ)=g(x);\ \circ<x<1 \end{cases}$$

۱) $[-\sqrt{1+\pi^2},\sqrt{1+\pi^2}]$

۲) $[-2\sqrt{1+\pi^2},2\sqrt{1+\pi^2}]$

۳) $(-\infty,4+4\pi^2)$

۴) $(-\infty,2+2\pi^2)$

۳ــ با جایگزینی $u(x,y)=w(x,y)e^{-(bx+ay)}$، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم $u_{xy}+au_x+bu_y+cu=\circ$، به‌کدام صورت در می‌آید؟

۱) $e^{-(bx+ay)}w_{xy}+(c-ab)w=\circ$

۲) $w_{xy}+(c-ab)e^{-(bx+ay)}w=\circ$

۳) $w_{xy}+(c+ab)w=\circ$

۴) $w_{xy}+(c-ab)w=\circ$

۴ــ برای پاسخ مسئله $\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}=\circ & \circ<x<\frac{\pi}{2},t>\circ \\ u(x,\circ)=\sin x\ ,\ u_t(x,\circ)=\cos x \\ u_x(\circ,t)=\circ\ ,\ u(\frac{\pi}{2},t)=\circ \end{cases}$، حاصل عبارت $u(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$، کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$

۲) $\sqrt{2}+1$

۳) $2\sqrt{2}$

۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵ــ در میله‌ای به طول $L=\pi$، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای u در زمان $t=1$ و مکان $x=\frac{L}{4}$، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t=u_{xx} \\ u(\circ,t)=u(L,t)=\circ \\ u(x,\circ)=\sin(\frac{2\pi}{L}x) \end{cases}$$

۱) e^{-4}

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-1}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-4}$

۴) e^{-1}

۶ــ می‌دانیم $f(z)$ یک تابع تام و $Re[f(z)]=u(x,y)=\alpha_1x^3+\alpha_2x^2y+\alpha_3xy^2+\alpha_4y^3+\beta_1x+\beta_2y$ است. در این صورت روابط بین ضرایب α_k و β_k در حالت کلی کدام است؟

۱) $\alpha_3=-3\alpha_1$، $\alpha_2=-3\alpha_4$، β_1، β_2 دلخواه

۲) α_1، α_4 صفر و بقیه ضرایب دلخواه

۳) α_2، α_3 صفر و بقیه ضرایب دلخواه

۴) α_kها صفر، β_1، β_2 دلخواه

۷ــ مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه $|\frac{z-1+i}{2z-3i}|=\frac{1}{2}$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) بیضی

۲) خط مستقیم

۳) دایره

۴) هذلولی

۸ــ حاصل انتگرال مقابل روی مسیر بسته C (دایره به مرکز مبدأ و شعاع واحد)، کدام است؟ $I=\oint_C Re\{z\}+iIm\{z^2\}dz$

۱) π

۲) $i\pi$

۳) $i\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{2}$

۹ــ اگر C مرز $|z|=3$ در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C\frac{dz}{z^2\sin z}$، کدام است؟

۱) πi

۲) $2\pi i$

۳) $\frac{\pi i}{2}$

۴) $\frac{\pi i}{3}$

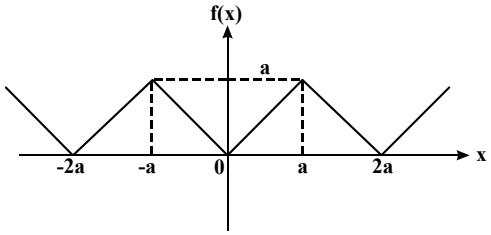
پاسخنامه مهندسی برق ـ قدرت

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ مدارهای الکتریکی ۱ و ۲ ـ تحلیل سیستم‌های انرژی الکتریکی ـ ماشین‌های الکتریکی ۲)

۱ـ گزینه «۳» سؤال را به چهار روش زیر حل می‌کنیم:

روش اول: حل تشریحی

با توجه به نمودار تابع واضح است که $f(x)$ تابعی زوج است، لذا ضرایب b_n همگی صفر هستند و باید a_nها را محاسبه کنیم. $(b_n = ۰)$



$$L = a$$

$$a_۰ = \frac{۱}{۲L}\int_۰^{۲L} f(x)dx \Rightarrow a_۰ = \frac{۱}{۲a}\int_۰^{۲a} f(x)dx = \frac{۱}{۲a}[\int_۰^{a} xdx + \int_a^{۲a}(۲a-x)dx] = \frac{۱}{۲a}[\frac{x^۲}{۲}|_۰^{a} + ۲ax|_a^{۲a} - \frac{x^۲}{۲}|_a^{۲a}]$$

$$\Rightarrow a_۰ = \frac{۱}{۲a}(\frac{a^۲}{۲} + ۲a^۲ - \frac{۳}{۲}a^۲) = \frac{a}{۲}$$

$$a_n = \frac{۱}{L}\int_۰^{۲L} f(x)\cos(\frac{n\pi}{L})xdx \Rightarrow a_n = \frac{۱}{a}\int_۰^{۲a} f(x)\cos(\frac{n\pi}{a})xdx = \frac{۱}{a}[\underbrace{\int_۰^{a} x\cos(\frac{n\pi}{a})xdx}_{I_۱} + \underbrace{\int_a^{۲a}(۲a-x)\cos(\frac{n\pi}{a})xdx}_{I_۲}]$$

ابتدا حاصل انتگرال‌های $I_۱$ و $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم.

$$I_۱ = \frac{ax}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{a})x|_۰^{a} + \frac{a^۲}{n^۲\pi^۲}\cos(\frac{n\pi}{a})x|_۰^{a} = \frac{a^۲}{n^۲\pi^۲}(\cos n\pi - ۱)$$

$$I_۲ = \frac{۲a^۲}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{a})x|_a^{۲a} - \frac{ax}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{a})x|_a^{۲a} - \frac{a^۲}{n^۲\pi^۲}\cos(\frac{n\pi}{a})x|_a^{۲a} = \frac{a^۲}{n^۲\pi^۲}(\cos n\pi - ۱)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{۱}{a}[I_۱ + I_۲] = \frac{۲a}{n^۲\pi^۲}(\cos n\pi - ۱) = \frac{۲a}{n^۲\pi^۲}((-۱)^n - ۱) = \begin{cases} a & ; \ n = ۲k \\ \dfrac{-۴a}{(۲k-۱)^۲\pi^۲} & ; \ n = ۲k-۱ \end{cases}$$

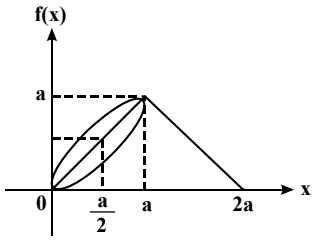
$$\Rightarrow a_{۲k-۱} = \frac{-۴a}{(۲k-۱)^۲\pi^۲}$$

در نتیجه سری فوریه مثلثاتی تابع متناوب $f(x)$ برابر است با:

$$f(x) = a_۰ + \sum_{n=۱}^{\infty}(a_n\cos(\frac{n\pi}{L})x + b_n\sin(\frac{n\pi}{L})x) \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{a}{۲} - \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۴a}{(۲n-۱)^۲\pi^۲}\cos\frac{(۲n-۱)\pi x}{a}$$

شبیه تست ۲۶ در صفحه ۳۹۷ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف می‌باشد.

روش دوم: استفاده از تقارن نیم‌موج



چون خود تابع اصلی یعنی تابع $f(x)$ زوج است و آن قسمت از نمودار که در فاصله بین ۰ تا a قرار دارد، نسبت به خط $x = \frac{a}{۲}$ دارای تقارن فرد می‌باشد. بنابراین تابع $f(x)$ فقط شامل هارمونیک‌های فرد می‌باشد که این مورد فقط در گزینه (۳) مشاهده می‌شود، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

مربوط به درسنامه «داستان تقارن نیم‌موج» در صفحه ۵۰۱ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف است.

روش سوم: رد گزینه

مقدار تابع $f(x)$ در نقطه $x = \frac{a}{۲}$ برابر با $\frac{a}{۲}$ است. لذا گزینه‌ای صحیح است که حاصلش به ازای $x = \frac{a}{۲}$ برابر با $\frac{a}{۲}$ شود. حال به بررسی تک تک گزینه‌ها به ازای $x = \frac{a}{۲}$ می‌پردازیم.