مدرسان شریف

فصل اول

«مدارهای مغناطیسی»

درسنامه (۱): مقدمات و اصول اولیه در تحلیل مدارات مغناطیسی

تعاریف مقدماتی

۱) شار یا فوران مغناطیسی (φ): مجموعه خطوط مغناطیسی که از سطحی محدود می‌گذرد شار یا فوران مغناطیسی نام دارد که واحد آن در سیستم SI ولت ثانیه (V.S) یا وبر (Wb) است. فوران مغناطیسی شبیه جریان در مدار الکتریکی است، یعنی همانطور که جریان نمی‌تواند مسیر ناپیوسته (یا باز) داشته باشد فوران نیز نمی‌تواند مسیری ناپیوسته یا باز داشته باشد.

۲) چگالی فوران مغناطیسی یا اندکسیون مغناطیسی (B): میزان شار در واحد سطح، چگالی فوران نام داشته و واحد آن در سیستم SI تسلا (T) یا وبر بر مترمربع ($\frac{Wb}{m^2}$) است. فوران کل خارج شده از یک سطح برابر $\varphi = \int \vec{B}.d\vec{A}$ بوده و چنانچه B بر سطح A عمود باشد داریم:

$$\varphi = B.A \Rightarrow B = \frac{\varphi}{A}$$

۳) نیروی محرکه مغناطیسی (MMF : Magnetic Motive Force): به نیروی مغناطیسی که سبب تولید شار در مدارهای مغناطیسی می‌شود نیروی محرکه مغناطیسی می‌گویند و واحد آن آمپردور (A.T یا A) است (به عبارتی منبع تولید شار نیروی محرکه مغناطیسی است). نیروی محرکه مغناطیسی را با θ نشان داده و در یک سیم‌پیچ حامل جریان از حاصلضرب جریان سیم‌پیچی در تعداد دور سیم‌پیچی بدست می‌آید. یعنی:

$$MMF = \theta = N.I$$

۴) شدت میدان مغناطیسی (H): چنانچه در جسمی به طول متوسط L_c، آمپر دور یا نیروی محرکه مغناطیسی برابر $\theta(= N.I)$ موجود باشد به نسبت این نیرو به طول متوسط جسم، شدت میدان مغناطیسی در آن جسم گویند. شدت میدان مغناطیسی در هر نقطه داخل میدان مغناطیسی از نظر عددی برابر با نیرویی است که از طرف قطب شمال (N) فورانی معادل ۱Wb در آن نقطه ایجاد می‌کند. واحد شدت میدان مغناطیسی در سیستم SI نیوتن بر وبر ($\frac{N}{Wb}$) یا آمپر دور بر متر ($\frac{A}{m}$) است.

با استفاده از قانون مداری آمپر می‌توان شدت میدان مغناطیسی در یک جسم مغناطیسی به **طول متوسط** L_c را از رابطه زیر بدست آورد:

$$\oint \vec{H}.d\vec{L}_c = NI \Rightarrow H \cdot L_c = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{L_c}$$

۵) ضریب نفوذ مغناطیسی مطلق (μ) و ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی (μ_r): اگر یک ماده مغناطیسی مثلاً یک میله آهنی را در داخل میدان یکنواختی به شدت H قرار دهیم (مثلاً میله مزبور را داخل یک سیم‌پیچی قرار دهیم) چگالی شار B در میله ایجاد می‌شود که در آن ارتباط بین H و B به وسیله ضریبی به نام μ انجام گرفته و به آن ضریب نفوذ مغناطیسی مطلق میله یا ماده گویند به طوری‌که:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

اگر میدان در خلأ ایجاد شده باشد یعنی به جای هسته آهنی فوق‌الذکر اطراف و داخل سیم‌بندی خلأ ایجاد گردد ضریب نفوذ آن محیط مقدار ثابتی برابر $۴\pi\times۱۰^{-۷}$ وبر بر آمپردور در متر $(\frac{Wb}{A.m})$ می‌باشد و آن را با $\mu_۰$ نشان داده و به آن ضریب نفوذ مغناطیسی **مطلق** خلأ گویند. ضریب نفوذ مغناطیسی کلیه مواد را نسبت به خلأ سنجیده و به آن ضریب نفوذ مغناطیسی **نسبی** جسم گویند و آن را با μ_r نشان می‌دهند یعنی: $\mu = \mu_۰\mu_r$ یا $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_۰}$

- لازم به ذکر است که ضریب نفوذ مغناطیسی مطلق برحسب $\frac{Wb}{A\cdot m}$ یا $\frac{H}{m}$ (هانری بر متر) سنجیده شده و ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی بدون واحد است (واضح است که μ_r برای خود خلأ همواره برابر یک است). ضمناً ضریب نفوذ مغناطیسی مطلق (μ) و ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی (μ_r) برای هوا نیز تقریباً برابر اعداد مربوط به خلأ می‌باشند.

۶) مقاومت مغناطیسی یا رلوکتانس (R_m): میزان مقاومتی که یک جسم در مقابل عبور شار مغناطیسی از خود نشان می‌دهد مقاومت مغناطیسی نام دارد و واحد آن آمپر دور بر وبر $(\frac{A}{Wb})$ بوده و چنانچه توزیع میدان مغناطیسی در آن جسم یکنواخت باشد (یعنی از هر جزء از سطح مقطع این ماده تعداد خطوط شار یکسانی عبور نماید) از رابطه مقابل قابل محاسبه است: $R_m = \frac{L_c}{\mu A}$

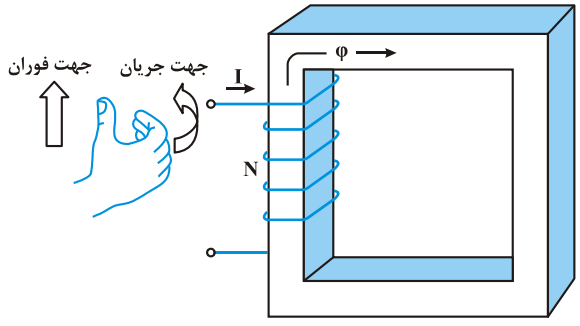
در این رابطه A سطح مقطع جسم موردنظر برحسب مترمربع $(m^۲)$ و μ ضریب نفوذ مغناطیسی مطلق ماده مورد نظر برحسب هانری بر متر $(\frac{H}{m})$ و L_c نیز **طول متوسط** ماده موردنظر برحسب متر (m) است.

تعیین جهت شار در سیستم‌های مغناطیسی

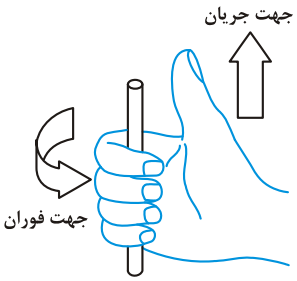
برای تعیین جهت شار در سیستم‌های مغناطیسی از قانون دست راست استفاده می‌شود. این قانون را می‌توان به دو صورت زیر در سیم‌پیچ‌ها و سیم‌های راست به کار برد:

۱) در سیم‌پیچ‌ها: در سیم‌پیچ‌ها اگر چهار انگشت نیمه‌بسته دست راست جهت جریان درون سیم‌پیچ را نشان دهد، شست دست راست جهت شار تولیدی را نشان می‌دهد. این قانون در شکل «۱ـ الف» آمده است.

۲) در سیم‌های راست: در سیم‌های راست اگر شست دست راست جهت جریان عبوری از سیم را نشان دهد، چهار انگشت نیمه‌بسته این دست، جهت فوران ایجاد شده در اطراف سیم را نشان می‌دهد. این قانون در شکل «۱ـ ب» آمده است.



(الف) قانون دست راست در سیم‌پیچ‌ها



(ب)قانون دست راست در سیم‌ها

«شکل ۱: قانون دست راست»

رابطه بین شدت میدان و چگالی میدان مغناطیسی

همانطور که بیان شد چنانچه $\vec{B}$ چگالی میدان مغناطیسی و $\vec{H}$ شدت میدان مغناطیسی باشد داریم: $\vec{B} = \mu\vec{H}\ ,\ \mu = \mu_۰\mu_r$

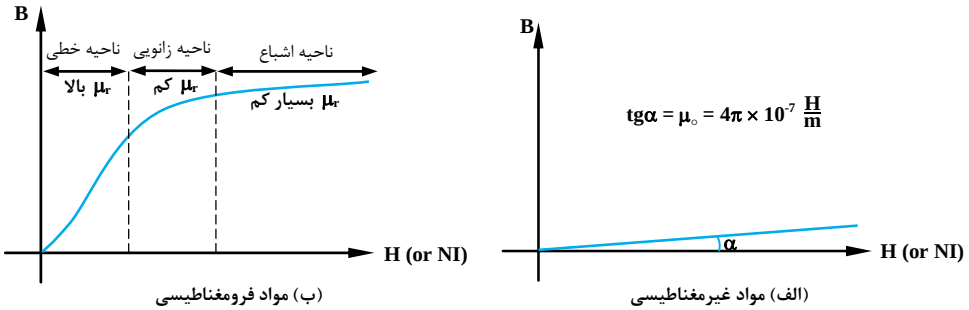
از رابطه فوق نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱) در مواد پارامغناطیس و دیامغناطیسی: در این گونه مواد $\mu_r \simeq ۱$ بوده و مقدار آن همواره ثابت است، لذا:

$$\mu_r \simeq ۱ \Rightarrow \vec{B} = \mu_۰\vec{H} \Rightarrow \vec{B} = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\vec{H}$$

پس می‌توان منحنی $B-H$ را برای اینگونه مواد به صورت شکل «۲ـ الف» رسم نمود.

۲) در مواد فرومغناطیسی: در این گونه مواد $\mu_r >> 1$ بوده و مقدار آن بسته به اندازه B و H متغیر است، یعنی $\mu_r = f(B,H)$ می‌باشد. لذا می‌توان منحنی $B-H$ را برای این گونه مواد به صورت شکل «۲ـ ب» رسم نمود.



«شکل ۲. مشخصه مغناطیسی مواد»

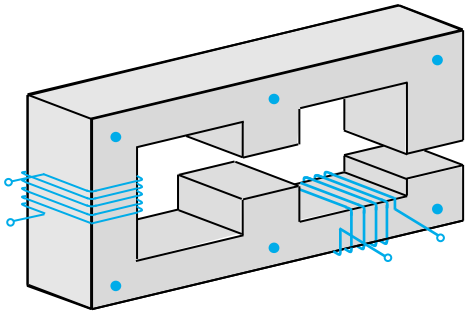
نکته۱: درخصوص مشخصه B برحسب H باید به نکات زیر دقت نمود:

- برای بررسی رفتار مغناطیسی مواد فرومغناطیسی بعضاً به‌جای منحنی $B-H$ رابطه بین B و H به صورت یک تابع هموگرافیک نظیر $B=\frac{aH}{bH+c}$ یا به صورت یک تابع نمایی یا رادیکالی نظیر $B=a+b\sqrt{H}$ و یا به صورت سایر توابع مناسب داده شود که در این صورت با جایگذاری مقادیر مختلف H مقادیر متناظر برای B بدست می‌آید.
- مواد غیرمغناطیسی همواره دارای رفتاری خطی هستند.
- در حالت کلی مواد فرومغناطیسی دارای رفتاری غیرخطی می‌باشند اما در بعضی از مسائل به منظور ساده‌سازی، رفتار این مواد خطی در نظر گرفته می‌شود. در این حالت μ_r برای این مواد یک عدد ثابت و یا بی‌نهایت معرفی می‌گردد.

توجه: به طور کلی اگر در ماده‌ای ضریب نفوذ مغناطیسی (μ یا μ_r) عددی ثابت و مشخص باشد آن ماده دارای رفتار مغناطیسی خطی خواهد بود. اگر ضریب نفوذ مغناطیسی ماده‌ای بی‌نهایت باشد ضمن اینکه ماده دارای رفتار خطی است، ایده‌آل نیز می‌باشد (گرچه خطی بودن در چنین شرایطی مهم نیست). بارزترین ویژگی چنین موادی صفر بودن مقاومت مغناطیسی آنها است که خود سبب صفر شدن افت پتانسیل مغناطیسی و صفر شدن انرژی ذخیره شده در آن ماده می‌گردد.

مدارهای مغناطیسی

مسیر عبور شار را مدار مغناطیسی می‌نامند. از نظر فیزیکی یک یا چند سیم‌پیچ که مشتمل بر جریان الکتریکی بوده و بر زمینه یک ماده مغناطیسی، میدان مغناطیسی ایجاد کند را مدار مغناطیسی می‌نامند به طوری که جهت و دامنه این میدان می‌تواند قابل کنترل باشد. شکل «۳» یک مدار مغناطیسی را نشان می‌دهد، در این شکل اگر جریان سیم‌پیچی DC باشد مدار مغناطیسی DC و چنانچه جریان سیم پیچی AC باشد مدار مغناطیسی AC نام دارد. در بسیاری از ماشین‌های واقعی تعدادی از سیم‌بندی‌ها دارای جریان‌های AC و تعدادی دیگر دارای جریان‌های DC هستند.



«شکل۳. یک نمونه مدار مغناطیسی»

تعاریف مربوط به مدارهای مغناطیسی

۱) شاخه مغناطیسی: بخشی از یک مدار مغناطیسی است که در هر سطح مقطعی از آن شار برابری از آن سطح عبور کند. به عبارتی در هر شاخه مغناطیسی داریم: $\oint \vec{B}.d\vec{A} = \circ$

با توجه به این تعریف دیده می‌شود که در شکل «۳» سه شاخه مغناطیسی وجود دارد.

۲) قطعه شاخه مغناطیسی: بخشی از یک شاخه مغناطیسی است که در آن **جنس** ماده و **سطح مقطع** یکسان است. شکل «۳» دارای پنج قطعه شاخه است.

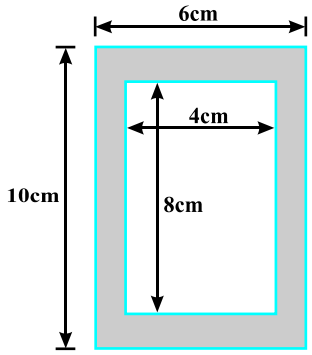
۳) گره مغناطیسی: محل تلاقی بیش از دو شاخه مغناطیسی را گره مغناطیسی گویند. در گره‌های مغناطیسی جمع جبری شارهای سازنده گره در هر لحظه از زمان صفر است (KCL مغناطیسی یا KFL). یعنی $\sum_{i=1}^{q} \varphi_i = \circ$ است که در آن q تعداد شاخه‌های متصل به گره است. در شکل «۳» دو گره مغناطیسی وجود دارد.

۴) طول متوسط: با توجه به اینکه سطح مقطع مدارات مغناطیسی دارای ابعاد قابل ملاحظه‌ای نسبت به طول آن‌ها هستند و از طرفی شار مغناطیسی نیز دارای یک توزیع حجمی است، طولی که هر خط شار، جهت بستن مسیر خود طی می‌کند متفاوت است، از این رو چنانچه توزیع شار در هسته یکنواخت باشد، جهت محاسبه‌ی طول مسیر شار از مفهوم «طول متوسط» استفاده می‌شود که در واقع مقدار متوسط طول هر قطعه شاخه از یک مدار مغناطیسی است.

۵) مدار مغناطیسی خطی: مداری است که در آن ضریب نفوذ مغناطیسی قسمت‌های فرومغناطیسی مقدار ثابتی (یا بی‌نهایت) باشد، در نتیجه تغییرات $B-H$ در اینگونه مدارها بصورت یک خط راست است که از مبدأ مختصات می‌گذرد. رابطه $B-H$ در اینگونه مدارات بصورت $B=\mu_{\circ}\mu_{r}H$ بوده که در آن μ_r همواره مقدار ثابتی است.

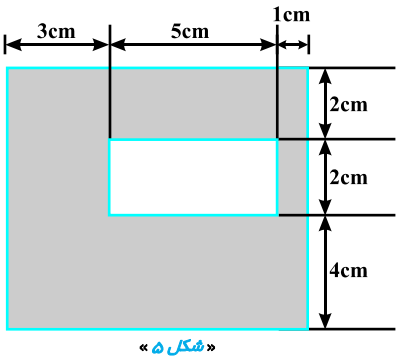
۶) مدار مغناطیسی غیرخطی: مداری است که در آن ضریب نفوذ مغناطیسی قسمت‌های فرومغناطیسی، مقدار متغیری باشد $(\mu_r=f(B-H))$. به عبارتی دیگر تغییرات $B-H$ در آنها به صورت یک خط راست نباشد (یعنی شامل یک منحنی یا چند پاره‌خط باشد). رابطه بین B و H در اینگونه مدارات عموماً دارای فرم نمایی، هموگرافیک و یا درجه دوم است. به‌عنوان مثال: $B=aH+bH^{2}$ یا $B=\frac{aH}{bH+C}$ یا $B=a+b\sqrt{H}$ که در آنها ضرایب a و b و c مقادیر ثابتی هستند.

به‌علت اهمیت نحوه‌ی به دست آوردن تعداد قطعه شاخه‌ها و طول متوسط هر قطعه شاخه، پیش از بیان روش‌های تحلیل مدارات مغناطیسی، به عنوان مثال تعداد و طول متوسط هر قطعه شاخه از شکل‌های زیر را به دست می‌آوریم: (جنس هسته در همه جای شکل‌ها یکسان و عمق آن نیز $2\,cm$ فرض می‌شود.)



«شکل ۴»

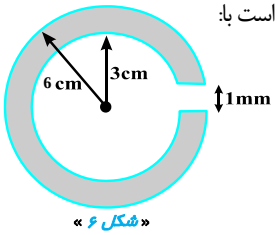
شکل ۴: این شکل دارای یک شاخه است زیرا فقط یک مسیر برای عبور شار وجود دارد. هسته دارای چهار ساق است که دوبه‌دو مشابه هستند. (دو ساق عمودی و دو ساق افقی) هر ساق عمودی دارای یک طول داخلی $8\,cm$ و یک طول خارجی $10\,cm$ است لذا طول متوسط هر ساق عمودی $\frac{10+8}{2}=9\,cm$ است. به طور مشابه ساق‌های افقی نیز دارای طول متوسط $\frac{6+4}{2}=5\,cm$ است. پهنای هر ساق عمودی طبق شکل $\frac{6-4}{2}=1\,cm$ و پهنای هر ساق افقی نیز $\frac{10-8}{2}=1\,cm$ است. از طرفی چون عمق هسته نیز در همه جا یکسان و برابر $2\,cm$ است پس سطح مقطع هر چهار ساق یکسان و برابر $2\times1=2\,cm^{2}$ است، یعنی هر چهار ساق دارای سطح مقطع یکسان (و جنس یکسان) می‌باشند و چون همگی مربوط به یک شاخه هستند می‌توان گفت این هسته کلاً یک قطعه شاخه است (با سطح مقطع $2\,cm^{2}$ و طول متوسط $2+9+5+5+9=28\,cm$).



«شکل ۵»

شکل ۵: این شکل نیز دارای یک شاخه است که شامل چهار ساق است اما دیگر ساق‌ها مشابه نیستند. دو ساق عمودی دارای طول متوسط $\frac{(2+2+4)+2}{2}=5\,cm$ و دو ساق افقی دارای طول متوسط $\frac{(3+5+1)+5}{2}=7\,cm$ است. پهنای ساق عمودی سمت چپ $3\,cm$ و عمق آن نیز $2cm$ است لذا سطح مقطع این ساق $2\times3=6\,cm^{2}$است. به طور مشابه سطح مقطع ساق عمودی سمت راست برابر $2\times1=2\,cm^{2}$ است. به طور مشابه سطح مقطع ساق‌های افقی بالایی و پایینی نیز به ترتیب $2\times2=4\,cm^{2}$ و $2\times4=8\,cm^{2}$است. دیده می‌شود که چهار ساق شکل دارای چهار مقطع مختلف است لذا این هسته دارای چهار قطعه شاخه است.

شکل ۶: این شکل نیز دارای یک شاخه است که به صورت یک محیط دایره‌ای شکل می‌باشد. پهنای هسته (شبیه همان پهنای ساق در شکل‌های قبلی) برابر $6-3=3\,cm$ و عمق هسته نیز $2cm$است لذا سطح مقطع هسته (با فرض چهارگوش بودن مقطع) برابر $2\times3=6\,cm^{2}$ است و چون این مقطع در تمامی شکل ثابت است پس کل بخش مغناطیسی هسته یک قطعه شاخه است. اما در این شکل قطعه شاخه‌ی دیگر نیز وجود دارد که مربوط به فاصله هوایی $1mm$ داده شده است پس در کل این مدارمغناطیسی دارای دو قطعه شاخه است. برای محاسبه‌ی طول متوسط قطعه شاخه‌ی مغناطیسی باید محیط متوسط دو دایره را به دست آورد با توجه به شعاع دایره‌ها می‌توان گفت شعاع متوسط $r_{av}=\frac{6+3}{2}=4/5\,cm$ و محیط متوسط برابر است با:

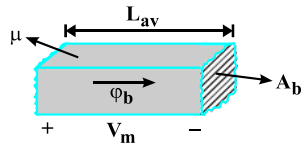


«شکل ۶»

$L_{av}=2\pi r_{av}=9\pi\,cm$ البته چون بخش مغناطیسی هسته دایره‌ی کامل نیست (زیرا $1mm$ آن هوا است) در حالت دقیق باید از مقدار $9\pi\,cm$ به دست آمده $1mm$ کم کرد اما اغلب به علت کوچکی طول فاصله هوایی نسبت به محیط بخش مغناطیسی، از اختلاف ذکر شده صرف نظر می‌گردد، دقت شود که به علت کوچکی فاصله هوایی طول متوسط آن همواره برابر طول داده شده است.

افت پتانسیل مغناطیسی در قطعه شاخه (V_m یا θ_m)

همچنان‌که در مدارات الکتریکی در اثر عبور جریان، مقداری افت ولتاژ در هر شاخه ایجاد می‌شود در مدارات مغناطیسی نیز در اثر عبور شار، مقداری از نیروی محرکه مغناطیسی تولیدی سیم‌پیچی‌ها در **هر قطعه شاخه** افت می‌کند که به این افتِ نیروی محرکه مغناطیسی (یا افتِ آمپر دور)، افت پتانسیل مغناطیسی نیز گفته و با V_m یا θ_m نشان می‌دهند. در حالت کلی می‌توان نوشت:



« شکل ۷: افت پتانسیل در قطعه شاخه »

$$V_m = \int_{L_{av}} \vec{H}.d\vec{L} = H_{av}L_{av} = \text{حاصلضرب شدت میدان قطعه شاخه در طول متوسط قطعه شاخه}$$

با قرار دادن $H_{av} = \frac{B_{av}}{\mu}$ داریم:

$$V_m = \frac{L_{av}}{\mu}B_{av} = \frac{L_{av}}{\mu A_b}\varphi_b \Rightarrow V_m = \frac{L_{av}}{\mu A_b}\varphi_b$$

ضریب φ_b در رابطه اخیر همان رلوکتانس قطعه شاخه است لذا:

$$V_m = R_m.\varphi_b$$

دیده می‌شود که این رابطه همان قانون اهم است که در مدارهای الکتریکی نیز صادق است.

نکته۲: در مدارات غیرخطی نمی‌توان مقدار ثابتی برای R_m تعریف کرد زیرا در هر نقطه کار R_m مقدار متفاوتی با نقطه کار دیگر دارد، از این رو رابطه بین افت پتانسیل مغناطیسی (V_m) و دیگر پارامترها (نظیر شار) در هر شاخه به صورت یک تابع ریاضی بیان می‌شود. به عنوان مثال:

$$\varphi_m = aV_m + bV_m^2 \quad \text{یا} \quad \varphi_m = \frac{aV_m}{bV_m + c} \quad \text{یا} \quad \varphi_m = a + b\sqrt{V_m}$$

قانون مداری آمپر در مدارهای مغناطیسی

این قانون که به KVL مغناطیسی یا KML نیز معروف است، بسیار شبیه به قانون ولتاژ کیرشهف یا همان KVL الکتریکی، طبق این قانون جمع جبری آمپر دورهای تولیدی توسط سیم‌پیچ‌های موجود در یک حلقه‌ی مغناطیسی برابر مجموع افت آمپر دور یا افت پتانسیل مغناطیسی در قطعه شاخه‌های مختلف همان حلقه است، یعنی:

$$\sum_{k=1}^{p} \pm N_k I_k = \sum_{j=1}^{n} V_{m_j} = \sum_{j=1}^{n} H_j L_j$$

در این رابطه اولاً: p تعداد سیم‌پیچ‌های فعال یعنی سیم‌پیچ‌های دارای جریان بوده و n نیز تعداد قطعه شاخه‌ها است و ثانیاً: در استفاده از این رابطه باید دقت نمود که در هر حلقه اگر جهت شار سیم‌پیچی‌ها مخالف هم باشند به جای جمع نمودن آمپر دور آن‌ها باید از تفاضل آن‌ها استفاده نمود به عبارت دیگر رابطه بالا جمع جبری است.

روش‌های تحلیل مدارهای مغناطیسی

به منظور تحلیل مدارات مغناطیسی دو روش موجود است: ۱) روش مغناطیسی (کاربرد قانون آمپر) و ۲) روش الکتریکی (استفاده از مدار مشابه الکتریکی).

۱. روش مغناطیسی در تحلیل مدارات مغناطیسی

از این روش می‌توان در تحلیل کلیه مدارات مغناطیسی **خطی** و **غیرخطی** استفاده نمود. مراحل تحلیل در این روش عبارتند از :

الف) تعیین شاخه‌ها و جهت شار در آنها (جهت شار اختیاری است اما بهتر است از روی قانون دست راست بدست آید).

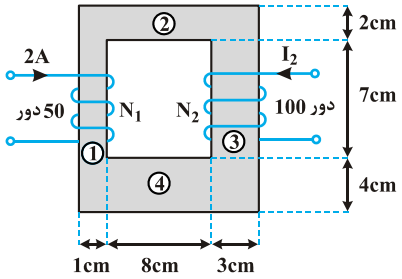
ب) مشخص کردن قطعه شاخه‌های هر یک از شاخه‌ها و تعیین B و H در آنها.

ج) در بعضی از حلقه‌ها قانون KML را به کار برده و در تمامی گره‌ها به جز یک گره قانون KFL را به کار می‌بریم.

به عنوان مثال مدار مغناطیسی شکل «۳» را در نظر بگیرید. این مدار دارای سه شاخه مغناطیسی، پنج قطعه شاخه مغناطیسی، دو گره مغناطیسی و دو حلقه مغناطیسی مجزا است که در هر حلقه نیز یک منبع تولید نیروی محرکه مغناطیسی وجود دارد.

در نهایت به یک دستگاه چند معادله و چند مجهولی می‌رسیم که با حل آن می‌توان مقدار شدت میدان و ... را در تمامی نقاط هسته یافت، البته باید دقت داشت در تست‌های کنکور اکثراً فقط یک شاخه داریم لذا نیازی به حل دستگاه معادلات نداریم.

مثال ۱: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر بخواهیم چگالی شار در ساق شماره (۱) برابر $1/2T$ باشد با فرض این که رابطه بین چگالی میدان و شدت میدان هسته به صورت $B=\frac{2H}{1000+H}$ باشد چند آمپر باید از سیم‌پیچی N_2 عبور کند. (ابعاد برحسب سانتی‌متر بوده و عمق هسته همه جا یکسان است).



۱) $1/88\ A$

۲) $1/13\ A$

۳) $1/56\ A$

۴) $1/35\ A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» مدار مغناطیسی داده شده اولاً دارای رفتار مغناطیسی غیرخطی بوده زیرا مشخصه $B-H$ آن غیرخطی است (بصورت یک تابع هموگرافیک داده شده) و ثانیاً دارای یک شاخه است، اما به دلیل متفاوت بودن سطح مقطع هر چهار ضلع، این شاخه خود شامل ۴ قطعه شاخه است پس در واقع هر ضلع خود یک قطعه شاخه است، ضمناً دو سیم‌پیچ تولیدکننده‌ی شار داریم، که با توجه به جهت جریان و پیچش آن‌ها (طبق قانون دست راست) دیده می‌شود که شار تولیدی هر دو در یک جهت (ساعتگرد) است یعنی سیم‌پیچ‌ها یکدیگر را تقویت می‌کنند. لذا با نوشتن KML مغناطیسی داریم:

$$\sum_{k=1}^{P} N_k I_k = \sum_{j=1}^{n} V_{m_j} \Rightarrow (N_1 I_1 + N_2 I_2) = V_{m_1} + V_{m_2} + V_{m_3} + V_{m_4} = H_1 L_{av_1} + H_2 L_{av_2} + H_3 L_{av_3} + H_4 L_{av_4}$$

از آنجایی که، چگالی میدان در ضلع شماره (۱) برابر $1/2T$ بوده و سطح مقطع اضلاع شماره ۲ و ۳ و ۴ به ترتیب ۲ برابر، ۳ برابر و ۴ برابر سطح مقطع ضلع (۱) هستند، داریم:

$$B_1 = 1/2T \Rightarrow B_2 = \frac{1/2}{2} = 0/6T \Rightarrow B_3 = \frac{1/2}{3} = 0/4T \Rightarrow B_4 = \frac{1/2}{4} = 0/3T$$

با توجه به رابطه $B-H$ داده شده می‌توان به ازاء هر کدام از مقادیر فوق شدت میدان ضلع مورد نظر را به دست آورد لذا داریم:

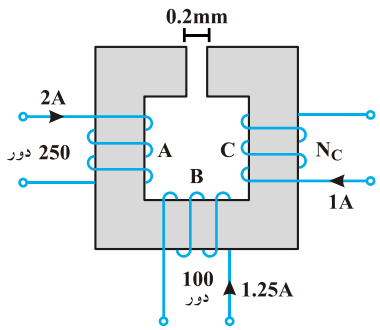
$$B_1 = 1/2T \Rightarrow 1/2 = \frac{2H_1}{1000+H_1} \Rightarrow H_1 = 1500\frac{A}{m} \quad , \quad B_2 = 0/6T \Rightarrow 0/6 = \frac{2H_2}{1000+H_2} \Rightarrow H_2 = 428/6\frac{A}{m}$$

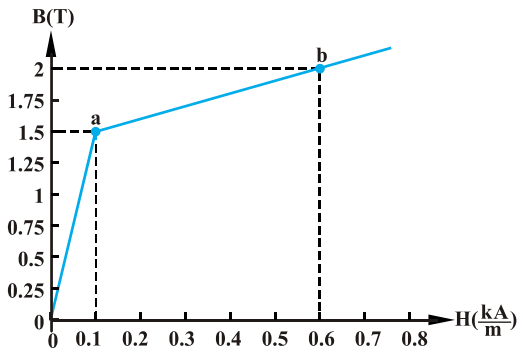
$$B_3 = 0/4T \Rightarrow 0/4 = \frac{2H_3}{1000+H_3} \Rightarrow H_3 = 250\frac{A}{m} \quad , \quad B_4 = 0/3T \Rightarrow 0/3 = \frac{2H_4}{1000+H_4} \Rightarrow H_4 = 176/5\frac{A}{m}$$

با توجه به ابعاد داده شده در شکل دیده می‌شود که طول متوسط در هر چهار ضلع $10\,cm$ است. لذا با توجه به مقادیر H_1 تا H_4 به دست آمده داریم:

$$(50\times 2) + (100\times I_2) = (1500\times 0/1) + (428/6\times 0/1) + (250\times 0/1) + (176/5\times 0/1) \Rightarrow I_2 = 1/35A$$

مثال ۲: در مدار مغناطیسی شکل زیر مشخصه $B-H$ هسته به صورت داده شده است. اگر سطح مقطع هسته در همه جا یکسان و برابر $20\,cm^2$ و طول متوسط آن $50\,cm$ باشد، برای ایجاد شار $3/5\,mWb$ در هسته، سیم‌پیچی C چند دور باید پیچیده شود؟ (جهت ساده‌سازی $\mu_0 = 10^{-6}\frac{H}{m}$ فرض شود.)





۱) ۲۷۵

۲) ۱۵۰

۳) ۳۵۰

۴) ۱۲۵

مدرسان شریف

فصل دوم

« اصول تبدیل انرژی الکترومکانیکی »

درسنامه (۱): اصول اولیه و بررسی مبدل‌های یک تحریکه

اصول تبدیل انرژی

تبدیل انرژی یعنی تغییر شکل انرژی از الکتریکی به مکانیکی یا برعکس، جهت این تبدیل از مبدل‌های انرژی استفاده می‌شود. اگر مبدل، انرژی الکتریکی به مکانیکی تبدیل کند مبدل در حالت موتوری است و اگر انرژی مکانیکی را به الکتریکی تبدیل کند می‌گوییم که مبدل در حالت مولدی است. در یک مبدل انرژی، بخشی از انرژی دریافتی از ورودی به شکل مطلوب و مورد نظر ما در خروجی ظاهر می‌شود. بخشی نیز در داخل مبدل ذخیره شده و قسمتی نیز به صورت **گرما** تلف می‌شود از این رو می‌توان پخش انرژی را در مبدل‌های انرژی به صورت زیر فرموله نمود:

الف) حالت موتوری: در این حالت انرژی ورودی الکتریکی و انرژی خروجی مکانیکی است، لذا داریم:

کل انرژی تلف شده + کل انرژی ذخیره شده + انرژی مکانیکی خروجی = کل انرژی الکتریکی ورودی

و یا به فرم ریاضی داریم:

$$W_{ei} = W_{mo} + (W_{mags} + W_{ms}) + (W_{e\ell} + W_{m\ell} + W_{mag\ell})$$

ب) حالت مولدی: در این حالت انرژی ورودی مکانیکی و انرژی خروجی الکتریکی است، لذا داریم:

$$W_{mi} = W_{eo} + (W_{mags} + W_{ms}) + (W_{e\ell} + W_{m\ell} + W_{mag\ell})$$

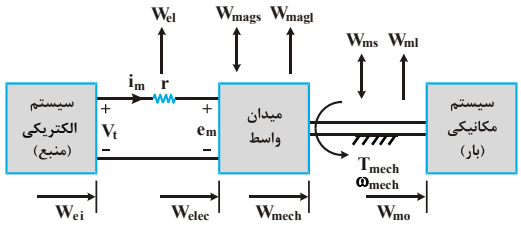
در این روابط:

W_{ei} : کل انرژی الکتریکی ورودی، W_{mi} : کل انرژی مکانیکی ورودی، W_{mo} : انرژی مکانیکی خروجی، W_{eo} : انرژی الکتریکی خروجی، W_{mags} : انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی، W_{ms} : انرژی ذخیره شده در قسمت‌های مکانیکی، $W_{e\ell}$: انرژی تلف شده در مدار الکتریکی (تلفات اهمی)، $W_{m\ell}$: انرژی تلف شده در مدار مکانیکی (تلفات اصطکاک باد و ...)، $W_{mag\ell}$: انرژی تلف شده در مدار مغناطیسی (تلفات فوکو و هیسترزیس).

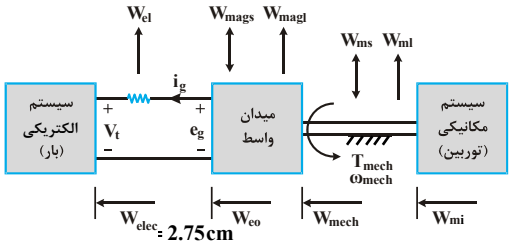
چنانچه انرژی‌های همجنس را کنار یکدیگر قرار دهیم، داریم:

در حالت موتوری: $W_{elec} = W_{mech} + W_{fld}$ یا $(W_{ei} - W_{e\ell}) = (W_{mo} + W_{ms} + W_{m\ell}) + (W_{mags} + W_{mag\ell})$

در حالت مولدی: $W_{mech} = W_{elec} + W_{fld}$ یا $(W_{mi} - W_{m\ell} - W_{ms}) = (W_{eo} + W_{e\ell}) + (W_{mags} + W_{mag\ell})$



الف) رفتار موتوری یک مبدل الکترومکانیکی



ب) رفتار مولدی یک مبدل الکترومکانیکی

«شکل ۱ . مبدل‌های الکترومکانیکی»

با توجه به شکل «۱ـ الف» و با فرض کوچک بودن تغییرات انرژی داریم:

$$dW_{elec} = dW_{mech} + dW_{fld}$$

$$dW_{elec} = dW_{ei} - dW_{e\ell} = V_t i_m dt - r i_m^2 dt = e_m i_m dt \Rightarrow \boxed{e_m i_m dt = dW_{mech} + dW_{fld}}$$

همینطور با توجه به شکل «۱ـ ب» داریم:

$$dW_{mech} = dW_{elec} + dW_{fld}$$

$$dW_{elec} = dW_{eo} - dW_{e\ell} = e_g i_g dt - r i_g^2 dt = V_t i_g dt \Rightarrow \boxed{V_t i_g dt = dW_{mech} - dW_{fld}}$$

بررسی مبدل‌های الکترومکانیکی یک تحریکه

الف) انرژی الکتریکی ورودی در سیستم‌های مغناطیسی یک تحریکه

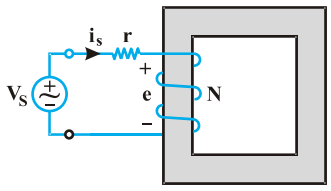
در سیستم یک تحریکه شکل «۲ـ الف» می‌خواهیم انرژی الکتریکی ورودی را بدست آوریم، برای این منظور داریم:

$$e(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} \Rightarrow e(t)dt = d\lambda(t) \xrightarrow{\times i(t)} e(t)i(t)dt = id\lambda(t) \Rightarrow \boxed{dW_{elec} = e(t)i(t)dt = id\lambda(t)}$$

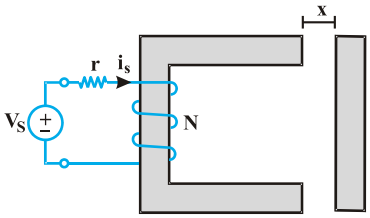
با فرض صفر بودن پراکندگی شار می‌توان نوشت:

$$\lambda(t) = N\varphi(t) \Rightarrow dW_{elec} = Ni(t)d\varphi(t) = \theta_m(t)d\varphi(t)$$

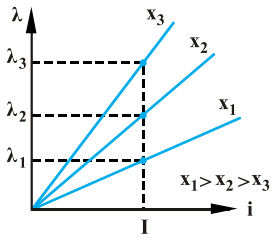
طبق رابطه اخیر باید شار در برگیرنده سیم‌بندی متغیر با زمان باشد تا مدار مغناطیسی بتواند از منبع ورودی انرژی بگیرد. ($dW_{elec} \neq 0$ شود) پس اگر ورودی DC باشد مدار از شبکه انرژی نمی‌گیرد.



الف) سیستم مغناطیسی یک تحریکه



ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی یک رله الکترومکانیکی



ج) تغییرات شار برحسب جریان به ازاء تغییر طول فاصله هوایی $(\lambda = \lambda(i,x))$

«شکل ۲»

ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیستم‌های یک تحریکه

رله مغناطیسی شکل «۲ـ ب» را در نظر بگیرید، در این شکل قسمت متحرک (جوش یا آرمیچر) در ابتدا در وضعیت باز قرار دارد. با اعمال منبع ولتاژ ورودی، جریان i (یا i_s) در سیم‌بندی N دوری تحریک برقرار می‌شود و شار مغناطیسی $\varphi = \frac{Ni}{R_m} = \frac{1}{2}\mu_0 AN\frac{I}{x}$ را در مدار جاری می‌کند. طبق اصل رلوکتانس این شار درصدد است طول فاصله هوایی را کاهش دهد، یعنی با انجام یک کار مکانیکی (dW_{mech}) قسمت متحرک را جذب نماید. اما اگر از حرکت قسمت متحرک جلوگیری شود کار مکانیکی انجام شده صفر می‌شود، قبل از فرموله نمودن این مطلب ذکر این نکته مهم است که طبق معادله فوران بدست آمده در فوق φ و λ (به شکل «۲ـ ج» دقت شود) تابعی از (i,x) بوده یعنی $\varphi = \varphi(i,x)$ و $\lambda = \lambda(i,x)$ می‌باشند لذا طبق رابطه مربوط به انرژی حالت موتوری داریم:

$$W_{elec} = W_{mech} + W_{fld} \Rightarrow dW_{elec} = 0 + dW_{fld} \Rightarrow \boxed{dW_{fld} = dW_{elec}}$$

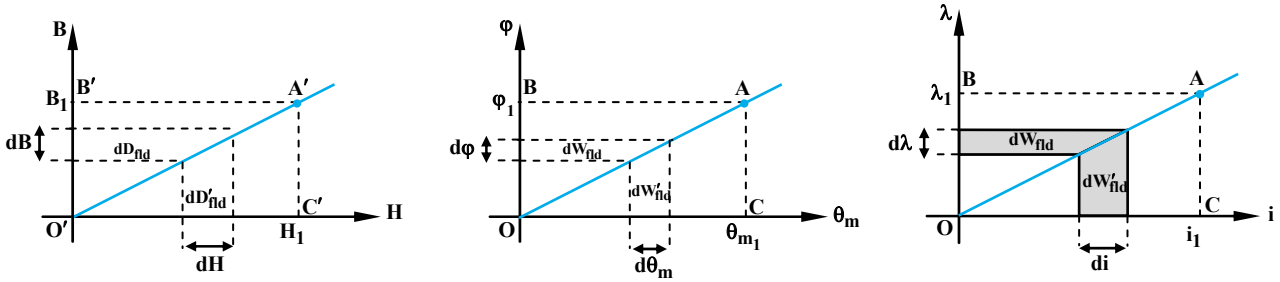
یعنی اگر در یک سیستم الکترومکانیکی از حرکت قسمتی که توانایی حرکت دارد جلوگیری شود، تمام انرژی الکتریکی دریافتی از ورودی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود لذا:

$$dW_{fld} = dW_{elec} = id\lambda = F_m d\varphi$$

اگر شار اولیه صفر باشد داریم:

$$W_{fld} = \int_0^{\lambda_1} id\lambda = \int_0^{\varphi_1} F_m d\varphi$$

منحنی $i-\lambda$ (یا $F_m - \varphi$ و B-H) در این حالت همواره بصورت خطی است (شکل «۳ـ الف، ب و ج») یعنی چنانچه فاصله هوایی در مدار باشد اشباع مغناطیسی رخ نمی‌دهد. (البته معمولاً چنین است!)



الف) مشخصه شار دور ـ جریان　　ب) مشخصه فوران ـ جریان　　ج) مشخصه چگالی فوران ـ شدت میدان

«شکل۳. مشخصات مغناطیسی رله‌های الکترومکانیکی»

طبق شکل «۳ الف و ب» سطح بالای نمودار $\lambda - i$ (یا $\varphi - F_m$) معرف انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی (W_{fld}) است با توجه به این امر داریم:

$$W_{fld} = \int_{\circ}^{\lambda_1} dW_{fld} = \int_{\circ}^{\lambda_1} id\lambda = S_{OABO} \quad , \quad i = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda}$$

بطور مشابه از شکل «۳ ـ ب» داریم:

$$W_{fld} = \int_{\circ}^{\varphi_1} dW_{fld} = \int_{\circ}^{\varphi_1} \theta_m d\varphi = S_{OABO} \quad , \quad \theta_m = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \varphi}$$

به سطح OACO اصطلاحاً شبه انرژی (کوانرژی یا همیار انرژی) گویند که به مفهوم نبود انرژی می‌باشد و آن را با W'_{fld} نشان می‌دهد. با توجه به این امر داریم:

$$W'_{fld} = \int_{\circ}^{\theta_{m_1}} \varphi d\theta_m = \int_{\circ}^{i_1} \lambda di = S_{OACO} \quad , \quad \lambda = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i}$$

به سطح بالای مشخصه B-H اصطلاحاً **چگالی حجمی انرژی** (یعنی انرژی در واحد حجم) گویند و با D_{fld} نشان داده و سطح زیر آن را چگالی حجمی شبه انرژی نامیده و با D'_{fld} نشان می‌دهند. به بیان ریاضی داریم:

$$D_{fld} = \int_{\circ}^{B_1} HdB = S_{O'A'B'O'} \quad , \quad D'_{fld} = \int_{\circ}^{H_1} BdH = S_{O'A'C'O}$$

از آنجایی که D_{fld} و D'_{fld} چگالی حجمی انرژی و شبه انرژی هستند، جهت محاسبه انرژی و شبه انرژی باید این مقادیر را در حجم هسته (V_c) ضرب نمود، یعنی:

$$W_{fld} = D_{fld}.V_c \quad , \quad W'_{fld} = D'_{fld}.V_c$$

➢ **توجه:** در ارتباط با انرژی و شبه انرژی باید به موارد زیر دقت نمود:

- در سیستم‌های مغناطیسی خطی $W_{fld} = W'_{fld}$ و در سیستم‌های مغناطیسی غیرخطی بسته به شکل مشخصه، ممکن است $W'_{fld} > W_{fld}$ بود و یا $W'_{fld} < W_{fld}$ باشد.
- در تمامی مدارات مغناطیسی خطی و غیرخطی یک تحریکه می‌توان نوشت: $W_{fld} + W'_{fld} = i\lambda = \theta_m \varphi$
- در مدارهای مغناطیسی خطی و یک تحریکه با صرف نظر کردن از مقاومت مغناطیسی هسته آهنی (یعنی فقط فاصله هوایی منظور شود) داریم:

$$W_{fld} = W'_{fld} = \frac{1}{2}\lambda i = \frac{1}{2}\theta_m \varphi = \xrightarrow[\theta_m = R_{ag}\varphi]{\lambda = Li} = \frac{1}{2}R_{ag}\varphi_{ag}^2 = \frac{1}{2}\frac{\theta_{ag}^2}{R_{ag}} = \frac{1}{2}Li^2$$

همچنین با توجه به اینکه $B_{ag} = \mu_\circ H_{ag}, \theta_{ag} = H_{ag}L_{ag}$ است، داریم:

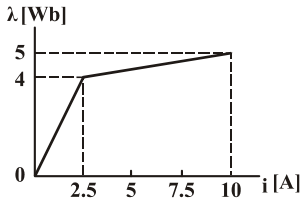
$$W_{fld} = W'_{fld} = \frac{1}{2}\mu_\circ H_{ag}^2 V_{ag} = \frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_\circ}V_{ag}$$

- در مدارهای مغناطیسی خطی و یک تحریکه چنانچه نتوان از مقاومت مغناطیسی هسته آهنی (R_c) صرف نظر کرد داریم:

$$W_{fld} = W_{fld_{ag}} + W_{fld_c} = \frac{1}{2}\mu_\circ H_{ag}^2 V_{ag} + \frac{1}{2}\mu_\circ \mu_r H_c^2 V_c = \frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_\circ}V_{ag} + \frac{1}{2}\frac{B_c^2}{\mu_\circ \mu_r}V_c$$

در روابط فوق‌الذکر اگر جریان تغذیه AC باشد باید از I_{rms} و B_{rms} و H_{rms} و ... استفاده شود.

مثال۱: مشخصه $\lambda - i$ سیم‌پیچی یک مدار مغناطیسی در شکل زیر داده شده است. جریان ۱۰ آمپر از سیم‌پیچی عبور داده می‌شود. اندوکتانس سیم‌پیچی، «L» و انرژی ذخیره شده در میدان «W» چقدر است؟ (سراسری ۹۷)



۱) $L = ۰/۵H \quad , \quad W = ۱۱/۲۵J$

۲) $L = ۰/۵H \quad , \quad W = ۲۵J$

۳) $L = ۲H \quad , \quad W = ۳۸/۷۵J$

۴) $L = ۲H \quad , \quad W = ۱۰۰J$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» انرژی ذخیره شدن در میدان همان سطح بالای منحنی $\lambda - I$ در محدوده ۰ تا $۱۰\,A$ است، لذا:

$$W_{fld} = \text{سطح بالای منحنی} = \text{سطح مثلث} + \text{سطح ذوزنقه} = \frac{۲/۵ \times ۴}{۲} + \frac{(۲/۵ + ۱۰) \times ۱}{۲} = ۱۱/۲۵ j$$

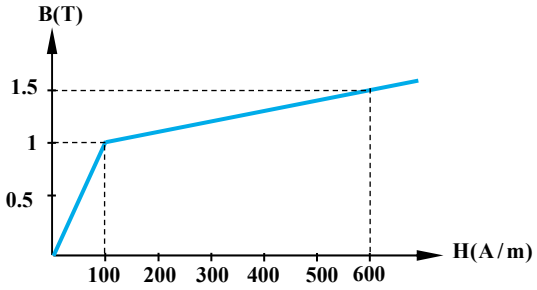
درخصوص اندوکتانس سیم‌پیچی چون مشخصه غیرخطی بوده و دارای دو شیب مختلف است، لذا دارای دو اندوکتانس مختلف است. یکی به ازای جریان‌های کمتر از $۲/۵A$ و یکی به ازای جریان‌های بزرگ‌تر از $۲/۵A$ (تا $۱۰\,A$) که هریک برابر شیب مشخصه $\lambda - I$ در محدوده جریانی مورد نظر هستند. چون در این مسئله اندوکتانس در جریان $۱۰\,A$ خواسته شده پس کافی است شیب قطعه دوم مشخصه را به‌دست آورد، لذا:

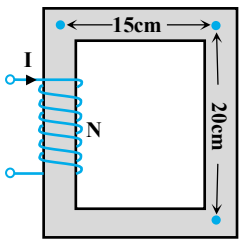
$$L = \frac{\Delta\lambda}{\Delta i} = \frac{۵ - ۴}{۱۰ - ۲/۵} = ۰/۱۳۳H$$

دیده می‌شود که در گزینه‌ها، این پاسخ وجود ندارد؛ اما چون پاسخ بخش اول سؤال فقط در گزینه «۱» درج شده، پس این گزینه انتخاب می‌گردد.

(به نظر شما آیا در این تست می‌توان از رابطه‌ی $W_{fld} = \frac{۱}{۲}Li^۲$ نیز، مقدار L را محاسبه نمود؟)

مثال۲: هسته آهنی زیر دارای سطح مقطع $A = ۱۶\,cm^۲$ و تعداد دور سیم‌پیچ آن $N = ۲۱۰$ دور می‌باشد. منحنی $B - H$ آن بصورت زیر است. چگالی شار مغناطیسی (B) و انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی برای جریان $۲A$ کدام است؟ (سراسری ۸۱)





۱) $W = ۰/۷۵J \ ، \ B = ۱/۵T$

۲) $W = ۰/۰۵۶J \ ، \ B = ۱/۵T$

۳) $W = ۰/۲۵۲J \ ، \ B = ۱/۵T$

۴) $W = ۰/۰۵۶J \ ، \ B = ۱T$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون منحنی مشخصه مدار به صورت منحنی $B - H$ داده شده ابتدا باید ببینیم جریان $۲A$ چه مقدار شدت میدان و چه مقدار چگالی در هسته ایجاد می‌کند. لذا:

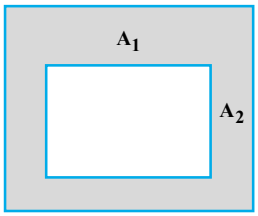
$$H = \frac{NI}{L_c} = \frac{۲ \times ۲۱۰}{[(۲ \times ۱۵) + (۲ \times ۲۰)] \times ۱۰^{-۲}} = ۶۰۰\frac{A}{m} \xrightarrow{\text{منحنی}} B = ۱/۵T$$

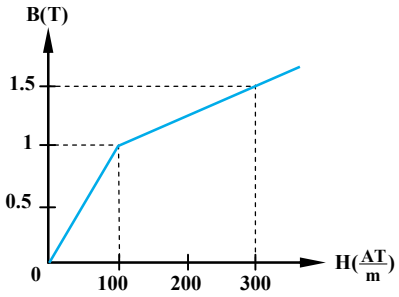
با توجه به اینکه سطح بالای منحنی $B - H$ **چگالی انرژی** است داریم:

$$\begin{cases} W_{fld} = D_{fld}.V_{core} = \text{(چگالی انرژی ذخیره شده)} \times \text{(حجم ماده مغناطیسی)} \\ D_{fld} = (B - H)\ \text{سطح بالای نمودار} = \frac{۱۰۰ \times ۱}{۲} + \frac{۶۰۰ + ۱۰۰}{۴} = ۲۲۵\frac{j}{m^۳} \\ V_{core} = L_{av}.A = (۷۰ \times ۱۰^{-۲})(۱۶ \times ۱۰^{-۴}) = ۱/۱۲ \times ۱۰^{-۳}\ m^۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{fld} = ۲۲۵ \times (۱/۱۲ \times ۱۰^{-۳}) = ۰/۲۵۲\ j$$

مثال ۳: مشخصه $B-H$ هسته مدار مغناطیسی شکل داده شده با دو قطعه خط به صورت داده شده تقریب زده شده است. هسته دارای دو قسمت است. قسمت اول دارای سطح مقطع A_1 و حجم ۵۰ سانتی‌متر مکعب بوده و چگالی فلو در تمام قسمت‌های آن برابر ۱ تسلا است. قسمت دوم دارای سطح مقطع $A_2 (A_2 < A_1)$ و حجم ۱۲۰ سانتی‌متر مکعب است و چگالی فلو در تمام قسمت‌های آن برابر ۱/۵ تسلا می‌باشد. مدار مغناطیسی فاقد فاصله هوایی است. مقدار کل انرژی ذخیره شده در سیستم چند میلی ژول است؟ (سراسری ۸۷)





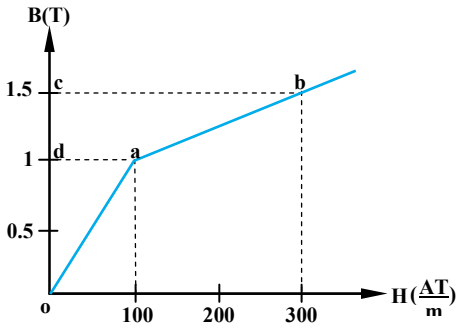
۱) ۵۹/۰

۲) ۴۱/۰

۳) ۲۹/۵

۴) ۲۰/۵

پاسخ: گزینه «۴» اگر D_{fld} چگالی حجمی انرژی مغناطیسی و V_{core} حجم ماده مغناطیسی باشند داریم: $W_{fld} = D_{fld}.V_{core}$



همانطور که می‌دانیم سطح بالای منحنی $B-H$ چگالی انرژی است لذا در قسمت A که چگالی میدان برابر $1T$ است باید سطح بالای منحنی را تا این چگالی محاسبه نمود لذا:

$$D_{fld_A} = S_{oado} = ۱ \times \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰ \frac{j}{m^۳}$$

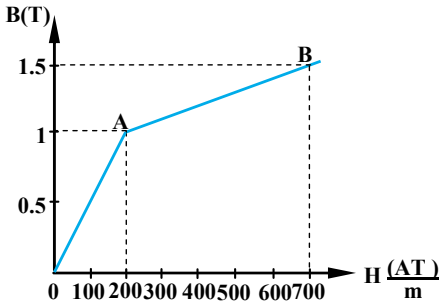
به طور مشابه در قسمت B که چگالی میدان ۱/۵ تسلا است می‌توان نوشت:

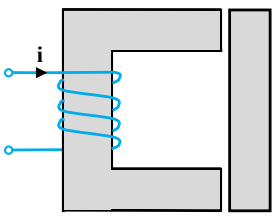
$$D_{fld_B} = S_{oabcdo} = (۱ \times \frac{۱۰۰}{۲}) + (۱۰۰ + ۳۰۰) \frac{۰/۵}{۲} = ۱۵۰ \frac{j}{m^۳}$$

حال که چگالی حجمی انرژی مربوط به دو قسمت محاسبه شده انرژی ذخیره شده کل را می‌توان به صورت زیر آورد:

$$W_{fld} = W_{fld_A} + W_{fld_B} = (D_{fld_A} V_{core_A} + D_{fld_B} V_{core_B}) = (۵۰ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۶}) + (۱۵۰ \times ۱۲۰ \times ۱۰^{-۶}) = ۲۰۵۰۰ \times ۱۰^{-۶} \, J = ۲۰/۵ mj$$

مثال ۴: منحنی مغناطیسی قسمت‌های آهنی مدار مغناطیسی شکل زیر داده شده است. آمپر دور سیم‌پیچی طوری تنظیم شده که مقدار چگالی فلو (شار) در فاصله هوایی برابر ۱/۲ تسلا باشد. سطح مقطع هسته در تمام قسمت‌ها $۲۰ cm^۲$، طول متوسط مسیر فلو در هسته ۰/۵ متر و طول هر یک از فواصل هوایی ۰/۱mm است. مقدار کل انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی چند ژول است؟ از نشت و پراکندگی فلو صرف‌نظر کنید. $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷})$ (سراسری ۸۴)





۱) ۰/۳۸۹

۲) ۰/۴۶۹

۳) ۰/۶۱۸

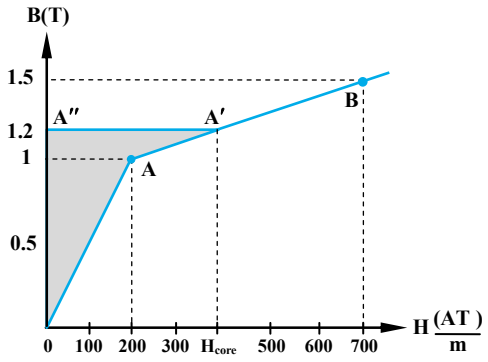
۴) ۰/۶۹۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون هسته ایده‌آل نیست لذا کل انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی در دو قسمت (۱) هسته و (۲) فاصله هوایی ذخیره می‌شود. با توجه به رابطه (چگالی حجمی انرژی × حجم = انرژی ذخیره شده) انرژی ذخیره شده در هر یک از دو قسمت فوق الذکر را بدست آورده و سپس با هم جمع می‌کنیم از طرفی به دلیل ثابت بودن سطح مقطع و عدم وجود انشعاب در مدار، فلو و چگالی فلو در همه جای مدار مغناطیسی یکی است لذا:

$$W_{fld_{ag}} = D_{fld_{ag}}.V_{ag} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_\circ}V_{ag} = \frac{1}{2}\frac{(1/2)^2}{4\pi\times10^{-7}}\times(2\times20\times10^{-4}\times0/1\times10^{-3}) = 0/2292\ j$$

$$W_{fld_c} = D_{fld_c}.V_{core} = (\int HdB)\times V_{core} = \int HdB\times(0/5\times20\times10^{-4})$$

حاصل $D_{fld} = \int HdB$ برابر سطح هاشورخورده در منحنی شکل روبه‌رو است:



با توجه به معادله خط AB به ازاء $B = 1/2T$ داریم:

$$1/2-1 = \frac{1/5-1}{700-200}(H_{core}-200) \Rightarrow H_{core} = 400\frac{A}{m}$$

با داشتن این H_{core} می‌توان سطح محصور فوق الذکر را بدست آورد. یعنی:

$$\int HdB = \frac{200+400}{2}(0/2)+\frac{200\times1}{2} = 160\frac{j}{m^3} \Rightarrow W_{fld_c} = 10^{-3}\times160 = 0/16\ j$$

پس کل انرژی ذخیره شده برابر است با:

$$W_{fld} = W_{fld_{ag}} + W_{fld_c} = 0/16+0/2292 = 0/3892\ j$$

مثال۵: در یک مدار مغناطیسی رابطه $\lambda - i$ به صورت $\lambda = 0/3\sqrt{i}$ است، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی این مدار به ازاء جریان 4A چند ژول است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۲/۴ ۳) ۱/۶ ۴) ۰/۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» همانطور که ذکر شد در حالت کلی $\lambda = \lambda(i,x)$ می‌باشد اما معادله داده شده در صورت تست به صورت $\lambda = \lambda(i)$ داده شده است، یعنی به ازاء یک x خاص داده شده است پس مشکلی نداریم. برای حل این تست از دو روش انرژی و کوانرژی به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

روش اول: استفاده از روش انرژی:

$$\lambda = 0/3\sqrt{i} \Rightarrow d\lambda = 0/3\times\frac{1}{2\sqrt{i}}di$$

$$W_{fld} = \int_\circ^{\lambda_1} id\lambda = \int_\circ^{i_1} i(\frac{3}{20}i^{-\frac{1}{2}}di) = \frac{3}{20}\times\frac{i^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_\circ^4 = 0/8\ j$$

روش دوم: استفاده از روش شبه انرژی:

$$\lambda = 0/3\sqrt{i} = 0/3\sqrt{4} = 0/6\ Wb.T$$

$$W'_{fld} = \int_\circ^{i_1}\lambda di = \int_\circ^4 0/3\sqrt{i}\,di = 0/3\times\frac{i^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_\circ^4 = 1/6\ j$$

$$W_{fld} + W'_{fld} = i\lambda \Rightarrow W_{fld} = (4\times0/6)-1/6 = 0/8\ j$$

در حالت کلی اگر محاسبه $\int id\lambda$ راحت باشد از روش انرژی و اگر محاسبه $\int \lambda di$ راحت‌تر باشد، از روش شبه انرژی استفاده می‌کنیم یعنی انتخاب روش حل بستگی به مشخصه $\lambda - i$ داده شده دارد.

مدرسان شریف

فصل سوم

«ماشین‌های الکتریکی جریان مستقیم (DC)»

درسنامه (۱): اصول کار و ساختمان ماشین‌های جریان مستقیم / بررسی مولد تحریک مستقل

پس از کشف اندکسیون مغناطیسی در سال ۱۸۳۱ میلادی توسط فاراده، ساده‌ترین ماشین الکتریکی به دست ایشان ساخته شد. در سال‌های بعد از ساخت اولین نمونه به دلیل پیشرفت علم و رشد تکنولوژی، ماشین‌های الکتریکی پیشرفت چشمگیری داشته به طوری که در حال حاضر این ماشین‌ها نسبت به نوع اولیه خود بسیار پربازده‌تر و کم‌حجم‌تر بوده و قیمت تمام شده آن‌ها نیز بسیار کم‌تر است. معمولاً اصلی‌ترین دسته‌بندی ماشین‌های الکتریکی عبارتند از:

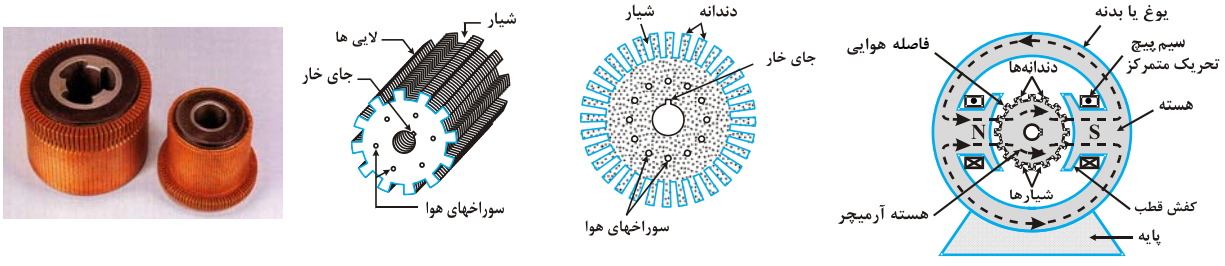
۱) دسته‌بندی از نظر نوع جریان در ترمینال‌های ماشین (AC یا DC) ۲) دسته‌بندی از نظر نوع تبدیل انرژی (موتوری یا مولدی)

در ماشین‌های DC ولتاژ و جریان **ترمینال‌های** ماشین همواره DC بوده (گرچه ولتاژ و جریان آرمیچر آنها AC می‌باشند) و در ماشین‌های AC ولتاژ و جریان ترمینال‌های ماشین نیز AC است. مولدهای الکتریکی، انرژی مکانیکی شفت را به انرژی الکتریکی در ترمینال‌های خود تبدیل نموده و موتورهای الکتریکی، انرژی الکتریکی ورودی از ترمینال‌های خود را به انرژی مکانیکی در شفت خود تبدیل می‌کنند.

ساختمان و تعاریف مربوط به ماشین‌های DC

در ماشین‌های DC نیز مانند سایر ماشین‌های گردان دو قسمت اصلی بنام‌های استاتور (قسمت ساکن) و رتور (قسمت دوار) وجود دارند. استاتور این ماشین‌ها همگی از مواد فرومغناطیسی نظیر چدن یا فولاد ریخته‌ای ساخته شده و معمولاً به صورت یکپارچه اجرا می‌شوند. از نظر شکل ظاهری هسته استاتور به صورت برجسته (قطب برجسته) ساخته شده و دور هر برجستگی یک سیم‌پیچی حامل جریان مستقیم (سیم‌پیچی تحریک) نصب می‌گردد. این هسته برجسته و سیم‌پیچی آن مجموعاً قطب‌های تحریک کننده ماشین را پدید آورده که وظیفه آنها تولید فوران مغناطیسی مورد نیاز ماشین است.

رتور ماشین‌های DC همواره به صورت قطب صاف ساخته شده و شامل تعداد زیادی شیار است که به فواصل مساوی از یکدیگر روی محیط یک هسته استوانه‌ای شکل مورق از مواد فرومغناطیسی تعبیه شده‌اند. درون این شیارها هادی‌های مربوط به سیم‌پیچی آرمیچر قرار گرفته و مجموعاً یک سیم‌پیچی توزیع شده را برای آرمیچر پدید می‌آورند. در روی رتور بجز سیم‌پیچی آرمیچر تعداد مناسبی تیغه کموتاتور (یا کلکتور) نیز قرار دارد تا آرمیچر بتواند فرآیند کموتاسیون (تبدیل AC به DC و برعکس) را به راحتی انجام دهد. کموتاتور مجموعه‌ای از تیغه‌های مسی گوه مانند است که توسط عایق میکا از یکدیگر جدا شده‌اند.

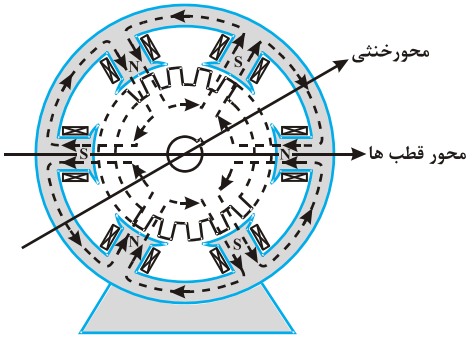


الف) ساختمان برش‌خورده یک ماشین D.C دو قطب — ب) هسته و ورق هسته یک آرمیچر با تهویه محوری — ج) دو نمونه کلکتور مورد استفاده در موتور جاروهای برقی

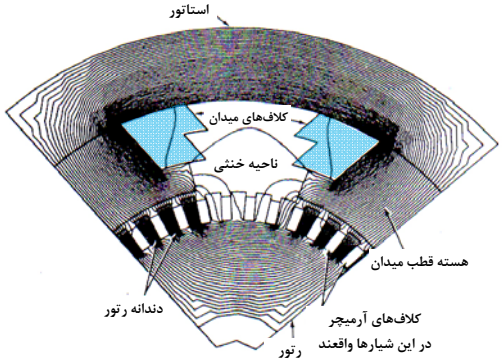
«شکل ۱. ساختمان ماشین D.C»

در ماشین‌های گردان اصطلاحاً به محوری که از مرکز قطب‌ها می‌گذرد محور قطب‌ها یا محور طولی (محور d) گویند. در واقع فوران تولیدی هر قطب در راستای این محور وارد آرمیچر می‌شود. از آنجائی‌که مقاومت مغناطیسی در فاصله هوایی بین دو قطب بسیار زیاد است فوران قابل توجهی بدون ورود به آرمیچر بین دو قطب مبادله نمی‌شود، یعنی در فضای بین دو قطب مجاور فوران قابل توجهی وجود ندارد به این ناحیه اصطلاحاً **ناحیه خنثی** و به محور

فرضی عبوری از مرکز این ناحیه **محورخنثی** گویند (به هر نقطه روی این محور، نقطه‌ی خنثی گویند). تعداد محور قطب‌ها و محور خنثی همواره برابر تعداد زوج قطب‌های ماشین است. توجه شود که در کلیه ماشین‌های DC محور مغناطیسی رتور و استاتور همواره نسبت به هم و نسبت به یک مرجع ساکن ثابت بوده و نمی‌چرخند در صورتی که این محور در ماشین‌های AC با سرعت سنکرون در حال گردش می‌باشد.



الف) نمایش یکی از محورهای قطب‌ها و یکی از محورهای خنثی

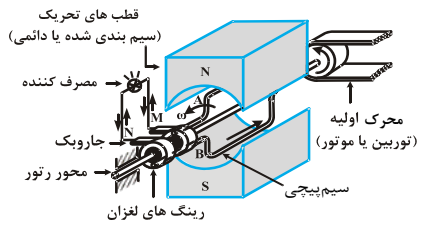


ب) توزیع فوران بین قطب‌های استاتور و هسته رتور

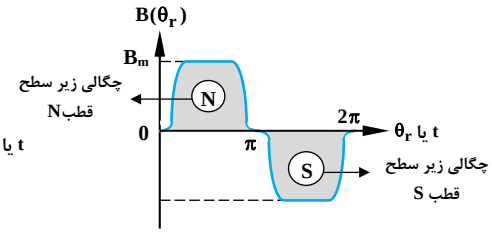
«شکل ۲. محورهای مغناطیسی و توزیع میدان مغناطیسی ماشین‌های DC»

ولتاژ القایی ایجاد شده در ماشین‌های DC

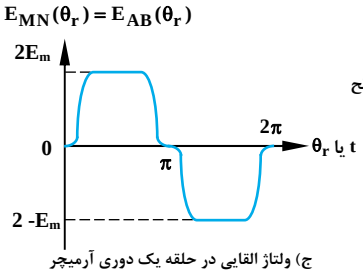
شکل «۳ـ الف» شمای کلی از یک ماشین گردان را نشان می‌دهد. چنانچه چگالی فوران تولیدی هر قطب این ماشین B باشد به علت یکنواخت بودن فاصله هوایی بین رتور و استاتور همواره چگالی فوران در تمامی نقاط سطح زیر قطب‌ها یکسان (یک مقدار) بوده و در نتیجه توزیع میدان مغناطیسی یک **توزیع یکنواخت** مانند شکل «۳ـ ب» می‌باشد. در این صورت با چرخش رتور و چرخش هادی‌های آرمیچر میدانی که هادی را در زیر هر قطب قطع می‌کند همواره یک مقدار است پس ولتاژ القایی در هادی‌ها در تمامی طول مسیر عبور از زیر هر قطب یک مقدار ثابت بوده لذا می‌توان نمودار ولتاژ القایی را به صورت شکل «۳ـ ج» در نظر گرفت. (در این شکل ولتاژ القایی در هر هادی دارای دامنه E_m است) طبق این شکل با یک دور چرخ آرمیچر یک **ولتاژ متناوب** در هادی‌ها القایی می‌گردد که این امر از اصول مهم در تمامی ماشین‌های گردان است یعنی هیچ ماشین گردانی وجود ندارد که ولتاژ القایی در آن DC باشد. دقت شود که در نقاط ۰ و π و ۲π ولتاژ القایی صفر شده و تغییر جهت داده است زیرا این نقاط همان نقاط خنثی ماشین هستند.



الف) مولد دو قطبی ساده با حلقه‌های لغزان (مولد AC)



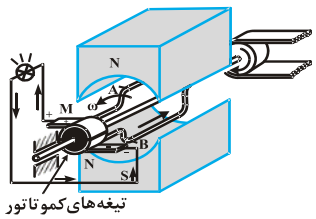
ب) توزیع چگالی میدان زیرقطب‌ها



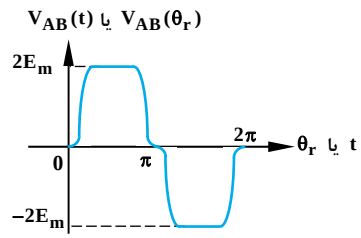
ج) ولتاژ القایی در حلقه یک دوری آرمیچر

«شکل ۳. القاء ولتاژ در یک مولد ساده»

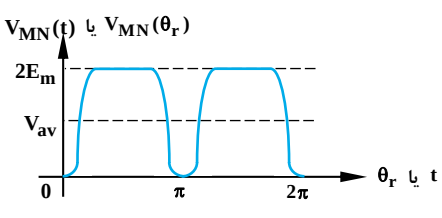
اگر بخواهیم ماشین فوق‌الذکر ولتاژ DC به ما تحویل دهد باید در خروجی ماشین عمل یکسوسازی انجام دهیم. برای این منظور باید به جای استفاده از رینگ‌های لغزان به کار رفته در شکل «۳ـ الف» از تیغه‌های کموتاتور مانند شکل «۴ـ الف» استفاده نمود. در واقع در این شکل ولتاژ القایی در پشت کموتاتورها (سمت سیم‌پیچی) همان ولتاژی است که در شکل «۴ـ ب» رسم شده اما بعد از کموتاتور ولتاژ خروجی از ماشین مانند شکل «۴ـ ج» به صورت یکسو یا DC در می‌آید.



الف) استفاده از کموتاتور جهت یکسوسازی ولتاژ القایی مولد DC



ب) ولتاژ القایی در آرمیچر قبل از کموتاتور



ج) ولتاژ خروجی مولد DC پس از عبور از کموتاتور

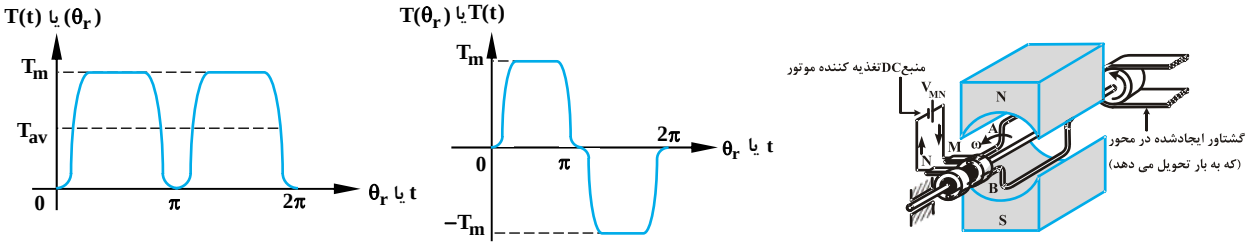
«شکل ۴. یکسوسازی توسط کموتاتور»

با بررسی شکل «۳ـ الف» و «۴ـ الف» دیده می‌شود که تنها تفاوت ماشین‌های AC و DC در قسمت خروجی یا ورودی (ترمینال) آرمیچر است، بدین صورت که در ماشین‌های AC از حلقه‌های لغزان (رینگ کامل) جهت ارتباط با مدار خارجی استفاده شده اما در ماشین‌های DC از نیم‌حلقه (کموتاتور) جهت ارتباط با مدار خارجی استفاده می‌شود.

مورد بررسی شده در فوق تبدیل ولتاژ AC القایی در **مولدها** به ولتاژ DC در ترمینال‌های آن توسط کموتاتور است، یعنی کموتاتور به صورت **یکسوساز مکانیکی** عمل می‌کند. اما کموتاتور در حالتی که از ماشین به عنوان **موتور** استفاده می‌شود نیز نقش دارد در این حالت کاری، کموتاتور ولتاژ DC ترمینال‌ها را به ولتاژ AC تبدیل نموده و به آرمیچر تحویل می‌دهد. یعنی کموتاتور به صورت یک **متناوب‌ساز (اینورتر) مکانیکی** عمل می‌کند.

گشتاور القایی ایجاد شده در ماشین‌های DC

چنانچه در شکل «۳ـ الف» به جای چرخاندن آرمیچر، توسط یک منبع تغذیه خارجی به سیم‌پیچی آن جریان داده شود نیرویی (نیروی لورنس) در هر بازوی این سیم‌پیچی القاء می‌شود و چون جهت جریان در دو بازو عکس یکدیگر است پس دو نیروی مساوی اما مختلف‌الجهت به دو بازو اعمال گشته و در نتیجه گشتاوری در ماشین تولید می‌شود. اما اگر باز هم از حلقه‌های لغزان جهت تغذیه آرمیچر استفاده شود گشتاور ایجاد شده پس از نیم دور گردش تغییر جهت داده و معکوس می‌گردد لذا یک حرکت دورانی مداوم نخواهیم داشت در حالی که اگر از کموتاتور به جای حلقه‌های لغزان استفاده شود، حرکت دورانی مداوم خواهد بود. پس توسط کموتاتور گشتاور تولیدی موتور یکسو می‌شود.



الف) موتور دو قطبی ساده با حلقه‌های لغزان

ب) گشتاور تولیدی موتور اگر از حلقه‌های لغزان استفاده شود.

ج) گشتاور تولیدی موتور اگر از کموتاتور استفاده شود.

«شکل ۵. القاء گشتاور در یک موتور ساده»

کموتاسیون در مولدهای DC

در مولدهای DC به علت گردش مداوم آرمیچر، هادی‌ها دائماً از زیر یک قطب به قطب دیگر منتقل شده لذا جهت جریان در آن‌ها تغییر می‌کند. اگر هر هادی در تمامی لحظات فقط به یک رینگ متصل باشد جهت جریان یا ولتاژ خروجی آن رینگ نیز به اجبار با چرخش آرمیچر تغییر می‌کند اما اگر از تیغه‌های کموتاتور استفاده شود درست در لحظه‌ای که یک هادی می‌خواهد از زیر یک قطب به قطب بعدی برود اتصال خروجی ماشین (جاروبک) از تیغه‌ای که هادی مورد بحث به آن متصل است قطع شده و به هادی دیگری که هنوز زیر قطب قبلی است متصل می‌شود، بدین‌سان پلاریته ولتاژ خروجی ثابت می‌ماند. به این عمل کموتاسیون در مولد DC گویند که یکی از مهمترین اعمالی است که در این مولد صورت می‌گیرد زیرا در غیر این صورت مولد قادر به ایجاد ولتاژ DC در ترمینال‌ها نخواهد بود.

کموتاسیون در موتورهای DC

در موتورهای DC نیز اگر از حلقه‌های لغزان استفاده شود جهت جریان در هر هادی در تمامی لحظات یکسان بوده لذا وقتی هادی از زیر یک قطب به زیر قطب بعدی می‌رود جهت گشتاور یا نیروی القایی در آن معکوس می‌شود. اما توسط کموتاتور هنگامی که هادی می‌خواهد از زیر یک قطب به قطب بعدی برود همزمان اتصال آن هادی از یک سر منبع ورودی (مثلاً سر ⊕) قطع شده و به سر دیگر منبع ورودی متصل می‌گردد. در چنین حالتی به علت معکوس شدن جهت جریان در هادی مورد بحث جهت گشتاور القایی ثابت می‌ماند. به این عمل کموتاسیون در موتورهای DC گویند که از مهمترین اعمالی است که در این موتور صورت می‌گیرد زیرا در غیر این صورت حرکت دورانی مداوم نخواهیم داشت.

با توجه به موارد فوق می‌توان نتیجه گرفت که:

۱) کموتاتور در مولدهای DC یکسوساز ولتاژ است.

۲) کموتاتور در موتورهای DC متناوب‌ساز ولتاژ است (یکسوساز گشتاور است).

۳) فرآیند کموتاسیون مهمترین عملی است که در ماشین DC صورت گرفته تا رفتار این ماشین گردان را بتواند با جریان DC هماهنگ نماید.

محاسبه ولتاژ القایی و گشتاور القایی در ماشین‌های DC

در ماشین‌های DC واقعی اولاً به منظور افزایش دامنه ولتاژ و گشتاور القایی به جای استفاده از یک دور سیم‌پیچی از تعداد N_c دور سیم‌پیچی در هر کلاف استفاده شده و ثانیاً به منظور افزایش مقدار متوسط و کاهش ضربان (ریپل) ولتاژ و گشتاور القایی به جای بکارگیری یک کلاف از چند کلاف که به صورت توزیع شده در اطراف آرمیچر قرار دارند استفاده می‌شود. این کلاف‌ها از نظر الکتریکی به صورت سری و موازی با یکدیگر در آمده و مجموعاً سیم‌پیچی آرمیچر را پدید می‌آورند. اگر بخواهیم ولتاژ خروجی آرمیچر افزایش یابد، باید تعداد زیادی از کلاف‌های آرمیچر را از نظر الکتریکی با یکدیگر سری نمود. به چنین سیم‌پیچی، **سیم‌پیچی موجی** (Wave) می‌گویند. همین‌طور اگر بخواهیم جریان تولیدی توسط آرمیچر افزایش یابد باید تعداد زیادی از کلاف‌های آرمیچر را از نظر الکتریکی با یکدیگر موازی نمود. به چنین سیم‌پیچی، **سیم‌پیچی رویهم یا حلقوی** (Lap) گویند. در حالت کلی اگر تعداد مسیرهای موازی که در سیم‌پیچی آرمیچر یک ماشین DC تشکیل می‌شود را با a نشان دهیم، داریم:

$$a=\begin{cases}P.m & \text{در سیم‌پیچی حلقوی}\\ ۲m & \text{در سیم‌پیچی موجی}\end{cases}$$

در این روابط P تعداد قطب‌های ماشین و m درجه مرکب بودن سیم‌پیچی آن است، به طوری که در سیم‌پیچی‌های ساده (حلقوی ساده و موجی ساده) $m=۱$ و در سیم‌پیچی‌های مرکب $m>۱$ است. مثلاً در سیم‌پیچی‌های مرکب دوگانه $m=۲$، مرکب سه‌گانه $m=۳$ و ... می‌باشد (اگر نوع سیم‌پیچی ذکر نشود ساده فرض می‌شود).

چنانچه در یک ماشین DC با P قطب، a مسیر موازی جریان، فوران تولیدی هر قطب φ و تعداد کل هادی‌هایی که در تمامی شیارها قرار دارند Z باشد، داریم:

الف) اگر آرمیچر این ماشین با سرعت ω دوران کند مقدار متوسط ولتاژ القایی در سیم‌پیچی آرمیچر برابر است با:

$$E_a=\frac{P}{a}Z\varphi\frac{\omega}{۲\pi}$$

ب) اگر از آرمیچر این ماشین جریان I_a عبور کند مقدار متوسط گشتاور القایی در این سیم‌پیچی برابر است با:

$$T_e=\frac{P}{a}Z\varphi\frac{I_a}{۲\pi}$$

باید دقت داشت که در یک ماشین الکتریکی مفروض (ساخته شده) پارامترهای P، a و Z مقادیر ثابتی هستند که در هنگام ساخت تعیین شده‌اند یعنی در هنگام بهره‌برداری تغییر نمی‌کنند، لذا می‌توان با ثابت فرض نمودن این پارامترها روابط ولتاژ و گشتاور القایی را به صورت زیر ساده نمود:

$$\text{ثابت ماشین DC } \mathbf{k}\triangleq\frac{P}{a}\frac{Z}{۲\pi}\quad\Rightarrow\quad\boxed{E_a=k\varphi\omega}\quad\boxed{T_e=k\varphi I_a}$$

با ضرب طرفین رابطه $T_e=k\varphi I_a$ در سرعت زاویه ω داریم:

$$T_e.\omega=E_aI_a\triangleq P_{ag}\Rightarrow T_e=\frac{P_{ag}}{\omega}$$

این رابطه نشان می‌دهد که قدرت مکانیکی $(T_e.\omega)$ و الکتریکی $(E_a.I_a)$ ماشین همواره با یکدیگر برابر هستند در ضمن P_{ag} به نام قدرت الکترومغناطیسی یا قدرت داخلی آرمیچر معرفی می‌شود (در بعضی از کتب این توان را با P_e نیز نشان می‌دهند).

نکته۱: طبق روابط مربوط به E_a و T_e می‌توان نسبت‌های زیر را جهت بررسی چگونگی تغییرات ولتاژ و گشتاور القایی در ماشین به ازاء شرایط مختلف (I_a,ω,φ مختلف) بدست آورد:

$$\frac{T_{e_۱}}{T_{e_۲}}=\frac{\varphi_۱I_{a_۱}}{\varphi_۲I_{a_۲}}\qquad\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{\varphi_۱\omega_۱}{\varphi_۲\omega_۲}=\frac{\varphi_۱N_۱}{\varphi_۲N_۲}=\frac{\varphi_۱n_۱}{\varphi_۲n_۲}$$

عکس‌العمل آرمیچر

هنگامی که جریان در سیم‌پیچ‌های آرمیچر برقرار می‌شود یک نیروی محرکه مغناطیسی (آمپر دور) توسط آن تولید می‌گردد. به اثر نیروی محرکه مغناطیسی آرمیچر روی توزیع فضایی شار میدان اصلی در فاصله هوایی، عکس‌العمل آرمیچر می‌گویند. عکس‌العمل آرمیچر در دو جهت عرضی و طولی است که عکس‌العمل عرضی باعث ایجاد اعوجاج در میدان اصلی، اشباع در هسته رتور و استاتور، درست انجام نشدن عمل کموتاسیون و ازدیاد تلفات و حرارت در ماشین می‌شود. عکس‌العمل عرضی سبب کاهش فوران مفید زیر هر قطب شده لذا در مولدها موجب کاهش ولتاژ ترمینال‌ها (ازدیاد افت ولتاژ در ماشین) و در موتورها موجب کاهش گشتاور محور می‌گردد. عکس‌العمل طولی باعث کاهش یا افزایش شار میدان اصلی می‌شود.

راه‌اندازی مولدهای جریان مستقیم

همانطور که در ابتدای فصل بیان شد در کلیه ماشین‌های DC ولتاژ القایی در آرمیچر از رابطه $E_a = k\varphi\omega$ قابل محاسبه است. طبق این رابطه جهت تولید ولتاژ توسط یک مولد DC لازم است دو پارامتر **فوران** (φ) و **سرعت** (ω) موجود بوده و مخالف صفر باشند، زیرا ضریب k که وابسته به نوع سیم‌پیچی و مشخصات داخلی ماشین است همواره مخالف صفر است. برای راه‌اندازی ابتدا باید آرمیچر توسط یک محرک اولیه یا محرک خارجی مانند موتور دیزلی، توربین آبی، بخاری و ... گردانده شده تا سرعت مورد نیاز (ω) فراهم گردد. برای تأمین فوران (φ) موردنیاز دو راه موجود است:

۱) **استفاده از قطب‌های دائمی (آهن‌ربای طبیعی):** این روش فقط در ماشین‌های کوچک به کار می‌رود.

۲) **استفاده از قطب‌های سیم‌پیچی شده (آهنربای مصنوعی):** در این حالت با عبور **جریان DC** از یک سیم‌پیچی که حول هسته قطب‌ها پیچیده شده فوران موردنیاز تولید می‌شود. مزیت روش اخیر اولاً تولید فوران (یا چگالی فوران) بالاتر نسبت به حجم هسته در مقابل آهنربای دائمی بوده و ثانیاً امکان کنترل این فوران توسط جریان عبوری از سیم‌پیچی قطب‌ها (که به جریان تحریک معروف است) وجود دارد.

حال سؤال این‌جاست که جریان موردنیاز سیم‌پیچی قطب‌های تحریک و یا به اختصار جریان تحریک از کجا تأمین می‌گردد؟ در پاسخ به این سؤال باید ذکر نمود که به طور کلی دو روش جهت تأمین جریان تحریک در ماشین‌های DC وجود دارد که عبارتند از:

۱) استفاده از یک منبع تغذیه جداگانه (اکسایتر) نظیر باتری یا یک مولد DC کوچکتر

۲) استفاده از جریان آرمیچر خود مولد، زیرا مولد قرار است مقدار زیادی جریان تولید کند پس می‌تواند قسمتی از این جریان تولیدی را صرف تحریک خود کند.

به مولدهایی که به طریق اول تغذیه می‌شوند مولدهای **تحریک جداگانه** یا مستقل و به مولدهایی که به طریق دوم متصل می‌شوند مولدهای **تحریک خودی** یا سرخود گویند.

سؤال بعدی این است که اگر قرار است مدار سیم‌پیچی تحریک از طریق آرمیچر تغذیه شود، اتصال بین این دو مدار (تحریک و آرمیچر) چگونه است؟ در پاسخ باید ذکر نمود که به طور کلی به سه روش زیر می‌توان مدار تحریک را به آرمیچر متصل نمود:

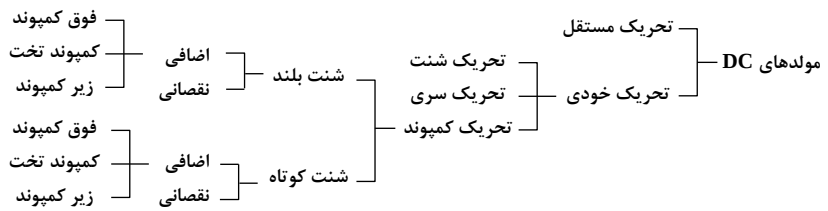
۱) **اتصال موازی یا شنت:** در این روش سیم‌پیچی تحریک به طور موازی به دو سر آرمیچر متصل می‌شود. به چنین مولد اصطلاحاً مولد با تحریک شنت یا موازی گویند.

۲) **اتصال سری:** در این روش سیم‌پیچی تحریک به طور سری به آرمیچر (و بار) متصل می‌شود. به چنین مولدی اصطلاحاً مولد تحریک سری گویند.

۳) **اتصال سری ـ موازی:** در این روش در روی قطب‌های مولد دو مجموعه سیم‌پیچی تحریک نصب شده، به طوری که یکی از این سیم‌پیچی‌ها با آرمیچر سری و دیگری با آرمیچر موازی است، یعنی ترکیبی از دو مولد قبلی است. به چنین مولدی اصطلاحاً مولد تحریک مختلط یا کمپوندی گویند.

➢ **توجه:** سیم‌پیچی‌های تحریک سری، با آرمیچر سری شده و جریان بالای آرمیچر از آن‌ها عبور می‌کند. از اینرو اولاً دارای تعداد دور بسیار کمی بوده (تا آمپر دور تولیدی آن‌ها بیش از حد نگردد) و ثانیاً سیم‌های آن‌ها بسیار قطور هستند در نتیجه مقاومت اهمی و اندوکتانس این سیم‌پیچی‌ها بسیار کوچکند. برعکس سیم‌پیچی‌های تحریک موازی چون با آرمیچر موازی شده ولتاژ بالایی را باید تحمل کنند لذا تعداد دور بسیار بالایی داشته و در عوض قطر سیم‌های آن‌ها بسیار نازکند (زیرا جریان عبوری از آن‌ها کوچک بوده تا آمپر دور تولیدی آن‌ها بیش از حد نشود) در نتیجه مقاومت اهمی و اندوکتانس این سیم‌پیچی‌ها مقادیر بزرگتری است.

➢ **توجه:** به طور خلاصه می‌توان انواع مولدهای DC را به صورت زیر دسته‌بندی نمود:



مشخصات اصلی مولدهای DC

برای مولدها، مشخصه‌های متعددی داده می‌شود ولی در بین آنها سه مشخصه زیر جزء مشخصات اصلی بوده و از همه مهمتر هستند:

۱) مشخصه بی‌باری $E_a = f(I_f)$:

این مشخصه چگونگی تغییرات نیروی محرکه القاء شده در دو سر آرمیچر را برحسب تغییرات جریان تحریک نشان می‌دهد، برای دستیابی به این مشخصه باید روی ماشین آزمایش بی‌باری انجام داد (به این مشخصه، مشخصه مغناطیسی یا داخلی یا اشباع نیز می‌گویند).

۲) مشخصه بارداری $V_t = f(I_L)$:

این مشخصه چگونگی تغییرات ولتاژ خروجی مولد را به ازای تغییرات بار آن نشان می‌دهد، برای دستیابی به این مشخصه باید روی ماشین آزمایش بارداری انجام داد (به این مشخصه، مشخصه الکتریکی یا خارجی نیز می‌گویند).

۳) مشخصه تنظیم $I_f = f(I_L)$:

این مشخصه تغییرات جریان تحریک را به ازای تغییرات جریان بار نشان می‌دهد، به عبارت دیگر نشان می‌دهد که برای ثابت ماندن ولتاژ خروجی در بارهای مختلف، جریان تحریک چگونه باید تغییر کند. برای دسترسی به این مشخصه نیز باید روی ماشین آزمایش بارداری انجام داد.

مقادیر نامی ماشین‌های الکتریکی

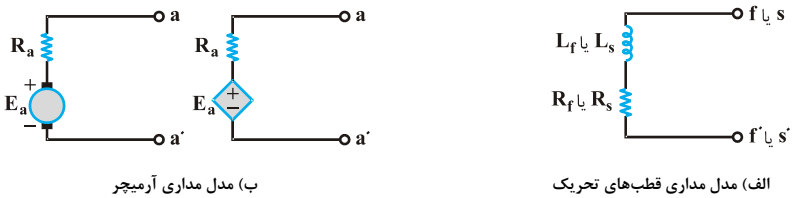
مقادیر نامی یک ماشین (مولد، موتور و ترانسفورماتور)، مقادیری هستند که ماشین به منظور کارکرد با آن مقادیر طراحی شده است. معمولاً این مقادیر از طرف کارخانه سازنده روی پلاک ماشین درج می‌شوند. در ماشین‌های DC عمدتاً ولتاژ ترمینال نامی (V_{t_n})، جریان آرمیچر نامی (I_{a_n})، جریان تحریک نامی $(I_{f_n}$ و $I_{s_n})$، سرعت نامی (ω_n)، توان نامی (P_{2n})، گشتاور نامی (T_{2n}) و در ماشین‌های AC علاوه بر موارد فوق فرکانس نامی (f_n) از جمله مهم‌ترین مقادیر نامی یک ماشین الکتریکی هستند که در طی بهره‌برداری نباید مقادیر واقعی یا مقادیر حالت بهره‌برداری نسبت به این مقادیر نامی تفاوت زیادی داشته باشند، زیرا ممکن است موجب آسیب دیدن قسمت‌های مختلف ماشین شده و یا کارکرد ماشین را غیراقتصادی نمایند.

به عنوان مثال اگر در یک ماشین DC جریان آرمیچر $I_{a_n} = ۱۰۰A$ باشد، اما در هنگام بهره‌برداری جریان آرمیچر $۱۳۰A$ شود یعنی ۳۰% اضافه جریان در آرمیچر داشته باشیم، تلفات مسی تولیدی در آرمیچر به اندازه ۶۹% افزایش می‌یابد. لذا حرارت تولیدی ناشی از این افزایش تلفات ممکن است سبب تخریب عایق سیم‌های سیم‌پیچی آرمیچر شود. همین‌طور اگر به جای $I_{a_n} = ۱۰۰A$ جریان آرمیچر $۲۵A$ شود با این که هیچ مشکل فنی برای ماشین پدید نمی‌آید اما به دلیل پایین آمدن راندمان، کارکرد ماشین کاملاً غیراقتصادی می‌شود (ماشین‌های الکتریکی طوری طراحی می‌شوند که راندمان آنها هنگام کارکرد با مقادیر نزدیک به مقادیر نامی، حداکثر باشند).

مدل مداری مولدهای جریان مستقیم

۱) مدل مداری تحریک: جهت مدل‌سازی تحریک از یک سلف واقعی (سلف ایده‌آل به علاوه مقاومت داخلی) استفاده می‌شود. یعنی مجموع تمامی سیم‌پیچی‌های قطب‌ها به صورت یک سلف واقعی مدل می‌شود. علت استفاده از سلف واقعی (نه ایده‌آل) در مدلسازی تحریک وجود یک مقاومت داخلی به نام مقاومت تحریک در هر سیم‌پیچی است.

۲) مدل مداری آرمیچر: جهت مدل‌سازی آرمیچر با توجه به ولتاژسازی آن (تولید E_a) می‌توان آن را به صورت یک منبع ولتاژ وابسته و واقعی (نه ایده‌آل) یعنی دارای مقاومت داخلی مدل نمود، زیرا اولاً ولتاژ این منبع وابسته به سرعت (ω) و فوران (φ) ماشین بوده و ثانیاً به علت مقاومت اهمی سیم‌پیچی‌های آرمیچر این منبع دارای مقاومت داخلی به اندازه مقاومت آرمیچر (R_a) است (البته در حالت کلی آرمیچر دارای اندوکتانس نیز می‌باشد، اما چون در این درس ماشین‌های DC در حالت دائمی تحلیل می‌شوند اندوکتانس مذکور در مدار معادل ظاهر نمی‌شود).



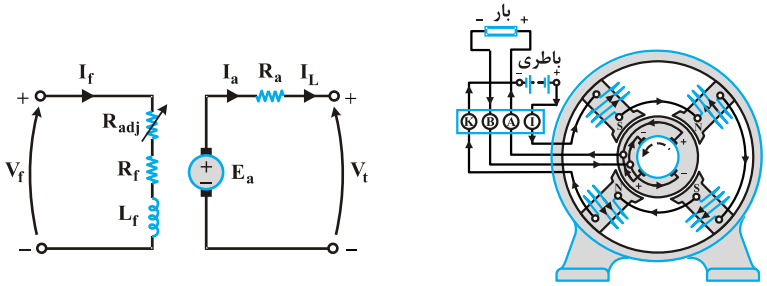
ب) مدل مداری آرمیچر

الف) مدل مداری قطب‌های تحریک

«شکل ۷. مدل مداری ماشین‌های جریان مستقیم»

مولد تحریک مستقل

در قسمت قبل دیدیم که در مولد تحریک مستقل یا جداگانه، جریان مورد نیاز سیم‌پیچی تحریک از یک منبع جداگانه تأمین شده یعنی هیچ ارتباط الکتریکی بین مدار آرمیچر و مدار تحریک وجود ندارد. «شکل ۸» نمای برش خورده این مولد را به همراه مدل مداری آن نشان می‌دهد.



الف) نمای برش خورده مولد تحریک مستقل

ب) مدل مداری مولد تحریک مستقل

«شکل ۸. مولد تحریک مستقل»

در این شکل دیده می‌شود که سیم‌پیچی هر چهار قطب با یکدیگر سری شده و مجموعاً دو سر (I,K) از مولد خارج و به یک منبع جداگانه که مجموعه‌ای از باتری‌ها است متصل شده است. همین‌طور ۴ عدد جاروبک روی آرمیچر نیز دو به دو با یکدیگر موازی شده و دو سر (B,A) به عنوان سرهای آرمیچر از مولد خارج و به شبکه یا بار متصل شده است. در تحلیل این ماشین لازم است روابط بین ولتاژها و جریان‌ها فرموله گردند، برای این منظور با استفاده از قوانین KCL و KVL داریم:

$$\begin{cases} V_t = E_a - R_a I_a - V_b - \varepsilon \\ I_a = I_L \end{cases}$$

با نوشتن قانون اهم نیز در حلقه سمت چپ داریم:

$$I_f = \frac{V_f}{R_f + R_{adj}}$$

در این روابط باید دقت نمود که E_a ولتاژ القایی یا تولیدی آرمیچر، V_t ولتاژ ترمینال‌ها یا خروجی مولد، R_a و R_f به ترتیب مقاومت‌های اهمی آرمیچر و تحریک، I_a، I_L و I_f نیز جریان‌های آرمیچر، بار (یا خط) و تحریک هستند. همین‌طور ε بیانگر افت ولتاژ ناشی از عکس‌العمل آرمیچر و V_b مجموع افت ولتاژ در جاروبک‌ها ناشی از مقاومت اهمی آن‌ها است یعنی $V_b = R_b I_a$ می‌باشد که R_b مجموع مقاومت اهمی کل جاروبک‌ها است. در بعضی از موارد ε به صورت جزئی از E_a داده شده و R_b نیز به صورت جزئی از R_a داده می‌شود که در این صورت می‌توان آن‌ها را از روابط حذف نمود. رئوستای R_{adj} که با تحریک سری شده به رئوستای کنترل میدان معروف است. وظیفه این رئوستا کنترل جریان تحریک و در نتیجه کنترل فوران و ولتاژ القایی مولد است. برای درک نقش این رئوستا اگر به معادله نوشته شده برای I_f توجه کنید دیده می‌شود که با کم یا زیاد شدن R_{adj} مخرج کسر تغییر نموده لذا جریان I_f که عامل ایجاد فوران است تغییر می‌کند، با تغییر این فوران ولتاژ القایی (و ترمینال‌های) مولد کنترل می‌شود.

مشخصه بی‌باری مولد تحریک مستقل

فرض کنید یک مولد تحریک مستقل را توسط یک محرک خارجی نظیر یک موتور دیزلی با سرعت ثابت برابر سرعت نامی آن بچرخانیم. اگر مدار سیم‌بندهای تحریک از نظر الکتریکی باز باشند یعنی هیچ جریانی از آن‌ها عبور نکند، فوران موجود در فاصله هوایی تقریباً صفر بوده و یا مقدار بسیار کمی به نام فوران پسماند (φ_{res}) است. این فوران پسماند ناشی از عبور جریان تحریک در راه‌اندازی‌های قبلی این مولد است، یعنی به علت خاصیت حفظ پسماند (هیسترزیس) در هسته قطب‌ها هر دفعه که از هسته فوران عبور می‌کند مقداری پسماند مغناطیسی در آن ذخیره می‌شود. لازم به یادآوری است که در ماشین‌های DC همواره سعی بر این است که پسماند هسته قطب‌ها زیاد و پسماند هسته آرمیچر حداقل باشد، از این رو جنس هسته قطب‌ها از مواد سخت مغناطیسی (کم سیلیس) و جنس هسته آرمیچر از مواد نرم مغناطیسی (پُر سیلیس) است.

به علت وجود پسماند مغناطیسی حتی اگر ماشین فاقد جریان تحریک باشد با چرخاندن آرمیچر مقدار کمی ولتاژ در سیم‌پیچی آرمیچر القاء می‌شود، مقدار این ولتاژ که اصطلاحاً به ولتاژ پسماند $(E_{a_{res}})$ معروف است حدوداً ۲% تا ۳% ولتاژ نامی آرمیچر است. در مولد تحریک مستقل نیازی به این پسماند نداریم گرچه بودن آن نیز ضرر چندانی ندارد. اما شرط اصلی کارکرد مولدهای تحریک خودی وجود این پسماند است که در قسمت‌های بعدی بررسی می‌گردد.

حال اگر در همین سرعت ثابت مورد بحث جریان تحریک را از مقدار صفر افزایش دهیم فوران تولیدی قطب‌های تحریک (φ) شروع به افزایش نموده، لذا طبق رابطه $E_a = k\varphi\omega$ ولتاژ القایی در آرمیچر زیاد می‌شود. اما همان‌طور که در فصول قبل بیان شد، تغییر جریان تحریک به صورت خطی فوران را

مدرسان شریف

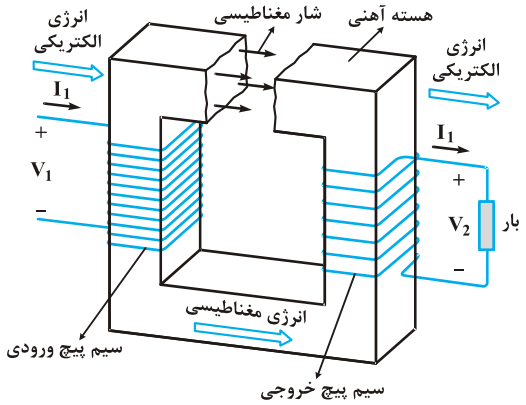
فصل چهارم

«ترانسفورمرها»

درسنامه (۱): اصول اولیه ترانسفورمرها / ترانسفورمر ایده‌آل

ترانسفورمر وسیله‌ای است که انرژی الکتریکیAC را از یک سطح ولتاژ به ولتاژ دیگری تبدیل می‌کند و این عمل را از طریق میدان‌های مغناطیسی انجام می‌دهد. از نظر ساختمانی ترانسفورمر از یک مدار مغناطیسی (هسته و سیم‌پیچ) تشکیل شده که در آن شار متغیر نسبت به زمان دو یا چند سیم‌پیچی را دربرمی‌گیرد. سیم‌پیچی که به منبع وصل می‌شود **اولیه** و سیم‌پیچی که به بار وصل می‌شود **ثانویه** نام دارد.

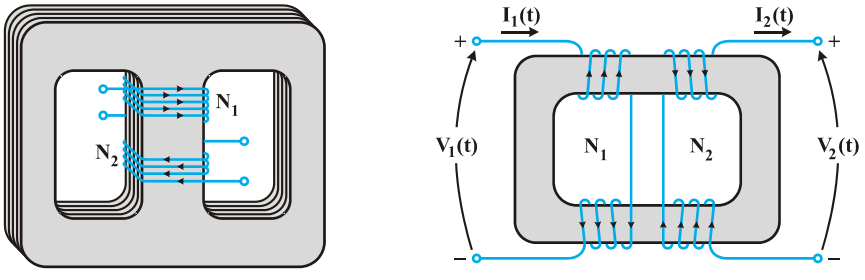
اگر سیم‌پیچی دیگری هم موجود باشد به آن **ثالثیه** گویند. به منظور کاهش تلفات جریان‌های گردابی (جریان‌های ادی یا فوکو) هسته بصورت ورقه‌ورقه ساخته می‌شود به‌طوری‌که هرچه فرکانس کاری ترانسفورمر بالاتر باشد ضخامت ورقه‌های هسته کمتر و در نتیجه تعداد آنها بیشتر می‌شود. همین‌طور به‌منظور کاهش تلفات هیسترزیس مقدار مناسبی سیلسیم به ورقه‌های هسته اضافه می‌کنند تا این ورق‌ها به صورت مواد نرم مغناطیسی در آیند.



«شکل ۱. نمای ساده یک ترانسفورمر»

ترانسفورمرهای هسته‌ای و زرهی (جداری)

در ترانسفورمرهای هسته‌ای هر یک از سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه به دو قسمت تقسیم شده و روی دو بازوی هسته بصورت شکل «۲ـ الف» پیچیده می‌شوند. اما در ترانسفورمرهای زرهی هر دو سیم‌پیچی اولیه و ثانویه روی بازوی وسط بصورت شکل «۲ـ ب» پیچیده می‌شوند. لازم به ذکر است که کاربرد ترانسفورمرهای هسته‌ای در فشار قوی و کاربرد ترانسفورمرهای زرهی در فشار ضعیف است.



الف) ترانسفورمرهای هسته‌ای ب) ترانسفورمرهای زرهی

«شکل ۲. ترانسفورمرهای هسته‌ای و زرهی»

انواع شار در ترانسفورمرها

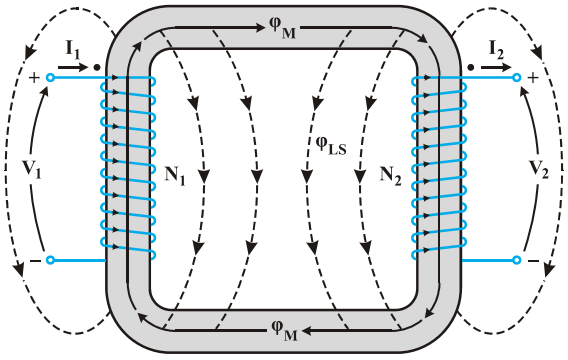
برای بررسی ترانسفورمرها همیشه از مدل ترانسفورمر هسته‌ای بصورت شکل«۳» استفاده می‌شود.چنانچه اولیه این ترانسفورمر به منبع AC وصل شود دو نوع شار در ترانسفورمر تولید می‌شود که عبارتند از:

۱. شار پیوندی (Linkage Flux)

شاری است که در هسته به راه افتاده و بین دو سیم‌پیچی پیوند (تزویج) برقرار می‌کند. این فوران را با φ_M نشان می‌دهند.

۲. شار پراکندگی (Leakage Flux)

شاری است که مسیر خود را از طریق هوای اطراف سیم‌پیچی می‌بندند. این فوران را با φ_L نشان می‌دهند به طوریکه φ_{LP} پراکندگی اولیه و φ_{LS} پراکندگی ثانویه است (φ_{LS} فقط وقتی وجود دارد که ثانویه به بار وصل شود).



«شکل۳. انواع فوران در ترانسفورماتورها»

اساس کارکرد ترانسفورمر ایده‌آل

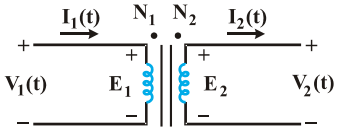
یک ترانسفورمر ایده‌آل دارای مشخصات زیر است:

۱) مقاومت اهمی سیم‌پیچی‌های اولیه و ثانویه صفر است. $(R_1 = R_2 = 0)$

۲) فوران نشتی سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه صفر است. $(\varphi_{LP} = \varphi_{LS} = 0)$

۳) تلفات هسته یا تلفات مغناطیسی صفر است. $(P_c = 0)$

۴) ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت است. $(\mu_r = \infty)$



«شکل۴. مدارمعادل ترانسفورمر ایده‌آل»

شکل «۴» مدار معادل یک ترانسفورمر ایده‌آل را نشان می‌دهد. چنانچه اولیه این ترانسفورمر به شبکه سینوسی وصل شود، فورانی سینوسی شکل (فوران پیوندی) در هسته جاری می‌شود. وجود این فوران متغیر با زمان سبب القاء ولتاژی در سیم‌بندی‌های اولیه و ثانویه می‌شود که مقادیر آنها با توجه به قانون دوم فوران به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$e_1(t) = -N_1 \frac{d\varphi_1(t)}{dt} = \cdots \Rightarrow E_{1rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 f \varphi_{max} = 4/44 N_1 f \varphi_{max} = 4/44 N_1 f \; B_{max} A_{fe}$$

$$e_2(t) = -N_2 \frac{d\varphi_2(t)}{dt} = \cdots \Rightarrow E_{2rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_2 f \varphi_{max} = 4/44 N_2 f \varphi_{max} = 4/44 N_2 f \; B_{max} A_{fe}$$

در روابط فوق A_{fe} سطح مقطع **مؤثر** (یا خالص) هسته، φ_{max} ماکزیمم فلوی هسته (ماکزیمم مقدار فلوی پیوندی) و f فرکانس ولتاژ تغذیه است. با تقسیم روابط فوق بر هم داریم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \triangleq a$$

به a ضریب تبدیل ترانسفورمر می‌گویند این ضریب در ترانسفورمرهای افزاینده کوچکتر از یک $(a < 1)$ و در ترانسفورمرهای کاهنده بزرگتر از یک $(a > 1)$ بوده و در ترانسفورمرهای ایزوله‌کننده همواره برابر یک $(a = 1)$ است. باید دقت نمود که در ترانسفورمرهای واقعی a یک عدد مختلط یا یک بردار است $(\vec{a} = |\vec{a}| \angle \alpha)$ یعنی ترانسفورمرها فاز را نیز تغییر می‌دهند. این تغییر فاز ناشی از جهت پیچش سیم‌پیچی اولیه و ثانویه است (گرچه در ترانسفورمرها سه فاز نوع اتصال اولیه و ثانویه نیز روی آن تأثیر دارد).

نکته۱: طبق روابط مربوط به ولتاژ القایی چنانچه چگالی شار (B) در هسته ترانسفورمر زیاد باشد می‌توان با هسته کوچکتری (A_{fe} کمتر) به ولتاژ مورد نظر دست یافت، لذا به **دلایل اقتصادی** نقطه کار ترانسفورمرها (و کلیه ماشین‌های AC) در ناحیه اشباع بوده که نتیجه آن ایجاد جریان تحریک (یا جریان مغناطیس‌کننده) غیرسینوسی در آنها است.

نکته۲: در ترانسفورمرهای ایده‌آل به دلیل صفر بودن مقاومت اهمی و پراکندگی سیم‌بندی‌ها ولتاژهای القایی در آنها و ولتاژ ترمینال‌ها با یکدیگر برابرند یعنی: $E_۱ = V_۱ \;,\; E_۲ = V_۲$

نکته۳: با استفاده از رابطه‌ی ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌ها می‌توان معادله‌ی شار پیوندی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\varphi_{max} = \frac{E_{rms}}{۴/۴۴Nf} \simeq \frac{V_{rms}}{۴/۴۴Nf}$$

طبق این رابطه، دامنه‌ی شار پیوندی به ولتاژ، فرکانس و تعداد دور سیم‌پیچ‌ها بستگی دارد حال آن که دامنه‌ی شارهای پراکندگی به جریان بار بستگی دارد.

نکته۴: با نوشتن قانون KVL مغناطیسی در مدار مغناطیسی ترانسفورمرها داریم:

$$\sum_{i=۱}^{n} N_i I_i = \sum_{i=۱}^{m} H_j L_j \Rightarrow N_۱I_۱ - N_۲I_۲ = H_c L_c = \frac{B_c}{\mu} L_c$$

طبق این رابطه در ترانسفورمر ایده‌آل به دلیل بی‌نهایت بودن ضریب نفوذ هسته $(\mu = \infty)$ می‌توان نوشت:

$$N_۱I_۱ - N_۲I_۲ = ۰ \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{N_۲}{N_۱} = \frac{۱}{a} \xrightarrow{\text{رابطه کلی تبدیل در ترانسفورمرها}} \boxed{\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{N_۱}{N_۲} = \frac{I_۲}{I_۱} = a}$$

نکته۵: در کلیه ترانسفورمرهای ایده‌آل و غیرایده‌آل (واقعی) همواره مجموع ولت‌آمپر کلیه سیم‌بندی‌های ثانویه برابر ولت آمپر سیم‌بندی اولیه بوده که این ولت‌آمپر نیز خود برابر قدرت نامی (S_n) ترانسفورمر است یعنی در یک ترانسفورمر با k سیم‌بندی مختلف داریم:

$$S_n = V_{۱n}I_{۱n} = V_{۲n}I_{۲n} + V_{۳n}I_{۳n} + \cdots + V_{kn}I_{kn}$$

که در این روابط اندیس n بیانگر مقادیر نامی است. در حالت خاص که ترانسفورمر دو سیم پیچه است می‌توان نوشت:

$$S_n = V_{۱n}I_{۱n} = V_{۲n}I_{۲n}$$

کاربرد اصلی این رابطه در تعیین جریان نامی سیم‌بندی‌های اولیه و ثانویه ترانسفورمر است زیرا همواره دامنه ولتاژهای نامی دو سمت $(V_{۱n}, V_{۲n})$ و مقدار توان نامی (S_n) مشخص است یعنی: $I_{۱n} = \frac{S_n}{V_{۱n}} \;,\; I_{۲n} = \frac{S_n}{V_{۲n}}$

نکته۶: در محاسبات ترانسفورمرهای ایده‌آل همواره می‌توان از اصل برابری توان در اولیه و ثانویه استفاده نمود یعنی اگر یک ترانسفورمر ایده‌آل دارای m بار مختلف در ثانویه باشد می‌توان نوشت:

$$\vec{S}_۲ = \vec{S}_{out} = (P_۱ + P_۲ + \cdots + P_m) + j(\pm Q_۱ \pm Q_۲ \pm \cdots \pm Q_m) = P_{out} \pm jQ_{out} = \vec{S}_۱ = \vec{S}_{in} = P_{in} \pm jQ_{in}$$

که در این صورت ضریب قدرت ورودی نیز از رابطه $\cos\varphi_{in} = \frac{P_{in}}{|\vec{S}_{in}|}$ به دست می‌آید. در بکارگیری رابطه فوق دقت شود که در بارهای اهمی سلفی از علامت مثبت و در بارهای اهمی خازنی از علامت منفی استفاده نمایید.

مثال۱: ترانسفورمر تکفاز ایده‌آلی دارای هسته‌ای به ابعاد ۲۰×۲۰ سانتی‌مترمربع است که ۹۰% آن آهن مغناطیسی است اگر تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ اولیه آن ۵۰۰ دور و حداکثر چگالی شار هسته ۱/۵ تسلا باشد. این سیم‌پیچ را به چه ولتاژی با فرکانس ۵۰Hz می‌توان وصل نمود؟

۱) ۱ kV ۲) ۳/۳ kV ۳) ۶ kV ۴) ۶/۶ kV

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» چون ترانسفورمر مورد بحث ایده‌آل است ولتاژ ترمینال‌های اولیه آن برابر ولتاژ القایی در سیم‌بندی اولیه است $(V_۱ = E_۱)$ لذا کافی است ولتاژ القایی در اولیه را یافت. همچنین دقت شود از آنجاییکه ۹۰% مقطع هسته از آهن مغناطیسی است داریم:

$$A_{fe} = A_t \times ۰/۹ \Rightarrow A_{fe} = (۲۰ \times ۲۰ \times ۰/۹) \times ۱۰^{-۴} = ۳۶۰ \times ۱۰^{-۴}\ m^۲$$

$$V_۱ = E_۱ = ۴/۴۴\ N_۱ f B_{max} A_{fe} = ۴/۴۴ \times ۵۰۰ \times ۵۰ \times ۱/۵ \times ۳۶۰ \times ۱۰^{-۴} = ۶۰۰۰\ V = ۶kV$$

مثال۲: شار مغناطیس‌کنندگی و شار پراکندگی در ترانسفورماتور به کدام یک از موارد زیر وابسته هستند؟ (آزاد ۸۹)

۱) فقط جریان بار ۲) فقط ولتاژ اعمالی ۳) فقط فرکانس ۴) جریان بار، ولتاژ اعمالی و فرکانس

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» طبق نکته‌ی ۳، شار مغناطیس‌کننده به ولتاژ و فرکانس وابسته بوده و شار پراکندگی به جریان بار بستگی دارد.

مثال ۳: یک ترانسفورماتور ۲۰۰۰V ، ۵۰Hz در چگالی فلوی ثابت ۱/۵T کار می‌کند. ابعاد خطی هسته دو برابر می‌شود درحالی که تعداد دورهای اولیه و ثانویه نصف می‌گردد. اگر ترانسفورماتور در ۴۰۰۰V و ۵۰Hz کار کند چگالی شار هسته چه خواهد شد؟ (سراسری ۸۶)

۱) ۲T　　۲) ۱/۸T　　۳) ۱/۹T　　۴) ۱/۵T

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با دو برابر شدن ابعاد خطی هسته، سطح مقطع هسته (A_{fe}) چهار برابر شده لذا طبق رابطه‌ی ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌ها برای دو حالت بیان شده داریم:

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{N_1 f_1 B_{max_1} A_{fe_1}}{N_2 f_2 B_{max_2} A_{fe_2}} \Rightarrow \frac{2000}{4000}=\frac{N_1\times 50\times 1/5\times A_{fe_1}}{0/5N_1\times 50\times B_{max_2}\times 4A_{fe_1}} \Rightarrow B_{max_2}=1/5T$$

مثال ۴: دو ترانسفورماتور A و B با قدرت یکسان به ترتیب با چگالی شار ۱T و ۱/۲T طراحی شده‌اند. نسبت وزن بر kVA در ترانسفورماتور A:

(آزاد ۸۵)

۱) کمتر از B است.　　۲) مساوی B است.

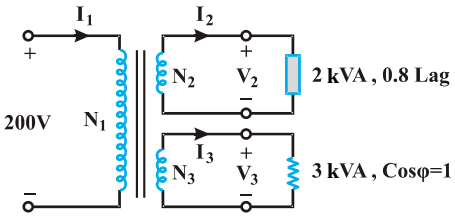
۳) ممکن است کمتر یا بیشتر از B باشد.　　۴) بیشتر از B است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» از آنجائیکه چگالی شار ترانسفورماتور B بیشتر از A است لذا در یک kVA ثابت می‌توان سطح مقطع هسته ترانسفورماتور B را کوچکتر از ترانسفورماتور A انتخاب نمود پس نسبت وزن به kVA در ترانسفورماتور B کمتر از ترانسفورمر A بوده و یا در ترانسفورماتور A بیشتر از B است.

مثال ۵: یک ترانسفورماتور تکفاز ایده‌آل سه سیم‌پیچه مفروض است. سیم‌پیچ اولیه آن از یک شبکه ۲۰۰V تغذیه می‌شود. سیم‌پیچ دوم بار ۲kVA با ضریب توان ۰/۸ پس فاز و سیم‌پیچ سوم بار ۳kVA با ضریب توان واحد را تغذیه می‌نماید. سیم‌پیچ اولیه تقریباً چند آمپر از شبکه جذب می‌نماید؟ (سراسری ۸۲)

۱) ۲۳/۱　　۲) ۲۳/۸　　۳) ۲۵/۱　　۴) ۲۷/۵

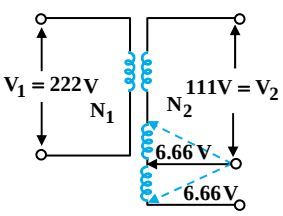
☑ **پاسخ :** گزینه «۲» از آنجائیکه ترانسفورماتور مورد بحث ایده‌آل است توان‌های اکتیو و راکتیو ورودی و خروجی یکسان است پس می‌توان با محاسبه توان ورودی جریان اولیه را محاسبه نمود برای این منظور:



$$\begin{cases} P_1=P_2=P_{L_1}+P_{L_2}=(2000\times 0/8)+3000=4600W \\ Q_1=Q_2=Q_{L_1}+Q_{L_2}=(2000\times 0/6)+0=1200W \end{cases}$$

$$|\vec{S}_1|=\sqrt{P_1^2+Q_1^2}=\sqrt{4600^2+1200^2}=4754VA \Rightarrow |\vec{I}_1|=\frac{|S_1|}{V_1}=\frac{4754}{200}=23/8A$$

مثال ۶: در یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۵۰ هرتز با هسته آهنی به مقطع خالص ۴۰۰ میلی‌متر مربع ولتاژ سیم‌پیچ اولیه ۲۲۲ ولت و ثانویه ۱۱۱ ولت است و سیم‌پیچ سومی با تپ مرکزی ۶/۶۶−۰−۶/۶۶ولت نیز فراهم شده است. هرگاه چگالی شار مغناطیسی در این ترانسفورماتور از ۱ تسلا تجاوز نکند تعداد دورهای سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (دکتری ۹۱)



۱) ۱۲۵۰ ،۲۵۰۰

۲) ۱۰۰۰ ،۲۰۰۰

۳) ۲۵۰۰ ،۱۲۵۰

۴) ۲۰۰۰ ،۱۰۰۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به رابطه اصلی ولتاژ القایی در ترانسفورماتورها می‌توان نوشت:

$$E_{rms} = V_{rms} = ۴/۴۴ N f B_{max} A_{fe} \Rightarrow N = \frac{V_{rms}}{۴/۴۴ f B_{max} A_{fe}}$$

با توجه به ولتاژ $۲۲۲\ V$ اولیه و فرکانس $۵۰\ Hz$ داریم:

$$N_۱ = \frac{۲۲۲}{۴/۴۴ \times ۵۰ \times ۱ \times ۴۰۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۵۰۰ \text{ دور}$$

از همین جا معلوم است که گزینه (۱) صحیح است اما جهت کامل نمودن حل، می‌توانیم به طور مشابه برای ثانویه با فرض ولتاژ $۱۱۱V$ برای $N_۲$ بنویسیم:

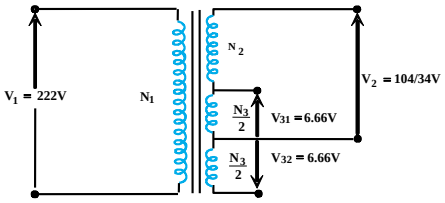
$$N_۲ = \frac{۱۱۱}{۴/۴۴ \times ۵۰ \times ۱ \times ۴۰۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۲۵۰ \text{ دور}$$

و یا:

$$\frac{N_۱}{N_۲} = \frac{V_۱}{V_۲} \Rightarrow N_۲ = \frac{۲۵۰ \times ۱۱۱}{۲۲۲} = ۱۲۵۰ \text{ دور}$$

قابل ذکر است که حل دقیق‌تر این تست را می‌توان به صورت زیر ارائه نمود:

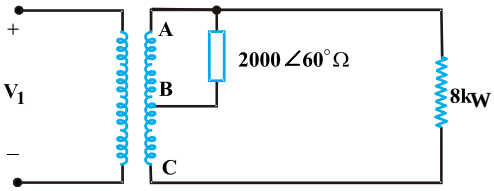
اگر مدار ترانسفورماتور داده شده را به صورت مقابل در نظر بگیریم دیده می‌شود که ولتاژ $۱۱۱V$ داده شده، جمع ولتاژ القایی سیم‌بندی‌های $N_۲$ و $\frac{N_۳}{۲}$ است، لذا می‌توان گفت ولتاژ القایی در دو سر سیم‌بندی $N_۲$ برابر $۱۰۴/۳۴V$ برابر $۱۱۱ - ۶/۶۶ = ۱۰۴/۳۴V$ می‌باشد. اگر معادله مربوط به محاسبه $N_۲$ را مجدداً بر مبنای ولتاژ القایی $۱۰۴/۳۴V$ حل کنیم، داریم:



$$N_۲ = \frac{۱۰۴/۳۴}{۴/۴۴ \times ۵۰ \times ۱ \times ۴۰۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۱۷۵ \text{ دور}$$

اما چون این عدد در گزینه‌ها وجود ندارد احتمالاً طراح محترم نیز با فرض حالت قبل، تست را طراحی نموده است.

مثال ۷: در ترانسفورماتور ایده‌آل شکل زیر، سیم‌پیچی اولیه ۳۰۰ دوری است. در طرف ثانویه تعداد دور بین A و B و نیز بین B و C برابر ۶۰۰ است. اولیه ترانسفورماتور به ولتاژ ۲kV وصل شده و هر دو بار را تغذیه می‌کند. مقدار ضرب توان در اولیه کدام است؟ (دکتری ۹۱)



۱) ۰/۸۷
۲) ۰/۸۰
۳) ۰/۷۵
۴) ۰/۹۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» از آن‌جایی که ترانسفورماتور ایده‌آل است، می‌توان قدرت ظاهری مصرفی بار را محاسبه و قدرت ظاهری ورودی را برابر آن فرض نمود.

به همین دلیل:

$$\frac{V_۱}{V_{AB}} = \frac{N_۱}{N_{AB}} \Rightarrow \frac{۲۰۰۰}{V_{AB}} = \frac{۳۰۰}{۶۰۰} \Rightarrow V_{AB} = ۴۰۰۰\,V = V_{BC}$$

$$\vec{S}_{L_۱} = \frac{|V_{AB}|^۲}{Z_{L_۱}^*} = \frac{۴۰۰۰^۲}{(۲۰۰۰\angle ۶۰)^*} = ۸۰۰۰\angle ۶۰^\circ\ VA = ۴۰۰۰ + j۴۰۰۰\sqrt{۳}\ kVA$$

توان مصرفی بار دوم نیز اهمی خالص است؛ یعنی $\vec{S}_{L_۲} = ۸۰۰۰ + j۰ VA$ می‌باشد. حال که توان ظاهری هر مصرف‌کننده به دست آمد، توان ظاهری کل در ثانویه برابر است با:

$$\vec{S}_۲ = \vec{S}_{L_۱} + \vec{S}_{L_۲} = (۴۰۰۰ + j۴۰۰۰\sqrt{۳}) + ۸۰۰۰ = ۱۲۰۰۰ + j۴۰۰۰\sqrt{۳}\ kVA$$

باتوجه به توضیحات ارائه شده در ابتدای حل، توان ظاهری ورودی به ترانسفورماتور نیز همین مقدار است، لذا می‌توان نوشت:

$$\vec{S}_۱ = \vec{S}_۲ = ۱۲۰۰۰ + j۴۰۰۰\sqrt{۳} VA \Rightarrow \cos\varphi_۱ = \frac{P_۱}{|\vec{S}_۱|} = \frac{۱۲۰۰۰}{\sqrt{۱۲۰۰۰^۲ + (۴۰۰۰\sqrt{۳})^۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۰/۸۶۶ \simeq ۰/۸۷$$

مدرسان شریف

فصل پنجم

«ماشین‌های آسنکرون (القایی)»

درسنامه (۱): اصول اولیه موتورهای القایی

با گسترش شبکه‌های جریان متناوب و استفاده از برق سه فاز به عنوان برق صنعتی، امروزه رایج‌ترین موتورهای الکتریکی، از نوع جریان متناوب سه فاز هستند. اصولاً موتورهای جریان متناوب نسبت به موتورهای جریان مستقیم دارای ساختمان ساده‌تر، عمر مفید بیشتر، قیمت کمتر و تعمیر و نگهداری راحت‌تری هستند که موجب برتری اقتصادی این موتورها بر موتورهای DC می‌شود.

ساختمان ماشین‌های آسنکرون

۱. استاتور

استاتور یک ماشین آسنکرون شامل بدنه، هسته، سیم پیچ‌های توزیع شده، درپوش‌ها و یاتاقان‌ها است. هسته استاتور شامل مجموعه‌ای از ورقه‌های فولادی استوانه‌ای شکل بوده که در سطح درونی آن، شیارهایی جهت قراردادن سیم‌پیچ‌های استاتور تعبیه شده است. شیارها در موتورهای بزرگ از نوع باز بوده تا پیچک‌های عایق شده به راحتی درون آن‌ها جای گیرند اما در موتورهای کوچک شیارها از نوع نیمه بسته هستند تا طول فاصله هوایی بین روتور و استاتور کاهش یابد.

از مزایای کوچک بودن فاصله هوایی عبارتند از:

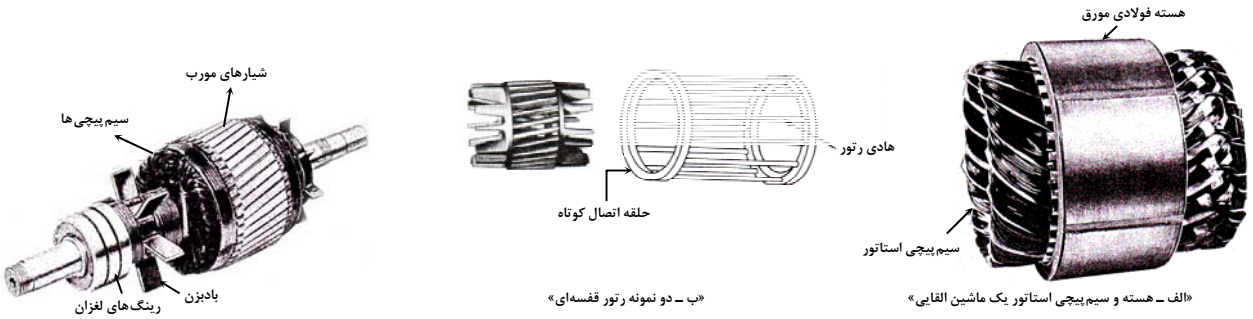
- کاهش پراکندگی شار بین رتور و استاتور (تزویج بیشتر)
- کاهش جریان مغناطیس‌کننده و بی‌باری ماشین (در حالت موتوری)
- جلوگیری از ازدیاد حرارت در ماشین
- افزایش ضریب قدرت و راندمان ماشین

۲. رتـــور

رتور یک ماشین القایی از سه قسمت اصلی تشکیل می‌گردد. اولین قسمت هسته مغناطیسی است که وظیفه آن عبور فوران‌های ماشین است. این هسته شامل تعداد زیادی ورق فولادی عایق شده از یکدیگر بوده و کاملاً شبیه به یک استوانه مورق به هم فشرده شده‌اند. روی سطح خارجی این ورق‌ها تعدادی شیار با فواصل یکسان و به طور متقارن تعبیه شده و شکل این شیارها اغلب به صورت نیمه بسته است. قسمت دیگر، شفت یا محور اصلی موتور است که جنس آن فولاد بوده و تحمل گشتاورهای پیچشی بالایی را دارد. وظیفه شفت در حالت موتوری انتقال گشتاور تولیدی رتور به خارج موتور (بار) و در حالت مولدی انتقال گشتاور محرک اولیه (توربین) به رتور است. سومین قسمت رتور در ماشین‌های القایی سیم‌پیچی یا هادی‌های آن بوده که قسمت اصلی عمل تبدیل انرژی در آنها صورت می‌گیرد. در حالت کلی بسته به قدرت ماشین، شرایط کاری، وضعیت شبکه محلی (از نظر قدرت) و ... رتورها به دو صورت رتور قفسه‌ای (قفس سنجابی) و رتور سیم‌پیچی شده (رتور رینگی) ساخته می‌شوند، که در زیر هر دو نوع رتور تا حدودی بررسی می‌گردد.

الف) رتور قفسه‌ای یا رتور قفس سنجابی: در این نوع رتور به جای استفاده از سیم‌های لاکی معمولی جهت سیم پیچی از هادی‌های عایق نشده آلومینیومی یا مسی (شمش) در شیارها استفاده می‌شود. قسمت ابتدایی یا سر این شمش‌ها به وسیله یک حلقه مسی یا آلومینیومی به یکدیگر متصل شده (اتصال کوتاه شده) و انتها یا ته این شمش‌ها نیز در طرف دیگر رتور به وسیله یک حلقه مسی یا آلومینیومی مجزا به یکدیگر اتصال کوتاه می‌شوند.

ب) رتور سیم‌پیچی شده یا رتور رینگی: در این نوع رتور سیم‌ها یا هادی‌های عایق شده‌ای شبیه به آنچه در استاتور به کار رفته، در شیارهای رتور جای می‌گیرند. بسته به قدرت موتور و سایر شرایط ممکن است یک یا چند سیم یا هادی در هر شیار رتور جای گرفته و مجموعاً سیم‌پیچی رتور را تشکیل دهند. سیم‌پیچی رتور معمولاً به صورت ستاره بسته شده و سه سر آزاد آن به سه حلقه‌ی لغزان (رینگ) که روی محور نصب و از یکدیگر و از محور عایقند متصل می‌گردد. با این حلقه‌ها سه عدد جاروبک کربنی در تماس بوده و به ما اجازه می‌دهد که جهت کنترل کمیت‌های الکتریکی رتور و در نتیجه کنترل جریان و گشتاور راه‌اندازی، سرعت، ضریب قدرت و ... امپدانس‌های خارجی را با سیم‌پیچی هر فاز سری نماییم. شکل «۱ـ ج» یک نمونه از این نوع رتور را نشان می‌دهد.



« شکل ۱. قسمت‌های مختلف ماشین‌های القایی »

نکات عمومی در خصوص ماشین‌های القایی:

۱ـ در هر دو نوع رتور فوق‌الذکر شیارها به صورت مورب شناخته می‌شوند که از دلایل این کار عبارتند از:

- کاهش اثر هارمونیک‌های شیاری
- کاهش صدای هوم مغناطیسی
- جلوگیری از قفل شدن رتور در هنگام راه‌اندازی موتوری
- کاهش نوسانات گشتاور (کار نرم تر)

۲ـ بعلت امکان تغییر مقاومت مدار رتور در موتورهای دارای رتور سیم‌پیچی شده این موتورها نسبت به رتور قفس سنجابی دارای گشتاور راه‌اندازی بالاتر، جریان راه‌اندازی کمتر و ضریب توان بالاتری بوده ضمناً امکان کنترل سرعت بوسیله تغییر مقاومت مدار رتور در آن‌ها وجود دارد.

۳ـ در هر دو نوع رتور ذکر شده باید مدار رتور همواره اتصال کوتاه باشد در غیر این صورت در موتور گشتاور القایی پدید نمی‌آید لذا در رتور سیم‌پیچی شده باید پس از اتصال رتور به مقاومت‌های خارجی انتهای این مقاومت‌ها به یکدیگر اتصال کوتاه شوند.

۴ـ رتورهای قفسه‌ای فاقد قطب‌بندی مشخصی هستند، زیرا قطب‌های آن توسط القاء استاتور به صورت لحظه‌ای پدید می‌آیند در نتیجه این نوع رتور با هر نوع استاتوری (با هر چند تا قطب) کار می‌کنند اما رتورهای سیم‌پیچی شده دارای قطب‌بندی مشخصی بوده لذا در صورتی می‌توانند گشتاور تولید کنند که قطب‌های رتور و استاتور یکی باشند.

مثال۱: در یک ماشین القایی با رتور سیم‌پیچی شده در مورد تعداد قطب‌ها و تعداد فاز سیم‌پیچ‌های رتور و استاتور، کدام گزینه صحیح است؟
(سراسری ۹۵)

۱) تعداد قطب‌ها و همچنین تعداد فازهای سیم‌پیچ‌های رتور و استاتور باید برابر باشد.
۲) تعداد قطب‌های سیم‌پیچ‌های رتور و استاتور باید برابر باشد ولی تعداد فازها می‌تواند یکسان نباشد.
۳) تعداد فازهای سیم‌پیچ‌های رتور و استاتور باید برابر باشد ولی تعداد قطب‌ها می‌تواند یکسان نباشد.
۴) تعداد قطب‌ها و فازهای سیم‌پیچ‌های رتور و استاتور می‌تواند متفاوت باشد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» اساسی‌ترین شرط کارکرد ماشین‌های القایی برابری تعداد قطب‌های استاتور با تعداد قطب‌های رتور است؛ اما تعداد فازهای استاتور و رتور می‌تواند یکی نباشد. در بعضی از موتورها استاتور را سه‌فاز و رتور را دوفاز سیم‌بندی می‌کنند.

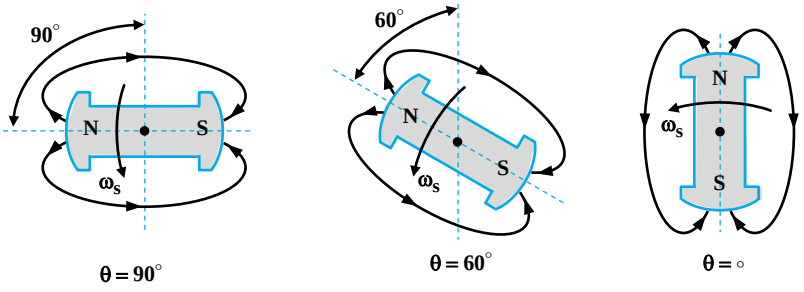
مثال۲: رتور ۶ قطبی موتور القایی قفس سنجابی را می‌توان برای موتور چند قطب به کار برد؟ (آزاد ۸۱)

۱) فقط ۶ قطب　　۲) موتور ۶ یا ۱۲ قطب　　۳) فقط ۱۲ قطب　　۴) برای هر تعداد قطب

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» رتورهای قفسه سنجابی فاقد قطب‌بندی خاصی هستند در واقع قطب‌های رتور تحت تأثیر قطب‌های استاتور تولید می‌شوند لذا این رتور برای هر نوع استاتوری قابل استفاده است (اما اگر رتور سیم‌پیچی شده باشد فقط در استاتور ۶ قطب گشتاور تولیدی می‌کند).

میدان گردان یا دوار

یکی از اساسی‌ترین مفاهیم در ماشین‌های گردان AC مبحث میدان گردان یا دوار است. میدان گردان همانطور که از نام آن پیداست میدانی است که در حال گردش یا دوران باشد یعنی موقعیت مکانی آن ثابت یا ساکن نبوده بلکه حول یک مسیر (معمولاً دایره‌ای شکل) در حال گردش است. ساده‌ترین حالت جهت معرفی میدان گردان، گردش یک آهنربا در فضا است. شکل «۲» یک آهنربای دائمی را در حال گردش حول مرکز خود نشان می‌دهد. طبق این شکل میدانی که توسط آهن‌ربا در لحظات مختلف تولید می‌شود دارای دامنه ثابت بوده اما مکان (فاز یا زاویه) آن در لحظات مختلف متفاوت است. به این میدان مغناطیسی، میدان گردان گویند.



« شکل ۲. چرخش آهنربا و تولید میدان دوار »

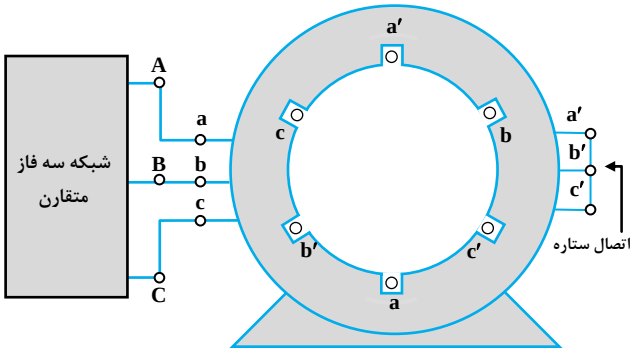
تولید میدان گردان به روش معرفی شده در شکل «۲» در دسته خاصی از مولدهای سنکرون به کار می‌رود، بدین صورت که با تعبیه سیم‌پیچی حامل جریان DC در روی رتور، میدان مغناطیسی تولید نموده و سپس با گرداندن رتور (توسط یک محرک اولیه نظیر توربین) این میدان تولیدی را به میدان دوار تبدیل می‌کنند. اما در ماشین‌های القایی به روش دیگری میدان دوار تولید می‌شود این روش بر این مبناء استوار است که:

اگر یک ماشین m فاز به یک شبکه m فاز متصل شود توسط سیم‌پیچی‌های این ماشین میدان دوار تولید می‌گردد.

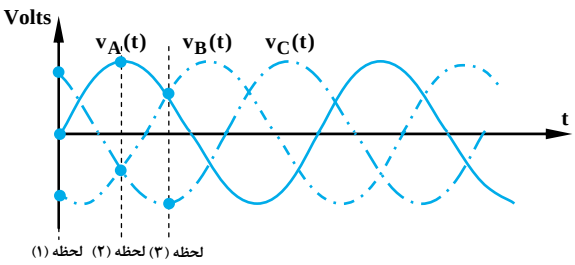
این میدان دوار دارای دامنه ثابت بوده اما فاز آن دائماً در حال تغییر است، یعنی میدانی تولید می‌گردد که دامنه آن **تغییرات زمانی نداشته** اما فاز آن **تغییرات مکانی** دارد. دقت شود که حداقل مقدار m (یعنی تعداد فازها) برای اینکه مجموعه ماشین و شبکه میدان دوار تولید کنند عدد سه است یعنی ماشین سه فاز و شبکه سه فاز پس اگر یک ماشین تک فاز را به شبکه تک‌فاز متصل کنیم میدان تولیدی آن دیگر دوار نبوده بلکه نوع دیگری از میدان به نام میدان ضربانی خواهد بود. البته به عنوان یک حالت خاص باید دقت نمود که در سیستم‌هایی با تعداد فاز زوج (و بزرگ‌تر از ۳) یعنی ۴ فاز، ۶ فاز، ۸ فاز و ... اگر نیمی از فازهای شبکه و ماشین را برداریم باز هم میدان دوار تولید می‌گردد بارزترین مثال این مطلب موتور دو فاز (یا همان تک‌فاز) بوده که دارای دو سیم‌پیچی اصلی و کمکی (فاز اول و فاز دوم) است. در واقع موتور دو فاز یک موتور چهار فاز بوده که نیمی از سیم‌پیچ‌های آن حذف گردیده است. برای اثبات چگونگی تولید میدان دوار از دو روش تحلیلی و ریاضی در ماشین‌های سه فاز که پرکاربردترین نوع ماشین‌های AC هستند به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱. تحلیل ترسیمی میدان دوار

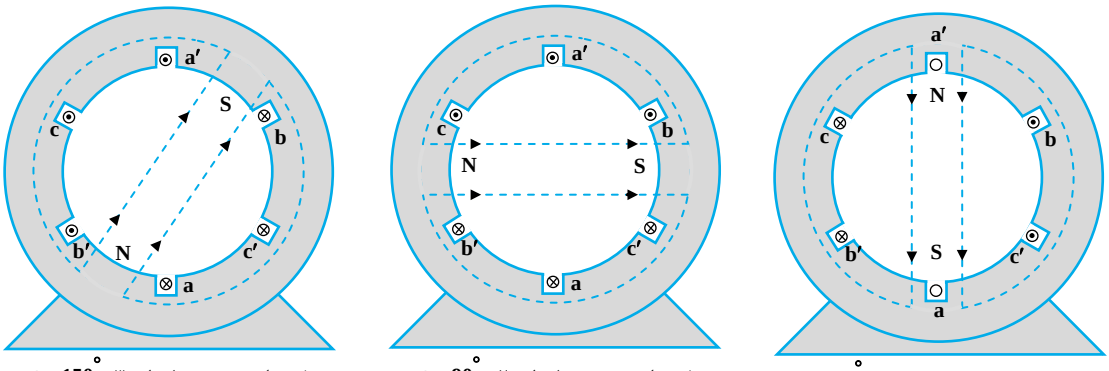
یک استاتور سه فاز با قطب صاف را به صورت شکل «۳ـ الف» در نظر بگیرید. در استاتورهای سه فاز حداقل به سه کلاف سیم‌پیچی (هر فاز یک کلاف) و در نتیجه به ۶ شیار نیاز داریم و چون ماشین متقارن است این ۶ شیار به فاصله ۶۰ درجه **هندسی** از یکدیگر قرار گرفته‌اند. داخل هر شیار تعداد مناسبی هادی قرار دارد. سیم‌پیچی‌های ماشین سه فاز باید ۱۲۰ درجه هندسی از یکدیگر فاصله داشته باشند لذا در هر شیاری که کلاف‌های فاز اول که به صورت aa' نمایش داده شده قرار گیرند پس از ۱۲۰ درجه هندسی کلاف‌های فاز دوم که به صورت bb' نشان داده شده باید نصب گردند. کلاف‌های فاز سوم که با cc' معرفی شده نیز پس از ۲۴۰ درجه هندسی در شیارهای مربوطه قرار می‌گیرند. چنین استاتوری یک استاتور سه فاز متقارن خواهد بود که از آن ۶ سر مربوط به سه فاز خارج شده است. اگر سرهای a و b و c را به یک شبکه سه فاز متقارن با ولتاژهایی مانند شکل «۳ــ ب» متصل نموده و سرهای a' و b' و c' را (به صورت ستاره) به یکدیگر اتصال کوتاه نماییم با گذشت زمان و تغییر دامنه و پلاریته ولتاژهای اعمالی به فازها جهت جریان و در نتیجه میدان تولیدی سیم‌پیچی‌ها تغییر نموده و برآیند کار ایجاد یک میدان دوار است. برای اثبات این موضوع، سه لحظه مختلف به صورت زیر تحلیل شده و میدان تولیدی سیم‌بندی‌ها در هر لحظه رسم می‌گردد:



الف) استاتور سه فاز با قطب صاف متصل به شبکه سه فاز



ب) تغییرات لحظه‌ای ولتاژهای شبکه سه فاز



ج) میدان منتجه در لحظه «۱» $\omega t = 0^\circ$　　د) میدان منتجه در لحظه «۲» $\omega t = 90^\circ$　　هـ) میدان منتجه در لحظه «۳» $\omega t = 150^\circ$

«شکل ۳. تحلیل ترسیمی میدان دوار در یک ماشین سه فاز»

لحظه ۱: همانطور که از منحنی تغییرات ولتاژ شکل «۳ـ ب» پیداست در لحظه اول مقدار لحظه‌ای ولتاژ فاز A صفر، فاز B مقداری منفی و فاز C مقداری مثبت دارد. چون فاز A صفر است هیچ جریانی در کلاف‌های aa' جاری نمی‌گردد اما چون فاز B منفی است جریان از سرک b خارج شده پس از سرک b' وارد کلاف می‌گردد. از آنجائی که مقدار لحظه‌ای فاز C مثبت است، لذا جریان از سرک c وارد و از سرک c' خارج می‌گردد. برآیند میدان تولیدی این ۶ هادی به صورت شکل «۳ـ ج» ترسیم شده که مشاهده می‌گردد میدانی رو به پایین ایجاد نموده است.

لحظه ۲: در لحظه دوم طبق شکل «۳ـ ب» مقدار لحظه‌ای ولتاژ فاز A مثبت، فاز B منفی و فاز C نیز منفی است لذا در کلاف اول جریان از a وارد و از a' خارج می‌گردد. در کلاف دوم جریان از b خارج و به b' وارد شده و در کلاف سوم نیز جریان از c خارج و به c' وارد می‌شود لذا جهت میدان به صورت شکل «۳ـ د» ترسیم شده که مشاهده می‌گردد نسبت به حالت قبل (لحظه اول) ۹۰ درجه چرخیده است.

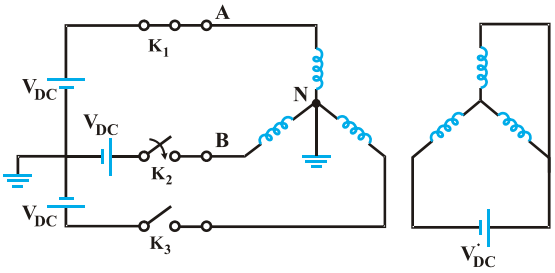
لحظه ۳: در لحظه سوم طبق شکل «۳ـ ب» مقدار لحظه‌ای فازهای A و B مثبت و فاز C منفی است، لذا مشابه تحلیلی که در دو لحظه قبل صورت گرفت جهت میدان منتجه به صورت شکل «۳ ـ هـ» ترسیم شده و مشاهده می‌گردد که نسبت به لحظه دوم ۶۰ درجه چرخیده است.

طبق سه لحظه بررسی شده در فوق اثبات شد که با اعمال یک شبکه سه فاز به یک ماشین سه فاز، میدانی در ماشین تولید می‌گردد که با گذشت زمان در حال چرخش یا دوران است. اثبات ثابت بودن دامنه این میدان در روش بعدی تحلیل می‌شود.

➢ **توجه:** از آنجایی که ماشین بررسی شده در فوق دو قطبی بوده میزان تغییرات زاویه هندسی یا مکانیکی میدان تولیدی برابر زاویه الکتریکی ولتاژها است یعنی بین لحظه (۱) و (۲) روی موج ولتاژ ۹۰ درجه الکتریکی جابه‌جا شدیم در نتیجه میدان مغناطیسی ماشین نیز بین لحظه (۱) و (۲) به اندازه ۹۰ درجه چرخیده و یا بین لحظه (۲) و (۳) روی موج ولتاژ به اندازه ۶۰ درجه الکتریکی جابجا شدیم میدان نیز ۶۰ درجه چرخید. اگر تعداد قطب‌های ماشین P باشد، داریم:

$$\text{زاویه مکانیکی} = \frac{\text{زاویه الکتریکی}}{\frac{P}{2}} \Rightarrow \theta_m = \frac{2\theta_e}{P}$$

مثال ۳: سیم‌بندی استاتور یک موتور القایی رتور سیم‌بندی شده با اتصال ستاره مطابق شکل زیر توسط جریان مستقیم از باتری تغذیه شده است. اگر موتور ۶ قطب باشد با باز کردن کلید K_1 و بستن کلید K_2 کدام گزینه رخ می‌دهد؟



۱) رتور به اندازه ۱۲۰° می‌چرخد.

۲) رتور به اندازه ۴۰° می‌چرخد.

۳) رتور به اندازه ۲۰° می‌چرخد.

۴) به علت DC بودن تغذیه و عدم ایجاد میدان دوار رتور نمی‌چرخد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر کلید K_1 بسته و K_2 و K_3 باز باشند رتور به اندازه‌ای می‌چرخد که محور میدان مغناطیسی تولیدی فاز A استاتور با میدان رتور هم‌راستا شده و سپس متوقف می‌گردد. حال اگر K_1 باز و K_2 بسته شود از آنجائیکه سیم‌بندی فاز B تغذیه شده و این سیم‌بندی به اندازه ۱۲۰° m با سیم‌بندی فاز A اختلاف زاویه مکانی دارد پس میدان تولیدی در استاتور نیز به اندازه ۱۲۰° می‌چرخد. با توجه به اینکه میدان استاتور ۱۲۰° e چرخیده و ماشین نیز ۶ قطب است پس رتور به اندازه $\theta_m = \frac{۲\theta_e}{P} = \frac{۲\times۱۲۰}{۶} = ۴۰^\circ$ m چرخیده و به علت هم‌راستا شدن با استاتور می‌ایستد.

۲. تحلیل ریاضی میدان دوار

در این قسمت می‌خواهیم چرخشی بودن میدان دوار تولیدی در یک مجموعه سه فاز شامل شبکه سه فاز متقارن متصل به ماشین سه فاز متقارن را با استفاده از روابط ریاضی تحلیل کنیم، لذا همان شکل‌های «۳ـ الف و ب» را در نظر بگیرید. اگر معادلات جریان سه فاز اعمالی به این ماشین در این شکل‌ها را به صورت سینوسی فرض کنیم در اثر عبور این جریان‌ها سه میدان مغناطیسی به صورت شکل «۴ـ الف» در فاصله هوایی بین رتور و استاتور ایجاد می‌شود که این سه میدان از نظر مکانی ۱۲۰° m با یکدیگر اختلاف فاز دارند.

$$\begin{aligned} i_{aa'}(t) &= I_m\cos(\omega_s t) \\ i_{bb'}(t) &= I_m\cos(\omega_s t - ۱۲۰^\circ\, e) \\ i_{cc'}(t) &= I_m\cos(\omega_s t - ۲۴۰^\circ\, e) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} B_{aa'}(t) = K_b i_{aa'}(t) = K_b I_m\cos\omega_s t = B_m\cos\omega_s t \\ B_{bb'}(t) = K_b i_{bb'}(t) = K_b I_m\cos(\omega_s t - ۱۲۰^\circ\, e) = B_m\cos(\omega_s t - ۱۲۰^\circ\, e) \\ B_{cc'}(t) = K_b i_{cc'}(t) = K_b I_m\cos(\omega_s t - ۲۴۰^\circ\, e) = B_m\cos(\omega_s t - ۲۴۰^\circ\, e) \end{cases}$$

در روابط فوق K_b یک ضریب ثابت، وابسته به پارامترهای ماشین نظیر تعداد دور سیم‌پیچی، مشخصه مغناطیسی و ... است. معادله میدان ایجاد شده توسط هر فاز در مکانی با اختلاف زاویه دلخواه (مانند α) نسبت به میدان فاز a (یا محور فاز a) به صورت زیر به دست می‌آید: (در واقع این روابط بیانگر تصویر میدان هر فاز روی خطی است که با محور فاز a زاویه α دارد.)

$$B_{aa'}(t) = B_m\cos\omega_s t\cos\alpha$$

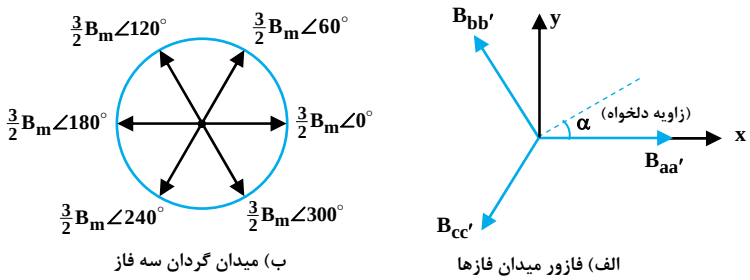
$$B_{bb'}(t) = B_m\cos(\omega_s t - ۱۲۰^\circ\, e)\cos(\alpha - ۱۲۰^\circ\, m)$$

$$B_{cc'}(t) = B_m\cos(\omega_s t - ۲۴۰^\circ\, e)\cos(\alpha - ۲۴۰^\circ\, m)$$

با جمع سه میدان فازی فوق، میدان برآیند در هر زاویه دلخواه α به صورت زیر به دست می‌آید: (چون ماشین دو قطبی است درجه الکتریکی $(^\circ e)$ برابر درجه هندسی یا مکانیکی $(^\circ m)$ است).

$$B_{eq}(t) = B_{aa'}(t) + B_{bb'}(t) + B_{cc'}(t) = \frac{۳}{۲}B_m\cos(\omega_s t - \alpha)$$

این رابطه نشان می‌دهد که میدان برآیند سه فاز در هر زاویه دلخواهی مانند α یک میدان دوار است یعنی، اگر این موج کسینوسی را مانند مبحث فازورها (در درس مدار) مدل کنیم حاصل یک میدان دوار بوده که با سرعت ω_s چرخیده اما دامنه آن ثابت و برابر $\frac{۳}{۲}B_m$ است که B_m دامنه میدان تولیدی سیم‌پیچی هر فاز از ماشین است. شکل «۴ـ ب» فاز در این میدان را در لحظات مختلف نشان می‌دهد.



ب) میدان گردان سه فاز — الف) فازور میدان فازها

«شکل ۴. تحلیل ریاضی میدان دوار»

تحلیل میدان دوار در حالت نامتقارن

تحلیل فوق مربوط به حالتی است که شبکه و ماشین هر دو متقارن باشند، اما در عمل به دلایل مختلفی ممکن است شبکه یا ماشین از حالت متقارن خارج گردند نظیر قطع شدن یکفاز یا دو فاز، وجود هارمونیک در ولتاژ شبکه و ... . در تمامی این حالات میدان تولیدی دیگر متقارن نبوده و حتی ممکن است دوار بودن خود را نیز از دست دهد. در اینجا دو حالت خاص بررسی می‌گردد:

۱. بررسی میدان دوار با قطع شدن یک فاز

چنانچه یکی از فازهای اعمالی به موتور مثلاً فاز C قطع شود یا از اول فقط دو سیم‌بندی A و B ماشین را به دو فاز شبکه متصل کنیم طبق روابط بیان شده میدان منتجه از جمع میدان‌های این دو فاز تشکیل می‌گردد، یعنی: $B_{eq}(t)=B_m\cos\omega_s t\cos\alpha+B_m\cos(\omega_s t-۱۲۰^\circ)\cos(\alpha-۱۲۰^\circ)$

با تبدیل حاصل ضرب به حاصل جمع و ساده‌سازی داریم: $B_{eq}(t)=\underbrace{B_m\cos(\omega_s t-\alpha)}_{B_f(t)}+\underbrace{\frac{۱}{۲}B_m\cos(\omega_s t+\alpha+۶۰^\circ)}_{B_b(t)}=B_f(t)+B_b(t)$

طبق این رابطه با قطع شدن یک فاز، دو میدان دوار یکی راستگرد یا جلو رونده ($B_f(t)$) و دیگری چپگرد یا عقب رونده ($B_b(t)$) در ماشین به وجود می‌آید به طوری که: $\frac{B_f(t)}{B_b(t)}=۲$

این رابطه نشان می‌دهد که دامنه میدان جلو رونده ۲ برابر دامنه میدان عقب رونده است لذا اگر ماشین مورد بحث موتور باشد قادر است در جهت میدان جلو رونده شتاب بگیرد.

۲. بررسی میدان دوار با قطع شدن دو فاز

چنانچه هر دو فاز B و C قطع شوند یا ماشین از ابتدا تکفاز تغذیه گردد داریم: $B_{eq}(t)=B_m\cos\omega_s t\cos\alpha$

با تبدیل حاصل ضرب به حاصل جمع و ساده‌سازی داریم:

$$B_{eq}(t)=\underbrace{\frac{۱}{۲}B_m\cos(\omega_s t+\alpha)}_{B_f(t)}+\underbrace{\frac{۱}{۲}B_m\cos(\omega_s t-\alpha)}_{B_b(t)}=B_f(t)+B_b(t)\Rightarrow\frac{B_f(t)}{B_b(t)}=۱$$

طبق این رابطه اگر دو فاز ورودی قطع شوند یا ماشین تکفاز باشد دو میدان گردان مختلف‌الجهت با دامنه برابر در فاصله هوایی ماشین پدید می‌آید، لذا اگر ماشین مورد بحث موتور باشد نمی‌تواند در هیچ جهتی دوران کند. روی همین اصل است که هیچ ماشین تکفازی نمی‌تواند بدون استفاده از فاز کمکی راه‌اندازی شود.

نکات مهم در خصوص میدان دوار:

۱) در حالت کلی اگر تعداد فازهای ماشین m باشد دامنه میدان دوار $\frac{m}{۲}B_m$ خواهد بود.

۲) بسته به توالی فازهای شبکه و سیم‌پیچ‌ها، جهت گردش میدان دوار می‌تواند ساعتگرد (راستگرد) و یا پاد ساعتگرد (چپگرد) باشد.

۳) با تعویض جای دو فاز از سه فاز ورودی می‌توان جهت گردش میدان را معکوس نمود که این امر سبب تغییر جهت گردش رتور در موتورهای القایی می‌گردد.)

۴) هرچه تعداد فازها بیشتر باشد دامنه میدان دوار بیشتر می‌شود.

۵) چنانچه بین سیم‌پیچ‌های موجود در یک ماشین سه فاز هیچ اختلاف زاویه مکانی موجود نباشد با اعمال سه جریان سینوسی با اختلاف فاز ۱۲۰° e دامنه میدان برآیند همواره صفر می‌شود.

مثال ۴: **یک فاز موتور القایی سه فاز در حین کار قطع می‌شود. نسبت دامنهٔ میدان دوار راستگرد به میدان دوار چپگرد برابر است با:** (سراسری ۸۳)

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» همان‌طور که در متن درس دیدیم با قطع شدن یک فاز، مثلاً فاز C میدان دوار در فاصله هوایی مجموع میدان‌های دو فاز A و B می‌گردد، لذا: $B_{eq}(t)=B_{m_{ph}}\cos(\omega_s t+\varphi)\cos\alpha+B_{m_{ph}}\cos(\omega_s t+\varphi-۱۲۰^\circ)\cos(\alpha-۱۲۰^\circ)$

با تبدیل حاصلضرب به حاصل جمع داریم: $B_{eq}(t)=B_{m_{ph}}\cos(\omega_s t+\varphi-\alpha)+\frac{۱}{۲}B_{m_{ph}}[\cos(\omega_s t+\varphi+\alpha)+\cos(\omega_s+\varphi+\alpha-۲۴۰^\circ)]$

از طرفی می‌دانیم: $\cos(\omega_s t+\varphi+\alpha)+\cos(\omega_s t+\varphi+\alpha-۱۲۰^\circ)+\cos(\omega_s t+\varphi+\alpha-۲۴۰^\circ)=۰$

در نتیجه داریم: $B_{eq}(t)=\underbrace{B_{m_{ph}}\cos(\omega_s t+\varphi-\alpha)}_{\text{میدان راستگرد } B_f(t)}+\underbrace{\frac{۱}{۲}B_{m_{ph}}\cos(\omega_s t+\varphi+\alpha+۶۰)}_{\text{میدان چپگرد } B_b(t)}\Rightarrow\frac{B_f(t)}{B_b(t)}=۲$