

بخش اول: درک مطلب

■ در این بخش، چند متن به طور مجزا آمده است. هر یک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤالاتی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آن چه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

در خلال دهه ۱۹۷۰ برخی دادگاه‌های ایالتی و فدرال تعریف وسیع‌تری از جنون را که مؤسسه حقوقی آمریکا پیشنهاد کرده بود، پذیرفتند. آن تعریف چنین بود «شخص به شرطی در قبال جرم خویش مسئول شناخته نمی‌شود که در هنگام ارتکاب آن، بر اثر بیماری یا کاستی روانی به میزان قابل ملاحظه‌ای فاقد توانایی لازم برای دریافت نادرستی عمل خویش و یا توان هماهنگ‌سازی آن با مقتضیات قانون مربوط باشد». عبارت «به میزان قابل ملاحظه» گویای آن است که هر درجه‌ای از ناتوانی، شخص را از مسئولیت حقوقی معاف نمی‌کند و در عین حال فقط ناتوانی کامل نیز (۵) ملاک قرار نمی‌گیرد. این که به جای «بداند» واژه «دریابد» به کار رفته متضمن این تلویح است که صرف آگاهی عقلی از درستی و نادرستی کافی نیست، بلکه شخص باید بتواند عواقب اخلاقی یا حقوقی رفتار خود را تا حدودی درک کند و تنها در این صورت است که مسئولیت حقوقی وی محرز می‌شود.

مسئله مسئولیت قانونی مردمان گرفتار اختلال روانی در سال ۱۹۸۱ با صدور رأی براث ناشی از جنون برای شخصی به نام «جان هینکلی» در سوء قصد به جان رئیس جمهور ریگان، بحث و جدل فراوان برانگیخت. مردم از این رأی به خشم آمدند، به این علت که احساس کردند دفاع براساس (۱۰) جنون به صورت گریزگاهی قانونی درآمده که مجرمین از آن برای فرار از قانون بهره می‌برند. بنابراین در سال ۱۹۸۴ کنگره آمریکا قانون اصلاحیه دفاع از جنون را به تصویب رساند. در این قانون تمهیدات و پیش‌بینی‌هایی برای دشوارتر ساختن تبرئه متهمان از مسئولیت قانونی گنجانده شد. نمونه این که با تغییر عبارت مؤسسه حقوقی آمریکا از عنوان «بی‌بهره از توانایی کلی... برای دریافت و فهم...» به «ناتوان از دریافت و فهم» به این نکته صراحت و قطعیت بخشید که اختلال یا نارسایی باید «شدید» باشد و همچنین ارائه ادله را به جای شاکی برعهده وکیل مدافع می‌گذارد. این قانون در کلیه دعوی‌های مطروحه در دادگاه‌های فدرال و در نیمی از دادگاه‌های ایالتی اعمال می‌شود.

(۱۵) تلاش دیگری برای صراحت بخشیدن به دفاع قانونی از جنون، رأی است به این مفهوم که «شخص مجرم است اما گرفتار اختلال روانی می‌باشد». این رأی، نخست در ایالت میشیگان صادر شد و اینک یازده ایالت دیگر، آن را منشأ صدور رأی در موارد مربوط قرار می‌دهند. قوانین به طور کلی راه را برای رأی «مقصر اما بیمار» در شرایطی باز می‌گذارد که متهم گرفتار اختلال عمده فکر یا هیجان باشد، به طوری که هنگام ارتکاب عمل دچار اختلال قضاوت، رفتار و تشخیص واقعیت یا توان کنار آمدن با مقتضیات عادی زندگی باشد. با این همه، تأثیر این «بیماری روانی» کمتر از جنون قانونی است. رأی «مقصر اما بیمار» دست اعضای هیأت منصفه را باز می‌گذارد که وقتی در متهم خطری را احساس کنند، ضمن محکوم (۲۰) ساختن او اطمینان داشته باشند که به خاطر بیماریش تحت درمان قرار خواهد گرفت. این قبیل اشخاص یا در زندان تحت درمان قرار می‌گیرند یا تا وقتی که حالشان برای تحمل محکومیت مناسب شود در بیمارستان روانی می‌مانند.

نگرانی عمومی از این که دفاع بر اساس جنون به صورت گریزگاه عمده‌ای در حقوق جزا درآمده باشد، بسیار دور از واقعیت است. کاربرد این نوع دفاعیه بسیار کمیاب است و تبرئه شدن به خاطر جنون از آن هم کمیاب‌تر است. اعضای هیأت منصفه به اکراه به این باور می‌رسند که کسی مسئولیت اخلاقی عمل و رفتار را عهده‌دار نباشد و وکلای دعاوی نیز که از احتمال رد شدن محمل جنون اطلاع دارند، فقط از روی ناچاری به آن (۲۵) متوسل می‌شوند.

کج ۱۰۱- پاراگراف قبل از متن فوق، به احتمال قوی به بحث درباره کدام موضوع می‌پردازد؟

(۱) ملاک‌های تشخیص توانایی کنترل رفتار در افراد مبتلا به اختلالات روانی

(۲) قوانین مربوط به جنون در سال‌های قبل از ۱۹۷۰ میلادی

(۳) تعریف اختلال‌های روانی از دیدگاه روانشناسی

(۴) رویکرد حقوق غربی به موضوع مسئولیت حقوقی افراد در گذشته



پاسخنامه آزمون گروه علوم انسانی دکتری ۹۱

زبان عمومی

قسمت اول: گرامر ۱

۱- گزینه «۳» محبوبیت «نظریه بازی» از زمان مطرح شدنش در اقتصاد متنوع بوده است.

توضیح گرامری: مبدأ زمان **since +** یکی از علائم زمان حال کامل است. زمان حال کامل بر انجام کار یا روی دادن حالتی دلالت می‌کند که از زمان گذشته شروع شده و تا زمان حال ادامه یافته است یا اثر آن تاکنون باقی مانده باشد. ساختار آن به صورت زیر است.

فاعل + have/has + p.p

He has lived here since childhood.

از بچگی، او در اینجا زندگی کرده است.

توضیح تست: از آنجا که **has varied** در این جمله نشان دهنده زمان حال کامل است، بنابراین جمله با گزینه (۳) که در آن واژه **since** به کار رفته کامل می‌شود.

گزینه (۴) نیز علاوه بر اینکه **from** در اینجا کاربرد ندارد، به دلیل استفاده از حرف اضافه نادرست **by** نادرست است.

۲- گزینه «۴» اگرچه تعاریف زیادی از معرفت‌شناسی وجود دارد، اما مقبول‌ترین تعریف احتمالاً متعلق به بریان مک ماهونتال است.

توضیح گرامری: قید عالی به صورت زیر ساخته می‌شود:

the + most + قید → the most widely

به این نکته توجه کنید که قبل از قید عالی باید حتماً از حرف تعریف **the** استفاده کنیم.

توضیح تست: **accepted** صفت است بنابراین باید از قید قبل از آن استفاده کرد. پس گزینه (۴) صحیح است.

The most widely accepted.

صفت قید حرف تعریف

۳- گزینه «۲» این بحث چون که ارزش‌هایی مثل آزادی و برابری را مطرح می‌کند، ممکن است هرگز قابل حل نباشد.

توضیح گرامری: **turning as it does** شکل دیگری از **since it turns** است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۴- گزینه «۴» آزمایش‌ها معمولاً شامل مداخله برنامه‌ریزی‌شده‌ای هستند که غالباً «تداخل» نامیده می‌شود.

always, usually, sometimes, often,

توضیح گرامری: قیده‌های تکرار عبارتند از:

جای قیده‌های تکرار در جمله، قبل از فعل اصلی یا بعد از فعل کمکی یا **to be** است.

She had always assumed that Gabriel was a girl name.

او همیشه فکر می‌کرد که گابریل اسم دخترانه است.

فعل اصلی فعل کمکی

It is often difficult to translate poetry.

ترجمه شعر اغلب دشوار است.

to be فعل



پاسخ سؤالات متن (۱)

۱۰۱- گزینه «۲» در سطر ۱ داریم: دادگاه‌های ایالتی و فدرال تعریف وسیع‌تری از جنون را که مؤسسه حقوقی آمریکا پیشنهاد کرده بود، پذیرفتند. معلوم می‌شود که در قبل تعریفی برای سال‌های قبل از دهه ۱۹۷۰ ارائه شده است که حال در دهه ۱۹۷۰ تعریف وسیع‌تری ارائه شده است. ضمن اینکه در ادامه به تعاریف در سال‌های بعد اشاره می‌کند.

۱۰۲- گزینه «۳» متن در ابتدا تاریخچه‌ای مختصر از تعاریف جنون را ارائه می‌دهد سپس با آوردن مثالی و توضیح در رابطه با آن چالش، در پاراگراف آخر می‌گوید که نگرانی عمومی از اینکه دفاع براساس جنون به صورت گریز گاه عمده‌ای در حقوق جزا درآمده باشد، بسیار دور از واقعیت است و اشاره اصلی متن رفع نگرانی عموم می‌باشد.

۱۰۳- گزینه «۳» پاراگراف دوم مثالی است که نشان می‌دهد این قانون به صورت صد در صد کامل نیست و عموم را خشمگین کرده است، پس این خشم باعث می‌شود بر روی قانون تجدیدنظر شود و قانون جدیدی تدوین شود سپس با آوردن مثال جان هینکلی پاراگراف اول به چالش و بحث کشیده می‌شود.

۱۰۴- گزینه «۴» در انتهای خط ۲۲ داریم: کاربرد این نوع دفاعیه بسیار کمیاب است و تبرئه شدن به خاطر جنون از آن هم کمیاب‌تر است. به طور واضح گزینه ۴ را توضیح می‌دهد.

۱۰۵- گزینه «۲» این سؤال صورت دیگری از پاراگراف آخر می‌باشد. زیرا در ابتدای پاراگراف در خط ۲۲ داریم: نگرانی عمومی از اینکه دفاع براساس جنون به صورت گریزگاه عمده‌ای در حقوق جزا درآمده باشد بسیار دور از واقعیت است.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۱۰۶- گزینه «۳» در ابتدای متن به برخی از باورهای جامعه نسبت به این بیماری و سپس در رابطه با علل پیدایش آن و بعداز آن در مورد اقدامات درمانی پیشگیرانه توضیح داده شد.

رد گزینه ۱: اختلالی که به درستی شناخته نشده اشتباه است. زیرا در خط چهارم به روشنی در مورد آن توضیح داده می‌شود و علل آن را مورد بررسی قرار می‌دهد.

رد گزینه ۲: جمله ناقص است زیرا هم عوامل مؤثر در بروز و تشدید اوتیسم مطرح شده است و هم موارد پیشگیرانه آن.

رد گزینه ۴: هیچ‌کدام از باورهای آورده شده جنبه علمی برای روان‌شناسان اوتیسم نبوده است.

۱۰۷- گزینه «۱»

I: درست است. در خط ۶ می‌بینیم که اشاره شده است در آزمایشات پاراکلینیکی کودکان مبتلا به اوتیسم باید عوامل قبل و بعد مورد بررسی قرار گیرد.
II: درست است. در خط ۱۸ می‌بینیم که بسیاری از والدین زمانی که تشخیص اوتیسم برای کودکشان مطرح می‌شود برخورد مناسب با مسأله نمی‌کنند و در واقع دچار نوعی انکار می‌شوند و با مراجعه به متخصصان مختلف امیدوارند که تشخیص دیگری را برای آنها پیدا کنند. گروهی دیگر تمام آرزوهایی که برای کودک خود داشتند را نقش بر آب می‌بینند و از هرگونه اقدامی ناامید می‌شوند، اما خوشبختانه امروزه بیش از هر زمان دیگری می‌توان به کودکان اوتیستیک کمک کرد. هرچه اقدامات زودتر انجام شوند، نتایج بهتر خواهند بود.

III: نادرست است. در متن اشاره‌ای به این جمله نشده است بعلاوه اینکه هیچ یک از عوامل آورده شده بر دیگری ارجحیت ندارد.

۱۰۸- گزینه «۱» در خط ۵ می‌بینیم: در حقیقت به دلیل تنوع تظاهرات کلینیکی طیف تشخیص بیمار اوتیستیک مشکل است. به صورت واضح به این موضوع اشاره شده است.

۱۰۹- گزینه «۴» در خط ۱۷ داریم که در صورت مشاهده هرگونه رفتار غیرطبیعی کودک در هر سنی، مراجعه به متخصص اولین قدمی است که والدین باید بردارند. این موضوع برخورد مناسب والدین و شروع هرچه سریع‌تر رفتارهای درمانی می‌باشد.



سؤالات علوم اقتصادی

کدام ۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x^2)^{\frac{1}{x^2}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) e^2 (۳) \sqrt{e} (۴) e

کدام ۲- اگر $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$ و $g(x) = -\ln(x-1)$ باشند، حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ کدام است؟

- (۱) x (۲) e^{-x} (۳) e^x (۴) ۱

کدام ۳- اگر $(x = \sqrt[3]{13-t}, y = \sqrt[3]{13+t})$ باشند، مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{52}{81}$ (۲) $\frac{52}{243}$ (۳) $\frac{58}{243}$ (۴) $\frac{34}{81}$

کدام ۴- حاصل $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{x^2-1}}$ کدام است؟

- (۱) $\ln \sqrt{x}$ (۲) $\frac{\sqrt{x}}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

کدام ۵- اگر x مقدار کالا و y قیمت واحد آن باشد، توابع تقاضا و عرضه به صورت $y = \frac{1}{3}(-x^2 - 2x + 74)$ و $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{17}{4}$ می‌باشند، مازاد

مصرف کننده در نقطه‌ی تعادل تقریباً کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴

کدام ۶- مقدار تقریبی عدد $\sqrt{(3/0.2)^2 + (1/92)^2} + 3(0/96)^2$ با کمک دیفرانسیل کدام است؟

- (۱) $3/945$ (۲) $3/942$ (۳) $3/935$ (۴) $3/948$

کدام ۷- فصل مشترک دو صفحه به معادلات $2x - y + 3z = 4$ و $x + 2y - z = 7$ با خط D به معادله‌ی $(x = -8t + 1, y = 5t - 2, z = 7t + 3)$

کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) منطبق (۲) متناظر (۳) متقاطع (۴) موازی

کدام ۸- نقطه بحرانی تابع $z = x^2 + 3x^2 + 4xy + y^2$ چگونه است؟

- (۱) $(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$ ، می‌نیمم (۲) $(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ ، می‌نیمم (۳) $(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$ ، ماکزیمم (۴) $(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ ، ماکزیمم

کدام ۹- مقادیر خاص ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۱، ۲ و -۱ (۲) ۱، ۰، -۲ (۳) ۲، ۱، -۲ (۴) ۱، ۲، ۳

کدام ۱۰- از رابطه دیفرانسیل $xdy - ydx = \frac{x^2}{(1-x)^2} dx$ تابع y بر حسب متغیر x کدام است؟

- (۱) $y = \frac{x}{1-x} + ax$ (۲) $y = \frac{a}{1-x} + x^2$ (۳) $y = \frac{1}{1-x} + ax$ (۴) $y = \frac{x}{1-x} + ax^2$



پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۳» وقتی $x \rightarrow 0$ ، حاصل حد به صورت مبهم 1^∞ می‌شود. بنابراین بر طبق فرمول داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x^2)^{\frac{1}{x^2}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x + \sin x^2 - 1}{x^2} \right)}$$

حاصل حد فوق با استفاده از هم‌ارزی قابل محاسبه است. می‌دانیم $\sin x \sim x$ و لذا $\sin x^2 \sim x^2$ و $\cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \frac{x^2}{2} + x^2 - 1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 - \frac{1}{2})x^2}{x^2} \right) = \frac{1}{2}$$

بنابراین حاصل حد برابر $e^{\frac{1}{2}}$ و یا \sqrt{e} می‌باشد.

۲- گزینه «۴» ابتدا باید $f(g(x))$ را بسازیم و سپس از آن مشتق بگیریم.

$$g'(x)f'(g(x)) = [f(g(x))]'$$

$$f(g(x)) = \frac{e^{-\ln(x-1)} + 1}{e^{-\ln(x-1)}} = \frac{e^{\ln(x-1)^{-1}} + 1}{e^{\ln(x-1)^{-1}}} = \frac{\frac{1}{x-1} + 1}{\frac{1}{x-1}} = x \Rightarrow (f(g(x)))' = (x)' = 1$$

۳- گزینه «۲» با استفاده از مشتق توابع پارامتری داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{1}{3\sqrt{(13+t)^2}}}{\frac{-2\sqrt{(13-t)^2}}{3\sqrt{(13+t)^2}}} = -\sqrt{\frac{(13-t)^2}{(13+t)^2}}$$

می‌دانیم $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t}$ ، یعنی از $\frac{dy}{dx}$ نسبت به t مشتق می‌گیریم و حاصل را بر $\frac{dx}{dt}$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{13-t}{13+t}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)'_t = -\frac{1}{2} \left(\frac{13-t}{13+t}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{13-t}{13+t}\right)' = -\frac{1}{2} \left[\frac{-1(13+t) - (13-t)}{(13+t)^2}\right] \left(\frac{13-t}{13+t}\right)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{-26}{(13+t)^2}\right) \left(\frac{13-t}{13+t}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

با توجه به اینکه $x = -1$ ، لذا داریم:

$$x = \sqrt[3]{13-t} \Rightarrow -1 = \sqrt[3]{13-t} \Rightarrow t = 14$$

حال اگر در رابطه‌ی فوق به جای تمام t ها، عدد 14 قرار دهیم، داریم:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)'_{t=14} = -\frac{1}{2} \left[\frac{-26}{(13+14)^2}\right] \left(\frac{13-14}{13+14}\right)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \left[\frac{-26}{27^2}\right] \left(\frac{1}{\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}}\right) = -\frac{1}{2} \left[\frac{-26}{(27)^2}\right] (-3) = \frac{52}{(27)^2} = \frac{52}{3^6}$$

از طرفی $x'_t = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(13-t)^2}}$ و لذا $x'_t(t=14) = -\frac{1}{3\sqrt[3]{(-1)^2}} = -\frac{1}{3}$ بنابراین داریم:

$$\frac{d^2y}{dx^2}(t=14) = \frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)'_{t=14}}{(x')_{t=14}} = \frac{\frac{52}{3^6}}{-\frac{1}{3}} = \frac{52}{3^5} = \frac{52}{243}$$

سوالات علوم اقتصادی

۱- اگر عدد مختلط $1 + 2i$ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 + ax^2 + b = 0$ باشد (a و b اعداد حقیقی‌اند)، ریشه‌ی حقیقی این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + \sin x}{1 - \cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۳- مقدار $\int_0^3 \frac{15x dx}{\sqrt{5x+1} + \sqrt{x+1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۴- یکی از منحنی‌های انتگرال معادله $xy^2 dx - y dx = xdy$ از نقطه (۱، ۲) می‌گذرد. معادله مجانب قائم این منحنی کدام است؟

- (۱) $x = \pm\sqrt{8}$ (۲) $x = \pm\sqrt{6}$ (۳) $x = \pm 2$ (۴) $x = \pm 1$

۵- مقدار تقریبی عدد $\sqrt[5]{(2/96)^2 + 5(1/12)^2}$ با کمک دیفرانسیل کدام است؟

- (۱) ۱/۹۹۷۵ (۲) ۱/۹۹۸۵ (۳) ۲/۰۰۱۵ (۴) ۲/۰۰۲۵

۶- بیشترین مقدار $z = xye^{-(2x+3y)}$ در ربع اول کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}e^{-2}$ (۲) $\frac{1}{12}e^{-1}$ (۳) $6e^{-4}$ (۴) $3e^{-2}$

۷- ماکسیمم تابع $z = 12xy - y^2 - 3x^2$ با شرط $3x + y \leq 16$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۶۷ (۴) ۱۷۶

۸- امتداد خاص نظیر بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} a \\ -a \\ a \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} a \\ a \\ a \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} a \\ 2a \\ -a \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} a \\ -2a \\ a \end{bmatrix}$

۹- قانون توزیع مشترک دو کمیت تصادفی X و Y توسط جدول زیر بیان شده است، کوواریانس این دو متغیر کدام است؟

	y	۱	۲
x			
۵		۰/۱	۰/۳
۱۰		۰/۴	۰/۲

- (۱) -0.5 (۲) 0.5 (۳) ۱ (۴) 1.5

۱۰- آزمون فرضیه را در نظر بگیرید:

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu = \mu_A$

که در آن μ_0 و μ_A به ترتیب میانگین تحت فرضیه صفر و میانگین صحیح جامعه می‌باشند. حجم نمونه و فاصله $|\mu_0 - \mu_A|$ باعث افزایش توان آزمون می‌شود.

- (۱) کاهش - افزایش (۲) کاهش - کاهش (۳) افزایش - کاهش (۴) افزایش - افزایش

پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۴» چون عدد مختلط $1 + 2i$ یکی از ریشه‌های معادله می‌باشد، پس باید در معادله صدق کند، بنابراین داریم:

$$2(1+2i)^3 + a(1+2i)^2 + b = 0$$

$$2(1+3(2i)+3(2i)^2+\lambda i^3) + a(1+4i+4i^2) + b = 0 \xrightarrow{i^2=-1, i^3=i \cdot i^2=-i} 2(1+6i-12-8i) + a(1-4+4i) + b = 0$$

$$2(-2i-11) - 3a + 4ai + b = 0 \Rightarrow i(-4+4a) - 22 - 3a + b = 0$$

با متحد قرار دادن دو طرف تساوی لازم است، مقادیر موهومی و حقیقی عبارت سمت چپ برابر صفر شود، لذا داریم:

$$\begin{cases} -4+4a=0 \\ b-3a-22=0 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=25 \xrightarrow{\text{مقادیر را در معادله قرار می‌دهیم}} 2x^3 + x^2 + 25 = 0$$

به دست آوردن ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی سوم فوق کار راحتی نیست، بنابراین بهتر است مقدار اعداد گزینه‌ها را به جای x قرار دهیم.

واضح است اعداد مثبت جواب معادله نیستند، چون $x = -\frac{5}{4}$ در معادله به دست آمده صدق می‌کند، پس ریشه‌ی حقیقی این معادله می‌باشد.

۲- گزینه «۲» با توجه به این که $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ می‌باشد و با استفاده از هم‌ارزی $\sin u \sim u$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + x}{x^2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1+x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{(1-x)2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2(1-x)} = -\frac{1}{2}$$

۳- گزینه «۳» کسر زیر انتگرال را در مزدوج مخرج آن، ضرب و تقسیم می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} \int_0^3 \left[\frac{15x}{\sqrt{\Delta x+1} + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{\Delta x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{\Delta x+1} - \sqrt{x+1}} \right] dx &= \int_0^3 \frac{15x(\sqrt{\Delta x+1} - \sqrt{x+1})}{(\Delta x+1) - (x+1)} dx = \frac{15}{4} \int_0^3 [(\Delta x+1)^{\frac{1}{2}} - (x+1)^{\frac{1}{2}}] dx \\ &= \frac{15}{4} \left[\frac{1}{\Delta} \times \frac{2}{3} (\Delta x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} \right]_0^3 = \frac{15}{4} \left[\left(\frac{1}{\Delta} \times \frac{2}{3} (\Delta \times 3+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (3+1)^{\frac{3}{2}} \right) - \left(\frac{1}{\Delta} \times \frac{2}{3} (\Delta \times 0+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (0+1)^{\frac{3}{2}} \right) \right] \\ &= \frac{15}{4} \times \frac{1}{\Delta} \times \frac{2}{3} (16)^{\frac{3}{2}} - \frac{15}{4} \times \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} - \frac{15}{4} \times \frac{2}{3} (1)^{\frac{3}{2}} + \frac{15}{4} \times \frac{2}{3} (1)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} (4^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{2} (2^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2} (4)^3 - \frac{5}{2} (2)^3 - \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{64}{2} - \frac{40}{2} - \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 32 - 20 - \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 12 \end{aligned}$$

۴- گزینه «۱»

$$x dy - y dx = xy^2 dx \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } y^2} \frac{x dy - y dx}{y^2} = x dx$$

دقت کنید عبارت $\frac{y dx - x dy}{y}$ در واقع دیفرانسیل عبارت $\frac{x}{y}$ می‌باشد و بنابراین سمت چپ برابر $-d\left(\frac{x}{y}\right)$ می‌شود، لذا داریم:

$$-\left(\frac{y dx - x dy}{y^2}\right) = x dx \Rightarrow -d\left(\frac{x}{y}\right) = x dx \xrightarrow{\text{از طرفین انتگرال می‌گیریم}} -\frac{x}{y} = \frac{x^2}{2} + C$$

سؤالات علوم اقتصادی

کدام ۱- حاصل عبارت $\left(\frac{2i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{1392}$ کدام است؟

- (۱) i (۲) -1 (۳) $-i$ (۴) 1

کدام ۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{|x-1|} + b & |x| > 1 \\ c(-1)^{|x|} & |x| < 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$ روی R پیوسته باشد، مقدار $a + b - c$ ، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

کدام ۳- حاصل $\int_{\sqrt[3]{3}}^{\sqrt[3]{27}} \frac{2 \tan^{-1} x^2}{x^3} dx$ ، کدام است؟

- (۱) $\ln \sqrt{3}$ (۲) $\frac{\pi \sqrt{3}}{18} + \ln \sqrt{3}$ (۳) $\frac{\pi \sqrt{3}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{9} + \ln \sqrt{3}$

کدام ۴- اگر می‌نیمم تابع $Z = 4x^4 - 6x^2 - 4xy + 2y^2 + 11$ برابر 7 باشد، مقدار xy ، کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) صفر (۴) 2

کدام ۵- جوابی از معادله $(-3y^2 - \sin x)dy + (4x^3 - y \cos x + 1)dx = 0$ ، که از نقطه $(0, -1)$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) $y^3 = x^4 - y \sin x + x - 1$ (۲) $y^3 = x^4 + y \sin x + x$
(۳) $y^3 = x^4 - y \cos x + x$ (۴) $y^3 = x^4 + y \cos x + x - 1$

کدام ۶- در مورد تعداد و نوع نقاط بحرانی تابع $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12xy$ ، کدام درست است؟

- (۱) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه می‌نیمم نسبی (۲) ۱ نقطه می‌نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی
(۳) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه ماکزیمم نسبی (۴) ۲ نقطه می‌نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی

کدام ۷- کوتاه‌ترین فاصله نقطه $(1, 0)$ از خم $x^2y - y^2 - 2xy = 16$ ، کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

کدام ۸- اگر یکی از مقادیر ویژه (Eigen value) ماتریس $\begin{bmatrix} x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، برابر یک باشد، مقدار x ، کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) 1

کدام ۹- با فرض نرمال بودن جامعه، $\text{var}(s^2)$ که در آن $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ عبارت است از:

- (۱) $\frac{\sigma^2}{n-1}$ (۲) $\frac{\sigma^4}{(n-1)^2}$ (۳) $\frac{2\sigma^4}{n-1}$ (۴) $\frac{\sigma^2}{(n-1)^2}$

کدام ۱۰- کدام توزیع، بی‌حافظه است؟

- (۱) توزیع بتا (۲) توزیع هندسی (۳) توزیع گاما (۴) توزیع دوجمله‌ای منفی

کدام ۱۱- مصرف آب در شهری دارای توزیع ناشناخته با میانگین 400 هزار متر مکعب در هر روز است. این احتمال که مصرف آب در این شهر در یکی از روزهای آینده حداقل 500 هزار متر مکعب باشد، کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/7$ (۳) $0/6$ (۴) $0/8$

کدام ۱۲- این فرضیه را در نظر بگیرید: $H_0: \mu = \mu_0$ چنانچه میانگین واقعی جامعه μ_a باشد، آنگاه با افزایش $|\mu_0 - \mu_a|$ خطای
 $H_1: \mu \neq \mu_0$

- (۱) نوع دوم کاهش می‌یابد. (۲) نوع اول افزایش و خطای نوع دوم کاهش می‌یابد.
(۳) نوع دوم افزایش می‌یابد. (۴) نوع اول کاهش و خطای نوع دوم افزایش می‌یابد.



پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۴» ابتدا نمایش قطبی این اعداد را می‌یابیم. برای $z = 2i$ داریم $y = 2$ و $x = 0$. بنابراین $r = \sqrt{0+4} = 2$ و $\theta = \frac{\pi}{2}$.
برای $w = 1 - \sqrt{3}i$ داریم $x = 1$ و $y = -\sqrt{3}$. پس $r = \sqrt{1+3} = 2$ و $\theta = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$. بنابراین:

$$\left(\frac{2i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{1392} = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{2}}}{2e^{-i\frac{\pi}{3}}}\right)^{1392} = \left(e^{i\frac{5\pi}{6}}\right)^{1392} = e^{i\frac{5 \times 1392}{6}\pi} = e^{i5 \times 232\pi} = e^{i1160\pi} = \cos(1160\pi) + i\sin(1160\pi) = 1$$

توجه کنید که زاویه 1160π که فرم $2k\pi$ دارد همان زاویه صفر درجه است.

۲- گزینه «۳» ضابطه f را به این صورت بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{|x-1|} + b & x < -1, x > 1 \\ c(-1)^{[x]} & -1 < x < 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$$

اگر f بر \mathbb{R} پیوسته باشد در نقاط $x = -1$ و $x = 1$ مقدار تابع و حد چپ و راست آن یکی هستند.

$$f(1) = 2$$

$$f(1^+) = a\sqrt{|1-1|} + b = b$$

$$f(1^-) = c(-1)^0 = c$$

بنابراین $b = c = 2$ است.

در نقطه $x = -1$ مقدار تابع مشخص نشده است. حد چپ و راست باید برابر باشند:

$$f((-1)^+) = c(-1)^{-1} = -c$$

$$f((-1)^-) = a\sqrt{|-1-1|} + b = \sqrt{2}a + b$$

$$a + b - c = -2\sqrt{2} + 2 - 2 = -2\sqrt{2} \quad \text{باید } \sqrt{2}a + b = -c \text{ باشد یعنی } \sqrt{2}a + 2 = -2 \text{ پس } \sqrt{2}a = -4 \text{ پس } a = -\frac{4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} \text{ بنابراین:}$$

۳- گزینه «۲» انتگرال نامعین را حل کرده سپس کران‌ها را در جواب قرار می‌دهیم. ابتدا دقت کنید که $\tan^{-1}(x^2) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(\frac{1}{x^2})$ و با فرض

$$t = \frac{1}{x^2} \text{ داریم } dt = -\frac{2}{x^3} dx \text{ بنابراین:}$$

$$I = \int \frac{2}{x^3} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) \right) dx = \int \left[\frac{\pi}{x^3} - \frac{2}{x^3} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) \right] dx = \int \frac{\pi}{x^3} dx - \int \frac{2}{x^3} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) dx = -\frac{\pi}{2x^2} + \int \tan^{-1}(t) dt$$

برای حل این انتگرال از روش جزء به جزء استفاده می‌کنیم.

$$u = \tan^{-1}(t) \rightarrow du = \frac{1}{1+t^2} dt$$

$$dv = dt \rightarrow v = t$$

$$\int \tan^{-1}(t) dt = (t) \tan^{-1}(t) - \int \frac{t}{1+t^2} dt = (t) \tan^{-1}(t) - \frac{1}{2} \ln(1+t^2) + C \stackrel{t = \frac{1}{x^2}}{=} \frac{1}{x^2} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{1}{x^4}\right) + C$$

سؤالات علوم اقتصادی

۱- تابع تولید کاب داکلاس به صورت $Z = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$ مفروض است. این تابع از نظر تحدب و تقعر کدام است؟

- (۱) محدب مؤکد (۲) مقعر مؤکد (۳) محدب غیر مؤکد (۴) مقعر غیر مؤکد

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - y = 0$ کدام است؟

- (۱) $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ (۲) $y = c_1x^2 + c_2x$ (۳) $y = c_1e^x + c_2e^{-x}$ (۴) $y = c_1x^2 + x + c_2$

۳- در الگوی تار عنکبوتی، توابع عرضه و تقاضا به صورت $D! \begin{cases} q_t = 10 - 3p_t \\ S! \begin{cases} q_t = 2 + p_{t-1} \end{cases}$ است. قیمت تعادلی در این مدل کدام است؟

- (۱) نزولی به سمت ۳ $p_e = 3$ (۲) نوسانی به سمت ۲ $p_e = 2$ (۳) نوسانی به سمت ۳ $p_e = 3$ (۴) صعودی به سمت ۲ $p_e = 2$

۴- در مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر:

$$\text{Max } Z = f(x, y)$$

$$g_1(x, y) \leq b_1$$

$$g_2(x, y) \leq b_2$$

$$x, y \geq 0$$

با استفاده از شرایط کان تاکر، کدام مورد صحیح نیست؟

(۱) شرایط کان تاکر، شرایط لازم است.

(۲) ضرایب لاگرانژ هر علامتی می‌توانند داشته باشند.

(۳) جواب مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی در تمام فضای ممکن می‌تواند باشد.

(۴) تابع لاگرانژ نسبت به X و Y ماکزیمم و نسبت به ضرایب لاگرانژ مینیمم است.

۵- هزینه ساخت c ، با تعداد اقلام ساخته شده x ، رابطه $\frac{dc}{dx} = \frac{c}{10+x}$ را دارد. تابع هزینه c برحسب x کدام است؟ (در صورتی که اگر $x = 10$ باشد، هزینه $c = 100$ واحد پول است.)

- (۱) $c = 5x + 50$ (۲) $c = 6x + 40$ (۳) $c = 7x + 30$ (۴) $c = 8x + 20$

۶- تابع تقاضایی را پیدا کنید که کشش تقاضا نسبت به قیمت در هر نقطه -2 بوده و به ازای قیمت $p = 2$ ، مقدار $q = 4$ باشد. اگر در این تابع تقاضا $p = 4$ باشد، مقدار q کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۸

۷- معادله تفاضلی $y_{t+2} - 4y_t = 2$ مفروض است. جواب عمومی این معادله کدام است؟

(۱) $y_t = c_1(4)^t + c_2(-4)^t + \frac{1}{3}$ (۲) $y_t = c_1(4)^t + c_2(-1)^t + \frac{1}{4}$

(۳) $y_t = c_1(-1)^t + c_2(4)^t - \frac{1}{4}$ (۴) $y_t = c_1(2)^t + c_2(-2)^t - \frac{2}{3}$

۸- اگر تابع مطلوبیت مصرف‌کننده دو کالا $U = q_1q_2$ و خط بودجه $100 = 2q_1 + 4q_2$ باشد. مقدار ماکزیمم مطلوبیت مصرف‌کننده کدام است؟

- (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۱۴۵۰ (۳) ۱۲۵۰ (۴) ۱۲۰۰

۹- فرض کنید بین دو متغیر X و Y رابطه $Y = 2XY + 3$ و $(Y+1)(2X-1) = 2XY + 3$ برقرار است. همبستگی بین X و Y برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۰- فرض کنید تابع توزیع متغیر تصادفی X به صورت $F(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}$ است. اگر m میانه این توزیع باشد، مقدار m برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۴» تابع مطلوبیت کاب داگلاس به صورت $Z = x^\alpha y^\beta$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:
 $\alpha + \beta < 1$ تابع مطلوبیت اکیداً شبه مقعر نیست.
 $\alpha + \beta > 1$ تابع مطلوبیت اکیداً شبه محدب است.
 $\alpha + \beta = 1$ تابع مطلوبیتی نه اکیداً محدب و نه اکیداً مقعر است. اما چون توان X و Y هر دو از یک کوچک‌تر هستند این تابع یک تابع مقعر غیرموکد است.
گزینه ۴ صحیح است.

۲- گزینه «۳» توابع دیفرانسیلی درجه دوم را باید به صورت یک معادله درجه دوم بنویسیم و ریشه‌های m_1 و m_2 آن را تعیین نمائیم و در نهایت در رابطه $y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x}$ قرار دهیم معادله $y'' - y = 0$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 \Rightarrow \begin{matrix} m_1 = 1 \\ m_2 = -1 \end{matrix}$$

$$y = c_1 e^{(1)x} + c_2 e^{(-1)x} \Rightarrow y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$$

۳- گزینه «۲» از شرط تعادل داریم:

$$q_t = 10 - 3P_t$$

$$q_t = 2 + P_{t-1}$$

$$10 - 3P_t = 2 + P_{t-1} \xrightarrow{\text{در تعادل } P_t = P_{t-1}} P_t = 2$$

چون شیب منحنی عرضه کمتر از شیب منحنی تقاضا است در نتیجه قسمت تعادلی به صورت نوسانی است.

۴- گزینه «۲» در توابعی که دارای شروط کان تاگر هستند λ یا ضرایب لاگرانژ بیانگر قیمت‌های سایه‌ای کالاها هستند. در نتیجه این قیمت‌ها باید مثبت یا صفر باشند و نمی‌توانند منفی باشند در نتیجه حالت شرایط کان تاگر ضریب لاگرانژ نمی‌تواند هر علامتی را به خود اختصاص دهد.

۵- گزینه «۱» ابتدا متغیرهای C و X را از هم جدا می‌کنیم:

$$\frac{dc}{dx} = \frac{c}{10+x} \Rightarrow \frac{dc}{c} = \frac{dx}{10+x}$$

حال با انتگرال‌گیری از طرفین داریم:

$$\int \frac{dc}{c} = \int \frac{dx}{10+x} \Rightarrow \ln c = \ln(x+10) + c_1$$

به ازای $x = 10$ داریم $c = 100$ بنابراین باید تساوی زیر برقرار باشد:

$$\ln 100 = \ln(10+10) + c_1 \Rightarrow c_1 = \ln 100 - \ln 20 = \ln \frac{100}{20} = \ln 5$$

با جایگذاری c_1 در رابطه‌ی $\ln c$ داریم:

$$\ln c = \ln(x+10) + \ln 5 = \ln(5(x+10))$$

$$\Rightarrow c = 5(x+10) = 5x + 50$$

۶- گزینه «۱» اگر یک تابع تقاضا در تمام نقاط دارای کشش ۲- باشد شکل تابع تقاضا به صورت مقابل خواهد بود:

$$Q = \frac{k}{p^2}$$

$$4 = \frac{k}{(2)^2} \Rightarrow k = 16$$

حال زوج $(p, q) = (2, 4)$ را در تابع قرار می‌دهیم تا مقدار k محاسبه گردد:

پس فرم تابع به صورت $Q = \frac{16}{p^2}$ می‌باشد. حال به ازای $p = 4$ مقدار q برابر با واحد خواهد بود گزینه ۱ صحیح است.



سوالات علوم اقتصادی

آمار و ریاضی

کج ۱- در بسط $(1+x)^{\frac{1}{2}}$ ضریب x^f کدام است؟

(۱) $\frac{5}{81}$ (۲) $\frac{10}{243}$ (۳) $-\frac{10}{243}$ (۴) $-\frac{5}{81}$

کج ۲- مشتق یازدهم $y = x \cdot \sin x$ کدام است؟

(۱) $-x \cos x - 1 \sin x$ (۲) $+x \cos x + 1 \sin x$
(۳) $-x \sin x + 1 \cos x$ (۴) $+x \sin x - 1 \cos x$

کج ۳- دامنه تابع $y = \arcsin(\ln \frac{x-1}{2})$ برابر است با:

(۱) $(-e, e)$ (۲) $(2e^{-1}, 2e)$ (۳) (e^{-1}, e) (۴) $(1+2e^{-1}, 1+2e)$

کج ۴- ماتریس $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ مفروض است. کدام مورد در مورد این ماتریس صحیح نیست؟

(۱) اثر (Trace) این ماتریس صفر است. (۲) ماتریس الحاقی این ماتریس صفر است.
(۳) این ماتریس وارون پذیر است. (۴) مرتبه این ماتریس ۳ است.

کج ۵- حد تابع $y = \frac{\text{tgkx}}{\cos kx \cdot \sin 2x}$ هنگامی که x به سمت صفر میل می‌کند برابر ۲ است. اندازه k کدام است؟

(۱) $k = 4$ (۲) $k = 3$ (۳) $k = 6$ (۴) $k = 2$

کج ۶- انتگرال $\int x^2 e^{2x} dx$ به ازای $x=1$ و $c=0$ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{6}e$ (۲) $1-e^2$ (۳) $\frac{1}{4}e^2$ (۴) $1+e^2$

کج ۷- مقدار انتگرال دوگانه $I = \iint_S 2xy dx dy$ ، که در آن S مساحت محصور بین منحنی $y = x^2$ و خط $y = 4$ است، برابر است با:

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

کج ۸- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - y = 0$ کدام است؟

(۱) $y = ce^x$ (۲) $y = ce^{-x}$ (۳) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$ (۴) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

کج ۹- سری $u_n = \ln \frac{n}{n+1}$ مفروض است، مجموع n جمله این سری و نوع سری چیست؟

(۱) مجموع $+\ln(n+1)$ و سری همگرا (۲) مجموع $-\ln(n+1)$ و سری واگراست.
(۳) مجموع $+\ln n$ و سری همگرا (۴) مجموع سری $-\ln n$ و سری واگراست.

کج ۱۰- در مدل تار عنکبوتی برای کالای کشاورزی داریم

تقاضا $q_t = 10 - 2P_t$

عرضه $q_t = 1 + P_{t-1}$

قیمت تعادلی کدام است؟

(۱) $P_t = c(-2)^t + 3$ (۲) $P_t = c(2)^t + 3$ (۳) $P_t = c(\frac{1}{2})^t + 4$ (۴) $P_t = c(-\frac{1}{2})^t + 3$

کج ۱۱- در آزمایش تصادفی که دارای توزیع برنولی است و احتمال پیروزی $\frac{1}{3}$ باشد، کدام مورد صحیح نیست؟

(۱) واریانس $\frac{2}{9}$ (۲) میانه $\frac{1}{3}$ (۳) میانگین $\frac{1}{3}$ (۴) احتمال شکست $\frac{2}{3}$



پاسخنامه علوم اقتصادی

آمار و ریاضی

۱- گزینه «۳» ابتدا بسط برنولی را برای یادآوری می‌نویسیم:

$$(1+x)^k = 1 + \frac{kx}{1!} + \frac{k(k-1)}{2!}x^2 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!}x^3 + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{4!}x^4 + \dots$$

در این سؤال $k = \frac{1}{3}$ است و لذا ضریب x^4 به صورت زیر خواهد بود:

$$x^4 \text{ ضریب} = \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{3}-2)(\frac{1}{3}-3)}{4!} = \frac{(\frac{1}{3})(-\frac{2}{3})(-\frac{5}{3})(-\frac{8}{3})}{24} = \frac{-\frac{80}{3^4}}{24} = -\frac{80}{3 \times 8} = -\frac{10}{81 \times 3 \times 8} = -\frac{10}{243}$$

۲- گزینه «۱» با توجه به فرمول، مشتق تابع $y = uv$ به صورت زیر است:

$$(uv)^{(n)} = \binom{n}{0} u^{(0)} v^{(n)} + \binom{n}{1} u^{(1)} v^{(n-1)} + \binom{n}{2} u^{(2)} v^{(n-2)} + \dots + \binom{n}{n} u^{(n)} v^{(0)}$$

در این سؤال $u = x$ و $v = \sin x$ ، در این صورت برای جمله دوم به بعد، مشتق‌های u صفر می‌شوند، پس فقط دو جمله اول را حساب می‌کنیم:

$$(uv)^{(11)} = \binom{11}{0} x(\sin x)^{(11)} + \binom{11}{1} (1)(\sin x)^{(10)}$$

توجه کنید که $\binom{11}{0} = 1$ و $\binom{11}{1} = 11$ ، مشتق مرتبه‌ی یازدهم $\sin x$ برابر با $\sin(\frac{11\pi}{2} + x) = -\cos x$ و مشتق مرتبه دهم آن برابر با

$$(uv)^{(11)} = -x \cos x - 11 \sin x \quad \sin(\frac{10\pi}{2} + x) = -\sin x \text{ است، لذا داریم:}$$

۳- گزینه «۴» روش تشریحی: باید دو مطلب را مورد توجه قرار دهیم. اول آن که در تابع $y = \arcsin(u)$ باید $-1 \leq u \leq 1$ باشد. دوم آن که در تابع $y = \text{Ln} v$ باید $v > 0$ باشد. از اولین شرط شروع می‌کنیم:

$$y = \arcsin(\text{Ln} \frac{x-1}{2}) \Rightarrow -1 \leq \text{Ln}(\frac{x-1}{2}) \leq 1 \Rightarrow e^{-1} \leq \frac{x-1}{2} \leq e^1 \Rightarrow 2e^{-1} \leq x-1 \leq 2e \Rightarrow 2e^{-1} + 1 \leq x \leq 2e + 1$$

در ضمن، شرط دوم هم در این بازه برقرار است. وقتی $2e^{-1} + 1 \leq x \leq 2e + 1$ باشد، $x-1$ مثبت است پس $\text{Ln} \frac{x-1}{2}$ تعریف شده است.

$$f \text{ دامنه‌ی} = [2e^{-1} + 1, 2e + 1]$$

گزینه‌ی (۴) موردنظر بوده است. البته به جای بازه‌ی بسته، بازه‌ی باز تایپ شده که به احتمال قوی اشتباه تایپی بوده است.

روش تستی: به راحتی معلوم x نمی‌تونه $\frac{1}{2}$ (یا کوچکتر از $\frac{1}{2}$) باشه، چون جلوی Ln صفر (یا منفی میشه)، بنابراین گزینه‌هایی که تو خودشون، مقادیر کوچکتر از $\frac{1}{2}$ رو دارن، همگی غلطن؛ با این توضیحات فقط گزینه (۴) می‌تونه جواب باشه!! گزینه (۱) که حتی عدد صفر رو هم قبول داره؟! گزینه (۲) اعداد کمی بزرگتر از $\frac{1}{2} = e^{-1}$ رو قبول داره که چون هنوز از ۱ کمتره، قبول نیست و به همین ترتیب گزینه (۳) هم اعداد کمی بزرگتر از $\frac{1}{2} = e^{-1}$ رو قبول داره که چون هنوز از ۱ کمتره، قابل قبول نیست.

۴- گزینه «۲» گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\text{tr}(A) = 0 + 0 + 0 = 0$$

بررسی گزینه (۱): اثر (trace) ماتریس A برابر است با مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس:

گزینه (۱) صحیح است.

بررسی گزینه (۲): برای محاسبه‌ی ماتریس الحاقی برای هر درایه، سطر و ستون مربوط به آن را حذف می‌کنیم و از ماتریس دو در دوی باقی‌مانده، دترمینان می‌گیریم. درایه‌هایی که مجموع شماره سطر و ستون آن‌ها فرد باشد، باید قرینه شوند.

سوالات علوم اقتصادی

ریاضی و آمار

۱- در تابع پارامتری $\begin{cases} x = \ln(t+1) \\ y = \ln(t^2-1) \end{cases}$ مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه $x = 2\ln 2$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲- کدام یک از حدود زیر صحیح نیست؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x^2 + 16}} = -\frac{6}{5}$ (۲) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = 2$ (۳) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x} = \frac{1}{3}$ (۴) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = \frac{1}{e}$

۳- اگر $f(x) = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ باشد، آن گاه $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) e (۲) $\frac{1}{2}e$ (۳) $2e^2$ (۴) $\frac{5}{2}$

۴- اگر تابع $z = f(x, y)$ همگن از درجه سوم باشد، آن گاه کدام مورد صحیح نیست؟

- (۱) $f(x, y) = x^2 f(1, \frac{y}{x})$ (۲) $x.f'_x + y.f'_y = 3f$ (۳) $f(x, y) = g(x).h(y)$ (۴) $f(x, y) = y^2 f(\frac{x}{y}, 1)$

۵- تابع تولید به صورت $Q = KL$ مفروض است، این تابع از نظر تحدب و تقعر کدام است؟

- (۱) محدب (۲) مقعر (۳) اکیداً محدب (۴) نه محدب است نه مقعر

۶- اگر در ماتریس $A_{n \times n}$ ، معادله مفسر، $f(\lambda) = 0$ باشد و λ ها (مقادیر ویژه) ریشه‌های آن باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) $f(A) = 0$ (۲) $f(A) \neq 0$ (۳) $|A| = \lambda_1 \times \lambda_2 \times \dots \times \lambda_n$ (۴) $\text{Tr}(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$

۷- اگر توابع عرضه و تقاضا $\begin{cases} y = 14 - 2x \\ y = 4 + 2x \end{cases}$ باشد و برای هر واحد t ریال مالیات وضع شود، به ازای کدام مقدار t درآمد مالیاتی دولت بیشینه است؟

- (۱) $t = 3$ (۲) $t = 4$ (۳) $t = 5$ (۴) $t = 6$

۸- حاصل $I = \int_1^{e^{\ln x}} \frac{\ln x}{x^2} dx$ ، کدام است؟

- (۱) $2e + 1$ (۲) $1 - 2e^{-1}$ (۳) $2e - 2$ (۴) $\frac{1}{e} - 2$

۹- مقدار انتگرال دوگانه $I = \iint_A xy dx dy$ که در آن A سطح محصور بین منحنی $y = x^2$ و خط $y = 4$ است، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۰- منحنی پوش تابع $y = cx^2 - e^2$ ، کدام است؟

- (۱) $y = \frac{1}{4}x^2$ (۲) $y = \frac{1}{4}x^4$ (۳) $y = -\frac{1}{4}x^2$ (۴) $y = -\frac{1}{4}x^4$

۱۱- در تابع $V = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz$ ، مختصات نقطه بحرانی کدام است؟

- (۱) $(1, 1, 0)$ (۲) $(0, 0, 1)$ (۳) $(0, 1, 0)$ (۴) $(1, 0, 0)$

۱۲- جواب‌های عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - 2y' + y = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $y = c_1 x^2 e^x - x e^x$ (۲) $y = c_1 e^{-x} - c_2 e^x$ (۳) $y = (c_1 x + c_2) e^x$ (۴) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

۱۳- از کیسه‌ای حاوی ۶ گوی سفید و ۵ گوی قرمز، دو گوی همزمان انتخاب می‌کنیم، کدام احتمال بیشتر است؟

- (۱) یکی سفید و دیگری قرمز (۲) هر دو سفید باشد. (۳) هر دو قرمز باشد. (۴) تفاوتی ندارد.

۱۴- در توزیع پواسون، با پارامتر $\lambda = 2$ ، کدام مورد صحیح نیست؟

- (۱) $P(x > 1) = 1 - 2e$ (۲) توزیع پواسون حد توزیع دو جمله‌ای است.

- (۳) در این توزیع پواسون $\mu = \sigma^2 = 2$ (۴) در این توزیع $P(x = n) = e^{-2} \frac{2^n}{n!}$



پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۲» سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:

روش اول: طبق فرمول عبارت $\frac{d^2y}{dx^2}$ برابر با $\frac{(y'_x)_t}{x'_t}$ است. پس ابتدا باید y'_x را حساب کنیم و می‌دانیم $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$ است. یادآوری می‌کنیم مشتق $\ln u$

$$y'_x = \frac{\frac{2t}{1+t}}{\frac{1}{t+1}} = \frac{2t}{(t+1)(t-1)} = \frac{2t}{t-1}$$

برابر با $\frac{u'}{u}$ است:

$$(y'_x)_t = \frac{2(t-1) - 1 \times (2t)}{(t-1)^2} = -\frac{2}{(t-1)^2}$$

حالا باید $(y'_x)_t$ را حساب کنیم:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(y'_x)_t}{x'_t} = \frac{-\frac{2}{(t-1)^2}}{\frac{1}{t+1}} = -\frac{2(t+1)}{(t-1)^2}$$

بنابراین داریم:

مقدار عبارت فوق به ازای $x = 2\ln 2$ و به عبارتی به ازای $x = \ln 4$ خواسته شده، ولی ما عبارت را بر حسب t داریم. از تساوی $x = \ln(t+1)$ داریم:

$$2\ln 2 = \ln(t+1) \Rightarrow \ln 4 = \ln(t+1) \Rightarrow 4 = t+1 \Rightarrow t = 3$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}(t=3) = -\frac{2(3+1)}{(3-1)^2} = -\frac{8}{2^2} = -\frac{8}{4} = -2$$

بنابراین داریم:

روش دوم: می‌توانیم y را بر حسب x تعیین کرده و مشتق‌گیری انجام دهیم؛ (البته در تمام این‌گونه سؤالات، نمی‌توان y را بر حسب x به دست آورد.)

$$y = \ln(t^2 - 1) = \ln(t-1) + \ln(t+1) \xrightarrow{\ln AB = \ln A + \ln B} y = \ln(t+1) + \ln(t-1) \xrightarrow{x = \ln(t+1)} y = x + \ln(t-1) \quad (*)$$

برای تبدیل $\ln(t-1)$ بر حسب x می‌توان به شکل مقابل عمل کرد:

$$x = \ln(t+1) \Rightarrow t+1 = e^x \Rightarrow t = e^x - 1$$

$$\ln(t-1) = \ln(e^x - 1 - 1) = \ln(e^x - 2)$$

حالا داریم:

با قرار دادن عبارت فوق در ضابطه‌ی (*) داریم:

$$y = x + \ln(e^x - 2) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{e^x}{e^x - 2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{e^x(e^x - 2) - e^x(e^x)}{(e^x - 2)^2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2e^x}{(e^x - 2)^2}$$

$$\xrightarrow{x = \ln 4} \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2e^{\ln 4}}{(e^{\ln 4} - 2)^2} = \frac{-2 \times 4}{(4 - 2)^2} = \frac{-8}{4} = -2$$

۲- گزینه «۲» برای حل این سؤال باید تمام گزینه‌ها را بررسی کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x^2 + 16}} = \frac{3^2 - 5 \times 3}{\sqrt{3^2 + 16}} = \frac{9 - 15}{\sqrt{25}} = \frac{-6}{5}$$

بررسی گزینه (۱): این حد اصلاً ابهام ندارد، فقط کافی است جایگذاری انجام دهیم:

بررسی گزینه (۲): برای حل این سؤال از تساوی $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n}{2n^2} \right) \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

همین‌جا معلوم می‌شود گزینه (۲) صحیح نیست، اما برای تمرین سایر گزینه‌ها را هم بررسی می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(3x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

بررسی گزینه (۳): از هم‌ارزی $\sin u \sim u$ برای $u \rightarrow 0$ استفاده می‌کنیم:

بررسی گزینه (۴): ابهام این حد از نوع 1^∞ است و می‌دانیم حاصل‌حدهایی به فرم u^v به صورت $e^{(u-1)v}$ است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \times x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{x}{x}\right)} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

سوالات علوم اقتصادی

مجموعه دروس تخصصی (ریاضی - آمار - اقتصاد ایران - اقتصاد اسلامی - اقتصاد خرد - اقتصاد کلان - اقتصادسنجی)

۱- در بسط $(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})^{20}$ ، ضریب عبارت a^8 ، کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۹۰ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۲۰

۲- اگر $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \text{tg}^{-1}(\frac{x}{y})$ باشد، آنگاه $\frac{dy}{dx}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x+y}{2x-y}$ (۲) $\frac{x-y}{x+2y}$ (۳) $\frac{y-x}{y+x}$ (۴) $\frac{x+2y}{x-y}$

۳- علامت فرم درجه دوم $Q = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1x_2$ کدام است؟

- (۱) معین مثبت (۲) نامعین (۳) شبه معین منفی (۴) شبه معین مثبت

۴- مقدار انتگرال دوگانه $I = \iint_A 6xy dx dy$ که در آن A سطح محصور بین $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 2$ می باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵- بسط مک‌لورن تابع $f(x) = \sin x$ را در نظر می‌گیریم، جمله \ln ام این بسط کدام است؟

- (۱) $(-1)^{n-1} \frac{x^n}{n!}$ (۲) $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n!}$ (۳) $(-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ (۴) $(-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

۶- یکی از ریشه‌های معادله مفسر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) $\lambda = 1$ (۲) $\lambda = 2$ (۳) $\lambda = 3$ (۴) $\lambda = 0$

۷- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y' + \frac{1}{x}y = 3x$ ، به ازای $x = y = 1$ کدام است؟

- (۱) $y = x^2$ (۲) $2y = x + 1$ (۳) $y = 2x^2 - 1$ (۴) $2y - x^2 = 1$

۸- منحنی پوش تابع‌های $y = 2cx + c^2$ ، کدام است؟

- (۱) $y = x^2$ (۲) $y = -x^2 + 1$ (۳) $y = -x^2$ (۴) $y = x^2 + 1$

۹- قیمت کالایی در سال t ام، p_t است. داریم: $p_{t+1} - \frac{1}{p} p_t = 2$ اگر $p_0 = 2$ باشد، p_7 کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{15}{4}$

۱۰- تابع مطلوبیت مصرف کننده‌ای $u = q_1 q_2$ ، بودجه تخصیص، ۱۰۰ واحد پول است، اگر قیمت‌ها، $p_1 = 5$ و $p_2 = 10$ باشد، اگر بودجه یک واحد تغییر کند، مطلوبیت چه مقدار تغییر می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱- اگر واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۱۶ باشد، انحراف معیار داده‌های مقابل کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۱۲- اگر A و B پیشامدهایی از یک فضای نمونه‌ای با $P(A) = \frac{1}{6}$ و $P(A' \cap B) = \frac{1}{6}$ باشند، مقدار $P(A' \cap B')$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{75}$

۱۳- اگر کمیت تصادفی X دارای توزیع نرمال استاندارد و $Y = X^2$ باشد، کوواریانس X و Y، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۲

۱۴- ادعا شده است که ۶۴ درصد از دانشجویان ورودی یک دانشکده در ظرف مدت ۴ سال فارغ‌التحصیل می‌شوند. برای بررسی این ادعا یک نمونه تصادفی شامل ۳۶ نفر از ورودی‌های سال ۱۳۹۱ انتخاب و معلوم می‌شود که ۱۵ نفر از آن‌ها در سال ۱۳۹۵ فارغ‌التحصیل شده‌اند. اندازه آماره آزمون این بررسی کدام است؟

- (۱) $-\frac{76}{24}$ (۲) $\frac{76}{24}$ (۳) $\frac{67}{24}$ (۴) $-\frac{67}{24}$

پاسخنامه علوم اقتصادی

۱- گزینه «۲» برای به دست آوردن ضریب جمله a^k از فرمول جمله عمومی بسط دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم.

$$T_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$T_{k+1} = \binom{20}{k} (\sqrt{a})^{20-k} \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^k = \binom{20}{k} a^{\frac{20-k}{2}} a^{-\frac{k}{2}} = \binom{20}{k} a^{\frac{20-2k}{2}} \xrightarrow{\text{باید}} \frac{20-2k}{2} = 8 \Rightarrow 20-2k = 16 \Rightarrow 4 = 2k \Rightarrow k = 2$$

$$\binom{20}{2} = \frac{20!}{18!2!} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

پس ضریب جمله a^8 برابر است با:

$$\text{tg}^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) - \text{Ln}\sqrt{x^2 + y^2} = 0 \Rightarrow \text{tg}^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{1}{2}\text{Ln}(x^2 + y^2) = 0$$

۲- گزینه «۳»

$$y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{-f'_x}{f'_y} = -\left(\frac{\frac{1}{y} - \frac{1}{2}\left(\frac{2x}{x^2+y^2}\right)}{-\frac{x}{y^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{2y}{x^2+y^2}\right)}\right) = -\left(\frac{\frac{y}{x^2+y^2} - \frac{x}{x^2+y^2}}{\frac{y^2}{y^2+x^2} - \frac{y}{x^2+y^2}}\right) = -\left(\frac{y-x}{-x-y}\right) = \frac{y-x}{x+y}$$

۳- گزینه «۲» ابتدا ماتریس هسیان را تشکیل می‌دهیم و داریم:

$$H = \begin{bmatrix} Q_{x_1x_1} & Q_{x_1x_2} & Q_{x_1x_3} \\ Q_{x_2x_1} & Q_{x_2x_2} & Q_{x_2x_3} \\ Q_{x_3x_1} & Q_{x_3x_2} & Q_{x_3x_3} \end{bmatrix}$$

$$Q_{x_1} = 2x_1 + 2x_2 \Rightarrow Q_{x_1x_1} = 2, \quad Q_{x_1x_2} = 2, \quad Q_{x_1x_3} = 0$$

$$Q_{x_2} = 4x_2 + 2x_1 \Rightarrow Q_{x_2x_1} = 2, \quad Q_{x_2x_2} = 4, \quad Q_{x_2x_3} = 0$$

$$Q_{x_3} = -6x_3 \Rightarrow Q_{x_3x_1} = 0, \quad Q_{x_3x_2} = 0, \quad Q_{x_3x_3} = -6$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

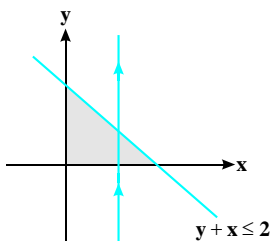
$$H_1 = 2 > 0, \quad H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 > 0, \quad H_3 = |H| = -24 < 0$$

حالا نوع ماتریس هسیان را مشخص می‌کنیم:

با توجه به علامت زیرماتریس‌های هسیان، مشخص است که علامت فرم درجه دوم فوق نامعین است.

۴- گزینه «۲» ابتدا ناحیه انتگرال‌گیری را رسم می‌کنیم و خط فرضی را موازی محور y ها وارد ناحیه

می‌کنیم و از روی آن حدود انتگرال را به دست می‌آوریم.



$$y + x = 2 \Rightarrow y = 2 - x$$

$$I = \int_0^2 \int_0^{2-x} xy \, dy \, dx = \int_0^2 x \left(\frac{y^2}{2}\right) \Big|_0^{2-x} dx = \int_0^2 x(2-x)^2 dx$$

$$= \int_0^2 x(x^2 - 4x + 4) dx = \int_0^2 (x^3 + 4x - 4x^2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x^2 - \frac{4x^3}{3}\right) \Big|_0^2 = 2\left(4 + 8 - \frac{32}{3}\right) = 2\left(12 - \frac{32}{3}\right) = 36 - \frac{64}{3} = 48 - \frac{64}{3} = 36 - \frac{32}{3} = 4$$