مدرسان شریف

فصل اول

«قوانین کیرشهف ، قانون اهم ، مدارهای مقاومتی ، توان ، قضایای شبکه»

جریان

معمولاً وقتی از برق صحبت می‌شود ، اکثر انسانها در ذهن خود جریان الکتریکی (همان پدیده‌ای که موجب روشن شدن لامپ و دستگاه‌های برقی خانه‌ها می‌شود) را تداعی می‌کنند ، به طور خلاصه مقدار بار جابه جا شده در واحد زمان را جریان می‌گوئیم. اگر بار dq از یک مقطع فرضی سیم رسانا در مدت زمان dt بگذرد ، آنگاه جریانی که از آن می‌گذرد به صورت $\boxed{I=\frac{dq}{dt}}$ تعریف می‌شود.

با انتگرال‌گیری در فاصله زمانی t_1 تا t_2 مقدار بار جابجا شده را می‌توان پیدا کرد : $\boxed{q=\int_{t_1}^{t_2} I.dt}$

جریانهای مختلفی در صنعت برق مورد استفاده قرار می‌گیرد. جریان ثابت (dc) و جریانهای متناوب (ac) از جمله مهمترین این موارد می‌باشند که ما در این فصل جریانهای مستقیم (dc) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. معمولاً جریان مستقیم را با **I** و جریان متناوب را با **i** نمایش می‌دهیم.

تذکر۱: اگر مقدار جریان در تمام بازه‌های زمانی ثابت بماند، جریان را مستقیم (dc) می‌نامیم و شدت جریان لحظه‌ای را به صورت $\boxed{I=\frac{q}{t}}$ تعریف می‌کنیم، یکای جریان در SI آمپر (A) است، که بنا بر تعریف : **یک کولن بر ثانیه** = **یک آمپر** می‌باشد.

تذکر۲: در تعریف جریان در مدارهای الکتریکی جهت جریان مهم است، یعنی **جهت پیکان بخش اصلی تعریف جریان است**. در زیر شکل‌های «الف» و «ب» نمایش نادرست و شکل «ج» نمایش درست جریان را نشان می‌دهند :

«الف»	«ب»	«ج»
A ○——I (t)——○ B	A ○——○ B	A ○——I (t)——○ B

تذکر۳: جهت جریان در مدارها کاملاً قرار دادی می‌باشد و ما در این کتاب جریان را نتیجه حرکت بارهای مثبت در نظر می‌گیریم.

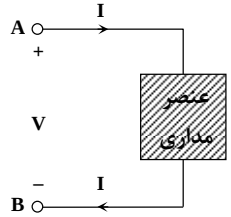
مثال ۱: مقدار بار جابجا شده از لحظه $t=1\,s$ تا $t=2\,s$ در سیمی به معادله جریان عبوری $i=(3t^2-t)\,A$ چند کولن است؟

۱) ۷/۵　　۲) ۹/۵　　۳) ۶/۵　　۴) ۵/۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۴»

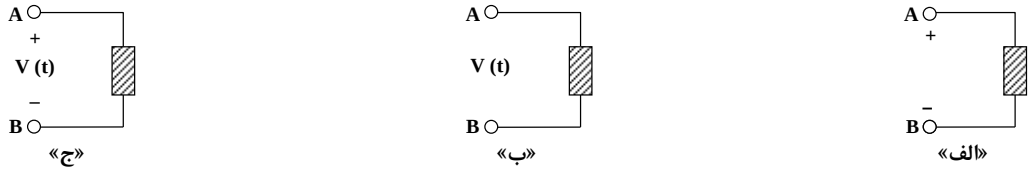
$$q=\int_1^2 i\,dt=\int_1^2 (3t^2-t)\,dt=\left[t^3-\frac{t^2}{2}\right]_1^2=(8-2)-(1-\frac{1}{2})=5/5\,C$$

ولتاژ



قبل از تعریف ولتاژ ، عنصر مداری را به صورت یک جسم که دارای دو پایانه است تعریف می‌کنیم. مطابق شکل مقابل فرض کنیم جریان مستقیم I به پایانه A عنصر مداری وارد شود و پس از گذشتن از عنصر مداری از پایانه B خارج شود. برای این عبور باید مقداری انرژی مصرف کنیم (کار انجام دهیم) به طور خلاصه ولتاژ روی یک عنصر مداری را، کار لازم برای عبور بار مثبت ۱ C از یک پایانه تا پایانه دیگر (A تا B) تعریف می‌کنیم.

توجه شود در تعریف ولتاژ در مدارهای الکتریکی پلاریته ولتاژ مهم است. یعنی **تعریف هر ولتاژی باید شامل یک زوج علامت مثبت و منفی** باشد، شکلهای (الف) و (ب) نمایش نادرست و شکل (ج) نمایش صحیح ولتاژ روی یک عنصر مداری را نشان می‌دهد :



ولتاژ را معمولاً با V یا v نمایش می‌دهیم و واحد آن ولت می‌باشد. برای تفهیم بهتر مقادیر ولتاژ و پایانه‌های دو شکل زیر را در نظر بگیرید :

در شکل الف پتانسیل نقطه b، $10v-$ بیشتر از نقطه a می‌باشد و در شکل «ب» پتانسیل نقطه a، $10v$ بیشتر از نقطه b می‌باشد و درواقع $V_{ab}=-V_{ba}$ می‌باشد.

تذکر۴: رابطه ولتاژ برحسب انرژی به صورت $V=\frac{w}{q}$ می‌باشد.

مثال ۲: یک منبع انرژی ، جریان ثابت ۲ آمپر را در مدت ۱۰ ثانیه در یک لامپ جاری می‌سازد. اگر انرژی داده شده توسط لامپ ۲/۳ kJ باشد ، مقدار افت ولتاژ روی لامپ چند ولت است؟

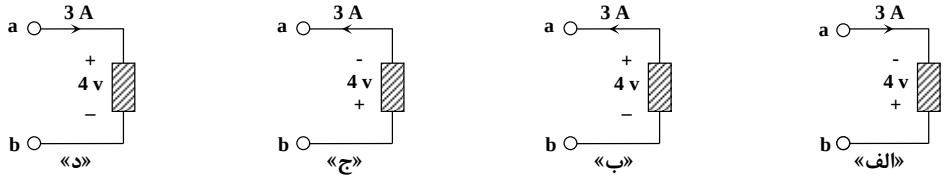
پاسخ :

$$q=I.t=۲\times۱۰=۲۰C, V=\frac{w}{q}=\frac{۲/۳\times۱۰^{۳}}{۲۰}=۱۱۵v$$

توان

توان درواقع آهنگ مصرف انرژی می‌باشد. تعریف توان جذب شده و یا تولید شده توسط هر عنصر مداری برحسب ولتاژ و جریان آن حتماً باید با مشخص شدن جهت جریان و پلاریته ولتاژ دو سر آن صورت گیرد. رابطه توان در هر عنصر که ولتاژ دو سر آن V و جریان عبوری از آن I می‌باشد به صورت $\boxed{P = V.I}$ تعریف می‌گردد. واحد توان **ژول بر ثانیه** و یا همان **وات** می‌باشد. بعضی عناصر مداری توان جذب می‌کنند که به آنها **عناصر غیرفعال و یا پسیو** می‌گوئیم (مانند مقاومت) و بعضی عناصر توان تولید می‌کنند که به آنها **عناصر فعال یا اکتیو** می‌گوئیم (مانند منابع ولتاژ و جریان مستقل، البته این منابع گاهی مصرف‌کننده توان هم می‌شوند!). اگر مقدار توان در محاسبات عددی، منفی شود می‌گوئیم آن عنصر توان تولید می‌کند و اگر مقدار توان مثبت به دست آید، می‌گوئیم آن عنصر توان جذب (تلف) می‌کند.

به شکلهای زیر توجه کنید :



در شکلهای «الف» و «ب» عناصر توان تولید می‌کنند $(P=-۴\times۳=-۱۲w)$ و در شکلهای «ج» و «د» عناصر توان تلف می‌کنند $(P=+۴\times۳=+۱۲w)$.

نکته۱: هرگاه جریان به ترمینال مثبت (منظور ترمینال ولتاژ عنصر می‌باشد) عنصر مداری وارد شود ، رابطه توان به صورت $P=+V.I$ در نظر گرفته می‌شود و هرگاه جریان به ترمینال منفی عنصر مداری وارد شود رابطه توان به صورت $P=-V.I$ بیان می‌گردد. اگر عدد به دست آمده مثبت بود، عنصر توان مصرف می‌کند و اگر عدد به دست آمده منفی بود، عنصر توان تولید می‌کند.

تذکر۵: توان هر عنصر مداری برحسب انرژی به صورت $P=\frac{w}{t}$ نیز تعریف می‌شود.

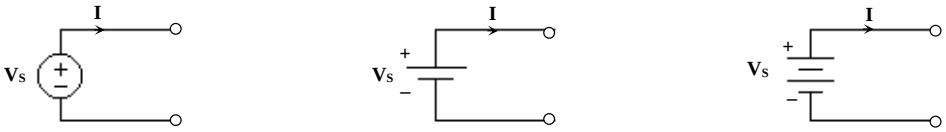
مثال ۳: یک لامپ ۱۰۰ واتی در مدت دو ساعت چقدر انرژی مصرف می‌کند؟

پاسخ :

$$w=p.t=۱۰۰\times۲\times۳۶۰۰=۷۲۰kJ$$

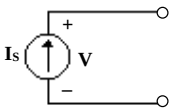
منبع ولتاژ مستقل

منبع ولتاژ مستقل، اولین عنصر مداری می‌باشد که بررسی می‌کنیم و معمولاً تولیدکننده توان است. مقدار ولتاژ یک منبع ولتاژ مستقل dc صرف‌نظر از جریان آن عددی ثابت است. منابع ولتاژ مستقل dc را به یکی از سه صورت زیر نمایش می‌دهیم و توجه شود که چون منبع ولتاژ معمولاً تأمین کننده توان مصرفی مدار می‌باشد، معمولاً جریان از پایانه مثبت آن خارج می‌شود تا طبق تعریف توان ، مقدار توان منبع ولتاژ، عددی منفی به دست آید.



باتری ماشین یک منبع ولتاژ مستقل (dc) ۱۲ ولتی می‌باشد. معمولاً در تحلیل مدارهای الکتریکی منبع ولتاژ مستقل، یک منبع ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود و از لحاظ تئوری می‌تواند بی‌نهایت انرژی تأمین کند.

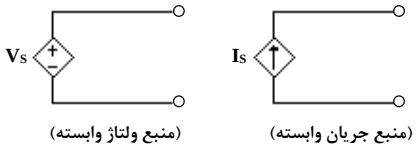
منبع جریان مستقل



دومین عنصر مداری که تعریف می‌کنیم منبع جریان مستقل dc است. این منبع نیز مستقل از ولتاژ دو سر خود، جریان کاملاً ثابتی دارد. منبع جریان مستقل هم مثل منبع ولتاژ مستقل در تحلیل مدارهای الکتریکی ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود و از لحاظ تئوری، منبع جریان مستقل می‌تواند بی‌نهایت توان تأمین کند. معمولاً منبع جریان مستقل dc را به شکل مقابل نمایش می‌دهیم :

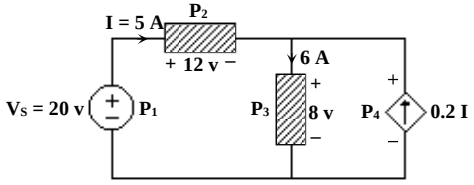
منابع جریان و ولتاژ وابسته (کنترل شونده)

دو منبع تأمین کننده انرژی که بررسی شد، منابع مستقل بودند، چون جریان و یا ولتاژ آنها به هیچ نقطه‌ای از مدار بستگی ندارد. اما منابع ولتاژ و جریان وابسته نیز در ترکیب مدارها کاربرد دارند. مقادیر منابع ولتاژ و جریان وابسته، به جریان یا ولتاژ یک عنصر دیگر از مدار بستگی دارند. منابع وابسته برای اینکه با منابع مستقل اشتباه نشوند به صورت مقابل نمایش داده می‌شوند. لازم به ذکر است منابع وابسته در مدار مانند مقاومت عمل می‌کنند. ممکن است مقدار این مقاومت‌ها مثبت و یا حتی منفی باشد.



تذکر۶: هر چهار منبع معرفی شده معمولاً جزء عناصر فعال به حساب می‌آیند.

مثال ۴: در مدار شکل زیر توان هر یک از عناصر را پیدا کنید.

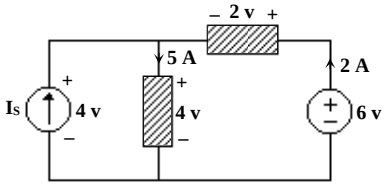


پاسخ :

$$\begin{cases} P_1 = -20\times5 = -100\,w \;,\; P_2 = 12\times5 = 60\,w \\ P_3 = 8\times6 = 48\,w \quad ,\; P_4 = -(8)(0/2I) = -8\times0/2\times5 = -8\,w \end{cases}$$

منبع ولتاژ مستقل و منبع جریان وابسته هر کدام به ترتیب ۱۰۰ و ۸ وات توان تولید و عناصر مداری دیگر توان مصرف می‌کنند. توجه شود که مجموع توان تولید شده با منفی مجموع توان مصرفی برابر است.

مثال ۵: مقدار Is در مدار شکل زیر چند آمپر است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۶

پاسخ : گزینه «۱»

توان مصرفی مدار برابر است با : $P_R = P_1 + P_2 = 2\times2 + 5\times4 = 24\,w$

توان تولیدی منبع ولتاژ برابر است با : $P_V = -6\times2 = -12\,w$

۲۴ وات توان در مدار مصرف شده و ۱۲ وات آن توسط منبع ولتاژ تأمین گردیده لذا منبع جریان نیز باید ۱۲ وات توان مورد نیاز دیگر را تأمین کند. $P_I = -4\times I_s \Rightarrow -12 = -4\times I_s \Rightarrow I_s = 3\,A$

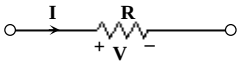
مقاومت و قانون اهم

بر طبق قانون اهم، هرگاه دمای یک رسانای فلزی ثابت باشد نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به شدت جریانی که از آن عبور می‌کند مقدار ثابتی است که این نسبت را مقاومت الکتریکی رسانا می‌نامیم . مقاومت از جمله عناصر غیرفعال (پسیو) مدار می‌باشد.

$$R = \frac{V}{I}$$

یکای مقاومت الکتریکی در SI ولت بر آمپر است که اهم نامیده می‌شود. $(1\Omega = 1\frac{V}{A})$

مقاومت را به صورت شکل مقابل نمایش می‌دهیم :

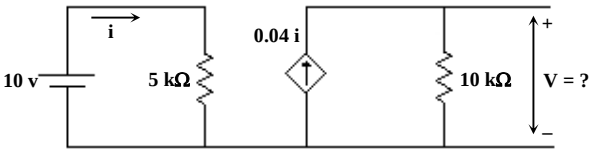


توان مصرفی در مقاومت برابر است با :

$$P = V.I, V = R.I \Rightarrow P = R.I^2 = \frac{V^2}{R}$$

مثال ۶ : در مدار مقابل V چند ولت است؟

۱) ۰/۴
۲) ۰/۸
۳) ۴
۴) ۸



پاسخ : گزینه «۲» برطبق قانون اهم در حلقه سمت چپ داریم :

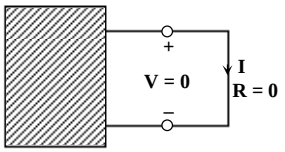
$$10 = 5000 \times i \Rightarrow i = \frac{1}{500} = \frac{2}{1000}(A)$$

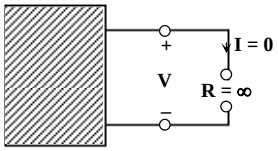
از طرفی در حلقه سمت راست مدار داریم :

$$V = 0/04i \times 10000 = \frac{4}{100} \times \frac{2}{1000} \times 10000 = 0/8\,v$$

مفاهیم مدار باز و اتصال کوتاه

مقاومت می‌تواند مبنای تعریف مفاهیم اتصال کوتاه و مدار باز قرار گیرد. اتصال کوتاه را می‌توانیم مقاومتی با مقدار صفر اهم تعریف کنیم، پس طبق رابطه $V = RI$ ولتاژ اتصال کوتاه صفر است. مدار باز را نیز می‌توانیم یک مقاومت با مقدار بی‌نهایت تعریف کنیم، پس طبق رابطه $I = \frac{V}{R}$ جریان عبوری از مدار باز صفر است. دقت کنید در اتصال کوتاه مقدار ولتاژ صفر است و دلیلی ندارد جریان آن صفر باشد و همچنین برای مدار باز جریان عبوری صفر است و دلیلی ندارد ولتاژ آن صفر باشد.





«مدار باز»

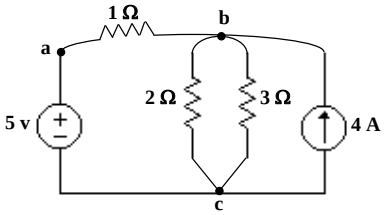
آمپرمتر و ولتمتر

آمپرمتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری جریان در مدار مورد استفاده قرار می‌گیرد. آمپرمتر را در مدار به صورت سری با عنصری که می‌خواهند جریان آن را مشخص کنند، اتصال می‌دهند. آمپرمترهای ایده‌آل دارای مقاومت درونی صفر در نظر گرفته می‌شوند (مانند یک سیم بدون مقاومت).

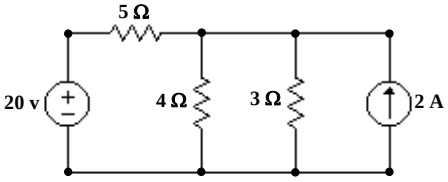
ولتمتر : وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری ولتاژ در مدار مورد استفاده قرار می‌گیرد. ولتمتر را به صورت موازی با عنصری که می‌خواهند ولتاژ دو سر آن را بسنجند، اتصال می‌دهند. ولتمترهای ایده‌آل دارای مقاومت درونی بینهایت در نظر گرفته می‌شوند.

قوانین کیرشهف

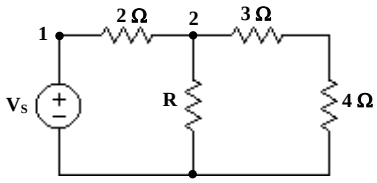
قبل از بیان قوانین کیرشهف بهتر است ابتدا مفاهیم گره ، شاخه و حلقه را تعریف کنیم. **گره** محل اتصال دو یا چند عنصر مداری می‌باشد (شکل الف) و **شاخه** می‌تواند شامل یک عنصر و دو گره مربوط به دو سر آن باشد ، مانند یک منبع ولتاژ و یا یک مقاومت (شکل ب). هر مسیر بسته‌ای در یک مدار که گره شروع و گره خاتمه آن یکی باشد **یک حلقه** نامیده می‌شود. (شکل ج)



«شکل الف : مدار شامل سه گره»



«شکل ب : مدار شامل پنج شاخه»

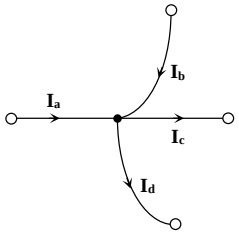


«شکل ج»

مطابق شکل «ج» مسیری که از گره (۱) شروع شده و پس از عبور مقاومت ۲ اهم به گره (۲)، و پس از عبور از مقاومت R به گره (۳) و منبع ولتاژ، مجدداً به گره (۱) ختم می‌شود، یک حلقه است.

تذکر۷: در طی یک مسیر و تشکیل حلقه نباید از گره و یا عنصری دوبار عبور کنیم.

قانون جریان کیرشهف (KCL)



بر طبق این قانون **جمع جبری جریانهائی که به یک گره وارد می‌شوند صفر است** و یا به عبارت دیگر **مجموع جریانهای وارد شده به یک گره با مجموع جریانهای خارج شده از آن برابر است :**

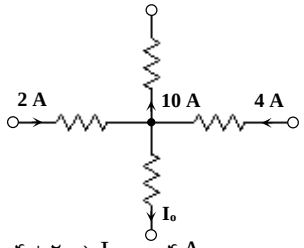
$$\begin{cases} I_a + I_b - I_c - I_d = 0 \\ \text{یا} \\ I_a + I_b = I_c + I_d \end{cases}$$

تذکر۸: توجه شود جریان‌هائی که به گره وارد می‌شود را **طبق قرارداد** با علامت مثبت در نظر می‌گیریم و جریانهائی که از گره خارج می‌شود را با علامت منفی لحاظ می‌کنیم. به هر ترتیب علامت جریانهای وارد شونده به یک گره همیشه مخالف علامت جریانهای خارج شونده از آن گره می‌باشد.

تذکر۹: اگر در محاسبه جریان در مدارهای الکتریکی علامت جریان منفی شد، به این معنی است که جهت جریان اشتباه فرض شده است.

تذکر۱۰: در این کتاب به جای به کار بردن عبارت «قانون جریان کیرشهف» معمولاً از عبارت **KCL** استفاده می‌کنیم.

مثال ۷: مقدار جریان I_0 در شکل زیر چند آمپر است؟

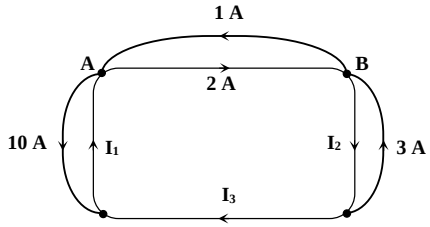


۱) -۴
۲) -۲
۳) ۴
۴) ۱۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با نوشتن KCL در گره داریم :

$$۱۰ + I_0 = ۴ + ۲ \Rightarrow I_0 = -۴\,A$$

مثال ۸: در شکل زیر $I_۱ - I_۲$ چند آمپر است؟

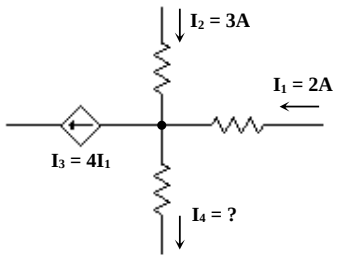


۱) ۱۵
۲) ۷
۳) ۱۴
۴) ۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با نوشتن KCL در گره‌های A و B داریم :

$$\left.\begin{array}{l} KCL(A): I_۱ + ۱ = ۱۰ + ۲ \Rightarrow I_۱ = ۱۱\,A \\ KCL(B): I_۲ + ۱ = ۳ + ۲ \Rightarrow I_۲ = ۴\,A \end{array}\right\} \Rightarrow I_۱ - I_۲ = ۱۱ - ۴ = ۷\,A$$

مثال ۹: در مدار زیر $I_۴$ چند آمپر است؟

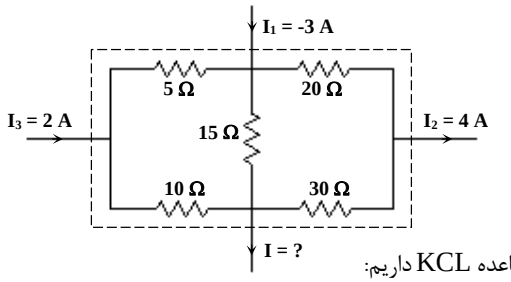


۱) -۵
۲) -۳
۳) ۳
۴) ۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با نوشتن معادله KCL در گره داریم :

$$I_۱ + I_۲ = I_۳ + I_۴ \xrightarrow[I_۱ = ۲\,A]{I_۳ = ۴ I_۱} I_۴ = ۲ + ۳ - ۴ \times ۲ = -۳\,A$$

مثال ۱۰: در مدار مقابل I چند آمپر است؟

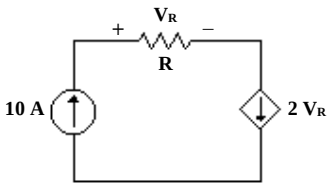


۱) ۵-
۲) ۳-
۳) ۳
۴) ۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» کل مجموعه را به عنوان یک گره در نظر می‌گیریم، طبق قاعده KCL داریم:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I \Rightarrow I = I_1 + I_3 - I_2 = -3 + 2 - 4 = -5\,A$$

مثال ۱۱: در مدار شکل مقابل توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟



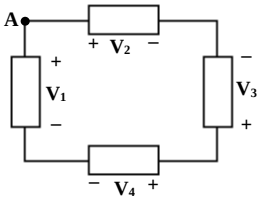
۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۴۰۰
۴) قابل محاسبه نیست.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» بنا بر قاعده KCL داریم:

$$2V_R = 10 \Rightarrow V_R = 5\,v \Rightarrow P_R = V_R \times I_R = 5 \times 10 = 50\,w$$

قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)

بر طبق این قانون **جمع جبری ولتاژها در هر مسیر بسته‌ای از مدار صفر است.**

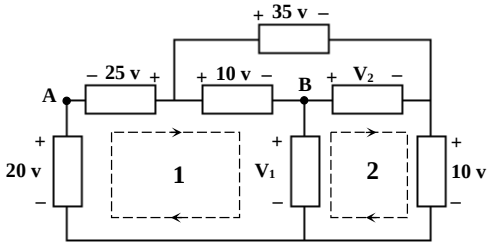


$$\boxed{V_2 - V_3 + V_4 - V_1 = 0}$$

تذکر۱۱: در این کتاب به جای استفاده کردن از عبارت «قانون ولتاژ کیرشهف» به اختصار KVL را در متن درس به کار برده‌ایم.

تذکر۱۲: KVL را برای هر مداری در جهت‌های مختلف و با شروع از نقاط مختلف می‌توان نوشت. اما معمولاً حرکت در جهت ساعتگرد به عنوان قرارداد مورد استفاده است. برای مثال در شکل فوق شروع حرکت از نقطه A بوده و پس از حرکت در جهت ساعتگرد دوباره به نقطه A رسیدیم و در طی این مسیر هرجا به عنصری برخوردیم اگر از طرف مثبت وارد آن عنصر شدیم ولتاژ آن را با علامت مثبت و اگر از سمت علامت منفی وارد عنصر شدیم آن را با علامت منفی لحاظ کردیم.

مثال ۱۲: در مدار شکل زیر مقدار $V_1 + V_2$ چند ولت است؟

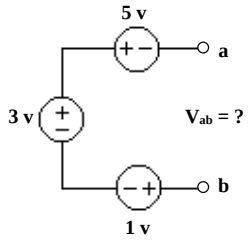


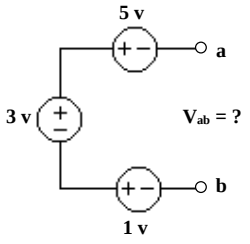
۱) ۵۰
۲) ۶۰
۳) ۷۰
۴) ۱۰

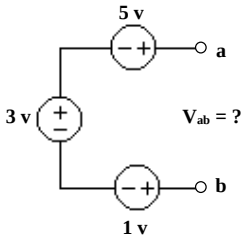
☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با نوشتن KVL در حلقه‌های ۱ و ۲ داریم :

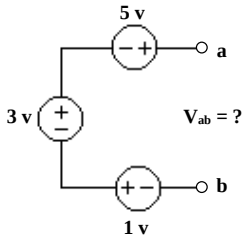
$$\left.\begin{array}{l} KVL(1): -25 + 10 + V_1 - 20 = 0 \Rightarrow V_1 = 35\,v \\ KVL(2): V_2 + 10 - V_1 = 0 \xrightarrow{V_1 = 35\,v} V_2 = 25\,v \end{array}\right\} \Rightarrow V_1 + V_2 = 60\,v$$

مثال ۱۳: در مدار شکل زیر در کدام مدار $V_{ab} = 7\,v$ می‌باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


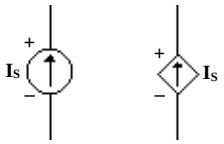
☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در تمامی گزینه‌ها حرکت از نقطه a در جهت پادساعتگرد می‌باشد و با توجه به اینکه V_{ab} مورد سؤال بوده، پلاریته نقطه a را مثبت و پلاریته نقطه b را منفی در نظر می‌گیریم :

(گزینه ۱) $-۵+۳-۱-V_{ab}=۰ \Rightarrow V_{ab}=-۳v$　　(گزینه ۳) $+۵+۳-۱-V_{ab}=۰ \Rightarrow V_{ab}=۷v$

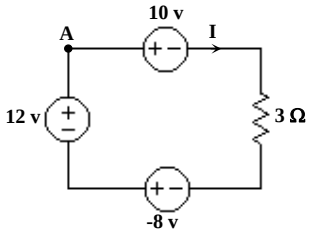
(گزینه ۲) $-۵+۳+۱-V_{ab}=۰ \Rightarrow V_{ab}=-۱v$　　(گزینه ۴) $+۵+۳+۱-V_{ab}=۰ \Rightarrow V_{ab}=۹v$

نکته۲: در نوشتن معادلات KVL در یک حلقه بسته، پلاریته منبع ولتاژ (مستقل و وابسته) مشخص می‌باشد. در مورد مقاومتها **اگر پلاریته آنها مشخص نباشد** به این شکل قرارداد می‌کنیم که وقتی جریان به سر یک مقاومت وارد می‌شود آن نقطه مثبت و سر دیگر آن مقاومت منفی است. واضح است اندازه افت ولتاژ روی مقاومت R که جریان I از آن عبور می‌کند بر طبق قانون اهم برابر $\underline{RI}$ می‌باشد.

نکته۳: در مورد منابع جریان وابسته و مستقل می‌توانیم به این شکل قرارداد کنیم که سر نزدیک پیکان جریان، مثبت و سر دیگر آن منفی باشد. به شکل مقابل توجه کنید :



مثال ۱۴: در مدار شکل زیر مقدار جریان I و توان کلیه عناصر مدار را تعیین کنید.



☑ **پاسخ :** با نوشتن KVL در مدار (شروع از نقطه A و جهت حرکت ساعتگرد می‌باشد) داریم :

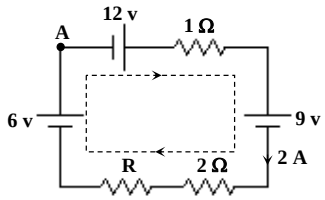
$$+۱۰+۳\times I-(-۸)-۱۲=۰$$
$$\Rightarrow ۳I=-۶ \Rightarrow I=-۲A$$

توان منبع ۱۲ ولتی : $P=-۱۲\times(-۲)=۲۴w$　　توان منبع (۸-) ولتی : $P=-(-۸)(-۲)=-۱۶w$

توان منبع ۱۰ ولتی : $P=۱۰\times(-۲)=-۲۰w$　　توان مقاومت ۳ اهمی : $P=RI^۲=۳(-۲)^۲=۱۲w$

ملاحظه می‌گردد که مجموع توان تولیدی با منفی مجموع توان مصرفی برابر است.

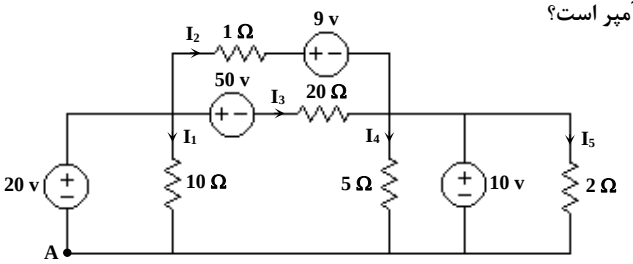
مثال ۱۵: مقاومت R در مدار شکل مقابل چند اهم است؟



۱) ۱/۵
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با نوشتن KVL در حلقه داریم : $-۱۲+۲\times۱+۹+۲\times۲+R\times۲-۶=۰ \Rightarrow ۲R=۳ \Rightarrow R=۱/۵\Omega$

مثال ۱۶: در مدار شکل زیر مقدار $I_۱+I_۲+I_۳+I_۴+I_۵$ چندآمپر است؟



۱) ۸
۲) ۱۱
۳) ۷
۴) ۱۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» ولتاژ دو سر مقاومتهای ۲ ، ۵ و ۱۰ اهمی مشخص است، لذا داریم :

$$I_۵=\frac{۱۰}{۲}=۵A \quad , \quad I_۴=\frac{۱۰}{۵}=۲A \quad , \quad I_۱=\frac{۲۰}{۱۰}=۲A$$

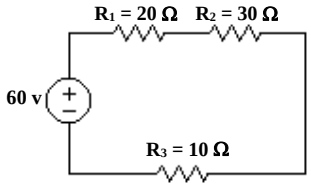
بانوشتن KVL (شروع از نقطه A) در حلقه شامل سه منبع ولتاژ ۲۰ ، ۵۰ و ۱۰ ولتی و مقاومت ۲۰ اهم ، مقدار جریان $I_۳$ مشخص خواهد شد :

$$-۲۰+۵۰+۲۰I_۳+۱۰=۰ \Rightarrow ۲۰I_۳=-۴۰ \Rightarrow I_۳=-۲A$$

حال با نوشتن KVL (شروع از نقطه A) در حلقه متشکل از منابع ولتاژ ۲۰ ، ۹ و ۱۰ ولتی و مقاومت ۱ اهم ، جریان $I_۲$ را تعیین می‌کنیم :

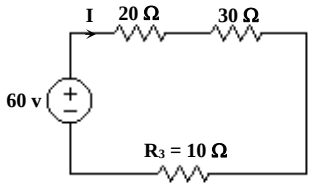
$$-۲۰+۱\times I_۲+۹+۱۰=۰ \Rightarrow I_۲=۱A \Rightarrow I_۱+I_۲+I_۳+I_۴+I_۵=۲+۱+(-۲)+۲+۵=۸A$$

مثال ۱۷: در مدار الکتریکی شکل مقابل توان مصرفی در مقاومت R_3 چند وات است؟



۱) ۱۰
۲) ۶۰
۳) ۱۰۰
۴) ۶۰۰

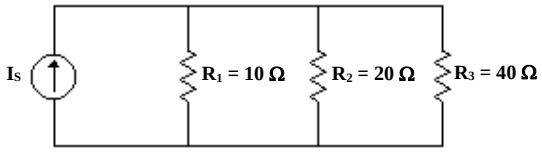
پاسخ : گزینه «۱» ابتدا جریان کل مدار را با نوشتن معادله KVL محاسبه می‌کنیم :



$$۲۰I+۳۰I+۱۰I=۶۰ \Rightarrow I=\frac{۶۰}{۱۰+۲۰+۳۰}=۱A$$

توان تلف شده در مقاومت ۱۰اهمی برابر است با : $P_۳=R_۳I^۲=۱۰\times(۱)^۲=۱۰w$

مثال ۱۸: در شکل مقابل توان مصرفی در مقاومت R_2 برابر ۵۰۰ وات است. جریان مقاومت R_3 چند امپر است؟

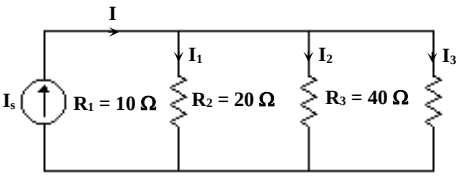


۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۱۰
۴) ۶۲/۵

پاسخ : گزینه «۱» ابتدا جریان مقاومت R_2 را با توجه به اینکه توان تلف شده درآن معلوم است، محاسبه می‌کنیم :

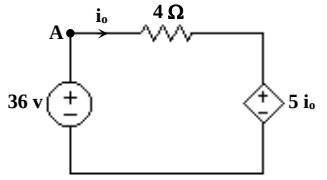
$$P_{R_۲}=R_۲(I_۲)^۲ \Rightarrow ۵۰۰=۲۰\times(I_۲)^۲ \Rightarrow I_۲^۲=\frac{۵۰۰}{۲۰}=۲۵A \Rightarrow I_۲=۵A$$

توجه شود چون مقاومت‌ها با هم موازیند، جریانها به نسبت عکس مقاومتها تقسیم می‌شوند یعنی مقاومت R_3 که مقدار آن ۴۰Ω است جریانش نصف جریان مقاومت R_2 که مقدار آن ۲۰Ω است می‌باشد یعنی $\mathbf{I_۳=۲/۵A}$. با توجه به اینکه ولتاژ دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است نیز می‌توان جریان I_3 را حساب کرد :



$$I_۲R_۲=I_۳R_۳ \Rightarrow I_۳=\frac{I_۲R_۲}{R_۳}=\frac{۵\times۲۰}{۴۰}=۲/۵\ A$$

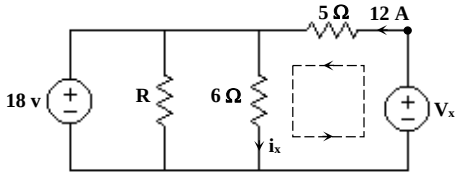
مثال ۱۹: در مدار شکل زیر مقدار جریان i_o چندآمپر است؟



پاسخ : با نوشتن KVL در مدار و با شروع از نقطه A داریم :

$$۴\times i_o+۵i_o-۳۶=۰ \Rightarrow ۹i_o=۳۶ \Rightarrow i_o=۴A$$

مثال ۲۰: در مدار شکل زیر مقدار V_x چند ولت است؟



۱) ۷۸
۲) ۴۲
۳) ۶۰
۴) صفر

پاسخ : گزینه «۱» با نوشتن KVL در حلقه سمت راست مدار داریم :

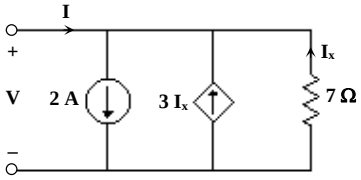
$$۵\times۱۲+۶i_X-V_X=۰ \Rightarrow V_X=۶i_X+۶۰ \quad (۱)$$

شروع از گره A و حرکت در جهت پادساعتگرد می‌باشد.

$$i_X=\frac{۱۸}{۶}=۳A \xrightarrow{(۱)} V_X=۶\times۳+۶۰=۷۸v$$

ولتاژ دو سر مقاومت ۶ اهمی برابر ۱۸ ولت می‌باشد ، لذا باتوجه به قانون اهم داریم :

مثال ۲۱: در مدار شکل زیر رابطه بین V و I کدام است؟



۱) $V=۲-\frac{۴}{۷}I$
۲) $V=\frac{۷}{۴}I+۳/۵$
۳) $V=۲+\frac{۴}{۷}I$
۴) $V=\frac{۷}{۴}I-۳/۵$

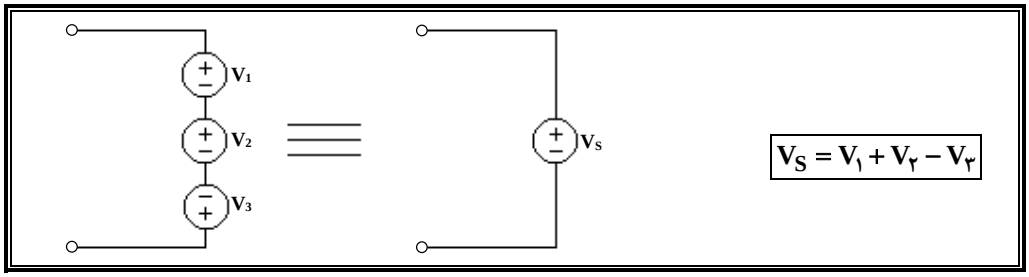
پاسخ : گزینه «۴» با نوشتن KCL در گره بالائی مدار داریم :

$$I=۲-۳I_X-I_X=۲-۴I_X$$

از طرفی $I_X=-\frac{V}{۷}$ می‌باشد، لذا داریم :

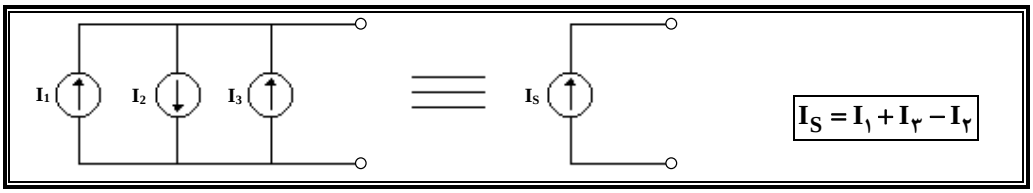
$$I=۲-۴\times(-\frac{V}{۷})=۲+\frac{۴}{۷}V \Rightarrow \boxed{V=\frac{۷}{۴}I-۳/۵}$$

نکته۴: هرگاه چند منبع ولتاژ به یکدیگر به صورت سری متصل شده باشند، اندازه ولتاژ منبع معادل آنها، برابر جمع جبری ولتاژ منابع می‌باشد. (به جهت پلاریته‌ها دقت شود.)



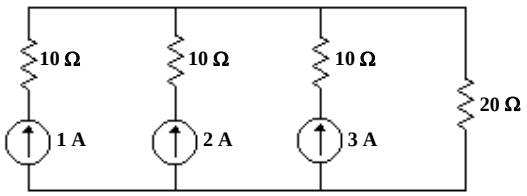
$$V_S = V_1 + V_2 - V_3$$

نکته۵: هرگاه چند منبع جریان به صورت موازی به یکدیگر متصل شده باشند، اندازه جریان منبع معادل آنها برابر جمع جبری جریان منابع می‌باشد. (به جهت منابع جریان دقت شود)



$$I_S = I_1 + I_3 - I_2$$

مثال۲۲: توان تلف شده در مقاومت ۲۰Ω مدار مقابل چند وات است؟



۱) ۱۸۰
۲) ۳۶۰
۳) ۵۴۰
۴) ۷۲۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» جریان مقاومت ۲۰ اهم از جمع جبری منابع جریان به دست می‌آید. لذا داریم :

$$I_{20\Omega} = 1+2+3 = 6A \Rightarrow P_{20\Omega} = 20\times(I_{20\Omega})^2 = 20\times(6)^2 = 720w$$

نکته۶: دو منبع ولتاژ با مقادیر متفاوت را نمی‌توان به صورت موازی به یکدیگر متصل نمود. (چرا؟)

نکته۷: دو منبع جریان با مقادیر متفاوت را نمی‌توان به صورت سری به یکدیگر متصل نمود. (چرا؟)

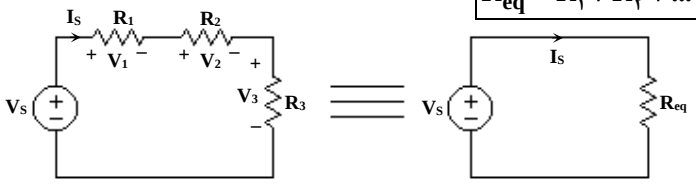
ترکیب مقاومت‌ها

اتصال سری مقاومت‌ها

اگر n مقاومت را به صورت سری به یکدیگر متصل کنیم مقاومت معادل آنها از رابطه زیر محاسبه می‌گردد :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

در واقع مطابق شکل می‌توانیم مقاومتهای سری را از مدار حذف و به جای آنها یک مقاومت که معادل آنها می‌باشد، قرار دهیم. توجه شود جریان عناصری که به صورت سری به یکدیگر متصل می‌شوند، با هم برابر است.



$$\begin{cases} I_S = I_{R_1} = I_{R_2} = I_{R_3} \\ V_S = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

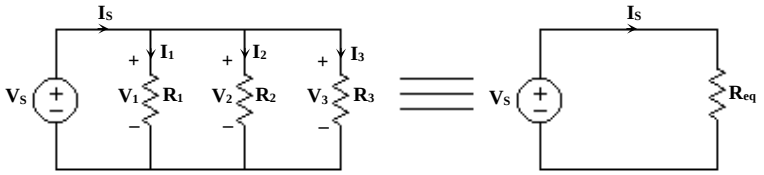
توضیح: واضح است مقاومت معادل سری از تک‌تک مقاومت‌ها بزرگتر است.

اتصال موازی مقاومت‌ها

اگر n مقاومت را به صورت موازی به یکدیگر متصل کنیم، مقاومت معادل آنها از رابطه زیر محاسبه می‌گردد :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

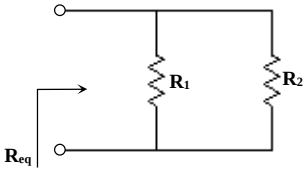
در واقع مطابق شکل می‌توان مقامت‌هـای مـوازی را از مدار حذف و به جای آنها مقاومت معادل را قرار دهیم. توجـه شـود ولتـاژ عناصـری کـه بـه صـورت مـوازی به‌یکدیگرمتصل می‌شوند، با هم برابر می‌باشد.



$$\begin{cases} I_S = I_۱ + I_۲ + I_۳ \\ V_S = V_۱ = V_۲ = V_۳ \end{cases} \qquad \frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$$

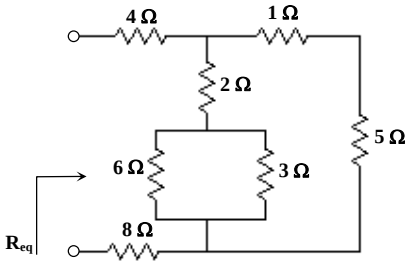
توضیح: واضح است، مقاومت معادل موازی از تک‌تک مقاومت‌ها کوچکتر است.

نکته۸: حالت خاصی از موازی کردن مقاومت‌ها وقتی است کـه دو مقاومـت بـا یکـدیگر مـوازی شـده باشند ، که به دلیل کاربرد زیاد در مسائل بهتر است به خاطر سپرده شود.



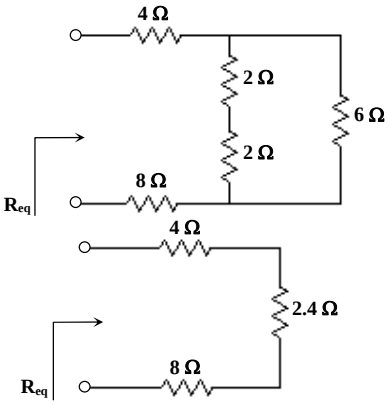
$$R_{eq} = R_۱ \,||\, R_۲ = \boxed{\frac{R_۱ \times R_۲}{R_۱ + R_۲}}$$

مثال۲۳: مقامت معادل مدار شکل زیر چند اهم می‌باشد؟



۱) ۱۴/۴
۲) ۱۰/۴
۳) ۶/۴
۴) ۱۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» دو مقاومت ۵ و ۱ اهمی، با هم سری و دو مقاومت ۶ و ۳ اهمی با هم موازی هستند، لذا داریم :



$$۶ \,||\, ۳ = \frac{۶ \times ۳}{۶ + ۳} = ۲\Omega, ۱ + ۵ = ۶\Omega$$

مطابق شکل روبرو دو مقاومت ۲ اهمی با هم سری هستند و معـادل آنهـا یـک مقاومـت ۴ اهمی می‌باشد که با مقاومت ۶ اهمی موازی می‌باشد :

$$۶ \,||\, ۴ = \frac{۶ \times ۴}{۶ + ۴} = ۲/۴\Omega$$

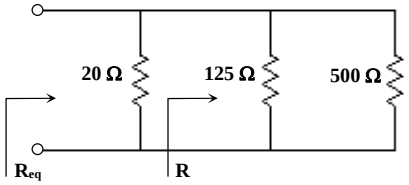
مطابق شکل روبرو هر سه مقاومت با هم سری هستند، بنابراین:

$$R_{eq} = ۴ + ۲/۴ + ۸ = ۱۴/۴\Omega$$

نکته۹: برای پیـدا کـردن مقـاومت معادل بین دو مقاومت موازی با هم، که یکی از آنها برابر $R_۱$ و دیگری n برابر $R_۱$ باشـد $(R_۲ = n R_۱)$، می‌توانیم از روش کوتاه زیر کمک بگیریم :

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_۲}{n+۱}}$$

مثال۲۴: در مدار شکل زیر مقدار R_{eq} را به دست آورید.



☑ **پاسخ :** باتوجه به نکته بیان شده داریم :

$$۵۰۰ = ۴ \times ۱۲۵ \rightarrow n = ۴ \Rightarrow R = \frac{۵۰۰}{۴+۱} = ۱۰۰\Omega$$

$$۱۰۰ = ۵ \times ۲۰ \rightarrow n = ۵ \Rightarrow R_{eq} = \frac{۱۰۰}{۶} = ۱۶/۶۷\Omega$$

نکته۱۰: $G = \frac{۱}{R}$ را رسانائی (کندوکتانس) می‌نامیم و برحسب مُهُو $(\mho)$ بیان می‌گردد. البته در بعضی کتب این واحد را برحسـب زیمـنس (S) نیز بیان کرده‌اند.