



مدرسان شریف

فصل اول

«حل مسئله»

درصد

از جمله مباحث مورد توجه در سؤالات هوش و استعداد تحصیلی «مبحث درصد» می‌باشد. ممکن است حتی فارغ‌التحصیلان کارشناسی این مبحث را ساده در نظر بگیرند، اما مطالعه‌ی این بخش تا انتها و مشکلاتی که در حل بعضی مسائل خواهند داشت، نظر این دوستان را تغییر خواهد داد!
تعریف درصد: همان‌طور که از نام آن مشخص است یعنی «در هر صدتا» و علامت آن به شکل % می‌باشد که در سمت چپ عدد و یا بعضاً در سمت راست عدد قرار می‌گیرد. وقتی می‌گوییم از یک کلاس ۱۰۰ نفره، ۳۰ نفر قبول شده‌اند، یعنی ۳۰% کلاس قبول شده‌اند، ۳۰% یعنی $\frac{۳۰}{۱۰۰}$. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$\frac{۰}{۲۵} = \%۲۵ \quad , \quad \frac{۰}{۵} = \%۵۰$$

$$\frac{۰}{۷۵} = \%۷۵ \quad , \quad \frac{۰}{۱۰} = \%۱۰$$

در مثال‌های فوق سمت چپ تساوی علامت ممیز و سمت راست آن علامت درصد قرار داده شده ولی همیشه این طور نیست که اعداد بعد از ممیز و درصد یکی باشند. مثال‌های مقابل:

$$\frac{۰}{۳۷۵} = \%۳۷/۵ \quad \text{یا} \quad \frac{۰}{۱۲۵} = \%۱۲/۵$$

برای بیان یک کسر برحسب درصد به روش‌های زیر عمل می‌کنیم:

(۱) کسر را در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنیم و در نهایت علامت درصد را جلوی آن قرار می‌دهیم:

$$\frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۳}{۴} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰۰}{۴} = ۷۵ \Rightarrow ۷۵\%$$

(۲) صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت را به عنوان درصد بیان می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۴} = ۳ \div ۴ \rightarrow \begin{array}{r} ۳۰ \quad | \quad ۴ \\ ۲۸ \quad | \quad ۰/۷۵ \\ \hline ۲۰ \\ \hline ۲۰ \\ \hline ۰ \end{array} \Rightarrow \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۷۵\%$$

$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۲۵}{۲۵} = \frac{۷۵}{۱۰۰} \Rightarrow ۷۵\%$$

(۳) صورت و مخرج را در یک عدد، طوری ضرب می‌کنیم که مخرج برابر ۱۰۰ شود:

مثال ۱: ۹ درصد عددی ۷۲۰۰ تومان است، آن عدد چقدر است؟

$$\frac{۹}{۱۰۰} \times X = ۷۲۰۰ \Rightarrow X = \frac{۷۲۰۰ \times ۱۰۰}{۹} = ۸۰۰۰۰$$

پاسخ: عدد را X فرض می‌کنیم:

مثال ۲: عدد ۱۲۵، چند درصد عدد ۵۰۰ می‌باشد؟

$$۱۲۵ = \frac{X}{۱۰۰} \times ۵۰۰ \Rightarrow X = \frac{۱۲۵}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۵$$

پاسخ: چند درصد را می‌توان به شکل X درصد و یا به عبارت دیگر $\frac{X}{۱۰۰}$ نوشت:



کج مثال ۳: ۱۵۰ چه درصدی از ۳۰ است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه «۴» خواسته سؤال «چه درصدی از ۳۰ است» است. چه درصدی را $\frac{X}{100}$ در نظر می‌گیریم. معادله زیر را داریم:

$$\frac{X}{100} \times 30 = 150 \Rightarrow \frac{X}{10} \times 3 = 150 \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در } 10} 3X = 1500$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } 3} X = \frac{1500}{3} = 500$$

پس ۱۵۰ را می‌توان ۵۰۰ درصد ۳۰ در نظر گرفت.

کج مثال ۴: از ۵۰ محقق یک آزمایشگاه، ۴۰ درصد به تیم الف و ۶۰ درصد به تیم ب تقسیم می‌شوند؛ اما ۷۰ درصد این محققان تیم الف و ۳۰ درصد تیم ب را ترجیح می‌دهند. حداقل تعداد محققانی که به تیم ترجیحی خود تقسیم نمی‌شوند، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۱ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

پاسخ: گزینه «۱» از ۵۰ محقق یک آزمایشگاه ۴۰ درصد به تیم الف و ۶۰ درصد به تیم ب تقسیم شده‌اند. این یعنی (نفر) $20 = \frac{40}{100} \times 50$ در تیم

الف و (نفر) $30 = \frac{60}{100} \times 50$ در تیم ب هستند.

گفته شده ۷۰ درصد از این ۵۰ نفر یعنی (نفر) $35 = \frac{70}{100} \times 50$ تیم الف را ترجیح می‌دادند و ۳۰ درصد از این ۵۰ نفر یعنی (نفر) $15 = \frac{30}{100} \times 50$ تیم

ب را ترجیح می‌دادند. حالا می‌خواهیم بدانیم تعداد کسانی که به تیم ترجیحی خود نرفته‌اند، چند نفر است. واضح است، ۱۵ نفر که به تیم ب رفته‌اند، ترجیحشان این بوده که در تیم الف عضو شوند.

کج مثال ۵: تعداد کارمندان شرکت الف در ماه فروردین ۱۵ درصد بیشتر از ماه اسفند است. اگر این شرکت ۴۶۰ کارمند در ماه فروردین داشته باشد، تعداد کارمندان آن در ماه اسفند کدام است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۴۱۰ (۳) ۴۳۰ (۴) ۴۴۵

پاسخ: گزینه «۱» ابتدا زبان فارسی سؤال را به زبان ریاضی می‌نویسیم. تعداد کارمندان در ماه فروردین ۴۶۰ نفر بوده است که این تعداد ۱۵ درصد بیشتر از ماه اسفند است. سؤال از ما تعداد کارمندان در ماه اسفند را خواسته است. این تعداد کارمندان را X در نظر می‌گیریم:

$$X + \frac{15}{100}X = 460 \Rightarrow X\left(1 + \frac{15}{100}\right) = 460 \Rightarrow \left(\frac{115}{100}\right)X = 460$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در } 100 \text{ ضرب می‌کنیم}} X = 400 \xrightarrow{\text{طرفین را تقسیم بر } 115 \text{ می‌کنیم}}$$

* تذکر: همان‌طور که می‌دانید «درصد تخفیف» به مفهوم «درصد کاهش» است و این کلمه در حل تست‌ها زیاد کاربرد دارد.

کج مثال ۶: قیمت یک خودکار پس از ۲۰٪ تخفیف و ۱۴۰ ریال تخفیف مجدد، ۴۲۰ ریال می‌باشد. قیمت اصلی خودکار کدام است؟

- (۱) ۵۶۰ ریال (۲) ۶۷۲ ریال (۳) ۸۴۰ ریال (۴) ۷۰۰ ریال

پاسخ: گزینه «۴» قیمت خودکار را X در نظر می‌گیریم. بنابراین قیمت خودکار بعد از ۲۰٪ تخفیف برابر است با:

$$X\left(1 - \frac{20}{100}\right) = X(1 - 0.2) = 0.8X$$

با توجه به صورت تست از مبلغ $0.8X$ ، باز هم ۱۴۰ ریال کسر شده است و قیمت خودکار بعد از کسر ۱۴۰ ریال برابر ۴۲۰ ریال شده است، بنابراین:

$$0.8X - 140 = 420 \Rightarrow X = 700$$

کج مثال ۷: ارزش یک آدامس ۷۲۰ ریال است. این آدامس به چه قیمتی فروخته شود تا ۲۰٪ قیمت فروش آن سود باشد؟

- (۱) ۹۰۰ ریال (۲) ۸۶۴ ریال (۳) ۹۲۰ ریال (۴) ۸۶۵ ریال

پاسخ: گزینه «۱» قیمت فروش را X می‌نامیم و داریم:

$$(ریال) 900 = X \Rightarrow X - \frac{20}{100}X = 720 \Rightarrow X - \frac{20}{100}X = X\left(1 - \frac{20}{100}\right) = 720 \Rightarrow X = 900$$

$$\Rightarrow X = \frac{20}{100}X + 720 \Rightarrow X = \frac{20}{100}X + 720 \Rightarrow X = \frac{20}{100}X + 720 \Rightarrow X = \frac{20}{100}X + 720$$

نسبت و تناسب

از مباحث نسبت و تناسب در آزمون‌های هوش و استعداد شغلی، سؤالات متنوعی می‌توان طرح نمود و این مبحث جزء سرفصل‌های مهم می‌باشد. در آزمون‌ها بعضاً سؤالاتی مطرح می‌شود که لازمه‌ی حل آن‌ها آشنایی قبلی با این نوع مسائل است.

تعریف نسبت: نسبت عدد a به عدد b ، عددی است مانند q که وقتی در b ضرب شود، حاصل مساوی a شود. در واقع نسبت عدد a به عدد b همان $\frac{a}{b} = q \Rightarrow a = bq$ خارج‌قسمت آن‌ها می‌باشد.

به عبارت ساده‌تر نسبت عدد ۲ به ۶ برابر با $\frac{1}{3}$ است چون وقتی ۶ در عدد $\frac{1}{3}$ ضرب می‌شود حاصل برابر با ۲ می‌شود.

تعریف تناسب: اگر دو نسبت مساوی باشند، یک تساوی تشکیل می‌دهند که آن را تناسب می‌گویند. برای مثال $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ یک تناسب است.

مثال ۱: مجموع سه عدد ۴۹ است. نسبت عدد اول به عدد دوم $\frac{2}{3}$ و نسبت عدد دوم به عدد سوم $\frac{5}{8}$ است. عدد دوم، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

پاسخ: گزینه «۱» اگر فرض کنیم عدد اول x باشد، داریم:

$$\frac{\text{عدد اول}}{\text{عدد دوم}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{عدد دوم} = \frac{3}{2}(\text{عدد اول}) = \frac{3}{2}x \quad \text{و} \quad \frac{\text{عدد دوم}}{\text{عدد سوم}} = \frac{5}{8} \Rightarrow \text{عدد سوم} = \frac{8}{5}(\text{عدد دوم}) = \frac{8}{5} \times \frac{3}{2}x = \frac{12}{5}x$$

$$x + \frac{3}{2}x + \frac{12}{5}x = 49 \Rightarrow 10x + 15x + 24x = 490 \Rightarrow 49x = 490 \Rightarrow x = 10$$

حالا به راحتی داریم:

$$\text{عدد دوم} = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \times 10 = 15$$

مثال ۲: مجموع ۳ عدد $98x$ ، نسبت عدد اول به عدد دوم $\frac{2}{3}$ و نسبت عدد دوم به عدد سوم $\frac{5}{8}$ است. نسبت عدد سوم به عدد اول کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{7}$ (۲) $\frac{12}{11}$ (۳) $\frac{12}{8}$ (۴) $\frac{12}{5}$

پاسخ: گزینه «۴» اگر اعداد اول و دوم و سوم را به ترتیب a و b و c در نظر بگیریم چون نسبت $\frac{c}{a}$ خواسته شده است باید a و c را برحسب یک متغیر مانند b حساب کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} a + b + c = 98x \\ \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad \text{را برحسب } b \text{ حساب می‌کنیم} \rightarrow a = \frac{2}{3}b \\ \frac{b}{c} = \frac{5}{8} \quad \text{را برحسب } b \text{ حساب می‌کنیم} \rightarrow c = \frac{8}{5}b \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\frac{8}{5}b}{\frac{2}{3}b} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

ملاحظه می‌گردد جمله‌ی اول تست کاملاً انحرافی بود.

مثال ۳: صادق ۷۴۰,۰۰۰ تومان پول داشت. $\frac{3}{4}$ پولش را خرج کرد و با $\frac{2}{5}$ باقی‌مانده‌ی آن کتاب خرید. او $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده‌ی بعدی را به سحر داد. حالا

صادق چند هزار تومان پول دارد؟

- (۱) ۱۸۵,۰۰۰ تومان (۲) ۳۷,۰۰۰ تومان (۳) ۷۸,۰۰۰ تومان (۴) ۷۴,۰۰۰ تومان

پاسخ: گزینه «۴» از $\frac{3}{4}$ از ۷۴۰,۰۰۰ تومان خرج شده، لذا داریم: (تومان) $\frac{3}{4} \times 740000 = 555000$ پول خرج شده

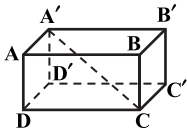
پس پول باقیمانده برابر $185000 = 740000 - 555000$ تومان است که با $\frac{2}{5}$ آن یعنی $74000 = \frac{2}{5} \times 185000$ ، کتاب خریداری شده است، پس به

اندازه $111000 = 185000 - 74000$ تومان پول باقیمانده که $\frac{1}{3}$ آن یعنی $37000 = \frac{1}{3} \times 111000$ تومان به سحر داده شده است، بنابراین پول باقیمانده

برابر $74000 = 111000 - 37000$ تومان است.

هندسه اشکال فضایی

مکعب مستطیل

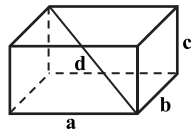


مکعب مستطیل، شش وجهی است که تمام وجه‌های آن مستطیل است و هر دو وجه مقابل با هم موازی هستند. مکعب مستطیل دارای ۸ رأس ۱۲ یال و ۶ وجه می‌باشد. در شکل مقابل $A'C'$ را قطر مکعب در نظر می‌گیریم. اگر طول، عرض و ارتفاع را a, b, c و بنامیم و اندازه قطر را d در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

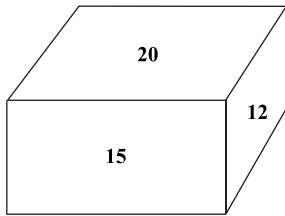
روابط حجم و سطح در مکعب مستطیل

در مکعب مستطیل، مساحت سطح کل و حجم از رابطه زیر حساب می‌شود:



$$V = abc \quad , \quad S = 2(ab + ac + bc)$$

کدام مثال ۱: در شکل مکعب مستطیل زیر، مساحت سه ضلع قابل رؤیت آن به ترتیب ۱۲، ۱۵ و ۲۰ است. حجم آن کدام است؟

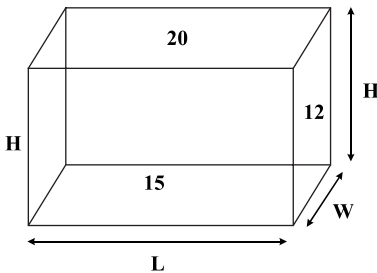


- (۱) ۶۰
- (۲) ۱۶۰۰
- (۳) ۳۶۰۰
- (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه «۱» فرمول حجم مکعب مستطیل به صورت زیر است:

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم مکعب مستطیل

ما در این‌جا نه ارتفاع را داریم و نه مساحت قاعده را؛ اما مساحت سه وجه مکعب را داریم. باید سعی کنیم از این داده‌ها به ارتفاع و مساحت قاعده برسیم.

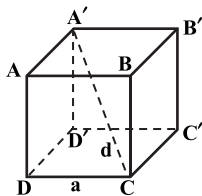


$$\begin{cases} W \times H = 12 \\ H \times L = 15 \\ W \times L = 20 \end{cases}$$

حجم مکعب مستطیل برابر با مساحت قاعده یعنی $L \times W$ ضرب در H است. یعنی حجم مکعب مستطیل برابر با LHW است. می‌توانیم از روی سه معادله فقط H, W, L را جداگانه حساب کرده، بعد در فرمول حجم قرار دهیم. راه دیگر این است که طرفین سه رابطه را در یکدیگر ضرب کنیم.

$$(W \times H) \times (H \times L) \times (W \times L) = 12 \times 15 \times 20 \Rightarrow (LHW)^2 = 3600 \Rightarrow LHW = 60$$

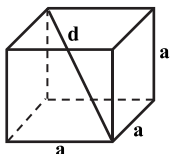
مکعب



مکعب حالت خاصی از مکعب مستطیل است که طول یال‌های آن با هم برابر هستند و هر دو وجه متقابل آن موازی هستند و دارای شش وجه می‌باشد که این وجوه مربع و مساویند. اگر طول ضلع مربع را a بنامیم، اندازه قطر مکعب از رابطه $d = a\sqrt{3}$ به دست می‌آید.

روابط حجم و سطح در مکعب

در مکعب مساحت سطح کل و طول قطر و حجم از رابطه زیر حساب می‌شود:



$$\text{قطر} = d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \Rightarrow d = \sqrt{3}a \quad , \quad S = 6a^2 \quad , \quad V = a^3$$

ساعت



صفحه‌ی ساعت، دایره‌ای است که مرکز آن محل نصب عقربه‌ها می‌باشد. طول کمان یک دایره کامل، 360° درجه می‌باشد، بنابراین زاویه بین هر دو ساعت متوالی $3^\circ = \frac{360^\circ}{12}$ می‌باشد. در نتیجه زاویه بین هر دقیقه متوالی در

صفحه ساعت $6^\circ = \frac{3^\circ}{5}$ می‌باشد.

نکته: زاویه بین دو عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار در ساعت از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\alpha = \left| 3^\circ h - \frac{5}{5} m \right|$$

ساعت دقیقه



در فرمول فوق؛ h عددی بین ۱ تا ۱۲ است. دقت کنید زاویه‌ی بین دو عقربه، همواره شامل دو مقدار می‌باشد. مثلاً در ساعت ۳، زاویه‌ی بین عقربه‌ها را هم می‌توان 90° و هم می‌توان 270° عنوان کرد. بنابراین در سؤالاتی که مقدار زاویه مورد سؤال است، بهتر است پس از بدست آوردن α ، زاویه را از 360° هم کم کنید و زاویه‌ی دیگر را نیز در نظر بگیرید. البته در اکثر موارد فقط یکی از این زاویه‌ها در گزینه‌ها وجود دارد.

در ضمن ممکن است سؤالاتی مطرح شوند که در آن‌ها زاویه‌ی خاصی ما بین دو عقربه داده می‌شود و از شما می‌خواهند مشخص کنید در چه زمان‌هایی (چه ساعات و چه دقیقاً) این زاویه بین عقربه‌ها ایجاد می‌شود؟ در برخی موارد با همان فرمول بالا می‌توان دقیقاً را بدست آورد، اما در برخی موارد باید فرمول زیر را نیز امتحان کنید:

$$360^\circ - \alpha = \left| 3^\circ h - \frac{5}{5} m \right|$$

مثال ۱: زاویه‌ی بین عقربه‌ی دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار در ساعت ۳، برابر با کدام گزینه است؟

(۴) 240°

(۳) 270°

(۲) 95°

(۱) 120°

$$\alpha = \left| 3^\circ \times 3 - \frac{5}{5} \times 0 \right| = 9^\circ$$

پاسخ: گزینه «۳» با توجه به فرمول برای این سؤال $h = 3$ و $m = 0$ و لذا داریم:

اما 90° در گزینه‌ها نیست، پس منظور طراح زاویه‌ی دیگر یعنی $270^\circ = 360^\circ - 90^\circ$ بوده است.

مثال ۲: محل اولیه عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار یک ساعت، ساعت ۴ را نشان می‌دهد، وقتی عقربه دقیقه‌شمار به محل اولیه عقربه ساعت‌شمار برسد، زاویه بین دو عقربه چند درجه خواهد بود؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۱۰

(۱) ۵

پاسخ: گزینه «۲» در واقع طراح می‌خواهد بداند زاویه بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $4/20'$ چقدر است؟ می‌دانیم اگر m

$$\alpha = \left| \frac{5}{5} m - 3^\circ h \right|$$

نماینده دقیقه و h نماینده ساعت باشد، زاویه از فرمول مقابل حساب می‌شود:

$$\alpha = \left| \frac{5}{5} \times 20 - 3^\circ \times 4 \right| = |10 - 12| = 2$$

در این سؤال $h = 4$ و $m = 20$ است، پس داریم:

مثال ۳: بین ساعت ۱ و ۲، عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار دو بار زاویه‌ی 90° تشکیل می‌دهند، اختلاف این دو زمان تقریباً چند دقیقه است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۲۸

(۲) ۳۲

(۱) ۳۰

پاسخ: گزینه «۲» ابتدا با استفاده از فرمول اول چون $h = 1$ و $\alpha = 90^\circ$ ، لذا داریم:

$$90 = \left| 3^\circ \times 1 - \frac{5}{5} m \right| \Rightarrow \pm 90 = 3^\circ - \frac{5}{5} m \Rightarrow -\frac{5}{5} m = \pm 90 - 3^\circ \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{+90 - 3^\circ}{-5/5} = \frac{6^\circ}{-5/5} \text{ (غیرقابل قبول چون عددی منفی است)} \\ m = \frac{-90 - 3^\circ}{-5/5} = \frac{-12^\circ}{-5/5} = 21/81'' \end{cases}$$



پس در ساعت حدود $1/22'$ زاویه‌ی بین دو عقربه 90° درجه است. همان‌طور که می‌بینید، این فرمول یکی از دقایقی که دو عقربه با هم زاویه 90° درجه تشکیل می‌دهند را داده است، بنابراین برای رسیدن به دقیقه‌ی دیگر باید از فرمول دوم استفاده کنیم:

$$27^\circ = 30 \times 1 - 5/5 \Rightarrow \pm 270 = 30 - 5/5 m \Rightarrow -5/5 m = \pm 270 - 30 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{+270 - 30}{-5/5} = \frac{240}{-5/5} \text{ (غیرقابل قبول، چون عددی منفی است)} \\ m = \frac{-270 - 30}{-5/5} = 54'/5 \end{cases}$$

بنابراین در دو ساعت $1/22'$ و $1/54'$ دو عقربه با هم زاویه‌ی 90° درجه تشکیل می‌دهند که اختلاف آن‌ها حدوداً برابر با $32' = 54' - 22'$ است.



کج مثال ۴: در ساعت $3:30'$ زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار چقدر می‌باشد؟

(۱) 95°

(۲) 105°

(۳) 135°

(۴) 120°

پاسخ: گزینه «۲»

روش اول: کل دایره 360° است و به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می‌شود، هر کمان 30° است. وقتی عقربه‌ی دقیقه‌شمار یک دوران کامل 360° انجام می‌دهد، عقربه ساعت‌شمار یک کمان کوچک 30° را طی می‌کند، حالا که عقربه‌ی دقیقه‌شمار نصف دور را طی کرده، ساعت‌شمار هم نیمی از کمان 30° را طی کرده و لذا 15° طی شده، از طرفی زاویه بین دو عقربه $3/5$ برابر کمان کوچک است و لذا زاویه‌ی بین این دو عقربه برابر مقدار زیر است:

$$3/5 \times 30^\circ = 105^\circ$$

$$\alpha = |30 \times 9 - 5/5 \times 30| = |270 - 165| = 105^\circ$$

روش دوم: البته استفاده از فرمول فوق راحت‌تر است:

کج مثال ۵: زاویه بین دو عقربه ساعت در ساعت سه و چهل دقیقه، کدام است؟

(۴) 125°

(۳) 130°

(۲) 140°

(۱) 150°

پاسخ: گزینه «۳» زاویه طی شده در هر ساعت برابر $30^\circ = \frac{360^\circ}{12}$ می‌باشد. عقربه ساعت تا ساعت ۳، 90° درجه و بین ساعت ۳ و ۴ چون

$40'$ دقیقه یعنی $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ مسیر را طی کرده، لذا $\frac{2}{3} \times 30^\circ = 20^\circ$ ، پس زاویه طی شده توسط عقربه ساعت‌شمار $110^\circ = 90^\circ + 20^\circ$ می‌باشد. از طرفی

$$240^\circ - 110^\circ = 130^\circ$$

عقربه دقیقه‌شمار روی عدد ۸ قرار دارد یعنی $240^\circ = 8 \times 30^\circ$ را طی کرده، پس داریم:

تمرین: سؤال را با توجه به فرمول پاسخ دهید.

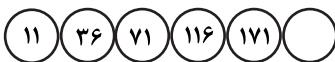
سوالات هوش و تجسمی

از مهم‌ترین قسمت‌هایی که در آزمون‌های هوش و استعداد در آزمون‌های استخدامی مدنظر طراحان است در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. اصولاً نحوه‌ی پاسخگویی به این‌گونه تست‌ها را نمی‌توان به خوبی در کتاب‌ها، آموزش داد. با وجود این در چاپ جدید کتاب سعی کرده‌ام تست‌های مهم آزمون‌های بین‌المللی و داخلی را جمع‌آوری کرده و با ارائه مثال‌های متنوع شما را به سطح آمادگی مطلوبی در این بخش برسانم.

ارتباط بین اعداد (دنباله اعداد)

از جمله سوالات مطرح شده در آزمون‌های هوش، ارتباط بین اعداد می‌باشد. در این نوع سوالات بین اعداد یک دنباله، ارتباط‌های گوناگونی ممکن است وجود داشته باشد. در واقع اعداد بعدی یک دنباله می‌توانند از ضرب، جمع، تفریق و تقسیم در یک یا چند عدد خاص به دست آمده باشد و یا مثلاً عدد بعدی مجذور رقم یکان عدد قبلی باشد و هرگونه ارتباط دیگری که با مثال‌های آورده شده، با آن‌ها آشنا خواهید شد. نوع استاندارد این نوع سوالات خیلی پیچیده نیست، اما اگر طراح با هرگونه تخیل غیرمعارف خود! عدد بعدی را ساخته باشد، دیگر این تست‌ها به راحتی قابل پاسخگویی نیستند. با امید به طرح سوالات استاندارد، مثال‌های مختلف و متعارف را توضیح می‌دهیم و البته توصیه من به شما همیشه این است؛ در آزمون‌ها این‌گونه تست‌ها را در آخرین دقایق آزمون بررسی کنید. به این دلیل اگر آسان بود که هیچ، اما اگر سخت و پیچیده و البته اعصاب خردکن بود! این سوالات تأثیری بر پاسخ‌دهی شما به سایر سوالات نداشته باشد.

مثال ۱: کدام عدد باید در دایره خالی قرار گیرد؟



- (۱) ۲۴۱
- (۲) ۲۳۶
- (۳) ۲۸۳
- (۴) ۱۹۸

پاسخ: گزینه «۲» اعداد از چپ به راست، ۲۵، ۳۵، ۴۵، ۵۵ و ۶۵ واحد افزایش می‌یابند: $۱۷۱ + ۶۵ = ۲۳۶$

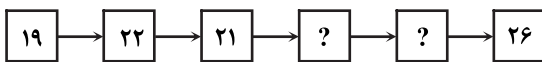
مثال ۲: در توالی اعداد زیر، به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

۱۰، ۱۵، ۲۵، ۳۵، ؟

- (۱) ۶۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۵۵

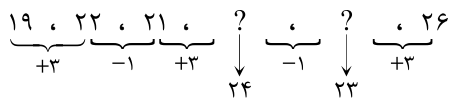
پاسخ: گزینه «۴» عدد ۱۰، پنج برابر عدد اول ۲، عدد ۱۵، پنج برابر عدد اول ۳، عدد ۲۵، پنج برابر عدد اول ۵، عدد ۳۵، پنج برابر عدد اول ۷ می‌باشد، بنابراین عدد بعدی پنج برابر عدد اول بعد از ۷، یعنی ۵ برابر عدد ۱۱ خواهد بود.
 $۵ \times ۱۱ = ۵۵$

مثال ۳: در رشته‌ی اعداد زیر به جای علامت‌های سؤال کدام گزینه را می‌توان انتخاب کرد؟



- (۱) ۲۳ و ۲۴
- (۲) ۲۲ و ۲۳
- (۳) ۲۲ و ۲۳
- (۴) ۲۲ و ۲۵

پاسخ: گزینه «۱» «عدد دوم» از جمع «عدد اول» با عدد ۳ و «عدد سوم» از کم کردن عدد ۱ از «عدد دوم» حاصل می‌شود. این موضوع تا پایان به همین شکل ادامه دارد.



مثال ۴: در دنباله اعداد زیر ارتباطی منطقی بین اعداد برقرار است، به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

۴، ۹، ۲۵، ۴۹، ۱۲۱، ؟

- (۱) ۱۴۴
- (۲) ۱۶۹
- (۳) ۱۵۹
- (۴) ۲۲۵

پاسخ: گزینه «۲» مربع «اعداد اول» از چپ به راست، این دنباله را تشکیل داده‌اند، بنابراین باید عدد اول بعد از ۱۱ یعنی ۱۳، به توان (۲) برسد، لذا داریم:

$۱۶۹ = (۱۳)^2$



مثال ۵: کدام گزینه در آخرین خانه مستطیل زیر قرار بگیرد؟

۱	۲	۵	۱۰	۱۳	۲۶	۲۹	?
---	---	---	----	----	----	----	---

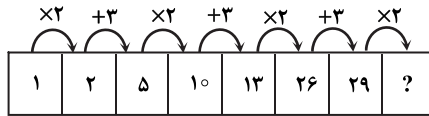
۳۹ (۴)

۵۸ (۳)

۳۶ (۲)

۵۲ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» توالی اعداد، به صورت یک در میان در حالت اول ۲ برابر عدد قبل و در حالتی دیگر به اضافه ۳ شدن عدد قبلی می‌باشد.



$$1 \times 2 = 2, 2 + 3 = 5, 5 \times 2 = 10, 10 + 3 = 13, 13 \times 2 = 26, 26 + 3 = 29 \Rightarrow ? = 29 \times 2 = 58$$

مثال ۶: در بین گزینه‌های زیر، کدام گزینه برای جای خالی مناسب است؟

۱۹۹	۲۸۰	۳۴۴	۳۶۰	۳۹۶	?
-----	-----	-----	-----	-----	---

۴۳۱ (۲)

۴۷۷ (۱)

۴۹۷ (۴)

۴۸۷ (۳)

$$? = 9^2 + 396 = 477$$

پاسخ: گزینه «۱» از چپ به راست، مربع رقم دوم هر عدد ۳ رقمی به اضافه‌ی خود عدد برابر عدد بعدی است.

مثال ۷: در دنباله عدد زیر xy برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۱, ۱۰, ۳, ۹, ۵, ۸, ۷, ۷, ۹, ۶, x, y

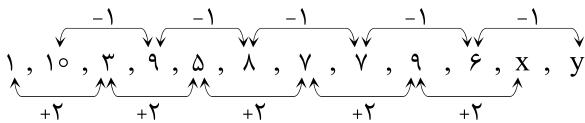
۴۴ (۴)

۴۵ (۳)

۵۵ (۲)

۳۶ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» با دقت مشخص می‌شود، اعداد به صورت یک در میان به صورت زیر ارتباط دارند:



واضح است $x = 9 + 2 = 11$ و $y = 6 - 1 = 5$ ، لذا داریم: $xy = 11 \times 5 = 55$

مثال ۸: در سری زیر، به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

۱۲, ۱۴, ۱۸, ۲۶, ۵۸, ?

۳۰۸ (۴)

۲۹۸ (۳)

۳۰۲ (۲)

۲۹۶ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» عدد بعدی با ضرب دهگان عددی قبلی در خودش و جمع با یکان خودش به وجود آمده است:

$$14 = 12 \times 1 + 2, 18 = 14 \times 1 + 4, 26 = 18 \times 1 + 8, 58 = 26 \times 2 + 6, ? = 58 \times 5 + 8 = 298$$

مثال ۹: بین اعداد زیر از چپ به راست ارتباط خاصی برقرار است. چه عددی باید جای علامت سؤال قرار گیرد؟

۱, ۲, ۴, ۹, ۲۸, ?

۱۴۰ (۴)

۳۸ (۳)

۱۲۵ (۲)

۵۶ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به جهش عدد از ۹ به ۲۸، توالی اعداد نمی‌تواند تصاعدی معمولی و ساده باشد! دنباله‌ی اعداد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$0! + 0, \underbrace{1! + 1}_2, \underbrace{2! + 2}_4, \underbrace{3! + 3}_9, \underbrace{4! + 4}_{28}, \dots$$

بنابراین عددی بعدی « $5! + 5$ » و به عبارت دیگر $125 + 5 = 130$ می‌شود.

مثال ۱۰: بین اعداد زیر از چپ به راست ارتباط خاصی برقرار است. چه عددی باید جای علامت سؤال قرار گیرد؟

-۴, -۳, ۰, ۷, ۲۲, ۳۹, ?

۷۱ (۴)

۶۹ (۳)

۶۸ (۲)

۶۷ (۱)

-۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ...

پاسخ: گزینه «۲» ارتباط بین اعداد به این شکل است که دنباله‌ای به شکل مقابل:

$$-2 \times 2 = -4, -1 \times 3 = -3, 0 \times 5 = 0, 1 \times 7 = 7, 2 \times 11 = 22, 3 \times 13 = 39$$

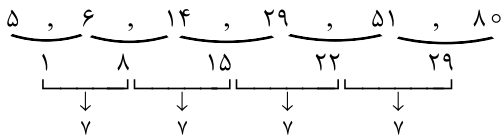
به ترتیب در اعداد اول ضرب شده است.

$$? = 4 \times 17 = 68$$

بنابراین عدد آخر باید در عدد اول بعدی، یعنی ۱۷ ضرب شود، پس داریم:

مثال ۱۱: در سری اعداد مقابل، یک ارتباط بین اعداد وجود دارد. به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟
 ۵، ۶، ۱۴، ۲۹، ۵۱، ۸۰، ؟
 ۱۱۶ (۴) ۱۰۶ (۳) ۱۳۶ (۲) ۱۲۹ (۱)

پاسخ: گزینه «۴» این مسئله از نوع نسبتاً مشکل این نوع سؤالات محسوب می‌شود، دقت کنید؛ اگر اعدادی که به دو عدد اول و دوم اضافه می‌شوند را از هم کم کنیم، باید برابر ۷ شود:

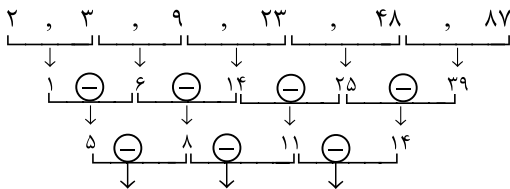


بنابراین لازم است؛ عددی که به ۸۰ اضافه می‌شود ۷ واحد از ۲۹ بیشتر باشد، یعنی $۲۹ + ۷ = ۳۶$ که اگر با ۸۰ جمع شود، حاصل ۱۱۶ می‌شود.

مثال ۱۲: در سری اعداد مقابل یک ارتباط منطقی بین اعداد وجود دارد، به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

۲، ۳، ۹، ۲۳، ۴۸، ۸۷، ؟
 ۱۴۲ (۴) ۱۳۳ (۳) ۱۴۳ (۲) ۱۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» این سؤال واقعاً از نوع سخت‌ترین مسائل دنباله اعداد می‌باشد، به نمودار اعداد زیر دقت کنید:



بنابراین باید به ۱۴، سه واحد اضافه کرد و بعد این عدد را با ۳۹ جمع و حاصل را با ۸۷ جمع کنیم تا علامت سؤال معلوم شود:

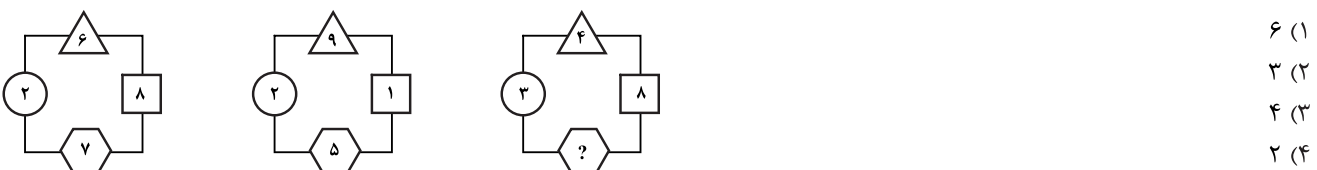
$$۱۴ + ۳ = ۱۷ \rightarrow ۱۷ + ۳۹ = ۵۶ \rightarrow ۵۶ + ۸۷ = ۱۴۳$$

تذکره: ممکن است با مشاهده‌ی یک‌سری از اعداد، یک توالی به ذهن‌تان برسد که با سری اعداد داده شده مطابقت داشته باشد. اگر عدد بعدی مطابق با این توالی در گزینه‌ها نبود، ممکن است سؤال غلط نباشد، به این معنی که توالی موردنظر طراح، آن توالی نبوده که به ذهن شما رسیده است، بنابراین در صورت مواجه شدن با چنین وضعیتی، به دنبال یافتن توالی دیگری باشید.

ترکیب و ارتباط بین اعداد در اشکال مختلف

صورت دیگری از سؤالات هوش، ارتباط بین اعداد با ظاهری متفاوت‌تر از دنباله‌ی اعداد می‌باشد، در این حالت‌ها نیز ارتباط بین اعداد از قوانین مشخصی پیروی می‌کند که به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

مثال ۱۳: به شکل‌های زیر دقت کنید. به جای علامت سؤال چه عددی باید قرار گیرد؟

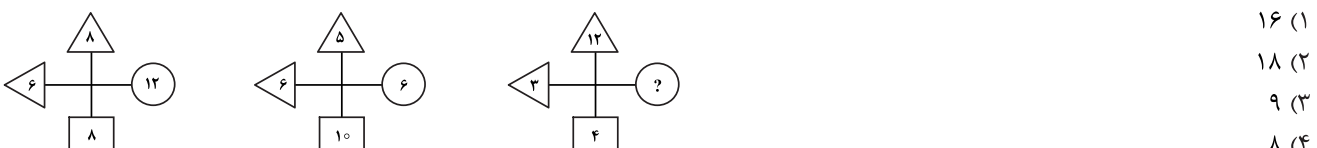


پاسخ: گزینه «۳» با کمی دقت واضح است؛ نحوه‌ی محاسبه‌ی اعداد داخل شش‌ضلعی به این صورت است: اعداد داخل مربع و مثلث با هم جمع

$$\frac{۸ + ۴}{۳} = ۴$$

شده و تقسیم بر عدد داخل دایره شده‌اند، بنابراین در شکل سوم خواهیم داشت:

مثال ۱۴: به شکل‌های زیر دقت کنید. به جای علامت سؤال کدام گزینه قرار می‌گیرد؟



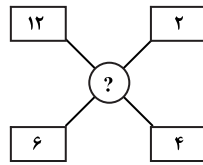
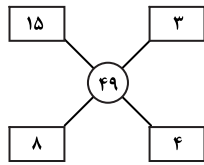
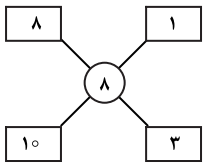
پاسخ: گزینه «۲» در این تست اعداد داخل مثلث در هم ضرب و عدد حاصل، تقسیم بر «نصف عدد داخل مربع» شده و عدد داخل دایره را به وجود

$$? = \frac{۳ \times ۱۲}{۲} = \frac{۳۶}{۲} = ۱۸$$

آورده‌اند، بنابراین داریم:



مثال ۱۵: در شکل زیر به جای علامت سؤال کدام عدد باید قرار گیرد؟



- ۳۴ (۱)
- ۴۶ (۲)
- ۴۴ (۳)
- ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه «۴» ارتباط بین اعداد به صورت زیر است:

اعداد مربع‌های سمت راست با هم جمع و اعداد مربع‌های سمت چپ از هم کم و حاصل آن‌ها در یکدیگر ضرب می‌شود و عدد داخل دایره را پدید می‌آورد:

$$(3 + 1) \times (10 - 8) = 4 \times 2 = 8$$

برای شکل اول:

$$(4 + 3) \times (15 - 8) = 7 \times 7 = 49$$

برای شکل دوم:

$$(4 + 2) \times (12 - 6) = 6 \times 6 = 36$$

برای شکل سوم:

مثال ۱۶: در جدول سمت چپ، بین اعداد ارتباط خاصی برقرار است که در دو جدول دیگر نیز برقرار است. مقدار $x - y$ برابر کدام گزینه است؟

۷	۸	۸
۹		۰
۹		۸
۴	۶	۰

۸	۸	۸
۱		۲
۸		۷
۷	x	۶

۱	۹	۲
۹		۰
۷		۶
۲	y	۹

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

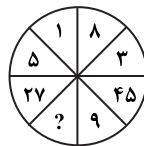
پاسخ: گزینه «۳» اگر عدد چهار رقمی ستون سمت چپ را از عدد چهار رقمی ستون سمت راست کم کنیم، حاصل عددی می‌شود که در ستون وسط نوشته شده است.

$$۸۰۸۰ - ۷۹۹۴ = ۸۶ \quad \text{عدد دو رقمی ستون وسط} = \text{عدد چهار رقمی ستون سمت چپ} - \text{عدد چهار رقمی ستون سمت راست}$$

بنابراین برای دو جدول سمت راست داریم:

$$\left. \begin{aligned} ۸۲۷۶ - ۸۱۸۷ = ۸۹ &\Rightarrow x = ۹ \\ ۲۰۶۹ - ۱۹۷۲ = ۹۷ &\Rightarrow y = ۷ \end{aligned} \right\} \Rightarrow x - y = ۹ - ۷ = ۲$$

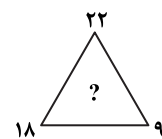
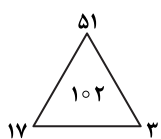
مثال ۱۷: کدام گزینه می‌تواند جای علامت سؤال در دایره سوم قرار گیرد؟



- ۶۴ (۱)
- ۳۲ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۴۲ (۴)

پاسخ: گزینه «۳» در دایره سمت چپ، اعداد نیمه بالا در ۳ ضرب شده و در خانه‌ی روبروی آن عدد آمده است. در دایره وسط، اعداد در ۶ ضرب شده‌اند و در دایره سمت راست، اعداد را باید در ۹ ضرب کرد. بنابراین بجای علامت سؤال، عدد ۸ را باید در ۹ ضرب کرد.

مثال ۱۸: چه عددی را درون مثلث سوم بگذاریم تا تناسب اشکال حفظ شود؟



- ۳۶ (۱)
- ۵۰۲ (۲)
- ۲۵۳ (۳)
- ۸۲ (۴)

پاسخ: گزینه «۱» در هر مثلث، حاصل تفریق دو عدد بالا و چپ، ضربدر عدد سمت راست، برابر عدد مرکزی است:

$$(22 - 18) \times 9 = 36$$

مثال ۱۹: به جای عدد X، چه عددی باید قرار گیرد؟

۹	۴	۶
۰	۴	۳

۷	۱	۳
۰	۳	۱

۵	۰	۴
۰	۲	X

۶ (۱)

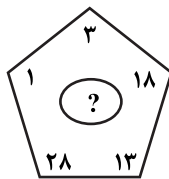
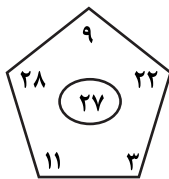
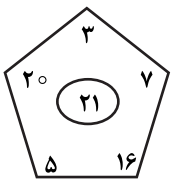
۲ (۲)

۱ (۳)

۳ (۴)

پاسخ: گزینه «۳» در هر جدول، عدد بالا را به عنوان یک عدد سه رقمی بر دو عدد پایین به عنوان یک عدد دورقمی تقسیم کنید، حاصل به ترتیب ۲۲، ۲۳ و ۲۴ خواهد شد. (از جمله سؤالات غیراستاندارد که گفتم بد نیست با آنها نیز آشنا شوید!)

مثال ۲۰: به جای علامت سؤال کدام گزینه قرار گیرد تا توالی اشکال حفظ شود؟



۳۴ (۱)

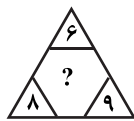
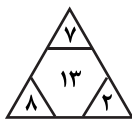
۲۹ (۲)

۳۱ (۳)

۲۱ (۴)

پاسخ: گزینه «۲» در هر شکل، عدد وسط برابر حاصل تفریق مجموع اعداد زوج و مجموع اعداد فرد می‌باشد.

مثال ۲۱: چه عددی باید در مرکز مثلث قرار گیرد تا توالی اشکال حفظ شود؟



۲ (۱)

۵ (۲)

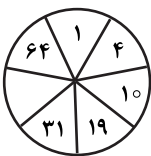
۷ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه «۲» اعدادی که در مرکز مثلث‌ها قرار گرفته‌اند، این‌گونه به دست می‌آیند: که عدد بالایی مثلث به علاوه عدد سمت چپ، منهای عدد سمت راست شده. که برای مثلث سوم به صورت مقابل است:

$$(6 + 8) - 9 = 5$$

مثال ۲۲: در قسمت هاشور خورده کدام عدد قرار می‌گیرد؟



۴۲ (۱)

۴۶ (۲)

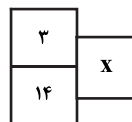
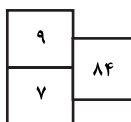
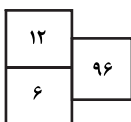
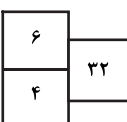
۲۴ (۳)

۶۴ (۴)

پاسخ: گزینه «۲» از خانه شامل عدد ۱، به صورت ساعتگرد شروع می‌کنیم. ابتدا اولین خانه را با ۳ جمع کرده و پاسخ را با (2×3) و دوباره پاسخ به دست آمده را با (3×3) و همین‌طور ادامه پیدا کرده است.

$$1 + (3) = 4 \rightarrow 4 + (2 \times 3) = 10 \rightarrow 10 + (3 \times 3) = 19 \rightarrow 19 + (4 \times 3) = 31 \rightarrow 31 + (5 \times 3) = 46 \rightarrow 46 + (6 \times 3) = 64$$

مثال ۲۳: با توجه به سه شکل داده شده ارتباط بین اعداد را پیدا کرده و با استفاده از آن بگویید مقدار X چقدر است؟



۵۶ (۱)

۱۱۲ (۲)

۸۴ (۳)

۶۴ (۴)