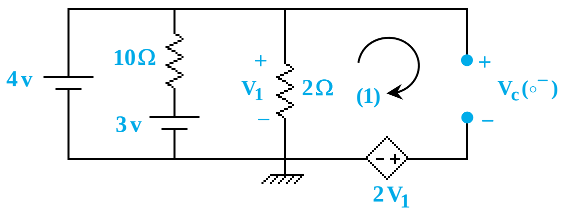
آزمون فصل دوم



۱ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را برای زمان‌های $t<۰$ تحلیل می‌کنیم تا مقدار ولتاژ خـازن را در لحظه‌ی $t=۰^-$ به دست بیاوریم (دقت کنید خازن در لحظه‌ی $t=۰^-$ مدار باز است).

با توجه به مدار ملاحظه می‌شود: $v_۱=۴v$

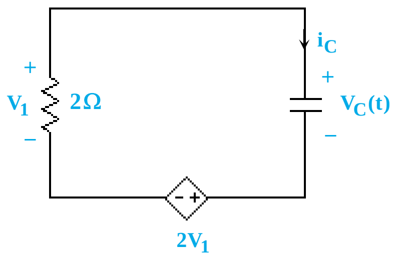
با اعمال KVL در حلقه‌ی ۱ داریم:

$$KVL(۱):\quad -v_۱+v_C(۰^-)+۲v_۱=۰ \quad\Rightarrow v_C(۰^-)=-۴v$$

حال مدار را برای زمان‌های بزرگ‌تر از صفر تحلیل می‌کنیم. با باز شدن کلید در لحظه‌ی $t=۰$، سمت چپ مدار از سمت راست آن جدا می‌شود.

با اعمال KVL در حلقه‌ی مدار داریم: $v_C(t)=-v_۱ \quad (۱)$

از طرفی داریم:

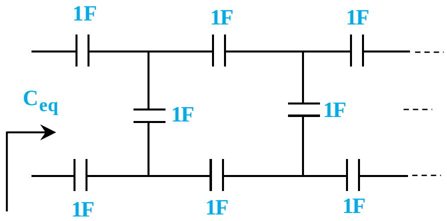


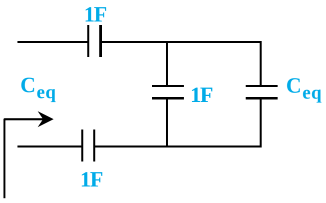
$$i_C(t)=-\frac{v_۱}{۲}\Rightarrow \frac{۳dv_C(t)}{dt}=-\frac{v_۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{dv_C(t)}{dt}=-\frac{۱}{۶}v_۱ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{dv_C(t)}{dt}=\frac{v_C(t)}{۶} \quad\Rightarrow\quad \frac{dv_C(۰^+)}{dt}=\frac{v_C(۰^+)}{۶}=\frac{v_C(۰^-)}{۶}=-\frac{۴}{۶}=-\frac{۲}{۳}$$

۲ـ گزینه «۲» برای به‌دست آوردن ثابت زمانی مدار ابتدا خازن معادل دیده شده از دو سر منبع ولتاژ و مقاومت را به‌دست می‌آوریم:





$$\Rightarrow C_{eq}=\frac{(C_{eq}+۱)\times\frac{۱}{۲}}{C_{eq}+۱+\frac{۱}{۲}}=\frac{C_{eq}+۱}{۲C_{eq}+۳}$$

$$\rightarrow ۲C_{eq}^۲+۲C_{eq}-۱=۰ \quad\Rightarrow\quad C_{eq}=۰/۳۶۶F$$

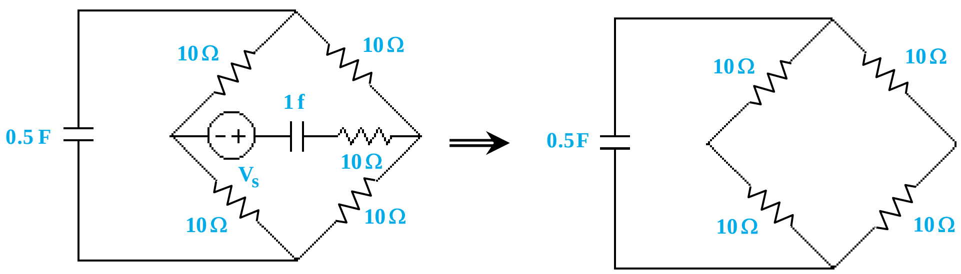
بنابراین ثابت زمانی به راحتی قابل محاسبه می‌باشد: $\tau=RC_{eq}=۳/۶۶\simeq۳/۶\sec$

۳ـ گزینه «۳» با توجه به مدار مشاهده می‌شود که مدار دارای پل وتسون می‌باشد. بنابراین از دید منبع ولتـاژ از خـازن ۰/۵ فـارادی جریـانی عبـور نکـرده و همانند مدار باز عمل می‌کند. حال برای به‌دست آوردن ثابت زمانی خازن ۱ فارادی کافی است مقاومت معادل دیده شده از دو سر آن را به‌دست آوریم:

$$R_{eq}=۱۰+۲۰\|۲۰=۲۰\ \Omega$$

بنابراین داریم: $\tau=R_{eq}C=۲۰\times۱=۲۰\sec$

البته از دید خازن ۰/۵ فارادی هم پل وتسون برقرار است که با شرط داشتن شرایط اولیه ثابت زمانی زیر ظاهر می‌شود:



$$\Rightarrow \tau=R_{eq}C=(۱۰+۱۰)\|(۱۰+۱۰)\times۰/۵=۵\sec$$

بنابراین بزرگ‌ترین ثابت زمانی مدار ۲۰ ثانیه می‌باشد.

۴ـ گزینه «۴» از مجموع پاسخ پله و پاسخ ضربه و پاسخ ورودی صفر مشاهده می‌شود که مدار از مرتبه‌ی اول می‌باشد. بنابراین داریم:

پاسخ پله $M(t)=y(\infty)(۱-e^{-t})$

پاسخ ضربه: $h(t)=\dfrac{dM(t)}{dt}=y(\infty)\,e^{-t} \quad \Rightarrow M(t)+k(t)+h(t)=y(\infty)+y(۰)\,e^{-t}$

پاسخ ورودی صفر: $k(t)=y(۰)\,e^{-t}$

بنابراین:

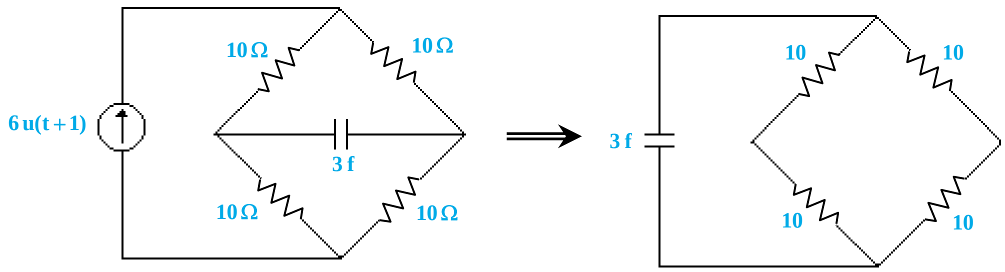
$$۱-e^{-t}=y(\infty)+y(۰)e^{-t} \;\Rightarrow\; y(\infty)=۱ \quad , \quad y(۰)=-۱$$

حال معادله‌ی زمان پاسخ کامل را به‌دست می‌آوریم:

$$y(t)=y(\infty)+(y(۰)-y(\infty))e^{-t}=۱-۲e^{-t}\xrightarrow{t=۰}y(۰)=-۱$$

البته بدون نوشتن معادله‌ی زمانی پاسخ کامل هم می‌توانستیم پاسخ پله را در لحظه‌ی صفر به دست آوریم، چون قبل از آن $y(۰)$ را به دست آورده بودیم.

۵ـ گزینه «۳» با توجه به برقراری پل وتسون، جریان منبع جریان وارد خازن نمی‌شود. بنابراین فرم معادلـه‌ی ولتـاژ خـازن بـه صـورت $v_C(t)=v_C(۰)e^{-\frac{t}{RC}}$ می‌باشد. پس کافی است مقاومت معادله‌ی دیده شده از دو سر خازن را به‌دست آوریم:



$$\Rightarrow R_{eq}=(۱۰+۱۰)\,||\,(۱۰+۱۰)=۱۰\Omega \;\Rightarrow\; v_C(t)=v_C(۰)e^{-\frac{t}{۳۰}}$$

حال زمانی را که ولتاژ خازن به نصف مقدار اولیه‌ی خود می‌رسد، بدست می‌آوریم.

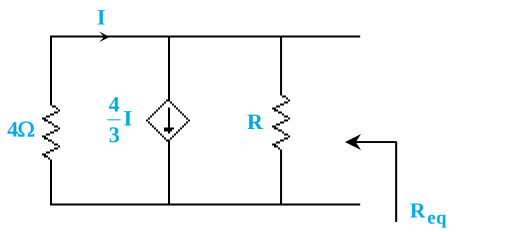
$$\Rightarrow e^{-\frac{t}{۳۰}}=\frac{۱}{۲}\;\xrightarrow{Ln}\;\frac{t}{۳۰}=Ln۲\;\Rightarrow t=۳۰Ln۲\,sec$$

۶ـ گزینه «۴»

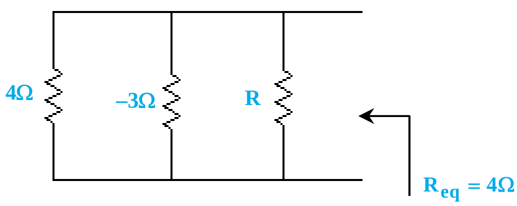
کافی است مقاومت معادل دیده شده از دو سر خازن $۲F$ را به‌دست آوریم.

برای این کار تمامی منابع را خنثی می‌کنیم:

از طرفی با توجه به مقدار ثابت زمانی (یعنی $\tau=RC=۸Sec$)، مقدار R_{eq} باید ۴ باشد.

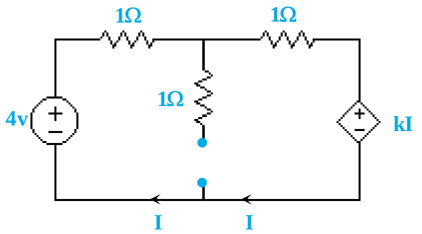


$$R_{\text{منبع جریان وابسته}}=\frac{-۴I}{\frac{۴}{۳}I}=-۳\Omega$$



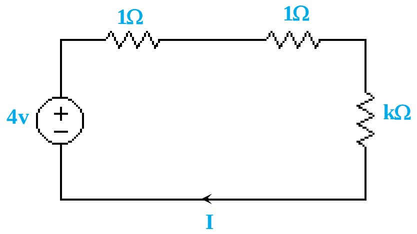
$$\Rightarrow \underbrace{۴\,||\,(-۳)}_{-۱۲}\,||\,R=۴ \;\Rightarrow\; \frac{-۱۲R}{R-۱۲}=۴ \;\Rightarrow\; R=۳\Omega$$

۷ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه در زمان بی‌نهایت خازن مدار باز می‌شود، آسان‌تر است که مدار را در زمان بی‌نهایت تحلیل کنیم.



$$\Rightarrow R_{\text{معادل منبع ولتاژ}} = \frac{kI}{I} = k\,\Omega$$

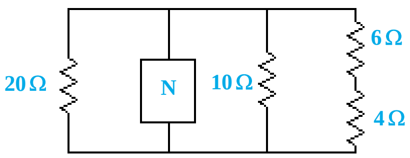
$\Rightarrow$



$$\Rightarrow I = \frac{۴}{۲+k} = ۱ \quad \Rightarrow k = ۲$$

۸ـ گزینه «۴» در صورتی که شبکه‌ی N مقاومتی باشد، ثابت زمانی‌های مدار همان ثابت زمانی‌های ورودی می‌باشد. از طرفی بزرگ‌ترین ثابت زمانی منابع ۶ ثانیه می‌باشد و همچنین می‌دانیم زمان میرایی کامل ۵ برابر بزرگ‌ترین ثابت زمانی است. پس اگر شبکه مقاومتی باشد، حداکثر در ۳۰ ثانیه تمام ولتاژها و جریان‌ها صفر می‌شوند. پس گزینه‌ی ۱ می‌تواند صحیح باشد.

حال اگر شبکه‌ی N یک سلف یا یک خازن باشد، برای به‌دست آوردن ثابت زمانی کافی است مقاومت معادل دیده شده از دو سر شبکه را به‌دست آوریم. با حذف تمامی منابع داریم:



$$\Rightarrow R_{eq} = ۲۰ \| ۱۰ \| (۶+۴) = ۴\,\Omega$$

با توجه به اینکه زمان میرایی ۳۰ ثانیه است، باید ماکزیمم ثابت زمانی ۶ ثانیه باشد.

اگر شبکه‌ی N سلف باشد، آنگاه داریم:

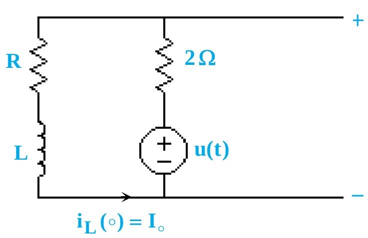
$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{۴} = ۶ \Rightarrow L = ۲۴H$$

اگر شبکه‌ی N خازن باشد، آنگاه داریم:

$$\tau = RC = ۴C = ۶ \Rightarrow C = \frac{۳}{۲}F$$

بنابراین گزینه‌ی ۲ هم علاوه بر گزینه‌ی ۱ می‌تواند صحیح باشد.

۹ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه معادله‌ی v(t) از نوع پاسخ مدار مرتبه‌ی اول است، پس شبکه‌ی N می‌تواند یک مدار RL سری باشد.



$$v(t) = \frac{۴}{۳}(۱ - e^{-\frac{۳}{۲}t})$$

$$v(\infty) = \frac{۴}{۳} \xrightarrow[\text{اتصال کوتاه است}]{\text{سلف در بی‌نهایت}} \frac{R}{R+۲} \times ۱ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow R = -۸\,\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R+۲} = \frac{۲}{۳} \quad \Rightarrow \quad L = -۴H$$

$$V(۰^+) = ۰ \rightarrow -۱ + ۲i_L(۰^+) = ۰ \rightarrow i_L(۰^+) = ۰/۵A$$

حال اگر مقاومت ۲ اهمی با مقاومت ۴ اهمی جایگزین شود، خواهیم داشت:

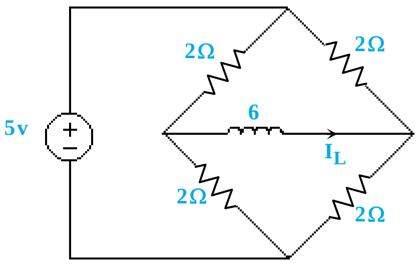
$$R_{eq}\,(\text{از دید سلف}) = -۸ + ۴ = -۴\Omega \Rightarrow \tau = \frac{L}{R} = \frac{-۴}{-۴} = ۱sec$$

$$v(۰) = -۱ + ۴ \times i_L(۰) = ۱$$

$$v(\infty) = \frac{-۸}{-۸+۴} \times ۱ = ۲ \quad \rightarrow \quad v(t) = ۲(۱-e^{-t}) + ۱ = ۳ - ۲e^{-t}v$$

۱۰ـ گزینه «۱» با توجه به پیوستگی جریان سلف، جریان آن را در زمان ۰^- به دست می‌آوریم:

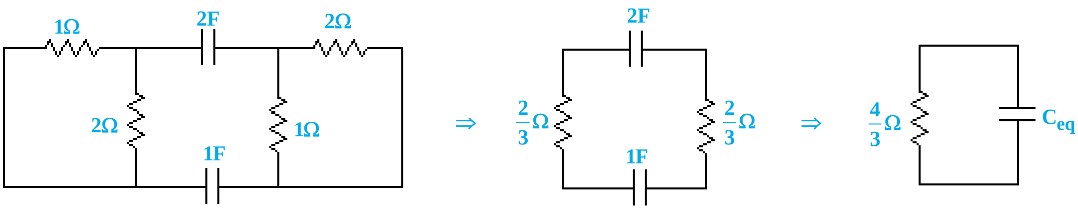
$t < ۰:$



با توجه به وجود پل وتسون، از سلف مورد نظر جریانی عبور نمی‌کند. بنابراین:

$$i_L(۰^-) = i_L(۰^+) = ۰$$

۱۱ـ گزینه «۳» این مدار، یک مدار مرتبه دو است؛ اما باید دقت کرد که می‌توان آن را به شکل یک مدار مرتبه اول مدل نمود. ثابت زمانی این مدار مرتبه اول را می‌توان با غیرفعال نمودن منابع مدار به شکل زیر محاسبه کرد:

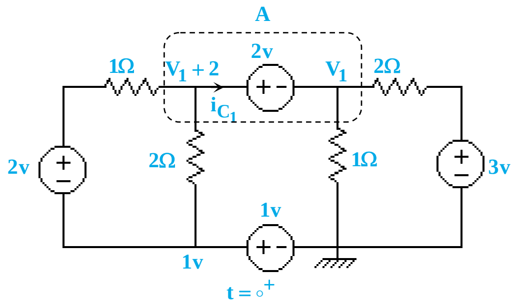


$$C_{eq} = \frac{۲\times۱}{۲+۱} = \frac{۲}{۳}F \qquad \tau = RC_{eq} = \frac{۴}{۳}\times\frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۹}sec$$

حال برای محاسبه $V_{C_۱}(t)$ باید مقدار $V_{C_۱}(\infty)$ را نیز داشته باشیم تا بتوانیم براساس رابطه‌ای که بلدیم، $V_{C_۱}(t)$ را محاسبه کنیم.

اما با توجه به اینکه دو خازن مدار سری هستند، محاسبه $V_{C_۱}(\infty)$ به روش معمول چندان ساده نیست؛ لذا سعی می‌کنیم به‌جای ولتاژ خازن $C_۱$، جریان آن را محاسبه کرده و سپس از روی آن مقدار ولتاژ را به‌دست آوریم.

مقدار نهایی جریان خازن مشخصاً صفر است، زیرا خازن در نهایت مدار باز می‌شود. حال مقدار اولیه جریان خازن را با توجه به مدار مقابل محاسبه می‌کنیم:



با نوشتن رابطه KCL در ابرگره A داریم:

$$\frac{V_۱+۲-(۱+۲)}{۱}+\frac{V_۱+۲-۱}{۲}+\frac{V_۱}{۱}+\frac{V_۱-۳}{۲}=۰ \Rightarrow ۳V_۱-۲=۰ \Rightarrow V_۱=\frac{۲}{۳}v$$

$$i_{C_۱}=\frac{V_۱}{۱}+\frac{V_۱-۳}{۲}=\frac{۲}{۳}-\frac{۷}{۶}=-\frac{۱}{۲}A$$

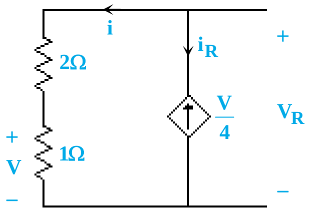
لذا می‌توان نوشت:

$$i_{C_۱}(t)=i_{C_۱}(۰^+)e^{-\frac{t}{\tau}}=-\frac{۱}{۲}e^{-\frac{۹}{۸}t}$$

$$V_{C_۱}(t)=\frac{۱}{۲}\int_۰^t i_{C_۱}(t)dt+V_{C_۱}(۰)=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۹}e^{-\frac{۹}{۸}t}\Big|_۰^t\right)+۲=\frac{۲}{۹}(e^{-\frac{۹}{۸}t}-۱)+۲=\frac{۲}{۹}(۸+e^{-\frac{۹}{۸}t}) \Rightarrow V_{C_۱}(t)=\frac{۲}{۹}(۸+e^{-\frac{۹}{۸}t})$$

دقت کنید که برای حل تست می‌توانستیم از همان ابتدا، مدار را با تبدیل منابع ساده کنیم و بعد تحلیل‌ها را انجام دهیم. در هر صورت انتخاب روش حل در چنین تست‌هایی بستگی به خود داوطلب دارد.

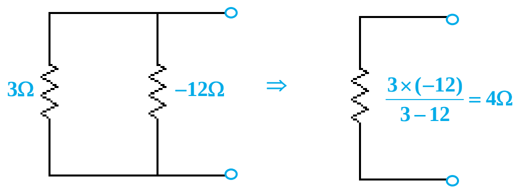
۱۲ـ گزینه «۲» با توجه به وجود دو کلید در مدار، سه وضعیت مختلف بر مدار حاکم خواهد بود که با تحلیل هر وضعیت می‌توان مدار را در زمان‌های مختلف تحلیل کرد. قبل از تحلیل مدار برای ساده‌تر شدن محاسبات می‌توان منبع جریان وابسته را با یک مقاومت مدل و جایگزین کرد. مطابق شکل روبه‌رو داریم:



$$i=\frac{V}{۱}=V \qquad , \qquad V_R=۲i+V=۳V$$

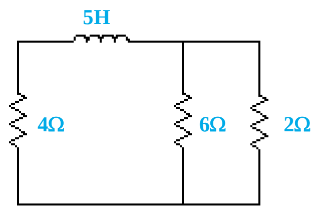
$$R=\frac{V_R}{i_R}=\frac{۳V}{-\frac{V}{۴}}=-۱۲\Omega$$

لذا در سمت چپ مدار، مقاومتی به شکل مقابل خواهیم داشت:



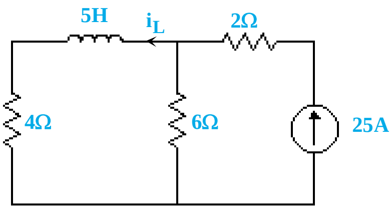
حال مدار را در $t<۰$ در نظر بگیرید (دقت کنید که در این حالت جریانِ منبع جریانِ ۲۵ آمپری به‌طور کامل از $S_۱$ عبور می‌کند و لذا این منبع تأثیری در مقدار جریان سلف ندارد.)

از آنجایی‌که مدار منبع مستقل فعالی ندارد، سلف شارژ نشده و جریان آن صفر خواهد بود.



$t<۰$

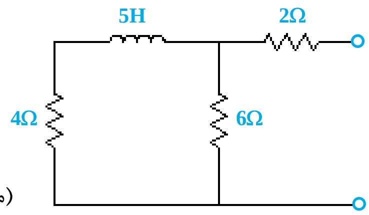
اکنون زمان $۰<t<۰/۲۵$ را در نظر گرفته و مدار را مدل می‌کنیم:



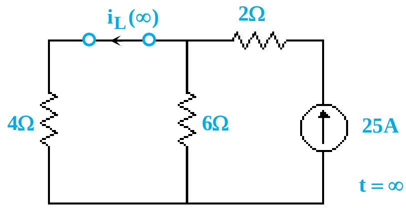
$i_L(۰^-)=۰$

$۰<t<0.25$

دقت کنید که مدار عاری از منبع ضربه‌ای بوده و داریم: $i_L(۰^+)=i_L(۰^-)=۰$. حال برای تحلیل این مدار، ثابت زمانی آن و مقدار $i_L(\infty)$ را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه‌ی ثابت زمانی، منبع جریان مدار را غیرفعال کرده و مقاومت مدار را از دو سر L محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه‌ی $i_L(\infty)$ نیز، سلف را اتصال کوتاه می‌کنیم.



(محاسبه‌ی τ)



$t=\infty$

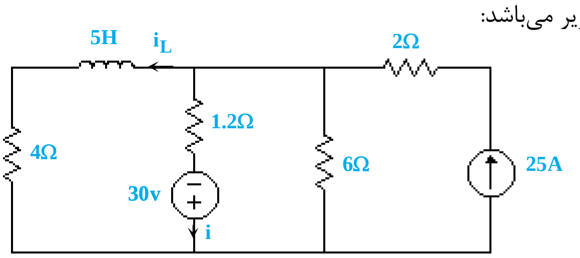
$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{۵}{۴+۶}=۰/۵\sec \qquad i_L(\infty)=\frac{۶}{۴+۶}\times۲۵=۱۵A$$

لذا داریم:

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(۰^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=۱۵(۱-e^{-۲t})$$

$$i_L(t=۰/۲۵)=۱۵(۱-e^{-۲\times۰/۲۵})\cong۱۵(۱-۰/۶)=۶A$$

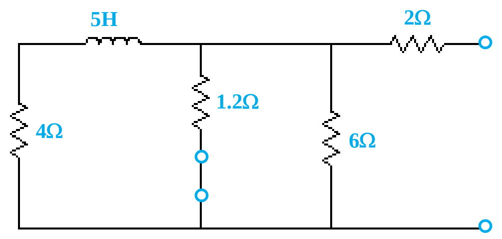
حال مدار را برای زمان‌های $t>۰/۲۵$ تحلیل می‌کنیم. در این زمان‌ها مدار به شکل زیر می‌باشد:



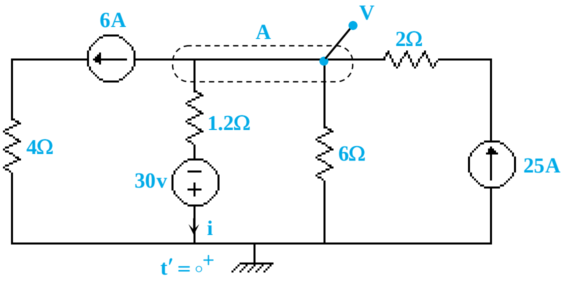
$t>0.25$

$$i_L(t'=۰^-)=i_L(t'=۰^+)=۶A$$
$$(t'=t-۰/۲۵)$$

حال باید مقادیر τ، $i(t'=\circ^+)$ و $i(t'=\infty)$ را محاسبه کنیم:



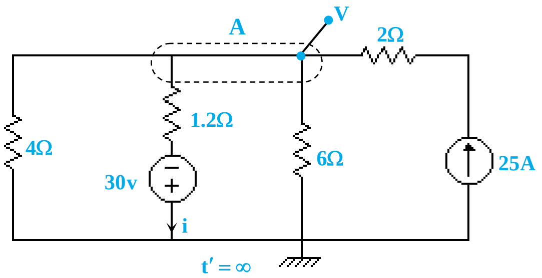
$$\tau=\frac{۵}{۴+۶\|۱/۲}=\frac{۵}{۵}=۱\text{sec}$$



$$\text{KCL A}:\frac{V+۳۰}{۱/۲}+\frac{V}{۶}+۶-۲۵=\circ\Rightarrow V=-۶v$$

$$\Rightarrow i=\frac{V+۳۰}{۱/۲}=۲۰A$$

$$\Rightarrow i(t'=\circ^+)=۲۰A$$



$$\text{KCLA}:\frac{V}{۴}+\frac{V+۳۰}{۱/۲}+\frac{V}{۶}-۲۵=\circ\ \Rightarrow V=\circ$$

$$\Rightarrow i=\frac{V+۳۰}{۱/۲}=۲۵A$$

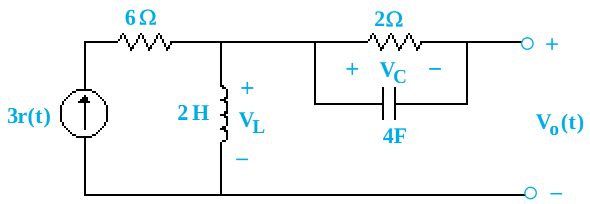
$$\Rightarrow i(t'=\infty)=۲۵A$$

در نتیجه داریم:

$$i(t')=۲۵+(۲۰-۲۵)e^{-t'}=۲۵-۵e^{-t'}\Rightarrow i(t)=۲۵-۵e^{-(t-\circ/۲۵)}\qquad (t>\circ/۲۵\text{sec})$$

۱۳ـ گزینه «۱» با توجه به شکل مشاهده می‌شود که مدار از دو قسمت مرتبه‌ی اول جداگانه تشکیل شده است.

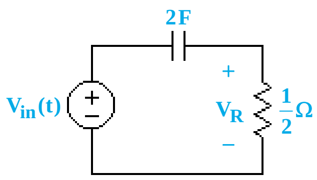
با توجه به پاسخ مدار مرتبه‌ی اول داریم:



$$\begin{cases} v_C(t)=v_C(\infty)+(v_C(\circ)-v_C(\infty))e^{-\frac{t}{RC}}\Rightarrow v_C(t)=۴e^{-\frac{t}{۸}} \\ v_C(\infty)=\circ \end{cases}$$

$$v_L=L\frac{d_{i_L}}{dt}=۲\times\frac{d}{dt}(۳t)=۶\ \Rightarrow\ v_o(t)=v_L(t)-v_C(t)=۶-۴e^{-\frac{t}{۸}}v$$

۱۴ـ گزینه «۲» ابتدا پاسخ مدار را به ازای ورودی $u(t)$ به‌دست می‌آوریم $(v_C(\circ)=\circ)$:



$$\Rightarrow\begin{cases} v_R(t)=v_R(\infty)+(V_R(\circ^+)-v_R(\infty))\,e^{-\frac{t}{RC}} \\ v_R(\circ^+)=v_{in}(\circ^+)=۱ \\ v_R(\infty)=\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_R(t)=e^{-t}$$

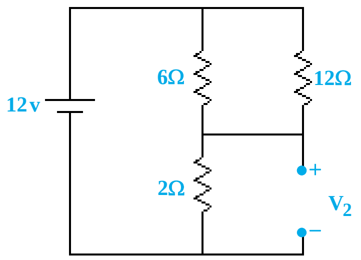
حال پاسخ مدار را به ازای ورودی $u(t-۱)$ به‌دست می‌آوریم:

$$V_R(t)=e^{-(t-۱)}u(t-۱)$$

بنابراین پاسخ مدار به ازای ورودی $V_{in}(t)=u(t)-u(t-۱)$ به صورت مقابل است:

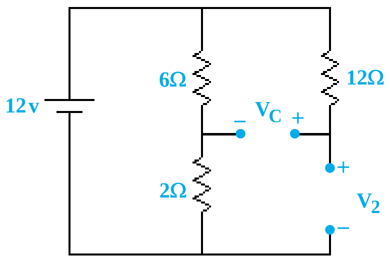
$$v_R(t)=e^{-t}-e^{-(t-۱)}u(t-۱)$$

۱۵ـ گزینه «۴» از آنجایی که در صورت سؤال فرض شده است کـه کلیـد $S_۲$ همیشـه بـاز است، لذا مقاومت ۶ اهمی سری با آن از مـدار حـذف مـی‌شـود. حـال بـا بسـتن کلیـد $S_۱$ در $t=۰$، چون ولتاژ اولیه‌ی خازن صفر است، خازن اتصال کوتاه شده و مدار مطابق شـکل زیر ساده می‌گردد.



$$\Rightarrow V_۲=\frac{۲}{۲+۶\|۱۲}\times ۱۲=\frac{۲}{۲+۴}\times ۱۲=۴V$$

در بی‌نهایت خازن باز شده و مدار مطابق شکل زیر می‌گردد. مشاهده می‌شود که با باز شدن خازن، هـیچ جریـانی از مقاومـت ۱۲ اهمـی عبـور نمـی‌کنـد و لذا $V_۲=۱۲v$ خواهد بود. ضمن اینکه مقاومت دیده شده از ۲ سر خازن نیز برابر خواهد بود با:



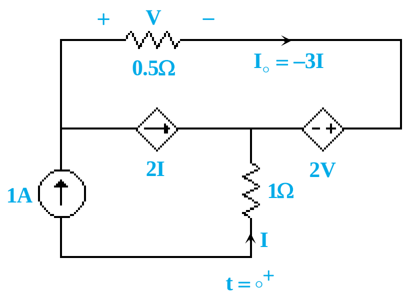
$$R_{eq}=۲\|۶+۱۲=۱۳/۵\Omega\to\tau=RC=۱/۳۵sec$$

بنابراین داریم:

$$V_۲(t)=V_۲(\infty)+[V_۲(۰)-V_۲(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=۱۲-۸e^{-\frac{t}{۱/۳۵}}$$

$$\Rightarrow V_۲(t)=۹v\to t=۱/۳۵\ln(\frac{۸}{۳})\simeq ۱/۳۵S$$

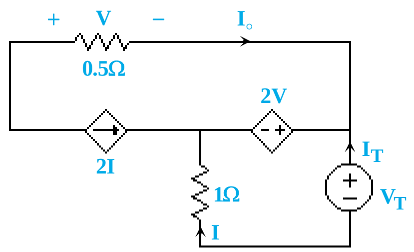
۱۶ـ گزینه «۳» با محاسبه $I_o(۰^+)$ و ثابت زمانی مدار می‌توانیم تست را به جواب برسانیم. ابتدا مطابق با شکل زیر $I_o(۰^+)$ را محاسبه می‌کنیم:



$$I=-۱A$$

$$I_o=-۳\times I=۳A$$

حال با استفاده از مدار روبرو، مقاومت دیده شده از دو سر سلف را محاسبه می‌کنیم:



$$I_T=-I$$

$$V=۰/۵\times(-۲I)=-I$$

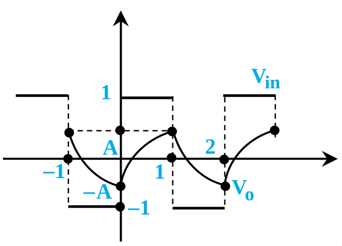
$$V_T=۲V-I=-۳I=۳I_T$$

$$\Rightarrow R_T=۳\Omega$$

$$\Rightarrow\tau=\frac{L}{R}=\frac{۲}{۳}sec$$

با چک کردن مقادیر $I_o(۰)=۳$ و $\tau=\frac{۲}{۳}$ در گزینه‌ها، تنها گزینه‌ی (۳) می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۱۷ـ گزینه «۳» از آنجایی که مدار از زمان‌های طولانی به منبع V_{in} وصل بوده است، مـی‌تـوان گفت که مقدار متوسط ورودی و خروجی باید برابر باشند. چون مقدار متوسط ورودی برابـر صـفر است، لذا مقدار متوسط V_o نیز باید صفر باشد. برای همین، مطابق شکل روبـه‌رو، ولتـاژ خروجـی حالت متقارنی نسبت به محور زمان به خود می‌گیرد:



حال اگر معادله‌ی ولتاژ خازن (یا همان V_o) را از لحظه‌ی صفر $(t=۰)$ بنویسیم، خواهیم داشت:

$$V_o(t)=V_C(\infty)+(V_C(۰)-V_C(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}\qquad(۱)$$

فرض کرده‌ایم که در لحظه‌ی صفر ولتاژ خازن $-A$ ولت است. پس $V_C(۰)=-A$. از طرفی اگر مدار به صورت طولانی به ورودی $V_{in}=۱$ وصل می‌ماند، مطمئناً $V_o=۱$ می‌شود. پس $V_C(\infty)=۱$. ثابت زمانی مدار نیز برابر $\tau=RC=۱s$ می‌باشد. با جایگذاری این مقادیر در معادله‌ی (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(۱)} V_o(t)=۱+(-A-۱)e^{-t}=۱-(A+۱)e^{-t}$$

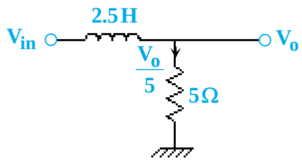
می‌دانیم که در زمان $t=۱$ ورودی به $V_{in}=-۱$ تغییر می‌یابد. پس لازم است ولتاژ شارژ شده‌ی خازن را در این لحظه $(t=۱)$ در معادله‌ی (۲) قرار دهیم:

$$\xrightarrow[V_o(۱)=A]{(۲)} A=۱-(A+۱)e^{-۱}=۱-۰/۶۳(A+۱)\Rightarrow ۱/۶۳A=۰/۳۷\Rightarrow A=۰/۲۲۷\Rightarrow V_o(t)=۱-۱/۲۲۷e^{-t}$$

مطابق شکل ولتاژ خازن در $t=۱$ حداکثر است. جریان در این لحظه برابر خواهد بود با:

$$I_C(t)=C\frac{dV_C(t)}{dt}=۱/۲۲۷e^{-t}\xrightarrow{t=۱}I_C(۱)\simeq ۰/۷۷A$$

۱۸ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌ی موجود، داریم:



$$KVL: -V_{in}+۲/۵\frac{d}{dt}(\frac{V_o}{۵})+V_o=۰$$

$$\Rightarrow \frac{dV_o}{dt}+۲V_o=۲V_{in}$$

از روی شکل ورودی، معادله‌ی آن به‌دست می‌آید:

$$V_{in}=۱۰\sin ۲t \qquad ۰\le t\le \frac{\pi}{۲}\Rightarrow \frac{dV_o}{dt}+۲V_o=۲۰\sin ۲t$$

$\Rightarrow V_{oh}=ke^{-۲t}\rightarrow$ جواب قسمت همگن

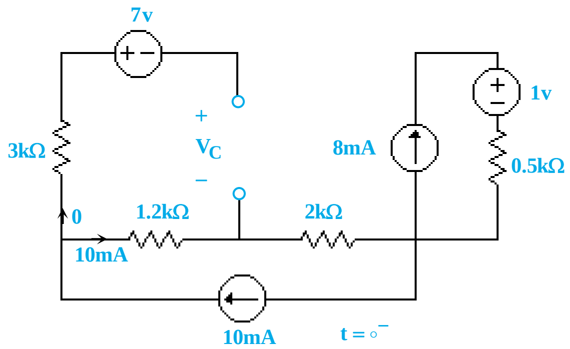
برای به‌دست آوردن جواب خصوصی فرض می‌کنیم $V_{op}=A\sin۲t+B\cos۲t$ باشد، بنابراین:

$$۲A\cos۲t-۲B\sin۲t+۲A\sin۲t+۲B\cos۲t=۲۰\sin۲t\Rightarrow \begin{cases}A-B=۱۰\\A+B=۰\end{cases}\Rightarrow A=۵,B=-۵\Rightarrow V_o=۵\sin۲t-۵\cos۲t+ke^{-۲t}$$

از آنجا که در لحظه‌ی صفر $(t=۰)$ سلف مدار باز است، در نتیجه ولتاژ خروجی برابر صفر می‌باشد.

$$V_o(۰)=۰\rightarrow k=۵\Rightarrow V_o(t)=۵\sin۲t-۵\cos۲t+۵e^{-۲t}\Rightarrow V_o(\frac{\pi}{۲})=۵+۵e^{-\pi}=۵/۲۱V$$

۱۹ـ گزینه «۱» برای حل تست، ابتدا مدار را در $t=۰^-$ تحلیل کرده و ولتاژ اولیه خازن را محاسبه می‌کنیم. در این لحظه کلید در وضعیت a قرار داشته و مدار به شکل مقابل خواهد بود:

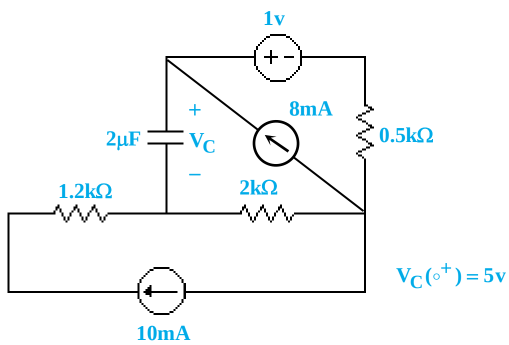


حال به راحتی می‌توان نوشت:

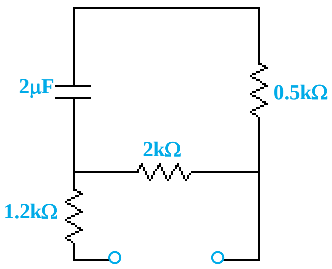
$$V_C(۰^-)=۱/۲\times۱۰^۳\times۱۰\times۱۰^{-۳}-۷=۱۲-۷=۵v$$

دقت کنید که به علت عدم وجود حلقه‌ی خازنی و منابع ضربه‌ای در مدار، ولتاژ خازن در لحظه‌ی $t=۰$ تغییری نمی‌کند و داریم: $V_C(۰^+)=V_C(۰^-)=۵v$

اکنون برای تحلیل مدار در زمان‌های $t>۰$، مقادیر $V_C(\infty)$ و τ یا ثابت زمانی مدار را محاسبه می‌کنیم. در این حالت کلید در وضعیت b قرار گرفته است:

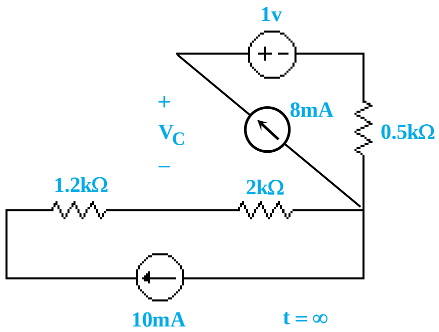


برای محاسبه ثابت زمانی می‌توان منابع مدار را غیرفعال کرد:



$$\tau = RC = (0/5+2)\times 10^{3}\times 2\times 10^{-6} = 5\,msec$$

مقدار $V_C(\infty)$ نیز با مدار باز نمودن خازن محاسبه می‌شود:



$$V_C(\infty) = 1+8\times 10^{-3}\times 0/5\times 10^{3} - 2\times 10^{3}\times 10\times 10^{-3} = -15\,v$$

حال می‌توان نوشت:

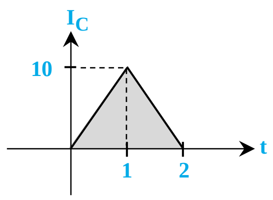
$$V_C(t) = V_C(\infty)+[V_C(0^+)-V_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = -15+[5-(-15)]e^{-\frac{t}{5}} = -15+20e^{-\frac{t}{5}}$$

(t برحسب میلی‌ثانیه است)

$$V_C(t) = -14v \Rightarrow -15+20e^{-\frac{t}{5}} = -14 \Rightarrow e^{-\frac{t}{5}} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} = -Ln(\frac{1}{20}) = Ln20 = 2Ln2+Ln5 \cong 3 \Rightarrow t = 15\,msec$$

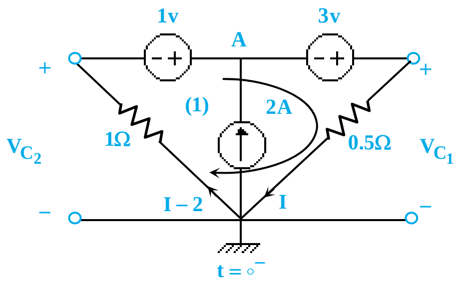
۲۰ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه انرژی ذخیره شده در خازن برابر $E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ می‌باشد، کافی است بار ذخیره شده در آن را به‌دست بیاوریم. برای بار ذخیره شده داریم:



$$i_C = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int i_C\,dt$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10 \Rightarrow E = \frac{1}{2}\times\frac{(10)^2}{200\times 10^{-6}} = 250\,kj$$

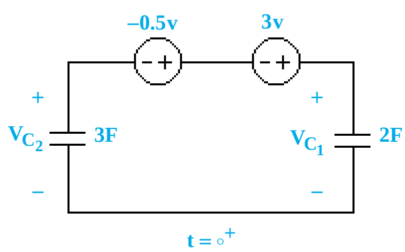
۲۱ـ گزینه «۱» ابتدا با تحلیل مدار در زمان $t=0^-$، شرایط اولیه خازن‌های موجود در مدار را به‌دست می‌آوریم. مطابق شکل با نوشتن رابطه KVL در حلقه (۱) داریم:



$$0/5I+I-2-1-3=0 \Rightarrow I = \frac{6}{1/5} = 4A$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{C_2}(0^-) = -1\times(I-2) = -2v \\ V_{C_1}(0^-) = 0/5\times I = 2v \end{cases}$$

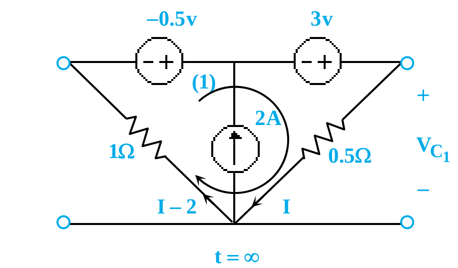
حال مدار را در زمان‌های $t>0$ تحلیل می‌کنیم. ابتدا دقت کنید که مدار دارای یک حلقه خازنی بوده (و در نتیجه مرتبه یک است) و در این حلقه یک منبع ولتاژ پله‌ای وجود دارد که در لحظه صفر فعال می‌شود؛ لذا در $t=0$ ولتاژ خازن‌های مدار تغییر خواهد کرد. برای محاسبه ولتاژ خازن C_1 در لحظه $t=0^+$ از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:



$$V_{C_1}(0^+) = \frac{C_2}{C_1+C_2}[V_S - V_{C_1}(0^-)+V_{C_2}(0^-)]+V_{C_1}(0^-)$$

$$= \frac{3}{2+3}\times[2/5-2-2]+2 = 1/1v$$

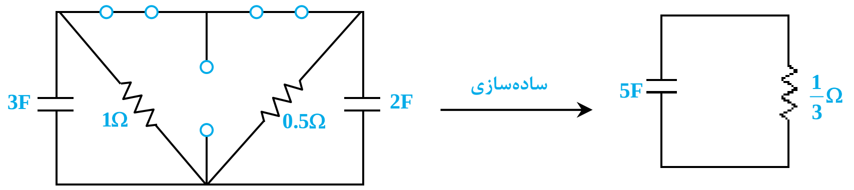
مقدار $V_{C_1}(\infty)$ را نیز می‌توان به‌راحتی محاسبه کرد:



$$KVL\,(1): 0/5I+I-2+0/5-3=0 \Rightarrow I = \frac{4/5}{1/5} = 3A$$

$$V_{C_1}(\infty) = 0/5I = 1/5\,v$$

ثابت زمانی مدار را نیز می‌توان با غیرفعال نمودن منابع به راحتی محاسبه کرد:

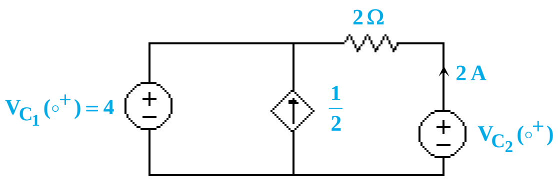


$$\Rightarrow \tau = ۵ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۳} \mathrm{sec}$$

در نهایت داریم:

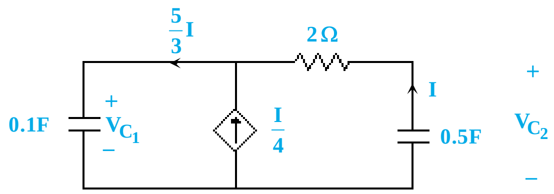
$$V_{C_1}(t) = V_{C_1}(\infty) + [V_{C_1}(۰^+) - V_{C_1}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = ۱/۵ + [۱/۱ - ۱/۵]e^{-۰/۶t} = ۱/۵ - ۰/۴e^{-۰/۶t}$$

۲۲ـ گزینه «۴» **روش تشریحی:** ابتدا شرایط اولیه مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow v_{C_۲}(۰^+) = ۲ \times ۲ + ۴ = ۸ \text{ v}$$

حال با اعمال KVL در حلقه‌ی بیرونی مدار مقدار $I(t)$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v_{C_۱}(t) = v_{C_۱}(۰^+) + \frac{۱}{۰/۱}\int_۰^t \frac{۵}{۴} I\,dt$$

$$v_{C_۲}(t) = v_{C_۲}(۰^+) + \frac{۱}{۰/۵}\int_۰^t (-I)\,dt$$

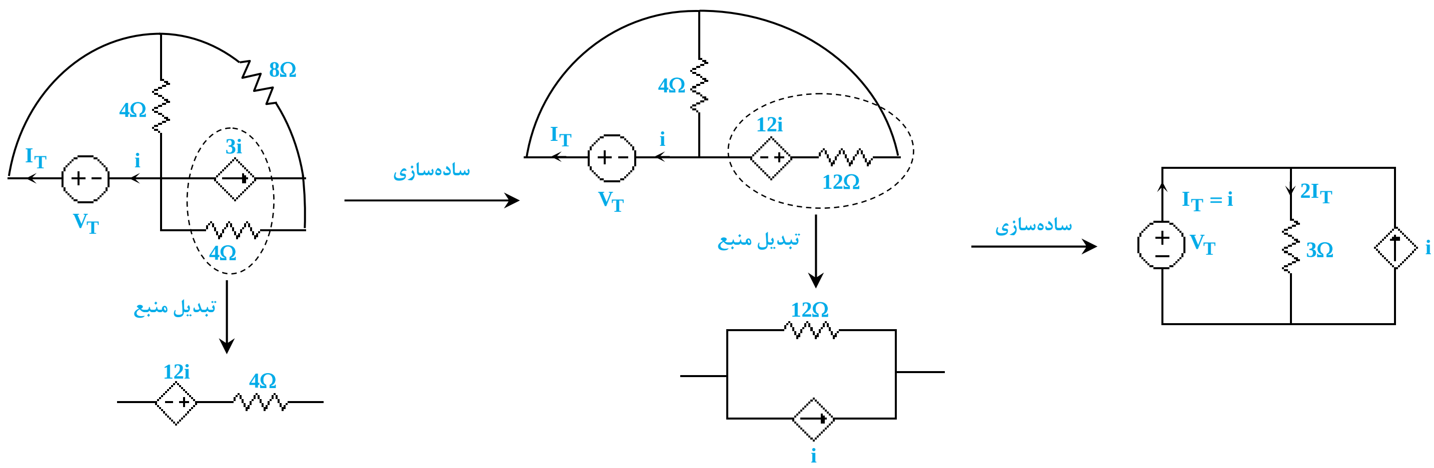
$$\text{KVL}: -v_{C_۱}(t) - ۲I + v_{C_۲}(t) = ۰ \Rightarrow -۴ - ۱۰\int_۰^t \frac{۵}{۴} I\,dt - ۲I + ۸ - ۲\int_۰^t I\,dt = ۰$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} \begin{cases} \frac{d}{dt}I + \frac{۲۹}{۴}I = ۰ \\ I(۰^+) = ۲ \end{cases} \Rightarrow I(t) = ۲e^{-۷/۲۵\,t} \Rightarrow v(t) = v_{C_۱}(t) = ۴ + \frac{۵۰}{۴}\int_۰^t ۲e^{-۷/۲۵\,t}\,dt$$

$$v(t) = ۴ + \frac{۲۵}{۷/۲۵}(۱ - e^{-۷/۲۵t}) = ۷/۴۵ - ۳/۴۵e^{-۷/۲۵\,t}$$

روش تستی: با بررسی شرط اولیه‌ی $v(۰^+) = ۴$ به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۴ رسید.

۲۳ـ گزینه «۱» می‌دانیم در یک مدار مرتبه اول که فاقد منبع مستقل است، در زمان $t = \tau \mathrm{Ln}۲$ ثانیه، ولتاژ خازن یا جریان سلف به نصف مقدار اولیه خود می‌رسند. مدار مورد سؤال در اینجا نیز زمانی که کلید باز می‌شود، فاقد تغذیه بوده و در گزاره فوق صدق خواهد نمود، به شرط آنکه مبدأ زمانی به لحظه‌ی باز شدن کلید منتقل گردد. لذا برای پاسخگویی به تست تنها نیاز است، مقدار τ یا ثابت زمانی مدار را محاسبه نماییم. مطابق شکل زیر مقاومت دیده شده از دو سر خازن را بعد از باز شدن کلید محاسبه می‌کنیم:



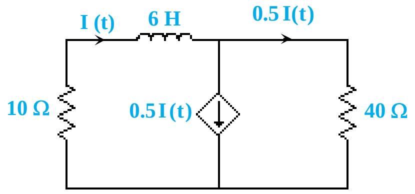
$V_T = ۳\times(۲I_T) = ۶I_T \Rightarrow R = ۶\Omega$

لذا ثابت زمانی مدار برابر است با:

$\tau = RC = ۶\times\frac{۱}{۹} = \frac{۲}{۳}sec$

و در نتیجه پس از گذشت زمان $\frac{۲}{۳}Ln۲$ ثانیه از باز شدن کلید S، ولتاژ خازن نصف خواهد شد.

۲۴ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه $I_L(t) = I(t)$ بنابراین $I(0^+) = ۲$ می‌باشد، در نتیجه گزینه‌ی ۱ و ۴ نادرست می‌باشد. حال برای رسیدن به پاسخ صحیح کافی است ثابت زمانی مدار را به‌دست آوریم:

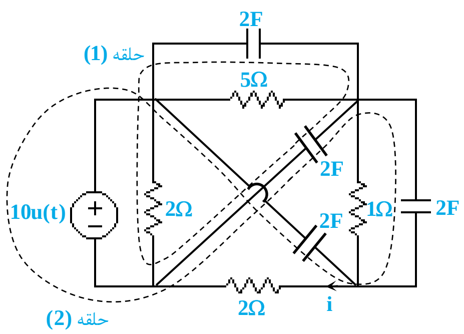


$$\tau^{-1} = \frac{R_{eq}}{L}$$

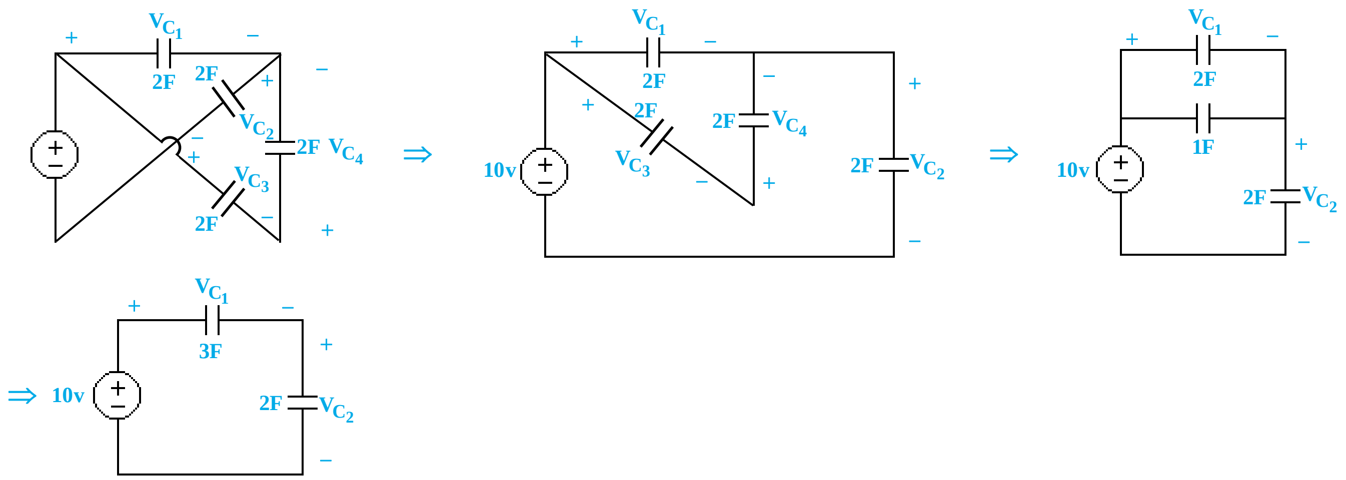
$$R_{\text{معادل منبع جریان وابسته}} = \frac{۴۰\times ۰/۵\, I(t)}{۰/۵\, I(t)} = ۴۰\,\Omega \Rightarrow R_{eq} = ۴۰ \| ۴۰ + ۱۰ = ۳۰\,\Omega$$

$$\Rightarrow \tau^{-1} = \frac{۳۰}{۶} = ۵ \Rightarrow I(t) = ۲e^{-۵t}A$$

۲۵ـ گزینه «۳» با کمی دقت مشخص است که دو حلقه خازنی در مدار وجود دارد و لذا انتظار داریم ولتاژ خازن‌ها در $t = ۰^+$ تغییر کند.



برای محاسبه ولتاژ خازن‌ها می‌توان آنها را با اتصال کوتاه مدل نمود و لذا مقاومت‌های مدار هیچ تأثیری در مقدار ولتاژ خازن‌ها در لحظه $t = ۰^+$ ندارد. حال مطابق شکل زیر داریم:



حال طبق رابطه‌ای که در درسنامه فصل دوم دیدیم، برای دو خازن سری با ولتاژ اولیه‌ی صفر، داریم:

$$V_{C_۱} = \frac{C_۲}{C_۱ + C_۲}\times V_S \quad , \quad V_{C_۲} = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\times V_S$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

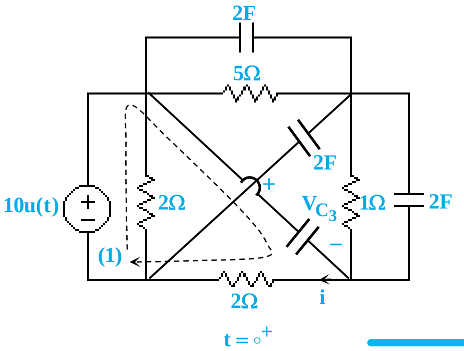
$$V_{C_۱} = \frac{۲}{۳+۲}\times ۱۰ = ۴v \quad , \quad V_{C_۲} = \frac{۳}{۳+۲}\times ۱۰ = ۶v$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$V_{C_۳} = V_{C_۴} = \frac{۱}{۲}\times V_{C_۱} = ۲v$$

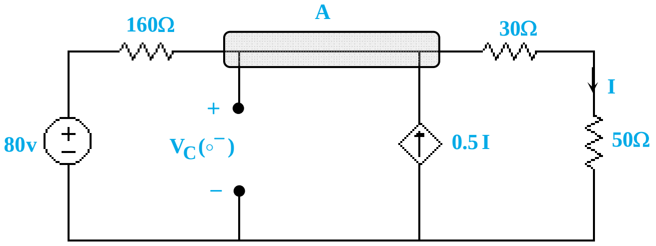
در نهایت مطابق شکل مقابل داریم:

$$KVL\,(۱): i = \frac{۱۰ - V_{C_۳}}{۲} = \frac{۱۰ - ۲}{۲} = ۴A$$



۲۶ـ گزینه «۱» ابتدا شرط اولیه‌ی خازن را با تحلیل مدار در زمان‌های منفی به‌دست می‌آوریم. سپس $I(۰^+)$ را محاسبه نموده و با توجه به صفر بودن I در بی‌نهایت به دلیل عدم وجود منبع مستقل در زمان مثبت و محاسبه‌ی ثابت زمانی، معادله‌ی $I(t)$ را به‌دست می‌آوریم:

$t < ۰$:

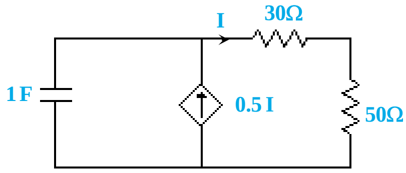


$$KCL(A): \frac{V_C(۰^-) - ۸۰}{۱۶۰} - ۰/۵I + I = ۰ \qquad (۱)$$

$$I = \frac{V_C(۰^-)}{۸۰} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_C(۰^-) = ۴۰\,V$$

$t > ۰$:

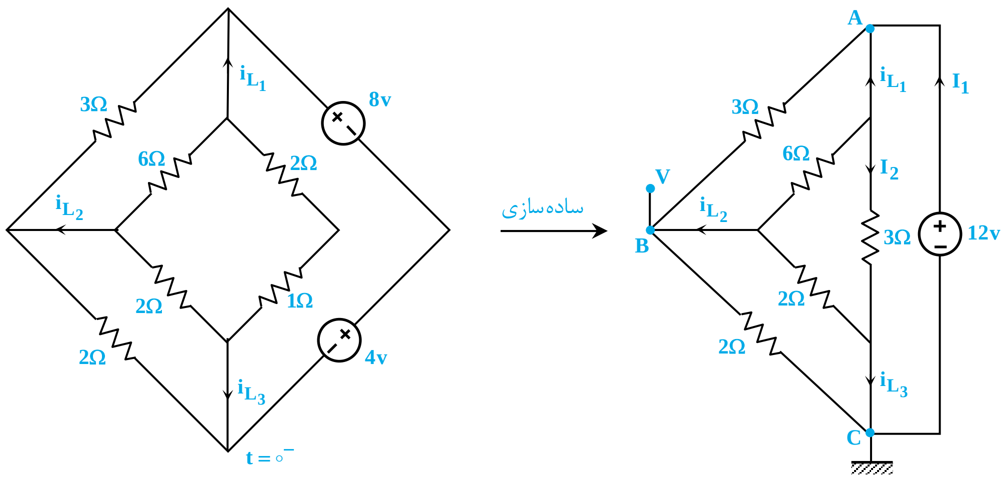


$$\Rightarrow \quad I(۰^+) = \frac{v_C(۰^+)}{۳۰ + ۵۰} = ۰/۵A$$

$$\underbrace{R = \frac{۸۰\,I}{-۰/۵\,I} = -۱۶۰}_{\text{منبع جریان وابسته}} \rightarrow R_{eq} = (\text{از دید خازن}): (-۱۶۰) \| ۸۰ = ۱۶۰\,\Omega$$

$$\Rightarrow I(t) = ۰/۵e^{-\frac{t}{۱۶۰}}A$$

۲۷ـ گزینه «۲» انرژی ذخیره شده در سلف‌ها به جریانشان بستگی داشته و لذا در این تست باید مقدار جریان سلف‌ها در $t = ۰^+$ محاسبه شود. با توجه به اینکه مقدار جریان سلف‌ها در لحظه‌ی $t = ۰^+$ وابسته به مقدارشان در لحظه‌ی $t = ۰^-$ است، لذا ابتدا مدار را در $t = ۰^-$ تحلیل می‌کنیم:



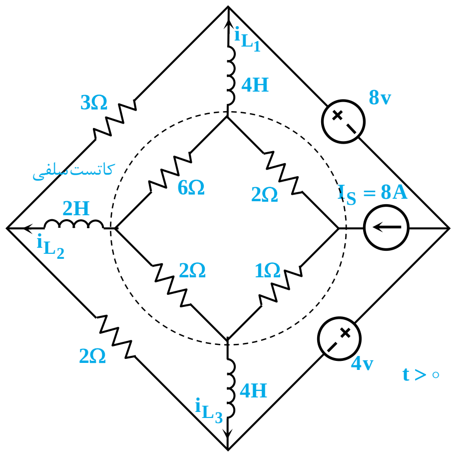
$$V = \frac{۲\|۲}{(۲\|۲) + (۳\|۶)} \times ۱۲ = \frac{۱}{۳} \times ۱۲ = ۴v \quad , \quad I_۱ = \frac{۱۲}{۳\|(۲+۱)} = \frac{۱۲}{۱/۵} = ۸A$$

$$KCL\,A: i_{L_۱}(۰^-) = \frac{۱۲ - V}{۳} - I_۱ = \frac{۱۲ - ۴}{۳} - ۸ = \frac{۸}{۳} - ۸ = -\frac{۱۶}{۳}A$$

$$KCL\,B: i_{L_۲}(۰^-) = \frac{V - ۱۲}{۳} + \frac{V - ۰}{۲} = -\frac{۸}{۳} + \frac{۴}{۲} = -\frac{۲}{۳}A \quad , \quad KCL\,C: i_{L_۳}(۰^-) = I_۱ - \frac{V - ۰}{۲} = ۸ - ۲ = ۶A$$

حال مدار را در $t=۰$ تحلیل می‌کنیم. دقت کنید که در این لحظه، سلف‌های مدار به همراه منبع جریان یک کاتست تشکیل می‌دهند و در سلف‌ها جهش جریان خواهیم داشت.

بدون توجه به سایر عناصر مدار، می‌توان مقدار جریان سلف‌ها را در $t=۰^+$ با استفاده از روابط زیر که در درسنامه فصل دوم کتاب آمده است، محاسبه کرد: $L_{eq}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}}=۱H$



$$i_{L_۱}(۰^+)=\frac{L_{eq}}{L_۱}[I_S\overbrace{-i_{L_۱}(۰^-)-i_{L_۲}(۰^-)-i_{L_۳}(۰^-)}^{۰}]+i_{L_۱}(۰^-)=\frac{۱}{۴}\times ۸-\frac{۱۶}{۳}=-\frac{۱۰}{۳}A$$

$$i_{L_۲}(۰^+)=\frac{L_{eq}}{L_۲}\times[I_S-۰]+i_{L_۲}(۰^-)=\frac{۱}{۲}\times ۸-\frac{۲}{۳}=\frac{۱۰}{۳}A$$

$$i_{L_۳}(۰^+)=\frac{L_{eq}}{L_۳}\times[I_S-۰]+i_{L_۳}(۰^-)=\frac{۱}{۴}\times ۸+۶=۸A$$

در نهایت داریم:

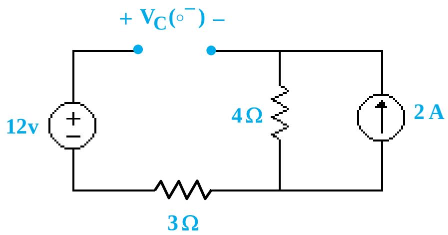
$$W_T=W_{L_۱}+W_{L_۲}+W_{L_۳}$$

$$W_{L_۱}=\frac{۱}{۲}L_۱ i_{L_۱}^۲(۰^+)=\frac{۱}{۲}\times ۴\times(-\frac{۱۰}{۳})^۲=\frac{۲۰۰}{۹}J \quad , \quad W_{L_۲}=\frac{۱}{۲}L_۲ i_{L_۲}^۲(۰^+)=\frac{۱}{۲}\times ۲\times(\frac{۱۰}{۳})^۲=\frac{۱۰۰}{۹}J$$

$$W_{L_۳}=\frac{۱}{۲}L_۳ i_{L_۳}^۲(۰^+)=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۸^۲=۱۲۸J \quad , \quad W_T=\frac{۲۰۰}{۹}+\frac{۱۰۰}{۹}+۱۲۸=\frac{۴۸۴}{۳}J$$

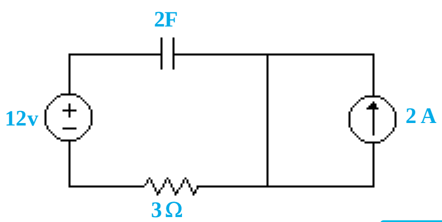
۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا با تحلیل مدار در زمان‌های منفی، ولتاژ خازن را در زمان ۰^- به‌دست می‌آوریم (در این زمان خازن به حالت دائمی رسیده و مدار باز است):

$t=۰^-$:



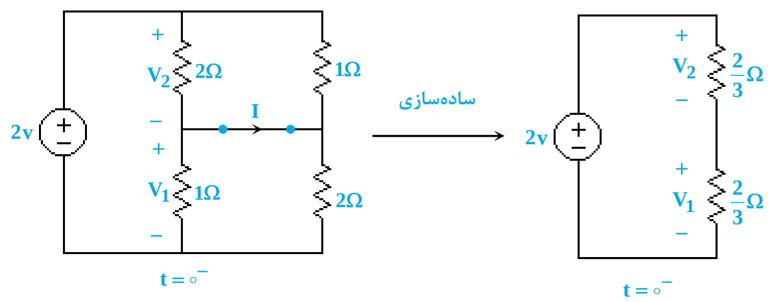
$$\Rightarrow V_C(۰^-)=V_C(۰^+)=۱۲-۲\times ۴=۴v$$

برای زمان‌های مثبت داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} R_{eq}(\text{از دید خازن})=۳\Omega \\ \tau=RC=۶\sec^{-۱} \\ V_C(\infty)=۱۲v \end{cases} \Rightarrow V_C(t)=۱۲+(۴-۱۲)e^{-\frac{t}{۶}}V=۱۲-۸e^{-\frac{t}{۶}}V$$

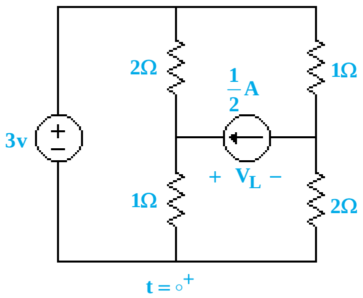
۲۹ـ گزینه «۴» مطابق معمول برای حل چنین تست‌هایی، ابتدا با تحلیل مدار در $t = ۰^-$، شرایط اولیه را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



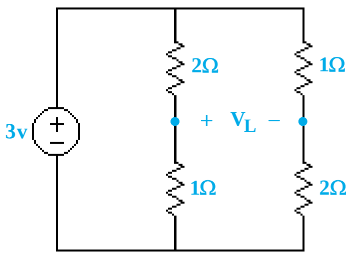
$$V_۱ = V_۲ = ۲\times\frac{۱}{۲} = ۱v$$

$$I = \frac{V_۲}{۲} - \frac{V_۱}{۱} = \frac{۱}{۲} - ۱ = -\frac{۱}{۲}A$$

با محاسبه‌ی مقدار $I(۰^-)$، می‌توان گفت که به علت عدم وجود کاتست سلفی و منبع ضربه‌ای در مدار داریم $I(۰^+) = I(۰^-)$ و لذا مقدار $I(۰^+)$ نیز برابر $-\frac{۱}{۲}$ آمپر است. حال مدار را در لحظه‌ی $t = ۰^+$ در نظر گرفته و ولتاژ دو سر سلف را محاسبه می‌کنیم. بدین منظور از جمع آثار استفاده می‌کنیم.

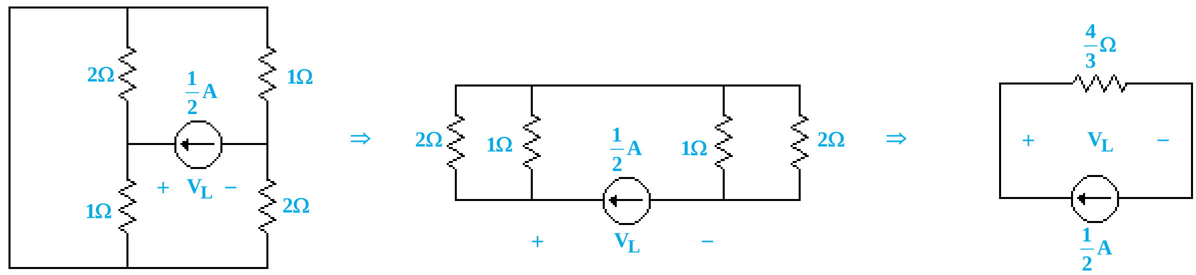


ابتدا با خاموش کردن منبع جریان، مقدار V_L ناشی از منبع ولتاژ را محاسبه می‌کنیم. با استفاده از قاعده‌ی تقسیم ولتاژ داریم:



$$V_L \text{ ناشی از منبع ولتاژ} = \left(\frac{۱}{۱+۲} - \frac{۲}{۱+۲}\right)\times ۳ = -\frac{۱}{۳}\times ۳ = -۱v$$

این بار منبع ولتاژ را خاموش کرده و اثر منبع جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$V_L \text{ ناشی از منبع جریان} = \frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۳} = \frac{۲}{۳}v$$

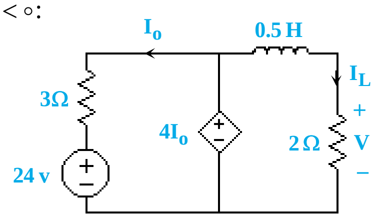
حال می‌توان نوشت:

$$V_L(۰^+) = -۱ + \frac{۲}{۳} = -\frac{۱}{۳}v$$

$$\frac{dI}{dt}(۰^+) = \frac{V_L(۰^+)}{L} = \frac{-\frac{۱}{۳}}{۱} = -\frac{۱}{۳}\frac{A}{sec}$$

۳۰ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را برای زمان‌های منفی تحلیل می‌کنیم و شرایط اولیه مدار را به دست می‌آوریم:

$t < ۰:$



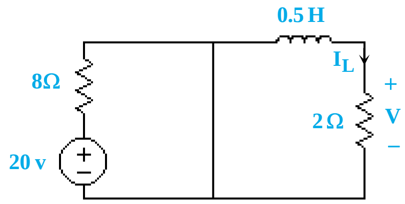
در لحظه‌ی $t = ۰^-$ سلف به حالت دائمی رسیده و اتصال کوتاه می‌شود. بنابراین:

$$I_o = \frac{۴I_o - ۲۴}{۳} \Rightarrow I_o = ۲۴ \Rightarrow I_L(۰^-) = \frac{۴I_o}{۲} = ۴۸\,A$$

$$V(۰^+) = ۲\, i_L(۰^+) = ۹۶\,v$$

حال برای زمان‌های مثبت، با تغییر جای کلید، $I_o = ۰$ شده و منبع ولتاژ وابسته اتصال کوتاه خواهد شد. پس:

$t > ۰:$



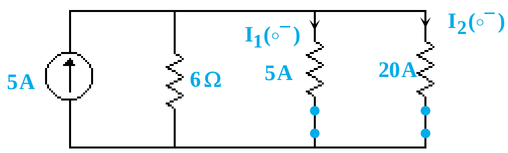
$$V(\infty) = ۰\,v$$

$$R_{eq}(\text{از دید سلف}) = ۲\Omega \Rightarrow \tau^{-۱} = \frac{R}{L} = ۴$$

$$V(t) = V(\infty) + (V(۰) - V(\infty))\, e^{-\frac{R}{L}t} = ۹۶ e^{-۴t}\,v$$

۳۱ـ گزینه «۱» ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را با تحلیل مدار در زمان‌های منفی به‌دست می‌آوریم:

$t = ۰^- :$

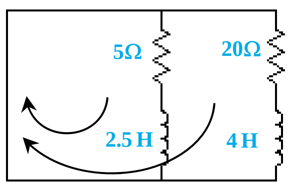


$$I_۲(۰^-) = \frac{۵ \| ۶}{۵ \| ۶ + ۲۰} \times ۵ = ۰/۶\,A$$

$$I_۱(۰^-) = \frac{۲۰ \times ۰/۶}{۵} = ۲/۴\,A$$

برای زمان‌های مثبت داریم:

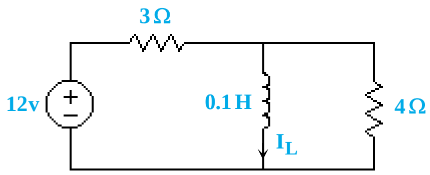
به دلیل عدم وجود منبع مستقل در زمان مثبت $I_۲(\infty) = ۰$ ، مقاومت معادل از دید سلف ۴ هانری: ۲۰Ω
به دلیل عدم وجود منبع مستقل در زمان مثبت $I_۱(\infty) = ۰$ ، مقاومت معادل از دید سلف ۲/۵ هانری: ۵Ω



$$\begin{cases} I_۲(t) = I_۲(\infty) + (I_۲(۰) - I_۲(\infty))\, e^{-\frac{R_{eq_۲}\, t}{L_۲}} = ۰/۶\, e^{-۵t} A \\ I_۱(t) = I_۱(\infty) + (I_۱(۰) - I_۱(\infty))\, e^{-\frac{R_{eq_۱}\, t}{L_۱}} = ۲/۴\, e^{-۲t} A \end{cases}$$

۳۲ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را برای زمان‌های منفی تحلیل می‌کنیم:

$t < ۰:$



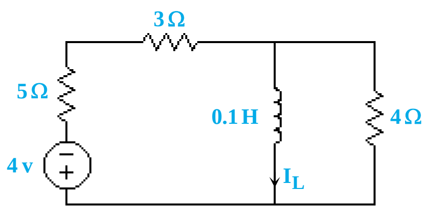
در لحظه‌ی $t = ۰^-$ سلف به حالت دائمی خود رسیده و اتصال کوتاه می‌شود. بنابراین:

$$I_L(۰^-) = \frac{۱۲}{۳} = ۴A \Rightarrow I_L(۰^-) = I_L(۰^+) = ۴A$$

حال با توجه به مدار در زمان‌های مثبت و فرم پاسخ مدار مرتبه‌ی اول معادله‌ی زمانی I_o را محاسبه می‌کنیم:

$$I_o(t) = I_o(\infty) + (I_o(۰^+) - I_o(\infty))\, e^{\frac{-R}{L}t}$$

در زمان بی‌نهایت سلف به حالت دائمی رسیده و اتصال کوتاه می‌شود. بنابراین:



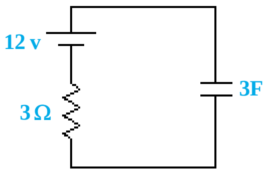
$$I_o(\infty) = \frac{-۴}{۵+۳} = -\frac{۱}{۲}A$$

$$R_{eq}(\text{از دید سلف با بی‌اثر کردن منبع ولتاژ}) = (۵+۳) \| ۴ = \frac{۸}{۳}\Omega \Rightarrow I_o(t) = -\frac{۱}{۲} + (۴ - (-\frac{۱}{۲}))\, e^{-\frac{۸۰}{۳}t}$$

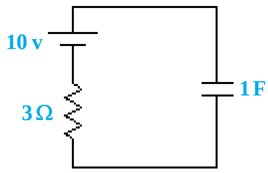
$$I_o(t) = -۰/۵ + ۴/۵\, e^{-\frac{۸۰}{۳}t} A$$

۳۳ـ گزینه «۳» با تحلیل مدار در زمان‌های منفی، ابتدا شرایط اولیه‌ی دو خازن را به‌دست می‌آوریم (دقت کنید خازن در لحظه‌ی $t=۰^-$ به حالت دائمی رسیده و مدار باز می‌شود):

$t<۰$:

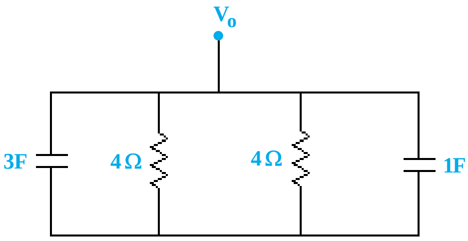


$\Rightarrow\ v_{C_۱}(۰^-)=۱۲\,v$



$\Rightarrow\ v_{C_۲}(۰^-)=۱۰\,v$

حال مدار در زمان $t>۰$ به صورت زیر است.



با توجه به مدار مشاهده می‌شود که خازن‌های $۱F$ و $۳F$ با هم موازی هستند. از آنجا که شرایط اولیه‌ی آن‌ها متفاوت می‌باشد، پس از موازی شدن به یک ولتاژ یکسان می‌رسند که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

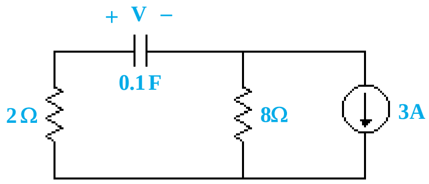
$$v_C(۰^+)=\frac{C_۱v_{C_۱}(۰^-)+C_۲v_{C_۲}(۰^-)}{C_۱+C_۲}=\frac{۳\times۱۲+۱\times۱۰}{۴}=\frac{۲۳}{۲}v$$

از طرفی با توجه به عدم وجود منبع مستقل در زمان‌های مثبت، ولتاژهای نهایی مدار در $t\to\infty$ برابر صفر می‌باشد. بنابراین:

$$V_o(t)=V_o(\infty)+(V_o(۰^+)-V_o(\infty))e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\begin{cases}R(\text{معادل خازن از دید })=۴\,\|\,۴=۲\Omega\\ C(\text{معادل موازی در خازن})=۱+۳=۴F\end{cases}\Rightarrow V_o(t)=\frac{۲۳}{۲}e^{-\frac{t}{۸}}=۱۱/۵\,e^{-\frac{t}{۸}}\,V$$

۳۴ـ گزینه «۲» با توجه به عدم وجود از منابع در زمان‌های منفی، پس شرط اولیه‌ی خازن برابر صفر می‌باشد. حال برای زمان‌های $۰<t<۱$ مدار به شکل زیر می‌باشد.



در زمان بی‌نهایت خازن مدار باز می‌شود، بنابراین:

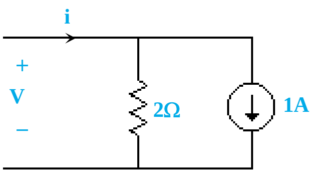
$$V_C(\infty)=۳\times۸=۲۴V\quad,\quad R_{eq}(\text{از دید خازن})=۲+۸=۱۰\Omega$$

$$\Rightarrow V_C(t)=V(t)=V_C(\infty)+(V_C(۰)-V_C(\infty))e^{-\frac{t}{RC}}=۲۴(۱-e^{-t})\ \text{و}\ (۰<t<۱)$$

۳۵ـ گزینه «۳» برای حل سؤال باید رابطه V و i را از طریق شکل‌های داده شده پیدا کرده و سپس مدار معادلی برای آن بیابیم.

$$\text{در بازه } ۰<t<۲\Rightarrow\begin{cases}V=-۲t+۴ & (۱)\\ i=-t+۳ & (۲)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{-V+۴}{۲}\\ t=-i+۳\end{cases}\Rightarrow -i+۳=\frac{-V+۴}{۲}\Rightarrow -۲i+۶=-V+۴\Rightarrow V=۲i-۲\quad(۳)$$

این رابطه می‌تواند بیانگر مدار معادل مقابل باشد:

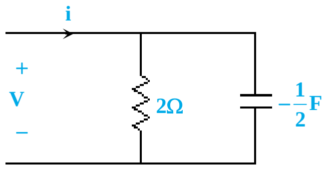


با توجه به اینکه ولتاژ منبع جریان همواره مثبت بوده و با در نظر گرفتن جهت منبع جریان، این منبع جریان همواره در حال دریافت توان است. همچنین چون مقاومت ۲Ω دارای مقدار مثبت است، این مقاومت هم همواره توان و انرژی دریافت می‌کند. پس کل شبکه N باید همواره در حال دریافت انرژی باشد. در صورتی که در بازه زمانی $۲<t<۳$، V منفی و i مثبت بوده و $V\times i$ منفی می‌باشد، شبکه N در حال تولید توان و انرژی است. پس شبکه باید علاوه بر مقاومت دارای المانی همچون خازن یا سلف باشد که در برخی از زمان‌ها شارژ و در برخی زمان‌های دیگر دشارژ شوند.

اگر خازن داشته باشیم، نیاز به داشتن V' داریم. از رابطه (۱) داریم: $V'=-۲$

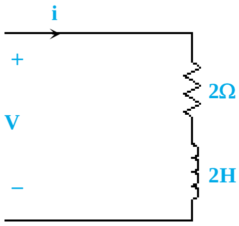
$$\Rightarrow V=۲i-۲\ ,\ V'=-۲\Rightarrow V=۲i+V'\Rightarrow i=\frac{V-V'}{۲}$$

$\Rightarrow$ مدار معادل :



چون مقدار ظرفیت خازن منفی است پس قابل قبول نیست.

اگر سلف داشته باشیم، نیاز به داشتن i' داریم. از رابطه (۲) داریم: $i' = -۱$



مدار معادل : $V = ۲i - ۲ \Rightarrow V = ۲i + ۲i' \Rightarrow$

چون مقادیر به دست آمده برای سلف و مقاومت مثبت است، پس این مدار معادل قابل قبول است.

انرژی مصرفی مقاومت در بازه زمانی $۱ < t < ۲$ $= W_R = \int_۱^۲ i_R(t) \times V_R(t)\,dt = \int_۱^۲ i(t) \times ۲i(t)\,dt = ۲ \times \int_۱^۲ i^۲(t)\,dt = ۲ \times \int_۱^۲ (-t+۳)^۲ dt$

$= ۲ \times \int_۱^۲ (t^۲ + ۹ - ۶t)\,dt = ۲ \times [\frac{۷}{۳} + ۹ - ۳ \times ۳] = \frac{۱۴}{۳} \Rightarrow W_R = \frac{۱۴}{۳}$ ژول

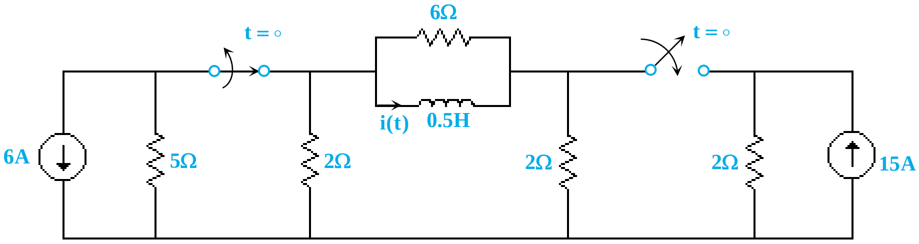
انرژی مصرفی شبکه N در بازه زمانی $۱ < t < ۲$ $= W_N = \int_۱^۲ V(t) \times i(t)\,dt = \int_۱^۲ (-۲t+۴) \times (-t+۳)\,dt$

$= \int_۱^۲ (۲t^۲ - ۱۰t + ۱۲)\,dt = ۲ \times \frac{۷}{۳} - ۵ \times ۳ + ۱۲ = \frac{۵}{۳} \Rightarrow W_N = \frac{۵}{۳}$ ژول

انرژی مصرفی سلف در بازه زمانی $۱ < t < ۲$ $= W_L \quad W_N = W_R + W_L \Rightarrow \frac{۵}{۳} = \frac{۱۴}{۳} + W_L \Rightarrow W_L = -۳$ ژول

پس سلف در این بازه زمانی ۳− ژول مصرف یا به عبارتی ۳ ژول تولید می‌کند. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۳۶ـ گزینه «۳» داریم:



$i(t) = k_۱ + k_۲ e^{-\frac{t}{\tau}}$

در $t = ۰^-$ داریم:

$i(۰^-) = \dfrac{-۶ \times (\frac{۱}{۲})}{\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}} = -۲/۵\,A$

در $t = ۰^+$ داریم:

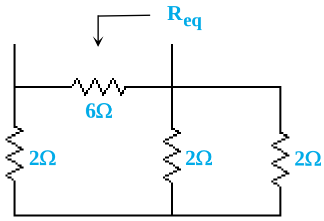
$i(۰^+) = i(۰^-) = -۲/۵\,A = k_۱ + k_۲$

در $t = \infty$ داریم:

$i(\infty) = \dfrac{-۱۵ \times (\frac{۱}{۲})}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}} = -۵\,A = k_۱$

$\Rightarrow k_۲ = ۲/۵\,A$

حال ثابت زمانی را به‌دست می‌آوریم:



$R_{eq} = ۶ \,||\, (۲ + ۲ \,||\, ۲) = ۲\Omega$

$\Rightarrow \tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{۱}{۴} \Rightarrow i(t) = -۵ + ۲/۵ e^{-۴t}$

۳۷ـ گزینه «۳» ابتدا ولتاژ خازن را در لحظه $t = ۱۶۰\mu s$ به دست می‌آوریم. بدین منظور مساحت زیر نمودار جریان خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$S_I = (۴۰\times۲۵ + ۴۰\times۱۰ + ۴۰\times۲۵ + ۴۰\times۰)\times۱۰^{-۶} = ۲/۴\times۱۰^{-۳}$$

حال داریم:

$$V_C(t = ۱۶۰\mu s) = V_C(t = ۰) + \frac{۱}{C}\times S_I = ۴۰ + \frac{۱}{۱۰^{-۵}}\times ۲/۴\times۱۰^{-۳} = ۲۸۰\,v$$

اکنون انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_C = \frac{۱}{۲}CV^۲ = \frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۵}\times۲۸۰^۲ = ۰/۳۹۲J = ۳۹۲mJ$$

۳۸ـ گزینه «۱» انرژی ذخیره شده در سلف از روی $P(t)$ به‌دست می‌آید. برای این منظور بایستی $V(t)$ را محاسبه کنیم:

$$V(t) = L\frac{di}{dt} = ۱۰^{-۲}(۵e^{-t} - ۵te^{-t}) = ۵\times۱۰^{-۲}e^{-t}(۱-t)$$

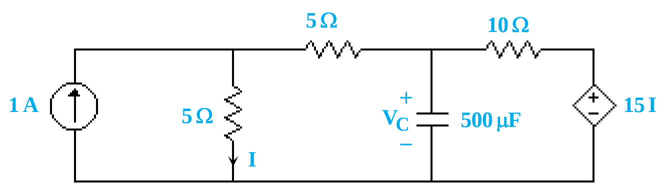
$$P(t) = V(t).I(t) = ۵\times۱۰^{-۲}e^{-t}(۱-t)(۵te^{-t}) = ۰/۲۵(t-t^۲)e^{-۲t}$$

زمانی توان جذبی سلف حداکثر می‌شود که $P(t)$ بیشینه شود. لذا:

$$\frac{dP(t)}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{dP(t)}{dt} = ۰/۲۵(۱-۲t)e^{-۲t} - ۰/۵(t-t^۲)e^{-۲t} = ۰/۲۵e^{-۲t}(۱-۴t+۲t^۲)$$

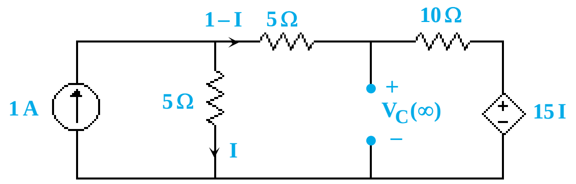
اگر معادله‌ی $۲t^۲ - ۴t + ۱ = ۰$ را حل کنیم، در زمان $t_۱ \simeq ۰/۳s$ و $t_۲ = ۱/۷s$ به‌دست می‌آید که $t_۱$ در گزینه‌هاست.

۳۹ـ گزینه «۱» با توجه به بسته بودن کلید در زمان‌های منفی، تمامی جریان منبع جریان وارد کلید می‌شود. بنابراین ولتاژ اولیه‌ی خازن برابر صفر می‌باشد. حال مدار را برای زمان‌های $t > ۰$ تحلیل می‌کنیم:



با توجه به فرم پاسخ مدار مرتبه‌ی اول، برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ خازن علاوه بر مقدار نهایی ولتاژ به مقدار اولیه ولتاژ و ثابت زمانی نیاز داریم.

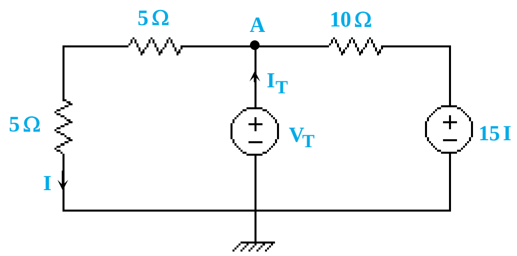
از طرفی در زمان بی‌نهایت خازن مدار باز می‌شود. بنابراین داریم:



$$KVL: -۵I + ۱۵(۱-I) + ۱۵I = ۰ \Rightarrow I = ۳A$$

$$\Rightarrow V_C(\infty) = ۱۵I + ۱۰\times(۱-I) = ۴۵ - ۲۰ = ۲۵\,v$$

برای به‌دست آوردن مقاومت دیده شده از دو سر خازن، منبع تستی به جای آن قرار می‌دهیم:



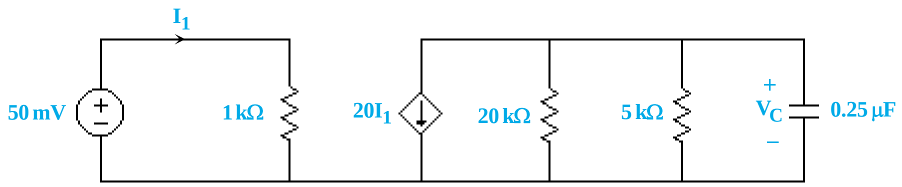
$$KVL(A): \frac{V_T}{۱۰} - I_T + \frac{V_T - ۱۵I}{۱۰} = ۰ \qquad (۱)$$

از طرفی داریم: $I = \frac{V_T}{۱۰}$، پس:

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{V_T}{۱۰} - I_T + \frac{V_T - ۱/۵V_T}{۱۰} = ۰ \Rightarrow V_T = ۲۰I_T \Rightarrow R_{th} = ۲۰\Omega$$

$$\Rightarrow \tau = RC = ۵۰۰\times۱۰^{-۶}\times۲۰ = ۰/۰۱\,Sec \quad \Rightarrow \quad V_C(t) = ۲۵(۱-e^{-۱۰۰t})V$$

۴۰ـ گزینه «۴» با توجه به عدم وجود منبع مستقل در زمان‌های منفی، ولتاژ اولیه‌ی خازن برابر صفر می‌باشد $(V_C(۰) = ۰)$. برای $t > ۰$ داریم:



$$I_۱ = \frac{۵۰\,mv}{۱\,k\Omega} = ۵۰\mu A$$

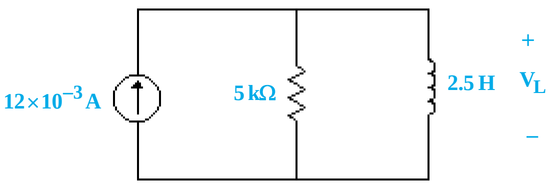
از طرفی در زمان بی‌نهایت خازن به حالت دائمی رسیده و مدار باز می‌شود، بنابراین ولتاژ آن در بی‌نهایت به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$v_C(\infty) = -۲۰I_۱\times\underbrace{(۲۰\,||\,۵)}_{۴}\times۱۰^۳ = -۴v$$

حال برای به‌دست آورن ثابت زمانی، مقدار R را به‌دست می‌آوریم. برای این کار منبع ولتاژ را خنثی می‌کنیم کـه در نتیجـه آن منبـع جریـان وابسـته نیـز حـذف می‌شود.

$$\begin{cases} R_{eq}(\text{از دید خازن}) = 20 \parallel 5 = 4\ \text{k}\Omega \\ \tau = RC = 4\times 10^{3} \times 0/25 \times 10^{-6} = 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow v_C(t) = -4(1-e^{-1000t})\text{v}$$

۴۱ـ گزینه «۴» برای بازه‌ی زمانی $0 < t < 200\mu s$ مدار به صورت روبه‌رو است:

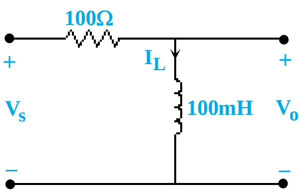


در لحظه‌ی $t=0^-$ به دلیل عدم وجود منبع مستقل جریان اولیه‌ی سلف برابر صفر می‌باشد. بنابراین در لحظه‌ی $t=0^+$ مدار باز است، در نتیجه ولتاژ سلف در لحظه‌ی $t=0^+$ به صورت روبه‌رو است: $v_L(0^+) = 12\times10^{-3}\times5\times10^{3} = 60\text{ v}$

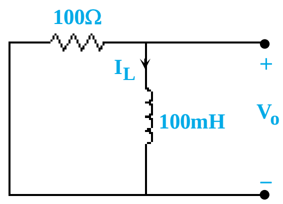
در بی‌نهایت سلف به حالت دائمی خود رسیده و اتصال کوتاه می‌شود. بنابراین ولتاژ دو سرش در بی‌نهایت برابر صفر می‌باشد.

$$V_L(t) = V_L(\infty) + (V_L(0^+) - V_L(\infty))\, e^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow V_L(t) = 60 e^{-\frac{R}{L}t} \xrightarrow[L=2/5]{R=5\times10^{3}} V_L(t) = 60\, e^{-2000t}\ \text{V}$$

۴۲ـ گزینه «۳» در زمان‌های منفی مقدار ورودی V_s صفر بوده است، لذا $I_L(0^-) = I_L(0^+) = 0$. از طرفی مشاهده می‌شود که ثابت زمانی مدار $\tau = \frac{L}{R} = 1\text{ms}$ است، یعنی پالس ورودی تا حدود لحظه‌ی 5ms به حالت پایدار می‌رسد. لذا در لحظه‌ی 20ms می‌توانیم به آسانی فرض کنیم که سلف اتصال کوتاه بوده و جریان $I_L(20^-) = 0/1$ آمپر از آن عبور می‌کند. حال در لحظه 20^+ ms منبع صفر می‌شود (اتصال کوتاه). لذا شکل زیر را خواهیم داشت:



$$I_L(20^+\text{ ms}) = 0/1\text{A} \Rightarrow V_o(20^+\text{ ms}) = -RI = -100\times0/1 = -10\text{ V}$$



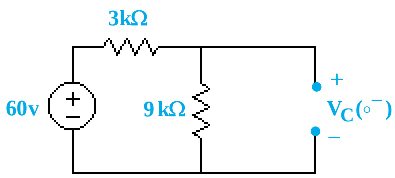
از طرفی به دلیل فقدان منبع، I_L و V_o در بی‌نهایت صفر خواهند بود.

$$V_o(t) = V(\infty) + [V(20\text{ms}) - V(\infty)]e^{-\frac{t-20\times10^{-3}}{\tau}} \qquad t > 20\text{ms}$$

$$= 0 + [-10-0]e^{-10^{3}(t-20\times10^{-3})} = -10\, e^{-1000t+20}\text{V}$$

۴۳ـ گزینه «۲» ابتدا ولتاژ اولیه‌ی خازن را با تحلیل مدار در زمان‌های منفی به‌دست می‌آوریم:

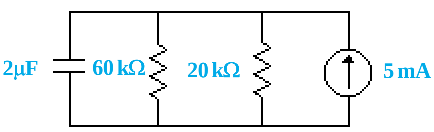
$t = 0^-$:



$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = \frac{9}{9+3}\times(-60) = -45\text{ v}$$

برای زمان‌های مثبت داریم:

با توجه به اینکه خازن در بی‌نهایت به حالت دائمی رسیده و مدار باز می‌شود، ولتاژ آن را در بی‌نهایت محاسبه می‌کنیم:

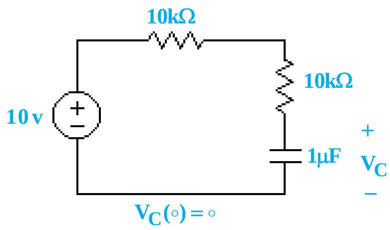


$$\begin{cases} v_C(\infty) = 5\times10^{-3}\times(20 \parallel 60)\times10^{3} = 75\text{ v} \\ R_{eq}(\text{از دید خازن}) = 20 \parallel 60 = 15\text{ k}\Omega \\ \tau = RC = 15\times10^{3}\times\frac{2}{3}\times10^{-6} = 10^{-2} \end{cases} \Rightarrow v_C(t) = 75 - 120\, e^{-100t}\text{v}$$

۴۴ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را برای بازه‌ی زمانی $۰<t<۱۳/۸\ ms$ تحلیل می‌کنیم تا با به‌دست آوردن ولتاژ خـازن در $t=۱۳/۸^-ms$ و شـرط پیوسـتگی ولتاژ آن، جریان عبوری از خازن را در لحظه‌ی $t=۱۳/۸^+ms$ به‌دست آوریم:

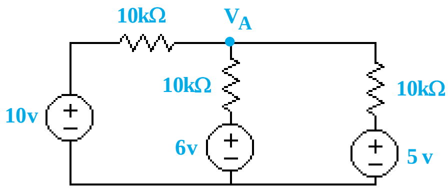
$۰<t<۱۳/۸\ ms$:

با توجه به اینکه خازن در بی‌نهایت مدار باز می‌شود، داریم:



$$v_C(\infty)=۱۰\ v$$
$$R_{eq}(\text{از دید خازن})=۱۰+۱۰=۲۰\ k\Omega$$
$$\tau=RC=۲۰\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۶}=۰/۰۲\ sec$$
$$\Rightarrow\ v_C(t)=۱۰(۱-e^{-۵۰t})\xrightarrow{t=۱۳/۸\ ms}v_C(۱۳/۸ms)=۱۰(۱-e^{-۰/۶۹})=۵\ v$$
$$\Rightarrow v_C(۱۳/۸^+)=v_C(۱۳/۸^-)=۵\ v$$

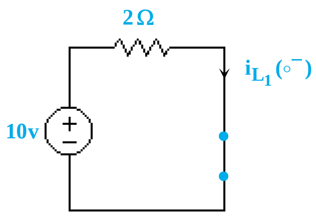
برای زمان $t=۱۳/۸^+ms$ داریم:

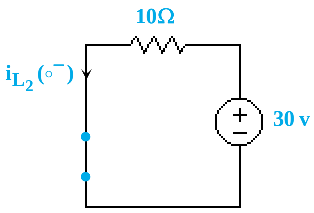


$$\frac{v_A-۱۰}{۱۰}+\frac{v_A-۶}{۱۰}+\frac{v_A-۵}{۱۰}=۰$$
$$\Rightarrow ۳v_A=۲۱\ \Rightarrow\ v_A=۷\,v$$
$$\Rightarrow\quad I_C(۱۳/۸^+)=\frac{۷-۵}{۱۰\times۱۰^{۳}}=۰/۲\ mA$$

۴۵ـ گزینه «۳» ابتدا با تحلیل مدار برای زمان‌های منفی مقدار جریان سلف‌ها را در لحظه‌ی ۰^- به‌دست می‌آوریم:

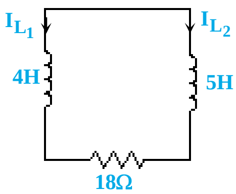
$t=۰^-$:





$$\Rightarrow i_{L_۱}(۰^-)=i_{L_۱}(۰^+)=\frac{۱۰}{۲}=۵A$$

$$i_{L_۲}(۰^-)=i_{L_۲}(۰^+)=\frac{۳۰}{۱۰}=۳A$$



حال در زمان‌های مثبت سلف‌ها با هم سری می‌شوند، بنابراین باید جریان اولیه‌ی معادلشان را به‌دست آوریم:

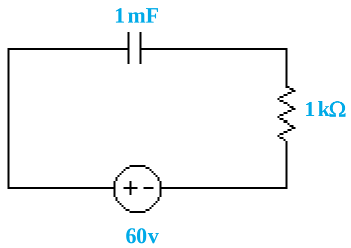
(توجه شود که چون جهت جریان سلف $L_۲$ در خلاف جهت $I(t)$ می‌باشد، آن را منفی در نظر می‌گیریم).

$$I_L(۰^+)=\frac{L_۱I_{L_۱}(۰)+L_۲I_{L_۲}(۰)}{L_۱+L_۲}=\frac{۴\times۵-۵\times۳}{۹}=\frac{۵}{۹}\,A$$

با توجه به اینکه در مدار مربوط به $t>۰$ منبع مستقل وجود ندارد، بنابراین $I(\infty)$ برابر صفر می‌باشد. با استفاده از فرم پاسخ مدار مرتبه‌ی اول داریم:

$$I(t)=I(\infty)+(I(۰)+I(\infty))\,e^{-\frac{R}{L}t}\xrightarrow[L=۹H]{R=۱۸\Omega}I(t)=\frac{۵}{۹}e^{-\frac{۱۸}{۹}t}=\frac{۵}{۹}e^{-۲t}\ A$$

۴۶ـ گزینه «۱» با توجه به در مدار نبودن منبع ولتاژ در زمان منفی، ولتاژ اولیه‌ی خازن برابر صفر می‌باشد و همچنین با توجه به مـدار بـاز شـدن خـازن در بی‌نهایت ولتاژ دو سرش برابر ۶۰ ولت می‌شود. ثابت زمانی مدار نیز ۱ می‌باشد، پس:

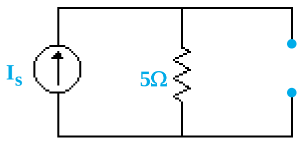


$$V_C(t)=۶۰+(۰-۶۰)\,e^{-t}=۶۰(۱-e^{-t})$$
$$\xrightarrow{I_C=C\frac{dv_C}{dt}}\ i_C(t)=i_R(t)=۱۰^{-۳}\times۶۰e^{-t}=۰/۰۶e^{-t}$$
$$V_R(t)=۱۰^{۳}\,i_R(t)=۶۰e^{-t}$$

حال برای به‌دست آوردن زمان خواسته شده، ولتاژ خازن را ۳ برابر ولتاژ و مقاومت قرار می‌دهیم:

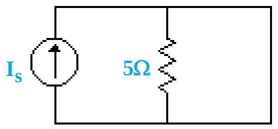
$$۳\times۶۰e^{-t}=۶۰-۶۰e^{-t}\ \Rightarrow\ e^{-t}=\frac{۱}{۴}\ \rightarrow\ t=Ln\,۴\,sec$$

۴۷ـ گزینه «۳» معادله‌ی زمانی جریان سلف و جریان مقاومت را برحسب I_S می‌نویسیم:



$t=\circ^+$

$$\begin{cases} i_L(\circ^+)=\circ \\ i_L(\circ^+)=I_S \end{cases} \rightarrow I_L(t)=I_S(۱-e^{-\frac{۵}{۲/۵}t})=I_S(۱-e^{-۲t})A$$



$t\rightarrow\infty$

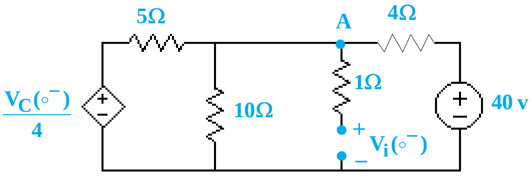
$$\begin{cases} i_R(\circ^+)=I_S \\ i_R(\infty)=\circ \end{cases} \rightarrow i_R(t)=I_S\, e^{-۲t}\, A$$

حال زمان برابر شدن مقدار جریان سلف و مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$i_R(t)=i_L(t) \Rightarrow I_S\, e^{-۲t}=I_S(۱-e^{-۲t}) \rightarrow t=\frac{۱}{۲}\operatorname{Ln}۲\sec$$

۴۸ـ گزینه «۱» برای به‌دست آوردن ولتاژ اولیه‌ی صفر مدار را برای زمان‌های منفی تحلیل می‌کنیم. در لحظه‌ی $t=\circ^-$ خازن مدار باز می‌شود، بنابراین داریم:

$t=\circ^-:$



$$KCL\ (A):\ \frac{V_C(\circ^-)-۴\circ}{۴}+\frac{V_C(\circ^-)}{۱\circ}+\frac{V_C(\circ^-)-\frac{V_C(\circ^-)}{۴}}{۵}=\circ$$

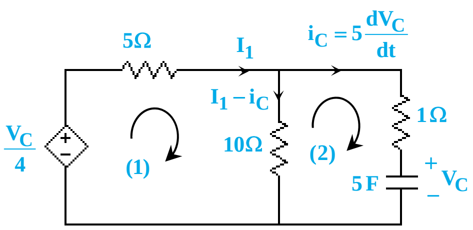
$$\Rightarrow V_C(\circ^-)=۲\circ\ v$$

حال برای زمان‌های $t>\circ$ داریم:

$$KVL\ (۱):\ \frac{-V_C}{۴}+۵I_۱+۱\circ(I_۱-۵\frac{dV_C}{dt})=\circ$$

$$\Rightarrow\ ۱۵\,I_۱=۵\circ\frac{dV_C}{dt}+\frac{V_C}{۴}\quad (۱)$$

$$KVL\ (۲):\ ۵\frac{dV_C}{dt}+V_C-۱\circ(I_۱-۵\frac{dV_C}{dt})=\circ \Rightarrow ۱\circ\,I_۱=۵۵\frac{dv_C}{dt}+V_C\quad (۲)$$

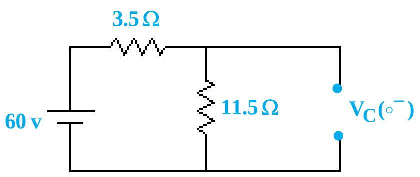


$V_C(\circ)=20v$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} \frac{dV_C}{dt}+\frac{۱}{۲۶}V_C=\circ \\ V_C(\circ)=۲\circ v \\ V_C(\infty)=\circ v \end{cases} \rightarrow V_C(t)=۲\circ\, e^{-\frac{t}{۲۶}}$$

۴۹ـ گزینه «۴» با توجه به وضعیت a کلید ولتاژ اولیه‌ی خازن را به‌دست می‌آوریم:

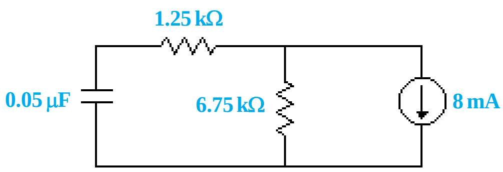
$t=\circ^-:$



$$V_C(\circ^-)=\frac{۱۱/۵}{۱۱/۵+۳/۵}\times۶\circ=۴۶\ v$$

برای وضعیت b کلید داریم:

در بی‌نهایت خازن مدار باز می‌شود، بنابراین:

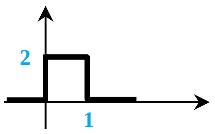


$$V_C(\infty)=-۸\times۱\circ^{-۳}\times۶/۷۵\times۱\circ^{۳}=-۵۴\ V$$

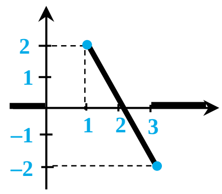
$$V_C(t)=-۵۴+(۴۶-(-۵۴))\,e^{-\frac{t}{\tau}}=-۵۴+۱\circ\circ\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C(t)=\circ \rightarrow t=-\tau\operatorname{Ln}\frac{۵۴}{۱\circ\circ}=-\tau\operatorname{Ln}\circ/۵۴\sec$$

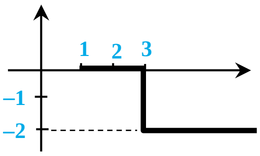
۵۰ـ گزینه «۴» شکل داده شده از مجموع شکل‌های زیر تشکیل شده است:



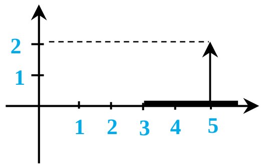
$\Rightarrow ۲u(t)-۲u(t-۱)$



$\Rightarrow -۲r(t-۱)+۲u(t-۱)+۲r(t-۳)+۲u(t-۳)$



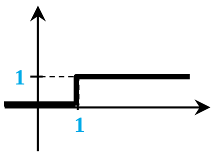
$\Rightarrow -۲u(t-۳)$



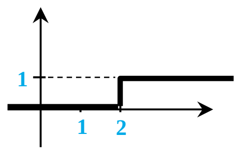
$\Rightarrow ۲\delta(t-۵)$

$$f(t)=f_۱+f_۲+f_۳+f_۴=۲u(t)-۲r(t-۱)+۲r(t-۳)+۲\delta(t-۵)$$

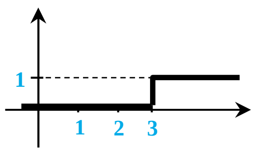
۵۱ـ گزینه «۴» شکل داده شده از مجموع شکل‌های زیر تشکیل شده است:



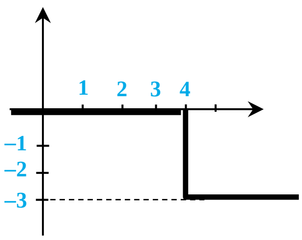
$f_۱=u(t-۱)$



$f_۲=u(t-۲)$



$f_۳=u(t-۳)$

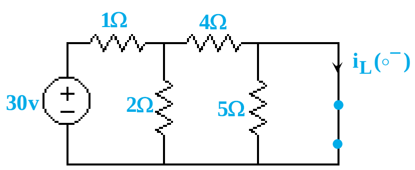


$f_۴=-۳u(t-۴)$

$$f(t)=f_۱+f_۲+f_۳+f_۴=u(t-۱)+u(t-۲)+u(t-۳)-۳u(t-۴)$$

۵۲ـ گزینه «۴» ابتدا جریان اولیه‌ی سلف را محاسبه می‌کنیم:

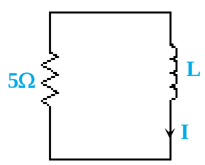
$t=۰^-$:



$$i_L(۰^-)=\frac{۲}{۲+۴}\times\frac{۳۰}{۱+(۲\|۴)}=\frac{۳۰}{۷}\ A$$

برای زمان‌های $t>۰$ داریم:

$t>۰$:



$$i_L(\infty)=۰ \quad\Rightarrow\quad i_L(t)=i_L(۰^+)e^{-\frac{R}{L}t}$$

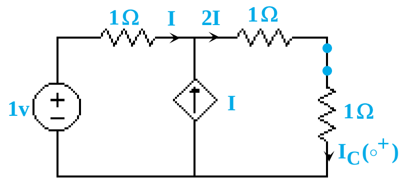
$$\Rightarrow i_L(t)=\frac{۳۰}{۷}e^{-\frac{۵}{L}t}\xrightarrow{i_L(۰/۱)=۱/۱۴}۱/۱۴=۴/۲۸\,e^{-\frac{۰/۵}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۵}{L}=Ln\frac{۴/۲۸}{۱/۱۴}\Rightarrow L=\frac{۰/۵}{Ln\,۳/۷۵}=\frac{-۰/۵}{Ln\,۰/۲۶}H$$

۵۳ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را برای زمان‌های منفی تحلیل می‌کنیم. از آنجایی که هیچ منبعی قبل از $t=۰$ مقدار نداشته است، لذا: $V_C(۰^-)=۰$

حال برای $t=۰^+$ داریم:

$t=۰^+$:



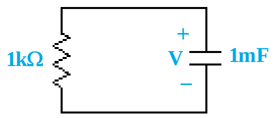
$$KVL(\text{حلقه‌ی بیرونی}): -۱+I+۲I\times(۱+۱)=۰$$

$$\Rightarrow I=\frac{۱}{۵} \rightarrow \quad I_C(۰^+)=\frac{۲}{۵}=۰/۴\,A$$

بنابراین گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح می‌باشد.

۵۴ـ گزینه «۳» در زمان‌های منفی مدار به حالت پایدار رسیده است. لذا $V_o(۰^-)=V_o(۰^+)=۳۰\times\frac{۱}{۵}=۶v$. حال در زمان $t=۰$ کلید اول باز می‌شود.

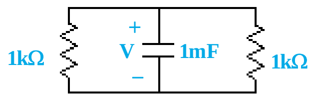
معادله‌ی $V_o(t)$ به صورت زیر می‌شود:



$$V(t)=V(\infty)+(V(۰)-V(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=۰+(۶-۰)e^{-t}=۶e^{-t}\xrightarrow{t=۱}V(۱)=۶e^{-۱}v$$

حال بعد از وصل کلید دوم در زمان $t=۱s$، خواهیم داشت:



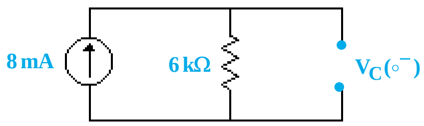
$$V(t)=V(\infty)+(V(۱)-V(\infty))e^{-\frac{t-۱}{\tau}}$$

$$=۰+(۶e^{-۱}-۰)e^{-\frac{t-۱}{۰/۵}}=۶e^{-t}e^{-۲(t-۱)}\xrightarrow{t=۲s}V(۲)=۶e^{-۳}$$

مقدار جریان برابر است با:

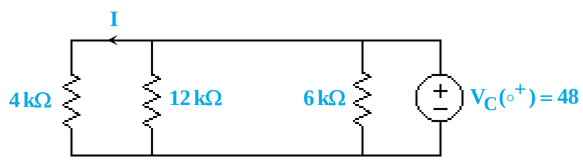
$$I=\frac{V}{R}=\frac{۶e^{-۳}}{۱k}\simeq ۳۰۰\mu A$$

۵۵ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه خازن در لحظه‌ی $t=۰^-$ مدار باز می‌شود، بنابراین:



$$v_C(۰^-)=v_C(۰^+)=۴۸\ v$$

برای $t=۰^+$ داریم:

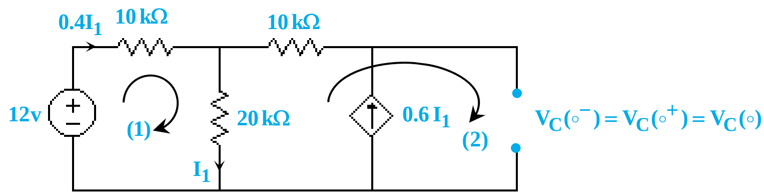


$$\Rightarrow I(۰^+)=\frac{۴۸}{۴\times۱۰^۳}=۱۲\,mA$$

با توجه به عدم وجود منبع مستقل برای زمان $t>۰$، بنابراین $I(\infty)=۰$ می‌باشد.

$$R_{eq}(\text{از دید خازن})=۴\|۱۲\|۶=۲\ k\Omega \Rightarrow \tau=RC=۱۰^{-۲}\sec\Rightarrow I(t)=I(\infty)+(I(۰^+)-I(\infty))e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I(t)=۱۲e^{-۱۰۰t}mA$$

۵۶ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه خازن در لحظه‌ی ۰^- مدار باز می‌شود، داریم:



با اعمال KVL در حلقه‌ی (۱) مقدار $I_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

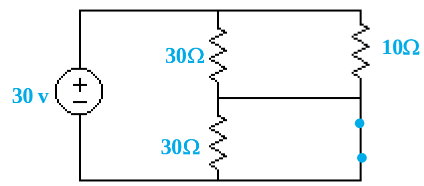
$$KVL(۱):\ -۱۲+۴\times۱۰^۳I_۱+۲۰\times۱۰^۳I_۱=۰\Rightarrow ۲۴\times۱۰^۳I_۱=۱۲\Rightarrow I_۱=۰/۵\,mA$$

حال با اعمال KVL در حلقه‌ی (۲) مقدار $V_C(۰)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$KVL(۲):-۲۰\times۱۰^۳I_۱-۶\times۱۰^۳I_۱+V_C(۰)=۰\Rightarrow V_C(۰)=۲۶\times۱۰^۳\times۰/۵\times۱۰^{-۳}=۱۳v$$

۵۷ـ گزینه «۲» ابتدا در شرایطی که کلید بسته است، جریان اولیه‌ی سلف را به‌دست می‌آوریم:

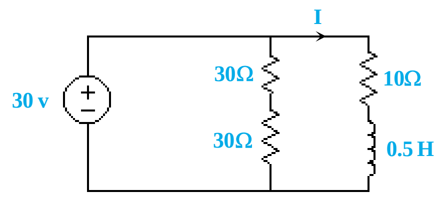
$t=0^-:$



$$\Rightarrow I_L(0^-)=\frac{۳۰}{۳۰\|۱۰}=۴A$$

حال برای زمان‌های $t>0$ داریم:

$t>0:$



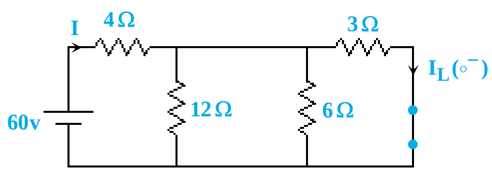
$$I(\infty)=\frac{۳۰}{۱۰}=۳A$$

دقت شود منبع ولتاژ در این حالت اتصال کوتاه شده است. $\rightarrow$ R_{eq} (از دید خازن) $=۱۰\Omega$

$$I(t)=I(\infty)+(I(0)-I(\infty))e^{-\frac{R}{L}t}\Rightarrow I(t)=۳+e^{-۲۰t}\xrightarrow{t=0/05s}I(0/05)=۳/۶۹A$$

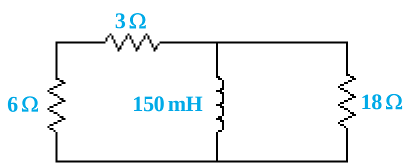
۵۸ـ گزینه «۱» ابتدا جریان اولیه‌ی سلف را در زمان $t=0^-$ به‌دست می‌آوریم:

$t=0^-:$



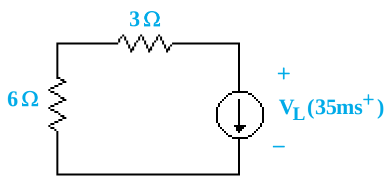
$$I=\frac{۶۰}{۴+۱۲\|۶\|۳}=۱۰/۵\Rightarrow I_L(0^-)=\frac{۱۲\|۶}{۱۲\|۶+۳}\times۱۰/۵=۶A$$

حال برای $0<t<۳۵\ ms$ داریم:



$$\begin{cases}i_L(\infty)=0\\ R_{eq}\text{(از دید خازن)}=۹\|۱۸=۶\Omega\rightarrow i_L(t)=۶e^{-۴۰t}\\ \tau=\frac{L}{R}=0/0۲۵S\end{cases}\rightarrow i_L(۳۵ms)\simeq۱/۴۸A$$

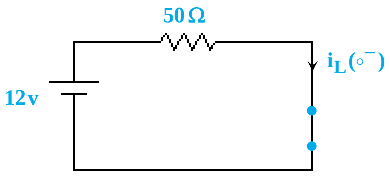
برای زمان $t=۳۵^+\ ms$ داریم:



$$\Rightarrow v_L(۳۵ms^+)=-۱/۴۸\times۹\simeq-۱۳/۳v$$

۵۹ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه در زمان‌های منفی کلید بسته بوده و در سلف به حالت دائمی خود رسیده است (اتصال کوتاه)، از قورباغه جریانی عبور نمی‌کند.

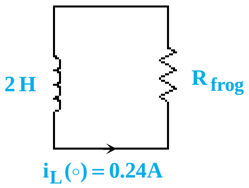
$t = ۰^- :$



$$i_L(۰^-) = \frac{۱۲}{۵۰} = ۰/۲۴\,A$$

حال بعد از باز شدن کلید مدار به صورت مقابل خواهد بود:

$t > ۰:$



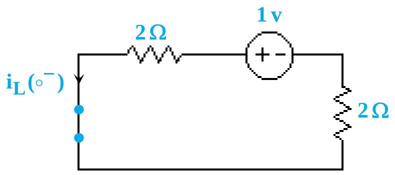
$$\xrightarrow{i_L(\infty)=۰} i_L(t) = i_L(۰)e^{-\frac{R}{L}t} = ۰/۲۴e^{-\frac{R}{۲}t}\,A$$

از طرفی داریم:

$$i_L(t=۵s) = ۱۰\times۱۰^{-۳}\,A \quad \Rightarrow ۰/۲۴\times e^{-\frac{R_{frog}}{۲}\times۵} = ۰/۰۱ \Rightarrow \frac{R_{frog}}{۲}\times۵ = Ln\frac{۰/۲۴}{۰/۰۱} \Rightarrow \quad R_{frog} \simeq ۱/۳\Omega$$

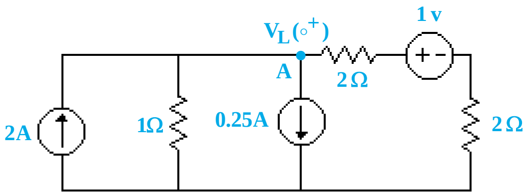
۶۰ـ گزینه «۳» ابتدا جریان سلف را در لحظه‌ی $t = ۰^-$ به دست می‌آوریم:

$t = ۰^- :$



$$\Rightarrow i_L(۰^-) = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵\,A$$

حال برای لحظه‌ی $t = ۰^+$ داریم:



$$KCL\,(A):\ -۲+\frac{V_C(۰^+)}{۱}+۰/۲۵+\frac{V_C(۰^+)-۱}{۴} = ۰$$

$$\Rightarrow ۵V_L(۰^+) = ۸ \quad \Rightarrow \quad V_L(۰^+) = \frac{dI_L(۰^+)}{dt} = \frac{۸}{۵}\,v$$
