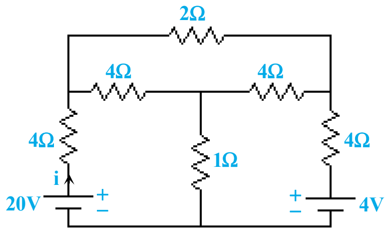
سؤالات آزمون دکتری ۱۳۹۸

۱ـ در مدار مقاومتی زیر، جریان i چند آمپر است؟



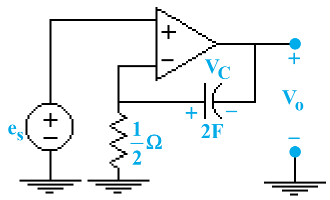
۱) ۲/۵

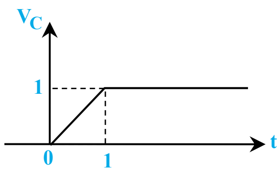
۲) ۳/۷

۳) $\frac{۴۳}{۱۵}$

۴) $\frac{۵۳}{۱۵}$

۲ـ در مدار زیر، تقویت‌کننده عملیاتی ایده‌آل و شکل موج ولتاژ دو سر خازن مطابق شکل زیر است. ولتاژ خروجی $V_0(t)$ در بازه ۰ < t < ۱ با چه عبارتی داده می‌شود؟





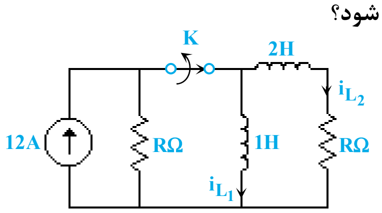
۱) ۱ − t

۲) −۱ + t

۳) (۱ + t)

۴) −(۱ + t)

۳ـ در مدار زیر، R چقدر باشد تا یک ثانیه پس از باز شدن کلید K جریان عبوری از سلف ۱H برابر ۲A شود؟



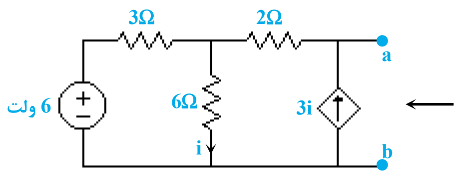
۱) Ln۲

۲) Ln۴

۳) Ln۸

۴) Ln۱۶

۴ـ مدار معادل شکل زیر از دو سر a و b کدام است؟



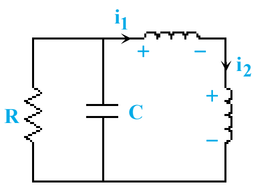
۱) یک منبع جریان نابسته

۲) یک منبع ولتاژ نابسته

۳) یک مقاومت

۴) یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت

۵ـ در مدار زیر، سلف‌های غیرخطی با مشخصه‌های $\phi_1=-i_1^3$ و $\phi_2=i_2^3+i_2$ داده شده است. اگر $R=\frac{1}{2}\Omega$، $0<C<1$ و i_1 پاسخ ایـن مـدار باشـد، پاسخ این مدار چگونه است؟



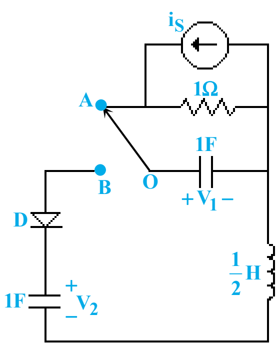
۱) میرای ضعیف

۲) میرای شدید

۳) میرای بحرانی

۴) نوسانی

۶ـ در مدار زیر، $i_s=2u(-t)$ و شرط اولیه $V_2(0^+)=1$ ولت است. اگر در لحظه $t=0$ کلید را از وضعیت OA به وضعیت OB بچرخانیم، مدت زمـان هدایت دیود ایده‌آل D چند ثانیه خواهد بود؟



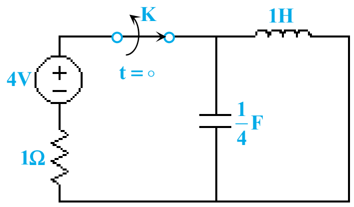
۱) $\frac{\pi}{4}$

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) $\frac{3\pi}{4}$

۴) π

۷ـ در مدار زیر کلید K مدت زمان زیادی بسته بوده است. آن را در لحظه $t=۰$ باز می‌کنیم. مسیر حالت برای $t>۰$، روی کدام معادله قرار دارد؟



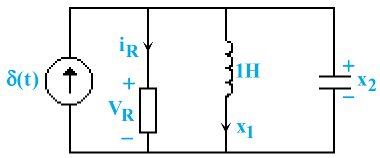
۱) $۴x_۱^۲+۱۶x_۲^۲=۱$

۲) $x_۱^۲+۴x_۲^۲=۱۶$

۳) $x_۱^۲+۶۴x_۲^۲=۱۶$

۴) $۴x_۱^۲+x_۲^۲=۶۴$

۸ـ در مدار غیرخطی زیر، بار خازن $q=x_۲^۲$، جریان مقاومت غیرخطی $i_R=\frac{۱}{V_R}$ و سلف ۱H خطی است. معادلات حالت این مدار کدام است؟



۱) $\begin{cases}\dot{x}_۱=x_۲\\ \dot{x}_۲=\frac{-۱}{۲x_۲^۲}-\frac{x_۱}{۲x_۲}+\frac{\delta(t)}{۲x_۲}\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\dot{x}_۱=x_۲\\ \dot{x}_۲=\frac{-۱}{x_۲^۲}-\frac{x_۱}{x_۲}+\frac{\delta(t)}{x_۲}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\dot{x}_۱=x_۲\\ \dot{x}_۲=\frac{۱}{۲x_۲^۲}-\frac{x_۱}{۲x_۲}-\frac{\delta(t)}{۲x_۲}\end{cases}$

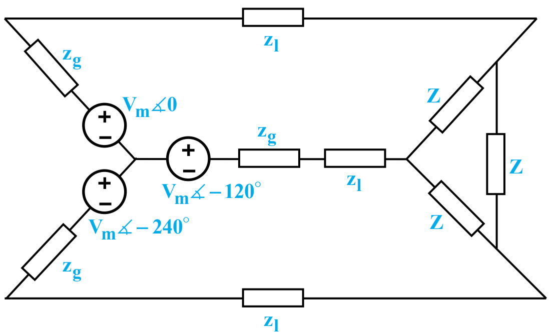
۴) $\begin{cases}\dot{x}_۱=x_۲\\ \dot{x}_۲=\frac{-۱}{۲x_۲^۲}+\frac{x_۱}{۲x_۲}+\frac{\delta(t)}{۲x_۲}\end{cases}$

۹ـ در مدار زیر، Z چقدر باشد تا ماکزیمم توان دریافتی را داشته باشد؟

$z_g=۰/۲+j۰/۵$

$z_l=۰/۸+j۰/۱$

$Z=R+jX$



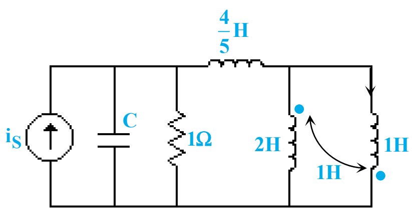
۱) $z=۰/۶-j$

۲) $z=۱-j۰/۶$

۳) $z=۱/۸-j۳$

۴) $z=۳-j۱/۸$

۱۰ـ در مدار زیر با ورودی i_S ظرفیت خازن C چند فاراد باشد تا مدار فرکانس طبیعی مضاعف داشته باشد؟



۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

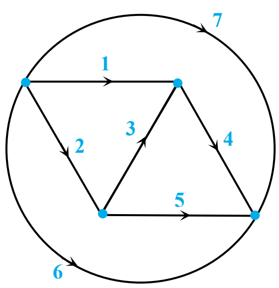
۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۸}$

۱۱ـ اگر حلقه‌های اساسی در یک گراف به‌صورت مقابل باشد:

{۲۱۳,۴۳۵,۷۱۳۵,۶۱۳۵}

درخت متناظر و کات‌ست‌های اساسی آن کدام‌اند؟



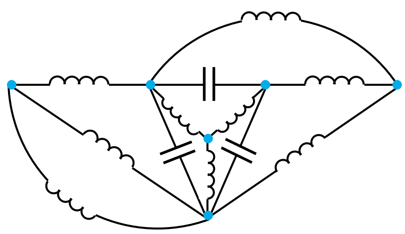
۱) درخت ۱۳۵ و {۵۶۴۷ و ۳۲۶۴۷ و ۱۲۶۷}

۲) درخت ۲۳۴ و {۵۶۴۷ و ۳۲۶۴۷ و ۱۲۶۷}

۳) درخت ۶۴۳ و {۴۵۲۱ و ۲۳۵ و ۶۲۱۷}

۴) درخت ۷۱۳ و {۷۴۵۶ و ۱۲۴۵ و ۲۳۵}

۱۲ـ مرتبه مدار زیر و تعداد فرکانس‌های طبیعی ناصفر آن به‌ترتیب کدام است؟



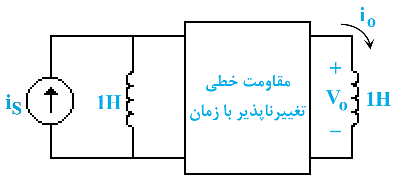
۱) ۸ و ۲

۲) ۸ و ۴

۳) ۸ و ۶

۴) ۱۰ و ۲

۱۳ـ در مدار زیر تابع تبدیل $H(S)=\frac{I_o}{I_S}=\frac{2S}{S^2+2S+3}$ است. اگر به جای هر یک از دو سلف، یک خازن ۱F قرار داده شود، به‌ازای $i_S=\cos t$ ولتاژ V_o در مدار جدید چقدر است؟



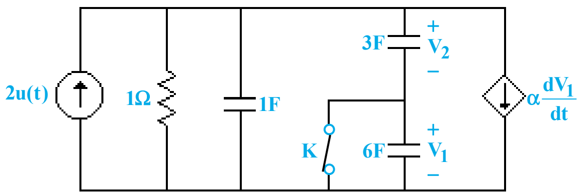
۱) $\sqrt{2}\cos(t-135^\circ)$

۲) $\sqrt{2}\cos(t+135^\circ)$

۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(t+135^\circ)$

۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(t-135^\circ)$

۱۴ـ شرایط اولیه در مدار زیر همگی صفر و کلید K بسته است. اگر کلید را برای $t_0>0$ باز کنیم، به ازای کدام مقدار α ثابت زمانی مدار برای زمان‌های بعد از باز شدن کلید همانند ثابت زمانی مدار قبل از باز شدن کلید باقی خواهد ماند؟



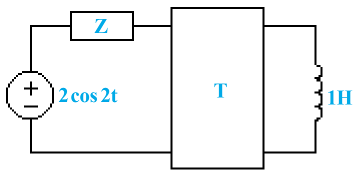
۱) ۶

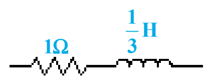
۲) ۳

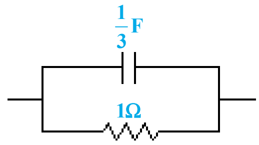
۳) ۳−

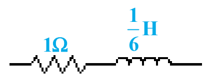
۴) ۶−

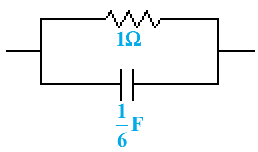
۱۵ـ در مدار زیر، شبکه دوقطبی با ماتریس $T=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 2s & 1\end{bmatrix}$ توصیف شده است. امپدانس Z چقدر می‌تواند باشد تا ماکزیمم توان به دوقطبی تحویل داده شود؟



۱) 

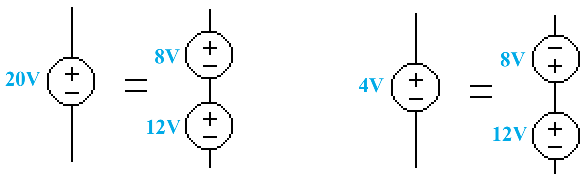
۲) 

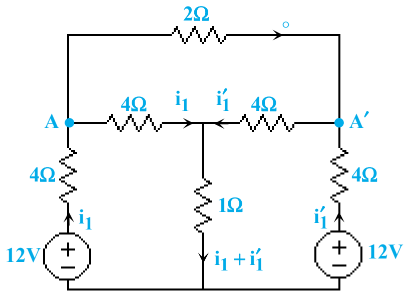
۳) 

۴) 

پاسخنامه آزمون دکتری ۱۳۹۸

۱ـ گزینه «۳» برای حل این تست می‌توان از روش‌های روتین تحلیل مدار همچون روش تحلیل مش استفاده کرد، اما با توجه به تقارن مقاومت‌های مدار می‌توان تست را ساده‌تر نیز پاسخ داد. ابتدا منبع ۴ ولت را به‌صورت دو منبع سری ۱۲ و ۸ ولت با پلاریته‌ی مخالف و منبع ۲۰ ولت را به شکل دو منبع سری ۱۲ و ۸ ولت با پلاریته‌ی موافق در نظر می‌گیریم:



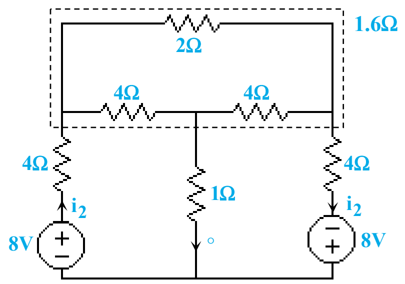


حال طبق قضیه‌ی جمع آثار، جریان i را می‌توان به‌صورت مجموع پاسخ دو مدار مقابل در نظر گرفت:

در این مدار ولتاژ نقاط A و A′ یکسان است و داریم $i_1=i'_1$. با نوشتن رابطه‌ی KVL در حلقه‌ی سمت چپ داریم:

$$-12+4i_1+4i_1+1\times(i_1+i_1)=0$$

$$\Rightarrow 10i_1=12\Rightarrow i_1=\frac{6}{5}A$$



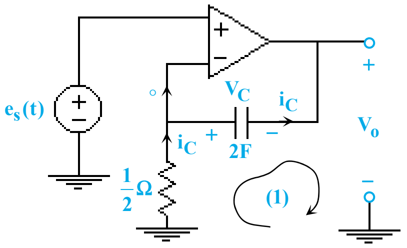
در این مدار منابع ۸ ولتی جریان‌های مساوی اما مخالف در مقاومت ۱ اهم تولید می‌کنند؛ پس جریان این مقاومت صفر است. حال داریم:

$$KVL:-۸+۴i_۲+۱/۶i_۲+۴i_۲-۸=۰$$

$$\Rightarrow i_۲=\frac{۱۶}{۹/۶}=\frac{۵}{۳}A$$

بنابراین داریم:

$$i=i_۱+i_۲=\frac{۶}{۵}+\frac{۵}{۳}=\frac{۴۳}{۱۵}A$$



۲ـ گزینه «۴» با توجه به این‌که در آپامپ ایده‌آل جریان پایه‌های ورودی صفر است، مطابق شکل داریم:

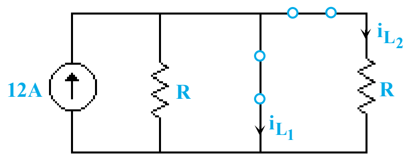
$$KVL(۱):\frac{۱}{۲}i_C+V_C+V_o=۰\Rightarrow V_o=-\frac{۱}{۲}i_C-V_C \qquad (۱)$$

با توجه به نمودار ترسیم‌شده، در بازه‌ی زمانی $۰<t<۱$ ثانیه، $V_C=t$ بوده، و جریان خازن برابر است با:

$$i_C=۲\frac{dV_C}{dt}=۲\times۱=۲A$$

بنابراین طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$V_o=-\frac{۱}{۲}\times۲-t=-t-۱$$



۳ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در حالتی‌که کلید بسته است، تحلیل کرده و جریان سلف‌ها را محاسبه می‌کنیم. در این وضعیت با فرض آن‌که مدار در حالت دائمی باشد، سلف‌ها همچون اتصال کوتاه عمل می‌کنند. بنابراین مدار به‌شکل روبه‌رو مدل می‌شود:

مشخص است که تمام جریان منبع ۱۲ آمپری از $L_۱$ می‌گذرد و داریم:

$$i_{L_۱}=۱۲A\ ,\ i_{L_۲}=۰$$

پس از باز شدن کلید، دو سلف موجود در مدار با یکدیگر سری‌شده و جریانشان یکی می‌شود. مقدار جریان $i_{L_۱}$ بلافاصله پس از باز شدن کلید برابر است با:

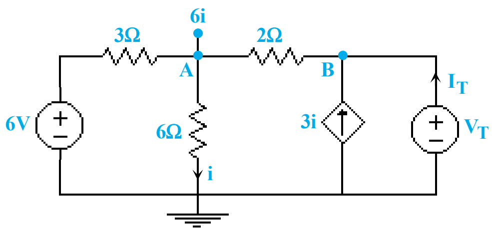
$$i_{L_۱}(۰^+)=\frac{i_{L_۱}(۰^-)-۲i_{L_۲}(۰^-)}{L_۱+L_۲}=\frac{۱۲-۰}{۲+۱}=۴A$$

در ادامه مدار همچون یک مدار مرتبه اول با ثابت زمانی $\tau=\frac{L_۱+L_۲}{R}=\frac{۳}{R}$ عمل می‌کند. پس پاسخ $i_{L_۱}$ برابر است با:

$$i_{L_۱}(t)=\underbrace{i_{L_۱}(\infty)}_{۰}+[\underbrace{i_{L_۱}(۰^+)}_{۴}-\underbrace{i_{L_۱}(\infty)}_{۰}]e^{-\frac{t}{\tau}}=۴e^{-\frac{R}{۳}t}$$

مقدار $i_{L_۱}$ در لحظه‌ی $t=۱$ ثانیه باید برابر ۲ آمپر باشد، یعنی:

$$۴e^{-\frac{R}{۳}\times۱}=۲\Rightarrow e^{\frac{R}{۳}}=۲\xrightarrow{Ln()}\frac{R}{۳}=Ln۲\Rightarrow R=۳Ln۲=Ln۸\Omega$$



۴ـ گزینه «۱» باید مدار معادل تونن را از دو سر a و b پیدا کنیم. برای این کار منبع ولتاژ تست V_T را در دو سر a و b قرار داده و رابطه V_T با I_T که جریان عبوری از منبع می‌باشد را به‌دست می‌آوریم:

با نوشتن روابط KCL در گره‌های A و B داریم:

$$KCL\ A:\frac{۶i-۶}{۳}+i+\frac{۶i-V_T}{۲}=۰\Rightarrow ۶i-\frac{V_T}{۲}-۲=۰\Rightarrow i=\frac{V_T}{۱۲}+\frac{۱}{۳} \qquad (۱)$$

$$KCL\ B:\frac{V_T-۶i}{۲}-۳i-I_T=۰\Rightarrow -۶i+\frac{V_T}{۲}-I_T=۰\xrightarrow{(۱)}-\frac{V_T}{۲}-۲+\frac{V_T}{۲}-I_T=۰\Rightarrow I_T=-۲A$$

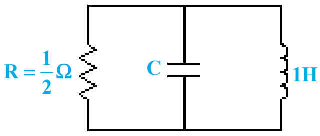
می‌بینیم که مقدار جریان I_T ثابت بوده و مستقل از V_T است؛ بنابراین مدار همچون یک منبع جریان مستقل (نابسته) عمل می‌کند.

۵ـ گزینه «۲» سعی می‌کنیم دو سلف موجود در مدار را با یک سلف معادل جایگزین کرده و سپس وضعیت میرایی مدار را تعیین کنیم. در سلف‌های سری جریان سلف‌ها یکسان بوده و با توجه به رابطه $V=\frac{d\varphi}{dt}$، شار معادل سلف‌ها همچون ولتاژ آن‌ها جمع می‌شود. پس دو سلف موجود در مدار همچون سلف واحدی عمل می‌کند که جریان و شارش برابر است با:

$$i_e=i_۱=i_۲$$

$$\varphi_e=\varphi_۱+\varphi_۲=-i_۱^۳+i_۲^۳+i_۲=-i_e^۳+i_e^۳+i_e=i_e\ \Rightarrow \varphi_e=i_e$$

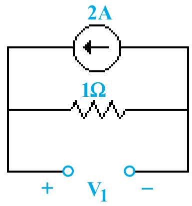
با توجه به رابطه‌ی $\varphi_e=i_e$، سلف معادل یک سلف خطی با ظرفیت ۱ هانری است. حال وضعیت میرایی مدار را با محاسبه‌ی ضریب کیفیت آن مشخص می‌کنیم. در مدار RLC موازی زیر داریم:



$$Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{\frac{C}{۱}}=\frac{\sqrt{C}}{۲}<\frac{۱}{۲}$$

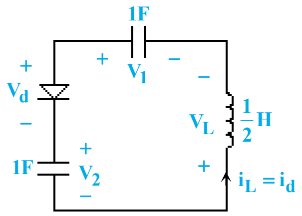
با توجه به این‌که مقدار C کوچکتر از یک است، مقدار Q کوچکتر از $\frac{۱}{۲}$ بوده و مدار در حالت میرایی شدید قرار دارد.

۶ـ گزینه «۲» در گام اول ولتاژ $V_۱$ را در لحظه‌ی صفر محاسبه می‌کنیم. در $t<۰$، i_S برابر ۲ آمپر بوده و کلید در وضعیت OA قرار دارد. با فرض آن‌که مدار در حالت دائمی باشد، خازن همچون مدار باز عمل کرده و داریم:



$$V_۱(۰)=۲\times۱=۲V$$

با تغییر وضعیت کلید به حالت OB و با فرض روشن بودن دیود، یک مدار LC خواهیم داشت:



خازن معادل در این مدار برابر است با:

$$C_{eq}=\frac{۱}{۲}F$$

بنابراین فرکانس نوسانات مدار برابر $\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}}=۲\frac{rad}{s}$ می‌باشد. در لحظه‌ی اول ولتاژ $V_۱-V_۲=۲-۱=۱V$ بر روی دیود قرار گرفته و دیود روشن می‌شود.

پس از آن ولتاژ دیود بلافاصله صفر شده و این ولتاژ مثبت بر روی سلف قرار گرفته و جریان سلف شروع به افزایش می‌کند. روشن بودن دیود تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که جریان سلف مثبت باشد. حال با در نظر گرفتن شرایط اولیه مدار یعنی $i_L(۰^+)=۰$، $V_۱(۰^+)=۲V$ و $V_۲(۰^+)=۱V$، تابع تغییرات جریان سلف را محاسبه می‌کنیم:

$$i_L(t)=A\sin ۲t+B\cos ۲t\quad ,\quad t\geq ۰$$

$$i_L(۰^+)=B=۰$$

$$V_L(t)=\frac{۱}{۲}\frac{di_L}{dt}=A\cos ۲t\ ,\ V_L(۰^+)=V_۱(۰^+)-V_۲(۰^+)=۲-۱=۱V\ \Rightarrow V_L(۰^+)=A=۱$$

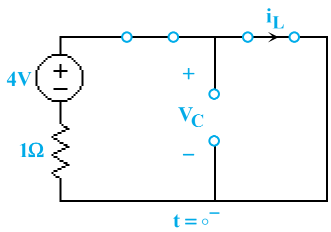
$$\Rightarrow i_L(t)=\sin ۲t$$

حال باید ببینیم تا چه زمانی i_L مثبت باقی می‌ماند:

$$i_L(t)=\sin ۲t\geq ۰\ \Rightarrow ۲t<\pi\ \Rightarrow t<\frac{\pi}{۲}s$$

بنابراین زمان هدایت دیود $\frac{\pi}{۲}$ ثانیه خواهد بود. لازم به ذکر است با صفر شدن i_L دیود خاموش شده و مدار در شرایط ماندگار قرار می‌گیرد.

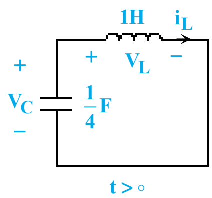
۷ـ گزینه «۴» ابتدا با تحلیل مدار در $t=۰^-$، شرایط اولیه مدار را به‌دست می‌آوریم. در این لحظه خازن مدار باز و سلف اتصال کوتاه است:



$$i_L(۰^-)=\frac{۴}{۱}=۴A$$

$$V_C(۰^-)=۰$$

در $t>۰$ با باز شدن کلید یک مدار LC سری با شرایط اولیه‌ی $V_C(۰^+)=۰$ و $i_L(۰^+)=۴A$ خواهیم داشت. فرکانس طبیعی این مدار برابر است با:



$$\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{\sqrt{۱\times\frac{۱}{۴}}}=۲\frac{rad}{s}$$

بنابراین پاسخ $i_L(t)$ به شکل مقابل است:

$$i_L(t)=A\sin ۲t+B\cos ۲t$$

حال با توجه به شرایط اولیه مدار، مقادیر A و B را مشخص می‌کنیم:

$$i_L(۰^+)=B=۴$$

$$V_L(t)=\frac{di_L}{dt}=۲A\cos ۲t-۲B\sin ۲t \Rightarrow V_L(۰^+)=۲A=V_C(۰^+)=۰ \Rightarrow A=۰$$

$$\Rightarrow i_L(t)=۴\cos ۲t$$

پاسخ $V_C(t)$ نیز به‌راحتی محاسبه می‌شود:

$$V_C(t)=V_L(t)=\frac{di_L}{dt}=-۸\sin ۲t$$

حال می‌توان نوشت:

$$\sin^۲ ۲t+\cos^۲ ۲t=۱ \Rightarrow (\frac{V_C}{-۸})^۲+(\frac{i_L}{۴})^۲=۱ \Rightarrow \frac{V_C^۲}{۶۴}+\frac{i_L^۲}{۱۶}=۱ \xrightarrow{\times ۶۴} V_C^۲+۴i_L^۲=۶۴$$

با فرض $x_۱=i_L$ و $x_۲=V_C$، مسیر حالت به شکل $۴x_۱^۲+x_۲^۲=۶۴$ خواهد بود.

۸ـ گزینه «۱» با توجه به موازی بودن تمامی المان‌های مدار، ولتاژ خازن یا $x_۲$، ولتاژ سلف که برابر مشتق جریان سلف یا $x_۱$ است و ولتاژ مقاومت یا V_R با هم برابرند:

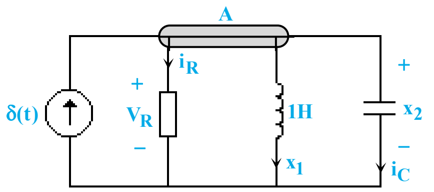
$$x_۲=\dot{x}_۱=V_R \qquad (۱)$$

حال جریان i_R و جریان خازن را برحسب $x_۲$ محاسبه می‌کنیم:

$$i_R=\frac{۱}{V_R}\xrightarrow{(۱)} i_R=\frac{۱}{x_۲} \qquad (۲)$$

$$i_C=\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}(x_۲^۲)=۲\dot{x}_۲x_۲ \qquad (۳)$$

مطابق شکل با نوشتن رابطه‌ی KCL در گره‌ی A داریم:

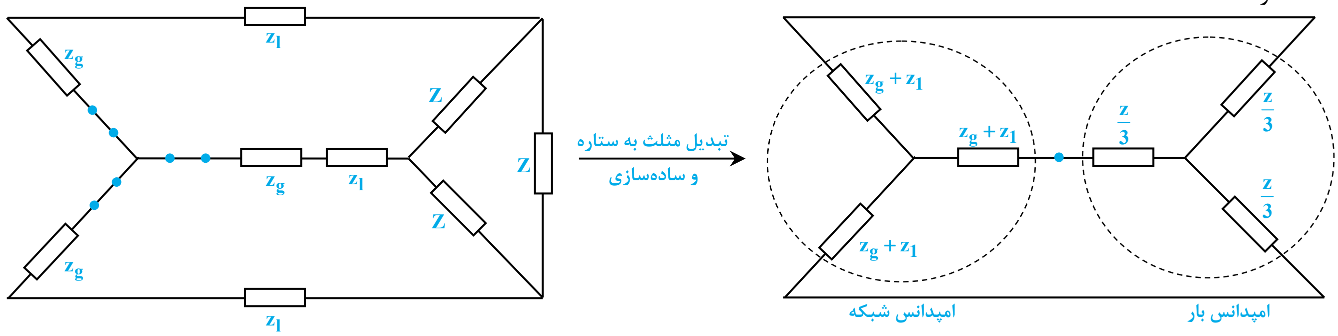


$$KCL\,A: -\delta(t)+i_R+x_۱+i_C=۰ \xrightarrow{(۲)\text{و}(۳)} -\delta(t)+\frac{۱}{x_۲}+x_۱+۲\dot{x}_۲x_۲=۰ \Rightarrow \dot{x}_۲=-\frac{۱}{۲x_۲^۲}-\frac{x_۱}{۲x_۲}+\frac{\delta(t)}{۲x_۲} \qquad (۴)$$

از روابط (۱) و (۴) معادلات حالت مدار به شکل زیر به‌دست می‌آید:

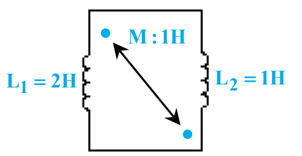
$$\begin{cases}\dot{x}_۱=x_۲\\ \dot{x}_۲=-\frac{۱}{۲x_۲^۲}-\frac{x_۱}{۲x_۲}+\frac{\delta(t)}{۲x_۲}\end{cases}$$

۹ـ گزینه «۴» این مدار یک مدار سه‌فاز متعادل است. برای تحلیل مدار همچون مدارهای معمول می‌توان منابع مدار را خاموش کرد و امپدانس معادل مدار را به‌دست آورده و سپس با استفاده از تکنیک تطبیق امپدانس مقدار Z را محاسبه کرد. منتها با توجه به سه‌فاز بودن مدار، امپدانس معادل مدار به شکل یک امپدانس ستاره‌ای‌شکل به‌دست می‌آید. لذا امپدانس بار نیز باید از ساختار مثلثی به ساختار ستاره‌ای تبدیل شود تا بتوان از قضیه تطبیق امپدانس استفاده کرد:



$$\frac{Z}{۳}=(Z_g+Z_l)^* \Rightarrow Z=۳\times(۰/۲+j۰/۵+۰/۸+j۰/۱)^*=۳\times(۱+j۰/۶)^*=(۳-j۱/۸)\Omega$$

۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به شکل یک مدار RLC موازی درمی‌آوریم. برای این کار سه سلف موجود در مدار را با سلف معادلشان جایگزین می‌کنیم. برای محاسبه‌ی اندوکتانس معادل دو سلف موازی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:



$$L_{eq}=\frac{L_۱L_۲-M^۲}{L_۱+L_۲+۲M}=\frac{۲\times۱-۱^۲}{۲+۱+۲}=\frac{۱}{۵}H$$

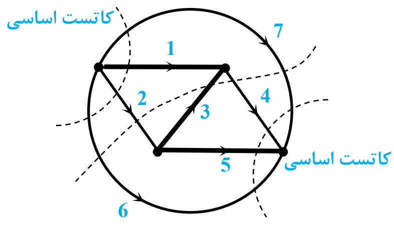
بنابراین اندوکتانس معادل مدار برابر است با:
$$L=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=1H$$

برای آن‌که مدار دارای فرکانس طبیعی مضاعف باشد باید میرایی بحرانی باشد و ضریب کیفیت $\frac{1}{2}$ داشته باشد. در مدار RLC موازی این امر با ارضای رابطه‌ی زیر محقق می‌شود:
$$Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{1}{2}\Rightarrow 1\times\sqrt{\frac{C}{1}}=\frac{1}{2}\Rightarrow C=\frac{1}{4}F$$

۱۱ـ گزینه «۱» گراف دارای ۴ گره و بنابراین ۳=۱−۴ شاخه‌ی درخت می‌باشد. می‌دانیم که در هر گراف برای هر لینک مجزا یک حلقه‌ی اساسی واحد وجود دارد که شامل آن لینک و تعدادی شاخه‌ی درخت می‌باشد. بنابراین شاخه‌های درخت می‌توانند میان حلقه‌های اساسی مشترک باشند. با نگاهی به حلقه‌های اساسی مشخص است که شاخه‌های ۱، ۳ و ۵ حداقل در ۲ حلقه ظاهر شده‌اند و بنابراین شاخه‌های درخت هستند:

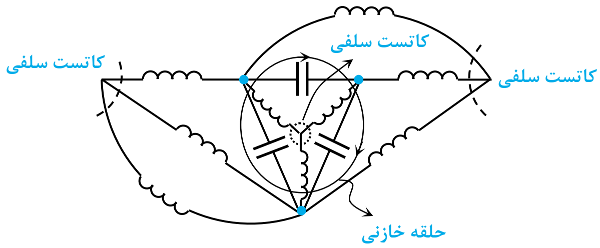
{۲۱۳, ۴۳۵, ۷۱۳۵, ۶۱۳۵}

واضح است که شاخه‌های ۲، ۴، ۶ و ۷ نیز لینک‌ها می‌باشند. با مشخص شدن شاخه‌های درخت، کاتست‌های اساسی نیز به‌راحتی معلوم می‌گردند:

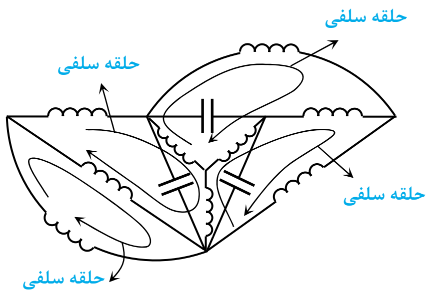


{۱۲۶۷, ۳۲۶۴۷, ۵۶۴۷}

۱۲ـ گزینه «۲» مدار دارای ۹ سلف و ۳ خازن و بنابراین ۱۲ عنصر ذخیره‌کننده انرژی است. بنابراین حداکثر از مرتبه‌ی ۱۲ می‌باشد. مطابق شکل مشخص است که مدار ۳ کاتست سلفی و یک حلقه‌ی خازنی دارد و بنابراین مرتبه‌ی آن ۸=۱−۳−۱۲ می‌باشد.



از طرفی مدار دارای ۴ حلقه‌ی سلفی مستقل نیز می‌باشد. بنابراین تعداد فرکانس‌های طبیعی غیرصفر برابر ۴=۴−۸ است.



۱۳ـ گزینه «۴» با جایگزینی خازن‌های یک فارادی به جای سلف‌های مدار، در تابع تبدیل H(S) جایگزین S خواهد شد، چرا که H(S) مستقیماً متأثر از امپدانس سلف‌های مدار می‌باشد و با جایگزینی آنها امپدانس این عناصر از S به $\frac{1}{S}$ تغییر خواهد کرد. بنابراین داریم:
$$H_{new}(S)=\frac{\frac{2}{S}}{\frac{1}{S^2}+\frac{2}{S}+3}=\frac{2S}{3S^2+2S+1}$$

حال برای محاسبه‌ی V_o در شرایط تحریک $i_S=\cos t$، $H_{new}(j)$ را به‌دست می‌آوریم:
$$H_{new}(j)=\frac{j2}{3\times j^2+j2+1}=\frac{j2}{-2+j2}=\frac{1-j}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j45^\circ}$$

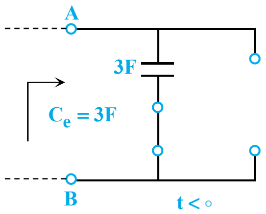
اکنون مقادیر فازوری I_o و V_o به‌راحتی به‌دست می‌آید:
$$I_o=I_S\times H_{new}(j)=1\times\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j45^\circ}$$

$$V_o = \underbrace{Z_C}_{\text{امپدانس خازن ۱ فارادی}} \times I_o = -j \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} e^{-j۴۵^\circ} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} e^{-j۱۳۵^\circ}$$

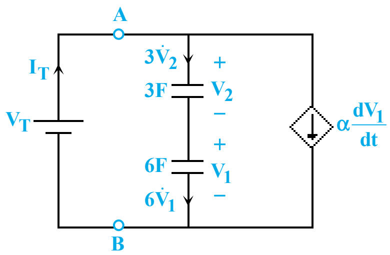
حال در حوزه‌ی زمان داریم:

$$V_o(t) = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \cos(t - ۱۳۵^\circ)$$

۱۴ـ گزینه «۲» در $t<۰$ زمانی‌که کلید K بسته است، $V_۱$ صفر بوده و منبع جریان وابسته‌ی مدار خاموش است. در این زمان اگر از دو سر خازن یک فارادی در مرکز مدار به سمت راست نگاه کنیم صرفاً یک خازن ۳ فارادی می‌بینیم:



حال زمان‌های $t>۰$ را در نظر گرفته و از همان نقاط به مدار نگاه می‌کنیم. در این حالت نیز باید یک خازن معادل ۳ فارادی در دو سر A و B داشته باشیم تا ثابت زمانی مدار همچون حالت قبل باشد. حال مطابق شکل مقدار این خازن را محاسبه می‌کنیم. برای این کار منبع ولتاژ تست V_T را در دو سر A و B قرار داده و رابطه‌ی $\dot{V}_T$ و I_T را به‌دست می‌آوریم.



مطابق شکل داریم:

$$۳\dot{V}_۲ = ۶\dot{V}_۱ \Rightarrow \dot{V}_۲ = ۲\dot{V}_۱ \qquad (۱)$$

$$KVL: V_T = V_۱ + V_۲ \qquad (۲) \Rightarrow \dot{V}_T = \dot{V}_۱ + \dot{V}_۲ \xrightarrow{(۱)} \dot{V}_۱ = \frac{\dot{V}_T}{۳} \qquad (۳)$$

$$KCL\,A: I_T = ۶\dot{V}_۱ + \alpha\dot{V}_۱ \xrightarrow{(۳)} I_T = \frac{۶+\alpha}{۳}\dot{V}_T$$

با توجه به رابطه‌ی فوق مدار مشابه یک خازن با ظرفیت $\frac{۶+\alpha}{۳}$ عمل می‌کند. حال باید داشته باشیم:

$$\frac{۶+\alpha}{۳} = ۳ \Rightarrow \alpha = ۳$$

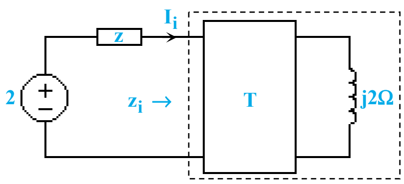
۱۵ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. امپدانس ورودی شبکه‌ی دوقطبی با ماتریس T داده شده را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$Z_i = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D} = \frac{۳\times S + ۲}{۱\times S + ۲S} = \frac{۳S+۲}{۳S} = ۱ + \frac{۲}{۳S}$$

در حالت دائمی سینوسی و با فرکانس تحریک $\omega = ۲\frac{rad}{sec}$، فازور Z_i برابر است با:

$$Z_i(j۲) = ۱ + \frac{۲}{۳\times j۲} = (۱ - \frac{j}{۳})\Omega$$

برای آن‌که توان دوقطبی ماکزیمم شود، باید توان شبکه‌ی سمت راست مدار متشکل از دوقطبی و سلف یک هانری ماکزیمم شود. با توجه به ثابت بودن ساختار این شبکه کافی است دامنه‌ی جریان ورودی شبکه ماکزیمم شود. این جریان در حالت فازوری برابر است با:



$$I_i = \frac{۲}{Z + Z_i} = \frac{۲}{Z + ۱ - \frac{j}{۳}}$$

اگر امپدانس Z را به شکل $R + jX$ در نظر بگیریم، داریم:

$$I_i = \frac{۲}{R + jX + ۱ - j\frac{۱}{۳}} = \frac{۲}{R + ۱ + j(X - \frac{۱}{۳})} \Rightarrow |I_i| = \frac{۲}{\sqrt{(R+۱)^۲ + (X - \frac{۱}{۳})^۲}}$$

مطابق رابطه‌ی فوق برای آن‌که $|I_i|$ ماکزیمم باشد باید X برابر $\frac{۱}{۳}$ و R برابر صفر باشد. یعنی Z باید یک سلف با اندوکتانس $\frac{۱}{۶}$ هانری باشد:

$$L = \frac{X}{\omega} = \frac{\frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۱}{۶}H$$

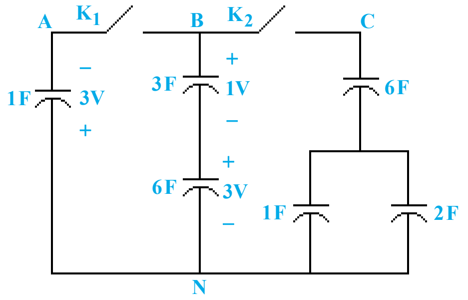
می‌بینیم که این پاسخ در میان گزینه‌ها موجود نیست. به نظر می‌رسد که در اصل ماکزیمم شدن توان خود امپدانس Z مدنظر طراح سؤال بوده است که در این حالت با استفاده از قضیه‌ی انتقال توان حداکثر داریم:

$$R + jX = Z_i^* = ۱ + \frac{j}{۳} \Rightarrow \begin{cases} R = ۱\Omega \\ X = \frac{۱}{۳}\Omega \Rightarrow L = \frac{X}{\omega} = \frac{\frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۱}{۶}H \end{cases}$$

در این حالت Z می‌تواند یک مدار RL سری با مقادیر $R = ۱\Omega$ و $L = \frac{۱}{۶}H$ باشد.

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۸ ـ مهندسی برق

۱ـ در مدار زیر، خازن‌های شاخه CN همگی بی‌بار و ولتاژ سایر خازن‌ها در شکل داده شده است. اگر هر دو کلید K_1 و K_2 به طور هم‌زمان وصل شوند، تلفات انرژی الکتریکی در مدار چند ژول خواهد بود؟



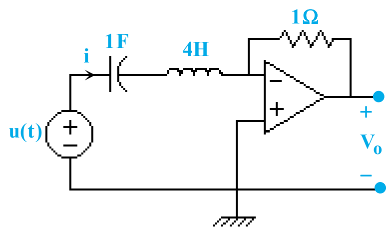
۱) ۱۶

۲) ۳۰/۵

۳) صفر

۴) ۶

۲ـ در مدار زیر، آپ امپ ایده‌آل است. ولتاژ خروجی از حل کدام معادله دیفرانسیل به دست می‌آید؟



۱) $\frac{d^۲V_o}{dt^۲}+\frac{V_o}{۴}=+u(t)$

۲) $۴\frac{d^۲V_o}{dt^۲}+V_o=+\delta(t)$

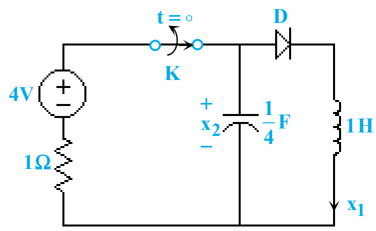
۳) $\frac{d^۲V_o}{dt^۲}+\frac{V_o}{۴}=-u(t)$

۴) $۴\frac{d^۲V_o}{dt^۲}+V_o=-\delta(t)$

۳ـ معادلات بیان‌کننده یک دوقطبی عبارت است از: $\begin{cases}V_۱=\alpha I_۲\\ V_۲=-\alpha I_۱\end{cases}$، که در آن α مقداری ثابت است. دو تا از دوقطبی‌ها را پشت سر هم بسته و در خروجی آن بار Z_L را قرار می‌دهیم. امپدانس ورودی شبکه مجموعه کدام است؟

۱) Z_L ۲) $-\alpha^۲Z_L$ ۳) $-Z_L$ ۴) $-\frac{Z_L}{\alpha^۲}$

۴ـ در مدار زیر، دیود D ایده‌آل و کلید K را در لحظه $t=۰$ باز می‌کنیم. در مورد مسیر حالت مدار، کدام گزینه برای $t>۰$ درست است؟ (در صفحه $x_۲$ برحسب $x_۱$)



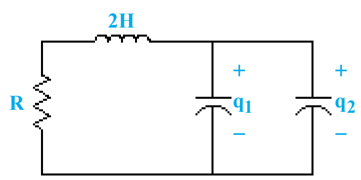
۱) یک نیم‌بیضی در ربع اول و ربع دوم است.

۲) یک بیضی در چهار ربع است.

۳) یک ربع بیضی در ربع چهارم است.

۴) یک ربع بیضی در ربع اول است.

۵ـ در مدار زیر خازن‌ها غیر خطی‌اند و سلف خطی برابر با ۲ هانری است. به ازای چه مقدار R پاسخ جریان سلف، میرای ضعیف خواهد بود؟



$$q_۱=v_۱^۳+۴v_۱$$
$$v_۲=-\sqrt[۳]{q_۲}$$

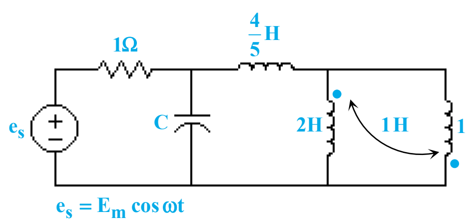
۱) $۰<R<۱$

۲) $۰<R<۲$

۳) $۰<R<\sqrt[۳]{۲}$

۴) $۰<R<\sqrt{۲}$

۶ـ مدار زیر در حالت دائمی سینوسی است. به ازای چه مقدار ظرفیت خازن C برحسب فاراد، فرکانس زاویه‌ای تشدید $\omega=۱$ رادیان بر ثانیه خواهد بود؟



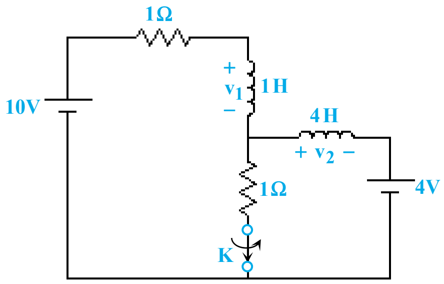
۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۷ـ در مدار زیر، کلید K به مدت طولانی بسته بوده است. در لحظه $t=0$ آن را باز می‌کنیم. کدام گزینه در مورد ولتاژهای v_1 و v_2 دو سر سلف‌ها بعد از بازشدن کلید صحیح است؟



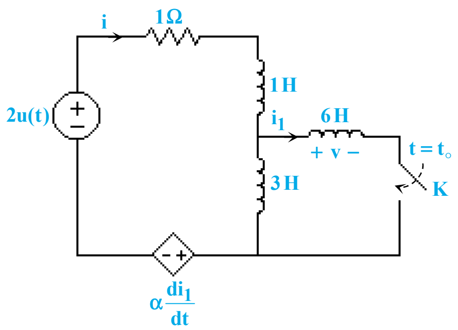
۱) $v_1=-v_2=+3/2\delta(t)$

۲) $v_1=-v_2=-3/2\delta(t)$

۳) $v_1=v_2=0$

۴) $v_1=v_2=+3/2\delta(t)$

۸ـ در مدار زیر، شرایط اولیه همگی صفر و کلید K باز است. اگر کلید را در لحظه $t_0>0$ وصل کنیم، به ازای کدام ضریب ثابت α، ثابت زمانی مدار بعد از وصل کلید ۲۵٪ ثابت زمانی مدار قبل از وصل کلید خواهد بود؟



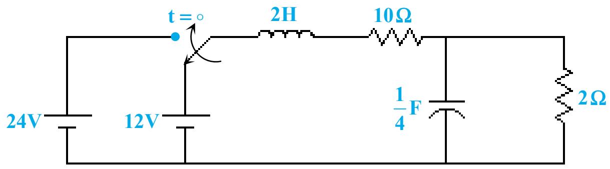
۱) $+3$

۲) $+6$

۳) -6

۴) -3

۹ـ در مدار زیر، کلید مدت‌ها بسته بوده است و در $t=0$ تغییر وضعیت می‌دهد. مقادیر $\frac{dv_C}{dt}\Big|_{0^+}$ و $\frac{di_L}{dt}\Big|_{0^+}$ چقدر است؟



۱) $4\frac{V}{s}$ و ۰

۲) $4\frac{V}{s}$ و $6\frac{A}{s}$

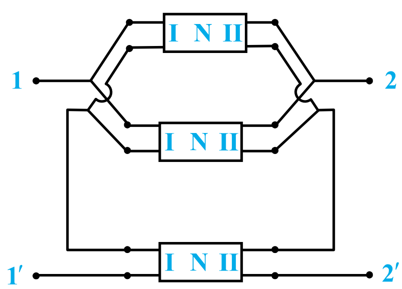
۳) ۰ و $6\frac{A}{s}$

۴) ۰ و $-6\frac{A}{s}$

۱۰ـ گراف یک شبکه الکتریکی از ۵ زیرگراف مسطح بی‌لولا و جدا از هم تشکیل شده است. تعداد کل شاخه‌های شبکه ۲۵ و تعداد معادلات KVL نابسته که می‌توان در شبکه نوشت، برابر ۱۳ است. تعداد کل گره‌های شبکه چند عدد است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۱ـ ماتریس انتقال $T=\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$، یک دوقطبی N برابر $T=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{4} \end{pmatrix}$ است. ماتریس انتقال دوقطبی بزرگ شکل زیر، که در آن هر یک از دوقطبی های N ماتریس انتقال T بالا را دارند، کدام است؟ فرض کنید در اتصال سری و یا موازی دو عدد دوقطبی، شرط دوقطبی بودن به هم نمی‌خورد.



دوقطبی بزرگ با زوج سرهای $(1,1')$, $(2,2')$

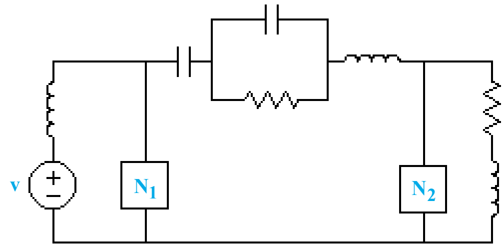
۱) $T_{\text{بزرگ}}=\begin{pmatrix} 4 & \frac{9}{2} \\ \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

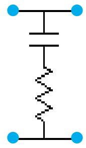
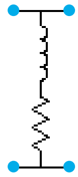
۲) $T_{\text{بزرگ}}=\begin{pmatrix} 4 & \frac{2}{9} \\ \frac{9}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

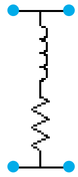
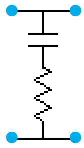
۳) $T_{\text{بزرگ}}=\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

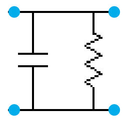
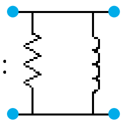
۴) $T_{\text{بزرگ}}=\begin{pmatrix} 6 & \frac{9}{2} \\ \frac{2}{9} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

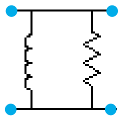
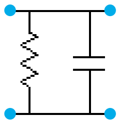
۱۲ــ در مدار زیر، شبکه‌های N_1 و N_2 چگونه باشند تا مدار هفت فرکانس طبیعی غیرصفر داشته باشد؟



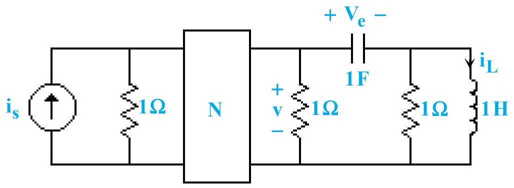
۱) N_2 :  N_1 : 

۲) N_2 :  N_1 : 

۳) N_2 :  N_1 : 

۴) N_2 :  N_1 : 

۱۳ــ در مدار زیر، N یک مدار مقاومتی خطی و بدون منابع نابسته است. اگر تابع انتقال $\frac{V(s)}{I_s}=\frac{s^۲+s+۱}{۵s^۲+۵s+۴}$ و شرایط اولیه $i_L(0^+)=۱A$ و $v_e(0^+)=۲V$ و برای $t>0$ داشته باشیم $i_s=0$، شرط اولیه $V(0^+)$ برابر کدام است؟



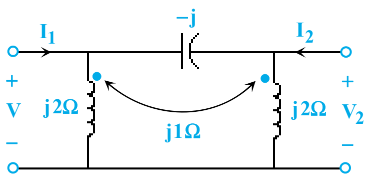
۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۴}{۵}$

۳) $-\frac{۱}{۵}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

۱۴ــ در شکل زیر، پارامترهای ماتریس انتقال ادمیتانس دوقطبی کدام است؟



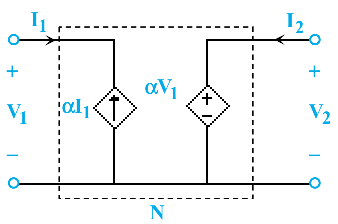
۱) $\begin{pmatrix} \frac{۲}{۳}j & -j \\ -j & \frac{۲}{۳}j \end{pmatrix}$

۲) $\begin{pmatrix} \frac{j}{۳} & -\frac{۲}{۳}j \\ -\frac{۲}{۳}j & \frac{j}{۳} \end{pmatrix}$

۳) $\begin{pmatrix} j & \frac{۲}{۳}j \\ \frac{۲}{۳}j & j \end{pmatrix}$

۴) $\begin{pmatrix} -j & -\frac{۲}{۳}j \\ -\frac{۲}{۳}j & -j \end{pmatrix}$

۱۵ــ دو عدد از دوقطبی‌های شکل زیر (N) را به صورت پشت سر هم (Cascade) قرار می‌دهیم و شبکه حاصل را N_t می‌نامیم. کدام مورد در رابطه با قضیه هم‌پاسخی (Reciprocity) برای شبکه‌های N و N_t درست است؟



۱) N صدق می‌کنداما N_t صدق نمی‌کند.

۲) به علت منابع وابسته در هم‌پاسخی، صدق نمی‌کنند.

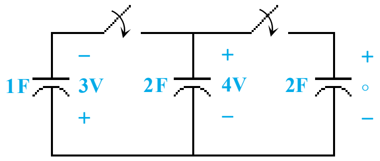
۳) هر دو شبکه در قضیه هم‌پاسخی صدق می‌کنند.

۴) N_t صدق می‌کند اما N صدق نمی‌کند.

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۸ ـ مهندسی برق

۱ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. اگر انرژی اولیه و انرژی نهایی ذخیره شده در مدار به ترتیب $W_\circ$ و W_f باشند، تلفات انرژی مدار برابر $W_d = W_\circ - W_f$ خواهد بود. حال $W_\circ$ و W_f را محاسبه می‌کنیم. $W_\circ$ برابر مجموع انرژی ذخیره شده در خازن‌های مدار است و از رابطه‌ی روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$W_\circ = \sum \frac{۱}{۲} CV^۲ = \frac{۱}{۲} \times (۱\times۳^۲ + ۳\times۱^۲ + ۶\times۳^۲ + \circ) = \frac{۶۶}{۲} = ۳۳J$$

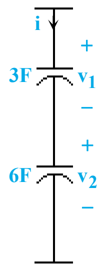


برای محاسبه W_f ابتدا باید ولتاژ نهایی خازن‌ها را محاسبه کنیم. برای این کار می‌توان با خیال راحت خازن‌های خالی سمت راست مدار را با یک خازن معادل ۲ فارادی جایگزین کرد، زیرا این خازن‌ها هیچ‌گونه شارژ اولیه‌ای ندارند، همچنین خازن‌های سری ۳ و ۶ فارادی در مرکز مدار را می‌توان با یک خازن ۲ فارادی با ولتاژ اولیه‌ی $۴V = ۳ + ۱$ جایگزین نمود. اما دقت کنید که از این جایگزینی تنها برای محاسبه‌ی ولتاژ نهایی خازن‌ها می‌توان استفاده کرد نه انرژی نهایی آنها. اکنون مدار مقابل را در نظر بگیرید:

برای محاسبه‌ی ولتاژ نهایی این سه خازن موازی از رابطه‌ی روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$$V = \frac{C_۱V_۱ + C_۲V_۲ + C_۳V_۳}{C_۱ + C_۲ + C_۳} = \frac{۱\times -۳ + ۲\times۴ + ۲\times\circ}{۱+۲+۲} = \frac{۵}{۵} = ۱V$$

بنابراین ولتاژ نهایی مجموعه‌ی خازن‌ها یک ولت است. حال به مدار اصلی بازگشته، ولتاژ نهایی خازن‌های ۳ و ۶ فارادی در شاخه‌های وسط را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل می‌توان نوشت:



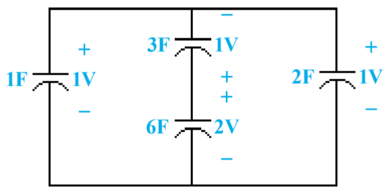
$$i = \frac{۳dV_۱}{dt} = \frac{۶dV_۲}{dt} \Rightarrow \Delta V_۱ = ۲\Delta V_۲ \Rightarrow V_{۱(\text{ماندگار})} - V_{۱(\circ)} = ۲\times[V_{۲(\text{ماندگار})} - V_{۲(\circ)}]$$

$$\Rightarrow V_{۱(\text{ماندگار})} - ۲V_{۲(\text{ماندگار})} = V_{۱(\circ)} - ۲V_{۲(\circ)} = ۱ - ۲\times۳ = -۵V$$

$$V_{۱(\text{ماندگار})} + V_{۲(\text{ماندگار})} = ۱V$$

از روابط بالا داریم:

$$V_{۱(\text{ماندگار})} = -۱V \ , \ V_{۲(\text{ماندگار})} = ۲V$$



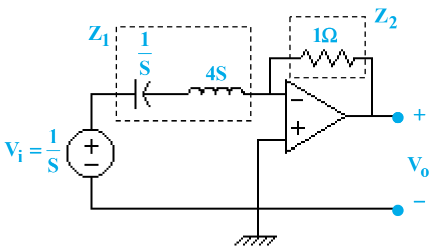
حال می‌توان انرژی نهایی مدار را محاسبه کرد.

$$W_f = \frac{۱}{۲} \times [۱\times۱^۲ + ۳\times۱^۲ + ۶\times۲^۲ + ۲\times۱^۲] = \frac{۱}{۲} \times [۱+۳+۲۴+۲] = ۱۵J$$

$$W_d = W_\circ - W_f = ۳۳ - ۱۵ = ۱۸J$$

۲ـ گزینه «۴» مدار یک تقویت کننده‌ی منفی‌ساز است که در فضای S به شکل زیر مدل می‌شود و بهره‌ی آن مطابق رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$A_V = -\frac{Z_۲}{Z_۱}$$



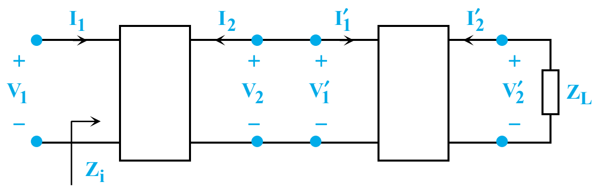
لذا ولتاژ خروجی در فضای S به شکل زیر به دست می‌آید:

$$V_o = A_V \times V_i = \frac{۱}{S} \times \frac{-۱}{\frac{۱}{S} + ۴S} = \frac{-۱}{۴S^۲ + ۱} \Rightarrow (۴S^۲ + ۱)V_o = -۱$$

اگر رابطه فوق را به حوزه زمان برگردانیم، داریم:

$$۴\frac{d^۲V_o}{dt^۲} + V_o = -\delta(t)$$

۳ـ گزینه «۱» با توجه به شکل و براساس معادلات توصیف‌کننده‌ی دوقطبی‌ها داریم:



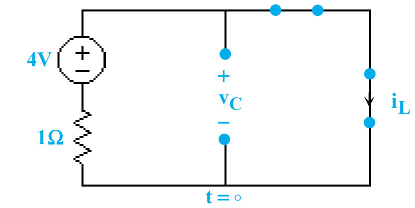
$$\begin{cases} V_۱ = \alpha I_۲ \\ V_۲ = -\alpha I_۱ \end{cases} \quad \begin{cases} V'_۱ = \alpha I'_۲ \\ V'_۲ = -\alpha I'_۱ \end{cases} \qquad V_۲ = V'_۱ \ , \ I_۲ = -I'_۱ \ , \ V'_۲ = -Z_L I'_۲$$

حال $V_۱$ را برحسب $I_۱$ محاسبه می‌کنیم:

$$V_۱ = \alpha I_۲ = \alpha(-I'_۱) = \alpha \times (\frac{V'_۲}{\alpha}) = \alpha \times \frac{۱}{\alpha} \times (-Z_L I'_۲) = -Z_L \times (\frac{V'_۱}{\alpha}) = -Z_L \times \frac{V_۲}{\alpha} = -Z_L \frac{۱}{\alpha} \times (-\alpha I_۱) = Z_L I_۱$$

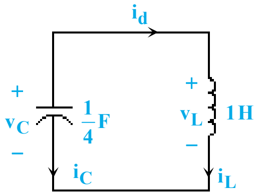
بنابراین داریم:

$$Z_i = \frac{V_۱}{I_۱} = Z_L$$



۴ـ گزینه «۳» در $t<0$ کلید بسته بوده و منبع ولتاژ ۴V جریانی همسو با مسیر هدایت دیود در مدار برقرار می‌کند. لذا دیود روشن است و سلف ۱ هانری شارژ می‌شود. در $t=0^-$ مدار به‌صورت زیر مدل می‌شود:

لذا داریم:
$$V_C(0^-)=0 \quad , \quad i_L(0^-)=\frac{4}{1}=4A$$



در $t=0^+$ با باز شدن کلید، دیود بلافاصله روشن می‌شود تا جریان سلف را از خود عبور دهد؛ لذا در جریان سلف و ولتاژ خازن جهش ناگهانی نداریم. در ادامه مدار یک مدار LC خواهد بود و به شکل نوسانی عمل می‌کند تا زمانی که جریان سلف که همان جریان دیود است، صفر شود. در این لحظه دیود خاموش شده و مدار به وضعیت پایدار می‌رسد. مدار در $t>0$ به صورت زیر مدل می‌شود:

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=4A \quad , \quad V_C(0^+)=V_C(0^-)=0$$

فرکانس نوسانات مدار برابر است با:

$$\omega_r=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{1\times\frac{1}{4}}}=2\frac{rad}{sec}$$

لذا ولتاژ $V_C(t)$ به شکل $A\sin 2t+B\cos 2t$ می‌باشد. حال مقادیر A و B را محاسبه می‌کنیم.

$$V_C(0^+)=0 \Rightarrow 0+B\times 1=0 \Rightarrow B=0$$

$$i_C=\frac{1}{4}\frac{dV_C}{dt}=-i_L \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}(0^+)=-4i_L(0^+) \Rightarrow 2A=-4\times 4 \Rightarrow A=-8 \Rightarrow V_C(t)=-8\sin 2t$$

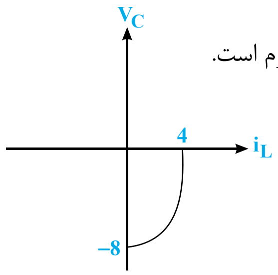
پاسخ $i_L(t)$ نیز به راحتی محاسبه می‌شود.

$$i_L(t)=-\frac{1}{4}\frac{dV_C}{dt}=4\cos 2t$$

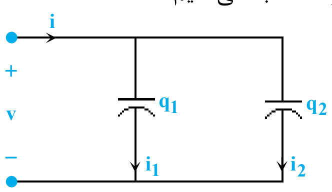
روابط فوق تا زمان صفر شدن i_L برقرار هستند. در این بازه‌ی زمانی $i_L>0$ و $V_C<0$ می‌باشد. از طرفی مطابق با این روابط داریم:

$$V_C^2+4i_L^2=64$$

بنابراین مسیر حالت به شکل زیر بوده و یک ربع بیضی در ربع چهارم است.

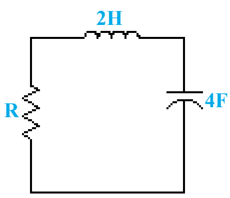


۵ـ گزینه «۴» هرچند مدار در ظاهر غیرخطی است، اما می‌توان با معادل‌سازی خازن‌های مدار به شکل یک خازن خطی، مدار را به شکل یک مدار خطی مدل کرده و نوع میرایی آن را مشخص نمود. مطابق شکل زیر برای محاسبه‌ی خازن معادل مدار، رابطه‌ی i و $\frac{dV}{dt}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$i=i_1+i_2=\frac{dq_1}{dt}+\frac{dq_2}{dt}=\frac{d}{dt}(V_1^3+4V_1)+\frac{d}{dt}(-V_2^3)$$

$$\xrightarrow{V_1=V_2=V} i=3V^2\frac{dV}{dt}+4\frac{dV}{dt}-3V^2\frac{dV}{dt}=4\frac{dV}{dt} \Rightarrow C_{eq}=4F$$



بنابراین خازن‌های مدار معادل با یک خازن خطی ۴ فارادی هستند. حال مدار به شکل یک مدار RLC سری مدل می‌شود:

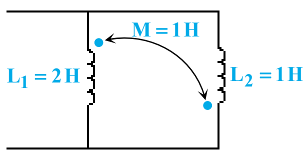
ضریب کیفیت مدار برابر است با:

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{R}\times\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{R\sqrt{2}}$$

برای آنکه مدار میرای ضعیف باشد باید ضریب کیفیت بزرگ‌تر از $\frac{1}{2}$ داشته باشد؛ یعنی:

$$Q=\frac{1}{R\sqrt{2}}>\frac{1}{2} \Rightarrow 0<R\sqrt{2}<2 \Rightarrow 0<R<\sqrt{2}$$

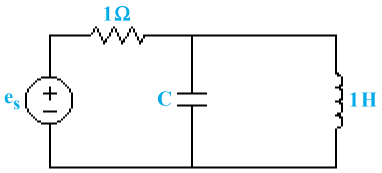
۶ـ گزینه «۱» سلف‌های تزویج شده‌ی موازی را می‌توان با استفاده از رابطه زیر با یک سلف معادل جایگزین نمود:



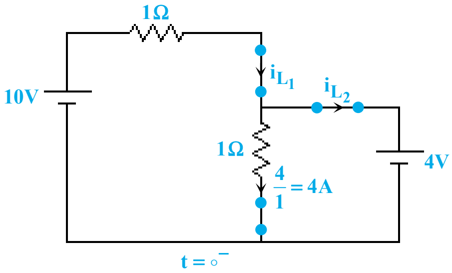
$$L_{eq}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}=\frac{2\times 1-1^2}{2+1+2\times 1}=\frac{1}{5}H$$

لذا سلف معادل مدار برابر $۱H = \frac{۱}{۵} + \frac{۴}{۵}$ خواهد بود. از آنجایی که مدار، یک مدار RLC موازی است، فرکانس تشدید آن از رابطه‌ی $\frac{۱}{\sqrt{LC}}$ به‌دست می‌آید:

$$\omega_r = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{۱\times C}} = ۱ \Rightarrow C = ۱F$$



۷ـ گزینه «۲» ابتدا با تحلیل مدار در $t = ۰^-$، مقدار جریان اولیه‌ی سلف‌ها را مشخص می کنیم. مطابق شکل سلف‌ها را با اتصال کوتاه مدل کرده و داریم:



$$i_{L_۱} = \frac{۱۰ - ۴}{۱} = ۶A$$

$$i_{L_۲} = ۶ - ۴ = ۲A$$

در $t = ۰$ با باز شدن کلید، در مدار کاتست سلفی شکل گرفته و سلف‌ها به ناچار پرش جریان خواهند داشت. مقدار جریان سلف‌ها در $t = ۰^+$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

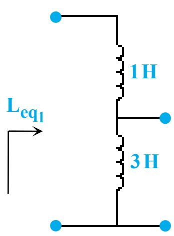
$$i_{L_۱}(۰^+) = i_{L_۲}(۰^+) = \frac{L_۱ i_{L_۱}(۰^-) + L_۲ i_{L_۲}(۰^-)}{L_۱ + L_۲} = \frac{۱\times۶ + ۴\times۲}{۱+۴} = ۲/۸A$$

در ادامه می‌توان ولتاژ سلف‌ها را نیز محاسبه کرد:

$$V_۱ = L_۱\frac{di_{L_۱}}{dt} = L_۱(i_{L_۱}(۰^+) - i_{L_۱}(۰^-))\delta(t) = ۱\times(۲/۸ - ۶)\delta(t) = -۳/۲\,\delta(t)$$

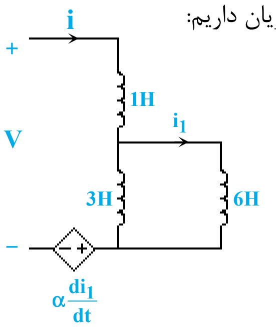
$$V_۲ = L_۲(i_{L_۲}(۰^+) - i_{L_۲}(۰^-)) = ۴\times(۲/۸ - ۲) = ۳/۲\delta(t) \Rightarrow V_۱ = -V_۲ = -۳/۲\delta(t)$$

۸ـ گزینه «۳» مسلماً مدار باید چه قبل و چه بعد از بسته شدن کلید یک مدار مرتبه اول باشد تا ثابت زمانی برای آن تعریف شده باشد. با توجه به ساختار مدار، می‌توان به این نکته پی برد که با بسته شدن کلید تنها سلف معادل مدار می‌تواند تغییر کند و لذا براساس رابطه‌ی $\tau = \frac{L}{R}$ مقدار این سلف بعد از بسته شدن کلید باید $\frac{۱}{۴}$ مقدار سلف قبل از بسته شدن کلید باشد. در $t < t_۰$، کلید باز بوده، $i_۱$ صفر است و منبع ولتاژ وابسته نیز صفر خواهد بود. لذا داریم:



$$L_{eq_۱} = ۱ + ۳ = ۴H$$

در $t > t_۰$، مقدار L_{eq} را با محاسبه‌ی V برحسب $\frac{di}{dt}$ مشخص می‌کنیم؛ مطابق شکل زیر با استفاده از تکنیک تقسیم جریان داریم:



$$i_۱ = \frac{۳}{۳+۶}i = \frac{i}{۳}$$

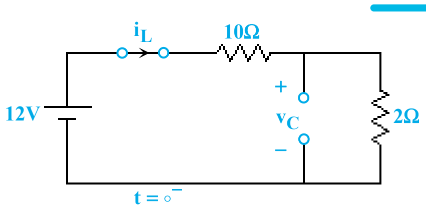
حال با نوشتن رابطه‌ی KVL داریم:

$$V = ۱\times\frac{di}{dt} + ۶\times\frac{di_۱}{dt} + \alpha\frac{di_۱}{dt} = \frac{di}{dt} + (۶+\alpha)\times\frac{۱}{۳}\frac{di}{dt} = (۳ + \frac{\alpha}{۳})\frac{di}{dt} \Rightarrow L_{eq_۲} = \frac{V}{\frac{di}{dt}} = ۳ + \frac{\alpha}{۳}$$

در نهایت باید داشته باشیم:

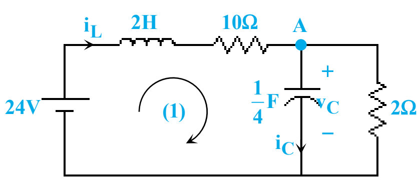
$$۳ + \frac{\alpha}{۳} = \frac{۱}{۴}\times۴ \Rightarrow \alpha = -۶$$

۹ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در $t = ۰^-$ تحلیل کرده، ولتاژ خازن و جریان سلف را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل سلف را به‌صورت اتصال کوتاه و خازن را به صورت مدار باز مدل می‌کنیم:



$$i_L(۰^-) = \frac{۱۲}{۱۰+۲} = ۱A \;,\; V_C(۰^-) = ۲\times i_L(۰^-) = ۲V$$

در $t = ۰^+$ با تغییر وضعیت کلید کاتست سلفی یا حلقه‌ی خازنی در مدار ایجاد نمی‌شود؛ لذا ولتاژ خازن و جریان سلف جهش ناگهانی نخواهند داشت. مطابق با شکل روبه‌رو با نوشتن روابط مداری برای $t > ۰$ داریم:



$$KCL\,A: i_L = i_C + \frac{V_c}{۲} \Rightarrow i_L = \frac{۱}{۴}\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{۲} \xrightarrow{t=۰^+}$$

$$i_L(۰^+) = \frac{۱}{۴}\frac{dV_c}{dt}(۰^+) + \frac{V_c(۰^+)}{۲} \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۴}\frac{dV_c}{dt}(۰^+) + \frac{۲}{۲} \Rightarrow \frac{dV_c}{dt}(۰^+) = ۰$$

$$KVL\,(۱): -۲۴ + V_L + ۱۰ i_L + V_c = ۰ \Rightarrow -۲۴ + ۲\frac{di_L}{dt} + ۱۰ i_L + V_c = ۰$$

$$\xrightarrow{t=۰^+} -۲۴ + ۲\frac{di_L(۰^+)}{dt} + ۱۰\times۱ + ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{di_L(۰^+)}{dt} = \frac{۲۴-۱۲}{۲} = ۶\frac{A}{s}$$

۱۰ـ گزینه «۲» در هر زیرگراف پیوسته مسطح بدون لولا، تعداد معادلات KVL برابر است با: تعداد شاخه‌ها − تعداد گره‌ها +۱

پنج زیرگراف پیوسته داریم که تعداد کل معادلات KVL در آنها برابر است با:

تعداد کل شاخه‌ها − تعداد کل گره‌ها +۵ ⇐ ۲۵ − تعداد کل گره‌ها +۵ = ۱۳ ⇐ تعداد کل گره‌ها = ۱۷

۱۱ـ گزینه «۱» فرض کنید دو قطبی N دارای ماتریس امپدانس Z و ماتریس ادمیتانس $Y = Z^{-۱}$ باشد. دو شبکه‌ی بالای مدار که موازی هستند دارای ماتریس ادمیتانس معادل $Y_۱ = Y + Y = ۲Y$ می‌باشند؛ لذا ماتریس امپدانس معادل آنها به صورت $Z_۱ = \frac{Z}{۲}$ است. این شبکه‌ها با شبکه پایینی سری هستند و در نتیجه برای محاسبه‌ی ماتریس امپدانس معادل کل مدار می‌توان ماتریس امپدانس معادل این شبکه‌ها را با ماتریس امپدانس شبکه‌ی پایینی یعنی Z جمع کرد.

$$Z_T = \frac{Z}{۲} + Z = \frac{۳}{۲}Z$$

حال تعریف ماتریس‌های Z و T را در نظر بگیرید. مشخص است که نسبت V به I برای شبکه معادل نسبت به شبکه‌ی اولیه N، ۵۰ درصد افزایش یافته است:

$$\begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \times ۱/۵ \quad \times ۱/۵ \\ \begin{bmatrix} Z_{۱۱} & Z_{۱۲} \\ Z_{۲۱} & Z_{۲۲} \end{bmatrix} \\ \times ۱/۵ \quad \times ۱/۵ \end{array} \begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} V_۱ \\ I_۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_۲ \\ -I_۲ \end{bmatrix}$$

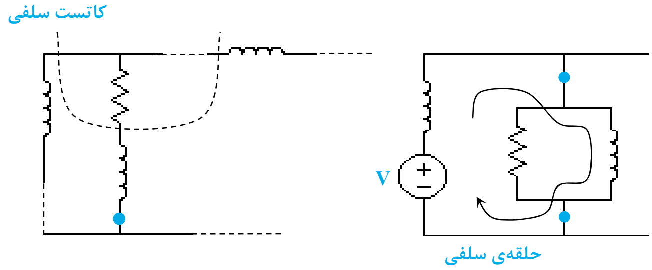
به سادگی می‌توان دریافت که درایه‌های متناظر در ماتریس انتقال مدار باید به شکل روبه‌رو تغییر کند:

$$A = \frac{V_۱}{V_۲}\Big|_{I_۲=۰} \to \text{بدون تغییر} = ۴ \qquad C = \frac{I_۱}{V_۲}\Big|_{I_۲=۰} \to (\times\frac{۱}{۱/۵}) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۹}$$

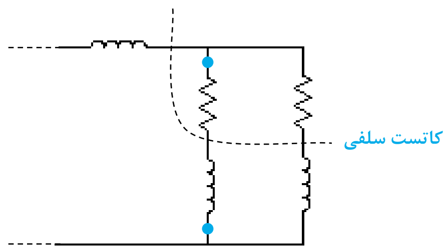
$$B = \frac{V_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰} \to (\times ۱/۵) = ۳ \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۲} \qquad D = \frac{I_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰} \to \text{بدون تغییر} = \frac{۱}{۲}$$

لذا ماتریس انتقال جدید به صورت $T_{new} = \begin{bmatrix} ۴ & \frac{۹}{۲} \\ \frac{۲}{۹} & \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$ خواهد بود.

۱۲ـ گزینه «۴» بدون احتساب $N_۱$ و $N_۲$، مدار دارای ۲ خازن و ۳ سلف است و ۵ فرکانس طبیعی دارد. از آنجایی که $N_۱$ و $N_۲$ تنها دارای یک سلف یا خازن می‌باشند (مطابق با گزینه‌ها)، اولاً این سلف یا خازن باید حتماً یک فرکانس طبیعی به وجود آورند یعنی نباید حلقه خازنی یا کاتست سلفی تشکیل دهند، و ثانیاً فرکانس طبیعی به وجود آمده نباید صفر باشد یعنی سلف و خازن موجود نباید کاتست خازنی یا حلقه‌ی سلفی به وجود آورند. مسلم است که $N_۱$ نمی‌تواند مدار RL (موازی یا سری) باشد چرا که سلف این مدار RL حتماً تشکیل‌دهنده‌ی کاتست سلفی یا حلقه‌ی سلفی خواهد بود:

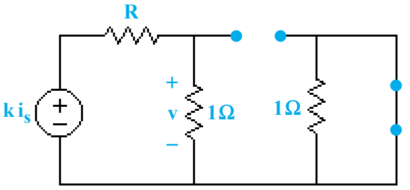


از طرفی $N_۲$ نیز نمی‌تواند یک مدار RL سری باشد چرا که سلف این مدار RL حتماً کاتست سلفی خواهد ساخت:



از بین گزینه‌ها تنها گزینه‌ی (۲) است که دو شرط فوق را ارضا می‌کند. لذا این گزینه پاسخ تست می‌باشد.

۱۳ـ گزینه «۴» ابتدا سعی می‌کنیم با استفاده از اطلاعات صورت مسئله، مقاومت معادل مدار از سمت راست شبکه‌ی N را محاسبه کنیم. بدین منظور برای شبکه N به همراه مقاومت ۱ اهمی سمت چپ و منبع جریان i_s، مدار معادل تونن با مقاومت معادل R و منبع ولتاژ تونن ki_s در نظر می‌گیریم. ابتدا مدار را در فرکانس $s=۰$ مدل می‌کنیم. در این فرکانس داریم:

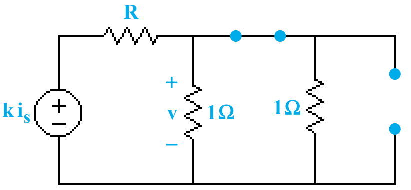


$s=۰$

$$\frac{V}{I_s}=\frac{۰+۰+۱}{۰+۰+۴}=\frac{۱}{۴}$$

$$V=\frac{۱}{۱+R}\times k_{is}\Rightarrow\frac{V}{i_s}=\frac{k}{۱+R}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow R+۱=۴k\quad(۱)$$

حال فرکانس $s=\infty$ را در نظر می‌گیریم:



$s=\infty$

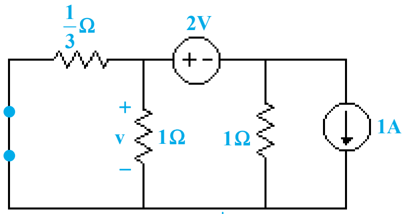
$$\frac{V}{I_s}=\frac{s^۲}{۵s^۲}=\frac{۱}{۵}$$

$$V=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}+R}\times ki_s\Rightarrow\frac{V}{i_s}=\frac{k}{۱+۲R}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow ۲R+۱=۵k\quad(۲)$$

از تقسیم روابط (۱) و (۲) داریم:

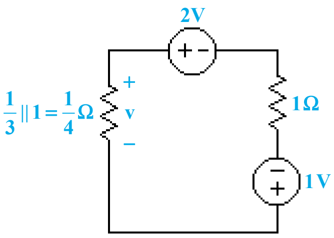
$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{R+۱}{۲R+۱}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow ۸R+۴=۵R+۵\Rightarrow R=\frac{۱}{۳}\Omega$$

حال مدار را در $t=۰^+$ مدل کرده و $V(۰^+)$ را محاسبه می‌کنیم. در $t=۰^+$، i_s صفر است.

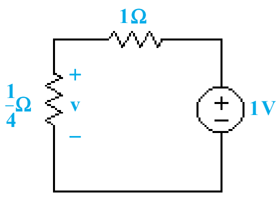


$t=۰^+$

با تبدیل منبع و ساده‌سازی مدار داریم:

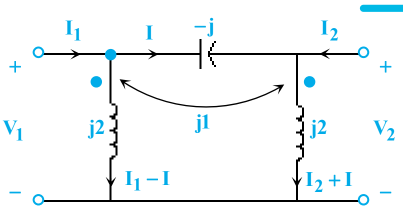


$\Rightarrow$



$$V=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۴}+۱}\times۱=\frac{۱}{۵}V$$

۱۴ـ گزینه «۲» مطابق شکل داریم:



$$I=\frac{V_۱-V_۲}{-j}=jV_۱-jV_۲$$

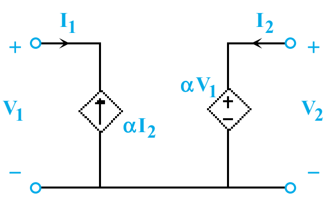
$$V_۱=j۲(I_۱-I)+j۱(I_۲+I)=j۲I_۱+jI_۲-jI=j۲I_۱+jI_۲+V_۱-V_۲\Rightarrow V_۲=j۲I_۱+jI_۲\quad(۱)$$

از تقارن مدار نتیجه می‌گیریم که:

$$V_۱=jI_۱+j۲I_۲\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\begin{pmatrix}I_۱\\I_۲\end{pmatrix}=\left(j\begin{bmatrix}۱&۲\\۲&۱\end{bmatrix}\right)^{-۱}\begin{bmatrix}V_۱\\V_۲\end{bmatrix}=\frac{-۱}{۳j}\begin{bmatrix}۱&-۲\\-۲&۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_۱\\V_۲\end{bmatrix}\Rightarrow Y=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۳}j&-\frac{۲}{۳}j\\-\frac{۲}{۳}j&\frac{۱}{۳}j\end{bmatrix}$$

۱۵ـ گزینه «۳» مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases}V_۲=\alpha V_۱\\I_۱=-\alpha I_۲\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}V_۱\\I_۱\end{bmatrix}=\overbrace{\begin{bmatrix}\frac{۱}{\alpha}&۰\\۰&\alpha\end{bmatrix}}^{T}\begin{bmatrix}V_۲\\-I_۲\end{bmatrix}$$

می‌بینیم که دو قطبی دارای ماتریس انتقال $T=\begin{pmatrix}\frac{۱}{\alpha}&۰\\۰&\alpha\end{pmatrix}$ می‌باشد و $\det(T)=\frac{۱}{\alpha}\times\alpha=۱$، پس دو قطبی N متقابل است. از طرفی برای N_t داریم:

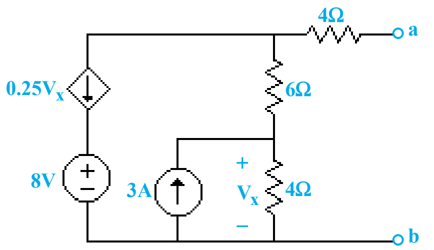
$$T_t=T\times T\Rightarrow|T_t|=|T||T|=۱$$

پس N_t نیز متقابل است. بنابراین هر دو شبکه در قضیه‌ی هم‌پاسخی صدق می‌کنند.

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۸ ـ مهندسی کامپیوتر

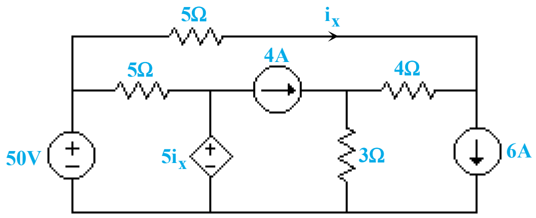
«معماری کامپیوتر»

۱ـ مقاومت تونن دیده شده از دو سر a و b کدام است؟



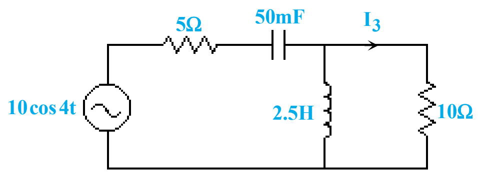
۱) ۲۴
۲) ۹
۳) ۴/۵
۴) ۴

۲ـ در مدار زیر جریان i_x چند آمپر است؟



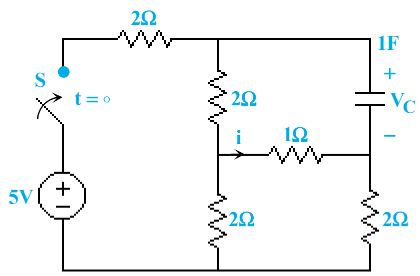
۱) ۶/۶۶−
۲) ۶/۶۶
۳) ۳/۳۳
۴) صفر

۳ـ در مدار زیر معادله جریان $I_۳$ در حالت ماندگار کدام است؟



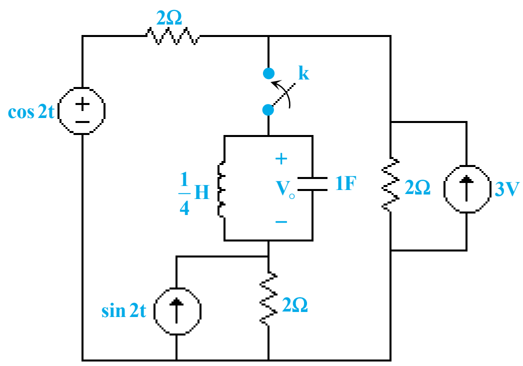
۱) $\frac{۱}{۲}\cos(۴t+۴۵^\circ)$
۲) $\frac{۱}{۲}\cos(۴t-۴۵^\circ)$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos(۴t+۴۵^\circ)$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos(۴t-۴۵^\circ)$

۴ـ در مدار زیر ولتاژ اولیه خازن صفر است و کلید S در $t=۰$ بسته می‌شود. جریان گذرنده از مقاومت ۱Ω در لحظه $t=۰^+$ کدام است؟



۱) صفر
۲) $\frac{-۵}{۱۱}A$
۳) $\frac{۲۰}{۱۱}A$
۴) $\frac{-۲۰}{۱۱}A$

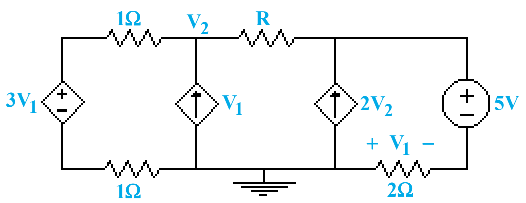
۵ـ در مدار زیر کلید k در لحظه $t=۰$ بسته می‌شود. فرم پاسخ طبیعی (عمومی) ولتاژ $V_۰$ برای زمان‌های $t>۰$ کدام ست؟



۱) $Ae^{-\alpha_۱ t}+Be^{-\alpha_۲ t}$
۲) $Ae^{-\alpha t}+Bte^{-\alpha t}$
۳) $(A+Bt)\cos\omega\, dt$
۴) $e^{-\alpha t}(A\cos\omega_{dt}+B\sin\omega_{dt})$

«هوش مصنوعی»

۶ـ مقدار مقاومت R برای آن‌که ولتاژ $V_۱$ و $V_۲$ برابر شوند، کدام است؟

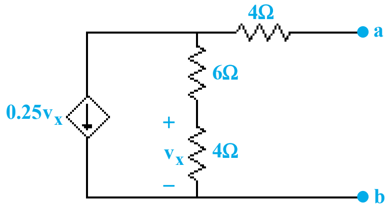


۱) ۱−
۲) صفر
۳) ۱
۴) ∞

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۸ ـ مهندسی کامپیوتر

«معماری کامپیوتر»

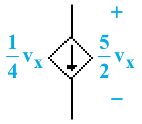
۱ـ گزینه «۲» ابتدا منابع مستقل مدار را خاموش می‌کنیم. در این حالت مدار به شکل مقابل در می‌آید:



با استفاده از تکنیک تقسیم ولتاژ مشخص است که ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته برابر است با:

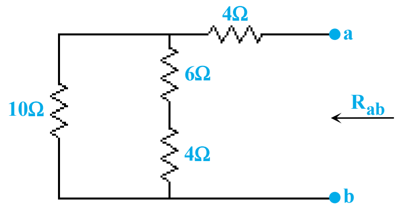
$$\frac{۶+۴}{۴}\times V_x=\frac{۵}{۲}V_x$$

لذا این منبع را می‌توان با مقاومت معادل زیر جایگزین کرد:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{۵}{۲}V_x}{\frac{۱}{۴}V_x}=۱۰\Omega$$

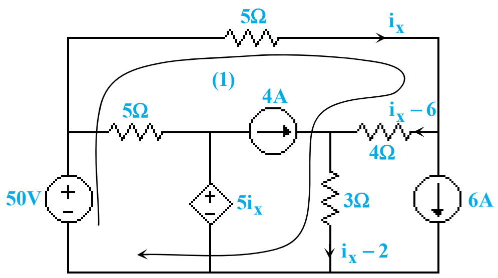
با انجام این جایگزینی، مدار به شکل روبه‌رو ساده خواهد شد:



$$R_{ab}=۱۰\,||\,(۶+۴)+۴=۵+۴=۹\Omega$$

۲ـ گزینه «۲» با دو KCL ساده ابتدا جریان مقاومت‌های ۴ و ۳ اهمی برحسب i_x به‌دست می‌آید. این جریان‌ها در شکل مشخص شده‌اند:

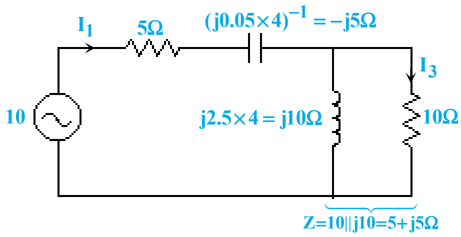
در ادامه رابطه KVL را برای حلقه (۱) می‌نویسیم:



$$KVL\ (۱):-۵۰+۵i_x+۴(i_x-۶)+۳(i_x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow ۱۲i_x=۸۰\Rightarrow i_x=\frac{۲۰}{۳}=۶/۶۶A$$

۳ـ گزینه «۳» مدار با فرکانس $\omega=۴\frac{rad}{sec}$ تحریک می‌شود، لذا در حالت فازوری به‌صورت زیر مدل خواهد شد:



جریان $I_۱$ برابر است با:

$$I_۱=\frac{۱۰}{۵-j۵+۵+j۵}=\frac{۱۰}{۱۰}=۱$$

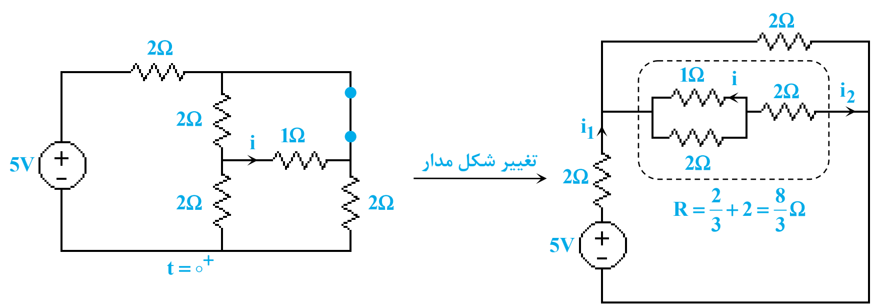
حال با استفاده از تکنیک تقسیم جریان داریم:

$$I_۳=\frac{j۱۰}{۱۰+j۱۰}\times I_۱=\frac{j}{۱+j}=\frac{j(۱-j)}{۲}=\frac{۱}{۲}+\frac{j}{۲}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}e^{j۴۵^\circ}$$

در نهایت $I_۳$ را به حوزه‌ی زمان برمی‌گردانیم:

$$I_۳(t)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos(۴t+۴۵^\circ)$$

۴ـ گزینه «۲» از آنجایی که ولتاژ اولیه خازن صفر است، در لحظه $t=۰^+$ خازن همچون اتصال کوتاه عمل خواهد کرد؛ لذا در این لحظه مدار به شکل زیر مدل می‌شود:

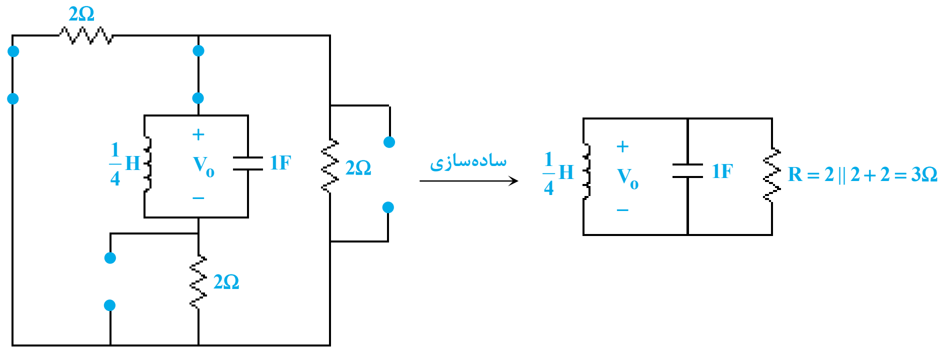


براساس شکل فوق داریم:

$$i_1=\frac{5}{2+2\|\frac{8}{3}}=\frac{5}{2+\frac{8}{7}}=\frac{35}{22}A\qquad,\qquad i_2=\frac{2}{2+\frac{8}{3}}\times i_1=\frac{3}{7}\times\frac{35}{22}=\frac{15}{22}A$$

$$i=-\frac{2}{2+1}\times i_2=-\frac{2}{3}\times\frac{15}{22}=-\frac{5}{11}A$$

۵ـ گزینه «۴» فرم پاسخ ولتاژ V_0 در $t>0$ به نوع میرایی مدار در این زمان‌ها بستگی دارد، برای یافتن نوع میرایی مدار، می‌توانیم منابع مستقل مدار را خاموش کرده و مدار را به شکل یک مدار RLC موازی درآوریم:



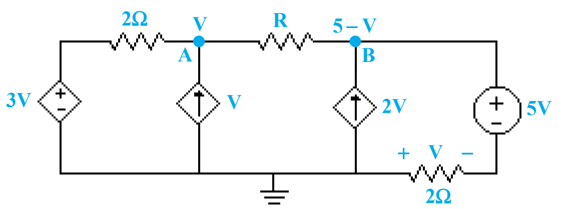
ضریب کیفیت مدار RLC موازی برابر است با:

$$Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}=3\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4}}}=6>\frac{1}{2}$$

با توجه به این که ضریب کیفیت مدار بزرگ‌تر از $\frac{1}{2}$ است، پاسخ مدار از نوع میرایی ضعیف بوده و به‌صورت $e^{-\alpha}(A\cos\omega_{dt}+B\sin\omega_{dt})$ می‌باشد.

«هوش مصنوعی»

۶ـ گزینه «۴» فرض می‌کنیم ولتاژ V_1 برابر V_2 بوده و داریم $V_1=V_2=V$، حال مقدار R را محاسبه می‌کنیم، مطابق شکل، ولتاژ گره‌ها را برحسب V مشخص می‌کنیم:



با نوشتن روابط KCL در گره‌های A و B داریم:

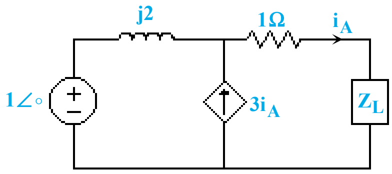
$$KCL\,A:\frac{V-3V}{2}-V+\frac{V-(5-V)}{R}=0\Rightarrow(\frac{2}{R}-2)V-\frac{5}{R}=0\qquad(1)$$

$$KCL\,B:\frac{5-V-V}{R}-2V-\frac{V}{2}=0\Rightarrow(-\frac{2}{R}-\frac{5}{2})V+\frac{5}{R}=0\qquad(2)$$

$$(1)+(2)\Rightarrow-\frac{9}{2}V=0\Rightarrow V=0\xrightarrow{(2),(1)}R=\infty$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۹۸ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

۱ـ در مدار زیر، Z_L چقدر باشد تا حداکثر توان در آن مصرف شود؟



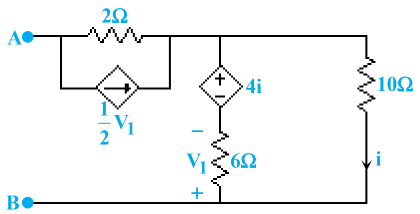
۱) ۱+j۴

۲) ۱−j۴

۳) −۱+j۴

۴) −۱−j۴

۲ـ در مدار زیر، مقاومت دیده شده بین سرهای A و B، چند اهم است؟



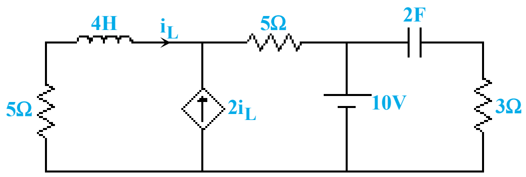
۱) ۲

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

۳ـ در مدار زیر، انرژی ذخیره شده در سلف و خازن در حالت دائمی، چند ژول است؟



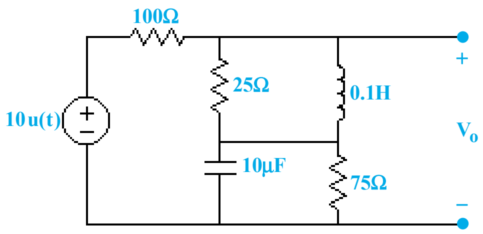
۱) $W_L = ۰/۵$, $W_C = ۵۰$

۲) $W_L = ۰/۵$, $W_C = ۱۰۰$

۳) $W_L = ۱$, $W_C = ۱۰۰$

۴) $W_L = ۱$, $W_C = ۲۰۰$

۴ـ در مدار زیر، در $t = ۰^-$، مدار در حالت صفر قرار دارد؛ یعنی تمام شرایط اولیه صفر هستند. ولتاژ خروجی در $t = ۰^+$ و $t = \infty$، چند ولت است؟



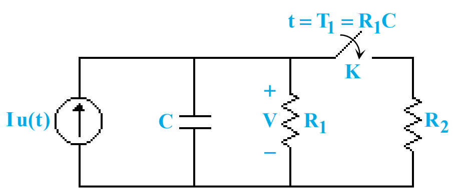
۱) $V_o(\infty) = ۲$ $V_o(۰^+) = ۰$

۲) $V_o(\infty) = ۲$ $V_o(۰^+) = \frac{۳۰}{۷}$

۳) $V_o(\infty) = \frac{۳۰}{۷}$ $V_o(۰^+) = ۲$

۴) $V_o(\infty) = ۵$ $V_o(۰^+) = ۴$

۵ـ در مدار زیر، کلید K در زمان $T_۱ = R_۱C$ بسته می‌شود. چه شرطی برقرار باشد تا مقدار نهایی ولتاژ V در بی‌نهایت کمتر از ولتاژ V در زمان $T_۱$ باشد؟ $(V(۰^-) = ۰)$



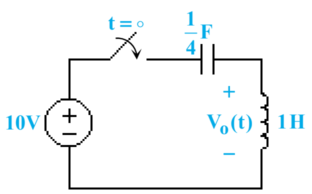
۱) $\frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} < ۱ - \frac{۱}{e}$

۲) $\frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} > ۱ - \frac{۱}{e}$

۳) همواره ولتاژ V در بی‌نهایت کمتر از ولتاژ V در زمان $T_۱$ است.

۴) امکان اینکه ولتاژ V در بی‌نهایت کمتر از ولتاژ V در زمان $T_۱$ باشد وجود ندارد.

۶ـ در مدار زیر، $V_o(t)$ برای $t > ۰$ کدام است؟ (در $t < ۰$ مدار در حالت صفر است.)



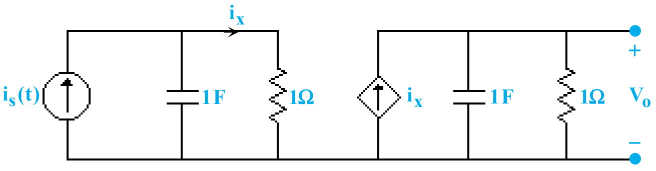
۱) $V_o(t) = \frac{۱۰}{۳}\cos ۲t$

۲) $V_o(t) = ۱۰e^{-۲t}$

۳) $V_o(t) = ۱۰\cos ۲t$

۴) $V_o(t) = ۱۵\cos ۲t$

۷ـ پاسخ ضربه مدار زیر V_o کدام است؟



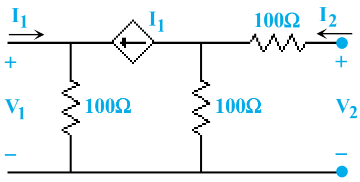
۱) $V_o(t) = ۲te^{-t}u(t)$

۲) $V_o(t) = te^{-t}u(t)$

۳) $V_o(t) = te^{-t}u(t-۱)$

۴) $V_o(t) = te^{-(t-۱)}u(t-۱)$

۸ـ پارامترهای ادمیتانس شبکه دوقطبی زیر، برحسب میلی‌زیمنس کدام است؟



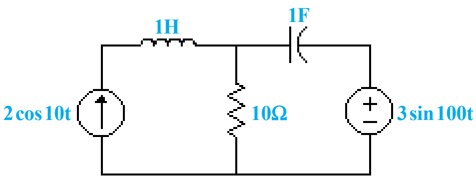
۱) $y = \begin{bmatrix} ۱۰ & ۰ \\ ۰ & ۵ \end{bmatrix}$

۲) $y = \begin{bmatrix} ۱۰ & ۵ \\ -۵ & ۱۰ \end{bmatrix}$

۳) $y = \begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۵ & -۵ \end{bmatrix}$

۴) $y = \begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۲/۵ & ۵ \end{bmatrix}$

۹ـ در مدار زیر، توان متوسط مصرفی سلف، چند وات است؟



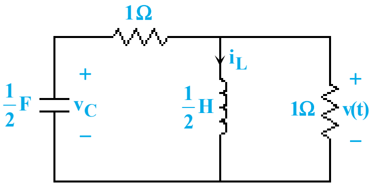
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۰ـ مدار زیر را برای $t > ۰$ با فرض $i_L(۰^+) = ۱A$ و $v_c(۰^+) = ۱V$ داریم. مقدار $\frac{dv(۰^+)}{dt}$ کدام است؟



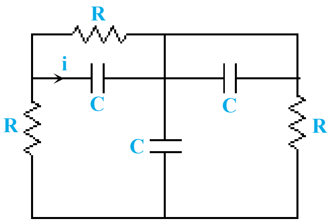
۱) ۰

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) -۱

۴) -۲

۱۱ـ حداکثر تعداد فرکانس‌های طبیعی جریان i، در مدار زیر کدام است؟



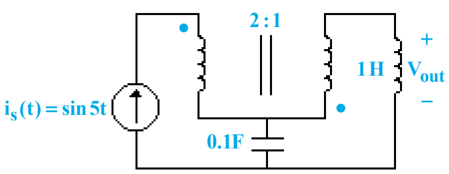
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۲ـ در مدار زیر، ولتاژ V_{out} کدام است؟



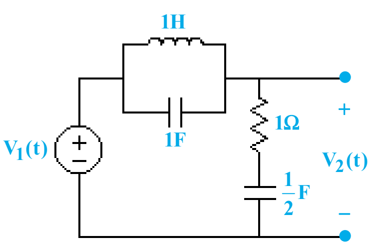
۱) $-۲\cos ۵t$

۲) $-۱۰\cos ۵t$

۳) $۱۰\cos ۵t$

۴) $۲۰\cos ۵t$

۱۳ـ در مدار زیر، صفرهای تابع شبکه $H(s) = \frac{V_۲(s)}{V_۱(s)}$ کدام است؟



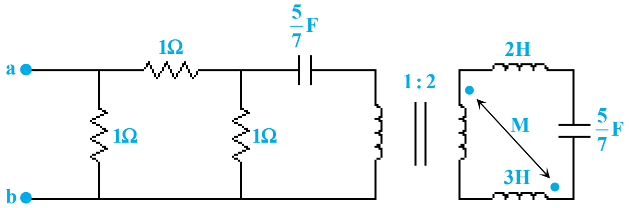
۱) $-۲, \pm j$

۲) $\pm j, \infty$

۳) $\infty, \infty, -۲$

۴) ∞, ∞, ∞

۱۴ـ در مدار زیر، ضریب تزویج متقابل M چقدر باشد تا ضریب توان امپدانس از دو سر a و b در فرکانس $\omega = ۱$، برابر یک شود؟



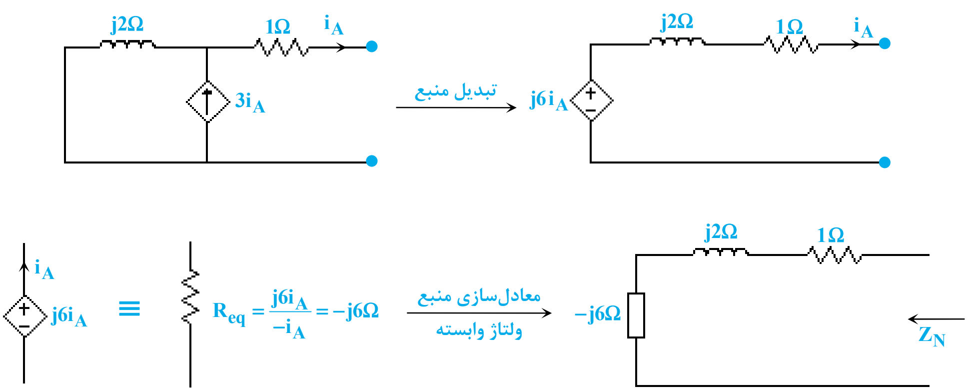
۱) ۰
۲) ۲
۳) ۱
۴) −۲

۱۵ـ در گراف مداری نسبت به یک درخت ماتریس کات‌ست‌های اساسی Q و ماتریس حلقه‌های اساسی B بوده و نسبت به درخت دیگر ماتریس‌های متناظر $\hat{Q}$ و $\hat{B}$ را داریم. کدام رابطه درست است؟

۱) $\hat{Q}B^T = ۰$
۲) $Q\hat{B}^T = ۰$
۳) $QB^T = ۰$
۴) هر سه مورد

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۹۸ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

۱ـ گزینه «۱» طبق قضیه انتقال توان ماکزیمم، برای آنکه Z_L حداکثر توان را جذب نماید باید برابر مزدوج امپدانس شبکه از دید خودش باشد. لذا با خاموش کردن منبع ولتاژ مستقل مدار به سراغ محاسبه امپدانس معادل شبکه از دید Z_L می‌رویم. با تبدیل منبع و معادلسازی منبع ولتاژ وابسته می‌توان به‌راحتی امپدانس شبکه را محاسبه کرد:

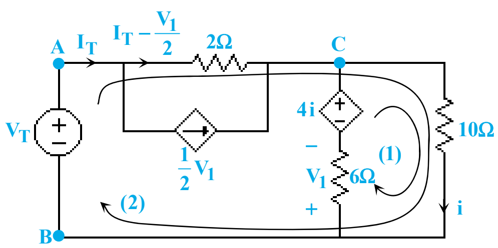


$$Z_N = -j۶ + j۲ + ۱ = -j۴ + ۱$$

حال باید داشته باشیم:

$$Z_L = Z_N^* = (-j۴ + ۱)^* = (j۴ + ۱)\Omega$$

۲ـ گزینه «۴» منبع تست V_T را در ورودی مدار قرار داده، رابطه V_T و I_T را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل ابتدا در حلقه سمت راست مدار KVL می‌زنیم:



$$KVL\,(۱): V_۱ - ۴i + ۱۰i = ۰ \Rightarrow V_۱ = -۶i \qquad (۱)$$

در ادامه سعی می‌کنیم i و $V_۱$ را برحسب I_T محاسبه نماییم:

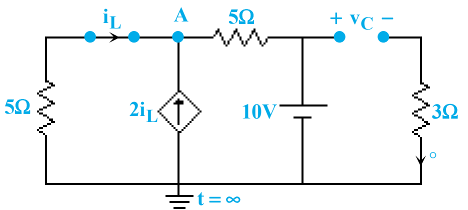
$$KCL\ C: I_T = i - \frac{V_۱}{۶} \xrightarrow{(۱)} I_T = i + i = ۲i \Rightarrow i = \frac{I_T}{۲} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)} V_۱ = -۳I_T \quad (۳)$$

در نهایت در حلقه بیرونی مدار KVL می‌زنیم:

$$KVL\ \ (۲): -V_T + ۲\times(I_T - \frac{V_۱}{۲}) + ۱۰i = ۰ \xrightarrow{(۲) و (۳)} -V_T + ۲I_T + ۳I_T + ۵I_T = ۰ \Rightarrow V_T = ۱۰I_T \Rightarrow R_{AB} = \frac{V_T}{I_T} = ۱۰\Omega$$

۳ـ گزینه «۲» در حالت دائمی، خازن به‌صورت مدار باز و سلف به‌صورت اتصال کوتاه مدل می‌شود؛ لذا می‌توان برای محاسبه مقادیر دائمی ولتاژ خازن و جریان سلف مدار را به‌صورت زیر در نظر گرفت:



به‌راحتی می‌توان نوشت:

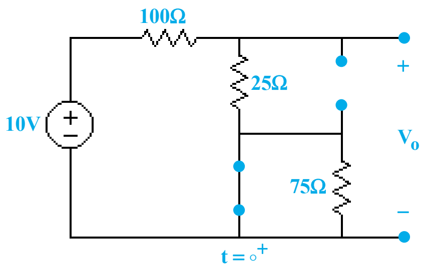
$$V_C(\infty) = ۱۰ - ۳\times۰ = ۱۰\,V$$

$$KCL\ \ A: i_L + ۲i_L + \frac{۱۰ - (-۵i_L)}{۵} = ۰ \Rightarrow ۴i_L = -۲ \Rightarrow i_L(\infty) = -\frac{۱}{۲}A$$

در ادامه محاسبه انرژی سلف و خازن از روابط زیر به‌سادگی صورت می‌پذیرد:

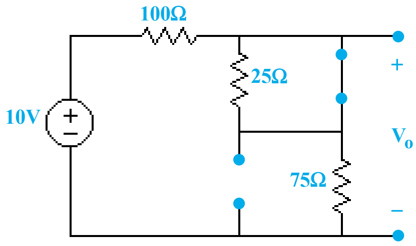
$$W_L = \frac{1}{2}Li_L^2(\infty) = \frac{1}{2}\times 4\times(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}J \quad , \quad W_C = \frac{1}{2}CV_C^2(\infty) = \frac{1}{2}\times 2\times 10^2 = 100J$$

۴ـ گزینه «۳» در $t = 0^+$، خازن به شکل اتصال کوتاه و سلف به شکل مدار باز مدل می‌شود، لذا مطابق شکل داریم:



$$V_o(0^+) = \frac{25}{25+100}\times 10 = \frac{10}{5} = 2V$$

در $t = \infty$، خازن به‌صورت مدار باز و سلف به شکل اتصال کوتاه مدل می‌شود. بنابراین داریم:



$$V_o(\infty) = \frac{75}{100+75}\times 10 = \frac{30}{7}V$$

۵ـ گزینه «۱» زمانی که کلید هنوز بسته نشده است، با توجه به صفر بودن ولتاژ اولیه‌ی خازن و مقدار نهایی ولتاژ خازن که برابر R_1I می‌باشد، تابع تغییرات V به‌صورت زیر می‌باشد:

$$V = R_1I(1-e^{-\frac{t}{RC}}) \ , \ 0 \le t < T_1$$

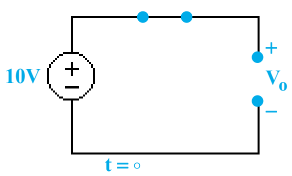
مقدار V در $t = T_1$ برابر خواهد بود با:

$$V(T_1) = R_1I(1-e^{-1})$$

پس از بسته شدن کلید مقدار نهایی ولتاژ V برابر $(R_1 \parallel R_2)I$ می‌باشد. لذا باید داشته باشیم:

$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I < R_1I(1-e^{-1}) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1+R_2} < 1-\frac{1}{e}$$

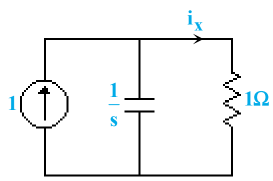
۶ـ گزینه «۳» مشخص است که با بسته شدن کلید، یک مدار LC داریم که بدون اتلاف بوده و پاسخ نوسانی دارد؛ لذا گزینه (۲) نمی‌تواند پاسخ تست باشد. از طرفی در $t = 0^+$ مدار در شرایط اولیه صفر است و به شکل مقابل مدل می‌شود:

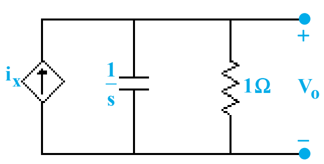


$$V_o(0^+) = 10V$$

از میان گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴)، تنها گزینه (۳) شروط فوق را ارضاء می‌کند، لذا همین گزینه پاسخ تست است.

۷ـ گزینه «۲» مدار به شکل زیر در فضای S مدل می‌شود، حال با استفاده از تکنیک تقسیم جریان داریم:





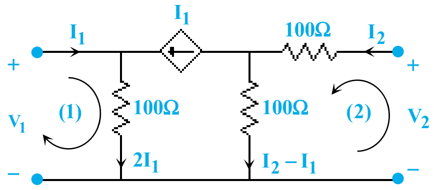
$$i_x = \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}\times 1 = \frac{1}{s+1}$$

$$V_o = i_x \times \frac{\frac{1}{s}\times 1}{\frac{1}{s}+1} = \frac{1}{s+1}\times\frac{1}{s+1} = \frac{1}{(s+1)^2}$$

حال V_o را به حوزه زمان منتقل می‌کنیم:

$$V_o(t) = te^{-t}u(t)$$

۸ـ گزینه «۴» برای محاسبه پارامترهای ادمیتانس باید $I_۱$ و $I_۲$ را برحسب $V_۱$ و $V_۲$ محاسبه کنیم، مطابق شکل داریم:



$$KVL\,(۱): V_۱ = ۲I_۱ \times ۱۰۰ = ۲۰۰ I_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{۱}{۲۰۰} V_۱ \quad (۱)$$

$$KVL\,(۲): V_۲ = ۱۰۰ I_۲ + ۱۰۰ \times (I_۲ - I_۱) = ۲۰۰ I_۲ - ۱۰۰ I_۱$$

$$\xrightarrow{(۱)} V_۲ = ۲۰۰ I_۲ - \frac{۱}{۲} V_۱ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۴۰۰} V_۱ + \frac{۱}{۲۰۰} V_۲ \quad (۲)$$

از (۱) و (۲)، ماتریس ادمیتانس برحسب مهو یا همان زیمنس به‌دست می‌آید:

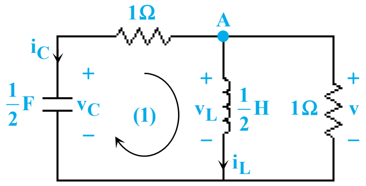
$$Y = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲۰۰} & ۰ \\ \frac{۱}{۴۰۰} & \frac{۱}{۲۰۰} \end{bmatrix} \text{(Siemens)}$$

برای محاسبه Y برحسب میلی زیمنس، به راحتی ماتریس فوق را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.

$$Y = \begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۲/۵ & ۵ \end{bmatrix} \text{(mSiemens)}$$

۹ـ گزینه «۱» سلف و خازن توان اکتیو مصرف نمی‌کنند و توان متوسط مصرفی‌شان همواره صفر است. لذا بدون هرگونه محاسباتی می‌توان گزینه (۱) را به عنوان گزینه صحیح انتخاب کرد.

۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا سعی می‌کنیم مقادیر V_L و i_C را در لحظه $t = ۰^+$ پیدا کنیم. مطابق شکل می‌توان نوشت:



$$KVL\,(۱): -v_C - i_C + v_L = ۰ \quad (۱) \xrightarrow{t=۰^+} -۱ - i_C(۰^+) + v_L(۰^+) = ۰ \quad (۲)$$

$$KCL\,A: i_C + i_L + v_L = ۰ \quad (۳) \xrightarrow{t=۰^+} i_C(۰^+) + ۱ + v_L(۰^+) = ۰ \quad (۴)$$

$$(۲),(۴) \Rightarrow \begin{cases} -i_C(۰^+) + v_L(۰^+) = ۱ \\ i_C(۰^+) + v_L(۰^+) = -۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_C(۰^+) = -۱A \\ v_L(۰^+) = ۰ \end{cases} \quad (۵)$$

حال به روابط (۱) و (۳) بازگشته، از آن‌ها مشتق می‌گیریم:

$$(۱) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} -\frac{dv_C}{dt} - \frac{di_C}{dt} + \frac{dv_L}{dt} = ۰ \Rightarrow -۲i_C - \frac{di_C}{dt} + \frac{dv_L}{dt} = ۰ \xrightarrow{t=۰^+} -۲i_C(۰^+) - \frac{di_C}{dt}(۰^+) + \frac{dv_L}{dt}(۰^+) = ۰$$

$$\xrightarrow{(۵)} -\frac{di_C}{dt}(۰^+) + \frac{dv_L}{dt}(۰^+) = -۲ \quad (۶)$$

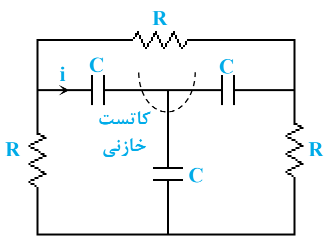
$$(۳) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{di_C}{dt} + \frac{di_L}{dt} + \frac{dv_L}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{di_C}{dt} + ۲v_L + \frac{dv_L}{dt} = ۰ \xrightarrow{t=۰^+} \frac{di_C}{dt}(۰^+) + ۲v_L(۰^+) + \frac{dv_L}{dt}(۰^+) = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{di_C}{dt}(۰^+) + \frac{dv_L}{dt}(۰^+) = ۰ \quad (۷)$$

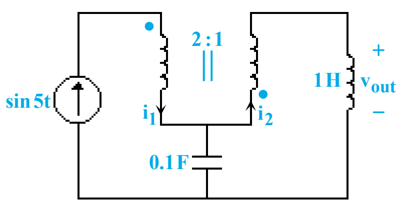
از جمع روابط (۶) و (۷) داریم:

$$(۶)+(۷) \Rightarrow \frac{۲dv_L}{dt}(۰^+) = -۲ \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{dv_L}{dt} = -۱ \frac{V}{sec}$$

۱۱ـ گزینه «۲» مدار دارای سه خازن یعنی سه عنصر ذخیره کننده انرژی است و لـذا سـه فرکانس طبیعی دارد؛ از این فرکانس‌های طبیعی، یکی به علـت وجـود کاتسـت خـازنی در مدار، صفر است، اما باید دقت کرد که این فرکانس طبیعی صفر نمی‌تواند در جریان خـازن پدیدار شود چرا که خازن‌ها در فرکانس $S = ۰$ یا در تحریک DC با مدار باز مـدل شـده و جریانشان صفر می‌شود. لذا جریان i تنها می‌تواند دو فرکانس طبیعی داشته باشد.



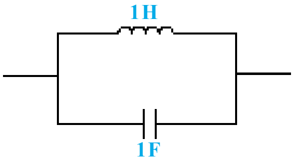
۱۲ـ گزینه «۲» مطابق روابط ترانسفورماتور، جریان ثانویه ترانس با جهت مشخص شده، ۲− برابر جریان اولیه آن است یعنی:



$$i_۲ = -۲i_۱ = -۲\sin ۵t$$

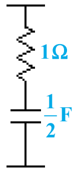
حال به‌راحتی داریم:

$$V_{out} = ۱ \times \frac{di_۲}{dt} = -۱۰ \cos ۵t$$



۱۳ـ گزینه «۱» مدار LC موازی در فرکانس تشدید خود، مدار باز شده و مانع رسیدن سیگنال به خروجی $V_۲$ می‌شود. پس دو صفر تابع شبکه مدار برابر خواهند بود با:

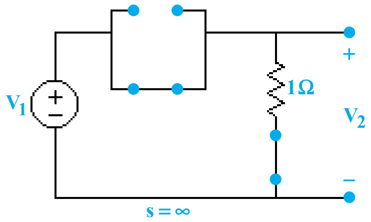
$$S = \pm j\omega_r = \pm j\frac{۱}{\sqrt{۱\times ۱}} = \pm j$$



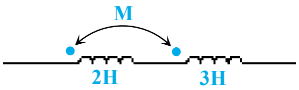
مدار RC سری در سمت راست مدار نیز در فرکانس $S = -\frac{۱}{RC}$ اتصال کوتاه می‌شود و $V_۲$ را صفر می‌کند. پس صفر دیگر تابع انتقال مدار برابر است با:

$$s = -\frac{۱}{RC} = -\frac{۱}{۱\times\frac{۱}{۲}} = -۲$$

دقت کنید که در $s = \infty$، $V_۲ = V_۱$ خواهد بود و بنابراین $s = \infty$ نمی‌تواند صفر تابع انتقال شبکه باشد:

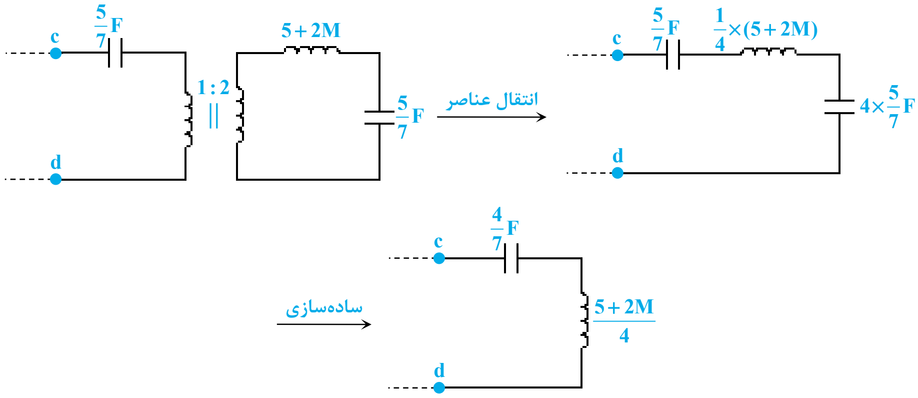


۱۴ـ گزینه «۳» ابتدا با استفاده از رابطه‌ای که بلدیم، دو سلف تزویج شده سری را با یک سلف معادل مدل می‌کنیم:



$$L_{eq} = L_۱ + L_۲ + ۲M = ۵ + ۲M$$

حال سلف‌های تزویج شده را با سلف معادل جایگزین کرده، تمام عناصر موجود در سمت ثانویه ترانس را به سمت اولیه آن منتقل می‌کنیم:



مشخص است که اگر مدار LC در دو سر c و d در فرکانس $\omega = ۱$ تشدید کند، ضریب توان مدار از دو سر a و b در این فرکانس یک می‌شود. لذا باید داشته باشیم:

$$\omega_r = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۴}{۷}\times\frac{۵+۲M}{۴}}} = \sqrt{\frac{۷}{۵+۲M}} = ۱ \Rightarrow M = ۱H$$

۱۵ـ گزینه «۴» برای هر درخت در یک گراف روابط $QB^T = ۰$ و $Qj = ۰$ و $j = B^T I$ برقرار هستند که I بردار جریان لینک‌ها و j بردار جریان شاخه‌ها می‌باشد. مشخص است که I بستگی به درخت انتخابی دارد اما j همواره واحد است. حال با در نظر گرفتن درخت دیگری از گراف داریم:

$$\hat{Q}\hat{B}^T = ۰ \quad , \quad \hat{Q}j = ۰$$

$$j = \hat{B}^T\hat{I} \xrightarrow{Q\times(\,)} Qj = Q\hat{B}^T\hat{I} \Rightarrow Q\hat{B}^T\hat{I} = ۰$$

از رابطه فوق دو نتیجه کلی می‌توان برداشت کرد که یکی رد می‌شود:

۱- $Q\hat{B}^T$ صفر نیست اما تمام سطرهای آن متعامد بر بردار $\hat{I}$ هستند. از آنجایی که $Q\hat{B}^T$، $n\times\ell$ بوده و $\hat{I}$، $\ell\times۱$ می‌باشد، این امر تنها زمانی امکان رخدادن دارد که $n > \ell$ باشد، که برای هر گرافی لزوماً برقرار نیست. به علاوه باید برای تمام درخت‌های ممکن و تمام بردارهای $\hat{I}$، شرط فوق برآورده گردد که ممکن نیست. بنابراین این نتیجه قابل برداشت نیست.

۲- $Q\hat{B}^T$ برابر صفر است:

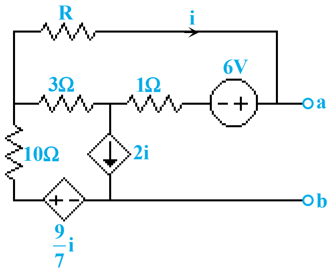
$$Q\hat{B}^T = ۰$$

به همین شکل می‌توان نتیجه گرفت:

$$\hat{Q}B^T = ۰$$

سؤالات آزمون دکتری ۱۳۹۹

۱ـ مقدار R در مدار مقابل چند اهم انتخاب شود تا مدار از دو سر a و b معادل با یک منبع جریان ایده‌آل باشد؟



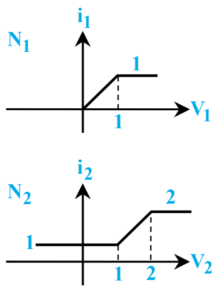
۱) ۰

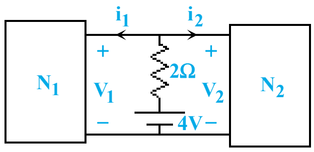
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

۲ـ شبکه‌های N_1 و N_2 دارای مشخصه‌های $i-v$ هستند و به‌صورت زیر در یک مدار قرار گرفته‌اند. توان مصرفی مقاومت 2Ω چند وات است؟





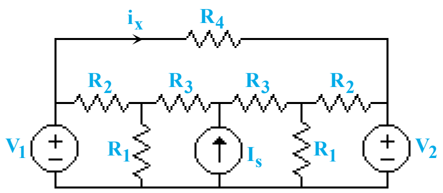
۱) $\frac{1}{9}$

۲) $\frac{50}{9}$

۳) $\frac{10}{3}$

۴) $\frac{40}{9}$

۳ـ در مدار زیر، اگر $V_1 = 2V$ و $V_2 = 5V$ باشد، آنگاه $i_x = 6A$ خواهد بود. مقدار i_x هنگامی‌که $V_1 = 3V$ و $V_2 = 4V$ باشد، چند آمپر خواهد بود؟



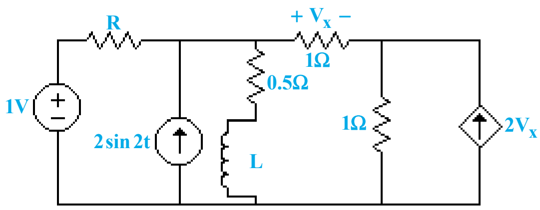
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۵

۴) ۲−

۴ـ در مدار زیر، مقاومت مثبت R چند اهم باشد تا با جایگزینی سلف توسط خازن $C = L$، ثابت زمانی مدار تغییر نکند؟



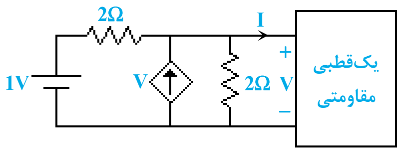
۱) $\frac{4}{7}$

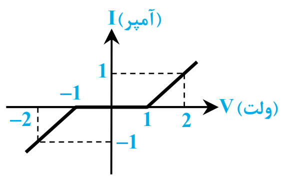
۲) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{5}{7}$

۴) ۱

۵ـ با توجه به مشخصه $v-i$ یک‌قطبی مقاومتی، مقدار ولتاژ V چند ولت است؟





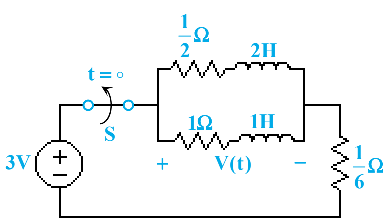
۱) $-\frac{3}{2}$

۲) $\frac{3}{2}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $-\frac{1}{2}$

۶ـ در مدار زیر کلید S برای مدت زمان طولانی بسته بوده و در $t = 0$ باز می‌شود. $v(t)$ برای زمان‌های $t > 0^-$ کدام است؟



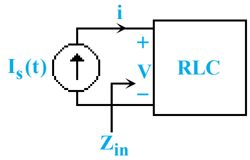
۱) $4\delta(t)-e^{-\frac{t}{2}}u(t)$

۲) $4\delta(t)+e^{-\frac{t}{2}}u(t)$

۳) $-4\delta(t)+2e^{-\frac{t}{2}}u(t)$

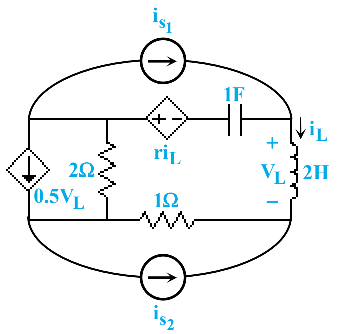
۴) $-4\delta(t)-e^{-\frac{t}{2}}u(t)$

۷ـ یک شبکه RLC با جریان $I_s(t)=۵\cos\omega t u(t)$ تحریک می‌شود. در فرکانس $\omega=۲$، امپدانس ورودی شبکه $Z_{in}=۲e^{-j۳۷^\circ}$ و ولتاژ گذرا در حالت صفر برای $t>۰$ به‌صورت $v=e^{-t}(۵t-۸)$ اندازه‌گیری می‌شود. فرکانسی از شبکه که امپدانس ورودی آن به‌صورت مقاومت خالص باشد، کدام است؟ ($\cos ۳۷^\circ=۰/۸$)



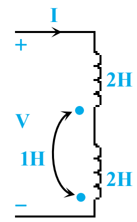
۱) $\omega=۲$
۲) $\omega=\frac{۳}{۲}$
۳) $\omega=۱$
۴) $\omega=\frac{۱}{۲}$

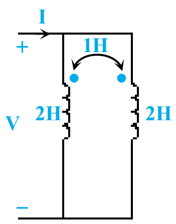
۸ـ در صورتی‌که بخواهیم مدار زیر در وضعیت بی‌اتلاف قرار گیرد، مقدار r و فرکانس‌های طبیعی مدار کدام‌اند؟

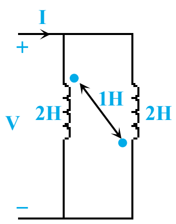


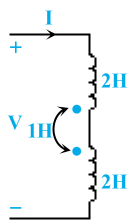
۱) $s_{۱,۲}=\pm j\frac{۱}{۲}$, $r=-۱$
۲) $s_{۱,۲}=\pm j\frac{۱}{۲}$, $r=-۳$
۳) $s_{۱,۲}=\pm j۲$, $r=۱$
۴) امکان تشدید در مدار وجود ندارد.

۹ـ کدام مدار دارای اندوکتانس معادل ورودی بزرگ‌تری است؟

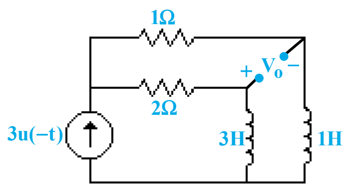
۱)


۲)


۳)


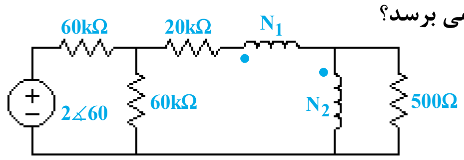
۴)


۱۰ـ در مدار مقابل خروجی مدار V_o برای $t>۰$ کدام است؟



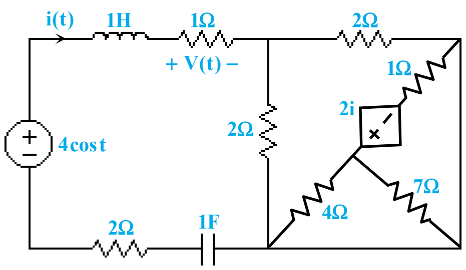
۱) $\frac{۱۵}{۴}e^{\frac{۳}{۴}t}$
۲) $\frac{۳}{۴}e^{\frac{۳}{۴}t}$
۳) $-\frac{۳}{۴}e^{-\frac{۳}{۴}t}$
۴) $-\frac{۱۵}{۴}e^{-\frac{۳}{۴}t}$

۱۱ـ در مدار زیر ترانس ایده‌آل $\frac{N_۱}{N_۲}$ چقدر باشد تا بیشترین توان متوسط به مقاومت ۵۰۰ اهمی برسد؟



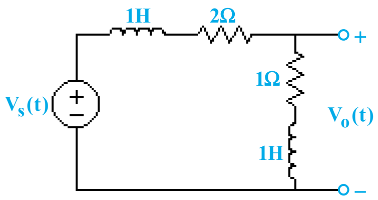
۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۹}$
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۲ـ در مدار مقابل در حالت دائمی سینوسی ولتاژ $V(t)$ کدام است؟ $(t>۰)$



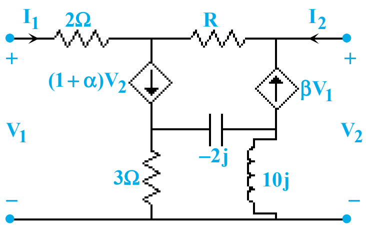
۱) $۱-۲\sin t$
۲) $۲e^{-t}-e^{-۳t}$
۳) ۱
۴) $\cos t$

۱۳ـ در مدار زیر به ازای چه مقدار α، با ورودی $V_s(t)=e^{-\alpha t}u(t)$، در خروجی جمله $e^{-\alpha t}$ مشاهده نمی‌شود؟ (خروجی $V_o(t)$ است.)



۱) همواره مشاهده می‌شود.
۲) $\alpha=۰$
۳) $\alpha=۲$
۴) $\alpha=۱$

۱۴ـ به ازای چه مقادیری از α و β دوقطبی زیر متقارن است؟ $(R>0)$



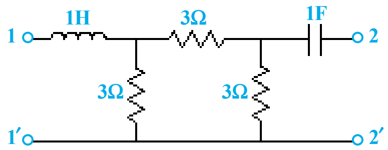
۱) $\alpha=\beta=-1$

۲) $\beta=0\ ,\ \alpha=-1$

۳) $\beta=0\ ,\ \alpha=1$

۴) $\alpha=1\ ,\ \beta=-1$

۱۵ـ توصیف Z دوقطبی روبه‌رو، کدام است؟



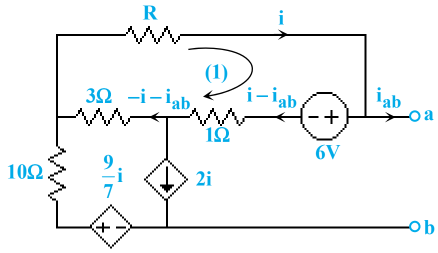
۱) $Z(s)=\begin{pmatrix} s+1 & 1 \\ 1 & s+2 \end{pmatrix}$

۲) $Z(s)=\begin{pmatrix} s+2 & 1 \\ 1 & 2s+1 \end{pmatrix}$

۳) $Z(s)=\begin{pmatrix} 2+\frac{1}{s} & 1 \\ 1 & 2+s \end{pmatrix}$

۴) $Z(s)=\begin{pmatrix} 2+s & 1 \\ 1 & 2+\frac{1}{s} \end{pmatrix}$

پاسخنامه آزمون دکتری ۱۳۹۹



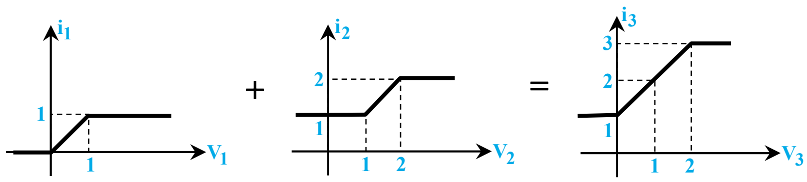
۱ـ گزینه «۳» برای آن‌که مدار از دو سر a و b معادل با یک منبع جریان ایده‌آل باشد، باید جریان شاخهٔ ab مستقل از V_{ab} بوده و برابر مقدار ثابتی باشد.
حال مقدار این جریان را به‌دست می‌آوریم. در شکل روبه‌رو جریان شاخه‌ها برحسب i و i_{ab} مشخص شده است.
با نوشتن رابطهٔ KVL در حلقهٔ (۱) داریم:

$$Ri+6+1\times(i-i_{ab})-3\times(i+i_{ab})=0 \Rightarrow -4i_{ab}+(R-2)i+6=0 \Rightarrow i_{ab}=\frac{6+(R-2)i}{4} \qquad (1)$$

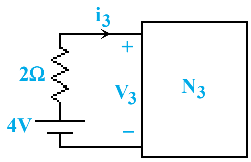
از رابطهٔ (۱) مشخص است که اگر R برابر ۲ اهم باشد، i_{ab} ثابت و برابر ۱/۵ آمپر خواهد بود:

$$i_{ab}=\frac{6+0}{4}=1/5A$$

۲ـ گزینه «۲» با توجه به ساختار مدار، شبکه‌های N_1 و N_2 موازی بوده و می‌توان آنها را با شبکه N_3 جایگزین نمود که منحنی $i-V$ این شبکه از جمع منحنی‌های $i-V$ شبکه‌های N_1 و N_2 به‌دست می‌آید.

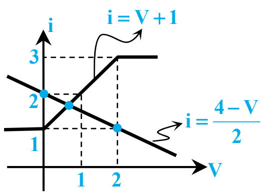


از طرفی مطابق شکل روبه‌رو داریم:



$$i_3=\frac{4-V_3}{2} \qquad (1)$$

حال نقطهٔ تقاطع منحنی $i-V$ شبکه N_3 و منحنی تابع توصیف‌شده با رابطهٔ (۱) را به‌دست می‌آوریم:



$$V_3+1=\frac{4-V_3}{2} \Rightarrow V_3=\frac{2}{3}V \Rightarrow i_3=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}A$$

حال می‌توان توان مصرفی مقاومت ۲ اهمی را محاسبه کرد:

$$P_{2\Omega}=2\times i_3^2=2\times\frac{25}{9}=\frac{50}{9}W$$

۳ـ گزینه «۱» با توجه به تقارن مدار می‌توان نتیجه‌گیری کرد که: ۱ـ منبع جریان I_s بر i_x بی‌تأثیر است. ۲ـ اثر V_2 بر i_x برابر منهای اثر V_1 بر i_x است.

لذا می‌توان نوشت:

$$i_x = k(V_1 - V_2)$$

حال مقدار k را با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال محاسبه می‌کنیم:

$$6 = k(2-5) = -3k \Rightarrow k = -2$$

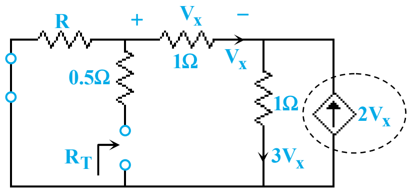
لذا در شرایط جدید داریم:

$$i_x = -2(V_1 - V_2) = -2(3-4) = 2A$$

۴ـ گزینه «۱» برای آن‌که با جایگزینی سلف مدار توسط خازن $C = L$، ثابت زمانی تغییر نکند، باید مقدار مقاومت دیده شده از دو سر سلف (R_T) برابر ۱ اهم باشد:

$$\tau_L = \tau_C \Rightarrow \frac{L}{R_T} = R_T C \xrightarrow{L=C} \frac{1}{R_T} = R_T \Rightarrow R_T = 1\Omega$$

حال مقدار R_T را محاسبه کرده و آن را برابر ۱ اهم قرار می‌دهیم. برای محاسبه R_T منابع مستقل مدار را غیرفعال نموده و منبع وابسته را با مقاومت معادلش جایگزین می‌نماییم:

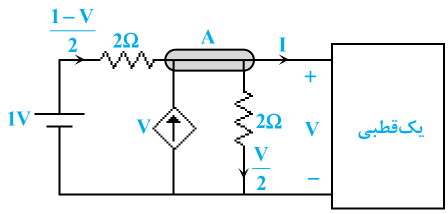


$$R_{eq} = \frac{3V_x \times 1}{-2V_x} = -\frac{3}{2}\Omega$$

$$R_T = 0.5 + R \,||\, \underbrace{(1 + 1 \,||\, (-\tfrac{3}{2}))}_{+3\Omega} = 0.5 + R \,||\, 4 = 0.5 + \frac{4R}{4+R}$$

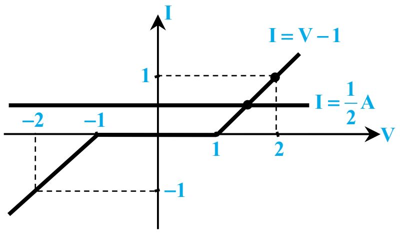
$$R_T = 1 \Rightarrow 0.5 + \frac{4R}{4+R} = 1 \Rightarrow R = \frac{4}{7}\Omega$$

۵ـ گزینه «۲» مطابق شکل، رابطه V برحسب I را برای مدار سمت چپ یک‌قطبی محاسبه نموده و نقطه تقاطع منحنی این رابطه را با منحنی $v-i$ یک‌قطبی به‌دست می‌آوریم.



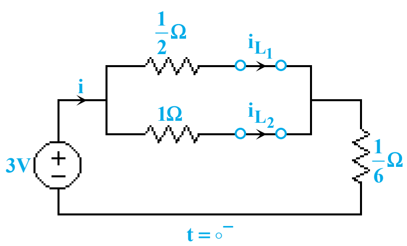
$$KCL\,A: \frac{1-V}{2} + V - \frac{V}{2} - I = 0 \Rightarrow I = \frac{1}{2}A$$

از رابطه بالا مشخص است که این مدار همچون یک منبع جریان عمل می‌کند. حال طبق نمودار داریم:



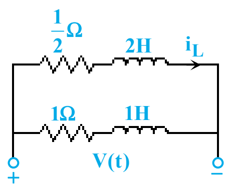
$$V - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow V = \frac{3}{2}V$$

۶ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را در $t = 0^-$ تحلیل می‌کنیم. در این زمان سلف‌ها اتصال کوتاه هستند.



$$i = \frac{3}{\frac{1}{2} \,||\, 1 + \frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 6A \Rightarrow \begin{cases} i_{L_1}(0^-) = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}} \times 6 = 4A \\ i_{L_2}(0^-) = 6 - 4 = 2A \end{cases}$$

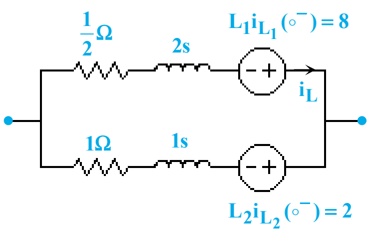
در $t = 0^+$ با باز شدن کلید، کاتست سلفی در مدار ایجاد شده و جریان سلف‌ها تغییر ناگهانی خواهد داشت. جریان مشترک سلف‌ها در این لحظه از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:



$$i_L(0^+) = \frac{i_{L_1}(0^-) \times L_1 - i_{L_2}(0^-) \times L_2}{L_1 + L_2} = \frac{4 \times 2 - 2 \times 1}{2+1} = 2A$$

مدار را به حوزه لاپلاس می‌بریم:

$$i_L = \frac{8-2}{3s + \frac{3}{2}} = \frac{2}{s + \frac{1}{2}}$$



$$V(s) = i_L\left(2s + \frac{1}{2}\right) - 8 = \frac{(4s+1)}{s + \frac{1}{2}} - 8 = \frac{4s + 1 - 8s - 4}{s + \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow V(s) = \frac{-4s-3}{s+\frac{1}{2}} = -4 - \frac{1}{s + \frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس معکوس}} V(t) = -4\delta(t) - e^{-\frac{t}{2}}u(t) \;,\; t > 0^-$$

۷ـ گزینه «۳» اگر تبدیل لاپلاس Z_{in} را $Z_{in}(s)$ تعریف کنیم، خواهیم داشت:

$$V(s)=Z_{in}(s)I_s(s)$$

با توجه به پاسخ گذرای سیستم، Z_{in} دارای قطب‌های $s_{1,2}=-1$ بوده و به شکل کلی مقابل است:

$$Z_{in}(s)=\frac{as^2+bs+c}{(s+1)^2}$$

در فرکانس تحریک $\omega=2\frac{rad}{s}$ $(s=j2)$، Z_{in} برابر $(\frac{8}{5}-j\frac{6}{5})\Omega=2e^{-j37}$ می‌باشد. لذا داریم:

$$Z_{in}(j2)=\frac{a(j2)^2+j2b+c}{(j2+1)^2}=\frac{c-4a+j2b}{-3+j4}=\frac{8-j6}{5}\Rightarrow 5(c-4a+j2b)=j50\Rightarrow\begin{cases}c=4a\\ b=5\end{cases}$$

از طرفی مطابق با ولتاژ حالت گذرای سیستم، باید در ورودی $I_s=\frac{5s}{s^2+4}$، $V(s)$ شامل جمله $\frac{5}{(s+1)^2}$ باشد که نتیجه می‌دهد:

$$\left.\frac{as^2+5s+4a}{1}\times\frac{5s}{s^2+4}\right|_{s=-1}=5\Rightarrow\frac{5a-5}{1}\times\frac{-5}{5}=5\Rightarrow a=0$$

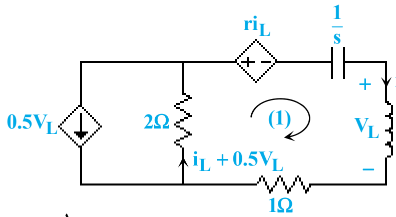
لذا Z_{in} به شکل مقابل است: $Z_{in}(s)=\frac{5s}{(s+1)^2}$. حال با جایگذاری $s=j\omega$ داریم:

$$Z_{in}(j\omega)=\frac{j5\omega}{(j\omega+1)^2}=\frac{j5\omega}{1-\omega^2+j2\omega}$$

مشخصاً به ازای $\omega=1\frac{rad}{s}$، Z_{in} حقیقی خواهد بود:

$$Z_{in}(j1)=\frac{j5}{0+j2}=\frac{5}{2}\Omega$$

۸ـ گزینه «۲» در حالت بی‌اتلاف، مدار دارای فرکانس‌های طبیعی موهومی مزدوج می‌باشد، لذا با خاموش فرض کردن منابع مستقل مدار، فرکانس‌های طبیعی را محاسبه می‌کنیم. مدار به شکل روبه‌رو در فضای s مدل می‌شود:



$$V_L=2si_L\qquad(1)$$

حال با نوشتن رابطه KVL در حلقه (۱) داریم:

$$ri_L+\frac{1}{s}i_L+V_L+1\times i_L+2(i_L+0/5V_L)=0\Rightarrow 2V_L+(3+r+\frac{1}{s})i_L=0\xrightarrow{(1)}(4s+3+r+\frac{1}{s})i_L=0\xrightarrow{\times s}(4s^2+(3+r)s+1)i_L=0$$

لذا چندجمله‌ای معادله مشخصه مدار به شکل $4s^2+(3+r)s+1=0$ می‌باشد. مشخص است که اگر $r=-3$ باشد، فرکانس‌های طبیعی مدار موهومی و برابر خواهند بود با: $s_{1,2}=\pm j\frac{1}{2}$

۹ـ گزینه «۱» اندوکتانس معادل مدار را برای تک‌تک گزینه‌ها با توجه به نقطه‌های مشخص‌شده در مدارها، محاسبه می‌کنیم:

گزینه (۱): $L_{eq}=L_1+L_2+2M=2+2+2\times1=6H$

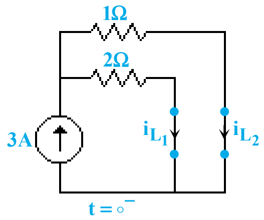
گزینه (۲): $L_{eq}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}=\frac{2\times2-1}{2+2-2\times1}=\frac{3}{2}H$

گزینه (۳): $L_{eq}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}=\frac{2\times2-1}{2+2+2\times1}=\frac{1}{2}H$

گزینه (۴): $L_{eq}=L_1+L_2-2M=2+2-2\times1=2H$

می‌بینیم که اندوکتانس معادل ورودی در گزینه (۱) بیشتر از سایر گزینه‌ها می‌باشد.

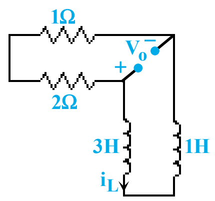
۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در $t=0^-$ تحلیل می‌کنیم. در این لحظه سلف‌ها با اتصال کوتاه مدل می‌شود:



$$i_{L_1}(0^-)=\frac{1}{1+2}\times3=1A$$

$$i_{L_2}(0^-)=\frac{2}{1+2}\times3=2A$$

در $t=0$ با خاموش شدن منبع جریان مدار، کاتست سلفی در مدار ایجاد شده و جریان سلف‌ها پرش خواهد داشت. برای محاسبه جریان مشترک سلف‌ها در $t=0^+$ از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:



$$i_L(0^+)=\frac{i_{L_1}(0^-)\times L_1-i_{L_2}(0^-)\times L_2}{L_1+L_2}=\frac{1\times3-2\times1}{3+1}=\frac{1}{4}A$$

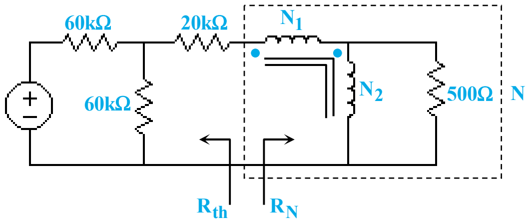
در $t>0$ مدار همچون یک مدار مرتبه اول با ثابت زمانی $\tau=\frac{L_1+L_2}{R_1+R_2}=\frac{4}{3}s$ عمل می‌کند؛ لذا جریان i_L برابر خواهد بود با:

$$i_L(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{4}t}$$

در نهایت داریم:

$$V_o=-3\times i_L=-3\times\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{4}t}=-\frac{3}{4}e^{-\frac{3}{4}t}\quad,\quad t>0$$

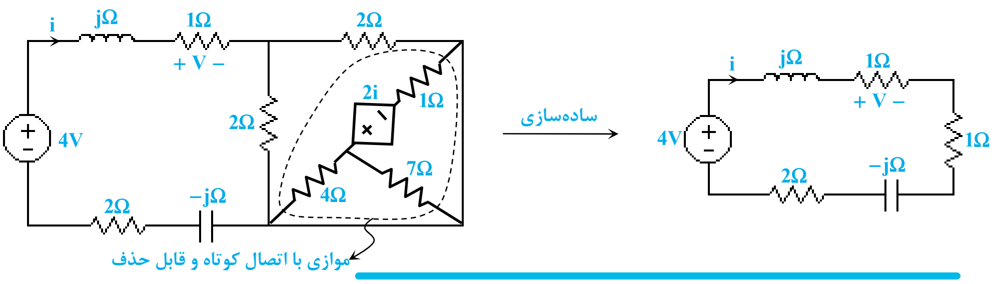
۱۱ـ گزینه «۳» برای آن‌که بیشترین توان متوسط به مقاومت ۵۰۰ اهمی برسد باید بیشترین توان به شبکه N در شکل زیر برسد. زمانی این توان ماکزیمم می‌شود که مقاومت این شبکه، برابر مقاومت معادل تونن مدار گردد. حال مقدار هر دو را محاسبه کرده و برابر یکدیگر قرار می‌دهیم.



$$R_{th} = 60 \,\|\, 60 + 20 = 50\,k\Omega \quad , \quad R_N = \left(\frac{N_1+N_2}{N_2}\right)^2 \times 0/5\,k\Omega$$

$$R_{th} = R_N \Rightarrow 50\,k = \left(\frac{N_1+N_2}{N_2}\right)^2 \times 0/5\,k \Rightarrow \frac{N_1+N_2}{N_2} = 10 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 9$$

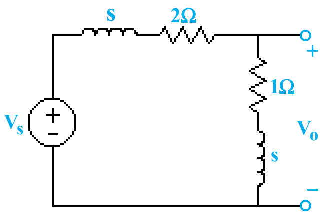
۱۲ـ گزینه «۴» مدار را با $\omega = 1\frac{rad}{s}$ به حالت فازوری برده و قسمت سمت راست را که در تحلیل آن بی‌تأثیر است، حذف نموده و مدار را ساده می‌کنیم:



$$i = \frac{4}{j+1+1-j+2} = 1A$$

$$V = i \times 1 = 1v \Rightarrow V(t) = \cos t$$

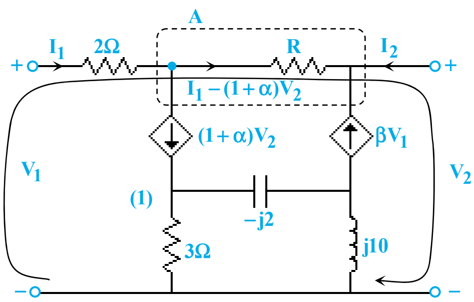
۱۳ـ گزینه «۴» اگر $s = -\alpha$ جزو صفرهای تابع انتقال یک مدار باشد، در صورت تحریک مدار با ورودی $e^{-\alpha t}u(t)$، به‌علت حذف قطب و صفر در تبدیل لاپلاس خروجی مدار، این مد فرکانسی در خروجی مدار دیده نمی‌شود. حال در این مدار داریم:



$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{s+1}{s+1+s+2} = \frac{s+1}{2s+3}$$

می‌بینیم که تابع انتقال مدار دارای صفر $s = -1$ می‌باشد، پس اگر $V_s = e^{-t}u(t)$ باشد، خروجی شامل جمله e^{-t} نخواهد بود. بنابراین باید $\alpha = 1$ باشد.

۱۴ـ گزینه «۲» ابتدا ماتریس ادمیتانس دوقطبی را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$KVL\,(1): -V_1 + 2I_1 + R(I_1 - (1+\alpha)V_2) + V_2 = 0$$

$$\Rightarrow (R+2)I_1 - V_1 + (1-(1+\alpha)R)V_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = \underbrace{\frac{1}{R+2}}_{Y_{11}} V_1 + \underbrace{\frac{(\alpha+1)R-1}{R+2}}_{Y_{12}} V_2 \qquad (*)$$

$$KCL\ A: I_1 - (1+\alpha)V_2 + \beta V_1 + I_2 = 0$$

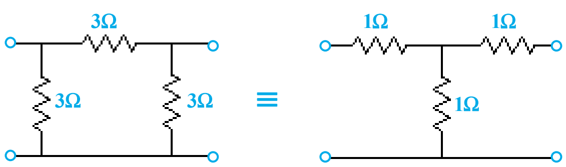
$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{R+2}V_1 + \frac{(\alpha+1)R-1}{R+2}V_2 - (1+\alpha)V_2 + \beta V_1 + I_2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\beta + \frac{1}{R+2}\right)V_1 + \frac{-(2\alpha+3)}{R+2}V_2 + I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \underbrace{-\left(\beta + \frac{1}{R+2}\right)}_{Y_{21}} V_1 + \underbrace{\frac{2\alpha+3}{R+2}}_{Y_{22}} V_2$$

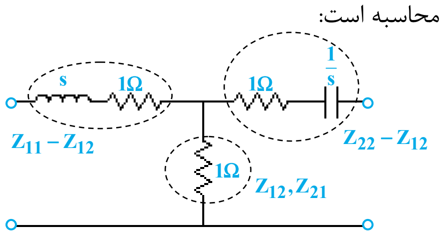
برای آن‌که دوقطبی متقارن باشد باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} Y_{11} = Y_{22} \Rightarrow \dfrac{1}{R+2} = \dfrac{2\alpha+3}{R+2} \Rightarrow \alpha = -1 \\ Y_{12} = Y_{21} \Rightarrow \dfrac{(\alpha+1)R-1}{R+2} = -\left(\beta + \dfrac{1}{R+2}\right) \xrightarrow{\alpha=-1} \beta = 0 \end{cases}$$

۱۵ـ گزینه «۴» ابتدا سه مقاومت ۳ اهمی در مرکز مدار با اتصال مثلث را به مقاومت‌های معادل با اتصال ستاره تبدیل می‌کنیم:



با جایگزینی مقاومت‌ها، یک مدار معادل T داریم که پارامترهای امپدانس مدار به‌راحتی از روی آن قابل محاسبه است:



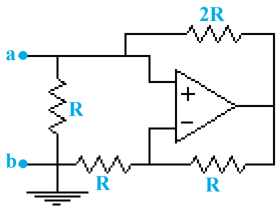
$$Z_{12} = Z_{21} = 1\Omega$$

$$Z_{11} - Z_{12} = s+1 \Rightarrow Z_{11} = s+1+1 = s+2$$

$$Z_{22} - Z_{12} = 1 + \frac{1}{s} \Rightarrow z_{22} = 1 + \frac{1}{s} + 1 = 2 + \frac{1}{s} \Rightarrow Z = \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 1 & 2+\frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۹ ــ مهندسی برق

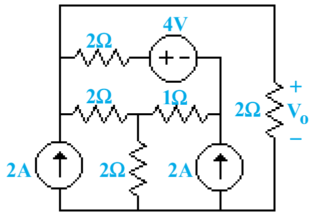
۱ـ در مدار زیر، مقاومت ورودی R_{in} از دو سر a,b کدام است؟



۱) $\frac{۱}{R}$ ۲) R

۳) $۲R$ ۴) ∞

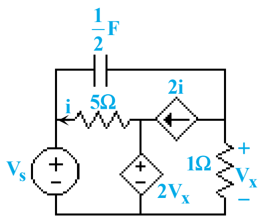
۲ـ ولتاژ خروجی V_o در مدار زیر، چند ولت است؟



۱) $\frac{۲۴}{۱۳}$ ۲) $\frac{۳۲}{۱۳}$

۳) $\frac{۴۸}{۱۳}$ ۴) $\frac{۶۴}{۱۳}$

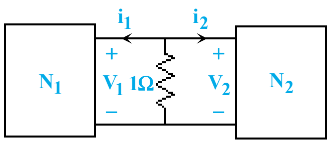
۳ـ ثابت زمانی مدار زیر، چند ثانیه است؟



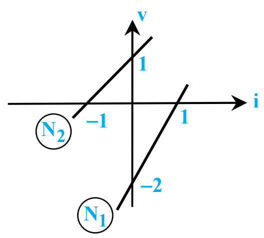
۱) $\frac{۵}{۱۸}$ ۲) $\frac{۱۸}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۵}$

۴ـ دو شبکه $N_۱$ و $N_۲$ را که مشخصه $v-i$ آن‌ها در شکل الف رسم شده به‌صورت شکل ب به یک مقاومت ۱Ω متصل می‌کنیم. جریان $i_۲$ کدام است؟



(شکل ب)



(شکل الف)

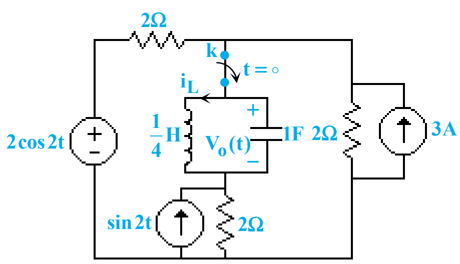
۱) $i_۲=-۱$

۲) $i_۲=+۱$

۳) $i_۲=\frac{-۱}{۵}$

۴) $i_۲=\frac{۴}{۳}$

۵ـ در مدار زیر کلید k به مدت طولانی بسته بوده تا مدار به حالت دائمی برسد. در لحظه $t=۰$ کلید k باز می‌شود. ولتاژ $v_o(t)$ برای $t\geq ۰$ کدام است؟



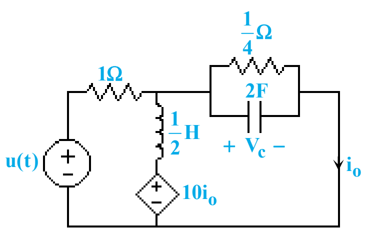
۱) $۱-۲/۵\sin ۲t$

۲) $۱+۲/۵\sin ۲t$

۳) $\cos ۲t-۲/۵\sin ۲t$

۴) $۲\cos ۲t+۲/۵\sin ۲t$

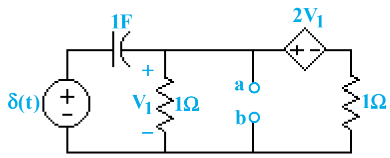
۶ـ در مدار زیر، $i_o(۰^+)$ و $\frac{d^۲v_c}{dt^۲}(۰^+)$، به ترتیب کدام است؟ ولتاژ اولیه خازن و جریان اولیه سلف را صفر در نظر بگیرید.

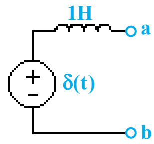


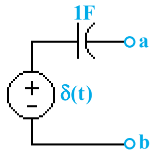
۱) $-۹\frac{V^۲}{s^۲}\ ,\ -۱A$ ۲) $-۸\frac{V^۲}{s^۲}\ ,\ -۱A$

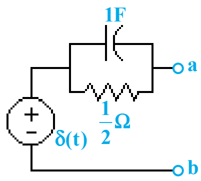
۳) $۸\frac{V^۲}{s^۲}\ ,\ ۱A$ ۴) $۸/۷۵\frac{V^۲}{s^۲}\ ,\ ۱A$

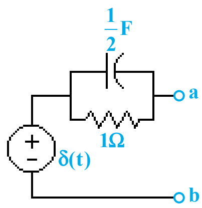
۷ـ مدار معادل تونن حالت صفر از دو سر a , b مدار زیر، کدام گزینه می‌تواند باشد؟



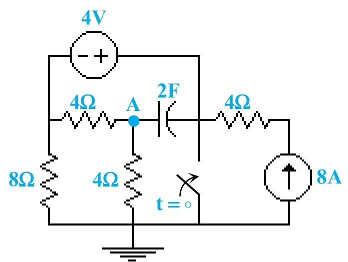
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸ـ در شکل زیر، کلید برای مدت طولانی باز بوده است و در $t=0$ بسته می‌شود. ولتاژ نقطه A در $t=0^+$ چند ولت است؟



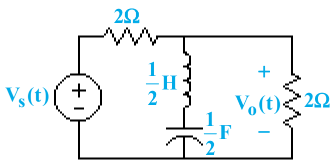
۱) ۱۶

۲) +۲۰

۳) −۲۰

۴) −۳۶

۹ـ در مدار زیر پاسخ ضربه کدام است؟



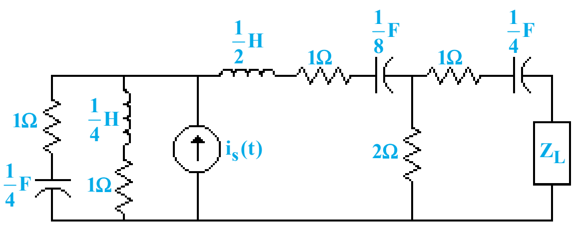
۱) $\frac{1}{2}\delta(t)-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+30^\circ)$

۲) $\frac{1}{2}\delta(t)-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+60^\circ)$

۳) $\delta(t)-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+60^\circ)$

۴) $\delta(t)-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+30^\circ)$

۱۰ـ در مدار زیر، $i_s(t)=2\cos 4t$، مقادیر خازن‌ها برحسب فاراد، سلف‌ها برحسب هانری و مقاومت‌ها برحسب اهم داده شده است. امپدانس بار چقدر باشد تا حداکثر توان متوسط را از مدار دریافت کند؟



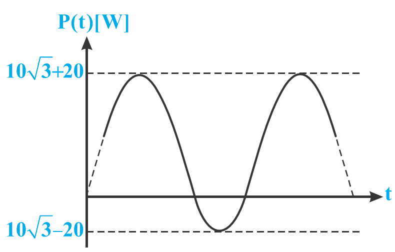
۱) ۲

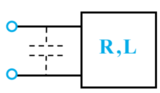
۲) $2+j$

۳) $2-j$

۴) $2+3j$

۱۱ـ نمودار توان لحظه‌ای شبکه‌ای از مقاومت‌ها و سلف‌های مثبت در شکل زیر نمایش داده شده است. اگر با موازی کردن خازن C با شبکه فوق ضریب توان ثابت بماند، توان راکتیو تولیدی خازن کدام است؟





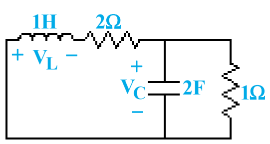
۱) −۱۰ VAR

۲) −۲۰ VAR

۳) −۳۰ VAR

۴) امکان ندارد با افزودن خازن به شبکه ضریب توان ثابت بماند.

۱۲ـ در مدار زیر، معادله ولتاژ خازن $V_C(t)=e^{-2t}(\sin t+\cos t)$ است. مقدار $V_L(t)$ کدام است؟



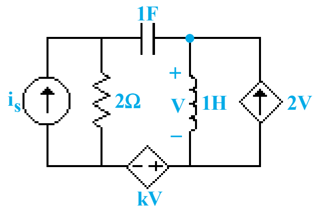
۱) $e^{-t}(3\sin t-11\cos t)$

۲) $e^{-t}(9\cos t-2\sin t)$

۳) $e^{-2t}(9\sin t-2\cos t)$

۴) $e^{-2t}(11\sin t-3\cos t)$

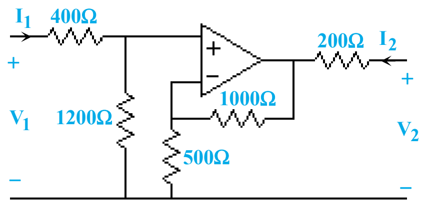
۱۳ـ در مدار زیر محدوده k چقدر باشد تا فرکانس طبیعی متغیر V موهومی خالص گردد؟



۱) $k>3$　　۲) $0<k<3$

۳) $0<k<4$　　۴) ممکن نیست.

۱۴ـ در مدار زیر، با فرض ایده‌آل بودن OP − Amp، دترمینان ماتریس H مدار کدام است؟ $\begin{pmatrix}V_1\\I_2\end{pmatrix}=H\begin{pmatrix}I_1\\V_2\end{pmatrix}$



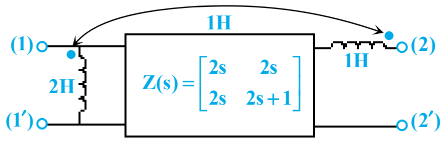
۱) ۱

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۶

۱۵ـ در دوقطبی نشان داده شده در شکل زیر، مقدار y_{12} کدام است؟

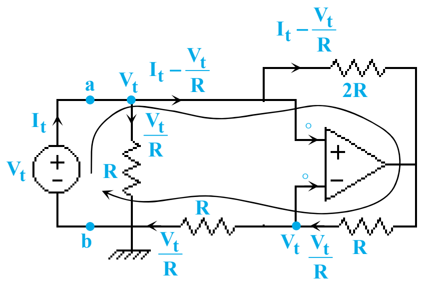


۱) $\frac{3}{2+s}$　　۲) $-\frac{3}{2+s}$

۳) $\frac{2+s}{3}$　　۴) $-\frac{2+s}{3}$

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۹ ـ مهندسی برق

۱ـ گزینه «۳» با اعمال منبع ولتاژ V_t و جریان I_t به دو سر a و b و KCL زدن در گره‌های مدار و همچنین با توجه به اینکه در آپ‌امپ ایده‌آل $V_+=V_-$ است خواهیم داشت: $V_+=V_-=V_t$

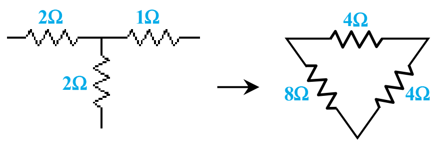


در ادامه با مشخص شدن جریان شاخه‌های مدار، در حلقه نشان داده شده در شکل KVL را می‌نویسیم:

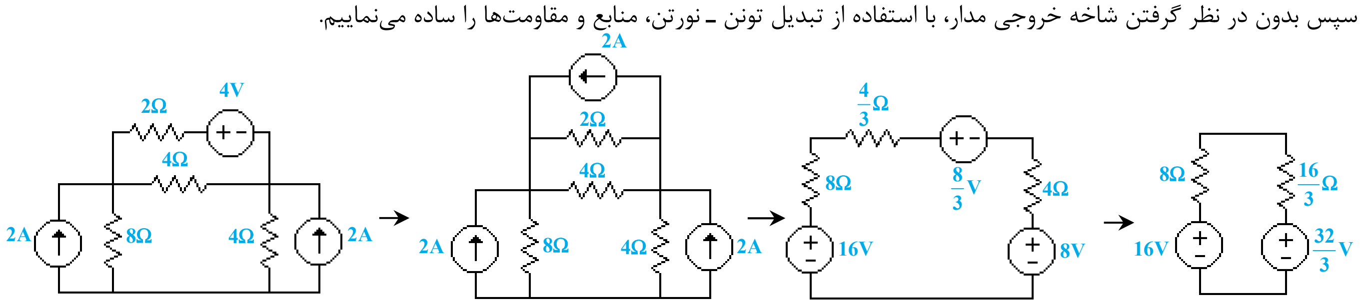
$$KVL: -V_t+2R(I_t-\frac{V_t}{R})+2R\frac{V_t}{R}=0 \Rightarrow -V_t+2RI_t-\cancel{2V_t}+\cancel{2V_t}=0$$

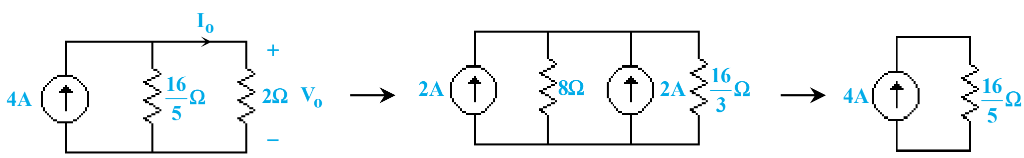
$$\Rightarrow V_t=2RI_t \Rightarrow R_{eq}=\frac{V_t}{I_t}=2R$$

۲ـ گزینه «۴» با استفاده از تبدیل ستاره به مثلث برای سه مقاومت داخلی مدار داریم:



سپس بدون در نظر گرفتن شاخه خروجی مدار، با استفاده از تبدیل تونن ـ نورتن، منابع و مقاومت‌ها را ساده می‌نماییم.

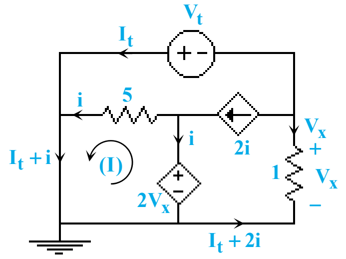




در نهایت با اضافه کردن شاخه خروجی مدار خواهیم داشت:

$$I_o=\frac{\frac{16}{5}}{\frac{16}{5}+2}\times 4=\frac{32}{13}A \Rightarrow V_o=2I_o=\frac{64}{13}\text{Volt}$$

۳ـ گزینه «۱» برای یافتن ثابت زمانی مدار، ابتدا مقاومت معادل مدار را از دو سر خازن به‌دست می‌آوریم. بدین منظور خازن را حذف و منبع ولتاژ مستقل V_s را اتصال کوتاه نموده و با اعمال منبع ولتاژ V_t و جریان I_t به جای خازن و KCL زدن در گره‌ها، در حلقه I معادله KVL را نوشته و نسبت $\frac{V_t}{I_t}$ که برابر R_{eq} می‌باشد را به‌دست می‌آوریم:



$$V_x=-V_t \quad (1)$$

$$V_x=-(I_t+2i) \overset{(1)}{\Rightarrow} V_t=I_t+2i \quad (2)$$

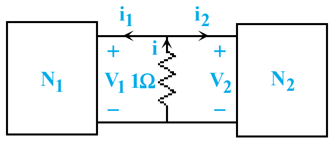
$$KVL(I): -2V_x+5i=0 \Rightarrow i=\frac{2}{5}V_x=-\frac{2}{5}V_t$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} V_t=I_t+2(-\frac{2}{5}V_t)=I_t-\frac{4}{5}V_t \Rightarrow \frac{9}{5}V_t=I_t \Rightarrow R_{eq}=\frac{V_t}{I_t}=\frac{5}{9}\Omega$$

در نهایت برای ثابت زمانی مدار RC داریم:

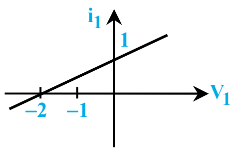
$$\tau=R_{eq}.C=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}sec$$

۴ـ گزینه «۱» روش اول: با توجه به شکل مدار می‌توان گفت:

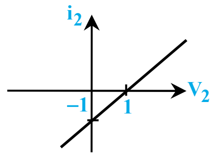


$$\begin{cases} i=i_1+i_2 \\ V_1=V_2 \end{cases} \xrightarrow{KVL} i+V_1=0 \Rightarrow \boxed{i_1+i_2+V_1=0} \quad (I)$$

با توجه به مشخصه‌های $V-i$ می‌توان جریان i_1 و i_2 را برحسب ولتاژ شبکه‌های N_1 و N_2 را به‌دست آورد:



$$V_1=2i_1-2 \Rightarrow \boxed{i_1=\frac{1}{2}V_1+1} \quad (II)$$



$$V_2=i_2+1 \Rightarrow \boxed{i_2=V_2-1} \quad (III)$$

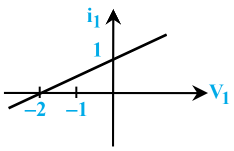
$$(III), (II) \rightarrow i_1+i_2=\frac{1}{2}V_1+V_2 \xrightarrow{V_1=V_2} \boxed{i_1+i_2=\frac{3}{2}V_1} \quad (IV)$$

$$(IV), (I) \rightarrow \begin{cases} i_1+i_2=-V_1 \\ i_1+i_2=\frac{3}{2}V_1 \end{cases} \Rightarrow -V_1=\frac{3}{2}V_1 \Rightarrow V_1=0$$

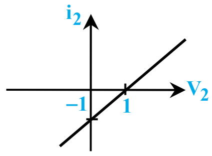
پس به ازای $V_1=V_2=0$ مقدار جریان‌های i_1 و i_2 برابر است با:

$$V_1=0 \rightarrow \begin{cases} i_1=1A \\ i_2=-1A \end{cases}$$

روش دوم: با توجه به نمودارهای داده شده می‌توان مشخص $V-i$ مربوط به شبکه‌های N_1 و N_2 را به‌دست آورد:

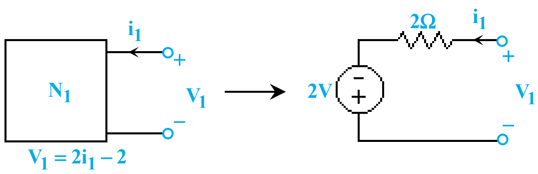


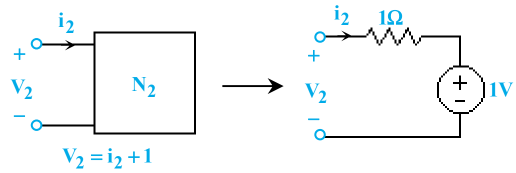
$$\longrightarrow V_1=2i_1-2$$



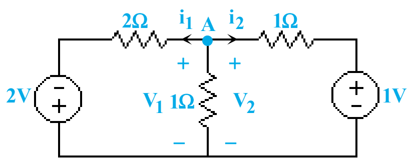
$$\longrightarrow V_2=i_2+1$$

بر این اساس می‌توان شبکه‌های N_1 و N_2 را با مدار معادل بیان‌کننده مشخصه $V-I$ مربوطه جایگزین نمود:





بنابراین خواهیم داشت:



$$V_1=V_2=V_A$$

$$KCL(A): \frac{V_A+2}{2}+\frac{V_A-1}{1}+\frac{V_A}{1}=0$$

$$\Rightarrow \frac{5V_A}{2}=0 \Rightarrow V_A=V_1=V_2=0$$

در نتیجه داریم:

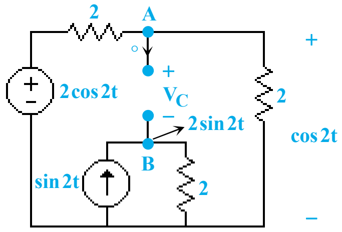
$$i_2=\frac{V_A-1}{1}=\frac{0-1}{1}=-1A$$

۵ـ گزینه «۳» در $t<۰$، فرکانس مدار $\omega=۲$ است. برای فرکانس مدار LC موازی خواهیم داشت:

$$\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{\sqrt{۱\times\frac{۱}{۴}}}=۲$$

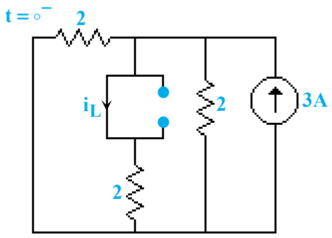
با توجه به فرکانس به‌دست آمده، مدار LC در حالت تشدید قرار می‌گیرد و دارای امپدانس بی‌نهایت بوده و اتصال باز می‌شود. با استفاده از قضیه جمع آثار، ولتاژ خروجی را به ازای منابع سینوسی و منبع جریان DC به‌صورت جداگانه محاسبه می‌نماییم.

برای تحلیل حالت دائمی سینوسی با حذف منبع جریان ۳A، با استفاده از روابط مستقیم ولتاژ و همچنین موازی بودن سلف و خازن داریم:



$$V_A=\frac{۲}{۲+۲}\times ۲\cos ۲t=\cos ۲t$$
$$V_B=۲\times\sin ۲t=۲\sin ۲t$$
$$\Rightarrow V_c(t)=V_A-V_B=\cos ۲t-۲\sin ۲t$$
$$i_L=-i_C=-C\frac{dV_C}{dt}=۲\sin ۲t+۴\cos ۲t$$

اکنون با درنظر گرفتن منبع DC جریان در $t=۰^-$ داریم:



$$i_L(۰^-)=\frac{۱}{۳}\times ۳=۱A\ ,\ V_C(۰^-)=۰$$

در نتیجه با استفاده از قضیه جمع آثار خواهیم داشت:

$$\begin{cases}V_C(t)=\cos ۲t-۲\sin ۲t\\ i_L(t)=۴\cos ۲t+۲\sin ۲t+۱\end{cases}\quad ,\quad t<۰$$

با توجه به پیوسته بودن ولتاژ خازن و جریان سلف در $t=۰^-$ و $t=۰^+$ داریم:

$$V_C(۰^+)=۱V\ ,\ i_L(۰^+)=۵A$$

در $t>۰$ یک مدار LC با فرکانس تشدید $\omega=۲\frac{rad}{sec}$ خواهیم داشت که پاسخی به شکل مقابل دارد:

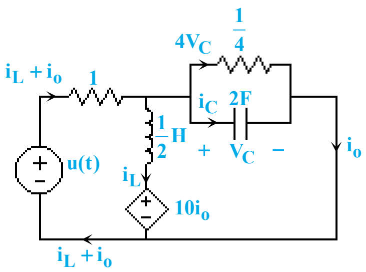
$$V_o=A\sin ۲t+B\cos ۲t$$

با استفاده از شرایط اولیه مدار LC، مقادیر A و B به‌راحتی قابل محاسبه است:

$$\begin{cases}V_o(۰^+)=V_C(۰^+)=۱V\Rightarrow A\sin ۰+B\cos ۰=B=۱\\ \frac{dV_o(۰^+)}{dt}=\frac{dV_C(۰^+)}{dt}=\frac{۱}{C}i_C(۰^+)=۱\times(-i_L(۰^+))=-۵\Rightarrow ۲A\cos ۰-۲B\sin ۰=۲A=-۵\Rightarrow A=-۲/۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow V_o(t)=-۲/۵\sin ۲t+\cos ۲t\quad ,\quad t>۰$$

۶ـ گزینه «۴» با KCL در گره‌های مدار و سپس نوشتن KVL در حلقه ورودی داریم:



$$KCL: i_o=i_C+۴v_c$$
$$KVL: -u(t)+۱(i_L+i_o)+V_C=۰$$
$$\Rightarrow -u(t)+i_C+۴V_C+i_L+V_C=۰\Rightarrow i_C=-۵V_C-i_L+u(t)$$

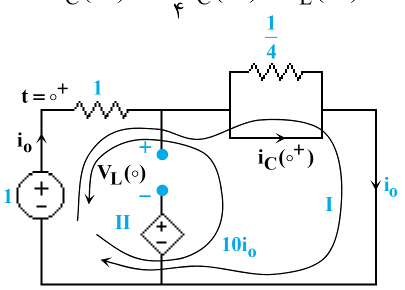
اکنون با جایگذاری $V'_C=\frac{i_C}{C}$ و $i'_L=\frac{V_L}{L}$ خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} i'_C=-۵V'_C-i'_L+\delta(t)$$
$$i_C=C\frac{dV_C}{dt}=CV'_C\rightarrow i'_C=CV''_C$$
$$\Rightarrow V''_C=\frac{-۵\frac{i_C}{C}-\frac{V_L}{L}+\delta(t)}{C}$$

به ازای $L=\frac{۱}{۲}H$ و $C=۲F$ داریم:

$$\Rightarrow V''_C(۰^+)=-\frac{۵}{۴}i_C(۰^+)-V_L(۰^+)+۰$$

با رسم مدار در $t=۰^+$ خواهیم داشت:



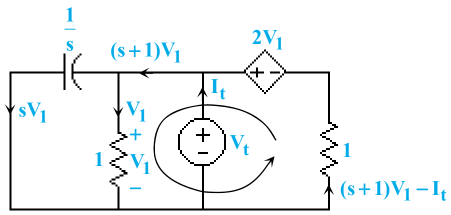
$$KVL(I): -۱+i_o=۰\rightarrow \boxed{i_o(۰^+)=۱A}$$
$$KVL(II): -۱+۱\times i_o+V_L+۱۰i_o=۰\xrightarrow{t=۰^+}-۱+i_o(۰^+)+V_L(۰^+)+۱۰i_o(۰^+)=۰$$
$$\Rightarrow -۱+۱+V_L(۰^+)+۱۰=۰\rightarrow V_L(۰^+)=-۱۰\ volt$$

با توجه به مدار می‌توان گفت:

$$i_C(۰^+)=i_o(۰^+)=۱A$$

$$V''_C(۰^+)=-\frac{۵}{۴}\times ۱-(-۱۰)=۸/۷۵\Rightarrow \boxed{V''_C(۰^+)=۸/۷۵\ \frac{V^۲}{S^۲}}$$

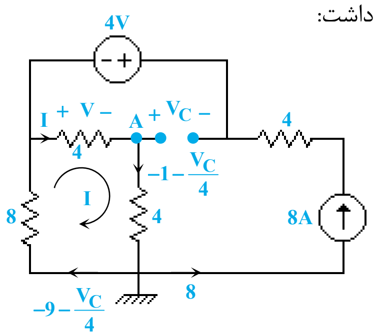
۷ـ گزینه «۲» با توجه به وجود منبع ولتاژ ضربه در هر چهار گزینه، کافی است امپدانس معادل از دو سر a و b را به‌دست آوریم. بـرای ایـن منظـور منبع ولتاژ مستقل را حذف (اتصال کوتاه) می‌نماییم.



$$V_t = V_1$$
$$KVL: -2V_1 + V_1 + (s+1)V_1 - I_t = 0$$
$$\Rightarrow sV_1 - I_t = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{s}I_t \Rightarrow V_t = \frac{1}{s}I_t \Rightarrow Z_{eq} = \frac{1}{s}$$

که معادل یک خازن با ظرفیت ۱F می‌باشد.

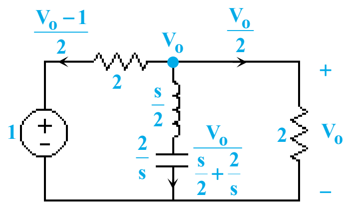
۸ـ گزینه «۳» برای $t<0$ مدار در حالت دائمی قرار دارد و خازن مدار باز می‌باشد. بنابراین اگر ولتاژ دو سر مقاومت ۴Ω سمت چپ را V و جریان عبوری از آن را برابر I در نظر بگیریم با KCL در گره‌های مدار و همچنین نوشتن KVL در حلقه سمت چپ خواهیم داشت:



$$V = -4 - V_C \Rightarrow I = \frac{V}{4} = \frac{-4-V_C}{4} = -1 - \frac{V_C}{4}$$
$$KVL(I): -4 - V_C + 4\left(-1-\frac{V_C}{4}\right) + 8\left(-9-\frac{V_C}{4}\right) = 0$$
$$\Rightarrow -4 - V_C - 4 - V_C - 72 - 2V_C = 0 \Rightarrow V_C = -20\,\text{volt} \Rightarrow V_C(0^-) = -20\,\text{volt}$$

اکنون با توجه به پیوستگی ولتاژ خازن می‌توان گفت: $V_A(t=0^+) = V_C(0^+) = V_C(0^-) = -20\,\text{volt}$

۹ـ گزینه «۱» با انتقال مدار به حوزه لاپلاس داریم:



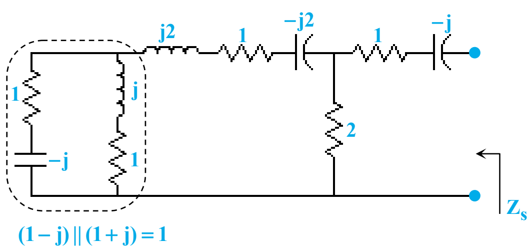
$$KCL(V_o): \frac{V_o-1}{2} + \frac{sV_o}{\frac{s^2}{2}+2} + \frac{V_o}{2} = 0$$

$$\Rightarrow V_o\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{2s}{s^2+4}\right) = \frac{1}{2} \to V_o = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{s^2+4+2s-2s}{s^2+2s+4}\right) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{2s}{s^2+2s+4}\right)$$

$$\Rightarrow V_o(s) = \frac{1}{2} - \frac{s+1-1}{s^2+2s+4} = \frac{1}{2} - \frac{s+1}{(s+1)^2+(\sqrt{3})^2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{(s+1)^2+(\sqrt{3})^2} \xrightarrow{L^{-1}} v_o(t) = \frac{1}{2}\delta(t) - e^{-t}\cos(\sqrt{3}t) + \frac{1}{\sqrt{3}}e^{-t}\sin(\sqrt{3}t)$$

$$= \frac{1}{2}\delta(t) - e^{-t}[\underbrace{\cos\sqrt{3}t - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\sqrt{3}t}_{\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}\cos\left(\sqrt{3}t - tg^{-1}\left(\frac{-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1}\right)\right)}] = \frac{1}{2}\delta(t) - \frac{2}{\sqrt{3}}e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+30)$$

۱۰ـ گزینه «۲» با حذف منبع جریان AC و انتقال مدار به حوزه فازور به ازای $\omega = 4$ برای امپدانس ورودی مدار از دو سر بار Z_L داریم:



$$Z_s = [(1+2j+1-2j)\,||\,2] + (1-j) = 2-j$$

برای انتقال حداکثر توان متوسط به امپدانس بار باید:

$$Z_L = Z_s^* = (2-j)^* = 2+j$$

۱۱ـ گزینه «۲» مقدار توان لحظه‌ای از رابطه مقابل به‌دست می‌آید:

$$P(t) = v(t)i(t) = \frac{1}{2}V_mI_m\cos\varphi + \frac{1}{2}V_mI_m\cos(2\omega+\varphi)\ ,\quad \varphi = \theta_V - \theta_I$$

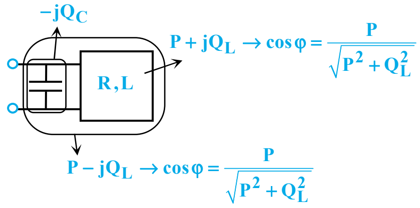
با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت:

$$P(t) = 10\sqrt{3} + 20\cos(2\omega+\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}V_mI_m = 20 \to V_mI_m = 40 \\ \frac{1}{2}V_mI_m\cos\varphi = 10\sqrt{3} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بر این اساس توان راکتیو شبکه RL برابر است با:

$$Q_L = \frac{1}{2}V_mI_m\sin\varphi = \frac{1}{2}\times 40 \times \frac{1}{2} = 10\,\text{VAR}$$

می‌خواهیم با اضافه کردن خازن، ضریب توان ثابت بماند. تنها در صورتی ضریب توان ثابت می‌ماند که رابطه تـوان مختلط شـبکه کـه به‌صـورت $P+jQ_L$ می‌باشد پس از اضافه شدن خازن به‌صورت $P-jQ_L$ باشد.

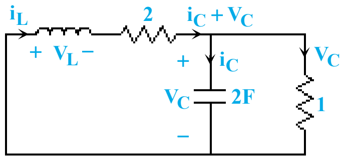


در نتیجه با توجه به شکل می‌توان گفت: $\Rightarrow P+jQ_L-jQ_C=P-jQ_L \Rightarrow \boxed{Q_C=2Q_L}$

$$\Rightarrow Q_C = 2\times 10 = 20\,VAR \Rightarrow -jQ_C = -20\,VAR$$

بنابراین توان راکتیو تولیدی خازن $-20\,VAR$ خواهد بود.

۱۲ـ گزینه «۴» با KCL زدن در گره مدار خواهیم داشت:



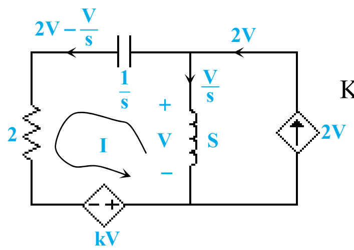
$$i_L = i_C + V_C = C\frac{dV_C}{dt}+V_C = 2\frac{dV_C}{dt}+V_C$$

$$\Rightarrow i_L = 2(-2e^{-2t}(\sin t+\cos t)+e^{-2t}(\cos t-\sin t))+(e^{-2t}(\sin t+\cos t))$$

$$\Rightarrow i_L = -e^{-2t}(5\sin t+\cos t)$$

$$V_L = L\frac{di_L}{dt} = -(-2e^{-2t}(5\sin t+\cos t)+e^{-2t}(5\cos t-\sin t)) \Rightarrow V_L(t)=e^{-2t}(11\sin t-3\cos t)$$

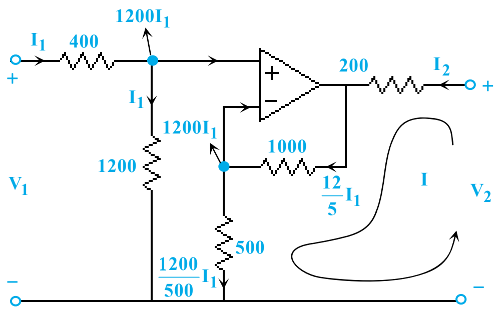
۱۳ـ گزینه «۱» ابتدا باید فرکانس‌های طبیعی مدار را محاسبه نماییم. بدین منظور معادله مشخصه مدار را با حذف منبع مستقل مدار و انتقال به حوزه لاپلاس به‌دست می‌آوریم:



$$KVL(I): -V+V(2-\frac{1}{s})(2+\frac{1}{s})-kV=0 \Rightarrow V(-1+4-\frac{1}{s^2}-k)=0 \Rightarrow -\frac{1}{s^2}+(3-k)=0 \Rightarrow s^2=\frac{1}{3-k}$$

$$\Rightarrow s^2+\underbrace{\frac{1}{k-3}}_{\omega_0^2}=0 \xrightarrow{\omega_0^2>0} k-3>0 \Rightarrow \boxed{k>3}$$

۱۴ـ گزینه «۳» با استفاده از تقسیم ولتاژ و ایده‌آل بودن آپ‌امپ داریم:



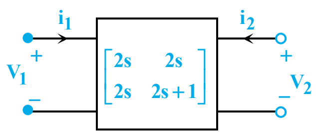
$$V_+ = V_- = 1200I_1 \quad , \quad \boxed{V_1 = 1600I_1}$$

$$KVL(I): -V_2+200I_2+2400I_1+1200I_1=0 \Rightarrow V_2=3600I_1+200I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = +\frac{1}{200}V_2-\frac{3600}{200}I_1 \Rightarrow \boxed{I_2=-18I_1+\frac{1}{200}V_2}$$

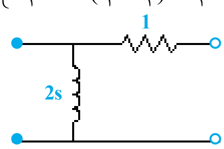
$$\Rightarrow H=\begin{bmatrix}1600 & 0\\ -18 & +\frac{1}{200}\end{bmatrix} \Rightarrow |H| = 1600\times\frac{1}{200}=8$$

۱۵ـ گزینه «۲» با توجه به ماتریس امپدانس داده شده برای دوقطبی می‌توان گفت:

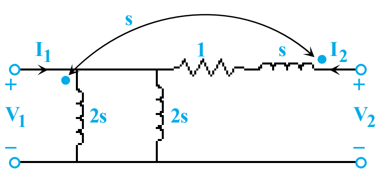


$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2s & 2s\\ 2s & 2s+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}V_1=2s(i_1+i_2)\\ V_2=2s(i_1+i_2)+i_2\end{cases}$$

در نتیجه مدار معادل دوقطبی برابر است با:

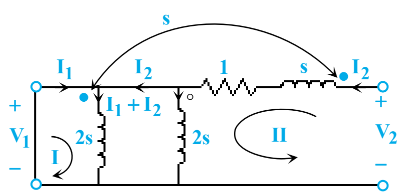


اکنون با جایگذاری این مدار معادل در مدار مربوطه خواهیم داشت:



برای محاسبه y_{12} طبق تعریف $V_1=0$ قرار می‌دهیم:

$$y_{12}=\frac{I_1}{V_2}\Big|_{V_1=0}$$



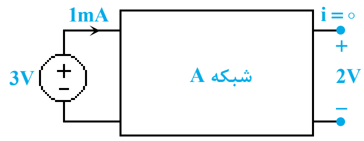
$$KVL(I) = -\cancel{V_1}+2s(I_1+I_2)+sI_2=0 \Rightarrow 3sI_2=-2sI_1 \Rightarrow I_2=\frac{-2}{3}I_1$$

$$KVL(II): -V_2+sI_2+s(I_1+I_2)+I_2=0 \Rightarrow -V_2+s(-\frac{2}{3}I_1)+s(I_1-\frac{2}{3}I_1)+(-\frac{2}{3}I_1)=0$$

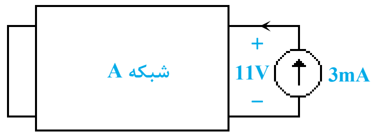
$$\Rightarrow -I_1(\frac{s}{3}+\frac{2}{3})=V_2 \Rightarrow y_{12}=\frac{I_1}{V_2}=-\frac{3}{s+2}$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۹ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

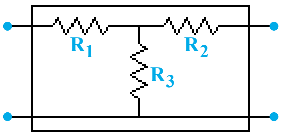
۱ـ شبکه مقاومتی A را در دو آزمایش زیر در نظر بگیرید. مقادیر مقاومت‌ها، کدام است؟



آزمایش ۱



آزمایش ۲



شبکه A

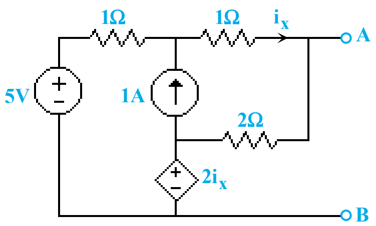
۱) $R_۱ = ۱k\Omega, R_۲ = ۲k\Omega, R_۳ = ۳k\Omega$

۲) $R_۱ = ۱k\Omega, R_۲ = ۳k\Omega, R_۳ = ۲k\Omega$

۳) $R_۱ = ۳k\Omega, R_۲ = \frac{۱۱}{۳}k\Omega, R_۳ = ۰k\Omega$

۴) $R_۱ = ۲k\Omega, R_۲ = ۳k\Omega, R_۳ = ۱k\Omega$

۲ـ معادل تونن مدار مقابل از دو سر A و B، کدام است؟



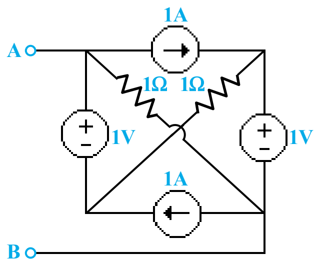
۱) $V_{th} = ۶V, R_{th} = \frac{۳}{۲}\Omega$

۲) $V_{th} = ۶V, R_{th} = \frac{۲}{۳}\Omega$

۳) $V_{th} = ۴V, R_{th} = \frac{۳}{۲}\Omega$

۴) $V_{th} = ۴V, R_{th} = \frac{۲}{۳}\Omega$

۳ـ در مدار زیر نسبت مقاومت معادل تونن از دو سر A و B به ولتاژ مدار باز دو سر A و B، کدام است؟



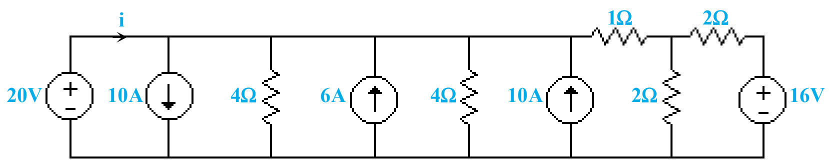
۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

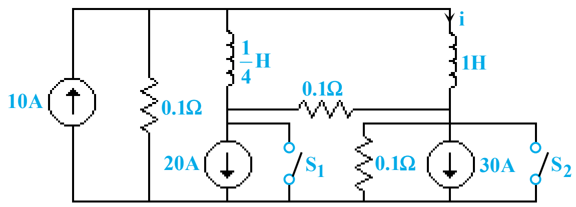
۴) $\frac{۱}{۴}$

۴ـ در مدار زیر جریان i، چند آمپر است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۴
۳) ۱۶
۴) ۲۱

۵ـ مدار زیر به مدت زیادی در حالت دائمی بوده است. در لحظه $t = ۰$ هر دو کلید $S_۱$ و $S_۲$ بسته می‌شوند. مقدار جریان i، برای $t > ۰$ کدام است؟



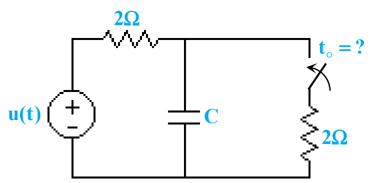
۱) $۲ + ۸e^{-۲t}$

۲) $۲ + ۸e^{-\frac{t}{۲}}$

۳) $۶ + ۴e^{-\frac{t}{۲}}$

۴) $۶ + ۴e^{-۲t}$

۶ـ در مدار زیر، کلید در چه زمانی بسته شود تا پس از بسته شدن آن، ولتاژ خازن ثابت بماند؟ (در زمان‌های $t < ۰$ خازن بدون بار است.)



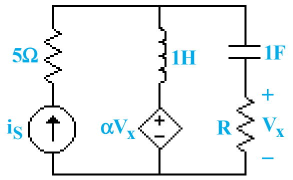
۱) C

۲) ۲C

۳) $C\ln ۲$

۴) $۲C\ln ۲$

۷ــ در مدار زیر، به‌ازای چه مقادیری از α، مدار نوسانی (بدون اتلاف) می‌شود؟ $(R > ۰)$



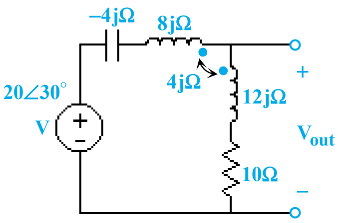
۱) $\alpha = ۳$

۲) $\alpha = ۱$

۳) $\alpha = -۱$

۴) $\alpha = ۲$

۸ــ در مدار زیر، ولتاژ خروجی V_{out}، کدام است؟



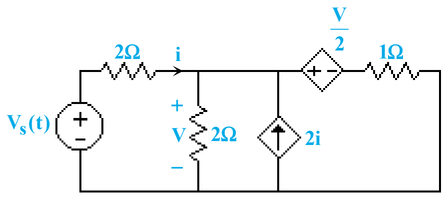
۱) $۲۰\measuredangle ۳۰^\circ$

۲) $۲۰\measuredangle -۳۰^\circ$

۳) $۱۰\measuredangle ۳۰^\circ$

۴) $۱۰\measuredangle -۳۰^\circ$

۹ــ در مدار زیر، منبع ولتاژ $V_s(t) = ۳V$ به مدار اعمال شده است. در مورد توان منبع جریان وابسته چه می‌توان گفت؟



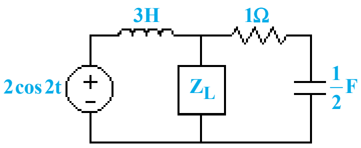
۱) ۶ وات توان تحویل می‌گیرد.

۲) ۶ وات توان تحویل می‌دهد.

۳) $\frac{۵۴}{۲۵}$ وات توان تحویل می‌دهد.

۴) $\frac{۵۴}{۲۵}$ وات توان تحویل می‌گیرد.

۱۰ــ مدار زیر در حالت دائمی سینوسی قرار دارد. برای این‌که حداکثر توان متوسط به Z_L منتقل شود، مقدار آن کدام است؟



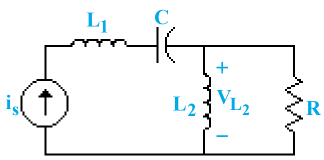
۱) $\frac{۳}{۱۳}(۱-۲/۵j)$

۲) $\frac{۳}{۱۳}(۶-۴j)$

۳) $\frac{۳}{۱۳}(۶+۴j)$

۴) $\frac{۳}{۱۳}(۱+۲/۵j)$

۱۱ــ پاسخ ضربه ولتاژ دو سر سلف $L_۲$، کدام است؟



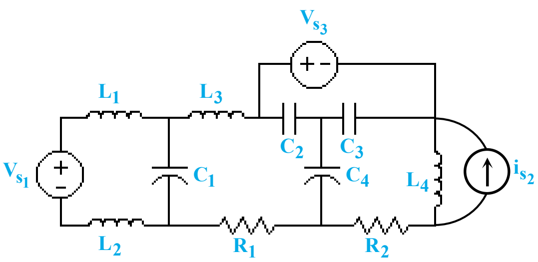
۱) $V_{L_۲}(t) = R\delta(t) - \frac{R^۲}{L_۲}e^{-\frac{R}{L_۲}t}u(t)$

۲) $V_{L_۲}(t) = -\delta(t) + \frac{R}{L_۲}e^{-\frac{R}{L_۲}t}u(t)$

۳) $V_{L_۲}(t) = -\delta(t) - \frac{R}{L_۱}e^{-\frac{R}{L_۱}t}u(t)$

۴) $V_{L_۲}(t) = R\delta(t) - \frac{R^۲}{L_۱}e^{-\frac{R}{L_۱}t}u(t)$

۱۲ــ مرتبه مدار مقابل و تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر آن، کدام است؟



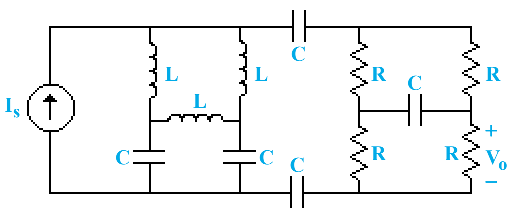
۱) ۷ و ۱

۲) ۶ و ۲

۳) ۷ و ۲

۴) ۶ و ۱

۱۳ــ در مدار زیر تابع شبکه $\Pi(s) = \frac{V_o}{I_s}$، حداکثر چند قطب دارد؟



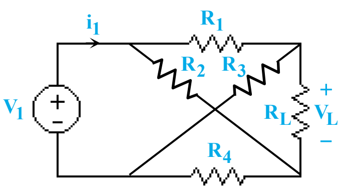
۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۸

۱۴ــ در مدار زیر دو دسته اندازه‌گیری به شرح زیر انجام شده است. مقدار $\hat{V}_L$ کدام است؟



$R_L = ۲\Omega$	$\hat{R}_L = ۴\Omega$
$i_۱ = -۲A$	$\hat{i}_۱ = -۲/۴A$
$V_۱ = ۸V$	$\hat{V}_۱ = ۱۲V$
$V_L = ۲V$	$\hat{V}_L = ?$

۱) $-۹/۶$

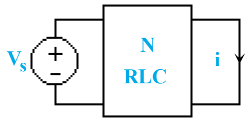
۲) $-۶/۹$

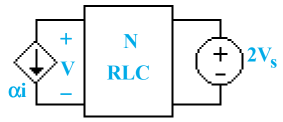
۳) $۶/۹$

۴) $۹/۶$

۱۵ـ در شکل زیر، دوقطبی N از عناصر RLC تشکیل شده است. در آزمایش زیر داریم: $V=\beta V_s$، $(V_s \neq 0)$، پارامتر h_{21} در ماتریس هایبرید دوقطبی N کدام است؟

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$





۱) $\dfrac{2}{\alpha-\beta}$

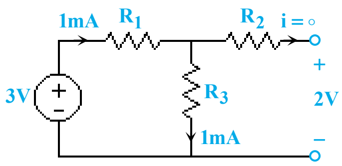
۲) $\dfrac{1}{\alpha\beta-2}$

۳) $\dfrac{\alpha}{\beta-2}$

۴) $\dfrac{\beta}{\alpha-2}$

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۹ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

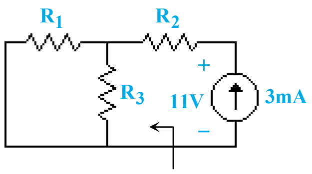
۱ـ گزینه «۲» با توجه به آزمایش (۱):



$$KVL: (R_1+R_3)\times 1mA = 3V \Rightarrow R_1+R_3 = 3000\Omega$$

تقسیم ولتاژ: $2=\dfrac{R_3}{R_1+R_3}\times 3 \Rightarrow \dfrac{2}{3}=\dfrac{R_3}{R_1+R_3} \Rightarrow 2R_1=R_3 \Rightarrow 3R_1=3000\Omega \Rightarrow \boxed{R_1=1000\Omega}$ و $\boxed{R_3=2000\Omega}$

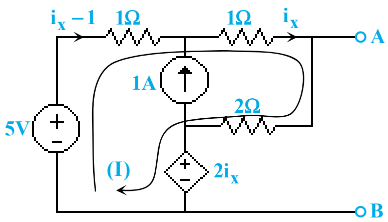
اکنون با توجه به آزمایش (۲):



مقاومت دیده‌شده از منبع جریان: $R_2+(R_1 \| R_3)=\dfrac{11V}{3mA}=\dfrac{11000}{3}$

$$\Rightarrow R_2+1000 \| 2000=\frac{11000}{3} \Rightarrow R_2=\frac{11000}{3}-\frac{2000}{3}=3000\Omega$$

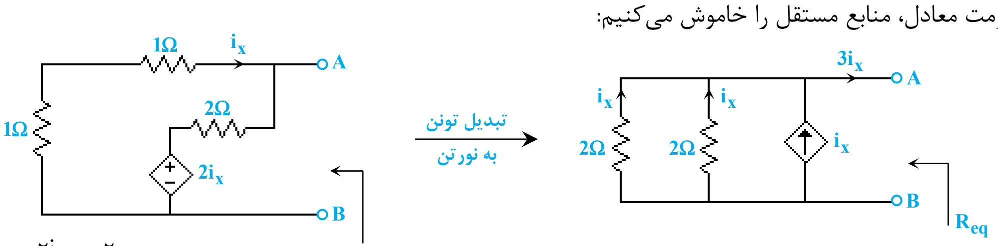
۲ـ گزینه «۴» ابتدا ولتاژ مدار باز را محاسبه می‌کنیم:



$$KVL\,(I): 5=1\times(i_x-1)+(1+2)i_x+2i_x$$

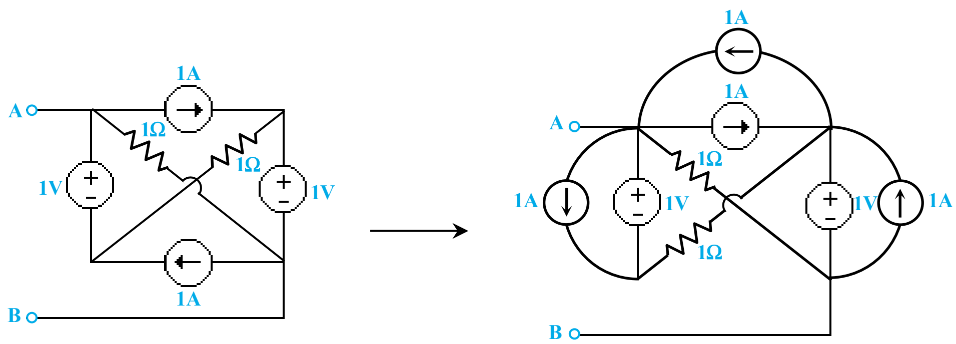
$$\Rightarrow 6=6i_x \Rightarrow i_x=1A \Rightarrow V_{AB}=2i_x+2i_x=4V$$

برای محاسبه مقاومت معادل، منابع مستقل را خاموش می‌کنیم:

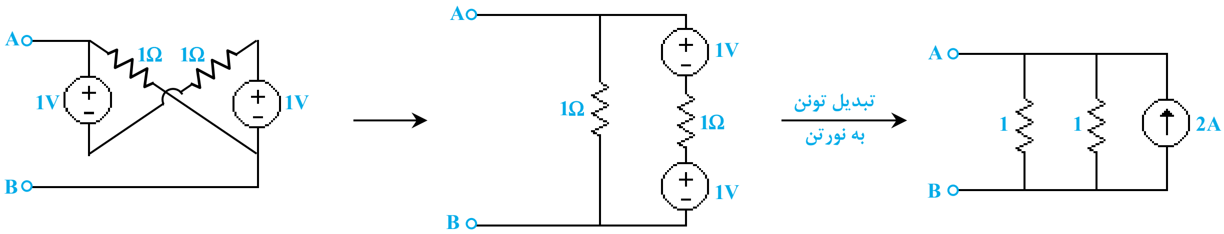


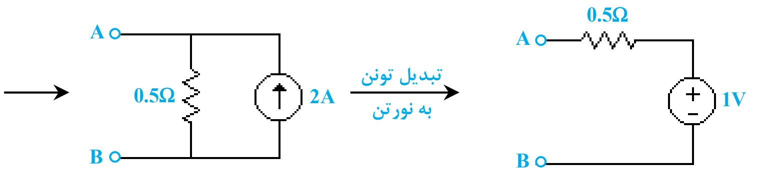
$$V_{AB}=-2i_x \Rightarrow R_{eq}=\frac{2i_x}{3i_x}=\frac{2}{3}\Omega$$

۳ـ گزینه «۲» ابتدا به کمک قاعده پرش، مدار را ساده می‌کنیم:



اکنون با حذف منابع جریان موازی با منبع ولتاژ و خنثی شدن دو منبع جریان با جریان‌های برابر و معکوس یکدیگر، مدار به شکل زیر درمی‌آید:

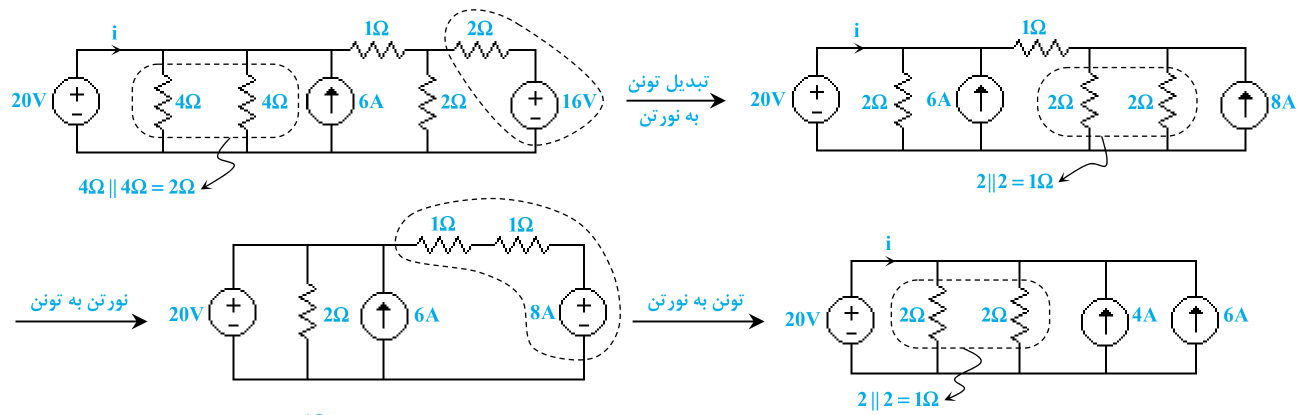


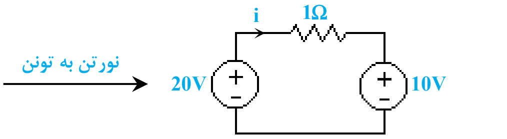


$$\Rightarrow \begin{cases} R_{th}=۰/۵\Omega \\ V_{oc}=۱V \end{cases} \Rightarrow \frac{R_{th}}{V_{oc}}=\frac{۰/۵}{۱}=\frac{۱}{۲}$$

توجه: این سؤال یک ایراد دارد آن هم یکی نبودن واحد دوکمیتی است که نسبت آن‌ها خواسته شده است و در گزینه‌ها باید واحد $\frac{۱}{A}$ اضافه می‌شد.

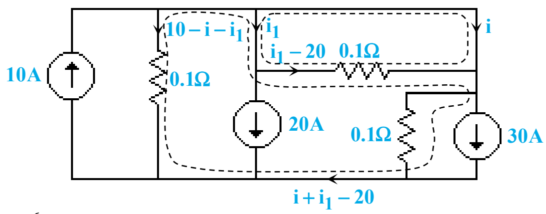
۴ـ گزینه «۱» دو منبع جریان ۱۰A، یکدیگر را حذف می‌کنند:





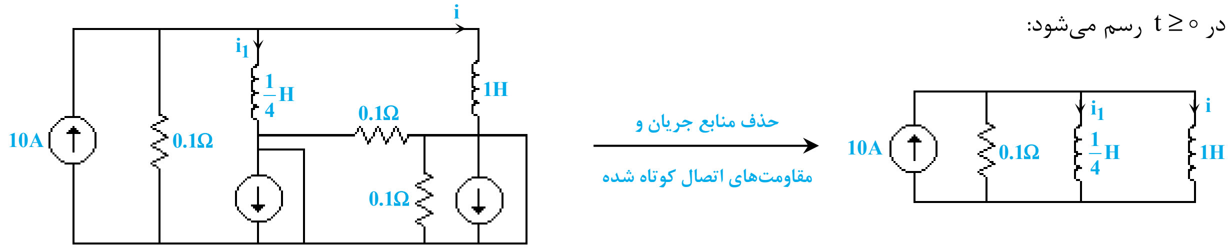
$$\Rightarrow i=\frac{۲۰-۱۰}{۱}=۱۰A$$

۵ـ گزینه «۳» ابتدا شرایط اولیه را تعیین می‌کنیم. برای این کار مدار را در $t=۰^-$ رسم می‌کنیم:



$$KVL:\begin{cases} ۰/۱(i_۱-۲۰)=۰ \Rightarrow i_۱=۲۰A \\ ۰/۱(۱۰-i-i_۱)=۰/۱(i_۱-۲۰+i-۳۰) \Rightarrow ۱۰-i-i_۱=i_۱+i-۵۰ \Rightarrow ۶۰=۲i_۱+۲i \xrightarrow{i_۱=۲۰} i=۱۰A \end{cases}$$

حال مدار در $t\geq ۰$ رسم می‌شود:



با توجه به شکل مدار برای $t\geq ۰$ پاسخ مدار به شکل روبه‌رو خواهد بود:

$$i=A+Be^{\frac{-t}{\tau}}$$

از آنجا که جریان سلف پرش نخواهد داشت:

$$i(۰^-)=i(۰^+)=۱۰A \Rightarrow A+B=۱۰$$

در حالت نهایی مدار سلف‌ها اتصال کوتاه می‌شوند و جریانی از مقاومت نمی‌گذرد:

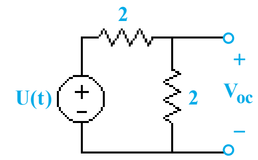
$$i(\infty)+i_۱(\infty)=۱۰A \qquad (*)$$

از طرفی داریم:

$$V_{L_۱}=V_L \Rightarrow L_۱\frac{di_۱}{dt}=L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{۱}{۴}[i_۱(\infty)-i_۱(۰^-)]=۱[i(\infty)-i(۰^-)] \Rightarrow i_۱(\infty)-۲۰=۴i(\infty)-۴۰ \xrightarrow{(*)} i(\infty)=۶A \Rightarrow A=۶ \Rightarrow B=۴$$

برای به‌دست آوردن τ منبع مستقل را از مدار حذف می‌کنیم:

$$L_{eq}=(\frac{۱}{۴}\|۱)=\frac{۱}{۵}H \Rightarrow \tau=\frac{L_{eq}}{R}=\frac{\frac{۱}{۵}}{۰/۱}=۲ \Rightarrow i=۶+۴e^{\frac{-t}{۲}} \quad t\geq ۰$$



۶ـ گزینه «۴» برای آن‌که ولتاژ خازن دیگر تغییر نکند، باید در لحظه‌ی کلیدزنی، ولتاژی برابر با ولتاژ تونن پس از کلیدزنی (از دید خازن) داشته باشد؛ ولتاژ تونن از دید خازن پس از کلیدزنی:

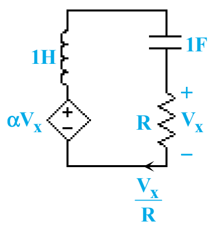
$$\Rightarrow V_{oc}=\frac{U(t)}{۲}=\frac{۱}{۲} \quad (*)$$

ولتاژ خازن تا قبل از کلیدزنی:

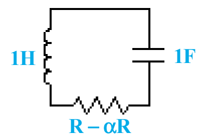
$$V_C(t)=V_\infty(۱-e^{-\frac{t}{RC}})=۱\times(۱-e^{-\frac{t}{۲C}}) \quad (**)$$

$$\xrightarrow[(**)]{(*)} V_C(t_۰)=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۱-e^{-\frac{t_۰}{۲C}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=e^{-\frac{t_۰}{۲C}} \Rightarrow -\frac{t_۰}{۲C}=-Ln۲ \Rightarrow t_۰=۲CLn۲$$

۷ـ گزینه «۲» منابع مستقل را صفر می‌کنیم:



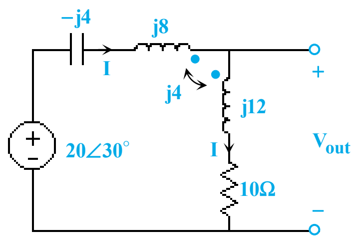
$\longrightarrow$ مقاومت معادل منبع وابسته $=\frac{\alpha V_x}{-\frac{V_x}{R}}=-R\alpha \longrightarrow$



برای نوسانی شدن، باید مقاومت مدار RLC صفر باشد:

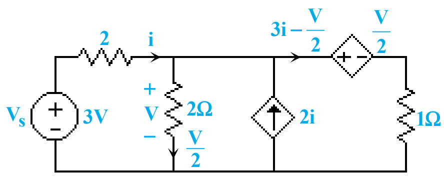
$$R-\alpha R=۰ \Rightarrow \alpha=۱$$

۸ـ گزینه «۱»



$$\left.\begin{array}{l} KVL: ۲۰\angle ۳۰^\circ=-j۴I+j۸I-j۴I+j۱۲I-j۴I+۱۰I \Rightarrow ۲۰\angle ۳۰^\circ=(j۸+۱۰)I \\ V_{out}=(j۱۲-j۴+۱۰)I=(j۸+۱۰)I \end{array}\right\} \Rightarrow V_{out}=۲۰\angle ۳۰^\circ\ V$$

۹ـ گزینه «۳»



$$KVL\begin{cases} ۳=۲i+V \\ V=\frac{V}{۲}+۳i-\frac{V}{۲} \Rightarrow V=۳i \end{cases}$$

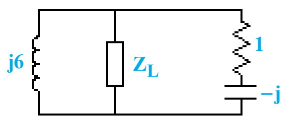
$$\Rightarrow ۳=۵i \Rightarrow i=\frac{۳}{۵}A\ ,\ \ V=\frac{۹}{۵}V$$

توان منبع جریان وابسته با قرارداد تولیدکننده:

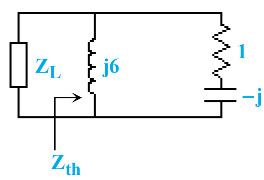
$$P_i=۲i\times V=۲\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۹}{۵}=\frac{۵۴}{۲۵}W \rightarrow$$ تحویل می‌دهد

۱۰ـ گزینه «۳» منبع مستقل را خاموش کرده و امپدانس دیده شده از دو سر Z_L را به‌دست می‌آوریم:

$\omega=۲ \Rightarrow$

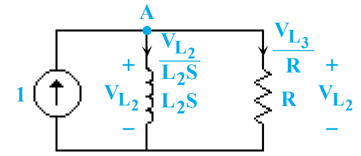


$\longrightarrow$



$$Z_{th}=j۶\|(۱-j)=\frac{j۶(۱-j)}{j۶+۱-j}=\frac{j۶+۶}{۱+j۵}\times\frac{۱-j۵}{۱-j۵}=\frac{۳۶-j۲۴}{۲۶}\xrightarrow{\text{انتقال حداکثر توان}} Z_L=Z_{th}^*=\frac{۳۶+j۲۴}{۲۶}=\frac{۳}{۱۳}(۶+j۴)$$

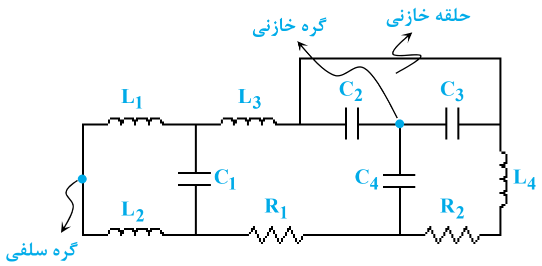
۱۱ـ گزینه «۱» منابع سری با منبع جریان حذف می‌شوند و بنابراین خازن C و سلف $L_۱$ تأثیری در ولتاژ دو سر سلف $L_۲$ ندارند. مدار را ساده کرده و به حوزه لاپلاس می‌بریم: $i_s(t)=\delta(t) \Rightarrow i_s(s)=۱$



$$KCL_A = \frac{V_{L_۲}}{L_۲S} + \frac{V_{L_۲}}{R} = ۱ \Rightarrow \frac{V_{L_۲}\times(R+L_۲S)}{RL_۲S} = ۱ \Rightarrow V_{L_۲} = \frac{RL_۲S}{R+L_۲S} = R\times\frac{L_۲S}{R+L_۲S} = R\times\frac{R+L_۲S-R}{R+L_۲S}$$

$$= R\times(۱-\frac{R}{R+L_۲S}) = R-\frac{R^۲}{R+L_۲S} \xrightarrow{\text{عکس لاپلاس}} V_{L_۲}(t) = R\delta(t) - \frac{R^۲}{L_۲}e^{-\frac{R}{L_۲}t}u(t)$$

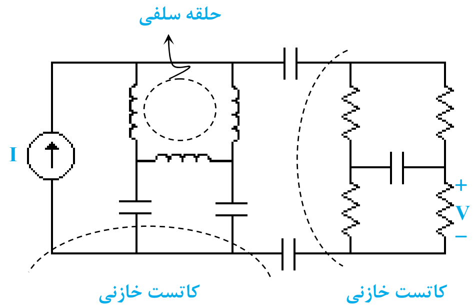
۱۲ـ گزینه «۴» ابتدا منابع را صفر می‌کنیم:



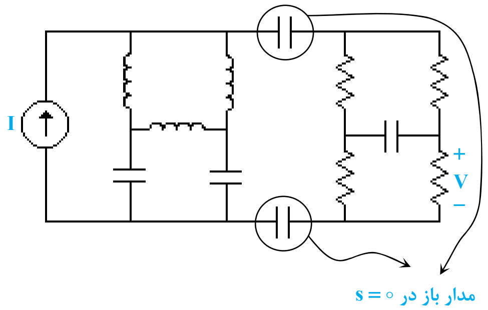
مرتبه مدار = تعداد سلف و خازن − تعداد حلقه خازنی − تعداد گره سلفی = ۸ − ۱ − ۱ = ۶

تعداد فرکانس صفر = گره خازنی + حلقه سلفی = ۰ + ۱ = ۱

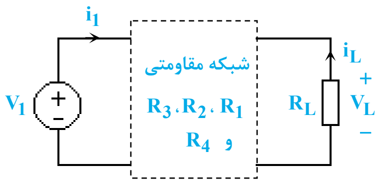
۱۳ـ گزینه «۳» ابتدا مرتبه‌ی مدار را تعیین می‌کنیم. در مدار حلقه خازنی و گره سلفی وجود ندارد لذا مرتبه مدار برابر تعداد سلف و خازن‌ها و برابر ۸ است. به‌دلیل وجود ۲ کاتست مستقل خازنی و یک حلقه سلفی، ۳ قطب در $s=۰$ وجود دارد.



به‌دلیل وجود دو خازن به‌صورت روبه‌رو که در $s=۰$ مدار باز هستند، $V=۰$ و لذا $\frac{V}{I}$ در $s=۰$ دو صفر دارد پس دو قطب در $s=۰$ را خنثی می‌کند و لذا تابع $H(s)$ بیشتر از ۶ قطب ندارد.



۱۴ـ گزینه «۱» از قضیه تلگان استفاده می‌کنیم:



$$V_۱\hat{i}_۱ + V_L\hat{i}_L = \hat{V}_۱ i_۱ + \hat{V}_L i_L$$

$$\Rightarrow V_۱\hat{i}_۱ + V_L(\frac{-\hat{V}_L}{\hat{R}_L}) = \hat{V}_۱ i_۱ + \hat{V}_L(-\frac{V_L}{R_L}) \Rightarrow V_۱\hat{i}_۱ - \hat{V}_۱ i_۱ = (-\frac{V_L}{R_L}+\frac{V_L}{\hat{R}_L})\hat{V}_L$$

$$\Rightarrow ۸\times(-۲/۴) - ۱۲\times(-۲) = (-\frac{۲}{۲}+\frac{۲}{۴})\hat{V}_L \Rightarrow ۴/۸ = -\frac{۱}{۲}\hat{V}_L \Rightarrow \hat{V}_L = -۹/۶V$$

۱۵ـ گزینه «۴»

$$\begin{bmatrix} V_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{۱۱} & h_{۱۲} \\ h_{۲۱} & h_{۲۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_۱ \\ V_۲ \end{bmatrix}$$

با توجه به آزمایش‌ها، می‌توان نوشت:

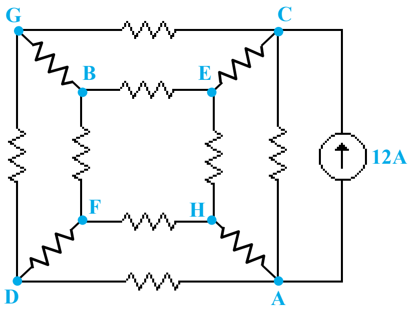
$$۱)\begin{cases} V_s = h_{۱۱}I_۱ + ۰ \\ -i = h_{۲۱}I_۱ + ۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{V_s}{i} = -\frac{h_{۱۱}}{h_{۲۱}} \qquad (۱)$$

$$۲)\begin{cases} V = \beta V_s = h_{۱۱}(-\alpha i) + ۲V_s h_{۱۲} \Rightarrow (\beta - ۲h_{۱۲})V_s = -\alpha i h_{۱۱} \Rightarrow \frac{V_s}{i} = \frac{-\alpha h_{۱۱}}{\beta - ۲h_{۱۲}} \qquad (۲) \\ \hat{I}_۲ = h_{۲۱}(-\alpha i) + ۲V_s h_{۲۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \frac{-h_{۱۱}}{h_{۲۱}} = \frac{-\alpha h_{۱۱}}{\beta - ۲h_{۱۲}} \Rightarrow h_{۲۱} = \frac{\beta - ۲h_{۱۲}}{\alpha} \xrightarrow[\substack{h_{۱۲}=-h_{۲۱} \\ \text{به‌دلیل تقابل}}]{\text{در شبکه } RLC} h_{۲۱} = \frac{\beta}{\alpha} + \frac{۲}{\alpha}h_{۲۱} \Rightarrow (۱-\frac{۲}{\alpha})h_{۲۱} = \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow h_{۲۱} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}}{۱-\frac{۲}{\alpha}} = \frac{\beta}{\alpha - ۲}$$

سؤالات آزمون دکتری ۱۴۰۰

۱ـ در مدار مقابل همه مقاومت‌ها برابر $10\,\Omega$ هستند، ولتاژ V_{AG} کدام است؟



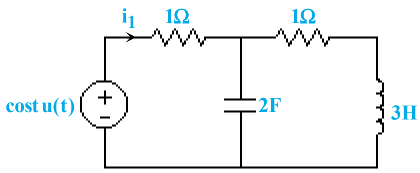
۱) ۰

۲) ۶۰−

۳) ۴۵−

۴) ۱۲۰−

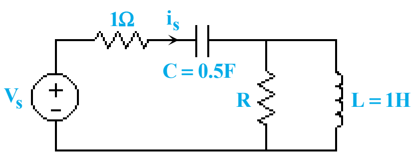
۲ـ در مدار زیر $i_1''(0^+)$، کدام است؟ (مدار در $t<0$ در حالت صفر است.)



۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{4}$

۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۳ـ در مدار زیر، با اعمال ولتاژ ضربه $V_s = 2\delta(t)$، ولتاژ خازن به اندازه یک ولت به‌صورت آنی افزایش پیدا می‌کند. مقاومت R، چند اهم است؟



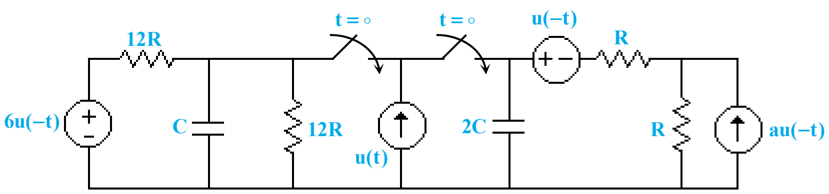
۱) ۱/۵

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

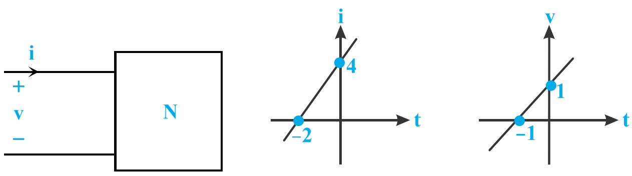
۴ـ مقدار a در مدار زیر چقدر باشد تا در $t>0$ ولتاژ دو سر خازن‌ها ثابت بماند؟ $(Ra = 2)$

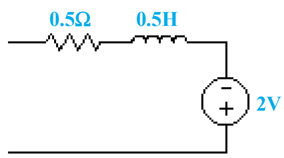


۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$

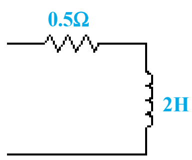
۳) ۱ ۴) $\frac{3}{2}$

۵ـ تغییرات ولتاژ و جریان در یک قطبی N برحسب زمان به‌صورت زیر داده شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر مدل مناسبی برای معرفی این یک قطبی نیست؟

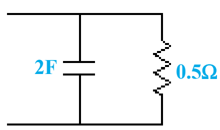




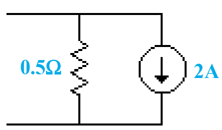
(۱)



(۲)

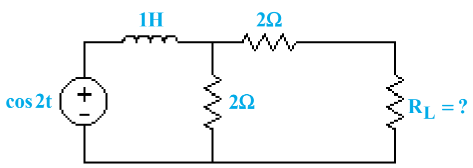


(۳)



(۴)

۶ـ در مدار زیر اندازه مقاومت R_L چند اهم باشد تا ماکزیمم توان متوسط به بار R_L انتقال یابد؟



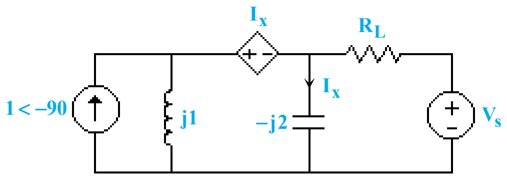
۱) $\sqrt{10}$

۲) ۳

۳) $3-j$

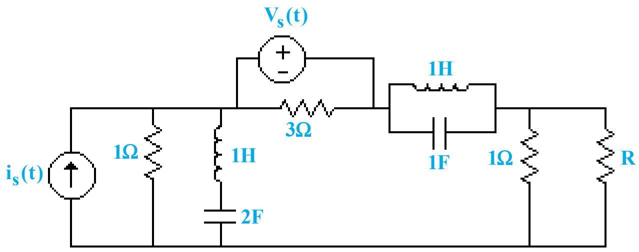
۴) ۲

۷ـ در مدار زیر فازور ولتاژ V_s چقدر باشد تا توان متوسط در R_L برابر صفر شود؟ (دو منبع مستقل سینوسی، هم‌فرکانس هستند.)



۱) $V_s = j$
۲) $V_s = 1 - j$
۳) $V_s = 1 + 2j$
۴) $V_s = 1 + j$

۸ـ مدار زیر در حالت دائمی است. اگر $v_s(t) = b$ ، $i_s(t) = a\cos\omega t$ باشد (ω نامعلوم است)، آنگاه توان متوسط در مقاومت R برابر $P = 1W$ است و اگر $v_s(t) = 2b$ و $i_s(t) = a\cos\omega t$ باشد، آنگاه توان این مقاومت به $P = 4W$ می‌رسد. درمورد ω چه می‌توان گفت؟ $(\omega \neq 0, \infty)$

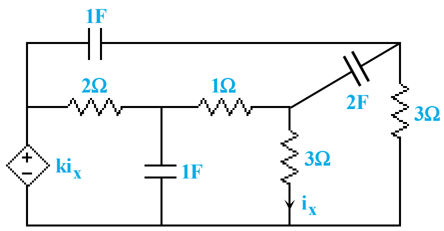


۱) ۱ یا $\frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{rad}{s})$
۲) $\sqrt{2}$ یا $\frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{rad}{s})$
۳) ۱ یا $2 (\frac{rad}{s})$
۴) ۱ یا $\frac{1}{2} (\frac{rad}{s})$

۹ـ اگر پاسخ حالت صفر به ورودی ضربه واحد یک مدار برابر $V_o(t) = (4e^{-2t} - e^{-0/5t})u(t)$ باشد، پاسخ حالت صفر به ورودی شیب $(r(t) = tu(t))$ این مدار کدام است؟

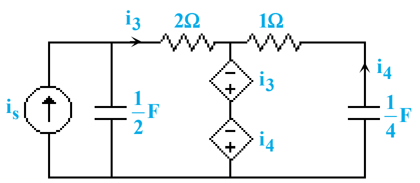
۱) $V_o(t) = (3 - 4e^{-2t} + e^{-0/5t})u(t)$
۲) $V_o(t) = (e^{-2t} - 4e^{-0/5t})u(t-1)$
۳) $V_o(t) = (e^{-2t} - 4e^{-0/5t})u(t)$
۴) $V_o(t) = (3 + e^{-2t} - 4e^{-0/5t})u(t)$

۱۰ـ در مدار زیر به ازای چه مقدار k، در مدار فرکانس طبیعی صفر خواهیم داشت؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) چون کاتست خازنی و حلقه سلفی نداریم، غیرممکن است.

۱۱ـ در مدار زیر، فرکانس‌های طبیعی کدام است؟



۱) $4 \pm \sqrt{3}$
۲) $4 \pm j\sqrt{3}$
۳) $2 \pm j2\sqrt{3}$
۴) $2 \pm 2\sqrt{3}$

۱۲ـ کدام گزینه نمی‌تواند ماتریس امپدانس مش یک مدار پسیو متشکل از R، L، C باشد (در روش مش و با در نظر گرفتن همه مش‌ها)؟

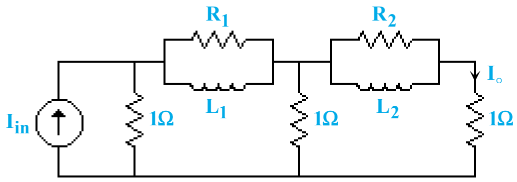
۱) $z = \begin{pmatrix} \frac{s^3+2s+1}{s} & \frac{-1}{s} & -\frac{s^2+2s}{s} \\ -\frac{1}{s} & \frac{1+s}{s} & -1 \\ -\frac{s^3+2s}{s} & -1 & \frac{s^3+3s}{s} \end{pmatrix}$

۲) $z = \begin{pmatrix} s+1 & -1 & -s \\ -1 & \frac{s^2+s+1}{s} & -\frac{1}{s}-s \\ -s & -\frac{s^2+1}{s} & \frac{2s^2+1}{s} \end{pmatrix}$

۳) $z = \begin{pmatrix} \frac{s^2+2}{s} & -s & -\frac{2}{s} \\ -s & s+1 & -1 \\ -\frac{2}{s} & -1 & \frac{2+s}{s} \end{pmatrix}$

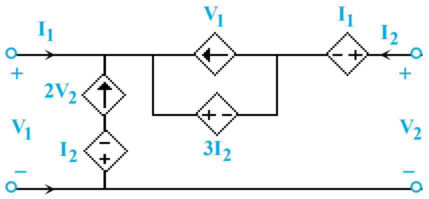
۴) $z = \begin{pmatrix} 2s & -2s & 0 \\ -2s & 3s & -s \\ 0 & -s & s \end{pmatrix}$

۱۳ـ تابع شبکه بهره جریان مداری به صورت $\frac{I_o}{I_{in}}=\frac{s^2+\frac{3}{2}s+\frac{1}{2}}{As^2+Bs+C}$ است. با فرض آنکه $R_1R_2=1$ باشد، آنگاه مقدار C و همین‌طور حاصل‌ضرب L_1L_2، کدام است؟



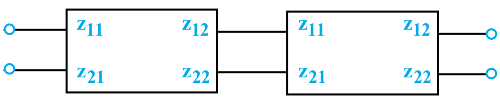
۱) $L_1L_2=1\ ,\ C=3$
۲) $L_1L_2=\frac{1}{2}\ ,\ C=3$
۳) $L_1L_2=1\ ,\ C=\frac{3}{2}$
۴) $L_1L_2=2\ ,\ C=\frac{3}{2}$

۱۴ـ ماتریس پارامترهای هایبرید H دوقطبی زیر، کدام است؟ (راهنمایی: $\begin{pmatrix}V_1\\I_2\end{pmatrix}=H\begin{pmatrix}I_1\\V_2\end{pmatrix}$)



۱) $\begin{bmatrix}+4 & -5\\ -2 & +2\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}-4 & +5\\ -1 & -1\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}-4 & -5\\ -1 & -2\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}+4 & -5\\ -1 & -2\end{bmatrix}$

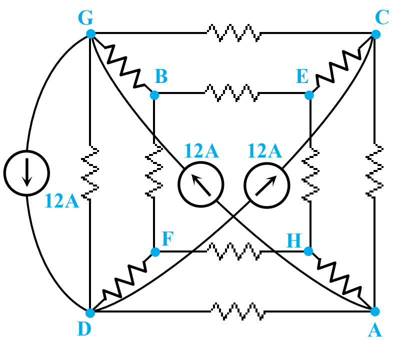
۱۵ـ در مدار زیر، دو شبکه دوقطبی کاملاً مشابه (که ماتریس امپدانس z آن معلوم است) به‌طور متوالی به یکدیگر متصل شده‌اند، اگر ماتریس z دوقطبی کلی $\begin{pmatrix}z_1 & z_2\\ z_3 & z_4\end{pmatrix}$ باشد، z_1 کدام است؟



۱) $\frac{z_{12}^2}{z_{11}+z_{22}}$
۲) $\frac{z_{11}+z_{22}}{z_{12}^2}$
۳) $\frac{z_{11}(z_{11}+z_{22})-z_{12}z_{21}}{z_{11}+z_{22}}$
۴) $\frac{z_{21}z_{12}-z_{11}z_{22}}{z_{11}+z_{22}}$

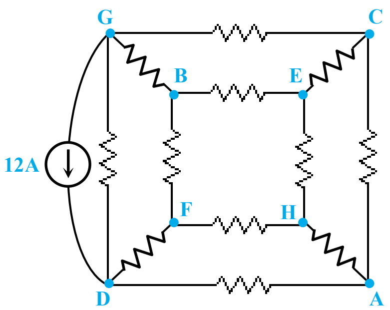
پاسخنامه آزمون دکتری ۱۴۰۰

۱ـ گزینه «۳» در مدار مورد سؤال و با ترکیب کنونی تعریف می‌کنیم $x=V_{AG}$؛ حال با استفاده از قاعده‌ی پرش خرگوش ترکیب مدار را به صورت مقابل درآورده و از جمع آثار برای محاسبه‌ی V_{AG} استفاده می‌کنیم:



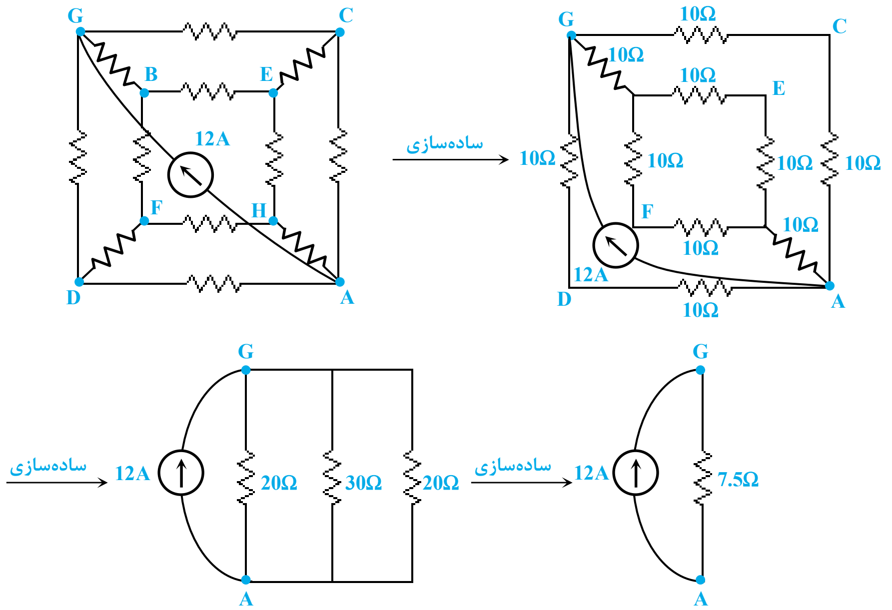
$V_{AG}=V_{AG1}$ (ناشی از منبع جریان ورودی از G به D) $+V_{AG2}$ (ناشی از منبع جریان ورودی از A به G) $+V_{AG3}$ (ناشی از منبع جریان ورودی از D به C) (۱)

با کمی دقت در ساختار مدار و ترکیب جدید، مشخص است که V_{AG1} برابر $-x$ است چرا که اگر منبع جریان ورودی به نقاط AG و DC را حذف کرده و تنها منبع جریان ورودی به GD را درنظر بگیریم، به ساختاری مشابه ساختار اولیه می‌رسیم که دوران پیدا کرده است و لذا داریم:



$$V_{AG1}=-x$$

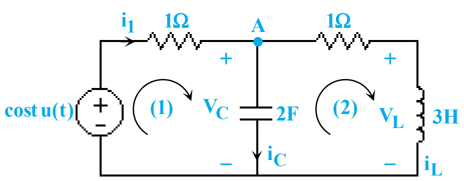
همچنین به علت تقارن مدار حول محور DC، V_{AG_3} برابر صفر است. برای محاسبه‌ی V_{AG_2} باز از تقارن مدار استفاده می‌کنیم. مشخصاً باید در این وضعیت پتانسیل نقاط C، E، F و D برابر بوده و ولتاژ این نقاط نسبت به نقطه A، نصف ولتاژ V_{GA} باشد. لذا انتظار داریم هیچ جریانی از مقاومت‌های میان نقاط C و E و نقاط F و D نگذرد. پس مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



بنابراین داریم: $V_{AG_2} = -12\times 7.5 = -90\ V$ حال مطابق با رابطه‌ی (۱) می‌توان نوشت: $x = -x - 90 + 0 \Rightarrow x = -45V$

۲ـ گزینه «۴» با توجه به این‌که در $t<0$ مدار در حالت صفر است، داریم: $V_C(0^+) = 0\ ,\ i_L(0^+) = 0$

مطابق شکل ابتدا مقدار V_L و i_C را در $t = 0^+$ محاسبه می‌کنیم:



$$KVL(2): V_L = V_C - 1\times i_L \Rightarrow V_L(0^+) = V_C(0^+) - i_L(0^+) = 0 - 0 = 0$$

$$KVL(1): i_1 = \frac{\cos t.u(t) - V_C}{1} \Rightarrow i_1(0^+) = 1 - V_C(0^+) = 1 - 0 = 1A$$

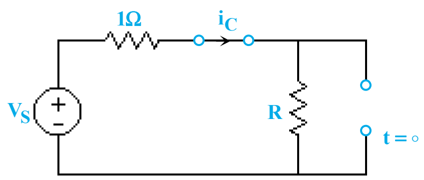
$$KCL\ A: i_C = i_1 - i_L \Rightarrow i_C(0^+) = i_1(0^+) - i_L(0^+) = 1 - 0 = 1A$$

حال به محاسبه‌ی i_1' و i_1'' در $t>0$ می‌پردازیم.

$$i_1 = \cos t.u(t) - V_C \xrightarrow{\frac{d}{dt}} i_1' = -\sin t - V_C'\ \ (t>0) \Rightarrow i_1' = -\sin t - \frac{i_C}{2} = -\sin t - \frac{i_1 - i_L}{2} \Rightarrow i_1'(0^+) = 0 - \frac{1-0}{2} = -\frac{1}{2}\frac{A}{S}$$

$$i_1' = -\sin t - \frac{i_1}{2} + \frac{i_L}{2} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} i_1'' = -\cos t - \frac{i_1'}{2} + \frac{i_L'}{2} = -\cos t - \frac{i_1'}{2} + \frac{V_L}{6} \Rightarrow i_1''(0^+) = -1 - \frac{i_1'(0^+)}{2} + \frac{V_L(0^+)}{6} = -1 - \frac{-\frac{1}{2}}{2} + 0 = -\frac{3}{4}\frac{A}{S^2}$$

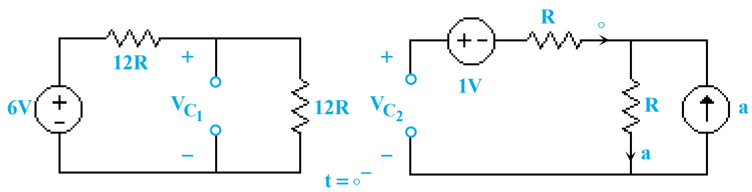
۳ـ گزینه «۳» می‌دانیم که برای تحلیل رفتار لحظه‌ای مدار هنگام اعمال منابع ضربه‌ای، می‌توان خازن‌ها را با اتصال کوتاه و سلف‌ها را با مدار باز مدل کرد. لذا مدار در لحظه‌ی صفر به شکل مقابل مدل می‌شود:



بنابراین مقدار i_C برابر است با: $i_C = \frac{V_S}{1+R} = \frac{2\delta(t)}{1+R}$

با داشتن i_C، تغییرات آنی ولتاژ خازن به شکل مقابل محاسبه می‌شود: $\Delta V_C = \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i_C.dt = \frac{1}{0.5}\int_{0^-}^{0^+}\frac{2\delta(t)}{1+R}dt = 2\times\frac{2}{1+R} = 1 \Rightarrow R = 3\Omega$

۴ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در $t = 0^-$ تحلیل کرده و ولتاژ خازن‌ها در این لحظه را محاسبه می‌کنیم. برای این‌کار خازن‌ها را با مدار باز مدل می‌کنیم:

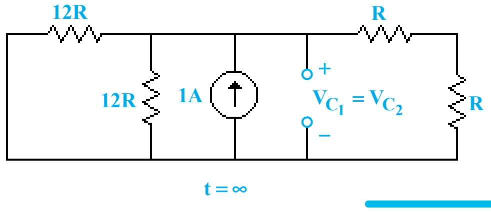


$$V_{C_1}(0^-)=\frac{12R}{12R+12R}\times 6=3V\ ,\ V_{C_2}(0^-)=Ra+1\xrightarrow{Ra=2}V_{C_2}(0^-)=3V$$

در $t=0$ با بسته شدن کلیدها، خازن‌ها موازی می‌شوند اما با توجه به اینکه ولتاژ اولیه‌ی آن‌ها مساوی است، تغییر ولتاژ ناگهانی نخواهند داشت. لذا داریم:

$$V_{C_1}(0^+)=V_{C_2}(0^+)=3V$$

برای آنکه ولتاژ خازن‌ها در $t>0$ ثابت بماند، باید مقدار نهایی ولتاژ خازن‌ها برابر مقدار اولیه آن‌ها یعنی۳ ولت باشد. پس مقدار نهایی ولتاژ خازن‌ها را با تحلیل مدار محاسبه می‌کنیم:



$$V_{C_1(\infty)}=V_{C_2(\infty)}=1\times(12R\,||\,12R\,||\,2R)=\frac{3}{2}R$$

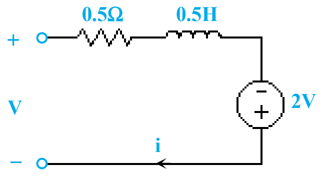
حال باید داشته باشیم:

$$\frac{3}{2}R=3\ \Rightarrow R=2\ \Rightarrow a=\frac{2}{R}=1$$

۵ـ گزینه «۲» مطابق نمودارهای ترسیم‌شده در صورت سؤال، تابع تغییرات زمانی V و i به شکل مقابل است: $V=t+1\ ,\ i=2t+4$

حال معادله دیفرانسیل توصیف‌کننده‌ی مدار ارائه‌شده در هر گزینه را محاسبه نموده و بررسی می‌کنیم توابع V و i در بالا در کدام‌یک از این معادلات صدق نمی‌کند.

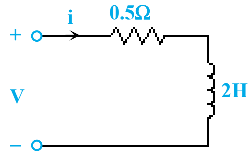
گزینه (۱):



$$V=0/5i+0/5\frac{di}{dt}-2\xrightarrow{\text{جایگذاری V و i}}t+1\overset{?}{=}0/5(2t+4)+0/5(2)-2=t+2+1-2=t+1\ \checkmark$$

صدق می‌کند.

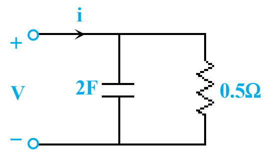
گزینه (۲):



$$V=0/5i+2\frac{di}{dt}\xrightarrow{\text{جایگذاری V و i}}t+1\overset{?}{=}0/5(2t+4)+2(2)=t+2+4=t+6\ \times$$

صدق نمی‌کند.

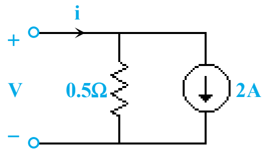
گزینه (۳):



$$i=2\frac{dV}{dt}+2V\xrightarrow{\text{جایگذاری V و i}}2t+4\overset{?}{=}2(1)+2(t+1)=2t+4\ \checkmark$$

صدق می‌کند.

گزینه (۴):

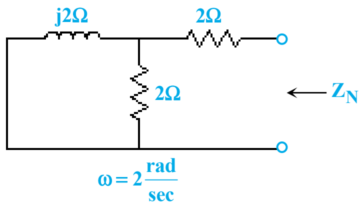


$$i=2V+2\xrightarrow{\text{جایگذاری V و i}}2t+4\overset{?}{=}2(t+1)+2=2t+4\ \checkmark$$

صدق می‌کند.

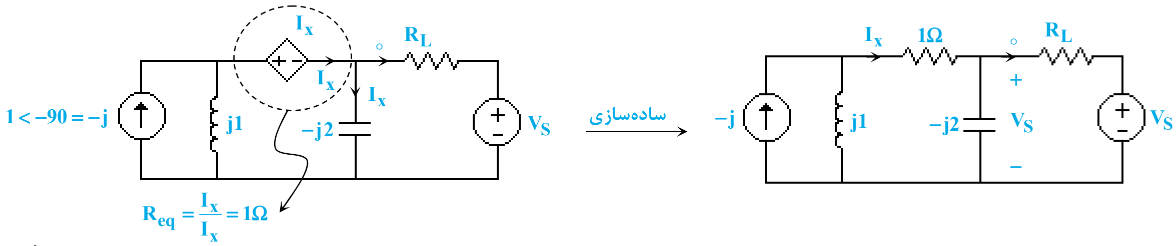
لذا گزینه (۲) پاسخ تست می‌باشد.

۶ـ گزینه «۱» طبق قضیه‌ی انتقال توان ماکزیمم، مقدار R_L باید برابر اندازه‌ی امپدانس معادل مدار از دو سر R_L باشد. پس مدار را در حالت فازوری مدل نموده و مقدار این امپدانس را محاسبه می‌کنیم:



$$Z_N=2\,||\,j2+2=1+j+2=(3+j)\Omega\ \Rightarrow R_L=|Z_N|=|3+j|=\sqrt{10}\ \Omega$$

۷ـ گزینه «۲» صفر بودن توان متوسط R_L به معنای صفر بودن جریان این مقاومت است. بنابراین با صفر فرض نمودن جریان شاخه‌ی سمت راست مدار، شروع به تحلیل آن می‌کنیم. مطابق شکل می‌توان برای تحلیل راحت‌تر مدار، منبع ولتاژ وابسته را با یک مقاومت مدل کرد:



با استفاده از تکنیک تقسیم جریان داریم:

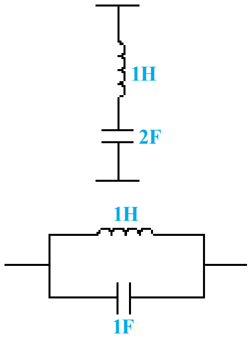
$$I_x=\frac{j1}{j1+1-j2}\times(-j)=\frac{1}{1-j}\quad,\quad V_s=-j2\times I_x=-j2\times\frac{1}{1-j}=-j(1+j)=1-j$$

۸ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه فرکانس منابع V_s و i_s متفاوت است، توان مقاومت R درهر دو حالت برابر مجموع توان ناشی از تک‌تک این منابع است. از طرفی این توان‌ها متناسب با مجذور دامنه منابع هستند. لذا اگر در حالت $V_s = b$ و $i_s = a\cos\omega t$، توان متوسط مقاومت R ناشی از هر منبع را به‌ترتیب P_1 و P_2 تعریف کنیم، داریم:

$$P_1 + P_2 = 1w \qquad (1)$$

با دو برابرشدن دامنه‌ی V_s، P_1 چهار برابر می‌شود و لذا در حالت $V_s = 2b$ و $i_s = a\cos\omega t$ داریم:

$$4P_1 + P_2 = 4w \qquad (2)$$



از روابط (۱) و (۲) مقدار P_2 که توان مقاومت R ناشی از منبع جریان سینوسی i_s است برابر صفر به‌دست می‌آید. بنابراین در فرکانس تحریک ω، LC سری یا موازی موجود در مدار باید در حالت تشدید باشند و جلوی انتقال سیگنال به مقاومت R را بگیرند. فرکانس تشدید این LCها به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1\times 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1\times 1}} = 1\ \frac{rad}{s}$$

بنابراین ω باید برابر ۱ یا $\frac{1}{\sqrt{2}}$ رادیان بر ثانیه باشد.

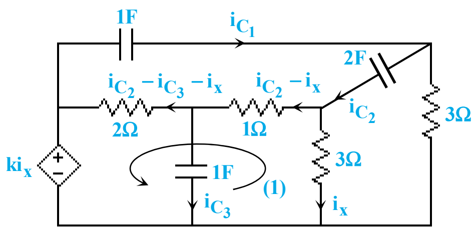
۹ـ گزینه «۴» برای محاسبه پاسخ شیب مدار، راحت‌تر این است که محاسبات را در فضای S انجام دهیم. در این صورت خواهیم داشت:

پاسخ ضربه $h(t) = (4e^{-2t} - e^{-0.5t})u(t) \Rightarrow H(s) = \frac{4}{s+2} - \frac{1}{s+0.5}$

پاسخ شیب $V_o(s) = \frac{1}{s^2}\times H(s) = \frac{4}{s^2(s+2)} - \frac{1}{s^2(s+0.5)} = \frac{2}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+2} - \frac{2}{s^2} + \frac{4}{s} - \frac{4}{s+0.5} = \frac{3}{s} + \frac{1}{s+2} - \frac{4}{s+0.5}$

$\Rightarrow$ پاسخ شیب $V_o(t) = (3 + e^{-2t} - 4e^{-0.5t})u(t)$

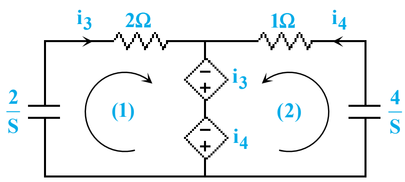
۱۰ـ گزینه «۳» اگر در یک مدار مرتبه‌دار، میان جریان خازن‌ها وابستگی خطی وجود داشته باشد، آن مدار دارای فرکانس طبیعی صفر است. حالت خاص آن، وجود کاتست خازنی در مدار است، وجود کاتست خازنی در مدار به معنای وجود داشتن یک فرکانس طبیعی صفر است، اما عدم وجود آن به معنای عدم وجود فرکانس طبیعی صفر نیست چرا که وابستگی جریان‌ها از طریق منابع وابسته نیز قابل تحقق است. حال مدار را در نظر گرفته، مطابق شکل جریان مقاومت‌های ۱ اهم و ۲ اهم را برحسب جریان خازن‌ها و i_x مشخص می‌کنیم. حال با نوشتن رابطه‌ی KVL در حلقه‌ی (۱) داریم:



$$1\times(i_{C_2} - i_x) + 2\times(i_{C_2} - i_{C_3} - i_x) + ki_x - 3i_x = 0 \Rightarrow 3i_{C_2} - 2i_{C_3} + (k-6)i_x = 0$$

از رابطه‌ی بالا مشخص است که اگر $k = 6$ باشد، $i_{c_2} = \frac{2}{3}i_{c_3}$ خواهد بود و وابستگی خطی میان جریان خازن‌ها وجود خواهد داشت. لذا به ازای $k = 6$ فرکانس طبیعی صفر داریم.

۱۱ـ گزینه «۴» منبع جریان i_s را خاموش کرده، مدار را به حوزه‌ی S می‌بریم. با نوشتن روابط KVL داریم:



$$KVL\ (1): (\frac{2}{s}+2)i_3 - i_3 - i_4 = 0 \Rightarrow i_4 = (\frac{2}{s}+1)i_3 \qquad (1)$$

$$KVL\ (2): (\frac{4}{s}+1)i_4 - i_3 - i_4 = 0 \Rightarrow \frac{4}{s}i_4 - i_3 = 0 \xrightarrow{(1)}$$

$$[\frac{4}{s}(\frac{2}{s}+1) - 1]i_3 = 0 \xrightarrow{\times -s^2} (s^2 - 4s - 8)i_3 = 0 \qquad (2)$$

از رابطه‌ی (۲) مشخص است که معادله‌ی مشخصه‌ی مدار به‌صورت $s^2 - 4s - 8 = 0$ است و فرکانس‌های طبیعی پاسخ‌های این معادله مشخصه خواهند بود.

$$s_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-8)}}{2} = \frac{4\pm\sqrt{48}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

۱۲ـ گزینه «۱» ماتریس امپدانس مش یک مدار RLC پسیو (بدون منابع وابسته) باید نسبت به قطر اصلی متقارن باشد. این امر در تمام گزینه‌ها به جز گزینه (۱) دیده می‌شود.

گزینه (۱): $\begin{bmatrix} \frac{s^3+2s+1}{s} & -\frac{1}{s} & -\frac{s^2+2s}{s} \\ -\frac{1}{s} & \frac{1+s}{s} & -1 \\ -\frac{s^3+2s}{s} & -1 & \frac{s^3+3s}{s} \end{bmatrix}$ ماتریس متقارن نیست

ضمن اینکه عناصر روی قطر اصلی ماتریس که مجموع چند امپدانس پسیو هستند، باید نمایشگر یک امپدانس پایدار و پسیو باشند، درحالی‌که درایه (۱,۱) ماتریس z در گزینه (۱) این چنین نیست. برای اثبات این مطلب می‌توان مقدار حقیقی این امپدانس را در هر فرکانس دلخواهی سنجید و مثبت‌بودن آن را ارزیابی کرد:

$$Z_{11}=\frac{s^3+2s+1}{s}\bigg|_{s=j\omega}=\frac{-j\omega^3+j2\omega+1}{j\omega}=2-\omega^2+\frac{1}{j\omega}$$

$$\mathrm{Re}\{z_{11}\}=2-\omega^2 \Rightarrow \mathrm{Re}\{z_{11}\}\bigg|_{\omega=3}=-7<0 \text{ ناپایدار}$$

لذا z_{11} نمی‌تواند مجموع چند امپدانس پسیو پایدار باشد.

۱۳ـ گزینه «۴» مطابق با ساختار مدار مشخص است که صفرهای تابع تبدیل $\frac{I_o}{I_{in}}$ از RL های موازی مدار به‌وجود آمده است و این صفرها برابر خواهند بود با:

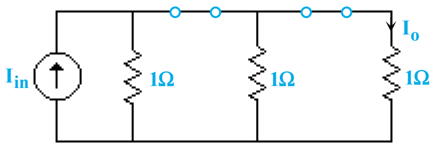
$$s=-\frac{1}{\tau}=-\frac{R}{L} \Rightarrow \begin{cases} s_1=-\dfrac{R_1}{L_1} \\ s_2=-\dfrac{R_2}{L_2} \end{cases}$$

لذا باید داشته باشیم:

$$(s+\frac{R_1}{L_1})(s+\frac{R_2}{L_2})=s^2+(\frac{R_1}{L_1}+\frac{R_2}{L_2})s+\frac{R_1R_2}{L_1L_2}=s^2+\frac{3}{2}s+\frac{1}{2}$$

$$R_1R_2=1 \Rightarrow L_1L_2=2$$

از طرفی اگر مدار را در فرکانس $s=0$ مدل کنیم داریم:

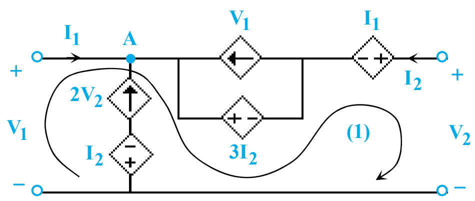


$$I_o=\frac{I_{in}}{3}$$

حال مطابق با تابع تبدیل مدار باید داشته باشیم:

$$\frac{I_o}{I_{in}}(s=0)=\frac{\frac{1}{2}}{C}=\frac{1}{3} \Rightarrow C=\frac{3}{2}$$

۱۴ـ گزینه «۳» با توجه به شکل داریم:



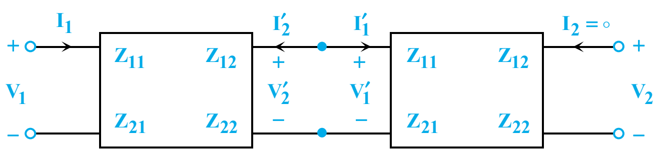
$$\mathrm{KCL}\ A: I_1+2V_2+I_2=0 \Rightarrow I_2=-I_1-2V_2 \quad (1)$$

$$\mathrm{KVL}(1): -V_1+3I_2-I_1+V_2=0 \xrightarrow{(1)} -V_1-3I_1-6V_2-I_1+V_2=0$$

$$\Rightarrow V_1=-4I_1-5V_2 \qquad (2)$$

$$(1),(2)\to \begin{bmatrix}V_1\\I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & -5\\-1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\V_2\end{bmatrix} \Rightarrow H=\begin{bmatrix}-4 & -5\\-1 & -2\end{bmatrix}$$

۱۵ـ گزینه «۳» طبق تعریف داریم: $Z_1=\frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$. لذا خروجی را مدار باز فرض کرده و $\frac{V_1}{I_1}$ را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل می‌توان نوشت:



$$V_1'=z_{11}I_1'+z_{12}I_2=z_{11}I_1' \xrightarrow{V_2'=V_1',\ I_2'=-I_1'} V_2'=-z_{11}I_2' \quad (1)$$

$$V_2'=z_{21}I_1+z_{22}I_2' \xrightarrow{(1)} -z_{11}I_2'=z_{21}I_1+z_{22}I_2' \Rightarrow I_2'=\frac{-z_{21}}{z_{11}+z_{22}}I_1 \qquad (2)$$

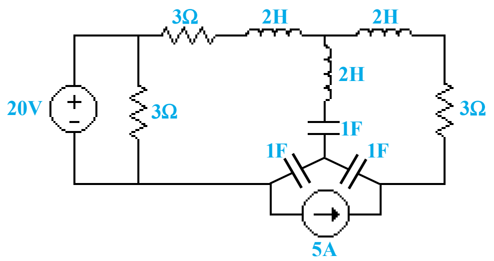
$$V_1=z_{11}I_1+z_{12}I_2' \xrightarrow{(2)} V_1=z_{11}I_1-\frac{z_{12}z_{21}}{z_{11}+z_{22}}I_1=\frac{z_{11}(z_{11}+z_{22})-z_{12}z_{21}}{z_{11}+z_{22}}I_1 \Rightarrow z_1=\frac{V_1}{I_1}=\frac{z_{11}(z_{11}+z_{22})-z_{12}z_{21}}{z_{11}+z_{22}}$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۰ ـ مهندسی برق

۱ـ در یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان i_S ورودی و V_o پاسخ است. اگر معادلهٔ دیفرانسیل خروجی برحسب ورودی به‌صورت $\frac{dv_o}{dt}+V_o=\frac{d^{۲}i_S}{dt^{۲}}+i_S$ باشد، پاسخ ضربه مدار کدام است؟

۱) $e^{-t}u(t)+\delta(t)+\frac{d\delta}{dt}$
۲) $۲e^{-t}u(t)-\delta(t)+\frac{d\delta}{dt}$
۳) $-۲e^{-t}u(t)+\delta(t)-\frac{d\delta}{dt}$
۴) $-e^{-t}u(t)+\delta(t)-\frac{d\delta}{dt}$

۲ـ در مدار مقابل کدام گزینه، فرکانس طبیعی مدار نیست؟



۱) -۱
۲) $-\frac{۱}{۴}+j\frac{\sqrt{۷}}{۴}$
۳) $-\frac{۱}{۴}$
۴) صفر

۳ـ در یک مدار مرتبه سوم با یک تابع شبکه $\frac{V_o}{V_S}=\frac{۲s+۳}{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}$، کدام‌یک از توابع شبکه زیر را می‌توانیم داشته باشیم؟

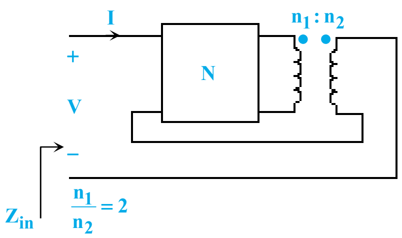
۱) $\frac{۵}{(s+۲)^{۲}}$
۲) $\frac{۲s+۷}{(s+۲)(s+۳)}$
۳) $\frac{۲s+۱}{(s+۱)^{۲}(s+۳)}$
۴) $\frac{۴}{(s+۵)(s+۲)}$

۴ـ در مدار زیر در دو تست نتایج زیر حاصل شده است. مقدار مجهول، در جدول کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$R_۱$	$R_۲$	$R_۳$	$V_۱$	i_S	$V_۲$
۵	۴	۵	۵	۴	۲
۵	۴	۱۰	۱۰	۶	مجهول

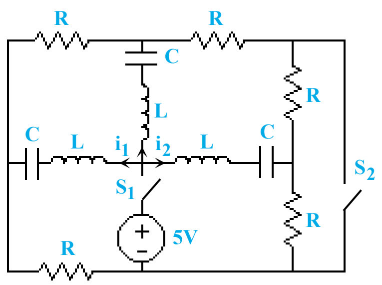
۱) ۴
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۵۰

۵ـ در مدار زیر، اگر ماتریس امپدانس دو قطبی N برابر $Z=\begin{pmatrix}۵ & ۳\\ ۳ & ۱\end{pmatrix}$ باشد، امپدانس Z_{in}، چند اهم است؟



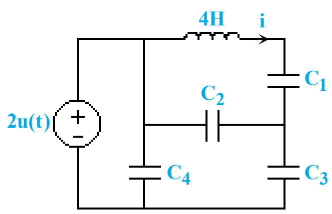
۱) ۵
۲) ۴
۳) ۲/۲۵
۴) ۱/۲۵

۶ـ در مدار زیر هر سلف ۱H، هر خازن ۱F و هر مقاومت ۴Ω است. تمام سلف‌ها و خازن‌ها در حالت صفر هستند. در لحظهٔ $t=۰s$ کلیدهای $S_۱$ و $S_۲$ بسته می‌شود. رابطهٔ $i_۲(t)$ برای $t\geq۰$، کدام است؟



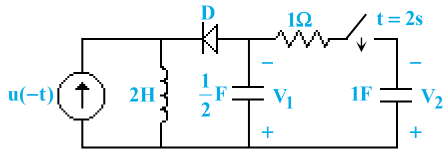
۱) $۵te^{t}$
۲) $۲e^{-۳t}+۲e^{-۲t}$
۳) $۳e^{-۲t}+۴e^{-t}$
۴) $e^{-t}(۳\cos۲t+۷\sin۲t)$

۷ـ تحت چه شرایطی $\frac{di(۰^{+})}{dt}=\frac{۱}{۳}$ می‌شود؟(مدار در زمان‌های منفی، در حالت صفر است.)



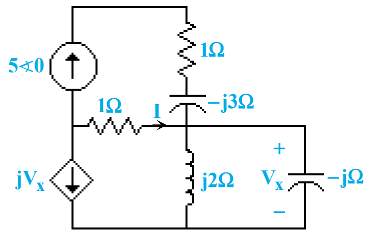
۱) $C_۳=\frac{۳}{۲}(C_۱+C_۲)$
۲) $C_۳=\frac{۲}{۳}(C_۱+C_۲)$
۳) $C_۲=۲C_۳$
۴) $C_۳=۲C_۲$

۸ـ در مدار زیر خازن‌ها در زمان $t=-\infty$ بی‌بار و دیود D ایده‌آل و کلید باز است. در لحظهٔ $t=۲s$ کلید را می‌بندیم، ولتاژ دو سر خازن ۱ فارادی پس از زمان بی‌نهایت(یعنی $V_۲$)، چند ولت خواهد بود؟



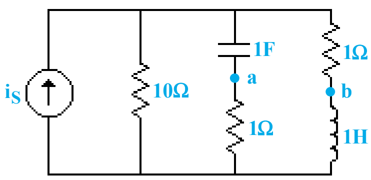
۱) $-\frac{۲}{۳}$
۲) صفر
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۲

۹ـ در مدار زیر با فرض اینکه مدار در حالت دائمی سینوسی باشد، جریان I ، کدام است؟



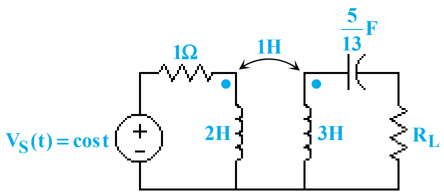
۱) $۵\measuredangle\pi$
۲) $۵\measuredangle\frac{\pi}{۲}$
۳) $-۵\measuredangle\frac{\pi}{۲}$
۴) $-۵\measuredangle\pi$

۱۰ـ مدار زیر در حالت دائم سینوسی است. کدام گزینه در مورد این مدار درست است؟



۱) افزایش فرکانس، تغییری در $|V_{ab}|$ به‌وجود نمی‌آورد.
۲) افزایش فرکانس، سبب افزایش $|V_{ab}|$ می‌شود.
۳) افزایش فرکانس، ابتدا باعث افزایش $|V_{ab}|$ و سپس کاهش $|V_{ab}|$ می‌شود.
۴) افزایش فرکانس، سبب کاهش $|V_{ab}|$ می‌شود.

۱۱ـ در مدار زیر برای انتقال حداکثر توان متوسط به مقاومت R_L ، مقدار آن چند اهم باید باشد؟



۱) ۰/۲
۲) ۰/۵
۳) ۲
۴) ۵

۱۲ـ در یک گراف جهت‌دار با ۷ شاخه و ۵ گره، ماتریس تلاقی گره با شاخه مختصر شده به‌صورت زیر است؛ ولتاژ کدام شاخه این مدار قابل محاسبه برحسب ولتاژ سایر شاخه‌ها نیست؟

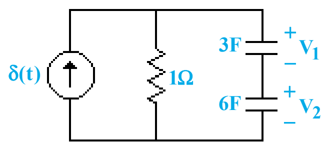
$$\begin{array}{cc} & \text{شماره شاخه} \rightarrow \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \\ \text{شماره گره}\downarrow\; A = \begin{array}{c} ۱ \\ ۲ \\ ۳ \\ ۴ \end{array} & \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & -۱ & -۱ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix} \end{array}$$

۱) شاخهٔ ۱
۲) شاخهٔ ۴
۳) شاخه‌های ۵ و ۶
۴) شاخه‌های ۱ و ۵

۱۳ـ در یک گراف مسطح با یک گره مبنای مشخص و یک درخت خاص، چهار ماتریس A ، B ، M و Q را داریم. کدام یک از دسته روابط زیر درست است؟

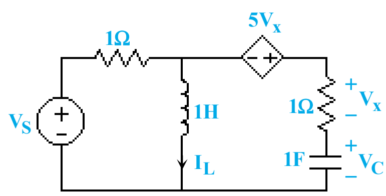
۱) $\left.\begin{matrix} Q^TB=۰ \\ B^TA=۰ \end{matrix}\right\}$
۲) $\left.\begin{matrix} QB^T=۰ \\ BM^T=۰ \end{matrix}\right\}$
۳) $\left.\begin{matrix} QB^T=۰ \\ BA^T=۰ \end{matrix}\right\}$
۴) $\left.\begin{matrix} AB^T=۰ \\ QA^T=۰ \end{matrix}\right\}$

۱۴ـ در مدار زیر، با فرض $V_۱(۰^-)=V_۲(۰^-)=۰$ ، مقدار $V_۱(۰^+)$ ، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۵ـ معادلات حالت مدار زیر کدام است؟



۱) $\begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} ۱ & \frac{۲}{۳} \\ ۱ & -\frac{۱}{۳} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{۱}{۳} \\ \frac{۱}{۳} \end{bmatrix} V_S$

۲) $\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۳} \\ \frac{۲}{۳} & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{۲}{۳} \\ ۱ \end{bmatrix} V_S$

۳) $\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} ۱ & \frac{۲}{۳} \\ -\frac{۱}{۳} & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{۲}{۳} \\ ۱ \end{bmatrix} V_S$

۴) $\begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۳} & \frac{۱}{۳} \\ -\frac{۱}{۳} & -\frac{۴}{۳} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{۱}{۳} \\ \frac{۴}{۳} \end{bmatrix} V_S$

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۰ ـ مهندسی برق

۱ـ گزینه «۲» با توجه به LTI بودن مدار می‌توانیم محاسبات را به فضای S ببریم:

$$\frac{dv_o}{dt}(t)+v_o(t)=\frac{d^2 i_S}{dt^2}+i_S \xrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس}} SV_o-v_o(0)+V_o=S^2 I_S-S i_S(0)-\dot{i}_S(0)+I_S$$

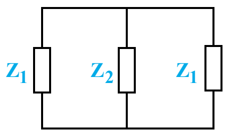
با توجه به این‌که باید پاسخ ضربه سیستم را به‌دست آوریم، شرایط اولیه را صفر در نظر گرفته $(V_o(0)=i_S(0)=\dot{i}_S(0)=0)$ و $I_S(S)$ را برابر یک لحاظ می‌کنیم:

$$SV_o+V_o=S^2+1 \Rightarrow V_o=\frac{S^2+1}{S+1}=S-1+\frac{2}{S+1}$$

حال به فضای t بازمی‌گردیم و $V_o(t)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_o(S)=S-1+\frac{2}{S+1} \xrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس معکوس}} V_o(t)=\frac{d\delta}{dt}-\delta(t)+2e^{-t}u(t)$$

۲ـ گزینه «۳» برای پاسخ به این تست ابتدا مدار متقارن زیر را در نظر بگیرید: (در فضای S)



شکل (۱)

ماتریس امپدانس این مدار به شکل روبه‌رو است:

$$Z=\begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_1+Z_2 \end{bmatrix}$$

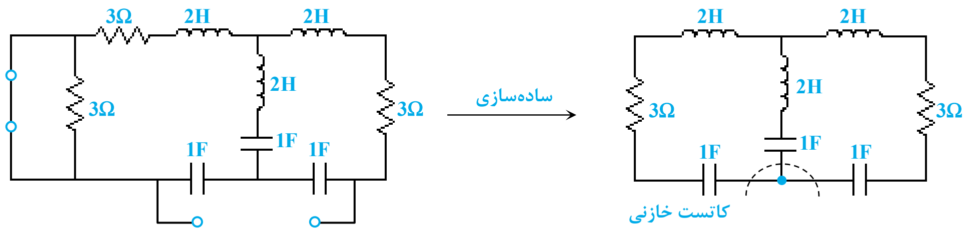
با یافتن ریشه‌های دترمینان این ماتریس می‌توان فرکانس‌های طبیعی مدار را محاسبه کرد:

$$\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_1+Z_2 \end{vmatrix}=(Z_1+Z_2)^2-Z_2^2=Z_1^2+2Z_1Z_2=Z_1(Z_1+2Z_2)$$

$$|Z|=0 \Rightarrow Z_1(Z_1+2Z_2)=0 \Rightarrow \begin{cases} Z_1=0 \\ \text{یا} \\ Z_1+2Z_2=0 \end{cases} \quad (1)$$

از رابطه (۱) مشخص است که فرکانس‌های طبیعی مدار باید یکی از دو جمله Z_1 یا Z_1+2Z_2 را صفر کند.

حال به سراغ مدار اصلی می‌رویم و برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی در آن، منابع تغذیه مدار را خاموش کرده و مدار را ساده می‌کنیم:



می‌بینیم که به همان مدار شکل (۱) رسیدیم که در آن $Z_1=2S+3+\frac{1}{S}$ و $Z_2=2S+\frac{1}{S}$ است.

با توجه به وجود کاتست خازنی در مدار مسلماً یک فرکانس طبیعی صفر داریم $(S_1=0)$. باقی فرکانس‌های طبیعی را می‌توانیم با توجه به رابطه (۱) محاسبه نماییم:

$$Z_1=0 \Rightarrow \frac{2S^2+3S+1}{S}=0 \Rightarrow S_{2,3}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times1}}{2\times2}=-1,-\frac{1}{2}$$

$$Z_1+2Z_2=0 \Rightarrow \frac{2S^2+3S+1}{S}+2\times\frac{2S^2+1}{S}=0 \Rightarrow \frac{6S^2+3S+3}{S}=0 \Rightarrow 2S^2+S+1=0 \Rightarrow S_{4,5}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times1}}{2\times2}=-\frac{1}{4}\pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$$

بنابراین مجموعه $\{0,-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\pm j\frac{\sqrt{7}}{4}\}$ نشان‌دهنده فرکانس‌های طبیعی مدار می‌باشد و پاسخ گزینه (۳) است.

۳ـ گزینه «۲» یک مدار مرتبه سوم دارای سه فرکانس طبیعی است و قطب‌های هر تابع تبدیل مدار به‌طور قطع جزو این فرکانس‌های طبیعی هستند؛ لذا سه قطب تابع تبدیل $\frac{V_o}{V_S}$ لزوماً همان فرکانس‌های طبیعی مدار هستند. یعنی داریم:

$$\{S\}=\{-1,-2,-3\}$$

قطب‌های هر تابع تبدیل دیگری از این مدار نمی‌تواند خارج از مجموعه فرکانس‌های طبیعی مدار در بالا باشد و این شرط تنها در تابع تبدیل گزینه (۲) رعایت شده است:

$$F(S)=\frac{2S+7}{(S+2)(S+3)} \Rightarrow \{P\}=\{-2,-3\}\subset\{S\}=\{-1,-2,-3\}$$

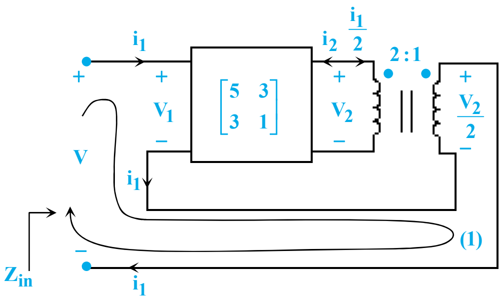
۴ـ گزینه «۴» با توجه به ثابت بودن مقدار $R_۱$ و $R_۲$ در دو آزمایش، می‌توان این دو مقاومت را جزئی از شبکه مقاومتی LTI در نظر گرفت و سپس از قضیه تلگان استفاده نمود:

$$V_۱\times(-\hat{i}_S)+V_۲\times(\hat{i})=\hat{V}_۱\times(-i_S)+\hat{V}_۲\times(i)\Rightarrow -V_۱\hat{i}_S+V_۲\times\frac{\hat{V}_۲}{\hat{R}_۳}=-\hat{V}_۱ i_S+\hat{V}_۲\times\frac{V_۲}{R_۳}$$

در رابطه فوق $V_۱$، $V_۲$، i_S، i و $R_۳$ داده‌های آزمایش اول و $\hat{V}_۱$، $\hat{V}_۲$، $\hat{i}_S$، $\hat{i}$ و $\hat{R}_۳$ داده‌های آزمایش دوم هستند. حال با جایگذاری مقدار این پارامترها داریم:

$$-۵\times۶+۲\times\frac{\hat{V}_۲}{۱۰}=-۱۰\times۴+\hat{V}_۲\times\frac{۲}{۵}\Rightarrow\frac{۱}{۵}\hat{V}_۲=۱۰\Rightarrow\hat{V}_۲=۵۰\,V$$

۵ـ گزینه «۳» با توجه به روابط ترانسفورماتور می‌توان جریان و ولتاژ شاخه‌های مختلف مدار را به شکل زیر مشخص نمود:



طبق تعریف داریم:

$$\begin{bmatrix}V_۱\\V_۲\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}۵&۳\\۳&۱\end{bmatrix}}_{Z}\begin{bmatrix}i_۱\\i_۲\end{bmatrix}$$

حال می‌توان نوشت:

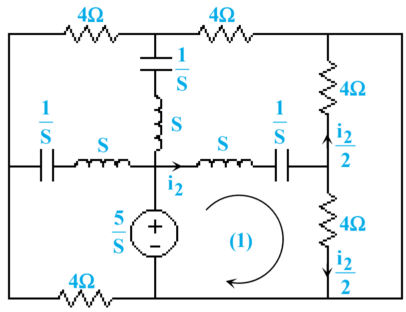
$$V_۱=۵i_۱+۳i_۲=۵i_۱+۳\times(-\frac{۱}{۲})i_۱=۳/۵i_۱\qquad(۱)$$

$$V_۲=۳i_۱+i_۲=۳i_۱-\frac{۱}{۲}i_۱=۲/۵i_۱\qquad(۲)$$

با نوشتن رابطه KVL در حلقه (۱) داریم:

$$V=V_۱-\frac{V_۲}{۲}\xrightarrow{(۱),(۲)}V=۳/۵i_۱-۰/۵\times۲/۵i_۱=۲/۲۵i_۱\Rightarrow Z_{in}=\frac{V}{i_۱}=۲/۲۵\Omega$$

۶ـ گزینه «۱» مطابق شکل مدار را برای $t\geq۰$ در فضای S مدل می‌کنیم:



دقت کنید از آنجایی که مقاومت‌های ۴ اهمی سمت راست مدار موازی هستند، جریان $i_۲$ در آن‌ها به نسبت مساوی تقسیم می‌شود.

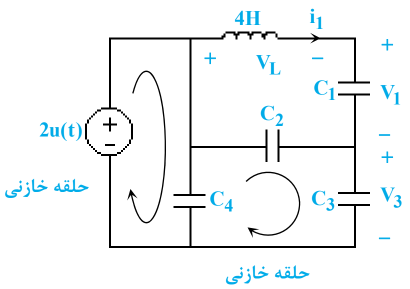
حال با نوشتن رابطه KVL در حلقه (۱) داریم:

$$KVL(۱):-\frac{۵}{S}+(S+\frac{۱}{S})i_۲+۴\times\frac{i_۲}{۲}=۰\xrightarrow{\times S}-۵+(S^۲+۱+۲S)i_۲=۰\Rightarrow i_۲=\frac{۵}{(S+۱)^۲}$$

حال در حوزه زمان داریم:

$$i_۲(t)=L^{-۱}\{\frac{۵}{(S+۱)^۲}\}=۵te^{-t}\quad,\quad t>۰$$

۷ـ گزینه «۴» با توجه به وجود حلقه‌های خازنی در مدار و شرایط اولیه صفر آن مسلم است که در $t=۰^+$ ولتاژ تعدادی از خازن‌ها تغییرات ناگهانی خواهند داشت. این تغییرات در $C_۲$، $C_۳$ و $C_۴$ رخ می‌دهد و ولتاژ خازن $C_۱$ در $t=۰$ ثابت مانده و برابر صفر باقی می‌ماند.



با نوشتن رابطه KVL در حلقه بیرونی مدار داریم:

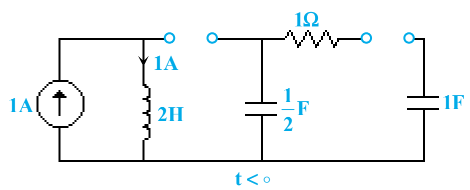
$$۲u(t)=۴\frac{di_۱}{dt}+V_۱+V_۳\xrightarrow{t=۰^+}۲=۴\frac{di_۱}{dt}(۰^+)+V_۱(۰^+)+V_۳(۰^+)$$

$$\xrightarrow{\text{بافرض } \frac{di_۱}{dt}(۰^+)=\frac{۱}{۳}}۲=۴\times\frac{۱}{۳}+۰+V_۳(۰^+)\Rightarrow V_۳(۰^+)=\frac{۲}{۳}V$$

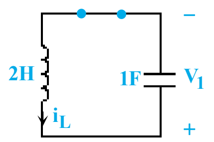
طبق رابطه فوق برای آن‌که $\frac{di_۱}{dt}(۰^+)=\frac{۱}{۳}$ باشد، نیاز است که ولتاژ خازن $C_۳$ در $t=۰^+$ برابر $\frac{۲}{۳}$ ولت باشد. از ساختار مدار مشخص است که خازن $C_۳$ به همراه $C_۲$ و منبع $۲u(t)$ یک حلقه تشکیل می‌دهد. در ابن حالت مطابق رابطه زیر می‌توان ولتاژ این خازن را محاسبه کرد و رابطه $C_۲$ و $C_۳$ را با فرض $V_{C_۳}(۰^+)=\frac{۲}{۳}$ بدست آورد:

$$V_{C_۳(۰^+)}=\frac{C_۲}{C_۲+C_۳}\times۲=\frac{۲}{۳}\Rightarrow۳C_۲=C_۲+C_۳\Rightarrow C_۳=۲C_۲$$

۸ـ گزینه «۳» در $t<۰$ دیود مدار قطع و جریان منبع $u(-t)$ که برابر ۱ آمپر است در سلف می‌چرخد:



در لحظه $t=۰$، جریان منبع به یکباره صفر می‌شود. در این لحظه به ناچار دیود D روشن می‌شود تا مسیری برای عبور جریان ۱ آمپری سلف باز شود. این جریان همزمان از خازن $\frac{۱}{۲}$ فارادی عبور می‌کند. لذا در عمل یک مدار LC با فرکانس نوسان $\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=۱\frac{rad}{s}$ داریم. حال مطابق شکل جریان و ولتاژ خازن را محاسبه می‌کنیم:



$i_L(۰^+)=۱A$

$V_۱(۰^+)=۰$

$۰<t<۲s$

$$i_L(t)=a\sin t+b\cos t$$

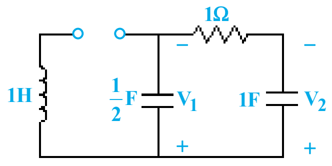
$$i_L(۰^+)=b=۱$$

$$-۲\frac{di_L}{dt}(۰^+)=V_۱(۰^+)=۰\Rightarrow a=۰$$

$$\Rightarrow i_L(t)=\cos t \qquad (۱)$$

$$V_۱(t)=-۲\frac{di_۱}{dt}=+۲\sin t \qquad (۲)$$

دقت کنید که روابط (۱) و (۲) تا زمانی معتبر خواهند بود که جریان i_L مثبت باشد؛ زیرا جریان i_L همان جریان دیود D است و جریان دیود نمی‌تواند منفی شود. بنابراین در $t=\frac{\pi}{۲}$ زمانی‌که i_L صفر شده و $V_۱$ به مقدار پیک مثبت خود می‌رسد (+۲ ولت)، دیود قطع می‌شود. با قطع شدن این دیود ولتاژ $V_۱$ ثابت می‌ماند تا زمانی‌که کلید در $t=۲$ ثانیه بسته شود. در این هنگام خازن $\frac{۱}{۲}$ فارادی شروع به دشارژ شدن و خازن ۱ فارادی شروع به شارژ شدن می‌کند تا زمانی‌که ولتاژ دو خازن یکی شود.



$t>2s$

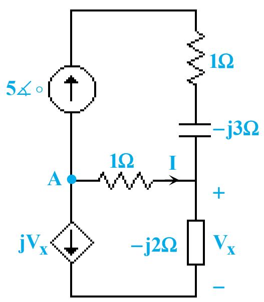
$$V_۱(t=۲)=+۲v$$

$$V_۲(t=۲)=۰$$

برای محاسبه ولتاژ نهایی خازن‌ها می‌توان از رابطه روبه‌رو استفاده نمود:

$$V_۱(\infty)=V_۲(\infty)=\frac{C_۱\times V_۱(t=۲)+C_۲\times V_۲(t=۲)}{C_۱+C_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}\times۲+۱\times۰}{\frac{۱}{۲}+۱}=\frac{۲}{۳}v$$

۹ـ گزینه «۱» ابتدا دو شاخه موازی سمت راست مدار را ساده می‌کنیم. با انجام این کار داریم:

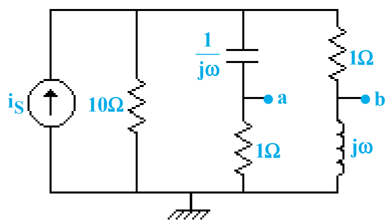


$$j۲\Omega \,\|\, -j\Omega=\frac{j۲\times(-j)}{j۲-j}=-j۲\Omega$$

$$V_x=-j۲\times(-jV_x)=-۲V_x\Rightarrow V_x=۰$$

$$KCL\,A: jV_x+I+۵\angle۰=۰\Rightarrow ۰+I+۵\angle۰=۰\Rightarrow I=-۵\angle۰=۵\angle\pi$$

۱۰ـ گزینه «۱» مدار به شکل روبه‌رو به‌صورت فازوری مدل می‌شود:

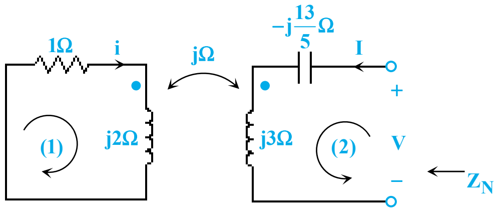


با کمی دقت مشخص است که دو شاخه سمت راست مدار تشکیل پل وتستون می‌دهند؛ چرا که داریم:

$$\frac{۱}{j\omega}\times j\omega=۱\times۱\Rightarrow ۱=۱ \;\checkmark$$

بنابراین ولتاژ نقاط a و b فارغ از مقدار فرکانس همواره برابر است: $V_a=V_b\Rightarrow V_{ab}=۰\Rightarrow|V_{ab}|=۰$

۱۱ـ گزینه «۱» مدار را در حوزه فازور مدل نموده، با خاموش کردن منبع ولتاژ مدار امپدانس مدار را از دید R_L محاسبه می‌کنیم:



با نوشتن روابط KVL داریم:

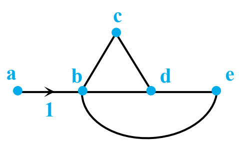
$$KVL(۱): ۱\times i+j۲i+jI=۰\Rightarrow i=\frac{-j}{۱+j۲}I=-\frac{۲+j}{۵}I \qquad (۱)$$

$$KVL(۲): V=-j\frac{۱۳}{۵}I+j۳I+ji\xrightarrow{(۱)}V=(-j\frac{۱۳}{۵}+j۳-j\times\frac{۲+j}{۵})I=\frac{۱}{۵}I$$

$$\Rightarrow Z_N=\frac{V}{I}=\frac{۱}{۵}\Omega$$

برای آن‌که حداکثر توان به R_L برسد، باید $R_L=|Z_n|$ باشد: $R_L=|Z_N|=۰/۲$

۱۲ـ گزینه «۲» اگر شاخه‌ای از مدار تنها شاخه متصل به یک گره از مدار باشد، این شاخه با هیچ شاخه یا شاخه‌های دیگری از مدار تشکیل حلقه نداده و بنابراین ولتاژ آن برحسب ولتاژ سایر شاخه‌های مدار قابل بیان نیست. به‌عنوان نمونه گراف مقابل را در نظر بگیرید:



شاخه (۱) تنها شاخه متصل به گره a است و ولتاژ این شاخه (V_{ab}) برحسب ولتاژ سایر شاخه‌ها قابل بیان نیست. با توجه به ماتریس تلاقی شاخه با گره داده شده، در مدار مورد سؤال شاخه (۴) چنین وضعیتی دارد. این شاخه تنها شاخه متصل به گره (۴) است:

$$\begin{array}{rc} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{گره ۴} & \\ & \downarrow \\ & \text{شاخه ۴} \end{array}$$

لذا ولتاژ این شاخه برحسب ولتاژ سایر شاخه‌های مدار قابل بیان نیست.

۱۳ـ گزینه «۳» برای یک گراف مسطح با درخت انتخابی دلخواه می‌دانیم روابط مقابل برقرار هستند: $BQ^T = 0 \ , \ QB^T = 0 \quad (1)$

همچنین می‌دانیم ماتریس‌های A و Q و M و B با عملیات سطری مقدماتی قابل تبدیل به یکدیگر هستند. یعنی می‌توان نوشت:

$$A = K_1 Q \quad و \quad M = K_2 B \qquad (2)$$

که K_1 و K_2 ماتریس‌های مربعی ناویژه هستند. بنا بر سری روابط (۱) و (۲) داریم:

$$A = K_1 Q \xrightarrow{(\cdot)^T} A^T = Q^T K_1^T \xrightarrow{B\times(\cdot)} BA^T = BQ^T K_1^T = 0\times K_1^T = 0 \Rightarrow BA^T = 0$$

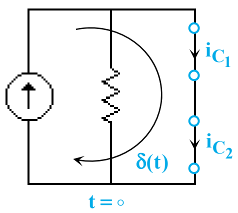
$$M = K_2 B \xrightarrow{(\cdot)^T} M^T = B^T K_2^T \xrightarrow{Q\times(\cdot)} QM^T = QB^T K_2^T = 0\times K_2^T = 0 \Rightarrow QM^T = 0$$

بنابراین کلیه روابط مقابل درست هستند:

$$\begin{cases} BQ^T = 0 \\ QB^T = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} BA^T = 0 \\ AB^T = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} QM^T = 0 \\ MQ^T = 0 \end{cases}$$

می‌بینیم که تنها روابط ارائه‌شده در گزینه (۱) جزو روابط بالا است.

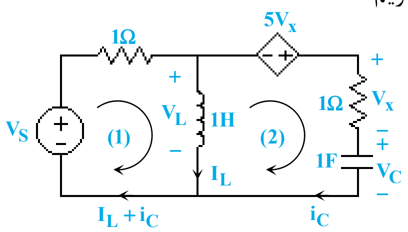
۱۴ـ گزینه «۳» در پاسخ به منبع جریان ضربه، می‌توان خازن‌ها را با اتصال کوتاه مدل نمود. بنابراین کل جریان ضربه‌ای از خازن‌ها عبور می‌کند. این جریان باعث تغییر ناگهانی ولتاژ خازن‌ها در لحظه $t = 0$ می‌شود.



$$i_{C_1} = i_{C_2} = \delta(t) \quad , \quad t = 0$$

$$V_{C_1}(0^+) = V_{C_1}(0^-) + \frac{1}{C_1}\int_{0^-}^{0^+} i_{C_1} dt = 0 + \frac{1}{3}\int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = \frac{1}{3} v$$

۱۵ـ گزینه «۴» برای به‌دست آوردن معادلات حالت مدار، با نوشتن روابط KVL برای حلقه‌های مدار، جریان خازن و ولتاژ سلف مدار و به تبع آن مشتق ولتاژ خازن و مشتق جریان سلف مدار را برحسب ولتاژ خازن و جریان سلف محاسبه می‌نماییم. مطابق شکل داریم:



$$V_L = L\frac{dI_L}{dt} \ , \ i_C = C\frac{dV_C}{dt}$$

$$V_x = 1\times i_C = \frac{dV_C}{dt}$$

$$KVL(1) = -V_S + 1\times(I_L + i_C) + V_L = 0 \Rightarrow -V_S + I_L + \frac{dV_C}{dt} + \frac{dI_L}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = V_S - I_L - \frac{dV_C}{dt} \quad (1)$$

$$KVL(2): -5V_x + V_x + V_C - V_L = 0 \Rightarrow -4\frac{dV_C}{dt} + V_C - \frac{dI_L}{dt} = 0 \xrightarrow{(1)} -\frac{4dV_C}{dt} + V_C - V_S + I_L + \frac{dV_C}{dt} = 0$$

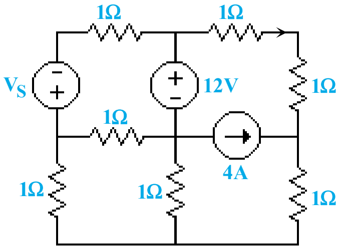
$$\Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{3}V_C + \frac{1}{3}I_L - \frac{1}{3}V_S \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{dI_L}{dt} = V_S - I_L - \frac{1}{3}V_C - \frac{1}{3}I_L + \frac{1}{3}V_S = -\frac{1}{3}V_C - \frac{4}{3}I_L + \frac{4}{3}V_S \quad (3)$$

$$(2) و (3) \Rightarrow \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix} V_S$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۰ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

۱ـ در مدار زیر منبع جریان ۴ آمپری مقدار ۲۴ وات توان به شبکه تحویل می‌دهد. در مورد توان منبع ولتاژ V_S، گزینه صحیح کدام است؟



۱) $304W$ توان مصرف می‌کند.

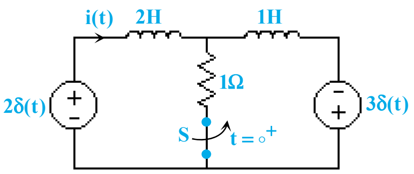
۲) $304W$ توان تولید می‌کند.

۳) $646W$ توان مصرف می‌کند.

۴) $646W$ توان تولید می‌کند.

۲ـ در مدار زیر، کلید S در لحظهٔ $t = 0^+$ باز می‌شود، جریان $i(t)$ بلافاصله بعد از باز شدن کلید، کدام است؟

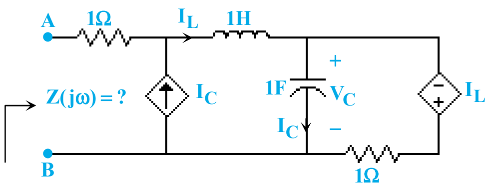
(جریان اولیه هر دو سلف در $t = 0^-$، برابر صفر است.)



۱) $-\frac{1}{3}$　　۲) 0

۳) $\frac{1}{3}$　　۴) $\frac{5}{3}$

۳ـ در مدار زیر، امپدانس دیده شده از دو سر A و B در فرکانس $\omega = 1\frac{rad}{s}$، چقدر است؟



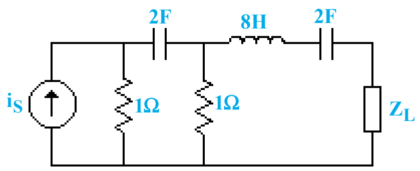
۱) $1+j$

۲) $5+3j$

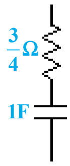
۳) $1-j$

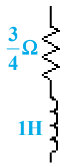
۴) $3-5j$

۴ـ در مدار زیر، کدام گزینه به‌جای Z_L قرار گیرد، تا در فرکانس $\omega = \frac{1}{4}\frac{rad}{s}$، بیشترین توان متوسط به آن منتقل شود؟

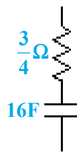


$i_S(t) = I_0 \cos\omega t\, u(t)$

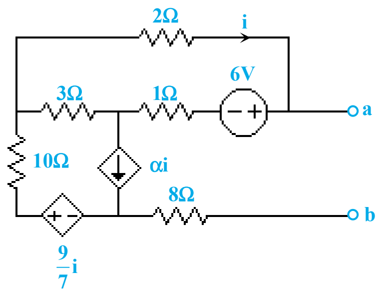
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۵ـ به ازای چه مقدار از α مدار مقابل از دو سر a و b، مقاومت تونن بی‌نهایت دارد؟



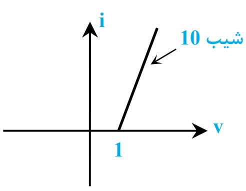
۱) ۱

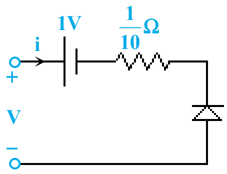
۲) ۲

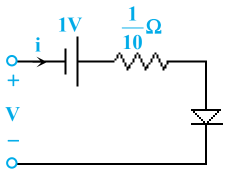
۳) ۳

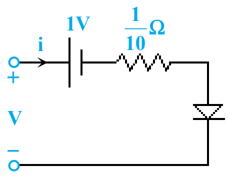
۴) ۴

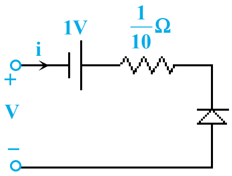
۶ـ مشخصهٔ $i - v$ داده شده در شکل زیر، به کدام گزینه تعلق دارد؟ (دیودهای مدارها ایده‌آل هستند.)



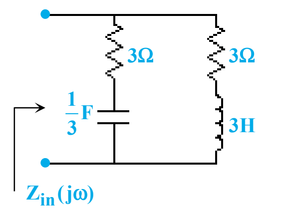
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷ـ در مدار مقابل، مقدار $|Z_{in}(j2013)|$، کدام است؟

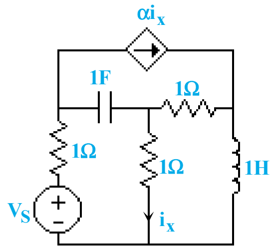


۱) ۶
۲) ۳
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{1}{3}$

۸ـ پاسخ حالت صفر یک مدار LTI به ورودی $x(t)=e^{-3t}u(t)$ برابر $y(t)=(-e^{-t}+4e^{-4t})u(t)$ است. پاسخ حالت صفر به ورودی پله با دامنهٔ ۲، کدام است؟

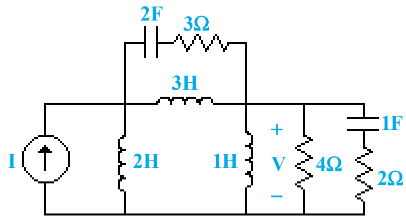
۱) $(4e^{-t}+2e^{-4t})u(t)$
۲) $(2e^{-3t}+4e^{-t}-5e^{-4t})u(t)$
۳) $3\delta(t)-6e^{-4t}u(t)$
۴) $(e^{-t}+e^{-4t})u(t)$

۹ـ به ازای چه مقدار یا چه مقادیری از α، در مدار زیر همهٔ فرکانس‌های طبیعی دارای جزء حقیقی منفی هستند؟



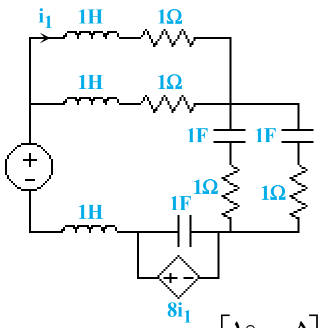
۱) $\alpha=0$ و ۲
۲) فقط $\alpha=0$
۳) هیچ مقدار α
۴) هر مقدار α

۱۰ـ تابع تبدیل $H(s)=\frac{V(s)}{I(s)}$ مدار زیر، حداکثر چند قطب دارد؟



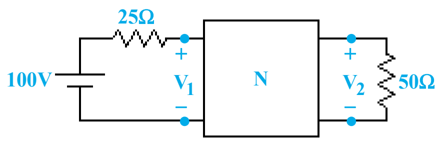
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۱ـ مرتبهٔ مدار مقابل، کدام است؟



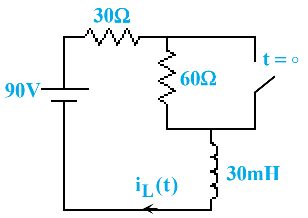
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۱۲ـ در مدار زیر، اگر پارامترهای ادمیتانس دوقطبی N به‌صورت زیر باشد، ولتاژ ورودی V_1، چند ولت است؟ $y=\begin{bmatrix}10 & -5\\ 50 & 20\end{bmatrix}$ میلی زیمنس (mS)



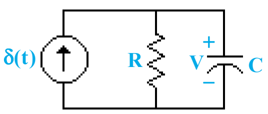
۱) $\frac{640}{9}$
۲) $\frac{640}{7}$
۳) $\frac{480}{9}$
۴) $\frac{480}{7}$

۱۳ـ $i_L(t)$ در مدار روبه‌رو، کدام است؟



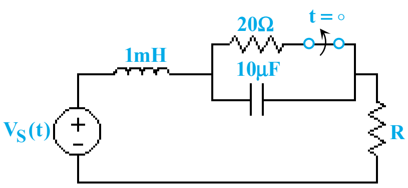
۱) $3-2e^{-1000t}$
۲) $3-2e^{-0.001t}$
۳) $3(1-e^{-0.001t})$
۴) $1+2e^{-1000t}$

۱۴ـ در مدار مقابل، مقدار $\frac{dv(0^+)}{dt}$ کدام است؟ (خازن بدون ولتاژ اولیه است.)



۱) ۰
۲) $-\frac{1}{RC^2}$
۳) $-\frac{R^2}{C}$
۴) $-\frac{1}{RC}$

۱۵ـ به ازای مقاومت R چند اهمی، مدار در زمان‌های $t>0$، میرای بحرانی است؟



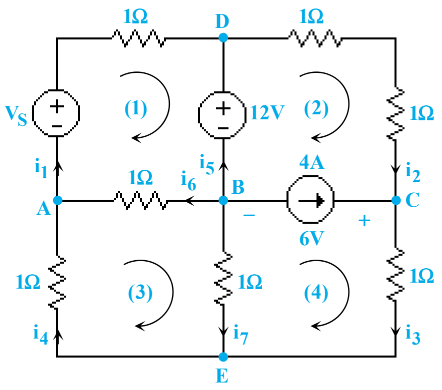
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۲۵

پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۰ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

۱ـ گزینه «۴» با توجه به توان تولیدی منبع جریان ۴ آمپری ولتاژ دو سر آن برابر است با:

$$\left[V=\frac{P}{I}=\frac{۲۴}{۴}=۶V\right]$$

با داشتن این ولتاژ می‌توان ولتاژ و جریان تمام شاخه‌های مدار را محاسبه کرد. مطابق شکل داریم:



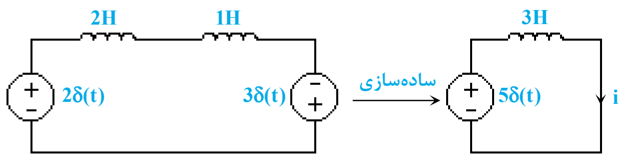
$$KVL(۲): i_۲=\frac{۱۲-۶}{۱+۱}=۳A$$
$$KCL\ C: i_۷=i_۲+۴=۳+۴=۷A$$
$$KVL\ (۴): i_۷=\frac{۱\times i_۷-۶}{۱}=\frac{۷-۶}{۱}=۱A$$
$$KCL\ E: i_۴=i_۷+i_۳=۱+۷=۸A$$
$$KVL\ (۳): i_۶=\frac{۱\times i_۷+۱\times i_۴}{۱}=\frac{۱+۸}{۱}=۹A$$
$$KCL\ A: i_۱=i_۶+i_۴=۹+۸=۱۷A$$
$$KVL\ (۱): V_S=۱\times i_۱+۱۲+۱\times i_۶=۱\times ۱۷+۱۲+۱\times ۹=۳۸A$$

با داشتن V_S و $i_۱$ می‌توان توان تولیدی منبع V_S را محاسبه کرد:

$$P_{V_S}=V_S\times i_۱=۳۸\times ۱۷=۶۴۶w$$

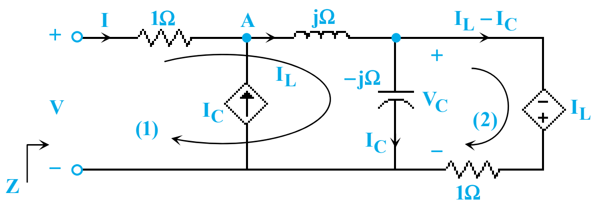
چون توان تولیدی مثبت است بنابراین منبع ۶۴۶ وات توان تولید می‌کند.

۲ـ گزینه «۴» در لحظه $t=۰$ منابع ولتاژ ضربه‌ای مدار فعال شده و با سلف‌های مدار تشکیل یک حلقه سلفی می‌دهند و این باعث می‌شود جریان سلف‌ها در این لحظه تغییرات ناگهانی داشته باشد. از آنجایی که جریان اولیه سلف‌ها صفر است، می‌توان مدار را به شکل مقابل مدل کرده و تحلیل نمود:



$$i(t)=\frac{۱}{۳}\int_{۰^-}^{t}۵\delta(t)dt \rightarrow i(۰^+)=\frac{۱}{۳}\int_{۰^-}^{۰^+}۵\delta(t)dt=\frac{۵}{۳}A$$

۳ـ گزینه «۱» مدار را به شکل زیر به‌صورت فازوری مدل می‌کنیم:

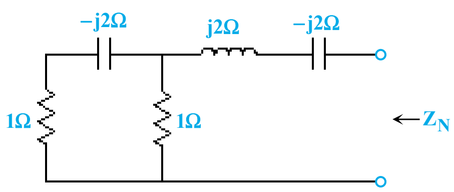


$$V_C=-jI_C$$

باید نسبت $\frac{V}{I}$ را محاسبه نماییم. با توجه به شکل داریم:

$$KVL\ (۲): -I_L+۱\times(I_L-I_C)-(-jI_C)=۰ \Rightarrow I_C=۰$$
$$KCL\ A: I+I_C=I_L \Rightarrow I=I_L$$
$$KVL\ (۱): V=۱\times I+jI_L-jI_C=۱\times I+j\times I-j\times ۰=(j+۱)I \Rightarrow Z=\frac{V}{I}=(j+۱)\Omega$$

۴ـ گزینه «۲» طبق قضیه انتقال توان ماکزیمم، باید مقدار Z_L برابر مزدوج امپدانس دیده شده از دو سر خود باشد تا توان انتقالی به آن ماکزیمم گردد. بنابراین مدار را در حالت فازوری مدل نموده و امپدانس مدار از دو سر Z_L را محاسبه می‌کنیم. برای این کار منبع تغذیه جریان را غیرفعال می‌کنیم. حال داریم:



$$Z_N=(۱-j۲)\|۱+j۲-j۲=\frac{(۱-j۲)\times ۱}{۱-j۲+۱}+۰=\frac{۱-j۲}{۲-j۲}=(\frac{۳}{۴}-\frac{j}{۴})\Omega$$

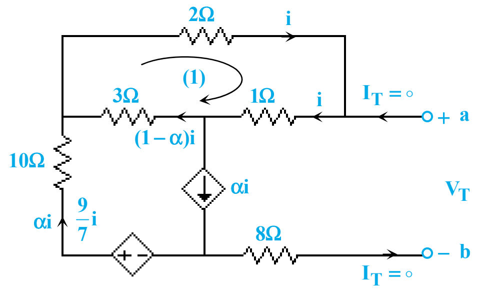
بنابراین Z_L باید برابر باشد با:

$$Z_L=Z_N^*=(\frac{۳}{۴}+\frac{j}{۴})\Omega$$

این مقدار Z_L می‌تواند امپدانس معادل یک مدار RL سری با مقاومت $\frac{۳}{۴}$ اهم و اندوکتانس ۱ هانری باشد.

$$Z_L=R+j\omega L=\frac{۳}{۴}+j\times\frac{۱}{۴}\times ۱=(\frac{۳}{۴}+\frac{j}{۴})\Omega$$

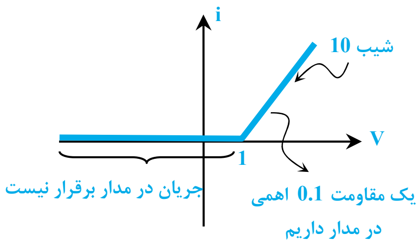
۵ـ گزینه «۲» مقاومت تونن بی‌نهایت از دو سر a و b معادل با صفر بودن جریان I_T در مدار زیر با منبع ولتاژ مستقل خاموش است:



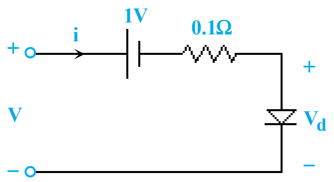
از طرفی قوانین KVL در مدار نباید نقض شود. با نوشتن رابطه KVL در حلقه (۱) داریم:

$$۲i + i + ۳ \times (۱ - \alpha)i = ۰ \Rightarrow (۶ - ۳\alpha)i = ۰ \Rightarrow ۶ - ۳\alpha = ۰ \Rightarrow \alpha = ۲$$

۶ـ گزینه «۳» از مشخصه $i - V$ مدار مشخص است کـه بـه ازای ولتاژهـای ورودی بیشتـر از ۱ ولت باید جریان در مدار برقرار شود و مدار به‌صورت یک مقاومـت بـا مقـدار معکـوس شـیب منحنی $i - V$ یعنی $\frac{۱}{۱۰}$ اهم عمل نماید.

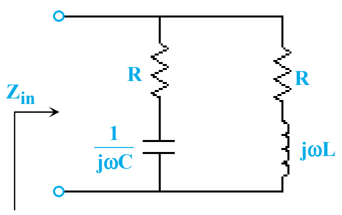


با دقت در گزینه‌ها می‌بینیم که تنها مدار گزینـه (۳) چنـین شـرایطی دارد. بـه‌ازای ولتاژهـای ورودی $V > ۱V$، ولتاژ دو سر دیود ثبت شده (دیود به‌صورت مستقیم بایاس می‌شود.) و دیـود روشن می‌شود و جریان از مقاومت $\frac{۱}{۱۰}$ اهمی عبور می‌کند:



دیود قطع $(i = ۰)$: $V_d = V - ۱\,,\ V > ۱ \Rightarrow V_d > ۰ \rightarrow$ دیود وصل می‌شود.

۷ـ گزینه «۲» مدل فازوری پارامتری مدار به شکل زیر را درنظر بگیرید. مطابق شکل داریم:



$$Z_{in}(j\omega) = \frac{(R + \frac{۱}{j\omega c}) \times (R + j\omega L)}{(R + \frac{۱}{j\omega c}) + (R + j\omega L)} = \frac{(R - j\frac{R}{\omega}) \times (R + j\omega R)}{(R - j\frac{R}{\omega}) + (R + j\omega R)} = \frac{R^۲ + j\omega R^۲(\omega - \frac{۱}{\omega}) + R^۲}{۲R + jR(\omega - \frac{۱}{\omega})} = R$$

$$R = L = \frac{۱}{C}$$

می‌بینیم که مقدار Z_{in} مستقل از فرکانس بوده و برابر R است. لذا داریم:

$$Z_{in} = R = ۲\Omega \Rightarrow |Z_{in}(j۲۰۱۳)| = ۲\Omega$$

۸ـ گزینه «۱» با بردن $x(t)$ و $y(t)$ به فضای S، ابتدا تابع تبدیل شبکه را محاسبه می‌کنیم:

$$x(t) = e^{-۳t}u(t) \Rightarrow X(S) = \frac{۱}{S + ۳}$$

$$y(t) = (-e^{-t} + ۴e^{-۴t})u(t) \Rightarrow y(S) = \frac{۴}{S + ۴} - \frac{۱}{S + ۱} = \frac{۳S}{(S + ۱)(S + ۴)}$$

$$H(J) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{\frac{۳S}{(S + ۱)(S + ۴)}}{\frac{۱}{S + ۳}} = \frac{۳S(S + ۳)}{(S + ۱)(S + ۴)}$$

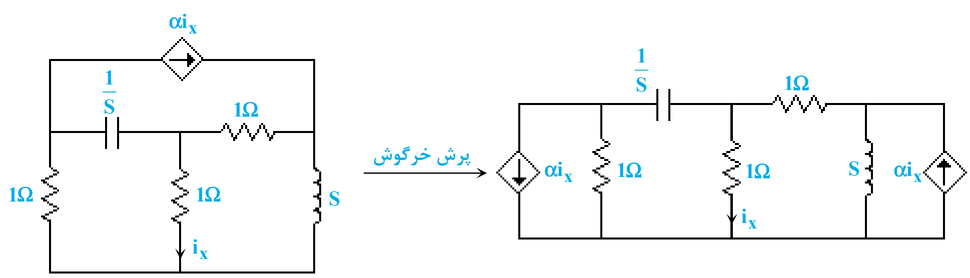
حال به سراغ محاسبه پاسخ پله سیستم با دامنه ۲ می‌رویم:

$$Y_{۲u}(S) = \frac{۲}{S} \times H(S) = \frac{۲}{S} \times \frac{۳S(S + ۳)}{(S + ۱)(S + ۴)} = \frac{۶(S + ۳)}{(S + ۱)(S + ۴)} = \frac{۴}{S + ۱} + \frac{۲}{S + ۴}$$

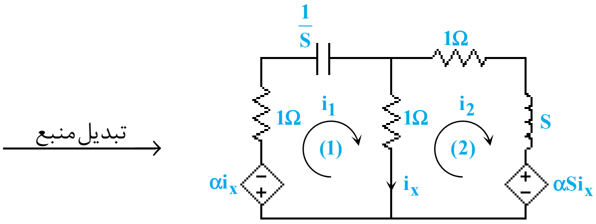
در نهایت داریم:

پاسخ پله با دامنه ۲ $\ y_{۲u}(t) = L^{-۱}(Y_{۲u}(S)) = (۴e^{-t} + ۲e^{-۴t})u(t)$

۹ـ گزینه «۴» مدار را در حوزه S مدل کرده، با خاموش نمودن منبع ولتاژ V_S به سراغ محاسبه فرکانس‌های طبیعی مدار مـی‌رویم. بـرای تحلیـل سـاده‌تر مدار، منبع جریان وابسته‌ی αi_x را با استفاده از قاعده پرش خرگوش به دو شاخه‌ی دیگر منتقل کرده و تبدیل منبع انجام می‌دهیم:



با توجه به شکل داریم:



$$i_x = i_1 - i_2 \qquad (1)$$

حال با نوشتن روابط KVL ماتریس امپدانس مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{KVL }(1): \alpha i_x + i_1 + \frac{1}{S} i_1 + i_M = 0 \xrightarrow{(1)} (\alpha+1)(i_1 - i_2) + (1+\frac{1}{S}) i_1 = 0$$

$$(\alpha + 2 + \frac{1}{S}) i_1 - (\alpha+1) i_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\text{KVL }(2): i_2 + S\times i_2 + \alpha S i_x - i_x = 0 \xrightarrow{(1)} (\alpha S - 1)(i_1 - i_2) + (S+1) i_2 = 0 \Rightarrow (\alpha S - 1) i_1 + ((1-\alpha)S + 2) i_2 = 0 \qquad (3)$$

از روابط (۲) و (۳) داریم:

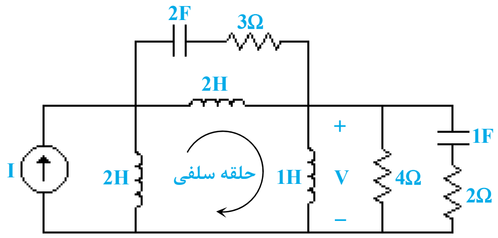
$$Z = \begin{bmatrix} \alpha + 2 + \frac{1}{S} & -(\alpha+1) \\ \alpha S - 1 & (1-\alpha)S + 2 \end{bmatrix}$$

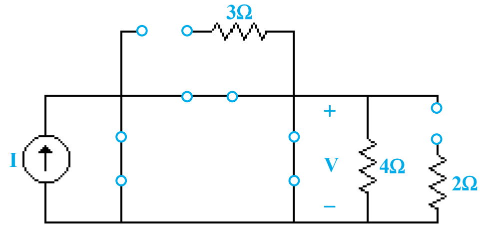
حال چندجمله‌ای مشخصه مدار و فرکانس‌های طبیعی به‌دست می‌آید:

$$|Z| = (\alpha + 2 + \frac{1}{S})((1-\alpha)S + 2) + (\alpha S - 1)(\alpha+1) = \frac{(2-\alpha-\alpha^2)S^2 + (\alpha+5)S + 2}{S} + \frac{(\alpha^2+\alpha)S - (\alpha+1)S}{S} = \frac{2(S^2+2S+1)}{S} = \frac{2(S+1)^2}{S}$$

می‌بینیم که فرکانس‌های طبیعی مدار فارغ از مقدار α برابر ۱− و ۱− بوده و جزء حقیقی منفی دارند.

۱۰ـ گزینه «۳» می‌دانیم که هر تابع تبدیل سیستم حداکثر به تعداد فرکانس‌های طبیعی آن سیستم قطب دارد و این قطب‌ها همان فرکانس‌های طبیعی سیستم هستند. مدار مورد سؤال دارای ۵ عنصر ذخیره‌کننده‌ی انرژی بوده و بنابراین ۵ فرکانس طبیعی دارد. از این ۵ فرکانس طبیعی یکی به علت وجود حلقه سلفی در مدار صفر است. از طرفی در فرکانس صفر با مدار باز شدن خازن‌ها و اتصال کوتاه شدن سلف‌ها درمی‌یابیم که خروجی مدار صفر است و لذا $S=0$ یک صفر تابع تبدیل $H(s)$ می‌باشد؛ بنابراین نمی‌تواند همزمان قطب $H(s)$ نیز باشد. درنتیجه $H(s)$ حداکثر $5-1=4$ قطب خواهد داشت.

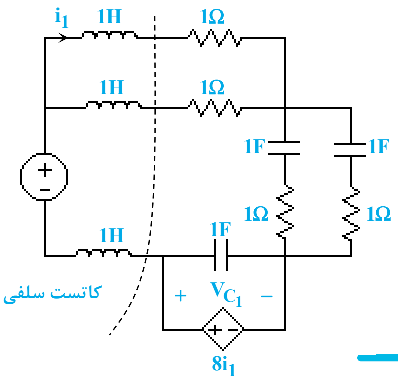




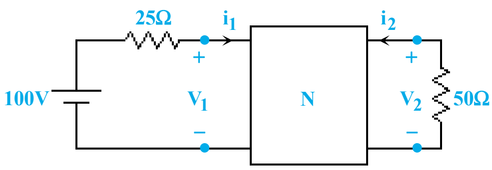
مدل مدار در $S=0$

۱۱ـ گزینه «۲» مدار دارای ۳ سلف و ۳ خازن و لذا ۶ عنصر ذخیره‌کننده‌ی انرژی است. همچنین مدار دارای یک کاتست سلفی است که یک مرتبه از مرتبه‌ی مدار می‌کاهد. از طرف دیگر وابستگی خطی بین ولتاژ خازن ۱ فارادی در پایین مدار و جریان سلف ۱ هانری در بالای آن یک واحد دیگر از مرتبه مدار می‌کاهد. لذا مدار از مرتبه $6-1-1=4$ خواهد بود.

وابستگی خطی میان ولتاژ خازن و جریان سلف $V_{C_1} = 8 i_1$



۱۲ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف ماتریس Y داریم:



$$i_1 = \frac{1}{100} V_1 - \frac{1}{200} V_2 \qquad (1)$$

$$i_2 = \frac{1}{20} V_1 + \frac{1}{50} V_2 \qquad (2)$$

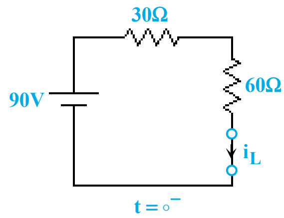
دقت کنید که ماتریس Y در صورت سؤال برحسب میلی زیمنس است و زیمنس همان مهو می‌باشد.

$$i_2 = -\frac{V_2}{50} \xrightarrow{(2)} -\frac{V_2}{50} = \frac{1}{20} V_1 + \frac{1}{50} V_2 \Rightarrow V_2 = -\frac{5}{4} V_1 \qquad (3)$$

$$i_1 = \frac{100 - V_1}{25} \xrightarrow{(1),(3)} \frac{100 - V_1}{25} = \frac{1}{100} V_1 + \frac{5}{4\times 100} V_1 \Rightarrow 4 = \frac{9}{160} V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{640}{9} \text{V}$$

۱۳ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را در $t=0^-$ مدل کرده و جریان سلف را در این لحظه محاسبه می‌کنیم.

در $t=0^-$ کلید باز است. مطابق شکل داریم:



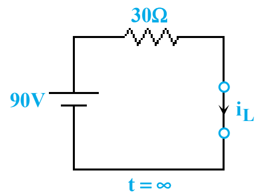
$$i_L(0^-)=\frac{90}{30+60}=1A \Rightarrow i_L(0^+)=i_L(0^-)=1A$$

حال برای $t>0$، به سراغ محاسبه $i_L(\infty)$ و ثابت زمانی مدار می‌رویم. در $t>0$ کلید بسته است. ثابت زمانی به‌راحتی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{30\times10^{-3}}{30}=\frac{1}{1000}\ \text{sec}$$

همچنین برای محاسبه $i_L(\infty)$ از مدل مداری در این لحظه استفاده می‌کنیم:

$$i_L(\infty)=\frac{90}{30}=3A$$

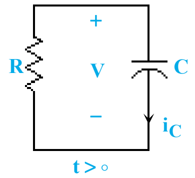


حال برای محاسبه $i_L(t)$ در $t>0$ از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$i_L(t)=i_L(\infty)+\left[i(0^+)-i_L(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=3+(1-3)e^{-\frac{t}{0/001}}=3-2e^{-1000t}$$

۱۴ـ گزینه «۲» جریان ضربه‌ای منبع جریان مدار در لحظه $t=0$ از خازن عبور کرده و ولتاژ خازن را به شکل پله‌ای تغییر می‌دهد چراکه خازن در واکنش به جریان‌های ضربه‌ای همچون اتصال کوتاه عمل می‌کند. مقدار ولتاژ خازن در $t=0^+$ برابر است با:

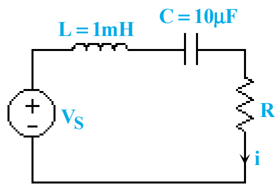
$$V_C(0^+)=V_C(0^-)+\frac{1}{3}\int_{0^-}^{0^+}i_C dt=0+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)dt=\frac{1}{C}$$



حال در $t=0^+$ مطابق شکل داریم:

$$i_C=C\frac{dV}{dt}=-\frac{V}{R}\Rightarrow\frac{dV}{dt}=-\frac{V}{CR}\xrightarrow{t=0^+}\frac{dV}{dt}(0^+)=\frac{-V(0^+)}{CR}=-\frac{\frac{1}{C}}{CR}=-\frac{1}{RC^2}$$

۱۵ـ گزینه «۳» در $t>0$ کلید باز است و یک مدار RLC سری با $L=1mH$ و $C=10\mu F$ داریم. در چنین مداری اگر مقدار R برابر $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ باشد، مدار دارای دو فرکانس طبیعی همسان بوده و میرای بحرانی خواهد بود:



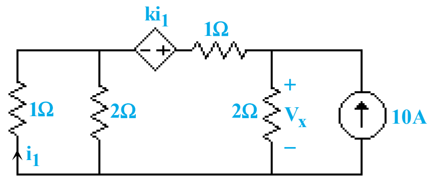
چند جمله‌ای مشخصه: $S^2+\frac{R}{L}S+\frac{1}{LC}=0$

$$\Delta=b^2-4ac=(\frac{R}{L})^2-\frac{4}{LC}=0\Rightarrow R=2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

لذا باید داشته باشیم:

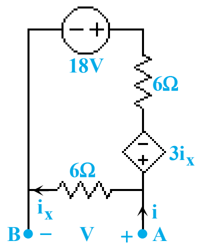
$$R=2\sqrt{\frac{1\times10^{-3}}{10\times10^{-6}}}=2\times10=20\Omega$$

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۱ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون



۱ـ در مدار شکل مقابل k چقدر باشد، تا v_x برابر صفر شود؟

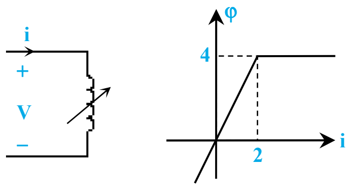
۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۵/۵



۲ـ پارامترهای مدار معادل تونن از دو سر A و B ، کدام است؟

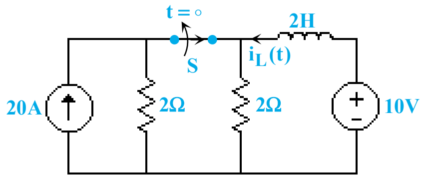
۱) $V_{oc} = 12V \,,\, R_{eq} = 4\Omega$
۲) $V_{oc} = 12V \,,\, R_{eq} = 3\Omega$
۳) $V_{oc} = 4V \,,\, R_{eq} = 4\Omega$
۴) $V_{oc} = 4V \,,\, R_{eq} = 3\Omega$

۳ـ مشخصه یک سلف خطی طبق شکل زیر داده شده است. اگر جریان این سلف $i(t) = 2tu(t)$ باشد، ولتاژ آن کدام است؟



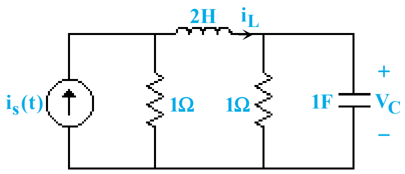
۱) $V(t) = 4tu(t) - 4tu(t-1)$
۲) $V(t) = 4u(t)$
۳) $V(t) = 4tu(t)$
۴) $V(t) = 4u(t) - 4u(t-1)$

۴ـ در مدار شکل زیر S در لحظهٔ $t = 0$ باز می‌شود. معادله $i_L(t)$ برای $t > 0$ کدام است؟

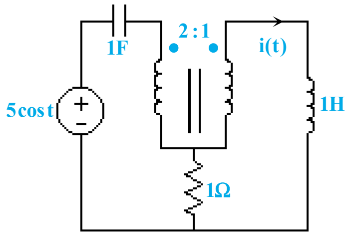


۱) $-5 - 5e^{-t}$
۲) $-5 + 10e^{-t}$
۳) $5 - 10e^{-t}$
۴) $5 + 10e^{-t}$

۵ـ اگر $i_s(t) = u(t)$ و مدار در لحظهٔ $t = 0^-$ در حالت صفر باشد، $\frac{di_L}{dt}$ کدام است؟



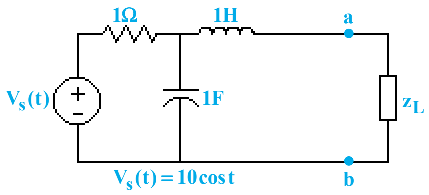
۱) $-1\frac{A}{s}$
۲) $\frac{1}{2}\frac{A}{s}$
۳) $1\frac{A}{s}$
۴) $2\frac{A}{s}$



۶ـ مدار شکل مقابل در حالت دائمی سینوسی است و ترانس ایدئال است. جریان $i(t)$ کدام است؟

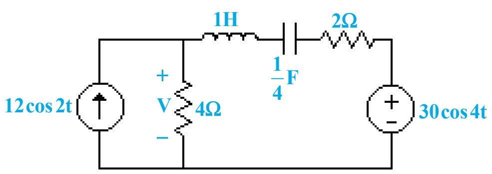
۱) $\cos t + \sin t$
۲) $\cos t + 3\sin t$
۳) $3\cos t + \sin t$
۴) $3\cos t + 3\sin t$

۷ـ در مدار شکل زیر امپدانس Z_L شامل چه عناصری باشد تا توان متوسط تحویل داده‌شده آن ماکزیمم گردد؟



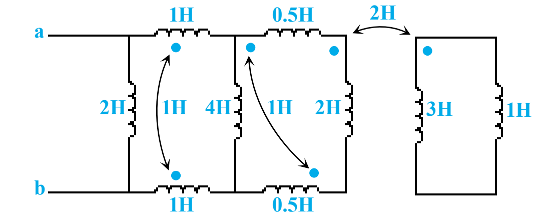
۱) اتصال سری $L = 2H$ و $R = \frac{1}{2}\Omega$
۲) اتصال سری $L = 2H$ و $R = 2\Omega$
۳) اتصال سری $C = 2F$ و $R = 2\Omega$
۴) اتصال سری $C = 2F$ و $R = \frac{1}{2}\Omega$

۸ـ در مدار شکل زیر، ولتاژ $v(t)$ در حالت دائمی برابر است با: $v(t) = A_1\cos(2t + \theta_1) + A_2\cos(4t + \theta_2)$ نسبت $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$ کدام است؟



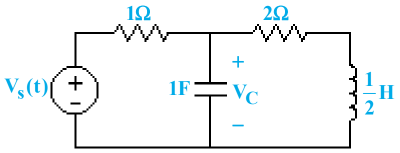
۱) ۹
۲) ۴
۳) $\frac{5}{4}$
۴) $\frac{1}{4}$

۹ـ اندوکتانس معادل دیده شده از دو سر ab چند هانری است؟



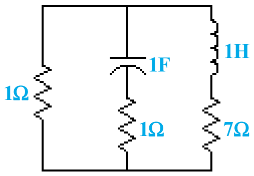
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۰ـ پاسخ حالت صفر $v_c(t)$ به ورودی $v_s(t)=۶e^{-۴t}u(t)$، کدام است؟



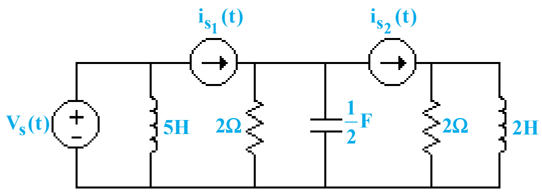
۱) $e^{-۲t}-۶e^{-۳t}$
۲) $۶e^{-۲t}-e^{-۳t}$
۳) $e^{-۲t}+e^{-۳t}$
۴) $۶e^{-۲t}-۶e^{-۳t}$

۱۱ـ در مدار مقابل کدام گزینه درست است؟



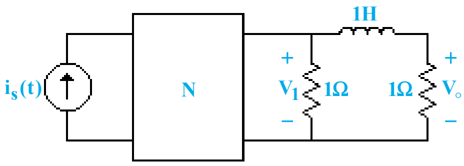
۱) بی‌اتلاف است.
۲) میرای ضعیف است.
۳) میرای شدید است.
۴) میرای بحرانی است.

۱۲ـ فرکانس(های) طبیعی مدار شکل مقابل کدام است؟



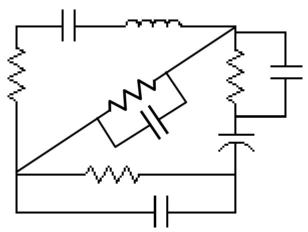
۱) −۱
۲) ۰,−۱
۳) −۱,−۱
۴) ۰,−۱,−۱

۱۳ـ شبکه N از عناصر RLC خطی تغییرناپذیر با زمان تشکیل شده است و تابع شبکه $H_۱(s)=\frac{V_۱(s)}{I_s(s)}=\frac{s+۱}{s^۲+s+۱}$ را داریم.
تابع شبکه $H_۲(s)=\frac{V_\circ(s)}{I_s(s)}$ کدام است؟



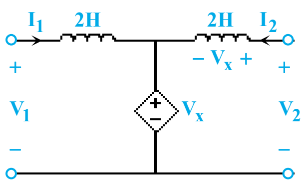
۱) $\frac{۱}{s^۲+s+۱}$
۲) $\frac{(s+۱)^۲}{s^۲+s+۱}$
۳) $\frac{۱}{(s+۱)(s^۲+s+۱)}$
۴) $\frac{۲(s+۱)}{s^۲+s+۱}$

۱۴ـ در مدار داده شده چند فرکانس طبیعی غیر صفر وجود دارد؟ (همه عناصر پسیو هستند.)



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

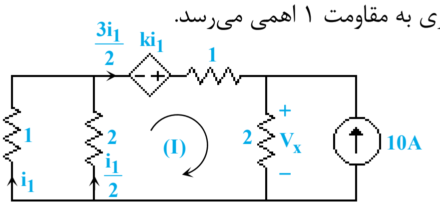
۱۵ـ در مدار دوقطبی زیر، ماتریس ادمیتانس اتصال کوتاه کدام است؟ $\begin{pmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{pmatrix}=Y\begin{pmatrix} V_۱ \\ V_۲ \end{pmatrix}$



۱) $Y=\begin{pmatrix} \frac{۱}{۴s} & -\frac{۱}{۲s} \\ ۰ & \frac{۱}{۲s} \end{pmatrix}$
۲) $Y=\begin{pmatrix} ۰ & ۴s \\ ۲s & ۲s \end{pmatrix}$
۳) $\begin{pmatrix} \frac{۱}{۲s} & -\frac{۱}{۴s} \\ ۰ & \frac{۱}{۴s} \end{pmatrix}$
۴) $Y=\begin{pmatrix} -۲s & ۴s \\ ۰ & ۲s \end{pmatrix}$

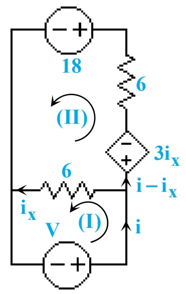
پاسخنامه آزمون کارشناسی ارشد ۱۴۰۱ ـ مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون

۱ـ گزینه «۲» در صورتی که $V_x=۰$ باشد از مقاومت ۲ اهم جریانی نمی‌گذرد و تمام منبع جریان ۱۰ آمپری به مقاومت ۱ اهمی می‌رسد.



$$KCL:\frac{۳i_۱}{۲}=-۱۰ \Rightarrow i_۱=\frac{-۲۰}{۳}$$

$$KVL(I):i_۱-ki_۱-۱۰+\overset{۰}{\cancel{V_x}}=۰ \Rightarrow (۱-k)i_۱=۱۰ \Rightarrow ۱-k=-۱/۵ \Rightarrow k=۲/۵$$



۲ـ گزینه «۱» باید رابطه بین ولتاژ تست (v) و جریان تست (i) را پیدا کنیم.

$$KVL(I): -V+۶i_x=۰ \Rightarrow V=۶i_x \quad (۱)$$

$$KVL(II): ۳i_x+۶i-۶i_x+۱۸-۶i_x=۰ \Rightarrow ۹i_x=۶i+۱۸ \Rightarrow ۳i_x=۲i+۶$$

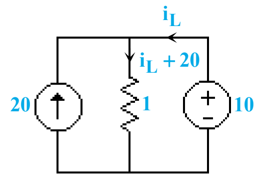
$$\Rightarrow ۶i_x=۴i+۱۲ \quad (۲) \xrightarrow{(۱),(۲)} V=۴i+۱۲ \Rightarrow \begin{cases}R_{eq}=۴\\ V_{oc}=۱۲\end{cases}$$

۳ـ گزینه «۴» می‌دانیم شیب نمودار $\phi-i$، L را به ما می‌دهد. $(\phi=L_i)$

$$L=۲u(۲-i)\ ,\ i=۲tu(t) \Rightarrow L=۲u(۲-۲tu(t)) \xrightarrow{\text{تعیین علامت داخل آرگومان}} ۲-۲tu(t)\ge ۰ \Rightarrow ۲tu(t)\le ۲ \Rightarrow tu(t)\le ۱$$

$$\Rightarrow ۰\le t\le ۱ \equiv u(t)-u(t-۱) \Rightarrow L=۲u(t)-۲u(t-۱), V=L\frac{di}{dt} \Rightarrow i=۲tu(t) \Rightarrow \frac{di}{dt}=۲u(t)+\cancel{۲t\delta(t)}^{۰}=۲u(t)$$

$$V=[۲u(t)-۲u(t-۱)]\times ۲u(t)=۴u(t)-۴u(t-۱)$$



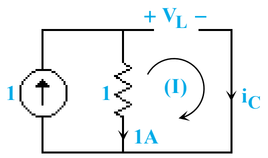
۴ـ گزینه «۳» در $t=۰^-$ سلف اتصال کوتاه است.

$$KVL: -۱۰+i_L+۲۰=۰ \Rightarrow i_L(۰^-)=i_L(۰^+)=-۱۰A$$

مقاومت دیده‌شده از دید سلف: $R_{eq}=۲ \Rightarrow C=\frac{۲}{۲}=۱$

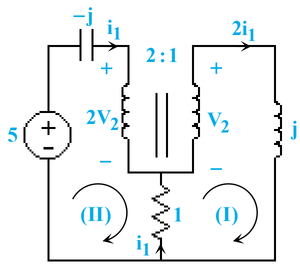
در $t=\infty$ هم سلف اتصال کوتاه است: $i_L(\infty)=\frac{۱۰}{۲}=۵A \Rightarrow i_L(t)=۵+(-۱۰-۵)e^{-t}=۵-۱۵e^{-t}$

۵ـ گزینه «۲» در $t=۰^+$ به‌جای خازن اتصال کوتاه و به جای سلف مدار باز قرار می‌دهیم: $i_L(۰^+)=v_c(۰^+)=۰$



$$KVL(I): -۱+VL+۰=۰ \Rightarrow V_L(۰^+)=۱$$

$$VL=L\frac{di_L}{dt}=۲\frac{di_L}{dt}=۱ \Rightarrow \frac{di_L}{dt}(۰^+)=\frac{۱}{۲}$$



۶ـ گزینه «۲» در حوزه فیزور داریم:

$$KVL(I): i_۱-V_۲+۲ji_۱=۰ \Rightarrow V_۲=(۲j+۱)i_۱$$

$$KVL(II): -۵-ji_۱+۲V_۲-i_۱=۰ \Rightarrow -۵-ji_۱+۴ji_۱+۲i_۱-i_۱=۰ \Rightarrow (۳j+۱)i_۱=۵$$

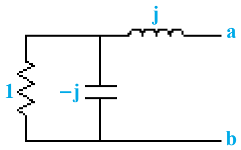
$$i_۱=\frac{۵}{۱+۳j} \Rightarrow i=۲i_۱=\frac{۱۰}{۱+۳j}\times\frac{۱-۳j}{۱-۳j}=\frac{۱۰(۱-۳j)}{۱+۹}=\frac{۱۰(۱-۳j)}{۱۰}=۱-۳j$$

عبارت $۱-۳j$ از دو قسمت تشکیل شده است: قسمت اول حقیقی به مقدار $\cos t$ و قسمت $-۳j$:

$$-۳\cos(t+۹۰^\circ)=-۳(-\sin(t))=۳\sin(t)$$

جریان $i(t)$ برابر است با: $\cos t+۳\sin t$

۷ـ گزینه «۴» با حذف منبع مستقل ولتاژ، امپدانس معادل را از دید $(a-b)$ به‌دست می‌آوریم. در ابتدا به حوزه فیزور می‌رویم. $(\omega=۱)$

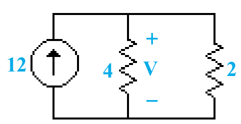


$$Z_{eq}=(۱||-j)+j=\frac{-j}{۱-j}+j=\frac{-j(۱+j)}{۲}+j=\frac{-j+۱}{۲}+j=\frac{۱}{۲}+\frac{j}{۲} \Rightarrow Z_L=Z_{eq}$$

$Z_L=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}j \Rightarrow R=\frac{۱}{۲}\Omega\ ,\ C=۲F$ اتصال سری

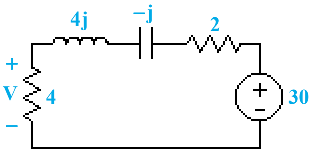
۸ـ گزینه «۳» از قانون جمع آثار استفاده می‌کنیم. دقت شود فقط به اندازه کار داریم و فاز مقادیر برایمان اهمیتی ندارد.

ابتدا اثر منبع جریان را به‌دست می‌آوریم: $\omega=۲$. $j\times۲\times۱=۲j$ = سلف و $-۲j=\frac{-j}{\frac{۱}{۴}\times۲}$ = خازن در نتیجه سلف و خازن سری همدیگر را حذف می‌کنند.



$$V=\frac{۴\times۲}{۶}\times۱۲=۸\times۲=۱۶=A_۱$$

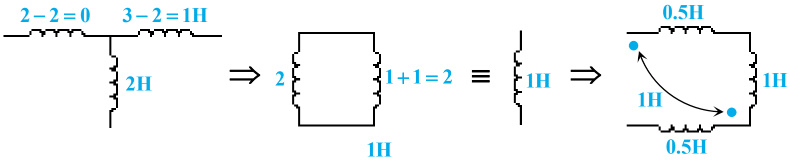
حال اثر منبع ولتاژ را به‌دست می‌آوریم: $\omega=۴$. $j\times۴\times۱=۴j$ = سلف و $-j=\frac{-j}{\frac{۱}{۴}\times۴}$ = خازن.



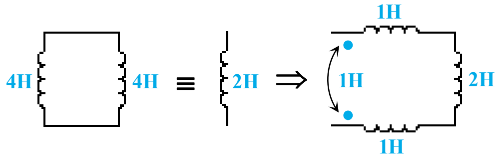
تقسیم ولتاژ $V=\frac{4}{6+3j}\times 30=\frac{4}{2+j}\times 10 \Rightarrow |V|=A_2=\frac{4}{\sqrt5}\times 10=\frac{40}{\sqrt5}$

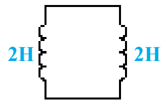
$$\Rightarrow \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2=\frac{40}{\left(\frac{\sqrt5}{16}\right)^2}=\left(\frac{5}{2\sqrt5}\right)^2=\frac{25}{4\times5}=\frac{5}{4}$$

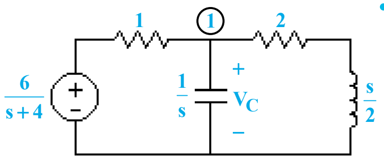
۹ـ گزینه «۱» از سمت راست شروع می‌کنیم. ابتدا معادل T سلف‌های تزویج را می‌نویسیم:



$\Rightarrow 0/5+0/5+2+1=4H \Rightarrow$



$\Rightarrow 1+1-2+2=2H \Rightarrow L_{eq}=$  $=1H$

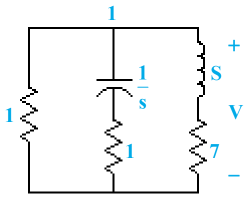


۱۰ـ گزینه «۴» به حوزه لاپلاس می‌رویم. ابتدا گره (۱) قانون جریان یا KCL را نوشته و معادله V را در حوزه لاپلاس به‌دست می‌آوریم. در ابتدا از روش تجزیه کسر استفاده کرده تا معادله V را برحسب دو قطب $s=-2$ و $s=-3$ نوشته. در انتها هم معادله را به حوزه زمان می‌بریم.

$$KCL(1): sV+\frac{V}{2+\frac{s}{2}}+\frac{V-\frac{6}{s+4}}{1}=0 \Rightarrow \left(s+\frac{2}{s+4}+1\right)V=\frac{6}{s+4} \Rightarrow \left(\frac{s^2+4s+s+4+2}{s+4}\right)V=\frac{6}{s+4}$$

$$V=\frac{6}{s^2+5s+6}=\frac{6}{(s+2)(s+3)}=\frac{A}{s+2}+\frac{B}{s+3} \Rightarrow \begin{cases}A=\lim\limits_{s\to-2}(s+2)V=6\\ B=\lim\limits_{s\to-3}(s+3)V=-6\end{cases} \Rightarrow V_c(t)=(6e^{-2t}-6e^{-3t})u(t)$$

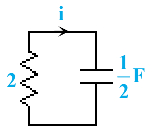
۱۱ـ گزینه «۳» به حوزه لاپلاس می‌رویم:



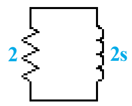
$$KCL(1): V+\frac{V}{\frac{1}{s}+1}+\frac{V}{s+7}=0 \Rightarrow 1+\frac{s}{s+1}+\frac{1}{s+7}=0 \xrightarrow{\times(s+1)(s+7)} s^2+8s+7+s^2+7s+s+1=0$$

$\Rightarrow s^2+16s+8=0 \Rightarrow \Delta=256-32>0$ میرای شدید است.

۱۲ـ گزینه «۴» به دلیل وجود حلقه سلفی یک فرکانس صفر داریم. حال برای محاسبه فرکانس‌های غیرصفر، منابع ولتاژ را اتصال کوتاه و منابع جریان را مدار باز می‌کنیم.

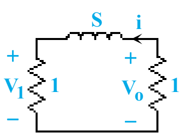


$2i+\frac{2}{s}i=0 \Rightarrow \left(2+\frac{2}{s}\right)=0 \Rightarrow s=-1$



$2+2s=0 \Rightarrow s=-1 \Rightarrow \{-1,-1,0\}$

۱۳ـ گزینه «۱» ابتدا تابع تبدیل $\frac{V_o(s)}{V_1(s)}$ را به‌دست می‌آوریم:



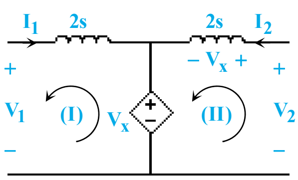
$$i=-\frac{V_o}{1}=-V_o$$

$$-V_o+s_i+V_1=0 \Rightarrow -V_o-sV_o+V_1=0 \Rightarrow (s+1)V_o=V_1 \Rightarrow \frac{V_o}{V_1}=\frac{1}{s+1} \Rightarrow H_2(s)=\frac{V_o(s)}{I(s)}=$$

$$\frac{V_o(s)}{V_1(s)}\times\frac{V_1(s)}{I(s)}=\frac{V_o(s)}{V_1(s)}\times H_1(s)=\frac{1}{s+1}\times\frac{s+1}{s^2+s+1}=\frac{1}{s^2+s+1}$$

۱۴ـ گزینه «۲» ۶ عنصر ذخیره‌کننده انرژی داریم که به دلیل وجود حلقه خازنی یکی حذف می‌شود. از این ۵ فرکانس کلی چون هیچ حلقه سلفی یا کات‌ست خازنی نداریم همه آنها فرکانس غیرصفر هستند.

۱۵ـ گزینه «۳» در دو حلقه مشاهده شده ابتدا در حلقه سمت راست قانون ولتاژ یا KVL را می‌نویسیم. همچنین از روی ولتاژ دو سر سلف ۲ هانری رابطه بین جریان I_2 و V_x را می‌نویسیم.



$$KVL(II): -V_2+V_x+V_x=0 \Rightarrow V_2=2V_x\ ,\ \frac{V_x}{2s}=I_2$$

$\Rightarrow V_x=2sI_2 \Rightarrow V_2=4sI_2 \Rightarrow I_2=\frac{1}{4s}V_2$ فقط در گزینه (۳) این عبارت مشاهده می‌شود.