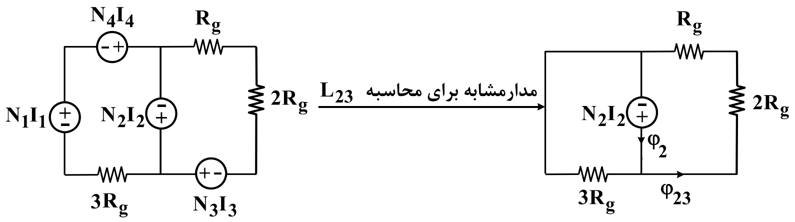
## پاسخنامه تشریحی آزمون خودسنجی فصل اول

### «آزمون (۱)»

**۱ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار مشابه الکتریکی را ترسیم می‌نماییم:




حال $\varphi_{۲}$ و سپس $\varphi_{۲۳}$ را محاسبه می‌نماییم:

$$\varphi_{۲}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{۳R_g \| (۲R_g+R_g)}=\frac{۲N_{۲}I_{۲}}{۳R_g}\Rightarrow \varphi_{۲۳}=\frac{۱}{۲}\varphi_{۲}=\frac{۱}{۳}\frac{N_{۲}I_{۲}}{R_g}\Rightarrow \lambda_{۳}=N_{۳}\varphi_{۲۳}=\frac{N_{۲}N_{۳}I_{۲}}{۳R_g}$$

با توجه به تعریف اندوکتانس متقابل داریم:

$$L_{۲۳}=\frac{\lambda_{۳}}{I_{۲}}=\frac{N_{۲}N_{۳}}{۳R_g}\xrightarrow[N_{۳}=۲N_{۲}=۲N]{R_g=\frac{g}{\mu_{\circ}A}} L_{۲۳}=\frac{۲\mu_{\circ}AN^{۲}}{۳g}$$

**۲ـ گزینه «۳»** در تحریک مدارات مغناطیسی توسط پالس‌های مستطیلی معادله ولتاژ القایی در سیم‌پیچ به‌صورت زیر بیان می‌گردد: (با فرض اینکه موج از زمان صفر شروع گردد)

$$|V_{max}|=۲fN\varphi_{max}=۲fNB_{max}A=۲\times ۵\circ\times ۲\circ\circ\times \circ/۸\times ۵\circ\circ\times ۱\circ^{-۶}=۸V$$

**۳ـ گزینه «۱»** اگر اندوکتانس با وجود پراکندگی را $L'$ و بدون وجود پراکندگی را $L$ بنامیم، داریم:

$$\frac{L'}{L}=\frac{\frac{N^{۲}}{R'_{eq}}}{\frac{N^{۲}}{R_{eq}}}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}=\frac{\frac{g}{\mu_{\circ}A}}{\frac{g}{\mu_{\circ}A'}}=\frac{A'}{A}$$

$$A=۲\times ۲cm^{۲}$$

برای محاسبه سطح مقطع در حالتی‌که پراکندگی شار در فاصله هوایی وجود دارد، باید به اندازه طول فاصله هوایی به ابعاد مربوط بـه سـطح مقطـع اضـافه نمود؛ یعنی:

$$A'=(۲+\circ/۲)\times(۲+\circ/۲)=۲/۲\times ۲/۲cm^{۲}$$

با جای‌گذاری در رابطه نسبت اندوکتانس‌ها داریم:

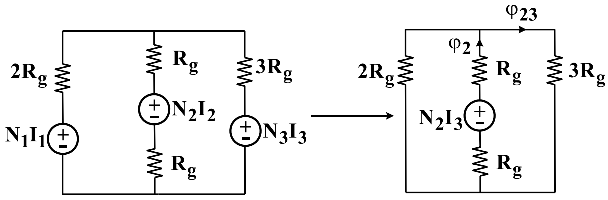
$$\frac{L'}{L}=\frac{A'}{A}=\frac{۲/۲\times ۲/۲}{۲\times ۲}=۱/۲۱\Rightarrow L'=۱/۲۱L\Rightarrow$$ ۲۱٪ افزایش اندوکتانس داریم

**۴ـ گزینه «۲»** شیب مشخصه $\lambda - I$ در هر نقطه (هر ناحیه) بیانگر اندوکتانس در همان نقطه کار و یا اندوکتانس در همان ناحیه کاری است.

در بازه $\circ A$ تا $۲A$ $\Rightarrow L=\frac{\Delta\lambda}{\Delta I}=\frac{۱-\circ}{۲-\circ}=\circ/۵H$

در بازه $۲A$ تا $۴A$ $\Rightarrow L=\frac{\Delta\lambda}{\Delta I}=\frac{۱/۵-۱}{۴-۲}=\circ/۲۵H$

**۵ــ گزینه «۲»** ابتدا مدار مشابه الکتریکی و مدار مشابه به‌منظور محاسبه $L_{۲۳}$ را ترسیم می‌نماییم:




حال $\varphi_{۲}$ و سپس $\varphi_{۲۳}$ را محاسبه می‌نماییم:

$$\varphi_{۲}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{(R_g+R_g)+(۳R_g\,\|\,۲R_g)}=\frac{۵N_{۲}I_{۲}}{۱۶R_g}\Rightarrow\varphi_{۲۳}=\frac{۲R_g}{۲R_g+۳R_g}\varphi_{۲}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{۸R_g}\Rightarrow\lambda_{۳}\frac{N_{۳}N_{۲}I_{۲}}{۸R_g}$$

با توجه به تعریف اندوکتانس متقابل داریم:

$$L'_{۲۳}=\frac{\lambda_{۳}}{I_{۲}}=\frac{N_{۲}N_{۳}}{۸R_g}\xrightarrow{R_g=\frac{g}{\mu_{\circ}A}}L_{۲۳}=\frac{N_{۲}N_{۳}\mu_{\circ}A}{۸g}$$

---

**۶ــ گزینه «۱»** دو گزینه تلفات فوکو و دو گزینه نیز تلفات آهنی (یعنی مجموع فوکو و هیسترزیس) را بیان کرده‌اند. با توجه به رابطه تلفات فوکو داریم:

$$P_f=K_fB^{۲}f^{۲}\xrightarrow{B\sim\frac{V}{f}}P_f\sim V^{۲}$$

یعنی $P_f$ مستقل از فرکانس بوده یا نسبت به تغییر فرکانس ثابت است، اما چون وابسته به ولتاژ است پس به ازاء هر مقدار از ولتاژ تغذیه $P_f$ یک مقدار ثابت خواهد بود.

---

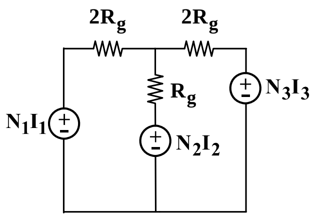
**۷ــ گزینه «۲»** با توجه به رابطه تلفات هیسترزیس داریم:

$$P_h=K_hB^{۲}f\xrightarrow{B\sim\frac{V}{f}}P_h\sim\frac{V^{۲}}{f}$$

در گزینه‌های (۱) و (۲) تغییرات تلفات هیسترزیس نسبت به تغییر فرکانس (f) داده شده است. طبق معادله به‌دست آمده برای $P_h$ دیده می‌شود که با افزایش f (به‌ازای هر V ثابت) تلفات هیسترزیس به‌صورت هموگرافیک یا نمایی کاهش می‌یابد. تغییر ولتاژ نیز به‌صورت خطی موجب شیفت یافتن منحنی به سمت بالا یا پایین می‌گردد.

---

**۸ــ گزینه «۳»** مدار مشابه با توجه به ابعاد و اندازه‌های داده شده جهت فواصل هوایی به‌صورت زیر ترسیم می‌گردد:




دقت شود که رلوکتانس فاصله هوایی وسطی را به‌عنوان مبنا برابر $R_g$ فرض کرده و دو رلوکتانس دیگر نسبت به آن به‌صورت $۲R_g$ نوشته شده است. (اگر رلوکتانس ساق‌های کناری را هم به‌عنوان مبنا در نظر گرفته و وسطی را به‌صورت $\frac{۱}{۲}R_g$ بنویسیم تفاوتی در نتیجه نخواهد داشت.)

ابتدا اندوکتانس خودی سیم‌پیچ (۲) را محاسبه می‌نماییم:

$$L_{۲۲}=\frac{N_{۲}^{۲}}{R_{۲eq}}=\frac{N_{۲}^{۲}}{(۲R_g\,\|\,۲R_g)+R_g}=\frac{N_{۲}^{۲}}{۲R_g}$$

حال اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچ‌های (۲) و (۳) را محاسبه می‌نماییم:

$$\varphi_{۲}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{R_{eq_{۲}}}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{۲R_g}\Rightarrow\varphi_{۲۳}=\frac{۱}{۲}\varphi_{۲}=\frac{N_{۲}I_{۲}}{۴R_g}\Rightarrow\lambda_{۳}=N_{۳}\varphi_{۲۳}=\frac{N_{۲}N_{۳}I_{۲}}{۴R_g}\Rightarrow L_{۲۳}=\frac{\lambda_{۳}}{I_{۲}}=\frac{N_{۲}N_{۳}}{۴R_g}$$

مجهول تست نسبت دو اندوکتانس فوق است لذا:

$$\frac{L_{۲۲}}{L_{۲۳}}=\frac{\frac{N_{۲}^{۲}}{۲R_g}}{\frac{N_{۲}N_{۳}}{۴R_g}}\xrightarrow{N_{۲}N_{۳}=N}L_{۲۲}=۲L_{۲۳}$$

**۹ـ گزینه «۳»** در هر دو حالت تغذیه، نسبت V به f ثابت است ($\frac{V_1}{f_1}=\frac{400}{50}=8\ ,\ \frac{V_2}{f_2}=\frac{240}{30}=8$) در نتیجه چگالی میدان ($B\sim\frac{V}{f}$) در هر دو حالت ثابت می‌باشد لذا:

$$P_f=K_fB^2f^2\sim f^2$$

$$P_h=K_hB^nf\sim f$$

طبق این روابط هر دو تلفات فقط تابعی از فرکانس تغذیه خواهد بود. از آنجایی‌که $f_2=0/6f_1$ شده است ($50\,Hz$ به $30\,Hz$ کاهش یافته است) می‌توان نتیجه گرفت که تلفات فوکو $0/36=0/6^2$ حالت قبل و تلفات هیسترزیس $0/6$ حالت اول می‌گردد. به‌عبارتی تلفات فوکو $1-0/36=0/64$ یا ۶۴% و تلفات هیسترزیس $1-0/6=0/4$ یا ۴۰% کاهش می‌یابد.

---

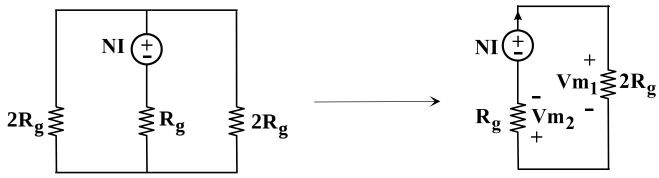
**۱۰ـ گزینه «۱»** در تحریک با جریان متناوب سینوسی، ولتاژ القایی در سیم‌پیچ برابر است با:

$$V_{max}=N\omega B_{max}A\ \Rightarrow\ V_{rms}=\frac{2\pi}{\sqrt{2}}NfB_{max}A=\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\times250\times400\times1/5\times(2\times3\times10^{-4})\simeq400V$$

---

## «آزمون (۲)»

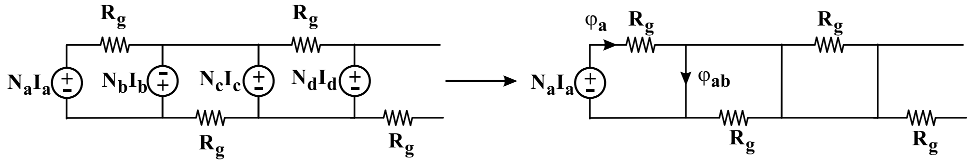
**۱ــ گزینه «۲»** مدار مشابه الکتریکی این سیستم به‌صورت زیر است. (چون سطح مقطع ساق وسط دو برابر ساق‌های کناری است، رلوکتانس فواصل هوایی ساق وسط نصف ساق‌های کناری است.)




با توجه به KVL مغناطیسی داریم:

$$NI = V_{m_۱} + V_{m_۲} = H_g.g + H_g.g = ۲H_g.g \xrightarrow[H_g=\frac{B_g}{\mu_\circ}]{} ۵۰۰\times ۲۰ = ۲\times\frac{۱۰^۴}{\mu_\circ}\times g \Rightarrow g = ۴/۵\,\text{mm}$$

**۲ــ گزینه «۲»** ابتدا مدار مشابه به‌صورت زیر ترسیم می‌گردد:



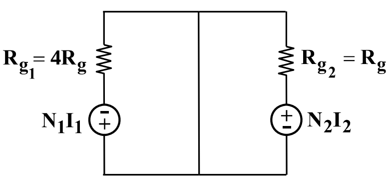

حال باید $\varphi_a$ و سپس $\varphi_{ab}$ را محاسبه نمود:

$$\varphi_a = \frac{N_a I_a}{R_g} = \varphi_{ab} \Rightarrow \lambda_a = N_a\varphi_a = \frac{N_a^۲}{R_g}\ ,\ \lambda_b = \frac{N_a N_b}{R_g}$$

با توجه به تعاریف اندوکتانس خودی و متقابل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} L_{aa} = \dfrac{\lambda_a}{I_a} = \dfrac{N_a^۲}{R_g} \\[2ex] L_{ab} = \dfrac{\lambda_b}{I_a} = \dfrac{N_a N_b}{R_g} \end{array}\right\} \Rightarrow L_{aa} = \frac{N_a}{N_b} L_{ab}$$

**۳ــ گزینه «۴»** مدار مشابه الکتریکی به‌صورت زیر است: (عمق هسته w فرض می‌شود.)




$$\begin{array}{l} R_{g_۱} = \dfrac{۲g}{\mu_\circ(a\times w)} \\[2ex] R_{g_۲} = \dfrac{g}{\mu_\circ(a\times w)} \end{array} \Rightarrow R_{g_۱} = ۴R_{g_۲} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} L_{۱۱} = \dfrac{N_۱^۲}{۴R_g} \\[2ex] L_{۲۲} = \dfrac{N_۲^۲}{R_g} \\[2ex] L_{۱۲} = L_{۲۱} = \circ \end{array}\right.$$

با توجه به موازی بودن دو سیم‌پیچ و در نتیجه برابری ولتاژهای القایی می‌توان نوشت:

$$V_s = L_{۱۱}\frac{di_۱}{dt} = L_{۲۲}\frac{di_۲}{dt} \xrightarrow{\text{در حالت دائمی}} j\omega L_{۱۱}\vec{I}_۱ = j\omega L_{۲۲}\vec{I}_۲ \Rightarrow \frac{|\vec{I}_۲|}{|\vec{I}_۱|} = \frac{L_{۱۱}}{L_{۲۲}} = \frac{\frac{N_۱^۲}{۴R_g}}{\frac{N_۲^۲}{۴R_g}} = \frac{۱}{۴}\left(\frac{N_۱}{N_۲}\right)^۲$$

**۴ـ گزینه «۲»** در هر سه آزمایش نسبت $\frac{V}{f}$ ثابت است $(\frac{V}{f}=\frac{240}{40}=\frac{180}{30}=\frac{300}{50})$ لذا چگالی میدان در هر سه آزمایش ثابت است. در نتیجه:

$$\begin{matrix} P_f \sim B^2 f^2 \sim f^2 \\ P_h \sim B^n f \sim f \end{matrix} \Rightarrow P_c = A_h f + A_f f^2 \Rightarrow \begin{cases} 100 = A_h \times 40 + A_f \times 40^2 \\ 70 = A_h \times 30 + A_f \times 30^2 \end{cases}$$

با حل دو معادله، دو مجهول فوق $A_h=\frac{55}{30}$ , $A_f=\frac{1}{60}$ می‌گردد. حال که ضرایب تلفات فوکو و هیسترزیس به‌دست آمده می‌توان برای هر فرکانس دلخواه؛ تلفات هسته را محاسبه نمود. برای $f=50\,Hz$ که مورد نظر مسئله است داریم:

$$P_c = A_c f + A_f f^2 = \frac{55}{30}\times 50 + \frac{1}{60}\times 50^2 = 134W$$

---

**۵ـ گزینه «۲»** مدار داده شده دارای یک حلقه است که شامل دو سیم‌پیچ فعال و دو قطعه شاخه است یک قطعه شاخه مربوط به بخش‌های مغناطیسی و یک قطعه شاخه نیز مربوط به فاصله هوایی است. با توجه به KVL مغناطیسی داریم:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = H_c L_c + H_{ag} L_{ag}$$

از طرفی با فرض یکسان بودن سطح مقطع در همه جای هسته (چون اطلاعاتی داده نشده چنین فرضی منطقی است) می‌توان گفت چگالی میدان در همه‌جا یکسان است. یعنی: $B_{ag} = B_{c_1} = 1T$

حال که چگالی میدان در تمامی قطعه شاخه‌ها مشخص شده است، با توجه به رابطه $B-H$ هر قطعه شاخه می‌توان مقدار H هر قطعه شاخه را یافت یعنی:

$$B_{ag} = 1T \xrightarrow{B_{ag}=\mu_0 H_{ag}} H_{ag} = \frac{B_{ag}}{\mu_0} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 \frac{A}{m}$$

$$B_c = 1T \xrightarrow{B_c = 0/01\sqrt{H_c}} H_c = (\frac{1}{0/01})^2 = 10^4 \frac{A}{m}$$

با جایگذاری در KVL مغناطیسی داریم: (روی چگونگی محاسبه طول متوسط هر قطعه شاخه کمی فکر نمایید).

$$(1000\times 5) - (100\times 5) = 10^4 \times 30\times 10^{-2} + g\times 10^6 \Rightarrow g = 1/5\,mm$$

---

**۶ـ گزینه «۴»** هسته دارای یک شاخه و دو قطعه شاخه است. چون سطح مقطع در همه جا یکسان است. لذا چگالی میدان در هر دو قطعه شاخه برابر خواهد بود. در بخش غیرخطی رابطه بین فوران قطعه شاخه و افت پتانسیل مغناطیسی آن داده شده است؛ لذا اگر فوران آن را بیابیم، قادریم افت پتانسیل را محاسبه نماییم:

$$B = 1T \Rightarrow \varphi = B.A = 1\times(5\times 10^{-4}) = 5\times 10^{-4}\ Wb \xrightarrow[\varphi = \frac{0/1\theta_m}{\theta_m - 20}]{\text{مشخصه}} \theta_m = 25 A.Turns$$

در بخش خطی نیز با توجه $\mu = 10^{-3}\frac{H}{m}$ داریم:

$$H_c = \frac{B_c}{\mu} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000\frac{A}{m}$$

با نوشتن و جایگذاری در KVL مغناطیسی داریم:

$$NI = \theta_c + \theta_m = H_c L_c + \theta_m \Rightarrow N\times 2/25 = 1000\times 20\times 10^{-2} + 25 \Rightarrow N = 100 Turns$$

---

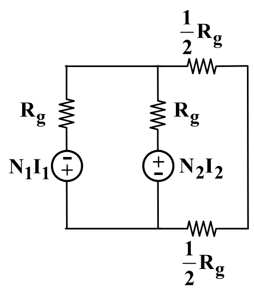
**۷ـ گزینه «۲»** هسته دارای یک شاخه و دو قطعه شاخه است. یک قطعه شاخه، هسته مغناطیسی غیرخطی با مشخصه داده شده و قطعه شاخه دیگر مربوط به فاصله هوایی است. تفاوت این تست با سایر تست‌ها در این است که به‌جای مشخص بودن چگالی میدان، جریان سیم‌پیچ‌ها داده شده‌اند. با نوشتن KVL مغناطیسی داریم:

$$\begin{cases} N_1 I_1 - N_2 I_2 = H_{ag} L_{ag} + H_c L_c \\ H_{ag} = \frac{B_{ag}}{\mu_0} = \frac{B_c}{\mu_0} \end{cases} \Rightarrow (150\times 5) - (125\times 2) = \frac{B_c}{10^{-6}}\times(1\times 10^{-3}) + H_c\times 2/5 \Rightarrow H_c = 200 - 400 B_c$$

با قطع دادن این معادله با مشخصه مغناطیسی داده شده دارای معادله $H_c = 100B_c$ داریم: (واضح است که معادله فوق قسمت اول مشخصه مغناطیسی هسته را قطع خواهد کرد؛ لذا معادله این قسمت را می‌نویسیم.)

$$200 - 400B_c = 100B_c \Rightarrow B_c = 0/4T = B_{ag}$$

**۸ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار مشابه مغناطیسی این سیستم به‌صورت زیر ترسیم می‌گردد:




$$L_{۱۱}=\frac{N_۱^۲}{R_{eq_۱}}=\frac{N_۱^۲}{[(\frac{۱}{۲}R_g+\frac{۱}{۲}R_g)\,||\,R_g]+R_g}=\frac{۲N_۱^۲}{۳R_g}$$

$$L_{۲۲}=\frac{N_۲^۲}{R_{eq_۲}}=\frac{۲N_۲^۲}{۳R_g}$$

$$\varphi_۱=\frac{۲N_۱I_۱}{۳R_g}\Rightarrow \varphi_{۱۲}=\frac{۱}{۲}\varphi_۱=\frac{N_۱I_۱}{۳R_g}\Rightarrow L_{۱۲}=\frac{۲N_۱N_۲}{۳R_g}$$

چون از نظر الکتریکی، دو سیم پیچ سری هستند، جریان برابری از آن‌ها عبور می‌نماید. با نوشتن معادله ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌ها در حالت دائمی و توجه به ترویج منفی بین آن‌ها داریم:

$$\begin{cases}\vec{E}_۱=j\omega L_{۱۱}\vec{I}_۱-j\omega L_{۱۲}\vec{I}_۲\\ \vec{E}_۲=-j\omega L_{۲۱}\vec{I}_۱+j\omega L_{۲۲}\vec{I}_۲\end{cases}\xrightarrow{I_۱=I_۲}\frac{|\vec{E}_۱|}{|\vec{E}_۲|}=\frac{L_{۱۱}-L_{۱۲}}{L_{۲۲}-L_{۱۲}}=\frac{\frac{۲}{۳}N_۱^۲-\frac{۱}{۳}N_۱N_۲}{\frac{۲}{۳}N_۲^۲-\frac{۱}{۳}N_۱N_۲}=\frac{۲N_۱^۲-N_۱N_۲}{۲N_۲^۲-N_۱N_۲}$$

◆◆◆◆

**۹ـ گزینه «۲»** در تحریک سینوسی $V_{rms}=۴/۴۴Nf\varphi$ است، لذا:

$$\varphi\sim\frac{V}{Nf}\xrightarrow{B=\frac{\varphi}{A}}B\sim\frac{V}{NfA}\xrightarrow{H=\frac{B}{\mu}}H\sim\frac{V}{NfA\mu}\xrightarrow{NI=H.L_{av}}I\sim\frac{VL_{av}}{N^۲fA\mu}$$

در صورت تست ذکر شده که ابعاد خطی هسته دو برابر می‌شود؛ لذا سطح مقطع ۴ برابر و طول متوسط دو برابر می‌گردند. ضمناً f و V نیز هر دو نصف می‌شوند (تعداد دور N و جنس هسته $\mu$ نیز ثابت است) لذا:

$$H\sim\frac{\frac{۱}{۲}}{۱\times\frac{۱}{۲}\times۴\times۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow$$ شدت میدان $\frac{۱}{۴}$ می‌شود

$$I\sim\frac{\frac{۱}{۲}\times۲}{(۱)^۲\times\frac{۱}{۲}\times۴\times۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow$$ جریان $\frac{۱}{۲}$ می‌شود

◆◆◆◆

**۱۰ـ گزینه «۴»** مشابه تحلیل ارائه شده در تست قبل (با $\mu$ ثابت) داریم:

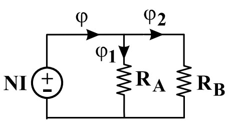
$$\begin{matrix}H\sim\frac{V}{NfA}\\ I\sim\frac{VL_{av}}{N^۲fA}\end{matrix}\xrightarrow[L_{av}\Rightarrow ۲\ ,\ A=\text{ثابت}]{V\Rightarrow\frac{۱}{۲}\ ,\ f\Rightarrow ۲\ ,\ N\Rightarrow\frac{۱}{۳}}\begin{matrix}H\sim\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}\times۲}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵\ \text{یا}\ \%۷۵\\ I\sim\frac{\frac{۱}{۲}\times۲}{(\frac{۱}{۳})^۲\times۲}=\frac{۹}{۲}=۴/۵\ \text{یا}\ \%۴۵۰\end{matrix}$$

یعنی شدت میدان نسبت به قبل ۲۵% کاهش یافته است؛ اما جریان ۴۵۰% رشد داشته است.

◆◆◆◆

## «آزمون (۳)»

**۱ـ گزینه «۲»** از آنجایی که آمپردور دو هسته یکسان است، از نظر مغناطیسی موازی هستند، لذا مدار مشابه آن‌ها به صورت زیر قابل ترسیم است.



$$R_A = \frac{L_A}{\mu A_A} = \frac{\pi \times 20 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 200 \times 10^{-6}} = 250\frac{kA}{Wb}$$

$$R_B = \frac{L_B}{\mu A_B} = \frac{\pi \times 60 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 500 \times 10^{-6}} = 300\frac{kA}{Wb}$$

شار دور $(\lambda)$ سیم‌پیچ برابر $0/4Wb.T$ داده شده است (البته درصورت تست اشتباهی $0/2Wb.T$ درج شده است) لذا:

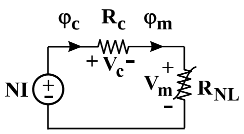
$$\lambda = N\varphi = N(\varphi_1 + \varphi_2) = N(\frac{NI}{R_A} + \frac{NI}{R_B}) = N^2 I(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B})$$

با توجه به مقادیر رلوکتانس‌ها و جریان داریم:

$$0/4 = N^2 \times 6(\frac{1}{250 \times 10^3} + \frac{1}{300 \times 10^3}) \Rightarrow N \simeq 95\,\text{Turns}$$

---

**۲ـ گزینه «۳»** هسته دارای دو قطعه شاخه است. یکی دارای مشخصه خطی (با $\mu$ ثابت و برابر $120 \times 10^{-4}\frac{H}{m}$) و دیگری دارای مشخصه‌ای غیرخطی بامعادله $\varphi_m = (V_m + 0/025V_m^2) \times 10^{-4}$ است. مدار مشابه الکتریکی این سیستم را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:



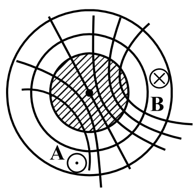
$$\begin{cases} NI = V_c + V_m = R_c.\varphi + f(\varphi) \\ \varphi_c = \varphi_m = \varphi \end{cases}$$

$f(\varphi)$ در واقع تابع معکوس همان مشخصه مغناطیسی مربوط به قطعه شاخه غیرخطی است. یعنی باید از روی معادله $\varphi_m = (V_m + 0/25V_m^2) \times 10^{-4}$ مقدار $V_m$ را بر حسب $\varphi_m$ (یا همان$\varphi$) به‌دست آورده و در KVL مغناطیسی بیان شده در قبل جایگذاری نمود. در این‌صورت تنها مجهول این KVL همان $\varphi$ است که قابل محاسبه است. (لازم به ذکر است که محاسبه تابع معکوس فوق کار نسبتاً زمان‌بری است و کمتر جنبه تستی دارد؛ لذا بهتر است به‌عنوان یک تمرین آن را به‌دست آورید.)

$$NI = \underbrace{R_c}_{\frac{L_c}{\mu_0 A}} \varphi + f(\varphi) \Rightarrow 52 \times 1 = \frac{20 \times 10^{-2}}{120 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-4}} \times \varphi + f(\varphi) \Rightarrow \varphi = 2mWb \Rightarrow B = \frac{\varphi}{A} = \frac{2 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} = 2T$$

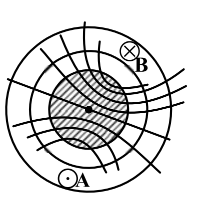
---

**۳ـ گزینه «۱»** اگر از هادی‌های A و B جریان عبور نماید شار مغناطیسی مشابه شکل زیر در سیستم جاری می‌گردد. طبق این شکل دیده می‌شود که حداقل چگالی میدان در این حالت در فاصله هوایی سمت چپ شکل ایجاد می‌گردد. (در فاصله بین هادی A و B در جهت عقربه‌ای ساعت) مقدار این چگالی میدان با توجه به رلوکتانس فواصل هوایی سمت چپ $(R_{g_1})$ و سمت راست $(R_{g_2})$ برابر است با:



$$\varphi = \frac{NI}{R_{g_1} + R_{g_2}} \Rightarrow B_1 = \frac{\varphi}{A_1} \quad A_1 = 2\pi rd\frac{270}{360} \quad A_2 = 2\pi rd\frac{90}{360}$$

در این رابطه r شعاع متوسط فاصله هوایی و d عمق مدار مغناطیسی است:



$$\begin{cases} R_{g_1} = \dfrac{g}{\mu_0 2\pi rd\frac{270}{360}} \\ R_{g_2} = \dfrac{g}{\mu_0 2\pi rd\frac{90}{360}} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{NI}{\frac{360g}{\mu_0 2\pi rd} \times \frac{4}{270}} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 NI}{4g}$$

اگر از هادی‌های $A$ و $C$ جریان عبور نماید:

$$\varphi'=\frac{NI}{R'_{g_۱}+R'_{g_۲}} \Rightarrow B'_۱=\frac{\varphi'}{A'_۱}\ ,\ A'_۱=۲\pi rd\frac{۲۷۰}{۳۶۰}\quad A_۲=۲\pi rd\frac{۱۵۰}{۳۶۰}$$

مشابه حالت قبل داریم:

$$\begin{cases} R'_{g_۱}=\dfrac{g}{\mu_۰ ۲\pi rd\dfrac{۲۷۰}{۳۶۰}} \\ R'_{g_۲}=\dfrac{g}{\mu_۰ ۲\pi rd\dfrac{۹۰}{۳۶۰}} \end{cases} \Rightarrow \varphi'=\frac{NI}{\dfrac{۳۶۰g}{\mu_۰ ۲\pi rd}\dfrac{۳۶}{۳۱۵۰}} \Rightarrow B'_۱=\frac{\mu_۰ NI}{۲/۴g}$$

مجهول تست نسبت $\frac{B'_۱}{B_۱}$ است که برابر است با:

$$\frac{B'_۱}{B_۱}=\frac{۴}{۲/۴}=\frac{۵}{۳}$$

---

**۴ـ گزینه «۴»** چون مشخصه مغناطیسی هسته غیرخطی است. رلوکتانس هسته و در نتیجه اندوکتانس سیم‌پیچ تابعی از نقطه کار مدار است. از آنجایی که ضریب نفوذ هسته همواره برابر شیب مشخصه $B-H$ در هر نقطه کاری است داریم:

$$\mu=\frac{\partial B}{\partial H}=۰/۰۲\frac{۱}{۲\sqrt{H}}=\frac{۰/۰۱}{\sqrt{H}}$$

اگر کلید در وضعیت ۱ باشد:

$$H_۱=\frac{N_۱I}{L_{av}}=\frac{۴۹۰\times۳}{۳۰\times۱۰^{-۲}}=۴۹۰۰\frac{A}{m} \Rightarrow \mu_۱=\frac{۰/۰۱}{\sqrt{۴۹۰۰}}=\frac{۱}{۷۰۰۰}$$

اگر کلید در وضعیت ۲ باشد:

$$H_۲=\frac{N_۲I}{L_{av}}=\frac{۳۶۰\times۳}{۳۰\times۱۰^{-۲}}=۳۶۰۰\frac{A}{m} \Rightarrow \mu_۲=\frac{۰/۰۱}{\sqrt{۳۶۰۰}}=\frac{۱}{۶۰۰۰}$$

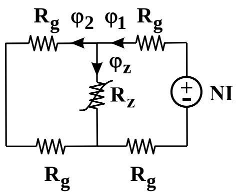
حال که ضرایب نفوذ در هر دو حالت به‌دست آمده می‌توان نوشت:

$$\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{\dfrac{N_۲^۲}{R_{eq_۲}}}{\dfrac{N_۱^۲}{R_{eq_۱}}}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲\frac{R_{eq_۱}}{R_{eq_۲}}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲\frac{\dfrac{L_{av}}{\mu_۱A}}{\dfrac{L_{av}}{\mu_۲A}}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲\frac{\mu_۲}{\mu_۱}=(\frac{۳۶۰}{۴۹۰})^۲=\frac{\dfrac{۱}{۶۰۰۰}}{\dfrac{۱}{۷۰۰۰}} \Rightarrow \frac{L_۲}{L_۱}=۰/۶۳ \Rightarrow L_۲=۰/۶۳L_۱$$

در نتیجه $۳۷\%=۰/۳۷=۰/۶۳-۱$ کاهش اندوکتانس داریم.

---

**۵ـ گزینه «۳»** با توجه به مدار مغناطیسی داده شده، مدار مشابه به‌صورت زیر قابل ترسیم است.




$$\varphi_z=۱mWb \Rightarrow B_z=\frac{۱\times۱۰^{-۳}}{۱۰\times۱۰^{-۴}}=۱T \xrightarrow{\text{مشخصه مغناطیسی}} H_z=۳\frac{kA}{m}$$

$$\theta_z=H_zL_z=۳۰۰۰\times۵۰\times۱۰^{-۲}=۱۵۰۰A.Turns$$

از آنجایی که قطعه شاخه غیرخطی، موازی با قطعه شاخه سمت چپ است، افت پتانسیل هر دو یکسان می‌باشد لذا:

$$\varphi_۲=\frac{\theta_z}{۲R_g}=\frac{۱۵۰۰}{۲\times\dfrac{۲/۴\times۱۰^{-۳}}{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰\times۱۰^{-۴}}}=۰/۳۷۵mWb$$

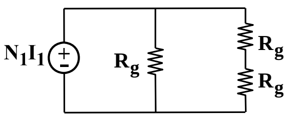
با نوشتن $KCL$ مغناطیسی داریم:

$$\varphi_۱=\varphi_۲+\varphi_z=۰/۳۷۵+۱=۱/۳۷۵mWb$$

حال که فوران تمامی شاخه‌ها و همین‌طور افت پتانسیل شاخه غیرخطی در دسترس است داریم:

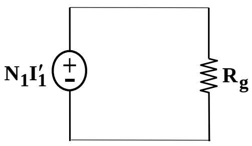
$$NI=۲R_g.\varphi_۱+\theta_z=۲\times\frac{۲/۴\times۱۰^{-۳}}{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۰\times۱۰^{-۴}}\times۱/۳۷۵\times۱۰^{-۳}+۱۵۰۰=۱۰۰۰I \Rightarrow I=۷A$$

**۶ـ گزینه «۳»** در حالتی که کلید K باز است، مدار مشابه به‌صورت زیر خواهد بود:




$$L_{۱۱}=\frac{N_۱^۲}{R_{eq_۱}}=\frac{۳N_۱^۲}{۲R_g}\Rightarrow \vec{I}_۱=\frac{V}{j\omega L_{۱۱}}=\frac{V.۲R_g}{j\omega N_۱^۲}$$

در حالتی که کلید K بسته است، شاخه سمت راست مدار باز می‌گردد لذا:



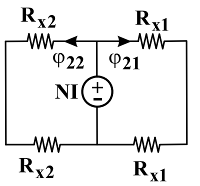

$$L'_{۱۱}=\frac{N_۱^۲}{R_{eq_۲}}=\frac{N_۱^۲}{R_g}\Rightarrow \vec{I}'_۱=\frac{V}{j\omega L'_{۱۱}}=\frac{V.R_g}{j\omega N_۱^۲}$$

مجهول مسئله نسبت جریان حالت دوم به حالت اول است لذا:

$$\frac{\vec{I}'_۱}{\vec{I}_۱}=\frac{\dfrac{V.R_g}{j\omega N_۱^۲}}{\dfrac{V.۲R_g}{j\omega ۳N_۱^۲}}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow |\vec{I}'_۱|=۱/۵|\vec{I}_۱|$$

---

**۷ـ گزینه «۴»** مدار مشابه مغناطیسی به‌صورت زیر است.




$$\varphi_{۲۱}=\frac{N_۱I}{۲R_{x_۱}}=\frac{N_۱I\mu_۰A}{۲x_۱}$$

$$\varphi_{۲۲}=\frac{N_۱I}{۲R_{x_۲}}=\frac{N_۱I\mu_۰A}{۲x_۲}$$

ولتاژ القایی در هر کدام از سیم‌پیچ‌ها از مشتق شار ـ دور به‌دست می‌آید یعنی:

$$e_{۲۱}=-\frac{d\lambda_{۲۱}}{dt}=-N_{۲۱}\frac{d\varphi_{۲۱}}{dt}=-N_{۲۱}\frac{d\varphi_{۲۱}}{dx_۱}\frac{dx_۱}{dt}=-N_{۲۱}\frac{N_۱I\mu_۰A}{۲}\frac{-۱}{x_۲}\times(-V)$$

$$e_{۲۲}=-\frac{d\lambda_{۲۲}}{dt}=-N_{۲۲}\frac{d\varphi_{۲۲}}{dt}=-N_{۲۲}\frac{d\varphi_{۲۲}}{dx_۲}\frac{dx_۲}{dt}=-N_{۲۲}\frac{N_۱I\mu_۰A}{۲}\frac{-۱}{x_۲}\times(V)$$

ولتاژ القایی کل یا همان $e_۲(t)$ از جمع دو ولتاژ فوق به‌دست می‌آید (جهت پیچش سیم‌پیچ‌ها تأثیر مستقیم روی $e(t)$ دارد. اگرچه روی دامنه $e_{۲۱}$ , $e_{۲۲}$ بی‌تأثیر است)

$$e_۲(t)=e_{۲۱}+e_{۲۲}=\frac{N_۱I\mu_۰A}{۲x}(N_{۲۲}-N_{۲۱})$$

---

**۸ـ گزینه «۳»** با توجه به روابط تلفات فوکو، هیسترزیس و تلفات کل (تلفات آهنی) داریم:

$$P_{fe}=K_fB^۲f^۲+K_hB^۲f\xrightarrow{B\sim\frac{V}{f}}P_{fe}\sim V^۲+\frac{V^۲}{f}$$

طبق این رابطه، تلفات هسته با مجذور ولتاژ تغییر می‌نماید، افزایش فرکانس نیز موجب کاهش تلفات هیسترزیس شده پس تلفات کل را کم می‌کند.

---

**۹ـ گزینه «۴»** با توجه به رابطه ولتاژ القایی در مدارات دارای تزویج داریم: (از مقاومت اهمی سیم‌پیچ‌ها صرف‌نظر شده است)

$$\begin{cases}\vec{E}_s=j\omega L_{ss}\vec{I}_s+j\omega L_{sr}\vec{I}_r\\ \vec{E}_r=j\omega L_{rr}\vec{I}_r+j\omega L_{sr}\vec{I}_r\end{cases}$$

از آزمایش اول داریم:

$$\vec{E}_s=j\omega L_{ss}\vec{I}_s\Rightarrow L_{ss}=\frac{۶۲/۸}{۲\pi\times ۵۰\times ۱}=۰/۲H$$

از آزمایش دوم داریم:

$$\vec{E}_r=j\omega L_{rr}\vec{I}_r\Rightarrow L_{rr}=\frac{۳۱/۴}{۲\pi\times ۵۰\times ۲/۵}=۰/۰۴H$$

برای محاسبه اندوکتانس متقابل داریم: (می‌توان از رابطه $E_s$ نیز استفاده نمود)

$$\vec{E}_r=j\omega L_{rr}\vec{I}_r+j\omega L_{sr}\vec{I}_s\xrightarrow[I_r=۰]{}L_{sr}=\frac{۲۵/۱۲}{۲\pi\times ۱\times ۵۰}=۰/۰۸H$$

**۱۰ـ گزینه «۳»** چون دو سیم‌پیچ سری است پس جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌نماید لذا: (ضمناً تزویج نیز منفی است)

$$\begin{cases}\vec{E}_1 = j\omega L_{11}\vec{I}_1 - j\omega L_{12}\vec{I}_2 \\ \vec{E}_2 = j\omega L_{22}\vec{I}_2 - j\omega L_{12}\vec{I}_1\end{cases} \xrightarrow{\vec{I}_1=\vec{I}_2} \frac{|\vec{E}_1|}{|\vec{E}_2|} = \frac{L_{11}-L_{12}}{L_{22}-L_{21}}$$

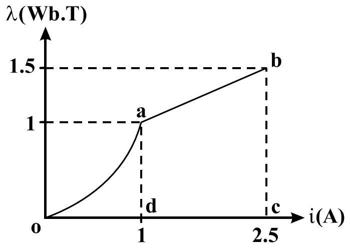
برای محاسبه اندوکتانس‌ها با توجه به ابعاد و اندازه فواصل هوایی و همین‌طور تعداد دور سیم‌پیچ‌ها داریم:

$$\left.\begin{aligned} L_{11} &= \frac{6N_1^2}{14R_g} \\ L_{22} &= \frac{3N_2^2}{14R_g} \\ L_{12} &= \frac{N_1N_2}{7R_g}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{|\vec{E}_1|}{|\vec{E}_2|} = \frac{\frac{6}{14}N_1^2 - \frac{1}{7}N_1N_2}{\frac{3}{14}N_2^2 - \frac{1}{7}N_1N_2} \xrightarrow{N_2=2N_1} \frac{|\vec{E}_1|}{|\vec{E}_2|} = \frac{1}{4}$$

## پاسخنامه تشریحی آزمون خودسنجی فصل دوم

### «آزمون (۱)»

**۱ـ گزینه «۴»** سطح زیر منحنی بیانگر شبه‌انرژی (کوانرژی) مدار است که می‌توان آن را به‌صورت زیر یافت:




$$\left.\begin{aligned} W'_{fld} &= S_{oabcdo} = S_{oado} + S_{abcda} \\ S_{oado} &= \int_0^1 i^2 di = \frac{1}{3} i^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3}\,j \\ S_{abcda} &= abcda \text{ مساحت ذوزنقه} = \frac{(1+1/5)\times 1/5}{2} = 1/875\,j \end{aligned}\right\} \Rightarrow W'_{fld} = \frac{1}{3} + 1/875 \simeq 2/2\,j$$

برای محاسبه انرژی ذخیره شده کافی است مقدار کوانرژی را از مقدار سطح کل کم نمود:

$$W_{fld} = \lambda i - W'_{fld} = (1/5 \times 2/5) - 2/2 = 1/55\,j$$

---

**۲ـ گزینه «۳»** گشتاور تولیدی متناسب با نرخ تغییرات اندوکتانس متقابل سیم‌پیچ‌ها است یعنی:

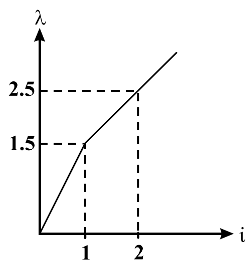
$$T_e = I_s I_r \frac{dM_{sr}}{d\theta} = 1 \times 1 \times \frac{d}{d\theta}(\cos\theta_r \times 10^{-3}) = -10^{-3} \sin\theta_r \xrightarrow{\theta_r = 90^\circ} T_e = -1\,mNm$$

---

**۳ـ گزینه «۲»** طبق رابطه $W_{fld} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}V$، انرژی ذخیره شده در میدان متناسب با حجم هسته است؛ از آنجایی‌که حجم فاصله هوایی $2mm$ دو برابر حجم فاصله هوایی $1mm$ است (با فرض برابری سطح مقاطع) پس انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی بزرگ‌تر ۲ برابر انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی کوچک‌تر است.

---

**۴ـ گزینه «۱»** با توجه به نقاط داده شده، مشخصه به‌صورت زیر ترسیم می‌گردد.




$$W'_{fld} = \text{سطح زیر منحنی} = \frac{1 \times 1/5}{2} + \frac{(1/5 + 2/5) \times 1}{2} = 2/75\,j$$

$$W_{fld} = \text{سطح بالای منحنی} = \text{سطح کل} - W_{fld} = (2/5 + 2) - 2/75 = 2/75\,j$$

---

**۵ـ گزینه «۴»** چون هسته ایده‌آل است پس کل انرژی در فواصل هوایی ذخیره می‌گردد، ضمناً چون هر دو فاصله هوایی دارای حجم یکسان هستند پس انرژی ذخیره شده به آن‌ها نیز یکسان است لذا:

$$\left\{\begin{aligned} W_{fld} &= \left(\frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_0} \times V_{ag}\right) \times 2 \\ B_{ag} &= \frac{\varphi_{ag}}{A_{ag}} = \frac{1 \times 10^{-3}}{5 \times 5 \times 10^{-4}} = 0/4\,T \\ V_{ag} &= L_{ag} \times A_{ag} = (10 \times 10^{-3}) \times (5 \times 5 \times 10^{-4}) = 25 \times 10^{-6}\,m^3 \end{aligned}\right. \Rightarrow W_{fld} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{0/4^2}{4\pi \times 10^{-7}} \times 25 \times 10^{-6}\right) \times 2 \simeq 3/18\,j$$

**۶ـ گزینه «۳»** از آنجایی‌که نیرو، مشتق انرژی ذخیره شده در میدان است ابتدا باید معادله انرژی را به‌دست آورد:

$$\begin{cases} W'_{fld} = \int \lambda di \\ \lambda = (۳+x)\sqrt{i} \end{cases} \Rightarrow W'_{fld} = \int (۳+x)\sqrt{i}di = \frac{۲}{۳}(۳+x)i^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{۲}{۳}i^{\frac{۳}{۲}} \xrightarrow{i=۱A} F_e = \frac{۲}{۳}N$$

---

**۷ـ گزینه «۱»** در یک سیکل کاری داریم:

$$\Delta W_{mech} = S_{OABCO} = (\frac{۱\times۴}{۲} + \frac{(۴+۵)\times۱}{۲}) - (\frac{۲\times۳}{۲}) = ۳/۵\, j$$

$$\Delta W_{fld} = S_{OCBDO} = \frac{۴\times۱}{۲} + \frac{(۱+۲)\times۱}{۲}) = ۳/۵\, j$$

$$R = \frac{\Delta W_{mech}}{\Delta W_{elec}} = \frac{\Delta W_{mech}}{\Delta W_{mech} + \Delta W_{fld}} = \frac{۳/۵}{۳/۵+۳/۵} = ۰/۵ \text{ یا } \%۵۰$$

---

**۸ـ گزینه «۱»** لازم است معادله داده شده را با فرم کلی معادله گشتاور مقایسه نمود:

$$T_e = \frac{۱}{۲}i_s^۲\frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{۱}{۲}i_r^۲\frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r\frac{dL_{sr}}{d\theta} = i_s^۲\sin\theta + ۰/۱ i_s i_r$$

با مقایسه جملات مشابه داریم:

$\frac{۱}{۲}\frac{dL_{ss}}{d\theta} = \sin\theta \neq ۰ \Rightarrow$ رتور قطب برجسته است.

$\frac{dL_{sr}}{d\theta} = ۰/۱$

$\frac{۱}{۲}i_r^۲\frac{dL_{rr}}{d\theta} = ۰ \begin{cases} \frac{dL_{rr}}{d\theta} = ۰ \Rightarrow \text{استاتور قطب صاف است} \\ \text{یا} \\ i_r = ۰ \Rightarrow \end{cases}$ غیرقابل قبول است چون $i_r$ در جمله دیگر دیده می‌شود.

در نتیجه استاتور دارای قطب صاف و رتور دارای قطب برجسته است.

---

**۹ـ گزینه «۱»** $\frac{dL_{rr}}{d\theta} \neq ۰$ است و $\frac{dL_{ss}}{d\theta} = ۰$ است یعنی استاتور برجسته و رتور صاف است ضمن اینکه ضریب $\theta$ در معادله $L_{rr}$ که بیانگر تعداد قطب‌ها است برابر ۶ است. استاتور صاف و رتور برجسته می‌تواند مربوط به یک ماشین DC یا یک ماشین سنکرون باشد اما با توجه به تعداد قطب‌ها فقط گزینه (۱) صحیح است.

---

**۱۰ـ گزینه «۴»** با توجه به اینکه توزیع اندوکتانس دارای هارمونیک است سرعت‌های پایدار عبارت‌اند از:

$$\omega_m = \pm\frac{\omega_s}{\frac{۱}{۲}n_۱} , \pm\frac{\omega_s}{\frac{۱}{۲}n_۲} = \pm\frac{۲\pi\times۶۰}{\frac{۱}{۲}\times۴} , \pm\frac{۲\pi\times۶۰}{\frac{۱}{۲}\times۸} = \pm۶۰\pi , \pm۳۰\pi\frac{rad}{s}$$

---

## «آزمون (۲)»

**۱ـ گزینه «۱»** با توجه به منحنی داده شده معادله اندوکتانس متقابل به‌صورت $M_{12}(\theta_r) = 0/05\cos 2\theta_r$ است. از آنجایی که اندوکتانس‌های خودی مستقل از $\theta_r$ داده شده‌اند، فقط گشتاور الکترومغناطیسی موجود است.

$$T_e = I_{s_{rms}} I_{r_{rms}} \frac{dM_{12}(\theta_r)}{d\theta_r} = \xrightarrow{I_{1rms}=I_{2rms}=\frac{\frac{10}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}=5A} T_e = 5\times 5\times \frac{d}{d\theta_r}(0/05\cos 2\theta_r)$$

$$\Rightarrow\ T_e = 25(-0/05\times 2\sin 2\theta_r)\Big|_{\theta_r=45^\circ} = -2/5\ \text{N.m}$$

---

**۲ـ گزینه «۱»** نیرو، مشتق انرژی ذخیره شده در میدان است، لذا ابتدا باید انرژی ذخیره شده را محاسبه نمود. با توجه به اینکه معادله $\lambda$ نسبت به $i$ خطی است یعنی سیستم دارای رفتار مغناطیسی خطی است لذا:

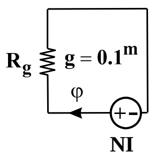
$$W'_{fld} = W_{fld} = \frac{1}{2}\lambda i = \frac{1}{2} i^2 \sqrt{x}\ \Rightarrow\ F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

چون گزینه‌ها بر حسب $\lambda$ داده شده‌اند داریم:

$$\lambda = i\sqrt{x}\ \Rightarrow\ i = \frac{\lambda}{\sqrt{x}}\ \Rightarrow\ F_e = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{x}\times\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\lambda^2}{4\sqrt{x^3}}$$

---

**۳ـ گزینه «۲»** چنانچه $x = 0$ گردد فقط یک فاصله هوایی به‌طول $0/1$ در شاخه سمت چپ باقی خواهد ماند لذا مدار مشابهی به‌صورت زیر قابل ترسیم است:

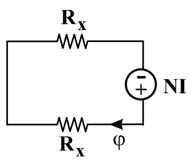



$$\varphi = \frac{NI}{R_g} = \frac{NI\mu_\circ A}{g}\ \Rightarrow\ F_e = -\frac{1}{2}\varphi^2 \frac{dR_g}{dg} = -\frac{1}{2}\left(\frac{NI\mu_\circ A}{g}\right)^2 \frac{d}{dg}\left(\frac{g}{\mu_\circ A}\right)$$

$$\Rightarrow\ F_e = -\frac{1}{2}\frac{N^2 I^2 \mu_\circ A}{g^2} \xrightarrow{g=0/1m} F_e = -50 N^2 \mu_\circ A I^2$$

---

**۴ـ گزینه «۲»** مشابه تست قبل (چون سیستم خطی است) می‌توان نیرو را از مشتق رلوکتانس فواصل هوایی به‌دست آورد. البته باید دقت نمود که دو نیرو ناشی از دو فاصله هوایی داریم که هر دو در یک جهت می‌باشند لذا می‌توان نیروی کل را دو برابر نیروی هر فاصله هوایی در نظر گرفت.




$$\varphi = \frac{NI}{2R_x} = \frac{NI\mu_\circ A}{2x}$$

$$F_e = \left[-\frac{1}{2}\left(\frac{NI\mu_\circ A}{2x}\right)^2 \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\mu_\circ A}\right)\right]\times 2\ \Rightarrow\ F_e = -\frac{1}{4}\underbrace{N^2\mu_\circ A}_{K}\frac{I^2}{x^2} = -\frac{1}{4}K\frac{I^2}{x^2}$$

---

**۵ـ گزینه «۳»** اول اینکه سیستم داده شده دارای رفتار مغناطیسی خطی است، دوم اینکه حرکت از نوع جریان ثابت یا حرکت بسیار کند است. در این نوع حرکت داریم:

$$\Delta W_{mech} = +\Delta W_{fld} = \frac{1}{2}\Delta L I^2 = \frac{1}{2}(L_2 - L_1)I^2 = \frac{1}{2}(1-0/5)\times 2^2 = 1\,j$$

---

**۶ـ گزینه «۲»** در حالتی که جرم $M$ در آستانه بلند شدن قرار می‌گیرد نیروی الکترومغناطیسی سیم‌پیچ $(F_e)$ برابر نیروی وزن قطعه $(M)$ می‌گردد، لذا باید این دو نیرو را محاسبه و برابر یکدیگر قرار داد. چون سیستم دارای رفتاری خطی است نیرو به راحتی به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_e = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx} \xrightarrow{L=\frac{N^2}{2R_x}=\frac{N^2\mu_\circ A}{2x}} F_e = \frac{1}{2}I^2\frac{d}{dx}\left(\frac{N^2\mu_\circ A}{2x}\right) = \frac{1}{2}I^2\frac{N^2\mu_\circ A}{2}\,\frac{-1}{x^2}$$

با مساوی قرار دادن این نیرو، با نیروی وزن داریم:

$$|F_e| = Mg\ \Rightarrow\ \frac{1}{2}\frac{I^2 N^2 \mu_\circ A}{2}\frac{-1}{x^2} = Mg\ \Rightarrow\ I = \frac{2x}{N}\sqrt{\frac{Mg}{\mu_\circ A}}$$

**۷ـ گزینه «۲»** انرژی در این مدار در دو قسمت ذخیره می‌گردد، یکی در هسته مغناطیسی و دیگری در فاصله هوایی. برای محاسبه انرژی ذخیره شده در هسته چون مشخصه $B-H$ داده شده، ناچاریم ابتدا چگالی انرژی ذخیره‌شده را به‌صورت زیر به‌دست آوریم:

$$B_c = 1T \xrightarrow{\text{مشخصه}} H_c = 500\frac{A}{m}$$

حال باید سطح زیر منحنی نقطه $300\frac{A}{m}$ و $1T$ را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$D_{fld_c} = \frac{100\times 0/8}{2} + \frac{(100+300)\times 0/2}{2} = 80\frac{j}{m^2}$$

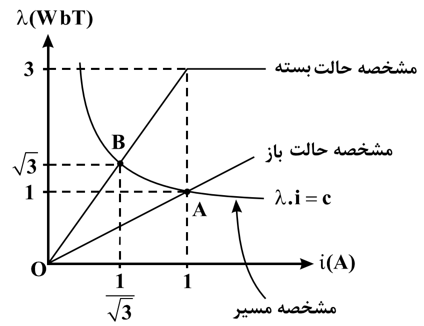
$$\begin{cases} V_c = L_{av}.A \\ L_{av} = \frac{2\pi r_{av}}{2} + L_{ag} + 2r_{av} + 1 + 1 = 102\,cm \Rightarrow V_c = 510\,cm^3 \\ A = (21-19)\times 2/5 = 5\,cm^2 \end{cases}$$

در بخش فاصله هوایی، چون همواره رفتار خطی است $W_{fld_{ag}} = \frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_0}V_{ag}$ خواهد بود لذا:

$$W_{fld} = W_{fld_c} + W_{fld_{ag}} = (510\times 10^{-6}\times 80) + \frac{1}{2}\frac{1^2}{10^{-6}}(0/2\times 10^{-3}\times 2\times 10^{-2}\times 2/5\times 10^{-2}) = 90/8\,mj$$

---

**۸ـ گزینه «۳»** مشخصه $\lambda - i$ از روی معادلات دو حالت داده شده به‌صورت زیر ترسیم می‌گردد:




$$A:\quad \lambda.i = C \Rightarrow C = 1$$

$$B:\quad 3i = \frac{1}{i} \Rightarrow i = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \lambda = \sqrt{3}\quad Wb.T$$

$$W_{mech} = S_{OABO} = S_{OBDO} + S_{ABDC} - S_{OACDO} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}}{2} + \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1}\lambda di - \frac{1\times 1}{2} = Ln\sqrt{3}\quad j$$

---

**۹ـ گزینه «۳»** انرژی ذخیره شده در میدان سطح بالای منحنی $\lambda - i$ است لذا:

$$\begin{cases} W_{fld} = \int i d\lambda \\ \lambda = ai^2(x-b)^2 \Rightarrow d\lambda = 2ai(x-b)^2 di \end{cases} \Rightarrow W_{fld} = \frac{2}{3}ai^3(x-b)^2$$

طبق این معادله به‌ازاء $x=0$ همواره $W_{fld} > 0$ بوده و با افزایش $x$ از صفر تا $x=b$ مقدار $W_{fld}$ کاهش یافته (و در $x=b$ به صفر رسیده) و سپس برای $x>b$ افزایش می‌یابد.

---

**۱۰ـ گزینه «۳»** ابتدا شار دور هر سیم‌پیچ را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_1 = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i_1} = \frac{x+0/1}{2x+0/2}\sqrt{i_2}\times 2i_1 = 4\ WbT$$

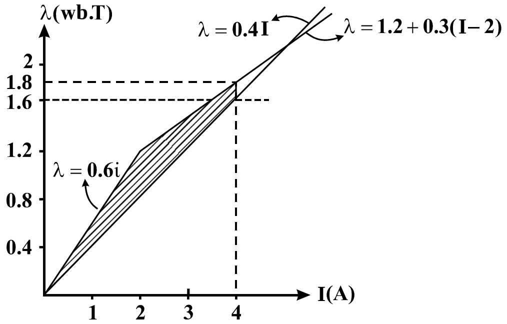
$$\lambda_2 = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i_2} = \frac{x+0/1}{2x+0/2}i_1^2\frac{1}{2\sqrt{i_2}} = \frac{1}{2}\ WbT$$

با جایگذاری در رابطه اصلی شار دور / انرژی داریم:

$$W_{fld} + W'_{fld} = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 \Rightarrow W_{fld} + \frac{0/5+0/1}{2\times 0/5+0/2}\times 2^2\sqrt{4} = (4\times 2) + (\frac{1}{2}\times 4) \Rightarrow W_{fld} = 6\,j$$

## «آزمون (۳)»

**۱ـ گزینه «۴»** برای محاسبه نیروی متوسط لازم است ابتدا متوسط کار مکانیکی حین حرکت را محاسبه نمود. برای این منظور لازم است منحنی‌های $\lambda - i$ در وضعیت‌های باز و بسته را به دقت ترسیم و سطح محصور بین دو منحنی را به‌صورت زیر محاسبه نمود.




$$\Delta W_{mech} = \text{سطح محصور بین دو منحنی} = ۱\,j$$

$$F_{e_{av}} = \frac{\Delta W_{mech}}{\Delta x} = \frac{۱}{۰/۰۲} = ۵۰\,N$$

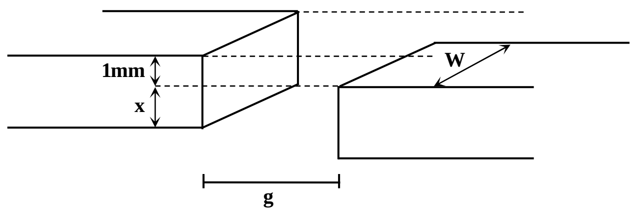
**۲ـ گزینه «۲»** چون حرکت پیستون آرام فرض شده است، حرکت با جریان ثابت می‌باشد. از آنجایی‌که در این حرکت $\Delta W_{mech} = \Delta W_{fld}$ است کافی است تغییرات انرژی ذخیره شده در مدار در حین حرکت محاسبه گردد.ضمناً چون رفتار مغناطیسی سیستم خطی است داریم:

$$\Delta W_{fld} = \frac{۱}{۲}\Delta L I^{۲} = \frac{۱}{۲}(L_{۲} - L_{۱})I^{۲} = \frac{۱}{۲}N^{۲}\mu_{\circ}A\left(\frac{۱}{g_{۲}} - \frac{۱}{g_{۱}}\right)I^{۲}$$

با جایگذاری مقادیر داده شده در تست داریم:

$$\Delta W_{fld} = \Delta W_{mech} = ۲/۷\,j$$

**۳ـ گزینه «۳»** در حالت کلی در این سیستم دو نیرو ایجاد می‌گردند، یکی نیرویی که درصدد هم‌محور کردن قطب‌ها است (نیروی محوری) تا با افزایش سطح مقطع، رلوکتانس را کم کند و دیگری نیروی جاذبه است که هدف آن کاهش طول فاصله هوایی $(g)$ است تا رلوکتانس را کاهش دهد. البته در این تست فقط نیروی محوری خواسته شده است. برای محاسبه این نیرو ابتدا لازم است معادله رلوکتانس فاصله هوایی به‌صورت زیر استخراج گردد.




$$R_g = \frac{g}{\mu_{\circ}x.W}$$

$$\varphi = B.A = B.x.W$$

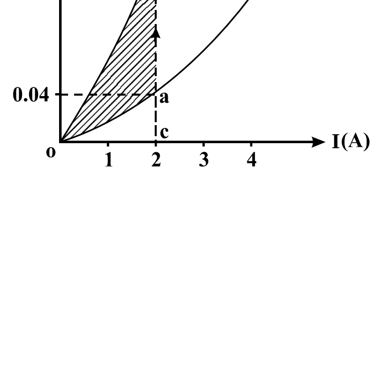
معادله انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی عبارت است از:

$$W_{fld} = \frac{۱}{۲}\varphi^{۲}R_g = \frac{۱}{۲}(B.x.W)^{۲}\frac{g}{\mu_{\circ}x.W} = \frac{۱}{۲}\frac{gB^{۲}xW}{\mu_{\circ}}$$

نیرو، مشتق انرژی ذخیره شده است، نسبت به متغیری که با حرکت قطعه متحرک مقدار آن تغییر نماید، پس باید نسبت به $x$ مشتق گرفت:

$$F_e = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = -\frac{۱}{۲}\frac{gB^{۲}W}{\mu_{\circ}} \xrightarrow[\substack{B=۰/۸T \\ g=۳mm \\ \mu_{\circ}=۴\pi\times۱۰^{-۷}}]{W=۶mm} F_e = ۴/۵۸N$$

**۴ـ گزینه «۲»** ابتدا لازم است مشخصه $\lambda - I$ مبدل را به‌ازاء $x$های داده شده ترسیم نمود:




$$\Delta W_{mech} = S_{oabo} = S_{obco} - S_{oaco} = \int_{\circ}^{۲}\frac{۱}{۲۰\times۱}i^{۲}di - \int_{\circ}^{۲}\frac{۱}{۲۰\times۵}i^{۲}di = \frac{۸}{۷۵}\,j$$

حال که متوسط کار مکانیکی به‌دست آمد می‌توان نیروی متوسط را به‌صورت زیر یافت:

$$F_{e_{av}} = \frac{\Delta W_{mech}}{\Delta x} = \frac{\frac{۸}{۷۵}}{(۵-۱)\times۱۰^{-۳}} = \frac{۸۰}{۳۰}N$$

دقت شود از آنجایی‌که در معادله $\lambda - I$ متغیر $x$ برحسب میلی‌متر بیان شده است نیازی به اعمال ضریب تبدیل (به متر) در هنگام محاسبه $\Delta W_{mech}$ نداریم.

**۵ـ گزینه «۳»** مشخصه $\lambda - I$ در دسترس است، لذا برای محاسبه نیرو (و به‌دست آوردن شرط حداکثر شدن آن) می‌توان کوانرژی را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$W'_{fld} = \int \lambda di = \frac{۱}{۳} xi^۳ + \frac{۱}{۲} i^۲ \sin(x - ۰/۱)$$

با مشتق‌گیری نسبت به x داریم:

$$F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{۱}{۳} i^۳ + \frac{۱}{۲} i^۲ \cos(x - ۰/۱)$$

واضح است که اگر $\cos(x - ۰/۱) = ۱$ شود، نیرو حداکثر می‌شود لذا:

$$\cos(x - ۰/۱) = ۱ \Rightarrow x - ۰/۱ = ۰ \Rightarrow x = ۰/۱ mm$$

---

**۶ـ گزینه «۴»** چنانچه در معادله $\lambda - I$ داده شده از i فاکتور بگیریم داریم:

$$\lambda = [K \sin(\frac{x}{a})\pi - x]i \Rightarrow \frac{\lambda}{i} = L = K\sin(\frac{x}{a}\pi) - x$$

یعنی سیستم خطی با اندوکتانس به‌دست‌آمده در فوق در دسترس است، لذا به‌راحتی می‌توان نیرو را به‌صورت زیر یافت:

$$F_e = \frac{۱}{۲} i^۲ \frac{dL}{dx} = \frac{۱}{۲} i^۲ K \frac{\pi}{a}[\cos(\frac{x\pi}{a}) - ۱] = \frac{K\pi}{۲a} i^۲ (\cos(\frac{x\pi}{a}) - ۱)$$

---

**۷ـ گزینه «۴»** سیستم دو تحریکه غیرخطی است لذا:

$$W'_{fld} = \int (\lambda_۱ di_۱ + \lambda_۲ di_۲)\Big|_{i_۲ = ۰} + \int (\lambda_۱ di_۱ + \lambda_۲ di_۲)\Big|_{i_۱ = ۰} = \int x^۲ i_۱^۲ di_۱ + \int xi_۱ di_۲ + \int xi_۲ di_۱ + \int x^۲ i_۲^۲ di_۲$$

$$= \frac{۱}{۳} x^۲ i_۱^۳ + xi_۱ i_۲ + xi_۲ i_۱ + \frac{۱}{۳} x^۲ i_۲^۳ = \frac{۱}{۳} i_۱^۳ x^۲ + ۲xi_۱ i_۲ + \frac{۱}{۳} i_۲^۳ x^۲$$

مشتق کوانرژی نسبت به جابه‌جایی x، نیروی الکترومغناطیسی را می‌دهد لذا:

$$F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{۲}{۳} xi_۱^۳ + \frac{۲}{۳} xi_۲^۳ + ۲i_۱ i_۲ = \frac{۲}{۳} x(i_۱^۳ + i_۲^۳) + ۲i_۱ i_۲$$

---

**۸ـ گزینه «۳»** نیروی الکترومغناطیسی از مشتق انرژی ذخیره شده نسبت به جابه‌جایی x به‌دست می‌آید لذا:

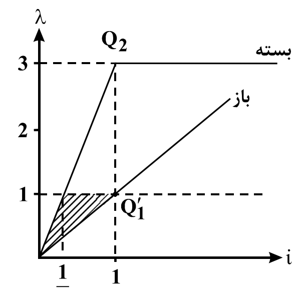
$$W_{fld} = \int id\lambda = \frac{I_۰}{۱ + cx} \int (a\lambda + b\lambda^۳) d\lambda = \frac{I_۰}{۱ + cx}(\frac{a}{۲}\lambda^۲ + \frac{b}{۴}\lambda^۴)$$

با مشتق‌گیری داریم:

$$F_e = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = I_۰(\frac{a}{۲}\lambda^۲ + \frac{b}{۴}\lambda^۴)\frac{-C}{(۱ + cx)^۲}$$

---

**۹ـ گزینه «۴»** در حالتی‌که منبع ولتاژ اعمال شود، حرکت بسیار سریع و درحالت دوم بسیار آهسته است. جریان نیز در هر دو حالت 1A است لذا:




$$\text{حالت۱}: \Delta W_{mech_۱} = \frac{۱ \times ۱}{۲} - \frac{۱ \times \frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۱}{۳} j \Rightarrow \frac{F_{e_{av_۲}}}{F_{e_{av_۱}}} = \frac{\Delta W_{mech_۲}}{\Delta W_{mech_۱}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۳}} = ۳$$

$$\text{حالت۲}: \Delta W_{mech_۱} = \frac{۱ \times ۳}{۲} - \frac{۱ \times ۱}{۲} = ۱ j$$

---

**۱۰ـ گزینه «۴»** فرمت داده شده برای $W_{fld}$ استاندارد نیست، لذا باید از این معادله‌ها رابطه $\lambda - i$ را یافته و در نهایت $W_{fld}$ را در فرمت استاندارد نوشت لذا:

$$i = \frac{\partial W_{fld}}{\partial i}\frac{\partial i}{\partial \lambda} = \frac{۳}{۲}(۱ + x) i^{\frac{۱}{۲}} \frac{di}{d\lambda} \Rightarrow \lambda = ۳(۱ + x) i^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow i = \frac{\lambda^۲}{۹(۱ + x)^۲} \Rightarrow W_{fld} = \int \frac{\lambda^۲}{۹(۱ + x)^۲} d\lambda = \frac{\lambda^۳}{۲۷(۱ + x)^۲}$$

$$\Rightarrow F_e = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = \frac{-۲\lambda^۳}{۲۷(۱ + x)^۳} \Rightarrow \Delta W_{mech} = \int F_e dx = ۲۰ mj$$

## پاسخنامه تشریحی آزمون خودسنجی فصل سوم

### «آزمون (۱)»

**۱ـ گزینه «۳»** تعداد پله‌های مقاومت راه‌انداز به‌صورت زیر قابل محاسبه است.

$$n=\frac{\log\frac{R_a}{R_۱}}{\log\alpha}\xrightarrow[R_۱=\frac{V_t}{I_{a_{min}}}=\frac{۳۵۰}{۲\times۳۵۰}=\frac{۱}{۲}]{\alpha=\frac{I_{a_{min}}}{I_{a_{max}}}=\frac{۱}{۲}} n=\frac{\log\frac{۰/۰۵}{\frac{۱}{۲}}}{\log\frac{۱}{۲}}=\frac{\log\frac{۱}{۱۰}}{\log\frac{۱}{۲}}=\frac{\log۱-\log۱۰}{\log۱-\log۲}=۳$$

---

**۲ـ گزینه «۲»** رابطه راندمان در حالت موتوری به‌صورت زیر است:

$$\eta=\frac{E_{a_{FL}}I_{a_{FL}}-P_{rot}}{V_tI_{L_{FL}}}$$

باید دقت داشت که اولاً تلفات گردشی برابر همان توان الکترومغناطیسی در حالت بی‌باری است یعنی: $P_{rot}=E_{a_{NL}}I_{a_{NL}}$

و ثانیاً برای محاسبه جریان آرمیچر می‌توان توان خروجی و ورودی را یکسان فرض نمود، اگر چه این امر تقریب ایجاد می‌کند؛ اما روش مناسبی برای محاسبه جریان است. لذا:

$$\left.\begin{array}{l}I_{L_{NL}}=۳A\\ I_{f_{NL}}=\frac{۵۰۰}{۲۵۰}=۲A\end{array}\right.\Rightarrow I_{a_{FL}}=۳-۲=۱A\Rightarrow E_{a_{NL}}=۵۰۰-۰/۵\times۱=۴۹۹/۵V$$

تلفات گردشی برابر است با:

$$P_{rot}=E_{a_{NL}}I_{a_{NL}}=۴۹۹/۵\times۱=۴۹۹/۵W$$

در بار کامل داریم:

$$I_{L_{FL}}=\frac{۲۰۰۰۰}{۵۰۰}=۴۰A\Rightarrow I_{a_{FL}}=۴۰-۲=۳۸A$$

$$E_{a_{FL}}=۵۰۰-۰/۵\times۳۸-۱=۴۸۰V$$

راندمان بار کامل برابر است با:

$$\eta=\frac{۴۸۰\times۳۸-۴۹۹/۵}{۲۰۰۰۰}=۸۸/۷\%$$

---

**۳ـ گزینه «۴»** شکل موج توزیع فضایی شار بر گشتاور و ولتاژ آرمیچر بی‌تأثیر است.

---

**۴ـ گزینه «۴»** آمپر دور آرمیچر نسبت به آرمیچر گردان و نسبت به تحریک ساکن است.

---

**۵ـ گزینه «۱»** هر چقدر توزیع سیم‌پیچی آرمیچر بیشتر باشد گشتاور تولید تغییرات کمتری خواهد داشت.

---

**۶ـ گزینه «۳»** طبق روابط $P_f\sim B^۲f^۲\sim\varphi^۲f^۲$ و $P_h\sim B^nf\sim\varphi^nf$ تلفات فوکو و هیسترزیس متناسب با دامنه فوران و فرکانس ولتاژ القایی است. از آنجایی‌که فرکانس ولتاژ القایی نیز خود متناسب با سرعت گردش است پس تلفات هسته متناسب با سرعت گردش و دامنه فوران است.

---

**۷ـ گزینه «۲»** به دلیل ایجاد اشباع شیب مشخصه گشتاور / سرعت موتور تغییر می‌نماید.

---

**۸ـ گزینه «۳»** مقاومت اهمی آرمیچر نقش مهمی در بحث راندمان حداکثر دارد لذا ابتدا مقدار آن را محاسبه می‌نماییم:

$$\eta = \frac{P_۲}{P_۲ + P_{cu} + P_{rot}} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{۲۰۰\times۱۹۶}{۲۰۰\times۱۹۶ + P_{cu} + ۷۲۰} \Rightarrow P_{cu} = ۳۶۳۵/۵\,W = R_a I_a^۲ + R_f I_f^۲$$

$$\xrightarrow[I_a = ۱۹۶+۴ = ۲۰۰\,A]{I_f = \frac{۲۰۰}{۵۰} = ۴\,A} (R_a + ۲۰۰^۲) + (۵۰\times۴^۲) = ۳۶۳۵/۵ \Rightarrow R_a = ۰/۰۹\Omega$$

با توجه به رابطه راندمان حداکثر در مولد شنت داریم:

$$-R_a I_a^۲ + ۲R_a I_f I_a + (V_t I_f + P_{rot}) = ۰ \Rightarrow -۰/۰۹ I_a^۲ + (۲\times۰/۰۹\times۴\times I_a) + (۲۰۰\times۴\times۷۲۰) = ۰ \Rightarrow I_a|_{\eta_{max}} = ۱۴۰A$$

$$\Rightarrow \frac{I_a|_{\eta_{max}}}{I_{a_n}} = \frac{۱۴۰}{۲۰۰} = ۰/۷ \text{ یا } \%۷۰$$

◆ ◆ ◆ ◆

**۹ـ گزینه «۲»** در موتورهای شنت و مستقل با قطع شدن مدار تحریک، سرعت دوران محور شدیداً بالا می‌رود، اما در موتورهای سری رتور متوقف می‌گردد و در موتور کمپوند بسته به اینکه کدام سیم‌پیچ قطع شود، رفتار متفاوت است.

◆ ◆ ◆ ◆

**۱۰ـ گزینه «۴»** با افزایش ولتاژ تغذیه، عرض از مبدأ زیاد شده و با افزایش مقاومت تحریک شیب مشخصه نسبت به حالت (۱) زیاد می‌شود.

## «آزمون (۲)»

**۱ـ گزینه «۴»** منحنی بی‌باری در سرعت $۶۰۰\text{rpm}$ به‌صورت زیر است:

| $E_a(V)$ | ۱۹۵ | ۲۳۱ | ۲۵۸ | ۲۷۶ | ۲۸۸ | ۲۹۷ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $I_f(A)$ | ۲۵ | ۳۰ | ۳۵ | ۴۰ | ۴۵ | ۵۰ |

در بار $۳۶A$ داریم:

$$E_a = ۲۳۰ - (۰/۲۵ \times ۳۶) = ۲۲۱V$$

جریان تحریک برای تولید همین مقدار ولتاژ القایی در حالت بی‌باری با توجه به جدول فوق برابر است با:

$$I_f = I_a\Big|_{E_a=۲۲۱V} = ۲۸/۶A \xrightarrow{\text{اثر ضدمغناطیسی آرمیچر}} \Delta I_{AR} = ۳۶ - ۲۸/۶ = ۷/۴A$$

در جریان $۶۰A$ این اثر برابر است با:

$$\left(\frac{۶۰}{۳۶}\right)^۲ \times ۷/۴ = ۲۰/۵۶A$$

در نتیجه جریان تحریک در حالت بی‌باری برابر است با:

$$۶۰ - ۲۰/۵۶ = ۳۹/۴۴A$$

با توجه به مشخصه مغناطیسی داریم:

$$E_a\Big|_{I_f=۳۹/۴۴A} = ۲۷۳/۹۸V = K\varphi\omega \Rightarrow K\varphi = \frac{۲۷۳/۹۸}{۶۰۰ \times \frac{۲\pi}{۶۰}} = ۴/۳۶۰۵ \Rightarrow T_e = K\varphi I_a = ۴/۳۶۰۵ \times ۶۰ = ۲۶۱/۶۳\,N.m$$

---

**۲ـ گزینه «۱»** با توجه به نسبت ولتاژهای القایی داریم:

$$\begin{array}{l} I_{a_{NL}} = ۲A \Rightarrow E_{a_{NL}} = ۲۳۰ - ۲\times ۱ = ۲۲۸V \\ I_{a_{FL}} = ۴۰A \Rightarrow E_{a_{FL}} = ۲۳۰ - ۴۰ \times ۱ = ۱۹۰V \end{array} \Rightarrow \frac{E_{a_{FL}}}{E_{a_{NL}}} = \frac{\varphi_{FL}}{\varphi_{NL}}\frac{N_{FL}}{N_{NL}} \Rightarrow \frac{۱۹۰}{۲۲۸} = \frac{\varphi_{FL}}{\varphi_{NL}}\frac{۱۴۰۰}{۱۶۰۰} \Rightarrow \varphi_{FL} = ۰/۹۵۲\varphi_{NL}$$

$$\Rightarrow ۱ - ۰/۹۵۲ = ۴/۷۶\%$$

---

**۳ـ گزینه «۲»** در حالت مولدی $(g)$ داریم:

$$\begin{array}{l} I_{L_g} = \frac{۶۰ \times ۱۰^۳}{۲۰۰} = ۳۰۰A \\ I_{f_g} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰} = ۲A \end{array} \Rightarrow I_{a_g} = ۳۰۲A \Rightarrow E_{a_g} = ۲۰۰ + ۰/۱ \times ۳۰۲ = ۲۳۰/۲V$$

پس از پاره شدن تسمه، ماشین به موتور $(m)$ تبدیل می‌شود لذا:

$$I_{L_m} = \frac{۵ \times ۱۰^۳}{۲۰۰} = ۲۵A \xrightarrow[I_{f_m}=I_{f_g}]{} I_{a_m} = ۲۵ - ۲ = ۲۳A \Rightarrow E_{a_m} = ۲۰۰ - ۰/۱ \times ۲۳ = ۱۹۷/۷V$$

با توجه به رابطه نسبت ولتاژها داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{\varphi_g}{\varphi_m}\frac{N_g}{N_m} \xrightarrow{I_{f_g}=I_{f_m} \Rightarrow \varphi_g=\varphi_m} \frac{۲۳۰/۲}{۱۹۷/۷} = ۱ \times \frac{۵۰۰}{N_m} \Rightarrow N_m = ۴۲۹/۴\,\text{rpm}$$

---

**۴ــ گزینه «۳»** چون سیم‌بندی روی هم ساده است، جریان هر پیچک برابر است بـا: $I_c=\frac{I_a}{a}=\frac{۱۲۰}{۴}=۳۰A$ در نتیجـه ولتـاژ القـایی ترانسـفورمری در پیچک تحت کموتاسیون برابر است با:

$$E_c=L_c\frac{۲I_c}{t_c}=۰/۰۲\times۱۰^{-۳}\times\frac{۲\times۳۰}{t_c}=\frac{۱/۲\times۱۰^{-۳}}{t_c}$$

از طرفی ولتاژ القایی چرخشی در پیچک ۱ دوری برابر است با (تعداد هادی‌ها برابر ۲ و طول سیم‌پیچ نیز $1m$ فرض شده است):

$$E_r=ZB\underbrace{LV}_{\frac{b}{t_c}}=۲\times B\times۱\times\frac{۱۲\times۱۰^{-۳}}{t_c}$$

در کموتاسیون خطی $E_c=E_r$ است لذا:

$$E_c=E_r=\frac{۱/۲\times۱۰^{-۳}}{t_c}=B\frac{۲۴\times۱۰^{-۳}}{t_c}\Rightarrow B=۰/۰۵T=۵۰mT$$

---

**۵ــ گزینه «۲»** ولتاژ القایی در حالت اول برابر است با:

$$E_{a_۱}=۲۰۰-۰/۱\times۵۰=۱۹۵V$$

با کاهش ناگهانی شار، ولتاژ القایی به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند (سرعت به‌علت لختی رتور تغییرات آنی ندارد) لذا:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}\frac{\omega_۱}{\omega_۲}\Rightarrow\frac{۱۹۵}{E_{a_۲}}=\frac{\varphi_۱}{۰/۹\varphi_۲}\times۱\Rightarrow E_{a_۲}=۱۷۷/۵V$$

جریان آرمیچر نیز در همین لحظه برابر مقدار زیر می‌گردد:

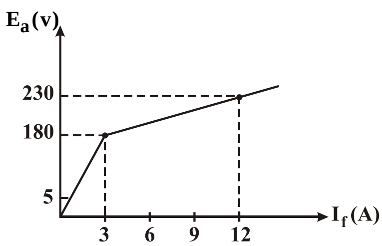
$$I_{a_۲}=\frac{V_t-E_{a_۲}}{R_a}=\frac{۲۰۰-۱۷۷/۵}{۰/۱}=۲۴۵A$$

با توجه به رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{e_۲}}{T_{e_۲}}=\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}\frac{I_{a_۱}}{I_{a_۲}}\Rightarrow\frac{T_{e_۱}}{T_{e_۲}}=\frac{\varphi_۱}{۰/۹\varphi_۱}\frac{۵۰}{۲۴۵}\Rightarrow T_{e_۲}=۴/۴T_{e_۱}$$

---

**۶ــ گزینه «۱»** با رسم نقاط داده شده داریم:




$$R_c=\frac{۱۸۰-۵}{۳-۰}=۵۸/۳۳\Omega\Rightarrow\Delta R_f=R_c-R_f=۵۸/۳۳-۱۹/۲=۳۹/۱۳\Omega$$

---

**۷ــ گزینه «۴»** گام قطبی در ماشین ۴ قطب برابر $\frac{۲\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲}$ رادیان است. با جایگذاری در رابطه تعداد میله‌های جبرانگر داریم:

$$Z_{cw}=\frac{\text{قوس قطب}}{\text{گام قطب}}\frac{Z}{P.a}=\frac{\frac{\pi}{۳}}{\frac{\pi}{۲}}\frac{۲\times۱۸۰}{۴\times۴}=۱۵$$

---

**۸ــ گزینه «۴»** ولتاژ القایی در آرمیچر متناوب است.

---

**۹ـ گزینه «۲»** با فرض خطی بودن مشخصه مغناطیسی داریم:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}}\frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=(\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}})^2=(\frac{N_1}{N_2})^2 \Rightarrow I_{a_2}=I_{a_1}\frac{N_2}{N_1}=20\times\frac{350}{250}=28A$$

با جایگذاری در رابطه اول:

$$\frac{400-1\times 20}{V_{t_2}-1\times 28}=\frac{20}{28}\times\frac{250}{350} \Rightarrow V_{t_2}\simeq 773V$$

---

**۱۰ـ گزینه «۲»** با توجه به رابطه نسبت ولتاژ داریم:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}}\frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{220-(20\times 0/1)}{E_{a_2}}=\frac{20}{16}\times\frac{1000}{1206} \Rightarrow E_{a_2}=210/32V$$

از طرفی در حالتی که رئوستای سری در مدار است داریم:

$$E_{a_2}=V_t-(R_a+R_{ex})I_{a_2} \Rightarrow R_a+R_{ex}=\frac{220-210/32}{16}=0/6 \Rightarrow R_{ex}\simeq 0/5\Omega$$

---

## «آزمون (۳)»

**۱ـ گزینه «۴»** با توجه به رابطه آمپر دور قطب‌های کموتاسیون داریم:

$$AT_{cp}=۲AT_a \Rightarrow N_{cp}I_a=۲(\frac{ZI_a}{۲.a.p}) \Rightarrow N_{cp}=\frac{۷۲۰}{۶\times۶}=۲۰ \text{ دور}$$

---

**۲ـ گزینه «۱»** در حالت کلی لازم است معادله گشتاور سرعت بار (معادله $T_L=۳۱/۲۵\omega$) با معادله گشتاور سرعت موتور (که باید به‌دست آید) برابر هم قرار گیرند. لذا ابتدا معادله گشتاور ـ سرعت موتور را با توجه به مقادیر حالت دائمی متغییرها به‌دست می‌آوریم:

$$I_a=\frac{\frac{P_۲}{\eta}}{V_t}=\frac{\frac{۱۰۰\times۱۰^۳}{۰/۸}}{۲۵۰}=۵۰۰A \ , \ E_a\Big|_{R_a\ ,\ R_s=۰}=V_t=۲۵۰V$$

$$T_e=\frac{P_e}{\omega}=\frac{E_aI_a}{\omega}=\frac{۲۵۰\times۵۰۰}{۲۵۰}=۵۰۰N.m$$

با توجه به فرم کلی معادلات $T_e$ , $E_a$ داریم:

$$T_e=k\varphi I_a=K'I_a^۲ \Rightarrow ۵۰۰=K'\times۵۰۰^۲ \Rightarrow K'=\frac{۱}{۵۰۰}$$

$$E_a=k\varphi\omega=K''I_a\omega \Rightarrow ۲۵۰=K''I_a۵ \Rightarrow K''=\frac{۱}{۵۰۰}$$

حال که ضرایب $K'$ , $K''$ به‌دست آمده می‌توان معادله کلی گشتاور سرعت موتور را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$\begin{cases}T_e=K'I_a^۲\\ E_a=K''I_a\omega \Rightarrow I_a=\frac{E_a}{K''\omega}=\frac{۲۵۰\times۵۰۰}{\omega}\end{cases} \Rightarrow T_e=\frac{۱}{۵۰۰}(\frac{۲۵۰\times۵۰۰}{\omega})^۲=\frac{۲۵۰^۲\times۵۰۰}{\omega^۲}$$

با تساوی مشخصات موتور و بار داریم:

$$T_e=T_L \Rightarrow \frac{۲۵۰^۲\times۵۰۰}{\omega^۲}=۳۱/۲۵\omega \Rightarrow \omega=۱۰۰\frac{rad}{s} \Rightarrow I_a=\frac{۲۵۰\times۵۰۰}{\omega}=۱۲۵۰A \Rightarrow \text{تغییرات جریان}=\frac{۱۲۵۰}{۲۰۰}=۲/۵$$

---

**۳ـ گزینه «۳»** ابتدا معادله جریان آرمیچر را برحسب جریان تحریک نوشته و سپس شرط حداکثر شدن آن را به‌دست می‌آوریم:

$$I_a=\frac{E_a-V_t}{R_a}=\frac{۱۰+۱۰۰e^{۲I_f}-۱۰۰I_f}{۰/۵}=۲۰+۲۰۰e^{۲I_f}-۲۰۰I_f$$

با مشتق‌گیری نسبت به $I_f$ داریم:

$$\frac{dI_a}{dI_f}=۰ \Rightarrow ۴۰۰e^{۲I_f}=۲۰۰ \Rightarrow I_f=\frac{۱}{۲}Ln(\frac{۱}{۲})A$$

البته با اینکه از نظر ریاضی به جواب رسیدیم، اما این پاسخ یک پاسخ فیزیکی نیست!

---

**۴ـ گزینه «۲»** ابتدا آمپر دور اضافی مورد نیاز را جهت تثبیت ولتاژ در مولد شنت به‌دست می‌آوریم:

$$N_f\Delta I_f=۱۵۰۰\times(۵/۸-۴/۱)=۲۵۵۰A.Turns$$

سیم‌بندی سری باید به همین مقدار، آمپر دور ایجاد کند تا با تبدیل مولد به کمپوند مسطح تثبیت ولتاژ داشته باشیم لذا:

$$N_sI_s=۲۵۵۰A.Turns \xrightarrow{I_s=۱۵۰A} I_s=\frac{۲۵۵۰}{۱۵۰}=۱۷A$$

---

**۵ـ گزینه «۱»** چنانچه میزان جابه‌جایی جاروبک‌ها $\gamma_m$، تعداد هادی آرمیچر Z، جریان آن $I_a$ و تعداد مسیر موازی آن a باشد داریم:

$$AT_d=\frac{Z\gamma_mI_a}{۳۶۰a}=\frac{۷۲۰\times۵\times۱۰۰۰}{۳۶۰\times۲۰}=۵۰۰A.Turns$$

---

**۶ـ گزینه «۲»** ابتدا سهم جریان یکی از مولدها را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{L_1}=\frac{(E_{a_1}-E_{a_2})+R_{a_2}I_L}{R_{a_1}+R_{a_2}}=\frac{(306-300)+0/06\times 200}{0/09-0/06}=120A$$

حال که سهم جریان مولد (۱) به‌دست آمده با صرف‌نظر از جریان تحریک می‌توان نوشت: $(I_{a_1}=I_{L_1})$

$$V_{t_1}=V_{t_2}=V_t=E_{a_1}-R_{a_1}I_{a_1}=306-0/09\times 120=295/2V$$

---

**۷ـ گزینه «۱»** در ترکیب داده شده، معادله خط القا به‌صورت $E_a=40I_f$ می‌باشد لذا با قطع دادن این معادله با معادله بخش دوم مشخصه داریم:

$$\begin{cases}E_a=10I_f+140\\ E_a=40I_f\end{cases}\Rightarrow I_f=\frac{14}{3}A\Rightarrow E_a=187V$$

---

**۸ـ گزینه «۲»** ابتدا معادله بخش دوم مشخصه بی‌باری (که معمولاً نقطه کار مولد در این بخش قرار دارد) را در سرعت ۲۰۰۰rpm می‌نویسیم:

$$E_a-200=5(I_f-1)\Rightarrow E_a=5I_f+195$$

حال مشخصه را برای سرعت ۱۲۰۰rpm اصلاح می‌نماییم:

$$E_a=\frac{1800}{2000}(5I_f+195)=4/5I_f+177/5$$

می‌خواهیم ولتاژ بی‌باری ۱۸۹V گردد لذا:

$$E_a=189V\xrightarrow{\text{مشخصه}}I_f=3A$$

از طرفی $I_f=\frac{V_{t_{NL}}}{R_f+R_{adj}}$ است لذا:

$$3=\frac{189}{(\frac{100}{2}\times 3)+R_{adj}}\Rightarrow R_{adj}=13\Omega$$

---

**۹ـ گزینه «۳»** با توجه به رابطه نسبت گشتاورها داریم: (گشتاور بار ثابت است)

$$\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}}=1=\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}}=\frac{\sqrt{N_{s_1}}}{\sqrt{N_{s_2}}}\frac{\sqrt{I_{a_1}}}{\sqrt{I_{a_2}}}\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}}=1\Rightarrow I_{a_2}=\sqrt[3]{\frac{N_{s_1}}{N_{s_2}}}I_{a_1}\Rightarrow I_{a_2}=2I_{a_1}$$

با توجه به رابطه نسبت ولتاژهای القایی داریم:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{\omega_1\varphi_1}{\omega_2\varphi_2}\Rightarrow\frac{2V_{DC}}{V_{DC}}=\frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{\sqrt{N_{s_1}}}{\sqrt{N_{s_2}}}\frac{\sqrt{I_{a_1}}}{\sqrt{I_{a_2}}}\Rightarrow 2=\frac{\omega_1}{\omega_2}\sqrt{\frac{40}{5}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\omega_2=\omega_1$$

---

**۱۰ـ گزینه «۴»** ابتدا معادله توان ـ سرعت موتور را به‌دست می‌آوریم:

$$E_a=k\varphi\omega=25\times 0/02\times\omega=0/5\omega$$

$$I_a=\frac{V_t-E_a}{R_a}=\frac{300-0/5\omega}{0/5}=600-\omega\Rightarrow P_e=E_aI_a=(600-\omega)0/5\omega$$

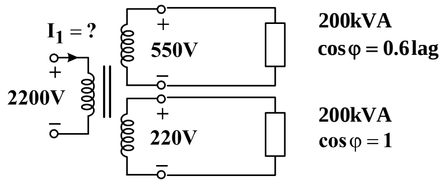
با تساوی این معادله با معادله توانِ بار داریم:

$$P_e=P_L\Rightarrow 300-0/5\omega=0/1\omega\Rightarrow\omega=500\frac{rad}{s}$$

## پاسخنامه تشریحی آزمون خودسنجی فصل چهارم

### «آزمون (۱)»

**۱ـ گزینه «۳»** با توجه به اطلاعات داده شده، مدار زیر قابل ترسیم است. از آنجایی‌که کل توان خروجی عیناً روی ورودی $2200\,V$ نیز می‌افتد لذا:




$$\vec{S}_1 = \vec{S}_2 = (200\times 0/6 + j200\times 0/8) + (200\times 1) = 320 + j160\,kVA$$

با توجه به رابطه توان مختلط داریم:

$$\vec{S}_1 = \vec{V}_1\vec{I}_1^* \Rightarrow \vec{I}_1 = \frac{\vec{S}_1^*}{\vec{V}_1^*} = \frac{320 - j196}{2/2} = 162/62\angle -26/6^\circ$$

**۲ـ گزینه «۴»** شار پراکندگی وابسته به جریان بار است، به‌طوری‌که با افزایش دامنه جریان، مقدار آن افزایش می‌یابد.

**۳ـ گزینه «۳»** به علت خاصیت فیلترینگ ترانسفورمرها، ولتاژ خروجی ترانسفورمر سینوسی خواهد بود.

**۴ـ گزینه «۳»** طبق روابط تلفات فوکو و هیسترزیس (گردابی و پسماند) داریم:

$$P_f \sim B^2 f^2 \sim V^2$$
$$P_h \sim B^2 f \sim \frac{V^2}{f}$$

$\Rightarrow$ افزایش $V$ سبب افزایش هر دو تلف می‌گردد

جریان بی‌باری نیز جمع جریان تلفات هسته و جریان مغناطیس‌کننده است لذا:

$$I_0 = \underbrace{I_c}_{\downarrow\ \sim P_c} + \underbrace{I_m}_{\downarrow\ \sim \frac{V}{f}}$$

با افزایش ولتاژ، چون تلفات هسته یا همان مجموع فوکو و هیسترزیس زیاد می‌شود جریان معادل تلفات هسته افزایش یافته، همین‌طور جریان مغناطیس‌کننده نیز زیاد می‌شود، در نتیجه جریان بی‌باری زیاد می‌شود.

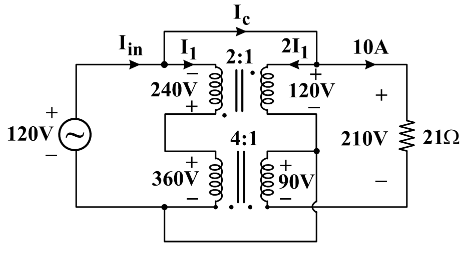
**۵ـ گزینه «۴»** لازم است ضریب بار حداکثر محاسبه گردد:

$$K_{cm} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}} = \sqrt{\frac{1/28}{2}} = 0/8 \Rightarrow$$ در ۸۰% بار نامی راندمان حداکثر است

**۶ـ گزینه «۲»** روابط تنظیم ولتاژ حداکثر و حداقل عبارت‌اند از:

$$\begin{matrix} V.R_{max} = K_c Z_{eq} \\ V.R_{min} = -K_c X_{eq} \end{matrix} \xrightarrow{\text{در بار نامی}} \begin{matrix} V.R_{max} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\% \\ V.R_{min} = -4\% \end{matrix}$$

**۷ـ گزینه «۴»** با تحلیل مداری جریان بخش‌های مختلف را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد:




$$P_{in} = P_{out} = 210\times 10 = 2100\,W \Rightarrow I_{in} = \frac{2100}{210} = 17/5\,A$$

با نوشتن KCL در گره‌های وروی و خروجی داریم:

$$\begin{cases} I_{in} = I_c + I_1 \\ I_{out} = I_c - 2I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 17/5 = I_c + I_1 \\ 10 = I_c - 2I_1 \end{matrix} \Rightarrow I_1 = 2/5\,A$$

**۸ـ گزینه «۴»** چون از جریان تحریک صرف‌نظر شده، تلفات آهنی نداریم، تلفات مسی نیز به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$P_{cu} = R_{eq}|I|^{۲} = ۱/۲۵ \times ۲۰^{۲} = ۵۰۰\,W$$

$$P_{۱} = P_{۲} + \Delta P = P_{۲} + P_{cu} \Rightarrow P_{۲} = P_{۱} - P_{cu} = ۵۰۰۰ - ۵۰۰ = ۴۵۰۰\,W$$

**۹ـ گزینه «۱»** با توجه به ضریب قدرت بحرانی و ضریب تنظیم حداقل داده شده داریم:

$$\begin{cases} \cos\varphi_{cr} = \dfrac{X_{eq}}{|\vec{Z}_{eq}|} = ۰/۸ \\ V.R_{min} = -X_{eq}(P.U) = -۰/۰۵ \end{cases} \Rightarrow |\vec{Z}_{eq}| = \frac{۰/۰۵}{۰/۸} = ۰/۰۰۶۲۵\,P.U$$

تنظیم ولتاژ حداکثر برابر است با:

$$V.R_{max} = K_c|\vec{Z}_{eq}| = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۶۲۵ = ۳/۱۲۵\%$$

**۱۰ـ گزینه «۲»** قدرت مغناطیس‌کننده همان توان مصرفی راکتانس مغناطیس‌کننده است که در حالت پریونیتی :

$$Q_{oc} = Q_{mag} = \frac{۱}{X_m(P.U)} = B_m(P.U) = ۳ \times ۱۰^{-۳}\,P.U$$

$$Q_{mag}(VAR) = Q_{mag}(P.U)S_{base} = ۳ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۵۰ \times ۱۰^{۳} = ۴۵۰\,VAR$$

## «آزمون (۲)»

**۱ـ گزینه «۱»** با توجه به روابط تلفات فوکو و هیسترزیس (با فرض n=۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} P_f \sim V_{core}B^{۲}f^{۲} \\ P_h \sim V_{core}B^{۲}f \end{matrix} \xrightarrow[V_{core}=A.L_{av}]{B\sim\frac{V_{rms}}{fA}} P_c = P_f + P_h \sim V_{core}\left(\frac{V_{rms}^{۲}}{A^{۲}} + \frac{V_{rms}^{۲}}{A^{۲}f}\right)$$

چون هر بُعد $\sqrt{۲}$ برابر شده پس سطح مقطع A، ۲ برابر و حجم $V_{core}$ ، $۲\sqrt{۲}$ برابر شده است. ولتاژ نیز از ۱۱kV اولیه به ۲۲kV تغییر کرده است پس ولتاژ نیز ۲ برابر شده است، ضمن اینکه فرکانس تغذیه $(f)$ ثابت مانده است در نتیجه:

$$P_c \sim ۲\sqrt{۲}\left(\frac{۲^{۲}}{۲^{۲}}\right) \sim ۲\sqrt{۲}$$

در نتیجه تلفات هسته $۲\sqrt{۲}$ برابر حالت قبل می‌گردد، یعنی برابر $۲\sqrt{۲}\times ۲۴۰۰ = ۶۷۹۰W$ می‌شود. درخصوص جریان بی‌باری:

$$\vec{I}_o = \underbrace{\vec{I}_m}_{\sim \frac{V_{rms}}{L_m} \sim \frac{V_{rms}}{\frac{A}{L_{av}}} = \frac{V_{rms}L_{av}}{A}} + \underbrace{\vec{I}_c}_{\sim\frac{P_c}{V_{rms}}}$$

چون تلفات هسته $۲\sqrt{۲}$ برابر و ولتاژ تغذیه ۲ برابر شده پس جریان تلفات هسته $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود. همین‌طور طبق مؤلفه‌های $I_m$، چون ولتاژ ۲ برابر، طول متوسط $\sqrt{۲}$ برابر و سطح مقطع نیز ۲ برابر شده‌اند پس $I_m$ نیز $۲\sqrt{۲}$ برابر می‌گردد. در نهایت می‌توان گفت چون هر دو مؤلفه $I_c$ و $I_m$ نسبت به حالت قبل $۲\sqrt{۲}$ برابر شده‌اند پس جریان بی‌باری نیز $۲\sqrt{۲}$ برابر حالت قبل شده پس برابر $۲\sqrt{۲}\times ۳/۲ \simeq ۴/۵A$ می‌گردد.

---

**۲ـ گزینه «۲»** طبق رابطه راندمان حداکثر در حالت پریونیتی می‌توان نوشت:

$$\eta_{max} = \frac{K_{cm}}{K_{cm} + ۲P_{f_e}} \Rightarrow ۰/۹۷ = \frac{۰/۷۵}{۰/۷۵ + ۲P_{f_e}} \Rightarrow P_{f_e} = ۰/۰۱۱۶P.U$$

در راندمان حداکثر:

$$K_{cm}^{۲}P_{cu_n} = P_{fe} \Rightarrow P_{cu_n} = \frac{۰/۰۱۱۶}{(۰/۷۵)^{۲}} = ۰/۰۲۰۶P.U = R_{eq}(P.U)$$

از طرفی چون $Z_{eq} = \%۱۰ = ۰/۱P.U$ است، می‌توان $X_{eq}(P.U)$ را به‌صورت زیر یافت:

$$X_{eq}(PU) = \sqrt{Z_{eq}^{۲}(PU) - R_{eq}^{۲}(PU)} = \sqrt{۰/۱^{۲} - ۰/۰۲۰۶^{۲}} = ۰/۰۹۷۸P.U$$

با جایگذاری در رابطه درصد تنظیم ولتاژ داریم:

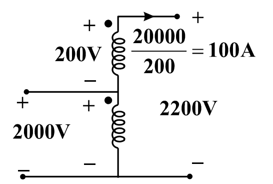
$$\%V.R = K_c(R_{eq}(PU)\cos\varphi + X_{eq}(PU)\sin\varphi) = ۱(۰/۰۲۰۶\times۰/۸ + ۰/۰۹۷۸\times۰/۶) = ۷/۵۲\%$$

---

**۳ـ گزینه «۲»** در حالت ترانسفورمری تلفات کل در بار نامی برابر است با:

$$\eta_{TR} = \frac{K_cS_n\cos\varphi}{K_cS_n\cos\varphi + \Delta P_n} \Rightarrow ۰/۹۷ = \frac{۱\times۲۰\times۰/۷}{۱\times۲۰\times۰/۷ + \Delta P_n} \Rightarrow \Delta P_n = ۴۳۳W$$

در حالت اتوترانسفورمری با فرض استفاده از اتصال اضافی (که عموماً چنین است):




$$S_{۲AT} = ۲۲۰۰\times۱۰۰ = ۲۲۰۰۰۰VA$$

چون در هر دو حالت ترانسفورمری و اتوترانسفورمری، جریان و ولتاژ القایی سیم‌پیچ‌ها ثابت است پس تلفات کل $(\Delta P)$ نیز در هر دو حالت یکسان است لذا:

$$\eta_{AT}=\frac{K_c S_{n_{AT}}\cos\varphi}{K_c S_{n_{AT}}\cos\varphi+\Delta P}=\frac{۱\times ۲۲۰۰۰۰۰\times ۱}{۱\times ۲۲۰۰۰۰۰\times ۱\times ۴۳۴}=۹۹/۸\%$$

**۴ـ گزینه «۲»** ابتدا لازم است امپدانس درصد هر ترانسفورمر بر پایه مقادیر نامی خود به‌دست آید:

$$\left.\begin{aligned}Z_{eq_۱}(P.U)&=\frac{Z_{eq_۱}(\Omega)}{Z_{۱_b}(\Omega)}=\frac{۴}{\frac{۱۱^۲}{۰/۳}}=\frac{۱/۲}{۱۱^۲}\\ Z_{eq_۲}(P.U)&=\frac{Z_{eq_۲}(\Omega)}{Z_{۲b}(\Omega)}=\frac{۸}{\frac{۱۱^۲}{۰/۲۵}}=\frac{۲}{۱۱^۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow Z_{eq_۱}(P.U)<Z_{eq_۲}(P.U)$$

در نتیجه ترانسفورمر اول (ترانسفورمر $۳۰۰kVA$) بیشتر در معرض اضافه بار شدن قرار دارد، لذا لازم است سهم بار آن در مقدار نامی خود تثبیت شود در نتیجه:

$$\vec{S}_۱=\frac{\vec{Z}_{eq_۲}}{\vec{Z}_{eq_۱}+\vec{Z}_{eq_۲}}\vec{S}_L^*\Rightarrow ۳۰۰=\frac{۸}{۸+۴}\vec{S}_L\Rightarrow|\vec{S}_L|=۴۵۰kVA$$

**۵ـ گزینه «۴»** با توجه به روابط ضریب قدرت تنظیم صفر و درصد تنظیم حداکثر می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned}&\cos\varphi_{cr}\frac{X_{eq}}{|\vec{Z}_{eq}|}=۰/۹\\ &V.R_{max}=|\vec{Z}_{eq}|=۰/۰۴\end{aligned}\right.\Rightarrow X_{eq}=۳/۶\%\Rightarrow R_{eq}=۱/۷۴\%$$

با جایگذاری مقادیر $R_{eq}$ و $X_{eq}$ در رابطه درصد تنظیم:

$$\%V.R=K_c(R_{eq}\cos\varphi+X_{eq}\sin\varphi)\times ۱۰۰=(۱/۷۴\times ۰/۸+۳/۶\times ۰/۶)\times ۱۰۰=\%۳/۵$$

**۶ـ گزینه «۳»** در بار نامی و ضریب قدرت واحد:

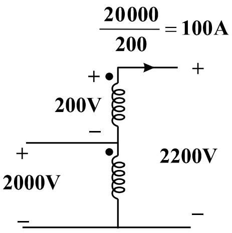
$$\eta=\frac{۱\times ۵۰۰}{۱\times ۵۰۰+P_{cu_n}+P_{fe}}=۰/۹\Rightarrow P_{cu_n}+P_{fe}=۵۵/۵\,W$$

در نصف بار نامی و ضریب قدرت واحد:

$$\eta=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۵۰۰}{\frac{۱}{۲}\times ۵۰۰+\frac{۱}{۴}P_{cu_n}+P_{fe}}=۰/۹\Rightarrow \frac{۱}{۴}P_{cu_n}+P_{fe}=۲۷/۷\,W$$

با حل دو معادله به‌دست آمده $P_{cu_n}=۳۷\,W$ و $P_{fe}=۱۸/۵\,W$ می‌گردد، لذا در بار $۳۷۵\,W$ که معادل ضریب بار $K_c=\frac{۳۷۵}{۵۰۰}=۰/۷۵$ است داریم:

$$\eta=\frac{۰/۷۵\times ۵۰۰}{۰/۷۵\times ۵۰۰+۰/۷۵^۲\times ۳۷+۱۸/۵}=۹۰/۵\%$$




**۷ـ گزینه «۳»** اول اینکه تلفات در آزمایش اتصال کوتاه همان تلفات مسی نامی است پس $P_{cu_n}=P_{sc}=۲۰۰W$ و تلفات در آزمایش بی‌باری همان تلفات آهنی است، پس $P_{fe}=P_{oc}=۱۲۰W$ است. دوم اینکه در تبدیل ترانسفورمر به اتوترانسفورمر تلفات‌های مسی و آهنی تغییر نمی‌کنند. (چرا؟)، اما توان خروجی در حالت اتوترانسفورمری زیاد می‌شود به‌طوری که: $S_{n_{AT}}=۲۲۰۰۰\times ۱۰۰=۲۲۰۰۰۰۰VA$ یا $S_{۲AT}$

با جایگذاری در رابطه راندمان می‌توان نوشت:

$$\eta=\frac{K_cS_n\cos\varphi}{K_cS_n\cos\varphi+K_c^۲P_{cu_n}+P_{f_e}}=\frac{۱\times ۲۲۰۰۰۰۰\times ۰/۸}{۱\times ۲۲۰۰۰۰۰\times ۰/۸+۲۰۰+۱۲۰}=۹۹/۸\%$$

**۸ـ گزینه «۱»** با توجه به رابطه راندمان حداکثر داریم:

$$\eta_{max}=\frac{K_{cm}\cos\varphi}{K_{cm}\cos\varphi+۲P_{f_e}}\Rightarrow ۰/۸=\frac{K_{cm}\times ۱}{K_{cm}\times ۱+۲\times ۰/۰۵}\Rightarrow K_{cm}=۰/۴$$

با توجه به رابطه ضریب بار حداکثر داریم:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}\Rightarrow P_{cu_n}=\frac{۰/۰۵}{(۰/۴)^۲}=۳۱/۲۵\%=۰/۳۱۲۵P.U$$

با جایگذاری در رابطه راندمان داریم:

$$\eta=\frac{K_c\cos\varphi}{K_c\cos\varphi+K_c^۲P_{cu_n}+P_{fe}}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۰/۸۷۵}{\frac{۱}{۲}\times ۰/۸۷۵+(\frac{۱}{۲})^۲\times ۰/۳۱۲۵+۰/۰۵}=۷۷\%$$

**توضیح**: در قسمت صورت سؤال اشتباه تایپی رخ داده است و باید گزینه (۱) به عدد ۷۷ که همان پاسخ صحیح است تغییر یابد.

**۹ـ گزینه «۲»** چون ترانسفورمر $۳۰۰kVA$ دارای امپدانس کمتری است، پس احتمال اضافه بار شدن آن بیشتر است، لذا بار آن را در ۱/۱ مقدار نامی خود تثبیت می‌نماییم، اما پیش از آن لازم است $U_{keq}$ را یافت لذا:

$$U_{k_{eq}}=\frac{\sum S_n}{\frac{S_{n_۱}}{U_{k_۱}}+\frac{S_{n_۲}}{U_{k_۲}}}=\frac{۳۰۰+۶۰۰}{\frac{۳۰۰}{۵}+\frac{۶۹۰}{۶}}=\frac{۹۰}{۱۶}$$

با جایگذاری در رابطه تقسیم توان با توجه به مجاز بودن ۱۰% اضافه بار داریم:

$$S_۱=S_{n_۱}\frac{\sum S_L}{\sum S_n}\frac{U_{k_{eq}}}{U_{k_۱}}\Rightarrow ۱/۱\times ۳۰۰=\frac{S_L}{۳۰۰+۶۰۰}\times\frac{\frac{۹۰}{۱۶}}{۵}\Rightarrow S_L=۸۸۰kVA$$

**۱۰ـ گزینه «۱»** با توجه به روابط چگالی جریان و مقاومت اهمی هادی‌ها داریم:

$$\left.\begin{array}{l}I_۱=j_۱A_۱\\ I_۲=j_۲A_۲\\ R=\frac{\rho L}{A}\\ A=\frac{\pi}{۴}d^۲\end{array}\right\}\xrightarrow[j_۲=۱/۲۵j_۱]{d_۲=۱/۲۵d_۱\ \Rightarrow\ A_۲=۱/۲۵^۲A_۱} I_۲=(۱/۲۵)^۳I_۱$$

با توجه به مقادیر نسبت مقاومت‌ها برابر $R_۲=\frac{۱}{(۱/۲۵^۲)}R_۱$ است لذا:

$$P_{cu_۲}=\frac{۱}{۱/۲۵^۲}\times(۱/۲۵^۳)^۲P_{cu_۱}=(۱/۲۵)^۴P_{cu_۱}$$

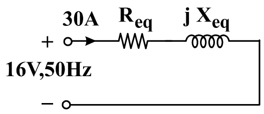
با جایگذاری در رابطه ضریب بار حداکثر داریم:

$$K_{cm_۱}=\sqrt{\frac{P_{f_e}}{P_{cu_{n۱}}}}=۰/۸\Rightarrow P_{f_e}=۰/۸^۲P_{cu_{n۱}}$$

$$K_{cm_۲}=\sqrt{\frac{P_{f_e}}{P_{cu_{n۲}}}}=\sqrt{\frac{۰/۸^۲P_{cu_{n۱}}}{۱/۲۵^۴P_{cu_{n۱}}}}=\frac{۰/۸}{۱/۲۵^۲}=۰/۵۱۲\simeq ۵۱/۲\%$$

## «آزمون (۳)»

**۱ــ گزینه «۴»** در آزمایش اول:




$$|\vec{Z}_{eq}|=\frac{۱۶}{۳۰}\Omega \Rightarrow R_{eq}=|\vec{Z}_{eq}|\cos\varphi_{sc}=\frac{۱۶}{۳۰}\times ۰/۲=\frac{۳۲}{۳۰۰}\Omega$$

$$\Rightarrow X_{eq}=\sqrt{(\frac{۱۶}{۳۰})^۲-(\frac{۳۲}{۳۰۰})^۲}=۰/۵۲۲\Omega$$

در فرکانس ۲۵Hz راکتانس پراکندگی نصف حالت ۵۰Hz است لذا:

$$X_{eq_۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵۲۲=۰/۲۶۱\Omega$$

اما $R_{eq_۲}=R_{eq_۱}=۰/۱۰۶\Omega$ ثابت خواهد ماند لذا:

$$|\vec{I}_{sc_۲}|=\frac{V_{sc_۲}}{|\vec{Z}_{eq_۲}|}=\frac{۱۶}{\sqrt{۰/۲۶۱^۲-۰/۱۰۶^۲}}=۵۶/۷A$$

---

**۲ــ گزینه «۱»** با توجه به رابطه درصد تنظیم ولتاژ می‌توان نوشت:

$$\%V.R=K_c(R_{eq}\cos\varphi+X_{eq}\sin\varphi)=۱\times[۰/۰۱۵\times ۰/۸+۰/۰۴\times ۰/۶)]=۳/۶\%$$

یعنی ولتاژ دربار کامل ۳/۶% کمتر از بی‌باری است لذا:

$$V_{FL_۲}=(۱-۰/۰۳۶)\times V_{۲_{NL}}=۲۲۱/۷۲V$$

---

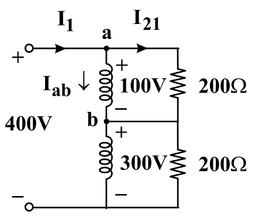
**۳ــ گزینه «۳»** با توجه به روابط تلفات فوکو و هیسترزیس داریم:

$$\begin{matrix} P_f \sim V_{core}B^۲f^۲ \\ P_h \sim V_{core}B^۲f \end{matrix} \xrightarrow{B\sim\frac{V_{rms}}{NfA}} \begin{cases} P_f \sim V_{core}\dfrac{V_{rms}^۲}{N^۲f^۲A^۲}f^۲ \\ P_h \sim V_{core}\dfrac{V_{rms}^۲}{N^۲f^۲A^۲}f \end{cases} \Rightarrow P_c=P_f+P_h\sim L_{av}\frac{V_{rms}^۲}{N^۲A}$$

چون ابعاد هسته دو برابر شده $L_{av}$ دو برابر و A چهار برابر می‌گردد، ولتاژ نیز دو برابر و تعداد دور نصف شده است، پس تلفات کل ۸ برابر شده یعنی $۲۴۰۰۰W=۸\times۳۰۰۰$ می‌گردد. چگالی میدان نیز طبق همان رابطه $\frac{V_{rms}}{NfA}$ بدون تغییر همان $۱/۲\frac{wb}{m^۲}$ خواهد بود.

---

**۴ــ گزینه «۴»** با تحلیل مداری داریم:




$$P_۲=\frac{۱۰۰^۲}{۲۰۰}+\frac{۳۰۰^۲}{۲۰۰}=۵۰۰W=P_۱ \Rightarrow I_۱=\frac{P_۱}{V_۱}=\frac{۵۰۰}{۴۰۰}=۱/۲۵A$$

$$I_{۲۱}=\frac{۱۰۰}{۲۰۰}=۰/۵A \Rightarrow I_{ab}=I_۱-I_{۲۱}=۱/۲۵-۰/۵=۰/۷۵A$$

---

**۵ــ گزینه «۱»** ابتدا امپدانس درصد معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} U_{K_A}=\sqrt{۱/۵^۲+۶^۲}=۶/۱۸\% \\ U_{K_B}=\sqrt{۱^۲+۶/۲^۲}=۶/۲۸\% \end{matrix} \Rightarrow U_{K_{eq}}=\frac{۱۰۰۰+۵۰۰}{\frac{۵۰۰}{۶/۱۸}+\frac{۱۰۰۰}{۶/۲۸}}\simeq ۶/۲۴\%$$

با جایگذاری در رابطه تقسیم توان داریم:

$$S_B=S_{n_B}\frac{\sum S_L}{\sum S_n}\frac{U_{K_{eq}}}{U_{K_B}}=۱۰۰۰\times\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰۰+۵۰۰}\times\frac{۶/۲۴}{۶/۲۸}\simeq ۷۹۵kVA$$

با توجه به گزینه‌ها دیگر نیازی به محاسبه زاویه نمی‌باشد.

**۶ـ گزینه «۴»** ابتدا باید $U_{K_{eq}}$ دو ترانسفورمر را یافت.

$$U_{K_۱}=\sqrt{۱^۲+۵^۲}=۵/۱\%$$
$$U_{K_۲}=\sqrt{۱/۵^۲+۴^۲}=۴/۲۷\% \Rightarrow U_{K_{eq}}=\frac{۶۰۰+۳۰۰}{\frac{۶۰۰}{۵/۱}+\frac{۳۰۰}{۴/۲۷}}=۴/۷۹\%$$

با توجه به رابطه تقسیم توان بین ترانسفورمرها داریم:

$$S_۱=۶۰۰\times\frac{۷۵۰}{۶۰۰+۳۰۰}\times\frac{۴/۷۹}{۵/۱}=۴۷۰\,kVA \Rightarrow S_۲=۷۵۰-۴۷۰=۲۸۰\,kVA$$

**۷ـ گزینه «۱»** چون اولی ستاره است داریم:

$$V_{۱_{rms}}=۴/۴۴N_۱f\varphi_{max} \Rightarrow N_۱\,\frac{\frac{۱۱۰۰۰}{\sqrt{۳}}}{۴/۴۴\times۵۰\times۰/۰۳}=۹۳۶\text{دور}$$

به‌طور مشابه برای دومی که مثلث است داریم:

$$N_۲=\frac{۳۳۰۰}{۴/۴۴\times۵۰\times۰/۰۳}=۴۹۵\text{ دور}$$

و برای سومی:

$$N_۳=\frac{\frac{۶۰۰۰}{\sqrt{۳}}}{۴/۴۴\times۵۰\times۰/۰۳}=۵۲۰\text{ دور}$$

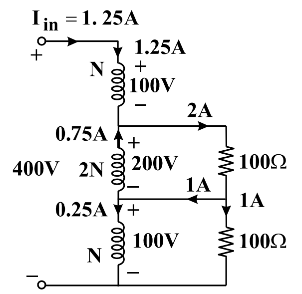
**۸ـ گزینه «۳»** با توجه به معادلات ولتاژ تغذیه و جریان بی‌باری داریم:

$$V_۱(t)=۱۰۰\sqrt{۲}\sin(\omega t-۴۰^\circ)+۱۰\sin(۳\omega t+۲۵^\circ)$$
$$i_\circ(t)=۸\sin(\omega t-۸۵^\circ)+۲\sqrt{۳}\cos(۳\omega t-۹۵^\circ)=۸\sin(\omega t-۸۵^\circ)+۲\sqrt{۳}\sin(۳\omega t-۵^\circ)$$

تلفات هسته تحت این ولتاژ جریان برابر است با:

$$P_c=P_f=\frac{۱}{۲}V_{m_۱}I_{m_۱}\cos\alpha_۱+\frac{۱}{۲}V_{m_۳}I_{m_۳}\cos\alpha_۳=\frac{۱}{۲}\times۱۰۰\sqrt{۲}\times۸\times\cos(-۴۰-(-۸۵))+\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۲\sqrt{۳}\cos(۲۵-(-۵))=۴۱۵\,W$$

**۹ـ گزینه «۲»** در حالت بسته بودن کلید:

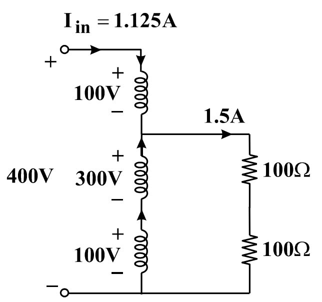



$$P_{out}=P_{in}=۱۰۰\times۲^۲+۱۰۰\times۱^۲=۵۰۰\,W$$
$$I_{in}=\frac{۵۰۰}{۴۰۰}=۱/۲۵\,A$$

با توجه به پلاریته ولتاژها و جهت جریان‌ها دیده می‌شود که سیم‌پیچی وسطی ثانویه است و دو سیم‌پیچ دیگر اولیه است لذا:

$$P_{T_۱}=۲۰۰\times۰/۷۵=۱۵۰\,W$$

در حالت باز بودن کلید:




$$P_{out}=P_{in}=۱/۵^۲\times۲۰۰=۴۵۰\,W$$
$$I_{in}=\frac{۴۵۰}{۴۰۰}=۱/۱۲۵\,A$$

در این حالت سیم‌پیچ بالایی اولیه و دو سیم‌پیچ دیگر ثانویه است لذا:

$$P_{T_۲}=۱۰۰\times۱/۱۲۵=۱۱۲/۵\,W$$

با مقایسه با حالت اول داریم:

$$\Delta P_T=۱۵۰-۱۱۲/۵=۳۷/۵\,W$$

پس کاهش توان به اندازه $۳۷/۵\,W$ داریم.

**۱۰ـ گزینه «۲»** ابتدا امپدانس درصد ترانسفورمرها را با یکدیگر مقایسه می‌نماییم:

$$\left.\begin{array}{l} |\vec{Z}_{eq_A}| = \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵}\Omega \\ |\vec{Z}_{eq_B}| = \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۵}\Omega \end{array}\right. \Rightarrow |\vec{Z}_{eq_A}| = |\vec{Z}_{eq_B}| = \sqrt{۵}\Omega$$

البته چون دو ترانسفورمر هم توان (و هم‌ولتاژ هستند)، پس مقادیر پریونتی امپدانس‌ها نیز یکسان است. چون امپدانس درصدها یکی است، پس سهم بار هر دو یکی است، اما چون در صورت مسئله تأکید شده که سهم بار ترانسفورمر $A$ باید بیشتر باشد، پس باید به ترانسفورمر $B$ یک راکتانس اضافه نمود.

$$\frac{|\vec{I}_A|}{|\vec{I}_B|} = \frac{|\vec{Z}_{eq_B} + \vec{Z}_{ex}|}{|\vec{Z}_{eq_A}|} \Rightarrow ۱/۱ = \frac{|۲ + j۱ + jX_{ex}|}{|۱ + j۲|} \Rightarrow ۱/۱ \times \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۲^۲ + (۱ + X_{ex})^۲} \Rightarrow X_{ex} = \sqrt{۲^۲} - ۱ \simeq ۰/۴\Omega$$

## پاسخنامه تشریحی آزمون خودسنجی فصل پنجم

### «آزمون (۱)»

**۱ـ گزینه «۴»** ابتدا لغزش معادل گشتاور حداکثر را به‌دست می‌آوریم:

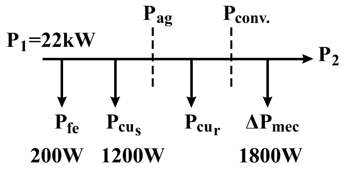
$$\begin{cases} S_{T_{max}} = \dfrac{R_r}{X_{ro}} = \dfrac{۰/۵}{۱} = ۰/۵ \\ N_s = \dfrac{۱۲۰f}{P} = \dfrac{۱۲۰\times ۵۰}{۶} = ۱۰۰۰\,rpm \end{cases} \Rightarrow N_m\Big|_{T_{max}} = N_s(۱-S_{T_{max}}) = ۱۰۰۰(۱-۰/۵) = ۵۰۰\,rpm$$

---

**۲ـ گزینه «۲»** در رتور کلاس D بیش‌ترین گشتاور راه‌اندازی ایجاد می‌گردد.

---

**۳ـ گزینه «۴»** با توجه به دیاگرام توازن قدرت در موتور القایی داریم:




$$N_s = \frac{۱۲۰\times ۶۰}{۴} = ۱۸۰۰\,rpm$$

$$S = \frac{۱۸۰۰-۱۶۲۰}{۱۸۰۰} = ۰/۱$$

$$P_{ag} = P_۱ - (P_{cu_s} + P_{fe}) = ۲۲ - (۱/۲ + ۰/۲) = ۲۰/۶\,kW \quad , \quad P_{conv.} = P_{ag}(۱-S) = ۲۰/۶(۱-۰/۱) = ۱۸/۵۴\,kW$$

$$P_۲ = P_{conv.} - \Delta P_{mec} = ۱۸/۵۴ - ۱/۸ = ۱۶/۷۴\,kW \Rightarrow T_۲ = \frac{۶۰P_۲}{۲\pi N_m} = \frac{۶۰\times ۱۶/۷۴\times ۱۰^۳}{۲\pi\times ۱۶۲۰} \simeq \frac{۳۰۰}{\pi}\,N.m$$

---

**۴ـ گزینه «۲»** در حالت ساده چون در نواحی حدود سرعت نامی (در بارهای کم) لغزش به‌صورت خطی با گشتاور بار متناسب است، پس در نصف بار نامی (HL)، لغزش نیز نصف می‌گردد. لذا:

$$N_{m_{NL}} = ۵۹۵\,rpm \Rightarrow N_s = ۶۰۰\,rpm \Rightarrow S_{FL} = \frac{۶۰۰-۵۵۰}{۶۰۰} = \frac{۱}{۱۲}$$

$$\Rightarrow S_{HL} = \frac{۱}{۲}S_{FL} = \frac{۱}{۲۴} \Rightarrow N_{m_{HL}} = ۶۰۰(۱-\frac{۱}{۲۴}) = ۵۷۵\,rpm$$

---

**۵ـ گزینه «۳»** چنانچه هارمونیک‌های فضایی به‌خوبی تضعیف نشوند به‌دلیل وقوع پدیده خزش موتور در سرعتی حدود $\frac{۱}{۷}$ سرعت نامی کار خواهد نمود لذا:

$$N_m = \frac{۱}{۷}(\frac{۱۲۰\times ۵۰}{۴}) = ۲۱۴\,rpm$$

---

**۶ـ گزینه «۱»** با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$\left.\begin{aligned} P_{cu_s} &= \Delta P_{mec} + P_{fe} \\ P_{cu_r} &= \frac{۱}{۴}P_{cu_s} \\ \Delta P_{mec} &= P_{fe} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta P = P_{cu_s} + P_{fe} + P_{cu_r} + \Delta P_{mec} \Rightarrow \Delta P = ۹P_{cu_r}$$

با جایگذاری در رابطه راندمان داریم:

$$\eta = \frac{P_۲}{P_۲ + \Delta P} = \frac{P_{ag} - ۳P_{cu_r}}{(P_{ag} - ۳P_{cu_r}) + ۹P_{cu_r}} \Rightarrow \eta = \frac{P_{ag}(۱-۳\dfrac{P_{cu_r}}{P_{ag}})}{P_{ag}(۱+۶\dfrac{P_{cu_r}}{P_{ag}})} = \frac{۱-۳S}{۱+۶S} = \eta$$

$$\Rightarrow S = \frac{۱-\eta}{۳+۶\eta} \xrightarrow{\eta=۰/۸۷} S = ۰/۰۱۶ \xrightarrow[N_s=\frac{۱۲۰\times۶۰}{۴}=۱۸۰۰\,rpm]{} N_m \simeq ۱۷۷۰\,rpm$$

**۷ـ گزینه «۴»** رابطه لغزش معادل گشتاور حداکثر به‌صورت زیر است:

$$S_{T_{max}}=\frac{R_r}{X_{ro}}$$

اگر بخواهیم گشتاور راه‌اندازی حداکثر گردد باید $S_{T_{max}}=۱$ شود لذا:

$$\frac{R_r}{X_{ro}}=۱\Rightarrow X_{ro}=R_r$$

یعنی باید فرکانس استاتور آنقدر کم شود تا راکتانس رتور در حالت راه‌اندازی که در فرکانس $۶۰\,Hz$ برابر $۴\Omega$ است به $۱\Omega$ برسد پس باید فرکانس $\frac{۱}{۴}$ حالت اول یعنی $۱۵Hz$ گردد.

---

**۸ـ گزینه «۱»** سرعت سنکرون برابر است با:

$$N_s=\frac{۱۲۰\times ۶۰}{۴}=۱۸۰۰\,rpm\Rightarrow N'_r=۱۸۰۰-۱۷۲۰=۸۰\,rpm$$

در صورت تست $N'_r-N_m$ خواسته شده لذا:

$$N'_r-N_m=۸۰-۱۷۲۰=-۱۶۴۰\,rpm$$

---

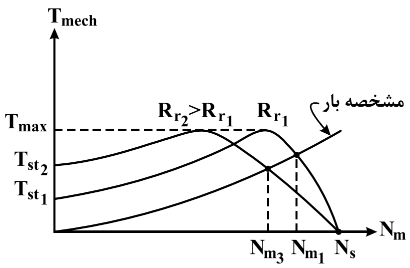
**۹ـ گزینه «۳»** در اثر ایجاد اشباع، هارمونیک‌های زمانی در میدان دوار پدید می‌آید لذا:

$$N_{S_۱}=\frac{۱۲۰\times ۶۰}{۶}=۱۲۰۰\,rpm$$

$$\begin{cases}N_{S_۵}=-۵\times ۱۲۰۰=-۶۰۰۰\,rpm\\ N_{S_۷}=+۷\times ۱۲۰۰=۸۴۰۰\,rpm\end{cases}\Rightarrow N_{s_۵}-N_{S_۷}=-۶۰۰۰-۸۴۰۰=۱۴۴۰۰\,rpm$$

---

**۱۰ـ گزینه «۲»** از آنجایی که مشخصه مکانیکی بار ثابت نبوده، بلکه متناسب با سرعت است. طبق شکل زیر با افزایش مقدار مقاومت رئوستا، علاوه بر افت سرعت، افت گشتاور نیز خواهیم داشت لذا:




۱) به‌دلیل افت توأم گشتاور و سرعت، توان اخذ شده از ورودی کم می‌شود. لذا جریان پایین می‌آید.
۲) به‌دلیل اهمی‌تر شدن مدار رتور، ضریب قدرت بالا می‌رود.
۳) با اینکه مقاومت اهمی به مدار اضافه شده اما چون جریان کم شده تلفات و در نتیجه رانـدمان تغییر زیادی نمی‌کند.

## «آزمون (۲)»

**۱ـ گزینه «۱»** با توجه به اینکه گشتاور حداکثر متناسب با مجذور فرکانس است داریم:

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}}=(\frac{f_1}{f_2})^2 \Rightarrow \frac{T_{max_1}}{T_{F_L}}=(\frac{f_2}{f_1})^2\frac{T_{max_2}}{T_{FL}} \Rightarrow 2=(\frac{40}{50})^2\times\frac{T_{max_2}}{T_{FL}} \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{FL}}=\frac{2}{(\frac{40}{50})^2}=3/125$$

**۲ـ گزینه «۴»** ابتدا جریان رتور در حالتی‌که گشتاور حداکثر تولید می‌گردد را محاسبه می‌نماییم:

$$S_{T_{max}}=\frac{R_r}{X_{ro}}=\frac{0/05}{0/5}=0/1 \Rightarrow \left|\vec{I}_r\right|\Big|_{T_{max}}=\frac{S_{T_{max}}E_{ro}}{\sqrt{R_r^2+(S_{T_{max}}X_{ro})^2}}=\frac{0/1\times126}{\sqrt{0/05^2+(0/1\times0/5)^2}} \Rightarrow \left|\vec{I}_r\right|_{T_{max}}=126\sqrt{2}A$$

با صرف نظر از تلفات مکانیکی (چون داده نشده)، توان و گشتاور تبدیل شده با توان و گشتاور خروجی برابر می‌گردد. لذا:

$$T_2=T_{conv.}=T_{ag}=\frac{60P_{ag}}{2\pi N_s}=\frac{60(3\frac{R_r}{S_{T_{max}}}\left|\vec{I}_r\right|^2)}{2\pi N_s}=\frac{60(3\times\frac{0/05}{0/1}\times(126\sqrt{2})^2)}{2\pi\times\frac{120\times50}{4}} \Rightarrow T_{2_{max}}=303/2\frac{N}{m}$$

**۳ـ گزینه «۳»** لغزش نامی برابر است با:

$$S_1=\frac{1500-1450}{1500}=\frac{1}{30}$$

چنانچه توان فاصله هوایی ثابت بماند با سه برابر شدن مقاومت رتور، لغزش نیز سه برابر می‌شود لذا:

$$S_2=3S_1=0/1 \Rightarrow N_{m_2}=N_s(1-S_2)=1500(1-0/1)=1350\,rpm$$

**۴ـ گزینه «۲»** فرکانس بهینه به‌منظور حداکثرسازی گشتاور راه‌اندازی با مشتق‌گیری از رابطه $T_{st}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial T_{st}}{\partial f_s}=0 \Rightarrow f_{s_{opt}}=\frac{R_s+R_{r'}}{2\pi(L_s+L_{r'})}=\frac{0/1}{2\pi\times0/02}\simeq 8Hz$$

چون موتور باید با $\frac{V}{f}$ ثابت کار کند لذا:

$$\frac{V_{s_{opt}}}{f_{s_{opt}}}=\frac{V_{s_n}}{f_{s_n}} \Rightarrow V_{s_{opt}}=440\times\frac{8}{60}=58/66\,V \Rightarrow V_{s_{opt\ ph}}=\frac{58/66}{\sqrt{3}}=33/87\,V$$

**۵ـ گزینه «۳»** اگر هنگام تغذیه با ٪۵۰ ولتاژ نامی، جریان $1P.U$ باشد $(I_{st}\Big|_{K=\frac{1}{2}}=1P.U)$ جریان راه‌اندازی مستقیم یا همان جریان اتصال کوتاه حتماً $2P.U$ است زیرا:

$$I_{st}=K\,I_{sc}=1 \Rightarrow I_{sc}=\frac{1}{K}=\frac{1}{0/5}=2P.U$$

حال که جریان راه‌اندازی مستقیم به‌دست آمده است، درصورت استفاده از روش $\lambda/\Delta$ داریم:

$$I_{st}\Big|_{\lambda\Delta}=\frac{1}{3}I_{sc}=\frac{2}{3}\ P.U$$

**۶ـ گزینه «۴»** ابتدا لغزش نامی و لغزش معادل گشتاور حداکثر را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}S_{FL}&=\frac{1500-1425}{1500}=0/05\\ S_{T_{max}}&=\frac{R_r}{X_{ro}}=\frac{0/1}{0/5}=0/2\end{aligned} \Rightarrow \frac{T_{st}}{T_{FL}}=\frac{S_{T_{max}}^2+S_{FL}^2}{S_{FL}(S_{T_{max}}^2+1)}=\frac{425}{520}P.U$$

حال که گشتاور راه‌اندازی به‌دست آمده می‌توان نوشت:

$$T_{st}(P.U)=K^2I_{sc}^2S_{FL} \Rightarrow \frac{425}{520}=I_{sc}^2\times 0/05 \Rightarrow I_{sc}=4P.U$$

در راه‌اندازی با تپ ٪۶۰ داریم:

$$I_{st}=0/6^2\times 4=1/44P.U$$

**۷ـ گزینه «۳»** چون گشتاور در هر دو حالت یکسان است داریم:

$$\begin{cases}R'_{r_B}=4R'_{r_A}\\ T_A=T_B\end{cases} \Rightarrow \frac{S_B}{S_A}=\frac{R'_{r_B}}{R'_{r_A}} \Rightarrow S_B=4S_A$$

توان خروجی برابر است با:

$$P_{out}=T_{out}\times\omega_m=T_{out}(1-S)\omega_s \Rightarrow \frac{P_{out_B}}{P_{out_A}}=\frac{(1-S_B)\omega_s}{(1-S_A)\omega_s}=\frac{1-4S_A}{1-S_A}$$

**۸ـ گزینه «۴»** با توجه به گشتاور حداکثر $2/6P.U$ و لغزش معادل گشتاور حداکثر برابر $0/2P.U$ داریم:

$$S_{T_{max}}=\frac{R'_r}{X'_{ro}}=\frac{0/1}{X'_{ro}}=0/2 \Rightarrow X'_{ro}=0/5P.U$$

$$\frac{T_{mech}}{T_{max}}=\frac{2SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2+S^2} \Rightarrow \frac{1}{2/6}=\frac{2S\times 0/2}{0/2^2+S^2} \Rightarrow S^2-1/04S+0/04=0 \Rightarrow S=0/04$$

ولتاژ تغذیه تا جایی می‌تواند کم شود که گشتاور حداکثر آنقدر کاهش یابد تا برابر گشتاور مورد نیاز بارِ حالت اول گردد، لذا ابتدا گشتاور بار را به‌دست می‌آوریم و سپس برابر گشتاور حداکثر جدید قرار می‌دهیم:

$$T_{mech_1}=\frac{3V_{s_1}^2}{\omega_s}\frac{S_1}{R_{r'}}=T_{max_2}=\frac{3V_{s_2}^2}{2\omega_s X'_{ro}} \xrightarrow[\substack{S_1=0/04\\ R'_{r=0/1P.U}}]{X'_{ro}=0/5P.U} V_{s_2}=\frac{2}{\sqrt{10}}V_{s_1} \Rightarrow V_{s_2}=\%63/25V_{s_1}$$

**۹ـ گزینه «۳»** ابتدا لازم است جریان اتصال کوتاه یا جریان راه‌اندازی مستقیم با اتصال مثلث را به‌دست آورد، لذا:

$$\frac{I_{sc}}{T_{FL}}=\frac{I_{sc}}{I_{BR}}=\frac{V_n}{V_{BR}} \Rightarrow \frac{I_{sc}}{25}=\frac{380}{76} \Rightarrow I_{sc_\lambda}=125A \Rightarrow I_{sc_\Delta}=375A$$

در راه‌اندازی با اتوترانسفوری با تپ ٪۶۰ داریم:

$$I_{in}=K^2I_{sc}=0/6^2\times 375=135A$$

**۱۰ـ گزینه «۴»** لغزش در شرایط کاری اول برابر است با:

$$S_1=\frac{1500-1404}{1500}=0/064$$

با توجه به رابطه گشتاور مکانیکی داریم:

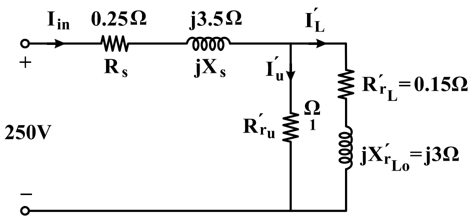
$$T_{mech}=\frac{3V_s^2}{\omega_s}\frac{S}{R'_r}\xrightarrow{\text{در } f \text{ و } R_{r'} \text{ ثابت}}\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}=(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}})^2\frac{S_1}{S_2}=1$$

با جایگذاری $S_1=0/064$ و $V_{s_2}=0/8V_s$ داریم:

$$1=(\frac{V_{s_1}}{0/8V_{s_1}})^2\times\frac{0/064}{S_2} \Rightarrow S_2=0/1 \Rightarrow N_{m_2}=1500(1-0/1)=1350rpm$$

## «آزمون (۳)»

**۱ـ گزینه «۲»** با توجه به اینکه از امپدانس استاتور صرف نظر نشده است مدار معادل به‌صورت زیر است:




$$\vec{Z}_{in_{st}}=\left[(۰/۱۵+j۳)\,||\,۱\right]+(۰/۲۵+j۳/۵)=۱/۱۳۸+j۳/۷۹\Omega\Rightarrow\left|\vec{Z}_{in_{st}}\right|\simeq ۳/۹۵\Omega$$

$$\left|\vec{I}_{in_{st}}\right|=\frac{۲۵۰}{۳/۹۵}=۶۳/۳\,A$$

$$\left|\vec{I}'_{L_{st}}\right|=\frac{۱}{\left|۱+۰/۱۵+j۳\right|}\times۶۲/۵=۱۹/۷۰\,A\ ,\ \left|\vec{I}'_{u_{st}}\right|=\frac{\left|۰/۱۵+j۳\right|}{\left|۱+۰/۱۵+j۳\right|}\times۶۲/۵=۵۹/۱۸\,A$$

$$\left.\begin{aligned}T_{u_{st}}&=\frac{۳}{\omega_s}\frac{R'_L}{S}\left|\vec{I}'_L\right|^۲=۱/۶۴\ \ N.m\\ T_{u_{st}}&=\frac{۳}{\omega_s}\frac{R'_u}{S'}\left|\vec{I}'_u\right|^۲=۱۰۰/۳۲\,N.m\end{aligned}\right\}\Rightarrow T_{st}=۱/۶۴+۱۰۰/۳۲\simeq۱۰۱/۹\,N.m$$

---

**۲ـ گزینه «۴»** در موتور با تغذیه دوگانه داریم:

$$N_m=\frac{۱۲۰(f_s\pm f_r)}{P}=\frac{۱۲۰(۷۵\pm۵۰)}{۶}=۵۰۰rpm\ \text{و}\ ۲۵۰۰rpm$$

---

**۳ـ گزینه «۳»** ابتدا لازم است اصلاحی جزیی در شکل صورت تست ایجاد شود، در موتور سمت راست لازم است نام ترمینال‌های b و c بـا یکـدیگر عـوض شوند، در واقع توالی فازهای اعمالی به موتور سمت راست، عکس توالی فازهای اعمالی به موتور سمت چپ است، در اینصورت میدان دوار ایجاد شده در موتور سمت راست، عکس جهت میدان دوار موتور سمپ چپ است؛ لذا جهت گشتاور القایی در این موتور نیز عکس یکدیگر بوده و در نتیجه موتور قادر به چرخیدن نمی‌باشد.

---

**۴ـ گزینه «۱»** با توجه به روابط گشتاور دو قفس و برابر قرار دادن آنها داریم:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{۳}{\omega_s}\frac{R'_L}{S}\left|\vec{I}'_L\right|^۲=\frac{۳}{\omega_s}\frac{R'_u}{S}\left|I'_u\right|^۲\\ &\left|\vec{I}'_L\right|^۲=\frac{V^۲}{(\frac{۱}{S})^۲+۷^۲}\\ &\left|\vec{I}'_L\right|^۲=\frac{V^۲}{(\frac{۴}{S})^۲+۲^۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{(\frac{۱}{S})^۲+۷^۲}=\frac{۴}{(\frac{۴}{S})^۲+۲^۲}\Rightarrow S=۰/۲۵$$

**۵ـ گزینه «۱»** با توجه به رابطه گشتاور راه‌اندازی داریم:

$$\begin{cases} \dfrac{T_{st}}{T_{FL}} = (\dfrac{I_{sc}}{I_{FL}})^{۲} S_{FL} \\ I_{sc} = ۶I_F \qquad\qquad \Rightarrow \dfrac{T_{st}}{T_{FL}} = ۱/۸ \\ S_{FL} = \dfrac{۱۸۰۰ - ۱۷۱۰}{۱۸۰۰} = ۰/۰۵ \end{cases}$$

با جایگذاری در رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}} = \frac{S_{T_{max}}^{۲} + S^{۲}}{S(S_{T_{max}}^{۲} + ۱)} \Rightarrow ۱/۸ = \frac{S_{T_{max}}^{۲} + ۰/۰۵^{۲}}{۰/۰۵(S_{T_{max}}^{۲} + ۱)} \Rightarrow S_{T_{max}} = ۰/۳۱$$

حال که لغزش معادل گشتاور حداکثر به‌دست آمده داریم:

$$N_m \Big|_{T_{max}} = ۱۸۰۰(۱ - ۰/۳۱) \simeq ۱۲۴۲\,rpm$$

---

**۶ـ گزینه «۱»** کافی است معادله گشتاور تولیدی موتور را با معادله گشتاور مکانیکی بار برابر قرار دهیم:

$$T_e = \frac{۳}{\omega_s}\frac{V_s^{۲}}{R'_r} S = T_L = K_L \omega_m = K_L \omega_s (۱ - S)$$

با توجه به اتصال ستاره $V_{s_{Ph}} = \dfrac{V_{s_L}}{\sqrt{۳}} = \dfrac{۹۰\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = ۹۰\,V$ می‌باشد لذا:

$$\frac{۳ \times ۹۰^{۲}}{\frac{۲\pi N_s}{۶۰} \times ۰/۷۵} S = \frac{۴}{\pi^{۲}} \times \frac{۲\pi N_s}{۶۰}(۱ - S) \xrightarrow{N_s = \frac{۱۲۰ \times ۶۰}{۸} = ۹۰۰\,rpm} S = ۰/۱ \; N_m = ۹۰۰(۱ - ۰/۱) = ۸۱۰\,rpm$$

(در صورت تست به اشتباه ولتاژ $۹۰\sqrt{۳۰}$ و $K_L = \dfrac{۴۰}{\pi^{۲}}$ عنوان شده که نیاز به اصلاح دارد)

---

**۷ـ گزینه «۱»** با توجه به اینکه بار از نوع گشتاور ثابت است داریم:

$$\begin{cases} T_{mech} = \dfrac{۳}{\omega_s}\dfrac{V_s^{۲}}{R'_r} S \xrightarrow{\text{ثابت} R'_r} T_{mech} \sim \dfrac{V_s^{۲}}{f_s} S \\ T_L = \text{ثابت} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_{L_۱}}{T_{L_۲}} = ۱ = \frac{T_{mech_۱}}{T_{mech_۲}} = (\frac{V_{s_۱}}{V_{s_۲}})^{۲} (\frac{S_۱}{S_۲})(\frac{f_{s_۲}}{f_{s_۱}})$$

لغزش در حالت اول برابر $S_۱ = \dfrac{۹۰۰ - ۸۵۵}{۹۰۰} = ۰/۰۵$ است لذا:

$$۱ = (\frac{۳۶۹}{۴۰۰})^{۲} \times \frac{۰/۰۵}{S_۲}\frac{۵۰}{۴۵} \Rightarrow S_۲ = ۰/۰۴۵$$

حال که لغزش حالت دوم به‌دست آمده داریم:

$$N_{m_۲} = N_{s_۲}(۱ - S_۲) = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۶}(۱ - ۰/۰۴۵) = ۹۵۵\,rpm$$

---

**۸ـ گزینه «۲»** هنگامی شار فاصله هوایی ثابت می‌ماند که $\frac{V}{f}$ ثابت بماند لذا:

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}}=(\frac{V_1}{f_1}\frac{f_2}{V_2})^2 \xrightarrow{\frac{V_1}{f_1}=\frac{V_2}{f_2}} T_{max_2}=T_{max_1} \Rightarrow$$ گشتاور حداکثر ثابت می‌ماند.

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=\frac{V_1^2 f_2^3}{f_1^3 V_2^2}\xrightarrow{\frac{V_1}{f_1}=\frac{V_2}{f_2}}\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=\frac{f_2}{f_1}\Rightarrow T_{st_2}=\frac{f_1}{f_2}T_{st_1}$$

چون $f_2 < f_1$ است پس $T_{st_2} > T_{st_1}$ است یعنی گشتاور راه‌اندازی افزایش می‌یابد.

---

**۹ـ گزینه «۲»** با توجه به روابط امپدانس رتور و لغزش معادل توان حداکثر داریم:

$$\left|\vec{Z}'_{ro}\right|=\sqrt{R_r'^2+X_{ro}'^2}=1$$

$$S_{P_{max}}=\frac{R'_r}{R'_r+\sqrt{R_r'^2+X_{ro}'^2}}=0/4\Rightarrow\frac{R'_r}{R'_r+1}=0/4\Rightarrow R'_r=\frac{2}{3}\Omega$$

با جایگذاری در معادله اول داریم:

$$1=\sqrt{(\frac{2}{3})^2+X_{ro}'^2}\Rightarrow X'_{ro}=\frac{\sqrt{5}}{3}\Omega$$

---

**۱۰ـ گزینه «۲»** جریان $I$ در واقع جریان موتور است هنگامی‌که با گشتاور حداکثر کار می‌کند لذا:

$$\frac{I_{S_{T_{max}}}}{I_{S_{FL}}}=I_{S_{T_{max}}}(P.U)=\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+(\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}})^2\right]}\xrightarrow[S_{FL}=\frac{1000-900}{1000}=0/01]{S_{T_{max}}=\frac{1000-700}{1000}=0/3}\frac{I_{S_{T_{max}}}}{125}=\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+(\frac{0/3}{0/1})^2\right]}=125\sqrt{5}\,A$$