سؤالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

■ **راهنمایی:** در این بخش، دو متن به‌طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به‌دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

او در نظریه خود که بعدها با مشاهدات تجربی هم تأیید شد، نشان داد که زمان و فضا عناصر جدای از هم نیستند، بلکه ما در حالِ زندگی در جهانی به‌هم پیوسته و درهم‌تنیده هستیم که از چهار بُعد تشکیل شده است. چهار بُعدی که سه‌تای آن را ابعاد مکانی و یک مورد آن را بُعد زمان تشکیل می‌دهد، اما در کل، یک ساختار واحد به نام فضا ــ زمان می‌سازند. او همچنین ثابت کرد که همه این پارامترها، بسته به شرایط تغییر می‌کنند. برای مثال، اگر شما با سرعتی بسیار بالا (یعنی سرعتی قابل مقایسه با سرعت نور) حرکت کنید، ساعت شما آهسته‌تر گذر زمان را نشان می‌دهد؛ به این معنی که زمان برای شما کندتر از کسی می‌گذرد که با آن سرعت حرکت نمی‌کند. آزمایش معروف و ذهنی اینشتین این موضوع را به‌خوبی تأیید می‌کند. طبق این آزمایش، اگر سرعت شما به عدد ممنوعه سرعت نور برسد (از مشکلات فنی و نتایج آن بر بدنتان صرف‌نظر کنید)، زمان برای شما متوقف خواهد شد و هیچ زمانی برای شما نخواهد گذشت.

بسیار اغواکننده است که یک گام این موضوع را جلوتر ببریم و بگوییم که اگر با سرعت بیش از نور حرکت کنیم، بدین ترتیب می‌توانیم زمان را دور بزنیم. متأسفانه اینشتین و طبیعت مانع شما می‌شوند و آنها سرعت بیش از نور را برای جهان ما ممنوع کرده‌اند. اما تا همین جا هم امکان دستکاری در زمان به‌وجود آمده است. اما آیا علم می‌تواند راه‌هایی برای سفر زمان پیشنهاد کند؟

به نظر می‌رسد دانشمندان سعی می‌کنند راه‌هایی، حداقل به شکل نظری، برای این مشکل پیدا کنند. با استفاده از نظریه اینشتین و توجه به پیوستگی فضا ــ زمان، شاید هندسه جهان به کمک ما بیاید. اگر فضا ــ زمان، موجودی پیوسته باشد که امروزه می‌دانیم این‌گونه است و اگر بتوانیم به گونه‌ای بر هندسه فضا ــ زمان تأثیر بگذاریم، شاید بتوانیم منحنی‌هایی در فضا ــ زمان پیدا کنیم که ما را به گذشته یا آینده ببرد. به عنوان مثال، می‌دانیم که جرم بر شکل فضا ــ زمان تأثیر می‌گذارد و درواقع، این یکی از پیش‌بینی‌های نسبیت اینشتین بود که نخستین‌بار در حینِ یک خورشیدگرفتگی توسط فیزیکدان آمریکایی، ادینگتون، تأیید شد. ادینگتون برای تأیید این نظر، هنگام یک خورشیدگرفتگی کامل، تصویری از خورشید تیره‌شده و ستاره‌های اطراف خورشید تهیه کرد. اگر اینشتین درست می‌گفت وجود خورشید به‌عنوان یک جرم بزرگ باید موجب ایجاد خمیدگی اندکی در فضا ــ زمان می‌شد. برای اینکه این موضوع را درک کنید، یک لحظه تصور کنید فضا ــ زمان مانند یک ورقه پلاستیکی بزرگ است که آن را محکم در دست گرفته‌اید. حال اگر یک توپ فلزی سنگین روی این ورقه پلاستیکی بگذارید، درجایی‌که این توپ قرار گرفته است، این ورقه پلاستیکی شما اندکی خمیده می‌شود. خورشید در این آزمایش، نقش همان توپ فلزی را بازی می‌کرد. اگر خورشید این انحنا را ایجاد می‌کرد، آن‌وقت نور ستاره‌هایی که از نزدیکی خورشید می‌گذشتند، اندکی منحرف می‌شد و در مکانی اندکی متفاوت با جایی که باید باشند، دیده می‌شدند. ادینگتون برای اینکه این مسئله را آزمایش کند، شش‌ماه پیش از کسوف که خورشید در نیمه دیگر آسمان بود، از همان منطقه که قرار بود خورشیدگرفتگی رخ دهد، تصویربرداری کرد و موقعیت دقیق ستاره‌ها نسبت به یکدیگر را ثبت کرد و این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید، سپس این تصویر را با تصویر هنگام کسوف مقایسه کرد و متوجه شد ستاره‌هایی که در اطراف خورشید وجود داشتند، هنگام گرفت، در مختصات اندکی متفاوت با جای پیشین خود دیده می‌شدند: یعنی خورشید توانسته است انحنای کوچکی در فضا ــ زمان خود ایجاد کند. حال اگر این گلوله شما بسیار سنگین‌تر شود، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ این انحنا بیشتر و بیشتر می‌شود و ممکن است در نهایت، بینِ دو ناحیه فضا ــ زمان پل بزند. چنین اجرامی در عالم وجود دارند.

۱ـ مقصود اصلی متن، کدام است؟

۱) ارزیابی نقش ادینگتون در بسط نظریه اینشتین
۲) بررسی تحول نظریه ساختار واحد فضا ـ زمان
۳) نقد و بررسی نظریه اینشتین درباره زمان
۴) بررسی امکان سفر در زمان

۲ـ کدام مورد، به‌درستی، نقش پاراگراف ۲ را در متن توصیف می‌کند؟

۱) پیش‌زمینه برای بحث مطرح در پاراگراف بعدی خود را فراهم می‌آورد.
۲) با نادیده انگاشتن محدودیت‌های مطرح در پاراگراف ۱، موضوع را به مطلبی کاملاً نظری تبدیل می‌کند.
۳) با ذکر دو معضل مهم، دلیل آنکه پاراگراف ۱، عدد ممنوعه برای رسیدن به سرعت نور مطرح می‌سازد را کمی توضیح می‌دهد.
۴) نشان می‌دهد که نظریه اینشتین که در پاراگراف ۱ آمده است، وقتی هیجان‌انگیز است که برخی پیش‌شرط‌های آن را حذف کنیم.

۳ـ طبق متن، کدام مورد درست به حساب می‌آید؟

۱) موجودیت پیوسته فضا ـ زمان
۲) تغییرناپذیری پارامترهای فضا ـ زمان
۳) مستقل بودن شکل فضا ـ زمان از جرم
۴) مشاهده دو ناحیه مختلف فضا ـ زمان به‌طور همزمان

۴ـ طبق پاراگراف ۳، عبارت زیر که در متن، زیرِ آن خط کشیده شده است، به کدام پدیده اشاره دارد؟

«این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید.»

۱) زمانی که ادینگتون، فرضیه خود را به بوته آزمایش واقعی گذاشت.
۲) زمانی که نور ستاره‌هایی که در اطراف خورشید بودند، شروع به انحراف کردند.
۳) زمانی که خورشید هنوز تأثیر خود را برجا نگذاشته بود.
۴) زمانی که موقعیت ستاره‌ها نسبت به خود و نسبت به خورشید تثبیت شده بود.

متن (۲)

توربین‌های بادی قادر به تبدیل انرژی باد به انرژی الکتریکی بوده و عموماً در دو نوع عمودی و افقی ساخته می‌شوند. در مدل‌های توربین بادی محور افقی، ژنراتور و تبدیل‌کننده نیروی باد به انرژی الکتریکی در بالای محور مرتفعی قرار دارد که پروانه‌های توربین در بالای آن واقع شده‌اند. طول و تعداد پره‌های توربین‌های بادی، براساس شرایط محیطی، متنوع و مختلف است، اما در بیشتر مناطق دنیا، از توربین‌های سه‌پره استفاده شده و طول پره‌ها نیز بستگی مستقیم به نوع بادخیز بودن منطقه دارد. به طور میانگین، طول پره‌های توربین‌های بادی بینِ ۲۰ تا ۴۰ متر بوده و ارتفاع میله‌های محور اصلی آن نیز می‌تواند بینِ ۶۰ تا ۹۰ متر باشد. البته در این موارد، استاندارد مشخصی وجود نداشته و طراحان و مهندسان، با توجه به شرایط بومی هر منطقه، نسبت به طراحی و مشخص کردن ابعاد توربین‌ها اقدام می‌کنند.

در نوع دیگر توربین‌های بادی موجود در دنیا که به توربین‌های محور عمودی شهرت دارند، سیستم تبدیل‌کننده انرژی به‌صورت عمودی قرار گرفته و این موضوع سبب می‌شود که توربین نیازی به چرخش به سمت باد را نداشته باشد. البته استفاده از این مدل توربین‌ها، به نسبت توربین‌های محور افقی، چندان رایج نبوده و بیشتر مختص موارد ویژه‌ای است که در آن، امکان نصب توربین‌های افقی وجود نداشته یا جهت وزش باد، دائماً در حالِ تغییر است. در کل، باید در نظر داشت که توربین‌های گروه اول یا همان توربین‌های بادی محور افقی، دارای کاربری بیشتری بوده و از نظر اقتصادی نیز مقرون به‌صرفه‌تر هستند.

اتفاقاتی که در داخل یک توربین بادی محور افقی در هنگام وزش باد می‌افتد، از این قرار است: وزش باد سبب چرخش پره‌های توربین می‌شود که به قسمت گرداننده متصل است. [۱] محور توربین شروع به چرخیدن به حول خود کرده و انرژی جنبشی را از باد دریافت می‌کند. این نیرو توسط محور مرکزی پشتیبانی و تبدیل می‌شود. در بخش داخلی ناسل (nacelle) که اصلی‌ترین بخش توربین محسوب شده و در بالای محور میله و انتهای قاعده پره‌ها قرار دارد، یک جعبه‌دنده یا گیربکس ویژه‌ای وجود دارد که نیروی ایجادشده ناشی از چرخش آرام پره‌های توربین را که به‌طور متوسط در حدود شانزده دور در دقیقه است، به سرعت زیادی، برابر با هزاروششصد دور در دقیقه تبدیل می‌کند که این میزان سرعت، برای تأمین انرژی ژنراتور توربین کفایت می‌کند. [۲] ژنراتور دقیقاً در پشت جعبه‌دنده توربین‌ها قرار گرفته و انرژی چرخشی تقویت‌شده را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. بادسنج‌ها که نوع و چگونگی وزش باد را تحت کنترل دارند، در بخش تحتانی ناسل قرار گرفته

زبان عمومی

PART A: Grammar

Directions: Select the answer choice (1), (2), (3) or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

31- Thunder is caused by lightning, …….. essentially a stream of electrons flowing between or within clouds or between a cloud and the ground.

1) which is 2) that is 3) to be 4) it is

32- In ancient Egypt and India, people produced large blocks of ice with the help of evaporative cooling (the principle …….. draw heat from their surroundings).

1) water molecules that vaporizes 2) that vaporizing water molecules
3) to vaporize water molecules 4) water molecules are vaporized

33- By the end of the 1800s, naturally occurring reserves of nitrogen-based compounds had been so badly depleted by their use as fertilizers …….. some feared a worldwide famine when supplies ran out.

1) that 2) then 3) which 4) when

34- Work is currently under way on planes that could potentially fly …….. the speed of sound.

1) faster than 20 times of 2) more than 20 times as much as that of
3) at 20 times 4) 20 times faster than that of

35- In 1894, …….. by the theories of physicist James Clerk Maxwell, Italian physicist Guglielmo Marconi began work on a technique to transmit electromagnetic signals through the air over long distances.

1) when was inspired 2) having inspired 3) to be inspired 4) inspired

36- Because concrete generates considerable heat as it sets, large volumes can become exceedingly hot, ……..

1) so the material's structural strength damaged 2) that damages the material's structural strength
3) and the material's structural strength damages 4) damaging the material's structural strength

37- Back in the 1966 movie *Fantastic Voyage,* a band of intrepid travelers were scrunched down to the size of blood cells …….. they could swim through the veins of a big-shot diplomat and destroy a life-threatening blood clot.

1) so that 2) since 3) as though 4) in which

38- The space telescope, after all, has broken all kinds of records, including probably ……..

1) any single astronomical project produces the most newspaper headlines
2) the most newspaper headlines produced by any single astronomical project
3) producing the most newspaper headlines by any single astronomical project
4) the most newspaper headlines of any single astronomical project is ever produced

پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

پاسخ سؤالات متن (۱)

۱ـ گزینه «۴» نویسنده به‌دنبال بررسی امکان سفر در زمان در چهارچوب نظریات علمی است و این موضوع از جملات انتهایی هر سه پاراگراف و محتوای پارگراف دوم نیز مشخص می‌گردد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): نویسنده از آزمایش ادینگتون به عنوان وسیله‌ای در جهت تقویت نظریه‌ی نسبیت اینشتین استفاده می‌کند که حامی مقصود اصلی‌اش می‌باشد که بررسی امکان سفر در زمان است.

بررسی گزینه (۲): سیر تحول نظریه فضا ـ زمان در متن بررسی نشده و فقط نظریه‌ی نهایی آن مطرح گردیده است.

بررسی گزینه (۳): نقدی بر نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی زمان در متن صورت نگرفته است. آزمایش ادینگتون نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی تأثیر جرم بر فضا ـ زمان را بررسی می‌کند.

۲ـ گزینه «۱» پاراگراف سوم دقیقاً جوابی است که برای سؤال انتهایی مطرح‌شده در انتهای پاراگراف دوم، آورده شده است. در نتیجه، پاراگراف دوم حکم پیش‌زمینه را برای پاراگراف بعدی خود دارد.

۳ـ گزینه «۱» در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا درهم تنیده و پیوسته بودن ابعاد فضا و زمان مطرح شد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۲): هدف متن بررسی امکان‌پذیری تغییر دادن پارامتر زمان بود و در انتها هم به نتیجه‌ای دال بر غیرممکن‌بودن آن نرسید.

بررسی گزینه (۳): در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا از مستقل نبودن مفاهیم فضا و زمان از یکدیگر صحبت شد.

بررسی گزینه (۴): در مورد این موضوع در متن چیزی نیامده است.

۴ـ گزینه «۳» در پاراگراف سوم از تمثیل «گلوله‌ی فلزی روی یک صفحه» برای نشان‌دادن تأثیر جرم (خورشید) بر فضا ـ زمان استفاده شد. پس منظور عبارت «هنوز گلوله‌ی فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید» این است که هنوز خورشید، فضا ـ زمان را خمیده نکرده و تأثیر خود را نگذاشته است.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۵ـ گزینه «۲» در جمله‌ی انتهایی پاراگراف اول آورده شده است که ابعاد توربین اندازه‌های استاندارد ندارد و مهندسان بر اساس شرایط هر منطقه آن‌ها را طراحی می‌کنند. پس گزینه (۲) صحیح است.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): در مورد مکانیزم تبدیل انرژی در توربین‌ها در این دو پاراگراف مطلبی نیامده است.

بررسی گزینه (۳): در پاراگراف اول به ارتباط طول پره با بادخیز بودن منطقه اشاره شده است نه ارتفاع میله. همچنین به معکوس یا مستقیم بودن این وابستگی نیز اشاره‌ای نشده است.

بررسی گزینه (۴): در انتهای پاراگراف دوم به وضوح از مقرون به‌صرفه‌تر بودن توربین‌های افقی صحبت شده است.

زبان عمومی

بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱ـ گزینه «۱» تندر در اثر رعد و برق ایجاد می‌شود که اساساً جریانی از الکترون‌ها است که بین ابرها یا بین ابر و زمین در جریان هستند.

توضیح گرامری: اگر جمله را ترجمه کنیم، می‌بینیم به یک گزاره وصفی برای جای خالی نیاز داریم. پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند چون ضمیر موصولی ندارند. ضمناً گفتیم بعد از کاما that کاربرد ندارد؛ پس گزینه ۲ هم نادرست است. حالا فقط گزینه (۱) می‌ماند که در اینجا lightening مرجع و از جای خالی به بعد هم گزاره وصفی است. البته چون گزاره وصفی ما بعد از کاما به کار رفته، از نوع غیرضروری است.

۳۲ـ گزینه «۲» در مصر و هند باستان، مردم با کمک سردسازی تبخیری (یعنی این اصل که مولکول‌های بخار آب، گرما را از محیط خود جذب می‌کنند) یخ تولید می‌کردند.

توضیح گرامری: برای پاسخگویی فقط به اطلاعات داخل پرانتز نیاز داریم. پس بیایید داخل پرانتز را تحلیل کنیم. The principle فاعل ما است؛ پس (۱) و (۴) حذف می‌شوند چون هر کلاز (جمله‌واره) یک فاعل نیاز دارد نه بیشتر. ضمناً در مبحث گزاره اسمی گفتیم یکی از کاربردهای that clause این است که بعد از یک‌سری اسم مثل belief، view، principle و .... بیاید. پس فقط (۲) صحیح است.

۳۳ـ گزینه «۱» تا پایان دهه ۱۸۰۰، منابع و مخازن طبیعی ترکیبات نیتروژنی به‌خاطر کاربردشان به‌عنوان کود شیمیایی چنان به پایان رسیدند که برخی می‌ترسیدند هنگام اتمام این مخازن، قحطی سرتاسر جهان را در برگیرد.

توضیح گرامری: تست خیلی راحتی است. نویسنده از الگوی زیر استفاده کرده است:

so + صفت + that ⇒ … So badly depleted … that …

۳۴ـ گزینه «۳» محققان در حال حاضر روی هواپیماهایی کار می‌کنند که می‌توانند ۲۰ برابر سرعت صوت پرواز کنند.

توضیح گرامری: در گزینه‌های (۲) و (۴) اساساً معلوم نیست that به چه چیزی برمی‌گردد؛ پس هر دو نادرست هستند. گزینه (۱) هم به این دلیل نادرست است که قاعدتاً می‌گوییم 20 times faster than نه faster than 20 times.

۳۵ـ گزینه «۴» در سال ۱۸۹۴، فیزیکدان ایتالیایی به نام گولیلمو مارکونی که از نظریه‌های جیمز کلرک ماکسول الهام گرفته بود، شروع به پژوهش در مورد فنی برای انتقال سیگنال‌های الکترومغناطیسی از طریق هوا در طول فواصل زیاد کرد.

توضیح گرامری: خب بدل مدنظر سؤال است. پس گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند. حالا بیایید صورت سؤال را بررسی کنیم. بعد از جای خالی by آمده که نشانه ساختار مجهول است، اما گزینه (۲) که فعل مجهول نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است. برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۴) صحیح است باید اول اصل جمله را پیدا کنیم که این‌گونه بوده است:

In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, **who was inspired by the theories** ……., began work ….

خب قسمتی را که بولد (تیره) کردیم، گزاره وصفی غیرضروری است چون بین دو کاما قرار گرفته است. حالا می‌توانیم گزاره وصفی را کوتاه کنیم:

In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, **inspired by the theories** ……., began work ….

حالا قسمت بولدشده، بدل غیرضروری است. گفتیم بدل را می‌توانیم به قبل از مرجع انتقال دهیم. پس داریم:

In 1894, **inspired by the theories** ……., Italian physicist Guglielmo Marconi began work ….

سؤالات مهندسی مکانیک ــ ساخت و تولید

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، آنالیز شکل‌دادن فلزات، متالورژی در تولید، ابزارشناسی و ماشین‌کاری پیشرفته)

۱ــ اگر $u(x,t)$ جواب مسئله موج زیر باشد، مقدار تقریبی $u(\circ/۴,۱/۳)$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt}-۹u_{xx}=\circ\ ,\ \circ<x<۲\ ,t>\circ \\ u(x,\circ)=۲x+۱ \\ u_t(x,\circ)=x\quad ,\ \circ\le x\le ۲ \\ u(\circ,t)=u(۲,t)=\circ\ ,\ t\ge\circ \end{cases}$$

۱) ۱/۲۴
۲) ۱/۷۹
۳) ۱/۹۶
۴) ۲/۱۵

۲ــ فرض کنید $z=x+iy$ باشد. مقدار ماکزیمم $|\sin z|$ در دامنه مربعی شکل $D=\{(x,y),\circ\le x,y\le ۲\pi\}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) $e^{۲\pi}$
۳) $\sinh ۲\pi$
۴) $\cosh ۲\pi$

۳ــ جواب مسئله پواسن زیر کدام است؟

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^۲\omega}{\partial r^۲}+\dfrac{۱}{r}\dfrac{\partial\omega}{\partial r}+\dfrac{۱}{r^۲}\dfrac{\partial^۲\omega}{\partial\theta^۲}=\dfrac{\sin\theta}{r^۲}\ ,\ \circ<r<۲\ ,\ \circ<\theta<۲\pi \\ \omega(r,\circ)=\circ \\ \omega(۲,\theta)=\sin ۳\theta \end{cases}$$

۱) $\omega(r,\theta)=\sum_{n=۱}^{\infty} r^n\sin ۳n\theta$
۲) $\omega(r,\theta)=\frac{۱}{۲}r\sin\theta+\frac{۱}{۸}r^۳\sin\theta$
۳) $\omega(r,\theta)=\sum_{n=۱}^{\infty}(r^n+r^{-n})\sin ۳n\theta$
۴) $\omega(r,\theta)=(\frac{۱}{۲}r-۱)\sin\theta+\frac{۱}{۸}r^۳\sin ۳\theta$

۴ــ انتگرال فوریه تابع $f(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|\le\pi\\ \circ, & |x|>\pi\end{cases}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\pi}\int_\circ^\infty \frac{۱+\cos(\omega\pi)}{۱-\omega^۲}\cos(\omega x)d\omega$
۲) $\frac{۱}{\pi}\int_\circ^\infty \frac{۱+\cos(\omega\pi)}{۱-\omega^۲}\omega\cos(\omega x)d\omega$
۳) $\frac{۲}{\pi}\int_\circ^\infty \frac{۱+\cos(\omega\pi)}{۱-\omega^۲}\cos(\omega x)d\omega$
۴) $\frac{۲}{\pi}\int_\circ^\infty \frac{۱+\cos(\omega\pi)}{۱-\omega^۲}\omega\cos(\omega x)d\omega$

۵ــ اگر C مرز نیم‌دایره فوقانی $|z|=r$ در جهت مثبت و $I(r)=\int_C \frac{e^{iz}}{z}dz$ باشد، $\lim_{r\to\infty} I(r)$ کدام است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) π
۴) ∞

۶ــ مسئله گرمای زیر را در نظر بگیرید، اگر $v(x,s)$ تبدیل لاپلاس $u(x,t)$ باشد، آنگاه $v(x,s)$ در کدام معادله صدق می‌کند؟

$$\begin{cases} u_t(x,t)-۴u_{xx}(x,t)=۳u(x,t)\ ,\ x>\circ,t>\circ \\ u(x,\circ)=-e^{-x}\quad ,\ x>\circ \\ u(\circ,t)=\circ\quad\ ,\ t\ge\circ \end{cases}$$

۱) $۴v''(x,s)+(۳-s)v(x,s)=e^{-x}$
۲) $v''(x,s)+(۴s-۳)v(x,s)=e^{-x}$
۳) $۴v''(x,s)+(s-۳)v(x,s)=se^{-x}$
۴) $v''(x,s)+(۳-۴s)v(x,s)=se^{-x}$

۷ــ معادله دیفرانسیل جزئی ناهمگن زیر با تغییر متغیر $u(x,t)=v(x,t)+r(x)$ به یک معادله همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل می‌شود. $v(x,\circ)$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx}=u_t+x-۱\ ,\ \circ<x<۲\ ,\ t>\circ \\ u(\circ,t)=۳\quad\ ,u(۲,t)=-۱\ ,t>\circ \\ u(x,\circ)=۱-x^۳\quad ,\ \circ<x<۲ \end{cases}$$

۱) $-\frac{۷}{۶}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۵}{۳}x-۲$
۲) $-\frac{۷}{۶}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۵}{۳}x-۲$
۳) $-\frac{۷}{۶}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۵}{۳}x+۳$
۴) $-\frac{۷}{۶}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۵}{۳}x+۳$

۸ــ اگر $v(x,y)$ مزدوج همساز تابع $u(x,y)=(x^۲-y^۲+۱)^۲-۴x^۲y^۲$ با شرط $v(\circ,\circ)=\circ$ باشد، مقدار $v(۱,۱)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۴
۴) -۴

۱۶ــ در فرایند کشش سیم، با فرض راندمان ۵۰% برای فرایند و توان کرنش سختی $n = 0/2$ برای ماده، با استفاده از روش کار ایده‌آل و معیار فون‌میسز، ماکزیمم نسبت کاهش قطر $(\frac{d_2}{d_1})$ در هر مرحله برابر کدام است؟ (e، عدد نپر است)

۱) $e^{-0/3}$ ۲) $e^{-0/6}$ ۳) $1-e^{-0/3}$ ۴) $1-e^{-0/6}$

۱۷ــ در فرایند نورد ورق کرنش صفحه‌ای، اگر ضخامت ورق از ۳ میلی‌متر به ۲ میلی‌متر کاهش یابد، کرنش مؤثر (فون‌میسز) چقدر خواهد بود؟

۱) $\sqrt{3}\text{Ln}1/5$ ۲) $2\sqrt{3}\text{Ln}1/5$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}\text{Ln}1/5$ ۴) $\frac{2}{\sqrt{3}}\text{Ln}1/5$

۱۸ــ در فرایند نورد ورق، کدام گزینه درست است؟

۱) با افزایش ضریب اصطکاک (بین ورق و غلتک) و شعاع غلتک، مقدار مجاز کاهش ضخامت در هر مرحله کاهش می‌یابد.
۲) با افزایش ضریب اصطکاک (بین ورق و غلتک) و کاهش شعاع غلتک، مقدار مجاز کاهش ضخامت در هر مرحله کاهش می‌یابد.
۳) با افزایش ضریب اصطکاک (بین ورق و غلتک) و شعاع غلتک، مقدار مجاز کاهش ضخامت در هر مرحله افزایش می‌یابد.
۴) با افزایش ضریب اصطکاک (بین ورق و غلتک) و کاهش شعاع غلتک، مقدار مجاز کاهش ضخامت در هر مرحله افزایش می‌یابد.

۱۹ــ در رابطه با شکل میدان خطوط لغزش (خطوط α و β)، گزینه نادرست کدام است؟

۱) با حرکت در امتداد خطوط α، α ثابت ولی β تغییر می‌کند.
۲) در مناطقی که خطوط α و β مستقیم باشند، سیستم تنش ثابت است.
۳) تمام خطوط α وقتی از یک خط β به خط دیگر می‌رود، به یک اندازه انحراف حاصل می‌کند.
۴) هرگاه یک خط α بین دو خط β مستقیم باشد، تمام خطوط α بین این دو خط β مستقیم خواهد بود.

۲۰ــ در رابطه با شرایط مرزی خطوط لغزش (خطوط α و β)، گزینه درست کدام است؟

۱) یکی از خطوط α یا β، سطوح در تماس با قالب را تحت زاویه 90° قطع می‌کند.
۲) یکی از خطوط α یا β، سطوح با اصطکاک چسبنده (بین مواد و ابزار) را تحت زاویه 90° قطع می‌کند.
۳) یکی از خطوط α یا β، سطوح بدون اصطکاک (بین مواد و ابزار) را تحت زاویه 90° قطع می‌کند.
۴) یکی از خطوط α یا β، سطوح آزاد (Free surface) را تحت زاویه 90° قطع می‌کند.

۲۱ــ کدام مورد جزء فرضیات کلی و عمومی روش Slab Analysis نیست؟

۱) از تغییر شکل‌های ناهمگن صرف‌نظر می‌شود.
۲) از اصطکاک در سطوح تماس صرف‌نظر می‌شود.
۳) سطوح مستوی پس از تغییر شکل مستوی باقی می‌مانند.
۴) جهت اعمال نیرو و صفحه عمود بر آن، به عنوان صفحات اصلی در نظر گرفته می‌شود.

۲۲ــ در فرایندهای شکل‌دهی فلزات، روش حل دقیق کدام است؟

۱) روش کار ایده‌آل ۲) روش المان محدود ۳) روش آنالیز حد بالا ۴) روش میدان خطوط لغزش

۲۳ــ در یک فرایند کوبش کرنش صفحه‌ای، اصطکاک چسبنده وجود دارد. در صورتی که نسبت عرض به ارتفاع قطعه ۱۰% افزایش یابد، تفاضل فشار متوسط (P_{av}) و دو برابر استحکام تسلیم برشی (2K) براساس Slab Method چه تغییری می‌کند؟ ($P_{av} - 2K$ مدنظر است).

۱) ۵% افزایش ۲) ۵% کاهش ۳) ۱۰% افزایش ۴) ۱۰% کاهش

۲۴ــ آزمون کشش تک محوره برای یک ماده که رابطه تنش کرنش آن از رابطه $\sigma = k(\varepsilon - n)^n$ پیروی می‌کند، انجام شده است. اگر یک نمونه تخت از این ماده تهیه و تحت آزمون قرار گیرد، گلویی شدن در چه کرنشی آغاز می‌شود؟

۱) $\varepsilon = 3n$ ۲) $\varepsilon = 2n$ ۳) $\varepsilon = \%3$ ۴) $\varepsilon = \%2$

۲۵ــ در صورتی‌که یک ماده تحت تغییر شکل پلاستیک بوده و حالت تنش صفحه‌ای در بارگذاری وجود داشته باشد، با وجود رابطه $\sigma_3 = -\frac{1}{2}\sigma_1$، نسبت $\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2}$ با بهره‌گیری از تابع تسلیم فون‌میسز، چه مقدار خواهد بود؟

۱) $-\frac{1}{5}$ ۲) $-\frac{4}{5}$ ۳) $-\frac{5}{4}$ ۴) -5

پاسخنامه مهندسی مکانیک ــ ساخت و تولید

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، آنالیز شکل‌دادن فلزات، متالورژی در تولید، ابزارشناسی و ماشین‌کاری پیشرفته)

۱ــ گزینه «۲» از سؤالات بسیار پرتکرار در آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری که هم در کتاب و هم در آزمون‌های آزمایشی بر روی آن تمرکز ویژه‌ای داشته‌ایم. از روش جبری کمک می‌گیریم:

$$u(x,t)=\frac{1}{2}[f^*(x+ct)+f^*(x-ct)]+\frac{1}{2c}[G^*(x+ct)-G^*(x-ct)]$$

که در این سؤال $c=3$، $x=0/4$ و $t=1/3$ است. چون هر دو شرط مرزی روی u است، پس دوره تناوب $2\times 2=4$ است. با این توضیحات سراغ محاسبه می‌رویم:

$$u(0/4,1/3)=\frac{1}{2}[f^*(0/4+3\times 1/3)+f^*(0/4-3\times 1/3)]+\frac{1}{2\times 3}[G^*(0/4+3\times 1/3)-G^*(0/4-3\times 1/3)]$$

$$=\frac{1}{2}[f^*(4/3)+f^*(-3/5)]+\frac{1}{2}[G^*(4/3)-G^*(-3/5)]$$

دقت کنید مقادیر داخل پرانتزها یعنی دو عدد $4/3$ و $-3/5$ خارج از بازه‌ی $[0,2]$ هستند، پس باید با استفاده از دوره تناوب آن‌ها را درون بازه بیاوریم! اگر به اندازه‌ی یک دوره تناوب از $4/3$ کم کنیم، به عدد $0/3$ و اگر به اندازه یک دوره تناوب به $-3/5$ اضافه کنیم، به عدد $0/5$ می‌رسیم، پس داریم:

$$u(0/4,1/3)=\frac{1}{2}[f^*(0/3)+f^*(0/5)]+\frac{1}{6}[G^*(0/3)-G^*(0/5)]$$

ضابطه‌ی f که معلوم است، $f=2x+1$. ضابطه‌ی G هم با انتگرال‌گیری از $g(x)=x$ به‌دست می‌آید:

$$G(x)=\int_0^x g(x)\,dx=\frac{x^2}{2}$$

پس داریم:

$$u(0/4,1/3)=\frac{1}{2}[2\times 0/3+1+2\times 0/5+1]+\frac{1}{6}[\frac{(\frac{3}{10})^2}{2}-\frac{(\frac{1}{2})^2}{2}]=\frac{1}{2}[1/6+2]+\frac{1}{6}[\frac{\frac{9}{100}-\frac{1}{4}}{2}]=1/8+\frac{1}{12}[\frac{9-25}{100}]$$

$$=1/8+\frac{1}{12}[-\frac{16}{100}]=1/8-\frac{1}{75}$$

که تقریباً برابر با ۱/۷۹ می‌شود.

توضیح: سؤال فی‌نفسه سؤال راحتی از این نوع طیف سؤالات بود، چون به روش جبری حتی نیاز به استفاده از گسترش توابع f^* و G^* هم نداشتیم. اما محاسبات اعشاری آن کمی جالب نبود!

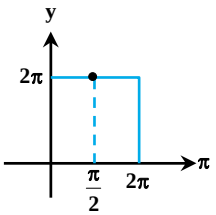
۲ــ گزینه «۴» در مثال متن کتاب ریاضی مهندسی مدرسان شریف، بخش توابع هذلولی مختلط ثابت کردیم که $|\sin z|$ برابر با $\sqrt{\sin^2 x+\sinh^2 y}$ است. می‌توانید اندازه $\sin z$ را از رابطه‌ی زیر حساب کنید:

$$\sin z=\sin x\cosh y+i\cos x\cosh y$$

پس $|\sin z|$ قطعاً بزرگ‌تر یا مساوی $\sinh y$ است؛ چون حداقلِ $\sin^2 x$ صفر است، از طرفی می‌توان نوشت:

$$|\sin z|=\sqrt{1-\cos^2 x+\cosh^2 y-1}=\sqrt{\cosh^2 y-\cos^2 x}$$

چون حداقلِ $\cos^2 x$ صفر است، پس حداکثر $\sin z$ هم برابر با $\cosh y$ است. ماکزیمم $\cosh z$ در ناحیه مشخص شده برابر با $\cosh 2\pi$ است. در واقع ماکزیمم روی مرز و در نقطه‌ی $(x,y)=(\frac{\pi}{2},2\pi)$ اتفاق می‌افتد. البته در صورت تسلط بر روی اصل ماکزیمم و کمی تجربه به راحتی می‌توان با توجه به شکل مقابل گفت؛ ماکزیمم در نقطه‌ی $(x,y)=(\frac{\pi}{2},2\pi)$ رخ می‌دهد و با توجه به رابطه‌ی $\sin z$ به وضوح $\text{Max}\,|\sin z|=\cosh 2\pi$ است.



۳ــ گزینه «۴» از سؤالاتی است که سابقه طرح در آزمون‌های تستی را ندارد! البته همه می‌دانیم روش رد گزینه اکثر اوقات یاریگر ما در روبه‌رو شدن با سؤالات این‌چنینی است. ابتدا روش تشریحی سؤال را ارائه می‌دهیم. با توجه به این که عامل ناهمگنی برابر با $\frac{\sin\theta}{r^۲}$ می‌باشد، بنابراین معادله پواسون که همان معادله لاپلاس ناهمگن است به فرم مقابل تبدیل می‌گردد: $\omega(r,\theta)=u(r,\theta)-\sin\theta$

$$\begin{cases} u_{rr}+\frac{۱}{r}u_r+\frac{۱}{r^۲}u_{\theta\theta}=۰ \\ u(r,۰)=۰ \\ u(۲,\theta)=\sin\theta+\sin۳\theta \end{cases}$$

بنابراین خواهم داشت:

می‌دانیم که معادله لاپلاس روی یک دیسک، مثلاً در این سؤال $۰<\theta<۲\pi$ با $۰<r<۲$ دارای جوابی به صورت زیر می‌باشد: (در متن کتاب ریاضی مهندسی مدرسان شریف مطرح شده است)

$$u(r,\theta)=A_۰+\sum_{n=۱}^{\infty}r^n(A_n\cos n\theta+B_n\sin n\theta)$$

حال با در نظر گرفتن شرط $u(r,۰)=۰$ خواهیم داشت $A_n=۰$ (برای $n=۰,۱,۲,۳$). همچنین مطابق با شرط $u(۲,\theta)=\sin\theta+\sin۳\theta$ ضرایب $B_۱=\frac{۱}{۲}$ و $B_۳=\frac{۱}{۸}$ به دست می‌آیند. در نتیجه داریم:

$$u(r,\theta)=\frac{۱}{۲}r\sin\theta+\frac{۱}{۸}r^۳\sin۳\theta$$

در نهایت با جایگزینی به دست می‌آوریم:

$$\omega(r,\theta)=u(r,\theta)-\sin\theta=\frac{۱}{۲}r\sin\theta+\frac{۱}{۸}r^۳\sin۳\theta-\sin\theta=(\frac{۱}{۲}r-۱)\sin\theta+\frac{۱}{۸}r^۳\sin۳\theta$$

روش رد گزینه : با توجه به شرایط مرزی اگه به جای r عدد ۲ رو قرار بدیم باید به $\sin۳\theta$ برسیم، به وضوح گزینه (۴) تو این شرایط صدق می‌کنه!!

۴ــ گزینه «۳» سؤال بسیار پرتکرار و نسبتاً ساده است. با توجه به این که تابع زوج است، پس تبدیل فوریه کسینوسی باید مورد استفاده قرار بگیرد:

$$I=F_c(\omega)=\int_۰^{\infty}|\sin x|\cos\omega x dx=\int_۰^{\pi}\sin x\cos\omega x dx$$

با استفاده از روش انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء داریم:

	مشتق	انتگرال
⊕	$\cos\omega x$	$\sin x$
⊖	$-\omega\sin\omega x$	$-\cos x$
⊕	$-\omega^۲\cos\omega x$	$-\sin x$

→ انتگرال می‌گیریم

چون مشتق صفر نمی‌شود، لذا در مرحله‌ی سوم انتگرال می‌گیریم:

$$I=-[\cos x\cos\omega x]_۰^{\pi}-[\omega\sin x\sin\omega x]_۰^{\pi}+\omega^۲I\Rightarrow(۱-\omega^۲)I=۱+\cos\pi\omega\Rightarrow I=F_c(\omega)=\frac{۱+\cos\pi\omega}{۱-\omega^۲}\Rightarrow f(x)=\frac{۲}{\pi}\int_۰^{\infty}\frac{۱+\cos\pi x}{۱-\omega^۲}\cos\omega x d\omega$$

۵ــ گزینه «۱» سؤال را می‌توان به دو روش حل کرد:

روش اول: از قضیه مانده‌ها کمک می‌گیریم، دقت کنید طبق توضیحات صفحه‌ی ۲۸۲ کتاب ریاضی مهندسی مدرسان شریف، چون حولِ مانده یک گردش کامل نداریم، به جای $۲\pi i$ باید حاصل انتگرال در πi ضرب شود. $I(r)=\pi i\underset{z=۰}{\text{Res}}\frac{e^{iz}}{z}=\pi i[\frac{e^{iz}}{۱}]_{z=۰}=\pi i$

که $|I(r)|=\pi$ می‌شود. اما عجله نکنید! برای انتخاب گزینه (۳)، چون $r\to\infty$ داده شده و منحنی C به صورت $|z|=\infty$ است، یعنی مانده در بی‌نهایت هم باید حساب شود. می‌دانیم مقدار مانده در بی‌نهایت قرینه‌ی مجموع مانده‌ها در نقاط تکین است، یعنی مانده در بی‌نهایت برابر با ۱- است و لذا حاصل انتگرال صفر است.

روش دوم: طبق لم جردن داریم: $|\int_C\frac{e^{iz}}{z}dz|\le\int_{z=re^{i\theta}}\frac{|e^{iz}|}{|z|}|dz|=\int_۰^{\pi}\frac{e^{-r\sin\theta}}{r}rd\theta$

برای $r\to\infty$ حد بالا صفر است.

۶ــ گزینه «۱» سؤال ساده‌ای است! طراح خودش به وضوح استفاده از تبدیل لاپلاس را پیشنهاد داده است. ابتدا دقت کنید که داریم:

$$L[u_t(x,t)]=su(x,s)-u(x,۰)$$

در این سؤال طراح به جای $u(x,s)$ خواسته است که $v(x,s)$ بنویسیم! اشکال ندارد فقط یک نماد است و برای ما هم فرقی ندارد. در ادامه داریم:

$$sv(x,s)-u(x,\circ)-۴v''(x,s)=۳v(x,s) \Rightarrow ۴v''(x,s)+(۳-s)v(x,s)=e^{-x}$$

۷ــ گزینه «۲» ابتدا از طرفین رابطه‌ی $u(x,t)=v(x,t)+r(x)$ دو بار نسبت به x و در یک مرحله‌ی دیگر یک‌بار نسبت به t مشتق می‌گیریم و داریم:

$$u_{xx}=v_{xx}+r_{xx} \quad , \quad u_t(x,t)=v_t(x,t)+\circ$$

حالا در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$v_{xx}+r_{xx}=v_t(x,t)+x-۱$$

بر اساس دو شرط اولیه صورت سؤال داریم: $u(\circ,t)=v(\circ,t)+r(\circ) \Rightarrow ۳=v(\circ,t)+r(\circ)$, $u(۲,t)=v(۲,t)+r(۲) \Rightarrow -۱=v(۲,t)+r(۲)$

برای این که شرایط مرزی برحسب v همگن شود باید $r(\circ)=۳$ و $r(۲)=-۱$ شود، بنابراین با دستگاه معادلات زیر برای همگن شدن معادله و شرایط مرزی آن روبه‌رو هستیم:

$$\begin{cases} r_{xx}=x-۱ \Rightarrow r_x=\frac{x^۲}{۲}-x+c_۱ \Rightarrow r(x)=\frac{x^۳}{۶}-\frac{x^۲}{۲}+c_۱x+c_۲ \\ r(\circ)=۳, r(۲)=-۱ \end{cases}$$

حالا از شرط $r(\circ)=۳$ به راحتی $c_۲$ برابر با ۳ به‌دست می‌آید و از شرط $r(۲)=-۱$ داریم:

$$-۱=\frac{۲^۳}{۶}-\frac{۲^۲}{۲}+c_۱(۲)+۳ \Rightarrow -۴=\frac{۴}{۳}-۲+۲c_۱ \Rightarrow ۲c_۱=-۲-\frac{۴}{۳} \Rightarrow c_۱=-\frac{۵}{۳}$$

بنابراین داریم: $r(x)=\frac{x^۳}{۶}-\frac{x^۲}{۲}-\frac{۵}{۳}x+۳$.

ما دنبال $v(x,\circ)$ هستیم. اگر دوباره به تغییر متغیر صورت سؤال برگردیم، رابطه‌ی مقابل را داریم: $v(x,\circ)=v(x,\circ)+r(x)$

$$\Rightarrow ۱-x^۳=v(x,\circ)+\frac{x^۳}{۶}-\frac{x^۲}{۲}-\frac{۵}{۳}x+۳ \Rightarrow v(x,\circ)=-\frac{۷}{۶}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۵}{۳}x-۲$$

روش تستی: خُب! از شرط صورت سؤال داریم: $u(x,t)=v(x,t)+r(x) \quad (*)$

با توجه به داده‌های دیگه دو شرط $u(\circ,t)=۳$ و $u(۲,t)=-۱$ داریم، پس فعلاً از این دو شرط کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} u(\circ,t)=v(\circ,t)+r(\circ) \Rightarrow ۳=v(\circ,t)+r(\circ) \\ u(۲,t)=v(۲,t)+r(۲) \Rightarrow -۱=v(۲,t)+r(۲) \end{cases}$$

چون قراره معادله برحسب v یک معادله‌ی همگن با شرایط مرزی همگن باشه، پس باید $v(\circ,t)=v(۲,t)=\circ$ باشه، بنابراین $r(\circ)=۳$ و $r(۲)=-۱$ نتیجه‌ای که تا اینجا داریم. دنبال $v(x,\circ)$ هستیم؛ در رابطه‌ی (*) به جای tها صفر قرار می‌دیم:

$$u(x,\circ)=v(x,\circ)+r(x) \Rightarrow v(x,\circ)=u(x,\circ)-r(x) \Rightarrow \boxed{v(x,\circ)=۱-x^۳-r(x)}$$

اگه در طرفین رابطه‌ی فوق به جای xها عدد صفر رو قرار بدیم، داریم: $v(\circ,\circ)=۱-\circ-r(\circ) \xrightarrow{r(\circ)=۳} v(\circ,\circ)=-۲$

تو گزینه‌ها فقط گزینه‌های (۱) و (۲) هستن که اگه به جای xهای اونا صفر قرار بدیم، مقدارشون برابر منفی (۲) میشه، پس تا اینجا گزینه‌های (۳) و (۴) میپرن!

حالا برای انتخاب از بین گزینه‌های (۱) و (۲) از شرط $r(۲)=-۱$ کمک می‌گیریم: $v(۲,\circ)=۱-۲^۳-r(۲) \Rightarrow v(۲,\circ)=۱-۸-(-۱)=-۶$

کافیه از بین گزینه‌های (۱) و (۲) تو یکی به جای x عدد ۲ قرار بدیم، مثلاً تو گزینه (۲) داریم:

$$v(۲,\circ)=-\frac{۷}{۶}(۲^۳)+\frac{۱}{۲}(۲)^۲+\frac{۵}{۳}\times ۲-۲=-\frac{۷\times ۴}{۳}+۲+\frac{۱\circ}{۳}-۲=\frac{-۲۸+۶+۱\circ-۶}{۳}=-\frac{۱۸}{۳}=-۶$$

پس همین گزینه جوابه . میتونین تو گزینه (۱) به جای x، عدد ۲ رو قرار بدین و ببینین که برابر با ۶- نمیشه! (اگه این کارو هم میکردین باز هم می‌تونستین بدون محاسبه‌ی گزینه (۲)، به جواب برسین فرقی نداره!)

۸ــ گزینه «۳» از سؤالات تکراری که چند بار تاکنون عین آن طرح شده است! یک روش این است که به جای yها، صفر و به جای xها، z قرار دهیم و مستقیم به ضابطه‌ی z برسیم و روش دیگر مبتنی بر فرمول زیر است:

$$v=\int \frac{\partial u}{\partial x}dy-\int (\text{عبارتی که از حذف توابع شامل } y \text{ در ضابطه‌ی } \frac{\partial u}{\partial y} \text{ حاصل می‌شود})dx$$

$$v=\int [۲(x^۲-y^۲+۱)(۲x)-۸xy^۲]dy-\int (\circ)dx=۴x^۳y-\frac{y^۳}{۳}\times ۴x+۴xy-\frac{۸xy^۳}{۳}+c=۴x^۳y-\frac{۱۲xy^۳}{۳}+۴xy+c$$

$$\Rightarrow v(x,y)=۴xy(x^۲-y^۲+۱)+c \xrightarrow{v(\circ,\circ)=\circ} c=\circ \Rightarrow v(x,y)=۴xy(x^۲-y^۲+۱) \Rightarrow v(۱,۱)=۴$$

روش دیگر: وقتی u را داریم می‌توانیم از فرمول مقابل به z و بعد از آن به v برسیم.

$$f(z)=u(z,\circ)+iv(z,\circ)$$

در ضابطه‌ی $u(x,y)$ به جای تمام xها z و به جای تمام yها صفر قرار می‌دهیم: $f(z)=(z^{۲}+۱)^{۲}+iv(z,\circ)$

با توجه به این که $v(\circ,\circ)=\circ$، پس $f(\circ)=۱$ و با توجه به ضابطه‌ی u قطعاً $v(z,\circ)=\circ$ خواهد بود، لذا $f(z)=(z^{۲}+۱)^{۲}$. از این‌جا داریم:

$$f(z)=(z^{۲}+۱)^{۲}=(x^{۲}-y^{۲}+۱+i۲xy)^{۲}=v(x,y)+i۴xy(x^{۲}-y^{۲}+۱)\Rightarrow v(x,y)=۴xy(x^{۲}-y^{۲}+۱)\Rightarrow v(۱,۱)=۴$$

۹ــ گزینه «۱» به راحتی با استفاده از فرمول داریم:

$$F_s(\omega)=\int_{\circ}^{\infty}\frac{x}{\underbrace{x^{۲}+۴}_{\text{زوج}}}\underbrace{\sin\omega x}_{\text{فرد}}dx=\frac{۱}{۲}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sin\omega x}{x^{۲}+۴}dx=I$$

دقت کنید برای این بازه‌ی انتگرال را به‌صورت $\int_{-\infty}^{+\infty}$ نوشتیم تا از روش محاسبه‌ی انتگرال‌های حقیقی به کمک قضیه مانده‌ها کمک بگیریم. همان‌طور که در متن کتاب گفته‌ایم، داریم:

$$I=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\sin axdx=Im[۲\pi i\ (\text{مجموع مانده‌های تابع } f(z)e^{iaz} \text{ در قطب‌هایی که بالای محور حقیقی قرار دارند})]$$

$$\Rightarrow I=\frac{۱}{۲}Im[۲\pi i\operatorname*{Res}_{z=۲i}\frac{ze^{i\omega z}}{z^{۲}+۴}]$$

دقت کنید که $z=۲i$ قطب ساده درون ناحیه (نیم‌صفحه‌ی فوقانی) است، لذا داریم:

$$\Rightarrow I=\frac{۱}{۲}Im[۲\pi i\frac{ze^{i\omega z}}{۲z}]_{z=۲i}=\frac{\pi}{۲}e^{-۲\omega}$$

۱۰ــ گزینه «۲» سؤال بسیار تکراری از سری فوریه است و اساساً جنبه‌ی محاسباتی دارد. سؤال را به دو روش حل می‌کنیم، روش اول، روش تشریحی و عادی حل سؤال است:

با توجه به اینکه سری فوریه سینوسی مدنظر است، لذا باید b_n را حساب کنیم:

$$b_n=\frac{۲}{\pi}\int_{\circ}^{\pi}x(\pi-x)\sin nx\,dx=\frac{۲}{\pi}\int_{\circ}^{\pi}(\pi x)\sin(nx)dx+\frac{۲}{\pi}\int_{\circ}^{\pi}-x^{۲}\sin(nx)dx=۲\int_{\circ}^{\pi}x\sin(nx)dx-\frac{۲}{\pi}\int_{\circ}^{\pi}x^{۲}\sin(nx)dx=I_{۱}-I_{۲}$$

دو انتگرال جزء به جزء داریم که از روش جدول برای هر دوی آن‌ها کمک می‌گیریم:

	x	$\sin nx$
$\oplus$	۱	$\frac{-۱}{n}\cos(nx)$
$\ominus$	$\circ$	$-\frac{۱}{n^{۲}}\sin nx$

$$\Rightarrow I_{۱}=۲[-\frac{x}{n}\cos nx+\frac{۱}{n}\sin nx]_{\circ}^{\pi}=۲\times[-\frac{\pi}{n}\cos(n\pi)]=-\frac{۲\pi}{n}\cos n\pi$$

برای محاسبه $I_۲$ داریم:

	$x^{۲}$	$\sin nx$
$\oplus$	$۲x$	$\frac{-۱}{n}\cos(nx)$
$\ominus$	۲	$-\frac{۱}{n^{۲}}\sin(nx)$
$\oplus$	$\circ$	$+\frac{۱}{n^{۳}}\cos(nx)$

$$\Rightarrow I_{۲}=\frac{۲}{\pi}[-\frac{x^{۲}}{n}\cos(nx)+\frac{۲x}{n^{۲}}\sin(nx)+\frac{۲}{n^{۳}}\cos(nx)]_{\circ}^{\pi}\Rightarrow I_{۲}=\frac{۲}{\pi}[(-\frac{\pi^{۲}}{n}\cos(n\pi)+\frac{۲}{n^{۳}}\cos n\pi-\frac{۲}{n^{۳}}\cos(\circ)]$$

$$\Rightarrow I_{۲}=-\frac{۲\pi}{n}\cos n\pi+\frac{۴}{\pi n^{۳}}\cos(n\pi)-\frac{۴}{\pi n^{۳}}$$

۱۶ـ گزینه «۴» **روش اول:** ماکزیمم کاهش در هر مرحله در فرآیند کشش سیم از رابطه زیر محاسبه می‌شود، یا در واقع نسبت قطر ثانویه به قطر اولیه در فرآیند کشش سیم مطابق رابطه مقابل است:

$$r_{max}=\frac{d_۲}{d_۱}=۱-\exp(-R(۱+n))$$

R : راندمان فرآیند، n : توان کرنش سختی، $\frac{d_۲}{d_۱}$ یا r_{max} : ماکزیمم کاهش قطر در هر مرحله

$$\frac{d_۲}{d_۱}=۱-\exp(-۰/۵(۱+۰/۲))=۱-\exp(-۰/۶)$$

با توجه به توضیحات فوق، گزینه سازمان سنجش یعنی گزینه (۱) اشتباه است.

روش دوم: ماکزیمم کاهش قطر زمانی اتفاق می‌افتد که $\sigma_d=\bar{\sigma}$ باشد.

$$\begin{cases}\bar{\sigma}=k{\varepsilon^*}^n\\ \sigma_d=\frac{k{\varepsilon^*}^{n+۱}}{n+۱}\times\frac{۱}{\eta}\end{cases}\Rightarrow \sigma_d=\bar{\sigma}\Rightarrow \varepsilon^*=\eta(n+۱)=۰/۵(۱/۲)=۰/۶$$

$$\varepsilon=\begin{bmatrix}\varepsilon_۱\\ \varepsilon_۲\\ \varepsilon_۳\end{bmatrix}=\begin{cases}\varepsilon_۱=\ell n\frac{d_۲}{d_۱}=\varepsilon\\ \varepsilon_۲=\ell n\frac{d_۲}{d_۱}=\varepsilon\\ \boxed{\varepsilon_۳=-۲\varepsilon_۱=-۲\ell n\frac{d_۲}{d_۱}=\varepsilon}\end{cases}$$

$$\bar{\varepsilon}=\sqrt{\frac{۲}{۳}\varepsilon:\varepsilon}=\sqrt{\frac{۲}{۳}(\varepsilon^۲+\varepsilon^۲+۴\varepsilon^۲}=|۲\varepsilon|\Rightarrow\bar{\varepsilon}=۲\left|\ell n\frac{d_۲}{d_۱}\right|\Rightarrow \ell n\frac{d_۲}{d_۱}=-\frac{\bar{\varepsilon}}{۲}=-\frac{۰/۶}{۲}=-۰/۳\Rightarrow \ell n\frac{d_۲}{d_۱}=-۰/۳\Rightarrow\boxed{\frac{d_۲}{d_۱}=e^{-۰/۳}}$$

۱۷ـ گزینه «۴» در حالت کرنش صفحه‌ای مقدار $\beta=۰$ می‌باشد. ابتدا میزان کرنش ورق را محاسبه می‌کنیم. طبق رابطه داریم: $\varepsilon=\ln\frac{l}{l_۰}$ کرنش حقیقی

$l_۰$: طول اولیه، l : طول ثانویه، ε : میزان کرنش

$$\varepsilon=Ln\frac{۳}{۲}=Ln۱/۵$$

حال به‌منظور محاسبه کرنش معادل طبق معیار فون‌میسز از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$d\bar{\varepsilon}=\sqrt{\frac{۴}{۳}(۱+\beta+\beta^۲)}\varepsilon_۱\Rightarrow d\bar{\varepsilon}=\sqrt{\frac{۴}{۳}(۱+۰+(۰)^۲)}\times Ln\frac{۳}{۲}\Rightarrow d\bar{\varepsilon}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}Ln۱/۵$$

۱۸ـ گزینه «۳» در فرآیند نورد ورق با افزایش میزان ضریب اصطکاک بین ورق و غلتک (تا حد اپتیمم) و همچنین با بزرگ شدن شعاع غلتک‌ها و افزایش سطح تماس می‌توان به کاهش بیشتر ضخامت در هر مرحله دست یافت.

رابطه مقابل نشانگر این مهم می‌باشد:

$$h_{min}=\frac{C\mu R}{E}(\sigma_۰-\sigma_t)$$

در این رابطه h نشان‌دهنده بیشترین کاهش ضخامت (ضخامت مینیمم)، R شعاع غلتک‌ها و μ ضریب اصطکاک می‌باشد.

۱۹ـ گزینه «۱» در مورد میدان خطوط لغزش:

۱ـ در هر منطقه‌ای با فشار ثابت سرعت ثابت است.

۲ـ در مناطقی که خطوط α و β مستقیم باشند، سیستم تنش ثابت است.

۳ـ اندازه سرعت در همه جا در طول خط لغزش ثابت است، اگرچه ممکن است جهت آن تغییر یابد.

۴ـ در میدانی با خطوط خمیده هم‌اندازه و هم‌جهت سرعت تغییر می‌کند.

۵ـ تمام خطوط α وقتی از یک خط β به خط دیگر می‌رود، به یک اندازه انحراف حاصل می‌کند.

۶ـ بردار معرف ناپیوستگی سرعت باید با خود ناپیوستگی موازی باشد.

۷ـ هرگاه یک خط α بین دو خط β مستقیم باشد، تمام خطوط α بین این دو خط β مستقیم خواهد بود.

۲۰ــ گزینه «۲» شرایط مرزی در تحلیل میدان خط لغزش:

همیشه می‌توان جهت یک تنش اصلی را در هر مرز تعیین کرد. شرایط مرزی زیر سودمندند:

۱ـ نیرو و تنش قائم بر هر سطح آزاد، تنش اصلی است، بنابراین خطوط α و β باید سطح را تحت زاویه ۴۵ درجه قطع کنند.

۲ـ خطوط α و β باید سطوح بدون اصطکاک را تحت زاویه ۴۵ درجه قطع کنند.

۳ـ خطوط α و β باید سطوح دارای اصطکاک چسبنده را تحت زوایای صفر و ۹۰ درجه قطع کنند.

۲۱ــ گزینه «۲» تحلیل قاچی براساس نوشتن موازنه نیروها روی قاچی از فلز با ضخامت جزئی مبتنی‌اند. برآورد تأثیر اصطکاک روی نیروهای لازم برای کشش، روزنرانی و نوردکاری سودمند است. فرض‌های لازم عبارت‌اند از:

۱ـ محورهای اصلی در جهت اعمال بارها قرار دارند. ۲ـ تغییر شکل همگن است. ۳ـ مقاطع صفحه‌ای، صفحه‌ای باقی می‌مانند. ۴ـ آثار اصطکاک جهت‌های محورهای اصلی را تغییر نمی‌دهند یا سبب واپیچش داخلی نمی‌شوند.

۲۲ــ گزینه «۲» در روش المان محدود ابتدا با فرضیات منطقی، مسئله مورد نظر را بررسی نموده و پس از به‌دست آمدن معادله دیفرانسیل مسئله نسبت به حل آن با روش‌های عددی اقدام می‌نماییم. به صورت کلی در روش المان محدود ابتدا یک ماده پیچیده که بیانگر محیطی پیوسته است را به شکل‌های هندسی کوچکتر و ساده‌تر تقسیم‌بندی نموده و با فرض توابع شکلی که شرایط مرزی را ارضا نماید معادلات مجموعه المان‌ها را حل نموده و پارامترهای مورد نظر را به‌دست می‌آوریم. واضح است که برای استفاده از این روش‌ها ما نیاز به استفاده از کامپیوترهای با سرعت بالا و قابلیت پردازش بالا داریم. از روش اجزای محدود برای اجسامی با اشکال نامنظم هندسی و مرکب از جنس‌های مختلف و شرایط مرزی متفاوت به آسانی استفاده می‌شود. در مسائل پایدار و گذرا و همچنین در مسائلی با خواص غیرخطی نیز کاربرد خواهد داشت. از دیگر امتیازات اصلی روش المان محدود کاربرد آسان آن می‌باشد. بسیاری از برنامه‌های عمومی مستقل از استفاده کننده به این روش نوشته شده یا می‌توان نوشت.

با توجه به توضیحات فوق، گزینه سنجش یعنی گزینه (۴) اشتباه می‌باشد.

۲۳ــ گزینه «۳» در تحلیل به روش slab method در حالت کرنش صفحه‌ای رابطه‌ی $\frac{P_{av}}{2k}=1+\frac{\mu b}{2h}$ برقرار است. در حالتی‌که اصطکاک چسبنده باشد مقدار $\mu=1$ می‌باشد و رابطه به $\frac{P_{av}}{2k}=1+\frac{b}{4h}$ تبدیل می‌شود. لذا با افزایش ۱۰% نسبت $\frac{b}{h}$ و رابطه مستقیم با $\frac{P_{av}}{2k}$، مقدار آن نیز ۱۰% افزایش می‌یابد.

۲۴ــ گزینه «۲» در آزمون کشش فلزی شکل‌پذیر، تغییرشکل تا بار ماکزیمم یکنواخت خواهد بود. پس از آن، تغییرشکل موضعی آغاز می‌شود تا باریک‌شدگی رخ دهد.

$$F=\sigma.A \Rightarrow dF=\sigma dA+Ad\sigma=0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma}=-\frac{dA}{A}=d\varepsilon$$

رابطه (۱) $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}=\sigma$ ، $\sigma=k(\varepsilon-n)^n \Rightarrow d\sigma=k\times n\times d\varepsilon\times(\varepsilon-n)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)=kn(\varepsilon-n)^{n-1}$

این مقدار مطابق رابطه (۱) برابر σ می‌شود

در این رابطه به‌جای σ مطابق صورت مسئله رابطه $k(\varepsilon-n)^n$ را جایگزین می‌کنیم: $\sigma=kn(\varepsilon-n)^{n-1}$

$$\cancel{k}\ \cancel{(\varepsilon-n)^n}=\cancel{k}n(\varepsilon-n)^{\cancel{n}-1} \Rightarrow 1=\frac{n}{\varepsilon-n} \Rightarrow \varepsilon-n=n \Rightarrow \varepsilon=2n$$

با توجه به توضیحات فوق، گزینه سازمان سنجش یعنی گزینه (۱) اشتباه می‌باشد.

۲۵ــ گزینه «۴»

$$d\varepsilon_1=\frac{1}{E}[\sigma_1-\frac{1}{2}(\sigma_2+\sigma_3)] \quad , \quad d\varepsilon_2=\frac{1}{E}[\sigma_2-\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)]$$

در حالت تنش صفحه‌ای مقدار σ_2 برابر صفر خواهد بود. با جایگذاری در رابطه بالا مقدار $d\varepsilon_1$ و $d\varepsilon_2$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$d\varepsilon_1=\frac{1}{E}[\sigma_1-\frac{1}{2}\sigma_3] \quad , \quad d\varepsilon_2=\frac{1}{E}[-\frac{1}{2}\sigma_1-\frac{1}{2}\sigma_3]$$

حال طبق صورت مسئله $\sigma_3=-\frac{1}{2}\sigma_1$ می‌باشد. با جایگذاری داریم:

$$d\varepsilon_1=\frac{1}{E}[\sigma_1+\frac{1}{4}\sigma_1]=\frac{5}{4}\frac{\sigma_1}{E} \quad , \quad d\varepsilon_2=\frac{1}{E}[-\frac{1}{2}\sigma_1+\frac{1}{4}\sigma_1]=-\frac{\sigma_1}{4E}$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2}=\frac{\frac{5}{4}\frac{\sigma_1}{E}}{-\frac{1}{4}\frac{\sigma_1}{E}}=-5$$