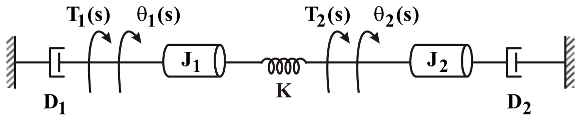
آزمون (۱)

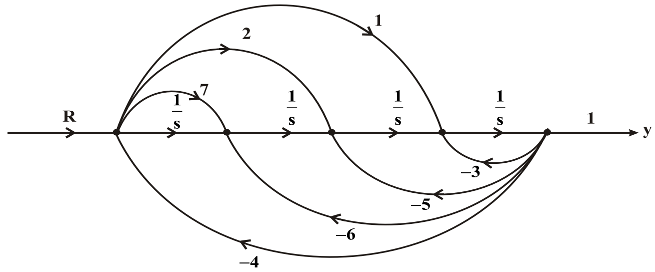
۱ـ در سیستم مکانیکی زیر اگر $T_2(s) = 2T_1(s)$ باشد، نسبت $\frac{\theta_1(s)}{\theta_2(s)}$ چقدر است؟



$K = 2\frac{N}{rad}\ ,\ D_1 = 1\frac{N}{rad.s}\ ,\ D_2 = 2\frac{N}{rad.s}\ ,\ J_1 = 2\frac{kg}{m^2}\ ,\ J_2 = 1\frac{kg}{m^2}$

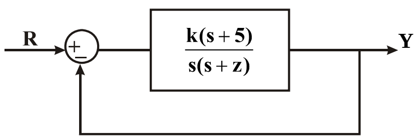
۱) $\frac{s^2+2s+4}{4s^2+2s+4}$
۲) $\frac{s^2+2s+4}{2s^2+2s+4}$
۳) $\frac{s^2+2s+6}{4s^2+2s+6}$
۴) $\frac{s^2+2s+6}{2s^2+2s+6}$

۲ـ در شکل زیر پاسخ حالت دائمی به ورودی $R = \frac{2}{s}$ برابر با کدام گزینه است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{4}$

۳ـ در سیستم میرای شکل زیر مقدار زمان قله (t_p) دارای کمترین مقدار خود است. زمان نشست سیستم تقریباً چند ثانیه می‌باشد؟ ($k > z > 0$)

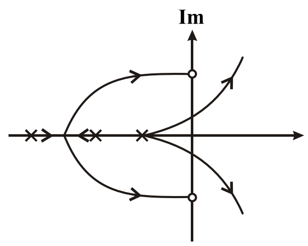


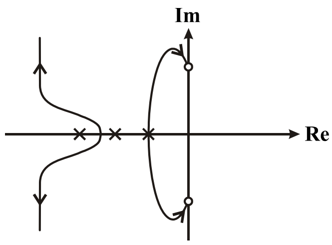
۱) ۰/۸
۲) ۰/۴
۳) ۱/۲
۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

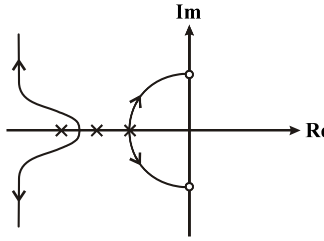
۴ـ کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

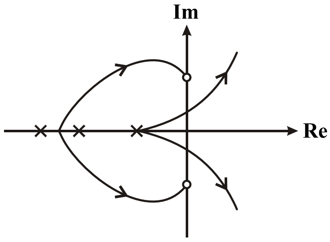
۱) پاسخ پله تابع تبدیل سیستمی با $G = \frac{-s+4}{(s+2)^2}$، ماکزیمم فروجهش در لحظه $t = \frac{1}{6}$ دارد.
۲) تعداد سطرهای صفر در آرایه روث سیستمی با معادله مشخصه $\Delta(S) = (s^2+4)^6(s-3)^4(s+1)$ برابر ۱۰ است.
۳) به ازای سطر صفر s^{2k-1} در ستون اول آرایه، تغییر علامت قبل از سطر s^{2k} مرتبط با ریشه‌های متقارن نسبت به مبدأ است.
۴) اضافه کردن صفر به تابع تبدیل حلقه باز به پایداری کمک می‌کند و مکان ریشه‌ها را به سمت چپ می‌کشاند.

۵ـ مکان هندسی ریشه‌های سیستمی با فیدبک واحد منفی با تابع تبدیل حلقه $G(s) = \frac{k(s^2+3)}{(s+3)^2(s+5)(s+6)}$ برای $k > 0$ کدام است؟

۱)


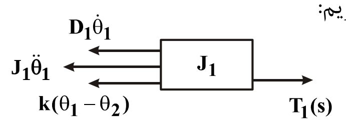
۲)


۳)


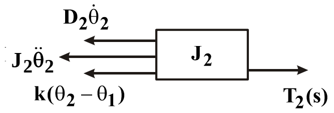
۴)


پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۳» نیروهای وارد بر اجسام به‌صورت زیر است و با استفاده از رابطه $\sum M = T$ برای هریک از اجسام داریم:



$$J_1\ddot{\theta}_1 + D_1\dot{\theta}_1 + k(\theta_1-\theta_2) = T_1$$



$$J_2\ddot{\theta}_2 + D_2\dot{\theta}_2 + k(\theta_2-\theta_1) = T_2$$

حال مقادیر را در معادلات وارد کرده و سپس از دو طرف معادلات، تبدیل لاپلاس گرفته می‌شود:

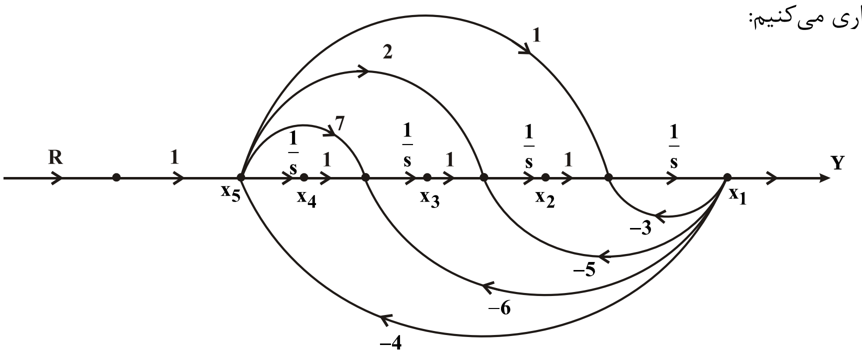
$$\left.\begin{array}{l} 2s^2\theta_1(s)+s\theta_1(s)+2\theta_1(s)-2\theta_2(s)=T_1(s) \\ s^2\theta_2(s)+2s\theta_2(s)+2\theta_2(s)-2\theta_1(s)=T_2(s) \end{array}\right\}$$

با توجه به $T_2(s)=2T_1(s)$ و تقسیم دو معادله بر هم داریم:

$$4s^2\theta_1(s)+2s\theta_1(s)+6\theta_1(s)=s^2\theta_2(s)+2s\theta_2(s)+6\theta_2(s)$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2}=\frac{s^2+2s+6}{4s^2+2s+6}$$

۲ـ گزینه «۳» نمودار گذر سیستم را به‌صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم:



$$x_5=\dot{x}_4=R-4x_1$$
$$\dot{x}_3=7x_5+x_4-6x_1$$
$$\dot{x}_2=-5x_1+x_3+2x_5$$
$$\dot{x}_1=-3x_1+x_2+x_5$$
$$y=x_1$$

می‌دانیم که در حالت دائمی، تغییرات سیستم تقریباً برابر با صفر است. بنابراین مشتق متغیرهای سیستم برابر صفر است؛ یعنی: $\dot{x}_4=\dot{x}_3=\dot{x}_2=\dot{x}_1=0$

حال داریم:

$$x_5=\dot{x}_4=0 \Rightarrow R=4x_1$$

$$\xrightarrow{y=x_1} y_\infty=\frac{R_\infty}{4}$$

با توجه به اینکه مقدار نهایی ورودی برابر ۲ می‌باشد، پس مقدار نهایی خروجی برابر با $\frac{1}{2}$ است.

نکته: در حل به روش میسون، زمان حل چند برابر می‌شود.

۳ـ گزینه «۱» ابتدا معادله مشخصه سیستم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{Y}{R}=\frac{\frac{k(s+5)}{s(s+z)}}{1+\frac{k(s+5)}{s(s+z)}} \Rightarrow \frac{Y}{R}=\frac{k(s+5)}{s^2+(k+z)s+5k}$$

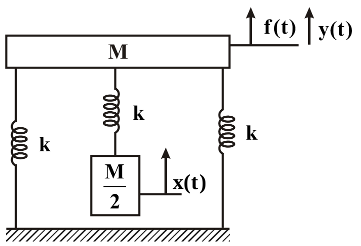
$$\omega_n^2=5k \Rightarrow \omega_n=\sqrt{5k} \quad , \quad 2\zeta\omega_n=k+z \Rightarrow \zeta=\frac{k+z}{2\sqrt{5k}}$$

از طرفی می‌دانیم $t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ است، پس به‌منظور رسیدن به کمترین مقدار t_p، باید بیشترین مقدار $\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ به دست آورده شود:

$$\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}=\sqrt{5k}\sqrt{1-(\frac{k+z}{2\sqrt{5k}})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{20k-(k+z)^2}$$

آزمون (۳)

۱ـ سیستم شکل زیر را در نظر بگیرید که وزنه‌ای به جرم $\frac{M}{2}$ با فنر با ضریب k به آن وصل می‌شود. تابع تبدیل $G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}$ برابر کدام گزینه است؟



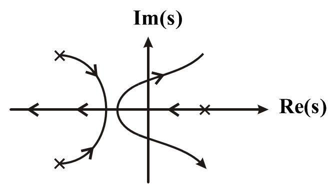
۱) $\dfrac{Ms^2+k}{M^2s^4+(5Mk)s^2+2k^2}$

۲) $\dfrac{\frac{M}{2}s^2+k}{M^2s^4+\frac{5Mk}{2}s^2+2k^2}$

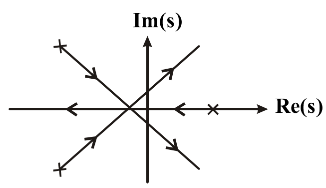
۳) $\dfrac{\frac{M}{2}s^2+k}{\frac{M^2}{2}s^4+\frac{5Mk}{2}s^2+2k^2}$

۴) $\dfrac{Ms^2+k}{\frac{M^2}{2}s^4+\frac{5Mk}{2}s^2+2k^2}$

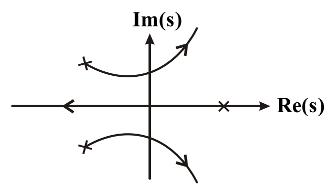
۲ـ مکان هندسی ریشه‌های سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز $\dfrac{K}{(s-1)(s^2+4s+7)}$ با فیدبک واحد منفی، به ازای $k>0$ برابر کدام گزینه است؟



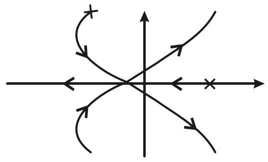
(۱)



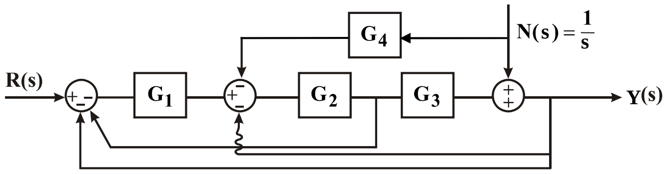
(۲)



(۳)


(۴)

۳ـ در بلوک دیاگرام زیر با فرض پایداری سیستم حلقه بسته، اگر $G_4(0)=10$ باشد، مقدار خطای حالت ماندگار این سیستم چقدر است؟



$G_1=100$

$G_2=\dfrac{s+1}{s+2}$

$G_3=\dfrac{10}{s(s+2)}$

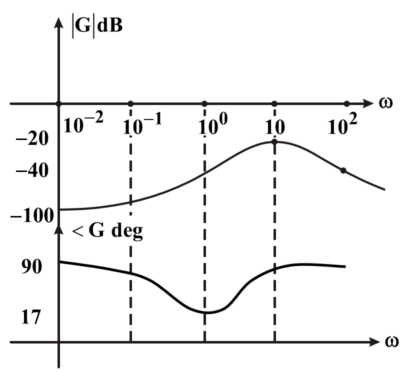
۱) ۱

۲) ۱-

۳) ۰/۹۹

۴) ۱/۰۱

۴ـ نمودار بود سیستمی به صورت زیر نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟



۱) سیستم حلقه بسته همواره پایدار است.

۲) این سیستم دو قطب سمت راست دارد.

۳) به ازای تمامی مقادیر k این سیستم ناپایدار است.

۴) این سیستم دو صفر سمت راست دارد.

پاسخنامه آزمون (۳)

۱ـ گزینه «۳» معادلات نیروهای وارد بر روی هریک از اجسام عبارتند از:

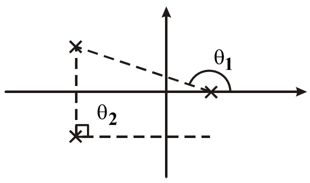
$$\left.\begin{aligned} &M\ddot{y}+(2k+k)y-kx=F \\ &\frac{M}{2}\ddot{x}-ky+kx=0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{حوزه لاپلاس}} \begin{aligned} &Ms^2Y(s)+3kY(s)-kX(s)=F(s) \\ &(\frac{M}{2}s^2+k)X(s)=kY(s) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow X(s)=\frac{k}{\frac{M}{2}s^2+k}Y(s) \Rightarrow \frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{\frac{M}{2}s^2+k}{\frac{M^2}{2}s^4+(\frac{5Mk}{2})s^2+2k^2}$$

۲ـ گزینه «۲» با توجه به گزینه‌ها زوایای خروج از قطب‌های مزدوج و نقطه ورود به محور حقیقی پارامترهایی هستند که باید بررسی شوند.

نقطه ورود به محور حقیقی $=\frac{\partial k}{\partial s}=\frac{\partial}{\partial s}((s-1)(s^2+4s+7))=3s^2+6s+3=0 \Rightarrow (s+1)^2=0$

با توجه به اینکه ۲ نقطه در یک مکان قرار دارند پس ۳ شاخه در آن نقطه به یکدیگر می‌رسند، بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست هستند.



$$-\theta_p-\theta_2-\theta_1=(2k+1)\pi$$

$$\theta_2=90^\circ \qquad \theta_1=180-tg^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3}=150^\circ$$

$$\theta_p=540-150-90=300$$

۳ـ گزینه «۱» توابع تبدیل $\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N(s)=0}$ و $\left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R(s)=0}$ را با استفاده از قاعده میسون به دست می‌آوریم:

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N(s)=0}=\frac{P_1\Delta_1}{\Delta}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2+G_2G_3+G_1G_2G_3}$$

$$\left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R(s)=0}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{(1+G_1G_2)-G_2G_3G_4}{1+G_1G_2+G_2G_3+G_1G_2G_3}$$

حال مقادیر G_1 و G_2 و G_3 را جایگذاری کرده و مقدار نهایی y را به ازای ورودی‌های $R(s)$ و $N(s)$ به دست می‌آوریم:

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N(s)=0}=\frac{100(s+1)}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}$$

$$\left.y_1(\infty)\right|_{R(s)=\frac{1}{s},N(s)=0}=\lim_{s\to 0}\frac{100(s+1)}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}=\frac{10}{101}$$

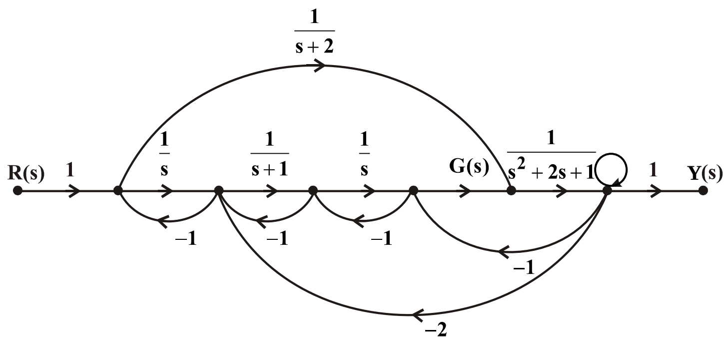
$$\left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R(s)=0}=\underbrace{\frac{(101s^3+2122s^2+2040s)-10(s+1)G_4(s)}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}}_{A(s)}$$

$$\left.y_2(\infty)\right|_{N(s)=\frac{1}{s},R(s)=0}=\lim_{s\to 0}A(s)=\frac{-10}{1010}G_4(0)=-\frac{10}{101}$$

$$y(\infty)=y_1(\infty)+y_2(\infty)=0$$
$$e(\infty)=R(\infty)-y(\infty)=1-0=1$$

آزمون (۷)

۱ـ در سیستم شکل زیر به ازای چه مقدار $G(s)$ ورودی در خروجی مشاهده نمی‌شود؟



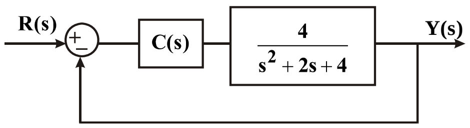
۱) $\frac{-(s^{۳}+۳s^{۲}+s)}{s+۲}$

۲) $\frac{s^{۳}-۳s^{۲}+s}{s+۲}$

۳) $\frac{s^{۳}+۲s^{۲}+s}{(s^{۲}+۲s+۱)(s+۲)}$

۴) $\frac{-(s^{۳}+۲s^{۲}+s)}{s+۲}$

۲ـ با استفاده از کدام‌یک از کنترل‌کننده‌های زیر معادله مشخصه سیستم دارای قطبی در ۸- و پاسخ به ورودی پله دارای ضریب میرایی واحد و زمان نشست ۲ ثانیه است؟



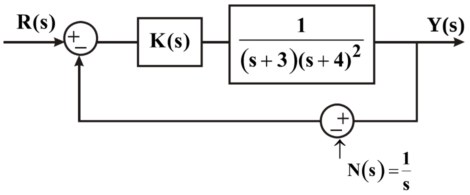
۱) $C(s)=۸+۲/۵s+\frac{۸}{s}$

۲) $C(s)=۱۶+۵s+\frac{۱۶}{s}$

۳) $C(s)=۳۲+۱۰s+\frac{۳۲}{s}$

۴) $C(s)=۲۴+۸s+\frac{۲۴}{s}$

۳ـ در سیستم حلقه بسته شکل زیر کدام‌یک از کنترل‌کننده‌های زیر برای کاهش تأثیر نویز مناسب‌تر است؟



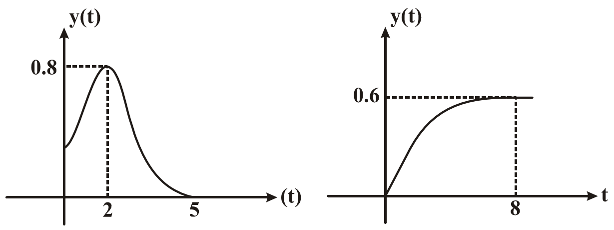
۱) P

۲) PII

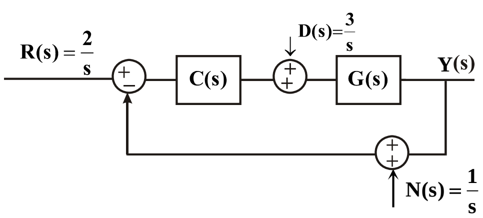
۳) PI

۴) PID

۴ـ سیستمی با بلوک دیاگرام زیر را در نظر بگیرید. اگر پاسخ سیستم به ازای $(D(s)=\frac{۱}{s}, R(s)=N(s)=۰)$ برابر با شکل (الف) باشد و پاسخ سیستم به ازای $(D(s)=N(s)=۰, R(s)=\frac{۱}{s})$ به صورت شکل (ب) باشد، آنگاه خطای حالت ماندگار در بلوک دیاگرام زیر چقدر است؟



(الف) (ب)



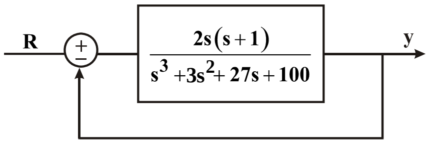
۱) ۱/۴

۲) ۱/۴-

۳) ۰/۴

۴) ۰/۶

۵ـ در سیستمی با بلوک دیاگرام زیر اگر $s=-۴$ قطب غیرغالب سیستم حلقه بسته باشد دامنه پاسخ به کدام ورودی بیشتر است؟



۱) $\cos(۲t-۳۰^{\circ})$

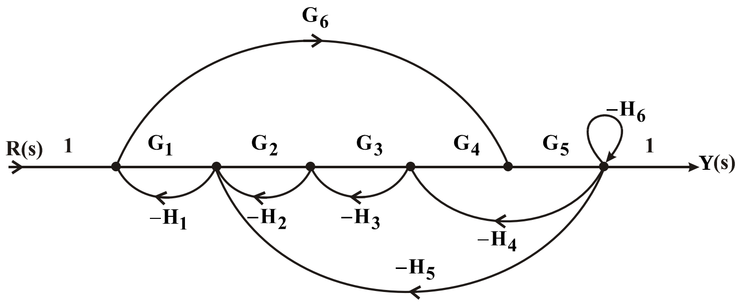
۲) $\sin(۲t-۴۵^{\circ})$

۳) $\sin(۵t)$

۴) $\sin(۳t)$

پاسخنامه آزمون (۶)

۱ـ گزینه «۱»



$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_۱G_۲G_۳G_۴G_۵+G_۵G_۶(۱+G_۲H_۲+G_۳H_۳)}{\Delta(s)}$$

حال برای اینکه ورودی در خروجی مشاهده نشود باید صورت کسر را برابر صفر قرار داد.

$$G_۴=\frac{-G_۶(۱+G_۲H_۲+G_۳H_۳)}{G_۱G_۲G_۳}=\frac{-\frac{۱}{s+۲}(۱+\frac{۱}{s+۱}+\frac{۱}{s})}{\frac{۱}{s}\times\frac{۱}{s+۱}\times\frac{۱}{s}}$$

$$G_۴=\frac{-s^۳-s^۲-s^۲-s^۲-s}{s+۲}=\frac{-(s^۳+۳s^۲+s)}{s+۲}$$

۲ـ گزینه «۱»

نسبت میرایی واحد $\Rightarrow \zeta=۱ \quad t_s=\frac{۴}{\zeta\omega_n}=۲\Rightarrow \zeta\omega_n=۲\Rightarrow \omega_n=۲$

پس معادله مشخصه از $(s^۲+۴s+۴)$ و $(s+۸)$ تشکیل شده است.

$$\Delta(s)=(s+۸)(s^۲+۴s+۴)=s^۳+۱۲s^۲+۳۶s+۳۲$$

حال $C(s)=K_P+K_Ds+\frac{K_I}{s}$ را در نظر می‌گیریم. در این صورت معادله مشخصه بلوک دیاگرام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$۱+\frac{۴K_P+۴K_Ds+\frac{۴K_I}{s}}{s^۲+۲s+۴}=s^۳+(۲+۴K_D)s^۲+(۴+۴K_P)s+۴K_I=\Delta'(s)$$

حال برای حل معادلات از $\Delta'(s)=\Delta(s)$ استفاده می‌کنیم.

$$s^۳+۱۲s^۲+۳۶s+۳۲=s^۳+(۲+۴K_D)s^۲+(۴+۴K_P)s+۴K_I$$

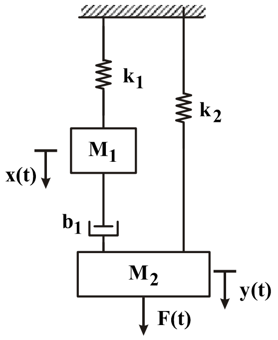
$$\Rightarrow K_D=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\ ,\ K_P=\frac{۳۲}{۴}=۸ \qquad K_I=\frac{۳۲}{۴}=۸$$

۳ـ گزینه «۱» وجود انتگرال‌گیر در کنترل‌کننده باعث می‌شود که نویز با علامت منفی دقیقاً در خروجی تأثیر داشته باشد، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست است. با توجه به اینکه $\frac{Y(s)}{N(s)}$ برابر $\frac{-K(s)}{(s+۳)(s+۴)^۲+K(s)}$ است، استفاده از کنترل‌کننده تناسبی باعث کاهش تأثیر نویز می‌شود.

۴ـ گزینه «۱» همانطور که در شکل (الف) مشاهده می‌کنید پاسخ نهایی سیستم به ورودی اغتشاش $D(s)$ برابر صفر است و همچنین مطابق با شکل (ب)، پاسخ سیستم به ورودی $R(s)=\frac{۱}{s}$ دارای مقدار نهایی ۰/۶ است، با توجه به اینکه توابع تبدیل $\left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{\substack{R(s)=۰\\D(s)=۰}}=-\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{\substack{N(s)=۰\\D(s)=۰}}$ است، پس می‌توان پاسخ نهایی سیستم به ورودی $N(s)=\frac{۱}{s}$ را برابر ۰/۶− تخمین زد.

آزمون (۸)

۱ـ سیستم مکانیکی زیر را در نظر بگیرید. تابع تبدیل $\frac{X(s)}{F(s)}$ برابر با کدام گزینه است؟



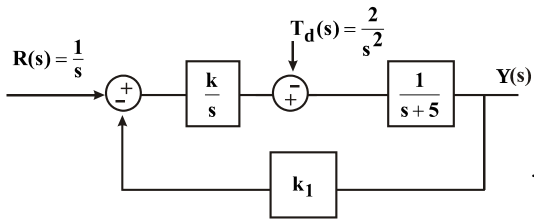
۱) $\frac{b_1 s}{M_2M_1s^4+(M_2+M_1)s^3+(M_2k_1+M_1k_2)s^2+k_1k_2}$

۲) $\frac{b_1 s}{M_2M_1s^4+(M_2+M_1)b_1s^3+(M_2k_1+M_1k_2)s^2+k_1k_2}$

۳) $\frac{b_1 s}{M_2M_1s^4+(M_2+M_1)bs^3+(M_2k_1+M_1k_2+2b_1^2)s^2+k_1k_2}$

۴) $\frac{b_1 s}{(M_2M_1)s^4+(M_2+M_1)s^3+(M_2k_1+M_1k_2+2b_1^2)s^2+k_1k_2}$

۲ـ در مورد بلوک دیاگرام شکل مقابل کدام گزینه صحیح است؟



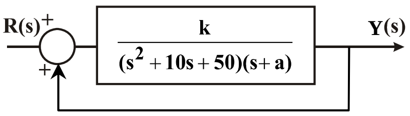
۱) نمودار خطای حالت ماندگار برحسب k_1 به ازای $k=10$ نزولی است.

۲) نمودار خطای حالت ماندگار برحسب k به ازای $k_1=2$، نزولی است.

۳) خطای حالت ماندگار به ازای $k=10$ و $k_1=1$ بیشتر از ۰/۲ است.

۴) با توجه به شرایط پایداری، مقدار خطای حالت ماندگار همواره کوچک‌تر از ۰/۱است.

۳ـ سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز $\frac{k}{(s^2+10s+50)(s+a)}$ در بلوک دیاگرام زیر نشان داده شده است. اگر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب در این سیستم برابر ۰/۶ باشد. a و k به ترتیب کدام هستند؟



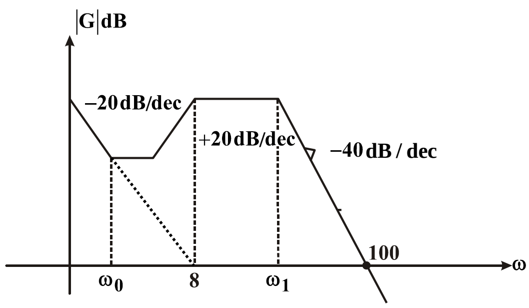
۱) ۲ و ۱۰۰

۲) ۲/۵ و ۱۲۵

۳) ۱ و ۳۰

۴) ۳ و ۱۵۰

۴ـ نمودار مجانب اندازه سیستم حلقه باز G(S) به ازای فیدبک واحد منفی داده شده است. مقدار ka برابر کدام گزینه است؟



$$G(s)=\frac{k(1+\frac{s}{2})(1+\frac{s}{4})}{s(1+\frac{s}{8})(1+\frac{s}{a})^2}$$

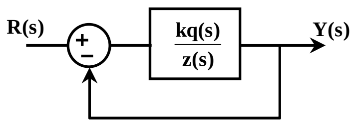
۱) $\frac{100}{8}$

۲) ۲۵

۳) ۱۰۰

۴) ۲۰۰

۵ـ سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید. آرایه راث نسبت به خط $S=-A$ برای معادله مشخصه سیستم زیر رسم شده است. اگر بدانیم که سیستم دارای هیچ صفری در سمت راست $S=-A$ نیست، کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟ $(A>2)$



$$\begin{array}{c|ccc} S^4 & 2A & -A & -A \\ S^3 & A & -A & \\ S^2 & A & -A & \\ S^1 & 2A & & \\ S^0 & -A & & \end{array}$$

۱) این سیستم همواره ناپایدار است.

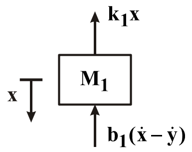
۲) مکان هندسی ریشه‌های این سیستم به ازای $k>0$ یک نقطه شکست بین A و A− دارد.

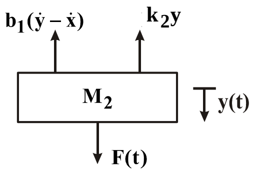
۳) نقاط بین $-A+1$ و $-A$ جزء مکان هندسی ریشه‌های سیستم است.

۴) مکان هندسی ریشه‌های این سیستم نسبت به $s=-A$ متقارن است.

پاسخنامه آزمون (۸)

۱ـ گزینه «۲» معادلات وارد بر هریک از اجسام M_1 و M_2 را به‌دست می‌آوریم:





$$M_1\ddot{x}(t)+b_1\dot{x}(t)+k_1x(t)=b_1\dot{y}(t)$$

$$M_2\ddot{y}(t)+b_1\dot{y}(t)+k_2y(t)=b_1\dot{x}(t)+F(t)$$

$$\text{حوزه لاپلاس}\Rightarrow Y(s)=\left(\frac{M_1s^2+b_1s+k_1}{b_1s}\right)X(s)$$

$$(M_2s^2+b_1s+k_2)Y(s)=b_1sX(s)+F(s)$$

$$\Rightarrow\frac{(M_2s^2+b_1s+k_2)(M_1s^2+b_1s+k_1)X(s)}{b_1s}=b_1sX(s)+F(s)$$

$$\Rightarrow X(s)(M_2M_1s^4+(M_2b_1+M_1b_1)s^3+(M_1k_2+M_2k_1)s^2+k_1k_2)=b_1sF(s)$$

$$\Rightarrow\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{b_1s}{M_2M_1s^4+(M_2+M_1)b_1s^3+(M_1k_2+M_2k_1)s^2+k_1k_2}$$

۲ـ گزینه «۲» ابتدا تابع تبدیل سیستم را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{k}{s^2+5s+kk_1}\quad\text{و}\quad\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{s^2+5s+k(k_1-1)}{s^2+5s+kk_1}$$

$$\text{پس خطای حالت ماندگار به ورودی پله}=E(\infty)=\lim_{s\to0}s\left(\frac{s^2+5s+k(k_1-1)}{s^2+5s+kk_1}\right)\times\frac{1}{s}=\frac{k_1-1}{k_1}$$

$$\frac{Y(s)}{T_d(s)}=\frac{-s}{s^2+5s+kk_1}\Rightarrow E(\infty)=\lim_{s\to0}s\left(\frac{s}{s^2+5s+kk_1}\right)\times\frac{2}{s^2}=\frac{2}{kk_1}$$

$$e(\infty)=\frac{k_1-1}{k_1}+\frac{2}{kk_1}\Rightarrow k=10\ \text{به‌ازای}\Rightarrow e(\infty)=\frac{5k_1-4}{5k_1}\to\text{نمودار صعودی است}$$

بررسی گزینه (۲):

$$e(\infty)\Big|_{k_1=2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{k}$$

به‌صورت واضح این نمودار نزولی است.

بررسی گزینه (۳):

$$e(\infty)\Big|_{k_1=1\ \text{و}\ k=10}=\frac{2}{10}$$

بررسی گزینه (۴):

$$e(\infty)\Big|_{k_1=1\ \text{و}\ k=1}=2$$

۳ـ گزینه «۲» برای حل این سؤال ابتدا باید تابع تبدیل حلقه بسته سیستم را به دست بیاوریم:

$$G(s)=\frac{M(s)}{1-M(s)}=\frac{\dfrac{k}{(s^2+10s+50)(s+a)}}{\left(\dfrac{(s^2+10s+50)(s+a)-k}{(s^2+10s+50)(s+a)}\right)}=\frac{k}{s^3+(10+a)s^2+(50+10a)s+50a-k}$$

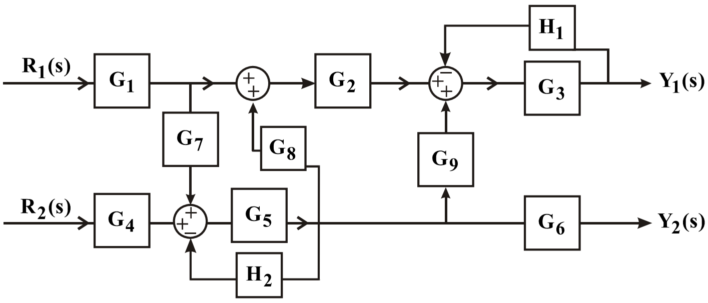
برای اینکه سیستم به ورودی شیب دارای خطای حالت ماندگار محدود باشد باید دارای یک قطب در مبدأ باشد. پس $50a-k=0\Leftarrow a=\frac{k}{50}$.

با توجه به اینکه خطای حالت ماندگار ۰/۶ است، پس مقدار K_v برابر با $\frac{5}{3}$ است.

$$K_v=\lim_{s\to0}sG(s)=\frac{k}{50+10a}=\frac{50a}{50+10a}=\frac{5}{3}\Rightarrow a=2/5\ \text{و}\ k=125$$

آزمون (۱۲)

۱ـ تابع انتقال $T(s)=\left.\dfrac{Y_۱(s)}{R_۲(s)}\right|_{R_۱(s)=۰}$ برابر با کدام گزینه است؟



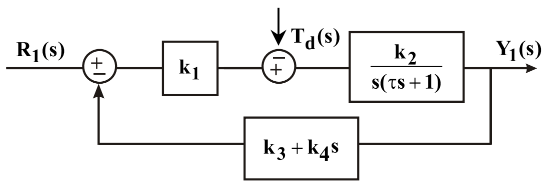
۱) $T(s)=\dfrac{G_۴G_۵G_۳(G_۹+G_۸G_۲)}{۱+G_۳H_۱+G_۵H_۲-G_۳G_۵H_۱H_۲}$

۲) $T(s)=\dfrac{G_۴G_۵G_۳(G_۹+G_۸)}{۱+G_۳H_۱+G_۵H_۲-G_۳G_۵H_۱H_۲}$

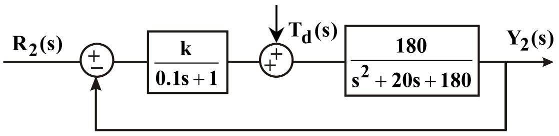
۳) $T(s)=\dfrac{G_۴G_۵G_۳(G_۹+G_۸G_۲)}{۱+G_۳H_۱+G_۵H_۲+G_۳G_۵H_۱H_۲}$

۴) $T(s)=\dfrac{G_۴G_۵G_۳(G_۸+G_۹)}{۱+G_۳H_۱+G_۵H_۲+G_۳G_۵H_۱H_۲}$

۲ـ با توجه به شکل‌های زیر اگر تابع تبدیل حلقه بسته شکل (الف) را $T_۱(s)$ و تابع تبدیل حلقه بسته شکل (ب) را $T_۲(s)$ در نظر بگیریم، کدام گزینه صحیح است؟



(الف)



(ب)

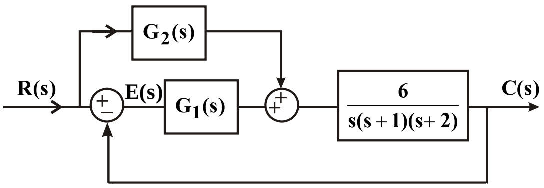
۱) $S_{k_۲}^{T_۱}=\dfrac{\tau s+۱}{s(\tau s+۱)+k_۱k_۲(k_۳+k_۴s)}$

۲) $S_{k}^{T_۲}=\dfrac{(۰/۱s+۱)(s^۲+۲۰s+۱۸۰)}{(۰/۱s+۱)(s^۲+۲۰s+۱۸۰)+۱۸۰k}$

۳) $S_{k_۱}^{T_۱}=\dfrac{s(\tau s+۱)}{s(\tau s+۱)+k_۱k_۳+k_۲k_۴s}$

۴) $S_{k}^{T_۲}=\dfrac{s^۲+۲۰s+۱۸۰}{(۰/۱s+۱)(s^۲+۲۰s+۱۸۰)+۱۸۰k}$

۳ـ سیستمی با بلوک دیاگرام مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. به‌ازای کدام‌یک از گزینه‌ها مقدار خطای حالت ماندگار به ورودی پله برابر صفر نمی‌شود؟ (سیستم حلقه بسته پایدار است.)



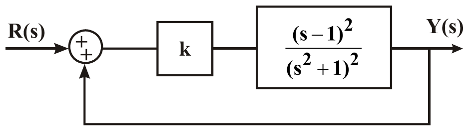
۱) $G_۲(s)=\dfrac{۱}{s+۸},G_۱(s)=\dfrac{۲}{s(s+۹)}$

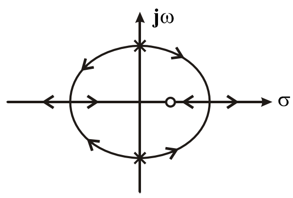
۲) $G_۲(s)=\dfrac{۳s}{s+۲۰},G_۱(s)=۷$

۳) $G_۲(s)=\dfrac{۳}{s(s+۸)},G_۱(s)=۱+\dfrac{۲}{s}$

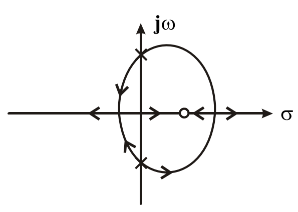
۴) $G_۲(s)=\dfrac{۳s}{s+۲۰},G_۱(s)=\dfrac{۲}{s(s+۹)}$

۴ـ مکان هندسی ریشه‌های سیستمی با بلوک دیاگرام زیر برابر کدام گزینه است؟ $(k>۰)$

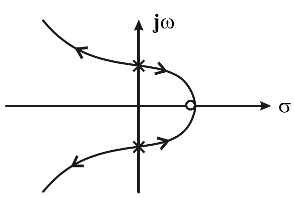




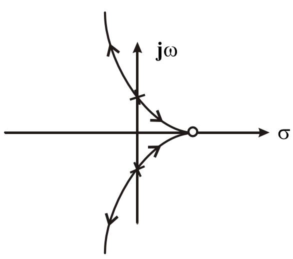
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

پاسخنامه آزمون (۱۲)

۱ـ گزینه «۳» با استفاده از قاعده میسون برای سیستم داریم:

$$L_1=-G_3H_1 \qquad L_2=-G_5H_2 \qquad \Delta=1-L_1-L_2+L_1L_2=1+G_3H_1+G_5H_2+G_3G_5H_1H_2$$

$$P_1=G_4G_5G_8G_2G_3\,,\ \Delta_1=1$$

$$P_2=G_4G_5G_9G_3\,,\ \Delta_2=1$$

$$\left.\frac{Y_1(s)}{R_2(s)}\right|_{R_1(s)=0}=\frac{G_4G_5G_3(G_8G_2+G_9)}{1+G_3H_1+G_5H_2+G_3G_5H_1H_2}$$

۲ـ گزینه «۲» با نوشتن تابع حساسیت برای توابع تبدیل T_1 و T_2 نسبت به k_1 و k_2 داریم:

$$S_{k_2}^{T_1}=\frac{1}{1+(\text{تابع تبدیل حلقه})}=\frac{s(\tau s+1)}{s(\tau s+1)+k_1k_2(k_3+k_4s)}$$

از طرفی $S_{k_2}^{T_1}=S_{k_1}^{T_1}$ نیز می‌باشد. پس گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند.

$$S_{k}^{T_2}=\frac{1}{1+\text{تابع تبدیل حلقه}}=\frac{(0.1s+1)(s^2+20s+180)}{(0.1s+1)(s^2+20s+180)+180k}$$

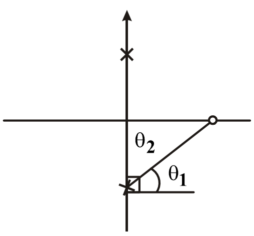
پس گزینه (۲) صحیح است.

۳ـ گزینه «۳» تابع تبدیل $\frac{E(s)}{R(s)}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1-\frac{6G_2(s)}{s(s+1)(s+2)}}{1+\frac{6G_1(s)}{s(s+1)(s+2)}}\ \Rightarrow\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{s(s+1)(s+2)-6G_2(s)}{s(s+1)(s+2)+6G_1(s)}\ \Rightarrow \lim_{s\to 0}sE(s)=e(\infty)=-\lim_{s\to 0}\frac{G_2(s)}{G_1(s)}$$

حال اگر $G_1(s)$ نوع یک و $G_2(s)$ نوع صفر باشد سیستم دارای خطای حالت ماندگار صفر است و یا اگر $G_2(s)$ دارای صفر در $s=0$ باشد و $G_1(s)$ دارای صفر در $s=0$ نباشد، بنابراین گزینه (۳) نمی‌تواند باعث خطای حالت ماندگار صفر به ورودی پله باشد.

۴ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه $k>0$ و فیدبک مثبت است لازم است مکان هندسی برای $k<0$ رسم شود. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.
با استفاده از زاویه خروج از قطب‌های $-j$ می‌توان به پاسخ سؤال دست یافت.



$$-2\angle\theta-2\theta_2+2\theta_1=0$$

$$\theta_2=90,\theta_1=45$$

$$2\angle\theta=-90\ \Rightarrow\ \angle\theta=-45^\circ$$

۵ـ گزینه «۴» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=(s^2+c)(s+a)(s-b)$$

$$\Delta(s)=s^4+(a-b)s^3+(c-ab)s^2+c(a-b)s-cab$$

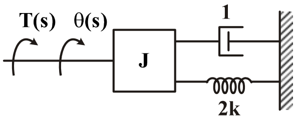
با توجه به شکل می‌دانیم $a>b$.

s^4	1	$c-ab$	$-cab$	
s^3	$a-b$	$c(a-b)$	$\Rightarrow$	می‌توان $a-b$ را از این سطر حذف کرد.
s^2	$-ab$	$-cab$	$\Rightarrow$	می‌توان ab را از این سطر حذف کرد.
s^1	$0\ -2$	0		
s^0	$-cab$			

پس x_6 و x_7 و x_3 منفی هستند و $x_4>0$ است. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

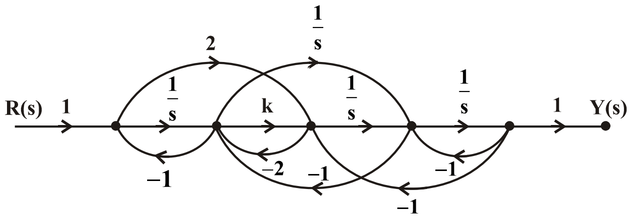
آزمون (۲۱)

۱ـ در سیستم مکانیکی شکل زیر، اگر پاسخ به ورودی پله دارای فراجهش ۱۵ درصد باشد و مقدار حقیقی قطب‌های سیستم برابر $-\frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\frac{J}{k}$ برابر کدام گزینه است؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

۲ـ نمودار گذر سیگنال زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد تابع تبدیل $\frac{Y(s)}{R(s)}$ صحیح است؟



۱) به‌ازای $k > 2$ سیستم پایدار است.
۲) به‌ازای $k = 2$ دو ریشه سمت راست محور موهومی دارد.
۳) به‌ازای $k = 1$ سیستم یک صفر در $s = -2$ دارد.
۴) به‌ازای $k = 3$ سیستم ۳ ریشه سمت چپ محور موهومی دارد.

۳ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) افزایش بهره کنترل‌کننده همواره باعث افزایش فراجهش و کاهش خطای حالت ماندگار می‌شود.
۲) سیستم‌هایی که اندازه پاسخ فرکانسی بزرگ‌تری در فرکانس‌های بالا داشته باشند نسبت به نویز حساس‌تر هستند.
۳) اگر مسیر نایکوئیست شامل قطب در مبدأ باشد، نیم دایره به شعاع بی‌نهایت در جهت ساعتگرد به‌وجود می‌آید.
۴) فراجهش در سیستم‌های مرتبه دوم با نسبت میرایی نسبت عکس دارد.

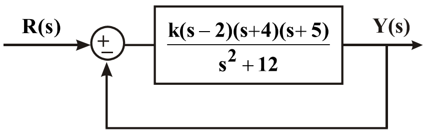
۴ـ سیستمی با تابع تبدیل حلقه بسته $T(s)$ را در نظر بگیرید. اگر $\int_0^\infty e(t)\,dt = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $a+k$ برابر کدام گزینه است؟

$$T(s) = \frac{k}{(s+1)(s+2)(s-a)}$$

($e(t)$ خطای سیستم به ورودی پله است)

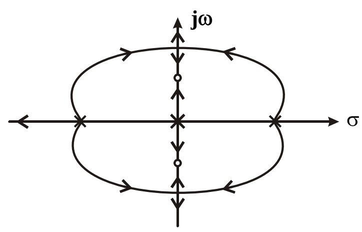
۱) $\frac{3}{4}$
۲) -1
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{5}{4}$

۵ـ بلوک دیاگرام کنترلی زیر را در سیستم نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟

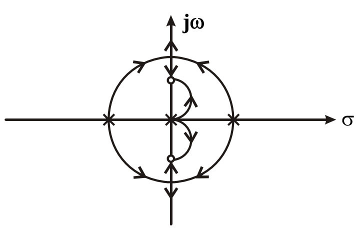


۱) فرکانس نوسانات سیستم $\omega_0 = \sqrt{2}$ می‌باشد.
۲) محدوده پایداری سیستم $\frac{1}{10} < k < \frac{12}{40}$ می‌باشد.
۳) فاز سیستم همواره منفی است.
۴) به‌ازای $k = \frac{1}{4}$ خطای حالت ماندگار به ورودی پله ۵− است.

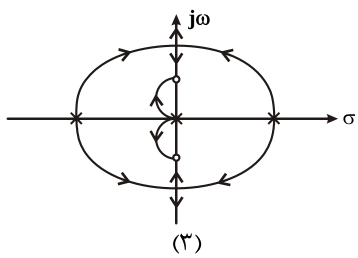
۶ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر، مکان هندسی ریشه‌های سیستم $G(s) = \frac{k(s^2+4)^2}{s^2(s^2-4)^2}$ به‌ازای $k > 0$ را نشان می‌دهد؟



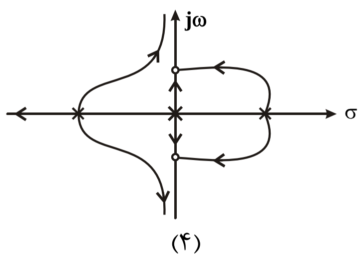
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

پاسخنامه آزمون (۲۱)

۱ـ گزینه «۱» ابتدا معادلات حاکم بر سیستم را نوشته و با استفاده از تبدیل لاپلاس، تابع تبدیل را به‌دست می‌آوریم:

$$J\ddot{\theta}+\dot{\theta}+2k\theta=T \Rightarrow (Js^2+s+2k)\theta(s)=T(s)$$

$$\frac{\theta(s)}{T(s)}=\frac{\frac{1}{J}}{s^2+\frac{1}{J}s+\frac{2k}{J}} \Rightarrow \begin{cases} 2\zeta\omega_n=\frac{1}{J} \Rightarrow \zeta\omega_n=\frac{1}{2J}=\frac{1}{4} \Rightarrow J=2 \\ \text{فراجهش}\ \%15 \Rightarrow \zeta=0/5 \Rightarrow \omega_n=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\omega_n^2=\frac{2k}{J} \Rightarrow \frac{1}{4}=\frac{2k}{2} \Rightarrow k=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{J}{k}=\frac{2}{\frac{1}{4}}=8$$

تذکر: می‌دانیم مقدار حقیقی ریشه‌ها برابر با $-\zeta\omega_n$ است.

۲ـ گزینه «۴» تابع تبدیل $\frac{Y(s)}{R(s)}$ را حساب می‌کنیم:

$$L_1=-\frac{1}{s}\ ,\ L_2=-2k\ ,\ L_3=4\ ,\ L_4=-\frac{1}{s}\ ,\ L_5=-\frac{k}{s}\ ,\ L_6=-\frac{1}{s}\ ,\ L_7=-\frac{1}{s^2}\ ,\ L_8=\frac{2}{s^2}$$

$$\Delta=1-(L_1+L_2+L_3+L_4+L_5+L_6+L_7+L_8)+L_1L_6+L_1L_7+L_2L_6$$

$$P_1=\frac{k}{s^3}\quad \Delta_1=1\ ,\quad P_2=\frac{2}{s^2}\quad \Delta_2=1\ ,\quad P_3=\frac{1}{s^3}\quad \Delta_3=1\ ,\quad P_4=-\frac{4}{s^2}\quad \Delta_4=1$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{P_1+P_2+P_3+P_4}{\Delta}=\frac{\frac{k+1}{s^3}+\frac{2}{s^2}-\frac{4}{s^2}}{1-(\frac{-(k+3)}{s}+(4-2k)+\frac{1}{s^2})+\frac{1}{s^2}+\frac{1}{s^3}+\frac{2k}{s^2}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{-2s+k+1}{(2k-3)s^3+(k+3)s^2+2ks+1}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه (۱): به‌ازای $k<\frac{3}{2}$ معادله مشخصه دارای ضرایب غیر هم‌علامت است، پس ناپایدار است.

بررسی گزینه (۲): به‌ازای $k=2$ معادله مشخصه به‌صورت $\Delta(s)=s^3+5s^2+4s+1$ به‌دست می‌آید. با نوشتن جدول راث داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 4 \\ s^2 & 5 & 1 \\ s^1 & \frac{19}{5} & \\ s^0 & 1 & \end{array} \Rightarrow$$ سیستم ریشه‌ای سمت راست محور موهومی ندارد.

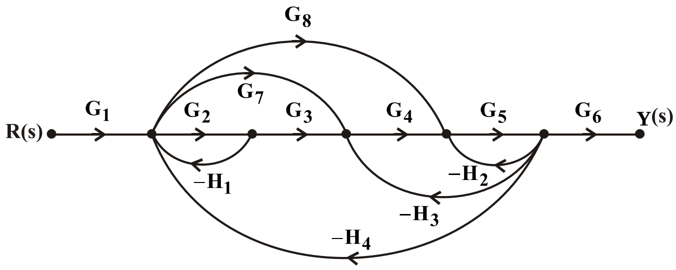
بررسی گزینه (۳): صفر سیستم در $\frac{(k+1)}{2}$ قرار دارد و به‌ازای $k=1$، صفر سیستم در $s=1$ قرار دارد.

بررسی گزینه (۴): به‌ازای $k=3$ معادله مشخصه سیستم به‌صورت $\Delta(s)=3s^3+6s^2+6s+1$ به‌دست می‌آید که با استفاده از جدول راث پایدار است و ۳ ریشه سمت چپ محور موهومی دارد.

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 3 & 6 \\ s^2 & 6 & 1 \\ s^1 & \frac{33}{6} & \\ s^0 & 1 & \end{array}$$

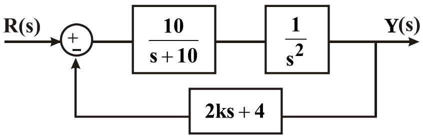
آزمون (۲۶)

۱ـ در نمودار گذر سیگنال زیر همه توابع به‌جز G_8 دارای اندازه واحد هستند. به‌ازای کدام‌یک از گزینه‌های زیر، خروجی، ورودی را دنبال می‌کند؟



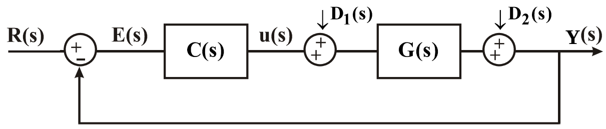
۱) $G_8 = 2$
۲) $G_8 = 0/2$
۳) $G_8 = \frac{1}{8}$
۴) به‌ازای هر مقدار G_8 خروجی، ورودی را دنبال نمی‌کند.

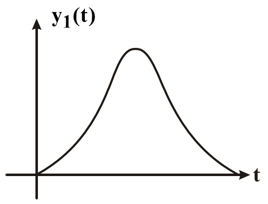
۲ـ سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟

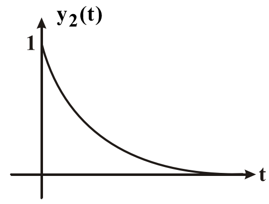


۱) فرکانس نوسانات سیستم $\sqrt{2}$ است.
۲) به‌ازای $k = \frac{1}{5}$ سیستم پایدار مرزی است.
۳) به‌ازای $k = 0/1$ خطای حالت ماندگار به ورودی پله صفر است.
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) صحیح هستند.

۳ـ سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. اگر پاسخ سیستم به‌ازای $D_1(s) = \frac{1}{s}$ و $D_2(s) = R(s) = 0$ را $y_1(t)$ و پاسخ سیستم به‌ازای $D_2(s) = \frac{1}{s}$ و $D_1(s) = R(s) = 0$ را $y_2(t)$ بنامیم. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟





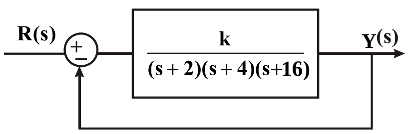


۱) سیگنال $u(s)$ همواره کراندار است.
۲) خطای حالت ماندگار به ورودی پله همواره صفر است.
۳) سیگنال $u(s)$ می‌تواند بی‌کران باشد.
۴) $G(s)$ یک قطب در مبدأ دارد.

۴ـ سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز $\frac{k(s+\alpha)}{s(s+B)}$ $(B, \alpha > 0)$ و فیدبک واحد منفی را در نظر بگیرید. اگر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب برابر ۲ باشد و زمان نشست پاسخ پله سیستم با معیار ۲ درصد برابر ۲ ثانیه باشد، مقدار k برابر کدام گزینه است؟ $(\omega_n = \frac{\sqrt{2}}{2})$

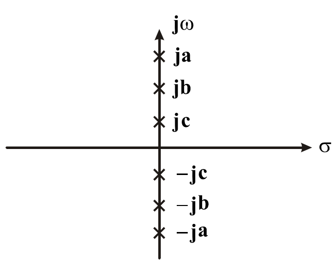
۱) $k = 2$ ۲) $k = 3$ ۳) $k = 1$ ۴) $k = 4$

۵ـ در سیستم حلقه بسته زیر از تقریب مرتبه دوم برای تابع تبدیل حلقه باز استفاده شده است و مقدار k به‌گونه‌ای تنظیم شده است که پاسخ پله سیستم مرتبه دوم با فیدبک واحد دارای فراجهش تقریباً ۱۵ درصد باشد. خطای حالت دائم ورودی پله برای سیستم اصلی برابر با کدام گزینه است؟



۱) $\frac{2}{7}$ ۲) $0/25$
۳) $\frac{2}{9}$ ۴) بی‌نهایت

۶ـ مشخصه قطب‌های حلقه بسته سیستمی با تابع تبدیل $G(s)$ در شکل زیر نشان داده شده است. جدول راث برای این سیستم به‌دست آمده است. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟



s^6	x_1
s^5	x_2
s^4	x_3
s^3	x_4
s^2	x_5
s^1	x_6
s^0	x_7

۱) $x_5 x_6 > 0$
۲) $x_2 x_5 < 0$
۳) $x_6 x_7 < 0$
۴) $x_4 < 0$

پاسخنامه آزمون (۲۶)

۱ـ گزینه «۴» تابع تبدیل حلقه بسته سیستم را به‌دست آورده و مقدار $\dfrac{Y(s)}{R(s)}$ را برابر یک قرار می‌دهیم:

$$L_1=-G_2H_1=-1 \qquad L_2=-G_5H_2=-1 \qquad L_3=-G_7G_5G_4H_4=-1$$

$$L_4=-G_8G_5H_4=-G_8 \qquad L_5=-G_4G_5H_3=-1 \qquad L_6=-G_2G_3G_4G_5H_4=-1$$

$$\Delta=1-(L_1+L_2+L_3+L_4+L_5+L_6)+L_1L_2+L_1L_5=1-(-5-G_8)+1+1=8+G_8$$

$$P_1=G_1G_2G_3G_4G_5G_6=1\Rightarrow \Delta_1=1$$

$$P_2=G_1G_7G_4G_5G_6=1\Rightarrow \Delta_2=1\Rightarrow \frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2+P_3\Delta_3}{\Delta}$$

$$P_3=G_1G_8G_5G_6=G_8\ \Rightarrow \Delta_3=1$$

$\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{G_8+2}{8+G_8}=1\Rightarrow$ چنین چیزی امکان ندارد.

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۲ـ گزینه «۲» تابع تبدیل سیستم را به‌دست می‌آوریم:

$$T(s)=\frac{\dfrac{10}{s^2(s+10)}}{1+\dfrac{10(2ks+4)}{s^2(s+10)}}=\frac{10}{s^3+10s^2+20ks+40}$$

حال جدول راث را برای این رسم تکمیل می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 20k \\
s^2 & 10 & 40 \\
s^1 & 20k-4 & \\
s^0 & 40 &
\end{array}$$

$20k-4=0\Rightarrow k=\dfrac{1}{5}\Rightarrow$ به‌ازای $k=\dfrac{1}{5}$ سیستم پایدار مرزی است

$k>\dfrac{1}{5}\Rightarrow$ محدوده پایداری

بررسی گزینه (۱): فرکانس نوسانات سیستم $\omega=2$ است: $10s^2+40=0\Rightarrow s=\pm 2j$

بررسی گزینه (۳): به‌ازای $k<\dfrac{1}{5}$ سیستم ناپایدار است، بنابراین خطای حالت ماندگار به ورودی پله بی‌نهایت است، پس نادرست است.

۳ـ گزینه «۳» توابع تبدیل $\dfrac{Y(s)}{D_1(s)}$ و $\dfrac{Y(s)}{D_2(s)}$ را به دست می‌آوریم:

با توجه به اینکه مقدار ماندگار این پاسخ صفر شده است یا $G(s)$ دارای صفر در مبدأ است و یا $C(s)$ دارای قطب در مبدأ است و یا $C(s)G(s)$ یک قطب در مبدأ است.

$$\left.\frac{Y(s)}{D_1(s)}\right|_{D_2(s)=R(s)=0}=\frac{G(s)}{1+C(s)G(s)}$$

$$\left.\frac{Y(s)}{D_2(s)}\right|_{D_1(s)=R(s)=0}=\frac{1}{1+C(s)G(s)}$$

با توجه به اینکه مقدار ماندگار این سیستم نیز صفر است، پس $C(s)G(s)$ دارای یک قطب در مبدأ است.

پس حالات مختلف را بررسی می‌کنیم:

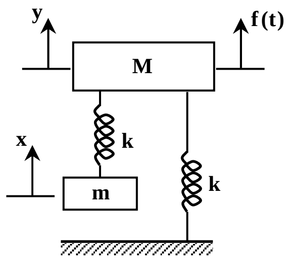
$G(s)=\dfrac{ksA(s)}{B(s)}\Rightarrow C(s)=\dfrac{1}{s^2}\dfrac{Z(s)}{Q(s)}$ در این‌صورت حذف صفر و قطب صورت می‌گیرد و سیگنال $u(s)$ بی‌کران می‌شود.

$G(s)=\dfrac{kA(s)}{B(s)}\Rightarrow C(s)=\dfrac{1}{s}\dfrac{Z(s)}{Q(s)}$ سیگنال $u(s)$ می‌تواند کراندار باشد.

بنابراین گزینه (۳) صحیح است. با توجه به اینکه در حالت اول خطای حالت ماندگار تعریف نمی‌شود، گزینه (۲) نیز نادرست است.

آزمون (۲۹)

۱ـ سیستم مکانیکی زیر را در نظر بگیرید که وزنه‌ای به جرم m با فنری با ضریب k به جرم M متصل شده است. تابع تبدیل $G(s)=\dfrac{X(s)}{F(s)}$ برابر کدام گزینه است؟



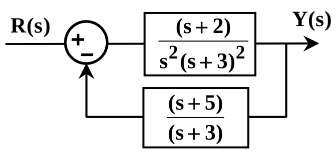
۱) $G(s)=\dfrac{1}{Mms^4+(M+2m)s^2+k^2}$

۲) $G(s)=\dfrac{k}{Mms^4+(M+m)ks^2+k^2}$

۳) $G(s)=\dfrac{k}{Mms^4+(M+2m)ks^2+k^2}$

۴) $G(s)=\dfrac{k^2}{Mms^4+(M+m)ks^2+k^2}$

۲ـ در سیستم کنترلی زیر چه تعداد ریشه حلقه بسته با مشخصات $Re(s)<-3$ وجود دارد؟



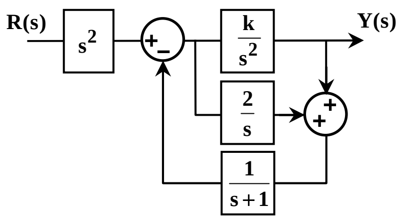
۱) ۲

۲) ۳

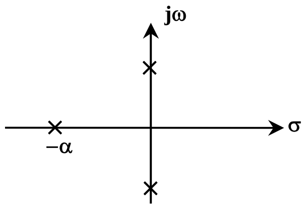
۳) ۴

۴) ۱

۳ـ در سیستم شکل (الف)، مقدار k برابر کدام گزینه باشد تا محل قطب‌های سیستم به‌صورت شکل (ب) باشد؟



(الف)



(ب)

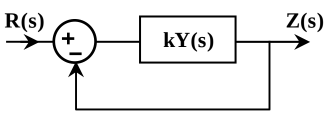
۱) $k=2$ و $\alpha=2$

۲) $k=2$ و $\alpha=1$

۳) $k=4$ و $\alpha=2$

۴) $k=4$ و $\alpha=1$

۴ـ سیستمی با فضای حالت $\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-3 & 1 & 0\\ 0 & -6 & 1\\ 0 & 0 & -5\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}u\\ y=[0\quad 0\quad 2]x\end{cases}$ **را در نظر بگیرید. اگر $u(s)=\dfrac{1}{s}$ باشد، نقطه شکست مکان هندسی بلوک دیاگرام زیر برابر کدام گزینه است؟**



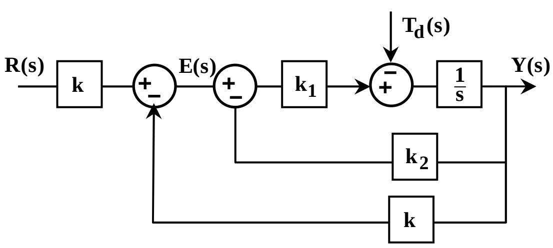
۱) $s=-\dfrac{1}{2}$

۲) $s=-2$

۳) $s=-\dfrac{5}{2}$

۴) $s=-1$

۵ـ سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟ $(5<k_1<10)(k_2\geq 1)$



۱) مقدار اولیه تابع حساسیت تغییرات سیستم حلقه بسته نسبت به تغییرات k_1 محدود است.

۲) مقدار خطای ناشی از اغتشاش به‌ازای $k=k_2$ برابر $-\dfrac{1}{2k_1}$ است.

۳) به‌ازای $k=k_2=1$ و $k_1=8$ سیستم دارای سریع‌ترین پاسخ خواهد بود.

۴) به‌ازای $k=4k_2$ پاسخ پله تابع حساسیت سیستم حلقه بسته نسبت به تغییرات k دارای فراجهش زیادی خواهد بود.

پاسخنامه آزمون (۲۹)

۱ـ گزینه «۳» معادلات نیروهای وارد بر روی هریک از اجسام را نوشته و با استفاده از تبدیل لاپلاس به حل سؤال می‌پردازیم:

$$\left.\begin{matrix} M\ddot{y}+ky+k(y-x)=f(t) \\ m\ddot{x}+k(x-y)=0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس}} \begin{matrix} (Ms^2+2k)Y(s)-kX(s)=F(s) \\ (ms^2+k)X(s)=kY(s) \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{(Ms^2+2k)(ms^2+k)}{k}X(s)-kX(s)=F(s) \Rightarrow (Mms^4+(Mk+2mk)s^2+k^2)X(s)=kF(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{k}{Mms^4+(M+2m)ks^2+k^2}$$

۲ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه تعداد ریشه‌های سمت چپ $s=-3$ مورد سؤال قرار گرفته است، ابتدا معادله سیستم حلقه بسته $\Delta(s)$ را به‌دست آورده و سپس $\Delta(s-3)$ را به‌دست می‌آوریم، پس با استفاده از نوشتن جدول راث معیار پایداری را برای آن بررسی می‌کنیم:

$$\Delta(s)=1+GH(s)=s^2(s+3)^3+(s+2)(s+5)$$

$$\Delta(s-3)=(s-3)^2s^3+(s-1)(s+2)=s^5-6s^4+9s^3+s^2+s-2$$

$$\begin{array}{c|ccc}
s^5 & 1 & 9 & 1 \\
s^4 & -6 & 1 & -2 \\
s^3 & \cancel{\frac{55}{6}}\ 55 & \cancel{\frac{4}{6}}\ 4 & 0 \\
s^2 & \cancel{\frac{79}{55}}\ 79 & -\cancel{2}\ -110 & \\
s^1 & \frac{79\times4-(55)(-110)}{79}>0 & & \\
s^0 & -2 & &
\end{array}$$

برای سادگی سطر را در ۶ ضرب می‌کنیم (s^3)

برای سادگی سطر را در ۵۵ ضرب می‌کنیم (s^2)

در ستون اول این آرایه ۳ تغییر علامت دیده می‌شود، پس این سیستم ۳ قطب سمت راست $s=-3$ دارد و بنابراین ۲ قطب، با مشخصات $\mathrm{Re}(s)<-3$ دارد.

۳ـ گزینه «۲» ابتدا تابع تبدیل سیستم حلقه بسته را به‌دست می‌آوریم:

$$T(s)=\frac{k(s^3+s^2)}{s^3+s^2+2s+k}$$

حال با استفاده از جدول راث برای معادله مشخصه سیستم حلقه بسته داریم:

$$\Delta(s)=s^3+s^2+2s+k$$

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 2 \\
s^2 & 1 & k \\
s^1 & 2-k & \\
s^0 & k &
\end{array} \Rightarrow$$

به‌ازای $k=2$، سطر s کاملاً صفر می‌شود و ریشه‌های سیستم دارای مقدار $s^2+2=0 \Rightarrow s=\pm j\sqrt{2}$ خواهد شد.

همچنین با تقسیم s^3+s^2+2s+2 بر s^2+2 دیگر قطب را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{l|l}
\cancel{s^3}+s^2+2s+2 & s^2+2 \\ \cline{2-2}
\cancel{-s^3}-2s & s+1 \\ \cline{1-1}
\cancel{s^2}+2 & \\
\cancel{-s^2}-2 & \\ \cline{1-1}
0\quad 0 &
\end{array}$$

دیگر قطب در $s=-1$ قرار دارد و بنابراین $\alpha=1$ می‌شود.

۴ـ گزینه «۳» ابتدا تابع تبدیل $Y(s)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (SI-A)=\begin{bmatrix} s+3 & -1 & 0 \\ 0 & s+6 & -1 \\ 0 & 0 & s+5 \end{bmatrix}$$