فصل اول

«مفاهیم اولیه»

واحدها و ضرایب تبدیل

به طور کلی دو سیستم واحدی مورد استفاده در مهندسی نفت وجود دارد که برای درک بهتر مطالب باید با واحدهای استفاده شده، آشنایی داشته باشیم. این سیستم واحدها عبارتند از:

۱ـ سیستم واحد SI (System International) یا سیستم واحد بین‌المللی

در این سیستم واحد، یکاها در آزمایشگاه‌ها بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲ـ سیستم واحد میدانی (field)

این سیستم واحد، بیشتر در میدان‌ها و مخازن نفتی استفاده می‌شود. برای مثال مهندسان نفت بیشتر از عبارات $(\frac{bbl}{day})$ به جای $(\frac{m^3}{s})$ استفاده می‌کنند $(\frac{bbl}{day}$ واحد میدانی و $\frac{m^3}{s}$ واحد SI می‌باشد.).

در معادلات نفتی ممکن است واحدهای SI و یا واحدهای میدانی استفاده شوند که در این صورت ضرایب ثابت در معادلات تغییر می‌کنند، بنابراین مهندسان باید توانایی استفاده از واحدهای مختلف در معادلات دارای ضرایب خاص را داشته باشند. به طور کلی ضرایب تبدیل سیستم واحدهای SI میدانی عبارتند از:

متغیر	واحد میدان	واحد SI	ضریب تبدیل (ضربدر واحد میدان)
مساحت	acre	m^2	$۴/۰۴\times۱۰^{۳}$
تراکم‌پذیری	$(psi)^{-۱}$	$pa^{-۱}$	$۱/۴۵\times۱۰^{-۴}$
طول	ft	m	$۳/۰۵\times۱۰^{-۱}$
تراوایی	md (میلی دارسی)	m^2	$۹/۹\times۱۰^{-۱۶}$
فشار	psi	pa	$۶/۹\times۱۰^{۳}$
دبی (نفت)	$\frac{STB}{d}$ (بشکه در روز)	$\frac{m^3}{s}$	$۱/۸۴\times۱۰^{-۶}$
دبی (گاز)	$\frac{MSCF}{d}$ (هزار فوت مکعب در روز)	$\frac{m^3}{s}$	$۳/۲۸\times۱۰^{-۴}$
گرانروی	CP (سانتی‌پویز)	Pa.S	۱×۱۰^{-۳}

برای استفاده از جدول فوق کافی است اعداد را برای تبدیل از واحد میدان (ستون دوم) به واحد SI (ستون سوم) در ضریب داده شده (ستون چهارم) ضرب کرد. برای مثال:

$۱acre = ۴/۰۴\times۱۰^{۳}\ m^2$

$۵(psi)^{-۱} = ۷/۲۵\times۱۰^{-۴} pa^{-۱} (۵\times۱/۴۵\times۱۰^{-۴})$

برای تغییر ضرایب معادلات، بعد از ارائه معادلات مختلف، نحوه‌ی تغییر ارائه خواهد شد.

جریان سیال در محیط متخلخل

برای آشنایی عملکرد مخزن، در ابتدا لازم است روابط ریاضی مربوط به جریان سیال را مورد بررسی قرار دهیم. جریان سیالات در محیط متخلخل یک پدیده‌ی بسیار پیچیده است و نمی‌توان آن را دقیقاً مشابه جریان لوله‌ها یا کانال تعریف کرد. جریان سیالات در لوله‌ها یا کانال‌ها را به دلیل مشخص بودن مسیر جریان و طول آنها می‌توان به سادگی به صورت تابعی از فشار بیان کرد. در حالی که در محیط متخلخل غالباً به دلیل مبهم بودن مسیر جریان، اندازه‌گیری خواص جریان از پیچیدگی خاصی برخوردار است.

قالب کلی روابط ریاضی با توجه به مشخصات مخزن تغییر می‌کند. مهم‌ترین عوامل مؤثر بر قالب کلی روابط ریاضی جریان سیالات عبارتند از:

۱ـ نوع سیالات ۲ـ رژیم‌های جریان (Flow Regime) ۳ـ هندسه جریان (Flow Geometry) ۴ـ تعداد سیالات جریانی در مخزن

انواع سیالات مخزن

مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده‌ی نوع سیالات جاری در مخزن، تراکم‌پذیری همدما (Isothermal Compressibility) می‌باشد. تراکم‌پذیری یک سیال (C) به وسیله معادله مقابل تعریف می‌شود:

$$C = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$$

در معادله فوق V و P به ترتیب حجم و فشار هستند. علامت منفی در طرف راست معادله بدین معناست که با افزایش فشار، حجم کاهش می‌یابد و با توجه به مثبت بودن پارامتر تراکم‌پذیری (C) و حجم، $-(\frac{\partial V}{\partial P})$ نیز مثبت شود. به طور کلی براساس وضعیت تراکم‌پذیری، سیالات مخزن به سه دسته تقسیم می‌شوند:

سیالات تراکم‌ناپذیر (Incompressible fluid)

بنا به تعریف، سیال تراکم‌ناپذیر سیالی است که حجم (یا چگالی) آن با تغییر فشار تغییر نکند. در واقعیت، هیچ‌گونه سیال تراکم‌ناپذیر وجود ندارد، ولی اغلب برای ساده کردن معادلات ریاضی از مفهوم آن استفاده می‌شود. برای سیال تراکم‌ناپذیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{\partial V}{\partial P} = 0$$

سیالات کم‌تراکم‌پذیر (Slightly Compressible fluid)

حجم (یا چگالی) این نوع سیال با تغییر فشار، تغییرات کمی از خود نشان می‌دهد. اگر V_{ref} و P_{ref} به ترتیب شرایط اولیه حجم و فشار سیال باشند با استفاده از معادله $C = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$ می‌توان نوشت:

$$-C\int_{P_{ref}}^{P} dP = \int_{V_{ref}}^{V} \frac{dV}{V}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق داریم:

$$V = V_{ref}\, e^{C(P_{ref} - P)}$$

P: فشار، psia V: حجم سیال در فشار P، ft^3 P_{ref}: فشار اولیه (مبنا)، psia

V_{ref}: حجم سیال در فشار اولیه، ft^3 C: تراکم‌پذیری سیال، psi^{-1}

با توجه به مفهوم سری‌ها در ریاضی تابع $(e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...)$ تعریف می‌شود و با توجه به اینکه در معادله $V = V_{ref}\, e^{C(P_{ref} - P)}$، متغیر x با عبارت $C(P_{ref} - P)$ برابر است و این عبارت به دلیل وجود C که از نظر عددی کوچک می‌باشد، می‌توان عبارت را تا جمله دوم استفاده کرد و از جمله‌ی سوم به بعد به دلیل ناچیز بودن مقدار، می‌توان صرف نظر کرد. بنابراین رابطه $V = V_{ref}\, e^{C(P_{ref} - P)}$ به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$V = V_{ref}\,[1 + C(P_{ref} - P)]$$

تذکر: معمولاً نفت و آب به عنوان سیالات کم‌تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شوند.

سیالات تراکم‌پذیر (Compressible fluid)

سیالات تراکم‌پذیر سیالاتی هستند که با تغییر فشار، تغییر حجم زیادی را نشان می‌دهند. همه گازها به عنوان سیالات تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شوند.

تراکم‌پذیری سیالات تراکم‌پذیر چنین تعریف می‌شود:

$$C_g = \frac{1}{P} - \frac{1}{Z}\left(\frac{\partial Z}{\partial P}\right)_T$$

با توجه به اینکه برای گازها داریم:

$$PV = ZnRT \Rightarrow V = \frac{ZnRT}{P} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial P} = +nRT\left[\frac{P\frac{\partial Z}{\partial P} - Z}{P^2}\right]$$

از طرفی داریم:

$$C = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$$

$$C = \frac{-P}{ZnRT}\ nRT[\frac{P\frac{\partial Z}{\partial P} - Z}{P^2}] \Rightarrow C = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial P} + \frac{1}{P} \Rightarrow C_g = \frac{1}{P} - \frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial P}$$

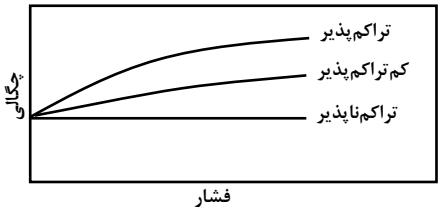
برای گازهای ایده‌آل با توجه به اینکه $Z = 1$، بنابراین $\frac{\partial Z}{\partial P} = 0$ و $C_g = \frac{1}{P}$ می‌باشد.

مقادیر تراکم‌پذیری آب، نفت و گاز عبارتند از:

$$C_w \simeq C_f \simeq 10^{-6}\ psia \quad ، \quad C_o \simeq 10\times10^{-6}\ psia \quad ، \quad C_g \simeq 500\times10^{-6}\ psia$$

شکل‌های زیر نحوه تغییرات حجم و چگالی انواع سیالات برحسب فشار را نشان می‌دهد.

رابطه بین حجم و فشار برای انواع سیالات



رابطه بین دانسیته و فشار برای انواع سیالات

رژیم‌های جریان

معمولاً برای توصیف رفتار جریانی سیالات و فشار مخزن برحسب زمان، سه نوع رژیم جریانی وجود دارد:

جریان پایدار (Steady State flow)

یک جریان هنگامی به عنوان جریان پایدار در نظر گرفته می‌شود که مقدار فشار در هر موقعیت از مخزن نسبت به زمان ثابت باشد. شرایط جریان پایدار از لحاظ مفهوم ریاضی چنین توصیف می‌شود.

$$\boxed{(\frac{\partial P}{\partial t})_r = 0}$$

معادله فوق به این معنی است که تغییرات فشار نسبت به زمان در هر نقطه از مخزن صفر می‌باشد. در مخازن، شرایط جریان پایدار زمانی اتفاق می‌افتد که مخزن دارای یک سفره آبی قوی باشد و یا اینکه مخزن تحت عملیات تثبیت فشار قرار گرفته باشد.

جریان ناپایدار (Unsteady state flow)

یک جریان هنگامی جریان ناپایدار در نظر گرفته می‌شود که تغییرات فشار در هر موقعیت از مخزن ثابت نباشد، بلکه نسبت به زمان متغیر باشد. به عبارت دیگر، در جریان ناپایدار، تغییرات فشار نسبت به زمان تابع موقعیت و زمان است. از لحاظ مفهوم ریاضی جریان ناپایدار چنین بیان می‌شود:

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial t} = f(r,t)}$$

جریان ناپایدار با نام جریان گذار (transient flow) نیز شناخته می‌شود. به عنوان مثال مدت زمان کوتاهی پس از اینکه یک چاه تولید کرده است، قبل از اینکه مرز مخزن بر جریان اثر گذاشته باشد، جریان ناپایدار وجود دارد، در این حالت مخزن به صورت بی‌نهایت (Infinite) عمل می‌کند.

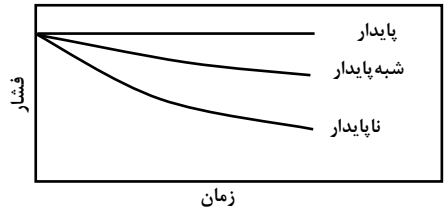
جریان شبه‌پایدار (Pseudo steady State Flow)

هنگامی که تغییرات فشار در هر نقطه از مخزن نسبت به زمان ثابت باشد، جریان به عنوان جریان شبه‌پایدار در نظر گرفته می‌شود.

$$\boxed{(\frac{\partial P}{\partial t})_r = \text{Constant}}$$

برای مثال چاهی که در مخزنی قرار گرفته که در مرز جریانی وجود ندارد، به عنوان جریان شبه‌پایدار در نظر گرفته می‌شود.

در شکل مقابل نحوه تغییرات فشار نسبت به زمان برای سه رژیم جریان مذکور نشان داده شده است.



تغییرات فشار نسبت به زمان برای رژیم‌های جریانی

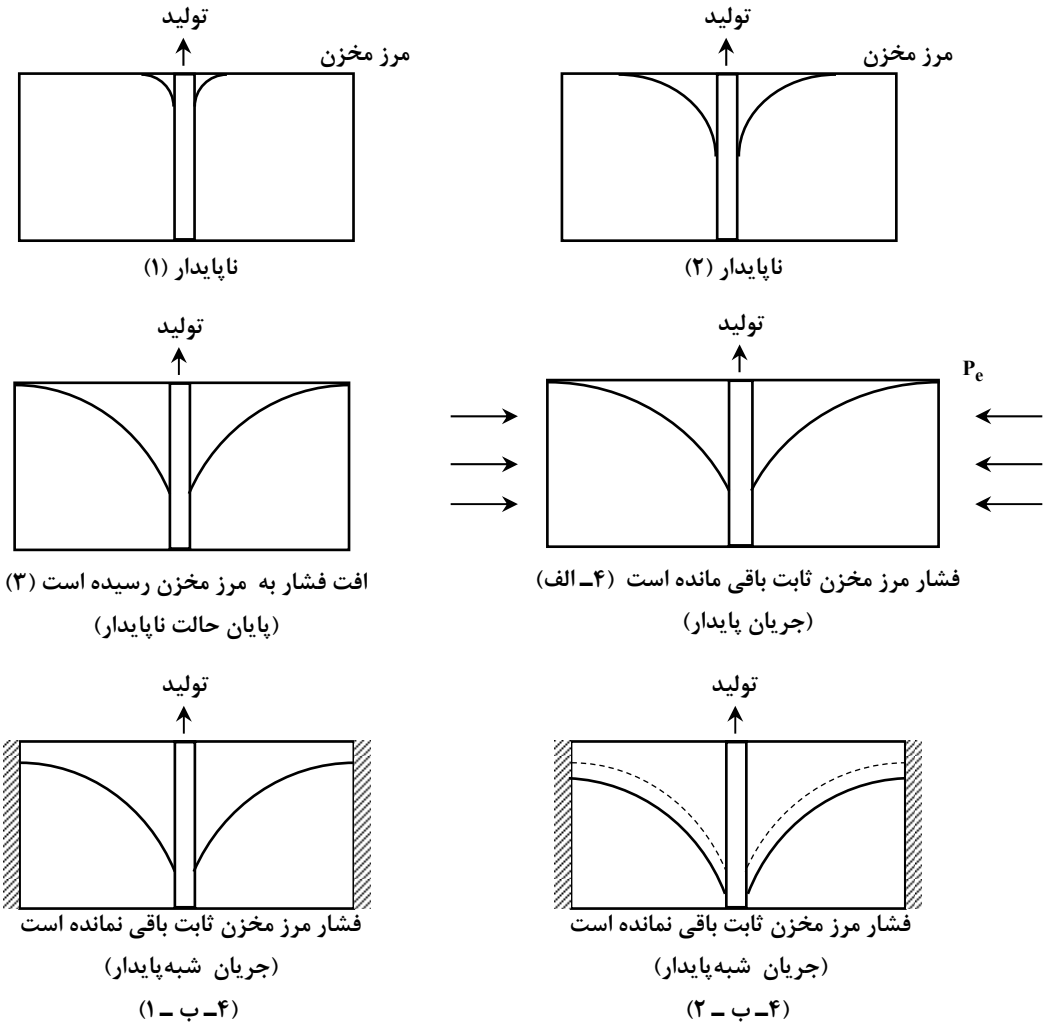
مثال۱: در صورتی که مخزن دارای آبده قوی باشد، شرایط مرزی در دیواره بیرونی مخزن کدام است؟

۱) $P_e = \text{constant}$ ۲) $\frac{\partial P_e}{\partial v} = \text{constant}$ ۳) $\frac{\partial P_e}{\partial r} = 0$ ۴) $\frac{\partial P_e}{\partial t} = \text{constant}$

پاسخ: گزینه «۱» در حالت پایدار داریم: $P_e = \text{constant}$, $\frac{\partial P_e}{\partial t} = 0$

زیرا در حالت پایدار در مرزهای مخزن عامل تأمین‌کننده فشار داریم به گونه‌ای که فشار ثابت می‌ماند.

به زبان ساده‌تر، به هنگام تولید از یک مخزن (چاه تولیدی)، شروع کار همواره جریان ناپایدار وجود دارد. یعنی زمانی که دریچه سر چاهی برای تولید باز می‌شود، افت فشار ایجاد شده در طول مخزن حرکت می‌کند تا به مرز مخزن برسد. تا زمانی که این افت فشار (شک یا pulse) به مرز مخزن برسد، جریان ناپایدار است. پس از اینکه افت فشار به مرز مخزن رسید (مرز مخزن احساس شد)، اگر فشار ثابت بماند، جریان پایدار و اگر فشار ثابت نماند، جریان شبه‌پایدار داریم.



شماتیک رژیم‌های مختلف جریان در یک چاه

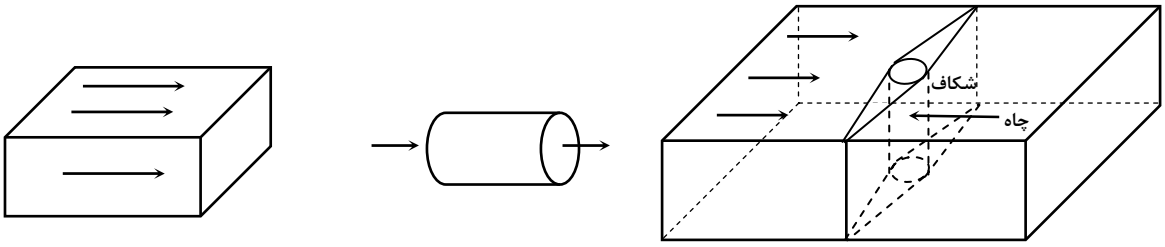
دقت شود که شماره ۴ به دو حالت الف و ب تقسیم شده است. یعنی یا حالت الف یا حالت ب رخ می‌دهد و حالت ۴ـ ب نیز به دو قسمت ۴ ـ ب ـ ۱ و ۴ ـ ب ـ ۲ تقسیم شده است که نشان می‌دهد با گذر زمان فشار کاهش می‌یابد.

هندسه جریان

شکل مخزن یک عامل مؤثر در رفتار جریانی سیالات است. اغلب مخازن مرزهای نامنظم دارند و توصیف ریاضی هندسه آنها فقط به وسیله شبیه‌سازهای عددی امکان‌پذیر است. با این حال، برای مقایسه هندسی، غالباً هندسه واقعی جریان به وسیله یکی از هندسه‌های جریانی ارائه شده در صفحه بعد، توصیف می‌شود.

جریان خطی (Linear flow)

هرگاه خطوط جریان به صورت موازی و در یک جهت به سمت حفره چاه حرکت کنند جریان مورد نظر، جریان خطی در نظر گرفته می‌شود. یکی از کاربردهای مهم معادلات جریان خطی، توصیف جریان سیالات به سمت یک شکاف هیدرولیکی است. خطوط جریان عمود بر شکاف هستند و جریان داخل شکاف نیز خطی است. در مخازن با طول زیاد (elongated reservoir) و مغزه نیز جریان به صورت خطی وجود دارد. همچنین هرگاه تعداد زیادی چاه در فواصل کوتاه از هم حفر شده باشد، احتمالاً خطوط جریان موازی و جریان خطی به وجود می‌آید.

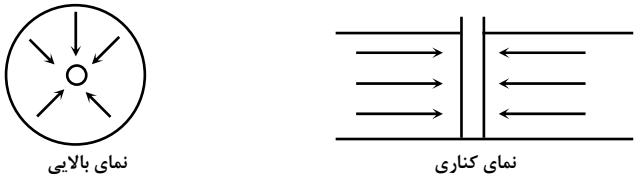


جریان خطی در یک شکاف هیدرولیکی جریان خطی در یک مغزه جریان خطی در مخازن با طول زیاد

حالات مختلف جریان خطی

جریان شعاعی

برای یک مخزن همگن، جریان سیالات از طرف لایه‌های مخزن به سمت چاه معمولاً به صورت خطوط شعاعی است. به عبارتی دیگر، خطوط جریان از هر طرف به سمت چاه همگرا می‌شوند. در شکل‌های زیر، خط جریان برای حالت شعاعی نشان داده شده است.

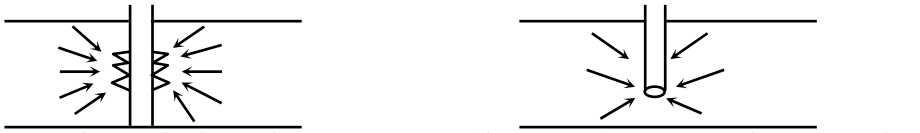


نمای کناری نمای بالایی

جریان شعاعی

جریان کروی (Spherical) و نیمه‌کروی (Semispherical)

همان‌گونه که در شکل‌های زیر نشان داده شده است، جریان سیالات به سمت چاهی که به صورت محدود مشبک شده است به صورت کروی می‌باشد. علاوه بر این جریان سیالات در چاه‌هایی که به طور کامل در ضخامت مفید مخزن نفوذ نکرده‌اند به صورت نیمه‌کروی است.



جریان نیمه‌کروی در چاهی که به صورت جزئی در مخزن نفوذ کرده جریان کروی ناشی از مشبک کاری محدود

جریان کروی و نیمه‌کروی

تعداد سیالات جریانی در مخزن

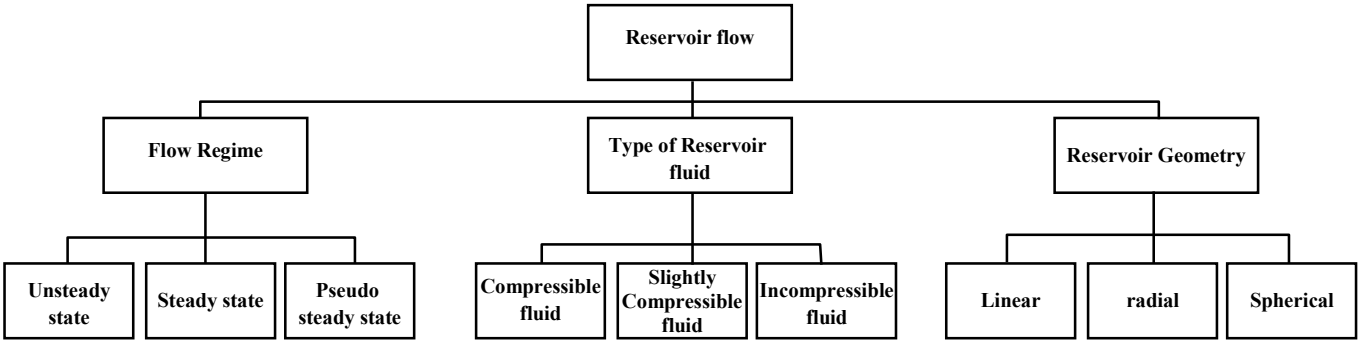
توصیف ریاضی عملکرد حجمی و رفتار فشاری مخزن تابع تعداد سیالات متحرک در مخزن است. بر این اساس، سه حالت جریانی در مخزن ممکن است وجود داشته باشد:

۱ـ جریان تک‌فاز (جریان آب، نفت یا گاز)

۲ـ جریان دو فاز (جریان آب ـ نفت، گازـ نفت یا گاز ـ آب)

۳ـ جریان سه‌فاز (جریان آب ـ نفت ـ گاز)

با افزایش تعداد فازهای جریانی، توصیف جریان سیالات و همچنین آنالیز داده‌های فشار پیچیده‌تر می‌شود. سه پارامتر هندسه جریانی، تراکم‌پذیری سیال و نوع رژیم جریان مشخص‌کننده نوع جریان هستند که به طور مختصر تمامی موارد بالا در چارت صفحه بعد آمده است. در نتیجه ۲۷ نوع جریان مختلف را می‌توان در نظر گرفت که در ادامه توضیح داده خواهند شد.



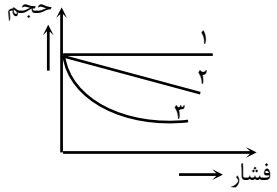
انواع حالت‌های جریان و تقسیم‌بندی آن

مثال۲: در روی یک مرز یک مخزن نفتی، $\frac{dP}{dt} = a$ گزارش شده است. در این صورت رژیم جریان در مخزن از چه نوع می‌باشد.

۱) آرام ۲) ناپایدار ۳) پایدار ۴) شبه‌پایدار

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در جریان شبه‌پایدار، تغییرات فشار نسبت به زمان به صورت خطی است و بنابراین داریم: $\frac{dP}{dt} = a$

مثال۳: با توجه به شکل مقابل کدام گزینه صحیح است؟



۱) ۱ـ تراکم‌ناپذیر ۲ـ کمی تراکم‌پذیر ۳ـ تراکم‌پذیر

۲) ۱ـ کمی تراکم‌پذیر ۲ـ تراکم‌ناپذیر ۳ـ تراکم‌پذیر

۳) ۱ـ تراکم‌ناپذیر ۲ـ تراکم‌پذیر ۳ـ کمی تراکم‌پذیر

۴) ۱ـ تراکم‌پذیر ۲ـ کمی تراکم‌پذیر ۳ـ تراکم‌ناپذیر

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مفهوم تراکم‌پذیری داریم:

وقتی سیال تراکم‌پذیر است. $C = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z}(\frac{\partial Z}{\partial p})_T$; وقتی سیال تراکم‌ناپذیر است. $\frac{d\rho}{dp} = 0$ و $\frac{dV}{dp} = 0 \rightarrow$

وقتی سیال کمی تراکم‌پذیر است. $\rightarrow \begin{cases} V = V_{ref}[1 + C(p_{ref} - p)] \\ \rho = \rho_{ref}[1 - C(p_{ref} - p)] \end{cases}$

دقت شود در محاسبات مهندسی مخزن معمولاً آب و نفت را کمی تراکم‌پذیر و گاز را تراکم‌پذیر می‌گیرند. بنابراین گزینه‌ی ۱ صحیح است.

مثال۴: در کدام‌یک از رژیم‌های جریانی زیر می‌توان مخزن را بی‌نهایت فرض کرد؟

۱) حالت پایدار ۲) حالت ناپایدار ۳) حالت شبه‌پایدار ۴) مخزن همواره محدود است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در حالت ناپایدار $\frac{\partial p}{\partial t} = f(x,t)$ و موج افت فشار هنوز به مرزهای مخزن نرسیده است و می‌توان مخزن را بی‌نهایت فرض کرد.

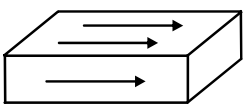
مثال۵: کدام‌یک از جریان‌های زیر به صورت خطی می‌باشد؟

۱) جریان در مخازن گسترده (elongated Reservoir)

۲) جریان در اطراف چاه که در یک مخزن بسیار بزرگ واقع شده است.

۳) جریان در ناحیه Perforate شده با ضخامت زیاد لایه تولیدی

۴) جریان در اطراف چاه که به صورت نیمه‌کامل حفر شده



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان در اطراف چاه شعاعی است. در چاه Perforate جریان کروی و در چاه نیمه‌کامل، نیمه‌کروی است. به دلیل اینکه مخزن گسترده است جریان آن را می‌توان به صورت خطی در نظر گرفت.

مثال۶: هرگاه تحت شرایطی، تغییرات ضریب تراکم‌پذیری با کاهش فشار، منفی باشد، انبساط این گاز با کاهش فشار نسبت به حالت ایده‌آل:

۱) کمتر است. ۲) بیشتر است. ۳) برابر است. ۴) اطلاعات بیشتری نیاز است.

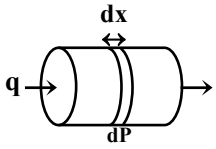
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به رابطه مربوط به تراکم‌پذیری سیالات تراکم‌پذیر داریم:

$$C_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z}\frac{\partial z}{\partial p} \quad ; \quad \frac{\partial z}{\partial p} < 0 \Rightarrow C_g > \frac{1}{p} \Rightarrow \text{انبساط بیشتر}$$

معادلات دارسی

معادلات جریانی که برای توصیف رفتار جریانی سیالات در مخازن به کار برده می‌شوند، تابع کلیه مفاهیمی هستند که در ابتدا تعریف شده‌اند (به‌عنوان مثال: نوع جریان، نوع و تعداد سیالات و ...). با ترکیب معادله بقای جرم با معادله انتقال (قانون دارسی) و برخی از معادلات حالت دیگر، می‌توان معادلات لازم برای توصیف جریان سیالات در مخزن را به‌دست آورد. با توجه به این که معادلات جریان به نوعی تابع قانون دارسی هستند، لازم است ابتدا به این قانون بپردازیم.

معادله اساسی جریان سیالات در محیط متخلخل قانون دارسی می‌باشد. دارسی با یک آزمایش به این نتیجه رسید که سرعت یک سیال همگن در محیط متخلخل با گرادیان فشار نسبت مستقیم و با ویسکوزیته سیال نسبت عکس دارد. وی برای جریان خطی و افقی رابطه زیر را (با معرفی مفهوم تراوایی (k)) ارائه نمود:



$$v \alpha \ \Delta P, \quad v \alpha \frac{1}{\mu}, \quad v = \frac{q}{A} = -\alpha \frac{k}{\mu}\frac{dP}{dx}$$

	q	v	k	A	μ	dp	dx	α
واحد آزمایشگاهی	$\frac{Cm^3}{s}$	$\frac{Cm}{s}$	d	Cm^2	CP	atm	Cm	۱
واحد میدانی (field unit)	$\frac{bbl}{day}$	$\frac{ft}{s}$	d	ft^2	CP	psi	ft	۱/۱۲۷

علامت منفی در معادله $v = -\alpha \frac{k}{\mu}\frac{dP}{dx}$ نشان‌دهنده‌ی این است که مقدار فشار با افزایش فاصله کاهش می‌یابد. معادله دارسی در صورت وجود شرایط زیر قابل استفاده است که با کمی تغییرات و فرضیات دیگر می‌توان این رابطه را در موارد خاص نیز استفاده کرد.

۱ـ فقط یک فاز، منافذ محیط متخلخل را پر کرده باشد: این شرط در آزمایشگاه با تمیزکردن نمونه می‌تواند برقرار باشد، اما در مخزن با توجه به وجود اشباع آب همزاد و نیز وجود گاز صادق نمی‌باشد. ($S_w = ۱۰۰\%$)

۲ـ جریان آرام باشد: رابطه‌ی دارسی برای جریان آرام برقرار بوده و برای جریان آشفته (turbulent) برقرار نیست. به طور کلی با توجه به عدد بدون بُعد رینولدز ($Re = \frac{\rho v d}{\mu}$) که در آن، ($\rho$ چگالی حجمی)، (v سرعت سیال)، (d قطر حفره‌ها) و (μ گرانروی سیال) است، اگر $Re < ۲۱۰۰$ باشد، جریان آرام و بیشتر از آن آشفته است.

۳ـ جریان پایدار باشد: در آزمایشگاه معمولاً می‌توان چنین در نظر گرفت که جریان ناپایدار وجود ندارد، اما در مخازن واقعی جریان ناپایدار معمولاً وجود دارد و برای مدت چند روز یا چند ماه به طول می‌انجامد.

۴ـ سیالات تراکم‌ناپذیر باشند.

۵ـ محیط متخلخل همگن باشد: یعنی ساختار محیط متخلخل، فضای خالی و ویژگی‌های مواد تشکیل‌دهنده‌ی محیط در هر نقطه یکسان است و تغییر نمی‌کند. در حالی که در واقعیت با توجه به ساختار لایه‌ای مخزن و گسترش جانبی وسیع (مساحت بزرگ) مخزن، تغییراتی در ویژگی‌های محیط ایجاد می‌شود.

۶ـ دما در همه جا یکسان باشد (Isothermal): فرض می‌شود در تمام مراحل تولید، دمای مخزن ثابت باشد.

۷ـ واکنشی بین سیال و سنگ مخزن ایجاد نشود: به عبارتی فضای خالی سنگ با گذشت زمان تغییری نمی‌کند، در حالی که در مخزن واقعی ایجاد شکاف‌های هیدرولیکی و اسیدی و واکنش CO_2 با سنگ کربناته این شرط را بر هم می‌زند.

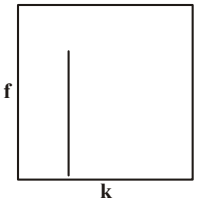
۸ـ محیط افقی باشد.

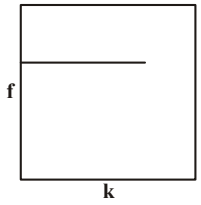
مثال۷: کدام‌یک از فرضیات دارسی نیست؟

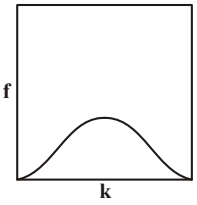
۱) جریان قائم
۲) محیط همسان‌گرد و همگن
۳) حالت پایا و عدم واکنش بین سنگ و سیال
۴) جریان آرام و بدون تلاطم

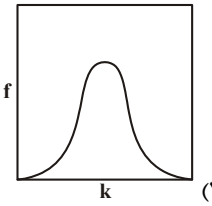
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» دارسی جریان را افقی در نظر گرفت.

مثال۸: کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار توزیع احتمال تراوایی در جهت شعاع (احتمال وجود هر مقدار تراوایی برحسب تراوایی) یک مخزن همگن را به درستی نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳) 

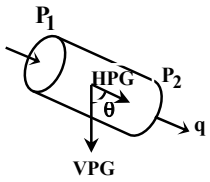
۴) 

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به تعریف مخزن همگن، برای یک مخزن همگن مقدار تراوایی ثابت و مشخص بوده و توزیع احتمال آن به صورت یک خط راست عمودی خواهد بود.

البته برای مواردی که نقض‌کننده شروط صدق معادله دارسی می‌باشند، راه‌حل‌هایی ارائه شده است، مثلاً برای حالتی که محیط افقی نباشد و یا جریان آشفته باشد.

رابطه‌ی دارسی را برای حالت‌هایی که سیستم با افق زاویه دارد می‌توان به دو روش زیر به‌دست آورد:

۱ـ روش گرادیان فشار هیدرولیکی (Hydraulic Pressure Gradient) یا (HPG)



نیروی محرکه جریان سیالات در لایه‌های زاویه‌دار علاوه بر اختلاف فشار، نیروی گرانش نیز می‌باشد. در این روش دو عامل اختلاف فشار و اختلاف سطح ابتدا و انتها در جریان مؤثراند که در رابطه دارسی قرار داده می‌شوند.

به عبارت دیگر:

$$\text{Pressure gradient (PG)} = \rho\frac{g}{g_c}(h_1 - h_2) = \rho\frac{g}{g_c}(L\cos\theta) \Rightarrow PG = \rho(\frac{lb_m}{ft^3}) \times \frac{32/174(\frac{ft}{s^2})}{32/174(\frac{lb_m.ft}{lb_f.s^2})} \times L(ft)\cos\theta = \rho L\cos\theta(\frac{lb_f}{ft^2})$$

$$HPG = \frac{PG}{L} = \frac{\rho L\cos\theta}{L} = \rho\cos\theta(\frac{lb_f}{ft^3}) \xrightarrow{(1ft^2=144in^2)} HPG = \frac{\rho}{144}\cos\theta(\frac{lb_f}{in^2.ft}) = \frac{\rho}{144}\cos\theta(\frac{psi}{ft})$$

با قرار دادن $\rho_w = 62/4(\frac{lb_m}{ft^3})$ در رابطه فوق داریم: $$HPG = \frac{62/4}{144}\frac{\rho}{\rho_w}\cos\theta = 0/433\gamma\cos\theta(\frac{psi}{ft})$$

واحد HPG اگر به صورت $HPG = \rho\cos\theta$ بیان شود، $\left(\frac{lb_f}{ft^3}\right)$ خواهد بود و اگر به صورت $HPG = \frac{\rho}{144}\cos\theta$ بیان شود، $(\frac{psi}{ft})$ خواهد بود و HPG در راستای محیط متخلخل است به عبارتی: $HPG = VPG \times \cos\theta$

گرادیان فشار سیال برابر $\frac{P_1 - P_2}{L}$ است که در نتیجه فرمول دارسی به صورت مقابل در می‌آید:

$$\boxed{q = 1/127\frac{kA}{\mu}[\frac{P_1 - P_2}{L} + 0/433\gamma\cos\theta]}$$

ρ: چگالی $(\frac{lb_m}{ft^3})$ ، θ: زاویه بین جهت حرکت سیال و خط عمود ، γ: چگالی مخصوص $\gamma = \frac{\rho_{\text{سیال}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{\rho_f}{\rho_w}$

اگر از سیستم واحد SI استفاده شود، خواهیم داشت: $VPG\,(\text{Vertical Pressure Gradient}) = \rho g = 980\rho$

واحد ρ در این‌جا $\frac{gr}{cm^3}$ می‌باشد. $$\Rightarrow VPG = 980\rho\ (\frac{gr}{cm^2.s^2}) \quad ; \quad HPG = 980\rho\cos\theta(\frac{gr}{cm^2.s^2})$$

اما معمولاً برای سیستم SI واحد فشار، (atm) می‌باشد. برای تبدیل $(\frac{gr}{cm^2.s^2})$ به $\frac{atm}{cm}$ به صورت زیر عمل می‌شود:

$$1atm = 101325\,Pa = 101325\frac{kg.m}{m^2.s^2}$$

$$۹۸۰\rho\cos\theta(\frac{gr}{cm^۲.s^۲})(\frac{۱kg}{۱۰۰۰gr})(\frac{۱۰^۴cm^۲}{۱m^۲})(\frac{۱atm}{۱۰۱۳۲۵\frac{kg.m}{m^۲.s^۲}})(\frac{۱m}{۱۰۰cm})=۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta\Rightarrow HPG=۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta(\frac{atm}{cm})$$

$$\boxed{q=\frac{kA}{\mu}(\frac{P_۱-P_۲}{L}+۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta)}$$

ρ: چگالی $(\frac{gr}{cm^۳})$ ، q: دبی $(\frac{cm^۳}{s})$ ، $\frac{P_۱-P_۲}{L}$: گرادیان فشار خارجی سیال

$۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta$: گرادیان فشار هیدرولیکی (جاذبه) ، $(\frac{P_۱-P_۲}{L}+۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta)$: گرادیان فشار

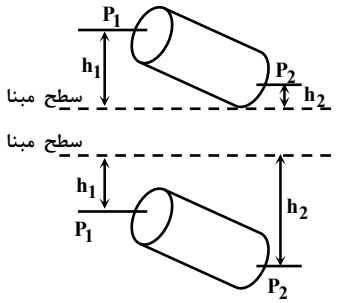
به صورت المانی نیز می‌توان معادلات را هم برای سیستم SI و هم برای سیستم واحد میدانی به صورت زیر نوشت:

سیستم واحد SI: $q=-\frac{kA}{\mu}(\frac{dp}{dx}-۹/۶۷\times۱۰^{-۴}\rho\cos\theta)$

سیستم واحد میدانی: $q=-۱/۱۲۷\frac{kA}{\mu}(\frac{dp}{dx}-۰/۴۳۳\gamma\cos\theta)\Rightarrow q=-۱/۱۲۷\frac{kA}{\mu}(\frac{dp}{dx}-\frac{\rho}{۱۴۴}\cos\theta)$

۲ـ روش پتانسیل جریان (flow potential)

برای وارد کردن اثر اختلاف فشار و نیروی گرانش عامل جدیدی به نام پتانسیل جریان معرفی می‌شود که آن را با ϕ نشان می‌دهند. ϕ دارای واحدی مشابه واحد فشار یعنی psi می‌باشد. جهت حرکت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.



بالای سطح مبنا:
$$\begin{cases}\phi_۱=P_۱+\frac{\rho}{۱۴۴}h_۱\\ \phi_۲=P_۲+\frac{\rho}{۱۴۴}h_۲\end{cases}$$

پایین سطح مبنا:
$$\begin{cases}\phi_۱=P_۱-\frac{\rho}{۱۴۴}h_۱\\ \phi_۲=P_۲-\frac{\rho}{۱۴۴}h_۲\end{cases}$$

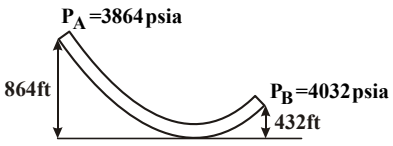
واحد ρ در فرمول‌های فوق $\left(\frac{lb_m}{ft^۳}\right)$ می‌باشد. واحد فشار و پتانسیل جریان نیز Psi است.

بنابراین در یک جریان خطی در مخازن غیرافقی معادله دارسی را می‌توان این‌گونه نوشت: $q=\frac{۱/۱۲۷kA\times\phi_۱-\phi_۲}{\mu}\frac{}{L}$

به عبارتی از تابع پتانسیل جریان برای به سطح مبنا بردن فشار وارده در چند نقطه استفاده می‌شود.

سطح مبنا معمولاً سطح تماس آب و نفت، یا سطح تماس گاز و نفت و یا بالاترین نقطه در مخزن در نظرگرفته می‌شود. برای به‌دست آوردن جهت جریان از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر، پتانسیل جریان برای دو نقطه را نسبت به سطح مبنای مشابه به‌دست می‌آورند و سپس جهت جریان از پتانسیل بیشتر به سمت پتانسیل کمتر خواهد شد.

مثال۹: یک بستر نفتی به صورت زیر است، چنانچه جرم حجمی نفت این لایه $۵۶\frac{lb}{ft^۳}$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟



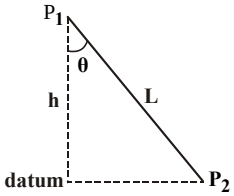
۱) جهت جریان سیال از B به A است.

۲) جهت جریان سیال از A به B است.

۳) سیال ساکن است.

۴) بستگی به permeability و porosity دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای حل این سوال رابطه دارسی برای حرکت سیال در سطوح شیبدار را به‌دست می‌آوریم. فرض کنیم سیالی با چگالی ρ از نقطه ۱ به سمت نقطه ۲ از درون سطحی که با افق زاویه $۹۰-\theta$ می‌سازد، حرکت کند. در این حالت علاوه بر اختلاف فشار $P_۱-P_۲$ نیروی جاذبه نیز باعث حرکت سیال می‌شود، در نتیجه در رابطه‌ی دارسی به جای ρ باید از پتانسیل جریان $(\phi=P+\frac{\rho}{۱۴۴}h)$ استفاده کرد. یک سطح مبنا انتخاب می‌کنیم و پتانسیل جریان را نسبت به آن سطح به‌دست می‌آوریم.



$$\phi_1 = P_1 + \frac{\rho}{144}h$$

$$\phi_2 = P_2 + \frac{\rho}{144}\times 0$$

$$q = -1/127\frac{kA}{\mu B_o}\frac{d\phi}{ds} \Rightarrow q = 1/127\frac{kA}{\mu B_o}\frac{\phi_1-\phi_2}{L} = 1/127\frac{kA}{\mu B_o}\frac{P_1+\frac{\rho}{144}h - P_2}{L} \quad \text{و} \quad \cos\theta = \frac{h}{L} \Rightarrow h = L\cos\theta$$

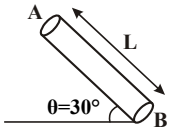
$$\Rightarrow q = 1/127\frac{kA}{\mu B_o}\frac{P_1+\frac{\rho}{144}L\cos\theta - P_2}{L} = 1/127\frac{kA}{\mu B_o}[\frac{P_1-P_2}{L}+\frac{\rho}{144}\cos\theta] \Rightarrow q = -1/127\frac{kA}{\mu B_o}[\frac{dP}{ds}-\frac{\rho}{144}\cos\theta]$$

رابطه بالا در سیستم واحد نفتی است $(\rho : \frac{lb}{ft^3})$ ، θ زاویه میان جهت حرکت سیال و جهت عمودی پایین است. برای تعیین حرکت جریان، جهت حرکت از سمت پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.

$$\left.\begin{aligned}\phi_A &= 3864 + \frac{56}{144}\times 864 = 4200\,psi\\ \phi_B &= 4032 + \frac{56}{144}\times 432 = 4200\,psi\end{aligned}\right\} \Rightarrow \phi_A = \phi_B$$ سیال ساکن است

مثال۱۰: سیالی با جرم حجمی $48\frac{lb}{ft^3}$ در محیط متخلخل مقابل جریان دارد. مقدار گرادیان فشار قائم موجود در شکل زیر چند $\frac{psi}{ft}$ خواهد بود؟

(در جهت حرکت) $(P_B = 4050\,psi\ ,\ P_A = 4000\,psi\ ,\ L = 500\,ft)$



۱) ۰/۳۳ ۲) ۰/۱۶

۳) −۰/۳۳ ۴) −۰/۱۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای تعیین جهت حرکت باید از مفهوم پتانسیل استفاده شود.

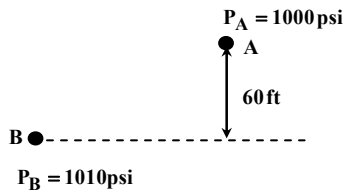
$$h = L\sin\theta = 500\times\sin 30 = 250\,ft$$

$$\phi_A = P_A + \frac{\rho}{144}h = 4000 + \frac{48}{144}\times 250 = 4083/33\,psi \quad , \quad \phi_B = P_B + \frac{\rho}{144}h = 4050 + 0 = 4050\,psi$$

$\phi_A > \phi_B \Rightarrow$ جریان سیال از A به B است.

$$\text{vertial hydraulic gradient} = \frac{\rho}{144} = \frac{48}{144} = \frac{1}{3} = 0/33\,\frac{psi}{ft}$$

مثال۱۱: در شکل زیر جهت حرکت سیال را تعیین کنید. (سیال موجود آب است)



۱) از A به B

۲) از B به A

۳) جریان وجود ندارد.

۴) ابتدا از A به B و پس از مدتی بالعکس

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از پتانسیل هیدرولیکی خواهیم داشت:

$$\phi = p + \frac{\rho}{144}h$$

$$\left.\begin{aligned}\phi_A &= 1000 + \frac{62/4}{144}\times 60 = 1025/9\,psi\\ \phi_B &= 1010 + \frac{62/4}{144}\times 0 = 1010\,psi\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$ جریان از A به سمت B است.