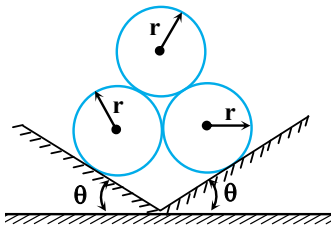
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل اول

« معادلات تعادل »

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ سه استوانه همگن و مشابه مطابق شکل روی یکدیگر قرار گرفته‌اند. مقدار حداقل زاویه‌ای که در آن زاویه سیستم در حال سکون باقی بماند (قبل از جدا شدن استوانه‌های زیرین)عبارت است از؟ (سطوح را بدون اصطکاک در نظر بگیرید) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۱)



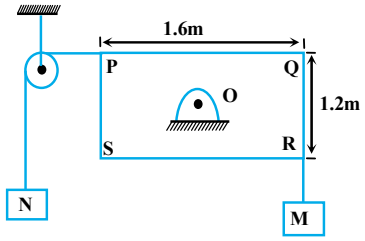
۱) $\theta = ۲۱^\circ$

۲) $\theta = ۲۹^\circ$

۳) $\theta = ۱۱^\circ$

۴) $\theta = ۶^\circ$

۲ـ مستطیل PQRS به وزن ۲۸ نیوتن و مرکز O که در همان نقطه لولا شده است، دو وزنه M و N را مطابق شکل تحمل می‌کند. اگر وزن قطعه M، ۳۶ نیوتن و سیستم در حال تعادل باشد، مقدار نیرو در O عبارت است از؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۲)



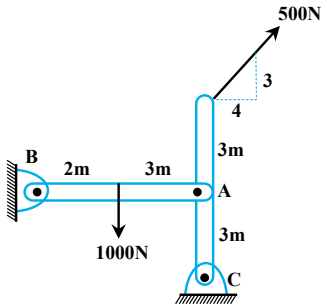
۱) ۸۰N

۲) ۲۸N

۳) ۴۵N

۴) ۶۴N

۳ـ در شکل زیر، نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاهی در نقطه C چند نیوتن است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



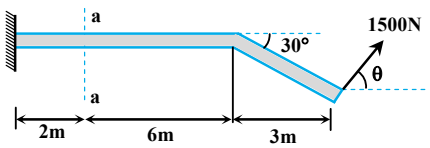
۱) ۲۶۰/۲

۲) ۳۸۰/۳

۳) ۴۱۲/۳

۴) ۴۵۰/۳

۴ـ در شکل زیر زاویه θ باید تقریباً چند درجه باشد تا در مقطع a – a هیچ گشتاوری ایجاد نگردد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



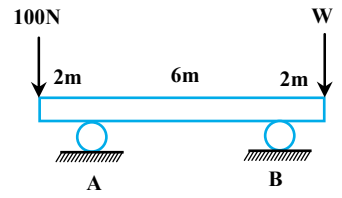
۱) ۷۹

۲) ۱۶۹

۳) ۱۹۰

۴) ۲۵۹

۵ـ در سیستم شکل زیر مقدار W حداکثر چند نیوتن می‌تواند باشد بدون آنکه سیستم از وضعیت تعادل استاتیکی خود خارج شود؟ (جرم میله ناچیز است) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

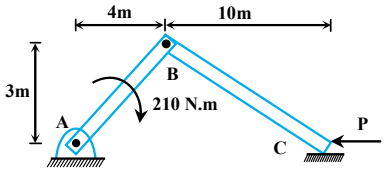
۳) ۴۰۰

۴) ۵۰۰

www.modaresanesharif.ac.ir

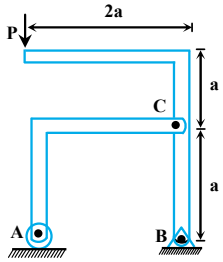
www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ در شکل زیر گشتاور $M=۲۱۰Nm$ به عضو AB اعمال می‌شود. اگر سطح C بدون اصطکاک فرض شود، مقدار نیروی P برای حفظ تعادل سیستم باید چند نیوتن باشد؟ (از جرم میله صرف‌نظر کنید). (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



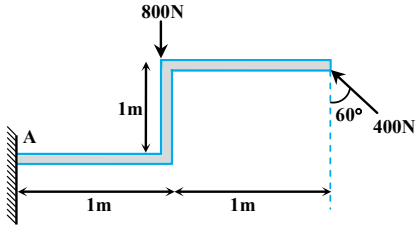
۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۸۰
۴) ۹۳

۷ـ در قاب شکل زیر عکس‌العمل قائم مفصل C، چند P است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)



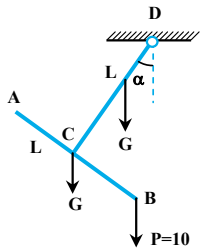
۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۱
۴) ۲

۸ـ گشتاور حاصل از دو نیروی نشان داده شده در نقطه A چند نیوتن متر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)



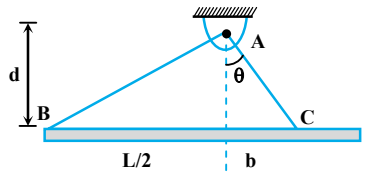
۱) ۲۹۲/۸۲
۲) ۱۰۲/۴۱
۳) ۷۹/۶۳
۴) ۵۳/۵۹

۹ـ دو میله منشوری AB و CD هر کدام به طول L به شکل T به هم جوش داده شده‌اند و می‌توانند در سطح قائم حرکت نمایند. با فرض اینکه $P=۱۰$ و وزن میله‌ها $G=۵\ lb$ باشد، زاویه α نظیر حالت تعادل کدام است؟ (میله DC عمود بر میله AB می‌باشد) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)



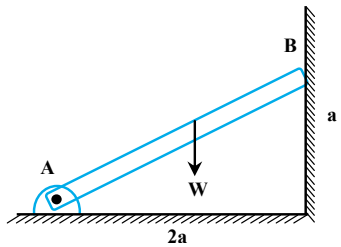
۱) ۵/۱۹°
۲) ۱۵/۹۴°
۳) ۴۷/۰۵°
۴) ۱۳/۲۱°

۱۰ـ کابل‌های AB و AC برای نگه داشتن موقعیت تعادل تیر افقی به جرم $۳۳۰kg$ استفاده شده‌اند. اگر $L=۸m$ و $d=۶m$ و $\theta=۲۵^\circ$ باشد، کشش در کابل AB کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)



۱) ۱/۲kN
۲) ۱/۶kN
۳) ۳/۱kN
۴) ۳/۹kN

۱۱ـ در شکل زیر میله یکنواخت AB در نقطه A اتصال مفصلی داشته و در نقطه B روی دیوار صیقلی تکیه نموده است. مقدار نیروی تکیه‌گاهی در نقطه A چند برابر W است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)

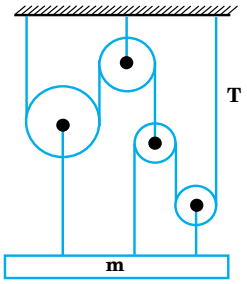


۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ در شکل مقابل برای مجموعه قرقره‌ها و کابلی که جرم m را تحمل می‌کند، مقدار (T) کشش کابل برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



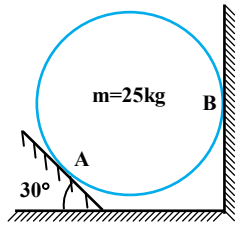
۱) $\frac{mg}{۷}$

۲) $\frac{۲mg}{۷}$

۳) $\frac{mg}{۳}$

۴) $\frac{mg}{۴}$

۱۳ـ در شکل زیر عکس‌العمل A و B را به دست آورید؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سطوح A و B بدون اصطکاک می‌باشند) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



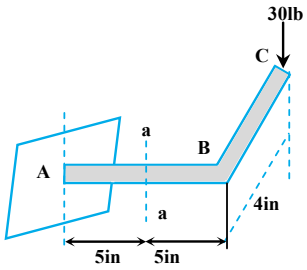
۱) $F_A = \frac{۱۲۵}{\sqrt{۳}}N \quad , \quad F_B = \frac{۲۵۰}{\sqrt{۳}}N$

۲) $F_A = \frac{۵۰۰}{\sqrt{۳}}N \quad , \quad F_B = \frac{۲۵۰}{\sqrt{۳}}N$

۳) $F_A = \frac{۲۵۰}{\sqrt{۳}}N \quad , \quad F_B = \frac{۵۰۰}{\sqrt{۳}}N$

۴) $F_A = \frac{۲۵۰}{\sqrt{۳}}N \quad , \quad F_B = \frac{۱۲۵}{\sqrt{۳}}N$

۱۴ـ مقادیر عکس‌العمل‌های مقطع a – a را به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



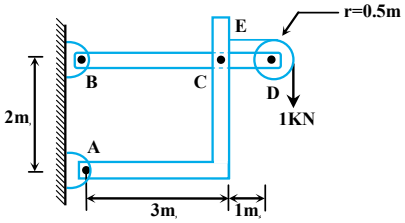
۱) $|M| = ۱۹۲\,lb.in \quad |V| = ۲۰\,lb$

۲) $|M| = ۱۹۲\,lb.in \quad |V| = ۳۰\,lb$

۳) $|M| = ۱۸۲\,lb.in \quad |V| = ۳۰\,lb$

۴) $|M| = ۱۸۲\,lb.in \quad |V| = ۴۰\,lb$

۱۵ـ نیروی وارد به پین C را به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



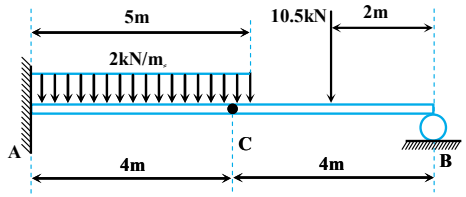
۱) $C_y = ۱۵۰۰N, C_x = ۲۰۰۰N$

۲) $C_y = ۳۵۰۰N, C_x = ۳۲۰۰۰N$

۳) $C_y = \frac{۴۰۰۰}{۳}N, C_x = ۳۲۵۰N$

۴) $C_y = ۲۵۰۰N, C_x = ۴۰۰۰N$

۱۶ـ دو تیر AC و BC به وسیله پین C به هم متصل شده‌اند، نیروی وارد به پین C را به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



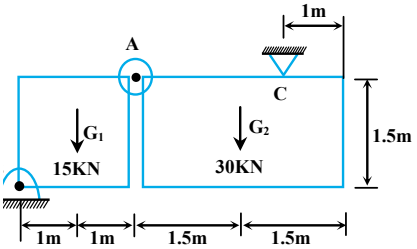
۱) ۶kN

۲) ۷kN

۳) ۸kN

۴) ۱۴kN

۱۷ـ در شکل مقابل نیروی اعمالی به پین A را به دست آورید؟ (دو صفحه مستطیلی به وسیله پین در نقطه A به هم متصل شده‌اند) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



۱) $A_y = ۵kN \quad , \quad A_x = ۱۵KN$

۲) $A_y = ۷/۵KN \quad , \quad A_x = ۲۰KN$

۳) $A_y = ۱۲KN \quad , \quad A_x = ۲۲KN$

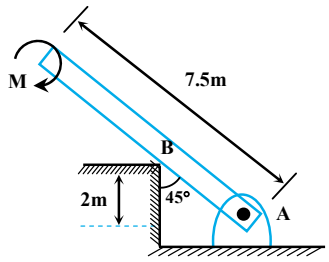
۴) $A_y = ۱۵KN \quad , \quad A_x = ۳۰KN$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ تیر مقابل جرمی برابر ۸۰ کیلوگرم دارد. برای اینکه مقدار عکس‌العمل **B** نصف شود چه مقدار کوپل **M** بایستی به تیر اعمال شود؟ (در **B** اصطکاک نداریم)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



۱) ۷۰

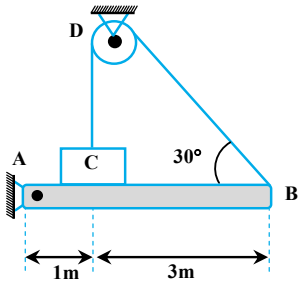
۲) ۸۰

۳) $۷۰\sqrt{۲}$

۴) $۸۰\sqrt{۲}$

۱۹ـ بلوک **C** به وزن ۵۰۰N روی تیر **AB** به وزن ۲۰۰N مطابق شکل از طریق یک طناب تکیه کرده است، کشش در طناب را حساب کنید.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



۱) ۶۶

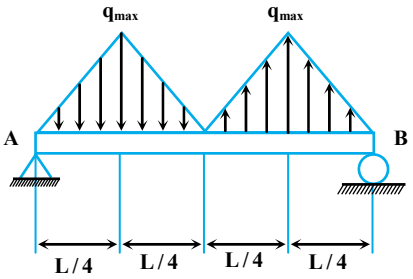
۲) ۳۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

۲۰ـ نیروی تکیه‌گاه **B** کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)



۱) صفر

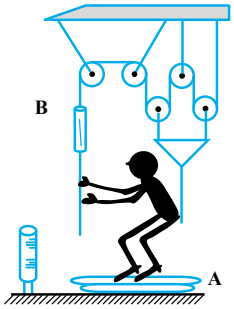
۲) $\frac{۱}{۲}q_{max}L$

۳) $\frac{۱}{۴}q_{max}L$

۴) $\frac{۱}{۸}q_{max}L$

۲۱ـ در شکل زیر نیروسنج **B** مقدار ۱۰۰N و ترازوی **A** عدد ۴۰۰N را نشان می‌دهد، وزن شخص بر حسب **kg** کدام گزینه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)



۱) ۵۰

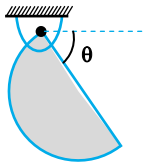
۲) ۶۰

۳) ۸۰

۴) ۹۰

۲۲ـ یک سطح نیم‌دایره‌ای به شعاع **r** را از یک رأس لولا کرده‌ایم. زاویه **θ** (زاویه افق با قطر نیم‌دایره) برای ایجاد تعادل کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) $tg^{-۱}(\frac{۱}{\pi})$

۲) $tg^{-۱}(\frac{۱}{۴})$

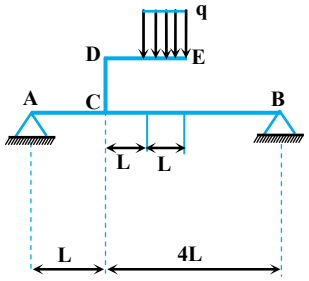
۳) $tg^{-۱}(\frac{۴}{۳})$

۴) $\cot g^{-۱}(\frac{۴}{۳\pi})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳ـ میله CDE در نقطه C به طور قائم به میله AB جوش خورده است. نیرو در تکیه‌گاه A کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



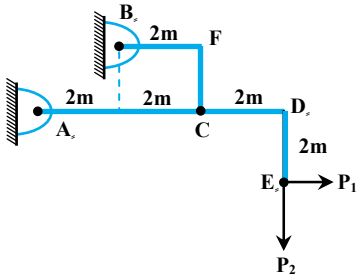
۱) $\frac{۱}{۲}qL$

۲) $\frac{۳}{۴}qL$

۳) $\frac{۳}{۲}qL$

۴) $\frac{۵}{۴}qL$

۲۴ـ چنانچه قاب نشان داده شده در شکل در حال تعادل باشد، برای آنکه نیروی تکیه‌گاه A از نقطه E بگذرد، کدام گزینه صحیح است؟ (نقاط A و B و C لولا هستند) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



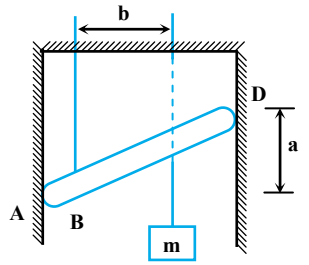
۱) $P_۱ = P_۲$

۲) $P_۲ = ۰$

۳) نیروی تکیه‌گاه A همواره از نقطه E می‌گذرد.

۴) در صورتی که نیروی داخل عضو BFC صفر باشد، نیروی تکیه‌گاه A از نقطه E می‌گذرد.

۲۵ـ میله سبکی که جرم m از آن آویزان است، توسط یک طناب بین دو دیوار بدون اصطکاک قرار دارد. کدام گزینه نیروی تکیه‌گاه A را نشان می‌دهد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



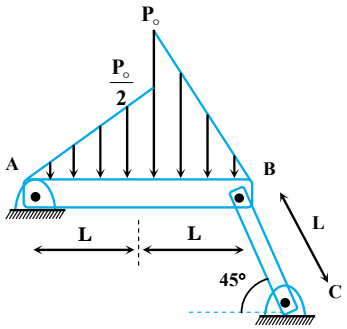
۱) $\frac{b}{a}mg$

۲) mg

۳) $\frac{a}{b}mg$

۴) ۰

۲۶ـ در شکل روبرو، نیروی وارد به تکیه‌گاه C کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



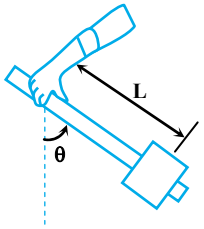
۱) $P_۰L\sqrt{۲}$

۲) $\frac{P_۰L}{۲}$

۳) $\frac{P_۰L}{۴}$

۴) $P_۰L\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۷ـ توسط دست با اعمال کوپل M، چکشی به جرم m و طول L به صورت مایل در وضعیت تعادل نگه داشته شده است. چنانچه جرم دسته چکش در مقابل کله فولادی آن ناچیز باشد، اندازه زاویه θ برای تعیین وضعیت تعادل، کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) $\tan^{-۱}[\frac{M}{mgL}]$

۲) $\sin^{-۱}[\frac{M}{mgL}]$

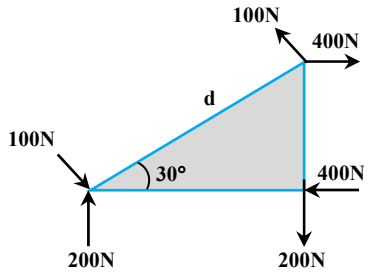
۳) $\tan^{-۱}[\frac{۲M}{mgL}]$

۴) $\sin^{-۱}[\frac{۲M}{mgL}]$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۸ـ رئوس صفحه مثلثی تحت اثر سه زوج نیرو قرار دارند. وتر d را به گونه‌ای می‌خواهیم تعیین کنیم که زوج برآیند برابر ۵۶۰N.m در جهت عقربه‌های ساعت باشد. در این صورت مقدار d به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



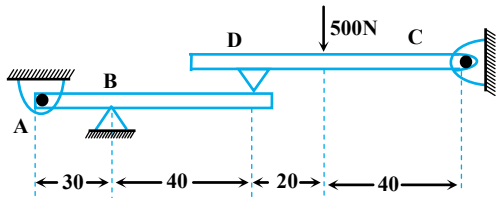
۱) ۱/۱۸m

۲) ۱/۶۲m

۳) ۲/۰۵m

۴) ۷/۶۵m

۲۹ـ در سیستم اهرم‌بندی زیر، واکنش تکیه‌گاه در A و B به ترتیب کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) ۴۴۴/۴۴N و ۷۷۷/۷۸N

۲) ۳۳۳/۳۳N و ۷۷۷/۷۸N

۳) ۴۴۴/۴۴N و ۳۳۳/۳۳N

۴) ۷۷۷/۷۸N و ۷۷۷/۷۸N

۳۰ـ در محاسبه گشتاور یک نیرو نسبت به یک محور مشخص؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

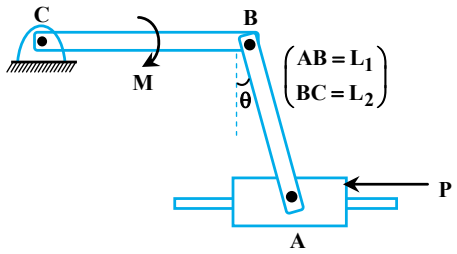
۱) فاصله امتداد نیرو تا امتداد محور مؤثر است.

۲) نقطه اثر نیرو نسبت به مبدأ محور مؤثر است.

۳) موقعیت مبدأ محور تأثیری ندارد.

۴) همه گزینه‌ها درست است.

۳۱ـ نیروی P به لغزنده A روی خط افق وارد شده است. با توجه به گشتاور M اگر مجموعه در حالتی که میله BC افقی است به حالت تعادل رسیده باشد، با صرف‌نظر از وزن میله و اصطکاک مطلوب است مقدار زاویه θ ؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



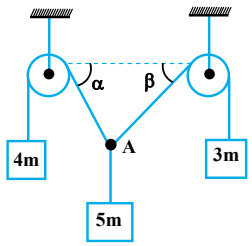
۱) $\theta = tg^{-1}(\frac{PL_2}{M})$

۲) $\theta = \cos^{-1}(\frac{M}{PL_1})$

۳) $\theta = \sin^{-1}(\frac{L_2}{L_1})$

۴) $\theta = \sin^{-1}(\frac{PL_2}{M})$

۳۲ـ سه وزنه به کمک سه ریسمان سبک و دو قرقره‌ی کوچک به یکدیگر متصل شده‌اند و در وضعیت تعادل قرار گرفته‌اند. زوایای α و β برابرند با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



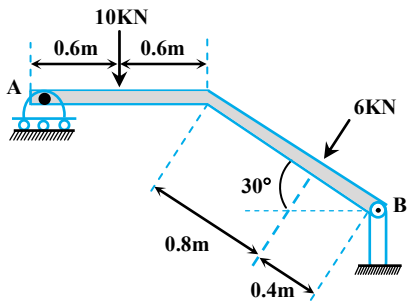
۱) $\beta = ۳۶/۹^\circ \quad , \quad \alpha = ۵۳/۱^\circ$

۲) $\beta = ۵۳/۱^\circ \quad , \quad \alpha = ۳۶/۹^\circ$

۳) $\beta = ۵۱/۴^\circ \quad , \quad \alpha = ۳۸/۶^\circ$

۴) $\beta = ۳۸/۶^\circ \quad , \quad \alpha = ۵۱/۴^\circ$

۳۳ـ عضو نشان داده شده در شکل در حال تعادل می‌باشد. عکس‌العمل غلتک A و پین B عبارتند از؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $B_y = ۶/۰۸kN \ , \ B_x = ۵/۲۰kN \ , \ A_y = ۹/۱۲kN$

۲) $B_y = ۶/۸۰kN \ , \ B_x = ۳kN \ , \ A_y = ۸/۳۹kN$

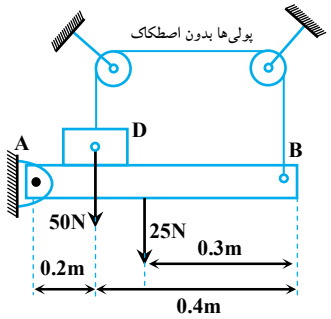
۳) $B_y = ۷/۳۳kN \ , \ B_x = ۵/۲۰kN \ , \ A_y = ۷/۸۶kN$

۴) $B_y = ۶/۴۰kN \ , \ B_x = ۳kN \ , \ A_y = ۸/۸kN$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۴ـ بلوک D با وزن ۵۰N به طور آزاد روی میله همگن AB قرار دارد. نیروی وزن میله همگن AB نیز ۲۵N تجربه شده است. نیروی بین بلـوک D و میله AB، یعنی(N) را تعیین نمایید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۲)



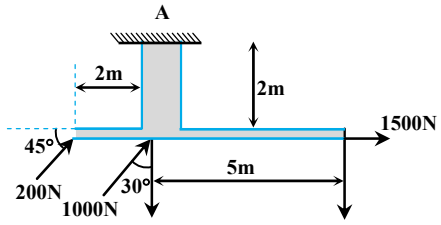
۱) ۱۵N

۲) ۱۹N

۳) ۲۱N

۴) ۲۸N

۳۵ـ در سیستم شکل زیر ممان تکیه‌گاه A برحسب kN.cm برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



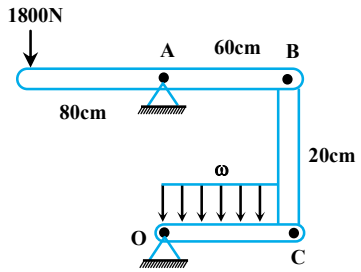
۱) ۲۰۰

۲) ۵۰

۳) ۱۲۷

۴) ۱۰۰

۳۶ـ مطلوب است تعیین شدت بار گسترده ω بر حسب N/m ؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



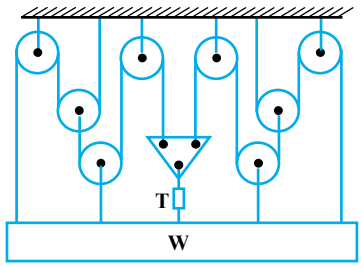
۱) ۸۰۰۰

۲) ۲۵۰۰

۳) ۴۳۰۰

۴) ۶۷۵۰

۳۷ـ مقدار نیروی کششی T بر حسب وزن وزنه (W) کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



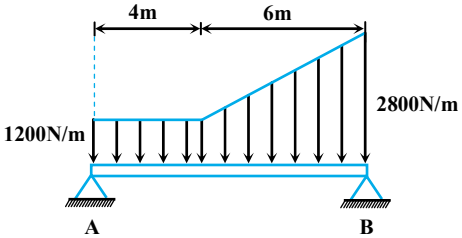
۱) $T=\frac{W}{8}$

۲) $T=\frac{W}{5}$

۳) $T=\frac{2}{7}W$

۴) $T=\frac{7}{2}W$

۳۸ـ عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در A و B را در شکل نشان داده شده به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



۱) $\begin{cases} R_B = 8850\,N \\ R_A = 6960\,N \end{cases}$

۲) $\begin{cases} R_B = 9840\,N \\ R_A = 6960\,N \end{cases}$

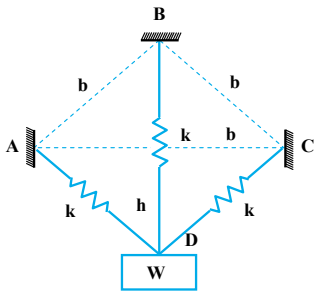
۳) $\begin{cases} R_B = 1020\,N \\ R_A = 8520\,N \end{cases}$

۴) $\begin{cases} R_B = 1080\,N \\ R_A = 6780\,N \end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۹ـ سه فنر یکسان و به سختی **k** و طول آزاد **a** به ذره‌ای به وزن **W** وصل شده‌اند. انتهای دیگر فنرها به یک سقف افقی و رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع **b** وصل شده‌اند. تعادل ذره در فاصله **h** پایین سقف رخ می‌دهد. نیرو در هر فنر چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



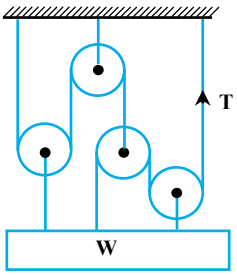
۱) $F=k\{[h^2+\frac{b^2}{4}]^{1/2}-a\}$

۲) $F=k\{[b^2+\frac{h^2}{3}]^{1/2}-a\}$

۳) $F=k\{[h^2+\frac{b^2}{3}]^{1/2}-a\}$

۴) $F=k\{[b^2+\frac{h^2}{4}]^{1/2}-a\}$

۴۰ـ در شکل زیر نیروی کشش **T** کابل عبارت است از؟ (قرقره‌ها بدون اصطکاک می‌باشند) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



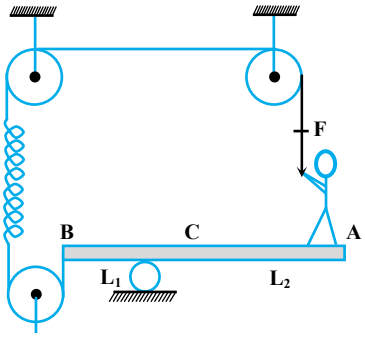
۱) $\frac{W}{5}$

۲) $\frac{W}{3}$

۳) $\frac{W}{7}$

۴) $\frac{W}{9}$

۴۱ـ اگر فردی با وزن **w** طناب را با نیروی **F** به سمت پایین بکشد، مطلوب است محاسبه **F** برای آنکه تیر **ABC** در حالت تعادل باقی بماند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



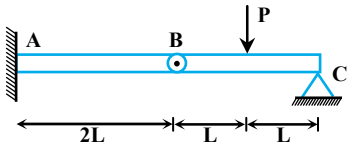
۱) $F=\frac{w}{1+\frac{L_1}{L_2}}$

۲) $F=\frac{w}{1+\frac{L_2}{L_1}}$

۳) $F=\frac{w}{1-\frac{L_1}{L_2}}$

۴) $F=\frac{w}{1-\frac{L_2}{L_1}}$

۴۲ـ گشتاور وارد بر نقطه **A** در شکل زیر را به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



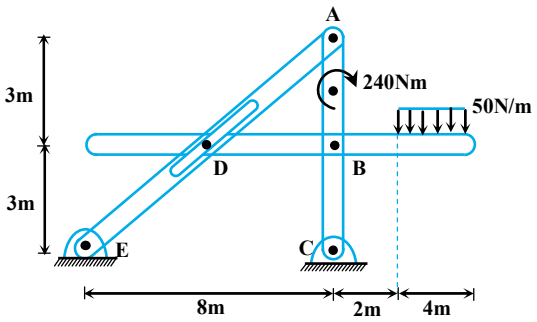
۱) PL

۲) ۲PL

۳) ۳PL

۴) $\frac{PL}{3}$

۴۳ـ در شکل زیر عکس‌العمل در پین **B** عبارت است از: (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۴)



۱) ۴۰۰N

۲) ۴۸۰/۷N

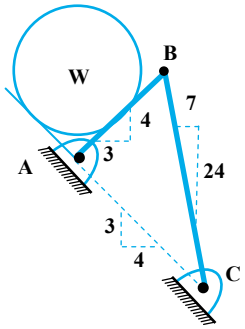
۳) ۳۳۳/۳N

۴) ۴۲۷/۲N

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۴ـ استوانه به وزن W و شعاع R به پرتابه ABC تکیه داده است. اگر کلیه سطوح بدون اصطکاک بوده و طول AB برابر ۲R باشد، مطلوبست محاسبه نیروی موجود در پین C ؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۵)



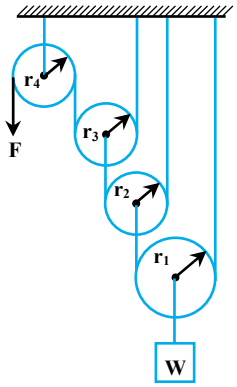
۱) $\frac{W}{۲}$

۲) $\frac{W}{۴}$

۳) $\frac{W}{۸}$

۴) $\frac{۳W}{۸}$

۴۵ـ در شکل مقابل مقدار نیروی F را برحسب وزن وزنه (W) به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۵)



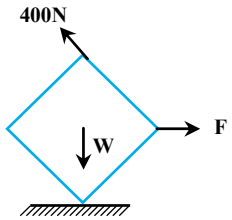
۱) $F=\frac{W}{۴}$

۲) $F=\frac{W}{۸}$

۳) $F=\frac{W}{۱۲}$

۴) $F=\frac{W}{۱۶}$

۴۶ـ مطابق شکل یک جسم مکعبی از طرف یک یال آن روی زمین قرارگرفته و در حال تعادل است. در چنین حالتی برآیند نیروهای F و ۴۰۰N برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)



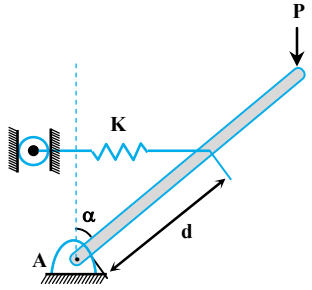
۱) $۲۰۰\sqrt{۲}N$

۲) $۴۰۰N$

۳) $۴۰۰\sqrt{۲}N$

۴) $\frac{۴۰۰}{۳\sqrt{۲}}N$

۴۷ـ در سیستم نشان داده شده اگر ضریب سختی فنر k و طول میله L و فنر همواره در حالت افقی باقی بماند، برای حالت تعادل سیستم، زاویه α عبارت است از؟ (میله بدون وزن فرض می‌شود. همچنین وقتی $\alpha=۰$ فنر به حالت آزاد است) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)



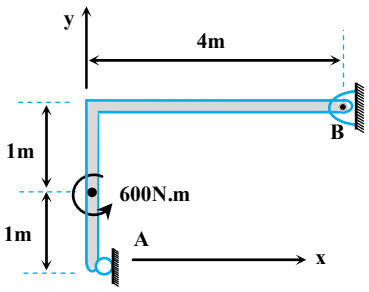
۱) $\sin\alpha=\frac{PL}{kd}$

۲) $\alpha=\frac{L}{d}$

۳) $\alpha=\frac{PL}{kd}$

۴) $\cos\alpha=\frac{PL}{kd^{۲}}$

۴۸ـ مقادیر نیروهای عکس‌العمل در تکیه‌گاه‌های A, B برابرند با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)



۱) $\begin{cases}A=۶۰۰N\\B_x=۱۵۰N\\B_y=۳۰۰N\end{cases}$

۲) $\begin{cases}A=۳۰۰N\\B_x=۳۰۰N\\B_y=۰\end{cases}$

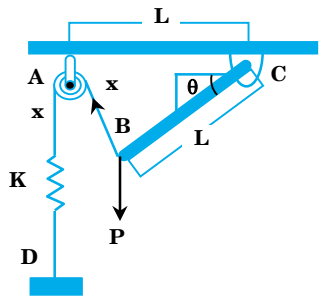
۳) $\begin{cases}A=۱۵۰N\\B_x=۶۰۰N\\B_y=۰\end{cases}$

۴) $\begin{cases}A=۳۰۰N\\B_x=۳۰۰N\\B_y=۱۵۰N\end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ نیروی قائم P بر انتهای میله BC که از وزن آن صرف‌نظر می‌شود اعمال می‌گردد. وقتی $\theta=0^\circ$ است هیچ کششی در فنر وجود ندارد. مقدار زاویه θ را برحسب پارامترهای P و L و k به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\tan\theta=\frac{P}{kL}$

۲) $\cot an\,\theta=\frac{P}{kL}$

۳) $\tan\theta=\frac{P}{2kL}$

۴) $\cot an\,\theta=\frac{P}{2kL}$

۵۰ـ یک دانشجوی کیف به دست غذای خود را از آشپزخانه دانشگاه در یک سینی مستطیل شکل می‌گیرد و با دست دیگر به سمت میز غذاخوری می‌برد. به او توصیه می‌کنید کدام نقطه سینی را بگیرد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

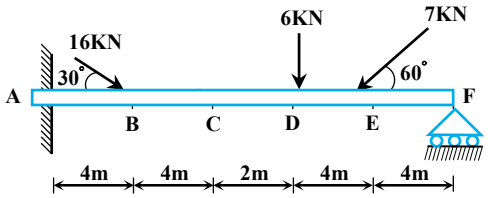
۱) گوشه سینی

۲) وسط لبه کوتاه‌تر

۳) وسط لبه بلندتر

۴) تفاوتی نمی‌کند، زیرا در هر صورت تمام وزن سینی را باید حمل کند.

۵۱ـ مقدار عکس‌العمل در تکیه‌گاه A را به‌دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\begin{cases}A_x=8/256\\A_y=10/356\\M_A=68/5\end{cases}$

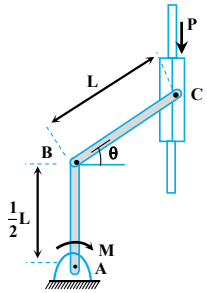
۲) $\begin{cases}A_x=10/356\\A_y=15/22\\M_A=90/05\end{cases}$

۳) $\begin{cases}A_x=17/356\\A_y=2/256\\M_A=68/5\end{cases}$

۴) $\begin{cases}A_x=18/356\\A_y=10/256\\M_A=90/05\end{cases}$

۵۲ـ مقدار M را برای حالت تعادل در شکل زیر برحسب P، L و θ به دست آورید. از وزن کلیه اعضا صرف‌نظر می‌شود؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



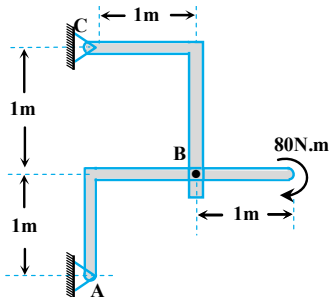
۱) $M=PL\,tg\theta$

۲) $M=\frac{PL}{2}tg\theta$

۳) $M=PL\cot g\theta$

۴) $M=\frac{PL}{2}\cot g\theta$

۵۳ـ در شکل نشان داده شده نیروی وارده بر اتصال مفصلی C چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)



۱) $80\sqrt{2}$

۲) $40\sqrt{2}$

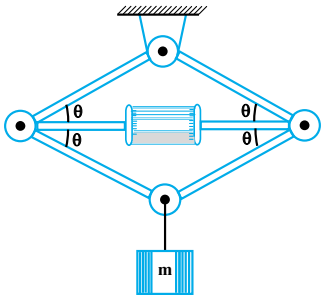
۳) ۸۰

۴) ۴۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۴ـ یک سیلندر هیدرولیکی برای بلندکردن وزنه m با استفاده از مکانیزم نشان داده شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. نیروی فشار لازم که از سیلندر به پیستون‌ها وارد می‌شود عبارت است از؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)



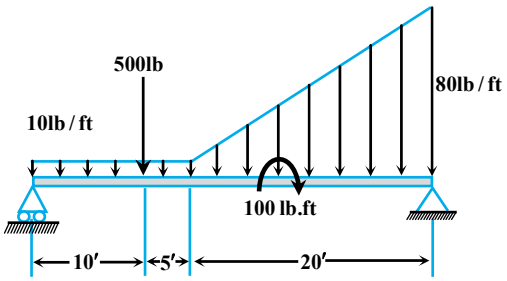
۱) $mg\cot g\theta$

۲) $mg\tan\theta$

۳) $mg\sin\theta$

۴) $mg\cos\theta$

۵۵ـ اگر سیستم نشان داده شده بخواهد با ساده‌ترین سیستم معادل نیرویی جایگزین گردد، مقدار نیرو و فاصله آن از انتهای سمت چپ تیر چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)



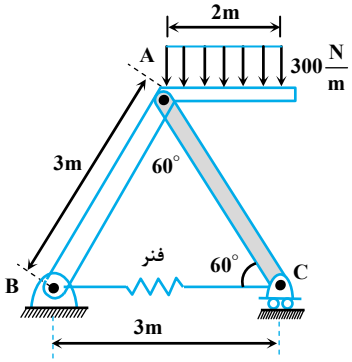
۱) $\begin{cases}-1400\,lb\\ 20\,ft\end{cases}$

۲) $\begin{cases}-1500\,lb\\ 20/04\,ft\end{cases}$

۳) $\begin{cases}-1450\,lb\\ 15\,ft\end{cases}$

۴) $\begin{cases}-1550\,lb\\ 20/04\,ft\end{cases}$

۵۶ـ در مجموعه مفصلی نشان داده شده، نیروی وارد شده بر فنر چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۷)



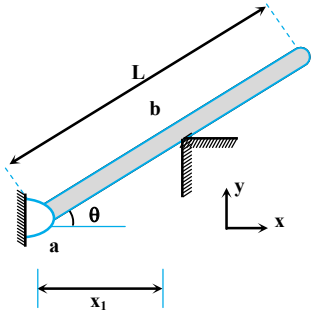
۱) $\frac{500}{3}N$

۲) $\frac{500\sqrt{3}}{3}N$

۳) $500\sqrt{3}N$

۴) $1500N$

۵۷ـ میله بدون اصطکاک با وزن W مطابق شکل مفروض است. نیروهای تکیه‌گاهی در نقاط a و b به ترتیب عبارتند از؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



۱) $w\cos\theta\,,\,w\cot g\theta$

۲) $\frac{w}{\cos\theta}\,,\,w\cot g\theta$

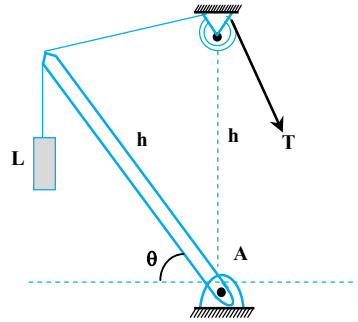
۳) $\frac{w}{\sin\theta}\,,\,w\tan\theta$

۴) $w\sin\theta\,,\,w\cot g\theta$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۸ـ در سیستم نشان داده شده با افزایش زاویه θ مقدار نیروی تکیه‌گاهی در نقطه A چه تغییری می‌کند؟ (وزن میله و طناب در مقایسه با بار L ناچیز هستند) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



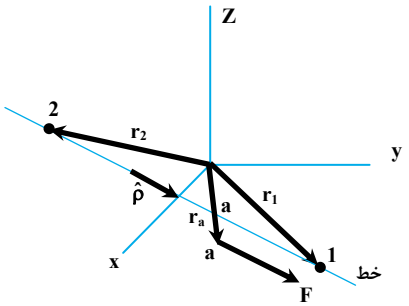
۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴) ثابت می‌ماند.

۵۹ـ گشتاور بردار F حول خط گذرنده از نقاط ۱ و ۲ کدام یک از عبارت‌های زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



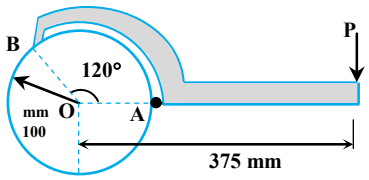
۱) $\left[(\vec{r}_a-\vec{r}_1)\times\vec{F}\right].\hat{\rho}$

۲) $\left[(\vec{r}_2-\vec{r}_1)\times\vec{F}\right].\hat{\rho}$

۳) $\left[(\vec{r}_a-\vec{r}_1).\vec{F}\right]\hat{\rho}$

۴) $\left[(\vec{r}_2-\vec{r}_1).\vec{F}\right]\hat{\rho}$

۶۰ـ آچار لوله‌گیر مطابق شکل برای سفت کردن لوله‌ها و محورها مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر ممانی برابر ۸۰ N.m برای سفت کردن محوری به قطر ۲۰۰ mm و با اعمال نیروی p مورد نیاز باشد، نیروی تماس روی سطح صیقلی در A برحسب نیوتن چقدر است؟ (درگیری پین در نقطه B را می‌توان روی محیط خارجی محور در نظر گرفت) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



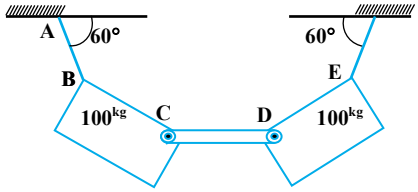
۱) ۷۰۸/۲

۲) ۱۰۴۷

۳) ۸۰۰

۴) ۴۰۶۸

۶۱ـ با توجه به شکل زیر، نیروی منتقله توسط میله بی‌وزن CD برحسب kg چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



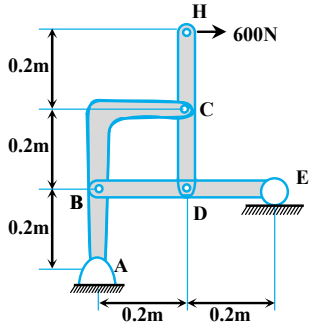
۱) ۱۰۰

۲) $(100\sqrt{3})/3$

۳) $100\sqrt{3}$

۴) صفر

۶۲ـ نیروی برآیند برشی در پین C چند نیوتن است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)



۱) ۶۰

۲) $60\sqrt{17}$

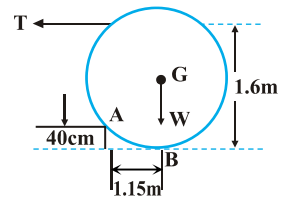
۳) $60\sqrt{15}$

۴) $60\sqrt{13}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۳ـ قرار است که مخزنی به وزن ۲kN و قطر ۱/۶ متر از روی یک پله به ارتفاع ۴۰ سانتی‌متر در امتداد افقی کشیده شود نیروی کشش T در طناب چند کیلو نیوتن (kN) است؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



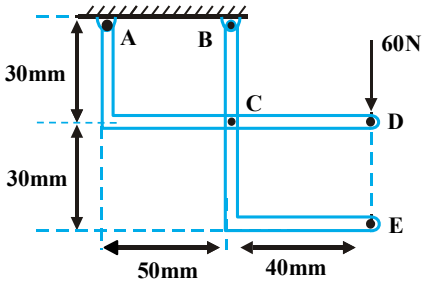
۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۲۳}{۱۲}$

۶۴ـ مؤلفه‌ی عکس‌العمل تکیه‌گاه A کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



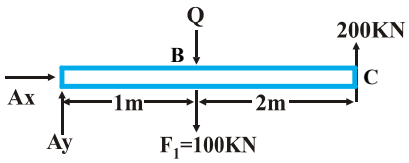
۱) $R_{Ax}=۰\ ,\ R_{Ay}=۴۸\ N$

۲) $R_{Ax}=۰\ ,\ R_{Ay}=۵۰\ N$

۳) $R_{Ax}=۵\ ,\ R_{Ay}=۴۸\ N$

۴) $R_{Ax}=۵\ ,\ R_{Ay}=۵۰\ N$

۶۵ـ میله‌ی AC در نقطه B تحت دو نیروی $F_۱=۱۰۰kN$ و Q می‌باشد. اندازه نیروی Q برای این‌که این میله در تعادل استاتیکی باشد چند کیلو نیوتن (kN) خواهد بود؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



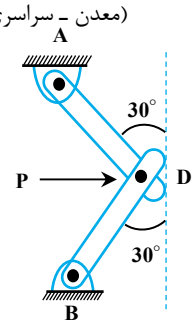
۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

۶۶ـ برای قاب نشان داده شده در شکل زیر در صورتی که تکیه‌گاه‌های A و B در یک راستا باشند، نیرو در عضوهای AD و BD چگونه‌اند؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



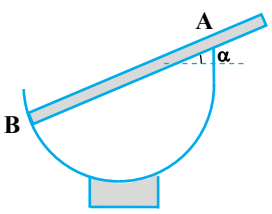
۱) $F_{AD}=\frac{P}{۲}\ ,\ F_{BD}=P$

۲) $F_{AD}=F_{BD}=P$

۳) $F_{AD}=\frac{P}{۲}\ ,\ F_{BD}=\frac{P}{۲}$

۴) $F_{AD}=P\ ,\ F_{BD}=\frac{P}{۲}$

۶۷ـ میله‌ای به وزن W و طول ۳R در ظرفی به شکل نیم کره به شعاع R قرار می‌گیرد عکس‌العمل در نقطه A پس از تعادل چقدر است؟ (α زاوی میله با خط افقی پس از تعادل است) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۹)



۱) $A=\frac{W}{۲}$

۲) $A=\frac{۳}{۴}W$

۳) $A=\frac{۳}{۲}W$

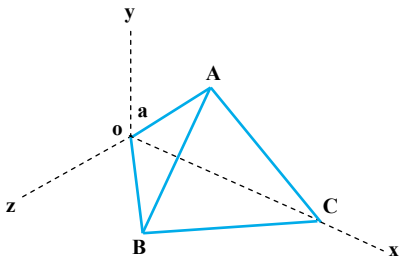
۴) $A=\frac{۱}{۳}W$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۸ـ منشور منتظمی که دارای شش ضلع با طول a است را مطابق شکل در نظر بگیرید. بردار یکه امتداد OA را به دست آورید؟ $(\vec{\lambda}_{OA} = ?)$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\vec{\lambda}_{OA} = \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}a\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{3}a\vec{k}$

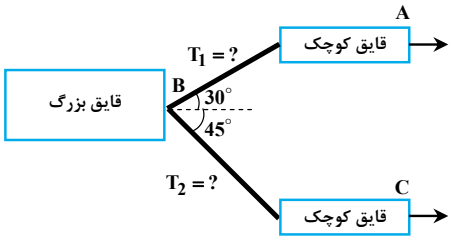
۲) $\vec{\lambda}_{OA} = \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{6}}{3}a\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{6}a\vec{k}$

۳) $\vec{\lambda}_{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3}a\vec{i} + \frac{\sqrt{6}}{3}a\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{3}a\vec{k}$

۴) $\vec{\lambda}_{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3}a\vec{i} + \frac{\sqrt{6}}{3}a\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{6}a\vec{k}$

۶۹ـ یک قایق بزرگ توسط دو قایق کوچک مطابق شکل داده شده کشیده می‌شود. برآیند نیروهای به کار رفته توسط قایق‌های کوچک مساوی ۵۰۰۰ پوند می‌باشد. کشش در هر طناب را محاسبه کنید؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۹۰)



۱) $T_2 = 2590\ ,\ T_1 = 3660\,lb$

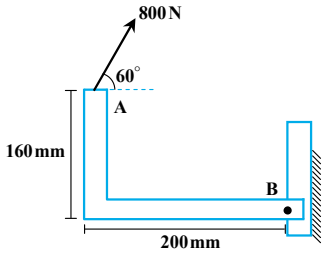
۲) $T_2 = 2500\,ln\ ,\ T_1 = 3560\,lb$

۳) $T_2 = 2000\,lb\ ,\ T_1 = 3000\,lb$

۴) $T_2 = 3590\,lb\ ,\ T_1 = 2660\,lb$

۷۰ـ یک نیروی ۸۰۰ نیوتنی روی یک قطعه به صورتی که در شکل نشان داده شده اثر می‌کند. با استفاده از تئوری وارینیون، گشتاور نیروی داده شده را حول نقطه B به دست آورید؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۹۰)



۱) $M_B = 150\,Nm$

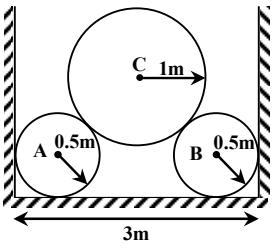
۲) $M_B = 203\,Nm$

۳) $M_B = 175\,Nm$

۴) $M_B = 250\,Nm$

۷۱ـ سه سیلندر A، B و C هر یک با وزن‌های ۵۰۰N، ۵۰۰N و ۱۰۰۰N در یک قاب فلزی مطابق با شکل قرار دارند. در صورتی که از اصطکاک صرف‌نظر کنیم، نیروی تماسی سیلندر A با دیواره عمودی چند نیوتن است؟

(معدن ـ سراسری ۹۱)



۱) ۲۵۰

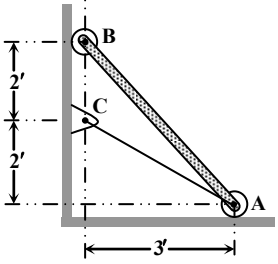
۲) ۳۷۵

۳) ۴۴۷

۴) ۵۰۰

۷۲ـ میله‌ای AB، همگن به وزن ۸ نیوتن مطابق شکل در شرایط سکون قرار دارد. نیروی کشش کابل AC چند نیوتن است؟

(معدن ـ سراسری ۹۱)



۱) صفر

۲) $\sqrt{13}$

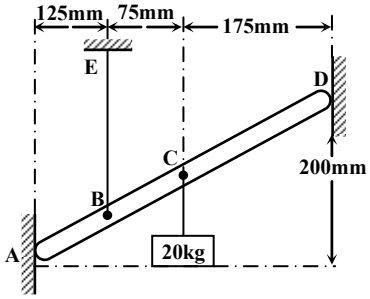
۳) $\sqrt{17}$

۴) ۳

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۳ـ میله سبک **AD** از کابل **BE** آویزان است و قطعه‌ای **۲۰kg** را در نقطهٔ **C** حمل می‌کند. مسیرهای **A** و **D** میله با دیواره عمودی بدون اصطکاک تماس دارند. کشش دو کابل **BE** و عکس‌العمل‌های **A** و **D** به ترتیب از راست به چپ چند نیوتن می‌باشند؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ (معدن ـ سراسری ۹۱)



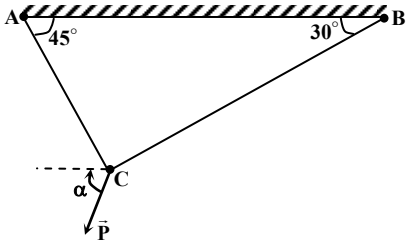
۱) ۱۵۰,۷۵,۱۰۰

۲) ۷۵,۱۵۰,۱۰۰

۳) ۷۵,۷۵,۲۰۰

۴) ۷۵,۱۵۰,۲۰۰

۷۴ـ دو کابل **CA** و **CB** مطابق شکل بارگذاری شده‌اند. اگر $P = ۱۰۰۰N$ و $\alpha = ۶۰^\circ$ باشد، کشش در کابل‌های **AC** و **BC** به ترتیب از راست به چپ چند نیوتن است؟ (معدن ـ سراسری ۹۱)



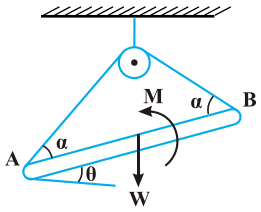
۱) ۵۰۰,۵۰۰

۲) ۱۰۰۰,۵۰۰

۳) ۵۰۰,۱۰۰۰

۴) ۱۰۰۰,۱۰۰۰

۷۵ـ میله یکنواختی به طول **L** و وزن **W** به وسیله دو طناب با طول‌های مساوی آویزان شده و گشتاور **M** بر میله وارد می‌شود. زاویه θ که محور میله با خط افق می‌سازد برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۹۱)



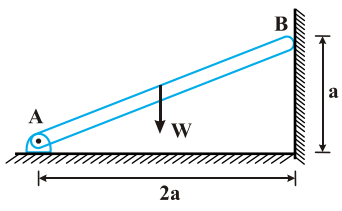
۱) $\theta = \text{Arc}\sin(\frac{۲M}{LW}\sin\alpha)$

۲) $\theta = \text{Arc}\sin(\frac{۲M}{LW}\cos\alpha)$

۳) $\theta = \text{Arc}\sin(\frac{M}{LW}\cot\alpha)$

۴) $\theta = \text{Arc}\sin(\frac{۲M}{LW}\cot\alpha)$

۷۶ـ در شکل زیر میله **AB** در نقطه **A** اتصال مفصلی داشته و در نقطه **B** روی دیوار صیقلی تکیه نموده است، مقدار نیروی تکیه‌گاهی در نقطه **A** چند برابر **W** است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۹۱)



۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

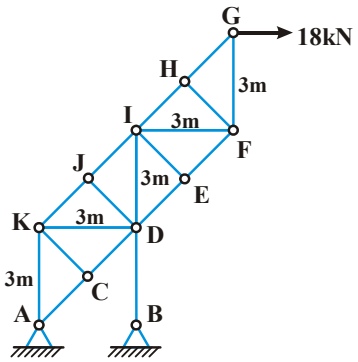
۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۷ـ نیروی برآیند تکیه‌گاه A، چند کیلونیوتن است؟ (معدن ـ سراسری ۹۲)



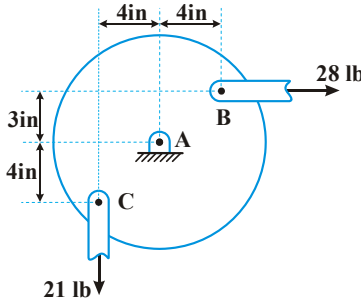
۱) ۱۸

۲) $۱۸\sqrt{۱۰}$

۳) $۲۷\sqrt{۲}$

۴) ۵۴

۷۸ـ رابط‌های افقی و عمودی به چرخی مفصل شده‌اند. رابط‌ها مطابق شکل بارگذاری شده‌اند. مقدار نیروی واکنشی در A چند lb است؟ (معدن ـ سراسری ۹۲)



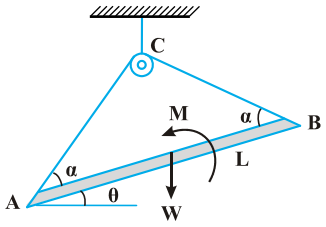
۱) ۲۵

۲) ۳۰

۳) ۳۵

۴) ۴۰

۷۹ـ در شکل نشان داده شده میله یکنواخت به طول L و وزن W در حالت تعادل است. زاویه α چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۹۲)



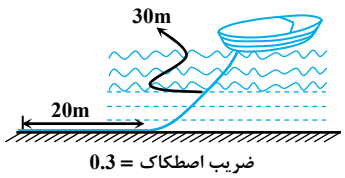
۱) $\alpha = tg^{-۱}(\frac{\sin\theta LW}{۲M})$

۲) $\alpha = \cot g^{-۱}(\frac{\sin\theta LW}{۲M})$

۳) $\alpha = \sin^{-۱}(\frac{\sin\theta LW}{۲M})$

۴) $\alpha = \cos^{-۱}(\frac{\sin\theta LW}{۲M})$

۸۰ـ کابلی به وزن واحد طول $۴۰\frac{N}{m}$ توسط یک قایق کشیده می‌شود و مطابق شکل ۲۰m آن روی کف دریا قرار دارد. با صرف‌نظر کردن از اثر جریان آب و نیروی ارشمیدس، مقدار حداکثر کشش کابل بر حسب نیوتن کدام یک از گزینه‌هاست؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)



۱) $T_{max} = ۲۰۰۰$

۲) $T_{max} = ۱۲۰۰$

۳) $T_{max} = ۱۲۰\sqrt{۱۰۴}$

۴) $T_{max} = ۲۴۰۰$

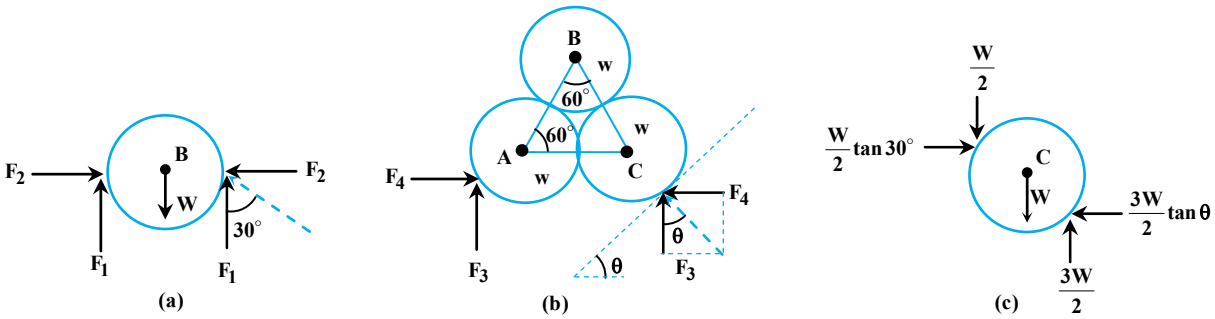
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ گزینه «۳» همانطور که در متن درس اشاره شد، برای حل یک مسأله شاید لازم نباشد تمام روابط تعادل را دخالت داد، ضمناً در برخی مسائل مانند همین سؤال از رسم دیاگرام هر سه گلوله به صورت یک‌جا و سپس تک تک برای حل کمک می‌گیریم. در دیاگرام جسم آزاد مجموع سه کره با هم، مراکز سه کره تشکیل یک مثلث (ABC) متساوی‌الاضلاع را می‌دهند (شکل b). نیرویی که استوانه‌ها به هم وارد می‌کنند، طبق قانون عمل و عکس‌العمل عمود بر استوانه و از مرکز استوانه‌ها می‌گذرد. همچنین نیرویی که سطوح شیب‌دار به دو استوانهٔ A و C وارد می‌کنند عمود به سطح بوده و از مرکز استوانه‌ها می‌گذرد. ضمناً از نیروی اصطکاک صرف‌نظر شده است.

طبق فرض مسأله در هنگام جدا شدن گلوله‌های زیرین از یکدیگر، نیروی تماس بین آن‌ها (استوانه‌های A و C) صفر می‌شود. با رسم دیاگرام جسم آزاد این دو کره (شکل a و c) داریم:

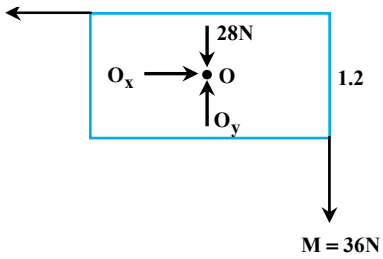


(a) شکل : $\sum F_y = 0 \quad F_1 = \frac{W}{2}$ (به علت تقارن) $\Rightarrow F_2 = \frac{W}{2}\tan 30^\circ$

(b) شکل : $\sum F_y = 0 \; F_3 = \frac{3W}{2}$ (به علت تقارن) $\Rightarrow F_4 = \frac{3W}{2}\tan\theta$

(c) شکل $\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{W}{2}\tan 30^\circ = \frac{3W}{2}\tan\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{3}\tan 30^\circ \Rightarrow \theta = 11^\circ$

۲ـ گزینه «۱» هدف پیدا کردن نیروهای تکیه‌گاه لولایی است (یک نیروی افقی و یک نیروی عمودی). لذا لازم است دیاگرام جسم آزاد صفحه مستطیلی رسم شده و با استفاده از هر سه رابطه تعادل ابتدا مقدار نیروی نامشخص N و سپس مقدار نیروهای تکیه‌گاه لولایی به دست می‌آید:

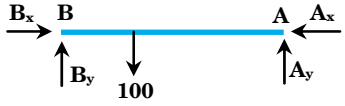


$$\begin{cases} \sum M_O = 0 \Rightarrow (N \times 0/6) - (36 \times 0/8) = 0 \Rightarrow N = 48\,N \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow O_x - N = 0 \Rightarrow O_x = 48N \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow O_y - 28 - 36 = 0 \Rightarrow O_y = 64N \end{cases}$$

کل نیرو در لولای O، طبق رابطه برآیند نیروهای عمود بر هم برابر است با:

$$O = \sqrt{O_x^2 + O_y^2} = \sqrt{48^2 + 64^2} = 80\,N$$

۳ـ گزینه «۳» مکانیزم مسأله دارای دو قطعه صلب اصلی می‌باشد. همانگونه که قبلاً نیز اشاره شده است برای حل چنین مسائلی که در آن چند جزء داریم لازم است با ترسیم جداگانه دیاگرام جسم آزاد قطعات اصلی و با توجه به اشتراک لولای A بین دو قطعه و برقراری روابط تعادل، به مقادیر مجهول برسیم:

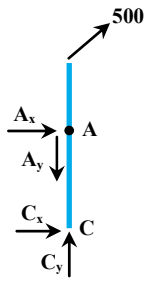


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (A_y \times 5) - (1000 \times 2) = 0 \Rightarrow A_y = 400\,N$$

نیروی 500N با استفاده از داده‌های مسأله به دو مؤلفه تجزیه شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

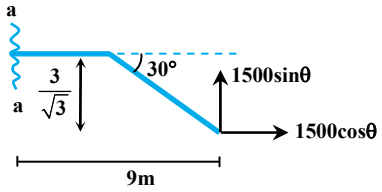


$$\begin{cases}\sum M_C=0\Rightarrow(500\times\frac{4}{5})(6)+(A_x\times3)=0\Rightarrow A_x=-800N\\ \sum F_x=0\Rightarrow C_x+A_x+(500\times\frac{4}{5})=0\Rightarrow C_x-800+400=0\Rightarrow C_x=400N\\ \sum F_y=0\Rightarrow(500\times\frac{3}{5})-A_y+C_y=0\Rightarrow C_y=A_y-300=400-300=100N\end{cases}$$

لذا مقدار نیروی تکیه‌گاه C طبق رابطه برآیند دو نیروی عمود بر هم C_x و C_y برابر است با:

$$|\vec{C}|=\sqrt{C_x^2+C_y^2}=\sqrt{400^2+100^2}=412/3^N$$

۴ـ گزینه «۲» به دلیل اعمال نیرو بر قطعه و وجود فاصله عمودی، در تیر گشتاور به وجود می‌آید، از آنجایی‌که نیرو به صورت مایل بر تیر اعمال شده است لازم است برای محاسبه گشتاور، ابتدا نیرو را به دو مؤلفه افقی و عمودی تجزیه کرده و با جمع جبری گشتاورها به مقدار زاویه مورد نظر برسیم، لذا تیر را از محل $a-a$ برش زده و گشتاور مؤلفه‌های نیرو را نسبت به آن نقطه به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



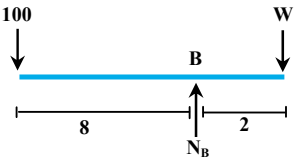
طبق فرض مسأله باید گشتاور نسبت به نقطه A صفر باشد، پس:

$$\sum M_a=0\Rightarrow(1500\cos\theta)(\frac{3}{\sqrt{3}})+(1500\sin\theta)(9)=0$$

$$\Rightarrow\tan\theta=-0/192\Rightarrow\theta=-10/89^\circ\ ,\ 180^\circ-10/89^\circ=169/1^\circ$$

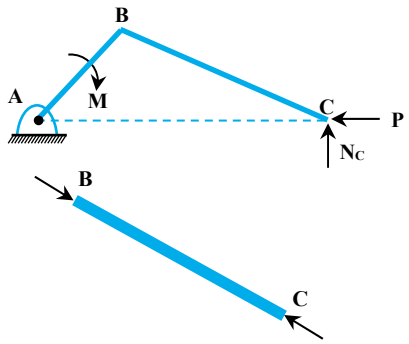
۵ـ گزینه «۳» هدف از طرح این سؤال توجه به این نکته مهم است که در یک سیستم استاتیکی در آستانه حرکت (آخرین لحظه تعادل) عکس‌العمل مربوطه صفر است. در این مسأله در لحظه خارج شدن سیستم از حال تعادل (آستانه حرکت)، عکس‌العمل تکیه‌گاه A صفر می‌گردد و جسم در آستانه‌ی دوران حول نقطه‌ی B قرار می‌گیرد.

با این فرض و با برقراری رابطه تعادل گشتاورها حول نقطه B برای به دست آوردن نیروی W در آستانه حرکت داریم:



$$\sum M_B=0\Rightarrow(100\times8)=(w\times2)\Rightarrow w=400N$$

۶ـ گزینه «۲» از آن‌جایی که مکانیزم ارائه شده در صورت مسأله یک سیستم مرکب است لذا لازم است از دیاگرام جسم آزاد هر یک از قطعات و یا از دیاگرام جسم آزاد کل مکانیزم به صورت یک قطعه یکپارچه استفاده شود. در این مسأله دیاگرام جسم آزاد کل سیستم را به عنوان یک قطعه ترسیم می‌کنیم، برای حفظ تعادل سیستم لازم است:



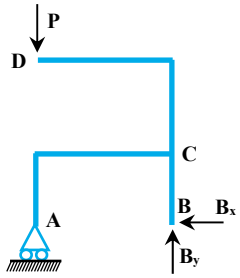
$$\sum M_A=0\Rightarrow M-N_c(10+4)=0\Rightarrow N_c=\frac{210}{14}=15N$$

BC یک عضو دو نیرویی است زیرا فقط دو انتهای B و C تحت تأثیر نیرو قرار دارد. چنانچه می‌دانیم نیروی عضوهای دو نیرویی در راستای عضو BC می‌باشد لذا:

$$\frac{P}{N_c}=\frac{10}{3}\Rightarrow P=\frac{10\times15}{3}=50N$$

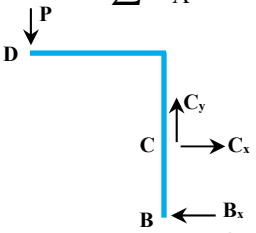
۷ـ گزینه «۳» برای حل قاب‌ها لازم است بسته به نیاز مسأله از دیاگرام جسم آزاد قطعات یا کل قاب به صورت یکجا استفاده گردد. با رسم دیاگرام جسم آزاد برای کل سیستم قاب و یک جزء آن داریم:

(با توجه به اینکه راستای نیروهای B_x و P هر دو از نقطه A می‌گذرند)



$$\sum M_A=0\Rightarrow B_y=0$$

و با استفاده از رابطه $\sum F_y=0$ برای جزء نشان داده شده خواهیم داشت:

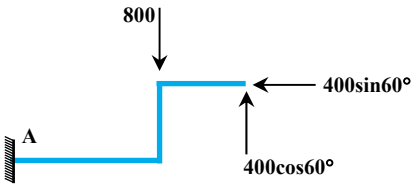


$$\sum F_y=0\Rightarrow C_y=P$$

www.modaresanesharif.ac.ir

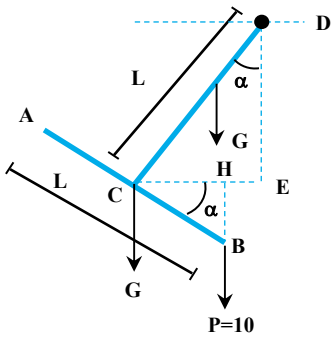
www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ گزینه «۴» برای محاسبه گشتاور نیروی مایل در یک صفحه، لازم است نیرو به مؤلفه‌های افقی و عمودی تجزیه گردد. با توجه به تعریف گشتاور در صفحه (حاصل‌ضرب اندازه نیرو در فاصله عمودی) داریم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = 800(1) - (400\sin 60^\circ \times 1) - (400\cos 60^\circ \times 2) = 0$$
$$\Rightarrow M_A = 800 - 200\sqrt{3} - 400 = 53/589 \text{ N.m}$$

۹ـ گزینه «۲» سیستم در حال تعادل است، لذا با رسم دیاگرام جسم آزاد یکپارچه برای قطعات AB و CD و برقراری رابطه تعادل گشتاورها، با توجه به هندسه قطعه داریم:

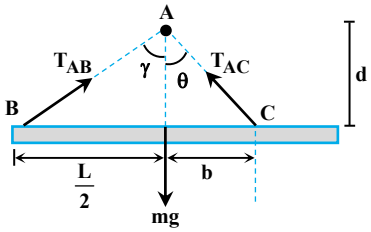


$$\sum M_D = 0 \Rightarrow (G\times\frac{L}{2}\sin\alpha) + (G\times L\sin\alpha) + (P\times[\underbrace{L\sin\alpha}_{CE} - \underbrace{\frac{L}{2}\cos\alpha}_{CH}]) = 0$$

$$\Rightarrow (5\times\frac{1}{2}\sin\alpha) + (5\times 1\times\sin\alpha) + 10(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow 35\sin\alpha = 10\cos\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{10}{35} \Rightarrow \alpha = 15/94^\circ$$

۱۰ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد تیر افقی و استفاده از روابط تعادل داریم:



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow T_{AB}\cos\gamma(\frac{L}{2} + b) - mgb = 0$$

از هندسه شکل داریم:

$$b = d\tan\theta = 6\tan 25^\circ = 2/798$$

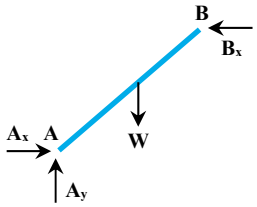
$$\tan\gamma = \frac{0/5L}{d} = \frac{0/5\times 8}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\gamma}} = \frac{3}{\sqrt{13}} = 0/83$$

با جایگذاری مقادیر b و γ در معادله اول خواهیم داشت:

$$\Rightarrow [T_{AB}(0/83)(4 + 2/798)] - [(33\times 10\times 2/798)] = 0 \Rightarrow T_{AB} = 1636/4\text{N} \simeq 1/6\text{kN}$$

نکته بسیار مهم در این مسأله این است که AC و AB طناب‌های متفاوتی می‌باشند که کشش‌هایشان یکی نیست.

۱۱ـ گزینه «۳» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله AB و توجه به این نکته که در محل B، دو سطح با یکدیگر تماس دارند و از اصطکاک در محل تماس صرف‌نظر شده است، داریم:

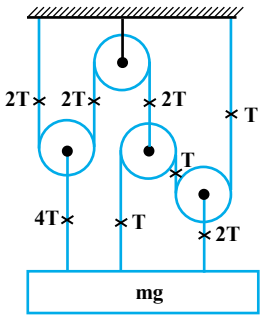


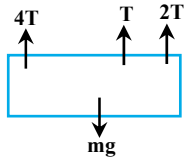
$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow (B_x.a) - (W.a) = 0 \Rightarrow B_x = W \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = B_x = W \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = W \end{cases}$$

لذا اندازه نیرو در محل تکیه‌گاه A طبق رابطه برآیند نیروهای عمود بر هم برابر است با:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{W^2 + W^2} = \sqrt{2}W$$

۱۲ـ گزینه «۱» در سیستم قرقره‌های مرکب می‌توان روابط تعادل استاتیکی را در هر قرقره برقرار نمود، با توجه به اینکه کشش در یک کابل یکپارچه در سراسر طول آن (با صرف‌نظر کردن از اصطکاک) مقدار واحدی دارد، لذا داریم:



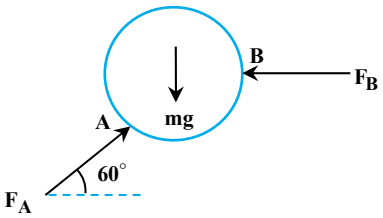


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg = 4T + T + 2T \Rightarrow T = \frac{mg}{7}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

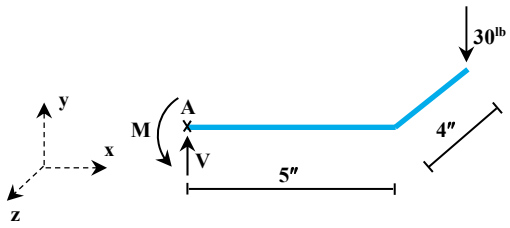
۱۳ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد گلوله، صرف‌نظر از اصطکاک در محل‌های تماس گلوله با سطح و توجه به این نکته که نیروی عکس‌العمل عمود بر سطح تماس است داریم:



$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow F_B = F_A \cos 60^\circ \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow F_A \sin 60^\circ = mg\end{cases} \Rightarrow F_A = \frac{250}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{500}{\sqrt{3}}\,N \;,\; F_B = \frac{500}{\sqrt{3}}\,N \times \frac{1}{2} = \frac{250}{\sqrt{3}}\,N$$

(توضیح اینکه وزن جسم برابر است با: $mg = 25 \times 10 = 250\,N$)

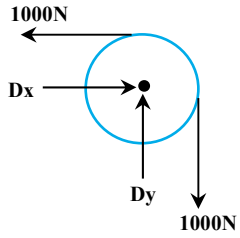
۱۴ـ گزینه «۲» دیاگرام جسم آزاد سمت راست قطعه بعد از برش از مقطع $a-a$ ترسیم می‌گردد و با توجه به فضایی بودن شکل مسأله از معادلات برداری برای محاسبه مجهولات به صورت زیر استفاده شود:



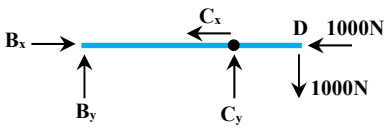
$$\begin{cases}\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{V} - 30\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{V} = 30\vec{j} \Rightarrow |\vec{V}| = 30 \\ \sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow \vec{M} + [(5\vec{i} - 4\vec{k}) \times -30\vec{j}] = 0\end{cases}$$

$$\vec{M} = +150\vec{k} + 120\vec{i} \Rightarrow |\vec{M}| = \sqrt{150^2 + 120^2} = 192/1\ lb.in$$

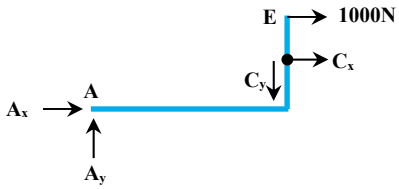
۱۵ـ گزینه «۳» سیستم نشان داده شده یک قاب است، لذا لازم است دیاگرام جسم آزاد سه قسمت اصلی سیستم به صورت مجزا رسم و روابط تعادل مناسب نوشته شود:



$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow D_x = 1000N \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow D_y = 1000N\end{cases}$$



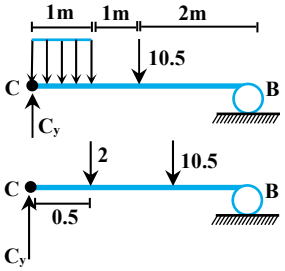
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow [1000 \times (3+1)] - [C_y \times 3] = 0 \Rightarrow C_y = \frac{4000}{3}\,N$$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow [1000 \times (2+0/5)] + [C_x \times 2] + [C_y \times 3] = 0 \Rightarrow C_x = -3250\,N$$

لازم به ذکر است که علامت منفی در مقدار C_x به معنای جهت اشتباه آن است که باید تصحیح شود و در حل تست اثر خاصی ندارد.

۱۶ـ گزینه «۲» لازم است در قاب این مسأله، دیاگرام جسم آزاد قطعه BC به صورت مجزا رسم شود و به جای بار گسترده مستطیلی که بر آن اثر می‌کند نیروی معادل آن قرار گیرد:



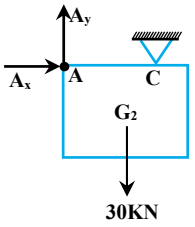
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (C_y \times 4) - (2 \times 3/5) - (10/5 \times 2) = 0 \Rightarrow C_y = 7kN$$

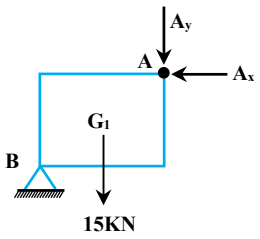
(توجه شود که فقط بخشی از بار گسترده که روی عضو CB وارد می‌شود در نظر گرفته شده است)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷ـ گزینه «۲» شکل نشان داده شده یک قاب است، شامل دو صفحه مستطیلی شکل که درنقطه A به یکدیگر لولا شده‌اند. برای یافتن عکس‌العمل تکیه‌گاه لولایی A لازم است از دیاگرام جسم آزاد دو قطعه به صورت مجـزا استفاده گردد. توجه به این نکته بسیار مهم است که نیروهای افقی و عمودی لولای A در هر دو قطعه به صورت یکسان رسم می‌شود.



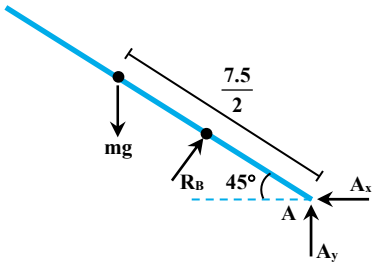


$$\sum M_C = ۰ \Rightarrow (A_y \times (۳-۱)) - (۳۰ \times (۱/۵ - ۱)) = ۰$$

$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow (A_y \times ۲) - (A_x \times ۱/۵) + (۱۵ \times ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_x = ۲۰\,kN \\ A_y = ۷/۵\,kN \end{cases}$$

۱۸ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. دیاگرام جسم آزاد تیر مایل به صورت زیر قابل ترسیم است.



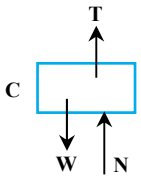
ابتدا بدون وجود گشتاور M نیروی عکس‌العملی تکیه‌گاه $B(R_B)$ محاسبه می‌شود تا بتوان بر اسـاس نصف مقدار این نیرو، گشتاور فرضی M را به دست آورد:

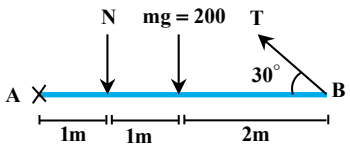
$$(M = ۰) \quad , \quad \sum M_A = ۰ \Rightarrow mg\left(\frac{۷/۵}{۲}\right)\cos ۴۵^\circ - R_B\left(\frac{۲}{\cos ۴۵^\circ}\right) = ۰ \Rightarrow R_B = ۷۵g$$

حال نیروی R_B را طبق فرض مسأله نصف نموده و اندازه گشتاور M را به دست می‌آوریم:

$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow mg\left(\frac{۷/۵}{۲}\right)\cos ۴۵^\circ - \underbrace{\frac{R_B}{۲}}_{\frac{۷۵g}{۲}}\left(\frac{۲}{\cos ۴۵^\circ}\right) - M = ۰ \Rightarrow M = ۷۵\sqrt{۲}\,g\,N.m = ۷۵\sqrt{۲}\ kg\,f.m$$

۱۹ـ گزینه «۲» میله در حال تعادل استاتیکی است، لذا دیاگرام جسـم آزاد به صورت مقابل قابل رسم است. نکته مهم در رسم دیـاگرام جسـم آزاد این است که تمام وزن بلوک C روی میله وارد نمی‌شود.





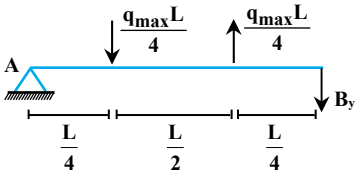
ابتدا معادله تعادل نیروها را درجسم C در نظر می‌گیریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow W = T + N = ۵۰۰ \Rightarrow N = ۵۰۰ - T$$

حال شرایط تعادل تیر AB را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \sum M_A = ۰ \Rightarrow (N \times ۱) + (mg \times ۲) - (T \sin ۳۰^\circ \times ۴) = ۰ \\ \Rightarrow N + (۲۰۰ \times ۲) - ۲T = ۰ \Rightarrow N - ۲T = -۴۰۰ \Rightarrow ۵۰۰ - T - ۲T = -۴۰۰ \Rightarrow T = ۳۰۰N \end{cases}$$

۲۰ـ گزینه «۴» به جای بارهای گسترده مثلثی نیروهای متمرکز معادل را جایگزین می‌کنـیم و بـا برقـراری رابطه تعادل گشتاورهای حول نقطه A برای به دست آوردن عکس العمل تکیه‌گاه B خواهیم داشت:

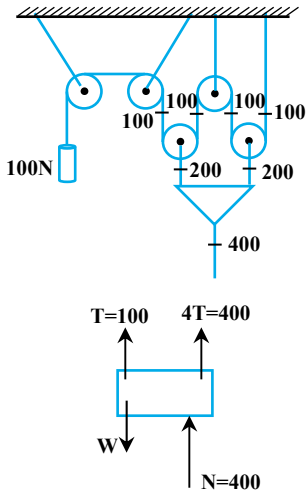


$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow \left(-B_y \times L\right) + \left(\frac{q_{max}L}{۴} \times \frac{۳L}{۴}\right) - \left(\frac{q_{max}L}{۴} \times \frac{L}{۴}\right) = ۰ \Rightarrow B_y = \frac{۱}{۸} q_{max} L$$

(*) به جهت بارهای گسترده مثلثی دقت شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

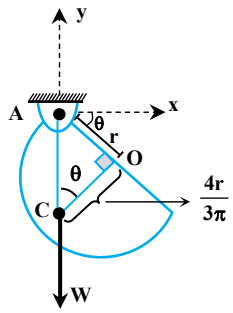
www.modaresanesharif.ac.ir



۲۱ـ گزینه «۴» کشش در طول یک طناب یکپارچه ثابت است بنابراین نیروسنج کشش کابل متصل به آن (یعنی T) را نشان می‌دهد، لذا نیروی وارد از طرف سیستم قرقره به شخص با استفاده از شکل مقابل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T = ۱۰۰N$$
$$\Rightarrow W = N + ۱۰۰ + ۴۰۰ = ۴۰۰ + ۱۰۰ + ۴۰۰ = ۹۰۰$$
$$W = ۹۰۰ = mg \Rightarrow m \simeq ۹۰\,kg$$

به این نکته بسیار مهم دقت شود که به دلیل اینکه شخص از طریق کابلی آویزان شده است لذا عددی که ترازو نشان می‌دهد وزن واقعی وی نیست.



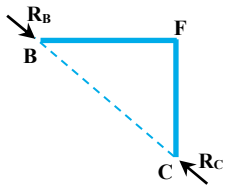
۲۲ـ گزینه «۴» شرط برقراری تعادل آن است که راستای نیروی وزن از مرکز سطح شکل عبور کند.

با توجه به موقعیت مرکز سطح ورق نیم‌دایره که در $\frac{۴r}{۳\pi}$ واقع است (در فصل هفتم این موقعیت به دست خواهد آمد) داریم:

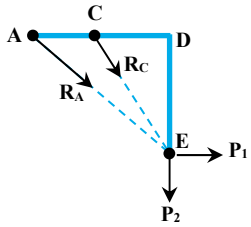
$$\cot\theta = \frac{\frac{۴r}{۳\pi}}{r} = \frac{۴}{۳\pi} \Rightarrow \theta = \cot^{-۱}(\frac{۴}{۳\pi}) \quad \text{(در مثلث قائم‌الزاویه OAC)}$$

۲۳ـ گزینه «۱» مقدار نیروی عمودی در تکیه‌گاه A مورد نظر است، زیرا در حالت کلی این مسأله، نامعین استاتیکی است و ۴ عکس‌العمل تکیه‌گاه‌های A و B فقط با استفاده از معادلات تعادل در صفحه قابل محاسبه نمی‌باشد، لذا برای محاسبه A_y داریم:

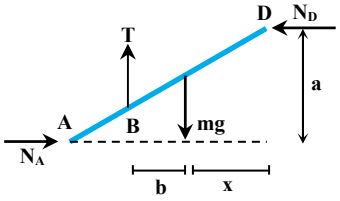
$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow [A_y(L + ۴L)] - [(qL)(۲L + \frac{L}{۲})] = ۰ \Rightarrow A_y = \frac{qL}{۲}$$



۲۴ـ گزینه «۳» عضو خمیده BFC یک جسم دو نیرویی است، لذا راستای نیرو در لولاهای B و C یکی است (در یک عضو دو نیرویی نیروها همراستا با قطعه می‌باشند). طول‌های BF، CF، CD و DE هر کدام ۲^m می‌باشند، لذا می‌توان نتیجه گرفت راستای نیروی R_c از نقطه E نیز می‌گذرد.



اگر رابطه تعادل حول نقطه E را در نظر بگیریم از آن‌جایی‌که سه نیروی $P_۱$، $P_۲$ و R_c از نقطه E عبور می‌کنند نسبت به این نقطه گشتاوری ندارند. پس برای برقراری تعادل باید یا R_A صفر باشد یا راستای نیروی R_A از نقطه E بگذرد.



۲۵ـ گزینه «۱» با رسم دیاگرام جسم آزاد قطعه AD و توجه به این موضوع که محل اتصال وزنه از دیواره سمت راست مشخص نمی‌باشد(x)، از اصطکاک در محل تماس سطوح صرف‌نظر شده است و نیروی عکس‌العمل عمود بر سطح تماس می‌باشد، بنابراین داریم:

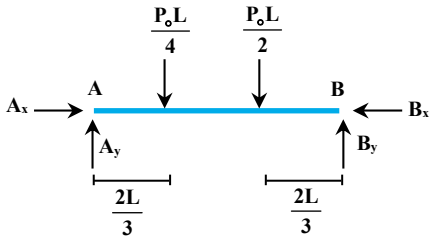
$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \Rightarrow T = mg \\ \sum M_D = ۰ \Rightarrow (N_A \times a) - (T(b + x)) + (mg \times x) = ۰ \end{cases} \Rightarrow (N_A.a) - (mg.b) - (mg.x) + (mg.x) = ۰$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{mg.b}{a}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

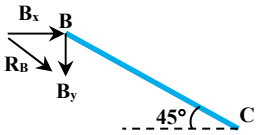
۲۶ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. مساله ارائه شده یک قاب است.



برای حل این قاب لازم است دیاگرام جسم آزاد قطعات اصلی سازنده قاب به‌صورت جداگانه و بعد از معادل‌سازی بارهای گسترده ترسیم گردد:

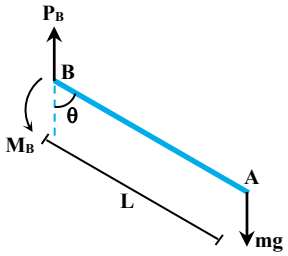
$$\sum M_A = \circ \Rightarrow [B_y(۲L)] - [\frac{P_\circ L}{۲}(L + \frac{L}{۳})] - [(\frac{P_\circ L}{۴})(۲\frac{L}{۳})] = \circ \Rightarrow B_y = \frac{۵P_\circ L}{۱۲}$$

از طرف دیگر قطعه BC یک جسم دو نیرویی است لذا نیروی آن در راستای عضو خواهد بود. با توجه به زاویه ۴۵° عضو با سطح افق بایستی $B_x = B_y$ باشد. در نتیجه داریم:



$$R_B = \sqrt{B_x^۲ + B_y^۲} = \sqrt{۲B_y^۲} = B_y \times \sqrt{۲} = \frac{۵P_\circ L}{۱۲} \times \sqrt{۲} = R_C$$

۲۷ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله و برقراری رابطه تعادل گشتاورها نسبت به نقطه B (علت انتخاب نقطه B این است که هدف پیدا کردن مجهول P_B نمی‌باشد) داریم:

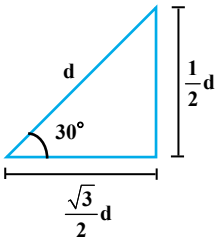


$$\sum M_B = \circ \Rightarrow (mg.L.\sin\theta) - (M_B) = \circ$$

$$\Rightarrow mg.L.\sin\theta = M_B \Rightarrow \sin\theta = \frac{M_B}{mg.L} \Rightarrow \theta = \sin^{-۱}[\frac{M_B}{mg.L}]$$

توجه شود که راستای نیروی P_B در این مسأله تأثیرگذار نمی‌باشد.

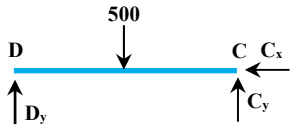
۲۸ـ گزینه «۳» ۲ نیروی ۴۰۰، ۲ نیروی ۲۰۰ و ۲ نیروی ۱۰۰ نیوتنی هر کدام تشکیل جفت نیروهایی را می‌دهند که با توجه به جهت چرخش و استقرار تمامی آنها در صفحه xy داریم:



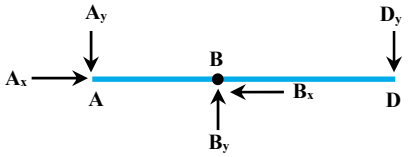
$$[۴۰۰ \times d\sin۳۰^\circ] + [۲۰۰ \times d\cos۳۰^\circ] - [۱۰۰d] = ۵۶۰ \Rightarrow d = ۲/۰۵$$

نکته: نیروی هم‌اندازه، موازی و مختلف‌الجهت یک کوپل نیرو هستند و گشتاور جفت نیرو مستقل از نقطه اثر می‌باشد.

۲۹ـ گزینه «۱» سیستم نشان داده شده دارای دو قسمت اصلی می‌باشد، لذا دیاگرام جسم آزاد را برای هر دو قسمت به صورت جداگانه رسم کرده و روابط تعادل را می‌نویسیم:



$$\sum M_c = \circ \Rightarrow D_y \times ۶۰ = ۵۰۰ \times ۴۰ \Rightarrow D_y = \frac{۱۰۰۰}{۳}N$$

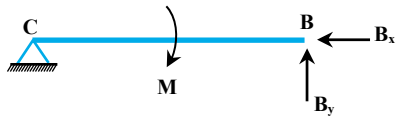


$$\begin{cases} \sum M_B = \circ \Rightarrow A_y \times ۳۰ = D_y \times ۴۰ \Rightarrow A_y = \dfrac{۴۰ \times \frac{۱۰۰۰}{۳}}{۳۰} = ۴۴۴/۴N \\ \sum F_y = \circ \Rightarrow A_y + D_y - B_y = \circ \Rightarrow B_y = ۷۷۷/۷۸N \end{cases}$$

نکته این مسأله دقت به این موضوع است که تکیه‌گاه D از نوع غلتکی می‌باشد.

۳۰ـ گزینه «۴» بردار گشتاور در فضا عبارت است از حاصل‌ضرب خارجی بردار فاصله (حول محور x) در بردار نیرو. مشاهده می‌شود که موقعیت نقطه اثر نیرو که بر بردار r وارد می‌شود در محاسبه M موثر است. همچنین فاصله امتداد نیروی F تا امتداد محور x روی r اثر می‌گذارد. اما مبدأ مختصات در هر جای محور انتخاب شود بی‌تأثیر است.

۳۱ـ گزینه «۱» دیاگرام جسم آزاد قطعات BC و AB را مجزا ترسیم می‌کنیم:

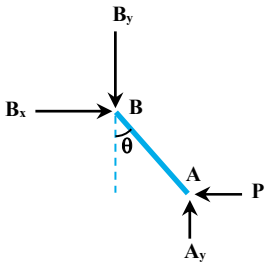


$$(BC \text{ در میله}): \sum M_C = \circ \Rightarrow (B_y \times L_۲) = M \Rightarrow B_y = \frac{M}{L_۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

لغزنده در محل A تکیه‌گاه غلتکی به حساب می‌آید لذا:

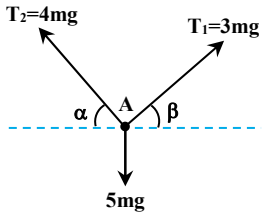


$$(\text{در میله AB}):\sum F_x=0\Rightarrow B_x=P$$

میله AB یک جسم دو نیرویی است لذا نیروی مفصل B دقیقاً در راستای عضو AB خواهد بود پس:

$$\frac{B_x}{B_y}=\tan\theta\Rightarrow\frac{P}{\frac{M}{L_2}}=\tan\theta\Rightarrow\theta=\tan^{-1}\left(\frac{P.L_2}{M}\right)$$

۳۲ـ گزینه «۱» با رسم دیاگرام آزاد برای نقطه تعادلی A در شکل زیر خواهیم داشت:

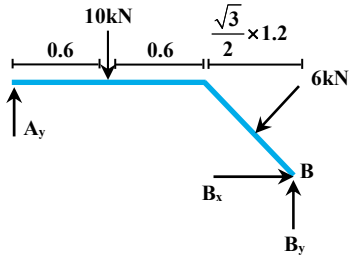


$$\begin{cases}\sum F_x=0\Rightarrow 3mg\cos\beta=4mg\cos\alpha\\ \sum F_y=0\Rightarrow 3mg\sin\beta+4mg\sin\alpha=5mg\end{cases}$$

از حل همزمان دو رابطه بالا داریم:

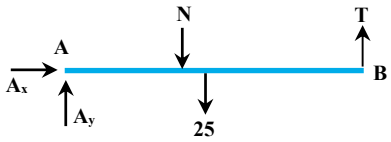
$$\begin{cases}3\cos\beta=4\cos\alpha\\ 3\sin\beta+4\sin\alpha=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=53/1^\circ\\ \beta=36/9^\circ\end{cases}$$

۳۳ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد و برقراری روابط تعادل برای قطعه یکپارچه AB هر سه خواسته مسأله به صورت زیر به دست می‌آیند:

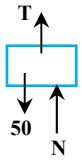


$$\begin{cases}\sum F_x=0\Rightarrow B_x-6\sin30^\circ=0\Rightarrow B_x=3kN\\ \sum M_B=0\Rightarrow[A_y(0/6+0/6+\frac{\sqrt{3}}{2}\times1/2)]-[10(0/6+\frac{\sqrt{3}}{2}\times1/2)]-[6(0/4)]=0\Rightarrow A_y=8/39kN\\ \sum F_y=0\Rightarrow A_y-10+By-6\cos30^\circ=0\Rightarrow B_y=6/8kN\end{cases}$$

۳۴ـ گزینه «۴» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله AB و وزنه به صورت جداگانه خواهیم داشت:



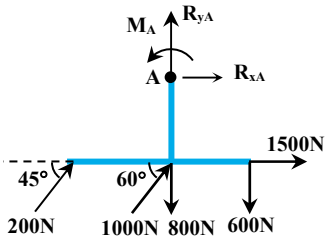
$$\begin{cases}\sum F_x=0\Rightarrow A_x=0\\ \sum M_A=0\Rightarrow(T\times0/6)-(N\times0/2)-(25\times0/3)=0\end{cases}\qquad(1)$$



$$\sum F_y=0\Rightarrow T+N=50\Rightarrow21/875+N=50\qquad(2)$$

از حل همزمان دو رابطه (۱) و (۲) داریم: $T=21/8N$ و $N=28N$

۳۵ـ گزینه «۴» با رسم دیاگرام جسم آزاد قطعه یکپارچه شکل و برقراری رابطه تعادل گشتاورها خواهیم داشت:



$$\sum M_A=0\Rightarrow M_A+(1500\times2)-(600\times5)+$$

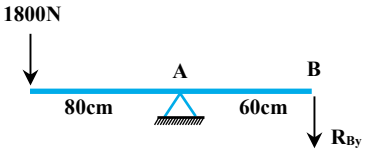
$$(1000\cos60^\circ\times2)+(200\cos45^\circ\times2)-(200\sin45^\circ\times2)=0$$

$$\Rightarrow M_A=1000N.m=100kN.cm$$

www.modaresanesharif.ac.ir

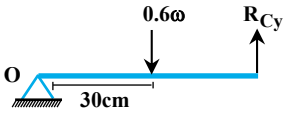
www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ گزینه «۱» سیستم نشان داده شده یک قاب است، لذا لازم است دیاگرام جسم آزاد برای تمامی قطعات اصلی به صورت جداگانه ترسیم گردد:



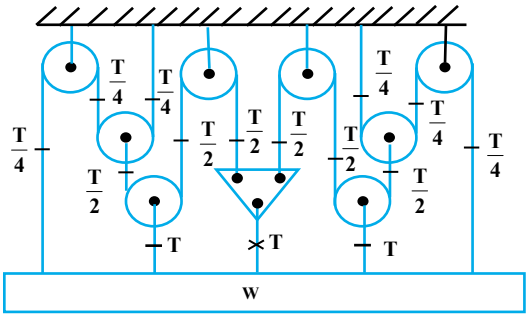
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (R_{By} \times 60) = (1800 \times 80) \Rightarrow R_{By} = 2400N$$

$$R_{By} = R_{Cy} = 2400$$

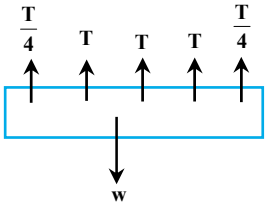


$$\sum M_O = 0 \Rightarrow (2400 \times 60) = (0/6\omega \times \frac{60}{2}) \Rightarrow \omega = 8000 \frac{N}{m}$$

۳۷ـ گزینه «۳» شکل مسأله از محل اتصال قطعه مثلثی شکل متقارن است و با توجه به اینکه سیستم مسأله، قرقره‌های مرکب را نشان می‌دهد، با شروع از نقطه اتصال قطعه مثلثی به سیستم قرقره (کشش در محل اتصال مثلثی T می‌باشد) می‌توان نیروهای کشش طناب‌ها را به صورت شکل مقابل در نظر گرفت:

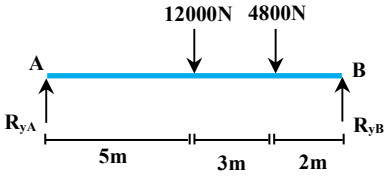


در نتیجه نیروهای وارد بر وزنه W به صورت شکل زیر می‌باشند:



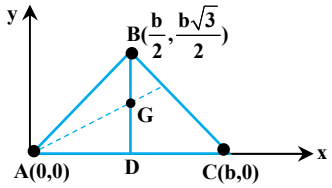
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow w = T + T + T + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{7T}{2} \Rightarrow T = \frac{2}{7}W$$

۳۸ـ گزینه «۲» به جای بار گسترده مستطیلی (در گستره ۱۰ متر) و مثلثی (در گستره ۶ متر) نیروهای متمرکز معادل آنها را جایگزین می‌کنیم، در این صورت خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow (R_{yA} \times 10) = (12000 \times 5) + (4800 \times 2) \Rightarrow R_{yA} = 6960N \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow R_{yB} = 12000 + 4800 - 6960 = 9840\,N \end{cases}$$

۳۹ـ گزینه «۳» مثلث ABC با مشخصات رئوس A، B و C مطابق شکل مفروض است. در این حالت مختصات مرکز سطح این مثلث عبارت است از:



$$G \left| \begin{matrix} \frac{b}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{6}b \end{matrix} \right.$$

طول جدید هریک از سه فنر بعد از اعمال وزنه W (به طور مثال AD) طبق هندسه مسأله برابر است با:

$$(L_{AD}) = \sqrt{AG^2 + GD^2} = \sqrt{(\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{12}) + h^2} = \sqrt{\frac{b^2}{3} + h^2}$$

ازدیاد طول فنر برابر است با:

$$\delta = L_{AD} - L_0 = \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{3}} - a$$

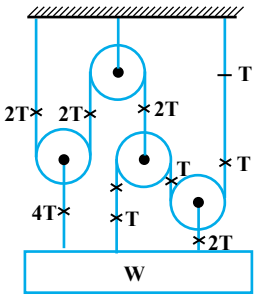
نیروی وارد بر فنر برابر است با:

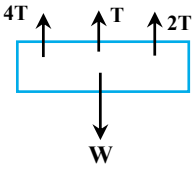
$$F = k.\delta = k[\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{3}} - a]$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۰ـ گزینه «۳» در سیستم قرقره مرکب، با توجه به اینکه کشش در یک کابل یکپارچه همواره مقدار واحدی است، داریم:





$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = 4T + T + 2T = 7T \Rightarrow T = \frac{W}{7}$$

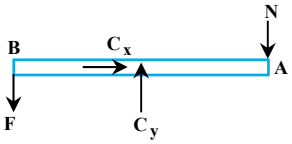
۴۱ـ گزینه «۱» برای شخص داریم:

دیاگرام جسم آزاد شخص

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F = W \Rightarrow N = W - F$$

بدین معنا که به دلیل اتکا، شخص به طناب، عکس‌العمل آن کمی سبک‌تر می‌شود.

برای میله AB داریم:



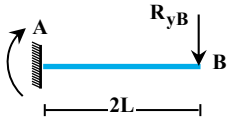
دیاگرام جسم آزاد میلهٔ AB

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow N.L_2 = F.L_1 \Rightarrow (W - F)L_2 = F.L_1$$
$$\Rightarrow F = \frac{WL_2}{L_1 + L_2} = \frac{W}{1 + \frac{L_1}{L_2}}$$

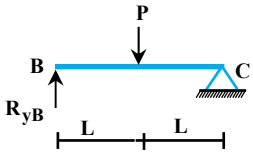
توجه شود هنگامی که شخص به طناب نیروی F را به سمت پایین وارد می‌کند، طبق قانون عکس‌العمل این نیرو به سمت بالا به خود شخص وارد می‌شود.

در واقع به واسطه آویزان شدن شخص از طناب از وزن وی به اندازه کشش کابل کاسته شده است. هم‌چنین در محل نقطه B از تیر، همان نیروی F اعمال خواهد شد.

۴۲ـ گزینه «۱» سیستم نشان داده شده یک قاب است، لذا لازم است دیاگرام جسم آزاد برای هر دو قسمت به صورت جداگانه ترسیم گردد:



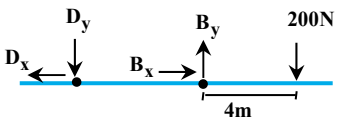
و



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = (R_{yB} \times 2L) = (\frac{P}{2} \times 2L) = PL$$

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow (R_{yB} \times 2L) - (P \times L) = 0 \Rightarrow R_{yB} = \frac{P}{2}$$

۴۳ـ گزینه «۴» سیستم نشان داده شده یک قاب است، با رسم دیاگرام جسم آزاد برای قطعه افقی و توجه به این نکته که معادل بار گسترده، یک نیرو به اندازه $F = 4 \times 50 = 200N$ می‌باشد، داریم:



$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow (200 \times 4) = (D_y \times 4) \Rightarrow D_y = 200 \ \ N \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = D_y + 200 \Rightarrow B_y = 200 + 200 = 400 \ \ N \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = D_x \end{cases}$$

از هندسه شکل فاصله BD برابر $\frac{8}{2}$ یعنی ۴ متر است.

تکیه‌گاه در نقطه D غلتکی است و نیروی آن عمود بر سطح تماس (عمود بر سطح شیار) می‌باشد، لذا:

$$\frac{D_y}{D_x} = \frac{8}{6} \Rightarrow D_x = \frac{6}{8} \times 200 = 150 N \Rightarrow B_x = 150 N$$

در نتیجه اندازه نیرو در تکیه‌گاه لولایی B برابر است با:

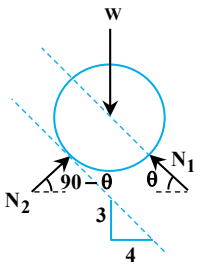
$$|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{400^2 + 150^2} = 427/2 \ N$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

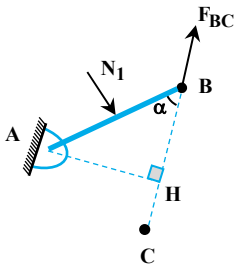
۴۴ـ گزینه «۴» سیستم مسأله شامل یک کره و دو میله AB و BC می‌باشد که دو میله مذکور در نقطه B به یکدیگر لولا شده‌اند.

ابتدا دیاگرام جسم آزاد کره به صورت زیر رسم می‌شود:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 \sin\theta - N_1 \cos\theta = 0 \Rightarrow N_2 = N_1 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 \cos\theta + N_1 \sin\theta - W = 0 \Rightarrow N_1 \dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + N_1 \sin\theta = W \\ \Rightarrow N_1 [\dfrac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta} + \sin\theta] = W \Rightarrow N_1 = W \sin\theta \\ \text{از هندسه شکل}: \sin\theta = \dfrac{3}{5} \quad \text{و} \quad \cos\theta = \dfrac{4}{5} \end{cases}$$

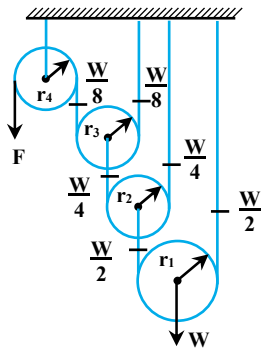
حال با رسم دیاگرام جسم آزاد میله AB و توجه به این موضوع که چون BC یک جسم دو نیرویی است لذا نیروی آن در راستای خودش می‌باشد، داریم:



$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow (N_1 \times R) - (F_{BC} \times AH) = 0 \\ \text{در مثلث ABH}: AH = 2R \sin\alpha = 2R \sin 53^\circ = \dfrac{16}{10} R \end{cases}$$

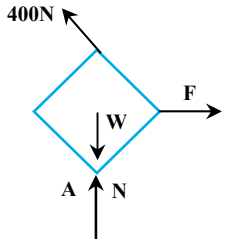
$$\Rightarrow F_{BC} = \frac{W \sin\theta . R}{\frac{16}{10} R} = \frac{3}{8} W$$

۴۵ـ گزینه «۲» کشش در کابل‌های یک سیستم قرقره مرکب، با رسم دیاگرام جسم آزاد برای هر قرقره قابل محاسبه است. ضمن اینکه نیروی کشش در یک کابل یکپارچه همواره یک مقدار واحد است و به شعاع قرقره‌ها ارتباطی ندارد.



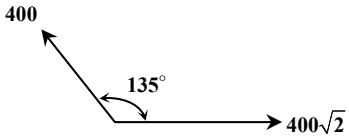
$$\Rightarrow F = \frac{W}{8}$$

۴۶ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد مربع و برقراری رابطه تعادل گشتاورها و توجه به این نکته که اگر طول ضلع مربع را L فرض کنیم، طول قطر آن $L\sqrt{2}$ می‌شود، داریم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (400 \times L) - (F \times L \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0 \Rightarrow 400 = \frac{\sqrt{2}}{2} F \Rightarrow F = \frac{2 \times 400}{\sqrt{2}} = 400\sqrt{2} N$$

حال برآیند دو نیروی ۴۰۰ و $400\sqrt{2}$ نیوتنی با توجه به زاویه بین آن دو به صورت زیر محاسبه می‌شود:

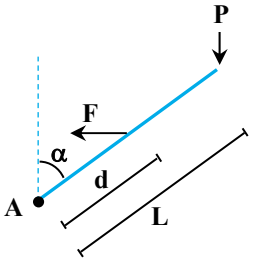


$$R = \sqrt{400^2 + (400\sqrt{2})^2 + (2 \times 400 \times 400\sqrt{2} \times \cos 135^\circ)} = 400 N$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۷ـ گزینه «۴» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله در وضعیت نشان داده شده و برقراری رابطه تعادل گشتاورها حول نقطه A داریم:

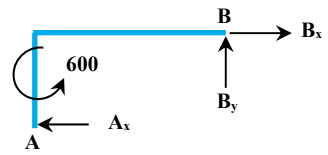


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (P \times L\sin\alpha) - (F.d \times \cos\alpha) = 0 \Rightarrow P.L\sin\alpha = F.d\cos\alpha$$

از آن‌جایی‌که مقدار نیروی فنر $k.x$ می‌باشد لذا داریم:

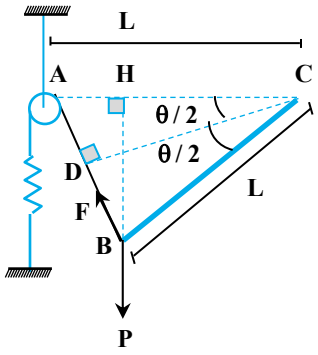
$$F = k.x = k.d\sin\alpha \Rightarrow P.L.\sin\alpha = (k.d.\sin\alpha)d\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{P.L}{k.d^2}$$

۴۸ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله یکپارچه AB و با توجه به نوع تکیه‌گاه‌ها داریم:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - B_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow (A_x \times 2) - 600 = 0 \Rightarrow A_x = 300N \end{cases} \Rightarrow A_x = B_x = 300N$$

۴۹ـ گزینه «۱» طبق فرض مسأله در حالت اولیه (زمانی که میله AC افقی می‌باشد) در فنر نیرویی وجود ندارد.



در حالت تعادل میله در زاویه θ، فنر به اندازه AB افزایش طول یافته است. مقدار AB با توجه به هندسه شکل برابر است با:

$$\begin{cases} AB = 2AD \\ \Delta ACD \Rightarrow AD = L\sin\frac{\theta}{2} \end{cases} \Rightarrow AB = 2L\sin\frac{\theta}{2}$$

لذا نیروی کشش در فنر برابر است با:

$$F = k.AB = 2kL\sin\frac{\theta}{2}$$

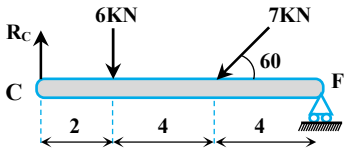
در حالت تعادل داریم:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow (F \times CD) - (P \times CH) = 0$$

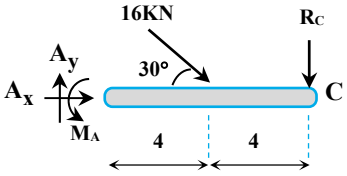
$$(2kL\sin\frac{\theta}{2} \times L\cos\frac{\theta}{2}) - (P \times L\cos\theta) = 0 \Rightarrow KL^2\sin\theta = PL\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{P}{kL}$$

۵۰ـ گزینه «۳» در هر صورت دانشجو باید تمام وزن سینی را تحمل کند، ولی اگر وسط لبه بلند سینی را بگیرد، چون فاصله کمتری تا مرکز جرم سینی نسبت به دست وجود دارد گشتاور کمتری به مچ دست وارد می‌شود.

۵۱ـ گزینه «۲» برای محاسبه عکس‌العمل در نقطه A لازم است دیاگرام جسم آزاد قطعات اصلی را جداگانه رسم نماییم:



$$\sum M_F = 0 \Rightarrow (4 \times 7\sin 60^\circ) + (6 \times 8) - (R_C \times 10) \Rightarrow R_C = 7/22\ N$$



$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow (16 \times \sin 30^\circ \times 4) + (R_C \times 8) - M_A = 0 \Rightarrow M_A \approx 90/05\ N.m \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 16\sin 30^\circ - R_C = 0 \Rightarrow A_y = 16\sin 30^\circ + 7/22 = 15/22N \end{cases}$$

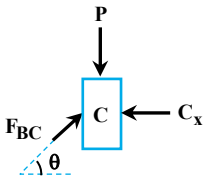
ضمناً اگر دیاگرام جسم آزاد میله AF را به صورت یکپارچه رسم کنیم خواهیم داشت:

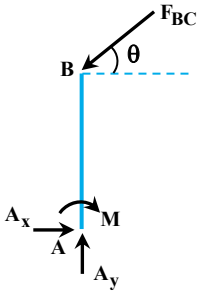
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow (7\cos 60^\circ) - (16\cos 30^\circ) - A_x = 0 \Rightarrow A_x = 10/356\ N$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۲ـ گزینه «۴» با رسم دیاگرام جسم آزاد میله AB و با توجه به دو نیرویی بودن قطعه BC و همچنین وضعیت لغزنده C داریم:



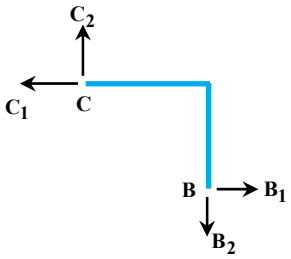


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BC}\sin\theta - P = 0 \Rightarrow F_{BC} = \frac{P}{\sin\theta}$$

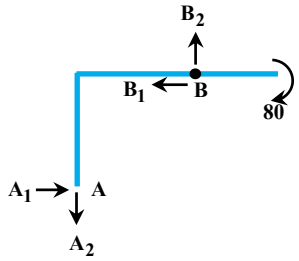
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{P}{\sin\theta}\cos\theta \times \frac{1}{2}L - M = 0$$

$$M = \frac{P.L}{2}\cot\theta$$

۵۳ـ گزینه «۲» برای محاسبه عکس‌العمل تکیه‌گاه C در قاب مسأله، لازم است دیاگرام جسم آزاد قطعات اصلی هرکدام جداگانه رسم شوند:

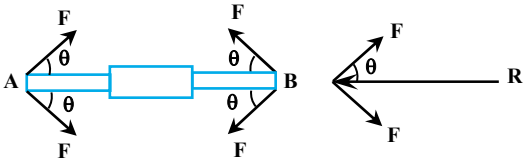


$$\Rightarrow \begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow (B_1 \times 1) - (B_2 \times 1) = 0 \Rightarrow B_1 = B_2 \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow B_1 = C_1 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow C_2 = B_2 \end{cases}$$



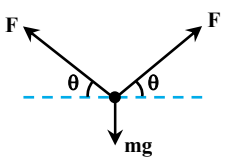
$$\Rightarrow \left\{\sum M_A = 0 \Rightarrow (B_1 \times 1) + (B_2 \times 1) - 80 = 0 \Rightarrow \begin{cases} B_1 = 40\ ,\ B_2 = 40 \\ C_1 = 40\ ,\ C_2 = 40 \\ C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2} \end{cases}\right.$$

۵۴ـ گزینه «۱» به دلیل تقارن شکل، در دیاگرام جسم آزاد پیستون و سیلندر داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 2F\cos\theta - R = 0 \Rightarrow R = 2F\cos\theta$$

با رسم دیاگرام جسم آزاد لولای متصل به وزنه داریم:

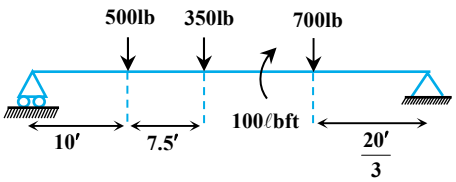


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg = 2F\sin\theta \Rightarrow F = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

لذا نیروی سیلندر و پیستون برابر است با:

$$R = 2F\cos\theta = mg\cot\theta$$

۵۵ـ گزینه «۴» با تبدیل بارهای گسترده مستطیلی و مثلثی به معادل‌های متمرکز داریم:



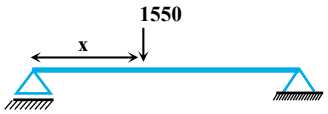
$$\text{نیروی جایگزین} = 500 + 350 + 700 = 1550\,\text{lb}$$

تنها گزینه‌ای که نیروی جایگزین آن ۱۵۵۰ است گزینه ۴ می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

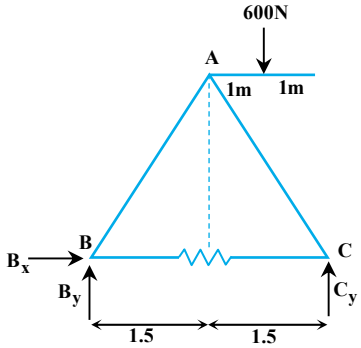
www.modaresanesharif.ac.ir

حال برای محاسبه فاصله این نیروی جایگزین از انتهای سمت چپ تیر به ترتیب زیر و با استفاده از برابری گشتاورها داریم:



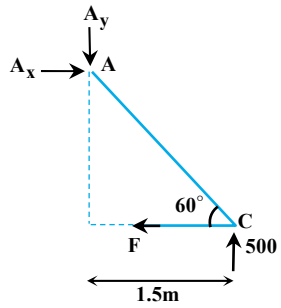
$$۱۵۵۰\cdot x=(۵۰۰\times ۱۰)+(۳۵۰\times ۱۷/۵)+(۷۰۰\times(۳۵-\frac{۲۰}{۳}))+۱۰۰\Rightarrow x=۲۰/۰۳۷۶\text{ft}$$

۵۶ـ گزینه «۲» از دیاگرام جسم آزاد کل شکل به صورت یکپارچه داریم:



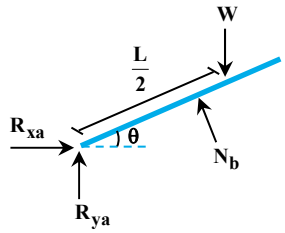
$$\sum M_B=۰\Rightarrow(۶۰۰\times ۲/۵)-(C_y\times ۳)=۰\Rightarrow C_y=۵۰۰\text{N}$$

حال از دیاگرام جسم آزاد قطعه AC داریم:



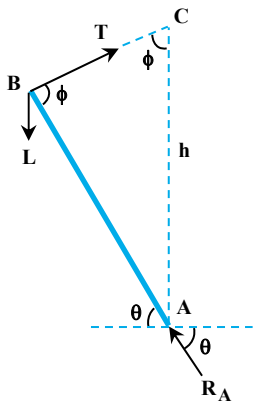
$$\sum M_A=۰\Rightarrow(۵۰۰\times ۱/۵)-(F\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۳)=۰\Rightarrow F=\frac{۵۰۰\sqrt{۳}}{۳}\text{N}$$

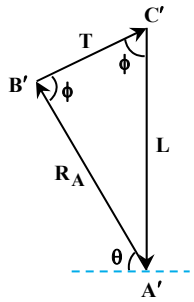
۵۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با رسم دیاگرام جسم آزاد میله و توجه به تکیه‌گاه لولایی و محل تماس آن داریم:



$$\begin{cases}\sum F_x=۰\Rightarrow R_{xa}-N_b\cos(۹۰-\theta)=۰\\ \sum F_y=۰\Rightarrow R_{ya}+N_b\sin(۹۰-\theta)=w\\ \sum M_a=۰\Rightarrow(N_b\times\frac{x_۱}{\cos\theta})-(w\times\frac{L}{۲}\cos\theta)=۰\end{cases}\Rightarrow N_b=\frac{w.L.\cos^۲\theta}{۲x_۱}$$

۵۸ـ گزینه «۴» میله AB یک عضو دو نیرویی است پس نیروی R_A در راستای میله وارد می‌شود. AB و AC هم‌اندازه هستند لذا زوایای B و C نیز یکسانند.





برآیند نیروها صفر است بدین معنا که جمع جبری آن‌ها مطابق شکل روبرو است.

پس مثلث $A'B'C'$ نیز متساوی‌الساقین است و مقدار R_A برابر L است و ثابت می‌ماند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

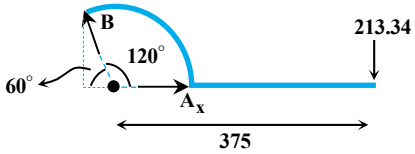
۵۹ـ گزینه «۱» طبق تعریف بردار گشتاور در فضا داریم:

$$\vec{M}=\left[(\vec{r_a}-\vec{r_1})\times\vec{F}\right].\vec{\rho}=[(\vec{r_a}-\vec{r_1})\times\vec{F}].\vec{\rho}$$

۶۰ـ گزینه «۲» با توجه به مقدار گشتاور اعمالی بر لوله، مقدار نیروی P برابر است با:

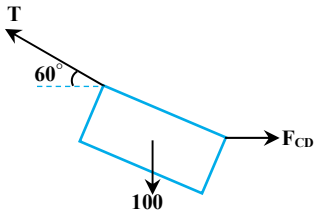
$$M=P\times ۰/۳۷۵\Rightarrow P=\frac{۸۰}{۰/۳۷۵}=۲۱۳/۳۳N$$

با رسم دیاگرام جسم آزاد آچار داریم:



$$\sum M_B=۰\Rightarrow[۲۱۳/۳۴\times(۳۷۵+۱۰۰\cos ۶۰^\circ)]-[A_x\times(۱۰۰\sin ۶۰^\circ)]=۰\Rightarrow A_x=۱۰۴۷N$$

۶۱ـ گزینه «۲» با رسم دیاگرام جسم آزاد یکی از قطعات طرفین و استفاده از روابط تعادل مربوطه داریم:

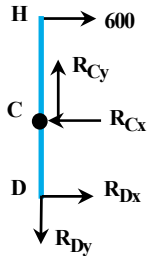


$$\begin{cases}\sum F_y=۰\Rightarrow T\sin ۶۰^\circ=۱۰۰\Rightarrow T=\dfrac{۲۰۰}{\sqrt{۳}}\\ \sum F_x=۰\Rightarrow T\cos ۶۰^\circ=F_{CD}\Rightarrow F_{CD}=\dfrac{۱۰۰}{\sqrt{۳}}=\dfrac{۱۰۰\sqrt{۳}}{۳}\end{cases}$$

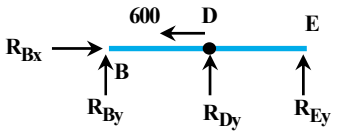
بنابراین جسم CD یک قطعه دو نیرویی کششی به صورت $\frac{100\sqrt{3}}{3}\leftarrow\square\rightarrow\frac{100\sqrt{3}}{3}$ می‌باشد.

۶۲ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

سازه شکل داده شده یک قاب است. با رسم دیاگرام جسم آزاد هر سه قسمت اصلی و برقراری روابط تعادل خواهیم داشت :



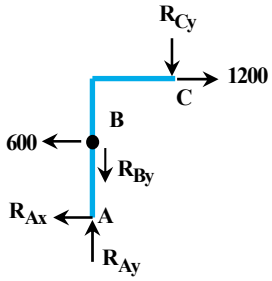
$$\begin{cases}\sum F_x=۰\Rightarrow ۶۰۰+R_{Dx}-R_{Cx}=۰\Rightarrow R_{Dx}=۶۰۰N\\ \sum M_D=۰\Rightarrow(۶۰۰\times ۰/۴)=(R_{Cx}\times ۰/۲)\Rightarrow R_{Cx}=۱۲۰۰N\end{cases}$$



$$\sum F_x=۰\Rightarrow R_{Bx}=۶۰۰N$$

$$\sum M_A=۰\Rightarrow(۶۰۰\times ۰/۲)=(۱۲۰۰\times ۰/۴)+(R_{Cy}\times ۰/۲)\Rightarrow R_{Cy}=-۱۸۰۰N$$

لذا مقدار کل نیروی وارد در نقطه C برابر است با:



$$\begin{cases}R_{Cx}=۱۲۰۰N\\ R_{Cy}=-۱۸۰۰N\end{cases}\Rightarrow R_C=\sqrt{R_{Cx}^۲+R_{Cy}^۲}=۶۰۰\sqrt{۱۳}$$

۶۳ـ گزینه «۴» برای به دست آوردن نیروی کابل، کافی است از رابطه تعادل گشتاورها حول نقطه A به صورت زیر استفاده نماییم:

$$\sum M_A=۰\Rightarrow(W\times ۱/۱۵)=T\times(۱/۶-۰/۴)\Rightarrow T=\frac{۲\times ۱/۱۵}{۱/۲}=\frac{۲۳}{۱۲}$$

۶۴ـ گزینه «۱» میله BC یک عضو دو نیروی بوده و همانند تکیه‌گاه با یک عکس‌العمل در امتداد BC عمل می‌کند. با گشتاورگیری حول نقطه B، نیروی قائم عکس‌العمل A به دست می‌آید و با برقراری رابطه تعادل نیروها، در جهت x به راحتی می‌توان به جواب مسأله رسید.

$$\sum F_x=۰\Rightarrow R_{Ax}=۰$$

$$\sum M_A=۰\Rightarrow(R_{Ay}\times ۵۰)=(۶۰\times ۴۰)\Rightarrow R_{Ay}=۴۸N$$

www.modaresanesharif.ac.ir

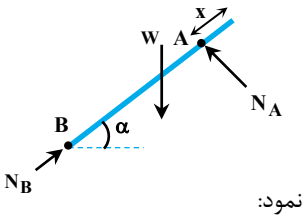
www.modaresanesharif.ac.ir

۶۵ـ گزینه «۳» با گشتاورگیری نسبت به نقطه A مقدار نیروی Q به صورت زیر دست می‌آید:

$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow (۱۰۰\times ۱)-(۲۰۰\times ۳)+(Q\times ۱)=۰ \Rightarrow Q = ۵۰۰\,KN$$

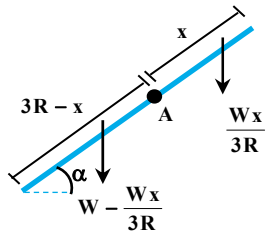
۶۶ـ گزینه «۲» چون نیرو و اعضا با یکدیگر زاویه ۱۲۰° می‌سازند، بدون استفاده از روابط تعادل و فقط بدلیل تقارن می‌توان به راحتی گفت که نیروی دو میله برابر و مساوی مقدار P می‌باشد.

۶۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. در لحظه برقراری تعادل، دیاگرام جسم آزاد میله به صورت روبه‌رو رسم می‌شود، لذا:



$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow (W.\frac{۳}{۲}R.\cos\alpha)-(N_A.(۳R-x))=۰ \qquad (۱)$$

برای محاسبه طولی از میله که داخل نیم کره قرار گرفته است می‌توان از رابطه تعادل گشتاورها به صورت زیر استفاده نمود:

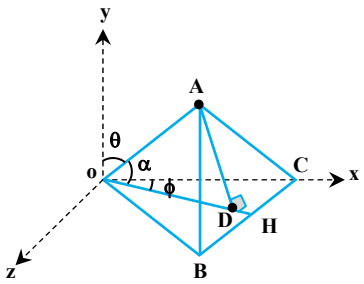


$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow (W-\frac{Wx}{۳R})(\frac{۳R-x}{۲})\cos\alpha = (\frac{Wx}{۳R}\cdot\frac{x}{۲})\cos\alpha \Rightarrow x = \frac{۳R}{۲}$$

$$\text{از رابطه (۱)} \Rightarrow W\cdot\frac{۳}{۲}R.\cos\alpha = N_A.\frac{۳R}{۲} \Rightarrow N_A = W\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{۱/۵R} \Rightarrow N_A = \frac{۲}{۳}W$$

۶۸ـ گزینه «۲» از آن‌جایی‌که وجوه، مثلث‌های یکسان متساوی‌الاضلاع می‌باشند، لذا منشور، منتظم می‌باشد و عمود AD از مرکز مثلث قاعده عبور می‌کند.



$$OH = a\sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \qquad OD = \frac{۲}{۳}\times OH = \frac{۲}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

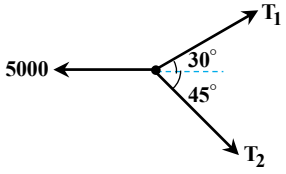
$$\cos\alpha = \frac{OD}{OA} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}a}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \qquad \cos\alpha = \sin\theta \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{۱-\sin^۲\theta} = \frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

$\phi = ۳۰^\circ$ (OH نیمساز زاویه رأس است)

برای نمایش OA به صورت برداری با توجه به طول آن (a) داریم:

$$\overrightarrow{OA} = (a\sin\theta\cos\phi)\vec{i} + a\cos\theta\vec{j} + (a\sin\theta\sin\phi)\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (a\times\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۳})\vec{i} + (a\times\frac{\sqrt{۶}}{۳})\vec{j} + (a\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۱}{۲})\vec{k} = \frac{a}{۲}\vec{i} + \frac{\sqrt{۶}}{۳}a\vec{j} + \frac{\sqrt{۳}}{۶}a\vec{k}$$

۶۹ـ گزینه «۱» از آن‌جایی‌که نیروی برآیند به کار گرفته شده (توسط قایق بزرگ) ۵۰۰۰ می‌باشد، لذا با رسم دیاگرام جسم آزاد محل اتصال قایق بزرگ به قایق‌های کوچک و با فرض برقراری تعادل داریم:

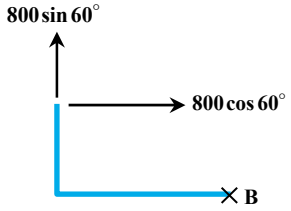


$$\begin{cases}\sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱\cos ۳۰^\circ + T_۲\cos ۴۵^\circ = ۵۰۰۰ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱\sin ۳۰^\circ = T_۲\sin ۴۵^\circ\end{cases}$$

از حل همزمان دو رابطه فوق داریم:

$$T_۱ = ۳۶۶۰\,lb \quad \text{و} \quad T_۲ = ۲۵۹۰\,lb$$

۷۰ـ گزینه «۲» طبق قضیه وارینیون برای محاسبه گشتاور نیروی ۸۰۰ نیوتنی لازم است از جمع جبری گشتاور مؤلفه‌های نیروی ۸۰۰ نیوتنی نسبت به نقطه B به صورت زیر استفاده نمایید:

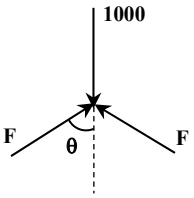


$$\sum M_B = [۸۰۰\cos ۶۰^\circ \times ۰/۱۶] + [۸۰۰\sin ۶۰^\circ \times ۰/۲] \simeq ۲۰۳\ N.m$$

www.modaresanesharif.ac.ir

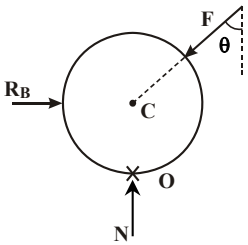
www.modaresanesharif.ac.ir

۷۱ـ گزینه «۳» با توجه به تقارن هندسی کره‌ها داریم:



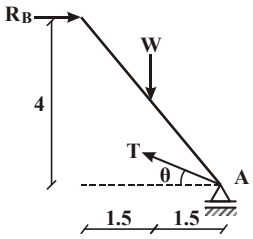
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F\cos\theta = 1000 \Rightarrow F = \frac{500}{\cos\theta}$$

حال با بدست آوردن نیروی F نسبت به نقطه O گشتاور می‌گیریم تا عکس‌العمل R_B بدست آید:



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F\sin\theta \times 0/5 = R_B \times 0/5 \Rightarrow R_B = 500\,tg\theta = 447/2 \simeq 447$$

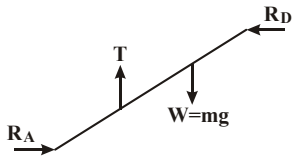
۷۲ـ گزینه «۲» برای بدست آوردن نیروی کشش کابل ابتدا باید عکس‌العمل افقی B را محاسبه نماییم و با برقراری رابطه تعادل در راستای x نیروی کابل را بدست می‌آوریم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (R_B \times 4) = (W \times 1/5) \xrightarrow{(W=8)} R_B = 3$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\cos\theta = 3 \Rightarrow T \times \frac{3}{\sqrt{3^2+2^2}} = 3 \Rightarrow T = \sqrt{13}$$

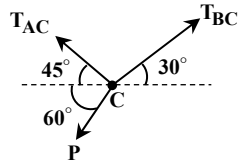
۷۳ـ گزینه «۳» دیاگرام جسم آزاد سازه نشان داده شده در مسأله را به صورت زیر رسم می‌کنیم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (-R_D \times 200) + (200 \times 200) - (200 \times 125) = 0 \Rightarrow R_D = 75\,N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_A = 75\,N$$

۷۴ـ گزینه «۲» با برقراری رابطه تعادل نیروها در گره C نسبت به محورهای x و y مقادیر نیروی کششی در کابل‌ها بدست می‌آید.



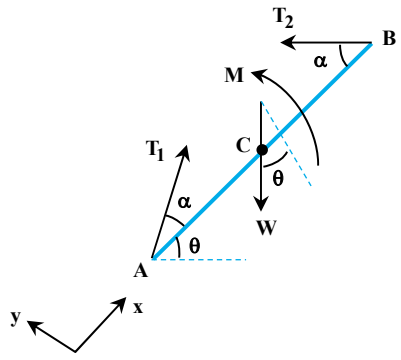
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{BC}.\cos 30^\circ - T_{AC}\cos 45^\circ - P\cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow T_{BC}\frac{\sqrt{3}}{2} - T_{AC} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 500 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_{BC}.\sin 30^\circ + T_{AC}\sin 45^\circ = P\sin 60^\circ \Rightarrow T_{BC} \times 0/5 + T_{AC} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 500\sqrt{3} \qquad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow T_{BC} = 1000 \quad \text{و} \quad T_{AC} = 500(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \simeq 525$$

۷۵ـ گزینه «۴» دیاگرام جسم آزاد میله AB در حالت تعادل به صورت زیر قابل ترسیم است، لذا:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow T_1\cos\alpha - T_2\cos\alpha - W\sin\theta = 0 & (1) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T_1\sin\alpha - T_2\sin\alpha - W\cos\theta = 0 & (2) \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow (T_1\sin\alpha \times \frac{L}{2}) = (T_2\sin\alpha \times \frac{L}{2}) + M = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow (T_1 - T_2)\cos\alpha = W\sin\theta$$

$$(3) \Rightarrow (T_1 - T_2)\sin\alpha \times \frac{L}{2} = M \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{2M}{L\sin\alpha}$$

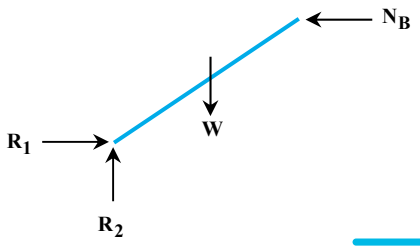
$$\Rightarrow \frac{2M}{L\sin\alpha}.\cos\alpha = W\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{2M}{Lw}\cot\alpha$$

$$\theta = \text{Arc}\sin\left(\frac{2M}{Lw}\cot\alpha\right)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

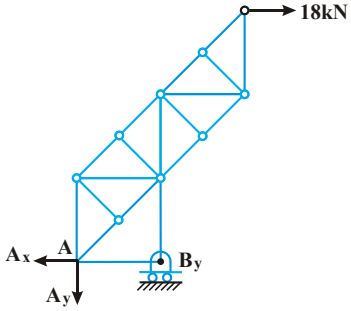
۷۶ـ گزینه «۲» از دیاگرام جسم آزاد میله AB به صورت زیر استفاده می‌کنیم:



$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow R_1 = N_B \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow R_2 = w \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow (R_1 \times a) + (W \times a) = (R_2 \times 2a) \Rightarrow R_1 = 2W - W = W\end{cases}$$

$$\begin{cases}R_1 = W \\ R_2 = W\end{cases} \Rightarrow R_A = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{W^2 + W^2} = W\sqrt{2}$$

۷۷ـ گزینه «۲» با توجه به نامعین بودن تکیه‌گاه‌ها، ابتدا با اضافه کردن عضو AB، تکیه‌گاه B به غلتک تبدیل می‌شود، حال با استفاده از دیاگرام جسم آزاد کل خرپا و برقراری روابط تعادل در آن داریم:

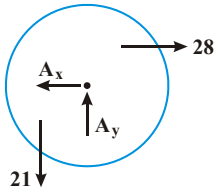


$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 18 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow (A_y \times 3) - (18 \times 9) = 0 \Rightarrow A_y = 54\end{cases}$$

لذا مقدار نیرو در تکیه‌گاه A برابر است با:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{18^2 + (18 \times 3)^2} = 18\sqrt{10}$$

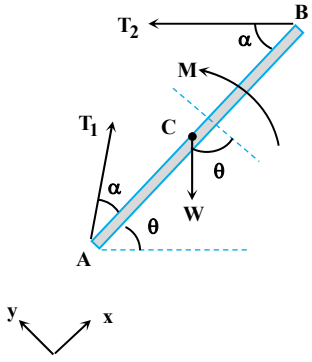
۷۸ـ گزینه «۳» با رسم دیاگرام جسم آزاد چرخ خواهیم داشت:



$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 28 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 21\end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{28^2 + 21^2} = 35\text{lb}$$

۷۹ـ گزینه «۲» دیاگرام جسم آزاد میله AB در حالت تعادل به صورت زیر ترسیم می‌گردد، لذا:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\alpha - W \sin\theta = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 \sin\alpha - T_2 \sin\alpha - W \cos\theta = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow (T_1 \sin\alpha \times \frac{L}{2}) = (T_2 \sin\alpha \times \frac{L}{2}) + M \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow (T_1 - T_2)\cos\alpha = W \sin\theta$$

$$(3) \Rightarrow (T_1 - T_2)\sin\alpha \times \frac{L}{2} = M \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{2M}{L \sin\alpha}$$

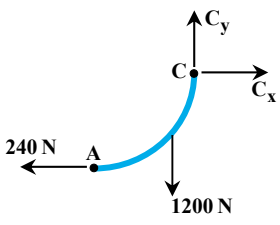
$$\Rightarrow \frac{2M}{L \sin\alpha}.\cos\alpha = W \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{2M}{L.W}\cot an\alpha$$

$$\Rightarrow \cot an\alpha = \sin\theta.\frac{LW}{2M} \Rightarrow \alpha = \text{Arc}\cot an(\sin\theta.\frac{LW}{2M})$$

۸۰ـ گزینه «۳» وزن قسمتی از کابل که در کف دریا قرار دارد $20 \times 40 = 800\text{N}$ و مقدار نیروی اصطکاک در آن برابر است با:

$$F_f = \mu.N = \mu.mg = 0/3 \times 800 = 240\text{N}$$

با رسم دیاگرام جسم آزاد قسمت معلق کابل داریم:



حداکثر کشش کابل در بالاترین نقطه آن (موقعیت C) رخ می‌دهد که مقدار آن با استفاده از روابط تعادل برابر است با:

$$\begin{cases}C_x = 240 \\ C_y = 1200\end{cases} \Rightarrow C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{240^2 + 1200^2} = 120\sqrt{104}\ \text{N}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

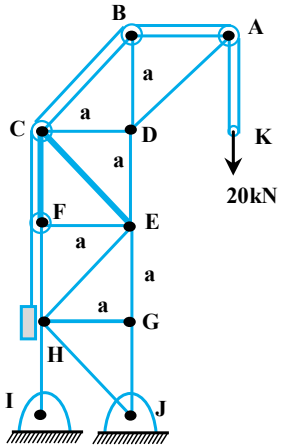
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«خرپاها (Trusses)»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ در شکل زیر نیروی اعضای FC و EC عبارتند از؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۰)



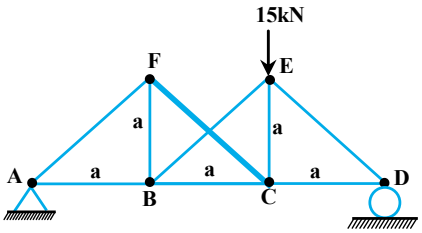
۱) $CE = ۱۰\sqrt{۲}kN, FC = ۱۰kN$

۲) $CE = ۱۰kN, FC = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}}kN$

۳) $CE = ۰, FC = ۱۰kN$

۴) $CE = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{۲}kN, FC = ۱۰\sqrt{۲}kN$

۲ـ نیروی عضو FC در خرپای شکل مقابل برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۰)



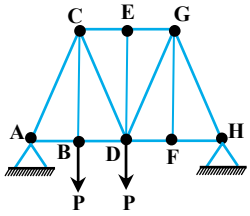
۱) ۸/۲ کیلونیوتن

۲) ۷/۱ کیلونیوتن

۳) ۵/۳ کیلونیوتن

۴) ۱۰/۶ کیلونیوتن

۳ـ کدامیک از عناصر خرپای زیر، نیرویی تحمل نمی‌کند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۲)



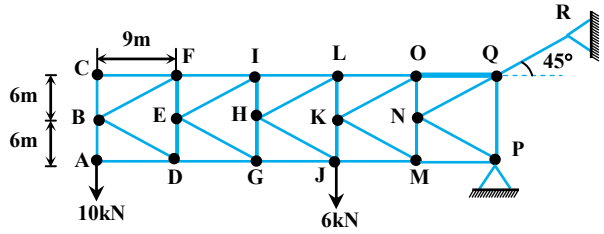
۱) ED, CB, GF

۲) CB, ED

۳) CB, GF

۴) DE, GF

۴ـ نیروی موجود در عضو OQ از خرپای شکل زیر برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۳)



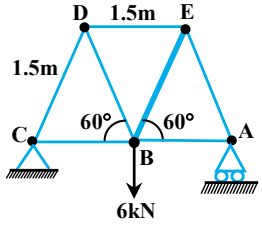
۱) ۳۴/۵KN ـ فشاری

۲) ۳۰KN ـ فشاری

۳) ۳۴/۵KN ـ کششی

۴) ۴/۵KN ـ فشاری

۵ـ در خرپای نشان داده شده نیروی داخل عضو BE برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



۱) $F_{BE} = ۲\sqrt{۳}KN$ ـ کششی

۲) $F_{BE} = ۲\sqrt{۳}KN$ ـ فشاری

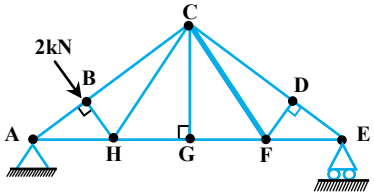
۳) $F_{BE} = ۶KN$ ـ کششی

۴) $F_{BE} = ۶KN$ ـ فشاری

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ نیرو در عضو FC را به دست آورید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)



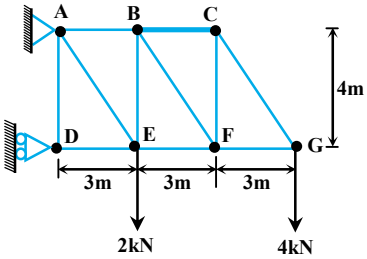
۱) صفر

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲

۷ـ در خرپای نشان داده شده نیروی وارد بر عضو BC کدام می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)



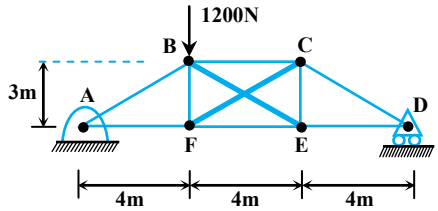
۱) ۲/۵KN

۲) ۳KN

۳) ۴KN

۴) ۵KN

۸ـ در خرپای مسطح نشان داده شده اعضای ضربدری BE و CF قابلیت تحمل فشار را ندارند و بدون تماس از یکدیگر عبور می‌کنند. در اثر اعمال نیروی ۱۲۰۰N به خرپا، نیروی این اعضا به ترتیب با کدام گزینه برابر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



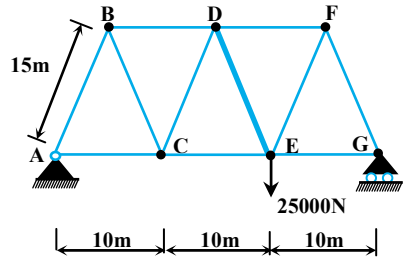
۱) $CF = ۰\ ,\ BE = ۶۶۶/۷N$

۲) $CF = ۵۳۳/۳\ ,\ BE = ۰N$

۳) $CF = ۰\ ,\ BE = ۵۳۳/۳N$

۴) $CF = ۶۶۶/۷\ ,\ BE = ۰N$

۹ـ با توجه به شکل مقابل، نیرو در عضو DE تقریباً برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



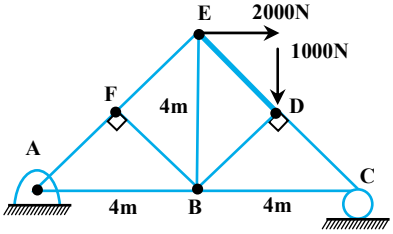
۱) ۱۰۰۰N فشاری

۲) ۸۸۰۰N کششی

۳) ۶۳۰۰N کششی

۴) صفر

۱۰ـ مطلوب است تعیین نیروی داخلی عضو DE برحسب نیوتن؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



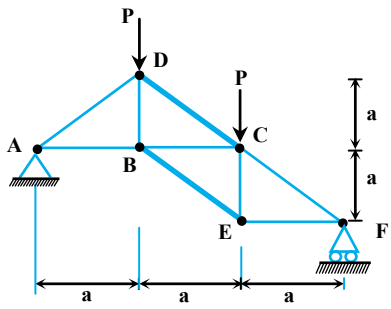
۱) ۱۸۹۵

۲) ۱۷۶۸

۳) ۱۵۳۲

۴) ۱۹۴۶

۱۱ـ مقدار نیرو در عضوهای DC و BE به ترتیب کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) $F_{BE} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}P\ ,\ F_{DC} = \sqrt{۲}P$

۲) $F_{BE} = \sqrt{۲}P\ ,\ F_{DC} = \sqrt{۲}P$

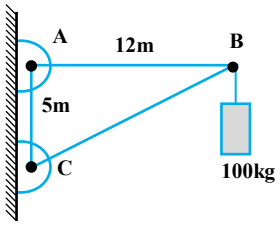
۳) $F_{BE} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}P\ ,\ F_{DC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}P$

۴) $F_{BE} = \sqrt{۲}P\ ,\ F_{DC} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}P$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ نیرو در تمام اعضاء خرپای بارگذاری شده برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



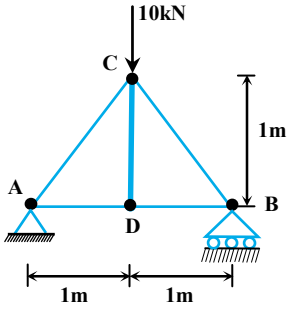
۱) $\begin{cases} AB = ۲/۳۵kN(T) \\ BC = ۲/۵۵kN(C) \\ AC = ۰/۹۸۱\ kN(T) \end{cases}$

۲) $\begin{cases} AB = ۳/۲۱kN(T) \\ BC = ۳/۰۴kN(C) \\ AC = ۰/۵۱kN(T) \end{cases}$

۳) $\begin{cases} AB = ۳/۴۲kN(T) \\ BC = ۳/۰۱kN(C) \\ AC = ۰/۷۸kN(T) \end{cases}$

۴) $\begin{cases} AB = ۲/۸۵kN(T) \\ BC = ۳/۰۸kN(C) \\ AC = ۰/۸۹kN(T) \end{cases}$

۱۳ـ خرپای ساده نشان داده شده را در نظر بگیرید. این خرپا شامل ۵ عضو می‌باشد. میزان نیروی تحمل شده توسط عضو CD به چه میزان است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)



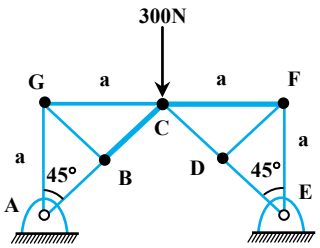
۱) نیرویی را تحمل نمی‌کند.

۲) ۱۰ KN

۳) $(\frac{\sqrt{۲}}{۳})(۱۰)KN$

۴) $(\sqrt{۲})(۱۰)KN$

۱۴ـ در خرپای نشان داده شده نیرو در عضوهای BC و CF عبارتند از؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)



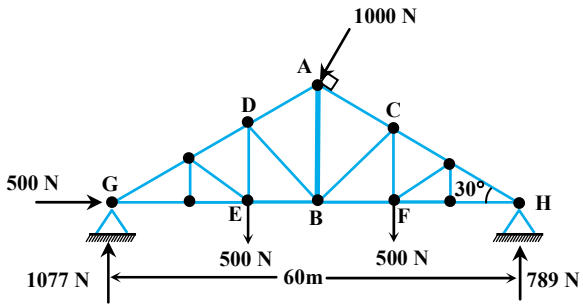
۱) $\begin{cases} BC = \frac{۶۰۰}{\sqrt{۲}}N \\ CF = ۰ \end{cases}$

۲) $\begin{cases} BC = \frac{۶۰۰}{\sqrt{۲}}N \\ CF = ۱۵۰N \end{cases}$

۳) $\begin{cases} BC = \frac{۳۰۰}{\sqrt{۲}}N \\ CF = ۲۰۰N \end{cases}$

۴) $\begin{cases} BC = \frac{۳۰۰}{\sqrt{۲}}N \\ CF = ۰ \end{cases}$

۱۵ـ در خرپای نشان داده شده نیروی عضو AB چه مقدار و از چه نوعی است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)



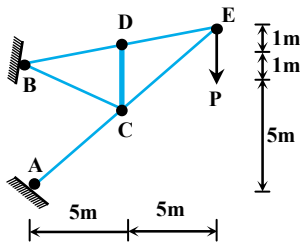
۱) ۵۰۰ نیوتن، کششی

۲) ۶۶۷ نیوتن، کششی

۳) ۶۶۷ نیوتن، فشاری

۴) ۵۰۰ نیوتن، فشاری

۱۶ـ خرپای داده شده نیروی P را در اتصال E حمل می‌کند. نیرو در عضو DC کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۷)



۱) -۲/۷۸ P

۲) -۲/۴۴ P

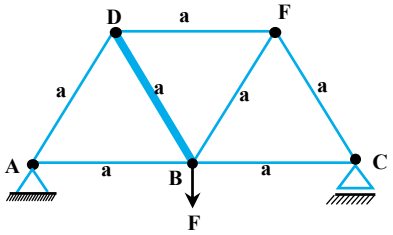
۳) -۲/۳۲ P

۴) ۰ P

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷ـ در خرپای نشان داده شده نیروی داخلی در عضو BD برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



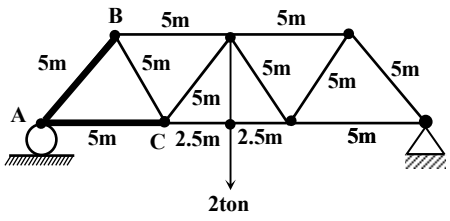
۱) F و کششی

۲) F و فشاری

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$F و کششی

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$F و فشاری

۱۸ـ با توجه به شکل روبه‌رو نیرو در عضوهای AB و AC به ترتیب چند تن (ton) است؟ (معدن ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ، $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ، $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ، $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

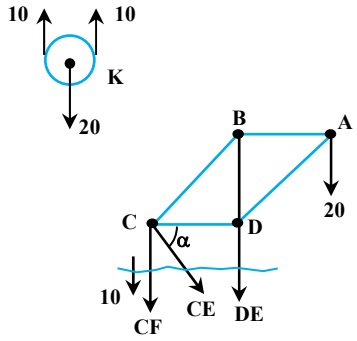
۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ، $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل دوم

۱ـ گزینه «۳» با رسم دیاگرام جسم آزاد قرقره K، به دلیل عدم وجود اصطکاک در آن داریم:

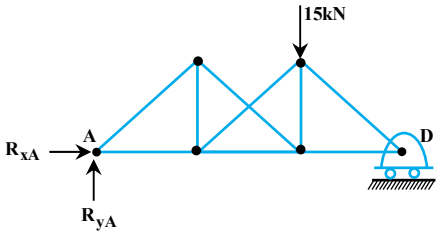


با اعمال یک خط برش بر خرپا به صورت زیر، نیرو در هر دو عضو موردنظر به دست می‌آید:

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow (CF \times a) + (10 \times a) - (20 \times a) = 0 \Rightarrow CF = 10\,kN \quad (1)$$

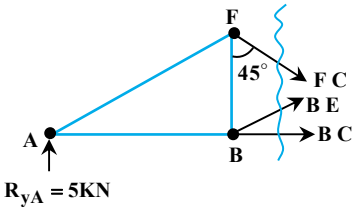
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow CE.\cos\alpha = 0 \\ \cos\alpha \neq 0 \end{cases} \Rightarrow CE = 0 \quad (2)$$

۲ـ گزینه «۲» با استفاده از دیاگرام جسم آزاد کل خرپا، عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه A به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow R_{xA} = 0 \\ \sum M_D = 0 \Rightarrow (R_{yA} \times 3a) - (15 \times a) = 0 \Rightarrow R_{yA} = 5kN \end{cases}$$

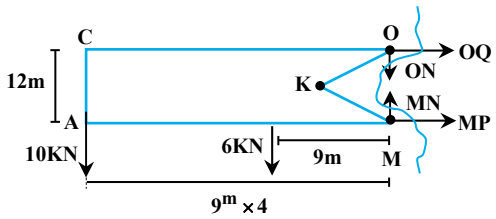
حال با اعمال یک خط برش بر خرپا و رسم دیاگرام جسم آزاد سمت چپ پس از برش داریم:



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (5 \times a) + (FC.\sin 45^\circ \times a) = 0 \Rightarrow FC = -\frac{5}{\sin 45^\circ} = -7/1kN$$

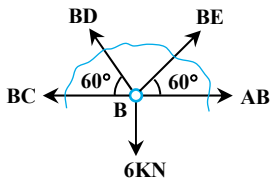
۳ـ گزینه «۴» نیرو در اعضاء GF و DE به دلیل تعامد این دو عضو بر دیگر اعضا در لولاهای F و E صفر است.

۴ـ گزینه «۳» با توجه به K شکل بودن خرپا، لازم است خط برشی بر خرپا اعمال شود که اعضاء OQ، ON، NM و MP را قطع نماید. سپس با رسم دیاگرام جسم آزاد خرپای سمت چپ پس از برش داریم:



$$\sum M_M = 0 \Rightarrow (6 \times 9) + (10 \times 36) - (OQ \times 12) = 0 \Rightarrow OQ = 34/5\,kN \quad \text{کششی}$$

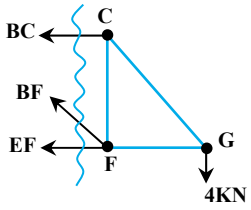
۵ـ گزینه «۱» دیاگرام جسم آزاد گره B را رسم می‌کنیم، لذا داریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \begin{cases} BE.\sin 60^\circ + BD.\sin 60^\circ = 6 \\ BE = BD \Rightarrow 2BE.\sin 60^\circ = 6 \Rightarrow BE = 2\sqrt{3}\,kN \end{cases}$$ کششی و به دلیل تقارن خرپا

۶ـ گزینه «۱» مفصل D شامل ۳ عضو متصل به هم می‌باشد که عضوهای CD و DE هم‌راستا هستند، در نتیجه نیروی عضو سوم یعنی DF صفر می‌باشد. به دلیل مشابه نیرو در عضو CF نیز صفر می‌باشد.

۷ـ گزینه «۲» با اعمال یک خط برش عمودی و رسم دیاگرام جسم آزاد خرپای سمت راست داریم:

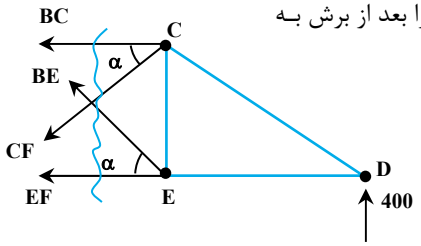


$$\sum M_F = 0 \Rightarrow (BC \times 4) - (4 \times 3) = 0 \Rightarrow BC = 3KN$$

www.modaresanesharif.ac.ir

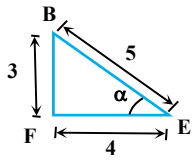
www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ گزینه «۴» در اثر بار خارجی نشان داده شده، نیرو در یکی از دو عضو BE یا FC کششی خواهد بود. با توجه به ضربدری بودن این دو عضو و کششی بودن یکی از آنها دیگری حتماً فشاری خواهد بود. برای تشخیص اینکه کدام عضو کششی و کدام عضو فشاری است لازم است از روش برش استفاده کرده و دیاگرام جسم آزاد سمت راست را بعد از برش به صورت زیر رسم کنیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow BE.\sin\alpha - CF.\sin\alpha + 400 = 0$$

با توجه به هندسه خرپا داریم:



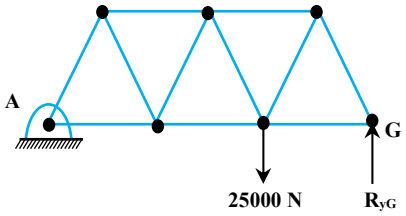
$$\sin\alpha = \frac{3}{5}$$

در نتیجه

$$\Rightarrow \frac{3}{5}BE - \frac{3}{5}CF + 400 = 0 \Rightarrow -BE + CF = +666/7N$$

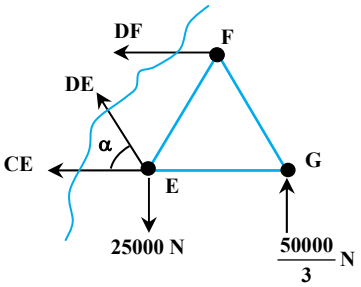
تنها گزینه‌ای که در این معادله صدق می‌کند گزینه ۴ می‌باشد.

۹ـ گزینه «۲» با توجه به بار خارجی اعمال شده بر خرپا، عکس‌العمل حداقل یکی از تکیه‌گاه‌ها (مثلاً G) را به دست می‌آوریم:



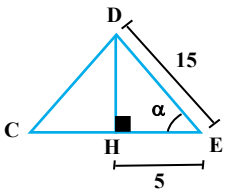
$$\sum M_A = R_{yG} = \frac{20}{30} \times 25000 = \frac{500000}{3}\ N$$

حال از روش برش برای حل استفاده کرده و دیاگرم جسم آزاد را برای خرپای سمت راست بعد از برش رسم می‌کنیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow DE.\sin\alpha + \frac{500000}{3} - 25000 = 0$$

از هندسه خرپا داریم:

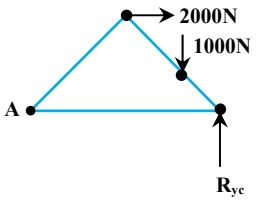


$$DH = \sqrt{15^2 - 5^2} = 10\sqrt{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{10\sqrt{2}}{15}$$

$$\Rightarrow DE = \frac{\frac{-500000}{3} + 25000}{\frac{10\sqrt{2}}{15}} \Rightarrow DE = \frac{8333/3}{\frac{10\sqrt{2}}{15}} \simeq 8800N$$

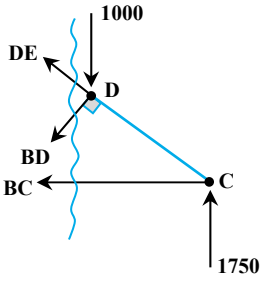
نیروی عضو DE مثبت به دست آمده پس نیروی آن در جهت فرض شده (یعنی کششی) می‌باشد.

۱۰ـ گزینه «۲» از دیاگرام جسم آزاد کل خرپا نیروی عمودی عکس‌العمل تکیه‌گاه C را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (R_{yc} \times 8) - (1000 \times 6) - (2000 \times 4) = 0 \Rightarrow R_{yc} = 1750\ N$$

برای یافتن نیروی عضو DE لازم است خط برشی بر خرپا زده شده و دیاگرام جسم آزاد سمت راست را بعد از برش ترسیم نماییم:



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (1750 \times 4) + (DE \times 4\frac{\sqrt{2}}{2}) - (1000 \times 2) = 0 \Rightarrow DE = -1767/7N$$

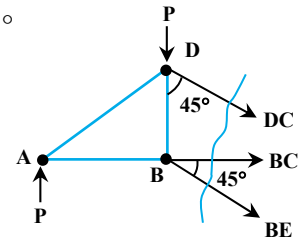
با توجه به کششی رسم شدن نیروی عضو DE در دیاگرام جسم آزاد، علامت منفی نشانه فشاری بودن نیروی این عضو است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ گزینه «۲» با توجه به بار خارجی متقارن اعمالی بر خرپا، خواهیم داشت:

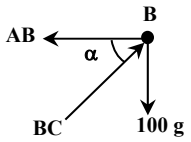
$$\begin{cases} R_{yA} = R_{yF} = P \\ R_{xA} = 0 \end{cases}$$



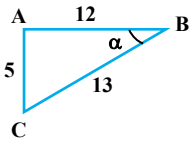
برای پیدا کردن نیرو در اعضاء DC و BE از روش برش استفاده می‌شود.
خط برش مناسب به صورت عمودی بر اعضاء DC، BC و BE اعمال می‌گردد. از این خط برش جهت محاسبه نیرو در هر دو عضو CD و BE استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow (P \times a) + (DC.\sin 45^\circ \times a) = 0 \Rightarrow DC = \dfrac{-P}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{-2P}{\sqrt{2}} = -P\sqrt{2} \quad \text{فشاری و} \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow (P \times 2a) - (P \times a) - (BE.\sin 45^\circ \times a) = 0 \Rightarrow P = BE.\sin 45^\circ \Rightarrow BE = \dfrac{P}{\sin 45^\circ} = P\sqrt{2} \quad \text{کششی و} \end{cases}$$

۱۲ـ گزینه «۱» با رسم دیاگرام آزاد گره B و برقراری روابط تعادل آن خواهیم داشت: $(g = 9/81 \frac{m}{s^2})$



ضمناً از هندسه کل خرپا داریم:

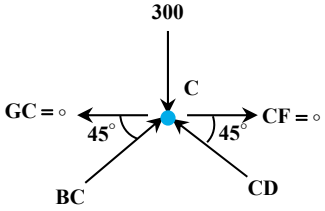


$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow BC.\sin\alpha = 100 \times g \Rightarrow BC = \dfrac{980}{\frac{5}{13}} = 2548N = 2/55kN \quad (C) \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow AB = BC.\cos\alpha \Rightarrow AB = 2548 \times \dfrac{12}{13} = 2352N = 2/35kN \quad (T) \end{cases}$$

با مشخص شدن مقدار نیرو در این دو عضو، گزینه صحیح قابل تشخیص است.

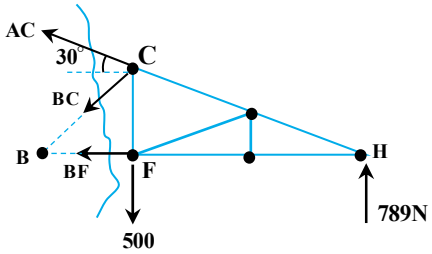
۱۳ـ گزینه «۱» نیرو در عضو CD به دلیل تعامد آن عضو بر اعضای AD و BD (در گره D) صفر است.

۱۴ـ گزینه «۴» نیرو در عضو DF صفر است لذا نیرو در اعضاء EF و CF نیز صفر خواهد شد. به دلیل تقارن در خرپا، نیرو در اعضاء BG، CG و AG نیز صفر خواهد شد.
لذا با رسم دیاگرام جسم آزاد نقطه C داریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 300 = 2BC.\sin 45^\circ \Rightarrow BC = \frac{300}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{300}{\sqrt{2}}\ N$$

۱۵ـ گزینه «۲» برای محاسبه مقدار نیرو در عضو AB، لازم است ابتدا مقدار نیرو در عضو کمکی AC به صورت زیر مشخص شود:
با اعمال یک خط برش عمودی بر خرپا (به نحوی که اعضاء AC، BC و BF را قطع کند) و رسم دیاگرام جسم آزاد سمت راست آن داریم:



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (789 \times 30) - (500 \times 10) + (AC.\cos 30^\circ \times \frac{20}{\sqrt{3}}) + (AC.\sin 30^\circ \times 10) = 0$$

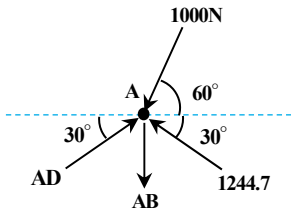
$$\Rightarrow AC = -1244/7N \quad \text{(عضو AC فشاری است)}$$

توضیح این که از هندسه خرپا طول عضو CF برابر $\frac{20}{\sqrt{3}}$ و طول عضو AB برابر $\frac{30}{\sqrt{3}}$ به دست می‌آید.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

حال دیاگرام جسم آزاد گره A به صورت زیر ترسیم می‌شود:

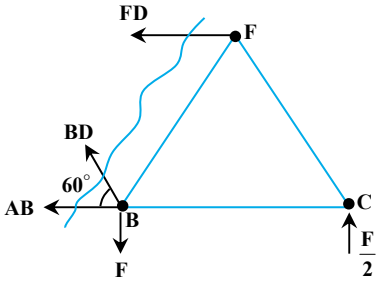


$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow AD.\cos 30^\circ - 1000\cos 60^\circ - 1244/7\cos 30^\circ = 0 \Rightarrow AD = 1822N \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow AD.\sin 30^\circ + 1244/7\sin 30^\circ - 1000\sin 60^\circ - AB = 0 \Rightarrow AB = +667N\end{cases}$$

ضمناً عضو AB کششی است.

۱۶ـ گزینه «۴» از گره D دو عضو همراستای BD و DE می‌گذرند، لذا نیرو در عضو DC صفر خواهد شد.

۱۷ـ گزینه «۳» برای محاسبه مقدار نیرو در عضو BD، با توجه به تقارن بارگذاری بر روی خرپا و اعمال خط برش مناسب داریم:



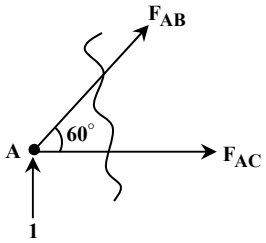
از رابطه تعادل نیروها در راستای محور yها خواهیم داشت:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow BD.\sin 60^\circ + \frac{F}{2} - F = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \frac{F}{2} \Rightarrow BD = \frac{F}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}F \quad \text{کششی و}$$

۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به تقارن موجود در شکل، عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه A برابر ۱ton و به سمت بالا می‌باشد.

با اعمال برش A − A و برقراری روابط تعادل در آن داریم:



$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AC} + F_{AB}\cos 60^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow 1 + F_{AB}\sin 60^\circ = 0\end{cases} \Rightarrow F_{AB} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow F_{AC} = -F_{AB}\cos 60^\circ = -\left(\frac{-2\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

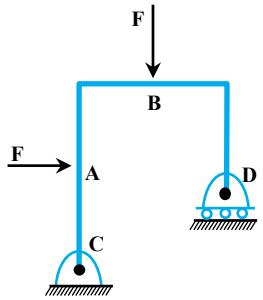
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

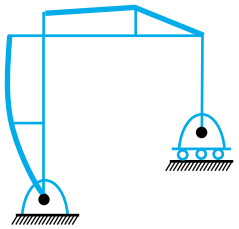
«تیرها (Beams)»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

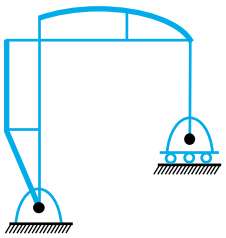
۱ـ منحنی لنگر خمشی برای سازه شکل داده شده کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



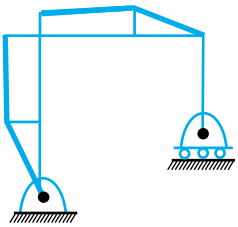
(۱)



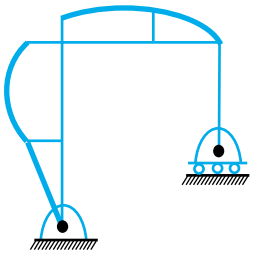
(۲)



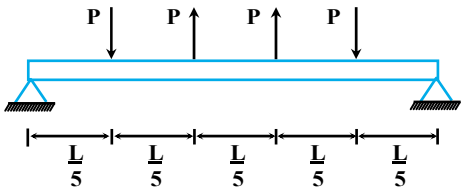
(۳)



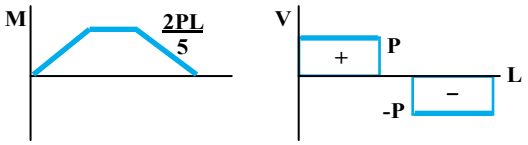
(۴)



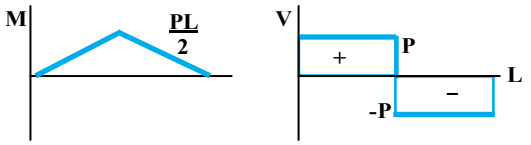
۲ـ برای تیر شکل زیر مطلوب است رسم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



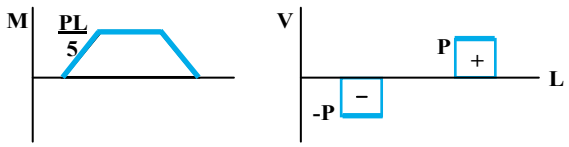
(۱)



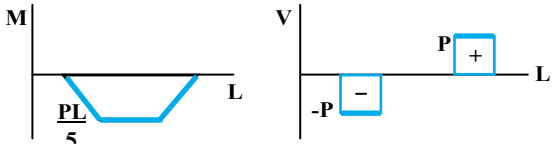
(۲)



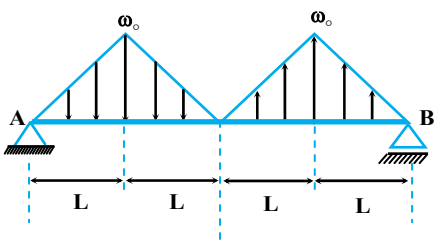
(۳)



(۴)



۳ـ مقدار گشتاور حداکثر در تیر نشان داده شده تحت بار گسترده کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{1}{2}\omega_0 L^2$

۲) $\frac{3}{2}\omega_0 L^2$

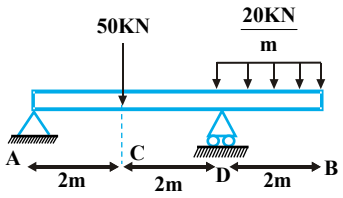
۳) $\frac{1}{3}\omega_0 L^2$

۴) $\omega_0 L^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

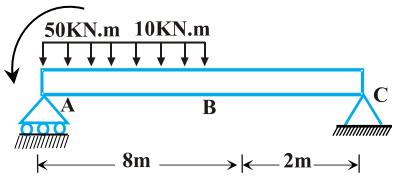
www.modaresanesharif.ac.ir

۴ـ دیاگرام نیروی برشی در تیر نشان داده شده در شکل زیر کدام‌یک از گزینه‌ها است؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



(۴) (۳) (۲) (۱)

۵ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار گشتاور خمشی تیر تحت بارگذاری صحیح نشان داده شده است؟ (معدن ـ سراسری ۸۹)



(۴) (۳) (۲) (۱)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل سوم

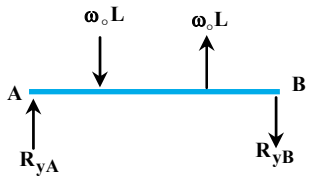
۱ـ گزینه «۳» گشتاور خمشی نباید به صورت سهمی باشد چون بر سازه بار گسترده وارد نشده است. لذا تنها جوابی که در آن گشتاور خمشی توزیع خطی دارد (به دلیل اعمال بار متمرکز) گزینه ۳ می‌باشد. توجه شود که توزیع ثابت $M = b$ نیز حالت خاصی از توزیع مرتبه اول $M = ax + b$، به ازای $a = ۰$ است.

۲ـ گزینه «۴» با توجه به جهت اعمال بارهای خارجی بر تیر می‌توان نتیجه گرفت: $R_{yA} = R_{yB} = ۰$

اگر در محل $۰ < x < \frac{L}{۵}$ برشی بر تیر اعمال کنیم، مقدار V و M صفر خواهند شد.

در اثر اعمال یک خط برش در محدوده $\frac{L}{۵} < x < \frac{۲L}{۵}$، مقدار $V = P\uparrow$ و $M = P.x$ می‌شوند. ضمناً در این محدوده نیروی برشی منفی است و شیب توزیع گشتاور خمشی نیز باید منفی باشد.

۳ـ گزینه «۱» ابتدا لازم است عکس‌العمل تکیه‌گاه‌ها بعد از جایگزینی بارهای گسترده مثلثی به صورت زیر محاسبه گردد:



$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow (R_{yA} \times ۴L) - (\omega_۰ L \times ۳L) + (\omega_۰ L \times L) = ۰ \Rightarrow R_{yA} = \frac{۱}{۲}\omega_۰ L$$

مقدار گشتاور خمشی را در محل‌های اعمال بارهای متمرکز محاسبه کرده و مقدار عددی بزرگ‌تر را به عنوان گشتاور خمشی حداکثر معرفی می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = L \Rightarrow M = \frac{\omega_۰ L}{۲} \times L = \frac{\omega_۰ L^۲}{۲} \\ x = ۳L \Rightarrow M' = (\frac{\omega_۰ L}{۲} \times ۳L) - (\omega_۰ L \times ۲L) = \frac{-۱}{۲}\omega_۰ L^۲ \end{cases}$$

قدر مطلق مقادیر حاصله یکسان است، بنابراین خواهیم داشت: $M_{max} = \frac{\omega_۰ L^۲}{۲}$

۴ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه در تمامی گزینه‌ها برش در نقطه A متفاوت است، لذا با به دست آوردن عکس‌العمل A به راحتی می‌توان بدون رسم کل دیاگرام به جواب صحیح رسید.

برای به دست آوردن عکس‌العمل A نسبت به نقطه D گشتاور می‌گیریم:

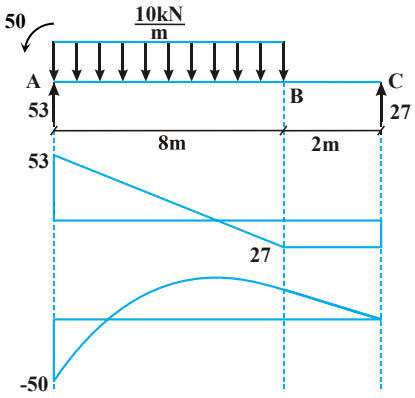
$$\sum M_D = ۰ \Rightarrow (۲۰ \times ۲ \times ۱) - (۵۰ \times ۲) + (R_{Ay} \times ۴) = ۰ \Rightarrow R_{yA} = ۱۵$$

به راحتی ملاحظه می‌شود که فقط در گزینه ۴ برش در نقطه A برابر ۱۵ می‌باشد.

۵ـ گزینه «۴» با برقراری رابطه تعادل گشتاورها، عکس‌العمل تکیه‌گاه A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \sum M_C = ۰ \Rightarrow (R_A \times ۱۰) - (۵۰) - (۱۰ \times ۸ \times ۶) = ۰ \Rightarrow R_A = ۵۳ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow R_c = ۲۷ \end{cases}$$

همچنین داریم:



www.modaresanesharif.ac.ir

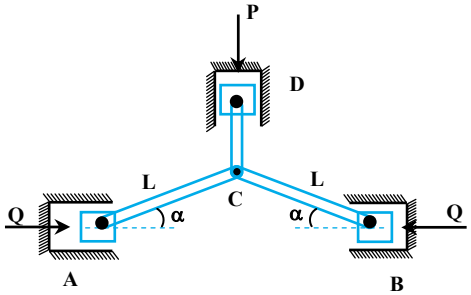
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پنجم

«نیروی اصطکاک (Friction Force)»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ درسیستم در حال تعادل شکل زیر با فرض اینکه ضریب اصطکاک کلیه سطوح لغزنده μ باشد، نیروی P وارد بر پیستون با کسری که مخرج آن $(1-\mu\tan\alpha)$ و صورتش ..... باشد، برابر خواهد بود. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



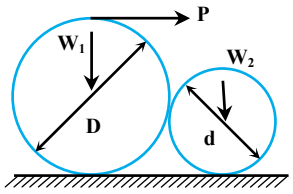
۱) $Q\tan\alpha$

۲) $2Q\tan\alpha$

۳) $3Q\tan\alpha$

۴) $\mu Q\tan\alpha$

۲ـ اقطار دو غلتک بزرگ و کوچک نشان داده شده به ترتیب D و d هستند. کلیه سطوح تماس ناصاف و ضریب اصطکاک آنها μ می‌باشد. به غلتک بزرگ طنابی را بسته‌ایم که به طور افقی کشیده می‌شود. برای اینکه غلتک بزرگ روی غلتک کوچک شروع به دوران کند، مقدار μ کدام گزینه خواهد بود؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۴)



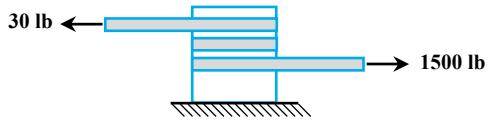
۱) $\frac{W_1}{W_2}\sqrt{\frac{D}{d}}$

۲) $\frac{W_1}{W_1+W_2}\sqrt{\frac{D}{d}}$

۳) $\sqrt{\frac{D}{d}}$

۴) $\sqrt{\frac{d}{D}}$

۳ـ برای نگهداری یک کشتی، طنابی را حول یک پایه پیچیده‌اند، کشش وارد از کشتی برابر ۱۵۰۰lb است. می‌خواهیم به وسیله کشش ۳۰lb از لغزیدن طناب جلوگیری کنیم، f ضریب اصطکاک بین طناب و محور برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



۱) ۰/۱۳

۲) ۰/۳۱

۳) ۰/۲۱

۴) ۰/۶۲

۴ـ جسمی به وزن ۲ کیلوگرم بر روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۳ قرار دارد. مقدار نیروی P که تحت زاویه 60° از سطح افق بر جسم وارد می‌شود چقدر باشد تا جسم در حال تعادل استاتیکی باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

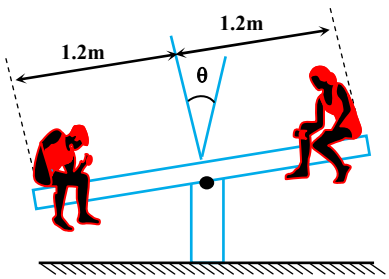
۱) 20^N

۲) 30^N

۳) 40^N

۴) هیچکدام

۵ـ دو کودک که هر کدام $300N$ وزن دارند بر دو انتهای یک تخته یکنواخت به وزن $150N$ نشسته‌اند. ضریب اصطکاک تخته با تیر ۰/۶ می‌باشد. بزرگترین زاویه تمایل θ قبل از آنکه تخته بلغزد برابر است با؟ (از ضخامت تخته صرفنظر کنید) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $16/7^\circ$

۲) 31°

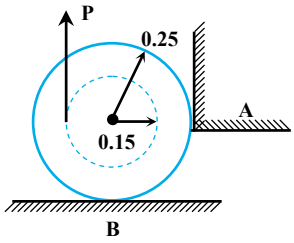
۳) 38°

۴) $50/2^\circ$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ مقدار نیروی عمودی **P** که باید بر انتهای کابلی که بر روی قسمت وسطی یک قرقره فولادی پیچیده شده است اعمال شود تا قرقره را بچرخانـد، برحسب نیوتن **(N)** چقدر است؟ (مقدار ضریب اصطکاک در نقاط **A** و **B** برابر ۰/۶ و جرم قرقره ۱۰۰kg است)　(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



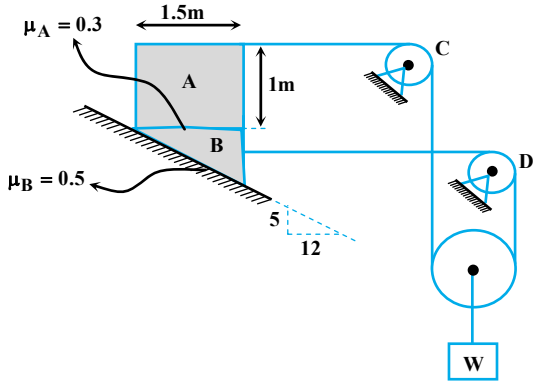
۱) $P = ۱۹۸/۸$

۲) $P = ۲۶۵$

۳) $P = ۳۳۱/۴$

۴) $P = ۵۳۱$

۷ـ وزن بلوک‌های **A** و **B** به ترتیب ۵۰N و ۳۰N است. اگر **W** بیشترین مقدار ممکنه که به ازای آن حرکتی به وجود نمی‌آید را داشته باشد، آیـا بلوک **A** روی گوه **B** می‌لغزد یا خیر؟　(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



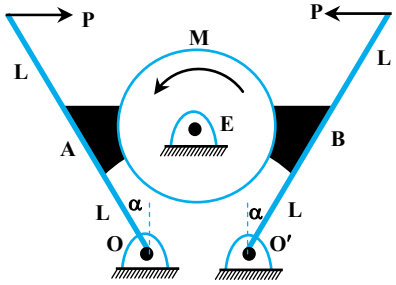
۱) بلوک روی گوه می‌لغزد.

۲) بلوک روی گوه نمی‌لغزد.

۳) بلوک کله می‌کند و می‌لغزد.

۴) بلوک و گوه هر دو با هم می‌لغزند.

۸ـ اگر ترمزهای **A** و **B** ضریب اصطکاک **μ** داشته باشـند، مطلـوب اسـت محاسـبه گشـتاور **M** کـه اسـتوانه را در آسـتانه حرکـت قـرار دهـد؟ (سیستم متقارن و شعاع استوانه برابر **R** است)　(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



۱) $M = \frac{۴PR\mu}{۱-\mu^۲\tan^۲\alpha}$

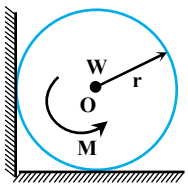
۲) $M = \frac{۴PR\mu}{۱+\mu^۲\tan^۲\alpha}$

۳) $M = \frac{۴PR\mu}{۱-\mu\tan\alpha}$

۴) $M = \frac{۴PR\mu}{۱+\mu\tan\alpha}$

۹ـ مطلوب است محاسبه کوپل موردنیاز **M** که باعث شود چرخ شکل مقابل در شرف دوران قرار گیرد؟ (ضریب اصطکاک کلیه سطوح **μ** در نظر گرفته شود)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) $M = \mu.W.r(\frac{۱+\mu}{۱+\mu^۲})$

۲) $M = \mu.W.r(۱+\mu)$

۳) $M = \mu.W.r(\frac{۱+\mu^۲}{۱+\mu})$

۴) $M = \mu.W.r(۱+۲\mu)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ یک خودرو با سرعت اولیه V_0 در یک جاده افقی در دنده خلاص در حال حرکت است و پس از طی مسافت d می‌ایستد. در مورد نیروی F وارده از زمین به هر چرخ، کدام گزینه برتر است؟ (فرض کنید مقاومت هوا قابل صرف‌نظر نیست) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

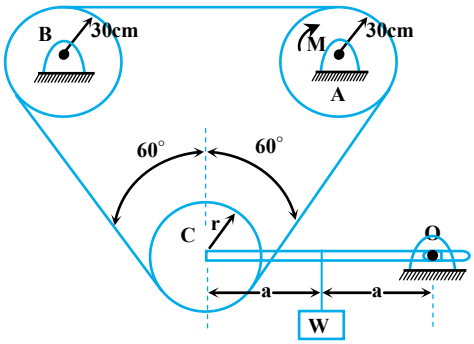
۱) مؤلفه افقی نیرو به سمت عقب است و گشتاور ناشی از نیروی F حول محور چرخ هم‌جهت چرخش چرخ است.

۲) مؤلفه افقی نیرو به سمت عقب است و گشتاور ناشی از نیروی F حول محور چرخ خلاف جهت با چرخش چرخ است.

۳) مؤلفه افقی نیرو صفر است و گشتاور ناشی از نیروی F حول محور چرخ صفر است.

۴) مؤلفه افقی نیرو به سمت عقب است و گشتاور ناشی از نیروی F حول محور چرخ صفر است.

۱۱ـ موتور A قدرت را توسط یک تسمه به محور B منتقل می‌کند. چرخ هرزگرد C در مقابل چرخش اصطکاک ندارد. ضریب اصطکاک بین تسمه و چرخ برابر $\mu = \frac{۲}{\pi}$ است. رابطه حداکثر لنگر (گشتاور) چرخشی قابل انتقال با W برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری۸۷)



۱) $M_{max} = \frac{۳}{۲۰}W$

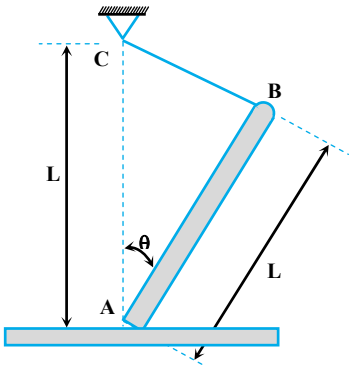
۲) $M_{max} = \frac{۲۰}{۳}W$

۳) $M_{max} = \frac{۳}{۲۰}We^{\frac{۵}{۳}}$

۴) $M_{max} = \frac{۳}{۲۰}W(e^{\frac{۵}{۳}} - ۱)$

۱۲ـ در شکل نشان داده شده ضریب اصطکاک استاتیکی سطح و میله برابر μ است. مقدار زاویه θ برای آن که تعادل برقرار باشد عبارت است از؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



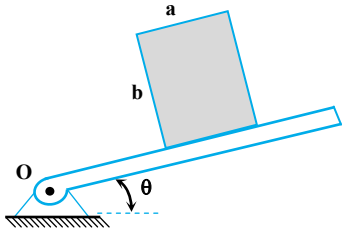
۱) $\theta = \tan^{-۱}\mu$

۲) $\theta = ۲\tan^{-۱}\mu$

۳) $\theta = \frac{۱}{۲}\tan^{-۱}\mu$

۴) $\theta = \cot an^{-۱}\mu$

۱۳ـ جعبه یکنواخت نشان داده شده به جرم m روی سطح شیب‌داری که حول نقطه O لولا شده، قرار گرفته است. اگر ضریب اصطکاک استاتیکی بین جعبه و سطح شیب‌دار μ باشد، شرایطی که با افزایش زاویه θ جعبه پیش از لغزیدن کلّه کند (واژگون شود)، کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $\theta = \tan^{-۱}(\frac{a}{b})$

۲) $\theta = \tan^{-۱}(\mu\frac{a}{b})$

۳) $\theta = \tan^{-۱}(\mu)$

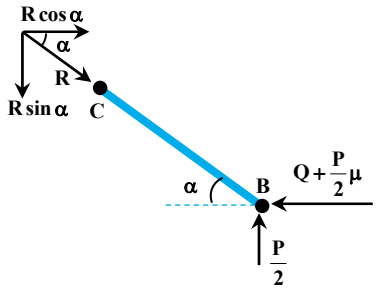
۴) $\theta = \min(\frac{\pi}{۴}, \tan^{-۱}(\mu))$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل پنجم

۱ـ گزینه «۲» به دلیل تقارن شکل نتیجه می‌شود که نیروی عکس‌العمل عمودی A و B برابر با $\frac{P}{۲}$ می باشد. همچنین نیروی دو عضو دو نیرویی BC و AC، با هم برابراند که آن را R می‌نامیم. با رسم دیاگرام جسم آزاد میله BC داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\sum F_y = ۰ \Rightarrow R\sin\alpha = \frac{P}{۲} \\ \sum F_x = ۰ \Rightarrow R\cos\alpha = [Q + \frac{P}{۲}\mu]\end{array}\right\} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\frac{P}{۲}}{Q + \frac{P}{۲}\mu}$$

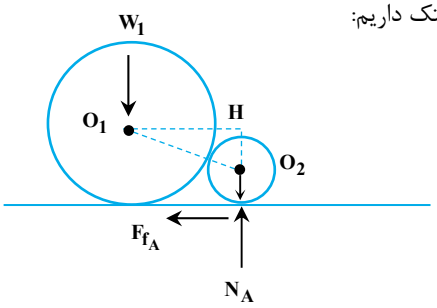
$$\Rightarrow \frac{P}{۲}(۱ - \mu\tan\alpha) = Q\tan\alpha \Rightarrow P = \frac{۲Q\tan\alpha}{۱ - \mu\tan\alpha}$$

۲ـ گزینه «۴» با فرض اینکه ضرایب اصطکاک دارای مقدارهای مشخصی می‌باشند که باعث می‌گردد غلتک بزرگ روی غلتک کوچک دوران کند، این وضعیت به ازای یک مقدار خاص نیروی P به وجود می‌آید که مقدار آن نامعلوم است.

برای حل، لازم است ضرایب اصطکاک لازم برای ایجاد وضعیت آستانه خروج از حالت تعادل، با فرض غلتیدن غلتک بزرگ روی غلتک کوچک، در دو نقطه A و B (نقطه A محل تماس غلتک کوچک با زمین و نقطه B محل تماس دو غلتک است) محاسبه شود.

از آنجا که در مسأله اشاره به برابری ضرایب اصطکاک بین تمامی سطوح شده است، هر کدام از دو ضریب اصطکاک محاسبه شده که بزرگتر باشد، جواب موردنظر مسأله خواهد بود. مقدار حداقل ضریب اصطکاک برای وقوع وضعیت بیان شده را در نقطه A، μ_A و در نقطه B، μ_B می‌نامیم. اگر ضریب اصطکاک واقعی در نقطه A از μ_A کوچکتر باشد، غلتک کوچک روی سطح زمین می‌غلتد و ایجاد وضعیتی که غلتک بزرگ روی غلتک کوچک (که ثابت باقی بماند) بغلتد، وجود ندارد. اگر مقدار ضریب اصطکاک در نقطه B نیز از μ_B کمتر باشد، غلتک بزرگ روی غلتک کوچک می‌لغزد و شرایط خواسته شده در صورت مسأله وجود نخواهد داشت.

با رسم دیاگرام جسم آزاد برای مجموعه هر دو غلتک داریم:



با توجه به هندسه شکل می‌توان نوشت:

$$O_۱O_۲ = \frac{D+d}{۲} \quad , \quad O_۲H = \frac{D-d}{۲} \quad , \quad O_۱H^۲ = O_۱O_۲^۲ - O_۲H^۲$$

$$O_۱H^۲ = (\frac{D+d}{۲})^۲ - (\frac{D-d}{۲})^۲ = Dd$$

نتیجه می‌شود:

$$O_۱H = \sqrt{dD}$$

با برقراری رابطه تعادل گشتاورها نسبت به نقطه A داریم:

$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow (P.D) - (W_۱.O_۱H) = ۰ \Rightarrow P.D - W_۱.\sqrt{dD} = ۰$$

معادله تعادل افقی در دیاگرام جسم آزاد فوق نتیجه می‌دهد:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{f_A} = P$$

و از معادله تعادل عمودی برای شکل داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N_A = W_۱ + W_۲$$

بنابراین از سه معادله تعادل فوق، مقادیر P، F_{f_A} و N_A به دست می‌آیند:

$$P = W_۱\sqrt{\frac{d}{D}} \quad , \quad F_{f_A} = W_۱\sqrt{\frac{d}{D}} \quad , \quad N_A = W_۱ + W_۲$$

لذا در شرایطی که غلتش غلتک بزرگ روی غلتک کوچک رخ می‌دهد یکی از شرایط لازم برای وقوع چنین وضعیتی آن است که

$$\frac{F_{f_A}}{N_A} = \frac{W_۱}{W_۱ + W_۲}\sqrt{\frac{d}{D}}$$

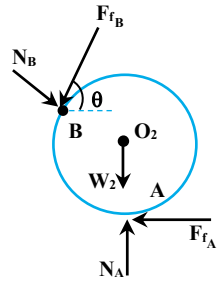
باشد، به عبارت دیگر ضریب اصطکاک استاتیکی در نقطه A حداقل $\frac{W_۱}{W_۱ + W_۲}\sqrt{\frac{d}{D}}$ می‌باشد.

$$\mu_A = \frac{W_۱}{W_۱ + W_۲}\sqrt{\frac{d}{D}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

اکنون باید نیروی اصطکاک لازم بین دو غلتک در نقطه تماس آن‌ها (B) نیز محاسبه شده و بررسی گردد که برای چنین نیروی اصطکاک لازمی چه ضریب اصطکاکی مورد نیاز است و آن مقدار با مقدار ضریب اصطکاک محاسبه شده بالا مقایسه گردد. (به عبارت دیگر باید $\frac{F_{f_B}}{N_B}$ محاسبه شود). با در نظر گرفتن غلتک کوچک و برقراری روابط تعادل آن داریم:



$$\begin{cases}\sum M_{O_2}=0 \Rightarrow F_{f_A}=F_{f_B}\\ \sum F_x=0 \Rightarrow (N_B\sin\theta)-(F_{f_B}\cos\theta)-F_{f_A}=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow N_B\sin\theta-(1+\cos\theta)F_{f_B}=0 \Rightarrow \frac{F_{f_B}}{N_B}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$\sin\theta=\frac{O_1H}{O_1O_2}=\frac{\sqrt{dD}}{\frac{d+D}{2}} \text{ و } \cos\theta=\frac{\frac{D-d}{2}}{\frac{d+D}{2}}$$ لذا از رابطه فوق نتیجه می‌شود:

$$\frac{F_{f_B}}{N_B}=\frac{\sqrt{dD}}{D}=\sqrt{\frac{d}{D}}$$

رابطه اخیر نتیجه می‌دهد که برای غلتش غلتک بزرگ روی غلتک کوچک، باید ضریب اصطکاک در نقطه B، حداقل $\mu_B=\sqrt{\frac{d}{D}}$ باشد.

اکنون از مقادیر ضرایب اصطکاک محاسبه شده در دو حالت می‌توان نتیجه گرفت رابطه‌ای که ضریب اصطکاک بزرگتری دارد ($\mu_B>\mu_A$)، ضریب اصطکاک کل مسأله فرض می‌شود یعنی: $\mu=\mu_B$

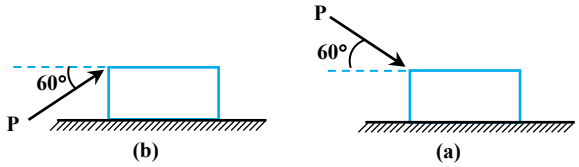
۳ـ گزینه «۲» خواسته مسأله محاسبه ضریب اصطکاک حداقل می‌باشد چرا که مقادیر ضریب اصطکاک بزرگتر از مقدار حداقل نیز باعث حفظ تعادل خواهند شد. برای طنابی که به اندازه زاویه β (برحسب رادیان) حول محور پیچیده شده است، کشش اعمالی در دو انتهای طناب T_1 و T_2 $(T_2>T_1)$ با فرض ضریب اطصکاک بین طناب و محور برابر است با:

$$\frac{T_2}{T_1}=e^{f\beta}$$

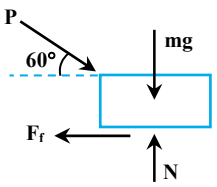
با توجه به فرض مسأله $T_2=1500\,lb$ و $T_1=300\,lb$ و این که طناب به اندازه دو دور کامل با محور در تماس است، $(\beta=2(2\pi)=4\pi)$ لذا:

$$\frac{1500}{300}=e^{f\beta} \xrightarrow{\beta=(4\pi)} f=\frac{\ln 5}{4\pi}=0/31$$

۴ـ گزینه «۴» در مسأله مشخص نیست که نیروی P با زاویه 60° از بالا به جعبه وارد می‌شود یا از پایین.



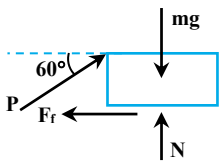
با فرض اعمال نیرو از بالا بر جعبه (شکل a)، نیروی عمودی بین جسم و زمین برابر است با: $mg+P\sin 60^\circ$، لذا در این حالت مقدار نیروی اصطکاک برابر است با:



$$\begin{cases}F_f=\mu(mg+P\sin 60^\circ)=0/3(2\times 10+P\frac{\sqrt{3}}{2})\\ \sum F_x=0 \Rightarrow F_f=P\cos 60^\circ\end{cases}$$

$$\Rightarrow 0/3(20+P\frac{\sqrt{3}}{2})=P\times\frac{1}{2} \Rightarrow P=\frac{12}{1-0/3\sqrt{3}}=24/98N$$

اما اگر نیرو از پایین به بالا بر جعبه اعمال شود (شکل b)، به طور مشابه نتیجه می‌شود:



$$\begin{cases}N=mg-P\sin 60^\circ\\ \sum F_x=0 \Rightarrow F_f=P\cos 60^\circ\\ F_f=\mu N=0/3\times(mg-P\sin 60^\circ)\end{cases}$$

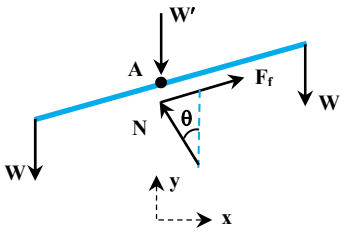
$$P=\frac{12}{1+0/3\sqrt{3}}=7/90\,N$$

هیچکدام از دو مقدار نیروی P محاسبه شده در گزینه‌ها موجود نمی‌باشند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ گزینه «۲» در نقطه A (محل تماس تخته با تیر) یک نیروی (N) عمود بر سطح تخته و یک نیروی اصطکاک مماس بر تخته به صورت زیر وارد می‌شوند. از رابطه تعادل نیروها در جهت افقی داریم:

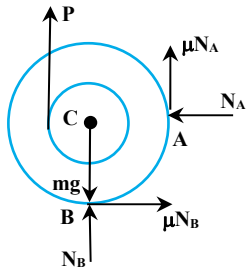


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N.\sin\theta = F_f.\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{F_f}{N}$$

حداکثر مقدار F_f برابر $\mu.N$ یعنی $0/6N$ است. لذا مقدار حداکثر $\tan\theta$ برابر است با:

$$\tan\theta_{max} = 0/6 \Rightarrow \theta_{max} = \tan^{-1}(0/6) = 30/96^\circ \simeq 31^\circ$$

۶ـ گزینه «۴» از آنجایی که حرکت مورد نظر تنها با لغزش در نقاط A و B رخ می‌دهد لذا در آستانه شروع لغزش، نیروی اصطکاک در هر دو نقطه برابر با حاصل‌ضرب نیروی عکس‌العمل عمودی سطح در ضریب اصطکاک است. با رسم دیاگرام جسم آزاد قرقره با توجه به وجود نیروی اصطکاک در محل‌های A و B داریم:



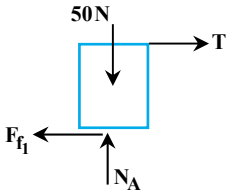
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow N_A = \mu.N_B \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow P + N_B + \mu N_A = mg \Rightarrow P + (1+\mu^2)N_B = mg \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow (P \times 0/15) = ((\mu N_B + \mu N_A) \times 0/25) \Rightarrow 3P = 5\mu N_B(1+\mu) \end{cases}$$

با حل معادلات فوق به ازای $\begin{cases} \mu = 0/6 \\ m = 100 \\ g = 9/8 \end{cases}$ برای دو مجهول P و N_B به سادگی نتیجه می‌دهد:

$$P = 531\ N$$

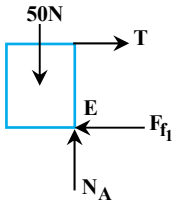
۷ـ گزینه «۲» سه نوع حرکت احتمالی می‌تواند در تماس بلوک A، گوه B و سطح شیب‌دار به صورت زیر رخ دهد.

الف) بلوک A روی گوه B بلغزد. در این حالت دیاگرام جسم آزاد بلوک A و مقدار کشش ایجاد شده در کابل متصل به آن به قرار زیر است:



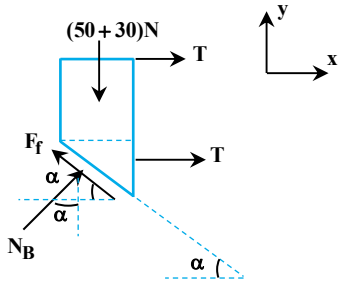
$$\left.\begin{aligned} &\sum F_x = 0 \Rightarrow T = F_{f_1} \\ &\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 50\ N \\ &F_{f_A} = \mu_A.N_A = 0/3 \times 50 = 15 \end{aligned}\right\} \Rightarrow T = 15N$$

ب) بلوک A روی گوه B در آستانه واژگونی (کله کردن) قرار گیرد. در این وضعیت مقدار کشش ایجاد شده در کابل متصل به آن با توجه به دیاگرام جسم آزاد بلوک در وضعیت واژگونی به صورت زیر قابل محاسبه است:



$$\sum M_E = 0 \Rightarrow (50 \times 0/75) = (T \times 1) \Rightarrow T = 37/5N$$

ج) بلوک A و گوه B به صورت یک‌پارچه با هم روی سطح شیبدار بلغزند. در این حالت بین بلوک A و گوه B هیچ‌گونه لغزشی نخواهد بود و مجموعه بلوک و گوه به صورت یک جسم یکپارچه قابل تصور است (لازم به توضیح است در این حالت نیروی کشش در هر دو کابل برابر است).



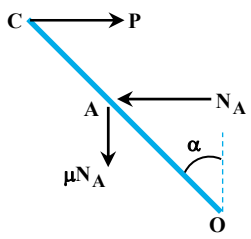
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N_B\cos\alpha + F_{f_B}\sin\alpha - 80 = 0 \\ (\text{با توجه به هندسه سطح شیبدار:}\ \cos\alpha = \frac{12}{13}\ \text{و}\ \sin\alpha = \frac{5}{13}) \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow 2T + N_B\sin\alpha - F_{f_B}\cos\alpha = 0 \\ F_{f_B} = \mu N_B = 0/5N_B \end{cases} \Rightarrow T = 2/76N$$

مقدار کشش کابل در وضعیت حرکت (ج) دارای مقدار کوچکتری است. لذا قبل از آن‌که بلوک به وضعیت‌های حرکت احتمالی (الف) و (ب) برسد، دچار حرکت (ج) می‌گردد، پس بلوک روی گوه نمی‌لغزد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ گزینه «۱» با فرض آنکه N ، نیروی عکس‌العمل عمودی بین کفشک‌ها و استوانه باشد (نیرویی افقی است)، رابطه تعادل گشتاورها در میله OAC را حول نقطه O برقرار می‌کنیم:

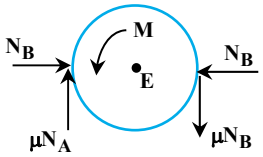


$$\sum M_O = 0 \Rightarrow (P \times 2L\cos\alpha) - (N_A \times L\cos\alpha) - (\mu \times N_A L\sin\alpha) = 0 \Rightarrow N_A = \frac{2P\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

به روش مشابه و با توجه به اینکه جهت نیروی اصطکاک در این میله، خلاف جهت انتخاب شده در میله OAC است، با برقراری رابطه تعادل گشتاورها در میله $O'BD$ خواهیم داشت:

$$N_B = \frac{2P\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$$

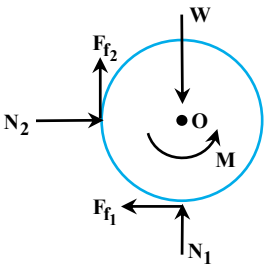
حال با رسم دیاگرام جسم آزاد استوانه مرکزی خواهیم داشت:



$$\sum M_E = 0 \Rightarrow (\mu \times \frac{2P\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \times R) + (\mu \times \frac{2P\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} \times R) - M = 0$$

$$M = \frac{4PR\mu\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha - \mu^2\sin^2\alpha} = \frac{4PR\mu}{1 - \mu^2\tan^2\alpha}$$

۹ـ گزینه «۱» با توجه به جهت چرخش احتمالی و رسم دیاگرام جسم آزاد گلوله و با توجه به این که در تمامی محل‌های تماس، به دلیل وجود نیروی اصطکاک رابطه کولمب برقرار است، داریم:



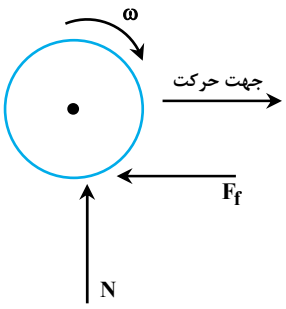
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow W = N_1 + F_{f_2} \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow F_{f_1} = N_2 \end{cases} \Rightarrow W = N_1 + \mu.N_2 = N_1 + \mu.F_{f_1} = N_1 + \mu(\mu.N_1) \Rightarrow N_1 = \frac{W}{1+\mu^2}$$

$$F_{f_2} = \mu.N_2 = \mu.F_{f_1} = \mu^2.N_1 = \frac{\mu^2.W}{1+\mu^2}$$

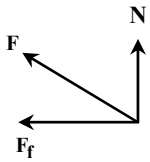
$$F_{f_1} = \mu N_1 = \frac{W.\mu}{1+\mu^2}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow M = (F_{f_1} + F_{f_2})r = (\frac{W.\mu}{1+\mu^2} + \frac{\mu^2.W}{1+\mu^2})r = W.\mu.r(\frac{1}{1+\mu^2} + \frac{\mu}{1+\mu^2}) \Rightarrow M = \mu.W.r(\frac{1+\mu}{1+\mu^2})$$

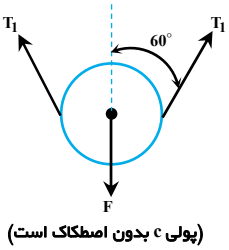
۱۰ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه خودرو به طور خلاص حرکت می‌کند، بنابراین گشتاوری به چرخ‌ها از طرف خودرو وارد نمی‌شود و فقط نیروی اصطکاک است که باعث چرخش چرخ‌ها می‌شود.



بنابراین مولفه‌ی افقی نیروی F به سمت عقب می‌باشد و گشتاور ناشی از آن هم‌جهت چرخش چرخ است.



۱۱ـ گزینه «۴» با رسم دیاگرام جسم آزاد پولی C و میله داریم:

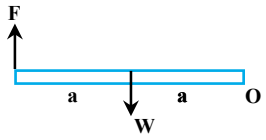


(پولی c بدون اصطکاک است)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2T_1\cos 60^\circ = F \Rightarrow T_1 = F \qquad (1)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

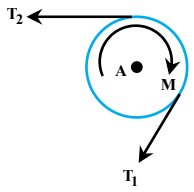
www.modaresanesharif.ac.ir



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow 2F.a = W.a \Rightarrow F = \frac{W}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} T_1 = \frac{W}{2}$$

با توجه به وجود اصطکاک در تسمه و پولی‌های A و B کشش در دو طرف این پولی‌ها برابر نیست بلکه رابطه زیر بین آنها برقرار است:



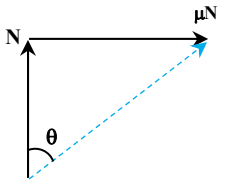
$$(\beta = \frac{5\pi}{6} \text{ و } \mu = \frac{2}{\pi})$$

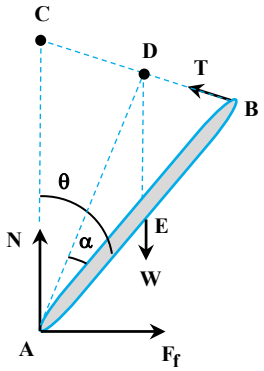
$$(T_2 > T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 e^{\mu.\beta} \qquad T_2 = \frac{W}{2} e^{\frac{5}{3}}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M = (T_2 - T_1) \times 0/3 \Rightarrow M = \frac{3}{20} W(e^{\frac{5}{3}} - 1)$$

۱۲ـ گزینه «۱» برای تعادل میله باید امتداد تمامی نیروهای وارد بر آن از یک نقطه عبور نمایند. امتداد برآیند دو نیروی T و W از نقطه D می‌گذرند چرا که در غیر این صورت مقدار گشتاور حول نقطه D غیرصفر بوده و میله در حالت تعادل نخواهد بود. بنابراین جهت تعادل میله برآیند دو نیروی F_f و N باید از نقطه D بگذرد. ضمناً به این نکته توجه شود که در صورت لغزش میله، پایه‌ی A به سمت چپ حرکت می‌کند بنابراین جهت نیروی اصطکاک به سمت راست خواهد بود.





در مثلث ADE، دو ضلع DE و AE برابرند، پس مثلث، متساوی‌الساقین بوده و زاویه‌های D و A در این مثلث برابر (α) هستند. از طرفی مجموع این دو زاویه برابر با زاویه خارجی $E(\theta)$ است. (دو خط DE و AC موازیند)

$$\theta = 2\alpha$$

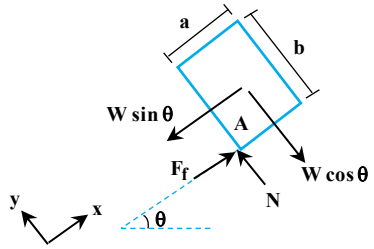
بنابراین داریم:

اگر برآیند F_f و N را R بنامیم، می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} R\cos\alpha = N \\ R\sin\alpha = F_f \\ F_f = \mu.N \end{array}\right\} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{F_f}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu \Rightarrow \tan\theta = \mu \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\mu \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\mu$$

توجه شود که این مقدار ماکزیمم مقدار θ برای تعادل است و احتمالاً منظور طراح همین بوده است.

۱۳ـ گزینه «۱» با رسم دیاگرام جسم آزاد جعبه در آستانه واژگونی خواهیم داشت:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (W\cos\theta \times \frac{a}{2}) - (W\sin\theta \times \frac{b}{2}) = 0$$

$$\cos\theta \times a = \sin\theta \times b$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \theta = \text{Arc}\tan(\frac{a}{b})$$

توضیح اینکه نیروی اصطکاک در جواب ظاهر نشده است، اما حتماً باید مقدار نیروی اصطکاک به اندازه‌ای باشد که جسم قبل از رسیدن به وضعیت واژگونی، دچار لغزش نشود. یعنی:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow W\sin\theta - \mu N = 0 \quad (1) \qquad \sum F_y = 0 \Rightarrow W\cos\theta = N \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow W\sin\theta < \mu W\cos\theta \Rightarrow \tan\theta < \mu$$

این بدان معنی است که μ حتماً باید بزرگتر از تانژانت زاویه‌ای باشد که در آن واژگونی رخ می‌دهد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

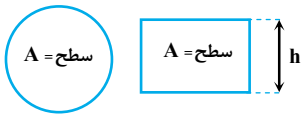
فصل ششم

«خواص سطوح (Properties of Surfaces)»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ دو تیر با مقطع یکسان یکی به شکل دایره و دیگری به شکل مستطیل به ارتفاع h مفروضند. گشتاور ماند..... .

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



۱) مستطیل کوچکتر از گشتاور ماند دایره می‌باشد.

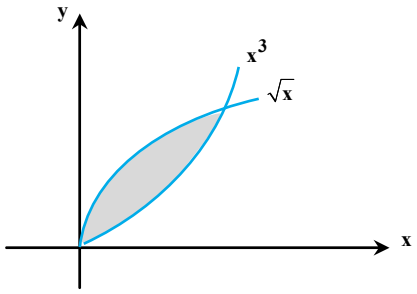
۲) مستطیل برابر گشتاور ماند دایره می‌باشد.

۳) مستطیل بزرگتر از گشتاور ماند دایره می‌باشد.

۴) دایره نصف گشتاور ماند مستطیل می‌باشد.

۲ـ محل مرکز سطح قسمت هاشور زده برابر است با؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)



۱) $\overline{x}=\frac{۱۳}{۲۵}$ و $\overline{y}=\frac{۴}{۷}$

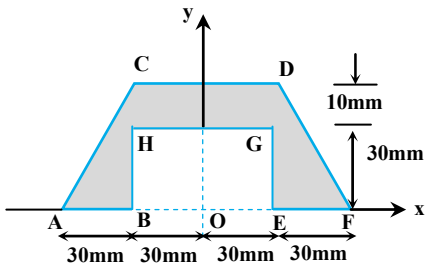
۲) $\overline{x}=\frac{۱۳}{۲۵}$ و $\overline{y}=\frac{۳}{۷}$

۳) $\overline{x}=\frac{۱۲}{۲۵}$ و $\overline{y}=\frac{۴}{۷}$

۴) $\overline{x}=\frac{۱۲}{۲۵}$ و $\overline{y}=\frac{۳}{۷}$

۳ـ کدام گزینه، مختصات مرکز هندسی سطح نشان داده شده در شکل زیر را مشخص می‌کند؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $(۰,۲۰)$

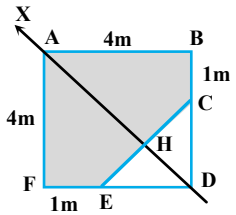
۲) $(۰,۲۰/۵)$

۳) $(۰,۲۱/۵)$

۴) $(۶۰,۲۲/۵)$

۴ـ ممان اینرسی شکل هاشور خورده حول محور X چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) ۲۸/۳

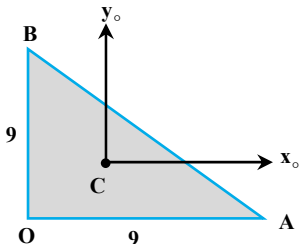
۲) ۲۱/۳۳

۳) ۱۷/۹۶

۴) ۱۶/۴۸

۵ـ مطلوب است تعیین ممان $I_{x_0y_0}$ در شکل داده شده در صورتی که C مرکز سطح شکل باشد؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



۱) -۱۸۲/۲۵

۲) ۱۸۲/۲۵

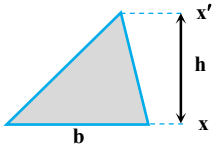
۳) -۹۱/۱۲۵

۴) ۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ گشتاور لختی سطح مثلثی شکل زیر حول محور گذرنده از مرکز هندسی آن برابر است با؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



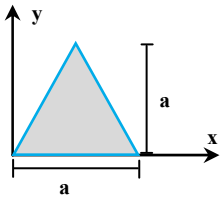
۱) $\frac{bh^3}{36}$

۲) $\frac{bh^3}{4}$

۳) $\frac{bh^3}{12}$

۴) $\frac{bh^3}{6}$

۷ـ برای مثلث نشان داده شده، لنگر ماند حول محور گذرنده از قاعده عبارت است از؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)



۱) $\frac{a^4}{36}$

۲) $\frac{a^4}{4}$

۳) $\frac{a^4}{12}$

۴) $\frac{a^4}{16}$

۸ـ کدام یک از جملات زیر درباره خواص سطوح درست نمی‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد۸۷)

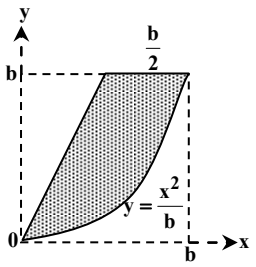
۱) محور مرکزی یک سطح هر خط دلخواهی است که از مرکز آن بگذرد و ممان اول سطح حول آن صفر است.

۲) حاصلضرب سطح برای هر سطح متقارن همواره صفر است.

۳) موقعیت شعاع‌های ژیراسیون برای یک سطح ثابت می‌تواند متفاوت باشد.

۴) ممان اول سطح می‌تواند منفی یا مثبت باشد ولی ممان دوم سطح همواره مثبت است.

۹ـ موقعیت افقی مرکز سطح ناحیه هاشور خورده در امتداد محور x‌ها کدام است؟ (معدن ـ سراسری ۹۱)



۱) $\frac{b}{2}$

۲) $\frac{5b}{8}$

۳) $(\sqrt{2}-1)b$

۴) $(\sqrt{3}-1)b$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل ششم

۱ـ گزینه «۳» منظور از دو تیر با مقطع یکسان، مساحت یکسان مقاطع دو تیر می‌باشد. شکل چهارگوش داده شده (به دلیل کمبود اطلاعات) مربع (حالت خاصی از مستطیل) فرض می‌شود. بنابراین می‌توان چنین نوشت: (مساحت مربع) h^2 = (مساحت دایره) πr^2

$$I_{\text{دایره}} = \frac{1}{4}\pi r^4 \quad \text{و} \quad I_{\text{مربع}} = \frac{1}{12}h^4 \Rightarrow I_{\text{مربع}} = \frac{\pi^2}{12}r^4$$

$$\frac{\pi}{4} < \frac{\pi^2}{12} \Rightarrow I_{\text{دایره}} < I_{\text{مربع}}$$

۲ـ گزینه «۴» شکل مورد نظر مسأله، یک شکل نامنظم است که برای یافتن طول و عرض مرکز سطح آن باید از روش انتگرال‌گیری به صورت $\bar{y} = \frac{\int y.dA}{\int dA}$ و $\bar{x} = \frac{\int x.dA}{\int dA}$ استفاده نمود.

برای محاسبه محدوده تغییرات x باید از تقاطع دو منحنی حد بالای آن به دست آید:

$$\begin{cases} y_1 = x^3 \\ y_2 = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2 \,,\, x^3 = \sqrt{x} \Rightarrow x^6 = x \Rightarrow x^6 - x = 0 \Rightarrow x(x^5 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

برای محاسبه مختصات مرکز سطح لازم است ابتدا $\int dA$ به صورت روبرو به دست آید: $\int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} dxdy = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^4}{4})_0^1 = \frac{5}{12}$

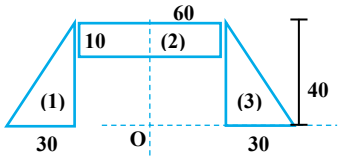
حال می‌بایستی مقادیر روبرو محاسبه شوند: $\int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} y.dA = \int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} y.dxdy = \int_0^1 (\frac{x}{2} - \frac{x^6}{2})dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x^7}{14})_0^1 = \frac{5}{28}$

$$\int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} x.dA = \int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} x.dxdy = \int_0^1 x(\sqrt{x} - x^3)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{x^5}{5})_0^1 = \frac{1}{5}$$

بنابراین خواهیم داشت: $\bar{x} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{25}$ و $\bar{y} = \frac{\frac{5}{28}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{7}$

۳ـ گزینه «۲» مشخص است که به علت تقارن شکل نسبت به محور y، مرکز سطح مجموعه روی محور yها قرار می‌گیرد لذا $x_c = 0$ می‌باشد.

برای به دست آوردن y_c، کافی است شکل مرکب را به اشکال منظم ساده تقسیم نمایید. سپس (مطابق شکل) با استفاده از رابطه میانگین وزنی و موقعیت مبدأ محورهای مختصات، عرض مرکز سطح به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\bar{y} = \frac{A_1.\bar{y}_1 + A_2.\bar{y}_2 + A_3.\bar{y}_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(\frac{30\times40}{2} \times \frac{40}{3}) + (60\times10\times35) + (\frac{30\times40}{2} \times \frac{40}{3})}{(\frac{30\times40}{2}) + (60\times10) + (\frac{30\times40}{2})} = 20/5\,\text{mm}$$

۴ـ گزینه «۳» شکل مسأله شامل یک مربع (ABDF) می‌باشد که دو مثلث قائم‌الزاویه(CHD و EHD) از آن کسر شده‌اند. ممان اینرسی هر یک از سطوح منفی مثلثهایCHD و EHD با استفاده از قضیه انتقال محورها از مرکز سطح به محوری غیر گذرنده از مرکز سطح به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد. با توجه به این که مساحت هر یک از مثلث‌هایCHD و EHD برابر $\frac{1}{2}HC \times HD$ و فاصله مرکز سطح آنها از محور x برابر $\frac{1}{3}HC$ است، لذا داریم:

$$I_{xx})_{\Delta CHD} = [\frac{1}{36}(HD)(HC)^3] + [\frac{1}{2}(HC)(HD)(\frac{1}{3}HC)^2] = [\frac{1}{36}(\frac{3\sqrt{2}}{2})(\frac{3\sqrt{2}}{2})^3] + [\frac{1}{2}(\frac{3\sqrt{2}}{2})(\frac{3\sqrt{2}}{2})(\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2})^2] = 1/6875\,\text{m}$$

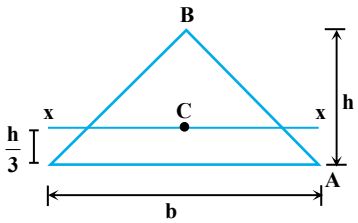
ممان اینرسی مربع کامل به ضلع a حول محور گذرنده از مرکز آن برابر $\frac{1}{12}a^4$ است، لذا ممان اینرسی مربع ABDF مسأله برابر $(\frac{1}{12}\times4^4 = \frac{64}{3})$ می‌باشد. ممان اینرسی شکل هاشورخورده نسبت به محور x برابر خواهد بود با:

$$I_{xx} = [\frac{64}{3} - (2\times1/6875)] = 17/96\,\text{m}^4$$

www.modaresanesharif.ac.ir

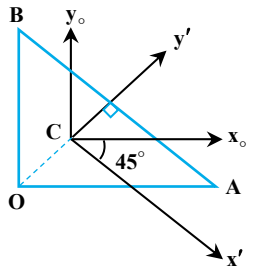
www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ گزینه «۳» ممان اینرسی مثلث حول محور افقی گذرنده از مرکز برابر است با:



$$I_{xx}=\frac{۱}{۳۶}b.h^{۳}$$

برای مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین OAB شکل مسأله، داریم:



$$I_{x_{۰}x_{۰}}=I_{y_{۰}y_{۰}}=\frac{۱}{۳۶}(۹)(۹)^{۳}=۱۸۲/۲۵=A$$

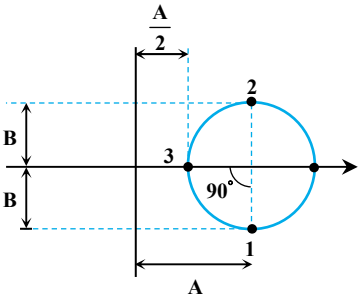
هم‌چنین:

$$I_{x'x'}=\frac{۱}{۳۶}(۹\sqrt{۲})(\frac{۹}{\sqrt{۲}})^{۳}=\frac{۱۸۲/۲۵}{۲}=\frac{A}{۲}=B$$

از طرفی چون محور oy'، محور تقارن مثلث است، پس خواهیم داشت:

$$I_{x'y'}=۰$$

حال دایره موهر ممان اینرسی با توجه به اطلاعات موجود رسم می‌شود. نقـاط ۱ و ۲ مربـوط بـه $(I_{x_{۰}y_{۰}}=(A \text{ و } -B)$ و $(I_{x_{۰}x_{۰}}=(A \text{ و } B)$ هستند و نقطه ۳ مربوط به $(I_{x'x'}=(B \text{ و } ۰)$ و $(I_{x'y'}$ می‌باشند.



با توجه به شکل، مشخص است که اندازه B (شعاع دایره موهر) برابر $\frac{A}{۲}$ قائم است. لذا می‌توان نوشت:

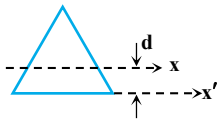
$$B=\frac{A}{۲}=\frac{۱۸۲/۲۵}{۲}=۹۱/۱۲۵$$

در نتیجه داریم:

$$I_{x_{۰}y_{۰}}=-B=-۹۱/۱۲۵$$

۶ـ گزینه «۱» ممان اینرسی (گشتاور لختی) یک مثلث حول محور افقی گذرنده از مرکز سطح آن $\frac{۱}{۳۶}b.h^{۳}$ است. قابل ذکر است که b قاعـده مثلـث و h ارتفاع آن می‌باشد.

۷ـ گزینه «۳» محور مورد نظر، محور فرعی است. با استفاده از قضیه انتقال محورهای مختصات داریم:



$$I_{x'x'}=I_{xx}+A.d^{۲}=[\frac{۱}{۳۶}(a)(a)^{۳}]+[(\frac{a.a}{۲})(\frac{a}{۳})^{۲}]=\frac{a^{۴}}{۳۶}+\frac{a^{۴}}{۱۸}=\frac{a^{۴}}{۱۲}$$

۸ـ گزینه «۳» شعاع‌های ژیراسیون یک سطح، نمی‌توانند متفاوت باشند.

۹ـ گزینه «۱» برای محاسبه موقعیت طولی مرکز سطح شکل نامنظم مسأله، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{\int x\,dA}{\int dA}\Rightarrow \bar{x}=\frac{\int_{۰}^{b}\int_{\frac{y}{۲}}^{\sqrt{by}} x\,dx\,dy}{\int_{۰}^{b}\int_{\frac{y}{۲}}^{\sqrt{by}} dx\,dy}=\frac{b}{۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

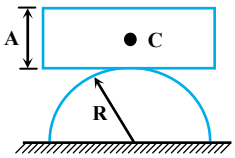
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هفتم

«کار مجازی (Virtual Work)»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ جسم همگن مستطیل شکلی به ارتفاع A بر روی نیم استوانه‌ای به شعاع R مطابق شکل قرار گرفته و می‌تواند بدون لغزش بر روی آن حرکت کند. در صورتی که جسم از وضعیت نشان داده شده به طور جزئی خارج گردد، کدام گزینه درست است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)



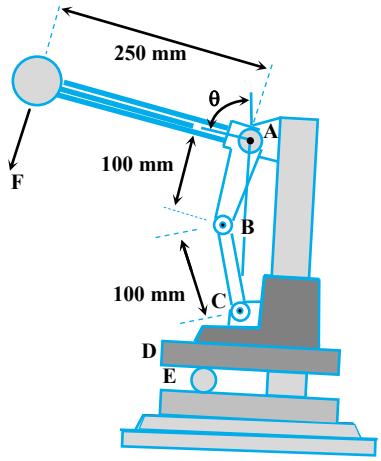
۱) اگر $A > 2R$ باشد، ارتفاع مرکز جرم جسم کاهش می‌یابد.

۲) ارتفاع مرکز جرم جسم افزایش می‌یابد.

۳) ارتفاع مرکز جرم جسم کاهش می‌یابد.

۴) فقط اگر $A > R$ باشد، ارتفاع مرکز جرم آن افزایش می‌یابد.

۲ـ فک بالایی (D) از یک دستگاه پرس مطابق شکل با اصطکاک ناچیزی روی ستون عمودی دستگاه می‌لغزد. مقدار نیروی مورد نیاز (F) بر دسته پرس که نیروی فشاری معادل R بر استوانه E اعمال کند، برحسب زاویه θ کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $0/2R\cos\theta$

۲) $0/2R\sin\theta$

۳) $0/8R\cos\theta$

۴) $0/8R\sin\theta$

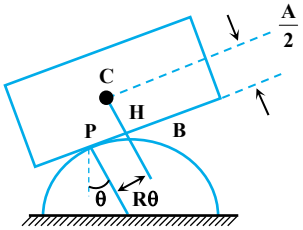
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل هفتم

۱ـ گزینه «۱» در اثر غلتش مستطیل روی دایره، نقاط تماس مستطیل و دایره هر دو تغییر می‌کنند. به دلیل نبود لغزش بین دو قطعه، طول پیموده شده روی دایره و مستطیل (برای رسیدن از نقطه تماس اولیه به نقطه تماس جدید) برابر می‌باشد. پس فاصله نقطه H (نقطه تماس اولیه مستطیل) تا نقطه P (نقطه تماس جدید مستطیل و دایره) برابر طول کمان BP (B نقطه تماس اولیه دایره) می‌باشد و فاصله HP برابر $R\theta$ است.

موقعیت عمودی فعلی مرکز جرم جسم مستطیلی، نقطه C، (نسبت به O) عبارت است از:



$$y_{۲c} = OP\cos\theta + PH\sin\theta + HC\cos\theta = R\cos\theta + (R\theta)\sin\theta + \frac{A}{۲}\cos\theta$$

موقعیت اولیه نقطه C نیز برابر است با:

$$y_{۱c} = OB + HC = R + \frac{A}{۲}$$

$$y_{۲c} - y_{۱c} = R(\cos\theta - ۱) + \frac{A}{۲}(\cos\theta - ۱) + R\theta\sin\theta = -۲R\sin^{۲}\frac{\theta}{۲} - A\sin^{۲}\frac{\theta}{۲} + R\theta\sin\theta$$

با فرض کوچک بودن زاویه θ (انحراف کوچک در کار مجازی) خواهیم داشت $\cos\theta \simeq ۱$ و $\sin\theta \simeq \theta$، لذا:

$$y_{۲c} - y_{۱c} = -\frac{R\theta^{۲}}{۲} - \frac{A\theta^{۲}}{۴} + R\theta^{۲} = \frac{۱}{۴}(۲R - A)\theta^{۲}$$

در نتیجه اگر $A > ۲R$ باشد، تغییر موقعیت کوچک $\delta\theta$ سبب کاهش ارتفاع مرکز جسم شده $(y_{۲c} < y_{۱c})$ و مستطیل سقوط خواهدکرد.

۲ـ گزینه «۴» برای حل لازم است نیروی F را به گشتاوری حول تکیه‌گاه A تبدیل نماییم:

$$M = F \times ۲۵\circ = ۲۵\circ F$$

جابه‌جایی مجازی نقطه‌ی E در راستای y عبارت است از:

$$y_E = ۲\times ۱۰\circ\cos\theta \Rightarrow \delta y_E = -۲\circ\circ\sin\theta\delta\theta$$

و از قانون کار مجازی خواهیم داشت:

$$\delta W = M\delta\theta + R\delta y_E = (۲۵\circ F\delta\theta) - (R\times ۲\circ\circ\sin\theta\delta\theta) = \circ \Rightarrow F = R\sin\theta\times\frac{۲\circ\circ}{۲۵\circ} = \circ/۸R\sin\theta$$

www.modaresanesharif.ac.ir