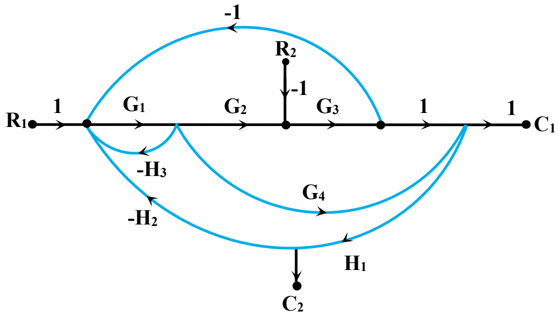
فصل اول

« نمایش‌های مختلف سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان (LTI) »

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ تابع تبدیل $\frac{C_2(s)}{R_2(s)}$ گراف گذر سیگنال (Signal Flow Graph) زیرکدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)



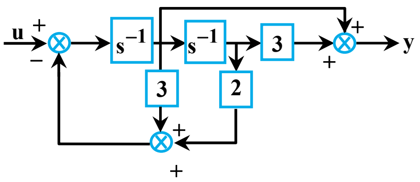
۱) $\dfrac{-G_3H_1(1+G_1H_3)}{1+G_1H_3+G_1G_2G_3+G_1G_2G_3H_1H_2}$

۲) $\dfrac{-G_3H_1(1+G_1H_3)+G_3G_1G_4H_1}{1+G_1H_3+G_1G_2G_3+G_1G_2G_3H_1H_2+G_1G_4H_1H_2}$

۳) $\dfrac{G_3H_1(1+G_1H_3)+G_3G_1G_4H_1}{1+G_1H_3+G_1G_2G_3+G_1G_2G_3H_1H_2+G_1G_4H_1H_2}$

۴) $\dfrac{-G_3H_1(1+G_1H_3)+G_3G_1G_4H_1}{1+G_1H_3+G_1G_2G_3+G_1G_2G_3H_1H_2}$

۲ـ دیاگرام بلوکی سیستمی عبارت است از: (مهندسی برق ـ آزاد ۸۰)

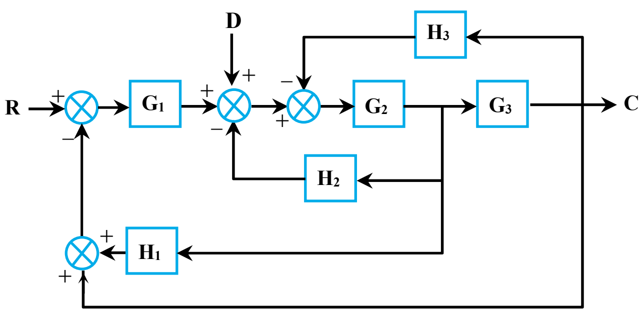


تابع تبدیل سیستم برابر است با :

۱) $\dfrac{s+3}{(s+1)(s+4)}$ ۲) $\dfrac{s+2}{(s+1)(s+3)}$

۳) $\dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ ۴) $\dfrac{s+1}{(s+2)(s+3)}$

۳ـ دیاگرام بلوکی سیستمی مطابق شکل می‌باشد، تابع تبدیل $\frac{C}{D}$ کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)



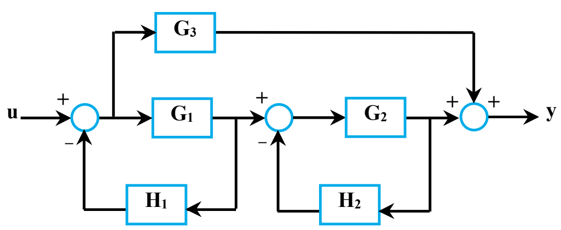
۱) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_2G_3H_3+G_1G_2H_1}$

۲) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_1G_2H_1+G_1G_2G_3}$

۳) $\dfrac{G_2G_3}{1-G_2H_2-G_2G_3H_3-G_1G_2H_1-G_1G_2G_3}$

۴) $\dfrac{G_2G_3}{1+G_2H_2+G_2G_3H_3+G_1G_2H_1+G_1G_2G_3}$

۴ـ تابع تبدیل مدار بسته $(\frac{y}{u})$ در دیاگرام جعبه‌ای شکل زیر کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



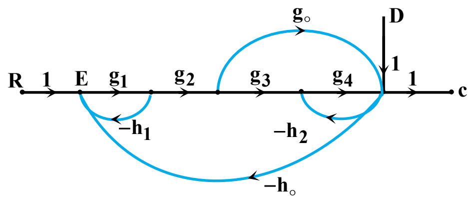
۱) $\dfrac{G_1G_2+G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2}$

۲) $\dfrac{G_1G_2+(1+G_2H_2)}{1+G_1H_1+G_2H_2}$

۳) $\dfrac{G_1G_2+G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_1H_1G_2H_2}$

۴) $\dfrac{G_1G_2+G_3(1+G_2H_2)}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_1H_1G_2H_2}$

۵ـ نمودار گذر سیگنال سیستمی عبارت است از: (مهندسی برق ـ آزاد ۸۱)



تابع تبدیل $\frac{E}{D}$ کدام است؟

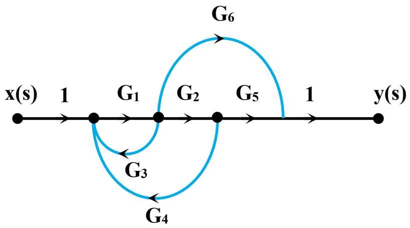
۱) $\frac{-h_0}{1+g_1h_1-g_4h_2+g_1g_2g_3g_4h_0}$

۲) $\frac{-h_0}{1+g_1h_1+g_4h_2+g_1g_2g_3g_4h_0+g_1g_2g_0h_0}$

۳) $\frac{-h_0}{1+g_1h_1+g_4h_2+g_1g_2g_3g_4h_0+g_1g_2g_0h_0+g_1h_1g_4h_2}$

۴) $\frac{h_0}{1+g_1h_1+g_4h_2+g_1g_2g_3g_4h_0+g_1g_2g_0h_0}$

۶ـ تابع تبدیل سیستم کنترل با دیاگرام گذر سیگنال (Signal flow graph) نشان داده شده در شکل زیر عبارت است از: (مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $G=\frac{Y}{X}=\frac{G_1G_2G_5-G_1G_6}{1-G_1G_3+G_1G_2G_4}$

۲) $G=\frac{Y}{X}=\frac{G_1G_2G_6+G_1G_5}{1+G_1G_6-G_1G_2G_3}$

۳) $G=\frac{Y}{X}=\frac{G_1G_2G_5+G_1G_6}{1+G_1G_3+G_1G_2G_3}$

۴) $G=\frac{Y}{X}=\frac{G_1G_2G_5+G_1G_6}{1-G_1G_3-G_1G_2G_4}$

۷ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از $g(s)=\frac{1}{s^2+3s+2}$، با تعریف $x_1=y,\ \dot{x}_1=x_2$ نمایش فضای حالت آن کدام است؟

(مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۳)

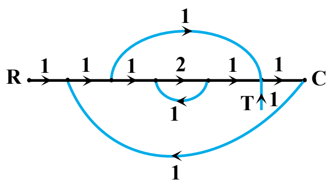
۱) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$

۲) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ -2 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}u$

۳) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & -2\\ -1 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$

۴) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$

۸ـ گراف گذر سیگنال (SFG) زیر را در نظر بگیرید. مقدار $\frac{C}{T}$ برابر است با: (مهندسی برق ـ آزاد ۸۳)



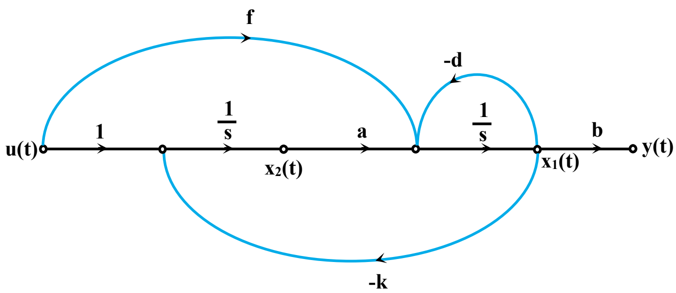
۱) $-\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) 1

۴) -1

۹ـ سیستمی با دیاگرام زیر نشان داده شده است. معادلات حالت این سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)



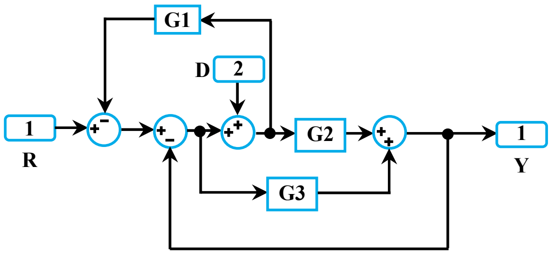
۱) $\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-d & a\\ k & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}f\\ 1\end{pmatrix}u$

۲) $\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-d & a\\ -k & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}f\\ 1\end{pmatrix}u$

۳) $\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-d & a\\ -k & f\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}u$

۴) $\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-d & a\\ k & f\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}u$

۱۰ـ تابع تبدیل بین D و y عبارت است از: (مکانیک ـ سراسری ۸۴)



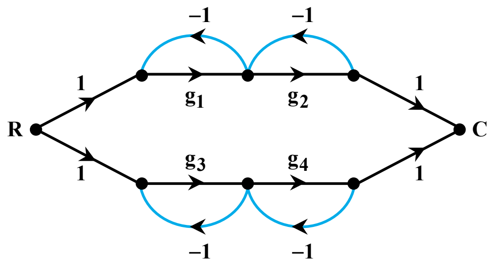
۱) $\frac{G_2}{1+G_1+G_2+G_3}$

۲) $\frac{G_2-G_1G_2}{1+G_1+G_2+G_3}$

۳) $\frac{G_2-G_1G_3}{1+G_1+G_2+G_3}$

۴) $\frac{G_2-G_1(G_2+G_3)}{1+G_1+G_2+G_3}$

۱۱ـ **نمودار گذر جریان (SFG) سیستمی در شکل زیر نشان داده شده است. تابع تبدیل $\frac{C}{R}$ کدام است؟** (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)



۱) $\frac{g_1g_2(1-g_3-g_4)+g_3g_4(1-g_1-g_2)}{1-g_1-g_2-g_3-g_4+g_1g_3+g_1g_4+g_2g_3+g_2g_4}$

۲) $\frac{g_1g_2(1+g_3+g_4)+g_3g_4(1+g_1+g_2)}{1+g_1+g_2+g_3+g_4+g_1g_3+g_1g_4+g_2g_3+g_2g_4}$

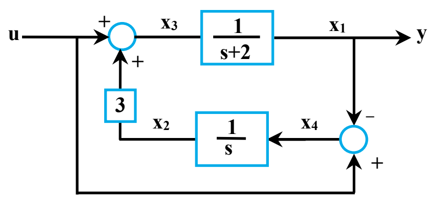
۳) $\frac{g_1g_2+g_3g_4}{1+g_1+g_2+g_3+g_4+g_1g_3+g_1g_4+g_2g_3+g_2g_4}$

۴) $\frac{g_1g_2+g_3g_4}{1-g_1-g_2-g_3-g_4+g_1g_3+g_1g_4+g_2g_3+g_2g_4}$

۱۲ـ **تابع تبدیل سیستم** $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u \quad ; \quad y=[1 \quad 0]x$ **کدام است؟** (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{s-2}{s^2+2s+1}$ ۲) $\frac{s+2}{s^2+2s+1}$ ۳) $\frac{1}{s^2-2s+1}$ ۴) $\frac{s-2}{s^2-2s+1}$

۱۳ـ **معادلات حالت و معادله خروجی سیستم کنترل شکل زیر کدام است؟** (مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)



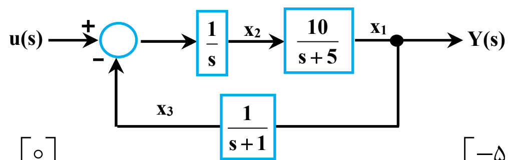
۱) $\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u \ , \ y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

۲) $\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ -2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u \ , \ y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

۳) $\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u \ , \ y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

۴) $\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}u \ , \ y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

۱۴ـ **اگر x_1 و x_2 و x_3 حالت‌های سیستم و y خروجی سیستم نشان داده در شکل زیر انتخاب شوند، ماتریس‌های حالت سیستم عبارتند از:** (مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) $A=\begin{bmatrix}-5 & 10 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, C=[1 \quad 0 \quad 1]$

۲) $A=\begin{bmatrix}5 & -10 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, C=[1 \quad 0 \quad 1]$

۳) $A=\begin{bmatrix}-5 & 10 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, C=[1 \quad 0 \quad 0]$

۴) $A=\begin{bmatrix}-5 & 10 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, C=[1 \quad 0 \quad 0]$

۱۵ـ تحقق فضای حالت تابع تبدیل $g(s)=\frac{2}{s^3+6s^2+11s+6}$ کدام است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک، مخابرات ـ آزاد ۸۵)

که $x_1=y$ و $x_2=\dot{y}$ و $x_3=\ddot{y}$.

۱) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\6&11&6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}u$, $y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}x$

۲) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-6&-11&-6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$, $y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}x$

۳) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-6&-11&-6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}u$, $y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}x$

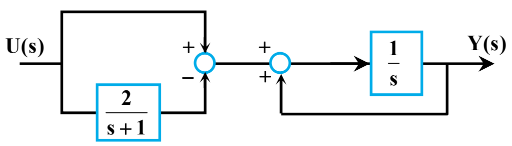
۴) $\dot{x}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-6&-11&-6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\2\end{bmatrix}u$, $y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}x$

۱۶ـ سیستم $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u$ و $y=\begin{bmatrix}1&1\end{bmatrix}x$ را در نظر بگیرید. تابع تبدیل آن کدام است؟

(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

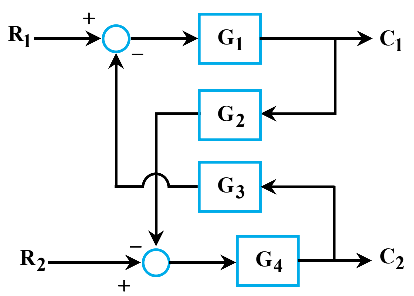
۱) $\frac{1}{s^2}$ ۲) $\frac{s+1}{s^2}$ ۳) $\frac{1}{s^2+1}$ ۴) $\frac{s+1}{s^2+1}$

۱۷ـ تابع تبدیل بین ورودی $U(s)$ و خروجی $Y(s)$ در سیستم زیر برابر است با: (مکانیک ـ آزاد ۸۸)



۱) $\frac{1}{(1+s)^2}$ ۲) $\frac{1}{1+s}$ ۳) $\frac{1}{(1-s)(1+s)}$ ۴) $\frac{s+1}{s-1}$

۱۸ـ در سیستم کنترل دو ورودی و دو خروجی شکل مقابل تابع تبدیل $\frac{C_2(s)}{R_1(s)}$ کدام است؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)



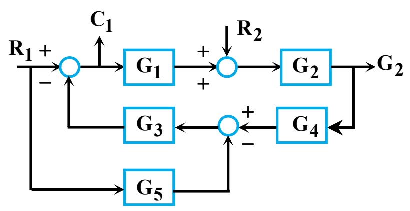
۱) $\frac{-G_1G_2G_4}{1+G_1G_2G_3G_4}$

۲) $\frac{-G_1G_2G_4}{1-G_1G_2G_3G_4}$

۳) $\frac{G_1G_2G_4}{1+G_1G_2G_3G_4}$

۴) $\frac{G_1G_2G_4}{1-G_1G_2G_3G_4}$

۱۹ـ در سیستم کنترلی داده شده، تابع تبدیل $\frac{C_1(s)}{R_1(s)}$ در کدام گزینه به درستی گزارش شده است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۸۹)

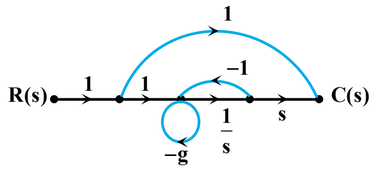


۱) $\frac{1}{1+G_1G_2G_3G_4-G_3G_5}$ ۲) $\frac{1+G_3G_5}{1+G_1G_2G_3G_4}$

۳) $\frac{1}{1+G_1G_2G_3G_4+G_3G_5}$ ۴) $\frac{1+G_3G_5}{1+G_1G_2G_3G_4+G_3G_5}$

۲۰ـ در نمودار جریان سیگنال (SFG)* شکل داده شده، ضریب انتقال مجهول g چه باشد تا $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{2(s+1)}{s+2}$ شود؟ (*Signal Flow Graph)

(الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) $\frac{1}{s}$

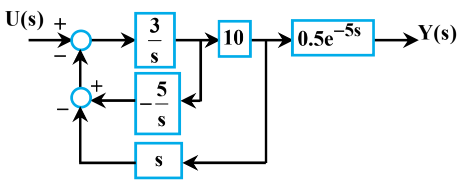
۲) s

۳) $-s$

۴) $-\frac{1}{s}$

۲۱ـ تابع انتقال سیستم شکل داده شده، در کدام گزینه به درستی گزارش شده است؟

(الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) $\dfrac{-\frac{15}{29}se^{-5s}}{s^2-\frac{15}{29}}$

۲) $\dfrac{\frac{15}{31}se^{-5s}}{s^2+\frac{15}{31}}$

۳) $\dfrac{\frac{15}{31}se^{-5s}}{s^2-\frac{15}{31}}$

۴) $\dfrac{-\frac{15}{29}se^{-5s}}{s^2+\frac{15}{29}}$

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ گزینه «۲» از R_2 به C_2، دو مسیر مستقیم وجود دارد. بهره‌ی مسیر اول $P_1=(-1)G_3H_1$ و بهره‌ی مسیر دوم $P_2=(-1)G_3(-1)G_1G_4H_1$ است.
با حذف مسیر اول حلقه $-G_1H_3$ در گراف باقی می‌ماند.
بنابراین $\Delta_1=1+G_1H_3$. با حذف مسیر دوم، حلقه‌ای در گراف باقی نمی‌ماند، پس $\Delta_2=1$ است. دقت کنید که در گراف، چهار حلقه وجود دارد که بهره‌های آن‌ها عبارتند از: $L_1=-G_1H_3\ ,\ L_2=-G_1G_2G_3\ ,\ L_3=-G_1G_2G_3H_1H_2\ ,\ L_4=-G_1G_4H_1H_2$

بنابراین دترمینان مسیر به صورت مقابل به دست می‌آید. $\Delta=1-(-G_1H_3-G_1G_2G_3-G_1G_2G_3H_1H_2-G_1G_4H_1H_2)$

در نهایت تابع تبدیل $\frac{C_2(s)}{R_2(s)}$ را به دست می‌آوریم:

با جایگذاری داریم:

$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)}=\frac{p_1\Delta_1+p_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{-G_3H_1(1+G_1H_3)+G_3G_1G_4H_1}{1+G_1H_3+G_1G_2G_3+G_1G_2G_3H_1H_2+G_1G_4H_1H_2}$$

۲ـ گزینه «۳» از قاعده میسون استفاده می‌کنیم. بهره مسیرهای مستقیم از ورودی به خروجی عبارتند از:

$$p_1=\frac{3}{s^2}\quad ;\quad p_2=\frac{1}{s}$$

دترمینان گراف برابر است با:

$$\Delta=1-(-\frac{3}{s}-\frac{2}{s^2})=1+\frac{3}{s}+\frac{2}{s^2}$$

هر دو حلقه با مسیرهای مستقیم تماس دارند و لذا: $\Delta_1=\Delta_2=1$. بنابراین:

$$\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{p_1\Delta_1+p_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{\frac{3}{s^2}(1)+\frac{1}{s}(1)}{1+\frac{3}{s}+\frac{2}{s^2}}=\frac{s+3}{s^2+3s+2}$$

۳ـ گزینه «۴» از D به C یک مسیر مستقیم با بهره $P_1=G_2G_3$ وجود دارد. با حذف این مسیر $\Delta_1=1$ به دست می‌آید. در محاسبه دترمینان مسیر دقت کنید که هیچ یک از حلقه‌های سیستم مجزا نیستند.

$$\frac{C}{D}=\frac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}\ ;\ N=1\quad ,\quad p_1=G_2G_3\quad ,\quad \Delta_1=1$$

$$\Delta=1-(-G_2G_3H_3-G_2H_2-G_2H_1G_1-G_2G_3G_1)$$

بنابراین تابع تبدیل از D به C برابر است با:

$$\frac{C}{D}=\frac{p_1\Delta_1}{\Delta}=\frac{G_2G_3}{1+G_2G_3H_3+G_2H_2+G_2H_1G_1+G_2G_3G_1}$$

۴ـ گزینه «۴» از u به y دو مسیر مستقیم با بهره‌های $P_1=G_1G_2$ و $P_2=G_3$ وجود دارند. با حذف حلقه‌های متصل به هر یک از این دو مسیر، $\Delta_1=1$ و $\Delta_2=1-(-G_2H_2)=1+G_2H_2$ به دست می‌آیند. در محاسبه دترمینان مسیر، $-G_1H_1$ و $-G_2H_2$ حلقه‌های مجزا هستند.

$$\Delta=1-(-G_1H_1-G_2H_2)+G_1H_1G_2H_2=1+G_1H_1+G_2H_2+G_1H_1G_2H_2$$

$$\Rightarrow \frac{y}{u}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{G_1G_2+G_3(1+G_2H_2)}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_1H_1G_2H_2}$$

۵ـ گزینه «۳» از D به E تنها یک مسیر با بهره‌ی $P_1=-h_0$ وجود دارد. با حذف این مسیر، $\Delta_1=1$ به دست می‌آید. بهره حلقه‌های گراف به صورت زیر محاسبه می‌شود: $L_1=-g_1h_1\ ,\ L_2=-g_4h_2\ ,\ L_3=g_1g_2g_3g_4(-h_0)\ ,\ L_4=g_1g_2g_0(-h_0)$

دو حلقه‌ی L_1 و L_2 مجزا هستند. بنابراین دترمینان مسیر برابر است با: $\Delta=1-(-g_1h_1-g_4h_2-g_1g_2g_3g_4h_0-g_1g_2g_0h_0)+(g_1h_1g_4h_2)$

تابع تبدیل $\frac{E}{D}$ از رابطه‌ی $\frac{E}{D}=\frac{P_1\Delta_1}{\Delta}$ به دست می‌آید.

۶ـ گزینه «۴» از x به y، دو مسیر مستقیم با بهره‌های $P_1 = G_1G_2G_5$ و $P_2 = G_1G_6$ وجود دارند، که برای آن‌ها $\Delta_1 = 1$ و $\Delta_2 = 1$ می‌باشد. با توجه به آنکه حلقه‌های گراف مجزا نیستند، دترمینان مسیر از رابطه‌ی $\Delta = 1-(G_1G_3 + G_1G_2G_4)$ به دست می‌آید.

۷ـ گزینه «۱» معادله دیفرانسیل را نوشته و خروجی و مشتق آن‌ها را برابر حالت‌های x_1 و x_2 قرار می‌دهیم.

$$\frac{y}{u} = \frac{1}{s^2+3s+2} \Rightarrow y'' + 3y' + 2y = u \quad ; \quad \begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = y' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = y'' = u - 2x_1 - 3x_2 \end{cases}$$

۸ـ گزینه «۲» از قاعده میسون بهره $\frac{C}{T}$ را محاسبه می‌کنیم، بهره مسیرهای مستقیم از T به C برابر $p_1 = 1$ می‌باشد و برای دترمینان گراف داریم:

$$\Delta = 1-(2+2+1)+(2\times 1) = -2$$

تنها حلقه وسط با بهره (۲) از مسیر مستقیم مجزاست و لذا $\Delta_1 = 1-(2) = -1$، بنابراین:

$$\frac{C}{T} = \frac{p_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

۹ـ گزینه «۲» با توجه به متغیرهای حالت انتخاب شده در شکل داریم:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -dx_1 + ax_2 + fu \\ \dot{x}_2 = u - kx_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d & a \\ -k & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix}u$$

۱۰ـ گزینه «۳» از قاعده میسون داریم: $P_1 = G_2$ و $P_2 = -G_1G_3$. همچنین سیستم دارای حلقه‌های مجزا نمی‌باشد و $\Delta = 1 + G_1 + G_2 + G_3$ است.

۱۱ـ گزینه «۲» از R به C، دو مسیر مستقیم با بهره‌های $P_1 = g_1g_2$ و $P_2 = g_3g_4$ وجود دارند. برای این دو مسیر $\Delta_1 = 1-(-g_3-g_4)$ و $\Delta_2 = 1-(-g_1-g_2)$ می‌باشند. همچنین گراف دارای چهار حلقه دو به دو مجزا است. دترمینان مسیر عبارت است از:

$$\Delta = 1-(-g_1-g_2-g_3-g_4)+(g_1g_3+g_1g_4+g_2g_3+g_2g_4)$$

۱۲ـ گزینه «۴» تابع تبدیل مطابق $G(s) = C(sI-A)^{-1}B$ از روی معادلات فضای حالت به دست می‌آید.

$$G(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} s & -1 \\ 1 & s-2 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow G(s) = \frac{1}{s^2-2s+1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} s-2 & 1 \\ -1 & s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow G(s) = \frac{s-2}{s^2-2s+1}$$

۱۳ـ گزینه «۴» با توجه به متغیرهای حالت انتخاب شده در صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{1}{s}(u-x_1) \\ x_1 = \frac{1}{s+2}(u+3x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = u - x_1 \\ \dot{x}_1 = -2x_1 + 3x_2 + u \end{cases}$$

از طرفی $y = x_1$ و لذا گزینه (۴) صحیح است.

۱۴ـ گزینه «۴» با توجه به دیاگرام بلوکی، معادلات فضای حالت را به دست می‌آوریم:

$$y = x_1$$

$$x_1 = \frac{10}{s+5}x_2 \Rightarrow sx_1 + 5x_1 = 10x_2 \Rightarrow \dot{x}_1 = 10x_2 - 5x_1 \quad ; \quad x_2 = (\frac{1}{s})(u-x_3) \Rightarrow \dot{x}_2 = u - x_3$$

$$x_3 = (\frac{1}{s+1})x_1 \Rightarrow sx_3 = x_1 - x_3 \Rightarrow \dot{x}_3 = x_1 - x_3$$

۱۵ـ گزینه «۳» با توجه به متغیرهای حالت گفته شده داریم:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad , \quad \dot{x}_2 = x_3$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$g(s) = \frac{y}{u} = \frac{2}{s^3+6s^2+11s+6} \quad , \quad y^{(3)} + 6\ddot{y} + 11\dot{y} + 6y = 2u \Rightarrow \dot{x}_3 = -6x_3 - 11x_2 - 6x_1 + 2u \quad , \quad y = x_1$$

لذا با توجه به معادلات فضای حالت و معادله خروجی، پاسخ صحیح گزینه (۳) است.

۱۶ـ گزینه «۲» با داشتن نمایش فضای حالت، تابع تبدیل سیستم از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$H(s)=C(sI-A)^{-1}B=[1\ \ 1]\begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\frac{s+1}{s^2}$$

۱۷ـ گزینه «۲»

$$Y(s)=\left(1-\frac{2}{s+1}\right)\left(\frac{\frac{1}{s}}{1-\frac{1}{s}}\right)=\left(\frac{s-1}{s+1}\right)\left(\frac{1}{s-1}\right)\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s+1}$$

۱۸ـ گزینه «۲» از قاعده میسون استفاده می‌کنیم:

$P_1=-G_1G_2G_4$ و $\Delta_1=1$

$$\Delta=1-(G_1G_2G_4G_3)\ \Rightarrow\ \frac{C_2}{R_1}=\frac{P_1\Delta_1}{\Delta}=\frac{-G_1G_2G_4}{1-G_1G_2G_3G_4}$$

۱۹ـ گزینه «۲» از قاعده میسون داریم:

$P_1=1$ و $P_2=G_3G_5 \qquad \Delta_1=\Delta_2=1$

$$\Delta=1-(-G_1G_2G_3G_4)\ \Rightarrow \Delta=1+G_1G_2G_3G_4 \Rightarrow \frac{C_1}{R_1}=\frac{1+G_3G_5}{1+G_1G_2G_3G_4}$$

۲۰ـ گزینه «۱» از قاعده میسون تابع تبدیل $\frac{C}{R}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_1=1 \quad , \quad P_2=1 \quad , \quad \Delta_1=1 \\ \Delta_2=1-\left(-g-\frac{1}{s}\right)=1+g+\frac{1}{s} \ \Rightarrow \frac{C}{R}=\frac{1+1+g+\frac{1}{s}}{1+g+\frac{1}{s}}=\frac{(2+g)s+1}{(1+g)s+1}=\frac{2(s+1)}{s+2} \Rightarrow g=\frac{1}{s} \\ \Delta=1-\left(-g-\frac{1}{s}\right)=1+g+\frac{1}{s} \end{cases}$$

۲۱ـ گزینه «۴» از فرمول میسون، تابع تبدیل حلقه بسته را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

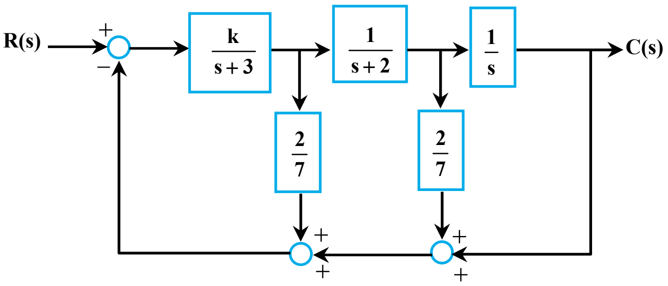
$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}\Rightarrow\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\frac{3}{s}(10)\left(\frac{1}{2}e^{-5s}\right)}{1+\left(\frac{-15}{s^2}-3\times 10\right)}=\frac{-15}{29}\,\frac{s}{s^2+\frac{15}{29}}e^{-5s}$$

فصل دوم

«تحلیل پایداری سیستم‌های LTI»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ حدود k در سیستم کنترل زیر چگونه باشد تا سیستم پایدار گردد؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)



۱) $k > ۰$

۲) $۰ < k < ۶$

۳) $\frac{۲}{۷} < k < \frac{۷}{۲}$

۴) سیستم به ازاء هر مقدار k ناپایدار است.

۲ـ تابع تبدیل حلقه ـ باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $G_۱(s) = \frac{k(T_۱ s + ۱)}{s^۲(T_۲ s + ۱)}$

در رابطه با پایداری سیستم حلقه بسته، کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)

۱) تنها شرط پایداری $۰ < T_۲ < T_۱$ است.

۲) تنها شرط پایداری $۰ < T_۲ < T_۱$ و $k > ۰$ است.

۳) برای $k > ۰$ سیستم پایدار است.

۴) تنها شرط پایداری سیستم $T_۲ > ۰$ و $kT_۱ > ۰$ و $k > ۰$ است.

۳ـ معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر داده شده است. به ازای چه مقداری از k,a سیستم پایدار است؟

$$F(s) = s^۶ + (a+k)s^۵ + (۳+ak)s^۴ + ۳(a+k)s^۳ + (۲/۲۵ + ۳ak)s^۲ + ۲/۲۵(a+k)s + ۲/۲۵ak$$

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)

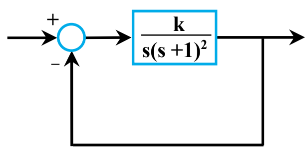
۱) به ازای تمامی k,aها سیستم ناپایدار است.

۲) به ازای $a+k<۰, ak<۰$ سیستم پایدار است.

۳) به ازای $k>۰, a>۰$ سیستم پایدار است.

۴) به ازای $k<۰, a<۰$ سیستم پایدار است.

۴ـ در سیستم شکل زیر یکی از قطب‌های سیستم مدار بسته در ۴- قرار دارد. کدام عبارت در مورد پایداری این سیستم صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) سیستم مدار بسته ناپایدار است.

۲) سیستم مدار بسته پایدار است.

۳) سیستم مدار بسته در مرز پایداری قرار دارد.

۴) چون در متن سؤال مقدار k داده نشده نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۵ـ تابع تبدیل حلقه‌ـ باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s) = \frac{k(۰/۲۵s+۱)}{(s+۰/۵)^۲(۰/۵s+۱)}$. به ازای چه مقداری از k خروجی سیستم سینوسی خواهد بود؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۲/۵

۲) ۶/۲۵

۳) ۱۰

۴) پاسخ سیستم هیچگاه سینوسی نخواهد شد.

۶ـ چندجمله‌ای مشخصه یک سیستم حلقه بسته به صورت $\Delta(s) = s^۵ + s^۴ + ۲s^۳ + ۲s^۲ + s + ۱$ می‌باشد. این سیستم .... است. (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)

۱) پایدار

۲) ناپایدار

۳) پایدار مرزی

۴) ناپایدار با دو ریشه سمت راست

۷ـ تابع تبدیل حلقه ـ باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از $g(s) = \frac{۱۰k}{s(s+۱)(s+۵)}$. به ازای چه مقادیری از k سیستم حلقه بسته پایدار است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۳)

۱) $k \geq ۳$

۲) $k < ۳$

۳) $k \leq ۳$

۴) $k > ۳$

۸ــ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s)=\dfrac{k}{(1+sT)^3} \quad k>0 \quad , \quad T>0$

کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق، گرایش کنترل ـ آزاد ۸۳)

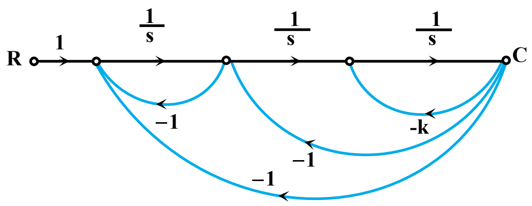
۱) پایداری سیستم به $T>0$ و $k>0$ بستگی دارد.

۲) پایداری به $T>0$ بستگی دارد.

۳) سیستم حلقه بسته به ازای تمامی $T>0$ و $k<8$ پایدار است.

۴) سیستم حلقه بسته به ازای تمامی $T>0$ و $k>0$ پایدار است.

۹ــ شرط پایداری سیستم کنترلی که با نمودار گذر سیگنال (Signal Flow Graph) زیر معرفی شده است، کدام گزینه است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)



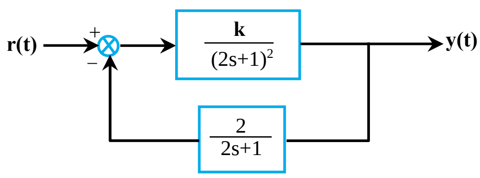
۱) $k>0$

۲) $k<-1$

۳) $k>-1$

۴) $0<k<1$

۱۰ــ اگر بتوان k را چنان انتخاب کرد که سیستم داده شده در شکل نوسانی باشد فرکانس نوسانات آن کدام خواهد بود؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)



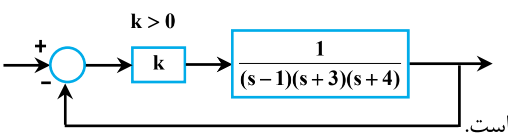
۱) ۱

۲) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

۳) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

۴) ۴

۱۱ــ در سیستم شکل زیر، سیستم مدار باز یک قطب ناپایدار دارد. در مورد پایداری سیستم مدار بسته و ارتباط آن با k کدام گزینه صحیح است؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۴)



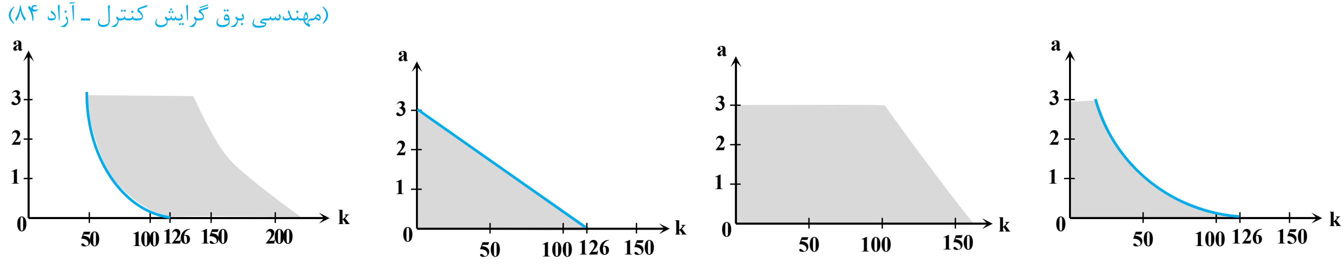
۱) برای مقادیر k بزرگ‌تر از ۱۲ و کوچک‌تر از ۴۲ سیستم مدار بسته پایدار است.

۲) برای مقادیر k کوچک‌تر از ۳۰ سیستم مدار بسته همواره پایدار است.

۳) چون سیستم مدار باز ناپایدار است، سیستم مدار بسته به ازاء همه مقادیر $k>0$ ناپایدار است.

۴) گرچه سیستم مدار باز ناپایدار است، ولی سیستم مدار بسته به ازاء همه مقادیر $k>0$ پایدار است.

۱۲ــ معادله مشخصه سیستمی عبارت است از: $s^4+8s^3+17s^2+(k+10)s+ka=0$ ناحیه پایداری برای k و a کدام است؟ (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)



(۴) (۳) (۲) (۱)

۱۳ــ معادله مشخصه سیستمی عبارت است از: $s^3+(4+k)s^2+6s+16+8k=0$

به‌ازای چه مقداری از k پاسخ نوسانی خواهد بود؟ (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)

۱) ۴ ۲) ۰ ۳) ۴- ۴) ۲-

۱۴ـ به ازای چه مقادیری از P چندجمله‌ای مشخصه $s^۴+۸s^۳+۱۷s^۲+۱۲۸s+P=۰$ پایدار است؟
(مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۵)

۱) $۰<P<۱۶$ ۲) $P>۰$ ۳) $P<۱۶$ ۴) $۰<P<۱۲۸$

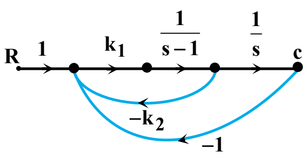
۱۵ـ معادله مشخصه سیستم $\dot{x}=Ax+Bu$ را به ازای $B=\begin{bmatrix}۰\\۰\\۱\end{bmatrix}$ و $A=\begin{bmatrix}۰&۱&۰\\-۱&۰&۰\\۰&-۲&-۳\end{bmatrix}$ تعیین کنید.
(مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) $s^۳+۳s^۲+s+۳=۰$ ۲) $s^۳+۲s^۲+۳s+۱=۰$ ۳) $s^۳-s^۲+۲s+۳=۰$ ۴) $s^۳+۲s+۳=۰$

۱۶ـ معادله مشخصه سیستمی به صورت $s^۳+as^۲+bs+a+۱=۰$ است. مقادیر a و b چقدر باشد تا سیستم با فرکانس $۲\frac{rad}{s}$ نوسان کند؟
(مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) $a=\frac{۱}{۴}$, $b=۳$ ۲) $a=\frac{۱}{۳}$, $b=۴$ ۳) $a=b=\frac{۱}{۳}$ ۴) $a=۴$, $b=\frac{۱}{۳}$

۱۷ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید، کدام عبارت درست است؟
(مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)



۱) برای $k_۲>۰$ سیستم پایدار است.
۲) برای $k_۱k_۲>۱$ سیستم پایدار است.
۳) برای $k_۱>۰$ و $k_۲>۰$ سیستم پایدار است.
۴) اگر $k_۲=۰$ باشد، $k_۱$ می‌تواند سیستم را پایدار کند.

۱۸ـ اگر سیستمی دارای تابع تبدیل $H(s)=\frac{۲۴(s-۲)}{s^۶+۴s^۵+۱۱s^۴+۳۲s^۳+۴۰s^۲+۶۴s+۴۸}$ باشد، آنگاه این سیستم همواره .... است.
(مهندسی برق ـ سراسری ۸۶)

۱) پایدار ۲) پایدار مجانبی ۳) پایدار مرزی ۴) ناپایدار

۱۹ـ معادله مشخصه سیستمی عبارت است از : $s^۵+s^۴+۴s^۳+۴s^۲+۴s+۴=۰$
کدام گزینه درست است؟
(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) سیستم ناپایدار است.
۲) سیستم پایدار است.
۳) سیستم پایدار مرزی است.
۴) پایداری سیستم به ورودی آن بستگی پیدا می‌کند.

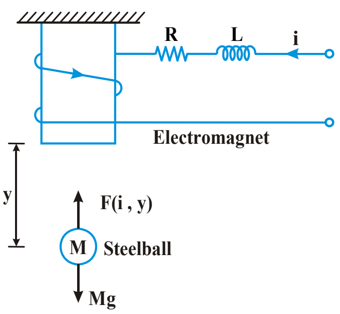
۲۰ـ به ازای چه مقادیری از k سیستم حلقه بسته با تابع تبدیل حلقه باز $g(s)=\frac{k}{s^۳+۵s^۲+۸s+۵}$ و فیدبک منفی واحد پایدار است؟
(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) $k>۳۵$ ۲) $k<۳۵$ ۳) $k\geq ۳۵$ ۴) $k>۰$

۲۱ـ سیستمی با معادلات حالت $\begin{cases}\dot{X}_۱=aX_۱+bX_۲\\\dot{X}_۲=cX_۱+dX_۲\end{cases}$ توصیف می‌شود. تحت کدام شرایط زیر سیستم پایدار است؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)

۱) $a+d<۰, bc>ad$
۲) $b=-c, d<۰, a<۰$
۳) $b=-۲c, d<۰, a<۰$
۴) هر سه مورد صحیح است.

۲۲ـ سیستم تعلیق مغناطیسی زیر را در نظر بگیرید. اگر جریان سلف (i) به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شود، کدام گزینه در مورد مشاهده‌پذیری و پایداری سیستم حلقه باز صحیح است؟
(دکتری ۹۳)



۱) مشاهده‌پذیر ـ پایدار
۲) مشاهده‌پذیر ـ ناپایدار
۳) مشاهده‌ناپذیر ـ پایدار
۴) مشاهده‌ناپذیر ـ ناپایدار

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ گزینه «۱» تابع تبدیل $\frac{C(s)}{R(s)}$ را به روش میسون به دست می‌آوریم:

از ورودی $R(s)$ به خروجی $C(s)$ تنها یک مسیر پیشرو وجود دارد. بهره‌ی این مسیر عبارت است از:

$$P_1 = \frac{k}{s+3} \times \frac{1}{s+2} \times \frac{1}{s}$$

با حذف این مسیر و حلقه‌های متصل به آن، $\Delta_1 = 1$ به دست می‌آید.

برای به دست آوردن دترمینان مسیر، باید حلقه‌های دیاگرام بلوکی را تشخیص دهیم. سه حلقه در دیاگرام وجود دارند که بهره‌های آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$L_1 = \frac{-2}{7}\left(\frac{k}{s+3}\right) \;,\; L_2 = \left(\frac{k}{s+3}\right)\left(\frac{1}{s+2}\right)\left(\frac{-2}{7}\right) \;,\; L_3 = \left(\frac{k}{s+3}\right)\left(\frac{1}{s+2}\right)\left(\frac{-1}{s}\right)$$

بنابراین دترمینان مسیر $\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3)$ خواهد بود. تابع تبدیل $\frac{C(s)}{R(s)}$ برابر است با:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{k}{s(s+2)(s+3)}}{1+\frac{2}{7}\left(\frac{k}{s+3}\right)+\frac{2}{7}\left(\frac{k}{(s+2)(s+3)}\right)+\frac{k}{s(s+2)(s+3)}} \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{7k}{7s^3+(35+2k)s^2+(42+6k)s+7k}$$

از قاعده میسون معادله مشخصه سیستم به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\Delta(s) = 7s^3+(35+2k)s^2+(42+6k)s+7k = 0$$

از آرایه روث داریم:

s^3	7	$42+6k$
s^2	$35+2k$	$7k$
s^1	A	0
s^0	$7k$	

$$A = \frac{(35+2k)(42+6k)-49k}{35+2k} = 42+6k-\frac{49k}{35+2k}$$

واضح است که به ازای $k>0$ سیستم پایدار است.

۲ـ گزینه «۲»

روش اول: معادله مشخصه سیستم حلقه بسته برابر است با:

$$\Delta(s) = T_2s^3+s^2+kT_1s+k = 0$$

s^3	T_2	kT_1
s^2	1	k
s^1	$k(T_1-T_2)$	0
s^0	k	

شرایط پایداری: $k>0, T_2>0, T_1>T_2$ است که منطبق بر گزینه (۲) می‌باشد.

روش دوم: معادله مشخصه از مرتبه سوم است. طبق نکته مربوط به پایداری سیستم‌های مرتبه سوم باید دو شرط هم علامت بودن همه ضرایب و $a_2a_3 > a_1a_4$ در معادله مشخصه $\Delta(s) = a_1s^3+a_2s^2+a_3s+a_4 = 0$ برقرار باشد. در واقع با این کار نیازی به تشکیل جدول برای سیستم‌های مرتبه سوم نیست.

$$T_2>0 \;,\; k>0 \;,\; T_1>0 \;,\; kT_1>T_2k \;\Rightarrow T_1>T_2$$

۳ـ گزینه «۱» آرایه روث را به شکل زیر تشکیل می‌دهیم:

s^6	1	$3+ak$	$2/25+3ak$	$2/25ak$
s^5	$a+k$	$3(a+k)$	$2/25(a+k)$	
s^4	ak	$3ak$	$2/25ak$	
s^3	0	0		
s^2				
s^1				
s^0				

$\rightarrow$ معادله کمکی $s^4+3s^2+2/25=(s^2+1/5)^2=0$

معادله کمکی ریشه موهومی محض مکرر دارد. بنابراین سیستم به ازای تمامی مقادیر k, a ناپایدار خواهد بود و نیازی به تکمیل جدول نیست.

در صورت تکمیل جدول، سطر $s^۱$ کاملاً صفر می‌شود و معادله کمکی حاصل از سطر $s^۲$ به صورت $۱/۵s^۲+۲/۲۵=۰$ خواهد بود. همچنین هیچ تغییـر علامتـی در ستون اول وجود نخواهد داشت. در صورت تکمیل جدول داریم:

$$\begin{array}{c|cccc}
s^۶ & ۱ & ۳+ak & ۲/۲۵+۳ak & ۲/۲۵ak \\
s^۵ & \cancel{k+a}\ ۱ & \cancel{۳(k+a)}\ ۳ & \cancel{۲/۲۵(k+a)}\ ۲/۲۵ & \\
s^۴ & \cancel{ak}\ ۱ & \cancel{ak}\ ۳ & \cancel{۲/۲۵ak}\ ۲/۲۵ & \\
s^۳ & \cancel{۰}\ ۱ & \cancel{۰}\ ۶ & & \\
s^۲ & ۱/۵ & ۲/۲۵ & & \\
s^۱ & \cancel{۳}\ ۰ & & & \\
s^۰ & ۲/۲۵ & & &
\end{array}$$

$$\to \quad A(s^۲)=s^۴+۳s^۲+۲/۲۵ \qquad A'(s^۲)=۴s^۳+۶s$$

$$\to \quad A(s^۲)=۱/۵s^۲+۲/۲۵ \qquad A'(s^۲)=۳s$$

جدول تکمیل شده تمام شرایط بیان شده قبل از تکمیل آن را ثابت می‌کند.

۴ـ گزینه «۱»

روش اول: معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از: $\Delta(s)=s^۳+۲s^۲+s+k$

از آن جایی که یکی از قطب‌های مدار بسته در ۴- قرار دارد، لذا: $\Delta(s)\big|_{s=-۴}=۰ \Rightarrow k=۳۶ \Rightarrow \Delta(s)=s^۳+۲s^۲+s+۳۶$

از معیار روث ـ هرویتز داریم:

$$\begin{array}{c|cc}
s^۳ & ۱ & ۱ \\
s^۳ & ۲ & ۳۶ \\
s^۱ & -۱۷ & ۰ \\
s^۰ & ۳۶ &
\end{array}$$

با توجه به دو بار تغییر علامت در ستون اول، سیستم حلقه بسته دو ریشه در سمت راست صفحه s دارد و در نتیجه ناپایدار است.

روش دوم: بدون تکمیل جدول روث نیز می‌توان این سؤال را حل کرد. برای پایداری باید داشته باشیم: $۲\times۱>۳۶$

که این شرط برقرار نیست پس حتماً سیستم ناپایدار است و گزینه (۱) صحیح است.

روش سوم: چون $s=-۴$ قطب سیستم است، معادله مشخصه بر $(s+۴)$ بخش‌پذیر است. دیگر نیازی به محاسبه k نیست.

$$s^۳+۲s^۲+s+k \,\Big|\, \frac{s+۴}{s^۲-۲s+۹} \to s^۱-۲s+۹ \to \text{۲ ریشه از سمت راست}$$

۵ـ گزینه «۱»

روش اول: معادله مشخصه سیستم را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$(s+۰/۵)^۲(۰/۵s+۱)+k(۰/۲۵s+۱)=۰ \Rightarrow ۰/۵s^۳+۱/۵s^۲+(۰/۲۵k+۱/۱۲۵)s+(k+۰/۲۵)=۰$$

در حالت خروجی سینوسی (نوسانی) در آرایه روث نیاز به سطر صفر داریم:

به گونه‌ای که هیچ تغییر علامتی در ستون اول وجود نداشته باشد.

$$\begin{array}{c|ll}
s^۳ & ۰/۵ & ۱/۱۲۵+۰/۲۵k \\
s^۲ & ۱/۵ & ۰/۲۵+k \\
\hline
s^۱ & ۱/۵۶۲۵-۰/۱۲۵k & ۰ \Rightarrow k=۱۲/۵ \\
s^۰ & ۰/۲۵+k &
\end{array}$$

در این حالت در ستون اول تغییر علامت نداریم، لذا شرایط سینوسی برقرار است و دامنه نوسان سیستم ثابت می‌ماند.

روش دوم: می‌توان از همان نکته معادله مرتبه ۳ که در سؤال بالا (روش ۲) استفاده شد، استفاده کرد یا حتی به‌صورت یک نکته جدا آورد.

$as^۳+bs2+cs+d$ شرط پایداری $bc>ad$ شرط پایداری مرزی $bc=ad$

فرکانس نوسان در مرز $w_۰=\sqrt{\frac{d}{b}}$

۶ـ گزینه «۲» آرایه روث را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 2 & 1 \\ s^4 & 1 & 2 & 1 \\ \hline s^3 & 0 & 0 & \end{array} \longrightarrow \text{معادله کمکی } s^4+2s^2+1=(s^2+1)^2=0$$

بنابراین با توجه به قطب مکرر روی محور موهومی، سیستم ناپایدار است و نیازی به ادامه جدول نیست. برای آشنایی بیشتر جدول روث این معادله مشخصه را تکمیل می‌کنیم تا به نتایج زیر برسیم.

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 2 & 1 \\ s^4 & 1 & 2 & 1 \\ s^3 & \cancel{0}\,4 & \cancel{0}\,4 & \\ s^2 & 1 & 1 & \\ s^1 & \cancel{0}\,2 & & \\ s^0 & 1 & & \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow A_1(s^2)=s^4+2s^2+1 \\ A_1'(s)^2=4s^3+4s \\ \rightarrow A_2(s^2)=s^2+1 \\ A_2'(s^2)=2s \end{array}$$

هیچ‌گونه تغییر علامتی در ستون اول جدول وجود ندارد.

سطر s^1 کاملاً صفر می‌شود.

معادله کمکی حاصل از سطر s^2، $(s^2+1)=0$ است.

با تکمیل جدول به هر سه نتیجه فوق می‌رسیم.

۷ـ گزینه «۲» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$1+g(s)=0 \Rightarrow s(s+1)(s+5)+10k=0 \quad \Rightarrow \quad s^3+6s^2+5s+10k=0$$

برای تحلیل پایداری، آرایه روث را به شکل زیر تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & 10k \\ \hline s^1 & 30-10k & 0 \\ s^0 & 10k & \end{array}$$

ستون اول نباید تغییر علامت بدهد و با فرض $k>0$ باید $0<k<3$ باشد. به ازای $k=3$ حالت نوسانی پیش می‌آید. بدون جدول تشکیل نیز می‌توان شرط پایداری را به دست آورد. کافی است داشته باشیم: $k>0\,,\,6\times5>10k \Rightarrow 3>k \Rightarrow 0<k<3$

۸ـ گزینه «۳» معادله مشخصه سیستم و آرایه روث را به دست می‌آوریم:

$$\Delta(s)=T^3s^3+3T^2s^2+3Ts+1+k=0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & T^3 & 3T \\ s^2 & 3T^2 & k+1 \\ s^1 & A & 0 \\ s^0 & k+1 & \end{array}$$

با توجه به مثبت بودن k و T در فرض سؤال شرط پایداری آن است که $A>0$ باشد.

$$A=9T^3-T^3(k+1)>0 \Rightarrow 8T^3-kT^3>0 \rightarrow T^3(8-k)>0 \Rightarrow 0<k<8$$

برای سیستم‌های مرتبه ۳ نیازی به رسم جدول RH نیست. می‌توان از همان نکته معادله مرتبه ۳ استفاده کرد یا حتی به‌صورت یک نکته جدا آورد.

$as^3+bs2+cs+d$ شرط پایداری $bc>ad$ \quad $bc=ad$ شرط پایداری مرزی

فرکانس نوسان در مرز $w_0=\sqrt{\dfrac{d}{b}}$

۹ـ گزینه «۱» معادله مشخصه حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=s^3+(k+1)s^2+(k+1)s+1$$

با اعمال معیار پایداری روث ـ هرویتز داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & k+1 \\ s^2 & k+1 & 1 \\ s^1 & \dfrac{k(k+2)}{k+1} & 0 \\ s^0 & 1 & \end{array}$$

برای پایداری با توجه به ستون اول آرایه روبه‌رو باید داشته باشیم: $k+1>0$ و $k(k+2)>0$.

بنابراین $k>-1$ و $k>0$ یا $k<-2$ خواهد بود. بنابراین شرط پایداری سیستم $k>0$ است.

چون به ازای $k<-2$ عنصر اول سطر s^2 و s^1 منفی می‌شود.

برای سیستم‌های مرتبه ۳ نیازی به رسم جدول RH نیست. می‌توان از همان نکته معادله مرتبه ۳ استفاده کرد یا حتی به‌صورت یک نکته جدا آورد.

$as^3 + bs2 + cs + d$ شرط پایداری $bc > ad$ \quad $bc = ad$ شرط پایداری مرزی

فرکانس نوسان در مرز $w_\circ = \sqrt{\frac{d}{b}}$

۱۰ـ گزینه «۳» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از: $\Delta(s) = 8s^3 + 12s^2 + 6s + 2k + 1$

از معیار پایداری داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 8 & 6 \\ s^2 & 12 & 2k+1 \\ s^1 & \frac{64-16k}{12} & \circ \\ s^\circ & 2k+1 & \end{array}$$

به ازای ۴ = k سطر صفر داریم. در این حالت معادله کمکی $12s^2 + 9 = \circ$ و بنابراین ریشه‌های نوسانی سیستم عبارتند از: $s = \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$

برای سیستم‌های مرتبه ۳ نیازی به رسم جدول RH نیست. می‌توان از همان نکته معادله مرتبه ۳ استفاده کرد یا حتی به‌صورت یک نکته جدا آورد.

$as^3 + bs2 + cs + d$ شرط پایداری $bc > ad$ \quad $bc = ad$ شرط پایداری مرزی

فرکانس نوسان در مرز $w_\circ = \sqrt{\frac{d}{b}}$

۱۱ـ گزینه «۱» از آرایه روث استفاده می‌کنیم.

$$\Delta(s) = (s-1)(s+3)(s+4) + k = \circ \Rightarrow s^3 + 6s^2 + 5s - 12 + k = \circ$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & k-12 \\ s^1 & A & \circ \\ s^\circ & k-12 & \end{array} \quad \Rightarrow A = \frac{30 - k + 12}{6} = \frac{42-k}{6}$$

پس شرایط پایداری عبارت است از: $12 < k < 42$ و لذا گزینه (۱) صحیح است. بدون تشکیل جدول باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} k - 12 < \circ \Rightarrow k > 12 \\ 6\times 5 > k - 12 \Rightarrow k < 42 \end{cases} \Rightarrow 12 < k < 42$$

۱۲ـ گزینه «۱» آرایه روث را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 17 & ka \\ s^3 & 8 & k+10 & \circ \\ \hline s^2 & 126-k & 8ka & \\ s^1 & A & \circ & \\ s^\circ & 8ka & & \end{array} \quad \Rightarrow A = \frac{(126-k)(k+10) - 64ka}{126-k} \xrightarrow{\text{شرایط پایداری}} \begin{cases} ka > \circ \\ k < 126 \\ (126-k)(k+10) - 64ka > \circ \end{cases}$$

لذا گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند و با توجه به نامساوی سوم گزینه (۱) صحیح است.

$$\begin{cases} k - 12 > \circ \Rightarrow k > 12 \\ 6\times 50 > k - 12 \Rightarrow k < 42 \end{cases}$$ در نتیجه $12 < k < 42$.

۱۳ـ گزینه «۱» آرایه روث را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 6 \\ s^2 & 4+k & 16+8k \\ s^1 & \frac{8-2k}{4+k} & \circ \\ s^\circ & 16+8k & \end{array}$$

برای حالت نوسانی به سطر صفر نیاز داریم، لذا $k = 4$ خواهد بود. در این صورت فرکانس نوسانات پایدار سیستم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A(s^2) = (4+k)s^2 + (16+8k) = 8s^2 + 48 = \circ \to s = \pm j\sqrt{6} \Rightarrow \omega = \sqrt{6}$$

با توجه به کاربرد زیاد، به نظر می‌توان به‌صورت یک نکته جدا، پایه‌ای سیستم‌های مرتبه ۳ را به همراه مرز ناپایداری و فرکانس نوسان در مرز بررسی کرد.

$$as^3+bs^2+cs+d=0 \rightarrow \begin{cases} bc=ad & \text{شرط نوسان سیستم:} \\ w_0=\sqrt{\frac{d}{b}} & \text{فرکانس نوسان سیستم:} \end{cases}$$

۱۴ـ گزینه «۱» آرایه روث مربوط به این چندجمله‌ای عبارت است از:

برای پایداری، باید $P>0$ و $128-8P>0$ باشد، یا $0<P<16$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 17 & P \\ s^3 & 8 & 128 & 0 \\ s^2 & 1 & P & 0 \\ s^1 & 128-8P & 0 & \\ s^0 & P & & \end{array}$$

۱۵ـ گزینه «۱» معادله مشخصه سیستم از رابطه $Det(sI-A)=0$ محاسبه می‌شود. لذا:

$$Det\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 1 & s & 0 \\ 0 & 2 & s+3 \end{bmatrix}=0$$

با بسط دترمینان داریم:

$$(s+3)(s^2+1)=0 \Rightarrow s^3+3s^2+s+3=0$$

۱۶ـ گزینه «۲» آرایه روث را تشکیل می‌دهیم:

$$s^3+as^2+bs+a+1=0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & b \\ s^2 & a & a+1 \\ \hline s^1 & ab-a-1 & 0 \\ s^0 & a+1 & \end{array}$$

در حالت نوسانی با فرکانس ثابت، سطر صفر داریم، لذا:

$$\Rightarrow ab-a-1=0 \Rightarrow ab=a+1$$

معادله کمکی عبارت است از:

$$as^2+a+1=0 \Rightarrow as^2+ab=0 \Rightarrow s^2+b=0$$

اگر فرکانس نوسانی $2\frac{rad}{s}$ باشد داریم $b=4$ و لذا $a=\frac{1}{3}$.

با توجه به کاربرد زیاد، به نظر می‌توان به‌صورت یک نکته جدا، پایه‌ای سیستم‌های مرتبه ۳ را به همراه مرز ناپایداری و فرکانس نوسان در مرز بررسی کرد.

$$as^3+bs^2+cs+d=0 \rightarrow \begin{cases} bc=ad & \text{شرط نوسان سیستم:} \\ w_0=\sqrt{\frac{d}{b}} & \text{فرکانس نوسان سیستم:} \end{cases}$$

۱۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. معادله مشخصه سیستم را با محاسبه دترمینان گراف به دست می‌آوریم:

$$\Delta=1-(\frac{-k_1k_2}{s-1}-\frac{k_1}{s(s-1)})=1+\frac{k_1k_2}{s-1}+\frac{k_1}{s(s-1)}=0 \Rightarrow s(s-1)+k_1k_2s+k_1=0 \Rightarrow s^2+(k_1k_2-1)s+k_1=0$$

برای پایداری لازم و کافی است که ضرایب معادله درجه دوم هم علامت باشند؛ یعنی $k_1>0$ و $k_1k_2>1$ هر دو شرط باید ارضاء شود.

۱۸ـ گزینه «۴» آرایه روث را به شکل زیر تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|cccc} s^6 & 1 & 11 & 40 & 48 \\ s^5 & 1 & 8 & 16 & 0 \\ \hline s^4 & 1 & 8 & 16 & 0 \\ s^3 & 0 & 0 & 0 & \\ s^2 & & & & \\ s^1 & & & & \\ s^0 & & & & \end{array}$$

معادله کمکی را از سطر بالای سطر صفر؛ یعنی s^3 به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$A(s^2)=s^4+8s^2+16=(s^2+4)^2$$

لذا با توجه به ریشه‌های موهومی محض مکرر سیستم ناپایدار است و نیازی به تکمیل جدول نیست.

از آن‌جایی که ریشه‌های معادله مشخصه موهومی هستند، در صورت تکمیل آن نیز هیچ تغییر علامتی نخواهیم داشت.

همچنین به دلیل مکرر بودن ریشه‌های موهومی سطر s^1 نیز کاملاً صفر می‌شود و معادله کمکی سطر s^2 به صورت $A(s^2)=s^2+4$ به دست می‌آید. جدول تکمیل شده نیز آورده شده است.

s^6	1	11	40	48	
s^5	$\cancel{4}\ 1$	$\cancel{32}\ 8$	$\cancel{64}\ 16$		
s^4	$\cancel{3}\ 1$	$\cancel{24}\ 8$	$\cancel{48}\ 16$		$\rightarrow\ A_1(s^2)=s^4+8s^2+16=0\ ,\ A_1'(s^2)=4s^3+16s$
s^3	$\cancel{0}\ \cancel{4}\ 1$	$\cancel{0}\ \cancel{16}\ 4$			$\rightarrow\ A_2(s^2)=s^2+4=0\ ,\ A_2'(s^2)=2s$
s^2	$\cancel{4}\ 1$	$\cancel{16}\ 4$			
s^1	$\cancel{0}\ 2$				
s^0	4				

۱۹ـ گزینه «۱»

روش اول: از آرایه روث داریم:

s^5	1	4	4
s^4	1	4	4
s^3	0	0	0
s^2			
s^1			
s^0			

معادله کمکی $s^4+4s^2+4=(s^2+2)^2$ است. با توجه به ریشه‌های موهومی محض مکرر سیستم ناپایدار است.

روش دوم: چون ریشه‌های معادله مشخصه به صورت $s=(\pm\sqrt{2}j)_2$ به دست آمده است، یعنی ریشه موهومی مکرر داریم. پس سطر s^1 نیز کاملاً صفر می‌شود و معادله کمکی سطر s^2 به صورت $A(s^2)=s^2+2=0$ ظاهر می‌شود. دقت کنید که در صورت تکمیل جدول هیچ تغییر علامتی در ستون اول جدول وجود نخواهد داشت.

۲۰ـ گزینه «۲» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=1+G(s)=0\ \Rightarrow\ s^3+5s^2+8s+5+k=0$$

آرایه روث را تشکیل می‌دهیم:

s^3	1	8
s^2	5	$5+k$
s^1	$35-k$	0
s^0	$5+k$	

برای پایداری باید داشته باشیم: $-5<k<35$. با فرض $k>0$، گزینه (۲) صحیح است.

۲۱ـ گزینه «۴»

$$\dot{x}(t)=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}x=Ax$$

برای پایداری باید ریشه‌های معادله مشخصه؛ یعنی $\text{Det}(sI-A)=0$ اکیداً منفی باشند.

$$\text{Det}(sI-A)=\text{Det}\begin{pmatrix} s-a & -b \\ -c & s-d \end{pmatrix}=s^2-(a+d)s+ad-bc=0$$

لذا شرط پایداری آن است که $a+d<0$ و $ad-bc>0$ باشد.

با اصلاح گزینه (۱) به شکل $bc<ad$ و $a+d<0$ هر سه گزینه صحیح هستند، چون گزینه‌های (۲) و (۳) هر دو شرایط پایداری را برقرار خواهند کرد.

۲۲ـ گزینه «۴» به شکل نگاه می‌کنیم، هدف آن است که جریان عبوری از سیم‌پیچ که شامل مقاومت و سلف است (مدار RL) تولید میدان مغناطیسی نماید (قاعده دست راست) و این میدان مغناطیسی، باید به اندازه‌ای باشد تا بر نیروی گرانش زمین برای گوی غلبه کند و آن را در فضا ثابت نگه دارد.

از این‌رو چون جابه‌جایی y در جریان i به طور مستقیم وجود ندارد، خروجی مشاهده ناپذیر است.

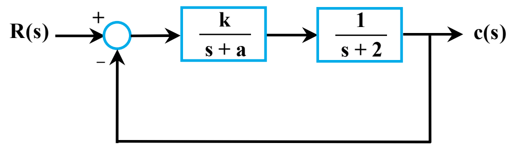
همچنین چون از مقدار جابه‌جایی گوی هیچ‌گونه داده‌ای سنس نمی‌گردد، در سیستم حلقه باز نمی‌توانیم تشخیص دهیم که آیا گوی ثابت شده، سقوط می‌کند و یا به انتهای مغناطیس‌کننده می‌چسبد، از این‌رو سیستم حلقه باز ناپایدار است.

فصل سوم

« تحلیل پاسخ گذرا »

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱ـ در سیستم کنترل شکل زیر مقادیر k و a چگونه باید انتخاب شوند تا زمان مستقر شدن ۲ درصدی کمتر از یک ثانیه و حداکثر فراجهش کمتر از ۱۰ درصد باشد؟ (مهندسی هسته‌ای ـ سراسری ۸۰)



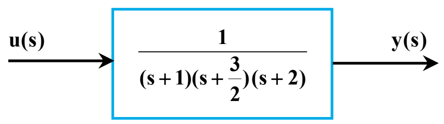
۱) $a = ۴, k = ۴۴/۴۴$

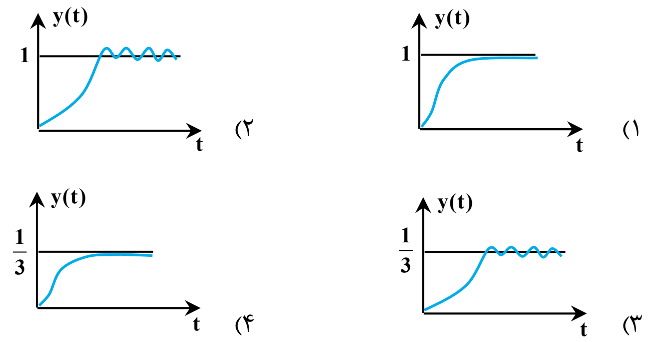
۲) $a = ۶, k = ۳۲/۴۴$

۳) $a = ۴, k = ۳۲/۴۴$

۴) $a = ۶, k = ۴۴/۴۴$

۲ـ کدام‌یک از چهار پاسخ زیر نمایش تقریبی عکس‌العمل $y(t)$ سیستم شکل زیر نسبت به ورودی پله واحد $u(t)$ می‌باشد؟ (مکانیک ـ آزاد ۸۰)





۳ـ معادله فضای حالت سیستمی عبارت است از : $\dot{x} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} u$ و $y = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix} x$. برای ورودی پله واحد، به ازای چه مقادیری از شرایط اولیه، خروجی سیستم در $t = ۱$ صفر خواهد شد؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۰)

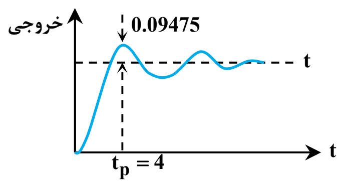
۱) $x_۲(۰) = ۰,\ x_۱(۰) = ۱$

۲) $x_۲(۰) = ۱,\ x_۱(۰) = ۰$

۳) $x_۲(۰) = ۰,\ x_۱(۰) = -۱$

۴) به ازای هیچ مقادیری از شرایط اولیه خروجی صفر نخواهد شد.

۴ـ تابع تبدیل حلقه ـ باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از : $\dfrac{k_m}{s(T_m s + ۱)}$. پاسخ زمانی آن به ورودی پله در شکل زیر رسم شده است. نسبت میرایی سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۱)



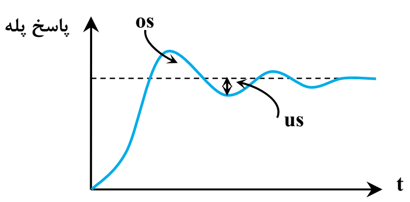
۱) $۰/۵$

۲) $۰/۶$

۳) $۰/۷$

۴) $۰/۴$

۵ـ در پاسخ پله یک سیستم مرتبه دوم نمونه، رابطه میان فراجهش (os) Overshoot و فروجهش (us) Undershoot نشان داده شده در شکل مقابل کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)



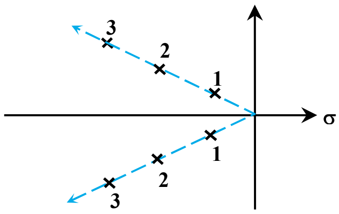
۱) $os = (us)^۲$

۲) $us = ۲os$

۳) $us = (os)^۲$

۴) $us = ۰/۵os$

۶ـ قطب‌های یک سیستم مرتبه دوم مطابق شکل زیر حرکت می‌کنند. کدام بیان در مورد این سیستم صادق است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۳)



۱) زمان صعود سیستم کاهش می‌یابد.

۲) فراجهش سیستم افزایش می‌یابد.

۳) زمان مستقر شدن سیستم افزایش می‌یابد.

۴) فرکانس نوسانات سیستم کاهش می‌یابد.

۷ـ معادله فضای حالت سیستم عبارت است از:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-۴&۰&۰&۰\\۰&-۳&۰&۰\\۰&۰&-۲&۰\\۰&۰&۰&-۱\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}۵\\۰\\۲\\۰\end{bmatrix}u$$

پاسخ پله واحد آن کدام است؟ $y=\begin{bmatrix}۱&۱&۱&۰\end{bmatrix}x$ (مهندسی برق، گرایش کنترل ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{۵}{۴}(۱-e^{-۴t})+۱-e^{-۲t}$ ۲) $e^{-۴t}+e^{-۲t}$ ۳) $-e^{-۴t}-e^{-۲t}$ ۴) $\frac{۵}{۴}(۱+e^{-۴t})+۱+e^{-۲t}$

۸ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $G(s)=\frac{۱۰۰}{۳s+۱}$. ثابت زمانی پاسخ سیستم حلقه بسته کدام است؟

(مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۳}{۱۰۰}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۳}{۱۰۱}$ ۴) $\frac{۱۰۰}{۳}$

۹ـ تابع تبدیل یک سیستم مرتبه دوم عبارت است از $g(s)=\frac{۲۵۰۰}{s^۲+as+۲۵۰۰}$ که در آن $a\in[۱,۵]$. کدام عبارت در رابطه با پاسخ سیستم درست است؟

(مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۴)

۱) پاسخ سیستم به ازای $a\to ۱$ به شدت نوسانی و برای $a\to ۵$ نوسانات کمی خواهد داشت.

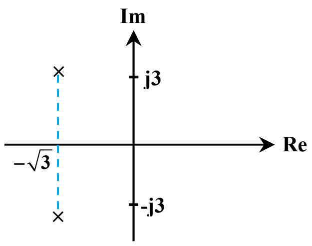
۲) پاسخ سیستم به ازای تمام مقادیر a به شدت نوسانی است.

۳) پاسخ سیستم به ازای تمام مقادیر a نوسانات کمی دارد.

۴) مقدار حالت ماندگار پاسخ ۲ و حالت گذرای آن بدون نوسان است.

۱۰ـ محل قطب‌های حلقه بسته یک سیستم مرتبه دوم در شکل مقابل داده شده‌اند. زمان فراجهش و زمان مستقر شدن سیستم به ترتیب کدام است؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{\pi}{۳}$, ۲/۳ ۲) $\frac{\pi}{۳}$, ۴/۶

۳) $\frac{\pi}{۶}$, ۲/۳ ۴) $\frac{\pi}{۶}$, ۴/۶

۱۱ـ پاسخ پله واحد سیستمی عبارت است از $y(t)=(۱-۳e^{-۲t}+۲e^{-۳t})۱(t)$. تابع تبدیل سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)

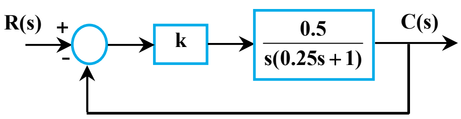
۱) $\frac{۶s}{(s+۲)(s+۳)}$ ۲) $\frac{۶}{s(s+۲)(s+۳)}$ ۳) $\frac{۱}{(s+۲)(s+۳)}$ ۴) $\frac{۶}{(s+۲)(s+۳)}$

۱۲ـ تابع تبدیلی سیستمی عبارت است از $g(s)=\frac{k}{s^۲T_۱T_۲+sT_۱+۱}$. مطلوب است که $\zeta=۰/۷$ باشد آن‌گاه داریم: (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)

۱) $T_۱=۱/۹۶T_۲$ ۲) $T_۱=T_۲$

۳) $T_۱=\sqrt{۲}T_۲$ ۴) مقدار ζ در این مورد به k نیز بستگی دارد.

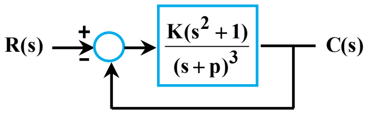
۱۳ـ دیاگرام جعبه‌ای یک سرومکانیسم در شکل زیر نمایش داده شده است: (مکانیک ـ سراسری ۸۶)



مقدار k برای اینکه سیستم مدار بسته ریشه‌ی مضاعف داشته باشد و مقدار ریشه‌ها را در این حالت تعیین کنید.

۱) $k=۱\ ,\ s_{۱,۲}=۲$ ۲) $k=۲\ ,\ s_{۱,۲}=-۱$ ۳) $k=۱\ ,\ s_{۱,۲}=-۲$ ۴) $k=۲\ ,\ s_{۱,۲}=-۲$

۱۴ـ در سیستم مدار بسته شکل مقابل $p > 0$ و $K > 0$ است. در ازای چه مقداری از p می‌توان قطب‌های مسلط سیستم مدار بسته را $s = -2 \pm 1j$ قرار داد؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۶)

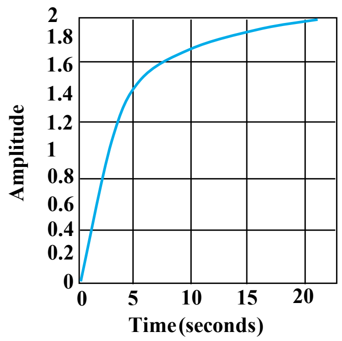


۱) $p = 2/5$
۲) $p = 3$
۳) $p = 3/5$
۴) $p = 4$

۱۵ـ تابع تبدیل $g(s) = \frac{3}{4s+6}$ را در نظر بگیرید. بهره حلقه باز و ثابت زمانی آن به ترتیب عبارتند از: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

۱) ۶،۳
۲) ۰/۶۷،۰/۵
۳) ۴،۳
۴) ۴،۰/۵

۱۶ـ نمودار پاسخ پله سیستمی به صورت زیر است، تبدیل آن کدام است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)



۱) $\frac{1}{5s+1}$
۲) $\frac{2}{15s+1}$
۳) $\frac{1}{15s+1}$
۴) $\frac{2}{3s+1}$

۱۷ـ معادله دیفرانسیل سیستمی عبارت است از $\frac{1}{4}\frac{dy^2}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + y = u(t)$. پاسخ سیستم به ورودی پله واحد و شرایط اولیه صفر: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

۱) از آن جایی که سیستم زیر میرا است، لذا پاسخی نوسانی ولی پایدار دارد و مقدار نهایی آن ۱ است.
۲) از آن‌جایی که سیستم فوق میرا است، لذا دو قطب حقیقی پایدار است و مقدار نهایی آن ۱ است.
۳) از آن‌جایی که سیستم ناپایدار است، خروجی به بی‌نهایت میل می‌نماید.
۴) از آن‌جایی که سیستم میرایی بحرانی است، خروجی نوسانی دارد.

۱۸ـ در سیستمی $G(S)H(S) = \frac{\alpha(S+4)}{S(S+3)}$ است. برای آن‌که ریشه‌های معادله مشخصه سیستم حقیقی منفی باشد محدوده‌ی α چیست؟ (مهندسی برق، کلیه گرایش‌ها ـ آزاد ۸۷)

۱) $2 < \alpha < 6$
۲) $1 < \alpha < 9$
۳) $-3 \le \alpha \le 1$
۴) $0 < \alpha \le 1$ و $\alpha \ge 9$

۱۹ـ برای سیستمی با فیدبک واحد و $G(s) = \frac{k(s+16)}{s(s+15)}$ بهترین مقدار k برای دستیابی به حداقل اورشوت و حداقل زمان قرار کدام است؟ (مهندسی برق، کلیه گرایش‌ها ـ آزاد ۸۷)

۱) $k = 9$
۲) $k = 16$
۳) $k = 20$
۴) $k = 25$

۲۰ـ چنانچه سیستمی با $H(S) = 1$ و $G(S) = \frac{100}{S(S+1)(S+10)}$ را با یک سیستم مرتبه دوم نمونه (فاقد صفر محدود) تعریف کنیم، نسبت میرایی سیستم حاصل (damping ratio) (ξ) کدام است؟ (مهندسی برق، کلیه گرایش‌ها ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{10}}{20}$
۴) $0/2$

۲۱ـ سیستم $\dot{x} + x = b(t)$ را در نظر بگیرید. پاسخ ضربه سیستم برای $t \ge 0$ کدام است؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) $1 - e^{-t}$
۲) e^{-t}
۳) e^{+t}
۴) $1 + e^{+t}$

۲۲ـ تابع تبدیل حلقه بسته سیستمی عبارت است از $\frac{10}{s^2 + (2+10a)s + 10}$. مطلوب است که حداکثر فراجهش سیستم ۱۰% باشد. مقدار a کدام است؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

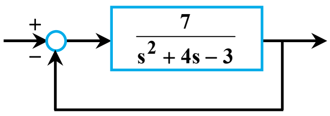
۱) ۰/۲
۲) ۰/۵۹
۳) $\sqrt{10}$
۴) ۰/۱۷۴

۲۳ـ پاسخ سیستم زیر به ورودی $u(t) = e^{-t}, t \geq ۰$، کدام است؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

$$g(s) = \frac{۲(s+۳)}{(s+۱)(s+۲)}$$

۱) $-۲e^{-t} + ۴te^{-t} + ۲e^{-۲t}$　　۲) $۲e^{-t} - ۴te^{-t} + ۲e^{-۲t}$　　۳) $۲e^{-t} - ۴te^{-t} - ۲e^{-۲t}$　　۴) $-۲e^{-t} - ۴te^{-t} + ۲e^{-۲t}$

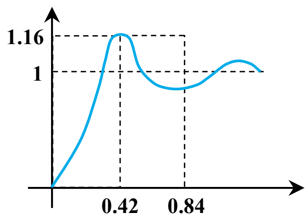
۲۴ـ در سیستم کنترلی داده شده، کدام شرط برقرار است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) میرایی بحرانی　　۲) Under-damped

۳) Over-damped　　۴) ناپایداری

۲۵ـ در صورتی که پاسخ پله واحد یک سیستم حلقه ـ بسته درجه ۲ با فیدبک واحد به صورت زیر باشد، محل قطب‌های تابع تبدیل حلقه ـ باز این سیستم در کدام گزینه با تقریب مناسبی گزارش شده است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) $s_۲ = -۴/۳ \;,\; s_۱ = ۰$

۲) $s_۲ = ۸/۶ \;,\; s_۱ = -۴/۳$

۳) $s_۲ = -۰/۴۳ - j۷/۵ \;,\; s_۱ = -۰/۴۳ + j۷/۵$

۴) $s_۲ = -۸/۶ \;,\; s_۱ = ۰$

۲۶ـ معادله مشخصه سیستمی به صورت $\Delta(s) = s^۲ + (\alpha+\beta)s + \alpha\beta + k = ۰$ است، که در آن $\alpha > ۰$، $\beta > ۰$ و $\alpha \neq \beta$. محدوده k را برای سیستم پایدار به دست آورده و k را چنان تعیین کنید که ضریب میرایی (ξ) برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ باشد. (الکترونیک ـ آزاد ۸۹)

۱) به ازای $k > ۰$ سیستم پایدار و به ازای $k = \frac{\alpha^۲+\beta^۲}{۲}$ ضریب میرایی مطلوب به دست می‌آید.

۲) به ازای $k > ۰$ سیستم پایدار و به ازای $k = \alpha\beta$ ضریب میرایی مطلوب به دست می‌آید.

۳) به ازای $۰ < k < \alpha\beta$ سیستم پایدار و به ازای $k = \frac{\alpha^۲+\beta^۲}{۲}$ ضریب میرایی مطلوب به دست می‌آید.

۴) به ازای $k > -\alpha\beta$ سیستم پایدار و به ازای $k = \frac{(\alpha+\beta)^۲}{۲}$ ضریب میرایی مطلوب به دست می‌آید.

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱ـ گزینه «۲» بر اساس خواسته‌های سؤال داریم:

$$t_s = \frac{۴}{\zeta\omega_n} < ۱ \quad ; \quad \%OS < ۱۰$$

با فرض $t_s \le ۱$ و $\%OS \le ۱۰$ داریم:

$$\zeta \le ۰/۶ \quad ; \quad \zeta\omega_n \ge ۴ \quad \Rightarrow \quad \omega_n \ge ۶/۶۶$$

از طرفی با مقایسه‌ی معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با سیستم مرتبه دوم الگو داریم:

$$\Delta(s) = s^۲ + (a+۲)s + ۲a + k = ۰ \qquad \begin{cases} ۲\zeta\omega_n = a+۲ = ۸ \Rightarrow a = ۶ \\ \omega_n^۲ = ۲a + k \Rightarrow k = ۳۲/۴۴ \end{cases}$$

۲ـ گزینه «۴» طبق قضیه مقدار نهایی داریم:

$$y_{ss} = \lim_{s\to ۰} s \times \frac{۱}{(s+۱)(s+\frac{۳}{۲})(s+۲)} \times \frac{۱}{s} = \frac{۱}{۳}$$

توجه کنید که این قضیه زمانی کاربرد دارد که سیستم پایدار باشد. با توجه به مقدار نهایی $\frac{۱}{۳}$ تنها گزینه‌های (۳) و (۴) می‌توانند صحیح باشند. همچنین از آن‌جایی که همه‌ی قطب‌های سیستم حقیقی منفی هستند، نباید در پاسخ نوسانات میراشونده دیده شود؛ پس گزینه (۴) صحیح است.

۳ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» پاسخ سیستم از دو قسمت ورودی صفر و حالت صفر به شکل زیر تشکیل می‌شود :

$$y(s) = C(sI-A)^{-۱}x_۰ + [C(sI-A)^{-۱}B + D]u(s)$$

به ازای پله واحد $u(s) = \frac{۱}{s}$ و داریم:

$$y(s) = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s & -۱ \\ ۰ & s \end{bmatrix}^{-۱} x_۰ + \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s & -۱ \\ ۰ & s \end{bmatrix}^{-۱}\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}\frac{۱}{s} \Rightarrow y(s) = \frac{۱}{s^۲}\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s & ۱ \\ ۰ & s \end{bmatrix}x_۰ + \frac{۱}{s^۲}\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s & ۱ \\ ۰ & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}\frac{۱}{s}$$

$$y(s) = \begin{bmatrix} \frac{۱}{s} & \frac{s+۱}{s^۲} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_۱(۰) \\ x_۲(۰) \end{bmatrix} + \frac{s+۱}{s^۳} = \frac{x_۱(۰)}{s} + \frac{x_۲(۰)}{s} + \frac{x_۲(۰)}{s^۲} + \frac{۱}{s^۲} + \frac{۱}{s^۳}$$

$$\xrightarrow{\ell^{-۱}} y(t) = x_۱(۰) + x_۲(۰) + tx_۲(۰) + t + \frac{t^۲}{۲} \Rightarrow y(۱) = ۰ \Rightarrow x_۱(۰) + ۲x_۲(۰) = -\frac{۳}{۲}$$

۴ـ گزینه «۲» نسبت میرایی سیستم، ζ، مستقیماً از فراجهش قابل محاسبه است و نیازی به استفاده از سایر اطلاعات نیست.

$$\%os = ۹/۴ \Rightarrow e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{۱-\zeta^۲}}} \times ۱۰۰ = ۹/۴ \Rightarrow \zeta = ۰/۶$$

برای به دست آوردن پارامترهای سیستم داریم:

$$t_p = ۴ \ , \ ۴ = \frac{\pi}{\omega_d} \Rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{۴\sqrt{۱-۰/۶^۲}} = ۰/۹۸$$

تابع تبدیل را به فرم استاندارد بازنویسی می‌کنیم:

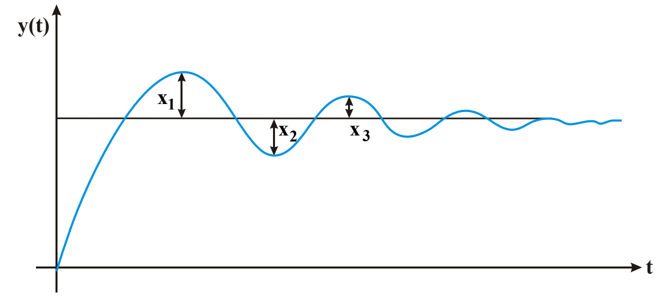
$$T(s) = \frac{\frac{k_m}{T_m}}{s^۲ + \frac{۱}{T_m}s + \frac{k_m}{T_m}} \Rightarrow \begin{cases} ۲\zeta\omega_n = \frac{۱}{T_m} \\ \omega_n^۲ = \sqrt{\frac{k_m}{T_m}} \end{cases} \Rightarrow T_m = ۰/۸۵ \ , \ k_m = ۰/۷۸۴ \Rightarrow T(s) = \frac{۰/۹۲۲}{s^۲ + ۱/۱۸s + ۰/۹۲۲}$$

۵ـ گزینه «۳» نقاط اکسترمم نسبی پاسخ پله یک سیستم مرتبه دوم نمونه در حالت کلی به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$y_{ext}(t) = ۱ + (-۱)^{n-۱} e^{-n\pi\frac{\zeta}{\sqrt{۱-\zeta^۲}}}$$

به ازای $n=۱$: $os = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{۱-\zeta^۲}}}$ و به ازای $n=۲$: $us = e^{\frac{-۲\pi\zeta}{\sqrt{۱-\zeta^۲}}}$، بنابراین : $us = (os)^۲$.

شکل زیر پاسخ پله یک سیستم با میرایی ضعیف را نشان می‌دهد.



$$\frac{x_2}{x_1}=\frac{e^{-\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}{e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}=e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\ ,\ \frac{x_3}{x_2}=\frac{e^{-\frac{3\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}{e^{-\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}=e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

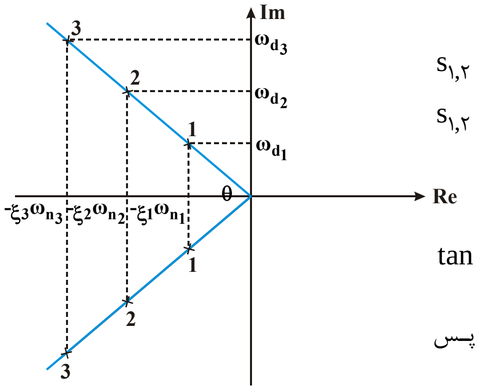
در واقع داریم:

$$\frac{x_n}{x_{n-1}}=e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

۶ـ گزینه «۱»

روش اول: مشخص است که گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) هر سه نادرست هستند. از طرفی زمان صعود با فرکانس نوسانات نسبت معکوس دارد.

روش دوم:



$$s_{1,2}=-\zeta_1\omega_{n_2}+j\omega_{d_1}$$

$$s_{1,2}=-\zeta_2\omega_{n_2}+j\omega_{d_2}$$

از آن‌جایی که قطب‌ها روی یک خط قرار دارند و شیب این خط ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{\omega_{d_i}}{\zeta_i\omega_{n_i}}=\frac{\omega_{n_i}\sqrt{1-\zeta_i^2}}{\zeta_i\omega_{n_i}}=\frac{\sqrt{1-\zeta_i^2}}{\zeta_i}$$

چون شیب خط یعنی $\tan\alpha$ همواره ثابت است می‌توان نتیجه گرفت که ζ_iها با هم برابر هستند. پس نسبت میرایی قطب‌ها با هم برابرند.

۷ـ گزینه «۱»

روش اول: با توجه به نمایش قطری فضای حالت تابع تبدیل سیستم به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{y(s)}{U(s)}=\frac{5}{s+4}+\frac{0}{s+3}+\frac{2}{s+2}+\frac{0}{s+1}=\frac{5}{s+4}+\frac{2}{s+2}=\frac{7s+18}{(s+4)(s+2)}$$

$$\text{پاسخ پله واحد}\ \Rightarrow L^{-1}=\{\frac{1}{s}(\frac{7s+18}{(s+4)(s+2)})\}=L^{-1}\{\frac{A}{s}+\frac{B}{s+4}+\frac{C}{s+2}\}=\frac{9}{4}-\frac{5}{4}e^{-4t}-e^{-2t}$$

روش دوم: همان‌طور که می‌دانیم سیستم‌های قطری را می‌توان جدا از هم نوشت چون هیچ ارتباطی بین حالت‌ها وجود ندارد.

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-4x_1+5u\\ y_1=x_1\end{cases},\ \begin{cases}\dot{x}_2=-3x_2\\ y_2=x_2\end{cases},\ \begin{cases}\dot{x}_3=-2x_3+2u\\ y_3=x_3\end{cases},\ \begin{cases}\dot{x}_4=-x_4\\ y_4=0\end{cases}$$

پاسخ پله این سیستم‌ها برابر است با:

$$y_1(s)=\frac{5}{(s+4)s}\ ,\ y_2(s)=0\ ,\ y_3(s)=\frac{2}{(s+2)s}\ ,\ y_4=0$$

$$y=y_1(s)+y_2(s)\ \Rightarrow y(t)=\frac{5}{4}-\frac{5}{4}e^{-4t}+1-e^{-2t}=\frac{9}{4}-\frac{5}{4}e^{-4t}-e^{-2t}$$

۸ـ گزینه «۳»

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{100}{3s+101}=\frac{\frac{100}{101}}{\frac{3}{101}s+1}$$

بنابراین ثابت زمانی حلقه بسته، $\tau=\frac{3}{101}$ است.

۹ــ گزینه «۲» از مقایسه با سیستم مرتبه دوم نمونه $\omega_n = ۵۰$ و $۲\zeta\omega_n = a$ می‌باشد. بنابراین $\zeta = \frac{a}{۱۰۰}$ است.

در نتیجه $\frac{۵}{۱۰۰} < \zeta < \frac{۱}{۱۰۰}$ و بنابراین گزینه (۲) صحیح است چون نسبت میرایی مقادیر کوچکی دارد.

۱۰ــ گزینه «۱»

$$s_{۱,۲} = -\sqrt{۳} \pm j۳ \equiv -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$

از روابط متناظر با زمان جهش و نشست در سیستم مرتبه دوم الگو داریم:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{۳} \quad \text{و} \quad T_s = \frac{۴}{\zeta\omega_n} = \frac{۴}{\sqrt{۳}} \approx ۲/۳$$

۱۱ــ گزینه «۴»

روش اول: تابع تبدیل سیستم را می‌توان از تبدیل لاپلاس پاسخ ضربه آن به دست آورد. از طرفی پاسخ ضربه واحد سیستم مشتق پاسخ پله واحد آن است لذا:

$$\frac{dy}{dt} = [(-۳)(-۲)e^{-۲t} + ۲(-۳)e^{-۳t}]u(t) + (۱-۳e^{-۲t}+۲e^{-۳t})\Big|_{t=۰}\delta(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = h(t) = (۶e^{-۲t} - ۶e^{-۳t})u(t) \Rightarrow H(s) = \frac{۶}{s+۲} - \frac{۶}{s+۳} = \frac{۶}{(s+۲)(s+۳)}$$

روش دوم: می‌توان با رد گزینه نیز به جواب صحیح رسید. طبق قضیه مقدار نهایی و با توجه به پاسخ پله داده شده داریم: $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = ۱ \Rightarrow$

گزینه (۱): $\lim\limits_{s\to ۰} s \times \frac{۶s}{(s+۲)(s+۳)} \times \frac{۱}{s} = ۰$ **گزینه (۲):** $\lim\limits_{s\to ۰} s \times \frac{۶s}{s(s+۲)(s+۳)} \times \frac{۱}{s} \to \infty$

گزینه (۳): $\lim\limits_{s\to ۰} s \times \frac{۱}{(s+۲)(s+۳)} \times \frac{۱}{s} = \frac{۱}{۶}$ **گزینه (۳):** $\lim\limits_{s\to ۰} s \times \frac{۶}{(s+۲)(s+۶)} \times \frac{۱}{s} = ۱$

۱۲ــ گزینه «۱» از مقایسه با سیستم الگوی مرتبه دوم $\frac{\omega_n^۲}{s^۲ + ۲\zeta\omega_n s + \omega_n^۲}$ می‌توان نوشت:

$$g(s) = \frac{\frac{k}{T_۱T_۲}}{s^۲ + \frac{۱}{T_۲}s + \frac{۱}{T_۱T_۲}} \Rightarrow \begin{cases} ۲\zeta\omega_n = \frac{۱}{T_۲} \\ \omega_n^۲ = \frac{۱}{T_۱T_۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱/۴\omega_n = \frac{۱}{T_۲} \\ \omega_n^۲ = \frac{۱}{T_۱T_۲} \end{cases} \Rightarrow T_۱ = ۱/۹۶T_۲$$

۱۳ــ گزینه «۴»

روش اول: معادله مشخصه سیستم $\frac{۱}{۴}s^۲ + s + ۰/۵k = ۰$ است.

در حالت میرایی بحرانی داریم:

$$۱ - ۴(\frac{۱}{۴})(۰/۵k) = ۰ \Rightarrow ۱ - \frac{k}{۲} = ۰ \to k = ۲ \Rightarrow \frac{۱}{۴}s^۲ + s + ۱ = ۰ \Rightarrow (s+۲)^۲ = ۰ \Rightarrow s = -۲, -۲$$

روش دوم: معادله مشخصه سیستم حلقه بسته $\Delta(s) = \frac{۱}{۴}s^۲ + s + ۰/۵k$ است. ابتدا به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم.

$$\Delta(s) = s^۲ + ۴s + ۲k$$

برای ریشه مضاعف باید $\zeta = ۱$ باشد. پس داریم:

$$۲\omega_n = ۴ \Rightarrow \omega_n = ۲ \Rightarrow \omega_n^۲ = ۲k \Rightarrow k = ۲$$

محل قرارگیری ریشه‌های مضاعف $-\zeta\omega_n$ است که $s = -۲$ می‌باشد.

۱۴ــ گزینه «۲» معادله مشخصه سیستم را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta(s) = (s+p)^۳ + k(s^۲+۱) = ۰ \Rightarrow \Delta(s) = s^۳ + (۳p+k)s^۲ + (۳p^۲+۲k)s + k + p^۳$$

معادله مشخصه مطلوب به صورت مقابل است:

$$\Delta(s) = (s^۲ + ۲s + ۵)(s+\alpha) = s^۳ + (\alpha+۲)s^۲ + (۲\alpha+۵)s + ۵\alpha$$

با مقایسه معادله مشخصه سیستم حلقه بسته باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} ۳p + k = \alpha + ۲ \\ ۳p^۲ + ۲k = ۲\alpha + ۵ \Rightarrow k = ۳/۰۷ \\ k + p^۳ = ۵\alpha \end{cases}$$

۱۵ـ گزینه «۲» در تابع تبدیل به صورت $G(s)=\frac{k}{\tau s+۱}$، k بهره حلقه باز و τ ثابت زمانی است. بنابراین:

$$g(s)=\frac{۳}{۴s+۶}=\frac{\frac{۳}{۶}}{\frac{۴}{۶}s+۱}=\frac{۰/۵}{۰/۶۷s+۱}\Rightarrow \text{بهره حلقه باز}=۰/۵ \qquad ; \qquad \text{ثابت زمانی}=۰/۶۷$$

۱۶ـ گزینه «۴» در ابتدا توجه کنید که مقدار حالت دائمی پاسخ پله واحد با بهره DC تبدیل برابر است. لذا گزینه (۲) یا (۴) صحیح است. از طرفی ثابت زمانی سیستم زمان رسیدن به ۰/۶۳ مقدار نهایی یعنی، تقریباً ۱/۲ است که معادل حدوداً ۳ ثانیه می‌باشد. پس گزینه (۴) صحیح است. برای تعیین ثابت زمانی می‌توان از زمان نشست سیستم نیز کمک گرفت. زمان نشست تقریباً ۵ برابر ثابت زمانی در سیستم‌های مرتبه اول است. پس با تعیین زمان نشست از روی شکل داریم: $T_s=۱۵=۵\tau \rightarrow \tau=۳$

۱۷ـ گزینه «۲» تابع تبدیل سیستم عبارت است از:

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}s^۲+۳s+۱}$$

سیستم پایدار است و ریشه‌های مشخصه آن حقیقی و متمایزند لذا گزینه (۲) صحیح است.

۱۸ـ گزینه «۴» معادله مشخصه سیستم $s^۲+(\alpha+۳)s+۴\alpha=۰$ است. شرط حقیقی بودن ریشه‌ها آن است که $(\alpha+۳)^۲-۱۶\alpha\geq ۰$ باشد و برای منفی بودن ریشه‌ها، باید $-۴\alpha<۰$ یا $\alpha>۰$ باشد.

۱۹ـ گزینه «۴» **روش اول:** برای پاسخ میرای بحرانی $(\xi=۱)$، باید معادله مشخصه ریشه مضاعف داشته باشد لذا:

$$\Delta(s)=s^۲+(۱۵+k)s+۱۶k \Rightarrow (k+۱۵)^۲-۶k=۰$$

بنابراین $k=۹$ یا $k=۲۵$. حداقل زمان قرار با ضریب میرایی بزرگ‌تر حاصل می‌شود، پس $k=۲۵$ و گزینه (۴) صحیح است.

روش دوم: معادله مشخصه سیستم به صورت $\Delta(s)=s^۲+۱۵s+ks+۱۶k$ است. برای این که حداقل اورشوت و حداقل زمان قرار را داشته باشیم باید $\xi=۱$ انتخاب شود.

$$۲\omega_n=۱۵+k \ ,\ \omega_n^۲=۱۶k$$
$$۲\times ۴\sqrt{k}=۱۵+k \Rightarrow ۸\sqrt{k}=۱۵+k \Rightarrow k=۲۵,۹$$

برای کاهش زمان قرار طبق رابطه $T_s=\frac{۴}{\xi\omega_n}$ باید $\xi\omega_n$ را بزرگ‌تر انتخاب کنیم، پس $k=۲۵$ جواب است.

۲۰ـ گزینه «۳» از مقایسه با معادله مشخصه سیستم مرتبه دوم نمونه داریم:

$$G(s)\approx\frac{۱۰۰}{s(s+۱)(۱۰)}\approx\frac{۱۰}{s(s+۱)}\Rightarrow \Delta(s)=s^۲+s+۱۰$$

$$\begin{cases}۲\xi\omega_n=۱\\ \omega_n^۲=۱۰\end{cases}\Rightarrow \xi\simeq\frac{۱}{۲\sqrt{۱۰}}\approx\frac{\sqrt{۱۰}}{۲۰}$$

۲۱ـ گزینه «۲» به ازای ضربه واحد $b(t)=\delta(t)$ داریم:

$$\dot{x}+x=\delta(t) \Rightarrow (s+۱)X(s)=۱ \Rightarrow X(s)=\frac{۱}{s+۱} \Rightarrow x(t)=e^{-t} \quad t\geq ۰$$

۲۲ـ گزینه «۴» در سیستم مرتبه دوم الگو به شکل مقابل حداکثر فراجهش عبارت است از:

$$\%OS=e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{۱-\zeta^۲}}}\times ۱۰۰$$

فراجهش ۱۰% متناظر با $\zeta\simeq ۰/۵۹$ است.

از طرفی داریم:

$$\begin{cases}۲\zeta\omega_n=۲+۱۰a\\ \omega_n=\sqrt{۱۰}\end{cases}\Rightarrow ۱۰a=۲(۰/۵۹)\sqrt{۱۰}-۲ \Rightarrow a\approx ۰/۱۷۳$$

۲۳ـ گزینه «۱» با توجه به $y(s)=G(s)U(s)$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} U(s)=\dfrac{1}{s+1} \\ G(s)=\dfrac{2(s+3)}{(s+1)(s+2)} \end{array}\right\} \Rightarrow y(s)=\frac{2(s+3)}{(s+1)^2(s+2)}$$

از بسط به کسرهای جزئی پاسخ سیستم در حوزه زمان محاسبه می‌شود:

$$y(s)=\frac{A}{(s+1)^2}+\frac{B}{s+1}+\frac{C}{s+2}\equiv\frac{2(s+3)}{(s+1)^2(s+2)} \Rightarrow A(s+2)+B(s+1)(s+2)+C(s+1)^2\equiv 2(s+3)$$

و یا: $\begin{cases} B+C=0 \\ A+3B+2C=2 \\ 2A+2B+C=6 \end{cases}$ بنابراین $\begin{cases} A=4 \\ B=-2 \\ C=2 \end{cases}$، در نتیجه پاسخ سیستم به ورودی $u(t)$، $y(t)=4te^{-t}-2e^{-t}+2e^{-2t}$ می‌باشد.

۲۴ـ گزینه «۱» معادله مشخصه حلقه بسته عبارت است از: $\Delta(s)=s^2+4s-3+7=s^2+4s+4=0$ و یا $\Delta(s)=(s+2)^2$ و سیستم میرایی بحرانی است.

۲۵ـ گزینه «۴» در شکل نشان داده شده داریم:

$$M_p=16\% \to 0/16=e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \to \xi=0/5$$

$$t_p=0/42 \to 0/42=\frac{\pi}{\omega_d} \to \omega_d=7/5 \to \omega_n\sqrt{1-0/25}=7/5 \to \omega_n=8/66$$

اگر تابع تبدیل حلقه سیستم را به صورت استاندارد $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}$ در نظر بگیریم. یکی از قطب‌های حلقه باز در $s=0$ و دیگری در $s=-2\xi\omega_n=-8/66$ قرار دارد.

۲۶ـ گزینه «۴» برای پایداری باید ضرایب معادله مشخصه مثبت باشند و لذا:

$$\begin{cases} \alpha+\beta>0 \\ \alpha\beta+k>0 \end{cases} \Rightarrow k>-\alpha\beta$$

ضریب میرایی معادله مشخصه:

$$2\zeta\omega_n=\alpha+\beta \qquad \omega_n^2=\alpha\beta+k$$

در نتیجه به ازای $\zeta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{2}\omega_n=\alpha+\beta \\ k=\omega_n^2-\alpha\beta \end{cases} \Rightarrow k=\left(\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{2}}\right)^2-\alpha\beta=\frac{\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2}{2}-\alpha\beta \Rightarrow k=\frac{\alpha^2+\beta^2}{2}$$

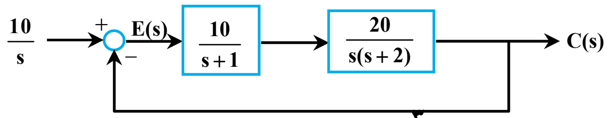
فصل چهارم

«تحلیل پاسخ حالت دائمی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

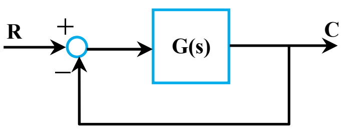
۱ـ برای سیستم زیر پاسخ حالت دائمی $c(t\to\infty)$ و خطای حالت دائمی $e(t\to\infty)$ به ترتیب کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)

۱) $\circ , ۱\circ$
۲) $۱\circ$, $\circ/\circ۹۷۵$
۳) $۱\circ , ۱\circ\circ\circ$
۴) ∞ , ∞



۲ـ در سیستم کنترل شکل زیر در صورتی که خطای حالت دائمی ناشی از ورودی شیب واحد برابر $\frac{۲}{۲}$ بوده و دو ریشه معادله مشخصه در محل‌های $-۱\pm j$ قرار گیرند، تابع تبدیل $G(s)$ از کمترین مرتبه، کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{s+۲}{s(s+۳)}$
۲) $\frac{s+۴}{s(s+۶)}$
۳) $\frac{۲}{s(s^۲+۴s+۳)}$
۴) $\frac{۴}{s(s^۲+۴s+۶)}$

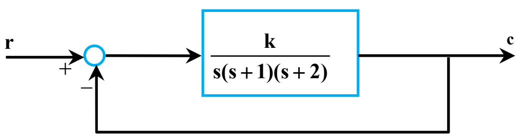


۳ـ تابع تبدیل حلقه ـ باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s)=\frac{۲}{s(s+۳)}$ کدام عبارت زیر غلط است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۰)

۱) خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی پله غیرواحد صفر است.
۲) خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی شتاب واحد بی‌نهایت است.
۳) خطای حالت ماندگار به ورودی‌هایی که از پله غیرواحد و شیب تشکیل شده باشد غیر صفر است.
۴) خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی شیب واحد $\frac{۲}{۳}$ است.

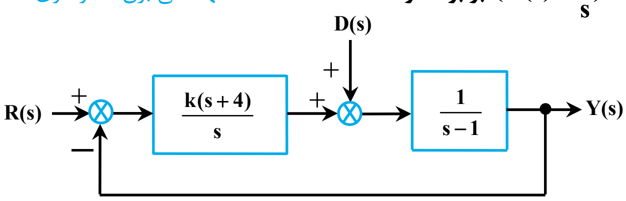
۴ـ در سیستم حلقه بسته شکل زیر به ازای چه مقادیری از k خطای حالت دائمی نسبت به پله واحد صفر است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)

۱) $k>\circ$
۲) $k\neq\circ$
۳) $k<\circ$
۴) $\circ<k<۶$



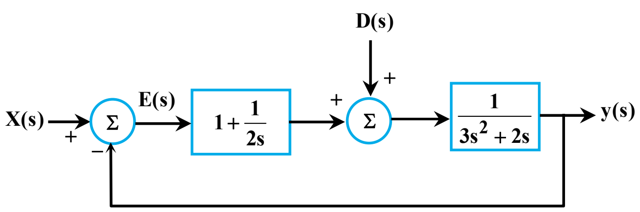
۵ـ به ازای چه مقادیری از k مقدار نهایی پاسخ سیستم به ازای اختلال پله واحد $(D(s)=\frac{۱}{s})$ برابر صفر است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)

۱) $k>\circ$
۲) $k>۱$
۳) $k\neq\circ$
۴) $\circ<k<۱$

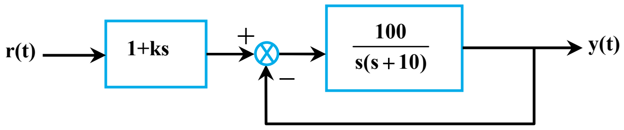


۶ـ خطای ماندگار (Steady state error) سیستم کنترل فیدبک PI نشان داده شده در شکل به اغتشاش خارجی D که به صورت تابع پله واحد در نظر گرفته می‌شود چقدر است؟ (یعنی $X(s)=\circ$ در نظر گرفته می‌شود و تنها ورودی سیستم، $D(s)$ می‌باشد.) (مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) $e_{ss}=\circ$
۲) $e_{ss}=\infty$
۳) $e_{ss}=۲$
۴) $e_{ss}=\frac{۱}{۲}$



۷ـ در سیستم زیر مقدار k را طوری بیابید که خطای حالت دائمی به ورودی $۱۰tu(t)$ (۱۰ تا شیب واحد) صفر گردد. (مهندسی برق ـ سراسری ۸۳)



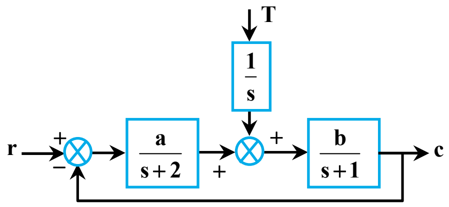
۱) $k = ۰/۱$

۲) $k = ۰/۲$

۳) $k = ۰/۵$

۴) جمیع مقادیر k

۸ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۳)



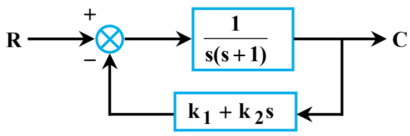
۱) اثر T بر پاسخ اگر b کاهش یابد، افزایش می‌یابد.

۲) اثر T بر پاسخ اگر a کاهش یابد، کمتر خواهد شد.

۳) با توجه به عبارت $\frac{۱}{s}$، اثر T بر پاسخ مستقل از b,a است.

۴) اثر T بر پاسخ اگر b کاهش یابد، کمتر خواهد شد.

۹ـ دیاگرام بلوکی سیستم کنترل زیر را در نظر بگیرید: خطای ماندگار سیستم حلقه بسته برای $R = \frac{۱}{s}$ برابر است با: (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)



۱) خطای حالت ماندگار با افزایش $k_۱$ کاهش می‌یابد.

۲) سیستم حلقه باز نوع یک است و لذا خطای حالت ماندگار صفر است.

۳) تنها برای $k_۱ = ۱$ صفر است.

۴) خطای حالت ماندگار به مقادیر $k_۲$ و $k_۱$ بستگی دارد.

۱۰ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s) = \frac{k(s-۱)}{(s+۱)^۲}$

خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی پله برابر است با: (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)

۱) بی‌نهایت

۲) $\frac{۱-۲k}{۱-k}$ به ازای تمام مقادیر k

۳) صفر است.

۴) $\frac{۱}{۱-k}$ به شرط آن که $-۲ < k < ۱$

۱۱ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با پسخور منفی واحد به صورت $G(s) = \frac{ks}{s+a}$ است. به ازای کدام مقادیر a و k خطای حالت دائمی سیستم به ورودی پله واحد برابر صفر خواهد بود؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)

۱) $k = ۲, a = ۱$

۲) $k = ۱, a = ۲$

۳) $k = ۲, a = ۲$

۴) هیچ مقدار a و هیچ مقدار k

۱۲ـ تابع سیستمی عبارت است از: $H(s) = \frac{۱۰k_۱}{s^۲ + (۲+۱۰k_۲)s + ۱۰k_۱}$. کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)

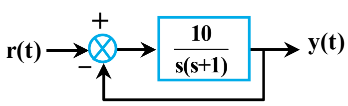
۱) تنها برای $k_۱ > ۰$ و $k_۲ > -۰/۲$ پاسخ سیستم به پله واحد در حالت ماندگار یک است.

۲) تنها برای $k_۱ > ۰$ و $k_۲ > -۰/۲$ و به شرط اضافه کردن یک انتگرال‌گیر پاسخ پله واحد سیستم در حالت ماندگار یک است.

۳) پاسخ پله واحد سیستم به ازای همه مقادیر $k_۱$ و $k_۲$ در حالت ماندگار یک است.

۴) پاسخ پله واحد سیستم از مقدار $k_۱$ مستقل است.

۱۳ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. برای $r(t) = a_۰ + a_۱t + a_۲t^۲$، خطای حالت ماندگار سیستم کدام است ؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)



۱) برای $a_۲ = ۰$، ∞ است.

۲) برای تمام مقادیر $a_۰, a_۱, a_۲$ صفر است.

۳) برای $a_۲ = ۰$، صفر است.

۴) برای تمام مقادیر $a_۰, a_۱, a_۲$، ∞ است.

۱۴ـ در یک سیستم کنترل با فیدبک منفی واحد خطای ماندگار به ورودی پله ۰/۵ است. چنانچه $G(s)$ را دو برابر کنیم مقدار خطای ماندگار: (مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) دو برابر می‌شود.

۲) $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود.

۳) نصف می‌شود.

۴) $\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شود.

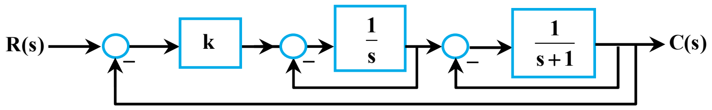
۱۵ـ در یک سیستم با فیدبک واحد، $G(s)=\dfrac{s+2}{s^3+3s^2}$ است. خطای ماندگار سیستم به ورودی $(0/125t^2+0/5t-2)u(t)$ که در آن $u(t)$ پله واحد می‌باشد کدام است؟

(مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۳۷۵
۲) ۰/۱۸۷۵
۳) ۰/۷۵
۴) صفر

۱۶ـ در سیستم شکل زیر k را طوری پیدا کنید که به ازای ورودی پله‌ای واحد $(R(s)=\frac{1}{s})$ مقدار نهایی عکس‌العمل سیستم مساوی ۰/۸ گردد.

(مکانیک ـ آزاد ۸۷)



۱) ۲
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۴

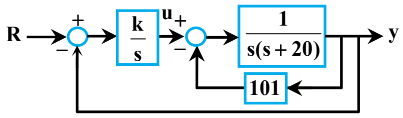
۱۷ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از $G(s)=\dfrac{8(s+2)}{s^2(s+4)}$. خطای حالت ماندگار سیستم حلقه بسته به ورودی مرجع $4-t-2t^2$ کدام است؟

(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱
۲) صفر
۳) ∞
۴) ۱−

۱۸ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. خطای حالت ماندگار سیستم برای ورودی پله واحد برای $k=0$ کدام است؟

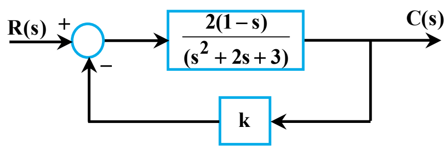
(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)



۱) ۱
۲) $\dfrac{100}{101}$
۳) صفر
۴) ∞

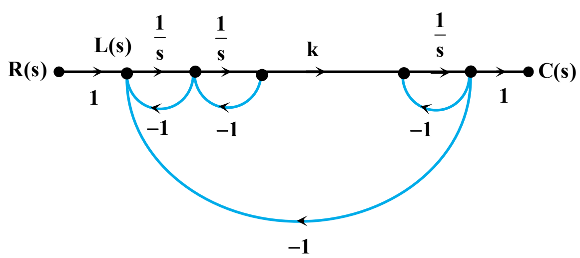
۱۹ـ در سیستم شکل زیر در چه حالتی خطای دائم سیستم $(e_{ss}(t)=\lim\limits_{t\to\infty}(r(t)-c(t)))$ برای ورودی پله صفر می‌گردد؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۹)



۱) چون نوع سیستم صفر است، خطای دائم برای ورودی پله صفر نمی‌گردد.
۲) با انتخاب $k=-1$
۳) با انتخاب $k=-\frac{1}{2}$
۴) چون سیستم غیرمینیمم فاز است، همواره دارای خطای حالت دائم خواهد بود.

۲۰ـ در نمودار گذر سیگنال (SFG) زیر چنانچه $E(s)=R(s)-C(s)$ و ورودی شیب واحد باشد، کدام مورد صحیح است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۹)



۱) $E(s)=L(s)$ و با $0<k<6$ داریم $e_{ss}=\frac{2}{k}$
۲) $E(s)\neq L(s)$ و با $k>0$ داریم $e_{ss}=\frac{1}{k}$
۳) $E(s)=L(s)$ و با $k>0$ داریم $e_{ss}=\frac{1}{k}$
۴) $E(s)\neq L(s)$ و با $0<k<6$ داریم $e_{ss}=\frac{2}{k}$

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱ـ گزینه «۴» معادله مشخصه حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s) = s^3 + 3s^2 + 2s + 200 = 0$$

از آرایه روث داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & 200 \\ \hline s^1 & -\frac{194}{3} & 0 \\ s^0 & 200 & \end{array}$$

دو تغییر علامت در جدول روث و در نتیجه دو قطب سمت راست محور موهومی داریم. لذا سیستم حلقه بسته ناپایدار است و بنابراین پاسخ دائمی سیستم بی‌نهایت می‌شود و خطا نیز به سمت بی‌نهایت میل می‌کند.

$$y_{ss} = \lim_{s\to 0} s \times T(s) \times \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} s \times \frac{200}{s^3 + 3s^2 + 2s + 200} \times \frac{10}{s} = 10$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \times (1 - T(s)) \times \frac{10}{s} = \lim_{s\to 0} \frac{(s^3 + 3s^2 + 2s)}{s^3 + 3s^2 + 2s + 200} \times 10 = 0$$

یعنی به گزینه اشتباه (۱) می‌رسیم.

نکته: برای سؤال‌هایی که خطای حالت ماندگار خواسته شده است و در گزینه‌ها ∞ وجود دارد حتماً پایداری سیستم را بررسی کنید.

۲ـ گزینه «۴»

روش اول: در هر چهار گزینه، ثابت خطای شیب برابر $\frac{2}{3}$ و لذا خطای دائمی به این ورودی $\frac{3}{2}$ است. شکل کلی گزینه‌های (۱) و (۲) به صورت $\frac{s+a}{s(s+b)}$ می‌باشد، در این حالت معادله مشخصه عبارت است از:

$$\Delta(s) = s^2 + (b+1)s + a \equiv s^2 + 2s + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

پس هیچ یک از این گزینه‌ها نمی‌تواند صحیح باشد. برای گزینه‌های (۳) و (۴) داریم:

$$\begin{cases} G(s) = \dfrac{k}{s(s^2 + as + b)} \\ \dfrac{k}{b} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

بنابراین معادله مشخصه عبارت است از:

$$\Delta(s) = s^3 + as^2 + bs + \frac{2}{3}b = (s^2 + 2s + 2)(s + p) = s^3 + (p+2)s^2 + (2p+2)s + 2p$$

$$\begin{cases} a = p + 2 \\ b = 2p + 2 \Rightarrow \quad b = 6 \quad , \quad a = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 4 \\ \frac{2}{3}b = 2p \end{cases}$$

روش دوم: با رد گزینه نیز می‌توان به پاسخ صحیح رسید. ریشه‌های معادله مشخصه را به دست می‌آوریم.

بررسی گزینه (۱): ریشه‌های حقیقی دارد. $\Delta(s) = s^2 + 4s + 2$

بررسی گزینه (۲): ریشه‌های حقیقی دارد. $\Delta(s) = s^2 + 7s + 2$

بررسی گزینه (۳): باید بر $s^2 + 2s + 2$ بخش‌پذیر باشد.

$$\Delta(s) = s^3 + 4s^2 + 3s + 2 = 0 \Rightarrow \begin{array}{r|l} s^3 + 4s^2 + 3s + 2 & s^2 + 2s + 2 \\ \underline{s^3 + 2s^2 + 2s} & \overline{s + 2} \\ 2s^2 + s + 2 & \\ \underline{-(2s^2 + 4s + 4)} & \\ -3s - 2 & \end{array}$$

بخش‌پذیر نیست. پس گزینه (۴) صحیح است.

۳ـ گزینه «۴» سیستم حلقه بسته پایدار است و با توجه به تابع تبدیل حلقه باز و فیدبک واحد نوع سیستم یک است لذا خطای پله‌ای صفر است.

خطای شیب عبارت است از:

$$e_\infty=\frac{1}{k_v}\quad;\quad k_v=\lim_{s\to 0}G(s)=\frac{2}{3}$$

در نتیجه $e_\infty=\frac{3}{2}$، و خطای ماندگار سیستم به ورودی سهمی بی‌نهایت است.

۴ـ گزینه «۴» نوع سیستم برابر یک است. لذا اگر سیستم حلقه بسته پایدار باشد خطای دائمی آن به پله واحد صفر خواهد بود.

معادله مشخصه سیستم $s^3+3s^2+2s+k=0$ می‌باشد. با استفاده از جدول روث داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & k \\ \hline s^1 & 6-k & 0 \\ s^0 & k & \end{array}$$

شرایط پایداری $0<k<6$ به‌دست می‌آید.

۵ـ گزینه «۲» تابع تبدیل خروجی به اغتشاش برابر است با:

$$\frac{Y(s)}{D(s)}=\frac{\frac{1}{s-1}}{1+\frac{k(s+4)}{s}\times\frac{1}{s-1}}=\frac{s}{s^2+(k-1)s+4k}$$

از آن‌جایی که $D(s)=\frac{1}{s}$ می‌باشد با فرض پایداری حلقه بسته که به ازای $k>1$ حاصل می‌شود، داریم:

$$y_\infty=\left.\frac{Y(s)}{D(s)}\right|_{s=0}=0$$

از این رو در شرایط پایداری همواره پاسخ نهایی به اختلال پله واحد صفر است. دلیل همواره صفر شدن اثر اغتشاش در حالت ماندگار برای خروجی نیز حضور عامل $\frac{1}{s}$ در بلوک قبل از محل ورود اغتشاش است. به همین دلیل با رعایت شرط پایداری اثر اغتشاش به طور کامل حذف می‌شود.

۶ـ گزینه «۱»

روش اول: با توجه به این که کنترل‌کننده انتگرالی است، در صورت پایداری حلقه بسته اثر اغتشاش خارجی پله واحد در حالت ماندگار صفر می‌شود.

$$\Delta(s)=1+\left(\frac{2s+1}{2s}\right)\left(\frac{1}{s(2+3s)}\right)=0\Rightarrow \Delta(s)=2s^2(3s+2)+2s+1=0\Rightarrow 6s^3+4s^2+2s+1=0$$

پایداری سیستم را با استفاده از جدول روث بررسی می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 6 & 2 \\ s^2 & 4 & 1 \\ \hline s^1 & \frac{1}{2} & 0 \\ s^0 & 1 & \end{array}$$

بنابراین سیستم پایدار است.

روش دوم: اگر خطا را به صورت معمول محاسبه کنیم داریم:

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\times T_D(s)\times\frac{1}{s}$$

$$T_D(s)=\frac{2s}{6s^3+4s^2+2s+1}\Rightarrow e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\times\frac{2s}{6s^3+4s^2+2s+1}\times\frac{1}{s}=0$$

۷ـ گزینه «۱» تابع تبدیل حلقه بسته عبارت است از:

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=T(s)=\frac{100(1+ks)}{s^2+10s+100}=\frac{b_1s+b_0}{s^2+a_1s+a_0}$$

با توجه به این که $a_0=b_0$، بنابراین خطای پله واحد صفر است و خطای سیستم به ورودی $10\,tu(t)$ برابر است با:

$$e_\infty=\frac{a_1-b_1}{a_0}\times 10=\frac{10-100k}{100}\times 10=0\Rightarrow k=0/1$$

اگر بخواهیم خطا را به روش معمول محاسبه کنیم:

$$e_\infty=\lim_{s\to 0}s\times\left(1-\frac{100(1+ks)}{s^2+10s+100}\right)\times\frac{10}{s^2}=\lim_{s\to 0}\frac{s^2+10s+100-100-100ks}{s^2+10s+100}\times\frac{1}{s}=\lim_{s\to 0}\frac{s^2(10-100k)s}{s^2+10s+100}\times\frac{1}{s}$$

باید داشته باشیم $10-100k=0$ در نتیجه $k=0/1$ خواهد بود.

۸ـ گزینه «۴» برای بررسی اثر T بر پاسخ، تابع تبدیل $\frac{C}{T}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{C}{T}=\frac{(\frac{1}{s})(\frac{b}{s+1})}{1+\frac{ab}{(s+1)(s+2)}}=\frac{\frac{b}{s\cancel{(s+1)}}}{\frac{(s+1)(s+2)+ab}{\cancel{(s+1)}(s+2)}}=\frac{b(s+2)}{s[(s+1)(s+2)+ab]}$$

واضح است که با کاهش b، اثر T بر C کمتر خواهد شد.

۹ـ گزینه «۳» ابتدا تابع تبدیل حلقه بسته را به دست می‌آوریم:

$$T(s)=\frac{\frac{1}{s(s+1)}}{1+\frac{k_1+k_2 s}{s(s+1)}}=\frac{1}{s^2+(k_2+1)s+k_1}$$

با فرض پایداری سیستم حلقه بسته، خطای پله واحد عبارت است از:

$$e_\infty=\frac{k_1-1}{k_1}=1-\frac{1}{k_1}$$

که به ازای $k_1=1$ صفر است.

۱۰ـ گزینه «۴» نوع سیستم صفر است. با فرض پایداری، خطای ماندگار به ورودی پله برابر $e_\infty=\frac{1}{1+k_p}$ است.

$$k_p=\lim_{s\to 0}G(s)=-k \Rightarrow e_\infty=\frac{1}{1-k}$$

اما برای پایداری حلقه بسته داریم:

$$\Delta(s)=(s+1)^2+k(s-1)=0 \Rightarrow s^2+(2+k)s+1-k=0$$

شرط پایداری عبارت است از:

$$\begin{cases}2+k>0\\1-k>0\end{cases} \Rightarrow -2<k<1$$

گزینه صحیح $\frac{1}{1-k}$ است به شرطی که $-2<k<1$ قرار داشته باشد.

۱۱ـ گزینه «۴»

روش اول: به فرض پایداری سیستم حلقه بسته و با توجه به ساختار پسخور منفی واحد، داریم:

$$\begin{cases}e_\infty=\frac{1}{1+k_p}\\k_p=\lim_{s\to 0}G(s)=0 \quad \forall k,a\end{cases}$$

پس همواره خطای حالت دائمی برابر یک است.

روش دوم: خروجی تابع تبدیل به ازای ورودی پله واحد برابر است با:

$$y(s)=\frac{ks}{s+a}\times\frac{1}{s}$$

طبق قضیه مقدار نهایی داریم:

$$y_{ss}=\lim_{s\to 0}s\times\frac{ks}{s+a}\times\frac{1}{s}=0$$

در نتیجه خطای حالت ماندگار برابر با ۱ است.

۱۲ـ گزینه «۱» پاسخ پله واحد سیستم پایدار در حالت ماندگار معادل بهره DC تابع تبدیل سیستم است. از آن‌جا که $H(0)=1$، بنابراین به شرط پایداری، پاسخ سیستم به پله واحد در حالت ماندگار یک می‌گردد. (خطا صفر می‌شود.)

شرط لازم و کافی برای پایداری عبارت است از:

$$\begin{cases}10k_1>0\\2+10k_2>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k_1>0\\k_2>-0/2\end{cases}$$

۱۳ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از: $s^2+s+10=0$ مشخص است که سیستم حلقه بسته پایدار است. نوع سیستم نیز با توجه به واحد بودن فیدبک برابر یک است، زیرا تابع حلقه باز یک عامل انتگرالی دارد. لذا خطای پله‌ای صفر است و خطای سهمی بی‌نهایت. اگر $a_2=0$ فرض شود، برای ورودی شیب داریم:

$$e_\infty=\frac{a_1}{k_v}=\lim_{s\to 0}\frac{a_1}{sG(s)}=\frac{a_1}{10}$$

۱۴ـ گزینه «۲» خطای پله در حالت ماندگار برابر $\frac{1}{1+G(0)}=0.5$ است، از این رو $G(0)=1$. اگر $G(s)$ دو برابر شود $G(0)=2$ و $\frac{1}{1+G(0)}=\frac{1}{3}$ می‌شود. پس خطا $\frac{2}{3}$ برابر شده است. توجه کنید که این سؤال در حالت کلی درست نیست و باید پس از دو برابر کردن بهره در $G(s)$ فرض پایداری حلقه بسته نیز وجود داشته باشد. در غیر این صورت نتیجه به دست آمده درست نیست. به طور مثال تابع تبدیل حلقه باز زیر را به همراه فیدبک واحد منفی در نظر بگیرید.

$$G(s)=\frac{0.75}{s^3+s^2+2s+0.75}\Rightarrow T(s)=\frac{0.75}{s^3+s^2+2s+1.5}$$

خطای حالت ماندگار آن به ورودی پله برابر است با:

$$e_\infty=\lim_{s\to 0}s\times(1-T(s))\times\frac{1}{s}=0.5$$

حال اگر بهره را دو برابر کنیم، داریم:

$$2G(s)=\frac{1.5}{s^3+s^2+2s+0.75}\Rightarrow T'(s)=\frac{1.5}{s^3+s^2+2s+2.25}$$

سیستم حلقه بسته ناپایدار است و خطای حالت ماندگار به سمت بی‌نهایت میل می‌کند.

۱۵ـ گزینه «۱»

روش اول: سیستم نوع ۲ می‌باشد، در نتیجه خطای پله و شیب در صورت پایداری صفر است. خطای سهمی عبارت است از:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{k_a}\right)=\frac{\frac{1}{4}}{\lim_{s\to 0}s^2G(s)}$$

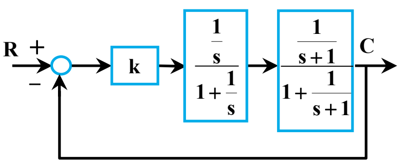
که برابر است با ۰/۳۷۵.

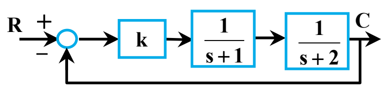
روش دوم: با محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته می‌توان خطا را به دست آورد. همان‌طور که دیده می‌شود، سیستم از نوع ۲ است و تنها ورودی $0.125t^2u(t)$ با خطای محدود ردیابی می‌شود، پس داریم:

$$\lim_{s\to 0}s\times\left(1-\frac{s+2}{s^3+3s^2+s+2}\right)\times\frac{1}{4s^3}=\lim_{s\to 0}s\frac{s^3+3s^2}{s^3+3s^2+s+2}\times\frac{1}{4s^3}=\frac{3}{8}=0.375$$

۱۶ـ گزینه «۳»

روش اول: مقدار نهایی عکس‌العمل سیستم به ازای پله واحد در شرایط پایدار معادل بهره DC تابع تبدیل سیستم است. با ساده‌سازی بلوک دیاگرام داریم:





لذا: $\frac{8}{10}=\frac{k}{2+k}=\frac{\frac{k}{2}}{1+\frac{k}{2}}=H(0)$ و یا: $k=8$.

روش دوم: تابع تبدیل سیستم حلقه بسته برابر است با:

$$T(s)=\frac{k}{s^2+3s+2+k}$$

خطای حالت ماندگار به ورودی پله واحد برابر است با:

$$e_\infty=\lim_{s\to 0}s\times\frac{s^2+3s+2}{s^2+3s+2+k}\times\frac{1}{s}=0.2\Rightarrow\frac{2}{2+k}=0.2\Rightarrow k=8$$

۱۷ـ گزینه «۴» ابتدا پایداری سیستم حلقه بسته را بررسی می‌کنیم. معادله مشخصه سیستم عبارت است از:

$$s^3+4s^2+8s+16=0$$

آرایه روث به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 8\\
s^2 & 1\cancel{4} & \cancel{16}4\\
\hline
s^1 & 4 & 0\\
s^0 & 4 &
\end{array}$$

پس سیستم حلقه بسته پایدار است. نوع سیستم دو است، در نتیجه خطای پله و شیب آن صفر است.

بنابراین ورودی $t-4$ خطای ماندگار صفر دارد. به ازای سهمی واحد $\frac{1}{2}t^2$ داریم:

$$e_\infty = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 G(s)} = \frac{1}{4}$$

امّا به ازای ورودی $-2t^2$، $e_\infty = -4(\frac{1}{4}) = -1$ به دست می‌آید. همچنین اگر بخواهیم به روش معمول حل کنیم داریم:

$$\lim_{s\to 0} s\left(1-\frac{8(s+2)}{s^3+4s^2+8s+16}\right)\times\frac{-4}{s^3} = \lim_{s\to 0}\frac{s^3+4s^2}{s^3+4s^2+8s+16}\times\frac{-4}{s^2} = -1$$

۱۸ـ گزینه «۱» تابع تبدیل حلقه باز عبارت است از:

$$G(s) = \frac{k}{s}\times\frac{\frac{1}{s(s+20)}}{1+\frac{101}{s(s+20)}} = \frac{k}{s}\times\frac{1}{s(s+20)+101}$$

و تابع تبدیل حلقه بسته برابر است با:

$$T(s) = \frac{k}{s^2(s+20)+101s+k}$$

به ازای $k=0$ خروجی صفر می‌شود و ورودی پله واحد را با خطای یک دنبال می‌کند.

۱۹ـ گزینه «۳» تابع تبدیل حلقه بسته برابر است با:

$$T(s) = \frac{\frac{2(1-s)}{s^2+2s+3}}{1+\frac{2k(1-s)}{s^2+2s+3}} = \frac{2(1-s)}{s^2+(2-2k)s+3+2k}$$

شرط لازم برای صفر شدن خطا پایداری است. برای پایداری، ضرایب معادله مشخصه درجه دوم باید هم علامت باشند، لذا:

$$\begin{cases} 2-2k>0 \\ 3+2k>0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2}<k<1$$

از طرفی برای صفر شدن خطا باید بهره حالت دائمی تابع تبدیل حلقه بسته برابر یک باشد، لذا:

$$3+2k=2 \Rightarrow k=-\frac{1}{2}$$

بهره محاسبه شده در ناحیه متناظر با پایداری قرار دارد. دقت کنید که غیرمینیمم فازی تأثیری بر صفر شدن خطای حالت دائم ندارد.

۲۰ـ گزینه «۴» از نمودار گذر سیگنال واضح است که $L(s)$ با $R(s)-C(s)$ و یا $E(s)$ برابر نیست. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند.

تابع تبدیل $\frac{C}{R}$ را از قاعده میسون به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} p_1 = \frac{k}{s^3} \quad , \quad \Delta_1 = 1 \\ \Delta = 1-\left(-\frac{1}{s}-\frac{1}{s}-\frac{1}{s}-\frac{k}{s^3}\right)+\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{s^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{C}{R} = \frac{+k}{s^3+3s^2+2s+k}$$

با توجه به شرط پایداری که از آرایه روث به شکل زیر محاسبه می‌شود، داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & k \\ \hline s^1 & 6-k & 0 \\ s^0 & k & \end{array} \xrightarrow{\text{شرط پایداری}} 0<k<6$$

خطای پله صفر است و خطای شیب برابر است با: $\frac{2-0}{k} = \frac{2}{k}$.

فصل پنجم

«ابزار گرافیکی تحلیل و طراحی در حوزه زمان»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ سیستم کنترل با تابع تبدیل حلقه باز $G(s)=k\dfrac{s^۲+s+\frac{۱}{۲}}{s^۳(s+۴)}$ و پسخور واحد را در نظر بگیرید. کدام جمله درست است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)

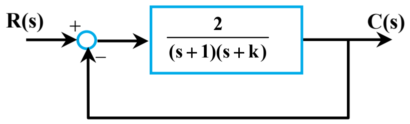
۱) برای $k<\frac{۸}{۳}$ سیستم کنترل پایدار است.

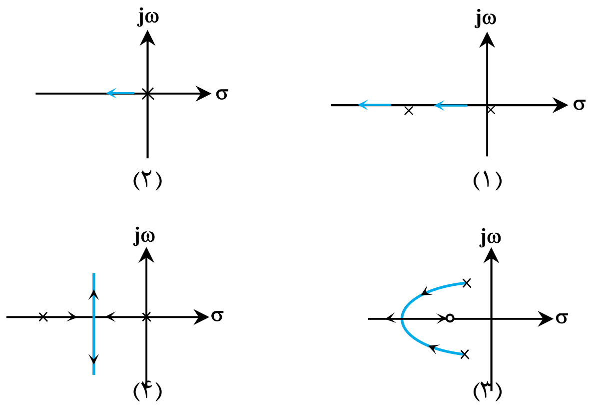
۲) برای $k=۸$ معادله مشخصه دارای دو ریشه حقیقی است.

۳) فرکانس نوسانات نامیرای سیستم $\omega=۲rad/sec$ است.

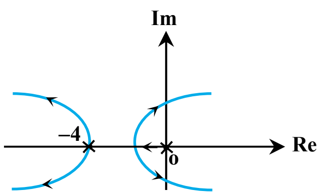
۴) نقطه $s=-۱\pm j$ جزو مکان ریشه‌های معادله مشخصه سیستم کنترل است.

۲ـ مکان ریشه‌های سیستم حلقه بسته شکل زیر به ازای تغییر پارامتر k از صفر تا بی‌نهایت کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)





۳ـ مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه برای یک سیستم کنترل به صورت شکل زیر می‌باشد. معادله مشخصه مربوط به این سیستم برابراست با: (مکانیک ـ آزاد ۸۰)



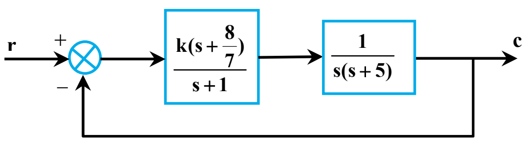
۱) $s^۴+۱۵s^۳+۸s^۲+s+k=۰$

۲) $s^۳+۱۶s^۲+۸s+k=۰$

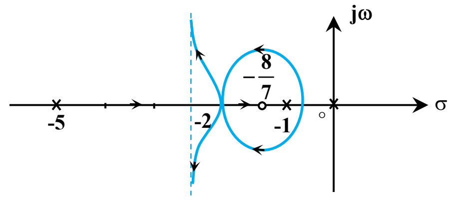
۳) $s^۲+۸s+۱۶+k=۰$

۴) $s^۴+۱۲s^۳+۴۸s^۲+۶۴s+k=۰$

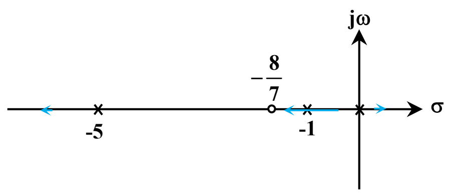
۴ـ کدام شکل داده شده، دیاگرام مکان ریشه سیستم حلقه بسته زیر است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)



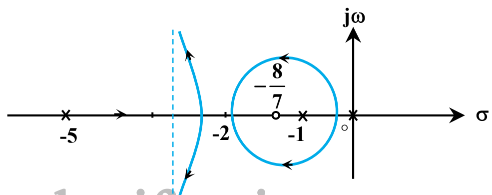
۱)



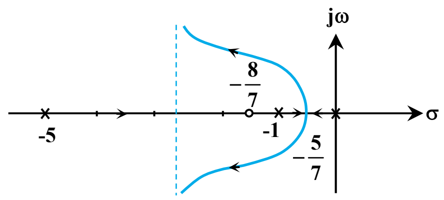
۲)



۳)



۴)



۵ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s)=\dfrac{k(s+۱)}{s^۲+۴s+۵} \qquad (k>۰)$

کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۴)

۱) در رفتار مکان ریشه برای $k\to\infty$، نقطه ورود به محور حقیقی ۳- است.

۲) برای $k\to\infty$ ریشه‌ها هیچ‌گاه به محور حقیقی وارد نمی‌شوند ولی از آن خارج می‌شوند.

۳) در رفتار مکان ریشه برای $k\to\infty$، نقطه ورود به محور حقیقی ۲/۴- است.

۴) مکان ریشه برای $k\to\infty$ دو نقطه ورود به محور حقیقی دارد.

۶ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک مثبت واحد عبارت است از: $g(s)=\dfrac{k}{s+۲}\dfrac{۱}{s^۲+۲s+۲}$

به ازای $k\to\infty$ کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)

۱) سیستم حلقه بسته ۲ قطب ناپایدار و یک قطب پایدار دارد.

۲) سیستم حلقه بسته ۳ قطب ناپایدار دارد.

۳) سیستم حلقه بسته ۲ قطب پایدار و تنها یک قطب ناپایدار دارد.

۴) سیستم حلقه بسته پایدار است.

۷ـ تابع حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی به شکل $g(s)=k\dfrac{s+۳}{s(s+۱)(s+۴)}$ می‌باشد. با فرض $k>۰$ و با توجه به مکان هندسی ریشه‌ها کدام‌یک از عبارات زیر درست است؟ (مکانیک ـ آزاد ۸۵)

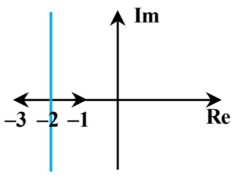
۱) خطی که از نقطه ۱− به موازات محور موهومی رسم می‌شود مجانب مکان است.

۲) فاصله $[۰,-۱],[-۴,-\infty]$ جزء مکان است.

۳) سیستم نوسانی است.

۴) سیستم ناپایدار است.

۸ـ مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه سیستمی در شکل نشان داده شده است. وقتی ضرایب میرایی برابر $\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ شود، ثابت زمانی برابراست با: (مکانیک ـ آزاد ۸۵)



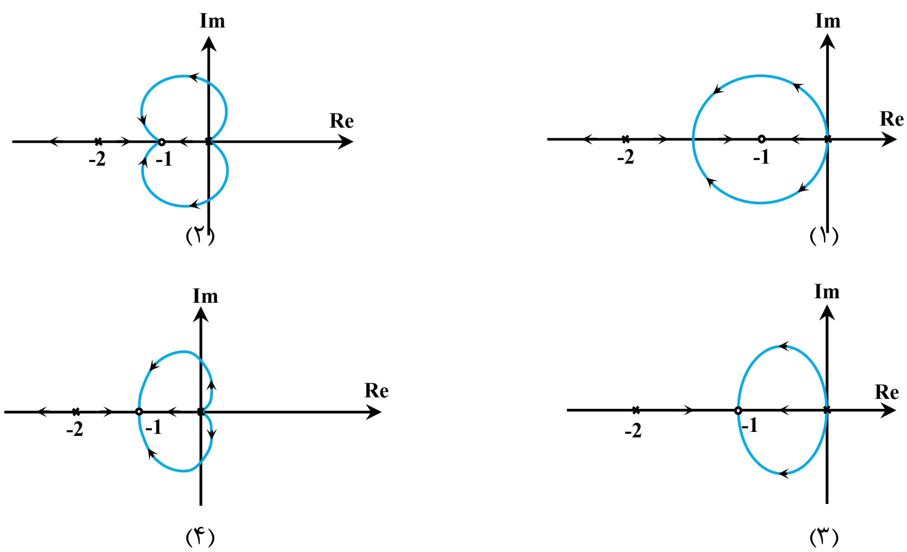
۱) $\tau=۱/۲$

۲) $\tau=۲$

۳) $\tau=۰/۳۵$

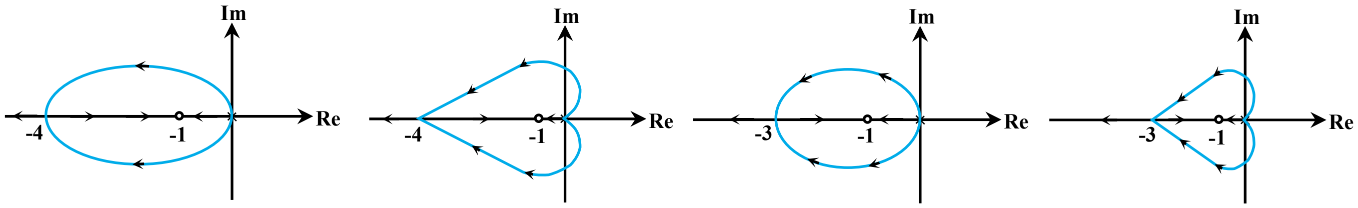
۴) $\tau=۰/۸$

۹ـ کدام گزینه مکان هندسی تقریبی ریشه‌های معادله مشخصه سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز $GH=\dfrac{k(s+۱)^۴}{s^۳(s+۲)^۲}$ را وقتی k از صفر تا $+\infty$ تغییر می‌کند، معرفی می‌کند؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۶)



۱۰ـ تابع تبدیل حلقه سیستمی به صورت $G(s)H(s)=\frac{k(s+1)^{2}}{s^{3}}$ است. مکان ریشه‌های حلقه بسته این سیستم برای $k>0$ کدام است؟

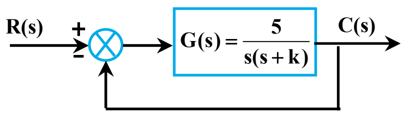
(مهندسی برق ـ سراسری ۸۷)

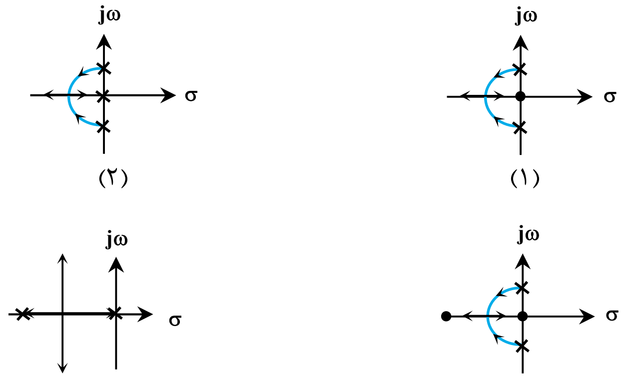


(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۱ـ مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه سیستم زیر به ازای مقادیر مختلف پارامتر k عبارت است از:

(مکانیک ـ سراسری ۸۷)





(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۲ـ در یک سیستم کنترل با فیدبک واحد $G(s)=\frac{k}{s(s+4)(s+\alpha)}$، برای آن که نقطه شکست (break away) مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه در نقطه‌ی ۱− باشد، مقدار α کدام است؟

(مهندسی برق، کلیه گرایش‌ها ـ آزاد ۸۷)

۱) $\alpha=2/5$ ۲) $\alpha=1/5$ ۳) $\alpha=2$ ۴) $\alpha=2/25$

۱۳ـ تابع تبدیل حلقه باز در یک سیستم کنترل به صورت $G(s)H(s)=\frac{k(s+1)}{s^{2}+2s+2}$ است. برای $k>0$ زاویه خروج از قطب‌ها در مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه کدام‌اند؟

(مهندسی برق، کلیه گرایش‌ها ـ آزاد ۸۷)

۱) $180^\circ\ ,\ 180^\circ$ ۲) $0^\circ\ ,\ 180^\circ$ ۳) $+90^\circ\ ,\ -90^\circ$ ۴) $+135^\circ\ ,\ -135^\circ$

۱۴ـ دیاگرام جعبه‌ای و مکان هندسی ریشه‌ها برای یک سیستم کنترل در شکل نمایش داده شده است. مقدار k برای اینکه معادله مشخصه سیستم دارای ریشه‌های مضاعف گردد و نیز مقدار ریشه‌ها (s) به ترتیب کدام است؟

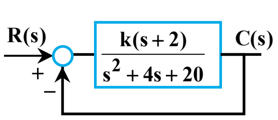
(مجموعه مکانیک ـ سراسری ۸۸)

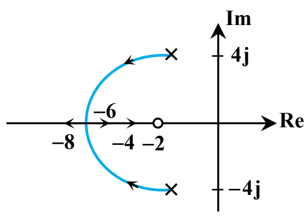
۱) $-2\pm4j$ و ۰

۲) -6 و ۰

۳) -2 و ∞

۴) -6 و ۸





۱۵ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از $g(s)=\frac{k(s+2)}{s(s-1)(s+6)}$. کدام عبارت درست است؟

(مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) مکان ریشه برای $k<7/5$ در نیمه راست صفحه قرار دارد.

۲) مکان ریشه یک نقطه شکست در نیمه راست صفحه و یک نقطه شکست در نیمه چپ صفحه قرار دارد.

۳) زاویه مجانب‌های مکان ریشه 90° است و برای $k\to\infty$ سیستم ناپایدار است.

۴) مکان ریشه یک نقطه شکست در نیمه راست صفحه دارد و زاویه مجانب‌های آن 90° است.

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ گزینه «۴» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=s^4+4s^3+ks^2+ks+\frac{k}{2}=0$$

از آرایه روث داریم:

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & k & \frac{k}{2} \\ s^3 & 4 & k & \\ \hline s^2 & \frac{3}{4}k & \frac{k}{2} & \\ s^1 & k(\frac{3}{4}k-2) & 0 & \\ s^0 & \frac{k}{2} & & \end{array}$$

شرایط پایداری $k>\frac{8}{3}$ می‌باشد. به ازای $k=8$ معادله مشخصه عبارت است از:

$$\Delta(s)=(s^2+2s+2)^2=0$$

پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) صحیح نیستند و تنها گزینه (۴) صحیح است که به طور مشخص ریشه‌ای از معادله مشخصه را در $-1\pm j$ مشاهده می‌کنیم.

۲ـ گزینه «۳» ابتدا معادله مشخصه را به شکل استاندارد تبدیل می‌کنیم.

$$s^2+(k+1)s+k+2=0\Rightarrow 1+\frac{k(s+1)}{s^2+s+2}=0\Rightarrow L(s)=\frac{s+1}{s^2+s+2}\ ،\ \Delta(s)=1+kL(s)=0$$

بنابراین با توجه به موقعیت صفر و قطب‌های حلقه باز، تنها گزینه (۳) می‌تواند صحیح باشد.

۳ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مکان ریشه‌های سیستم، به علّت وجود ۴ مجانب برای مکان، درجه نسبی سیستم چهار است. با توجه به قطب‌های مشخص شده، معادله مشخصه از درجه ۴ می‌باشد. سمت راست قطب ۴− نیز تکرار فرد دارد؛ چون سمت چپ آن روی محور حقیقی منفی جزء مکان نیست.

پس معادله مشخصه را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

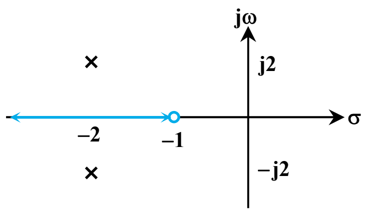
$$\Delta(s)=1+kL(s)=0\Rightarrow 1+k\frac{1}{s(s+4)^3}=0$$

$$s^4+12s^3+48s^2+64s+k=0$$

۴ـ گزینه «۱» با توجه به گزینه‌ها می‌توان تشخیص داد که معیار مناسب برای یافتن گزینه صحیح می‌تواند نقطه شکست مکان باشد.

$$\frac{dk}{ds}=\frac{d}{ds}\left(\frac{s^3+6s^2+5s}{s+\frac{8}{7}}\right)=0\Rightarrow s=-2,-2,\frac{-5}{7}$$

۵ـ گزینه «۳» با توجه به موقعیت قطب‌ها و صفر سیستم نقطه شکستی به ازای k بزرگ روی محور حقیقی داریم به طوری که:

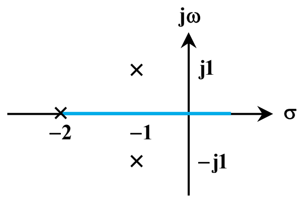


$$g(s)=\frac{k(s+1)}{s^2+4s+5}$$

$$\frac{dg(s)}{ds}=0\Rightarrow s^2+4s+5-(2s+4)(s+1)=0$$

$$s\approx-2/4$$

۶ـ گزینه «۳»



روش اول: با توجه به مکان ریشه‌ها به ازای $k<\circ$ گزینه (۳) صحیح است.

توجه شود که در صورت سؤال اشاره شده است که فیدبک مثبت است.

روش دوم: معادله مشخصه سیستم به‌صورت مقابل است: $\Delta(s)=s^{۳}+۴s^{۲}+۶s+۴-k$

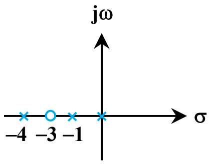
جدول روث را تشکیل می‌دهیم:

$s^{۳}$	۱	۶
$s^{۲}$	۴	$۴-k$
$s^{۱}$	$۲\circ+k$	
s°	$۴-k$	

سیستم داده شده به‌ازای $k>۴$ همواره یک ریشه در سمت راست محور $j\omega$ دارد. یعنی گزینه (۳) صحیح است.

۷ـ گزینه «۱» ابتدا محل تلاقی مجانب‌ها با محور موهومی را بررسی می‌کنیم. داریم:

$$\sigma_{\circ}=\frac{\sum \text{قطب‌ها}-\sum \text{صفرها}}{\text{درجه نسبی}}=\frac{(\circ-۱-۴)-(-۳)}{۲}=-۱$$



از طرفی درجه نسبی تابع تبدیل حلقه باز دو است و لذا ۲ مجانب مکان با محور حقیقی منفی در نقطه -۱ زاویه $\pm۹\circ^{\circ}$ می‌سازند. با توجه به محل صفر و قطب‌ها فاصله $[-۱,\circ]$ و $[-۴,-۳]$ جزء مکان است که با گزینه دوم مطابقت ندارد.

۸ـ گزینه «۳» معادله مشخصه سیستم را می‌توان به شکل زیر نوشت:

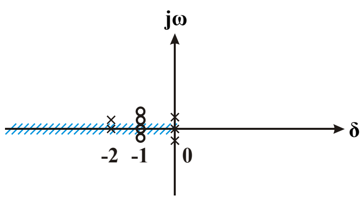
$$\Delta(s)=۱+kL(s)=\circ \Rightarrow ۱+k\frac{۱}{(s+۱)(s+۳)}=\circ \Rightarrow s^{۲}+۴s+۳+k=\circ$$

از مقایسه با سیستم الگوی مرتبه دوم به ازای $\xi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ داریم:

$$\begin{cases}۲\xi\omega_n=۴\\ \omega_n^{۲}=۳+k\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\omega_n=۲\sqrt{۲}\\ k=۵\end{cases}$$

و ثابت زمانی برابر است با $\tau=\frac{۱}{\omega_n}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$ و یا $\tau=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\approx\circ/۳۵$.

۹ـ گزینه «۴» محل قرارگیری قطب‌های حلقه باز و مکان روی قسمت حقیقی در شکل مقابل نشان داده شده است.



نقطه شکست تابع تبدیل برابر است با:

$$\frac{dG(s)}{ds}=\circ \Rightarrow ۴(s+۱)^{۳}(s^{۳})(s+۲)^{۲}-(۵s^{۴}+۱۶s^{۳}+۱۲s^{۲})(s+۱)^{۴}=\circ$$

زاویه خروج از قطب $s=\circ$ نیز برابر است با: $۳\phi_{\circ}=۱۸\circ-\circ+\circ \Rightarrow \phi_{\circ}=۶\circ$

زاویه ورود به صفر $s=-۱$ برابر است با: $۴\theta_{-۱}=۱۸\circ-۳\times۱۸\circ+\circ \Rightarrow \theta_{-۱}=۹\circ$

پس گزینه (۴) صحیح است.

۱۰ـ گزینه «۱» معادله مشخصه سیستم عبارت است از:

$$۱+G(s)H(s)=\frac{s^{۳}+k(s^{۲}+۲s+۱)}{s^{۳}}$$

آرایه روث سیستم حلقه بسته متناظر عبارت است از:

$s^{۳}$	۱	$۲k$
$s^{۲}$	k	k
$s^{۱}$	$۲k-۱$	$\circ$
s°	k	

بنابراین سیستم حلقه بسته برای $\circ<k<\frac{۱}{۲}$ ناپایدار است و برای $k>\frac{۱}{۲}$ پایدار. بنابراین مکان هندسی ریشه‌های حلقه بسته ابتدا وارد نیم صفحه راست می‌شود.

با محاسبه نقطه شکست مکان داریم: $\frac{dk}{ds}=0 \Rightarrow 2(s+1)s^3-(s+1)^2(3s^2)=0 \Rightarrow s^2(s+1)[2s-3(s+1)]=0 \Rightarrow s^2(s+1)(-s-3)=0$

لذا نقطه $s=-3$ نقطه شکست است.

می‌توانستیم به جای استفاده از آرایه روث زاویه خروج از قطب‌های مبدأ را که برابر ۶۰ درجه می‌باشد، در نظر بگیریم.

۱۱ـ گزینه «۱» معادله مشخصه به شکل استاندارد عبارت است از: $\Delta(s)=s^2+ks+5=s^2+5+ks=0 \Rightarrow \Delta(s)=1+\frac{ks}{s^2+5}=0$

برای تکمیل کردن رسم مکان می‌توان نقطه شکست و زاویه خروج از قطب $s=\sqrt{5}j$ را به‌دست آورد.

نقطه $s=\sqrt{5}$ روی مکان هندسی قرار دارد، پس نقطه شکست است.

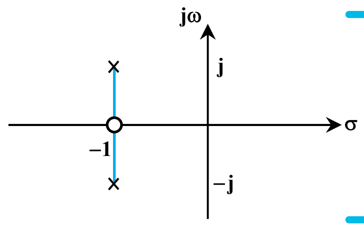
$$\frac{dG(s)}{ds}=0 \Rightarrow (s^2+5)-(2s)(s)=0 \Rightarrow -s^2+5=0 \Rightarrow s=\pm\sqrt{5}$$

زاویه خروج از قطب $s=+\sqrt{5}j$: $\phi_{+\sqrt{5}j}=180-90+90 \Rightarrow \phi_{\sqrt{5}j}=180$

۱۲ـ گزینه «۱» در نقطه شکست داریم: $\frac{dG(s)}{ds}=0 \Rightarrow 3s^2+2s(4+\alpha)+4\alpha=0$

به ازای $s=-1$، $\alpha=2/5$ به‌دست می‌آید.

۱۳ـ گزینه «۱» زاویه خروج از قطب $s=-1+j$ برابر است با:



$$\phi_{-1+j}=180-90+90 \Rightarrow \phi_{-1+j}=180$$

زاویه خروج از قطب $s=-1-j$، منفی زاویه به‌دست آمده است که باز هم ۱۸۰ درجه به‌دست می‌آید.

۱۴ـ گزینه «۴»

روش اول: معادله مشخصه عبارت است از: $\Delta(s)=s^2+(4+k)s+20+2k=0$

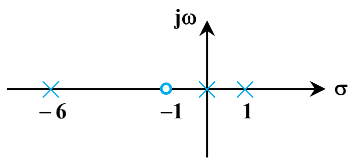
در حالت ریشه‌های مضاعف داریم: $(4+k)^2-4(20+2k)=0 \Rightarrow k=8$

با توجه به مکان هندسی ریشه‌ها قطعاً ریشه مضاعف در نقطه شکست مکان رخ می‌دهد، یعنی $s=-6$ ریشه مضاعف معادله است.

روش دوم: همان‌طورکه می‌دانیم نقطه شکست محل رسیدن دو ریشه معادله مشخصه است. در شکل نشان داده شده است که سیستم در $s=-6$ دو ریشه دارد (نقطه شکست است). پس کافی است بهره متناظر با آن را بیابیم: $k=\frac{4\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}}{4}=8$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۵ـ گزینه «۴» درجه نسبی سیستم دو می‌باشد، لذا دو مجانب با زاویه ۹۰ درجه داریم. با توجه به محل صفر و قطب‌ها به شکل روبه‌رو، مشخص است که یک نقطه شکست مکان بین دو قطب $s=0$ و $s=1$ در نیمه راست صفحه s وجود خواهد داشت.

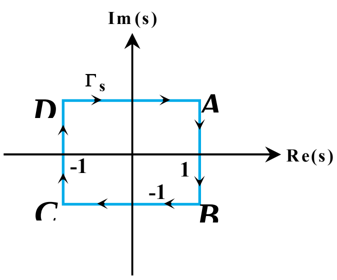


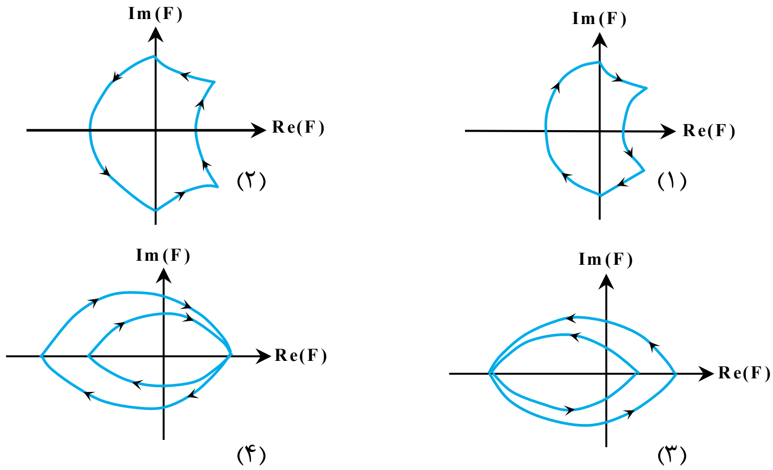
فصل ششم

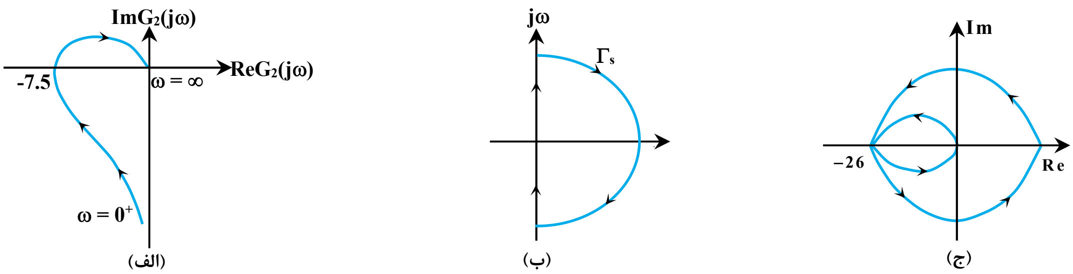
«ابزار گرافیکی تحلیل و طراحی در حوزه فرکانس»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ اگر مسیر بسته مستطیلی Γ_s نشان داده شده در شکل زیر را توسط تابع $F(s)=\frac{s+۲}{s^۲}$ به صفحه $F(s)$ نگاشت کنیم، کدام یک از مسیرهای نشان داده شده حاصل می‌شود؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)







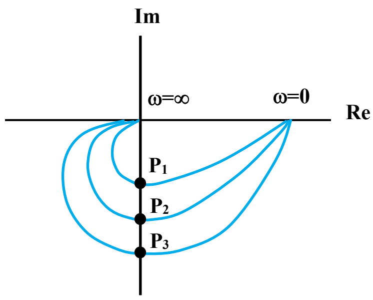
۱) پایدار ، پایدار

۲) ناپایدار ، پایدار

۳) پایدار ، ناپایدار

۴) ناپایدار ، ناپایدار

۲ـ کدام پاسخ در مورد دسته نمودارهای نایکوئیست مقابل صحیح است؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۰)



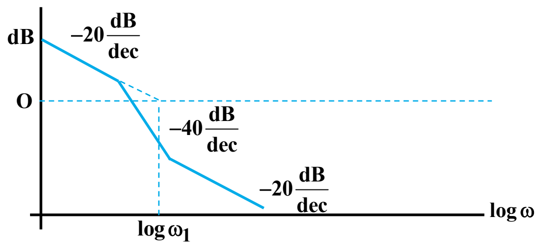
۱) همگی برای سیستم‌های مرتبه دوم استاندارد هستند و فرکانس‌های مربوط به نقاط p_i برابر ω_d فرکانس میرایی هستند.

۲) همگی برای سیستم‌های مرتبه اول استاندارد هستند و فرکانس‌های مربوط به نقاط p_i برابر $\frac{۱}{\tau}$ هستند.

۳) همگی برای سیستم‌های مرتبه دوم استاندارد می‌باشند و فرکانس‌های مربوط به نقاط p_i برابر فرکانس طبیعی ω_n هستند.

۴) مرتبه سیستم را نمی‌توان از روی این دیاگرام تشخیص داد.

۳ـ دیاگرام بُودی برای یک سیستم نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد آن صحیح است؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۰)



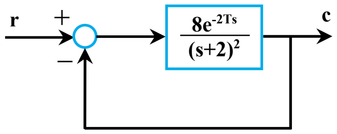
۱) نوع صفر، $\omega_۱=\sqrt{k_p}$

۲) نوع یک، $\omega_۱=k_v$

۳) نوع یک، $\omega_۱=k_p$

۴) نوع دو، $\omega_۱=k_a$

۴ـ به ازای چه مقادیری از T تابع انتقال حلقه بسته زیر ناپایدار است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)



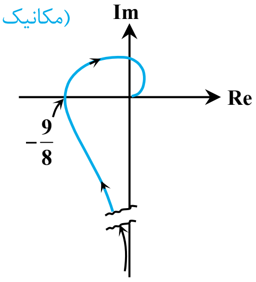
۱) $T > \pi/16$

۲) $T > \pi/8$

۳) به ازای تمام مقادیر T

۴) پایداری حلقه بسته ربطی به T ندارد.

۵ـ شکل زیر دیاگرام نایکوئیست سیستمی با تابع تبدیل $G(s) = \frac{k}{s(s+1)^3}$ را نشان می‌دهد، (برای ω از صفر تا ∞) در این صورت مقدار k چقدر است؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۱)



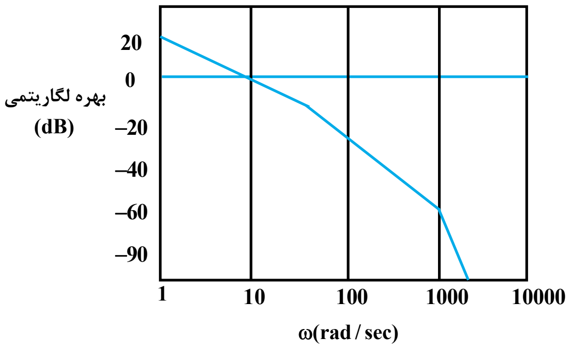
۱) $k = \frac{8}{9}$

۲) $k = 1$

۳) $k = \frac{9}{8}$

۴) $k = 8$

۶ـ دیاگرام بودی زیر مربوط به کدام تابع تبدیل مدار باز یک سیستم کنترلی با پسخوراند واحد منفی است؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۱)



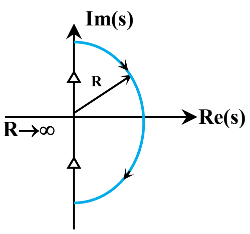
۱) $\frac{98000}{s(s+50)(s+980)}$

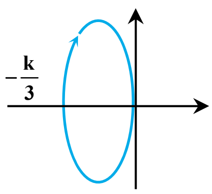
۲) $\frac{490000}{(s+50)(s+980)}$

۳) $\frac{490000}{s(s+50)(s+980)}$

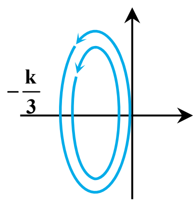
۴) $\frac{490000}{s^2(s+50)(s+980)}$

۷ـ با توجه به مسیر نایکوئیست انتخاب شده در شکل مقابل، دیاگرام نایکوئیست متناظر با تابع تبدیل حلقه باز $G(s)H(s) = \frac{ks}{(s-1)(s-2)}$ وقتی $k > 0$ اختیار شود، کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)

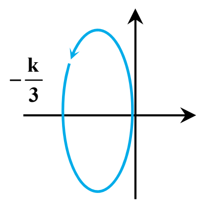




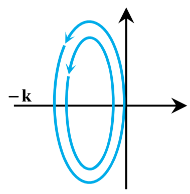
(۴)



(۳)

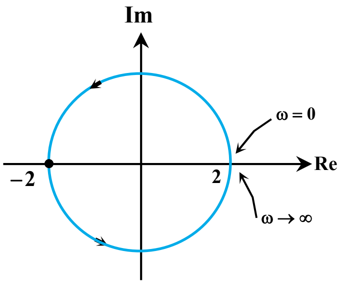


(۲)



(۱)

۸ـ دیاگرام نایکوئیست یک سیستم درجه دوم به ازای $k = 1$ به صورت شکل زیر است. سیستم حلقه باز دارای .... قطب سمت راست محور jω است و سیستم حلقه بسته به ازای .... پایدار است. (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)



۱) دو، $\frac{1}{2} < k$

۲) یک، $0 < k < \frac{1}{2}$

۳) دو، $0 < k < \frac{1}{2}$

۴) یک، $\frac{1}{2} < k$

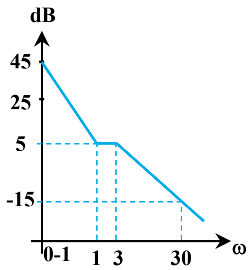
۹ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از $G(s) = \frac{k}{s(s+2)^2}$ به ازای چه مقدار از k حاشیه بهره سیستم ۲ خواهد بود؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۲)

۱) حاشیه بهره سیستم نمی‌تواند ۲ باشد. ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۸

۱۰ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از $g(s)=\frac{۸/۳}{s(s+۱)(s+۵)}$. حاشیه فاز سیستم برابر است با : (مهندسی برق ـ آزاد ۸۲)

۱) ۴۵° ۲) ۶۰° ۳) ۳۰° ۴) ۹۰°

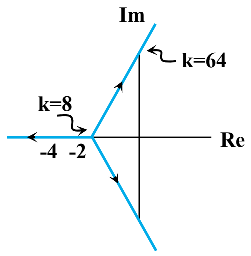
۱۱ـ با توجه به شکل روبه‌رو، دیاگرام Bode مربوط به کدام تابع تبدیل می‌باشد؟ (مکانیک ـ سراسری ۸۳)

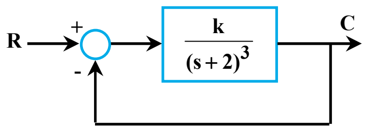


۱) $\frac{k(s+۱)}{s(s+۳)^۲}$ ۲) $\frac{k(s^۲+۲s+۱)}{s^۲(s+۳)}$

۳) $\frac{k(s^۲+۳s+۹)}{s^۲(s+۱)}$ ۴) $\frac{k(s+۱)}{s(s^۲+s+۹)}$

۱۲ـ مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم کنترلی نشان داده شده مطابق نمودار می‌باشد. اگر $k=۸$ باشد برای این سیستم حاشیه بهره gain margin برابر است با: (مکانیک ـ سراسری ۸۳)





۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۱۳ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی عبارت است از: $T_۱,T_۲>۰$ $g(s)=\frac{۱}{(۱+sT_۱)(۱+sT_۲)}$

کدام عبارت درست است؟ به ازای فرکانس‌های $\omega=\pm\sqrt{\frac{۱}{T_۱T_۲}}$ داریم: (مهندسی برق، گرایش کنترل ـ آزاد ۸۳)

۱) تابع فرکانسی سیستم قسمت حقیقی مثبت دارد. ۲) تابع فرکانسی سیستم موهومی محض است.

۳) تابع فرکانسی سیستم قسمت حقیقی منفی دارد. ۴) تابع فرکانسی سیستم تعریف نشده است.

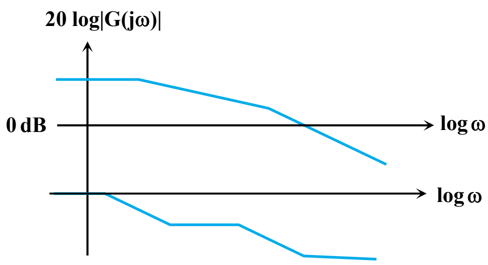
۱۴ـ اگر حد بهره (Gain Margin) در سیستمی با $H(s)=۱$ و $G(s)=\frac{k}{s(s+۱)(s+۱۰)}$ برابر با ۱/۱ باشد، خطای ماندگار سیستم به ورودی $(t+۱/۱)u(t)$ که در آن $u(t)$ پله واحد است کدام گزینه می‌باشد؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۸۲۶ ۳) ۰/۹۱ ۴) $\frac{۱}{۱۱}$

۱۵ـ کدام یک از توابع تبدیل زیر، تابع تبدیل حداقل فاز است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{s+۱}{s(s-۲)(s+۳)}$ ۲) $\frac{s-۱}{s(s+۱)(s+۲)}$ ۳) $\frac{-s-۱}{s(s+۱)(s+۲)}$ ۴) هیچ‌کدام

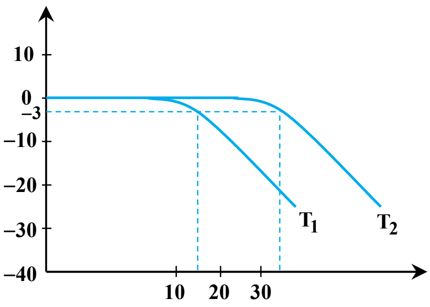
۱۶ـ دیاگرام Bode سیستمی در شکل مقابل داده شده است. تابع تبدیل این سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۴)

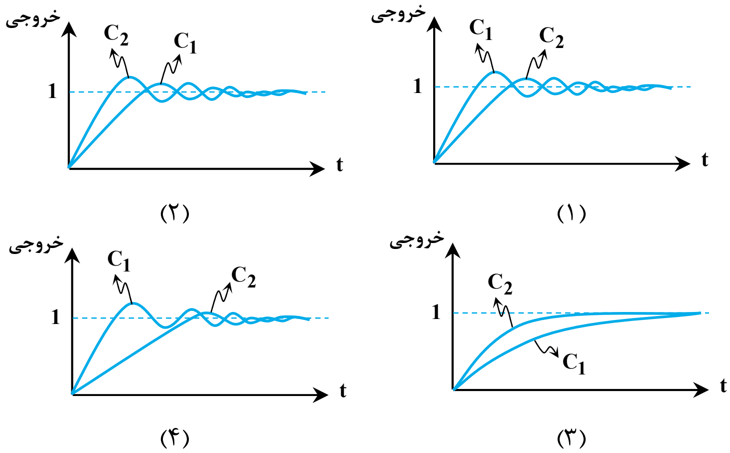


۱) $\frac{۱}{(s+۱)(s+۱۰۰)}$ ۲) $\frac{۱۰۰۰}{(s+۱)(s+۱۰۰)}$

۳) $\frac{۱۰۰}{(s+۰/۱)(s+۱۰۰)}$ ۴) $\frac{۱۰۰۰}{(s+۱)(s+۱۰۰۰)}$

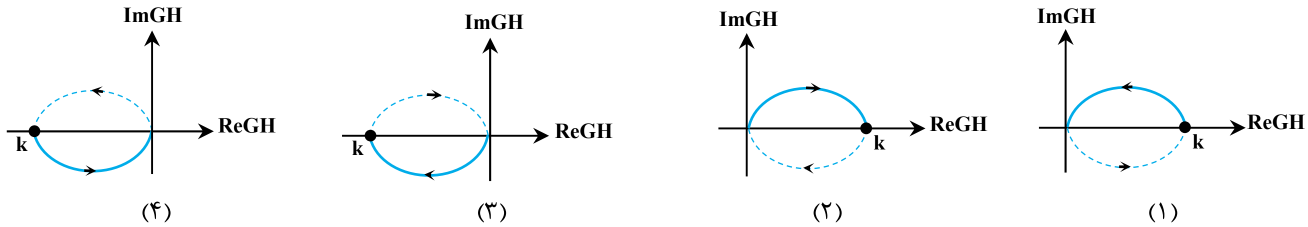
۱۷ـ نمودار دامنه دو تابع تبدیل داده شده است. پاسخ زمانی متناظرشان کدام است؟ (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)





۱۸ـ کدام گزینه دیاگرام نایکوئیست تابع تبدیل حلقه باز $GH = \frac{ks(s+1)}{s^2+2s+2}$ را به ازای $k<0$ نشان می‌دهد؟ (مسیر متعارف نایکوئیست را انتخاب کنید.)

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)



۱۹ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از $g(s) = \frac{Ke^{-sT}}{s}$، حاشیه فاز آن کدام است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۵)

۱) $\pi - T$

۲) $\frac{\pi}{2} - T$

۳) $\frac{\pi}{2} - KT$

۴) $\pi - KT$

۲۰ـ تابع تبدیل سیستمی عبارت است از: $G(s)=\frac{6}{(s+2)(s+3)}$. پاسخ حالت ماندگار آن به ورودی $u(t)=\cos t$ کدام است؟

(مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۵)

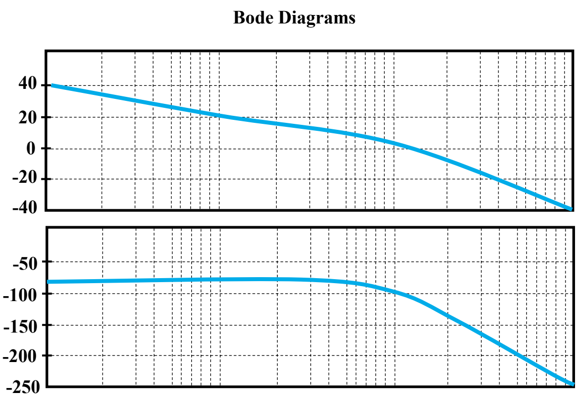
۱) $\cos t$

۲) $\frac{6}{5\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})$

۳) $\cos(t-\frac{\pi}{4})$

۴) 0

۲۱ـ نمودار Bode سیستمی در شکل زیر رسم شده است. کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۵)



۱) سیستم نوع صفر است و خطای ماندگار آن به ورودی پله واحد غیرصفر است.

۲) سیستم نوع دو است و خطای ماندگار آن به ورودی پله واحد صفر است.

۳) سیستم نوع یک است و خطای ماندگار آن به ورودی پله واحد غیرصفر است.

۴) سیستم نوع یک است و خطای ماندگار آن به ورودی پله واحد صفر است.

۲۲ـ کدام گزینه غلط است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)

۱) هر سیستمی با حداقل یک صفر ناپایدار غیرحداقل فاز است.

۲) پاسخ تمامی سیستم‌های غیرحداقل فاز در زمان‌های اولیه در جهت خلاف مقدار نهایی آن حرکت می‌کند.

۳) حتی اگر سیستمی صفرهای پایدار داشته باشد، می‌تواند غیرحداقل فاز باشد.

۴) برای بررسی حداقل فاز بودن سیستم بررسی قطب‌ها و صفرهای سیستم الزامی است.

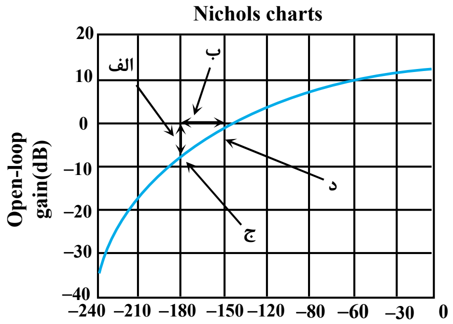
۲۳ـ تابع تبدیل حلقه سیستمی به صورت $G(s)H(s)=\frac{(s+3)e^{-Ts}}{s(s+1)}$ است. برای آنکه سیستم پایدار باشد حداکثر مقدار T چقدر است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{\pi}{3}$　۲) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$　۳) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$　۴) هیچ‌کدام

۲۴ـ تابع تبدیل حلقه سیستمی به صورت $GH=\frac{1}{(s+1)^3}$ است. حد بهره و حد فاز سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{1}{\sqrt{8}}$ = حد بهره، 135° = حد فاز　۲) $\sqrt{8}$ = حد بهره، ۱۳۵= حد فاز　۳) ۸ = حد بهره، ۱۸۰= حد فاز　۴) $\frac{1}{8}$ = حد بهره، ۱۸۰= حد فاز

۲۵ـ درشکل زیر: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)



۱) الف ـ حاشیه فاز
ب ـ حاشیه بهره
ج ـ نقطه عبور بهره
د ـ نقطه عبور فاز

۲) الف ـ حاشیه فاز
ب ـ حاشیه بهره
ج ـ نقطه عبور فاز
د ـ نقطه عبور بهره

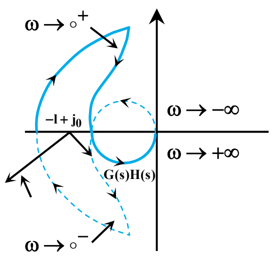
۳) الف ـ حاشیه بهره
ب ـ حاشیه فاز
ج ـ نقطه عبور فاز
د ـ نقطه عبور بهره

۴) الف ـ حاشیه بهره
ب ـ حاشیه فاز
ج ـ نقطه عبور بهره
د ـ نقطه عبور فاز

۲۶ـ بهره سیستمی $-20\,dB$ است. مقدار دامنه معادل چقدر است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۱　۲) ۰/۱−　۳) ۱　۴) ۱-

۲۷ـ نمودار نایکوئیست داده شده را در نظر بگیرید، سیستم حلقه باز یک قطب ناپایدار دارد، آنگاه: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)



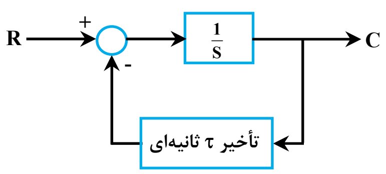
۱) سیستم حلقه بسته ناپایدار است و یک قطب ناپایدار دارد.

۲) سیستم حلقه بسته ناپایدار است و ۲ قطب ناپایدار دارد.

۳) سیستم حلقه بسته ناپایدار است.

۴) بررسی پایداری نیاز به دانستن اطلاعاتی در رابطه با صفرهای حلقه باز نیز دارد.

۲۸ـ شرط پایداری سیستم نشان داده شده در شکل مقابل چیست؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۷)



۱) تأخیر کمتر از یک ثانیه باشد.

۲) تأخیر کمتر از ۱/۵۷ ثانیه باشد.

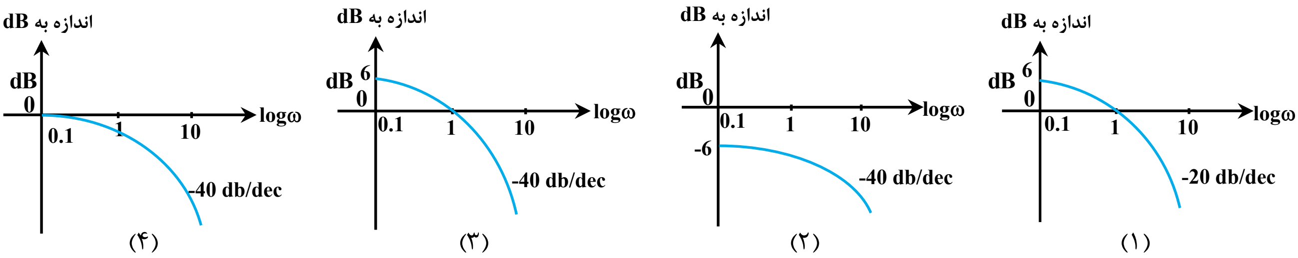
۳) تأخیر کمتر از ۹۰ ثانیه باشد.

۴) با توجه به این که تابع انتقال پیشرو یک انتگراتور است هر تأخیری مجاز است.

۲۹ـ سیستمی با تابع تبدیل حلقه $G(s)H(s)=\dfrac{k}{(s+2)^2(s+3)}$ توصیف می‌شود. به ازای کدام مقدار k، ثابت خطای وضعیت از ۲ بیشتر و حد بهره از ۳ بیشتر می‌شود؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۷)

۱) ۴۸ ۲) ۴۰ ۳) ۳۲ ۴) ۲۰

۳۰ـ سیستمی با معادلات حالت $\dot{x}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u\ ,\ y=[0\ \ 1]x$ توصیف می‌شود. پاسخ فرکانسی این سیستم کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۷)

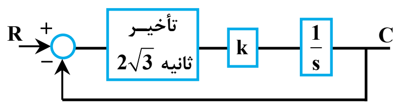


۳۱ـ تابع تبدیل حلقه باز در یک سیستم کنترل $G(s)H(s)=\dfrac{0.01}{s(s+0.1)(s+1)}$ است. حد بهره Gain Margin این سیستم کدام است؟ (مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) $GM=2$ ۲) $GM=20$ ۳) $GM(dB)=10\,(dB)$ ۴) $GM=11$

۳۲ـ شرط پایداری سیستم حلقه بسته زیر چیست؟ (مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) $0<K<30$
۲) $0<K<0.45$
۳) $0<K<2.2$
۴) $0<K<0.22$



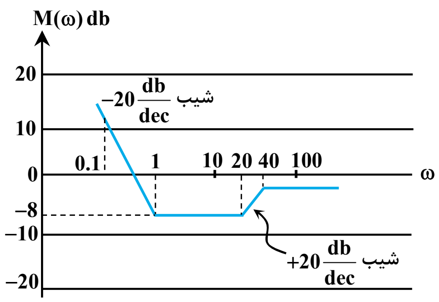
۳۳ـ حد فاز Phase Margin سیستم $H(S)=1$ ، $G(s)=\dfrac{(s+1)^3}{s^3}$ چند درجه است؟ (مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) 90° ۲) 180° ۳) 135° ۴) -45°

۳۴ـ پاسخ ماندگار سیستمی با تابع تبدیل $\dfrac{1}{s(s+1)}$ به ورودی sint کدام است؟ (مهندسی برق، کلیه گرایشها ـ آزاد ۸۷)

۱) $-\frac{1}{2}\sin t+\frac{1}{2}\cos t$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(t-135^\circ)$ ۳) $\sin(t-135^\circ)$ ۴) $\sqrt{2}\cos t$

۳۵ـ نمودار مجانب‌های دامنه بود (Bode) یک سیستم دینامیکی در زیر ترسیم شده است، نزدیک‌ترین تابع تبدیل متناظر با این نمودار کدام مورد است؟ (مجموعه مکانیک ـ سراسری ۸۸)



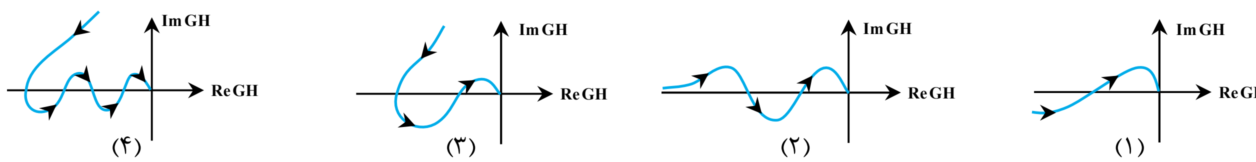
۱) $0.40\dfrac{(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

۲) $0.28\dfrac{(1+s)(1+0.025s)}{(1+0.05s)}$

۳) $0.04\dfrac{(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

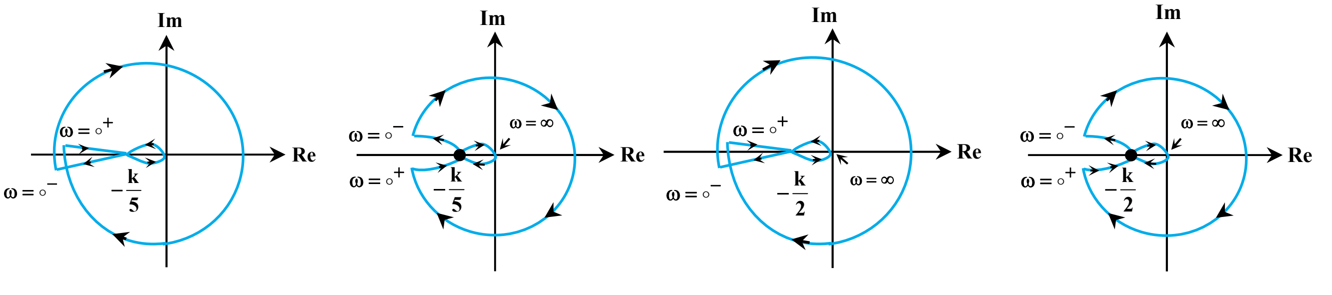
۴) $0.028\dfrac{(1+s)(1+0.05s)}{s(1+0.025s)}$

۳۶ـ کدام یک از منحنی‌های قطبی زیر نشان‌دهنده منحنی قطبی تابع تبدیل $GH(s)=\dfrac{k(s+1)(s+3)}{s^3(s+2)(s+4)}$ است؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)



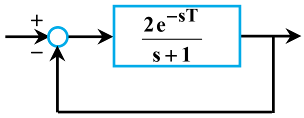
۳۷ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی به صورت $KGH(s)=\frac{K(s+1)}{s^2(s+2)(s+3)}$ است. منحنی نایکوئیست این سیستم کدام است؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۹)



۳۸ـ حاشیه فاز (Phase Margin) سیستم کنترلی داده شده چه مقدار است؟ $T=\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

(الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) 60° ۲) 30°

۳) 45° ۴) 90°

۳۹ـ تابع تبدیل حلقه ـ باز سیستمی به صورت $G(s)H(s)=\frac{2e^{-Ts}}{(s+1)(2s+1)}$ است. کوچک‌ترین مقدار T که سیستم را به مرز ناپایداری می‌رساند، در کدام گزینه به درستی گزارش شده است؟

(الکترونیک ـ آزاد ۸۹)

۱) ۲/۶۳ ۲) ۱/۶۳ ۳) ۲/۴۴ ۴) ۱/۳۲

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ گزینه «۳» بر اساس قضیه نگاشت مسیر صفحه s دو قطب از تابع نگاشت را در برگرفته است. بنابراین مسیر حاصل از نگاشت باید دو بار خلاف جهت مسیر اولیه مبدأ را دور بزند.

۲ـ گزینه «۳» زاویه نهایی -۱۸۰° متناظر با سیستم مرتبه دوم است و فرکانس‌های مربوط به نقاط تقاطع ω_n هستند.

۳ـ گزینه «۲» شیب شروع منحنی دامنه $-۲۰\dfrac{dB}{dec}$ است و لذا نوع سیستم یک است. از تلاقی منحنی دامنه در فرکانس پایین با محور $۰dB$، $\omega_۱ = k_v$ به دست می‌آید.

۴ـ گزینه «۲»

$$L(s) = \frac{۸e^{-۲Ts}}{(s+۲)^۲}$$

از شرط اندازه، فرکانس قطع بهره محاسبه می‌گردد:

$$|L(s)| = ۱ \rightarrow \frac{۸}{۴+\omega^۲} = ۱ \Rightarrow \omega = ۲$$

حداکثر تأخیر مجاز قبل از ناپایداری به حاشیه فاز سیستم مرتبط است:

$$\angle L(s)\Big|_{\omega=۲} = -\pi \Rightarrow -۴T_{max} - ۲tg^{-۱}۱ = -\pi \Rightarrow T_{max} = \frac{\pi}{۸}$$

بنابراین سیستم به ازای $T > \dfrac{\pi}{۸}$ ناپایدار خواهد بود.

۵ـ گزینه «۲» فرکانسی را که در آن $G(j\omega) = -\dfrac{۹}{۸}$ و در نتیجه $\angle G(j\omega) = -\pi$ شده است، به دست می‌آوریم:

$$\angle G(s) = -\frac{\pi}{۲} - ۳tg^{-۱}\omega = -\pi \Rightarrow ۳tg^{-۱}\omega = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow tg^{-۱}\omega = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

در این فرکانس $|G(j\omega)| = ۱$ است، داریم:

$$|G(j\frac{\sqrt{۳}}{۳})| = \frac{۹}{۸} \Rightarrow \frac{k}{\frac{\sqrt{۳}}{۳}\sqrt{(۱+\frac{۱}{۳})^۳}} = \frac{۹}{۸} \Rightarrow \frac{۹}{۸}k = \frac{۹}{۸} \Rightarrow k = ۱$$

۶ـ گزینه «۳» در یک دهه فرکانسی از $\omega = ۱$ تا $\omega = ۱۰$ منحنی دامنه ۲۰ دسی‌بل کاهش یافته است. لذا نوع سیستم برابر یک است و گزینه‌های (۲) و (۴) صحیح نیستند. برای انتخاب بین گزینه‌های ۱و۳ کافی است بهره k محاسبه شود چرا که فرکانس‌های گوشه هر دو گزینه یکسان است، بنابراین:

$$G(s) = \frac{k}{s(s+۵۰)(s+۹۸۰)}$$

از نمودار دامنه مشخص است که در فرکانس $\omega = ۱۰$ بهره لگاریتمی صفر دسی‌بل است در نتیجه:

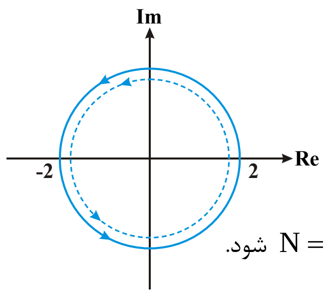
$$\frac{k}{\omega\sqrt{\omega^۲+(۵۰)^۲}\sqrt{\omega^۲+(۹۸۰)^۲}} = ۱ \Rightarrow k \approx ۱۰(۵۰)(۹۸۰) \approx ۴۹۰۰۰۰$$

۷ـ گزینه «۳» معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s) = s^۲ + (k-۳)s + ۲$$

که به ازای $k > ۳$ پایدار است. از آنجایی که سیستم حلقه باز دو قطب ناپایدار در مسیر نایکوئیست دارد $(P = ۲)$، شرط پایداری در حالت $k > ۳$ آن است که $N = -۲$ باشد تا $Z = N + P$ برابر صفر باشد.

۸ـ گزینه «۱» ابتدا دقت کنید نمودار نایکوئیست به ازای $\omega \in (۰,\infty)$ رسم شده است و باید آن را به ازای $\omega \in (-\infty,۰)$ نیز رسم کنیم. شکل کامل شده در مقابل آورده شده است.
برای این که تابع تبدیل حلقه بسته پایدار شود، باید $Z = N + P = ۰$ باشد.
در شکل کامل شده $N = -۲$ است، پس تعداد قطب‌های ناپایدار حلقه باز دو است.



پس گزینه‌های (۲) و (۴) اشتباه هستند. برای انتخاب گزینه صحیح باید محدوده k را به گونه‌ای بیابیم که همواره $N = -۲$ شود.

$$-۲ < -\frac{۱}{k} < ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲} < k < \infty$$

۹ـ گزینه «۴»

روش اول: با به دست آوردن معادله مشخصه و تشکیل آرایه روث، مقدار kای را که به ازای آن سیستم در مرز ناپایداری قرار می‌گیرد، می‌یابیم.

$$\Delta(s)=s(s+2)^2+k=0\Rightarrow s^3+4s^2+4s+k=0$$

اگر $k=16$ باشد، ریشه‌های موهومی محض داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 4 \\ s^2 & 4 & k \\ s^1 & 16-k & 0 \\ s^0 & k & \end{array}$$

لذا برای آنکه $Gm=2$ باشد باید $k=8$ باشد. پس گزینه (۴) صحیح است.

روش دوم: ابتدا فرکانس قطع فاز سیستم را پیدا می‌کنیم.

$$\measuredangle G(j\omega_p)=-\pi\Rightarrow -\frac{\pi}{2}-2\tan^{-1}\frac{\omega}{2}=-\pi\Rightarrow \tan^{-1}\frac{\omega}{2}=\frac{\pi}{4}\Rightarrow \omega_p=2$$

حال فرکانس قطع فاز را در تابع تبدیل سیستم قرار می‌دهیم و k را به گونه‌ای می‌یابیم تا حد بهره سیستم ۲ شود.

$$\frac{1}{|G(j\omega_p)|}=2\Rightarrow \frac{\omega(\omega^2+4)}{k}=2\Rightarrow \frac{2\times 8}{k}=2\Rightarrow k=8$$

۱۰ـ گزینه «۳» برای محاسبه حاشیه فاز سیستم می‌بایست فرکانس قطع بهره را محاسبه کنیم بدین منظور اندازه تابع تبدیل سیستم را برابر یک قرار می‌دهیم.

$$\frac{8/3}{\omega\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{\omega^2+25}}=1\Rightarrow \omega^2(\omega^2+1)(\omega^2+25)=68/9\Rightarrow \omega_{gc}\approx 1/09$$

اکنون در فرکانس قطع بهره زاویه فاز سیستم را محاسبه می‌کنیم:

$$-\frac{\pi}{2}-tg^{-1}1/09-tg^{-1}\frac{1/09}{5}\cong -150^\circ$$

در نتیجه داریم:

$$PM\simeq 180^\circ-150^\circ=30^\circ$$

۱۱ـ گزینه «۲» شیب شروع منحنی اندازه -40 دسی‌بل بر دهه است لذا دو قطب در مبدأ خواهیم داشت. از طرف $\omega=1$ صفر مرتبه دوم و $\omega=3$ قطب مرتبه اول را مدل می‌کند.

۱۲ـ گزینه «۲»

روش اول: حاشیه بهره میزان بهره‌ای است که سیستم را به مرز ناپایداری می‌برد. با توجه به این که حاشیه بهره سیستم به ازای $k=8$ خواسته شده است باید از روی مکان هندسی ریشه‌ها میزان افزایش بهره را بیابیم به گونه‌ای که سیستم در مرز ناپایداری قرار بگیرد. با توجه به دو شاخه مکان هندسی که به ازای $k=64$ روی محور $j\omega$ دو قطب دارد، پس بهره $k=64$ حداکثر بهره‌ای است که می‌توان نسبت به حالت فعلی یعنی $k=8$ به سیستم اعمال کرد.

در واقع اگر بهره سیستم را $\frac{64}{8}=8$ برابر کنیم سیستم به مرز ناپایداری می‌رسد. پس حد بهره سیستم ۸ است.

روش دوم: بدون استفاده از مکان هندسی ریشه‌ها نیز می‌توان حاشیه بهره را محاسبه کرد. برای این کار ابتدا فرکانس قطع فاز را باید محاسبه کنیم.

$$G(s)=\frac{8}{(s+2)^3}\Rightarrow \measuredangle G(j\omega_p)=-\pi\Rightarrow -3\tan^{-1}\frac{\omega}{2}=-\pi\Rightarrow \omega_p=2\sqrt{3}\Rightarrow GM=\frac{1}{|G(j\omega_p)|}=\frac{(\sqrt{12+4})^3}{8}=8$$

۱۳ـ گزینه «۲» کافی است $g(j\omega)$ را به دست آورده و ω موردنظر را در آن قرار دهیم:

$$g(s)=\frac{1}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}\Rightarrow g(j\omega)=\frac{1}{(1-T_1T_2\omega^2)+(T_1+T_2)j\omega}$$

به ازای $\omega^2=\frac{1}{T_1T_2}$ واضح است که تابع فرکانسی موهومی محض است.

۱۴ـ گزینه «۱» **روش اول:** معادله مشخصه حلقه بسته برابر است با:

$$\Delta(s)=s^3+11s^2+10s+k$$

معیار پایداری:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 10 \\ s^2 & 11 & k \\ s^1 & \frac{110-k}{11} & 0 \\ s^0 & k & \end{array}$$

بنابراین شرط پایداری عبارت است از: $0<k<110$.

حد بهره برابر است با نسبت حداکثر بهره مجاز برای پایدار ماندن سیستم به بهره فعلی، بنابراین به ازای حد بهره ۱/۱ داریم: $\text{بهره فعلی} = \frac{۱۱۰}{۱/۱} = ۱۰۰$

از طرفی چون فیدبک واحد است و نوع سیستم برابر یک می‌باشد خطای پله آن صفر است؛ یعنی سیستم ورودی $۱/۱u(t)$ را بدون خطا دنبال می‌کند.

برای محاسبه خطای شیب واحد به ورودی $tu(t)$ داریم:

$$e_{\infty} = \frac{۱}{k_v} = \frac{۱}{\lim\limits_{s\to ۰} G(s)} = \frac{۱۰}{k} = ۰/۱$$

روش دوم: برای به دست آوردن k به گونه‌ای که حد بهره سیستم ۱/۱ شود، ابتدا باید فرکانس قطع فاز را بیابیم.

$$\measuredangle G(j\omega_p) = -\pi \Rightarrow \measuredangle G(j\omega) = -\frac{\pi}{۲} - \tan^{-۱}\omega - \tan^{-۱}\frac{\omega}{۱۰} = -\pi$$

$$\tan^{-۱}\omega + \tan^{-۱}\frac{\omega}{۱۰} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \frac{\omega + \frac{\omega}{۱۰}}{۱ - \frac{\omega^۲}{۱۰}} = \tan\frac{\pi}{۲} \Rightarrow \omega_p = \sqrt{۱۰}\,\frac{rad}{s}$$

$$GM = \frac{۱}{|G(j\omega_p)|} = \frac{\sqrt{۱۰}\sqrt{۱۰+۱}\sqrt{۱۰۰+۱۰}}{k} = ۱۰۱ \Rightarrow k = ۱۰۰$$

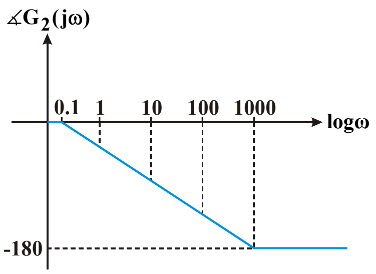
خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی $۱/۱u(t)$ صفر است چون سیستم نوع یک است و خطای آن به ورودی $tu(t)$ برابر است با:

$$\lim_{s\to ۰} s(۱-T(s)) \times \frac{۱}{s^۲} = \lim_{s\to ۰} \frac{s^۳ + ۱۱s^۲ + ۱۰s}{s(s+۱)(s+۱۰)+k} \times \frac{۱}{s} = \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۰/۱$$

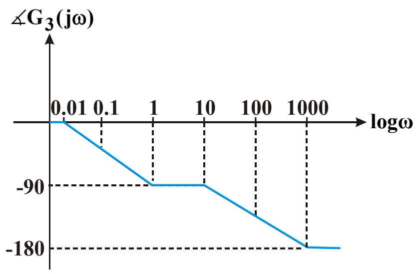
۱۵ـ گزینه «۳» طبق تعریف، سیستمی حداقل فاز است که صفر و قطب سمت راست نداشته باشد. دقت کنید که بهره منفی دلیل بر غیر حداقل فاز بودن سیستم نیست.

۱۶ـ گزینه «۳» از نمودار دامنه پیداست که بهره فرکانس پایین سیستم به صورت $\begin{cases} ۲۰\log|G(j\omega)| > ۰\ dB \\ \omega \to ۰ \end{cases}$ می‌باشد و بنابراین گزینه (۱) و (۴) صحیح نیست. از طرفی با توجه به نمودار، فاز اختلاف بین فرکانس‌های گوشه باید به گونه‌ای باشد که رفتار فاز دو قطب تقریباً مستقل از یکدیگر باشد.

(یعنی دو قطب حداقل ۲ دهه با هم فاصله داشته باشند.) منحنی فاز گزینه‌های ۲ و ۳ را رسم می‌کنیم:



گزینه (۲)



گزینه (۳)

۱۷ـ گزینه «۳» فرکانس افت ۳ دسی‌بل $T_۲$ بیش از $T_۱$ است، لذا سیستم ۲ سریع‌تر است. از طرفی نمودارهای دامنه متناظر با سیستم مرتبه اول هستند.

۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به این که سیستم $GH(s)$ سره است در فرکانس $\omega \to \infty$ به نقطه‌ای محدود ختم می‌شود که این نقطه k است. چون $k < ۰$ فرض شده است، پس فقط گزینه (۳) می‌تواند صحیح باشد.

۱۹ـ گزینه «۳» فرکانس تقاطع بهره عبارت است از:

$$|g(j\omega)| = ۱ \Rightarrow \left|\frac{Ke^{-j\omega T}}{j\omega}\right| = ۱ \Rightarrow \omega = k$$

فاز سیستم در فرکانس $\omega = k$ عبارت است از:

$$\angle g(j\omega)\Big|_{\omega=k} = -\omega T - \frac{\pi}{۲}\Big|_{\omega=k} = -KT - \frac{\pi}{۲}$$

لذا حد فاز سیستم از: $PM = \pi + \angle g(j\omega_{gc})$ برابر $\frac{\pi}{۲} - KT$ به دست می‌آید.

۲۰ـ گزینه «۲»

روش اول: ورودی یک سیگنال کسینوسی است لذا پاسخ سیستم خطی به این ورودی در حالت ماندگار عبارت است از: $|G(j\omega)|\cos(t+\angle G(j\omega))$

به روش فازوری حل می‌کنیم: $\cos t = 1\angle 0$

$$\frac{6}{s^2+5s+6}\Big|_{\omega=1} \Rightarrow \frac{6}{5+5j}=\frac{6}{5\sqrt{2}}\measuredangle -45^\circ \Rightarrow y(t)=\frac{6}{5\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})$$

روش دوم: در این حالت که فرکانس ورودی $\omega=1$ است، داریم:

$$\begin{cases} |G(j1)|=\dfrac{6}{\sqrt{\omega^2+4}\sqrt{\omega^2+9}}\Bigg|_{\omega=1}=\dfrac{6}{\sqrt{50}}=\dfrac{6}{5\sqrt{2}} \\ \angle G(j\omega)\big|_{\omega=1}=-(\underbrace{tg^{-1}\frac{1}{2}}_{\alpha}+\underbrace{tg^{-1}\frac{1}{3}}_{\beta}) \\ tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha.tg\beta}\Rightarrow \angle G(j\omega)=-tg^{-1}\left(\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right)=-\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow \angle G(j\omega)=-\dfrac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow y(t)=\frac{6}{5\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})$$

۲۱ـ گزینه «۴» با توجه به نمودار فاز در فرکانس‌های پایین فاز سیستم -90° است و همچنین نمودار اندازه هم با شیب $-20\frac{dB}{dec}$ شروع می‌شود. لذا سیستم نوع یک است و خطای حالت ماندگار آن به ورودی پله واحد صفر است.

۲۲ـ گزینه «۲» در سیستم‌های غیرحداقل فاز به شرط وجود تعداد فردی از صفرهای ناپایدار، پاسخ در لحظات اولیه در جهت خلاف مقدار نهایی خود حرکت می‌کند. ضمن این که بررسی حداقل فاز بودن سیستم به صفرها و قطب‌ها (هر دو) وابسته است. یعنی سیستمی بدون صفر ناپایدار با یک قطب سمت راست نیز غیرحداقل فاز است.

۲۳ـ گزینه «۲» ابتدا فرکانس قطع بهره را به صورت مقابل محاسبه می‌کنیم:

$$|G(s)H(s)|=1\Rightarrow \frac{\sqrt{\omega^2+9}}{\omega\sqrt{\omega^2+1}}=1\Rightarrow \omega_{gc}=\sqrt{3}$$

حاشیه فاز سیستم برابر است با:

$$PM=\pi+\angle GH(j\omega_{gc})=\pi+\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}T-\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}\,T$$

شرط پایداری عبارت است از: $PM>0$ و لذا حداکثر مقدار T برابر است با $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$.

۲۴ـ گزینه «۳»

روش اول: با توجه به گزینه‌ها کافی است حد بهره محاسبه شود. بدین منظور ابتدا فرکانس قطع فاز سیستم را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\angle L=-\pi\Rightarrow -3tg^{-1}\omega=-\pi \quad \Rightarrow \omega_{pc}=\sqrt{3}$$

از طرفی داریم:

$$\left|L(j\omega_{pc})\right|=\frac{1}{(\omega_{pc}^2+1)\sqrt{\omega_{pc}^2+1}}=\frac{1}{8}$$

بنابراین $GM=8$ و لذا گزینه (۳) صحیح است. برای محاسبه‌ی حد فاز نیز کافی است ابتدا فرکانس قطع بهره را بیابیم.

$$|GH(j\omega_g)|=1 \Rightarrow \frac{1}{(\sqrt{\omega^2+1})^3}=1 \Rightarrow \omega=0$$

$$PM=\pi-3\tan^{-1}0=\pi$$

روش دوم: برای محاسبه حد بهره می‌توان از جدول روث نیز استفاده کرد. همان‌طور که می‌دانیم حد بهره، میزان افزایش بهره است به گونه‌ای که سیستم در مرز ناپایداری قرار بگیرد.

$$\Delta(s)=s^3+3s^2+3s+k+1$$

شرط پایداری معادله مشخصه $-1<k<8$ است. پس سیستم به ازای $k=8$ در مرز ناپایداری قرار می‌گیرد.

۲۵ـ گزینه «۳» با توجه به تعریف حد بهره و حد فاز، گزینه (۳) درست است.

۲۶ـ گزینه «۱»

$$20\log|G(j\omega)|=-20\,dB \to |G(j\omega)|=10^{-1}=0/1$$

۲۷ـ گزینه «۲» سیستم حلقه باز یک قطب ناپایدار دارد $(P=1)$، از طرفی با توجه به شکل نمودار نایکوئیست، نقطه $(-1,0)$ را یک بار در جهت ساعت دور می‌زند $(N=1)$. بنابراین سیستم حلقه بسته $Z=N+P=2$ قطب ناپایدار دارد.

۲۸ـ گزینه «۲» در این سیستم بهره حلقه عبارت است از $L(s)=\frac{e^{-\tau s}}{s}$ و برای پایداری باید حد فاز سیستم مثبت باشد. ابتدا فرکانس قطع بهره را حساب می‌کنیم و سپس حد فاز را می‌یابیم:

$$|L(s)|_{s=j\omega}=\frac{1}{\omega}=1\Rightarrow \omega=1 \text{ فرکانس تقاطع بهره } \Rightarrow \quad PM=\pi+\angle L_{(j\omega)}|_{\omega=1}=\pi+(-\tau-\frac{\pi}{2})>0\Rightarrow \tau<\frac{\pi}{2}$$

۲۹ـ گزینه «۳» ابتدا ثابت خطای وضعیت را محاسبه می‌کنیم:

$$k_p=\lim_{s\to 0}G(s)H(s)=\frac{k}{12} \text{ ثابت خطای وضعیت}$$

لذا باید:

$$\frac{k}{12}>2\Rightarrow k>24$$

برای محاسبه حد بهره، آرایه روث مربوط به چندجمله‌ای مشخصه را به دست می‌آوریم:

$$(s+2)^2(s+3)+k=s^3+7s^2+16s+12+k$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 16 \\ s^2 & 7 & 12+k \\ s^1 & \frac{100-k}{7} & 0 \\ s^0 & 12+k & \end{array}$$

در نتیجه بیشترین مقدار بهره k برای پایداری سیستم حلقه بسته عبارت است از: $K_{max}=100$ پس برای داشتن حد بهره بیشتر از ۳ باید بهره k کوچک‌تر از $\frac{100}{3}$ باشد، یعنی $24<k<\frac{100}{3}$ پس در مجموع گزینه (۳) صحیح است.

۳۰ـ گزینه «۳» تابع تبدیل این سیستم عبارت است از:

$$G(s)=C(sI-A)^{-1}B=(0 \quad 1)\begin{pmatrix} s-1 & 0 \\ -2 & s-1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\frac{2}{(s-1)^2}$$

اندازه تابع تبدیل در فرکانس‌های پایین (نزدیک صفر) ۲ یا 6^{dB} است.

همچنین از $|G(j\omega)|=\frac{2}{\omega^2+1}$ داریم که اندازه تابع تبدیل در $\omega=1$ مساوی ۱ بوده و لذا نمودار پاسخ فرکانسی در $\omega=1$ محور 0^{dB} را قطع می‌کند.

از آنجا که درجه نسبی تابع تبدیل ۲ است، شیب نهایی نمودار اندازه $-40\frac{dB}{dec}$ است. لذا گزینه (۳) صحیح است.

۳۱ـ گزینه «۴» با استفاده از معادله مشخصه و تشکیل آرایه روث، مقدار kای را که در آن سیستم در آستانه ناپایداری قرار می‌گیرد، به دست می‌آوریم:

$$KL(s)=\frac{0/01K}{s(s+1)(s+0/1)} \quad ; \quad \Delta(s)=s^3+1/1s^2+0/1s+0/01K=0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 0/1 \\ s^2 & 1/1 & 0/01K \\ s^1 & 0/11-0/01K & 0 \\ s^0 & 0/01K & \end{array}$$

در حالت پایدار مرزی داریم: $0/01K=0/11$

و لذا $K_{max}=11$، پس با ۱۱ برابر شدن بهره، سیستم در مرز ناپایداری قرار می‌گیرد و لذا گزینه «۴» صحیح است.

۳۲ـ گزینه «۲» مقدار K_{max} در نقطه‌ای است که دیاگرام نایکوئیست نقطه $(-1,0)$ را دور می‌زند، یعنی $|L|=1$ و $\angle L=-\pi$ باشد. بنابراین:

$$L(s)=\frac{K}{s}e^{-2\sqrt{3}s}\Rightarrow\begin{cases}|L|=1\\ \angle L=-\pi\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\omega=k\\ -2\sqrt{3}\omega-\frac{\pi}{2}=-\pi\Rightarrow -2\sqrt{3}k=-\frac{\pi}{2}\Rightarrow K_{max}=\frac{\pi}{4\sqrt{3}}\approx 0/45\end{cases}$$

۳۳ـ گزینه «۲» فرکانس قطع بهره را به دست می‌آوریم:

$$|GH|=1\Rightarrow\frac{(\sqrt{1+\omega^2})^3}{\omega^3}=1\Rightarrow\omega^3=(\sqrt{1+\omega^2})^3$$

$$\omega\to\infty\Rightarrow\sqrt{1+\omega^2}\approx\omega\qquad,\qquad\angle GH=3tg^{-1}\omega-\frac{3\pi}{2}\Big|_{\omega\to\infty}=0$$

$PM=\pi+\angle GH(j\omega_{gc})$، بنابراین $PM=\pi$

۳۴ـ گزینه «۲» اندازه و زاویه خروجی در حالت دائمی به این صورت محاسبه می‌شود:

اندازه خروجی در حالت دائمی $=1\left(\frac{1}{\omega\sqrt{1+\omega^2}}\right)\Big|_{\omega=1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

زاویه خروجی $=-\frac{\pi}{2}-tg^{-1}\omega\Big|_{\omega=1}=-135^\circ\Rightarrow y(t)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(t-135^\circ)$

۳۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با توجه به شیب شروع منحنی دامنه تابع تبدیل سیستم یک انتگرال‌گیر دارد و لذا گزینه (۲) غلط است. از طرفی شیب نهایی صفر است، پس درجه نسبی صفر است. فرکانس‌های گوشه منحنی عبارتند از: صفر و یک و ۲۰ و ۴۰ که $\omega=0$ قطب در مبدأ، $\omega=1$ صفر مرتبه اول، $\omega=20$ صفر مرتبه اول و $\omega=40$ قطب مرتبه اول است.

پس برای تشخیص گزینه صحیح به بهره تابع تبدیل نیاز داریم. شکل کلی عبارت است از:

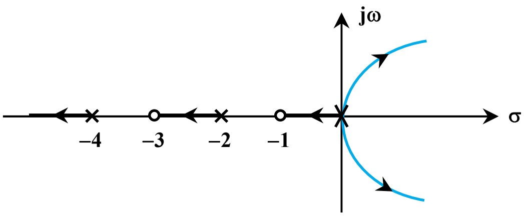
$$\frac{k(s+1)(1+0/05s)}{s(1+0/025s)}$$

در فرکانس $\omega=1$ اندازه -8^{db} است. لذا: $20\log\sqrt{2}k\approx-8$ و از این رو $k\approx 0/28$

۳۶ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

روش اول: با توجه به کمینه فاز بودن تابع تبدیل داده شده فاز نهایی در منحنی قطبی برابر با $-\frac{\pi}{2}r$ خواهد بود که r درجه نسبی تابع تبدیل است. لذا در این سؤال فاز نهایی -270° خواهد بود. از طرفی فاز شروع $-\frac{\pi}{2}T$ است که T بیانگر تعداد قطب‌های در مبدأ تابع تبدیل است لذا زاویه شروع نیز -270 است. پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

اما مکان هندسی ریشه‌های این سیستم به شکل مقابل قابل ترسیم است:



در روش $R-H$ نیز مشخص است که سیستم همواره ناپایدار است، لذا ناحیه پایداری تغییر نمی‌کند. به عبارتی دیگر محور موهومی توسط نمودار قطبی قطع نخواهد شد و زاویه فاز سیستم همواره کمتر از -180° خواهد بود. این موضوع را می‌توان با محاسبه قسمت موهومی تابع تبدیل یا زاویه فاز آن نیز تأیید نمود. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نیز صحیح نخواهند بود.

روش دوم: تابع تبدیل سیستم را به صورت $G(j\omega)=Re(G(j\omega))+jIm(G(j\omega))$ می‌نویسیم:

$$G(s)=\frac{s^2+4s+3}{s^3(s^2+6s+8)}\Rightarrow G(j\omega)=\frac{(-\omega^2+3)+4j\omega}{-j\omega^3((-\omega^2+8)+6j\omega)}$$

$$G(j\omega)=\frac{-\omega(2\omega^2+14)+j(\omega^4+13\omega^2+24)}{-\omega^3((-\omega^2+8)+(6\omega)^2)}$$

توجه کنید که در تابع تبدیل $G(j\omega)$ هیچ‌کدام از دو روابط $\begin{cases}Im\,G(j\omega)=0\\ Re\,G(j\omega)=0\end{cases}$ پاسخی ندارد. یعنی هیچ برخوردی با محور حقیقی و موهومی نخواهیم داشت. پس هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

۳۷ـ گزینه «۳» روش اول: درجه نسبی حلقه باز برابر ۳ می‌باشد لذا زاویه نهایی برابر با -۲۷۰° خواهد بود که فقط در گزینه‌های (۱) یا (۳) دیده می‌شود. از طرفی معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=s^۲(s^۲+۵s+۶)+k(s+۱)=۰ \Rightarrow \Delta(s)=s^۴+۵s^۳+۶s^۲+ks+k=۰$$

از آرایه روث داریم:

$$\begin{array}{c|ccc} s^۴ & ۱ & ۶ & k \\ s^۳ & ۵ & k & ۰ \\ \hline s^۲ & \frac{۳۰-k}{۵} & k & \\ s^۱ & A & ۰ & \\ s^۰ & k & & \end{array} \quad ; \quad A=۵k-k^۲=۰ \rightarrow k=۵$$

با توجه به این که به ازای $k=۵$ به سطر صفر می‌رسیم و ستون اول مثبت است، پس مرز ناپایداری معادل با نقطه تلاقی $-\frac{k}{۵}$ خواهد بود. برای پایداری باید $A>۰$ و $k>۳۰$ باشد، بنابراین باید $۰<k<۵$ باشد.

$$\begin{cases} A>۰ \\ k<۳۰ \end{cases} \Rightarrow ۰<k<۵$$

روش دوم: برای به دست آوردن محل برخورد با محور حقیقی باید معادله $\mathrm{Im}(G(j\omega))=۰$ را حل کنیم:

$$G(j\omega)=\frac{k(j\omega+۱)}{-\omega^۲(-\omega^۲+۶+j۵\omega)}=\frac{j\omega(-\omega^۲-۵\omega+۶)+(۴\omega^۲+۶)}{-\omega^۲((-\omega^۲+۶)^۲(۵\omega)^۲)}$$

$$\mathrm{Im}(G(j\omega))=۰ \Rightarrow \omega=۱ \Rightarrow \mathrm{Re}[G(j۱)]=-\frac{k}{۵}$$

برای یافتن نقطه‌ی شروع منحنی نایکوئیست، تابع منحنی فاز آن را می‌نویسیم:

$$\measuredangle G(j\omega)=-۱۸۰-\tan^{-۱}\frac{\omega}{۲}-\tan^{-۱}\frac{\omega}{۳}+\tan^{-۱}\omega$$

در فرکانس $\omega \to ۰^+$ داریم:

$$\measuredangle G(j۰^+)=-۱۸۰-\frac{\omega}{۲}-\frac{\omega}{۳}+\omega=-۱۸۰+\frac{\omega}{۶}\cong -۱۷۹$$

پس تنها گزینه (۳) می‌تواند صحیح باشد.

۳۸ـ گزینه «۲» فرکانس قطع بهره و سپس حاشیه فاز را به دست می‌آوریم:

$$|L|=۱ \Rightarrow \frac{۲}{\sqrt{\omega^۲+۱}}=۱ \Rightarrow \omega_{gc}=\sqrt{۳}$$

$$L(j\omega_{gc})=-\omega T-tg^{-۱}\omega_{gc}=-\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۳}=-\frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow PM=\pi+\measuredangle L(j\omega_{gc})=\frac{\pi}{۶}$$

لذا $PM=۳۰^\circ$ است.

۳۹ـ گزینه «۳» از شرط اندازه فرکانس قطع بهره را محاسبه می‌کنیم:

$$|G(s)H(s)|=۱ \Rightarrow \frac{۲}{\sqrt{۱+\omega^۲}\sqrt{۱+۴\omega^۲}}=۱ \Rightarrow ۴\omega^۴+۵\omega^۲-۳=۰ \Rightarrow \omega \approx ۰/۶۶۵$$

در فرکانس قطع بهره از شرط زاویه حداکثر تأخیر مجاز را محاسبه می‌کنیم:

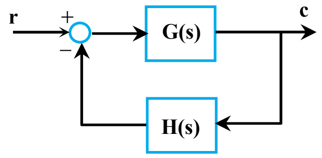
$$\underline{/G(s)H(s)}=-\pi\Big|_{\omega=۰/۶۶۵} \Rightarrow -۰/۶۶۵T-tg^{-۱}(۰/۶۶۵)-tg^{-۱}(۲\times ۰/۶۵۵)=-\pi \Rightarrow T\approx ۲/۴۴$$

فصل هفتم

«مسأله کنترل و معرفی ساختارهای مختلف در یک سیستم کنترل خطی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ در سیستم کنترل شکل زیر p یکی از پارامترهای سیستم بوده و $T(s)$ تابع تبدیل حلقه بسته است. اگر S_p^G ,S_p^H ,S_p^T به ترتیب حساسیت توابع تبدیل T, H, G نسبت به این پارامتر باشد، کدام رابطه درست است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)



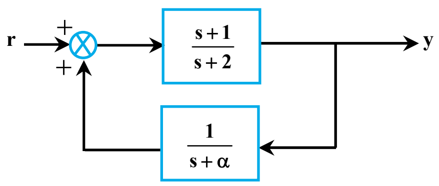
۱) $S_p^T = S_p^G \cdot \dfrac{-1}{1+G(s)\,H(s)}$

۲) $S_p^T = S_p^G \cdot \dfrac{1}{1+G(s)H(s)}$

۳) $S_p^T = S_p^H \cdot \dfrac{1}{1+G(s)\,H(s)}$

۴) $S_p^T = S_p^G \cdot \dfrac{G(s)\,H(s)}{1+G(s)\;H(s)}$

۲ـ در شکل زیر با توجه به مقدار نامی $\alpha = 1$ کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)



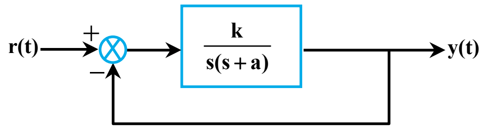
۱) حساسیت خروجی نسبت به α در فرکانس‌های بالا به طرف صفر میل می‌کند.

۲) حساسیت خروجی نسبت به α در فرکانس‌های پایین به طرف صفر میل می‌کند.

۳) تابع تبدیل حلقه بسته به α ربطی ندارد لذا حساسیت خروجی نسبت به α صفر است.

۴) در حالتی که فیدبک مثبت باشد حلقه بسته ناپایدار و در نتیجه حساسیت تعریف نمی‌شود.

۳ـ در سیستم کنترل شکل زیر حساسیت خطای حالت دائمی به ورودی شیب واحد نسبت به a, k به ترتیب کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۳)



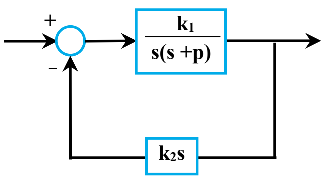
۱) ۱ و ۱-

۲) ۱ و ۱

۳) ۱- و ۱

۴) ۱- و ۱-

۴ـ حساسیت تابع تبدیل حلقه بسته سیستم کنترل شکل مقابل نسبت به پارامتر p کدام است؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۵)



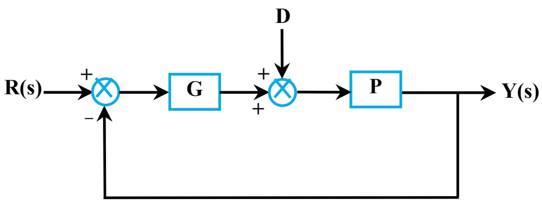
۱) $\dfrac{-ps}{s+p+k_1k_2}$

۲) $\dfrac{-p}{s+p+k_1k_2}$

۳) $\dfrac{-p}{k_1(s+p+k_1k_2)}$

۴) $\dfrac{-ps}{k_1(s+p+k_1k_2)}$

۵ـ سیستم فیدبک زیر را در نظر بگیرید، با تعریف Y_R و Y_D به ترتیب خروجی‌های ناشی از R و D و تابع حساسیت سیستم S، کدام عبارت درست است: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۵)



۱) $S_P^{Y_R} = S_P^{Y_D} = \dfrac{1}{1+GP}$

۲) $S_P^{Y_R}$ از $S_P^{Y_D}$ بزرگتر است.

۳) $S_P^{Y_D}$ از $S_P^{Y_R}$ بزرگتر است.

۴) $S_P^{Y_R} = \dfrac{1}{1+GP}$ و $S_P^{Y_D} = \dfrac{P}{1+GP}$

۶ـ سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد و تابع تبدیل حلقه باز $G(s)$ را در نظر بگیرید. $S(s)$ تابع حساسیت و $T(s)$ تابع تبدیل حلقه بسته سیستم است. کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۵)

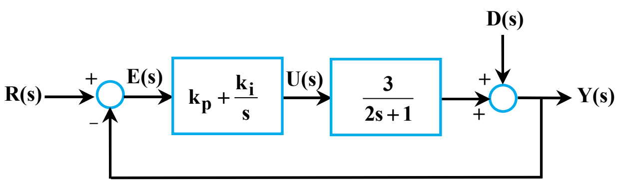
۱) کم کردن دامنه S و بزرگ کردن دامنه T برای دستیابی به عملکرد مطلوب حلقه بسته لازم است.

۲) بزرگ کردن دامنه S و کم کردن دامنه T برای دستیابی به عملکرد مطلوب حلقه بسته لازم است.

۳) کم کردن دامنه S و T به طور همزمان امکان‌پذیر نیست.

۴) طراحی‌ها با در نظر گرفتن S و T به طور جداگانه و مستقل از هم انجام می‌شوند.

۷ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید:



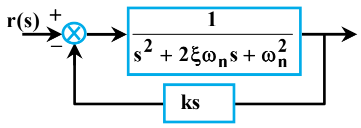
تابع تبدیل حساسیت کدام است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

۱) $\dfrac{۱}{۲s^۲+(۳k_p+۱)s+۳k_i}$ ۲) $\dfrac{s(۲s+۱)}{۲s^۲+(۳k_p+۱)s+۳k_i}$ ۳) $\dfrac{s(۲s+۱)}{۲s^۲+(k_p+۱)s+۳k_i}$ ۴) $\dfrac{s(۲s+۱)}{۲s^۲+(k_p+۱)s+k_i}$

۸ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد عبارت است از: $g(s)=\dfrac{k(s+۲)}{s(s+۱)^۲}$ حساسیت سیستم حلقه بسته به ازای تغییرات k کدام است؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) $\dfrac{s(s+۱)^۲}{s(s+۱)^۲+k(s+۲)}$ ۲) صفر ۳) $\dfrac{k(s+۲)}{s(s+۱)^۲+k(s+۲)}$ ۴) یک

۹ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. حساسیت سیستم حلقه بسته به تغییرات ζ در حالت ماندگار کدام است ؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)



۱) کمی حساس

۲) بسیار حساس

۳) صفر

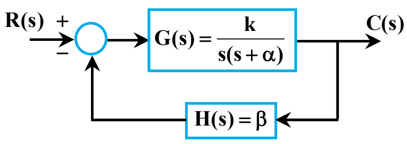
۴) حساسیت در حالت ماندگار تعریف نشده است.

۱۰ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی به صورت $G(s)=\dfrac{(s^۲+۳s+۲)+k(s^۲+۲s+۱)}{(s^۲+۴s+۴)+k(s^۲+۳s+۲)}$ تعریف می‌شود. حساسیت $G(s)$ نسبت به k چقدر است؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)

۱) صفر ۲) $\dfrac{s^۲+۳s+۲}{(s^۲+۴s+۴)+k(s^۲+۳s+۲)}$

۳) $\dfrac{s^۲+۲s+۱}{(s^۲+۴s+۴)+k(s^۲+۳s+۲)}$ ۴) بی‌نهایت

۱۱ـ کدام‌یک از عبارات زیر در مورد سیستم کنترل مدار بسته داده شده درست نیست؟ $T(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ (الکترونیک ـ آزاد ۸۹)



۱) حساسیت H نسبت به β برابر واحد است.

۲) حساسیت G نسبت به α برابر $\dfrac{-\alpha}{s+\alpha}$ است.

۳) حساسیت $T(s)$ نسبت به α برابر $\dfrac{-۲s}{s^۲+۲s+۱۰}$ است.

۴) حساسیت G نسبت به K برابر واحد است.

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ گزینه «۲»

روش اول: در بحث حساسیت داریم:

$$S_P^{\frac{C}{R}} = \frac{S_p^{\text{open loop}}}{1+L(s)}$$

به شرطی که P پارامتری از تابع پیشرو باشد. بنابراین:

$$S_P^T = S_P^G \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

روش دوم: توابع حساسیت مطرح شده را به دست می‌آوریم:

$$S_P^T = S_G^T \times S_P^G = \frac{\partial T}{\partial G} \times \frac{G}{T} \times S_P^G$$

$$\frac{\partial T}{\partial G} = \frac{(1+GH)-GH}{(1+GH)^2} = \frac{1}{(1+GH)^2}$$

$$S_P^T = \frac{1}{(1+GH)^2} \times \frac{G}{\frac{G}{1+GH}} \times S_P^G = S_P^G \times \frac{1}{1+GH}$$

۲ـ گزینه «۱» تابع تبدیل حلقه بسته عبارت است از:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{(s+1)(s+\alpha)}{s^2+(\alpha+1)s+2\alpha-1}$$

و حساسیت حلقه بسته نسبت به پارامتر α برابر است با:

$$S_\alpha^{T(s)} = \frac{\alpha}{T(s)} \times \frac{\partial T(s)}{\partial \alpha}\bigg|_{\alpha=1} = \frac{-1}{(s+1)^2}$$

بنابراین در فرکانس‌های بالا، $s \to \infty$، حساسیت حلقه بسته به سمت صفر میل می‌کند و در فرکانس $s \to 0$ برابر ۱- می‌شود.

۳ـ گزینه «۳» خطای دائمی به ورودی شیب واحد برابر است با:

$$e_\infty = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)} = \frac{a}{k}$$

بنابراین e_∞ با a نسبت مستقیم و با k نسبت عکس دارد. لذا گزینه (۳) صحیح است و حساسیت e_∞ نسبت به a یک و نسبت به k برابر ۱- می‌باشد.

محاسبه توابع حساسیت نیز به صورت زیر است:

$$e_\infty = \frac{k}{a}\ ,\ S_k^{e_\infty} = \frac{\partial e_\infty}{\partial k} \times \frac{k}{e_\infty} = \frac{1}{a} \times \frac{k}{\frac{k}{a}} = 1 \qquad , \qquad S_a^{e_\infty} = \frac{\partial e_\infty}{a} \times \frac{a}{e_\infty} = -\frac{k}{a^2} \times \frac{a}{\frac{k}{a}} = -1$$

۴ـ گزینه «۲» p پارامتری از مسیر پیشرو است، لذا حساسیت حلقه بسته به p به کمک حساسیت حلقه باز به این پارامتر قابل محاسبه است:

$$S_p^{T(s)} = \frac{S_p^{OL}}{1+L(s)}$$

$$\text{تابع حلقه باز} : OL = \frac{k_1}{s(s+p)}\ ,\ S_p^{OL} = \frac{p}{OL} \frac{\partial OL}{\partial p} = \frac{-p}{s+p} \Rightarrow S_p^{T(s)} = \frac{-p}{s+p+k_1k_2}$$

اگر با استفاده از تابع تبدیل حلقه بسته $T(s)$ نیز S_p^T را محاسبه کنیم به همین نتیجه می‌رسیم.

۵ـ گزینه «۱» حساسیت‌های $S_P^{Y_R}$ و $S_R^{Y_D}$ را مطابق تعریف به دست می‌آوریم.

$$Y_R = \frac{GP}{1+GP} \times R \quad , \quad Y_D = \frac{P}{1+GP} \times D$$

$$S_P^{Y_R} = \frac{P}{Y_P} \frac{\partial Y_R}{\partial P} = \frac{P}{\frac{\cancel{G}P}{1+GP} \times \cancel{R}} \times \frac{\cancel{G}}{(1+GP)^2} \times \cancel{R} = \frac{1}{1+GP}$$

$$S_R^{Y_D} = \frac{P}{Y_D} \times \frac{\partial Y_D}{\partial P} = \frac{P}{\frac{P}{1+GP} D} \times \frac{1}{(1+GP)^2} \times D = \frac{1}{1+GP}$$

۶ـ گزینه «۳» تابع حساسیت سیستم از رابطه $S(s)=\frac{1}{1+G(s)}$ و تابع تبدیل حلقه بسته آن از رابطه $T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}$ محاسبه می‌شود. واضح است که $S(s)+T(s)=1$ و لذا کم کردن دامنه T,S به طور همزمان امکان‌پذیر نیست. از طرفی نمی‌توان S و T را مستقل در نظر گرفت. عملکرد مطلوب حلقه بسته با توجه به هر دو تابع T,S در فرکانس‌های مختلف تغییر می‌کند.

۷ـ گزینه «۲» تابع تبدیل حساسیت را به صورت $\frac{1}{1+L(s)}$ در نظر می‌گیرند که در آن $L(s)$ بهره حلقه است.

$$S=\frac{1}{1+(k_p+\frac{k_i}{s})(\frac{3}{2s+1})}=\frac{s(2s+1)}{s(2s+1)+(k_ps+k_i)\times 3}$$

۸ـ گزینه «۱» ابتدا حساسیت تابع تبدیل حلقه باز را نسبت به k به دست می‌آوریم:

$$S_k^{g(s)}=\frac{k}{g(s)}\times\frac{\partial g(s)}{\partial k}=\frac{s(s+1)^2}{s+2}\times\frac{(s+2)s(s+1)^2}{s^2(s+1)^4}=1$$

البته با توجه به این که $g(s)$ با k نسبت مستقیم دارد نتیجه به دست آمده بدیهی است. حساسیت تابع حلقه بسته را می‌توان از روی حساسیت حلقه باز با توجه به رابطه مقابل محاسبه کرد.

$$S_k^{T(s)}=\frac{S_k^{g(s)}}{1+g(s)}=\frac{1}{1+\frac{k(s+2)}{s(s+1)^2}}=\frac{s(s+1)^2}{s(s+1)^2+k(s+2)}$$

۹ـ گزینه «۳» تابع تبدیل حلقه بسته برابر است با:

$$T(s)=\frac{1}{s^2+(2\xi\omega_n+k)s+\omega_n^2}$$

مطابق تعریف حساسیت می‌توان نوشت:

$$S_\xi^{T(s)}=\frac{-2\xi\omega_n s}{s^2+ks+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

در حالت ماندگار داریم:

$$\lim_{s\to 0} s\times S_\xi^{T(s)}=0$$

۱۰ـ گزینه «۱» در حالت کلی اگر $G(s)=\frac{G_1(s)+kG_2(s)}{G_3(s)+kG_4(s)}$ باشد، حساسیت $G(s)$ نسبت به پارامتر k عبارت است از:

$$S_k^G=\frac{k(G_2G_3-G_1G_4)}{(G_4+kG_3)(G_2+kG_1)}$$

که البته این رابطه از رابطه عمومی $S_k^G=\frac{k}{G}\times\frac{\partial G}{\partial k}$ محاسبه شده است. با جایگذاری داریم:

$$S_k^G=\frac{k((s+1)^2(s+2)^2-(s^2+3s+2)^2)}{[(s^2+3s+2)+k(s+2)^2][(s+1)^2+k(s^2+3s+2)]}=0$$

۱۱ـ گزینه «۳» گزینه (۱) صحیح است، زیرا $H(s)$ با β نسبت مستقیم دارد و $S_\beta^{H(s)}=1$ است.

گزینه (۲) صحیح است، زیرا داریم:

$$S_\alpha^{G(s)}=\frac{\alpha}{G(s)}\frac{\partial G(s)}{\partial\alpha}=\frac{\alpha}{k}s(s+\alpha)\frac{-ks}{s^2(s+\alpha)^2}=\frac{-\alpha}{(s+\alpha)}$$

گزینه (۴) نیز صحیح است، زیرا G با k نسبت مستقیم دارد. در نتیجه $S_k^G=1$ است. پس گزینه (۳) نادرست است.

حساسیت حلقه بسته نسبت به پارامتر α برابر است با:

$$S_\alpha^T=\frac{\partial T}{\alpha}\times\frac{\alpha}{T}\ ,\ T(s)=\frac{k}{s^2+\alpha s+k\beta}\Rightarrow S_\alpha^T=\frac{-sk}{(s^2+\alpha s+k\beta)^2}\times\frac{\alpha}{\frac{k}{(s^2+\alpha s+k\beta)}}=\frac{-\alpha s}{s^2+\alpha s+k\beta}$$

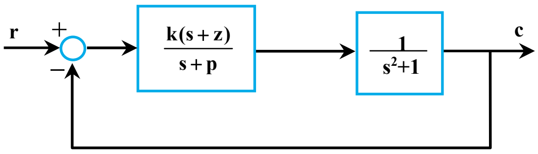
فصل هشتم

« روش‌های جبران‌سازی کلاسیک »

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. پارامترهای جبران‌ساز را چگونه انتخاب کنیم تا رفتار حلقه‌ـ‌بسته سیستم همانند سیستم مرتبه اول $\frac{۲/۲}{s+۱}$ باشد.

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۰)



۱) $p=۱۲\ ,\ z=۱\ ,\ k=۲۲$

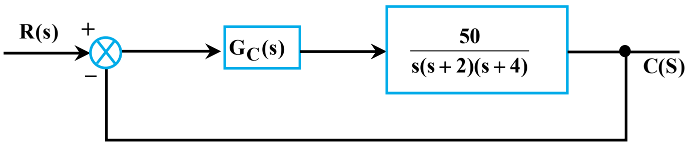
۲) $p=۱\ ,\ z=۱۰\ ,\ k=۲/۲$

۳) $p=۱۲\ ,\ z=۱\ ,\ k=۲/۲$

۴) $p=۱۰\ ,\ z=۱\ ,\ k=۲۲$

۲ـ برای سیستم مدار بسته نشان داده شده کدام‌یک از جبران‌سازهای $G_C(s)$ زیر سیستم مدار بسته را پایدار نموده و قطب‌های غالب سیستم مدار بسته را در $s=-۱\pm۱۰j$ قرار می‌دهد؟

(مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) $۲(s+۲)$

۲) $۳(s+۳)$

۳) $۴(s+۲)$

۴) $۲(s+۴)$

۳ـ با توجه به سیستم، $k>۰$, $G(s)=\frac{k(s-۱)}{(s-۲)(s+۲)}$ کدام‌یک از جبران‌سازهای پیشنهادی، امکان پایدارسازی سیستم حلقه بسته را دارد؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)

۱) $G_۱(s)=\frac{s-۲}{s-۱}$ ۲) $G_۲(s)=\frac{s+۲}{s-۴}$ ۳) $G_۳(s)=\frac{s+۲}{s+۵}$ ۴) $G_۴(s)=\frac{s+۱}{s+۱۰}$

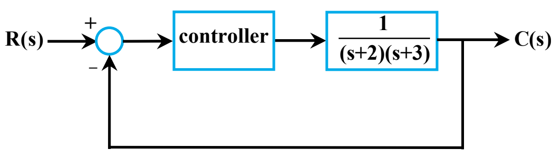
۴ـ در یک سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد برای ورودی پله واحد خطای حالت دائمی $e_{ss}=۰/۳$ ، حد فاز $PM=-۵^\circ$ و فرکانس قطع فاز $w_c=۱۰$ می‌باشد. برای رسیدن به مشخصات مطلوب $e_{ss}\le ۰/۰۵$, $PM\ge ۶۰^\circ$, $w_c\simeq ۱۰$ نیاز به چه نوع جبران کننده‌ای می‌باشد؟

(مهندسی برق ـ سراسری ۸۱)

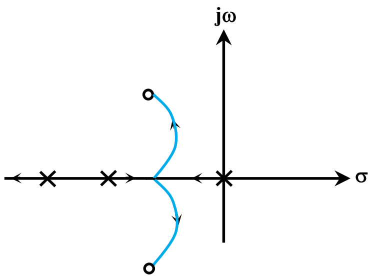
۱) پس‌فاز ۲) پیش‌فاز ۳) متناسب ۴) پیش‌فاز ـ پس‌فاز

۵ـ برای اینکه مکان هندسی ریشه‌های سیستم کنترلی زیر (شکل الف) به صورت (شکل ب) گردد، باید از چه نوع کنترل‌کننده‌ای استفاده نمود؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



شکل (الف)



شکل (ب)

۱) PI ۲) PID ۳) Lead ۴) Lead – Lag

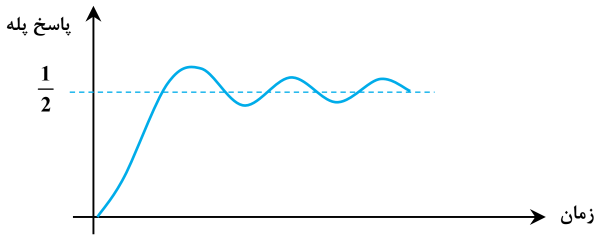
۶ـ پاسخ پله یک سیستم حلقه بسته به صورت شکل زیر است. برای تبدیل سیستم حلقه بسته به یک سیستم فوق میرا با خطای حالت دائمی صفر مناسب‌ترین کنترل کننده عبارت است از: (مهندسی برق ـ سراسری ۸۲)

۱) P

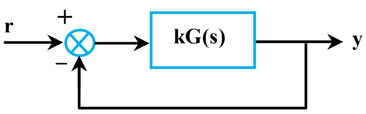
۲) PI

۳) PD

۴) PID



۷ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. کدام گزاره درست است؟ (مهندسی برق ـ آزاد ۸۲)



۱) صفرهای سیستم حلقه ـ بسته با تغییر k تغییر می‌کنند ولی صفرهای حلقه ـ باز تغییر نمی‌کنند.

۲) صفرهای سیستم حلقه ـ بسته و حلقه ـ باز به ازای تمامی k ها یکسان است.

۳) قطب‌های حلقه ـ باز و حلقه ـ بسته با تغییر k تغییر نمی‌کنند.

۴) صفرهای حلقه ـ بسته تنها در شرایط خاصی با تغییر k تغییر می‌کنند.

۸ـ معادله فضای حالت سیستمی عبارت از: $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

به ازای چه مقادیری از $k = [k_1 \quad k_2]$ در $u = -kx$، نسبت میرایی سیستم ۰/۵ و فرکانس طبیعی آن ۴ رادیان بر ثانیه است؟ (مهندسی برق، گرایش کنترل ـ آزاد ۸۳)

۱) $[1 \quad 1]$ ۲) $[-16 \quad -4]$ ۳) $[16 \quad 4]$ ۴) $[4 \quad 16]$

۹ـ تابع تبدیل یک موتور الکتریکی عبارت است از: $g(s) = \frac{1}{s(s+1)}$. مطلوب است که با جبران‌ساز $\alpha > 1$ ، $g_c(s) = \frac{k(s\alpha\tau+1)}{s\tau+1}$، خطای حالت ماندگار به ورودی شیب ۱٪ باشد. مقدار مطلوب k کدام است؟ (مهندسی برق گرایش کنترل ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱ ۴) ۰/۰۱

۱۰ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با فیدبک منفی واحد و کنترل تناسبی با بهره k عبارت است از: $b \in \mathbb{R}$ $g(s) = \frac{1}{s^2(s-b)}$

کدام عبارت درست است؟ (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

۱) این سیستم به ازای تمام مقادیر بهره k و b ناپایدار است.

۲) این سیستم تنها برای بهره‌های بسیار کوچک k پایدار است.

۳) این سیستم برای بهره‌های کوچک k مثبت و bهای منفی پایدار است.

۴) انتخاب بهره مناسب k برای پایداری حلقه بسته به مقدار b بستگی دارد.

۱۱ـ یک کنترل‌کننده PID: (مهندسی برق، گرایش قدرت، الکترونیک و مخابرات ـ آزاد ۸۶)

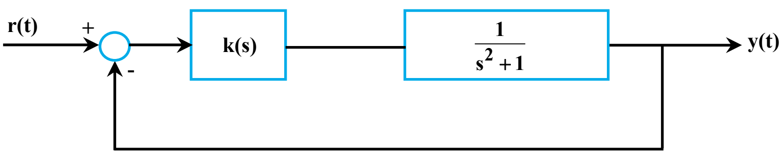
۱) نمی‌تواند حذف اغتشاش و ردیابی سیگنال‌های مرجع را برای کلیه سیستم‌ها تضمین کند.

۲) نمی‌تواند حذف اغتشاش مناسبی را با تنظیم بدهد.

۳) نمی‌تواند سیستم حلقه بسته سریعی را با تنظیم بدهد.

۴) نمی‌تواند خطای حالت ماندگار را از بین ببرد.

۱۲ـ در سیستم حلقه بسته زیر جبران کننده k(s) را چنان انتخاب کنید تا خطای ماندگار برای ورودی پله برابر صفر باشد. (مهندسی برق ـ سراسری ۸۷)



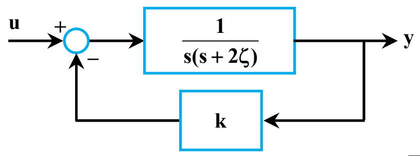
۱) $k_i > 0 , k(s) = \frac{k_i}{s}$

۲) $k_p, k_i > 0 , k(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$

۳) $(k_p k_d + k_d > k_i \quad , \ k_p, k_i, k_d > 0) , \ k(s) = k_p + k_d s + \frac{k_i}{s}$

۴) $k(s) = k_p + k_d s$ برای $k_p, k_d > 0$

۱۳ـ در مدل فضای حالت سیستم کنترل مقابل $\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ e = c^T x + du \end{cases}$



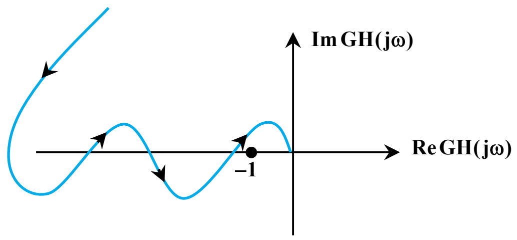
که در آن $e = u - y$ خطای سیستم است، چنانچه $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -k & -۲\zeta \end{bmatrix}$ و $b = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ باشد. مقادیر c^T و d کدام‌اند؟ (مهندسی برق ـ سراسری ۸۸)

۱) $[-۱\ \ ۰],۰$
۲) $[-۱\ \ ۰],۱$
۳) $[k-۱\ \ ۱],۰$
۴) $[k-۱\ \ ۱],۱$

۱۴ـ اثر اضافه کردن صفر پایدار به تابع حلقه باز سیستم می‌تواند کدام مورد زیر باشد؟ (مهندسی برق گرایش الکترونیک، قدرت و مخابرات ـ آزاد ۸۸)

۱) به قطب‌های سیستم بستگی دارد و می‌تواند سیستم را ناپایدار کند.
۲) اگر با قطبی در همان نقطه حذف شود، سیستم ناپایدار داخلی می‌شود.
۳) مکان ریشه را به سمت چپ می‌کشاند و به پایداری کمک می‌کند.
۴) در صورتی که سیستم پایدار باشد، پاسخ آن را کندتر می‌کند.

۱۵ـ منحنی قطبی تابع تبدیل حلقه باز $GH(j\omega)$ سیستمی در شکل زیر داده شده است. با چه نوع جبران کننده می‌توان این سیستم را پایدار نمود؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)



۱) جبران‌کننده پیش‌فاز
۲) جبران‌کننده ساده تغییر ضریب بهره
۳) جبران‌کننده پس‌فاز ـ پیش‌فاز
۴) هر سه مورد صحیح است.

۱۶ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی با پس‌خور منفی واحد به صورت $G(s) = \dfrac{k}{s(s^۲ + s + ۱/۲۵)}$ است. کدام جبران‌کننده زیر زاویه خروج سیستم جبران شده را در قطب $-۰/۵ + j۱$ به -۱۳۵ درجه تبدیل می‌کند؟ $(\tan ۷۱/۵ = ۳, \tan^{-۱} ۲ = ۶۳/۴^{\circ})$ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)

۱) $\dfrac{۱}{s + ۰/۱۷}$
۲) $\dfrac{۱}{s + ۱}$
۳) $\dfrac{۱}{s + ۱/۱۷}$
۴) $\dfrac{۱}{s + ۱/۲۷}$

۱۷ـ تابع تبدیل حلقه باز سیستمی به صورت $GH(s) = \dfrac{k}{s(s^۲ + ۶s + ۲۵)}$ است. به ازای کدام مقدار k هر سه شرط زیر تحقق می‌یابد؟

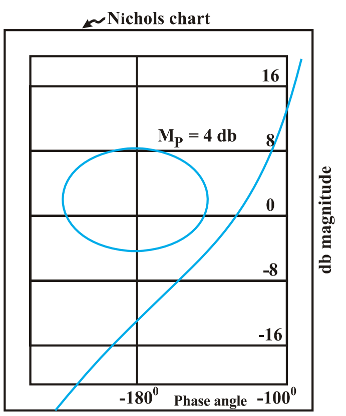
الف) ثابت خطای سرعت $k_v > ۱$ ب) حد بهره (gain margin) بزرگ‌تر از ۵ ج) پاسخ پله سیستم حلقه بسته فراجهشی نداشته باشد. (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)

۱) ۳۶
۲) ۳۲
۳) ۲۸
۴) ۲۴

۱۸ـ تابع تبدیل یک کنترل‌کننده پیش‌فاز به صورت $G_c(s) = \dfrac{s+a}{s+b}$ است که در آن $b > a$. حداکثر زاویه فازی که این کنترل‌کننده می‌تواند اضافه کند کدام است؟ (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)

۱) $۹۰ - ۲\tan^{-۱}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$
۲) $۹۰ - ۲\tan^{-۱}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$
۳) $۹۰ - \tan^{-۱}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$
۴) $۹۰ - \tan^{-۱}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

۱۹ـ منحنی اندازه بر حسب فاز تابع تبدیل $kGH(j\omega)$ برای $k = ۱$ در شکل مقابل داده شده است. به ازای چه مقدار k مقدار $m_p = ۴$ می‌شود؟ (فرض کنید $\log ۳ = ۰/۴۷$ و $\log ۲ = ۰/۳$) (مهندسی برق ـ سازمان سنجش ۸۸)



۱) ۱/۵۸
۲) ۳/۱۸
۳) ۳/۲۷
۴) ۳/۵۱

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ گزینه «۱» بهره DC تابع تبدیل حلقه بسته برابر است با:

$$\frac{G(0)}{1+G(0)}=\frac{-\frac{kz}{p}}{1-\frac{kz}{p}}$$

برای اینکه رفتار حلقه بسته همانند سیستم مرتبه اول $\frac{2/2}{s+1}$ باشد، این مقدار را برابر با بهره DC سیستم مرتبه اول یعنی ۲/۲ قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$2/2p=1/2kz$$

تنها گزینه (۱) در چنین شرایطی صدق می‌کند. در این حالت تابع حلقه بسته برابر است با:

$$T(s)=\frac{22}{s^2+11s+10}=\frac{22}{(s+1)(s+10)}$$

با حذف قطب غیر غالب داریم:

$$T(s)=\frac{0/1\times 22}{s+1}=\frac{2/2}{s+1}$$

۲ـ گزینه «۴» شکل کلی کنترل‌کننده پیشنهادی را به صورت $k(s+z)$ در نظر می‌گیریم. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\Delta(s)=1+L(s)=s(s+2)(s+4)+50k(s+z)=s^3+6s^2+(8+50k)s+50kz \qquad (*)$$

از معیار روث داریم:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 8+50k \\ s^2 & 6 & 50kz \\ s^1 & A & 0 \\ s^0 & 50kz & \end{array} \qquad A=\frac{48+(300-50z)k}{6}$$

همه گزینه‌های پیشنهادی در شرایط پایداری، یعنی مثبت بودن عناصر ستون اول جدول روث صدق می‌کنند. برای آنکه قطب‌های غالب در $-1\pm 10j$ قرار گیرند، داریم:

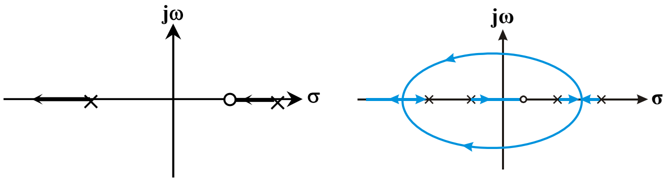
$$\Delta(s)=(s+1+10j)(s+1-10j)(s+\alpha)=s^3+(\alpha+2)s^2+(2\alpha+101)s+101\alpha$$

از متحد قرار دادن این معادله با معادله مشخصه (*) داریم:

$$\alpha\simeq 4\ ,\quad k\approx 2\ ,\quad z\simeq 4$$

۳ـ گزینه «۲» توجه کنید که گزینه (۱) به علت حذف صفر و قطب ناپایدار، ناپایدار داخلی است در نتیجه صحیح نیست. با توجه به موقعیت قطب‌ها و صفرهای سیستم ملاحظه می‌شود که این سیستم قویاً پایدارپذیر نیست. به این معنی که نمی‌توان پایداری سیستم حلقه بسته را با یک کنترل‌کننده پایدار به دست آورد؛ چرا که وجود تعداد فرد قطب حقیقی ناپایدار بین هر جفت صفر حقیقی ناپایدار (شامل ∞) شاخه‌ای از مکان ریشه‌ها را همواره در سمت راست نگه خواهد داشت.

به مکان ریشه‌های سیستم جبران نشده و سیستم جبران شده با $G_2(s)$ توجه کنید. به ازای بهره‌های بالا، شاخه‌های مکان ریشه‌ها به سمت چپ محور موهومی کشیده می‌شود و سیستم پایدار می‌شود.



سیستم جبران نشده

۴ـ گزینه «۴» مسلماً برای پایدارسازی سیستم و کاهش خطای دائمی سیستم داده شده به طور همزمان تنها جبران‌کننده پیش‌فاز ـ پس‌فاز پاسخگو خواهد بود. خواسته‌های مطرح شده هم مربوط به حالت گذرا است و هم مربوط به حالت ماندگار، پس باید از هر دو کنترل‌کننده پیش‌فاز و پس‌فاز استفاده کنیم.

۵ـ گزینه «۲» با مقایسه تعداد صفرها و قطب‌های جبران نشده (دو قطب در $s=-3$ و $s=-2$) با صفرها و قطب‌های سیستم جبران شده مشخص می‌شود که کنترل‌کننده باید یک قطب در مبدأ و یک جفت صفر مختلط به تابع حلقه اضافه کند تا مکان ریشه‌های سیستم جبران شده شبیه به شکل (ب) شود. در واقع کنترل‌کننده PID با ساختار $G_c(s)=k_p+\frac{k_I}{s}+k_D s$ دو صفر و یک قطب در مبدأ به سیستم جبران نشده اضافه می‌کند.

۶ـ گزینه «۴» برای صفر شدن خطای دائمی وجود عامل انتگرالی ضروری است. اما برای از بین بردن نوسانات پاسخ پله به عامل صفر نیاز داریم تا مکان ریشه‌ها روی محور حقیقی قرار گیرد و سیستم حلقه بسته فوق میرا باشد. خواسته‌های این سؤال شامل اصلاح حالت ماندگار و حالت گذرا است، به گونه‌ای که برای فوق میرا شدن به یک مشتق‌گیر و برای صفر شدن خطا به یک انتگرال‌گیر نیاز داریم.

۷ـ گزینه «۲» تابع تبدیل حلقه بسته عبارت است از:

$$T(s)=\frac{kG(s)}{1+kG(s)}$$

مشخص است که صفرهای حلقه بسته همان صفرهای حلقه باز هستند و قطب‌های حلقه بسته با تغییر k تغییر می‌کنند.

۸ـ گزینه «۳» در فضای حالت، کنترل‌کننده را اعمال می‌کنیم و معادله مشخصه سیستم جبران شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ u=-[k_1 \quad k_2]x\end{cases}\Rightarrow \dot{x}=[\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}(k_1 \quad k_2)]x\Rightarrow \dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k_1 & -k_2\end{bmatrix}x$$

$$\mathrm{Det}(sI-A)=0\to s(s+k_2)+k_1=0\Rightarrow \Delta(s)=s^2+k_2s+k_1=0 \qquad \begin{cases}2\xi\omega_n=k_2\\ \omega_n^2=k_1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k_1=16\\ k_2=4\end{cases}$$

۹ـ گزینه «۲» با فرض پایداری سیستم حلقه بسته داریم:

$$k_v=\lim_{s\to 0} sg(s)g_c(s)=k \Rightarrow k=100 \quad ; \quad e_\infty=\frac{1}{100}=\frac{1}{k_v}\Rightarrow k_v=100$$

۱۰ـ گزینه «۱» معادله مشخصه حلقه بسته را به دست آورده و از آرایه روث استفاده می‌کنیم.

$$\Delta(s)=1+kg(s)=0 \quad \Rightarrow s^2(s-b)+k=0 \quad \Rightarrow s^3-bs^2+k=0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 0\\ s^2 & -b & k\\ \hline s^1 & \frac{k}{b} & 0\\ s^0 & k & \end{array} \qquad \xrightarrow{\text{شرایط پایداری}} k>0 \;, \quad b<0 \;, \quad \frac{k}{b}>0$$

واضح است که این شرایط سازگار نیست و لذا سیستم ناپایدار است. اگر مکان هندسی ریشه‌های سیستم داده شده را رسم کنیم همواره یک شاخه سمت راست محور $j\omega$ قرار دارد.

۱۱ـ گزینه «۱» با اینکه کنترل‌کننده PID، قابلیت حذف اغتشاش و ردیابی سیگنال‌های مرجع را دارد، اما در همه سیستم‌ها، به عنوان مثال سیستم‌های ناپایدار ممکن است نتواند دست‌یابی به اهداف تعیین شده را تضمین کند.

۱۲ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه خواسته شده خطای پله واحد صفر شود باید اولاً از یک کنترل‌کننده انتگرالی استفاده کرد و ثانیاً سیستم حلقه بسته نیز پایدار باشد. با در نظر گرفتن $K(s)=k_p+k_ds+\frac{k_i}{s}$ معادله مشخصه سیستم حلقه بسته به صورت زیر است:

$$1+(k_p+k_ds+\frac{k_i}{s})\frac{1}{s^2+1}=0\Rightarrow s^3+k_ds^2+(k_p+1)s+k_i=0$$

آرایه روث متناظر با این چندجمله‌ای عبارت است از:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & k_p+1\\ s^2 & k_d & k_i\\ s^1 & \boxed{k_dk_p+k_d-k_i} & 0\\ s^0 & k_i & \end{array}$$

لذا برای پایداری ریشه‌های حلقه بسته باید $k_i,k_d>0$، $k_pk_d+k_d>k_i$ برقرار باشد که منطبق بر گزینه (۳) است. اگر به گزینه‌های داده شده توجه شود، گزینه (۴) امکان صفر کردن خطای حالت دائمی به ورودی پله را ندارد. همچنین اگر معادله مشخصه گزینه‌های (۱) و (۲) نیز نوشته شوند می‌توان دید که به ازای هیچ مقدار از k_i و k_p امکان پایدارسازی سیستم وجود ندارد پس گزینه (۳) صحیح است.

۱۳ـ گزینه «۲»

روش اول: با توجه به مدل فضای حالت داده شده، داریم:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = c^T(sI-A)^{-1}b+d = c^T\begin{bmatrix} s & -1\\ k & s+2\zeta\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}+d = \frac{c^T\begin{bmatrix}s+2\zeta & 1\\ -k & s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}}{s(s+2\zeta)+k}+d = \frac{c^T\begin{bmatrix}1\\ s\end{bmatrix}}{s(s+2\zeta)+k}+d$$ تابع تبدیل

همچنین از نمودار بلوکی سیستم کنترل تابع تبدیل $\frac{e}{u}$ به صورت مقابل است:

$$e=u-y \Rightarrow \frac{e}{u} = 1-\frac{y}{u} = 1-\frac{\frac{1}{s(s+2\zeta)}}{1+k\frac{1}{s(s+2\zeta)}} = 1-\frac{1}{s(s+2\zeta)+k}$$

لذا: $c^T\begin{pmatrix}1\\ s\end{pmatrix} = -1 \ , \ d=1$ در نتیجه $c^T = [-1 \quad 0]$ است.

روش دوم: طبق تعریف خطا داریم:

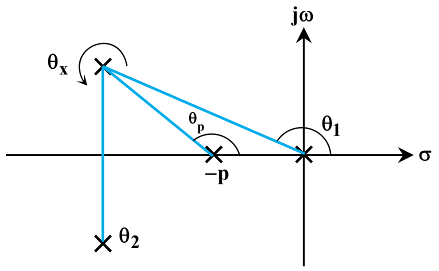
$$E(s) = u(s) - y(s)$$

$$E(s) = \left(1-\frac{1}{s^2+2\zeta s+k}\right)u(s) \Rightarrow \frac{E(s)}{u(s)} = \frac{s^2+2\zeta s+k-1}{s^2+2\zeta s+k} = 1-\frac{1}{s^2+2\zeta s+k}$$

اگر تحقق این تابع را طبق نکات مطرح شده در فصل اول بنویسیم داریم: $C^T = [-1 \quad 0] \ , \ d=1$

۱۴ـ گزینه «۳» صفر پایدار معمولاً با افزایش فاز مثبت به سیستم، حاشیه‌های پایداری را افزایش می‌دهد و شاخه‌های مکان را به سمت خود می‌کشد. لذا به پایداری کمک می‌کند.

۱۵ـ گزینه «۴» از نمودار نایکوئیست واضح است که با تغییر بهره به شرایط پایدار خواهیم رسید. از طرفی جبران‌کننده‌های ارائه شده در گزینه ۱ و ۳ نیز می‌توانند چنین عملی را انجام دهند.



۱۶ـ گزینه «۱» با توجه به گزینه‌ها شکل جبران‌ساز را به شکل $\frac{1}{s+p}$ می‌نویسیم. شرط زاویه را در نقطه $s=-0.5\pm j$ به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

بدون جبران‌ساز:

$$-\theta_x - 90^\circ - (180^\circ - 63.4^\circ) = -180^\circ \Rightarrow -\theta_x - 206.6 = -180^\circ \Rightarrow \theta_x = -26.6^\circ$$

برای آنکه θ_x به -135° تبدیل شود، باید: $-\theta_p = -108.4^\circ \Rightarrow \theta_p = 108.4^\circ \Rightarrow tg^{-1}\frac{1}{0.5-p} = 71.5 \Rightarrow \frac{1}{0.5-p} = 3 \Rightarrow p = 0.17$

۱۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. **الف)** ثابت خطای سرعت $k_v > 1$

$$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{k}{25} > 1 \Rightarrow k > 25$$

ب) برای داشتن حد بهره بزرگ‌تر از ۵ از معادله مشخصه و آرایه روث استفاده می‌کنیم.

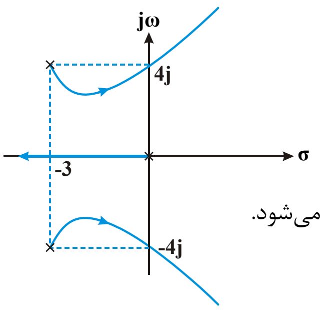
$$\Delta(s) = s^3+6s^2+25s+k = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 25 \\ s^2 & 6 & k \\ s^1 & \frac{150-k}{6} & 0 \\ s^0 & k & \end{array} \Rightarrow 150-k_{max} = 0 \Rightarrow k_{max} = 150$$

$$GM = \frac{k_{max}}{k} = \frac{150}{k} > 5 \Rightarrow k < 30$$

تنها شرط باقی‌مانده نداشتن فراجهش در پاسخ سیستم حلقه بسته است. برای این منظور باید مکان هندسی ریشه‌های سیستم داده شده را رسم کنیم.

مکان هندسی ریشه به صورت مقابل است.



همان‌طور که مشاهده می‌شود این سیستم همواره قطب‌های مختلط دارد، یعنی در پاسخ سیستم همواره فراجهش دیده می‌شود. پس با تغییر بهره نمی‌توان به همه‌ی مشخصه‌های مطرح شده رسید و هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

۱۸ـ گزینه «۱» فاز کنترل‌کننده را به دست می‌آوریم و از آن نسبت به فرکانس مشتق می‌گیریم:

$$G_c(s)=\frac{s+a}{s+b} \quad \text{و} \quad b>a \Rightarrow \angle G_c(j\omega)=tg^{-1}\frac{\omega}{a}-tg^{-1}\frac{\omega}{b}=\varphi$$

$$\frac{d\angle G_c(j\omega)}{d\omega}=0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{a}}{1+\frac{\omega^2}{a^2}}-\frac{\frac{1}{b}}{1+\frac{\omega^2}{b^2}}=0 \Rightarrow \frac{a}{a^2+\omega^2}-\frac{b}{b^2+\omega^2}=0$$

$$\Rightarrow ab^2+a\omega^2-ba^2-b\omega^2=0 \Rightarrow \omega^2(a-b)+ab(b-a)=0 \Rightarrow (\omega^2-ab)=0 \Rightarrow \omega_{max}=\sqrt{ab}$$

با جایگذاری فرکانس حداکثر در تابع تبدیل جبران‌ساز داریم:

$$Max\varphi=tg^{-1}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}-tg^{-1}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\pi}{2}-tg^{-1}\sqrt{\frac{a}{b}}-tg^{-1}\sqrt{\frac{a}{b}} \Rightarrow Max\varphi=\frac{\pi}{2}-2tg^{-1}\sqrt{\frac{a}{b}}$$

توجه شود که:

$$tg^{-1}\alpha+tg^{-1}\frac{1}{\alpha}=\frac{\pi}{2}$$

بنابراین حداکثر زاویه فاز را می‌توان به صورت مقابل نیز به دست آورد:

$$Max\,\varphi=\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{\pi}{2}-tg^{-1}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)=-\frac{\pi}{2}+2tg^{-1}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

۱۹ـ گزینه «۱» برای آنکه $M_p=4db$ باشد باید منحنی اندازه برحسب فاز بر منحنی $M_p=4db$ مماس شود. بدین منظور از شکل مشخص است که تقریباً با افزایش $20\log_{10}^{k}$ به اندازه 4^{db}، منحنی نیکولز بر منحنی $M_p=4db$ مماس می‌شود. لذا:

$$20\log_{10}^{k}=4 \Rightarrow k=1/58$$