سؤالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

زبان عمومی

PART A: Grammar 1

1- The popularity of game theory has varied ..... economics.

1) to be introduced by
2) in order to introduce into
3) since its introduction into
4) from its introduction by

2- Although there are many definitions of epistemology, ... is probably ..... Brian MacMahonetal.

1) most widely accepted one - by
2) the one most wide accepted – from
3) one mostly wide accepted – those by
4) the most widely accepted - that of

3-This debate, ... on such values as equality and liberty, may never be finally resolvable.

1) it turns
2) turning as it does
3) which it turns
4) turning it does

4- Experiments involve introducing a planned intervention, ... a "treatment" into a situation.

1) as usually referred to
2) as usually referring to
3) referring usually as
4) usually referred to as

5- Research in the history of the family has progressed from the narrow view of the family as a household unit ..... as a process over the entire lives of its members.

1) to consider itself
2) of considering it such
3) to considering it
4) for considering such

6- In every war, each side tends to regard its own goals as legitimate and ..... illegitimate.

1) those of the other as
2) one of the other as
3) ones for others being
4) that for others being

7- Inflation is generally taken to be the rise of prices, or, ..., the fall of the general purchasing power of the monetary unit.

1) to put other way round
2) to put it round other way
3) putting the way other round
4) put the other way round

8- ..... the human brain is a "language learning" organ is provided by neurological studies of language disorders.

1) Supporting further the view which
2) To support further the view which
3) Further supporting the view that
4) Further support for the view that

9- Mass media ..... a new social institution, concerned with the production of knowledge ..... sense of the word.

1) together comprising - in the widest
2) together comprise - in the widest
3) altogether comprised of - in most widely
4) is altogether comprised of - in most widely

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

■ در این بخش، چند متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤالاتی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آن‌چه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

بعد از ساخت اولین سلول مصنوعی، شاهد پیشرفت کوچک دیگری در زمینه ساخت ارگانیزم‌های مصنوعی هستیم: سیستم گوارش مصنوعی. توانایی اصلی این سیستم، می‌تواند کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل باشد. روبات‌هایی که بتوانند غذای خود را تامین و تغذیه کنند. [۱]

در تلاش برای تولید چنین روبات‌هایی، محققان به استفاده از مواد انرژی‌زای آلی به عنوان منبع انرژی روی آوردند. روبات‌ها با داشتن سامانه قابل تغذیه خود قادر خواهند بود برای مدت طولانی‌تری بدون دخالت انسان کار کنند. چنین روبات‌هایی در گذشته نیز به نمایش در آمده‌اند؛ روبات‌هایی که می‌توانستند به کمک سلول‌های سوختی میکروبی یا MFC انرژی تولید کنند. هر چند تاکنون، هیچ‌کس روی راهی برای دفع زباله زیادی که این روبات‌ها بر جا می‌گذارند، کار نکرده است. [۲]

کریس ملهویش مدیر یک آزمایشگاه علوم روباتی می‌گوید؛ این روبات‌ها به یک سیستم گوارش مصنوعی احتیاج داشتند. او از سه سال پیش تاکنون به همراه گروه کاری‌اش روی این موضوع کار کرده است که در نتیجه موفق به ساخت روبات اکوبوت ۳ شده‌اند. [۳]

ملهویش تاکید می‌کند که diarrhoea-bot روبات خیلی بهتری خواهد بود. البته این روبات هم زباله تولید خواهد کرد؛ اما اولین روباتی است که با سوخت آلی و بدون کمک انسان کار می‌کند. مدل‌های قدیمی‌تر اکوبوت نشان دادند که می‌توان نیروی کافی را برای انجام فعالیت‌های اولیه روبات و بعضی از رفتارهای پیچیده‌تر روبات، مانند حرکت به سمت منبع نور، تولید کرد. هر چند بعد از تغذیه روبات، کار تمیز کردن و جمع‌آوری فضولات توسط انسان انجام می‌شود. [۴]

با طراحی یک دستگاه گوارش در روبات، اکوبوت ۳ می‌تواند به مدت یک هفته به فعالیت خود بدون دخالت انسان ادامه دهد و بدون کمک، از آب و غذای مخصوص خود استفاده کند. اکوبوت مثل یک روبات حرف‌گوش‌کن، هر بیست و چهار ساعت یک بار، زباله‌اش را در یک سطل آشغال خالی می‌کند. [۵]

یروپولوس می‌گوید راز این سیستم هاضمه، در استفاده از سیستم بازیابی متکی بر یک پمپ رولی است که با کمک نیروی جاذبه کار می‌کند. این سیستم مانند روده بزرگ انسان، حرکات موجی شکل همراه با فشاری در طول مجرا ایجاد می‌کند که باعث خارج‌شدن مواد زاید از آن می‌شود. [۶]

در ابتدای فرآیند هضم، روبات با چسبیدن به یک تغذیه کننده، مواد غذایی لازم را به دست می‌آورد. با این کار، مقداری از محلول نیمه فرآوری شده مغذی وارد دهان روبات می‌شود و از آن‌جا بین چهل و هشت MFC مجزا در درون روبات پخش می‌شود. این مایع در واقع غذایی شامل مواد معدنی، نمک مخمرها و مواد مغذی دیگر است. هر چند این غذا ظاهر زشتی دارد و به ظاهر بدمزه است، اما برای باکتری‌های موجود در شکم روبات دلچسب‌ترین غذا است! [۷]

در قلب این فرآیند، یک واکنش اکسایش ـ کاهش قرار دارد که در دهلیز آند MFC روبات رخ می‌دهد. همین طور که باکتری مواد آلی را سوخت و ساز می‌کند، اتم‌های هیدروژن آزاد می‌شوند. الکترون‌های هیدروژن، به الکترود مهاجرت کرده، جریان الکتریسیته تولید می‌کنند. به طور همزمان، یون‌های هیدورژن از لایه نازک مبادله پروتون عبور می‌کنند و وارد دهلیز کاتد سلول MFC که حاوی آب است، می‌شوند. در این‌جا اکسیژن حل شده در آب با پروتون‌ها ترکیب می‌شود و آب بیشتری تولید می‌کند. از آن‌جا که مایع همراه غذا به مرور بخار می‌شود، روبات باید به طور مرتب آب بنوشد که آن را از یک ورودی دیگر دریافت می‌کند. [۸]

سلول‌ها در دو ردیف بیست‌وچهارتایی قرار داشته و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که نیروی جاذبه بتواند تمامی مواد هضم نشده باقی‌مانده را به سمت یک مخزن مرکزی باریک هدایت و در آن‌جا جمع‌آوری کند. محتویات به طور مرتب از درون این مخزن بازیافت و به مخزن تغذیه کننده روبات هدایت می‌شوند تا قبل از دفع شدن، حداکثر انرژی از آن به دست آید. [۹]

یروپولوس می‌گوید: دفع مواد زاید نه تنها از پر و مسدود شدن سلول‌ها جلوگیری می‌کند، بلکه هر گونه ماده اسیدی تولید شده در دستگاه گوارش روبات را که ممکن است باعث مسموم کردن باکتری‌ها شود، از بین می‌برد. آن‌طور که از شواهد برمی‌آید، با وجود فرآیند بازیافت، سلول‌های سوختی قادرند چیزی در حدود یک درصد انرژی شیمیایی موجود در غذایشان را استخراج کنند. بر پایه توضیحات یروپولوس، روبات در حال حاضر از قطعات موجود در بازار استفاده می‌کند، بنابراین استفاده از قطعات سفارش شده و تغییر شکل آن‌ها به نحوی که سطح تماس بیشتری داشته باشند تا باکتری‌ها بتوانند خود را به آن بچسبانند، می‌توانند موجب تولید انرژی به مراتب بیشتری شود. [۱۰]

پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

زبان عمومی

قسمت اول: گرامر ۱

۱ـ گزینه «۳» محبوبیت «نظریه بازی» از زمان مطرح شدنش در اقتصاد متنوع بوده است.

توضیح گرامری: مبدأ زمان + since یکی از علائم زمان حال کامل است. زمان حال کامل بر انجام کار یا روی دادن حالتی دلالت می‌کند که از زمان گذشته شروع شده و تا زمان حال ادامه یافته است یا اثر آن تاکنون باقی مانده باشد. ساختار آن به صورت زیر است.

فاعل + have/has + p.p

He has lived here since childhood. از بچگی، او در اینجا زندگی کرده است.

توضیح تست: از آنجا که **has varied** در این جمله نشان دهنده **زمان حال کامل** است، بنابراین جمله با گزینه (۳) که در آن واژه **since** به کار رفته کامل می‌شود.

گزینه (۴) نیز علاوه بر اینکه from در اینجا کاربرد ندارد، به دلیل استفاده از حرف اضافه نادرست by نادرست است.

۲ـ گزینه «۴» اگرچه تعاریف زیادی از معرفت‌شناسی وجود دارد، اما مقبول‌ترین تعریف احتمالاً متعلق به بریان مک ماهونتال است.

توضیح گرامری: قید عالی به صورت زیر ساخته می‌شود:

the + most + قید → the most widely

به این نکته توجه کنید که قبل از **قید عالی** باید حتماً از حرف تعریف **the** استفاده کنیم.

توضیح تست: accepted صفت است بنابراین باید از قید قبل از آن استفاده کرد. پس گزینه (۴) صحیح است.

The most widely accepted.

حرف تعریف قید صفت

۳ـ گزینه «۲» این بحث چون که ارزش‌هایی مثل آزادی و برابری را مطرح می‌کند، ممکن است هرگز قابل حل نباشد.

توضیح گرامری: turning as it does شکل دیگری از since it turns است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۴ـ گزینه «۴» آزمایش‌ها معمولاً شامل مداخله برنامه‌ریزی‌شده‌ای هستند که غالباً «تداخل» نامیده می‌شود.

توضیح گرامری: قیدهای تکرار عبارتند از: always, usually, sometimes, often,

جای قیدهای تکرار در جمله، قبل از فعل اصلی یا بعد از فعل کمکی یا to be است.

She had always assumed that Gabriel was a girl name. او همیشه فکر می‌کرد که گابریل اسم دخترانه است.

فعل اصلی فعل کمکی

It is often difficult to translate poetry. ترجمه شعر اغلب دشوار است.

فعل to be

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

پاسخ سؤالات متن (۱)

۱۰۱ـ گزینه «۱» در متن به این گزینه، در سطرهای اول و دوم به وضوح اشاره شده است. اما گزینه ۲ که می‌گوید (سلول مصنوعی کلیدی برای گوارش مصنوعی) به راحتی با توجه به مطالب سطر اول رد می‌شود، چون می‌گوید پس از ساخت سلول مصنوعی شاهد پیشرفت دیگری هستیم و صحبت از کلیدی بودن سلول مصنوعی برای روبات‌ها نشده است و گزینه‌های ۳ و ۴ به خودی خود رد می‌شوند، چون سیستم گوارش مصنوعی براساس سطر ۵ فقط کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل است نه اینکه روبات‌ها ساخته شده باشد و حالا نگران سیستم گوارشی آن باشیم.

۱۰۲ـ گزینه «۳» به پاراگراف چهارم دقت کنید آنجا که ملهویش راجع‌به روبات diarrhoea – bot حرف می‌زند.

بررسی گزینه ۱: براساس سطر ۱ در پاراگراف ۴ این گزینه نمی‌تواند صحیح باشد. هیچ جای دیگری گفته نشده است که اکوبوت ۳ زباله بیشتری بر جای می‌گذارد.

بررسی گزینه ۲: در سطر ۳ پاراگراف (۲) گفته شده است که MFC راهی برای تولید انرژی است و به خصوص که راجع به اولین MFC صحبت شده است و تا آخر پاراگراف ۹ در رابطه با بدست آمدن انرژی توضیح می‌دهد. بنابراین این گزینه غلط است.

بررسی گزینه ۴: با توجه به پاراگراف ۲ سطر ۲ و ۳ این گزینه نیز صحیح نیست.

۱۰۳ـ گزینه «۴» چون تقریباً تمام انرژی حاصل از سوخت مصرف می‌شود و مواد زاید برای زیست محیطی ندارد و حتی آب اضافی هم به چرخه‌ی مصرف روبات بازگردانده می‌شود.

۱۰۴ـ گزینه «۴» I صحیح نمی‌باشد چون در پاراگراف ۸ سطر ۱ می‌گوید در قلب این **فرآیند**، اما عبارت I می‌گوید؛ در قلب MFC روبات، که صحیح نیست چون روبات قلب ندارد.

عبارت گزینه II در پاراگراف ۹ اشاره شده است و صحیح است و عبارت III در پاراگراف ۶ اشاره شده است و صحیح است پس گزینه ۴ که II و III را صحیح می‌داند، گزینه مناسب است.

۱۰۵ـ گزینه «۱» در پاراگراف ۷ به خصوص در سطر آخر توضیح کامل داده شده است.

بررسی گزینه ۲: پاراگراف ۶ اشاره می‌کند که سیستم گوارش روبات ۲ به کمک نیروی جاذبه کار می‌کند نه صرفاً با نیروی جاذبه پس گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد.

بررسی گزینه ۳: پاراگراف ۸ می‌گوید، آب اضافه تولید می‌شود اما در هیچ قسمتی گفته نشده است که بخشی از آن جذب و بخش دیگری دفع می‌شود.

بررسی گزینه ۴: پاراگراف ۱۱، ۱۲ و ۱۳ به عقیده رابرت فینکل اشتاین در این مورد اشاره می‌کند، اما در پاراگراف ۱۳ نظر نویسنده یکی از مزیت‌های MFC را توضیح می‌دهد. پس این گزینه هم صحیح نمی‌باشد. در واقع اشتاین از فناوری MFC انتقاد می‌کند و آن را بی‌فایده می‌داند و در پاراگراف دیگر EATR را که به جای خوردن یا هضم کردن مواد انرژی‌زای آلی انرژی خود را از سوزاندن آن به دست می‌آورد، برجسته می‌سازد.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۱۰۶ـ گزینه «۲» چون گزینه (۱) می‌گوید هدف اصلی نویسنده اشاره به کاستی‌های گروه اُپرا است در حالی که ما می‌بینیم که همه تلاش‌ها اعم از مثبت و منفی را راجع به گروه اُپرا توضیح می‌دهد پس تنها نمی‌خواهد کاستی‌های آنها را نشان بدهد.

گزینه (۳) می‌گوید بر شمردن دانشمندانی که بر علیه انیشتن موضع گرفته‌اند، که این طور نیست. فقط گروه اُپرا و با این مورد خاص مورد بررسی قرار گرفته است.

گزینه (۴) هرچند در پاراگراف ۷ دیدگاه‌های مختلف بیان شده است اما به خصوص در سطور آخر به نظر می‌رسد که دانشمندان با بی‌طرفی به این آزمایشات می‌نگرند و قصدشان فقط تقابل نیست. در سطر ۳۶ می‌گوید دانشمندان همیشه خودنسرد و بی‌طرف تلاش می‌کنند و یا در سطر ۳۷ می‌گوید (اگر نتایج آزمایش‌های اخیر تأیید شود) پس منتظر تأیید هم هستند و نه فقط تقابل با آن.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ در ورودی یک پشته اعداد 1 تا n به ترتیب قرار دارند (1 در ابتدای ورودی است). عمل PUSH اولین عدد ورودی را برداشته و در بالای پشته قرار می‌دهد. عمل Pop عدد بالای پشته را برداشته و در انتهای دنباله‌ی خروجی می‌نویسد. با ترکیبی مناسب از n عدد PUSH و n عدد Pop می‌توان جای‌گشتی از اعداد 1 تا n را در خروجی تولید کرد که به آن «جای گشت قابل تولید» می‌گوییم. مثلاً برای $n=4$ جای گشت $\langle 2,3,1,4\rangle$ (که عناصر آن از چپ به راست Pop شده‌اند) قابل تولید است. برای $n=8$ کدام‌یک از جای‌گشت‌های زیر قابل تولید نیست؟

۱) $\langle 4,3,7,8,6,2,5,1\rangle$ ۲) $\langle 8,7,6,5,4,3,2,1\rangle$ ۳) $\langle 4,3,2,1,8,7,6,5\rangle$ ۴) $\langle 5,4,7,8,6,3,2,1\rangle$

۲ــ چه تعداد درخت دودویی با n گره و با برچسب‌های ۱ تا n دارای ترتیب‌های یکسان در دو روش پس ترتیب و میان ترتیب هستند؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) $n!$ ۴) عدد n ام کاتالان

۳ــ با n عنصر چند درخت دودویی متوازن با ارتفاع $h=\lceil \lg n \rceil$ می‌توان ساخت؟

۱) 1 ۲) $\binom{2^h}{n-2^h+1}$ ۳) $\binom{n}{n-2^h}$ ۴) $\binom{n}{n-2^{h-1}}$

۴ــ ماتریس $A_0, A_1, \ldots$ را با این تعریف در نظر بگیرید: A_0 یک ماتریس 1×1 با مقدار ۱ و A_k برای $k>0$ یک ماتریس $2^k \times 2^k$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_k = \begin{bmatrix} A_{k-1} & A_{k-1} \\ A_{k-1} & -A_{k-1} \end{bmatrix}$$

فرض کنید V یک بردار ستونی به اندازه‌ی $n=2^k$ است. هزینه‌ی ضرب $A\times V$ کدام است؟

۱) $\theta(n)$ ۲) $\theta(n\lg n)$ ۳) $\theta(k\lg n)$ ۴) $\theta(n\lg k)$

۵ــ یک درخت ۲- کامل درختی است که هر گره‌ی آن صفر یا ۲ فرزند دارد. اگر n(h) و N(h) به ترتیب بیشینه و کمینه‌ی تعداد گره‌های یک درخت ۲- کامل به ارتفاع h باشد، برای $h>0$، مقادیر $N(h), n(h)$ به ترتیب کدامند؟

۱) $2^{h-1}, h+1$ ۲) $2^{h+1}, h+1$ ۳) $2^h-1, 2h+1$ ۴) $2^{h+1}-1, 2h+1$

۶ــ پیمایش سطح ترتیب گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح آن‌ها و در هر سطح، آن‌ها را از چپ به راست ملاقات می‌کند.
ترتیب ملاقات برگ‌های هر درخت در پیمایش سطح ترتیب برابر کدام روش زیر است؟

۱) میان ترتیب ۲) پس ترتیب ۳) پیش ترتیب ۴) هیچکدام

۷ــ با ۲۵ عنصر چند درخت دودویی با ارتفاع کمینه می‌توان ساخت؟

۱) $\binom{16}{10}$ ۲) $56+\binom{14}{4}+\binom{16}{6}$ ۳) $\binom{8}{2}+8\binom{14}{3}+\binom{16}{6}$ ۴) $\binom{8}{2}+\binom{8}{2}\binom{14}{3}+\binom{16}{10}$

۸ــ یک درخت دودویی جست‌وجو با n گره را در نظر بگیرید که عناصر آن متمایز و خاصیت هرم بیشینه هم داشته باشد (مقدار هر رأس از فرزندانش کم‌تر نباشد). اگر h ارتفاع این درخت باشد، داریم:

۱) $h=O(n)$ ۲) میانگین h برابر $O(\lg n)$ است.
۳) $h=O(\lg n)$ ۴) چنین درختی وجود ندارد.

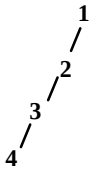
۹ــ عبارت $a-b*c+d-e/g/h$ را، با فرض اعمال اولویت عملگرها، به چند طریق می‌توان به درستی پرانتزگذاری کرد به طوری که مقدار عبارت حاصل به ازای همه‌ی مقادیر a تا h با مقدار عبارت اصلی برابر شود؟
دقت کنید که دور یک متغیر تنها در عبارت پرانتز گذاشته نمی‌شود و یک عبارت پرانتزگذاری شده باید صفر یا تعداد زوجی پرانتز داشته باشد. مثلاً $a+b+c, a+(b+c), ((a+b)+c)$ سه عبارت پرانتزگذاری‌شده‌ی درست برای $a+b+c$ است ولی $(a)+b+c$ نیست.

۱) 32 ۲) 64 ۳) 96 ۴) 128

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ گزینه «۱» در این گزینه برای آن که از چپ به راست اول عدد 4 و بعد 3 را در خروجی داشته باشیم باید، اعداد 1و 2 و 3 و 4 را از ورودی بخوانیم و در پشته push کرده و سپس عدد 4 و بعد 3 را از پشته pop کرده و در خروجی قرار دهیم و برای آن که عدد 7 را در خروجی داشته باشیم، باید اعداد 5 و6 و 7 را از ورودی خوانده و در پشته push کرده و سپس عدد 7 را از پشته pop کرده و در خروجی بنویسیم و بعد عدد 8 را از ورودی خوانده و در پشته push کرده و سپس 8 را از پشته pop کرده و در خروجی بنویسیم، در این صورت در پشته اعداد 1 و 2 و 5 و 6 از راست به چپ از پایین به بالا در پشته قرار دارند و می‌توان عدد 6 را از پشته pop کرده و در خروجی نوشت ولی بعد از آن تا عدد 5 از پشته pop نشود به عدد 2 دسترسی وجود ندارد و خروجی گزینه‌ی یک قابل تولید نمی‌باشد.

۲ــ گزینه «۲» در میان ترتیب باید اول زیر درخت چپ و بعد ریشه و در آخر درخت راست را پیمایش کنیم و در پس ترتیب، اول زیر درخت چپ بعد زیر درخت راست و در آخر ریشه را پیمایش می‌کنیم و برای آنکه در این دو روش ترتیب گره‌های ملاقات شده یکسان باشد باید هیچ گره‌ای در درخت، زیر درخت راست نداشته باشد، (مانند شکل روبرو) که در این صورت فقط یک درخت با n گره و با برچسب‌های 1 تا n وجود دارد.



۳ــ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد. زیرا از $h=\lceil \lg n \rceil$ می‌توان نتیجه گرفت که n متناسب است با 2^h، بنابراین، $n-2^h$ یا $n-2^{h-1}$ و یا $n-2^h+1$ برابر صفر یا یک می‌شود که هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نخواهد بود.

۴ــ گزینه «۲» ماتریس A_k (که $2^k \times 2^k$ می‌باشد) یک ماتریس با عناصر 1 یا 1− است و اگر $n=2^k$ فرض کنیم، بنابراین برای ضرب $A_{n\times n} \times V_{n\times 1}$ با الگوریتم ضرب معمولی $n\times n\times 1=n^2$ ضرب لازم است و با بهترین الگوریتم، هزینه‌ی ضرب $A\times V$ برابر $\theta(n\lg n)$ خواهد بود.

۵ــ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد». با توجه به تعریف درخت ۲- کامل در سؤال در کمینه‌ی تعداد گره‌ها به ارتفاع h می‌توان برای هر گره غیر برگ یک زیر درخت تک گره‌ای راست در نظر گرفت، به طور مثال : یک درخت 2− کامل به ارتفاع 4 است که دقیقاً 7 گره دارد که برابر $2h-1$ است و در هیچ‌کدام از گزینه‌ها نیامده و البته در حالت بیشینه مانند یک درخت دودویی پر دقیقاً 2^h-1 گره وجود دارد.

۶ــ گزینه «۴» ترتیب ملاقات گره‌های برگ در پیمایش سطح ترتیب از چپ به راست می‌باشد که با هیچ‌کدام از روش‌های پیمایش عمقی مانند میان ترتیب، پس ترتیب و پیش ترتیب برابر نیست.

۷ــ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد». برای آنکه درخت دودویی، ارتفاع کمینه داشته باشد باید دودویی کامل باشد و یا عمق آن به اندازه درخت دودویی کامل باشد که در این صورت ارتفاع آن برابر $\lceil \log_2^{25} \rceil+1=4+1=5$ می‌شود. به طور کلی در درخت دودویی به عمق 5 می‌توان $2^5-1=31$ گره داشت که باید سطح 1و 2 و 3 کاملاً پر باشد تا درخت حداقل 25 گره داشته باشد و بقیه‌ی گره‌ها در سطح 4و 5 می‌تواند تقسیم شود که 18 گره باقیمانده می‌تواند با توجه به گره‌ی والد در 24 مکان بعدی قرار گیرد، البته با محدودیت‌هایی که باید هر گره یک والد داشته باشد، بنابراین هیچ‌کدام از گزینه‌ها جواب صحیح نیست.

۸ــ گزینه «۱» در درخت جستجوی دودویی تمام کلیدهای زیر درخت راست از کلید ریشه بزرگ‌تر و تمام کلیدهای زیر درخت چپ از کلید ریشه کوچک‌تر است و اگر بخواهد خاصیت max-heap نیز داشته باشد پس باید درخت دودویی کامل بوده و زیر درخت راست را نیز نداشته باشد، که در این صورت یا درخت یک برگ است و یا دارای دو گره به صورت است، بنابراین: $h=O(n)$

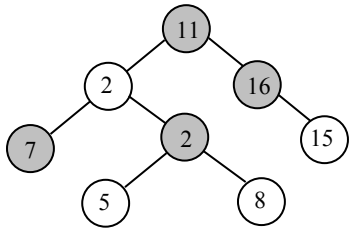
۹ــ گزینه «۳» در عبارت مذکور برای عملگرهای ضرب و تقسیم ترتیب مشخص است و کلاً $2\times 2\times 2=8$ حالت می‌توان پرانتزگذاری داشت و برای عملگرهای جمع و منها 12 حالت پرانتزگذاری وجود دارد که در کل $12\times 8=96$ حالت پرانتزگذاری داریم.

۱۰ــ گزینه «۳» باید دقت شود که $n\log_n^* = \log^*(n^n)$ و برای توابع ذکر شده 2^n بیشترین رشد را دارد و رشد $n^{2+\log n}$ از $n\log n$ بیشتر است.

۱۱ــ گزینه «۳» اگر این برنامه برای ورودی 100، ۶ ثانیه و برای ورودی $10\times 60=600, 10\times 100=1000$ ثانیه زمان اجرا داشته باشد، می‌توان نتیجه گرفت که پیچیدگی این برنامه $O(N^2)$ می‌باشد.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ پس از درج گره‌ای با کلید 4 در درخت قرمز ــ سیاه روبه رو، این گره دارای چه رنگ و در چه عمقی در درخت جدید خواهد بود؟ گره‌های سیاه با رنگ تیره و گره‌های قرمز بدون رنگ نشان داده شده‌اند.



۱) قرمز و عمق 2
۲) قرمز و عمق 3
۳) سیاه و عمق 3
۴) سیاه و عمق 2

۲ــ با کدام‌یک از پیچیدگی‌های زیر می‌توان تشخیص داد که دو مجموعه‌ی A و B به ترتیب با تعداد عناصر n و m از هم مجزا هستند و عنصر مشترک ندارند؟ فرض کنید n<m.

۱) $\theta(nm)$ ۲) $\theta(n+m)$ ۳) $((n+m)\lg m)$ ۴) $((n+m)\lg n)$

۳ــ هریک از گزاره‌های زیر درست است یا نادرست؟
الف) اگر انجام هر عمل بر روی داده ساختاری به اندازه‌ی n به صورت سرشکنی O(1) باشد، هزینه‌ی انجام n تا از این اعمال در بدترین حالت O(n) است.
ب) در یک درخت دودویی با n عنصر که n بر سه بخش‌پذیر است، همیشه یک گره به نام x هست که تعداد گره‌های موجود در زیر درخت به ریشه‌ی x حداقل n/3 و حداکثر 2n/3 باشد.

۱) الف: نادرست، ب: نادرست ۲) الف: نادرست، ب: درست ۳) الف: درست، ب: نادرست ۴) الف: درست، ب: درست

۴ــ یک جدول درهم‌سازی پویا با روش آدرس‌دهی باز (Open Hashing) پیاده‌سازی شده است. اندازهٔ این جدول در ابتدا 1 است. اگر هنگام درج یک عنصر، جدول کاملاً پر باشد، جدولی به اندازه‌ی دو برابر جدول فعلی ایجاد می‌شود، عناصر فعلی (یا همان تابع درهم‌سازی و فقط با اصلاح پارامتر) به این جدول منتقل، جدول قبلی حذف و سپس عنصر جدید در آن درج می‌شود. فرض کنید که هزینه‌ی درج یا انتقال هر عنصر در (به) جدول جدید 1 ریال است. اگر n عمل درج انجام شود، هزینه‌ی سرشکن شده‌ی هر درج حداکثر چند ریال است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) $O(n)$

۵ــ حداکثر ارتفاع یک درخت قرمز ــ سیاه با n گره‌ی داخلی به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $\log n$ ۲) $2\log n$ ۳) $3.2\log n$ ۴) n

۶ــ داده ساختار «مجموعه‌های مجزا» (Disjoint- Sets) برای ذخیره‌ی n عدد در تعدادی مجموعه به کار می‌رود که اعمال «یافتن» (Find) یک عنصر و «ادغام» (Merge) دو مجموعه را حمایت می‌کند. پیاده‌سازی این داده ساختار با لیست به این صورت است که عناصر یک مجموعه در یک لیست قرار می‌گیرند و هر عنصر شماره‌ی مجموعه‌ی خود را دارد به طوری که عمل یافتن در زمان O(1) انجام شود. در عمل ادغام همیشه لیست با عناصر کم‌تر را به انتهای لیست با تعداد عناصر بیش‌تر الحاق می‌کنیم (و شماره‌های مجموعه‌ی هر عنصر را در صورت لزوم اصلاح می‌کنیم). در آن صورت n عمل «ادغام» چه هزینه‌ای خواهد داشت؟

۱) $O(n\lg^2 n)$ ۲) $O(n^2)$ ۳) $O(n)$ ۴) $O(n\lg n)$

۷ــ یک هرم کمینه شامل n عدد داده شده است. می‌خواهیم تمامی اعداد کوچک‌تر یا مساوی یک عدد داده شده‌ی x را در این هرم پیدا کنیم. فرض کنید تعداد چنین اعدادی k است. بهترین مرتبه‌ی زمانی برای انجام این کار چیست؟

۱) $O(k)$ ۲) $O(k\log k)$ ۳) $O(k\log n)$ ۴) $O(k+n)$

۸ــ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.
الف) عمل درج در درخت جست‌و جوی دودویی دارای خاصیت جابه جایی است، بدین معنی که درج x و سپس y در درخت جست‌و جوی دو دویی همان درختی را ایجاد می‌کند که درج y و سپس x ایجاد می‌کند.
ب) اگر برای رفع تصادم در یک جدول در هم سازی از روش زنجیربندی (Chaining) استفاده کنیم، زمان جست‌و جوی یک عنصر در این جدول در بدترین حالت از مرتبه‌ی ضریب بارگذاری جدول (load factor) است.

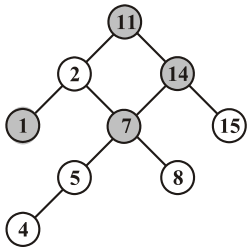
۱) الف: نادرست، ب: نادرست ۲) الف: درست، ب: نادرست ۳) الف: نادرست، ب: درست ۴) الف: درست، ب: درست

۹ــ فرض کنید ۳۲ عدد با استفاده از الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی مرتب شده‌اند. حداقل و حداکثر چند مقایسه دراین مرتب‌سازی انجام شده است؟

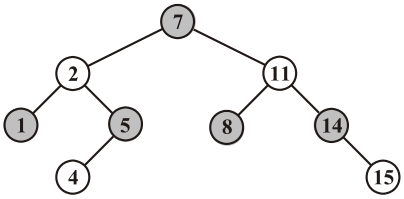
۱) 32، 90 ۲) 0، 129 ۳) 80، 129 ۴) 0، 90

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ گزینه «۲» بعد از درج گره با کلید 4 در درخت قرمز ـ سیاه مورد نظر، داریم:



که در این حالت هم گره‌ی 4 و هم گره‌ی والدش یعنی 5 دارای رنگ قرمز بوده و این مطالب مخالف خصوصیت یک درخت قرمز ـ سیاه می‌باشد و با عملیات چرخش، درخت به صورت زیر در می‌آید:



۲ــ گزینه «۴» بهترین راه‌حل آن است که مجموعه‌ی A با n عنصر را مرتب کرده که با بهترین الگوریتم دارای مرتبهٔ اجرایی $O(n\log n)$ می‌باشد، سپس با یک جستجوی دودویی، تک تک، m عنصر B را در A جستجو کنیم که این عملیات نیز دارای مرتبهٔ اجرایی $O(m\log n)$ بوده و در کل مرتبهٔ اجرایی این عملیات $O((m+n)\log n)$ می‌شود.

۳ــ گزینه «۴» به طور کلی اگر بر روی یک ساختمان داده‌ها، مرتبهٔ اجرایی هر عملی $o(1)$ باشد، n تا از این اعمال با مرتبهٔ $o(n)$ انجام می‌شود و اگر در یک درخت جستجوی دودویی با n عنصر، n بر 3 بخش‌پذیر باشد، می‌توان گرهٔ x را یافت به طوری که تعداد گره‌های موجود در زیر درخت‌های x حداقل $\frac{n}{3}$ و حداکثر $\frac{2n}{3}$ باشد.

۴ــ گزینه «۲» در این جدول در همسازی پویا برای انجام n عمل درج دقیقاً هزینه‌ای معادل n ریال نیاز می‌باشد به اضافهٔ آن‌که بعد از درج $\frac{n}{2}$ عناصر، نیاز به $\frac{n}{2}$ انتقال داریم و بعد از درج $\frac{n}{4}$ عناصر، نیاز به $\frac{n}{4}$ انتقال داریم و بعد از درج $\frac{n}{8}$ عناصر، نیاز به $\frac{n}{8}$ انتقال داریم و ...، که در کل برای n عمل درج هزینه‌ای معادل:

$$n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\frac{n}{8}+\frac{n}{16}+\cdots=n(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots)=2n$$

خواهیم داشت که هزینهٔ سرشکن شدهٔ هر عمل درج برابر $\frac{2n}{n}=2$ خواهد شد.

۵ــ گزینه «۲» به طور کلی حداکثر ارتفاع یک درخت قرمز ـ سیاه با n گرهٔ داخلی برابر $2\log(n+1)$ می‌باشد.

۶ــ گزینه «۳» در کل، n عمل ادغام، باعث n عمل الحاق می‌شود و چون در کل مجموعه‌ها n عدد ذخیره شده است، بعد از عمل الحاق در n عمل ادغام، تابعی از n، شماره مجموعه مربوط به هر عنصر باید اصلاح شود که در این صورت n عمل ادغام دارای هزینهٔ $o(n)$ خواهد بود.

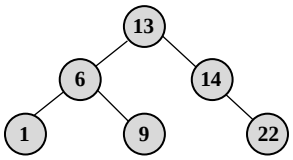
۷ــ گزینه «۳» می‌دانیم که $\min-\text{heap}$ همواره ریشه کوچک‌ترین کلید را دارد و همیشه در heap ها، حذف از ریشه انجام می‌شود بنابراین، برای پیدا کردن تمامی اعداد کوچک‌تر یا مساوی x، اولین حذف را از $\min-\text{heap}$ انجام می‌دهیم، چون $\min-\text{heap}$ دارای n عنصر است، پس مرتبهٔ اجرایی عمل، حذف $o(\log n)$ می‌شود، سپس عنصر حذف شده را با x مقایسه می‌کنیم، اگر از x کوچک‌تر یا مساوی بود، دوباره عملیات حذف را انجام می‌دهیم و با توجه به صورت مسأله که اعداد کوچک‌تر یا مساوی x در $\min-\text{heap}$، k عدد است پس مرتبهٔ اجرائی کل عملیات $o(k\log n)$ می‌شود.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ پیمایش level − order گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح از بالا به پایین و در هر سطح از چپ به راست ملاقات می‌کند. ترتیب ملاقات برگ‌های یک درخت دودویی در این روش با کدام یک از روش زیر برابر است؟

۱) بین‌ترتیب
۲) پس‌ترتیب
۳) پیش‌ترتیب
۴) هیچ‌کدام از ترتیب‌های فوق جواب نیستند.

۲ــ دقیقاً به چند حالت می‌توان اعداد {6,22,9,14,13,1} را وارد یک درخت تهی کرد تا در انتها درخت زیر حاصل شود؟



۱) 12
۲) 20
۳) 6
۴) 18

۳ــ تعداد برگ‌های یک max−heap با n عنصر چند تا است؟

۱) $n-1$
۲) $n-2$
۳) $[n/2]$
۴) $[n/2]$

۴ــ چه تعداد درخت دودویی با n گره و با برچسب‌های 1 تا n دارای ترتیب‌های یک‌سان در هر دو روش پس‌ترتیب و میان‌ترتیب هستند؟

۱) 0
۲) 1
۳) n
۴) n!

۵ــ در یک هرم کمینه (min−heap) با $n=100$ عنصر می‌خواهیم عنصر با اندیس 10 را حذف کنیم. (فرض کنید آرایه‌ای که هرم را در خود ذخیره کرده دارای اندیس‌های ۱ تا 100 است.) الگوریتم حذف این عنصر در بدترین حالت چه تعداد مقایسه بین کلیدها انجام می‌دهد؟

۱) 9
۲) 7
۳) 5
۴) 3

۶ــ کلیدهای 5 تا 1 را به ترتیب (از بزرگ به کوچک) در یک درخت قرمز ــ سیاه تهی (و مطابق الگوریتم کلاسیک) درج می‌کنیم. مجموع عمق 5 گره و تعداد گره‌های قرمز درخت حاصل چیست؟ فرض کنید رنگ ریشه در درخت قرمز ــ سیاه سیاه می‌باشد.

۱) 6 و تعداد گره‌های قرمز:2
۲) 6 و تعداد گره‌های قرمز:3
۳) 7 و تعداد گره‌های قرمز:2
۴) 7 و تعداد گره‌های قرمز:3

۷ــ یک الگوریتم مرتب‌سازی مبتنی بر مقایسه که n عدد ورودی را مرتب می‌کند در نظر بگیرید. به ازای چه کسری از !n جایگشت اعداد ورودی ممکن است تعداد مقایسه‌ها cn شود که c یک عدد ثابت است.

۱) $1/c$
۲) $1/n$
۳) $1/2^n$
۴) هیچ‌کدام

۸ــ آرایه‌ی $4n+1$ عضوی A با عناصر متمایز داده شده است. فرض کنید میانه‌ی A برابر x است. چند زیر آرایه‌ی A با $2n+1$ عنصر با میانه x وجود دارد و با چه مرتبه‌ی زمانی می‌توان یکی از آن‌ها را به دست آورد؟

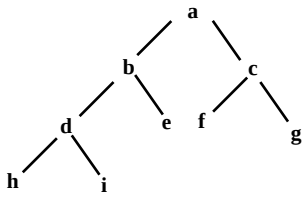
۱) تعداد: $\binom{2n}{n}^2$ و مرتبه: $O(n)$
۲) تعداد: $\binom{2n}{n}^2$ و مرتبه: $O(n\log n)$
۳) تعداد: $\binom{n}{n/2}^2$ و مرتبه: $O(n)$
۴) تعداد: $\binom{n}{n/2}^2$ و مرتبه: $O(n\log n)$

۹ــ دو آرایه‌ی n تایی A و B حاوی اعداد حقیقی و یک عدد M داده شده‌اند. می‌خواهیم دو عدد i و j را در صورت وجود $(1\le i,j\le n)$ پیدا کنیم طوری که $A[i]+B[j]=M$، بهترین الگوریتم برای این مسئله از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $O(n)$
۲) $O(n\log n)$
۳) $\Omega(n^2)$
۴) $O(n^2)$

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ گزینه «۴» می‌توان با یک مثال نقض به گزینه‌ی صحیح دست یافت، مثال زیر را در نظر بگیرید، پیمایش‌های preorder و postorder و inorder و Level_order آن به صورت زیر است:



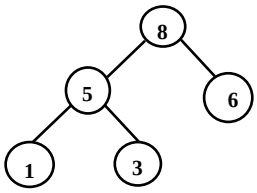
inorder: h d i b e a f c g
postorder: h i d e b f g c a
preorder: a b d h i e c f g
level-order: abcdefghi

همان‌طور که ملاحظه می‌شود در پیمایش Level−order ترتیب ملاقات برگ‌ها به صورت efghi است که با سه پیمایش دیگر کاملاً اختلاف دارد.

۲ــ گزینه «۲» برای آن که درخت جستجوی دودویی به صورت ذکر شده در سؤال ایجاد شود باید حتماً عدد 13 اولین ورودی باشد که در ریشه‌ی درخت قرار گیرد، عدد دومی که وارد می‌شود می‌تواند یکی از دو عدد 6 یا 14 باشد، اگر **6** وارد شود، عدد سوم می‌تواند یکی از اعداد 14 و 1 و 9 باشد، اگر عدد سوم 14 باشد، اعداد 1 و 9 و 22 به 6 حالت می‌توانند وارد شوند و اگر عدد سوم 1 باشد اعداد 9 و 14 و 22 به سه حالت می‌توانند وارد شوند و اگر عدد سوم 9 باشد، اعداد 1 و 14 و 22 به سه حالت می‌توانند وارد شوند ولی اگر عدد دوم 14 وارد شود، عدد سوم می‌تواند یکی از دو عدد 6 یا 22 باشد که اگر 22 وارد شود اعداد 6 و 1 و 9 به دو حالت می‌توانند وارد شوند و اگر عدد سوم 6 باشد اعداد 1 و 9 و 22 به 6 حالت می‌توانند وارد شوند که در کل 20 حالت داریم.

۳ــ گزینه «۳» می‌دانیم که در حالت درخت‌های دودویی تعداد گره‌های برگ از تعداد گره‌های غیربرگ بیشتر است مانند مثال زیر. حال تعداد برگ‌های یک درخت max − heap با n عنصر را می‌توان تقریباً از نصف یا $\frac{n}{2}$ بیشتر فرض نمود.

در نتیجه فرمول $\Rightarrow \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$



۴ــ گزینه «۴» در پیمایش میان ترتیب باید اول زیر درخت چپ بعد ریشه و در آخر زیر درخت راست را پیمایش کنیم و در پیمایش پس ترتیب، اول زیر درخت چپ بعد زیر درخت راست و در آخر ریشه را پیمایش می‌کنیم. برای آن که در این دو روش ترتیب گره‌های ملاقات شده یکسان باشد باید هیچ گره‌ای در درخت، زیر درخت راست نداشته باشد، یعنی درخت مورب به چپ باشد، (مانند شکل زیر) که در این صورت n! درخت با n گره و با برچسب‌های 1 تا n وجود دارد.

$$\begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix} \quad \begin{matrix}1\\3\\2\end{matrix} \quad \begin{matrix}2\\3\\1\end{matrix} \quad \begin{matrix}2\\1\\3\end{matrix} \quad \begin{matrix}3\\1\\2\end{matrix} \quad \begin{matrix}3\\2\\1\end{matrix}$$

۵ــ گزینه «۲» بعد از حذف عنصر با اندیس 10 آخرین عنصر در آخرین سطح را به جای آن قرار می‌دهیم و آن را با فرزندانش مقایسه می‌کنیم اگر از فرزندانش بزرگتر بود آن را با کوچک‌ترین فرزندش جابه‌جا می‌کنیم و این کار را تا برگ‌ها ادامه می‌دهیم تا این‌که درخت min − heap بازسازی شود، این الگوریتم حداکثر تا برگ‌ها ادامه دارد و عنصر با اندیس 10 در سطح ۴ام و برگ‌های آن در سطح ۷ام هستند و حداکثر ۷ مقایسه لازم می‌باشد.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ یک گراف جهت‌دار و بدون وزن $G=(V,E)$ با دو رأس s و t داده شده است که درجه‌ی ورودی s و درجه‌ی خروجی t برابر صفراند. می‌خواهیم بیشینه‌ی تعداد مسیرهای یال مجزا از s به t را بدست آوریم. با استفاده از کدام‌یک از الگوریتم‌های زیر می‌توان این عدد را بدست آورد؟

۱) بلمن ـ فورد ۲) دایکسترا ۳) هافمن ۴) شبکه‌ی شار

۲ــ با اضافه کردن یک یال جهت‌دار جدید در یک گراف جهت‌دار، چند تا از موارد زیر در مورد تعداد اجزای هم‌بند قوی گراف، ممکن است درست باشد؟

- **حداکثر یک واحد کم می‌شود.**
- **حداکثر یک واحد زیاد می‌شود.**
- **شاید تغییر نکند.**
- **شاید بیش از یک واحد کم شود.**

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳ــ چندتا از مسئله‌های زیر ان‌پی هستند؟

- **نسخه تصمیم‌گیری فروشنده‌ی دوره‌گرد**
- **مرتب بودن یک آرایه**
- **یافتن بیشینه‌ی شبکه‌ی شار**
- **نسخه تصمیم‌گیری کوله‌پشتی صفر و یک**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴ــ چندتا از گزاره‌های زیر در مورد طول کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس (که با $\delta(u,v)$ نمایش داده می‌شود) در یک گراف جهت‌دار و وزن‌دار G درست است؟ وزن یال‌ها ممکن است منفی باشد.

۱ــ با فرض عدم وجود دور منفی همیشه داریم: $\delta(u,t) \le \delta(u,v)+\delta(v,t)$

۲ــ اگر دور منفی داشته باشیم، آن‌گاه برای هر دو رأس u و v، عدد $\delta(u,v)$ برابر $-\infty$ خواهد بود.

۳ــ اگر یال با وزن منفی داشته باشیم اما دور منفی نداشته باشیم، $\sum\delta(u,v)$ که مجموع روی همه‌ی زوج رأس‌ها گرفته شده نمی‌تواند منفی باشد.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵ــ الگوریتم بلمن ــ فورد در هر مرحله همه‌ی یال‌ها را بررسی می‌کند و به ازای هر یال (u,v) اگر $d(v)>d(u)+w(u,v)$، آن‌گاه $d(v)$ به روز می‌شود که $w(u,v)$ وزن یال (u,v) و $d(u)$ طول بهترین مسیر یافت شده تاکنون برای رأس u است. اگر در مرحله‌ای برای هیچ رأسی به روز رسانی انجام نشود، الگوریتم بلمن ــ فورد خاتمه می‌یابد. با فرض آنکه الگوریتم بلمن ــ فورد برای یافتن همه‌ی کوتاه‌ترین مسیرها از رأس s در گراف G با n رأس پس از $k<n$ بار تکرار به پایان برسد، چند تا از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

۱ــ تعداد یال‌های همه‌ی کوتاه‌ترین مسیرها از s حداکثر $k-1$ است.

۲ــ وزن همه‌ی کوتاه‌ترین مسیرها از s حداکثر $k-1$ است.

۳ــ گراف دور منفی ندارد.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۶ــ فرض کنید درخت AVL به این صورت تعریف شود که به ازای هر گره v از درخت، اختلاف ارتفاع زیردرخت چپ و زیردرخت راست v حداکثر ۲ باشد. با این تعریف، اگر $F(h)$ کمینه‌ی تعداد عناصر یک درخت AVL با ارتفاع h باشد، کدام یک از رابطه‌های بازگشتی درست است؟ فرض کنید $F(O(1))=O(1)$.

۱) $F(h)\le F(h-1)+F(h-2)+1$
۲) $F(h)\le F(h-1)+F(h-3)$
۳) $F(h)\le F(h-1)+F(h-2)$
۴) $F(h)\le F(h-1)+F(h-3)+1$

۷ــ یک درخت دودویی با ۶ گره داده شده است که هر گره فقط فرزند چپ دارد. با چند عمل «دوران راست» (بدون دوران چپ) می‌توان این درخت را به درختی تبدیل کرد که هر گره فقط فرزند راست داشته باشد. کم‌ترین مقدار ممکن را انتخاب کنید.

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

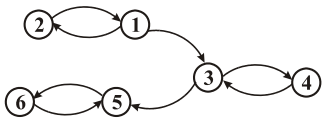
۸ــ گراف بدون جهت G با تعداد n رأس و m یال و دو رأس s و t داده شده است. می‌خواهیم بدانیم که آیا مسیری از s به t در G وجود دارد یا خیر. می‌دانیم که اگر G با لیست مجاورت پیاده‌سازی شود با استفاده از DFS یا BFS می‌توان این مسأله را در زمان $O(n+m)$ حل کرد. اگر به جای لیست مجاورت، G با ماتریس مجاورت پیاده‌سازی شده باشد، این مسأله را در چه زمانی می‌توان حل کرد؟

۱) $O(n^2)$ ۲) $O(nm)$ ۳) $O(n+m)$ ۴) $O(m+n\log n)$

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

۱ــ گزینه «۴» جهت پیدا کردن بیشینه تعداد مسیرهای مجزا در یک گراف جهت‌دار و بدون وزن یا با وزن و غیرجهت‌دار باید از الگوریتم شبکه شار بیشینه استفاده کنیم. این الگوریتم جهت مسائل بهینه سازی جریان در علوم مختلف کاربرد دارد.مثلاً لوله کشی در یک پالایشگاه نفت و استفاده از ماکسیمم جریان نفت در شبکه لوله ای استفاده می‌شود.

۲ــ گزینه «۳» یک مؤلفهٔ هم‌بند قوی از گراف G یک زیرگراف G است به‌طوری‌که برای هر زوج رأس مجزای u و v در زیرگراف، مسیر جهت‌داری از u به v و همچنین از v به u وجود داشته باشد در گراف زیر سه مؤلفهٔ هم‌بند قوی وجود دارد و اگر یال ⑤ را به گراف اضافه کنیم کلاً گراف هم‌بند قوی شده، یعنی یک مؤلفه هم‌بند قوی دارد که در این صورت ۲ واحد از تعداد مؤلفه‌های هم‌بند قوی گراف کم می‌شود، البته اگر یال ⑤ را اضافه کنیم هیچ تغییری در تعداد مؤلفه‌های هم‌بند قوی گراف به‌وجود نمی‌آید، بنابراین گزاره‌هایی که حداکثر یک واحد کم می‌شود و یا حداکثر یک واحد زیاد می‌شود، غلط می‌باشد.



۳ــ گزینه «۴» همه مسائل ذکر شده در صورت سؤال دارای مرتبه زمانی کلاس نمایی می‌باشند. در نتیجه جزء مسائل NP می‌باشند. یعنی راه‌حل با مرتبه زمانی کلاس چندجمله‌ای برای آن‌ها وجود ندارد.

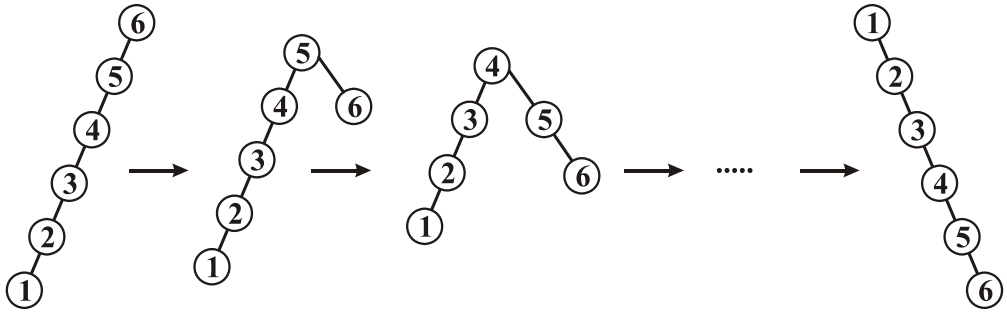
۴ــ گزینه «۲» جهت پیدا کردن مسیر با کوتاهترین وزن بین ۲ رأس u و v در یک گراف جهت‌دار با وزن منفی از الگوریتم بلمن ـ فورد استفاده می‌شود به شرط این که دور منفی نداشته باشیم. در نتیجه رابطه زیر برقرار است:

$$\partial(u,t) \le \partial(u,v) + \partial(v,t)$$

۵ــ گزینه «۳» در الگوریتم بلمن- فورد اگر بروز رسانی در هر مرحله انجام نشود، آنگاه به فرض در k مرحله اتمام یابد، می‌توان نتیجه گرفت که گراف دور منفی ندارد و همچنین تعداد یال‌های همه بهینه‌ترین مسیرهای ممکن از گره s حداکثر برابر است با $k-1$، البته به شرط این که $k < n$ باشد.

۶ــ گزینه «۴» با فرض آن‌که ارتفاع یک درخت تهی برابر صفر باشد و بنابر فرض مسئله: $F(0)=0$ و $F(1)=1$ و چون در تعریف درخت AVL مورد سؤال اختلاف ارتفاع دو زیر درخت چپ و راست برای هر گره V حداکثر ۲ حداکثر می‌باشد، بنابراین: $F(2)=2, F(3)=3, F(4)=5$ می‌شود که در این صورت داریم: $F(h) \le F(h-1) + F(h-2) + 1$

۷ــ گزینه «۲» درخت دودویی با ۶ گره که هر گره فقط فرزند چپ دارد را به صورت زیر درنظر می‌گیریم، می‌توان درخت موردنظر را با ۵ دوران راست به‌طوری‌که در هر دوران ریشه به زیردرخت راست منتقل شده و ریشه زیردرخت چپ برابر ریشه درخت شود،به صورت درختی درآورد که هر گره فقط فرزند راست داشته باشد:



سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم

۱ــ اگر اعداد ۱ تا n را به ترتیب تصادفی در یک درخت جست‌وجوی دودویی درج کنیم، کدام رابطه‌ی بازگشتی در مورد میانگین ارتفاع این درخت صحیح است؟

۱) $h(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(h(i-1)+h(n-i))$

۲) $h(n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(h(i-1).h(n-i))$

۳) $h(n)=1+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(h(i-1).h(n-i))$

۴) $h(n)=1+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\max\{h(i-1),h(n-i)\}$

۲ــ جواب رابطه‌ی بازگشتی $T(n)=T(\frac{n}{4})+O(\log^2 n)$ کدام است؟

۱) $O(\log n)$ ۲) $O(\log^2 n)$ ۳) $O(\log^3 n)$ ۴) $O(\log^4 n)$

۳ــ کدام گزینه در مورد گزاره‌های زیر صحیح است؟ در گزاره‌های زیر، P یک مسیر «ساده» و G یک گراف جهت‌دار وزن‌دار است.

الف) اگر P یک کوتاه‌ترین مسیر در G باشد، آنگاه هر زیرمسیر از P نیز یک کوتاه‌ترین مسیر در G است.

ب) اگر P یک بلندترین مسیر در G باشد، آنگاه هر زیرمسیر از P نیز یک بلندترین مسیر در G است.

۱) (الف) درست، (ب) نادرست
۲) (الف) درست، (ب) درست
۳) (الف) نادرست، (ب) نادرست
۴) (الف) نادرست، (ب) درست

۴ــ طول بزرگترین زیردنباله‌ی مشترک (LCS) دو دنباله به طول‌های m و n را با چه مرتبه‌ی حافظه‌ای می‌توان محاسبه کرد؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

۱) $O(nm)$ ۲) $O(n+m)$ ۳) $O(\min\{n,m\})$ ۴) $O(\max\{n,m\})$

۵ــ فرض کنید T یک درخت فراگیر کمینه از گراف وزن‌دار G باشد. چند تا از گزاره‌های زیر همیشه درست‌اند؟

- **اگر v یک رأس از G باشد، آنگاه $T-\{v\}$ یک درخت فراگیر کمینه از $G-\{v\}$ است.**
- **اگر v یک برگ از T باشد، آنگاه $T-\{v\}$ یک درخت فراگیر کمینه از $G-\{v\}$ است.**
- **اگر e یک یال از T باشد، آنگاه $T-\{e\}$ یک جنگل شامل دو درخت T_1 و T_2 است، طوری که به‌ازای $i=1,2$، T_i یک درخت فراگیر کمینه از گراف القایی G روی رأس‌های T_i است.**

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰

۶ــ فرض کنید $f(n)$ برابر nامین عدد فیبوناچی باشد. بهترین الگوریتم برای محاسبه‌ی $f(n)$ به پیمانه‌ی ۱۰۰۰ دارای چه مرتبه‌ی زمانی است؟ در گزینه‌های زیر $\varnothing=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

۱) $O(1)$ ۲) $O(n)$ ۳) $O(\log n)$ ۴) $O(\varnothing^n)$

۷ــ گراف وزن‌دار G با تابع وزن f روی یال‌ها را در نظر بگیرید. می‌خواهیم با تغییر وزن هر یال e از $f(e)$ به $f'(e)$ به گراف جدید G' برسیم، طوری که به ازای هر دو رأس u و v، کوتاه‌ترین مسیر بین u و v در G برابر کوتاه‌ترین مسیر بین u و v در G' باشد. کدام‌یک از توابع زیر این ویژگی را دارند؟ در گزینه‌های زیر c یک عدد ثابت مثبت و g یک تابع وزن دلخواه روی رأس‌های گراف است.

۱) $f'(e)=f(e)-c$
۲) $f'(e)=f(e)+c$
۳) $f'(e)=f(e)+g(u)+g(v)$ (با فرض $e=(u,v)$)
۴) $f'(e)=f(e)-g(u)+g(v)$ (با فرض $e=(u,v)$)

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم

۱ــ گزینه «۴» به‌طور کلی در یک درخت دودویی ارتفاع درخت برابر است با بزرگترین ارتفاع بین دو زیردرخت چپ و راست به اضافه ارتفاع ریشه یعنی یک، اگر ارتفاع درخت با n گره را $h(n)$ بنامیم، بنابراین داریم: $h(n)=1+\max\{h(\text{زیردرخت چپ})+h(\text{زیردرخت راست})\}$، حال اگر اعداد ۱ تا n را به ترتیب تصادفی وارد یک درخت جستجو کنیم، یکی از حالت‌ها زمانی است که عدد یک به عنوان ریشه باشد، بنابراین در زیردرخت چپ هیچ گره‌ای وجود ندارد و در زیردرخت راست $(n-1)$ گره وجود دارد که در این صورت ارتفاع درخت برابر $h(n)=1+\max\{h(0)+h(n-1)\}$ می‌شود و اگر عدد ۲ به‌عنوان ریشه درنظر گرفته شود، خواهیم داشت: $h(n)=1+\max\{h(1)+h(n-2)\}$ و با ادامه این روند برای عدد i، $(1\le i\le n)$ داریم:
$h(n)=1+\max\{h(i-1)+h(n-i)\}$

بنابراین با توجه به اینکه n حالت وجود دارد، رابطه‌ی بازگشتی در مورد میانگین ارتفاع این درخت برابر است با:

$$h(n)=\frac{(1+\max\{h(0)+h(n-1)\})+(1+\max\{h(1)+h(n-2)\})+\cdots+(1+\max\{h(i-1)+h(n-i)\}+\cdots)}{n}$$

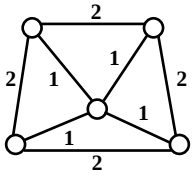
$$=\frac{n+\sum_{i=1}^{n}\max\{h(i-1),h(n-i)\}}{n}=1+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\max\{h(i-1),h(n-i)\}$$

۲ــ گزینه «۳» کافی است از قضیه اصلی استفاده کنیم: $f(n)=\log^2 n$ و $g(n)=n^0=1\Rightarrow T(n)\varepsilon\theta(\log^2 n\times\log n)=\theta(\log^3 n)$

۳ــ گزینه «۱» مسئله کوتاه‌ترین مسیر ساده دارای زیرساختار بهینه است، اما مسئله طولانی‌ترین مسیر زیرساختار بهینه ندارد و یک مسئله NP-hard است.

۴ــ گزینه «۳» با توجه به این‌که می‌توان عناصر جدول پویا را در مسئله LCS به صورت سطری و یا ستونی محاسبه کرد، در نتیجه میزان حافظه مصرفی را می‌توان به دو سطر یا دو ستون محدود نمود.

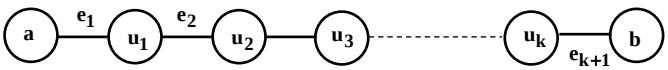
۵ــ گزینه «۳» مورد اول نادرست است، به عنوان مثال گراف مقابل را در نظر بگیرید:



مورد سوم نیز نادرست است.

۶ــ گزینه «۳» با زمان $O(\log n)$ می‌توان F_n را محاسبه کرد.

۷ــ گزینه «۴» اگر از این تابع وزن استفاده شود، آنگاه هزینه یک مسیر دلخواه از a به b به صورت زیر تغییر می‌کند.



$$\begin{aligned}\text{هزینه مسیر با تابع جدید}=&f(e_1)+g(u_1)-g(a)\\&+f(e_2)+g(u_2)-g(u_1)\\&+f(e_3)+g(u_3)-g(u_2)\\&+\ \vdots\\&+f(e_{k+1})+g(b)-g(u_k)\\&=f_1(e_1)+f(e_2)+\cdots+f(e_{k+1})+g(b)-g(a)\end{aligned}$$

بنابراین به هزینه تمام مسیرها از a به b به اندازه $g(b)-g(a)$ اضافه شده است.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ـ هوش مصنوعی

ساختمان داده‌ها

۱ـ کدام مورد، جواب رابطه بازگشتی $T(n) = T(\sqrt{n}) + O(\log n)$ است؟

۱) $O(\log n)$ ۲) $O(\log^2 n)$ ۳) $O(\sqrt{n})$ ۴) $O(n)$

۲ـ یک هرم کمینه با n عنصر متمایز داده شده است. می‌خواهیم به ازای عدد صحیح داده شده $k (k \le \sqrt{n})$، kاُمین کوچک‌ترین عنصر را در این هرم پیدا کنیم (یعنی عددی که دقیقاً $k-1$ عنصر از آن کوچک‌تر هستند)، با چه مرتبه زمانی این کار امکان‌پذیر است؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید.)

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$ ۳) $O(k \log n)$ ۴) $O(k \log k)$

۳ـ یک درخت دودویی جست‌وجو شامل n عنصر داده شده است. با فرض دانستن محل عنصر x در این درخت، کوچک‌ترین عنصر بزرگ‌تر از x را در چه زمانی می‌توان در درخت به دست آورد؟
(فرض کنید تمام عناصر درخت متمایزند و درخت به‌صورت استاندارد و بدون هیچ‌گونه اطلاعات کمکی ذخیره شده است.)

۱) $O(\log n)$ ۲) $O(\log^2 n)$ ۳) $O(n)$ ۴) $O(1)$

۴ـ آرایه‌ای شامل n عدد صحیح داده شده است. به ازای $1 \le i \le j \le n$، مقدار c_{ij} را برابر مجموع مقادیر قرار گرفته در بازه i تا j از این آرایه تعریف می‌کنیم. می‌خواهیم میانگین تمام c_{ij}های ممکن در این آرایه را پیدا کنیم. با چه مرتبه زمانی این کار امکان‌پذیر است؟ (فرض کنید چهار عمل اصلی در $O(1)$ قابل انجام‌اند.)

۱) $O(n \log n)$ ۲) $O(n \log^2 n)$ ۳) $O(n^2)$ ۴) $O(n)$

۵ـ فرض کنید یک کاهش چندجمله‌ای از مسئله ۱ به مسئله ۲ داریم، کدام مورد درست است؟

۱) اگر مسئله ۲ ان پی ـ سخت باشد، آنگاه مسئله ۱ ان پی ـ تمام است.
۲) اگر مسئله ۱ ان پی ـ تمام باشد، آنگاه مسئله ۲ نیز ان پی ـ تمام است.
۳) اگر مسئله ۱ ان پی ـ تمام باشد، آنگاه مسئله ۲ ان پی ـ سخت است.
۴) اگر مسئله ۲ ان پی ـ سخت باشد، آنگاه مسئله ۱ نیز ان پی ـ سخت است.

۶ـ کدام مورد در خصوص الگوریتم دایکسترا درست است؟

۱) هزینه سرشکن به روزرسانی هر رأس $O(1)$ است.
۲) هزینه سرشکن به روزرسانی هر رأس $O(n)$ است.
۳) هزینه سرشکن به روزرسانی هر رأس $O(\frac{m}{n})$ است.
۴) فاصله هر رأس تا مبدأ در طول الگوریتم دقیقاً یک بار به روز می‌شود.

۷ـ کدام‌یک از توابع درهم‌سازی زیر یکنوا **(uniform)** است؟ (فرض کنید اندازه جدول درهم‌سازی k است.)

۱) $h(x) = kx \bmod (k-1)$
۲) $h(x) = (k-1)x \bmod k$
۳) $h(x) = x \bmod (k-1)$
۴) $h(x) = x^2 \bmod k$

۸ـ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

ـ اگر وزن تمام یال‌های یک گراف با مقدار مثبت C جمع شود، کوتاه‌ترین مسیرها تغییر نمی‌کند.
ـ اگر وزن تمام یال‌های یک گراف در مقدار مثبت C ضرب شود، کوتاه‌ترین مسیرها تغییر نمی‌کند.
ـ اگر وزن تمام یال‌های یک گراف با مقدار منفی C جمع شود، کوتاه‌ترین مسیرها تغییر نمی‌کند.
ـ اگر وزن تمام یال‌های یک گراف در مقدار منفی C ضرب شود، کوتاه‌ترین مسیرها تغییر نمی‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹ـ میانگین ارتفاع درخت **DFS** بر روی یک گراف کامل با فرض آن‌که رأس شروع تصادفی انتخاب شده است، از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $O(1)$ ۲) $O(n)$ ۳) $O(\sqrt{n})$ ۴) $O(\log n)$

۱۰ـ شبکه‌ای متشکل از n رأس، دو رأس معین s و t داده شده است. فرض کنید ظرفیت تمام یال‌های شبکه نامتناهی است. به ازای یک شار f از s به t، یالی که بیشترین شار از آن عبور می‌کند را یال تنگنا و مقدار شار عبوری از آن یال را «تنگنای» شار f می‌نامیم. می‌خواهیم به ازای یک مقدار صحیح C داده شده، شاری با مقدار C را با کمترین تنگنا از s به t منتقل کنیم. با چند بار استفاده از الگوریتم فورد ـ فالکرسن می‌توان این شار را به‌دست آورد؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید.)

۱) $O(n \log C)$ ۲) $O(\log C)$ ۳) $O(n)$ ۴) $O(1)$

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

ساختمان داده‌ها

۱ــ گزینه «۱» برای حل رابطه بازگشتی مورد سؤال از روش تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} n = ۲^m \Rightarrow Log_۲^n = m \\ T(n) = T(\sqrt{n}) + O(Log\, n) \end{array}\right\} \Rightarrow T(۲^m) = T(۲^{\frac{m}{۲}}) + O(m)$$

$$\left.\begin{array}{l} T(۲^m) = T(۲^{\frac{m}{۲}}) + O(m) \\ T(۲^m) = S(m) \\ T(۲^{\frac{m}{۲}}) = S(\frac{m}{۲}) \\ S(m) = O(m) \end{array}\right\} \Rightarrow S(m) = S(\frac{m}{۲}) + O(m)$$

با استفاده از قضیه اساسی داریم:

و چون $S(m) = T(۲^m)$ بنابراین: $T(۲^m) = O(m)$ و در نتیجه: $T(n) = O(Log_۲^n)$.

۲ــ گزینه «۴» یک هرم کمینه، یک درخت دودویی کامل است که در آن مقادیر کلید هر گره، کوچک‌تر یا مساوی مقادیر کلید فرزندان (در صورت وجود) باشد. بنابراین در ریشه یک هرم کمینه کوچک‌ترین عنصر وجود دارد و kامین کوچک‌ترین عنصر، حداکثر می‌تواند در سطح kام هرم کمینه باشد و برای پیدا کردن kامین کوچک‌ترین عنصر $(k \le \sqrt{n})$ بهترین روش آن است که عناصر k سطح اول هرم کمینه را در یک هرم کمینه دیگر ذخیره کنیم و یکی یکی عناصر را در هرم کمینه جدید حذف کنیم تا به kامین کوچک‌ترین عنصر برسیم که در این‌صورت مرتبه زمانی این کار $O(kLog\, k)$ می‌باشد.

۳ــ گزینه «۳» درخت جستجوی دودویی، یک درخت دودویی است که می‌تواند تهی باشد. اگر تهی باشد، همه‌ی کلید عناصر در آن منحصر به‌فرد هستند و برای هر گره تمام کلیدهای زیر درخت چپ آن کوچک‌تر از کلید آن گره و تمام کلیدهای زیر درخت راست آن بزرگ‌تر از کلید آن گره می‌باشد. با توجه به تعریف درخت جستجوی دودویی و با فرض دانستن محل عنصر X، برای یافتن کوچک‌ترین عنصر بزرگ‌تر از X باید عمل جستجو را در زیر درخت راست X انجام داد که در بدترین حالت ممکن است زیر درخت راست، یک درخت مورب باشد که در این‌صورت در بدترین حالت مرتبه زمانی این عمل $O(n)$ خواهد بود.

۴ــ گزینه «۴» برای محاسبه میانگین تمام C_{ij}های ممکن در آرایه باید مجموع تمام C_{ij}ها را به‌دست آورد و مجموع تمام C_{ij}ها یعنی جمع تک‌تک عناصر آرایه ضرب در تعداد تکرار این عناصر در C_{ij}ها. به‌عنوان مثال، اولین عنصر آرایه دقیقاً در C_{ij}ها، n بار تکرار می‌شود، در این‌صورت می‌توان مجموع C_{ij}ها را با مرتبه اجرایی $O(n)$ پیدا کرد.

۵ــ گزینه «۳» اگر مسئله ۱ ان‌پی ـ تمام باشد و یک کاهش چندجمله‌ای از مسئله ۱ به مسئله ۲ داشته باشیم، آنگاه مسئله ۲ ان‌پی ـ سخت خواهد بود.

۶ــ گزینه «۳» با استفاده از الگوریتم دایکسترا، هزینه سرشکن برای به‌روزرسانی هر رأس گراف $O(\frac{m}{n})$ است.

۷ــ گزینه «۲» تابع درهم‌سازی f را یکنوا گویند، اگر با احتمال مساوی هر کلید را در اندیس‌های جدول درهم‌سازی نگاشت کند. با فرض آنکه اندازه جدول درهم‌سازی k باشد، گزینه (۱) و (۳) در اندیس $(k-۱)$ کلیدی را نگاشت نمی‌کند و در گزینه (۴)، در اندیس‌های آرایه که عدد اول باشد، کلیدی نگاشت نمی‌شود. بنابراین تنها گزینه (۲) صحیح می‌باشد.

۸ــ گزینه «۱» اگر وزن تمام یال‌های گراف با مقدار مثبت و یا منفی C جمع شود، کوتاه‌ترین مسیرها امکان تغییر دارد و این تغییر وابسته به تعداد یال‌هایی است که کوتاه‌ترین مسیرها را می‌سازد. بنابراین گزاره‌های (۱) و (۳) غلط می‌باشند. در مورد ضرب در مقدار منفی C نیز کوتاه‌ترین مسیرها امکان تغییر دارد، ولی اگر وزن تمام یال‌های یک گراف در مقدار مثبت C ضرب شود، کوتاه‌ترین مسیرها تغییر نمی‌کند.

۹ــ گزینه «۲» درخت حاصل از جستجوی عمقی (DFS) بر روی یک گراف را درخت DFS گراف گویند. در جستجوی عمقی گراف بعد از هر رأس پیمایش شده فقط یک رأس پیمایش می‌شود و چون گراف کامل است در هر سطح درخت DFS فقط یک رأس وجود دارد، بنابراین از هر رأسی در گراف شروع کنیم ارتفاع درخت n خواهد بود و میانگین ارتفاع درخت DFS از مرتبه $O(n)$ می‌باشد.

سؤالات مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

مجموعه دروس تخصصی (ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم‌ها ــ شناسایی الگو ــ یادگیری ماشین)

۱ــ میزان رشد توابع زیر به‌ترتیب صعودی (از چپ به راست) کدام است؟

$n\log^*(n), \log(n)^{\log(n)}, \log(n!), \log(\log(n^n))$

۱) $n\log^*(n), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}, \log(\log(n^n))$
۲) $\log(\log(n^n)), \log(n!), n\log^*(n), \log(n)^{\log(n)}$
۳) $\log(\log(n^n)), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}, n\log^*(n)$
۴) $\log(\log(n^n)), n\log^*(n), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}$

۲ــ جواب دو رابطه بازگشتی زیر کدام است؟

$T(n) = T(3/7n) + T(4/7n) + n, T(1) = 1$
$T'(n) = T'(2/7n) + T'(4/7n) + n, T'(1) = 1$

۱) $T(n) = \Theta(n), T'(n) = \Theta(n)$
۲) $T(n) = \Theta(n), T'(n) = \Theta(n\log n)$
۳) $T(n) = \Theta(n\log n), T'(n) = \Theta(n)$
۴) $T(n) = \Theta(n\log n), T'(n) = \Theta(n\log n)$

۳ــ فرض کنید یک زبان از حروف الفبای $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ تشکیل شده است و احتمال وقوع a برابر ۱۸ درصد، b برابر ۴ درصد، c برابر ۸ درصد، d برابر ۱۰ درصد، e برابر ۲۰ درصد، f برابر ۵ درصد، g برابر ۵ درصد، h برابر ۱۵ درصد و i برابر ۱۵ درصد است. درخت هافمن این زبان چند گره دارد؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۴ــ فرض کنید $H: \{1,...,n\} \to \{1,...,n\}$ یک تابع درهم‌ساز یکنواخت باشد. برای ورودی x عدد z را برابر تعداد صفرهای سمت راست H(x) قرار می‌دهیم. برای عدد $0 \le c \le 1$، احتمال $z \ge c\log n$ از چه مرتبه‌ای است؟ (فرض کنید c ثابت است.)

۱) $O(1/n)$ ۲) $O(1/n^c)$ ۳) $O(1/\log n)$ ۴) $O(1/\log^c n)$

۵ــ چه تعداد از تبدیل‌های زیر در زمان O(n) قابل انجام است؟

- تبدیل پیمایش پیش‌ترتیب عناصر یک درخت دودویی کامل به پیمایش پس‌ترتیب آن
- تبدیل پیمایش پس‌ترتیب یک درخت دودویی کامل به پیمایش پیش‌ترتیب آن
- تبدیل پیمایش میان‌ترتیب عناصر یک درخت دودویی کامل به یک درخت دودویی جست‌وجو

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰

۶ــ در یک داده ساختار هرم با n عنصر، عدد بعدی یک رأس (عددی که در دنباله‌ی مرتب‌شده بعد از عدد این رأس می‌آید) را در چه زمانی می‌توان به دست آورد؟

۱) $O(1)$ ۲) $O(n)$ ۳) $O(\sqrt{n})$ ۴) $O(\log n)$

۷ــ اعداد ۱ تا ۱۵ درون آرایه A به‌گونه‌ای ذخیره شده‌اند که تشکیل یک هرم کمینه متوازن می‌دهند. حداکثر تعداد نابه‌جایی‌های A چه تعداد است؟ (دو درایه A[i] و A[j] تشکیل یک نابه‌جایی می‌دهند اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$)

۱) ۱۱۰ ۲) ۹۴ ۳) ۷۱ ۴) ۵۹

۸ــ آرایه A از n عدد دلخواه داده شده است. فرض کنید عملیات reverse(i, j) برای $1 \le i < j \le n$، زیر آرایه A[i..j] را معکوس می‌کند، یعنی به ازای هر $0 \le k \le j-i$، A[j−k] را با A[i+k] تعویض می‌کند. با حداقل چندبار استفاده از این عملیات می‌توان آرایه A را مرتب کرد؟

۱) $O(n\log n)$ ۲) $O(n\sqrt{n})$ ۳) $O(n^2)$ ۴) $O(n)$

۹ــ آرایه A شامل n عدد مختلف است. حال می‌خواهیم آرایه B را به این صورت پر کنیم که به ازای هر i، B[i] برابر با میانه اعداد A[1] تا A[i] باشد. بهترین الگوریتم برای این کار از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $O(n^2)$ ۲) $O(n\sqrt{n})$ ۳) $O(n\log n)$ ۴) $O(n^2\log n)$

۱۰ــ فرض کنید گراف G یک گراف جهت‌دار و وزن‌دار است که دور منفی ندارد. رئوس این گراف را با اعداد 1 تا n برچسب‌گذاری می‌کنیم و وزن یال از i به j را با w(i,j) نشان می‌دهیم. اگر گراف G′ همان گراف G باشد، که فقط وزن یال‌های آن که با w′ نشان می‌دهیم، طبق قاعده‌های زیر تغییر کرده است، به ازای چند تا از این قاعده‌ها، کوتاه‌ترین مسیر (خود مسیر نه طول مسیر) بین هر دو رأس داده شده در دو گراف G و G′ یکسان است؟

$w'(i,j) = w(i,j) + i - j$
$w'(i,j) = w(i,j) + j - i$
$w'(i,j) = w(i,j) + i + j$

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخنامه مهندسی کامپیوتر ــ هوش مصنوعی

مجموعه دروس تخصصی (ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم‌ها ــ شناسایی الگو ــ یادگیری ماشین)

۱ــ گزینه «۴» با فرض مقدار ۲ برای مبنای لگاریتم، خواهیم داشت:

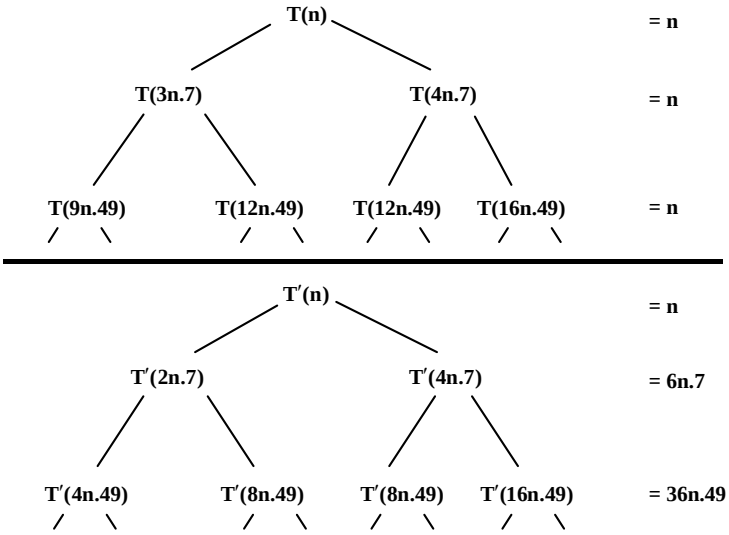
$$\log(\log(n^n)) = \log(n\log n) = \log n + \log\log n \in \theta(\log n)$$

$$\frac{n}{2}\log\frac{n}{2} = \log((\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}}) < \log(n!) < \log(n^n) = n\log n \Rightarrow \log(n!) \in \theta(n\log n)$$

$$(\log n)^{\log n} = 2^{\log((\log n)\log n)^{\log n}} = 2^{\log n \log\log n} = n^{\log\log n}$$

با توجه به عبارت‌های فوق، ترتیب $\log n < n\log^* n < n\log n < n^{\log\log n}$ که معادل آن در گزینه (۴) آمده است صحیح است.

۲ــ گزینه «۳» در رابطه بازگشتی $T(n)$ مجموع ضرایب برابر $c = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1$ است و توان عبارت ناهمگن یعنی توان n با مقدار c برابر است. با استفاده از درخت بازگشت مشاهده می‌شود که مجموع تمام سطرها برابر n خواهد شد و ارتفاع درخت به شکل لگاریتمی و از مرتبه $\log n$ خواهد بود. مرتبه رابطه بازگشتی $T(n)$ به‌صورت $\theta(n\log n)$ است. در رابطه بازگشتی $T'(n)$ ارتفاع درخت بازگشت از مرتبه $\log n$ است ولی مجموع ضرایب یعنی $c = \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$ از توان عبارت همگن یعنی توان n کمتر است. در نتیجه مجموع مقادیر سطرها یک دنباله هندسی با قدرنسبت بین ۰ و ۱ خواهد بود که موجب می‌شود حاصل‌جمع مقادیر سطرهای درخت بازگشت رابطه از مرتبه $\theta(n)$ شود.



۳ــ گزینه «۲» این رشته حاوی ۹ کاراکتر است و درخت هافمن آن ۹ برگ خواهد داشت. درختی دودویی که ۹ برگ دارد، ۱۷ گره خواهد داشت.

۴ــ گزینه «۲» امید ریاضی اینکه درج عنصر x به حداکثر k کاوش نیاز داشته باشد (حداکثر k صفر پس از آن باشد) از مرتبه $O(2^{-k})$ است. در این صورت به ازای $k = c\log n$ خواهیم داشت، احتمال اینکه عنصر x به حداکثر k کاوش نیاز داشته باشد از مرتبه $O(2^{-k}) = O(2^{-c\log n}) = O(\frac{1}{n^c})$ خواهد بود.

۵ــ گزینه «۱» با توجه به اینکه درخت مسأله، یک درخت کامل معرفی شده است، ساختار درخت مشخص است و از مرتبه $\theta(n)$ می‌توانیم از هرکدام از پیمایش‌ها به درخت برسیم و سپس از مرتبه $\theta(n)$ پیمایش مطلوب را ارائه نماییم. برای عبارت سوم، ترتیب میان‌ترتیب درخت دودویی همان ترتیب صعودی عناصر است. می‌توان از مرتبه $\theta(n)$ درخت را تشکیل داد.

۶ــ گزینه «۲» هرم یک داده‌ساختار نیمه‌مرتب است و قادر نیستیم از مرتبه‌ای بهتر از $O(n)$ عنصر بعدی هر عنصری را بیابیم.