www.modaresanesharif.ac.ir

فصل اول

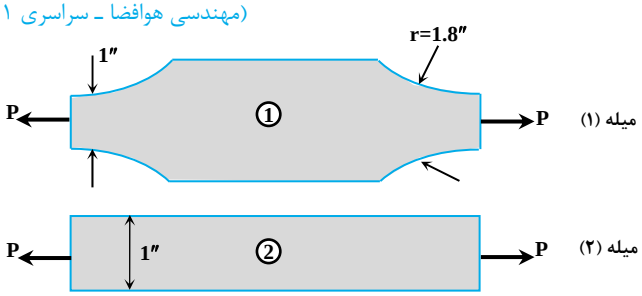
«تنش، کرنش، بارگذاری محوری»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

درسنامه (۱): معرفی انواع تنش‌ها

۱ـ دو میله ۱ و ۲ به شکل زیر مفروض هستند. چنانچه ضریب تمرکز تنش در میله ۱ برابر ۱/۷۵ باشد کدامیک از جملات زیر صحیح می‌باشد؟

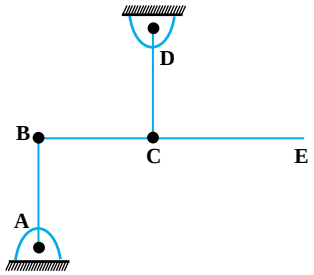
(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۱)



۱) میله ۱ به میزان ۵۷% ضعیف‌تر از میله ۲ می‌باشد.
۲) میله ۲ به میزان ۷۵% ضعیف‌تر از میله ۱ می‌باشد.
۳) میله ۲ به میزان ۵۷% ضعیف‌تر از میله ۱ می‌باشد.
۴) میله ۱ به میزان ۷۵% ضعیف‌تر از میله ۲ می‌باشد.

۲ـ هر یک از میله‌های AB و CD مقطعی یکنواخت به شکل مستطیل $\frac{۱}{۴}\times ۱\,in$ دارد و به وسیله پین‌هایی به قطر $\frac{۱}{۲}\,in$ به نگه‌دارنده خود و به عضو افقی BCE متصل است. می‌دانیم که تنش قائم میانگین در هر میله نباید از ۲۵ Ksi تجاوز کند. مطلوب است تعیین بزرگ‌ترین باری که می‌توان در نقطه E وارد کرد، اگر این بار عمودی و روبه پایین باشد. $AB = CD = ۸\,in, BC = ۱۰\,in, CE = ۱۵\,in$

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) $P = ۱/۲۵\,kips$
۲) $P = ۲/۰۸۳\,kips$
۳) $P = ۲/۵۴\,kips$
۴) $P = ۳/۴۵\,kips$

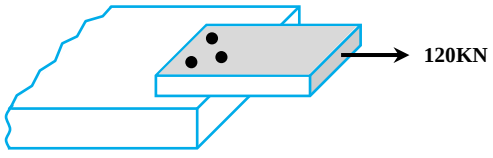
۳ـ کدام عبارت صحیح است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) مقاومت به ابعاد هندسی قطعه، جنس و فرآیند ساخت وابسته می‌باشد.
۲) مقاومت به جنس، شکل هندسی و نیروهای خارجی اعمالی به قطعه وابسته می‌شود.
۳) مقاومت به ابعاد هندسی قطعه وابسته و مستقل از جنس و فرآیند ساخت قطعه می‌باشد.
۴) مقاومت یکی از خواص ذاتی یک قطعه است، خاصیتی که با جنس و فرآیند ساخت به خصوص آن به وجود آمده است.

۴ـ سه عدد پیچ و مهره فولادی مطابق شکل برای اتصال دو قطعه به کار رفته است. چنانچه حداکثر تنش برشی مقاوم در فولاد به کار رفته ۱۰۰MPa و ضریب اطمینان مورد نیاز برابر ۳ باشد، اندازه قطر پیچ‌ها، با تقریب دهم میلی‌متر چقدر است؟

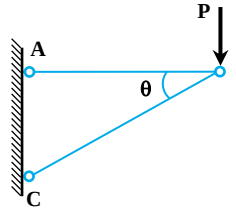
(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



۱) ۲۰/۵
۲) ۲۲/۵
۳) ۴۱
۴) ۴۵

۵ـ در سازه ABC زاویه θ چند درجه باید باشد تا حجم میله BC مینیمم شود؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)

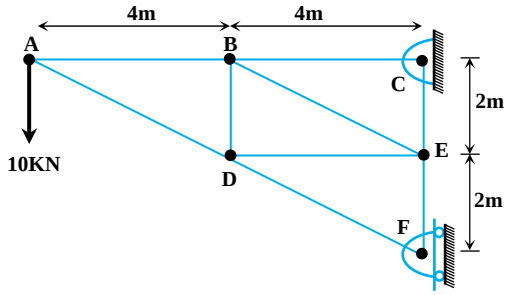


۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۶۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ در خرپای نشان داده شده، در صورتی که قطر میله‌های اعضاء تشکیل دهنده خرپا برابر ۲ cm باشد، تنش در دو عضو BD و DE به ترتیب چند MPa است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)

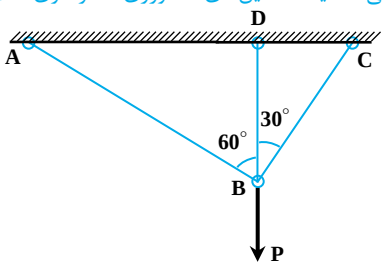


۱) صفر و صفر
۲) ۲۴ و ۲۴
۳) ۴۷ و ۵۴
۴) ۵۴ و ۴۷

۷ـ کدامیک از گزینه‌های زیر نمایانگر ضریب تمرکز تنش می‌باشد؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)

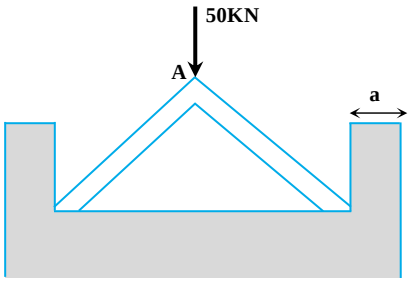
۱) $\text{ضریب تمرکز تنش} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom.}}$
۲) $\text{ضریب تمرکز تنش} = \frac{\sigma_{nom.}}{\sigma_{max}}$
۳) $\text{ضریب تمرکز تنش} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max}}$
۴) $\text{ضریب تمرکز تنش} = \frac{\sigma_{nom.} - \sigma_{max}}{\sigma_{max}}$

۸ـ سه میله با جنس و سطح مقطع مشابه مفروض است. اگر ظرفیت نهایی تحمل بار هر یک از میله‌های BC و BD معادل ۳۰KN باشد. مقدار تقریبی P چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



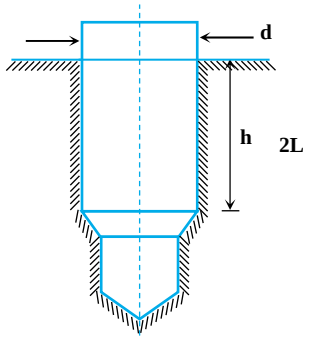
۱) ۵۱ KN
۲) ۶۵ KN
۳) ۷۵ KN
۴) ۸۰KN

۹ـ در داربست زیر، اگر ضخامت تکیه‌گاه ۵ cm و تنش برشی مجاز ۴۳ MPa باشد، مقدار a چند میلی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۳

۱۰ـ مخزنی استوانه‌ای به قطر ۸۰۰mm تحت فشار داخلی ثابت $۴\frac{kg}{cm^2}$ قرار دارد. سرپوش آن توسط چهار پیچ به بدنه محکم شده است. اگر مقدار $\tau = ۱۲\frac{kg}{mm^2}$ و قطر هر پیچ $d = ۲۲mm$ و ضریب اطمینان ۲ فرض شود. ارتفاع پیچ چند میلی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)

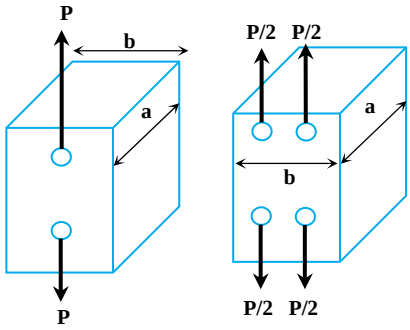


۱) ۴۸
۲) ۲۴
۳) ۱۲
۴) ۶

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ در شکل‌های زیر طبق اصل سنت ونانت (Saint Vennant) حداقل فاصله تا محل بار اعمالی به ترتیب چقدر باشد تا تغییرات جابجایی (Displacement) و تنش یکنواخت فرض شوند؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۴)



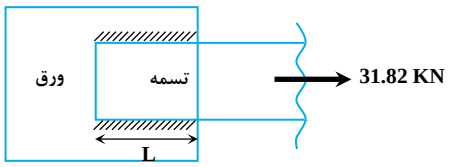
۱) الف) b و ب) b

۲) الف) $\frac{b}{2}$ و ب) $\frac{b}{2}$

۳) الف) $\frac{b}{2}$ و ب) $\frac{b}{4}$

۴) الف) b و ب) $\frac{b}{2}$

۱۲ـ اگر تنش برشی مجاز جوش‌های متصل کننده‌ی تسمه‌ی فولادی به ورق فولادی زیر آن برابر $۹۰۰\frac{kg}{cm^۲}$ باشد، طول جوش لازم (L) برای هر طرف تسمه، چند سانتی‌متر است؟ (بعد جوش $۱/۰\,cm$ فرض گردد) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱۲/۵

۲) ۲۵

۳) ۵۰

۴) ۱۲۵

۱۳ـ مطابق شکل یک نبشی توسط دو پیچ به دیواره‌ای فلزی پیچ گردیده است. اگر مساحت مقطع هر پیچ برابر ۲۰۰ میلی‌متر مربع باشد، نسبت تنش محوری به تنش برشی در پیچ‌ها $(\frac{\sigma}{\tau})$ کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری۸۵)

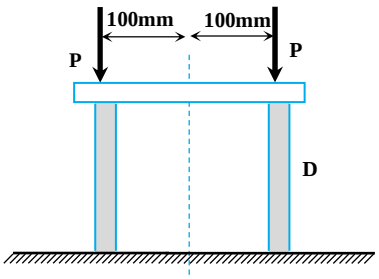
۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۵

۳) ۲/۰

۴) ۴

۱۴ـ در شکل زیر اگر نیروی $P = ۵۰۰kN$ بر یک ورق صلب که بر روی یک لوله به سطح مقطع جداره $A = ۸\times۱۰^{-۳}\,m^۲$ وارد شود، مقدار تنش در نقطه‌ی D (یعنی σ_D) چند مگاپاسکال است؟ $(I = ۳۰\times۱۰^{-۶}\,m^۴)$ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۵)



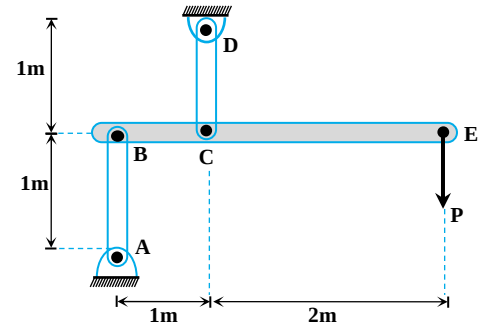
۱) ۱/۲۵ـ

۲) ۱۲/۵ـ

۳) ۰/۱۲۵ـ

۴) ۱۲۵ـ

۱۵ـ در شکل زیر نیروی عمودی P در نقطه E رو به پایین اعمال می‌شود، نسبت نیروی داخلی ایجاد شده در میله AB به نیروی داخلی در میله CD $(\frac{F_{AB}}{F_{CD}})$ کدام است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $-\frac{۳}{۲}$

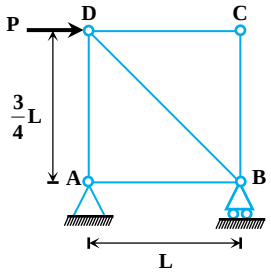
۴) $-\frac{۲}{۳}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ اگر سطح مقطع همه میله‌های سازه زیر معادل A باشد؛ مطلوب است محاسبه تنش در میله‌های AB و BD ؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{۳P}{۴A}$, $\frac{P}{A}$

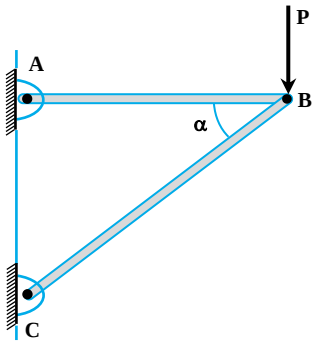
۲) $\frac{۱/۲۵P}{A}$, $\frac{P}{A}$

۳) $\frac{P}{A}$, $\frac{۱/۲۵P}{A}$

۴) $\frac{۳P}{۴A}$, $\frac{۳P}{۴A}$

۱۷ـ با فرض ثابت بودن سطح مقطع میله‌ی همگن BC و ثابت بودن تنش مجاز کششی σ، مساحت سطح مقطع این میله‌ی بر حسب P، α و σ کدام است؟

(مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{P\sin\alpha}{\sigma}$

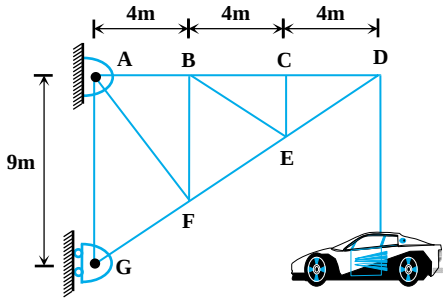
۲) $\frac{P\cos\alpha}{\sigma}$

۳) $\frac{P}{\sigma\sin\alpha}$

۴) $\frac{P}{\sigma}\tan\alpha$

۱۸ـ خودرویی به جرم ۱۸۰۰kg توسط خرپایی تحمل می‌شود. چنانچه قطر میله AB معادل ۱۵ میلی‌متر باشد، مقدار تنش عمودی در میله AB چند $\frac{MN}{m^۲}$ است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۱۳

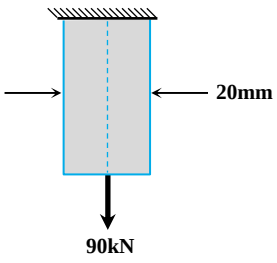
۲) ۹۰

۳) ۱۳۵

۴) ۲۰۳

۱۹ـ یک میله‌ی فولادی به قطر ۲ سانتی‌متر تحت بار کششی ۹۰ کیلونیوتن به نقطه‌ی تسلیم رسیده است. تنش کششی متوسط این میله چقدر خواهد بود؟ (عدد $\pi = ۳$ بگیرید)

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۶)



۱) ۹ MPa

۲) ۹۰ MPa

۳) ۳۰ MPa

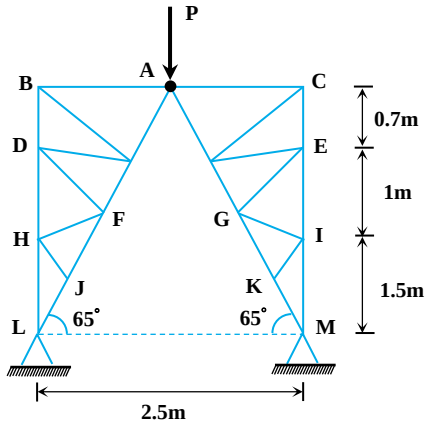
۴) ۳۰۰ MPa

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ در خرپای شکل زیر اگر نیروی $P = 4kN$ و سطح تمامی اعضاء خرپا $A = 20cm^2$ باشد، تنش محوری ایجاد شده در عضو IK چقدر می‌باشد.

(مهندسی معدن ـ سراسری۸۶)



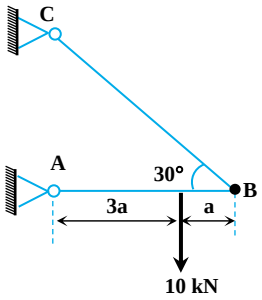
۱) $-8MPa$

۲) صفر

۳) $5MPa$

۴) $10MPa$

۲۱ـ در شکل زیر اگر سطح مقطع میله‌ها هر کدام $10cm^2$ باشد، تنش در میله BC بر حسب MPa چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)



۱) ۷/۵

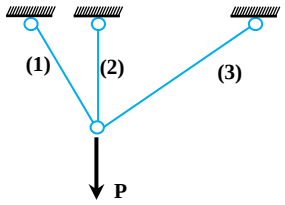
۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

۲۲ـ در شکل زیر طراحی چنان انجام شده که زیر اثر بار P تنش در میله‌های ۱، ۲، ۳ به ترتیب $0/7\sigma_\omega$، $0/9\sigma_\omega$ و $0/5\sigma_\omega$ است. ضریب اطمینان $\frac{5}{3}$ می‌باشد. بار P در چه ضریبی ضرب شود تا یکی از میله‌ها به تسلیم برسد؟

(مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)



۱) $\frac{3}{5}$

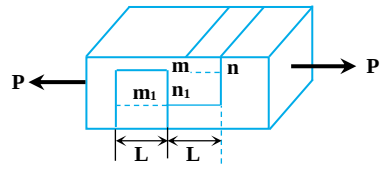
۲) ۱/۵

۳) $\frac{5}{3}$

۴) $\frac{5}{2/7}$

۲۳ـ با توجه به شکل زیر مقدار mn_1 چند cm است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

ـ تنش برشی چوب $7kPa$ ـ تنش کششی چوب $56kPa$ ـ مقدار نیروی کششی معادل $4536N$ ـ عرض چوب $b = 25/4cm$



۱) ۲/۵۴

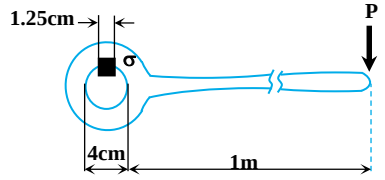
۲) ۳۱/۸

۳) ۵/۰۸

۴) ۶/۳۶

۲۴ـ اهرمی مطابق شکل به طول ۱ متر از مرکز محوری به قطر $4cm$، توسط نیروی P، می‌تواند محور را بچرخاند. محور توسط خار به ابعاد مقطع $1/25cm$ و به طول $5cm$، متصل شده است. نیروی P چقدر باشد تا تنش متوسط برشی در خار از $60MN/m^2$ تجاوز نکند؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)



۱) ۶۰۰N

۲) ۶۵۰N

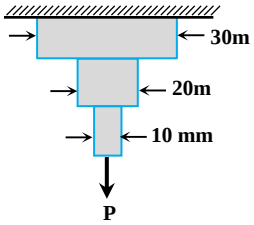
۳) ۷۵۰N

۴) ۹۵۰N

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ تحمل تاب باربری نیروی P به میله نشان داده شده در شکل با $S.F = ۲$ و $u.T.S = ۵۰۰MPa$ و $\pi = ۳$ $\sigma_T = ۵۰۰MPa$، بر حسب kN چقدر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



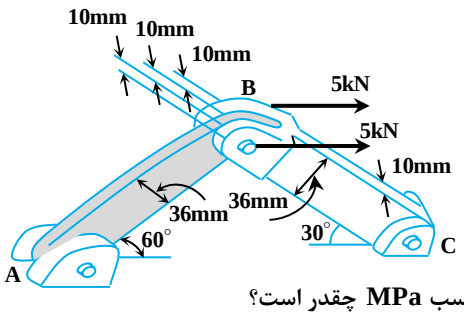
۱) ۱۷/۵۰
۲) ۱۸/۷۵۰
۳) ۱۹/۰
۴) ۱۹/۲۵۰

۲۶ـ ماده ایزوتروپ (Isotropic) چه ماده‌ای است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) خواص ماده در تمامی جهات یکسان است.
۲) خواص مکانیکی ماده در تمامی نقاط یکسان است.
۳) خواص مکانیکی ماده در تمامی نقاط در سه جهت یکسان است.
۴) خواص مکانیکی در یک نقطه در سه جهت یکسان اما از یک نقطه به نقطه دیگر خواص تغییر می‌کند.

۲۷ـ در شکل زیر تنش در میله‌ی AB چند MPa است؟ (در هر اتصال قطر پین معادل ۱۲mm می‌باشد.)

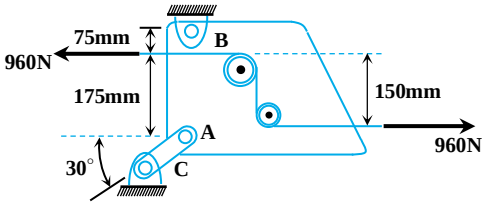
(مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) ۱۳/۸(MPa)
۲) ۲۰/۸(MPa)
۳) ۲۳/۸(MPa)
۴) ۳۵/۸(MPa)

۲۸ـ میله AC مقطع مستطیلی به ابعاد ۱۲mm×۳ دارد. تنش عمودی در وسط میله AC بر حسب MPa چقدر است؟

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۹)

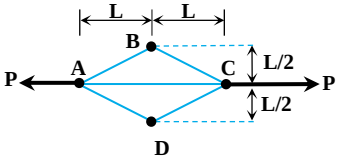


۱) ۹/۲۵
۲) ۱۸/۵
۳) ۲۴
۴) ۳۷

درسنامه (۲): انواع کرنش‌ها

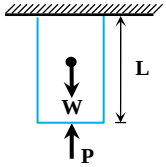
۲۹ـ میله‌های شکل، همه از یک جنس با مدول ارتجاعی E و با سطح مقطع A می‌باشند. زیر اثر بار P، دو نقطه B و D چقدر به هم نزدیک می‌شوند؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) صفر
۲) $\frac{PL}{AE}$
۳) $\frac{۲PL}{AE}$
۴) $\frac{۴PL}{AE}$

۳۰ـ میله‌ای به وزن W به طول L و سطح مقطع A و مدول الاستیسیته E مطابق شکل از یک تکیه‌گاه آویزان شده است. برای جبران تغییر طول در اثر وزن میله نیروی P را در انتهای میله مطابق شکل اعمال می‌کنیم. مقدار نیروی P چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



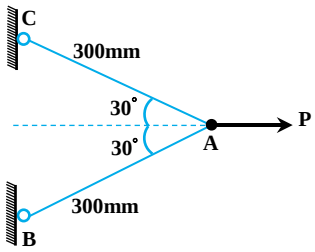
۱) $P = \frac{W}{۳}$
۲) $P = \frac{W}{۲}$
۳) $P = W$
۴) $P = ۲W$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱ـ اگر نیروی **P** باعث گردد که نقطه **A** به مقدار **۲ mm** در جهت افقی تغییر مکان دهد. مطلوبست تعیین کرنش محوری در کابل **CA**.

(مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۱)



۱) $۴/۸\times۱۰^{-۳}\ \frac{mm}{mm}$

۲) $۳/۸\times۱۰^{-۳}\ \frac{mm}{mm}$

۳) $۶/۸\times۱۰^{-۳}\ \frac{mm}{mm}$

۴) $۵/۸\times۱۰^{-۳}\ \frac{mm}{mm}$

۳۲ـ از یک آزمایش تست کششی اطلاعات مربوط به تنش و کرنش طبق جدول زیر به دست آمده است. مطلوبست تعیین مدول الاستیسیته این ماده.

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)

σ(MPa)	ε
۰	۰
۲۳۰	۰/۰۰۰۸
۳۱۴	۰/۰۰۱۲

۱) حدود ۲۸۰MPa

۲) حدود ۲۸۰GPa

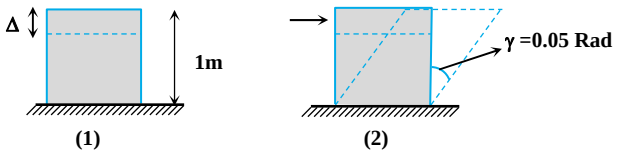
۳) حدود ۹۹۰GPa

۴) حدود ۹۹۰MPa

۳۳ـ مصالحی تحت آزمایش فشاری ساده قرار گرفته است و نتایج روبرو به دست آمده است (شکل ۱): $\begin{cases}\sigma=۰\\ \Delta=۰\end{cases}\ \begin{cases}\sigma=۴۰\\ \Delta=۴mm\end{cases}$

اگر این مصالح تحت تأثیر نیروی جانبی مطابق شکل (۲) به اندازه $\gamma=۰/۰۵rad$ کرنش برشی از خود نشان دهد، مقدار τ نظیر در این آزمایش چند مگاپاسکال است؟ ($\nu=۰/۳$ فرض شود)

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱۹۲

۲) ۲۰۰

۳) ۱۰۰

۴) مقدار τ قابل محاسبه نیست.

۳۴ـ اگر مقدار ضریب الاستیسیته معادل ۷×۱۰^{۵} (Pa) و ضریب پواسون معادل ۰/۲۵ و مقدار تنش برشی ۷۰۰(Pa) باشد، آنگاه مقدار کرنش برشی چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

۱) ۰/۰۰۱۲۵

۲) ۰/۰۰۲۵

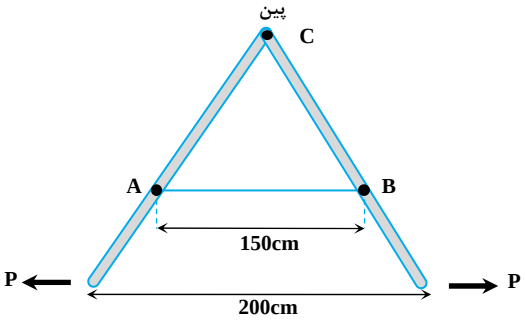
۳) ۰/۰۲۵

۴) ۰/۰۱۲۵

درسنامه (۳): تغییرات طول میله تحت بارگذاری‌های محوری

۳۵ـ سطح مقطع کابل **AB**، ۱/۵۰ سانتیمتر مربع و مدول الاستیسیته آن $۱۰\times۱۰^{۴}\ kg/cm^{۲}$ می‌باشد. چنانچه تغییر طول آن ۲ میلی‌متر باشد نیروی **P** کدام است؟ (بر حسب کیلوگرم)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) ۸۵

۲) ۱۵۰

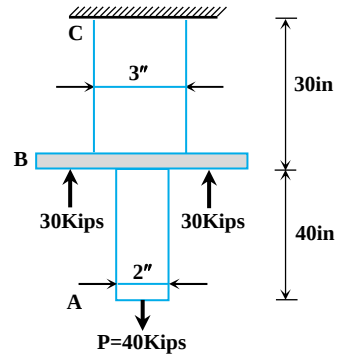
۳) ۲۱۰

۴) ۳۰۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ دو میله استوانه‌ای توپر مطابق شکل در B به هم وصل و بارگذاری شده‌اند. میله‌ی AB از فولاد $E = ۲۹\times۱۰^{۶}$ Psi و میله‌ی BC از برنج با $E = ۱۵\times۱۰^{۶}$ Psi ساخته شده است. مطلوب است کل تغییر شکل میله مرکب ABC. (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



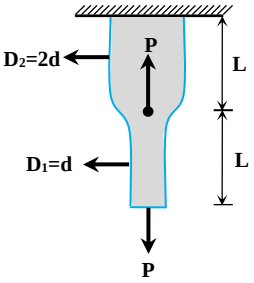
۱) $\delta = ۲۲/۹\times۱۰^{-۳}$ in

۲) $\delta = ۲۳/۴\times۱۰^{-۳}$ in

۳) $\delta = +۱۱/۹\times۱۰^{-۳}$ in

۴) $\delta = -۲۲/۹\times۱۰^{-۳}$ in

۳۷ـ تغییر طول انتهای آزاد میله‌ی دایره‌ای بر حسب P و d و L چقدر است؟ (از وزن صرف‌نظر شود) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) $\frac{PL}{\pi Ed^{۲}}$

۲) $\frac{۲PL}{\pi Ed^{۲}}$

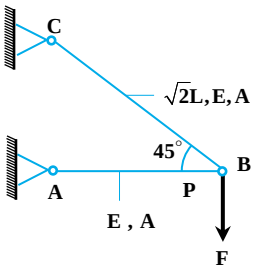
۳) $\frac{۳PL}{\pi Ed^{۲}}$

۴) $\frac{۴PL}{\pi Ed^{۲}}$

۳۸ـ میله‌ای استوانه‌ای به وزن P تحت تأثیر وزن خود آویزان است، چه نیرویی باید بر مرکز ثقل آن به طرف بالا وارد نماییم تا تغییر مکان انتهای آزاد آن صفر شود؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۲)

۱) P ۲) ۲P ۳) ۴P ۴) $\frac{P}{۲}$

۳۹ـ با توجه به شکل و اطلاعات داده شده، مقدار حرکت عمودی نقطه‌ی B برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



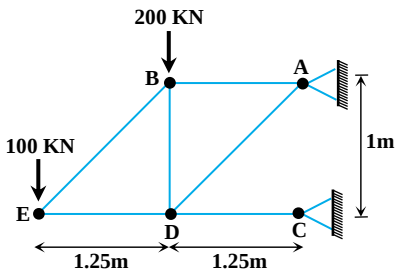
۱) $\frac{FL}{AE}$

۲) $\sqrt{۲}\frac{FL}{AE}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{FL}{AE}$

۴) $(۱+۲\sqrt{۲})\frac{FL}{AE}$

۴۰ـ اگر خرپای زیر از میله‌های فولادی به قطر ۲۵ میلی‌متر ساخته شده باشد؛ برای بارگذاری نشان داده شده افزایش طول میله BD چقدر خواهد بود؟ ($E = ۲۰۰$ GPa و از وزن میله صرف‌نظر کنید.) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



۱) $\delta_{BD} = ۰/۳۰۵۶\times۱۰^{-۳}$ m

۲) $\delta_{BD} = ۳/۰۵۶$dm

۳) $\delta_{BD} = ۳/۰۵۶$cm

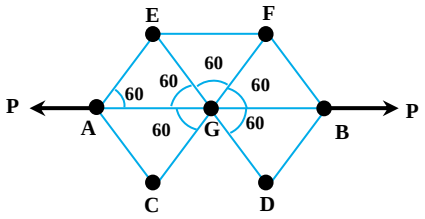
۴) $\delta_{BD} = ۳/۰۵۶$mm

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۱ـ درشکل زیر کلیه میله‌ها به طول **L**، به سطح مقطع **A**، به مدول ارتجاعی **E** می‌باشند. تغییر مکان نسبی **A** به **B** چقدراست؟

(مهندسی عمران ـ سراسری۸۴)



۱) $\frac{PL}{EA}$

۲) $\frac{۲PL}{EA}$

۳) $\frac{۷PL}{EA}$

۴) $\frac{۱۱PL}{EA}$

۴۲ـ ستونی به ارتفاع **h** و با سطح مقطع **A** در اثر نیروی وزن خود چه مقدار کاهش طول خواهد داشت؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{\gamma h^۲}{۲E}$

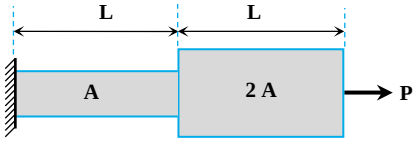
۲) $\frac{\gamma h}{E}$

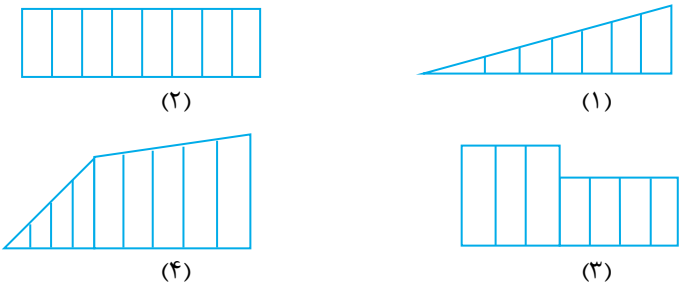
۳) $\frac{\gamma h}{AE}$

۴) $\frac{\gamma h^۲}{AE}$

۴۳ـ نمودار جابجایی طولی میله منشوری نشان داده شده، کدام است؟

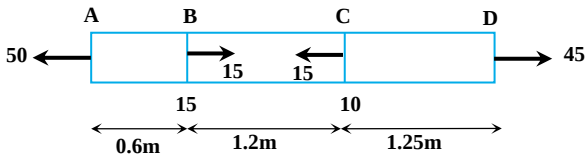
(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)





۴۴ـ یک میله‌ی فولادی با سطح مقطع ثابت $A = ۵۰۰mm^۲$ تحت تأثیر نیروهای نمایش داده شده در شکل قرار گرفته است. تغییر مکان نسبی نقاط **B** و **C** چگونه است: **(E = ۲۰۰Gpa)**

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



۱) نقاط B و C به مقدار ۰/۸۴mm از هم دور می‌شوند.

۲) نقاط B و C به مقدار ۰/۸۴mm به هم نزدیک می‌شوند.

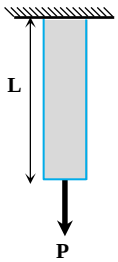
۳) نقاط B و C به مقدار ۰/۴۲mm به هم نزدیک می‌شوند.

۴) نقاط B و C به مقدار ۰/۴۲mm از هم دور می‌شوند.

۴۵ـ مقدار تغییر مکان انتهای آزاد میله شکل زیر تحت اثر نیروی **P**، واقع در انتهای پایین آن کدام گزینه است؟

(وزن واحد طول میله **W** مدول الاستیسیته آن **E** و طول و سطح مقطع میله به ترتیب **L** و **A** می‌باشند.)

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{L}{AE}(W+P)$

۲) $\frac{L}{۲AE}(WL+P)$

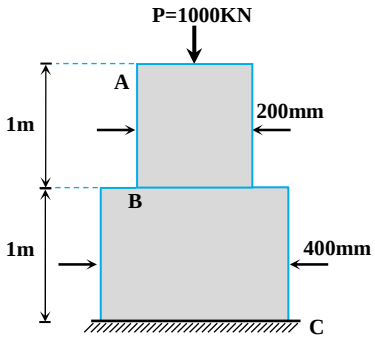
۳) $\frac{L}{AE}(\frac{WL}{۲}+P)$

۴) $\frac{L}{AE}(\frac{WL}{۴}+P)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۶ـ دو میله‌ی استوانه‌ای توپر AB و BC مطابق شکل زیر به هم متصل شده‌اند که قطر AB نصف BC است ولی طول‌های آن‌ها برابر است. اگر نیروی عمودی $p = ۱۰۰۰KN$ در نقطه‌ی A وارد شود و $E = ۲۰۰GPa$ برای میله AB و $E = ۱۰۰GPa$ برای میله‌ی BC باشد، نسبت تغییر شکل میله‌ی BC به تغییر شکل در میله‌ی AB $(\frac{\delta BC}{\delta AB})$ کدام است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۵)



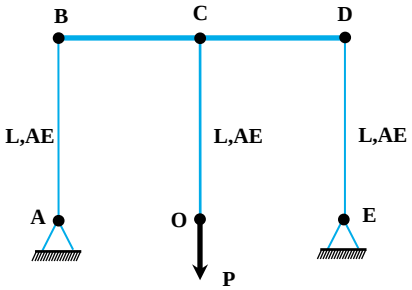
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۳

۴) ۲

۴۷ـ تغییر مکان نقطه O در صورت صلب بودن عضو BCD چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۶)



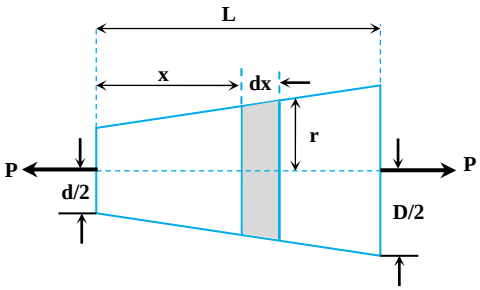
۱) $\frac{PL}{AE}$

۲) $\frac{۳PL}{۲AE}$

۳) $\frac{PL}{۲AE}$

۴) $\frac{PL}{۳AE}$

۴۸ـ اگر تغییر طول میله مخروطی نشان داده شده تحت تأثیر نیروی P برابر δ باشد، حاصل‌ضرب $D \times d$ کدام است؟ (مدول الاستیسیته جنس میله برابر E فرض می‌شود) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)



۱) $\frac{PL}{\pi.\delta.E}$

۲) $\frac{۲PL}{\pi.\delta.E}$

۳) $\frac{PL}{۴\pi.\delta.E}$

۴) $\frac{۴PL}{\pi.\delta.E}$

۴۹ـ کاهش ارتفاع مکعبی در اثر نیروی وزن خود برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)

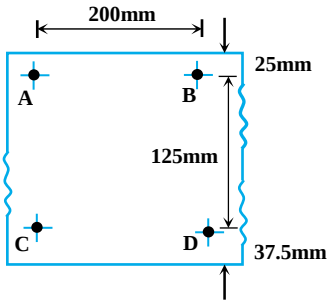
۱) $\frac{\gamma h^۲}{۲E}$

۲) $\frac{\gamma h^۲}{E}$

۳) $\frac{\gamma h^۲}{۳E}$

۴) $\frac{\gamma h}{۲E}$

۵۰ـ چنانچه مقطع طولی سازه زیر تحت اثر نیروهای عمودی قرار داشته و فواصل بین نقاط A و B به اندازه یک میلی‌متر افزایش و بین C و D به مقدار ۹ میلی‌متر کاهش یابد مقدار تغییر طول در قسمت فوقانی آن چند میلی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)



۱) ۳

۲) ۱۰

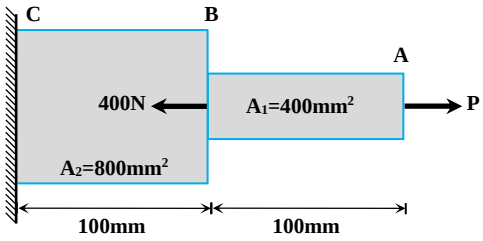
۳) ۱۲

۴) ۱۳/۸

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۱ـ برای صفر بودن تغییر مکان نقطه **A**، نیروی **P** باید کدام مقدار را دارا باشد؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۶)



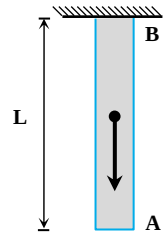
۱) $\frac{۱۰۰}{۳}$

۲) $\frac{۲۰۰}{۳}$

۳) $\frac{۵۰۰}{۳}$

۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

۵۲ـ تغییر مکان انتهای آزاد **A** میله‌ی **AB** تحت اثر وزن خودش کدام است؟ سطح مقطع میله ثابت و برابر **A** است و وزن واحد طول آن برابر $w\frac{N}{m}$ می‌باشد. (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{wL^۲}{۲AE}$

۲) $\frac{wL^۲}{AE}$

۳) $\frac{wL}{AE}$

۴) $\frac{wL}{۲AE}$

۵۳ـ تغییر طول میله‌ای به طول **L** و به مدول ارتجاعی **E** زیر اثر نیروی محوری کششی **F** چقدر است؟ (مساحت مقطع میله متغیر است در یک طرف میله $A_۰$ و در طرف دیگر $۲A_۰$ است و تغییرات مساحت در طول میله خطی است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

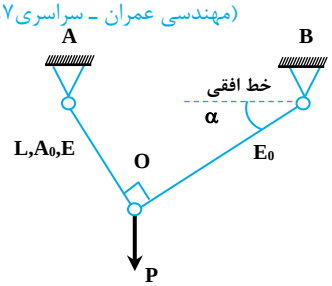
۱) $\frac{FL}{۲A_۰E}$

۲) $\frac{FL}{A_۰E}\log ۲$

۳) $\frac{۲FL}{۳A_۰E}$

۴) $\frac{FL}{A_۰E}\log ۳$

۵۴ـ در سازه نشان داده شده در شکل زیر، سطح مقطع میله **OB** را تعیین نمایید به صورتی که تحت اثر بار قائم **P** مفصل **O** تغییر مکان افقی ندهد. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



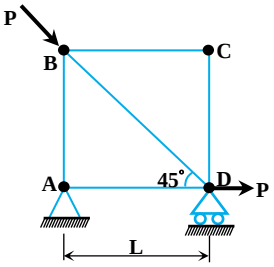
۱) $A_۰\frac{E}{E_۰}\cot g\alpha$

۲) $A_۰\tan\alpha$

۳) $A_۰\cot g\alpha$

۴) $A_۰\frac{E}{E_۰}\tan\alpha$

۵۵ـ در شکل زیر، تغییر طول میله **BD** برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶ و ۸۷)



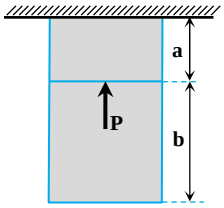
۱) $\frac{\sqrt{۲}PL}{۲EA}$

۲) $\frac{PL}{EA}$

۳) $\sqrt{۲}\frac{PL}{EA}$

۴) $\frac{PL}{\sqrt{۲}EA}$

۵۶ـ میله‌ای با مقطع یکنواخت مطابق شکل بارگذاری شده است. مقدار جابجایی قسمت آزاد آن چقدر است؟ (**W** وزن واحد حجم میله است.) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{w(a+b)^۲}{۲EA}-\frac{Pa}{AE}$

۲) $\frac{w(a+b)^۲}{۲E}-\frac{Pb}{AE}$

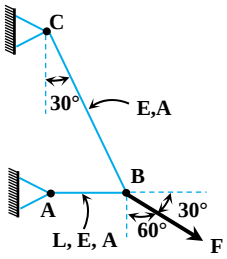
۳) $\frac{w(a+b)^۲}{۲E}-\frac{Pa}{AE}$

۴) $\frac{w(a+b)^۲}{۲EA}-\frac{Pb}{AE}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۷ـ با توجه به شکل و اطلاعات ارائه شده، میزان حرکت افقی نقطه **B** چقدر می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{۳}{۲}\frac{FL}{AE}$

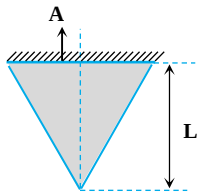
۲) $\sqrt{۳}\frac{FL}{AE}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\frac{FL}{AE}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\frac{FL}{AE}$

۵۸ـ یک جسم مخروطی شکل که از سمت قاعده آن آویزان شده است، تحت اثر وزن خود افزایش طولی می‌دهد. چنانچه ارتفاع مخروط برابر **L** و سطح قاعده آن برابر **A** و وزن مخصوص آن **γ** فرض شود. مطلوبست محاسبه افزایش طول مخروط؟

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۵ و ۸۸ و مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



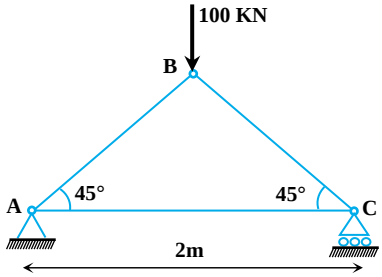
۱) $\Delta = \frac{\gamma L^۲}{۳EA}$

۲) $\Delta = \frac{\gamma L^۲}{۶E}$

۳) $\Delta = \frac{\gamma L^۲}{۶EA}$

۴) $\Delta = \frac{۲\gamma L}{A}$

۵۹ـ یک خرپا مطابق شکل زیر مفروض است. کلیه اعضای تشکیل‌دهنده خرپا دارای سطح مقطع $۱۰۰mm^۲$ و از جنس فولاد با ضریب ارتجاعی $E = ۲\times۱۰^۵ \frac{N}{mm^۲}$ می‌باشند، تغییر مکان افقی مفصل **C** بر حسب میلی‌متر چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)



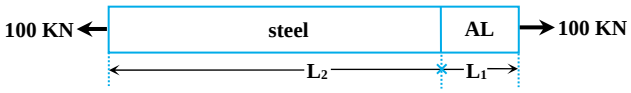
۱) ۳/۲۵

۲) ۵

۳) ۷/۵

۴) ۱۰

۶۰ـ یک استوانه توپر به قطر ۵۰ میلی‌متر و طول ۹۰۰ میلی‌متر تحت اثر نیروی کششی ۱۰۰ کیلو نیوتن قرار دارد. قسمتی از این استوانه به طول $L_۲$ از جنس فولاد و قسمتی از جنس آلومینیوم و به طول $L_۱$ می‌باشد. طول $L_۱$ طوری که افزایش طول دو مصالح یکسان باشد، بر حسب میلی‌متر چقدر است؟ ($E_s = ۲\times۱۰^۵$ و $E_{Al} = ۰/۷\times۱۰^۵$ مگاپاسکال می‌باشد.) (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)



۱) ۲۳۴

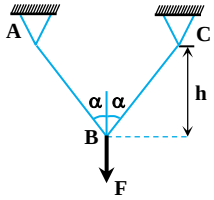
۲) ۲۴۵

۳) ۲۵۰

۴) ۲۵۲

۶۱ـ تغییر مکان قائم مفصل **B**، با فرض اینکه صلبیت محوری هر دو عضو خرپای نمایش داده شده در شکل **EA** باشد، کدام است؟

(مهندسی مکانیک جامدات ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{Fh}{EA\cos^۲\alpha}$

۲) $\frac{Fh}{EA\cos^۳\alpha}$

۳) $\frac{Fh}{۲EA\cos^۳\alpha}$

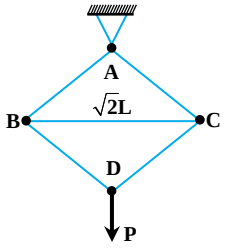
۴) $\frac{Fh}{۲EA\cos^۲\alpha}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۲ـ در سازه نشان داده شده میله **BC** صلب است. جابه‌جایی نقطه **D** کدام است؟ (**AE** و **L** برای کلیه اعضای مورب ثابت است).

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{PL}{AE}$

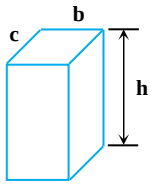
۲) $\frac{2PL}{AE}$

۳) $\frac{PL}{2AE}$

۴) $\frac{\sqrt{2}PL}{AE}$

۶۳ـ بلوک زیر تحت اثر وزن خود قرار دارد. مقدار تغییر طول آن چقدر است؟ (**γ** وزن مخصوص جسم می‌باشد)

(مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{\gamma h}{E}$

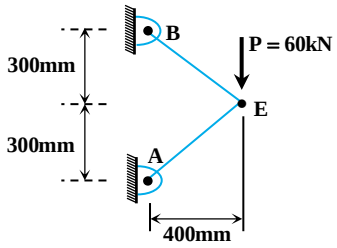
۲) $\frac{\gamma h}{2E}$

۳) $\frac{\gamma^2 h}{2E}$

۴) $\frac{\gamma h^2}{2E}$

۶۴ـ هر یک از دو عضو خرپای شکل زیر فولادی ($E = 200Gpa$) و با سطح مقطع $100mm^2$ می‌باشند. تغییر مکان عمودی نقطه **E** در اثر نیروی **۶۰kN** چند میلی‌متر است؟

(مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) ۰/۹

۲) ۱/۵

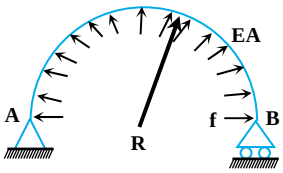
۳) ۲/۱

۴) ۲/۵

۶۵ـ در شکل زیر جابجایی افقی نقطه **B** را محاسبه نمایید.

(حلقه تحت فشار داخلی یکنواخت **f** بوده و خمش وجود نداشته و از برش نیز صرف‌نظر نمایید).

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{fR^2}{EA}$

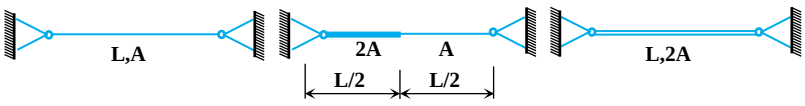
۲) $\frac{fR^2}{2EA}$

۳) $4\frac{fR^2}{EA}$

۴) $2\frac{fR^2}{EA}$

درسنامه (۴): تنش و کرنش حرارتی

۶۶ـ در میله‌های شکل زیر که از یک جنس می‌باشند درجه حرارت، ΔT افزایش می‌یابد. تنش ماکزیمم در کدام میله بیشتراست؟(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۱) شکل ۱

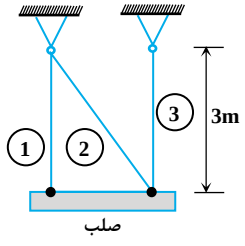
۲) شکل ۲

۳) شکل ۳

۴) تنش هر سه میله مساوی است.

۶۷ـ تنش در میله‌های شکل زیر به شرح زیر است: $\sigma_1 = \sigma_3 = 100MPa$, $\sigma_2 = 0$ درجه حرارت هر سه میله ۲۰ درجه سانتی‌گراد افزایش می‌یابد، تنش در هر میله بر حسب **MPa** چقدر است؟ ($E = 2\times10^5\ MPa$, $\alpha = 11\times10^{-6}/^{\circ}C$)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) $\sigma_1 = \sigma_3 = 100$ و $\sigma_2 = 0$

۲) $\sigma_1 = \sigma_3 = 144$ و $\sigma_2 = 44$

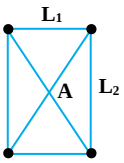
۳) $\sigma_1 = \sigma_3 = 56$ و $\sigma_2 = -44$

۴) $\sigma_1 = 144$ $\sigma_2 = 0$ و $\sigma_3 = -56$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۸ـ در شکل زیر جنس و سطح مقطع همه میله‌ها یکی است. دو میله مایل در A به هم اتصالی ندارند. در اثر افزایش درجه حرارت چه تنشی در میله‌ها به وجود می‌آید؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



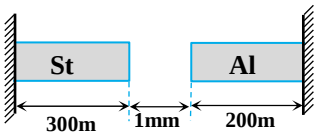
۱) تنشی ایجاد نمی‌شود.

۲) در تمام میله‌ها تنش فشاری ایجاد می‌شود.

۳) در میله‌های مایل تنش کششی و در بقیه میله‌ها تنش فشاری ایجاد می‌شود.

۴) در میله‌های مایل تنش فشاری و در بقیه میله‌ها تنش کششی ایجاد می‌شود.

۶۹ـ در شکل زیر در صورتی که هر دو میله به اندازه $80^{\circ}C$ حرارت داده شوند چه وضعیتی حاصل می‌شود؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



$(\alpha_{AL} = \frac{23\times10^{-6}}{C^{\circ}}\ ,\ \alpha_{s} = \frac{11\times10^{-6}}{C^{\circ}})$

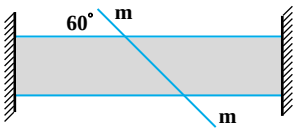
۱) دو میله به یکدیگر نمی‌رسند و تنشی نیز ایجاد نخواهد شد.

۲) دو میله به یکدیگر می‌رسند و تحت تنش قرار می‌گیرند.

۳) افزایش طول دو میله بیش از فاصله آزادی بین آن‌ها خواهد بود.

۴) افزایش طول دو میله یکسان و نصف فاصله آزاد بین خود را پر می‌کنند.

۷۰ـ در شکل زیر میله فلزی در دمای $24^{\circ}c$ دقیقاً در بین تکیه‌گاه‌های صلب قرار می‌گیرد اگر دما را به 97° افزایش دهند تنش عمودی در مقطع مایل mm چند بار است؟ (ضریب انبساط حرارتی میله 12×10^{-6} و ضریب ارتجاعی آن $E = 21\times10^{5}$ بار است). (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



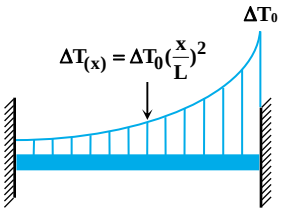
۱) ۱۳۵۷/۶

۲) ۱۳۶۲/۴

۳) ۱۳۶۵/۳

۴) ۱۳۷۹/۷

۷۱ـ میله‌ای را که بین دو تکیه‌گاه ثابت قرار دارد مطابق شکل به طور غیریکنواخت حرارت داده‌ایم. مقدار تنش عمودی در میله شکل زیر برابراست با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



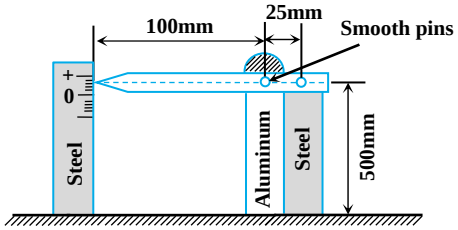
۱) $E\alpha\Delta T_{\circ}$

۲) $\frac{E\alpha\Delta T_{\circ}}{2}$

۳) $\frac{E\alpha\Delta T_{\circ}}{3}$

۴) $\frac{E\alpha\Delta T_{\circ}}{4}$

۷۲ـ مقدار جابجایی نوک سوزن نسبت به نقطه‌ی (O) برای هنگامی که افزایش درجه حرارت معادل $50^{\circ}C$ باشد چند میلی‌متر است؟ ($\alpha = 12\times10^{-6}\ ^{\circ}C$ فولاد و $\alpha = 23\times10^{-6}\ ^{\circ}C$ آلومینیم می‌باشد) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)



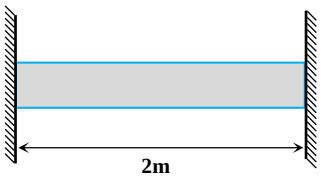
۱) ۰/۸

۲) ۳/۱

۳) ۱/۴

۴) ۲/۶

۷۳ـ میله‌ای مطابق شکل توسط دو عدد تکیه‌گاه نگه داشته شده است، چنانچه درجه‌ی حرارت از $300^{\circ}k$ به $285^{\circ}k$ نزول کند، میزان تنش ایجاد شده در میله چند MPa است؟ $L = 2m\ ,\ A = 1500mm\ ,\ \alpha = 20\times10^{-6}\ k^{-1}\ ,\ E = 120GNm^{-2}$ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\sigma = 18$

۲) $\sigma = 36$

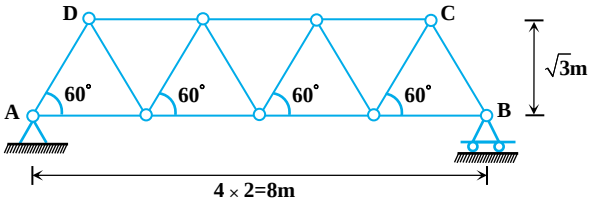
۳) $\sigma = 46$

۴) $\sigma = 72$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۴ـ جابجایی نقطه B در اثر $20^\circ C$ تغییر درجه حرارت چقدر است؟ $(E = 2\times10^5\ MPa, \alpha = 11\times10^{-6}\ ^\circ C)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) ۱/۷۶ میلی‌متر
۲) ۲/۴۲ میلی‌متر
۳) ۳/۰۸ میلی‌متر
۴) ۳/۵۲ میلی‌متر

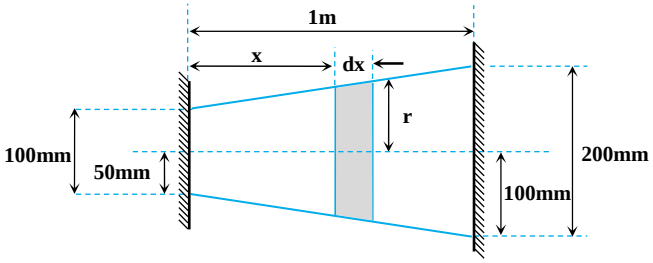
۷۵ـ در مصالح ایزوتروپیک، تغییر درجه حرارت، چه تغییری در کرنش‌های برشی به وجود می‌آورد؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)

۱) کرنش‌های برشی متناسب با تغییرات درجه حرارت می‌باشد.
۲) کرنش‌های برشی متناسب با عکس تغییرات درجه حرارت می‌باشد.
۳) کرنش‌های برشی متناسب با مجذور تغییرات درجه حرارت می‌باشد.
۴) تغییر درجه حرارت هیچ‌گونه کرنش برشی تولید نمی‌کند.

۷۶ـ میله‌ای مخروطی از جنس فولاد مطابق شکل بین دو تکیه‌گاه نگهداری می‌شود. اگر درجه حرارت $20K$ کاهش یابد، حداکثر تنش قائم ایجاد شده در میله چند MPa است؟ ($\alpha = 12\times10^{-6}\ K^{-1}$ و $E = 200\ GNm^{-2}$ و عدد پی را معادل سه در نظر بگیرید)

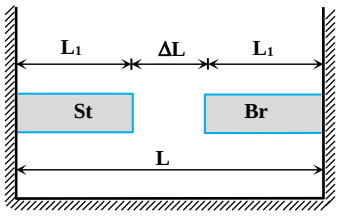
(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۴۸ MPa
۲) ۲۴ MPa
۳) ۹۶ MPa
۴) ۱۹۲ MPa

۷۷ـ در شکل زیر اگر درجه حرارت محیط افزایش یابد به طوری که میله‌های برنجی و فولادی به یکدیگر برسند و به هم نیرو وارد کنند، کدام یک از پاسخ‌ها صحیح است؟ $(E_{St} > E_{Br})$ (ضریب انبساط حرارتی $\alpha_{Br} > \alpha_{St}$) (سطح مقطع $A_{St} = A_{Br}$)

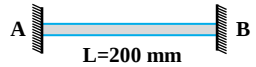
(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۶)



۱) تنش در هر دو میله مساوی خواهد شد.
۲) تنش در میله‌ی فولادی بیشتر از میله‌ی برنجی خواهد شد.
۳) تنش در میله‌ی برنجی بیشتر از میله‌ی فولادی خواهد شد.
۴) کرنش در هر دو میله مساوی خواهد شد.

۷۸ـ میله‌ای در دمای اولیه $T_1 = 20^\circ C$ بین دو تکیه‌گاه صلب قرار دارد بدون آنکه نیرویی به آن وارد شود. دمای میله را به تدریج افزایش می‌دهیم در لحظه تسلیم دمای میله (T_2) بر حسب درجه سانتی‌گراد چقدر است؟ (تنش تسلیم میله $\sigma_y = 240MPa$ و $E = 200Gpa$، ضریب انبساط حرارتی $\alpha = 12\times10^{-6}\ \frac{1}{^\circ C}$ و طول میله $L = 200mm$ می‌باشد.)

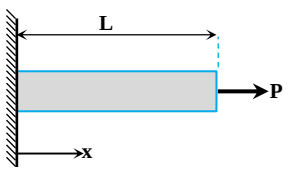
(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) ۱۰۰
۲) ۱۴۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

۷۹ـ در مصالح ایزوتروپیک، تغییر درجه حرارت، چه تغییری در کرنش‌های برشی به وجود می‌آورد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

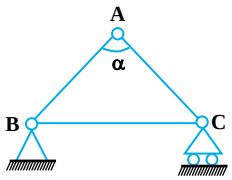


۱) هیچ‌گونه کرنش برشی تولید نمی‌کند.
۲) متناسب با تغییرات درجه حرارت می‌باشد.
۳) متناسب با عکس تغییرات درجه حرارت می‌باشد.
۴) متناسب با مجذور تغییرات درجه حرارت می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۰ـ خرپای نشان داده شده از سه عضو یکسان مطابق شکل تشکیل شده است. اگر دمای عضو BC را به اندازه ΔT افزایش دهیم، کدام یک از عبارت‌های داده شده بیانگر تنش صحیح در میله‌ها می‌باشد. (مهندسی مکانیک جامدات ـ سراسری ۸۹)



۱) $\sigma_{AB}=\sigma_{AC}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sigma_{BC}$

۲) $\sigma_{AB}=\sigma_{AC}=\sigma_{BC}=۰$

۳) $\sigma_{AB}=\sigma_{AC}\neq\sigma_{BC}=۰$

۴) $\sigma_{AB}=\sigma_{AC}=۰ \quad \sigma_{BC}>۰$

۸۱ـ ریل‌های راه‌آهن فولادی $(E=۲۰۰GPa,\alpha=۱۱/۷\times۱۰^{-۶}/^{\circ}C)$ به طول هر یک ۱۲m در دمای $-۱^{\circ}C$ نصب شده است. اگر فاصله خالی بین دو ریل ۶mm باشد، در دمای $۵۲^{\circ}C$ تنش عمودی در ریل بر حسب MPa چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۹)

۱) -۱۲ ۲) -۲۴ ۳) -۳۶ ۴) -۴۸

درسنامه (۵): بارگذاری عمومی

۸۲ـ صفحه‌ای مربعی و نازک به ابعاد ۲۰۰ میلی‌متر در جهت x و ۱۰۰ میلی‌متر در جهت y و ضخامت یک میلی‌متر تحت اثر تنش‌های σ_x و σ_y روی لبه‌ها و در راستای طولی صفحه واقع شده است. چنانچه تحت اثر تنش‌های فوق صفحه مزبور در جهات x و y به ترتیب ۴ و ۲ میلی‌متر تغییر طول داده باشند، تنش‌های σ_x و σ_y برابرند با: (مدول یانگ = E، ضریب پواسون = υ) (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۰)

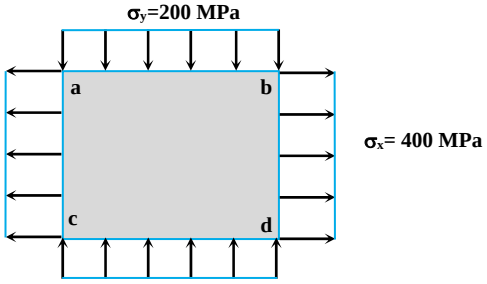
۱) $\sigma_x=\frac{۰/۰۴}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$ $\quad \sigma_y=\frac{۰/۰۴}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$

۲) $\sigma_x=\frac{۰/۰۲}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$ $\quad \sigma_y=\frac{۰/۰۴}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$

۳) $\sigma_x=\frac{۰/۰۲}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$ $\quad \sigma_y=\frac{۰/۰۲}{E}(\frac{۱+\upsilon}{۱-\upsilon^{۲}})$

۴) $\sigma_x=\frac{۰/۰۲}{E}(\frac{۱-\upsilon^{۲}}{۱+\upsilon})$ $\quad \sigma_y=\frac{۰/۰۴}{E}(\frac{۱-\upsilon^{۲}}{۱+\upsilon})$

۸۳ـ یک ورق فولادی به مساحت $۱۵۰cm^{۲}$ و ضخامت ۱cm تحت اثر تنش‌های یکنواختی مطابق شکل قرار گرفته است. مقدار تغییر مساحت بر حسب $mm^{۲}$ کدام است؟ $(E=۲۰۰Gpa, v=۰/۳)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۴/۸۰

۲) ۵/۸۲

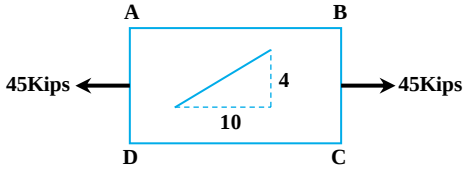
۳) ۱۰/۵

۴) ۱۱/۲۵

۸۴ـ در یک میله منشوری که تحت تأثیر تنش کششی قرار گرفته، نسبت افزایش حجم در واحد حجم به تغییرات سطح مقطع عرضی در واحد سطح $\frac{۳}{۴}$ است. حجم اولیه میله را حساب کنید و در صورتی که افزایش کل حجم ۰/۳۳۶ سانتیمتر مکعب و کرنش طولی ۰/۰۰۳۵ است: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۲۱۸ ۲) ۲۲۴ ۳) ۲۳۲ ۴) ۲۳۸

۸۵ـ روی ورقی از برنج زرد به پهنای BC = ۶in و ضخامت $\frac{۱}{۴}$in و طول خط AB = ۸in خطی به شیب ۴:۱۰ کشیده شده است. به کمک داده‌های زیر وقتی که ورق در معرض بار ۴۵ kips نشان داده شده قرار می‌گیرد، شیب این خط را بیابید. $(E_B=۱۵\times۱۰^{۶}\ Psi,\ G_B=۵/۶\times۱۰^{۶}\ Psi)$ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) شیب $۰/۱۲۸\times۱۰^{-۳}$

۲) شیب $۰/۳۲۷۲\times۱۰^{-۳}$

۳) شیب $۰/۳۹۸\times۱۰^{-۳}$

۴) شیب $۰/۳۳۹\times۱۰^{-۳}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

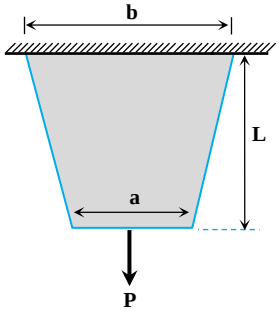
۸۶ـ یک میله به سطح مقطع دایروی به مساحت **A** و یک میله به سطح مقطع مربع به مساحت **A** تحت بار محوری **F** قرار دادند. تغییر سطح کدام میله کمتر است؟ (مقدار **v** و **E** برای هر دو یکسان است) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۲)

۱) میله منشوری است.
۲) میله استوانه‌ای است.
۳) تغییر سطح هر دو میله مساوی هستند.
۴) اگر F کششی باشد میله استوانه‌ای و اگر فشاری باشد میله منشوری است.

۸۷ـ مکعبی فلزی تحت اثر فشار هیدرواستاتیک **۱/۵ MPa** قرار دارد. اگر کرنش حجمی آن معادل $-۱۰^{-۵}$ باشد و مقدار **E = ۲۰۰MPa** فرض شود، مقدار مدول کشیدگی (ضریب انبساط حجمی) آن چند **MPa** است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)

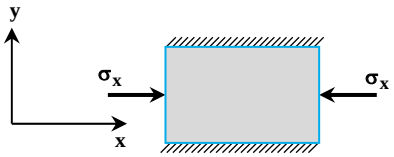
۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

۸۸ـ در شکل زیر، در صورتی که **E** ضریب ارتجاعی قطعه و **ν** ضریب پواسون باشد، کدام گزینه برای اضافه حجم **ΔV** میله درست است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



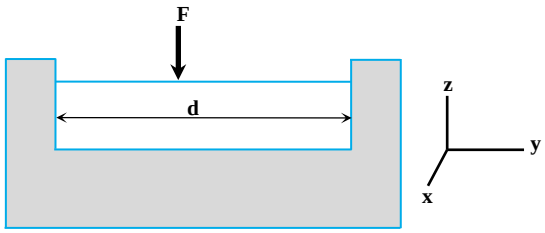
۱) $\Delta V = \frac{PL}{E}(۱-۲\nu)$
۲) $\Delta V = \frac{P}{E}(۱-۲\nu)$
۳) $\Delta V = \frac{E}{PL}(۱-۲\nu)$
۴) $\Delta V = \frac{PL}{E}(\varepsilon_x - ۲\nu)$

۸۹ـ یک جسم دو بعدی را مطابق شکل تحت تأثیر تنش σ_x در راستای **x** قرار می‌دهیم، با فرض اینکه تغییر مکان در راستای **y** مطابق شکل مهار شده است. کدام گزینه رابطه‌ی بین σ_x و کرنش در جهت **x** (ε_x) را نشان می‌دهد؟ (ضرایب الاستیک مصالح صفحه، **E** و **ν** می‌باشند.) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



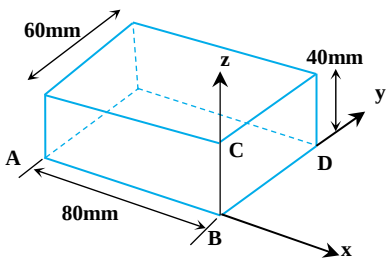
۱) $\sigma_x = E.\varepsilon_x$
۲) $\sigma_x = \frac{E.\varepsilon_x}{(۱+\nu)}$
۳) $\sigma_x = \frac{(۱+\nu)E.\varepsilon_x}{(۱-\nu^۲)}$
۴) $\sigma_x = \frac{E.\varepsilon_x}{(۱+\nu^۲)}$

۹۰ـ استوانه‌ای لاستیکی به قطر **d** در داخل استوانه‌ای فولادی با نیروی **F** بارگذاری می‌شود. کدام یک از روابط زیر جهت بیان مقدار فشار **P** بین لاستیک و دیواره استوانه فولادی صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{۴\nu F}{\pi d^۲(۱-\nu)}$
۲) $\frac{۴\nu F}{\pi d^۲}$
۳) $\frac{۴\nu F}{\pi d^۲(۱+\nu)}$
۴) $\frac{۴F}{\pi d^۲(۱+\nu)}$

۹۱ـ قطعه‌ای فولادی با $E = ۲\times۱۰^۵$ **MPa** و $\nu = ۰/۲۹$ به ابعاد نشان داده شده در شکل در عمق معینی از یک سیال قرار گرفته است. تحت تأثیر فشار سیال طول ضلع **AB** به اندازه **۰/۰۲۴mm** کاسته شده است، فشار سیال **(P)** چند مگاپاسکال است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



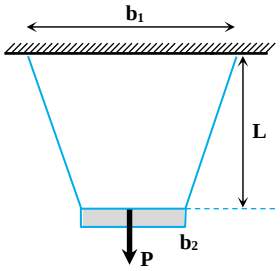
۱) ۳۶
۲) ۷۱/۴
۳) ۱۴۲/۸۵
۴) ۱۸۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۲ـ با توجه به شکل زیر چنانچه تغییر حجم ΔV بعد از بارگذاری به وجود آید، مقدار P اعمالی چقدر خواهد بود؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{E\Delta V}{(1-2\nu)}$
۲) $\frac{E}{(1-2\nu)}$
۳) $\frac{\Delta V}{L(1-2\nu)}$
۴) $\frac{E\Delta V}{L(1-2\nu)}$

۹۳ـ میله‌ای آلومینیومی با مقطع مربع به ضلع ۵۰mm و به طول ۲۵۰mm تحت تأثیر نیروی محوری قرار گرفته است. اگر کرنش در راستای بار ۰/۰۰۱ باشد و ضریب پواسون آلومینیوم ۰/۳۳ باشد، میزان تغییر حجم چند mm^3 است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)

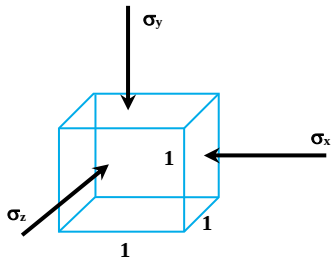
۱) $\Delta V = 53/125$
۲) $\Delta V = 106/25$
۳) $\Delta V = 212/5$
۴) $\Delta V = 425$

۹۴ـ کدام یک از گزینه‌های زیر در ارتباط با تغییر حجم نسبی (ضریب حجم) صادق است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)

۱) کرنش‌های برشی موجب بیشترین تغییرات در حجم می‌گردند.
۲) تغییر حجم نسبی متناسب با جمع جبری تمام تنش‌های قائم نیست.
۳) کرنش‌های برشی هیچ‌گونه تغییری در حجم به وجود نمی‌آورند.
۴) هیچ‌کدام

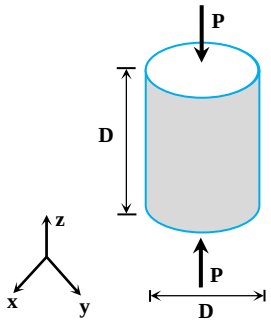
۹۵ـ در شکل زیر مدول کشیدگی (نسبت تنش هیدرواستاتیکی به کرنش حجمی) به ازای $\nu = \frac{1}{3}$ چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{E}{3}$
۲) E
۳) $3E$
۴) $\frac{2}{3}E$

۹۶ـ نمونه استوانه‌ای شکل زیر با قطر و ارتفاع D زیر اثر نیروی محوری P که به طور یکنواخت در مقطع تقسیم شده از بالا و پایین قرار گرفته است. در صورتی که از تغییر شکل جانبی استوانه جلوگیری شود، مطلوبست تغییر طول استوانه: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) $\Delta_z = \frac{4P}{\pi D^2.E}\cdot\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu}$
۲) $\Delta_z = \frac{4P}{\pi D^2.E}\cdot\frac{1-\nu}{1-\nu-2\nu^2}$
۳) $\Delta_z = \frac{4P}{\pi D.E}\cdot\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu}$
۴) $\Delta_z = \frac{4P}{\pi D.E}\cdot\frac{1-\nu}{1-\nu-2\nu^2}$

۹۷ـ اگر جسمی تحت اثر برش مطلق باشد آنگاه مقدار تغییر حجم نسبی آن ..... (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)

۱) صفر می‌شود.
۲) نصف می‌شود.
۳) دو برابر می‌شود.
۴) سه برابر می‌شود.

۹۸ـ برای جسمی که تحت فشار هیدرواستاتیکی قرار دارد و ضریب پواسون آن $\nu = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه مقدار مدول کشیدگی برابر کدام است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)

۱) ν
۲) ε
۳) σ
۴) E

۹۹ـ کاهش حجم یک کره توپر فولادی به قطر ۲۵cm تحت اثر فشار هیدرواستاتیکی یکنواخت معادل (Pa)۷۰۰ چقدر است؟ (ضریب پواسون ۰/۳ و ضریب الاستیسیته 21×10^5 Pa فرض شود.) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)

۱) $-0/0004$
۲) $-0/0005$
۳) $0/0012$
۴) $-0/0013$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۰ـ میله‌ای با سطح مقطع $50mm^2$ تحت تأثیر نیروی کششی $20KN$ قرار دارد. اگر $E = 200GPa$ و $\nu = 0/3$ باشد، نسبت انبساط حجمی آن برابر خواهد بود با:

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)

۱) 4×10^{-4} ۲) 8×10^{-4} ۳) $1/4\times10^{-3}$ ۴) $2/8\times10^{-3}$

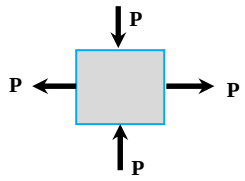
۱۰۱ـ اگر K معرف مدول حجمی و E معرف ضریب الاستیسیته و υ ضریب پواسون باشد، آنگاه برای شرایط هیدرواستاتیک خواهیم داشت:

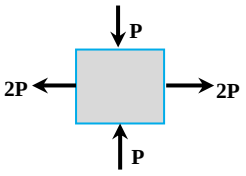
(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)

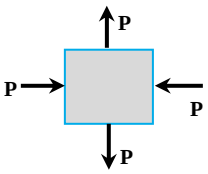
۱) $K = 3E(1-2\upsilon)$ ۲) $E = \frac{3}{K}(1-2\upsilon)$ ۳) $E = 3K(1-2\upsilon)$ ۴) $K = \frac{E}{3}(1-2\upsilon)$

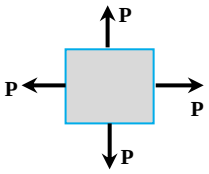
۱۰۲ـ در کدام یک از المان‌های زیر تغییر حجم آن ماکزیمم است؟

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۷)

۱)


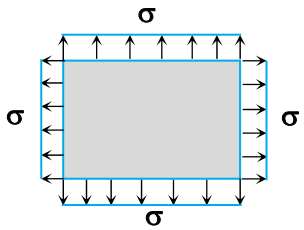
۲)


۳)


۴)


۱۰۳ـ یک ورق نازک به ضخامت $6mm$ مطابق شکل تحت تنش $\sigma = 100\frac{N}{mm^2}$ در لبه‌های خود قرار دارد. اگر ضریب ارتجاعی ورق $E = 2\times10^5\frac{N}{mm^2}$ و $\upsilon = 0/25$ باشد، تغییر ضخامت ورق بر حسب میلی‌متر چقدر خواهد بود؟

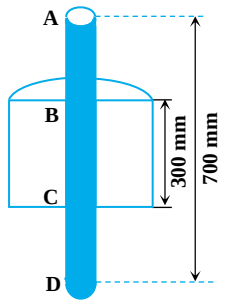
(مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)



۱) ۰/۰۰۲۱
۲) ۰/۰۰۳۵
۳) ۰/۰۰۵
۴) ۰/۰۰۱۵

۱۰۴ـ میله برنجی AD در محدوده BC تحت فشار هیدرواستاتیکی $60MPa$ قرار دارد. تغییر طول میله AD با فرض $E = 100GPa$ و $\upsilon = \frac{1}{3}$ در کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

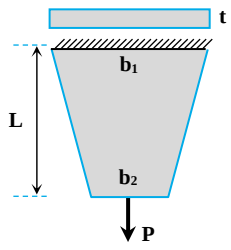
(مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)



۱) $\delta_y^{طول} = 0/3\times10^{-3}\ m$
۲) $\delta_y^{طول} = 0/12\times10^{-3}\ m$
۳) $\delta_y^{طول} = 0/15\times10^{-3}\ m$
۴) $\delta_y^{طول} = 0/27\times10^{-3}\ m$

۱۰۵ـ یک ورق فولادی با ضریب ارتجاعی E، ضریب پواسون ν، ضخامت ثابت t و عرض متغیر نشان داده شده در شکل که از وزن آن صرف‌نظر گردیده است تحت اثر نیروی محوری P قرار گرفته است. تغییر حجم آن چقدر است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

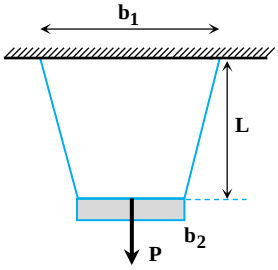


۱) $\frac{PL}{E}(1-\nu)$
۲) $\frac{PL}{E}(1-2\nu)$
۳) $\frac{PL}{2E}(1-\nu)$
۴) $\frac{(b_1+b_2)PL}{2Et}(1-2\nu)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۶ـ میله‌ی شکل زیر با مدول یانگ **E** و سطح مقطع **A** و ضریب پواسون **υ** تحت بار محوری **P** قرار گرفته و همزمان به اندازه **ΔT** دمای آن تغییر می‌کند. تغییر حجم میله چقدر خواهد بود؟ (از وزن میله صرف‌نظر می‌شود.) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



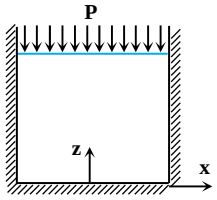
۱) $\frac{PL}{E}+۳AL\alpha\Delta T$

۲) $\frac{PL}{E}(۱-۲\upsilon)+۳AL\alpha\Delta T$

۳) $\frac{۱-\upsilon}{E}PL+۳\alpha\Delta T$

۴) $\frac{۱-\upsilon}{E}PL+۳AL\alpha\Delta T$

۱۰۷ـ قطعه‌ای فلزی مطابق شکل در داخل قالب مکعبی صلبی قرار دارد و از بالا توسط پرس فشار **p** به سطح آن اعمال می‌شود. اگر توزیع فشار یکنواخت باشد، مقدار تنش σ_x چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)



۱) $-\frac{P(۱+\upsilon)}{۱-\upsilon}$

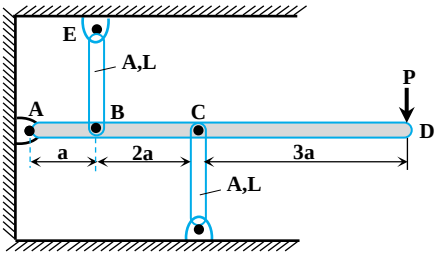
۲) $-\frac{\upsilon P}{۱-\upsilon}$

۳) $-\frac{P(۱+\upsilon)}{۱-۲\upsilon}$

۴) $-\frac{\upsilon P}{۱-۲\upsilon}$

درسنامه (۶): سازه‌های نامعین استاتیکی

۱۰۸ـ میله‌ی صلب **ABCD** که در نقطه **A** لولا است، در نقاط **B** و **C** توسط دو میله الاستیک **BE** و **CF** به دیواره‌های بالا و پایین وصل شده و در انتهای **D** بار **P** را تحمل می‌کند. با فرض اینکه دو میله **BE** و **CF** از یک جنس، با طول و سطح مقطع یکسان باشند (دو میله همسان)، نسبت قدرمطلق تنش دو میله کدام است؟ (با صرف‌نظر از کمانش) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



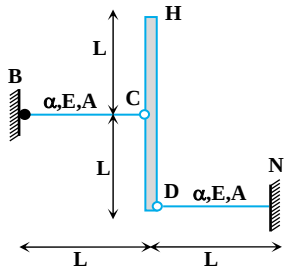
۱) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}}=\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}}=\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}}=۳$

۴) $\frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}}=۱$

۱۰۹ـ در شکل زیر میله صلب **HD** توسط میله‌های مشابه **BC** و **DN** نگهداری شده است. اگر درجه حرارت میله **BC** به اندازه **ΔT+** افزایش یابد، عکس‌العمل تکیه‌گاه **H**، کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



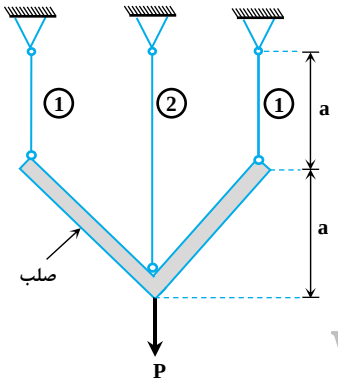
۱) $H_x=۰/۴\Delta TEA\alpha$

۲) $H_x=۰/۵\Delta TEA\alpha$

۳) $H_x=\Delta TEA\alpha$

۴) $H_x=۲\Delta TEA\alpha$

۱۱۰ـ جنس میله‌های ۱ و ۲ یکسان و سطح مقطع آن‌ها مساوی است. زیر اثر بار **P** نیروهای $(F_۲,F_۱)$ وارد بر میله‌های (۱) و (۲) چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) $F_۱=F_۲=\frac{P}{۳}$

۲) $F_۱=۰\ ,\ F_۲=P$

۳) $F_۱=\frac{P}{۴}\ ,\ F_۲=\frac{P}{۲}$

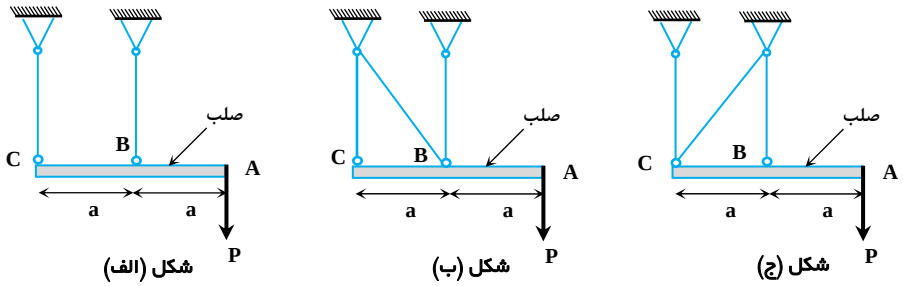
۴) $F_۱=۰/۴P\ ,\ F_۲=۰/۲P$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۱ـ در سه شکل زیر، میله‌ها همه از یک جنس و یا یک سطح مقطع می‌باشند. کدام عبارت در مورد تغییر مکان نقطه A زیر اثر بار p، صادق است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) در هر سه شکل نقطه‌ی A فقط به طرف پایین تغییر مکان می‌دهد.

۲) در شکل الف نقطه‌ی A تغییر مکان افقی ندارد و تغییر مکان‌های افقی نقطه‌ی A در دو شکل دیگر مخالف همدیگر است.

۳) در شکل الف نقطه A فقط تغییر مکان به طرف پایین دارد و در دو شکل دیگر نقطه A به طرف پایین و به طرف چپ حرکت می‌کند.

۴) در شکل الف نقطه A تغییر مکان افقی دارد و در دو شکل دیگر که میله مایل وجود دارد و مانند بادبند عمل می‌کند نقطه A تغییر مکان افقی ندارد.

۱۱۲ـ سازه نامعین به سازه‌ای گفته می‌شود که: (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۰)

۱) تعدد مجهول‌ها بیشتر از تعداد معلوم‌ها باشد.

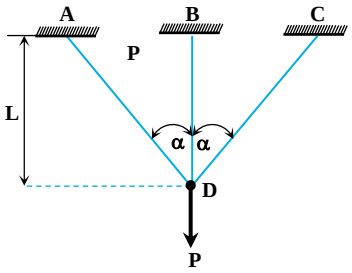
۲) تعداد مجهول‌ها کمتر از تعداد معادلات تعادل باشند.

۳) تعداد معلوم‌ها بیشتر از تعداد معادلات تعادل باشند.

۴) تعداد مجهول‌ها بیشتر از تعداد معادلات تعادل باشد.

۱۱۳ـ سه میله به صورت نشان داده شده به هم متصل شده و دارای جنس و سطح مقطع برابر می‌باشند. تغییر مکان نقطه D چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $\Delta = \frac{PL}{AE(1+2\cos^3\alpha)}$

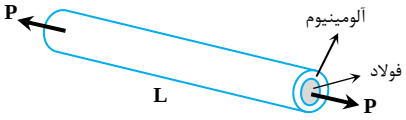
۲) $\Delta = \frac{PL}{AE(2+\cos^3\alpha)}$

۳) $\Delta = \frac{PL}{AE(1+\cos^3\alpha)}$

۴) $\Delta = \frac{2PL}{AE(1+2\cos^3\alpha)}$

۱۱۴ـ یک میله فولادی داخل یک لوله‌ی آلومینیومی جا زده شده و مجموعه تحت بار محوری P قرار گرفته است. فرض می‌شود که ضمن اعمال بار محوری دو میله از هم جدا نشوند. طول میله L، سطح مقطع لوله‌ی آلومینیومی A_a و مدول الاستیسیته آن E_a، سطح مقطع میله فولادی A_s و مدول الاستیسیته آن E_s است. نسبت بار وارد به میله آلومینیومی (P_a) به بار کل (P) چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $\frac{P_a}{P} = \frac{1}{2}$

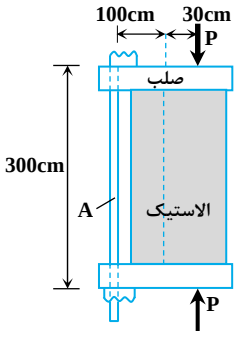
۲) $\frac{P_a}{P} = \frac{A_a}{A_a + A_s}$

۳) $\frac{P_a}{P} = \frac{E_a A_a}{E_s A_s}$

۴) $\frac{P_a}{P} = \frac{E_a A_a}{E_a A_a + E_s A_s}$

۱۱۵ـ در دو طرف یک مکعب مستطیل الاستیک دو جسم صلب قرار گرفته و بار $P = 20\,t$ به اجسام صلب وارد می‌شود. پیچ A به طول سه متر و به گام یک میلی‌متر (فاصله دندانه‌ها) مطابق شکل دو جسم صلب را به هم وصل می‌کند. از حالت تماس بدون تنش مهره را چند دور باید پیچاند تا تنش وارد به جسم الاستیک یکنواخت باشد؟ ($E = 2\times10^6 \frac{kg}{cm^2}$ و $A = 5cm^2$ سطح مقطع پیچ)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۱/۲

۲) ۱/۸

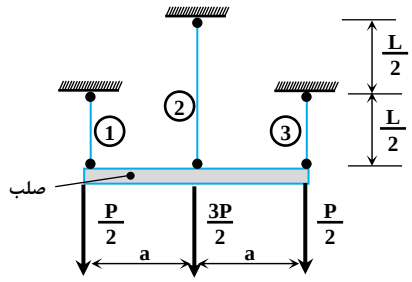
۳) ۶

۴) با دوران مهره نمی‌توان تنش در مکعب مستطیل را یکنواخت کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۶ـ در شکل زیر میله‌های ۱، ۲ و ۳ با جنس و سطح مقطع یکسان تحت اثر نیروهای وارده قرار گرفته‌اند. نیروی وارده به هر کدام از میله‌ها چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



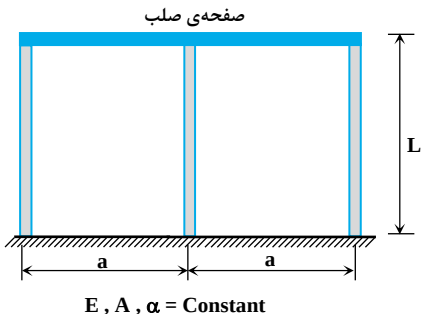
۱) $P\ ,\ \circ/\Delta P\ ,\ P$

۲) $\frac{P}{۲}\ ,\ \frac{۳P}{۲}\ ,\ \frac{P}{۲}$

۳) $\frac{\Delta P}{۸}\ ,\ \frac{\Delta P}{۴}\ ,\ \frac{\Delta P}{۸}$

۴) $\frac{\Delta P}{۶}\ ,\ \frac{\Delta P}{۶}\ ,\ \frac{\Delta P}{۶}$

۱۱۷ـ صفحه‌ی صلبی بر سه میله با شرایط یکسان و مطابق شکل اتکا دارد. چنانچه میله‌ی وسطی به اندازه‌ی ΔT گرم شود، تنش در میله‌های کناری کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



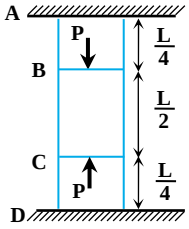
۱) $\alpha.E.\Delta T$

۲) $\frac{۱}{۲}\alpha.E.\Delta T$

۳) $\frac{۱}{۳}\alpha.E.\Delta T$

۴) $\frac{۲}{۳}\alpha.E.\Delta T$

۱۱۸ـ میله‌ای با سطح مقطع **A** به دو تکیه‌گاه صلب مطابق شکل متصل است. تنش در قسمت میانی **BC** میله چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



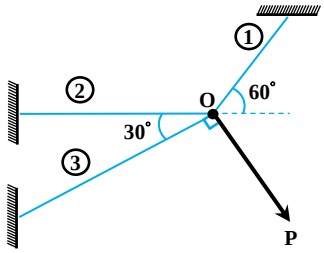
۱) $\sigma = \frac{P}{۲A}$

۲) $\sigma = \frac{۳}{۴}\frac{P}{A}$

۳) $\sigma = \frac{۱}{۴}\frac{P}{A}$

۴) $\sigma = \frac{P}{A}$

۱۱۹ـ سه میله مشابه به طول **L** و سطح مقطع **A** و مدول الاستیسیته **E** در نقطه **O** تحت تأثیر نیروی **P** قرار گرفته است. نیرویی که میله ۱ تحمل می‌کند چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



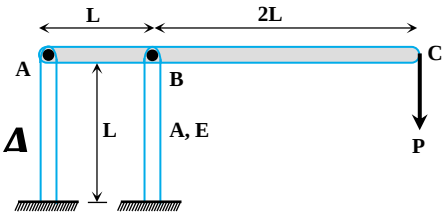
۱) $\circ/۳۳P$

۲) $\circ/۷۴P$

۳) $\circ/۶۷P$

۴) P

۱۲۰ـ در شکل زیر شیب میله صلب **ABC** پس از اعمال بار **P** در نقطه‌ی **C** چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



۱) $\frac{۲P}{AE}$

۲) $\frac{۳P}{AE}$

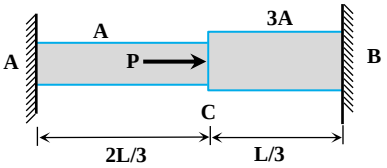
۳) $\frac{۴P}{AE}$

۴) $\frac{۵P}{AE}$

www.modaresanesharif.ac.ir

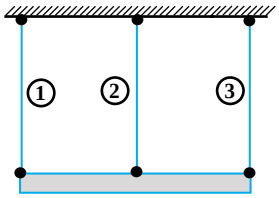
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۱ـ تغییر مکان نقطه **C** کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



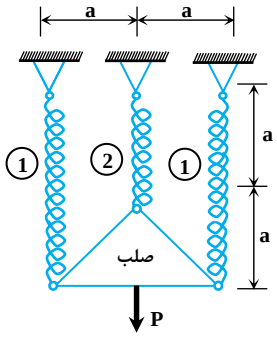
۱) $\frac{۲PL}{۲۱AE}$
۲) $\frac{۲PL}{۹AE}$
۳) $\frac{۵PL}{۵۴AE}$
۴) $\frac{PL}{۹AE}$

۱۲۲ـ سه میله فولادی کاملاً شبیه هم مطابق شکل قرار گرفته‌اند. میله ۲ را ۴۰° گرم می‌کنیم. اگر ضریب انبساطی فولاد $\alpha = ۱۲\times۱۰^{-۶}$ و ضریب ارتجاعی $E = ۲۱\times۱۰^{۵}$ بار باشد، تنش حاصله در میله ۲ چند بار است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



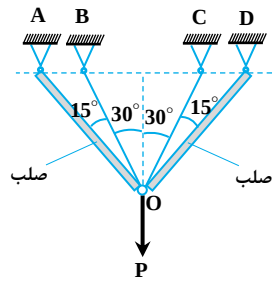
۱) ۶۷۲
۲) ۶۵۱
۳) ۶۳۰
۴) ۷۱۴

۱۲۳ـ در شکل زیر سختی هر سه فنر مساوی است. نیروی وارد به هر فنر چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



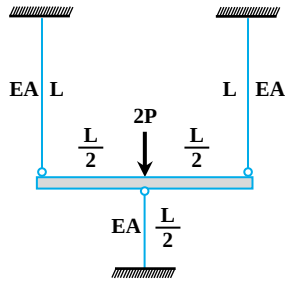
۱) $F_۱ = F_۲ = \frac{P}{۳}$
۲) $F_۱ = ۰ \ , \ F_۲ = P$
۳) $F_۱ = \frac{P}{۴} \ , \ F_۲ = \frac{P}{۳}$
۴) $F_۱ = \frac{P}{۶} \ , \ F_۲ = \frac{۲P}{۳}$

۱۲۴ـ در شکل زیر میله‌های **OB** و **OC** الاستیک و یکسان می‌باشند. نیروی وارد به میله‌ها کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) نیروهای هرکدام از میله‌ها $\frac{P}{\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}$
۲) میله‌های الاستیک $\frac{P}{۲\sqrt{۳}}$، میله‌های صلب $\frac{P}{۲\sqrt{۲}}$
۳) میله‌های الاستیک $\frac{P}{\sqrt{۳}}$، میله‌های صلب صفر
۴) میله‌های الاستیک صفر، میله‌های صلب $\frac{P\sqrt{۲}}{۲}$

۱۲۵ـ میله صلب **ABC** توسط سه میله مطابق شکل نگاه داشته شده است، نیروی سه میله به ترتیب برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

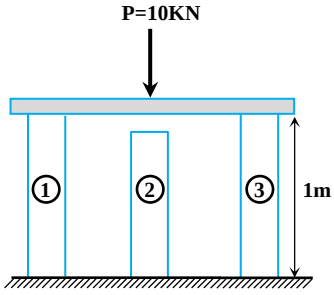


۱) $\frac{P}{۳}, \frac{۴P}{۳}, \frac{P}{۳}$
۲) $\frac{۲P}{۳}, \frac{۲P}{۳}, \frac{۲P}{۳}$
۳) $\frac{۳P}{۴}, \frac{P}{۲}, \frac{۳P}{۴}$
۴) $\frac{P}{۲}, P, \frac{P}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

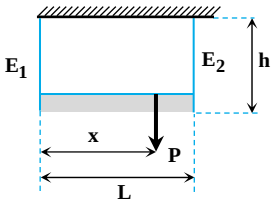
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۶ـ سه میله فولادی به صورت شکل با سطح مقطع $100mm^2$ و مدول الاستیسیته $210GPa$ به فاصله مساوی از هم قرار گرفته‌اند. اگر طول میله وسطی $1/0mm$ کوچک‌تر از دو میله کناری باشد، به ازای $P = 10KN$ که بر صفحه صلب بالایی وارد می‌شود، نیروی وارد بر میله وسطی چند KN خواهد بود؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



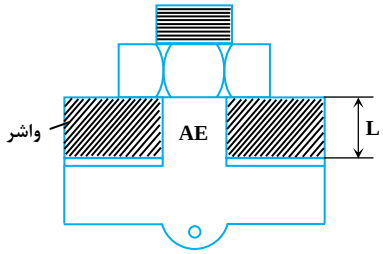
۱) ۱/۶
۲) ۱/۹
۳) ۲/۲
۴) ۱/۶

۱۲۷ـ میله‌ی AB توسط دو کابل با طول و مساحت یکسان ولی مدول الاستیسیته مختلف نگهداری می‌شود. برای آنکه میله‌ی AB پس از اعمال بار P افقی باقی بماند فاصله x (محل اثر بار P تا نقطه A) کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



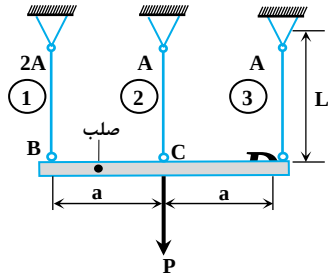
۱) $x = \frac{E_1.L}{E_1 + 2E_2}$
۲) $x = \frac{E_1.L}{E_1 + E_2}$
۳) $x = \frac{E_2.L}{E_1 + E_2}$
۴) $x = \frac{2E_2.L}{2E_1 + E_2}$

۱۲۸ـ مهره را به اندازه n دور سفت کرده‌ایم. با فرض پیشروی λ، رزوه پیچ و واشر به سختی k مطلوب است نیروی ایجاد شده در واشر؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



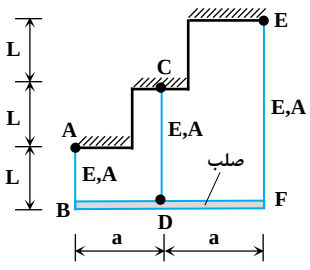
۱) $\frac{k + \frac{AE}{L}}{n\lambda}$
۲) $\frac{n\lambda}{k + \frac{AE}{L}}$
۳) $\frac{n\lambda\, kAE}{kL + AE}$
۴) $\frac{n\frac{\lambda}{2}}{\frac{l}{k} + \frac{L}{AE}}$

۱۲۹ـ در شکل زیر طول و جنس هر سه میله یکسان ولی سطح مقطع میله (۱) دو برابر هرکدام از میله‌های دیگر است. نسبت $\frac{\delta_D}{\delta_B}$ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

۱۳۰ـ در شکل زیر چنانچه حرارت میله CD به اندازه ΔT افزایش یابد، میزان تغییر مکان نقطه D چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)

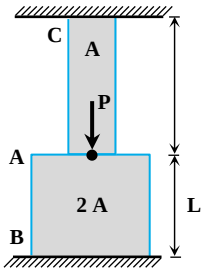


۱) $\alpha L\Delta T$
۲) $\frac{1}{3}\alpha L\Delta T$
۳) $2\alpha L\Delta T$
۴) $\frac{2}{3}\alpha L\Delta T$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۱ـ برای سازه زیر ، مقدار جابجایی میله در مقطع **A** کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



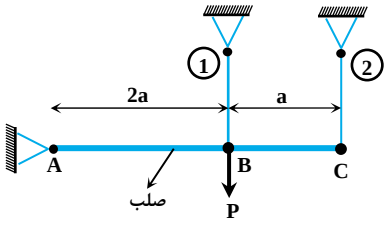
۱) $\frac{۸}{۵}\frac{PL}{AE}$

۲) $\frac{۴}{۵}\frac{PL}{AE}$

۳) $\frac{PL}{۵AE}$

۴) $\frac{۲}{۵}\frac{PL}{AE}$

۱۳۲ـ در شکل زیر دو میله ۱ و ۲ از یک جنس، با یک سطح مقطع و با یک طول می‌باشند. چه نسبتی بین نیروی وارد به ایـن میلـه‌هـا وجـود دارد $(\frac{P_۱}{P_۲})$ ؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



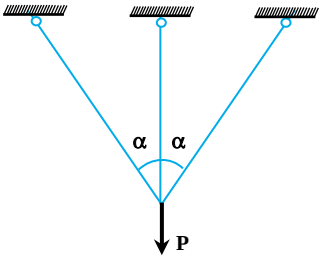
۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ∞

۱۳۳ـ سه میله با سطح مقطع و جنس یکسان مطابق شکل زیر اثر نیروی **P** قرار گرفته‌اند. برای آنکه نیروی هر سه میله برابر شود: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



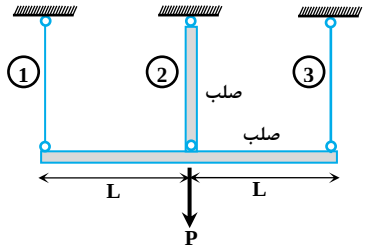
۱) حرارت سازه را کاهش داد.

۲) حرارت سازه را افزایش داد.

۳) نیروها از ابتدا برابرند و نیاز به تغییر درجه حرارت نیست.

۴) با تغییر درجه حرارت امکان ندارد نیروی هر سه میله مساوی شود.

۱۳۴ـ در شکل زیر میله افقی و میله قائم وسطی صلب هستند. نیروی وارد به هر میله قائم چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



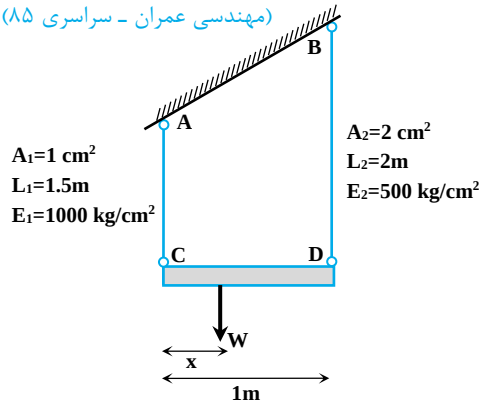
۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ∞

۱۳۵ـ تیر صلب **CD** توسط دو میله **AC** و **BD** آویزان شده است. موقعیت وزنه **w** را بر روی تیر به گونه‌ای تعیین نمایید، که تیر در وضعیت افقـی باقی بماند. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{۱}{۲}$m

۲) $\frac{۳}{۵}$m

۳) $\frac{۱}{۳}$m

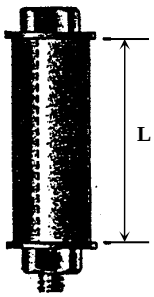
۴) $\frac{۳}{۷}$m

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۶ـ اگر مهره به اندازه نصف دور چرخانده شود (سفت شود) و در نتیجه چرخش آن مهره به اندازه Δ در راستای طول پیچ حرکت کند. مقدار نیرو در پیچ و استوانه توخالی اطراف آن (sleeve) چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۵)

E_s : مدول الاستیسیته استوانه توخالی یا sleeve
E_b : مدول الاستیسیته پیچ
A_s : سطح مقطع استوانه تو خالی یا sleeve
A_b : سطح مقطع پیچ
L : طول پیچ و استوانه توخالی
F_b : نیرو در پیچ
F_s : نیرو در استوانه توخالی



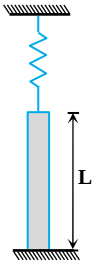
۱) $F_s = -F_b = \dfrac{\Delta A_s E_s A_b E_b}{(A_b E_b + A_s E_s)L}$

۲) $F_s = -F_b = \dfrac{(\Delta L)^2 E_b E_s}{(A_b E_b + A_s E_s)}$

۳) $F_s = \dfrac{-\Delta A_s E_s^2 A_b}{L(A_b E_b + A_s E_s)}$, $F_b = \dfrac{\Delta A_b E_b^2 A_s}{L(A_b E_b + A_s E_s)}$

۴) هیچ‌کدام

۱۳۷ـ میله فولادی به یک فنر مطابق شکل متصل شده است. ابتدا میله و فنر تحت هیچ‌گونه تغییر شکلی نیستند. اگر دمای میله $\Delta T\ ^\circ C$ افـزایش یابد، نیروی حاصل در فنر کدام است؟ (ضریب انبساط حرارتی، سطح مقطع، مدول یانگ و طول میله به ترتیب برابر است با: α، A، E و L و نیز ضـریب سختی فنر K می‌باشد). (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۵)



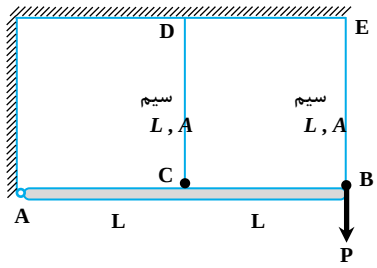
۱) $\alpha.K.L.\Delta T$

۲) $\dfrac{\alpha.L.\Delta T}{K}$

۳) $A.E.\alpha.\Delta T$

۴) $\dfrac{\alpha.L.\Delta T}{\frac{1}{K}+\frac{L}{A.E}}$

۱۳۸ـ یک میله‌ی صلب AB به طول $2L$ در A لولا است و با دو سیم (هر یک به طول L و سطح مقطع A) به سقف بسته است. در حالت بی‌بار میلـه AB افقی است. بعد از اعمال بار در انتهای میله، نیروهای وارد به سیم‌ها را پیدا کنید. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



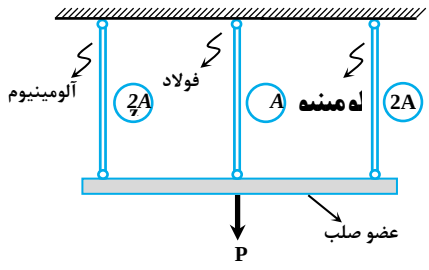
۱) $F_{CD} = \dfrac{2P}{5}$, $F_{BE} = \dfrac{4P}{5}$

۲) $F_{CD} = \dfrac{P}{3}$, $F_{BE} = \dfrac{2P}{3}$

۳) $F_{CD} = \dfrac{P}{2}$, $F_{BE} = \dfrac{P}{2}$

۴) $F_{CD} = 0$, $F_{BE} = P$

۱۳۹ـ مطلوبست تعیین نیروهای داخلی در هر یک از اعضاء قائم شکل زیر. کل سیستم تحت اثر نیروی P قرار گرفته است. (آلومینیوم $E_s = 3E_a$ فولاد) (مهندسی عمران ـ سراسری۸۶)



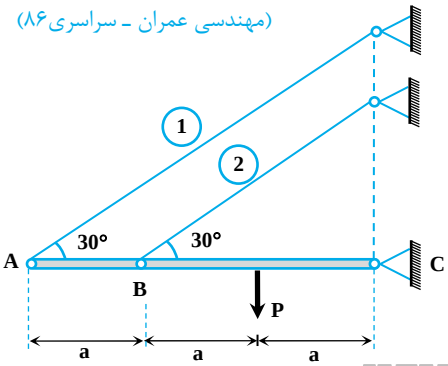
۱) $F_{st} = \dfrac{1}{5}P$, $F_{Al} = \dfrac{2}{5}P$

۲) $F_{st} = \dfrac{3}{5}P$, $F_{Al} = \dfrac{1}{5}P$

۳) $F_{st} = \dfrac{1}{7}P$, $F_{Al} = \dfrac{3}{7}P$

۴) $F_{st} = \dfrac{3}{7}P$, $F_{Al} = \dfrac{2}{7}P$

۱۴۰ـ اگر نیروهای داخلی میله‌های ۱ و ۲ به ترتیب F_1 و F_2 باشد، نسبت $\dfrac{F_1}{F_2}$ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۶)



۱) ۰/۵

۲) ۰/۶۶۷

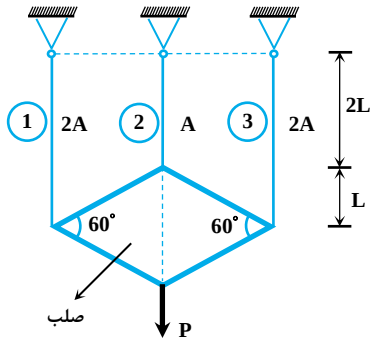
۳) ۱

۴) ۱/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۱ـ جسم صلبی به شکل لوزی که از وزن آن صرف‌نظر می‌شود از سه رأس به سه میله آویزان شده که جنس آن‌ها یکسان است. نیروی **P** به رأس چهارم لوزی آویزان است، نیروی وارد به هر میله چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



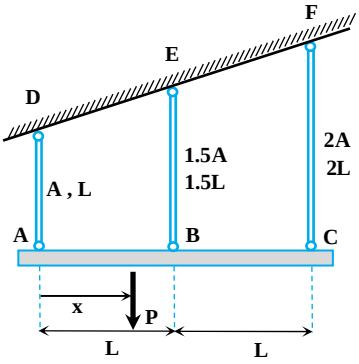
۱) $F_1 = F_2 = F_3 = \frac{P}{3}$

۲) $F_2 = P, F_1 = F_3 = 0$

۳) $F_1 = F_3 = \frac{P}{4}, F_2 = \frac{P}{2}$

۴) $F_1 = F_3 = \frac{4P}{11}, F_2 = \frac{3P}{11}$

۱۴۲ـ تیر صلب **ABC** توسط ۳ میله مطابق شکل آویزان شده است. موقعیت بار **P** را به گونه‌ای تعیین نمایید که تیر در وضعیت کاملاً افقی که از ابتدا قرار داشته است باقی بماند. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



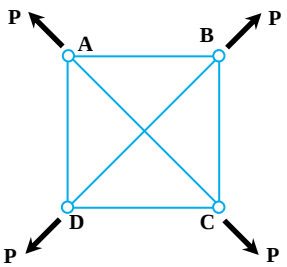
۱) $x = L$

۲) $x = \frac{L}{2}$

۳) $x = \frac{3L}{2}$

۴) $x = \frac{5L}{3}$

۱۴۳ـ در شکل زیر طول میله‌های افقی و قائم باهم برابرند و میله‌های مایل (به زاویه ۴۵ درجه) از روی هم بدون اتصال عبور کرده‌اند. سطح مقطع و جنس تمام میله‌ها یکسان است. نیروی داخلی میله‌ها چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



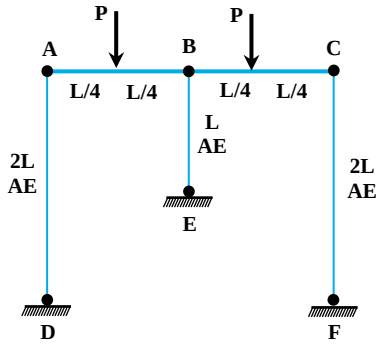
۱) نیروی همه‌ی میله‌ها برابر و مساوی $P(\sqrt{2}-1)$ است.

۲) نیروی میله‌های افقی و قائم $\frac{P}{4\sqrt{2}}$ و نیروی میله‌های مایل $\frac{P}{2}$ است.

۳) نیروی میله‌های افقی و قائم صفر و نیروی میله‌های مایل P است.

۴) نیروی میله‌های افقی و قائم $\frac{P}{2\sqrt{2}}$ و نیروی میله‌های مایل $\frac{P}{2}$ است.

۱۴۴ـ نیرو در عضو **BE** کدام است؟ (قطعه **ABC** صلب می‌باشد) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) P

۲) $\frac{P}{2}$

۳) $\frac{2P}{3}$

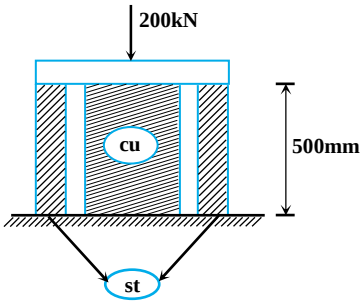
۴) $\frac{4P}{10}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

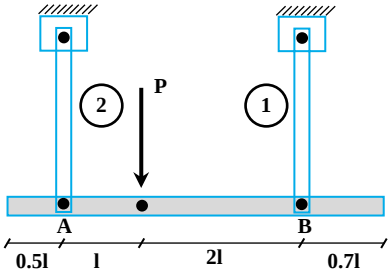
۱۴۵ـ دو میله مطابق شکل بر هم پرس شده ۲۰۰kN بر آن وارد می‌شود. چه مقدار اختلاف درجه حرارت بین دو میله لازم است تا کل بار صرفاً توسط میله مسی حمل شود؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)

$(\alpha_{cu} = ۲۰\times۱۰^{-۶}\ K^{-۱}, \alpha_{st} = ۱۲\times۱۰^{-۶}\ K^{-۱})\ (E_{cu} = ۱۲۰GNm^{-۲}, E_{st} = ۲۰۰GNm^{-۲})(A_{cu} = ۵۰۰۰mm^{۲}, A_{st} = ۲۰۰۰mm^{۲})$



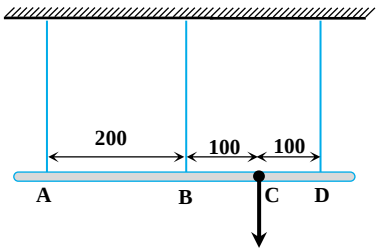
۱) $\Delta T = ۲۲K$
۲) $\Delta T = ۸۲K$
۳) $\Delta T = ۴۱/۶K$
۴) $\Delta T = ۱۴۱/۶K$

۱۴۶ـ نسبت ضرایب الاستیک دو میله‌ی ۱ و ۲ چقدر باشد تا بعد از اعمال نیروی مشخص P تیر افقی AB همچنان افقی باقی بماند؟ سطح مقطع و طول دو میله‌ی ۱ و ۲ مساوی و تیر AB نیز بسیار سبک و غیرقابل خمش می‌باشد. (مهندسی معدن ـ سراسری۸۶)



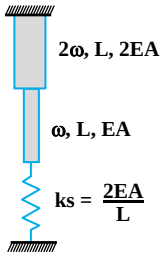
۱) $\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$
۲) $\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{E_۱}{E_۲} = ۲$
۴) $\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۱۴۷ـ نیروی کششی در کابل متصل به نقطه B از میله صلب ABD برابر است با: (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)



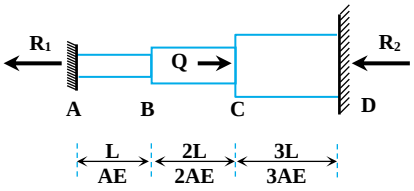
۱) ۱۰۰N
۲) ۴۰۰N
۳) ۶۰۰N
۴) ۷۰۰N

۱۴۸ـ در سیستم نشان داده شده در شکل زیر، مطلوبست نیروی فنر (ω و ۲ω وزن قطعات نشان داده شده در شکل می‌باشد.) (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)



۱) ۳ω
۲) $\frac{۳}{۴}\omega$
۳) $\frac{۱}{۲}\omega$
۴) $\frac{۱}{۳}\omega$

۱۴۹ـ کدام رابطه بین واکنش‌های سازه برقرار است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)

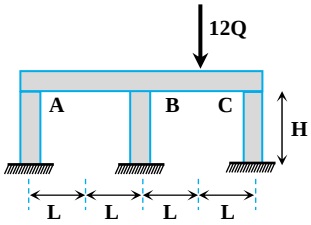


۱) $R_۲ = R_۱$
۲) $R_۲ = ۲R_۱$
۳) $R_۲ = ۳R_۱$
۴) $R_۲ = ۴R_۱$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۰ـ تیر صلب **ABC** بر روی سه ستون کوتاه کشسان همانند قرار دارد. کدام نیروی محوری ستون صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



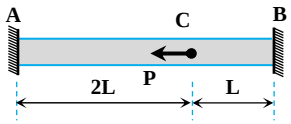
۱) $N_A = 2Q$

۲) $N_A = 3Q$

۳) $N_C = 6Q$

۴) $N_C = 7Q$

۱۵۱ـ در شکل زیر میله **AB** با سطح مقطع **S** در نقطه **C** تحت تأثیر نیروی **P** قرار گرفته است، تنش ماکزیمم چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)



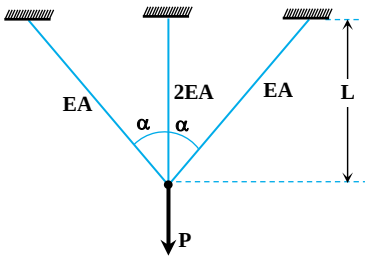
۱) $\frac{P}{3S}$

۲) $\frac{3P}{4S}$

۳) $\frac{2P}{3S}$

۴) $\frac{P}{4S}$

۱۵۲ـ در خرپای نشان داده شده سختی کششی عضو میانی ۲ برابر اعضای جانبی است (اعضای جانبی سختی کششی برابر دارند) نسبت نیروی موجود در عضو میانی به نیروی موجود در هر یک از اعضای جانبی چقدر است ؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۷)



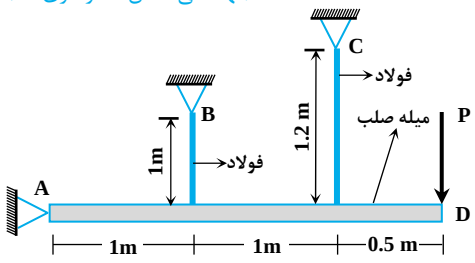
۱) $\frac{\cos^2\alpha}{2}$

۲) $\frac{1}{\cos^2\alpha}$

۳) $2\cos^2\alpha$

۴) $\frac{2}{\cos^2\alpha}$

۱۵۳ـ برای سیستم نشان داده شده در نتیجه‌ی اعمال بار **P**، کرنش در میله‌ی **C** برابر 5×10^{-4} حاصل گردیده است. میزان تنش ایجاد شده در میله **B** برابر چند مگا پاسکال است؟ ($E = 2\times10^5$ MPa) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۷)



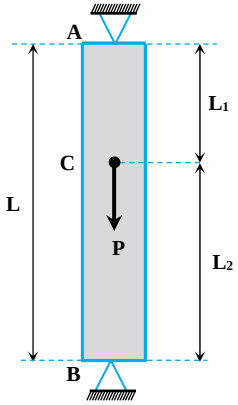
۱) ۶۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۲۰

۴) ۲۴۰

۱۵۴ـ مطلوبست محاسبه تنش در مرکز قطعات **AC** و **BC** ؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)



۱) $\sigma_{BC} = -\frac{PL_1}{AL}$ $\quad \sigma_{AC} = \frac{PL_2}{AL}$

۲) $\sigma_{BC} = \frac{PL_1}{AL}$ $\quad \sigma_{AC} = -\frac{PL_2}{AL}$

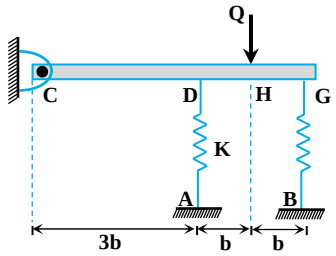
۳) $\sigma_{BC} = \frac{PL_1}{AL}$ $\quad \sigma_{AC} = \frac{PL_2}{AL}$

۴) $\sigma_{BC} = \frac{PL_1}{2AL}$ $\quad \sigma_{AC} = \frac{PL_2}{AL}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۵ـ در سازه شکل زیر نسبت Q، به خیز H را حساب کنید. تیر CG صلب است. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



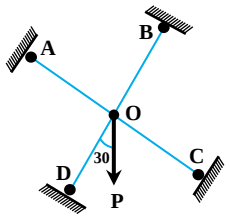
۱) $\frac{۱۸}{۸}K$

۲) $\frac{۱۷}{۸}K$

۳) $\frac{۱۶}{۸}K$

۴) $\frac{۱۵}{۸}K$

۱۵۶ـ چهار میله هم‌صفحه OA، OB، OC و OD هرکدام به طول L، سطح مقطع A و مدول الاستیسیته E و در O به هم مفصل شده‌اند. زاویه‌های تشکیل شده در O قائمه‌اند. تغییر مکان O برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



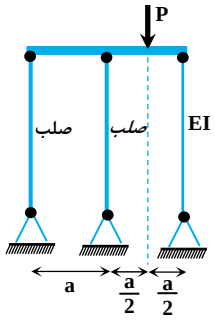
۱) O فقط در امتداد قائم به مقدار $\frac{PL}{۲AE}$ حرکت می‌کند.

۲) O فقط در امتداد قائم به اندازه‌ی $\frac{PL}{AE}(\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ حرکت می‌کند.

۳) O در امتداد قائم به مقدار $\frac{PL}{۲AE}$ و در امتداد افقی به مقدار $\frac{PL}{۴AE}$ حرکت می‌کند.

۴) O در امتداد قائم به اندازه $\frac{PL}{AE}(\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ و در امتداد افقی به مقدار $\frac{PL}{AE\sqrt{۳}}(\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ حرکت می‌کند.

۱۵۷ـ در شکل زیر میله افقی و دو میله‌ی سمت چپ صلب می‌باشند. میله‌ی سمت راست دارای طول L و سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E می‌باشد. نیروی وارد به آن چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) صفر

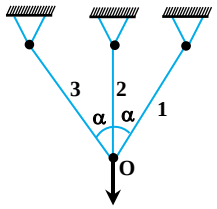
۲) $\frac{PL}{AE}$

۳) $\frac{PL}{۲AE}$

۴) $\frac{PL}{۳AE}$

۱۵۸ـ در شکل زیر جنس تمامی میله‌ها یکسان و $A_۳ > A_۲ > A_۱$ می‌باشد، تغییر مکان نقطه‌ی O در اثر نیروی قائم P چگونه است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



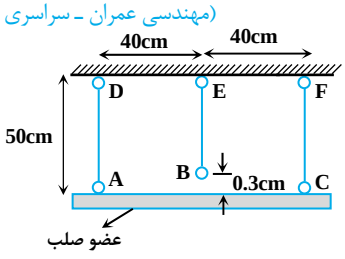
۱) پایین

۲) چپ

۳) راست و پایین

۴) چپ و پایین

۱۵۹ـ در سازه شکل زیر برای اتصال سه میله عمودی به صفحه صلب، نقطه B به اندازه $۰/۳^{cm}$ کوتاه می‌باشد. در صورتی که عضو BE تحت کشش به صفحه صلب متصل شود، نیروی داخلی هر یک از اعضاء را بر حسب kg به دست آورید. سطح مقطع و مدول ارتجاعی هر سه میله عمودی به ترتیب برابر $۵cm^۲$، $۴\times۱۰^۵ \frac{kg}{cm^۲}$ می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



۱) $F_{AD}=F_{CF}=۲۰۰۰, F_{BE}=۴۰۰۰$

۲) $F_{AD}=F_{CF}=۴۰۰۰, F_{BE}=۸۰۰۰$

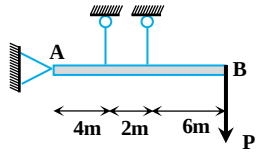
۳) $F_{AD}=F_{CF}=۸۰۰۰, F_{BE}=۱۶۰۰۰$

۴) $F_{AD}=F_{CF}=۱۰۰۰, F_{BE}=۲۰۰۰$

www.modaresanesharif.ac.ir

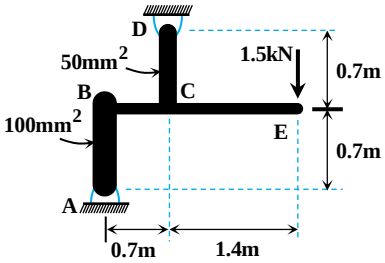
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۰ـ مطابق شکل تیر صلب AB توسط دو میله که دارای سطح مقطع $۲۰cm^۲$ و تنش مجاز $۳۶\frac{kg}{cm^۲}$ می‌باشند، نگهداری شده و نیروی P به آن وارد می‌شود. مقدار بار مجاز P وارد بر سازه بر حسب kg چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



۱) ۲۵۰
۲) ۵۲۰
۳) ۸۷۰
۴) ۷۸۰

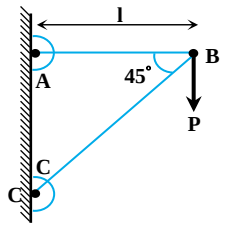
۱۶۱ـ عضوهای سازه‌ای که در شکل نشان داده شده است از آلومینیوم $(E = ۷۰GPa)$ می‌باشد. با فرض صلب بودن (عدم خمش) اهرم BCE، تغییر مکان افقی نقطه E چند میلی‌متر است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) ۰/۹۵
۲) ۱/۴۳
۳) ۲/۰۱
۴) ۳/۳

درسنامه (۷): تغییر شکل‌های پلاستیک

۱۶۲ـ در سیستم خرپای شکل زیر سطح مقطع میله‌های AB و BC باهم مساوی بوده و برابر $۵cm^۲$ می‌باشد و نیز طول $l = ۶۰cm$ است در صورتی که رابطه تنش و تغییر طول نسبی ماده غیرخطی و به‌صورت $\sigma = ۲۰۰۰\sqrt{\varepsilon}$ باشد، تغییر مکان قائم نقطه B در اثر نیروی $P = ۶۰۰kgf$ چند سانتی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

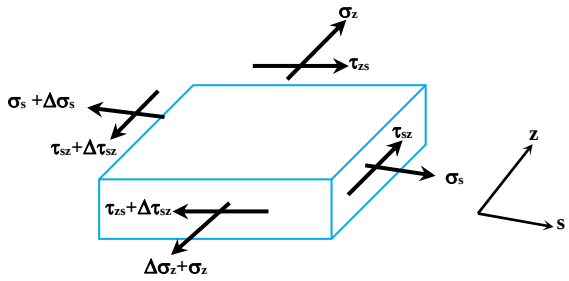


۱) ۱/۱cm
۲) ۱/۶cm
۳) ۱/۹۸۵cm
۴) ۲/۳cm

۱۶۳ـ معادله بای هارمونیک $\nabla^۴\phi = ۰$ که در آن ϕ تابع تنش تعریف شده است، تحت چه شرایطی صادق می‌باشد؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۱)

۱) در شرایطی که فقط نیروهای حجمی صفر باشد.
۲) در حالت الاستیک و صفر بودن نیروهای حجمی
۳) فقط در تیرهای خمیده
۴) در تمام شرایط

۱۶۴ـ برای المان پوسته‌ای که در شکل نشان داده شده است، مطلوبست تعیین معادله تعادل در جهت Z. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)



۱) $\frac{\partial q}{\partial s} + t\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = ۰$
۲) $\frac{\partial \sigma_z}{\partial s} + \frac{\partial q}{\partial z} = ۰$
۳) $\frac{\partial \sigma_z}{\partial s} + t\frac{\partial q}{\partial z} = ۰$
۴) $\frac{\partial q}{\partial s} + t\frac{\partial \sigma_s}{\partial z} = ۰$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

درسنامه (۱): معرفی انواع تنش‌ها

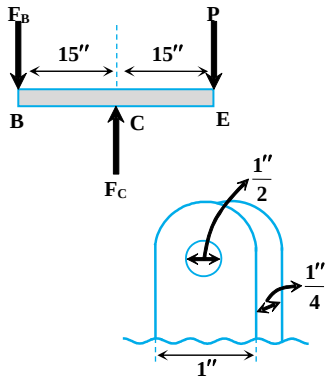
۱ـ گزینه «۴» ضریب تمرکز تنش در میله (۱) مساوی ۱/۷۵ می‌باشد، در نتیجه تنش ماکزیمم در این میله مساوی است با:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{max_1} &= K\frac{F}{A} = 1/75\,\frac{F}{A}\\ \sigma_{max_2} &= \frac{F}{A}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\sigma_{max_1}-\sigma_{max_2}}{\sigma_{max_2}}\times 100 = \frac{1/75-1}{1}\times 100 = 75\%$$

تحت اعمال بارهای مساوی، میله‌ی (۲) نسبت به میله‌ی (۱)، ۷۵٪ بیشتر تحمل می‌کند. چون مقدار تنش ماکزیمم در میله (۲) کمتر از تنش ماکزیمم در میله (۱) است، لذا میله (۱) در برابر نیروهای مساوی ضعیف‌تر می‌باشد.

۲ـ گزینه «۱» ابتدا با استفاده از گشتاورگیری، ارتباط بین نیرو در میله‌های AB و CD با نیروی خارجی P تعیین می‌شود.

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_C\times 10 - P\times 25 = 0 \Rightarrow P = \frac{2}{5}F_C \quad (1)\ ;\ \sum M_C = 0 \Rightarrow F_B\times 10 - P\times 15 = 0 \Rightarrow P = \frac{2}{3}F_B \quad (2)$$



تنش در مقطعی که در میله‌ها سوراخ ایجاد شده است ماکزیمم است، در نتیجه:

$$\left.\begin{aligned}F_B = A\sigma_{all} &\Rightarrow F_B = (1-\tfrac{1}{2})\times\tfrac{1}{4}\times 25000 = 3125\ Lb\\ F_C = A\sigma_{all} &\Rightarrow F_C = (1-\tfrac{1}{2})\times\tfrac{1}{4}\times 25000 = 3125\ Lb\end{aligned}\right\} \xrightarrow{(1)} P = \frac{2}{5}\times 3125 = 1250\ Lb$$

از بین دو ضریب $\frac{2}{5}, \frac{2}{3}$ در روابط (۱) و (۲) مقدار کوچک‌تر را باید انتخاب کرد تا نیروی حداقل برای P به دست آید.

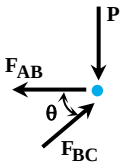
۳ـ گزینه «۴» مقاومت مستقل از شکل و ابعاد هندسی و نیروهای خارجی است و فقط به جنس و فرآیند آن وابسته است.

۴ـ گزینه «۳» تنش برشی مجاز τ_{all} در پرچ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود: (N تعداد پیچ‌ها می‌باشد.)

$$\tau_{all} = \frac{\tau_{max}}{n} = \frac{F}{NA} \Rightarrow \frac{\tau_{max}}{n} = \frac{F}{3\times\frac{\pi}{4}d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4F\times n}{3\times\pi\times\tau_{max}}} = \sqrt{\frac{4\times 120000\times 3}{3\pi\times 100\times 10^6}} \Rightarrow d = 39/1\ mm$$

در صورتی که ضریب اطمینان مساوی یک در نظر گرفته شود، جواب $d = 22/5mm$ شده و گزینه (۲) صحیح خواهد بود. ولی $d = 39/1mm$ در گزینه‌ها وجود نداشته اما به عدد ۴۱ نزدیک‌تر است.

۵ـ گزینه «۳» برای مینیمم شدن حجم میله BC باید حجم BC را بر حسب زاویه θ یافته و از آن نسبت به θ مشتق گرفته و مساوی صفر قرار داده شود یا از روی همان رابطه حجم، θ را طوری تعیین نماییم تا حجم حداقل شود. ابتدا با توجه به دیاگرام آزاد مفصل B، نیروی میله‌ی BC محاسبه می‌گردد.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P - F_{BC}\sin\theta = 0 \quad ; \quad F_{BC} = \frac{P}{\sin\theta} \quad ; \quad \begin{cases}\sigma = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} \Rightarrow A_{BC} = \frac{F_{BC}}{\sigma} \Rightarrow A_{BC} = \frac{\frac{P}{\sin\theta}}{\sigma} = \frac{p}{\sigma\sin\theta}\\ V_{BC} = A_{BC}L_{BC} = \frac{P}{\sigma\sin\theta}\times\frac{L}{\cos\theta} = \frac{PL}{\sigma}\frac{2}{\sin 2\theta}\end{cases}$$

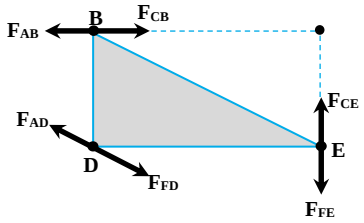
هرگاه $\sin 2\theta$ مساوی یک شود، حجم میله BC مینیمم خواهد شد. به عبارت دیگر $\theta = \frac{\pi}{4}$. (در معادله‌ی بالا فرض شده است که طول میله AB برابر L و مقدار ثابتی باشد.)

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ گزینه «۱»



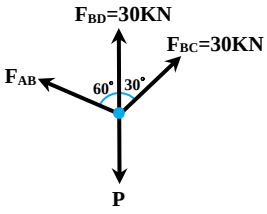
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{AD} = F_{FD}$$

با نوشتن معادلات تعادل برای مفصل D می‌توان نتیجه گرفت که اعضای BD و DE صفر نیرویی می‌باشند چون نیروهای F_{FD} و F_{AD} مساوی و مختلف‌الجهت بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند، همچنین دو نیروی F_{DE}, F_{BD} نیز بر یکدیگر عمود بوده و برای حفظ تعادل مفصل D بایستی عضو خنثی باشند.

۷ـ گزینه «۱» تمرکز تنش برابر نسبت ماکزیمم تنش بر تنش اسمی یا نامی می‌باشد.

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$$

۸ـ گزینه «۲» فرض می‌شود دو میله BD, BC حداکثر مجاز نیروی خود را تحمل می‌کنند، در این حالت در مسئله دو مجهول وجود داشته که به ترتیب P و F_{AB} می‌باشند. اکنون با استفاده از معادلات تعادل نیروی P به دست می‌آید.

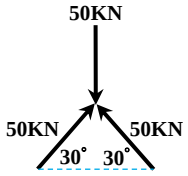


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC}\sin 30 = F_{AB}\sin 60 \Rightarrow F_{AB} = \frac{30\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 17/32\,kN$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AB}\cos 60 + F_{BC}\cos 30 + F_{BD} - P = 0$$

$$\Rightarrow P = 17/32\cos 60 + 30\cos 30 + 30 = 64/64 \sim 65\,kN$$

۹ـ گزینه «۳» در صورت مسئله، زاویه بین دو پایه دابست مشخص نشده‌است. اگر زاویه بین دو پایه را 120° در نظر بگیریم، نیروی تحمل شده به وسیله هر پایه مساوی نیروی خارجی (50 kN) می‌باشد.



نیروی برشی وارد بر پایه $F = 50\cos 30$

$$\tau_{max} = \frac{F}{A} \Rightarrow 43\,MPa = \frac{50\,kN\times 10^3\cos 30}{50\times a}$$

$$a = 20/14\,mm \text{ یا } 2/01\,cm$$

۱۰ـ گزینه «۳» در صورتی که P فشار داخل مخزن باشد، آنگاه پیچ‌ها باید نیروی F برای خنثی نمودن آن اعمال کنند تا سرپوش باز نشود. نیروی ناشی از فشار برابر است با حاصل‌ضرب فشار در مساحت در پوش که این نیرو برابر نیرویی است که چهار پیچ باید آن را تأمین کنند.

$$F = AP \Rightarrow F = \frac{\pi}{4}\times 80^2\times 4 = 6400\pi\,Kg$$

نیروی تحمل شده توسط هر پیچ $f = \frac{F}{4} = \frac{6400\pi}{4} = 1600\pi\,Kg$

$$n = \frac{\tau_{all}}{\tau_{max}},\ \begin{cases}\tau_{max} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = \frac{\tau}{n}A \Rightarrow 1600\pi = \frac{12\times 100}{2}\frac{Kg}{cm^2}\times\pi\times 2/2\times h \Rightarrow h = 1/21\,cm = 12/1\,mm\\ \tau_{all} = \tau\end{cases}$$

۱۱ـ گزینه «۱» در مقاطعی که فاصله آن‌ها از دو انتهای عضو، مساوی یا بیشتر از عرض عضو باشد، توزیع تنش‌ها یکسان خواهد بود (نحوه اعمال بار طبق اصل سنت و نانت تأثیر چندانی ندارد).

۱۲ـ گزینه «۲» از درس طراحی اجزای ماشین به خاطر داریم که تنش برشی در جوش گوشه مساوی است با:

$$\tau_{max} = \frac{F}{A_{min}}$$

که در آن A_{min} مساحت گلوی جوش نامیده می‌شود و مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}hL$ است.

(h: ارتفاع جوش، L: طول قسمت جوشکاری شده) با جایگذاری نتیجه می‌گیریم:

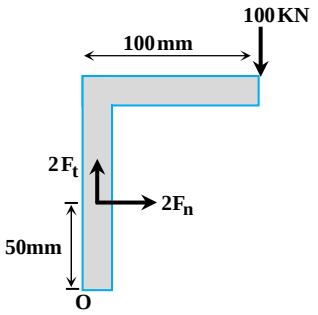
$$900\frac{kg}{cm^2} = \frac{31/82\times\frac{1000}{9/81}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1\times(L+L)} \Rightarrow L \simeq 2/5\,cm$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

ضریب ۹/۸۱ برای تبدیل واحد N به kg، وارد شده است تا واحدها در دو طرف معادله آن‌ها یکسان باشد. اگر نیرو به جای ۳۱/۸۲kN با مقدار ۳۱/۸۲ton تعریف شده باشد گزینه «۲» صحیح است.

۱۳ـ گزینه «۳» ابتدا گشتاور نیروها حول لبه پایینی نبشی گرفته شده تا نیروی محوری هر پیچ به دست آید.



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow 100\times10^{2} - 2F\times50 = 0 \Rightarrow F_n = 100kN$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F_t = 100 \Rightarrow F_t = 50KN$$

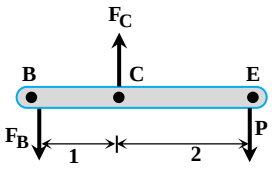
F_t: نیروی برشی وارد بر هر پیچ است و F_n نیروی محوری وارد بر هر پیچ است.

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{F_n}{A} = \frac{100\times10^{3}}{200} = 500MPa \\ \tau &= \frac{F_t}{A} = \frac{50\times10^{3}}{200} = 250MPa\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\sigma}{\tau} = 2$$

۱۴ـ گزینه «۴» اثرات لنگر خمشی ناشی از نیروها یکدیگر را خنثی می‌کنند و فقط نیروی محوری در تنش تأثیرگذار است:

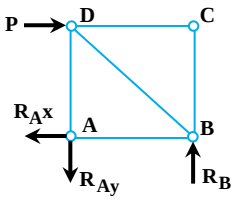
$$\sigma_D = \frac{F}{A} = \frac{P}{2A} = \frac{-1000\times10^{3}}{8\times10^{-3}\times10^{6}} = \frac{-1000}{8} = -125MPa$$

۱۵ـ گزینه «۲»



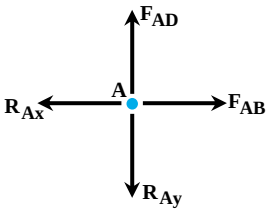
$$\left.\begin{aligned}\sum M_B = 0 \Rightarrow F_C\times1 - 3P = 0 \Rightarrow F_C = 3P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow F_C - F_B - P = 0 \Rightarrow F_B = 2P\end{aligned}\right. \Rightarrow \frac{F_{AB}}{F_{CD}} = \frac{F_B}{F_C} = \frac{2}{3}$$

۱۶ـ گزینه «۲» ابتدا تعادل کل سازه را بررسی می‌کنیم تا نیروهای تکیه‌گاهی به دست آید:



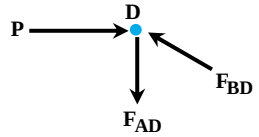
$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_B\times L = P\times\frac{3}{4}L \Rightarrow R_B = \frac{3P}{4}$$
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = P$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} = R_B = \frac{3P}{4}$$

با نوشتن معادلات تعادل برای مفصل C می‌توان نتیجه گرفت که $F_{BC} = F_{CD} = 0$ است. از طرفی با نوشتن معادلات تعادل برای مفاصل A و D می‌توان نتیجه گرفت:



$$\left.\begin{aligned}&\text{مفصل D}: \sum F_x = 0 \Rightarrow P = F_{BD}\sin\theta \\ &\sin\theta = \frac{L}{\sqrt{L^{2} + (\frac{3}{4}L)^{2}}} = \frac{4}{5}L\end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{BD} = \frac{5P}{4}$$

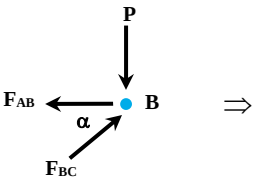
و مفصل A: $\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = R_{Ax} = P$



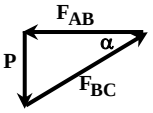
$$F_{AD} = \frac{3}{4}P,\ F_{AB} = P,\ F_{BD} = \frac{5}{4}P$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A} = \frac{P}{A} \qquad \sigma_{BD} = \frac{F_{BD}}{A} = \frac{\frac{5}{4}P}{A} = \frac{5P}{4A} = \frac{1/25P}{A}$$

۱۷ـ گزینه «۳» معادله تعادل برای مفصل B را نوشته، تا نیروی BC بر حسب P محاسبه شود:



$\Rightarrow$

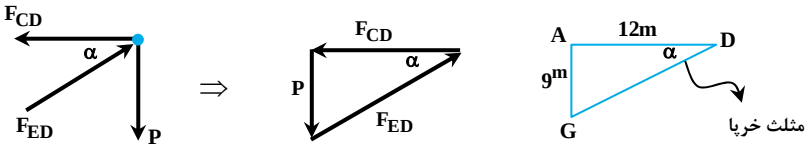


$$F_{BC} = \frac{P}{\sin\alpha} \Rightarrow \sigma = \frac{F_{BC}}{A} = \frac{\frac{P}{\sin\alpha}}{A} = \frac{P}{A\sin\alpha} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma\sin\alpha}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ گزینه «۳» با استفاده از تشابه مثلث خرپا و مثلث نیروها می‌توان نیروهای داخلی در میله AB را به دست آورد. البته نیرو در اعضای CE، BE، BF و AF مساوی صفر است، بنابراین:



$$F_{CD}=F_{BC}=F_{AB}\Rightarrow\frac{F_{AB}}{P}=\frac{AD}{AG}$$

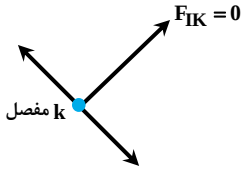
$$\frac{F_{AB}}{۱۸۰۰\times۱۰}=\frac{۱۲}{۹}\Rightarrow F_{AB}=۲۴۰۰۰N$$

$$\sigma_{max}=\frac{F_{AB}}{A_{AB}}=\frac{۲۴۰۰۰}{\frac{\pi}{۴}\times۱۵^{۲}}=۱۳۵/۸MPa$$

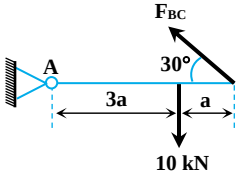
۱۹ـ گزینه «۴»

$$\sigma_y=\frac{F}{A}=\frac{۹۰۰۰۰}{\frac{\pi}{۴}\times۲۰^{۲}}=\frac{۹۰۰۰۰}{۱۰۰\pi}=۳۰۰MPa$$

۲۰ـ گزینه «۲» با مشاهده مفصل k می‌توان نتیجه گرفت که عضو IK عضو صفر نیرویی می‌باشد، در نتیجه تنش در آن مساوی صفراست.



۲۱ـ گزینه «۳» از بررسی تعادل میله AB، نیروی عضو BC محاسبه می‌شود:



$$\sum M_A=۰\Rightarrow F_{BC}\sin۳۰\times۴a-۱۰\times۳a=۰\Rightarrow F_{BC}=۱۵KN$$

$$\sigma_{BC}=\frac{F_{BC}}{A_{BC}}=\frac{۱۵۰۰۰N}{۱۰۰۰mm^{۲}}=۱۵MPa$$

۲۲ـ گزینه «۴»

روش اول: در بین میله‌ها، میله شماره (۲) بار بیشتری تحمل می‌کند. در نتیجه این میله زودتر به حد تسلیم می‌رسد. برای رسیدن به جواب صحیح می‌توان از گزینه‌ها استفاده نمود.

$$۰/۹\sigma_w\times\frac{۵}{۲/۷}=\frac{۵}{۳}\sigma_w$$

روش دوم:

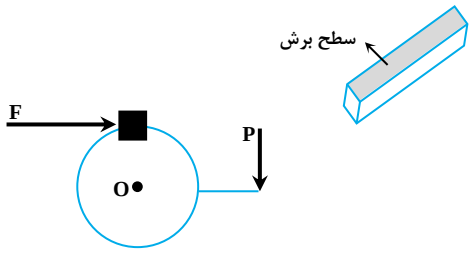
$$\frac{F_B}{A}=\frac{۰/۹\sigma_w}{\frac{۵}{۳}}=\frac{۲/۷\sigma_w}{۵}\Rightarrow x\frac{F_B}{A}=\sigma_w\Rightarrow x\times\frac{۲/۷\sigma_w}{۵}=\sigma_w\Rightarrow x=\frac{۵}{۲/۷}$$

۲۳ـ گزینه «۲» اولاً تنش‌ها در صورت مسئله باید بر حسب kPa باشند، ثانیاً شکل مسئله واضح نمی‌باشد.

$$\sigma=\frac{F}{A}\Rightarrow ۵۶kPa=\frac{۴۵۳۶N}{mn_۱\times b}\Rightarrow mn_۱=\frac{۴۵۳۶}{۵۶\times۱۰^{۳}\times۰/۲۵۴}\Rightarrow mn_۱=۰/۳۱۸۸m=۳۱/۸cm$$

۲۴ـ گزینه «۳» نیروی F وارد بر خار، در اثر نیروی P ایجاد شده است. $\tau=\frac{F}{A}$

گشتاور حول مرکز اهرم گرفته می‌شود تا نیروی وارد بر خار به دست آید.



$$\sum M_O=۰\Rightarrow P\times۱۰۰=F\times۲\Rightarrow F=\frac{۱۰۰P}{۲}=۵۰P$$

$$\tau=\frac{۵۰P}{A}\Rightarrow۶۰\times۱۰^{۶}\ Pa=\frac{۵۰\times P}{(۱/۲۵\times۱۰^{-۲}\times۵\times۱۰^{-۲})}\Rightarrow P=۷۵۰N$$

برای رسیدن به جواب دقیق‌تر باید نیروی P در فاصله ۱۰۲cm ضرب شود که با این فاصله جواب نهایی P مساوی ۷۳۵N می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ گزینه «۲» تحمل تاب باربری میله نشان داده شده باید بر اساس قطر حداقل میله محاسبه گردد. در نتیجه:

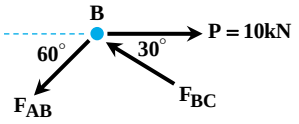
$$S.F.=\frac{\sigma_u}{\sigma_{all}}\Rightarrow\sigma_{all}=\frac{\sigma_u}{S.F.}=\frac{۵۰۰}{۲}=۲۵۰MPa$$

$$\text{از طرفی } \sigma_{all}=\frac{F}{A_{min}}\Rightarrow F=\sigma_{all}.A_{min}=۲۵۰\times\frac{\pi}{۴}\times۱۰^۲$$

$$(\pi\simeq۳)\Rightarrow F=۲۵۰\times\frac{۳}{۴}\times۱۰۰=۱۸۷۵۰N=۱۸/۷۵kN$$

۲۶ـ گزینه «۱» در مواد ایزوتروپ خواص مواد مستقل از جهت است. (در تمامی جهات، ساختمان بلوری جسم به گونه‌ای است که خواص مکانیکی جسم ثابت می‌باشد.)

۲۷ـ گزینه «۲» از نوشتن معادله تعادل برای پین B می‌توان نیروی کششی عضو AB را به دست آورد.



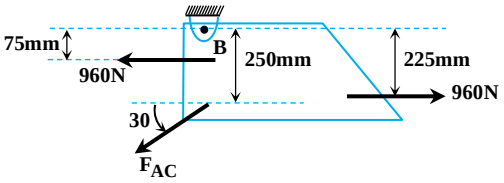
$$F_{AB}\sin۶۰=F_{BC}\sin۳۰\Rightarrow F_{BC}=\sqrt{۳}\ F_{AB}$$

$$F_{AB}\cos۶۰+F_{BC}\cos۳۰=۱۰\Rightarrow F_{AB}=\frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}}=۵KN$$

برای محاسبه‌ی حداکثر تنش در میله AB، کوچک‌ترین سطح مقطع از آن را در نظر می‌گیریم. این سطحی است که سوراخ پین به قطر ۱۲ میلی‌متر در آن تعبیه شده است.

$$\sigma_{AB}=\frac{F_{AB}}{A_{AB}}=\frac{۵۰۰۰N}{۱۰\times(۳۶-۱۲)mm^۲}=۲۰/۸۳MPa$$

۲۸ـ گزینه «۲» میله AC عضو دو نیرویی است که نیروی داخلی آن را می‌توان توسط گشتاورگیری نیروها حول تکیه‌گاه B به دست آورد.



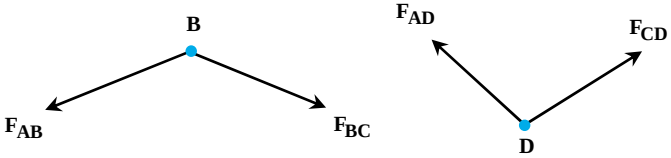
$$\sum M_B=۰\Rightarrow -۹۶۰\times۷۵+۹۶۰\times۲۲۵-F_{AC}\cos۳۰\times۲۵۰=۰$$

$$\Rightarrow F_{AC}=۶۶۵\ N\Rightarrow\sigma_{AC}=\frac{F_{AC}}{A}=\frac{۶۶۵}{۳\times۱۲}=۱۸/۴۷\ MPa$$

درسنامه (۲): انواع کرنش‌ها

۲۹ـ گزینه «۴»

روش اول: با نوشتن معادله‌ی تعادل برای مفاصل B و D می‌توان نتیجه گرفت که نیرو در میله‌های مایل، مساوی صفر است. در نتیجه تمامی نیرو به عضو افقی A وارد می‌شود.



$$\Delta_{AC}=\frac{P\times۲L}{AE}=\frac{۲PL}{AE}$$

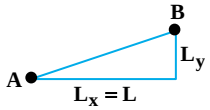
از طرفی قطر BD کوچک‌تر می‌شود و کاهش آن متناسب با افزایش طول قطر AC است.

$$\frac{۲PL}{AE}\times۲L=\Delta_{BD}\times L\Rightarrow\Delta_{BD}=\frac{۴PL}{AE}$$

روش دوم:

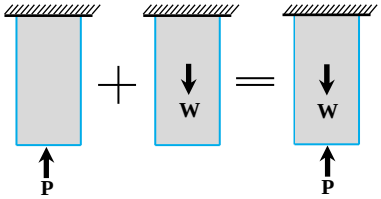
$$L_{AB}^۲=L_x^۲+L_y^۲\Rightarrow \text{از رابطه دیفرانسیل‌گیری می‌شود}\Rightarrow ۲L_{AB}\times\Delta L_{AB}=۲L_x\Delta L_x+۲L_y\Delta L_y$$

اما چون میله AB یک عضو صفر نیرویی است بنابراین تغییر طول نخواهد داد.



$$۰=۲\times(L)\frac{PL}{AE}+۲\frac{L}{۲}\Delta L_y=۰\Rightarrow\Delta L_y=-\frac{۲PL}{AE}\Rightarrow\Delta L_{BD}=۲\Delta L_y=\frac{۴PL}{AE}$$

۳۰ـ گزینه «۲» از قاعده جمع آثار مسئله را حل می‌کنیم. تغییر مکان انتهای تیر تحت بارگذاری مرکب برابر با حاصل‌جمع تغییر طول میله ناشی از نیروی وزن و بار فشاری P است.

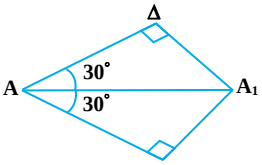


$$\Delta=۰\Rightarrow-\frac{PL}{AE}+\frac{WL}{۲AE}=۰\Rightarrow P=\frac{W}{۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱ـ گزینه «۴» با توجه به شکل می‌توان نوشت: جابجایی مفصل A تحت نیروی افقی P برابر ۲mm بوده که در راستای افقی نیز می‌باشد. اما تغییر طول هر یک از میله‌ها در راستای خود میله‌ها بوده که مساوی Δ است. رابطه بین Δ و جابجایی مفصل A را می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$AA_1 = 2\ mm \Rightarrow \Delta = 2\cos 30^\circ = \sqrt{3}\ mm$$
$$\varepsilon = \frac{\Delta}{L} = \frac{\sqrt{3}}{300} = 5/8\times10^{-3}\ \frac{mm}{mm}$$

۳۲ـ گزینه «۲» شیب ابتدایی منحنی تنش ـ کرنش، مساوی مدول الاستیسیته می‌باشد.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{230}{0/0008} = 287500\ MPa = 287/5\ GPa$$

۳۳ـ گزینه «۱» برای محاسبه τ مقدار G مجهول است، پس ابتدا مدول یانگ را از طریق رابطه بین تنش و کرنش عمودی محاسبه می‌کنیم: (فرض می‌گردد که واحد تنش داده شده، MPa باشد.)

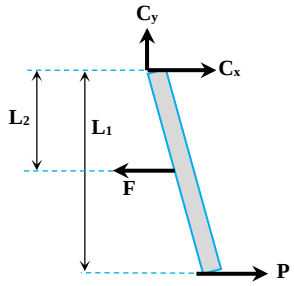
$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{\sigma_x L}{\Delta} = \frac{40\times1000}{4} = 10000 MPa$$
$$\tau = G\gamma = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma = \frac{10000}{2(1+0/3)}\times0/05 = 192/3\ MPa$$

۳۴ـ گزینه «۲» مقدار کرنش برشی در محدوده ارتجاعی توسط قانون هوک تعیین می‌شود.

$$\tau = G\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{\tau}{G},\ G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \Rightarrow \gamma = \frac{2(1+\upsilon)}{E}\tau \Rightarrow \gamma = 700\times\frac{2(1+0/25)}{7\times10^5} = 0/0025 rad$$

درسنامه (۳): تغییرات طول میله تحت بارگذاری‌های محوری

۳۵ـ گزینه «۲» ابتدا از طریق جابجایی داده شده نیروی ایجاد شده در میله AB را محاسبه می‌کنیم:



$$\delta = \frac{FL}{AE} \Rightarrow F = \frac{AE}{L}\delta = \frac{1/5\times10\times10^4}{150}\times0/2 = 200\ kg$$
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -P\times L_1 + F\times L_2 = 0 \Rightarrow P = F\times\frac{L_2}{L_1} = 200\times\frac{150}{200} \Rightarrow P = 150\ Kg$$

طبق قانون تشابه مثلث مساوی $\frac{L_2}{L_1}$ می‌باشد. $\frac{150}{200}$

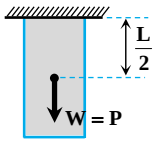
۳۶ـ گزینه «۳» میله AB تحت کشش و نیروی داخلی آن ۴۰ kips و میله BC تحت فشار و نیروی داخلی آن ۲۰ kips می‌باشد.

$$\Delta_{ABC} = \Delta_{AB} + \Delta_{BC} = \frac{40000\times40}{\frac{\pi}{4}\times2^2\times29\times10^6} - \frac{20000\times30}{\frac{\pi}{4}\times3^2\times15\times10^6} \Rightarrow \Delta_{ABC} = 0/0119\ in$$

۳۷ـ گزینه «۴» در بخش قطور میله، نیروی داخلی صفر بوده در نتیجه تغییر طول آن قسمت میله صفر است.

$$\Delta = \frac{PL}{\frac{\pi}{4}d^2E} + 0 = \frac{4PL}{\pi Ed^2}$$

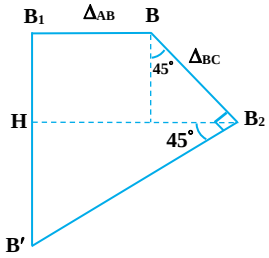
۳۸ـ گزینه «۱» در صورتی که نیروی P بر مرکز ثقل آن وارد کنیم تأثیر افزایش طول ناشی از نیروی وزن را خنثی می‌کند. تغییر طول ناشی از نیروی وزن در میله استوانه‌ای مساوی است با $\delta = \frac{WL}{2AE}$ چرا که می‌توان نیروی وزن را به‌صورت یک بار متمرکز در مرکز ثقل آن در نظر گرفت.



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

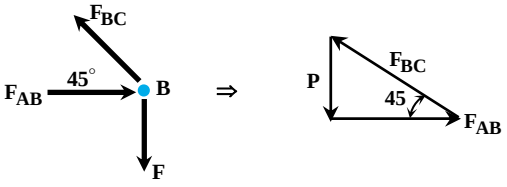
۳۹ـ گزینه «۴» میله BC تحت کشش بوده و افزایش طول می‌دهد اما میله AB تحت فشار بوده و کاهش طول می‌دهد. نیروها با استفاده از نمودار آزاد برای مفصل B به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:



با استفاده از معادله تعادل برای مفصل B می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC}\cos 45 = F_{AB} \Rightarrow F_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}F = F \quad (C)\\ \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BC}\sin 45 = F_{AB} \Rightarrow F_{BC} = \frac{F}{\cos 45} = \sqrt{2}F \quad (T)\end{cases} \Rightarrow F_{AB} = -F, F_{BC} = \sqrt{2}F$$

تغییر طول میله‌ها عبارتند از:



$$BB_1 = \Delta_{AB} = \frac{F_{AB}L_{AB}}{AE} = \frac{FL}{AE}$$

$$BB_2 = \Delta_{BC} = \frac{F_{BC}L_{BC}}{AE} = \frac{\sqrt{2}F\times\sqrt{2}L}{AE} = \frac{2FL}{AE}$$

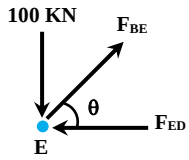
اگر B موقعیت اولیه مفصل و B' موقعیت ثانویه آن باشد بنابراین جابه‌جایی عمودی مفصل B برابر است با:

$$B_1B' = B_1H + HB' \Rightarrow B_1B' = B_1H + B_2H\times \text{Cotg}45$$

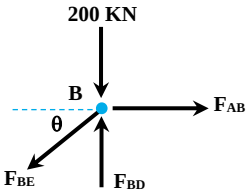
$$\Rightarrow B_1B' = \Delta_{BC}\cos 45 + (\Delta_{AB} + \Delta_{BC}\sin 45)\cot g45 \Rightarrow B_1B' = \frac{2FL}{AE}\times\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{FL}{AE} + \frac{2FL}{AE}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_1B' = 2\sqrt{2}\,\frac{FL}{AE} + \frac{FL}{AE} = \frac{FL}{AE}(1+2\sqrt{2})$$

۴۰ـ گزینه «۴» برای محاسبه جابه‌جایی میله BD باید نیروی داخلی این عضو را بیابیم. بنابراین با نوشتن معادلات تعادل برای مفاصل E و B، نیروی F_{BD} به‌دست می‌آیند:



$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1/25^2}}$$



$$\text{مفصل E}: \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BE}\sin\theta - 100 = 0 \Rightarrow F_{BE} = \frac{100}{\frac{1}{\sqrt{1+1/25^2}}} = 160\,\text{kN}$$

$$\text{مفصل B}: \sum F_y = 0 \Rightarrow -200 + F_{BD} - F_{BE}\sin\theta = 0$$

$$F_{BD} = F_{BE}\sin\theta + 200 = 160\,\frac{1}{\sqrt{1+1/25^2}} + 200$$

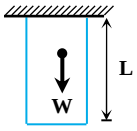
$$F_{BD} = 300\text{KN} \Rightarrow \delta_{BD} = \frac{F_{BD}L_{BD}}{A_{BD}E_{BD}} = \frac{300\times10^3\times10^3}{200\times10^3\times\frac{\pi}{4}\times25^2} = 3/056 \quad \text{mm}$$

عضو BD تحت فشار بوده و مقدار کاهش طول آن مساوی δ_{BD} است.

۴۱ـ گزینه «۲» با مشاهده‌ی مفاصل C و D نتیجه‌گیری می‌شود که اعضای متصل به این مفاصل، صفر نیرویی می‌باشند بنابراین می‌توان آن‌ها را در نظر نگرفت. به همین ترتیب با نوشتن معادله تعادل برای مفاصل A و B اعضای AE و BF نیز صفر نیرویی هستند، سپس با نوشتن معادله تعادل برای مفاصل E و F، نیرو در اعضای EF, FG, EG صفر بوده، تنها اعضای AG و GB باقی می‌مانند که تحت بار محوری P قرار گرفته‌اند.

$$\Delta_{AB} = \frac{2PL}{AE}$$

۴۲ـ گزینه «۱»



$$\Delta = \frac{w\times\frac{L}{2}}{AE} \Rightarrow \Delta = \frac{WL}{2AE} = \frac{\gamma VL}{2AE} = \frac{\gamma(AL)L}{2AE} = \frac{\gamma L^2}{2E}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

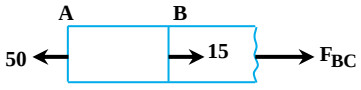
www.modaresanesharif.ac.ir

۴۳ـ گزینه «۴» خیز میله تحت بار محوری با طول رابطه مستقیم و با سطح مقطع نسبت عکس دارد.

$$d\delta x = \frac{Fdx}{AE}$$

بنابراین تغییرات خیز به صورت خطی است، از طرفی در محل تغییر سطح مقطع تغییری در شیب خط به وجود می‌آید.

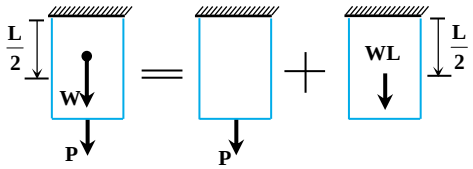
۴۴ـ گزینه «۴» نیروی داخلی در قسمت BC مساوی ۳۵kN می‌باشد، در نتیجه:



چون نیرو کششی است نقاط B و C از هم دور می‌شوند.

$$\delta_{BC} = \frac{F_{BC}L_{BC}}{E_{BC}A_{BC}} = \frac{۳۵kN \times ۱۲۰۰mm}{۲۰۰GPa \times ۵۰۰mm^۲} = ۰/۴۲mm$$

۴۵ـ گزینه «۳» چون W، وزن واحد طول میله است پس وزن کل میله برابر با WL می‌باشد.



$$\delta = \frac{PL}{AE} + \frac{(WL)\frac{L}{۲}}{AE} = \frac{L}{AE}(P + \frac{WL}{۲})$$

۴۶ـ گزینه «۲» طبق رابطه جابجایی بر حسب نیروی محوری می‌توان نوشت:

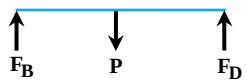
$$\delta = \frac{PL}{AE} \Rightarrow \frac{\delta_{BC}}{\delta_{AB}} = \frac{\frac{۱۰۰۰ \times ۱۰^۳ \times ۱}{۱۰۰ \times \frac{\pi}{۴} \times ۴۰۰^۲}}{\frac{۱۰۰۰ \times ۱۰^۳ \times ۱}{۲۰۰ \times \frac{\pi}{۴} \times ۲۰۰^۲}} = \frac{۲۰۰^۲ \times ۲}{۴۰۰^۲} = \frac{۱}{۲}$$

۴۷ـ گزینه «۲» جابجایی نقطه O مساوی مجموع افزایش طول میله OC و کاهش طول میله AB است.

رابطه تعادل: $\sum M_D = ۰ \Rightarrow F_B = \frac{P}{۲}$

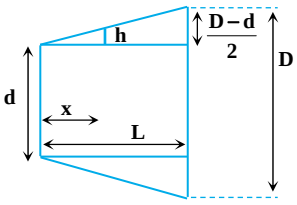
$$\delta_O = \delta_{O/C} + \delta_{C/B} + \delta_{B/A} \quad , \quad \delta_{C/B} = ۰ \Rightarrow \delta_O = \frac{PL}{AE} + \frac{(\frac{P}{۲})L}{AE} = \frac{۳}{۲}\frac{PL}{AE}$$

$\delta_{\frac{C}{B}}$ به دلیل آن صفر است که دو نقطه C و B متعلق به میله صلب می‌باشند و نسبت به هم خیز ندارند.



به دلیل تقارن، به هر یک از میله‌های جانبی AB, DE نیروی فشاری $\frac{P}{۲}$ اعمال می‌شود.

۴۸ـ گزینه «۴» با استفاده از انتگرال $\delta = \int \frac{Pdx}{AE}$ می‌توان تغییر طول میله استوانه‌ای را به دست آورد. با استفاده از رابطه تشابه مثلث مقدار h بر حسب x به دست می‌آید.



$$\frac{h}{\frac{D-d}{۲}} = \frac{x}{L} \Rightarrow h = \frac{D-d}{۲}\frac{x}{L}$$

از طرفی مقدار قطر مخروط در هر مقطع دلخواه با فاصله x از ابتدای محور توسط رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$d(x) = d + ۲h = d + (D-d)\frac{x}{L} \Rightarrow r(x) = \frac{d}{۲} + \frac{(D-d)}{۲}\frac{x}{L}$$

$$\delta = \int_۰^L \frac{Pdx}{AE} = \frac{P}{E}\int_۰^L \frac{dx}{A} \quad (۱) \; ; \quad A = \pi r^۲ = \pi[\frac{d}{۲} + \frac{(D-d)}{۲}\frac{x}{L}]^۲ = \frac{\pi}{۴}(d + (D-d)\frac{x}{L})^۲$$

برای محاسبه انتگرال، از تغییر متغیر u به صورت زیر استفاده می‌شود. از آن‌جا که حدود x بین صفر تا L می‌باشد پس حدود u بین d و D خواهد شد.

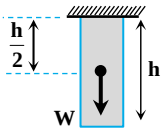
$$d + (D-d)\frac{x}{L} = u \Rightarrow dx = \frac{Ldu}{(D-d)} \xrightarrow{(۱)} \delta = \frac{P}{E}\int_d^D \frac{۴}{\pi}\frac{Ldu}{(D-d)u^۲} = \frac{۴LP}{\pi E(D-d)}(\frac{۱}{d} - \frac{۱}{D})$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{۴PL}{\pi E(D-d)}\frac{(D-d)}{Dd} = \frac{۴PL}{\pi dDE} \Rightarrow Dd = \frac{۴PL}{\pi \delta E}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

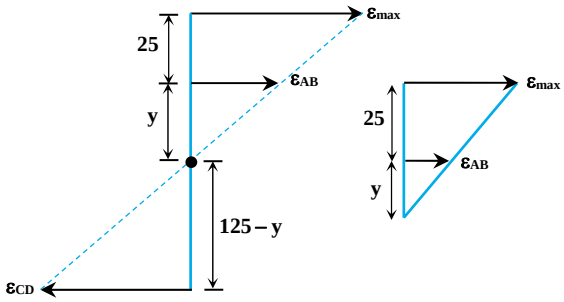
www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ گزینه «۱» وزن جسم به عنوان یک نیروی متمرکز در مرکز ثقل جسم قرار داده می‌شود بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta h=\frac{wh}{2AE}=\frac{\gamma Vh}{2AE}=\frac{\gamma Ah\times h}{2AE}=\frac{\gamma h^2}{2E}\qquad (\text{وزن استوانه}=W=\gamma V=\gamma Ah)$$

۵۰ـ گزینه «۱» تغییرات کرنش جسم تحت بارگذاری عمودی در محدوده‌ی ارتجاعی یک توزیع خطی دارد. بنابراین می‌توان از رابطه تشابه مثلث برای تعیین کرنش در نقاط دیگر جسم استفاده نمود.



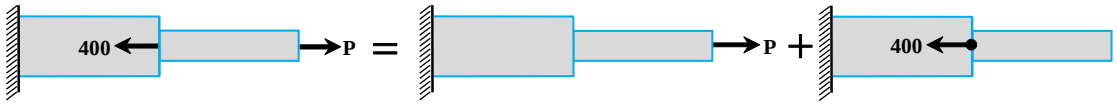
$$\varepsilon_{AB}=\frac{\Delta_{AB}}{L_{AB}}=\frac{1}{200}\qquad \varepsilon_{CD}=\frac{\Delta_{CD}}{L_{CD}}=-\frac{9}{200}$$

$$\text{تشابه مثلث}: \frac{\varepsilon_{AB}}{y}=\frac{\varepsilon_{CD}}{125-y}\Rightarrow\frac{\frac{1}{200}}{y}=\frac{\frac{9}{200}}{125-y}\Rightarrow y=12/5\,mm$$

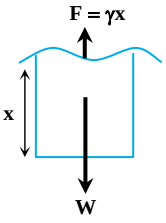
$$\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{AB}}=\frac{25+y}{y}\Rightarrow\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{AB}}=\frac{25+12/5}{12/5}\Rightarrow\varepsilon_{max}=3\,mm$$

۵۱ـ گزینه «۴» با توجه به روش جمع آثار می‌توان تغییر طول میله را به دست آورد.

$$\frac{P\times100}{400E}+\frac{P\times100}{800E}-\frac{400\times100}{800E}=0\Rightarrow\frac{P}{4}+\frac{P}{8}-\frac{400}{8}=0\Rightarrow P(\frac{1}{4}+\frac{1}{8})=50\Rightarrow P=\frac{50}{\frac{3}{8}}\Rightarrow P=\frac{400}{3}N$$



۵۲ـ گزینه «۱» اگر γ وزن مخصوص میله باشد، آنگاه نیروی داخلی در یک مقطع دلخواه باید مساوی وزن بخش پایینی مقطع باشد، که در نتیجه مقدار آن برابر است با:



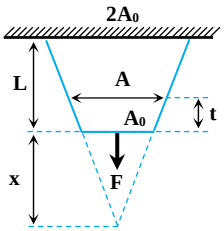
$$F=W=\gamma V=\gamma Ax\Rightarrow\frac{F}{A}=\gamma x\quad ;\quad \delta=\int_0^L\frac{Fdx}{AE}=\int_0^L\frac{\gamma x}{E}dx=\frac{\gamma L^2}{2E}$$

$$F=mg=\rho Vg=\gamma V=\gamma AL\Rightarrow\gamma=\frac{F}{AL}=\frac{wL}{AL}=\frac{w}{A}\Rightarrow\delta=\frac{wL^2}{2AE}$$

۵۳ـ گزینه «۲» چون سطح مقطع متغیر است، از رابطه انتگرالی برای محاسبه تغییر طول استفاده می‌شود:

$$\delta=\int_0^L\frac{Fdt}{AE}=\frac{F}{E}\int_0^L\frac{dt}{A}$$

با توجه به اینکه تغییرات مساحت خطی است، می‌توان با استفاده از تشابه مثلث مقدار مساحت را در یک فاصله دلخواه x از انتهای میله محاسبه نمود. اگر مساحت مقطع مذکور با A نشان داده شود می‌توان نوشت:



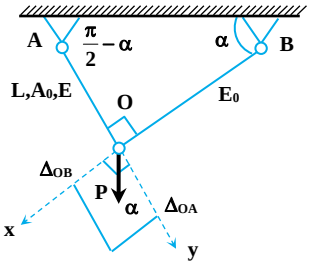
$$\frac{A_0}{x}=\frac{2A_0}{L+x}\Rightarrow x=L$$

$$\frac{A}{x+t}=\frac{A_0}{x}\Rightarrow A=A_0(\frac{x+t}{x})=A_0(1+\frac{t}{x})\Rightarrow A=(1+\frac{t}{L})A_0$$

$$\delta=\frac{F}{E}\int_0^L\frac{dt}{A_0(1+\frac{t}{L})}=\frac{FL}{A_0E}[Ln(1+\frac{t}{L})]_0^L\Rightarrow\delta=\frac{FL}{A_0E}Ln2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



۵۴ـ گزینه «۱» با نوشتن رابطه تعادل برای مفصل O، نیرو در میله‌های OA و OB به دست می‌آید:

$$\sum F_{x,y}=0 \Rightarrow F_{OA}=P\cos\alpha,\ F_{OB}=P\sin\alpha$$

$$\Delta_{OA}=\frac{F_{OA}L}{A_0E}=\frac{P\cos\alpha L}{A_0E}$$

$$\Delta_{OB}=\frac{F_{OB}L_{OB}}{AE_0}=\frac{P\sin\alpha\times L\cot g\alpha}{AE_0}$$

برای آنکه مفصل O تغییر مکان افقی نداشته باشد، باید تغییر مکان‌های OA و OB در راستای افقی یکدیگر را خنثی کنند، لذا:

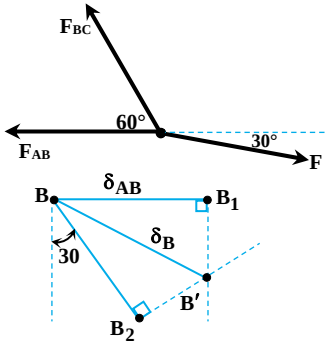
$$\Delta_{OA}\sin\alpha=\Delta_{OB}\cos\alpha \Rightarrow \frac{P\cos\alpha L}{A_0E}\sin\alpha=\frac{P\sin\alpha L\cot g\alpha}{AE_0}\cos\alpha \Rightarrow \frac{1}{A_0E}=\frac{\cot g\alpha}{AE_0} \Rightarrow A=\frac{A_0E}{E_0}\cot g\alpha$$

۵۵ـ گزینه «۳» نیرو در اعضای BC و CD مساوی صفر است. از طرفی با گشتاورگیری نیروها حول تکیه‌گاه D، نیروی تکیه‌گاهی A_y نیز مساوی صفر است، پس عضو AB نیرو تحمل نمی‌کند و عضو BD تمام نیروی خارجی P را متحمل می‌شود.

$$\delta_{BD}=\frac{F_{BD}L_{BD}}{AE}=\frac{P\times\sqrt{2}L}{AE}=\sqrt{2}\frac{PL}{AE}$$

۵۶ـ گزینه «۳» میله‌ای به طول L و وزن مخصوص w و مساحت سطح مقطع A افزایش طولی مساوی $\frac{wL^2}{2E}$ خواهد داشت. طبق حل تست‌های قبلی از طرفی نیروی P بخش فوقانی میله را تحت فشار قرار داده و کاهش طولی مساوی $\frac{Pa}{AE}$ در آن ایجاد می‌کند. با جمع کردن این تغییرات طول، مقدار جابجایی انتهای آزاد میله به دست می‌آید.

$$\delta=\frac{w(a+b)^2}{2E}-\frac{Pa}{AE}$$

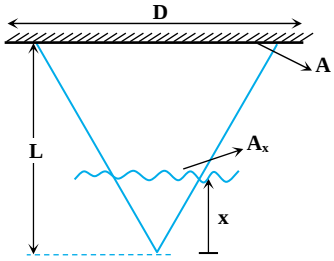


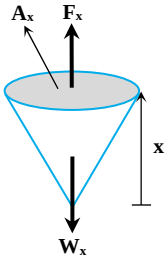
۵۷ـ گزینه «۴» در اثر نیروی F در هر دو میله نیروی کششی به وجود می‌آید در نتیجه هر دو میله افزایش طول می‌یابد. در صورتی که افزایش طول دو میله را با δ_{AB} و δ_{BC} نشان دهیم. جابجایی مفصل B مساوی BB' خواهد بود که مطابق شکل روبرو می‌باشد.

همان طور که از شکل مشخص است جابجایی افقی مفصل B مساوی δ_{AB} یا BB_1 می‌باشد. $\delta_{AB}=\frac{F_{AB}L}{AE}$

برای محاسبه F_{AB} از قانون مثلث استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F_{AB}}{\sin 15^\circ}=\frac{F}{\sin 60^\circ} \Rightarrow F_{AB}=\frac{F}{\sqrt{3}} \Rightarrow \delta_{AB}=\frac{FL}{\sqrt{3}AE}=\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{FL}{AE}$$





۵۸ـ گزینه «۳» چون با تغییر x نیروی داخلی در سطح مقطع A_x تغییر می‌کند، بنابراین برای محاسبه تغییرات طول باید از رابطه انتگرالی δ، استفاده کنیم. ابتدا مخروط را در فاصله x از انتهایش برش می‌زنیم، سپس معادله تعادل را برای آن می‌نویسیم:

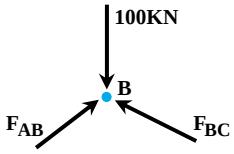
$$\sum F_y=0 \Rightarrow F_x=W_x=\gamma V_x$$

$$\xrightarrow[\text{مساحت قاعده در ارتفاع می‌باشد.}]{\text{حجم مخروط برابر حاصلضرب یک سوم}} F_x=\frac{\gamma}{3}A_x x \Rightarrow \frac{F_x}{A_x}=\frac{\gamma}{3}x \qquad (1)$$

W_x در رابطه‌ی فوق وزن بخش پایینی مقطع را نشان می‌دهد که برابر حاصلضرب حجم میله V در وزن مخصوص میله γ است.

$$\delta=\int_0^L\frac{F_x dx}{A_xE}\overset{(1)}{\Rightarrow}\delta=\frac{1}{E}\int_0^L\frac{\gamma}{3}x dx=\frac{\gamma}{3E}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^L=\frac{\gamma L^2}{6E}$$

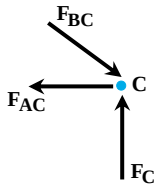
۵۹ـ گزینه «۲» با کمک معادلات تعادل می‌توان نیرو در اعضای خرپا را به دست آورد. همان طور که از شکل صورت مسئله مشخص است، جابجایی مفصل C (تکیه‌گاه C) برابر با مقدار تغییر طول میله AC است. بنابراین کافی است برای تعیین جابجایی تکیه‌گاه C، تغییر طول میله AC تعیین شود.



$$\text{مفصل B}:\begin{cases}\sum F_y=0 \Rightarrow F_{BC}\sin 45+F_{AB}\sin 45-100=0\\ \sum F_x=0 \Rightarrow F_{AB}\cos 45-F_{BC}\cos 45=0\end{cases} \Rightarrow F_{AB}=F_{BC}=\frac{100}{2\sin 45}=50\sqrt{2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



$$\text{مفصل C}: \sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC}\cos 45 - F_{AC} = 0 \Rightarrow F_{AC} = F_{BC}\cos 45 = 50\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 50\,kN$$

$$\delta_{AC} = \frac{F_{AC}L_{AC}}{AE} = \frac{50\times 2000}{100\times 200} = 5mm$$

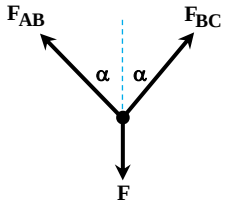
۶۰ـ گزینه «۱»

$$L_1 + L_2 = 900mm$$

$$\text{طبق فرض صورت مسئله } \delta_{AL} = \delta_{st} \Rightarrow \frac{FL_{AL}}{A_{AL}E_{AL}} = \frac{FL_{St}}{A_{St}E_{St}} \Rightarrow \frac{100000L_1}{\frac{\pi}{4}\times 50^2\times 0/7\times 10^5} = \frac{100000L_2}{\frac{\pi}{4}\times 50^2\times 2\times 10^5} \Rightarrow L_2 = \frac{20}{7}L_1$$

$$\Rightarrow L_1 + \frac{20}{7}L_1 = 900 \Rightarrow L_1 = 234mm$$

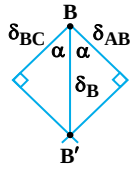
۶۱ـ گزینه «۳»



روش اول: اعضای AB و CD تحت نیروی خارجی افزایش طولی مساوی داشته که برابر است با:

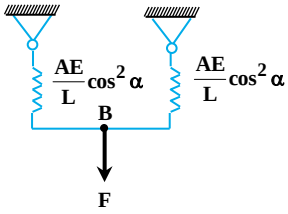
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB} = F_{BC} = \frac{F}{2\cos\alpha}$$

$$\delta_{AB} = \delta_{BC} = \frac{F_{AB}L_{AB}}{AE} = \frac{(\frac{F}{2\cos\alpha})(\frac{h}{\cos\alpha})}{AE} = \frac{Fh}{2AE\cos^2\alpha} \quad (1)$$



اما رابطه خیز مفصل B با δ_{AB} یا δ_{BC} مطابق زیر می‌باشد:

$$\delta_B = \frac{\delta_{AB}}{\cos\alpha} \overset{(1)}{=} \frac{Fh}{2AE\cos^3\alpha}$$



روش دوم: هر یک از دو میله را می‌توان مانند یک فنر در نظر گرفت چون نیروی خارجی با میله زاویه α تشکیل داده است، بنابراین سختی هر میله مساوی $\frac{AE}{L}\cos^2\alpha$ می‌باشد.

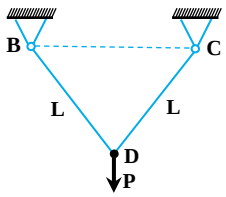
$$\delta_B = \frac{F}{K_{eq.}} \quad (1)$$

چون دو میله مانند دو فنر موازی رفتار می‌کنند، بنابراین داریم:

$$K_{eq.} = \frac{AE}{L}\cos^2\alpha + \frac{AE}{L}\cos^2\alpha = \frac{2AE}{L}\cos^2\alpha = \frac{2AE}{h}\cos^3\alpha \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \delta_B = \frac{Fh}{2AE\cos^3\alpha}$$

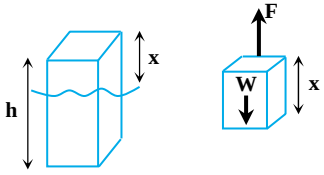
۶۲ـ گزینه «۲» چون میله BC صلب است بنابراین فاصله B تا C ثابت بوده و می‌توان نیمی از سازه نشان داده شده را به شکل روبرو در نظر گرفت. می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$\delta_D = \frac{PL}{2AE\cos^2 45} = \frac{PL}{AE}$$

اما خیز نقطهٔ D در سازه صورت مسئله به دلیل تقارن آن دو برابر خیز فوق می‌باشد. $\delta_D = 2\times\frac{PL}{AE} = \frac{2PL}{AE}$

۶۳ـ گزینه «۴» نیروی F در مقطع بالایی بلوک برابر وزن بخش پایینی بلوک است بنابراین نیروی F بر حسب وزن مخصوص بلوک (γ) برابر است با:



$$F = W = \gamma V = \gamma Ax \quad (1)$$

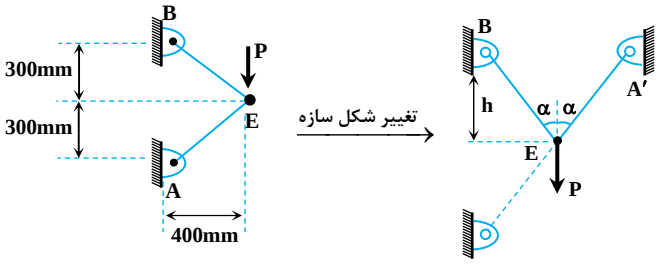
$$\delta = \int_0^h \frac{Fdx}{AE} \xrightarrow{(1)} \int_0^h \frac{\gamma x dx}{E} = \frac{\gamma h^2}{2E}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۴ـ گزینه «۳» با یک تغییر جزئی در شکل سازه می‌توان سازه را به صورتی تبدیل نمود که خیز نقطه E به راحتی و با توجه به مثال‌های حل شده در فصل اول به دست آید.



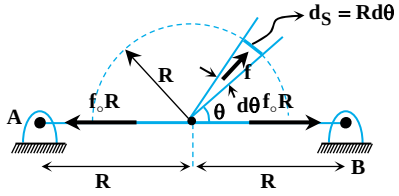
$$\cos\alpha = \frac{۳۰۰}{۵۰۰} = \frac{۳}{۵}$$

$$\delta_E = \frac{Ph}{۲AE\cos^۳\alpha} = \frac{۶۰\times۱۰^۳\times۳۰۰}{۲\times۱۰۰\times۲۰۰\times۱۰^۳\times(\frac{۳}{۵})^۳} = ۲/۰۸\text{mm} \simeq ۲/۱\text{mm}$$

۶۵ـ گزینه «۱» چون از اثر برش و خمش صرف‌نظر شده است می‌توان از انحنای میله صرف‌نظر نموده و آن را مانند یک میله مستقیم با طول ۲R و تحت بار محوری F در نظر گرفت.

$$F = \int f_\circ \cos\theta ds = \int_\circ^{\frac{\pi}{۲}} f_\circ \cos\theta \times R d\theta = f_\circ R$$

پس می‌توان بین بازه از $\theta = \circ$ تا $\theta = \frac{\pi}{۲}$ که نصف تیر است، تیر مستقیم با بار $f_\circ R$ در وسط آن در نظر گرفت. برای نیمه دیگر نیز همین مقدار نیرو و در خلاف جهت نیروی قبلی وجود خواهد داشت:



مقدار جابجایی نقطه‌ی B برابر خواهد شد با:

$$\delta = \frac{FL}{AE} = \frac{f_\circ R(\frac{R}{۲}+\frac{R}{۲})}{AE} = \frac{f_\circ R^۲}{AE}$$

درسنامه (۴): تنش و کرنش حرارتی

۶۶ـ گزینه «۲» رابطه سازگاری در سه میله به ترتیب به صورت زیر نوشته می‌شود: (در هر سه میله تغییرات طول کل برابر صفر می‌باشد بنابراین از طرف تکیه‌گاه‌ها باید نیروی فشاری بر میله اعمال گردد تا افزایش طول ناشی از دما را خنثی کند.)

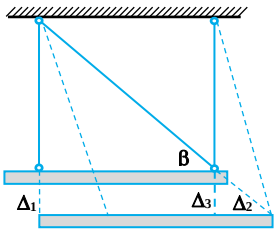
(۱) میله $\alpha L\Delta T - \frac{FL}{AE} = \circ \Rightarrow \alpha\Delta T - (\frac{F}{A})\frac{۱}{E} = \circ \Rightarrow \sigma_۱ = \alpha E\Delta T$

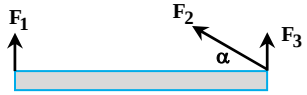
در میله‌ی (۲)، تنش ماکزیمم در مقطع با سطح مقطع A اتفاق می‌افتد.

(۲) میله $\alpha L\Delta T - \frac{FL/۲}{AE} - \frac{FL/۲}{۲AE} = \circ \Rightarrow \alpha\Delta T = (\frac{F}{A})(\frac{۱}{۲E}+\frac{۱}{۴E}) \Rightarrow \sigma_۲ = \frac{۴}{۳}\alpha E\Delta T$

(۳) میله $\alpha L\Delta T - \frac{FL}{۲AE} = \circ \Rightarrow \alpha\Delta T - (\frac{F}{۲A})\frac{۱}{E} = \circ \Rightarrow \sigma_۳ = \alpha E\Delta T$

۶۷ـ گزینه «۱» با نوشتن معادله تعادل برای میله صلب افقی نتیجه گرفته می‌شود که $F_۲ = \circ$ یا $\sigma_۲ = \circ$ و اما دو میله‌ی قائم نیز می‌توانند آزادانه افزایش طول دهند، لذا تغییری در تنش‌های میله‌ها به وجود نمی‌آید.





$$\sum F_X = \circ \Rightarrow -F_۲\cos x = \circ \Rightarrow F_۲ = \circ$$

۶۸ـ گزینه «۱» ابتدا فرض می‌شود که میله‌ها می‌توانند آزادانه تغییر طول دهند، در نتیجه:

تغییر طول میله عمودی $\Delta L_۲ = \alpha L_۲\Delta T$

تغییر طول میله افقی $\Delta L_۱ = \alpha L_۱\Delta T$

تغییر قطر مستطیل در اثر تغییر طول اضلاع مستطیل $\rightarrow \sqrt{(L_۲+\alpha L_۲\Delta T)^۲ + (L_۱+\alpha L_۱\Delta T)^۲} - \sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲}$

$$= \sqrt{L_۲^۲(۱+\alpha\Delta T)^۲ + L_۱^۲(۱+\alpha\Delta T)^۲} - \sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲} = (۱+\alpha\Delta T)\sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲} - \sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲} = \alpha\Delta T\sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲} \qquad (۱)$$

(۲) تغییر طول قطر $= \alpha\Delta T\sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲}$ ، قطر $= \sqrt{L_۱^۲+L_۲^۲} \Rightarrow$ تغییر طول قطر در اثر افزایش دما در قطر مستطیل $= \alpha \times$ قطر $\times \Delta T$

همان طور که مشاهده می‌شود، مقادیر (۱) و (۲) برابر بوده و تغییر طول در میله‌ها به گونه‌ای است که باعث هیچ‌گونه فشار یا کششی در قطر مستطیل نخواهد شد.

www.modaresanesharif.ac.ir

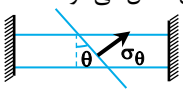
www.modaresanesharif.ac.ir

۶۹ـ گزینه «۱» ابتدا باید افزایش طول دو میله ناشی از تغییرات محاسبه شود. $\Delta = L\alpha\Delta T$ ناشی از افزایش دما

$$\Delta_{st} + \Delta_{AL} = ۳۰۰\times۱۱\times۱۰^{-۶}\times۸۰ + ۲۰۰\times۲۳\times۱۰^{-۶}\times۸۰ = ۰/۶۳۲ < ۱\ mm$$

دو میله به یکدیگر برخورد نکرده و هیچ‌گونه تنشی در این دو میله به وجود نمی‌آید.

۷۰ـ گزینه «۴» تغییر طول میله در اثر افزایش دما صفر است. لذا از طرف تکیه‌گاه‌ها نیروی فشاری برای جبران انبساط میله در اثر حرارت به آن اعمال می‌شود.



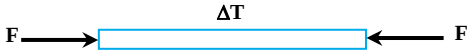
$$\Delta = ۰ \Rightarrow \alpha L\Delta T - \frac{FL}{AE} = ۰ \Rightarrow \frac{F}{A} = E\alpha\Delta T \Rightarrow \sigma = E\alpha\Delta T$$

تنش در صفحه قائم مساوی $E\alpha\Delta T$ است و در صفحات مایل با زاویه θ مساوی است با: (θ زاویه صفحه مایل با خط عمود بر تیر است.)

$$\sigma_\theta = \sigma_۰\cos^۲\theta = E\alpha\Delta T\times\cos^۲ ۳۰ = ۲۱\times۱۰^۵\times۱۲\times۱۰^{-۶}(۹۷-۲۴)\times(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ \Rightarrow \sigma_\theta = ۱۳۷۹/۷\ Bar$$

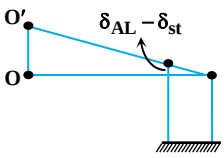
۷۱ـ گزینه «۳» مسئله نامعین استاتیکی است، بنابراین برای حل آن می‌توان از روش نیرو استفاده نمود. یعنی یکی از تکیه‌گاه‌ها برداشته شده و به جای آن نیرو گذاشته شود. تغییرات طول ناشی از دما و نیروی تکیه‌گاهی برابر صفر است. چون تغییرات دما در طول میله یکنواخت نیست بنابراین برای محاسبه تغییر طول ناشی از تغییرات دما از انتگرال زیر استفاده می‌شود:

تغییرات طول ناشی از دما $\delta_T = \int_۰^L d\delta_x = \int_۰^L \alpha\Delta T_۰(\frac{x}{L})^۲ dx = \frac{\alpha\Delta T_۰}{L^۲}\times\frac{L^۳}{۳} = \frac{\alpha L\Delta T_۰}{۳}$



رابطه سازگاری: $\delta_T - \delta_F = ۰ \Rightarrow \frac{\alpha\Delta T_۰ L}{۳} = \frac{FL}{AE} \Rightarrow \sigma = \frac{\alpha E\Delta T_۰}{۳}$

۷۲ـ گزینه «۳» اختلاف انبساط حرارتی دو میله باعث جابجایی نوک عقربه می‌شود. در نتیجه:



$$\frac{\delta_A - \delta_S}{OO'} = \frac{۲۵}{۱۲۵} \Rightarrow OO' = (\delta_A - \delta_S)\times\frac{۱۲۵}{۲۵} = (\alpha_{AL} - \alpha_{st})L\Delta T\times\frac{۱۲۵}{۲۵}$$

$$= (۲۳\times۱۰^{-۶} - ۱۲\times۱۰^{-۶})\times۵۰۰\times۵۰\times\frac{۱۲۵}{۲۵} \Rightarrow OO' = ۱/۳۷۵ \simeq ۱/۴mm$$

۷۳ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه سازگاری $\delta = ۰$ در یک میله‌ی دو سر گیردار تحت افزایش دما، مقدار تنش حرارتی ایجاد شده برابر است با:

$$\delta = ۰ \Rightarrow \frac{FL}{AE} - \alpha L\Delta T = ۰ \Rightarrow \sigma = E\alpha\Delta T = ۱۲۰\times۱۰^۳\times۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۵ = ۳۶\ MPa$$

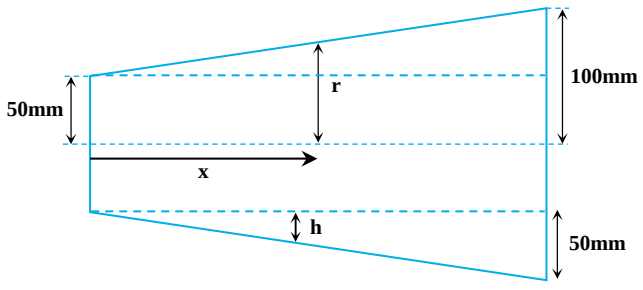
۷۴ـ گزینه «۱» سازه معین استاتیکی بوده بنابراین تحت تغییرات دما می‌تواند آزادانه تغییر طول دهد، در نتیجه فاصله دو تکیه‌گاه به اندازه زیر افزایش می‌یابد. در چنین سازه‌هایی هیچ‌گونه تنشی ایجاد نمی‌شود. $\Delta_T = \alpha L_{AB}\Delta T = ۱۱\times۱۰^{-۶}\times۸۰۰۰\times۲۰ = ۱/۷۶\ mm$

۷۵ـ گزینه «۴» در مصالح ایزوتروپیک تغییر درجه حرارت تنها در سازه مقید می‌تواند تولید تنش قائم کند.

۷۶ـ گزینه «۳» چون میله بین دو تکیه‌گاه صلب مقید شده است، مجموع تغییرات طول میله مساوی صفر است.

$$\delta_{کل} = \alpha L\Delta T - \int\frac{Fdx}{AE} = ۰ \Rightarrow ۱۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰۰۰\times۲۰ - \frac{F}{۲۰۰\times۱۰^۳\times\pi}\int\frac{dx}{r^۲} = ۰ \quad (۱)$$

شعاع و مقطع دلخواه از مخروط به فاصله x از قاعده آن، برابر $h+۵۰$ است که h طبق رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\frac{h}{۵۰} = \frac{x}{۱۰۰۰} \Rightarrow h = \frac{۵۰x}{۱۰۰۰}$$

بنابراین شعاع در مقطع مذکور برابر می‌گردد با:

$$r = ۵۰ + h = ۵۰ + \frac{x}{۱۰۰۰}\times۵۰ \Rightarrow r = ۵۰(۱ + \frac{x}{۱۰۰۰})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$۱+\frac{x}{۱۰۰۰}=u \Rightarrow dx=۱۰۰۰\,du \Rightarrow \int_{۰}^{۱۰۰۰}\frac{dx}{(۱+\frac{x}{۱۰۰۰})^{۲}}=\int_{۱}^{۲}\frac{۱۰۰۰\,du}{u^{۲}}=۱۰۰۰[-\frac{۱}{u}]_{۱}^{۲}=۵۰۰$$

$$\int\frac{dx}{r^{۲}}=\int\frac{dx}{۵۰^{۲}\,(۱+\frac{x}{۱۰۰۰})^{۲}}=\frac{۱}{۲۵۰۰}\int_{۰}^{۱۰۰۰}\frac{dx}{(۱+\frac{x}{۱۰۰۰})^{۲}}=\frac{۱}{۲۵۰۰}\times۵۰۰$$

$$(۱)\Rightarrow ۲۴\times۱۰^{-۲}=\frac{F}{۲\times۱۰^{۵}}\times\frac{۱}{\pi}\times\frac{۱}{۲۵۰۰}\times۵۰۰\Rightarrow F=۰/۷۲\times۱۰^{۶}\ N\Rightarrow\sigma_{max}=\frac{۰/۷۲\times۱۰^{۶}}{\frac{\pi}{۴}\times۱۰۰^{۲}}=۹۶MPa$$

۷۷ـ گزینه «۱» نیروی وارده به دو میله طبق قانون سوم نیوتن مساوی بوده و از طرفی مساحت دو میله نیز یکسان است، بنابراین تنش در میله‌ها یکسان می‌باشد.

۷۸ـ گزینه «۳» تنش ایجاد شده ناشی از حرارت در میله دو سر گیردار مساوی است با:

$$\Rightarrow\sigma=E\alpha\Delta T\Rightarrow\sigma_{y}=E\alpha\Delta T\Rightarrow\Delta T=\frac{\sigma_{y}}{E\alpha}$$

$$\Delta T=\frac{۲۴۰\,MPa}{۲۰۰۰۰۰MPa\times۱۲\times۱۰^{-۶}\,\frac{۱}{^{\circ}C}}=۱۰۰^{\circ}C\Rightarrow T_{۲}=T_{۱}+\Delta T=۲۰+۱۰۰=۱۲۰^{\circ}\,C$$

۷۹ـ گزینه «۱» تغییرات درجه (میله) حرارت در مواد ایزوتروپیک تنها تولید کرنش قائم می‌کند.

$$\varepsilon=\alpha\Delta T$$

۸۰ـ گزینه «۳» خرپای نشان داده شده یک سازه معین است که با کاهش دمای یکی از اعضای آن مانند عضو BC به دیگر اعضاء نیرویی وارد نمی‌شود. تنها تغییر ایجاد شده در خرپا کاهش طول عضو BC و کاهش زاویه α خواهد بود.
(در سازه معین در اثر تغییرات درجه حرارت تنشی در اعضاء ایجاد نمی‌شود.)

۸۱ـ گزینه «۲»

$\delta=۶mm$ حداکثر تغییر طول ممکن ریل راه‌آهن

با افزایش دما فاصله بین ریل‌ها کمتر شده تا در نهایت به یکدیگر برخورد نموده و یکدیگر را تحت فشار قرار می‌دهند. در این حالت رابطه سازگاری را می‌توان به صورت روبرو نوشت:

$$\delta=۶=\underbrace{\alpha L\Delta T}_{\text{انبساط حرارتی ریل}}-\underbrace{\frac{FL}{AE}}_{\text{کاهش ناشی از نیروی فشار}}\Rightarrow ۶=۱۱/۷\times۱۰^{-۶}\times۱۲۰۰۰\times۵۳-\sigma\times\frac{۱۲۰۰۰}{۲۰۰\times۱۰^{۳}}\Rightarrow\sigma=۲۴\ MPa$$

اما این تنش به دلیل نیروی ایجاد شده در بین ریل‌ها از نوع فشاری است.

درسنامه (۵): بارگذاری عمومی

۸۲ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چون صفحه نازک است، پس دو بعدی است و $\sigma_{z}=۰$ است:

$$\begin{cases}\varepsilon_{x}=\frac{۱}{E}\{\sigma_{x}-\upsilon\sigma_{y}\}\\ \varepsilon_{y}=\frac{۱}{E}\{\sigma_{y}-\upsilon\sigma_{x}\}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sigma_{x}-\upsilon\sigma_{y}=E\varepsilon_{x}\\ \sigma_{y}-\upsilon\sigma_{x}=E\varepsilon_{y}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sigma_{x}-\upsilon\sigma_{y}=E\times\frac{۴}{۲۰۰}\\ \sigma_{y}-\upsilon\sigma_{x}=E\times\frac{۲}{۱۰۰}\end{cases}\Rightarrow\sigma_{x}(۱-\upsilon^{۲})=۰/۰۲\,E(۲+\nu)$$

$$\sigma_{x}=۰/۰۲E\,\frac{(۲+\upsilon)}{۱-\upsilon^{۲}}\quad,\quad\sigma_{y}=۰/۰۲E\frac{(۱+۲\upsilon)}{۱-\upsilon^{۲}}$$

مقادیر تنش با مدول الاستیسیته نسبت مستقیم دارند، که در هیچ گزینه‌ای وجود ندارد.

۸۳ـ گزینه «۳» کرنش سطحی برابر است با:

$$\varepsilon_{A}=\frac{\Delta A}{A}=\varepsilon_{x}+\varepsilon_{y}$$

$$\Rightarrow\Delta A=A(\varepsilon_{x}+\varepsilon_{y})\ ,\ \varepsilon_{x}=\frac{۱}{E}(\sigma_{x}-\nu\sigma_{y})\ ,\ \varepsilon_{y}=\frac{۱}{E}(\sigma_{y}-\nu\sigma_{x})\Rightarrow\Delta A=\frac{A}{E}(\sigma_{x}+\sigma_{y})(۱-\nu)$$

$$\Rightarrow\Delta A=۱۵۰\times۱۰^{۲}\times\frac{۱}{۲۰۰\times۱۰^{۳}}(۴۰۰-۲۰۰)(۱-۰/۳)=۱۰/۵mm^{۲}$$

σ_{y} منفی بوده چرا که تحت نیروی فشاری قرار گرفته است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۴ـ گزینه «۲» طبق توضیحات ارائه شده در متن درس، کرنش‌های حجمی و سطحی بر حسب کرنش‌های قائم به صورت زیر نوشته می‌شوند. (لازم به ذکر است که محور طولی جسم در راستای x می‌باشد.) از آن‌جا که تغییر حجم افزایش یافته و کرنش طولی مثبت است، بنابراین سطح مقطع کاهش یافته است. در نتیجه نسبت $\frac{\Delta V}{\Delta A}$ برابر $-\frac{۳}{۴}$ است.

$$\varepsilon_V=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z\ ,\ \varepsilon_A=\varepsilon_y+\varepsilon_z\ ,\ \varepsilon_y=-\nu\varepsilon_x\ ,\ \varepsilon_z=-\nu\varepsilon_x$$

$$\frac{\varepsilon_V}{\varepsilon_A}=\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z}{(\varepsilon_y+\varepsilon_z)}=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{\varepsilon_x(۱-۲\nu)}{-\varepsilon_x\times۲\nu}=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow\nu=\frac{۲}{۷}\quad\Rightarrow V_\circ=\frac{\Delta V}{\varepsilon_V}=\frac{\circ/۳۳۶}{\circ/\circ\circ۳۵(۱-۲\times\frac{۲}{۷})}=۲۲۴$$

۸۵ـ گزینه «۳» نسبت پواسون با استفاده از مدول الاستیسیته و مدول برشی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$G=\frac{E}{۲(۱+\upsilon)}\Rightarrow\upsilon=\frac{E}{۲G}-۱=\frac{۱۵\times۱\circ^۶}{۲\times۵/۶\times۱\circ^۶}-۱=\circ/۳۳۹۲۸$$

تغییر طول خط‌چین افقی برابر است با:

$$\delta_x=\varepsilon_xL_x=\frac{L_x}{E}[\sigma_x]=\frac{L_x}{E}\times\frac{F_x}{A}=\frac{۱}{۱۵\times۱\circ^۶}(\frac{۴۵\circ\circ\circ}{۶\times\frac{۱}{۴}})\times۱\circ=\circ/\circ۲$$

تغییر طول خط‌چین عمودی برابر است با:

$$\delta_y=\varepsilon_yL_y=\frac{L_y}{E}[-\nu\sigma_x]=-\frac{L_y\times\upsilon\times F_x}{E\times A}=\frac{۱}{۱۵\times۱\circ^۶}(\frac{-\circ/۳۳۹\times۴۵\circ\circ\circ}{۶\times\frac{۱}{۴}})\times۴=-\circ/\circ\circ۲۷۱۲$$

$$\text{شیب ثانویه}=\frac{۴-\circ/\circ\circ۷۱۲}{۱\circ+\circ/\circ۲}=\circ/۳۹۸۹۳$$

$$\Delta\theta=\circ/۴-\circ/۳۹۸۹۳=\circ/\circ\circ۱\circ۷$$

۸۶ـ گزینه «۳»

$$\sigma_x=E\varepsilon_x\Rightarrow\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}=\frac{F}{AE}\Rightarrow\varepsilon_y=\varepsilon_z=-\upsilon\varepsilon_x\ \Rightarrow\varepsilon_A=\varepsilon_z+\varepsilon_y=-۲\nu\varepsilon_x$$

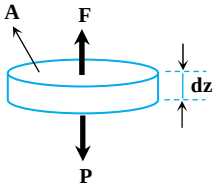
از رابطه فوق مشخص است که تغییر سطح مقطع دو میله به کرنش‌های ε_y و ε_z بستگی دارد و این دو کرنش برای هر دو میله مساوی می‌باشند.

۸۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\varepsilon_V=-\frac{P}{K}\Rightarrow K=-\frac{۱/۵}{-۱\circ^{-۵}}=۱/۵\times۱\circ^۵\ \text{MPa}=۱/۵\times۱\circ^۲\ \text{GPa}\ \Rightarrow K=۱۵\circ\text{GPa}$$

مدول حجمی یا مدول بالک مساوی ۱۵۰GPa می‌باشد که در جواب مسئله ۱۵۰MPa قید شده است.

۸۸ـ گزینه «۱» یک المان کوچک از میله را در نظر گرفته، سپس تغییر حجم آن، ناشی از بار محوری محاسبه می‌شود.



در صورتی که x راستای محوری باشد، مؤلفه‌های تنش قائم برابر است با: $\sigma_x=\frac{P}{A}\ ,\ \sigma_y=\sigma_z=\circ$

$$dV=\varepsilon_vV=\frac{(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{E}(۱-۲\nu)V=\frac{P}{AE}(۱-۲\nu)Adz\Rightarrow dV=\frac{P}{E}(۱-۲\nu)dz$$

$$\Rightarrow V=\int dV=\frac{P}{E}(۱-۲\nu)\int_\circ^L dz=\frac{PL}{E}(۱-۲\nu)$$

طبق نتیجه فوق تغییر حجم مخروط تابعی از مساحت سطح مقطع عرضی نمی‌باشد.

۸۹ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چون میله در راستای y مقید شده است، بنابراین تغییرات طول آن صفر می‌باشد. $(\delta_y=\circ)$

$$\delta_y=\circ\ \Rightarrow\varepsilon_y=\circ=\frac{۱}{E}\{\sigma_y-\nu\sigma_x\}\Rightarrow\sigma_y=\nu\sigma_x$$

$$\varepsilon_x=\frac{۱}{E}\{\sigma_x-\nu\sigma_y\}=\frac{۱}{E}\{\sigma_x-\nu(\nu\sigma_x)\}=\frac{\sigma_x}{E}(۱-\nu^۲)\ \Rightarrow\sigma_x=\frac{E\varepsilon_x}{۱-\nu^۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۰ـ گزینه «۱» ابتدا تنش وارده به استوانه در جهت z را می‌یابیم:

$$\sigma_z = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

به دلیل تقارن استوانه در جهات y و x ، تنش در این دو راستا مساوی است. بنابراین:

$$\sigma_x = \sigma_y = P$$

به دلیل آنکه استوانه در جهت شعاعی مقید است می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_y = 0 = \frac{1}{E}\{\sigma_y - \upsilon(\sigma_z + \sigma_x)\} \Rightarrow \sigma_y - \upsilon\sigma_x = \upsilon\sigma_z \Rightarrow P(1-\upsilon) = \frac{4\upsilon F}{\pi d^2} \Rightarrow P = \frac{4\upsilon F}{\pi d^2(1-\upsilon)}$$

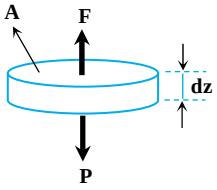
۹۱ـ گزینه «۳»

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\} = -\frac{P}{E}(1-2\nu) \ , \ \varepsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{-0/024}{80}$$

در عمق سیال تنش‌های ناشی از فشار هیدرواستاتیک برابر $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P$ است.

$$\Rightarrow -P = \frac{E\varepsilon_x}{1-2\nu} = \frac{2\times10^5}{1-2\times0/29} \times \frac{-0/024}{80} \Rightarrow P = 142/8 \text{ MPa}$$

۹۲ـ گزینه «۴» چون سطح مقطع متغیر است برای محاسبه تغییر حجم کل از المان‌گیری استفاده می‌شود:



تغییر حجم المان شکل روبرو $dV = \varepsilon_v \times V = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)(1-2\nu)}{E}V$

$$\Rightarrow dV = \frac{\sigma_x}{E}(1-2\nu)V = \frac{P}{AE}(1-2\nu)Adz = \frac{P(1-2\nu)}{E}dz \Rightarrow \Delta V = \int dV = \int_0^L \frac{P}{E}(1-2\nu)dz = \frac{PL(1-2\nu)}{E} \Rightarrow P = \frac{E\Delta V}{L(1-2\nu)}$$

۹۳ـ گزینه «۳»

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \ , \ \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x \ , \ \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x \Rightarrow \varepsilon_V = \varepsilon_x(1-2\nu) = 0/001\times(1-2\times0/33) = 0/34\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta V = V\varepsilon_v = 50^2 \times 250 \times 0/34\times10^{-3} = 212/5 mm^3$$

۹۴ـ گزینه «۲» تغییرات حجم متناسب با جمع کرنش‌های قائم است و کرنش‌های برشی تأثیری در آن ندارند.

۹۵ـ گزینه «۲»

$$\varepsilon_V = -\frac{P}{K} \Rightarrow K = -\frac{P}{\varepsilon_V} \ , \ \varepsilon_V = -3P(1-2\nu) \Rightarrow K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \frac{E}{3(1-2\times\frac{1}{3})} = E$$

۹۶ـ گزینه «۳» تنش در راستای محوری را می‌توان از تقسیم نیرو بر مساحت سطح مقطع استوانه به دست آورد.

$$\sigma_z = \frac{P}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{4P}{\pi D^2}$$

چون استوانه در جهات جانبی مقید است، بنابراین کرنش در جهت شعاعی و محیطی مساوی صفر می‌باشد.

$$\varepsilon_\theta = 0 = \frac{1}{E}\{\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)\}$$
$$\varepsilon_r = 0 = \frac{1}{E}\{\sigma_r - \nu(\sigma_z + \sigma_\theta)\}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_\theta - \nu\sigma_r = \nu\sigma_z \\ \sigma_r - \nu\sigma_\theta = \nu\sigma_z \end{cases} \Rightarrow \sigma_r = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z \ , \ \sigma_\theta = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z \qquad (1)$$

اما کرنش در راستای طولی برابر است با:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{D} \ , \ \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)) \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{\Delta z}{D} = \frac{1}{E}\left\{\frac{4P}{\pi D^2} - \nu\left(\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z + \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z\right)\right\}$$

$$\Rightarrow \Delta z = \frac{4P}{\pi DE}\left(1 - \frac{\nu^2}{1-\nu} - \frac{\nu^2}{1-\nu}\right) = \frac{4P}{\pi DE}\left(\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu}\right)$$

۹۷ـ گزینه «۱» تغییر حجم در اثر برش مطلق مساوی صفر است. چرا که مجموع تنش‌های قائم در این حالت مساوی صفر است.

۹۸ـ گزینه «۴» اگر منظور از مدول کشیدگی همان مدول حجمی باشد، می‌توان نوشت:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \frac{E}{3(1-2\times\frac{1}{3})} = E$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۹ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. کاهش حجم یک کره را می‌توان توسط محاسبه کرنش حجمی در کره به دست آورد.

$$\Delta V = \varepsilon_v \times V_\circ = \frac{(1-2\upsilon)}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)\times\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{(1-2\times 0/3)}{21\times 10^5}(-700-700-700)\times\frac{4}{3}\pi\times 0/125^3 = -3/27\times 10^{-6}\ m^3$$

اما کرنش حجمی کره مساوی است با:

$$\varepsilon_V = \frac{(1-2\upsilon)}{E}\times(-3P) = \frac{0/4}{21\times 10^5}(-2100) = -0/0004$$

در گزینه ۱ مقدار کرنش حجمی داده شده در حالی که در صورت تست تغییر حجم کره خواسته شده است.

۱۰۰ـ گزینه «۲» نسبت انبساط حجمی همان کرنش حجمی بوده که توسط رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\varepsilon_V = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z) = \frac{(1-2\nu)}{E}(\frac{F}{A})$$

از آن‌جا که میله فقط در راستای محوری‌اش، کشیده می‌شود، پس فقط مؤلفه تنش در این راستا وجود خواهد داشت که برابر با $\frac{F}{A}$ می‌گردد و در دو راستای دیگر، مؤلفه‌های تنش صفر خواهد بود. اگر راستای محوری را x فرض کنیم نتیجه می‌شود:

$$\sigma_x = \frac{F}{A}\ ,\ \sigma_y = \sigma_z = 0$$

$$\varepsilon_V = \frac{(1-2\times 0/3)}{200}\times\frac{20}{50} = 8\times 10^{-4}$$

۱۰۱ـ گزینه «۳» به توضیحات متن درسنامه در بخش مدول حجمی مراجعه شود.

۱۰۲ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه $\varepsilon_v = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)$ آن المانی تغییر حجمش بیشتر است که مجموع تنش‌های قائم آن بیشتر باشد.

۱۰۳ـ گزینه «۴» برای محاسبه تغییر ضخامت ورق، ابتدا باید کرنش ورق در راستای ضخامت با استفاده از قانون عمومی هوک تعیین شود.

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta t}{t} \Rightarrow \Delta t = t\varepsilon_z\ ,\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x+\sigma_y)) \Rightarrow \Delta t = \frac{t}{E}\{\sigma_z - \nu(\sigma_x+\sigma_y)\}$$

$$\Delta t = \frac{6}{2\times 10^5}\{0-0/25(100+100)\} = -0/0015 mm$$

۱۰۴ـ گزینه «۲» تغییر طول میله AD با قسمت BC برابر است چون در قسمت AB و CD میله نیرویی وارد نمی‌شود و تغییر طولی نیز نخواهند داشت. در فاصله BC بر روی میله تنش شعاعی فشاری وارد شده بنابراین $\sigma_x = \sigma_y = -60\ MPa$ و از طرفی در راستای طولی بر میله تنشی وارد نمی‌شود، بنابراین $\sigma_z = 0$ است.

$$\delta_{AD} = \delta_{BC} = L_{BC}\varepsilon_{BC}\ ,\ \varepsilon_{BC} = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x+\sigma_y))$$

$$\Rightarrow \delta_{AD} = 0/3(\frac{1}{100000}(0-\frac{1}{3}((-60)+(-60))) = 12\times 10^{-5}\ m = 0/12\times 10^{-3}\ m$$

۱۰۵ـ گزینه «۲» برای محاسبه تغییر حجم میله می‌توان از حاصل‌ضرب کرنش حجمی در حجم اولیه جسم، استفاده نمود.

$$\Delta V = \varepsilon_v \times V_\circ = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)V_\circ \qquad (1)$$

حجم اولیه المان برابر حاصل‌ضرب مساحت ذوزنقه نشان داده شده در شکل مسئله، در ضخامت ورق است.

$$V_\circ = (\frac{b_1+b_2}{2})Lt$$

چون تغییرات سطح مقطع میله خطی است از این رو می‌توان تنش را در مساحت میانگین محاسبه نمود. مساحت میانگین ورق از حاصل‌ضرب عرض میانگین ورق در ضخامت ورق به دست می‌آید.

$$\sigma_x = \frac{P}{(\frac{b_1+b_2}{2})t} = \frac{2P}{(b_1+b_2)t}\ ,\ \sigma_y = \sigma_z = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} \Delta V = \frac{(1-2\nu)}{E}PL$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۶ـ گزینه «۲» تغییرات حجم میله مساوی حاصل‌ضرب کرنش حجمی در حجم اولیه میله است.

$$\Delta V = \varepsilon_V \times V = \text{(کرنش حجمی ناشی از تغییر دما + کرنش حجمی ناشی از بارگذاری)} \times \text{حجم اولیه}$$

$$\Delta V = (\varepsilon_{V_1} + \varepsilon_{V_2})V \Rightarrow \Delta V = [\frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)]V + 3\alpha\Delta TV$$

$$\varepsilon_{V_1} = \frac{(1-2\upsilon)}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{(1-2\upsilon)}{E}(\frac{P}{A} + 0 + 0) = \frac{(1-2\upsilon)P}{AE}$$

$$\varepsilon_{V_2} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \alpha\Delta T + \alpha\Delta T + \alpha\Delta T = 3\alpha\Delta T$$

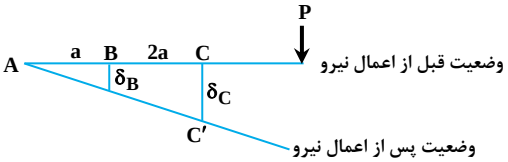
$$\Rightarrow \Delta V = (\varepsilon_{V_1} + \varepsilon_{V_2})V = \frac{(1-2\nu)}{E} \times \frac{P}{A} \times AL + 3\alpha\Delta TAL \Rightarrow \Delta V = \frac{PL}{E}(1-2\nu) + 3AL\alpha\Delta T$$

۱۰۷ـ گزینه «۲» جسم در راستای x و y مقید می‌باشد بنابراین کرنش در این جهات برابر صفر است. با نوشتن روابط هوک، می‌توان با حل معادلات، تنش در راستای x را به دست آورد.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}\{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\} = 0 \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}\{\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_x - \nu(\sigma_y - P) = 0 \\ \sigma_y - \nu(\sigma_x - P) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_x - \nu\sigma_y = -\nu P \\ \sigma_y - \nu\sigma_x = -\nu P \end{cases} \Rightarrow \sigma_x = \frac{-\nu P}{1-\nu}$$

درسنامه (۶): سازه‌های نامعین استاتیکی

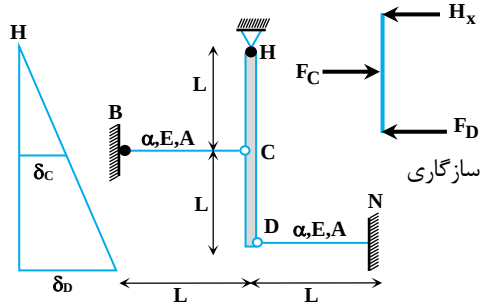
۱۰۸ـ گزینه «۱»



(رابطه سازگاری) $\frac{\delta_B}{\delta_C} = \frac{a}{3a} \Rightarrow \delta_C = 3\delta_B$: با استفاده از قضیه تالس در مثلث ACC′

$$\frac{F_C L}{AE} = 3\frac{F_B L}{AE} \Rightarrow F_C = 3F_B \Rightarrow \sigma_{CF} = 3\,\sigma_{BE} \Rightarrow \frac{\sigma_{BE}}{\sigma_{CF}} = \frac{1}{3}$$

۱۰۹ـ گزینه «۱» میله BC تحت اثر افزایش دما و نیروی فشاری وارد شده از طرف سیم DN است. همچنین میله DN فقط تحت اثر نیروی کششی داخلی‌اش است.



رابطه سازگاری: $\delta_C = \frac{1}{2}\delta_D \Rightarrow \alpha L\Delta T - \frac{F_C L}{AE} = \frac{1}{2}\frac{F_D L}{AE}$

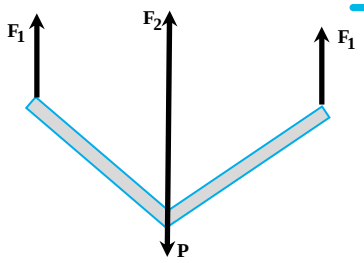
$$\sum M_H = 0 \Rightarrow F_C = 2F_D$$

$$\Rightarrow F_D(\frac{1}{2}\frac{L}{AE} + \frac{2L}{AE}) = \alpha L\Delta T$$

$$F_D = \frac{2}{5}\alpha\Delta T(AE)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_x + F_D - F_C = 0 \Rightarrow H_x = F_D = 0/4AE\alpha\Delta T$$

۱۱۰ـ گزینه «۴» به دلیل تقارن هندسی و صلب بودن قطعه، رابطه سازگاری به صورت زیر بیان می‌شود:



$$\Delta_1 = \Delta_2 \Rightarrow \frac{F_1 a}{AE} = \frac{F_2(2a)}{AE} \Rightarrow F_1 = 2F_2$$

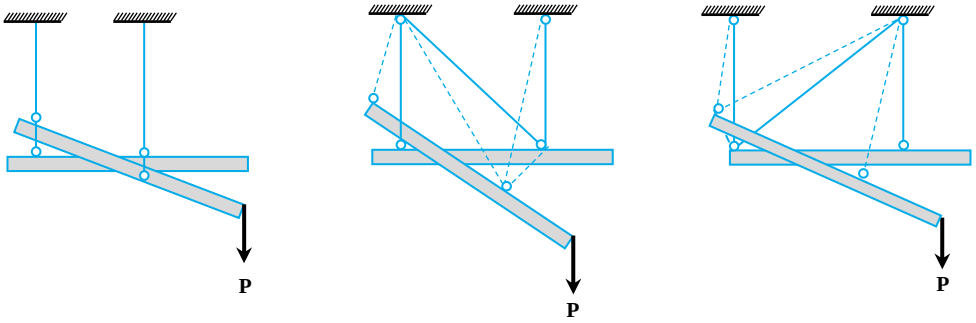
از طرفی طبق رابطه تعادل داریم:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P = F_2 + 2F_1 \Rightarrow P = F_2 + 2(2F_2) = 5F_2 \Rightarrow F_2 = 0/2P \Rightarrow F_1 = 0/4P$$

۱۱۱ـ گزینه «۳» اگر معادله تعادل در راستای x برای هر سه میله نوشته شود، نیرو در میله‌های مایل شکل‌های (ب) و (ج) مساوی صفر خواهند شد. در نتیجه این میله‌ها تغییر طولی نخواهند داد. به عبارت دیگر تغییر مکان نقطه B عمود بر میله مایل خواهد بود. از طرفی چون میله در سمت راست تحت کشش می‌باشد، لذا تنها گزینه صحیح، گزینه (۳) خواهد بود.

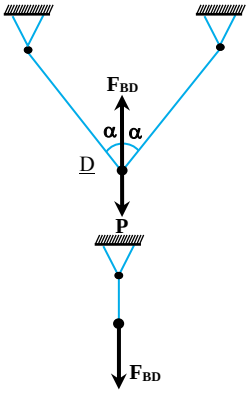
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



۱۱۲ـ گزینه «۴» به سازه‌ای نامعین گفته می‌شود که تعداد مجهولات تکیه‌گاهی بیش از تعداد معادلات تعادل باشد.

۱۱۳ـ گزینه «۱» می‌توان نوشت:



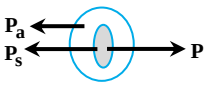
F_{BD} جابجایی مفصل D تحت بار P و نیروی F_{BD} : $\Delta_D = \dfrac{(P-F_{BD})L}{2AE\cos^3\alpha}$ (۱)

BD جابجایی میله BD تحت نیروی : $\Delta_D = \dfrac{F_{BD}L}{AE}$ (۲)

اما طبق رابطه سازگاری باید مقادیر Δ_D در رابطه (۱) و (۲) باهم برابر باشند.

$$\frac{(P-F_{BD})L}{2AE\cos^3\alpha} = \frac{F_{BD}L}{AE} \Rightarrow F_{BD} = \frac{P}{1+2\cos^3\alpha} \Rightarrow \Delta_D = \frac{PL}{AE(1+2\cos^3\alpha)}$$

۱۱۴ـ گزینه «۴» تغییر طول دو میله برابر است، از این رو رابطه سازگاری به شکل زیر نوشته می‌شود:



معادله سازگاری : $\Delta_a = \Delta_s \Rightarrow \dfrac{P_aL}{A_aE_a} = \dfrac{P_sL}{A_sE_s} \Rightarrow \dfrac{P_s}{P_a} = \dfrac{A_sE_s}{A_aE_a}$ (۱)

معادله تعادل : $P = P_a + P_s \xrightarrow{(1)} \dfrac{P_s}{P_a} = \dfrac{P-P_a}{P_a} = \dfrac{A_sE_s}{A_aE_a} \Rightarrow PA_aE_a = P_a(A_sE_s + A_aE_a) \Rightarrow \dfrac{P_a}{P} = \dfrac{E_aA_a}{E_aA_a + E_sA_s}$

۱۱۵ـ گزینه «۲» در صورتی که نیروی وارد بر جسم الاستیک به صورت محوری باشد، توزیع تنش یکنواخت خواهد بود. نیروی به وجود آمده در پیچ در اثر سفت کردن مهره مساوی است با:

$$F = K\delta = \frac{AE}{L}(n\times 0/1)$$

n تعداد دور سفت کردن مهره را مشخص می‌کند. (به ازای هر دور سفت کردن مهره، تغییر طولی به اندازه یک گام ایجاد خواهد شد.) برای برقراری تنش یکنواخت در جسم باید گشتاور دو نیروی F و P حول محور مرکزی جسم الاستیک یکدیگر را خنثی نمایند.

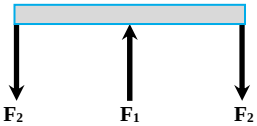
$$\frac{n\times 0/1\times AE}{L}\times 100 = 30\times P \Rightarrow n = \frac{30\times 2000\times 300}{0/1\times 5\times 2\times 10^6\times 100} = \frac{18\times 10^7}{10^8} = 1/8$$

۱۱۶ـ گزینه «۱» به دلیل تقارن هندسی سازه و تقارن در بارگذاری تغییر طول‌های سه میله برابر می‌باشند.

معادله سازگاری : $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 \Rightarrow \dfrac{F_1\ L/2}{AE} = \dfrac{F_2L}{AE} = \dfrac{F_3\ L/2}{AE} \Rightarrow F_1 = F_3 = 2F_2$

معادله تعادل : $F_1 + F_2 + F_3 = \dfrac{5P}{2} \Rightarrow 2F_2 + F_2 + 2F_2 = \dfrac{5P}{2} \Rightarrow F_2 = \dfrac{P}{2} \Rightarrow F_1 = F_3 = \dfrac{P}{2}\times 2 = P$

۱۱۷ـ گزینه «۳» میله وسطی تحت افزایش دما و نیروی فشاری وارده از طرف میله‌های جانبی است، بنابراین رابطه سازگاری به شکل روبرو نوشته می‌شود:



(تغییر طول میله‌های جانبی تحت نیروی کششی F_2 (δ_2)؛ (تغییر طول میله وسطی تحت افزایش دما و نیروی F_1 (δ_1)

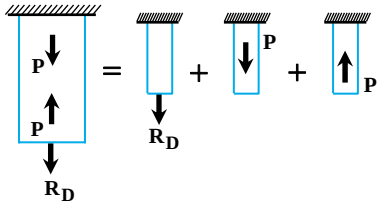
رابطه سازگاری (چون جابجایی میله‌ی صلب عمودی است بنابراین تغییرات طول میله وسطی و میله‌های جانبی برابر است.) : $\delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \alpha L\Delta T - \dfrac{F_1L}{AE} = \dfrac{F_2L}{AE}$ (۱)

رابطه تعادل : $F_1 = 2F_2 \xrightarrow{(1)} \alpha L\Delta T = \dfrac{3F_2L}{AE}$, $\sigma = \dfrac{F_2}{A} \Rightarrow \sigma = \dfrac{1}{3}\alpha E\Delta T$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

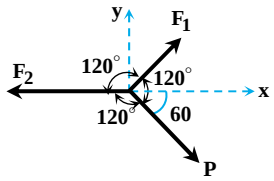
۱۱۸ـ گزینه «۱» مسئله نامعین بوده و به روش نیرو حل می‌شود:



$$\Delta_D = \frac{P\frac{L}{4}}{AE} - \frac{P\frac{3L}{4}}{AE} + \frac{R_D L}{AE} \Rightarrow \Delta_D = \frac{R_D L}{AE} - \frac{3PL}{4AE} + \frac{PL}{4AE} = 0 \Rightarrow R_D = \frac{P}{2}$$

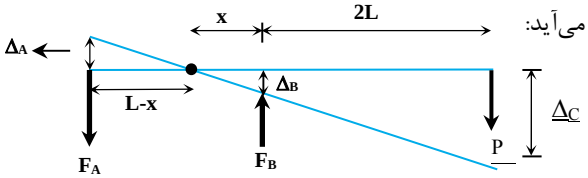
$$\xrightarrow{\text{تنش در قسمت میانی BC}} \sigma = \frac{(R_D - P)}{A} = -\frac{P}{2A}$$

۱۱۹ـ گزینه «۴» نیروهای داخلی F_1 و F_2 با نیروی خارجی P زوایای مساوی می‌سازند بنابراین سهم یکسانی از نیروی خارجی را تحمل می‌کنند. از طرفی چون نیروی P بر میله ۳ عمود است، لذا نیرو در این میله صفر است، $F_3 = 0$ و اما امتداد نیروی P با راستای میله‌های ۱ و ۲، 120° می‌باشد در نتیجه داریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P\sin 60 = F_1 \sin 60 \Rightarrow F_1 = P$$

۱۲۰ـ گزینه «۴» از نوشتن تعادل برای میله ABC، نیرو در میله‌های A و B به دست می‌آید:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_B L - 3PL = 0 \Rightarrow F_B = 3P$$

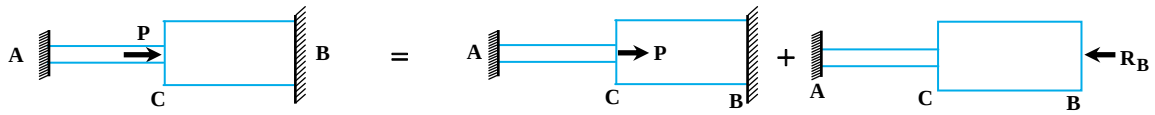
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_A = 2P$$

رابطه سازگاری: $\frac{\Delta_A}{L-x} = \frac{\Delta_B}{x} \Rightarrow \frac{F_A L}{AE(L-x)} = \frac{F_B L}{(x)AE} \Rightarrow \frac{F_A}{L-x} = \frac{F_B}{x} \Rightarrow 2Px = 3PL - 3Px \Rightarrow x = \frac{3}{5}L$

$$\Rightarrow \text{شیب} = \frac{\Delta_B}{x} = \frac{F_B L/AE}{x} = \frac{3PL}{AE \times \frac{3}{5}L} = \frac{5P}{AE}$$

۱۲۱ـ گزینه «۱»

روش اول: مسئله نامعین استاتیکی است و به روش نیرو می‌توان نیروی تکیه‌گاه B را به دست آورد.

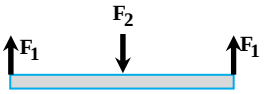


$$\Rightarrow \Delta_{C/B} = \frac{R_B \times \frac{L}{3}}{3AE} = \frac{\frac{6}{7}P \times \frac{L}{3}}{3AE} = \frac{2PL}{21AE} = \Delta_C$$

روش دوم: میله AB و CB به دلیل یکسان بودن تغییر طولشان مانند دو فنر موازی رفتار می‌کنند. بنابراین تغییر مکان مقطع C را می‌توان توسط رابطه روبرو به دست آورد.

$$\Delta_C = P/k_{eq} = P/(k_{AC} + k_{BC})$$

۱۲۲ـ گزینه «۱» در این حالت چون میله ۲ نمی‌تواند آزادانه افزایش طول دهد، میله ۲ تحت فشار قرار می‌گیرد و میله‌های ۱ و ۳ تحت کشش قرار می‌گیرند. همچنین طبق تعادل، نیروی وارد بر میله ۲، دو برابر نیروی وارد بر میله‌های ۱ و ۳ است.



$$(\sum F_y = 0 \Rightarrow F_2 = 2F_1)$$

بنابراین رابطه‌ی سازگاری را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\alpha L\Delta T - \Delta_2 = \Delta_1 \Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = \alpha L\Delta T \Rightarrow \frac{FL}{AE} + (\frac{2FL}{AE}) = \alpha L\Delta T \Rightarrow \frac{3F}{AE} = \alpha\Delta T \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{1}{3}E\alpha\Delta T$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \frac{2F}{A} = \frac{2}{3}E\alpha\Delta T \Rightarrow \sigma = \frac{2}{3} \times 21 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-6} \times 40 \Rightarrow \sigma = 672\,000\,000 \text{ Pa} \Rightarrow \sigma = 672 \text{ Bar}$$

۱۲۳ـ گزینه «۱» به دلیل تقارن در بارگذاری و یکسان بودن سختی فنرها تغییرات طول سه فنر باهم مساوی است، در نتیجه:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 \Rightarrow \frac{F_1}{K} = \frac{F_2}{K} = \frac{F_3}{K} \Rightarrow F_1 = F_2 = F_3 \quad (1)$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = P \xrightarrow{(1)} F_1 = F_2 = F_3 = \frac{P}{3}$$

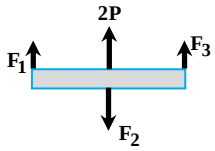
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۴ـ گزینه «۴» به دلیل اینکه میله‌های صلب تحت اثر نیرو هیچ‌گونه تغییر مکانی نمی‌دهند لذا مفصل O جابجا نمی‌شود، در نتیجه تغییر طول در میله‌های الاستیک برابر صفر بوده و به این دلیل هیچ نیرویی تحمل نکرده و تمامی نیرو بر میله‌های صلب اعمال می‌شود. (چون مقدار نیروی تحمل شده توسط میله‌های الاستیک با مقدار تغییر طولشان متناسب است $F = K\Delta$)

$$۲F\cos ۴۵^\circ = P \Rightarrow F = \frac{P}{\frac{۲\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{P}{\sqrt{۲}} = \frac{P\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۲۵ـ گزینه «۴» به دلیل تقارن در بارگذاری و هندسه سازه، تغییرات طول سه میله باهم مساوی است.



رابطه سازگاری: $\Delta_۱ = \Delta_۲ = \Delta_۳ \Rightarrow \frac{F_۱L}{AE} = \frac{F_۲\ L/۲}{AE} = \frac{F_۳L}{AE} \Rightarrow F_۱ = F_۳ = \frac{F_۲}{۲}$ (۱)

از طرفی: رابطه تعادل: $F_۱ + F_۲ + F_۳ = ۲P \xrightarrow{(۱)} F_۱ + ۲F_۱ + F_۱ = ۲P \Rightarrow ۴F_۱ = ۲P \Rightarrow F_۱ = \frac{P}{۲} = F_۳ \ ,\ F_۲ = ۲F_۱ = ۲\times\frac{P}{۲} = P$

۱۲۶ـ گزینه «۲» ابتدا باید رابطه سازگاری بین جابجایی‌های دو میله (۱) و (۲) محاسبه شود، با توجه به شکل مسئله می‌توان گفت که تغییر طول میله‌های (۱) و (۳) نسبت به میله (۲) به اندازهٔ ۰/۱mm بیشتر می‌باشد. بنابراین رابطه سازگاری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Delta_۲ + ۰/۱ = \Delta_۱ \Rightarrow \frac{F_۲L}{AE} + ۰/۱ = \frac{F_۱L}{AE} \rightarrow \Rightarrow F_۲L - F_۱L = -۰/۱AE \qquad (۱)$$

و اما: معادله تعادل: $F_۱ + F_۳ + F_۲ = P \Rightarrow ۲F_۱ + F_۲ = ۱۰۰۰۰N \Rightarrow F_۱ = \frac{۱۰^۴ - F_۲}{۲}$ (۲)

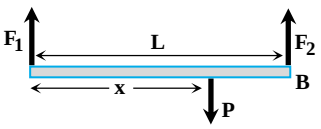
توجه شود که به علت تقارن نیروی میله‌های (۱) و (۳) باهم برابرند.

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow (F_۲ - \frac{۱۰^۴ - F_۲}{۲})L = -۰/۱AE \Rightarrow \frac{۳F_۲ - ۱۰^۴}{۲} = -\frac{۰/۱AE}{L}$$

$$\Rightarrow ۱/۵F_۲ = ۵۰۰۰ - \frac{۰/۱\times۱۰۰\times۲۱۰\times۱۰^۳}{۱۰۰۰} = ۵۰۰۰ - ۲۱۰۰ = ۲۹۰۰ \Rightarrow F_۲ = ۱۹۳۳\,N \simeq ۱/۹KN$$

۱۲۷ـ گزینه «۳»

روش اول: برای آنکه میله AB افقی بماند، باید تغییرات طول دو کابل مساوی باشند. نیرو باید بر مرکز سختی دو میله اثر کند.



رابطه سازگاری: $\delta_A = \delta_B \Rightarrow \frac{F_۱L}{AE_۱} = \frac{F_۲L}{AE_۲} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{E_۱}{E_۲}$ (۱)

معادله تعادل: $\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_۱ + F_۲ = P \overset{(۱)}{\Rightarrow} F_۱ = \frac{P}{۱ + \frac{E_۲}{E_۱}} = \frac{E_۱}{E_۱ + E_۲}P$

$$F_۲ = \frac{E_۲}{E_۱ + E_۲}P \quad ; \quad \sum M_A = ۰ \Rightarrow -xP + F_۲ \times L = ۰ \Rightarrow x = \frac{E_۲L}{E_۱ + E_۲}$$

روش دوم: برای این که میله‌ی AB به طور افقی جابجا شود، نیروی P باید بر مرکز سختی دو میله اثر کند. طول مرکز سختی مقدار $\overline{x}$ به دست می‌آید:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=۱}^{۲} x_i k_i}{\sum_{i=۱}^{۲} k_i} = \frac{\sum_{i=۱}^{۲} x_i \frac{AE_i}{L}}{\sum_{i=۱}^{۲} \frac{AE_i}{L}} = \frac{\sum x_i E_i}{\sum E_i} = \frac{۰\times E_۱ + L\times E_۲}{E_۱ + E_۲} = \frac{E_۲L}{E_۱ + E_۲}$$

۱۲۸ـ گزینه «۳»

روش اول: در اثر سفت کردن مهره، پیچ تحت کشش قرار گرفته و واشر تحت فشار قرار می‌گیرد، مجموع این تغییرات طول باید مساوی n برابر پیشروی مهره باشد.

$$\text{پیچ } \Delta + \text{ واشر } \Delta = n\lambda \Rightarrow \frac{FL}{AE} + \frac{F}{k} = n\lambda \Rightarrow F = \frac{n\lambda}{\frac{L}{AE} + \frac{۱}{k}} = \frac{n\lambda AEk}{kL + AE}$$

(به ازای گردش یک دور مهره، پیشروی مهره در راستای پیچ برابر λ می‌باشد.)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

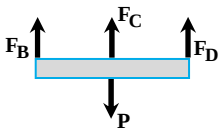
روش دوم: می‌توان پیچ و واشر را مانند دو فنر سری در نظر گرفت. سختی معادل آن‌ها برابر می‌گردد:

$$\frac{1}{k_{eq}}=\frac{1}{k_{\text{پیچ}}}+\frac{1}{k_{\text{واشر}}}=\frac{1}{\frac{EA}{L}}+\frac{1}{k}=\frac{L}{AE}+\frac{1}{k}\Rightarrow k_{eq}=\frac{1}{\frac{L}{AE}+\frac{1}{k}}$$

مجموع جابجایی دو فنر، برابر با حرکت مهره $(n\lambda)$ می‌باشد پس:

$$F=k_{eq}.\Delta\Rightarrow F=\frac{n\lambda}{\frac{L}{AE}+\frac{1}{k}}=\frac{n\lambda kAE}{Lk+AE}$$

۱۲۹ـ گزینه «۴»



$$\sum M_C=0\Rightarrow F_B\times a=F_D\times a\Rightarrow F_B=F_D\Rightarrow\frac{\delta_D}{\delta_B}=\frac{\frac{F_DL}{AE}}{\frac{F_BL}{2AE}}=2$$

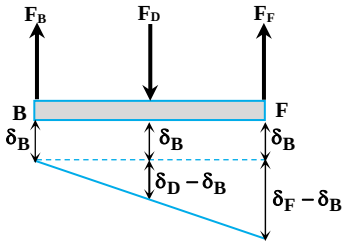
۱۳۰ـ گزینه «۴» با حل معادلات تعادل برای میله صلب افقی می‌توان نتیجه گرفت:

$$\sum M_D=0\Rightarrow F_B=F_F$$
$$\sum F_y=0\Rightarrow F_D=2F_B$$

به دلیل آنکه طول میله EF از میله AB بزرگ‌تر است، بنابراین تغییر طول آن بیشتر خواهد بود. از طرفی تغییر طول میله CD میانگین تغییر طول میله‌های EF, AB است. (به دلیل آنکه میله در وضعیت ثانویه یک شیب خطی دارد.)

رابطه سازگاری بر اساس تشابه مثلث نوشته می‌شود: $\frac{\delta_D-\delta_B}{\delta_F-\delta_B}=\frac{L}{2L}\Rightarrow\delta_D-\delta_B=\frac{1}{2}(\delta_F-\delta_B)$

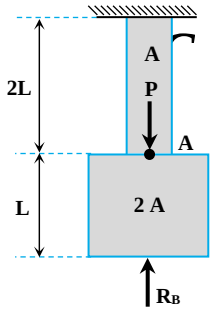
$$\delta_D=2L\alpha\Delta T-\frac{F_D(2L)}{AE}\ ,\ \delta_B=\frac{F_BL}{AE}\ ,\ \delta_F=\frac{3F_FL}{AE}\Rightarrow 2L\alpha\Delta T-\frac{F_D\times 2L}{AE}-\frac{F_BL}{AE}=\frac{1}{2}(\frac{3F_FL}{AE}-\frac{F_BL}{AE})$$

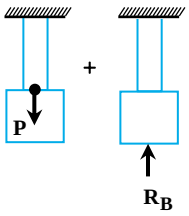


$$\Rightarrow 2\alpha L\Delta T-\frac{F_D(2L)}{AE}=\frac{1}{2}(\frac{F_BL}{AE}+\frac{F_F(3L)}{AE})$$
$$\Rightarrow 2\alpha L\Delta T=\frac{4F_BL}{AE}+\frac{1}{2}\frac{F_BL}{AE}+\frac{3}{2}\frac{F_BL}{AE}=\frac{6F_BL}{AE}\Rightarrow\frac{F_BL}{AE}=\frac{1}{3}\alpha L\Delta T$$
$$\Delta_D=2\alpha L\Delta T-\frac{2F_DL}{AE}=2\alpha L\Delta T-\frac{2(2F_B)L}{AE}=2\alpha L\Delta T-4(\frac{1}{3}\alpha L\Delta T)$$
$$\Rightarrow\Delta_D=\alpha L\Delta T(2-\frac{4}{3})=\frac{2}{3}\alpha L\Delta T$$

۱۳۱ـ گزینه «۴» مسئله نامعین استاتیکی است و با استفاده از روش نیرو می‌توان مسئله را حل نمود.

ابتدا تکیه‌گاه B برداشته شده و نیروی تکیه‌گاهی R_B قرار داده می‌شود.





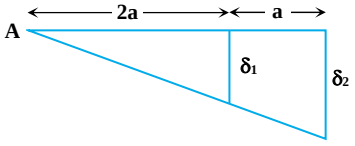
$$\Delta_B=0\Rightarrow\frac{P(2L)}{AE}-\frac{R_B(L)}{2AE}-\frac{R_B(2L)}{AE}=0$$
$$\Delta_{A/B}=\Delta_A=\frac{R_BL}{2AE}=\frac{(\frac{4P}{5})L}{2AE}=\frac{2PL}{5AE}$$
$$\Rightarrow 2P=\frac{R_B}{2}+2R_B=\frac{5}{2}R_B\Rightarrow R_B=\frac{4P}{5}$$

این مسئله را به روش سختی نیز می‌توان حل نمود.

۱۳۲ـ گزینه «۳» در اثر اعمال نیرو میله ABC مایل شده و با وضعیت اولیه خود یک مثلث ایجاد می‌کند. می‌توان قانون تشابه مثلث را برای آن به صورت روبرو نوشت:

$$\frac{\delta_1}{\delta_2}=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$$

همچنین اگر که میله‌ها را مانند یک فنر در نظر بگیریم می‌توان نوشت:



$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{k_1\delta_1}{k_2\delta_2}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{\delta_1\frac{AE}{L}}{\delta_2\frac{AE}{L}}=\frac{\delta_1}{\delta_2}=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$$

(۱) ← نیرو در میله شماره

(۲) ← نیرو در میله شماره

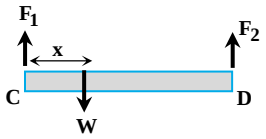
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۳ـ گزینه «۱» در حالتی که فقط نیروی P اعمال شود هر سه میله تحت کشش می‌باشند، اما نیرو در میله وسطی بیشتر است. باید تغییر دما به گونه‌ای باشد که میله‌های جانبی همچنان تحت کشش قرار گرفته و میله وسطی تحت فشار قرار گیرد. اگر دمای سازه را کم نماییم نیروها در هر سه میله می‌توانند مساوی شوند. چون در این حالت میله‌های جانبی تحت کشش و میله وسطی تحت فشار خواهد بود.

۱۳۴ـ گزینه «۴» چون میله صلب تغییر طولی نخواهد داشت، در نتیجه میله‌های جانبی نیز بر طولشان افزوده نشده و نیرویی تحمل نخواهند کرد. در این حالت تمامی نیروی خارجی را میله‌ی صلب تحمل می‌نماید.

۱۳۵ـ گزینه «۴» **روش اول:** تیر در حالتی در وضعیت افقی می‌ماند که جابجایی هر دو میله باهم برابر باشد:



$$\delta_1=\delta_2 \Rightarrow \frac{F_1\times 1/5}{1\times 1000}=\frac{F_2\times 2}{2\times 500}\Rightarrow F_1=\frac{4}{3}F_2$$

از رابطه تعادل برای میله صلب CD نتیجه می‌شود:

$$\sum F_y=0\Rightarrow F_1+F_2=w\Rightarrow F_2=\frac{3}{7}w \qquad \sum M_C=0\Rightarrow xw-\frac{3w}{7}\times 1=0\Rightarrow x=\frac{3}{7}m$$

روش دوم: با استفاده از تعیین موقعیت مرکز سختی میله‌ها می‌توان نوشت:

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i k_i}{\Sigma ki}=\frac{\frac{0\times 1000\times 1}{1/5}+\frac{2\times 500}{2}\times 1}{\frac{1000\times 1}{1/5}+\frac{2\times 5000}{2}}=\frac{3}{7}m$$

۱۳۶ـ گزینه «۱» مقدار جابجایی مهره برابر اختلاف فشردگی استوانه و کشیدگی میله می‌باشد. بنابراین:

$$\Delta_s-\Delta_b=\Delta \Rightarrow \frac{F_sL}{A_sE_s}-\frac{F_bL}{A_bE_b}=\Delta \xrightarrow[\text{می‌باشد. } F_s=-F_b \text{ نتیجه در}]{\text{نیرو در استوانه و پیچ، عمل و عکس‌العمل بوده}} F_s\left(\frac{L}{A_sE_s}+\frac{L}{A_bE_b}\right)=\Delta$$

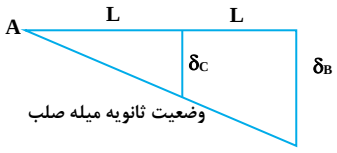
$$\Rightarrow F_s=\frac{\Delta}{\frac{L}{A_sE_s}+\frac{L}{A_bE_b}}\Rightarrow F_s=-F_b=\frac{\Delta A_sE_sA_bE_b}{L(A_bE_b+A_sE_s)}$$

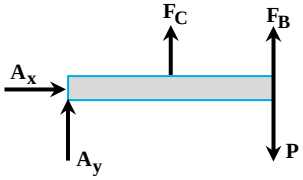
۱۳۷ـ گزینه «۴» افزایش طول میله مساوی کاهش طول فنر است. اما افزایش طول میله مساوی تفاضل انبساط میله ناشی از حرارت و کاهش طول میله ناشی از نیروی فشاری است.

$$\alpha L\Delta T-\frac{FL}{AE}=\frac{F}{K}\Rightarrow F\left(\frac{1}{K}+\frac{L}{AE}\right)=\alpha L\Delta T\Rightarrow F=\frac{\alpha L\Delta T}{\frac{1}{K}+\frac{L}{AE}}$$

۱۳۸ـ گزینه «۱» رابطه تعادل: $\sum M_A=0\Rightarrow -P\times 2L+F_C\times L+F_B\times 2L=0\Rightarrow F_C+2F_B=2P \qquad (1)$

پس از اعمال نیرو، میله به صورت زاویه‌دار درآمده و این باعث می‌شود که مثلثی مطابق شکل زیر ایجاد شود.





رابطه سازگاری: $\frac{\delta_B}{\delta_C}=\frac{2L}{L}=2\Rightarrow \frac{\frac{F_BL}{AE}}{\frac{F_CL}{AE}}=2\Rightarrow \frac{F_B}{F_C}=2 \qquad (2)$

$$(1),(2)\Rightarrow F_C+2(2F_C)=2P\Rightarrow 5F_C=2P$$

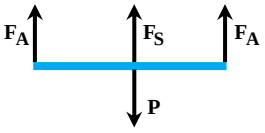
$$\Rightarrow F_C=\frac{2}{5}P\xrightarrow{(1)}F_B=\frac{4}{5}P$$

۱۳۹ـ گزینه «۴»

روش اول:

معادله تعادل: $2F_A+F_s=P \qquad (1)$

به دلیل تقارن در بارگذاری، میله صلب به صورت افقی جابجا می‌شود و تغییر طول میله‌های فولادی و آلومینیومی یکسان است.



معادله سازگاری: $\delta_A=\delta_s\Rightarrow \frac{F_AL}{2AE_a}=\frac{F_sL}{AE_s}\Rightarrow \frac{F_A}{2E_a}=\frac{F_s}{3E_a}\Rightarrow F_A=\frac{2}{3}F_s \qquad (2)$

$$(1),(2)\Rightarrow 2\times\frac{2}{3}F_s+F_s=P\Rightarrow F_s=\frac{3}{7}P \qquad F_A=\frac{2}{7}P$$

www.modaresanesharif.ac.ir

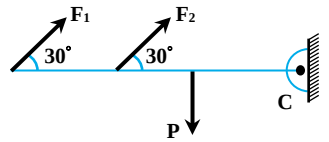
www.modaresanesharif.ac.ir

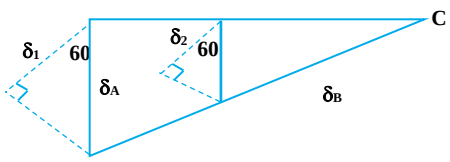
روش دوم: با توجه به اینکه تغییر طول میله‌ها باهم برابر است، بنابراین سه میله را می‌توان مانند سه فنر موازی در نظر گرفت، در چنین حالتی به عنوان مثال برای تعیین نیرو در میله آلومینیومی می‌توان به روش زیر عمل نمود:

$$F_A=\frac{k_A}{k_{eq}}P=\frac{k_A}{2k_A+k_S}\times P=\frac{\frac{A_AE_A}{L_A}}{2\frac{A_AE_A}{L_A}+\frac{A_SE_S}{L_S}}P=\frac{A_AE_A}{2A_AE_A+A_SE_S}P=\frac{2}{4+3}P=\frac{2}{7}P$$

۱۴۰ـ گزینه «۳» نحوه‌ی جابجایی میله ABC به گونه‌ای است که میله صلب در وضعیت ثانویه‌اش با وضعیت اولیه، یک مثلث مطابق شکل زیر ایجاد می‌کند که می‌توان رابطه تشابه مثلث را برای آن نوشت.

اما تغییر طول میله‌های (۱) و (۲) (یعنی δ_1 و δ_2) در راستای خود میله‌ها بوده که با δ_A و δ_B رابطه دارند.





رابطه سازگاری : $\frac{\delta_A}{\delta_B}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{\frac{\delta_1}{\cos 60^\circ}}{\frac{\delta_2}{\cos 60^\circ}}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{\delta_1}{\delta_2}=\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow\frac{F_1\times\frac{3a}{\cos 60^\circ}}{\frac{AE}{F_2\times\frac{2a}{\cos 60^\circ}}}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{F_1\times 3}{F_2\times 2}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{F_1}{F_2}=1$$

۱۴۱ـ گزینه «۴»

روش اول: جسم صلب پس از اعمال نیرو به صورت افقی جابجا می‌شود، چرا که میله‌های نگه‌دارنده آن دارای تقارن هستند، بنابراین رابطه همسازی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\delta_1=\delta_2=\delta_3\Rightarrow\frac{F_1\times 3L}{2AE}=\frac{F_2\times 2L}{AE}=\frac{F_3(3L)}{2AE}\Rightarrow\frac{3}{2}F_1=2F_2=\frac{3}{2}F_3\Rightarrow\begin{cases}F_1=F_3\\F_2=\frac{3}{4}F_1\end{cases}\quad(1)$$

رابطه تعادل : $F_1+F_2+F_3=P\xrightarrow{(1)}2F_1+\frac{3}{4}F_1=P\Rightarrow\frac{11}{4}F_1=P\Rightarrow F_1=\frac{4}{11}P=F_3\qquad F_2=\frac{3}{11}P$

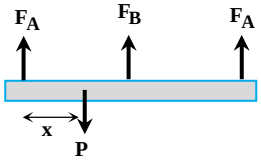
روش دوم: می‌توان از رابطه فنر معادل برای یافتن نیرو در میله‌ها، استفاده نمود:

$$F_1=\frac{k_1}{k_{eq}}P=\frac{k_1}{k_1+k_2+k_3}P=\frac{\frac{(2A)E}{3L}}{\frac{2AE}{3L}+\frac{AE}{2L}+\frac{2AE}{3L}}P=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{11}{6}}P=\frac{4}{11}P$$

۱۴۲ـ گزینه «۱»

روش اول: چون میله صلب به صورت افقی جابجا می‌شود بنابراین تغییر طول میله‌ها باهم برابر است.

$$\delta_A=\delta_B=\delta_C\Rightarrow\frac{F_AL}{AE}=\frac{F_B\times 1/5L}{1/5AE}=\frac{F_C\times 2L}{2AE}\Rightarrow F_A=F_B=F_C$$



روابط تعادل :
$$\begin{cases}\sum F_y=0\Rightarrow F_A+F_B+F_C-P=0\Rightarrow F_A=F_B=F_C=\frac{P}{3}\\\sum M_A=0\Rightarrow F_B\times L+F_C\times 2L=xP\\\Rightarrow\frac{P}{3}L+\frac{2P}{3}L=xP\Rightarrow x=L\end{cases}$$

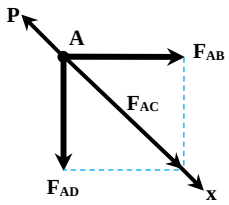
روش دوم: به روش مرکز سختی نیز می‌توان موقعیت بار P را به دست آورد:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_ik_i}{\sum k_i}=\frac{x_1k_1+x_2k_2+x_3k_3}{k_1+k_2+k_3}=\frac{0+L\times\frac{1/5AE}{1/5L}+2L\times\frac{2AE}{2L}}{\frac{AE}{L}+\frac{1/5AE}{1/5L}+\frac{2AE}{2L}}=L$$

www.modaresanesharif.ac.ir

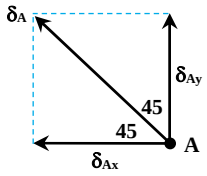
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۳ـ گزینه «۱» به دلیل تقارن هندسی سازه جابجایی مفصل A در امتداد دو قطر آن است. برای آنکه تغییر مکان A در راستای 45° یا نیروی P باشد باید مؤلفه‌های افقی و عمودی جابجایی این مفصل باهم برابر باشد.



$$\delta_{Ax}=\delta_{Ay}\Rightarrow\frac{F_{AD}L}{AE}=\frac{F_{AB}L}{AE}\Rightarrow F_{AD}=F_{AB}\qquad(1)$$

از طرفی با توجه به شکل رسم شده می‌توان رابطه بین جابجایی برآیند مفصل A و جابجایی افقی آن را به صورت زیر نوشت:



$$\delta_A=\sqrt{2}\delta_{Ax}$$

$$\frac{F_{AC}\sqrt{2}L}{AE}=\sqrt{2}\frac{F_{AB}L}{AE}\Rightarrow F_{AC}=F_{AB}\qquad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow F_{AB}=F_{AC}=F_{AD}$$

$$\text{مفصل A}:\sum F_x=0\Rightarrow 2F_{AB}\cos 45+F_{AC}=P$$

$$F_{AB}=\frac{P}{\sqrt{2}+1}=P(\sqrt{2}-1)$$

۱۴۴ـ گزینه «۱» به دلیل تقارن هندسی سازه و تقارن در بارگذاری، خیز عمودی مفاصل A, B, C مساوی یکدیگر می‌باشند.

$$\delta_A=\delta_B=\delta_C\Rightarrow\frac{F_A(2L)}{AE}=\frac{F_BL}{AE}=\frac{F_C(2L)}{AE}\Rightarrow F_A=F_C=\frac{F_B}{2}\qquad(1)$$

از طرفی طبق معادله تعادل می‌توان نوشت:

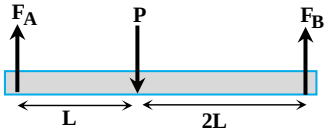
$$\sum F_y=0\Rightarrow F_A+F_B+F_C-2P=0\qquad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\frac{F_B}{2}+F_B+\frac{F_B}{2}-2P=0\Rightarrow F_B=P$$

۱۴۵ـ گزینه «۳» در صورتی که کل نیرو توسط میله مسی تحمل شود رابطه سازگاری زیر برقرار خواهد بود، در این حالت هر دو میله انبساط حرارتی داشته اما تنها میله مسی نیروی فشاری تحمل می‌کند. از طرفی با توجه به شکل می‌توان گفت تغییر طول دو میله یکسان است.

$$\Delta_{cu}=\Delta_{st}\Rightarrow-\frac{FL}{AE}+\alpha_{cu}L\Delta T=\alpha_{st}L\Delta T\Rightarrow\frac{-200\times500}{120\times5000}+20\times10^{-6}\times500\times\Delta T=12\times10^{-6}\times500\times\Delta T\Rightarrow\Delta T=41/6^\circ k$$

۱۴۶ـ گزینه «۲» با نوشتن معادله تعادل برای میله AB می‌توان نیرو در میله‌ها را به دست آورد:



$$\sum M_B=0\Rightarrow-F_A\times3L+P\times2L=0\Rightarrow F_A=\frac{P\times2L}{3L}=\frac{2}{3}P\quad;\quad F_B=\frac{P}{3}$$

از طرفی چون میله AB دارای جابجایی افقی است، می‌توان رابطه همسازی را به شکل زیر نوشت:

(تغییر طول میله‌ها باهم برابر بوده تا تیر AB همچنان افقی باقی بماند).

$$\frac{\delta_A}{\delta_B}=\frac{\frac{F_AL}{AE_A}}{\frac{F_BL}{AE_B}}=\frac{F_A}{F_B}\times\frac{E_B}{E_A}=1\Rightarrow\frac{E_B}{E_A}=\frac{F_B}{F_A}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{1}{2}$$

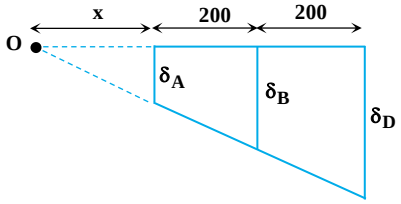
نسبت ضرایب الاستیک را می‌توان به روش دیگر نیز محاسبه نمود. چون میله AB به صورت عمودی جابجا می‌شود، بنابراین نقطه اثر نیروی P مرکز سختی بوده و طبق رابطه مرکز سختی می‌توان نسبت ضرایب الاستیک را مشخص نمود.

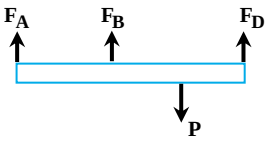
$$\bar{x}=\frac{\sum x_ik_i}{\sum k_i}\Rightarrow L=\frac{0\times\frac{A_AE_A}{L}+3L\times\frac{A_BE_B}{L}}{\frac{A_AE_A}{L}+\frac{A_BE_B}{L}}\Rightarrow L=\frac{3E_1L}{E_2+E_1}\Rightarrow E_2+E_1=3E_1\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{1}{2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۷ـ گزینه «۴» ابتدا معادله تعادل برای میله ABD نوشته می‌شود:





$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_B + F_D - 1/2 = 0$$
$$\Rightarrow F_A + F_B + F_D = 1/2 \qquad (1)$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_B \times 200 + F_D \times 400 - 1/2 \times 300 = 0$$
$$\Rightarrow F_B + 2F_D = 1/8 \qquad (2)$$

به دلیل آنکه نیروی P در وسط میله صلب افقی اثر نمی‌کند، میله صلب به صورت زاویه‌دار درآمده و امتداد حالت ثانویه آن با امتداد حالت اولیه، همدیگر را در یک نقطه‌ی مانند O قطع می‌کنند که می‌توان رابطه تشابه مثلث را برای آن می‌توان نوشت.

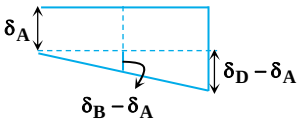
از روی شکل رسم شده برای تغییر طول میله‌های متصل به میله ABD، رابطه سازگاری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{تشابه مثلث}: \frac{\delta_A}{x} = \frac{\delta_B}{200+x} = \frac{\delta_D}{400+x} \xrightarrow{\delta=\frac{FL}{AE}} \frac{F_A}{x} = \frac{F_B}{200+x} = \frac{F_D}{400+x} \Rightarrow F_A = \frac{x}{200+x}F_B \qquad (3)$$

$$F_D = \frac{400+x}{200+x}F_B \qquad (4)$$

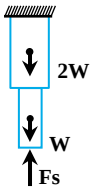
$$(1),(2),(3),(4) \Rightarrow x = 66/6\,mm \Rightarrow F_B = 0/4\,kN \quad ; \quad F_A = 0/1\,kN \quad ; \quad F_D = 0/7\,kN$$

روش دیگر این است که رابطه تشابه مثلث به صورت زیر نوشته شود:



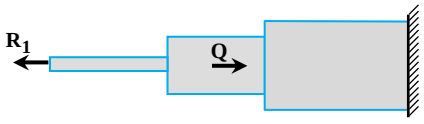
$$\frac{\delta_B - \delta_A}{\delta_D - \delta_A} = \frac{200}{400} \Rightarrow 2(\delta_B - \delta_A) = (\delta_D - \delta_A)$$
$$\Rightarrow 2\delta_B - \delta_D = \delta_A \xrightarrow{\delta=\frac{FL}{AE}} 2\frac{F_B L}{AE} - \frac{F_D L}{AE} = \frac{F_A L}{AE} \Rightarrow 2F_B - F_D = F_A \qquad (6)$$
$$(1),(2),(6) \Rightarrow F_B = 400N \;,\; F_A = 100N \;,\; F_D = 700N$$

۱۴۸ـ گزینه «۲» تغییر طول فنر = کاهش طول دو میله ناشی از نیروی فنر ـ افزایش طول دو میله ناشی از نیروی وزن

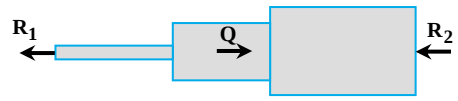


$$\frac{2W \times \frac{L}{2}}{2AE} + \frac{WL}{2AE} + \frac{W\frac{L}{2}}{AE} - \frac{F_s L}{AE} - \frac{F_s L}{2AE} = \frac{F_s}{K} \Rightarrow \frac{3WL}{2AE} = \frac{F_s L}{AE} + \frac{F_s L}{2AE} + \frac{F_s L}{2AE} + \frac{2F_s L}{AE} \Rightarrow F_s = \frac{3}{4}\omega$$

۱۴۹ ـ گزینه «۱» از روش نیرو برای حل مسئله نامعین استاتیکی زیر استفاده می‌شود. ابتدا تکیه‌گاه A برداشته شده و به جای آن نیروی تکیه‌گاهی R_1 قرار داده می‌شود سپس با استفاده از روش جمع آثار، مجموع تغییرات طول ناشی از نیروهای خارجی و نیروهای تکیه‌گاهی R_1 نوشته شده و برابر صفر قرار داده می‌شوند.



$$\text{رابطه سازگاری}: \Delta_A = 0 \Rightarrow \frac{R_1 L}{AE} + \frac{R_1(2L)}{2AE} + \frac{R_1(3L)}{2AE} - \frac{QL}{2AE} - \frac{Q(3L)}{3AE} = 0$$
$$\Rightarrow 3R_1 - \frac{3}{2}Q = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{Q}{2}$$

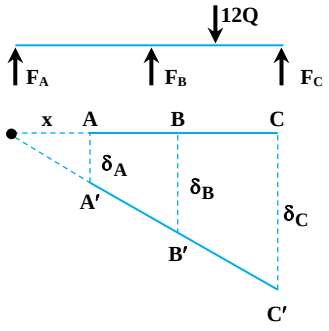


$$\text{معادله تعادل}: \sum F_x = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = Q$$
$$\Rightarrow \frac{Q}{2} + R_2 = Q \Rightarrow R_2 = \frac{Q}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{Q}{2}}{\frac{Q}{2}} = 1 \Rightarrow R_1 = R_2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۰ـ گزینه «۴»



روش اول: ابتدا معادلات تعادل نوشته می‌شوند.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_B + F_C = 12Q \quad (1)$$

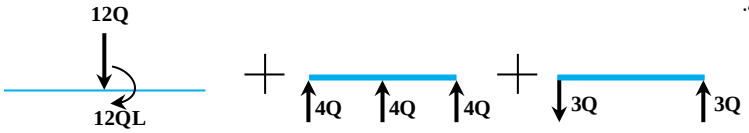
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_B \times 2L + F_C \times 4L - 12Q \times 3L = 0 \Rightarrow F_B + 2F_C = 18Q \quad (2)$$

رابطه همسازی براساس تشابه مثلث: $\dfrac{\delta_A}{x} = \dfrac{\delta_B}{x+2L} = \dfrac{\delta_C}{x+4L}$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{x} = \frac{F_B}{x+2L} = \frac{F_C}{x+4L} \Rightarrow \begin{cases} F_B = \dfrac{x+2L}{x} F_A \\ F_C = \dfrac{x+4L}{x} F_A \end{cases} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} (3),(1) \\ (3),(2) \end{matrix} \begin{cases} F_A\left(1 + \dfrac{x+4L}{x} + \dfrac{x+2L}{x}\right) = 12Q \\ F_A\left(\dfrac{x+2L}{x} + \dfrac{2x+8L}{x}\right) = 18Q \end{cases} \Rightarrow \frac{3x+6L}{3x+10L} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}L \Rightarrow F_A = Q\ ,\ F_C = 7Q$$

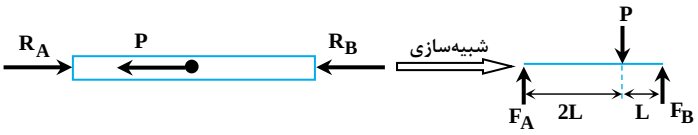
روش دوم: نیروی $12Q$ را به وسط میله صلب B منتقل نموده، در اثر انتقال نیرو یک گشتاور ساعتگرد $12QL$ ایجاد می‌شود. در اشکال زیر مجموع سه بارگذاری وارد بر میله صلب ایجاد تعادل می‌کند.



در اثر نیروی $12Q$ به هر میله نیروی فشاری $4Q$ اعمال می‌شود اما در اثر کوپل $12QL$، میله وسطی نیرویی تحمل نمی‌کند، اما میله‌های A, C هرکدام نیروی $3Q$ تحمل می‌کنند. میله C تحت نیروی $3Q$ فشاری و میله A تحت نیروی $3Q$ کششی می‌باشد بنابراین:

$$F_A = 3Q - 4Q = -Q \quad , \quad F_B = 0 - 4Q = -4Q \quad , \quad F_C = -3Q - 4Q = -7Q$$

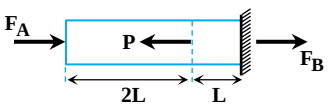
۱۵۱ـ گزینه «۳»



روش اول: میله AB را مانند یک تیر ساده فرض نموده که در نقطه C تحت نیروی متمرکز خارجی است. با گشتاورگیری حول تکیه‌گاه‌های B, A نیروی تکیه‌گاهی به دست می‌آیند.

$$AE \overset{A=S}{=\!=} SE \text{ ثابت} \Rightarrow \begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow F_A(3L) = PL \Rightarrow F_A = \dfrac{P \times L}{3L} = \dfrac{P}{3} \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow F_B(3L) = P(2L) \Rightarrow F_B = \dfrac{P \times 2L}{3L} = \dfrac{2}{3}P \end{cases} \Rightarrow F_B > F_A \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{F_B}{S} = \frac{2}{3}\frac{P}{S}$$

روش دوم: از اصل جمع آثار استفاده می‌نماییم، به این صورت که به جای تکیه‌گاه A، نیروی متناظر F_A را قرار می‌دهیم. از آن‌جا که نقطه‌ی A، جابجایی‌اش صفر است، پس جمع جابجایی این نقطه ناشی از دو نیروی F_A و P باید برابر صفر باشد، بنابراین:



$$\delta_A = \delta_{P \text{ ناشی از نیروی}} + \delta_{F_A \text{ ناشی از نیروی}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{PL}{AE} - \frac{F_A(3L)}{AE} = 0 \Rightarrow F_A = \frac{P}{3}$$

از طرفی طبق معادله‌ی تعادل داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_A + F_B = P \Rightarrow \frac{P}{3} + F_B = 0 \Rightarrow F_B = \frac{2P}{3}$$

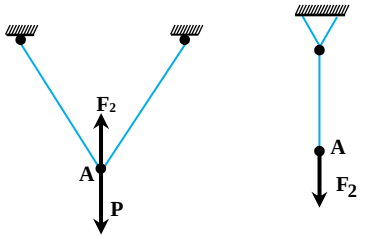
$$F_B > F_A \Rightarrow \sigma_{max} = \sigma_B = \frac{F_B}{S} = \frac{2P}{3S}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

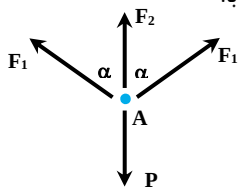
۱۵۲ـ گزینه «۴»



روش اول: (حل مسئله به روش نیرو) خیز مفصل A در سازه دو میله‌ای شکل روبرو برابر است:

$$\Delta_A = \frac{(P - F_۲)L}{۲AE\cos^۳\alpha} \qquad (۱)$$

از طرفی جابجایی مفصل A مساوی تغییرات طول میله وسطی است. تغییر طول میله وسطی تحت نیروی کششی $F_۲$ برابر است با:



$$\Delta_۲ = \frac{F_۲L}{۲AE} \qquad (۲)$$

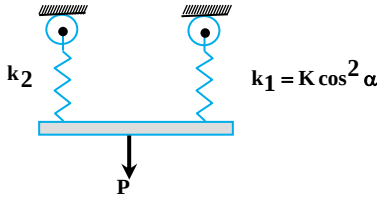
طبق رابطه همسازی می‌توان روابط (۱) و (۲) را مساوی هم قرار داد.

$$(۱) = (۲) \Rightarrow \frac{(P - F_۲)L}{۲AE\cos^۳\alpha} = \frac{F_۲L}{۲AE} \Rightarrow \frac{(P - F_۲)}{\cos^۳\alpha} = \frac{F_۲}{۱} \Rightarrow F_۲(۱ + \frac{۱}{\cos^۳\alpha}) = \frac{P}{\cos^۳\alpha} \Rightarrow F_۲ = \frac{P}{۱ + \cos^۳\alpha}$$

برای مفصل A می‌توان نوشت: $\sum F_y = ۰ \Rightarrow ۲F_۱\cos\alpha + F_۲ = P \Rightarrow ۲F_۱\cos\alpha = P(۱ - \frac{۱}{۱ + \cos^۳\alpha})$

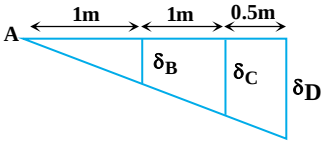
$$F_۱ = \frac{\cos^۳\alpha \times P}{۲\cos\alpha(۱ + \cos^۳\alpha)} = \frac{\cos^۲\alpha \times P}{۲(۱ + \cos^۳\alpha)} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\frac{P}{۱ + \cos^۳\alpha}}{\frac{\cos^۲\alpha \times P}{۲(۱ + \cos^۳\alpha)}} = \frac{۲}{\cos^۲\alpha}$$

روش دوم: (حل مسئله با استفاده از معادل‌سازی میله‌ها با فنر) به دلیل آنکه جابجایی مفصل A برای هر سه میله برابر است بنابراین میله‌ها مانند فنرهای موازی رفتار نموده، و نسبت نیروی میله وسطی به میله جانبی مساوی نسبت سختی آن‌ها می‌باشد.



$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{k_۲}{k_۱} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\frac{۲AE}{L}}{\frac{AE}{L}\cos^۲\alpha} = \frac{۲}{\cos^۲\alpha}$$

۱۵۳ـ گزینه «۱» بارگذاری بر روی میله صلب افقی AD به گونه‌ای است که تحت نیروی خارجی P میله صلب اندکی به سمت پایین مایل می‌شود. در این حالت با حالت اولیه‌اش یک مثلثی ایجاد می‌کند که می‌توان برای آن قانون تشابه مثلث را به کار برد. طبق قانون تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:



$$\frac{\delta_B}{\delta_C} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \delta_B = \frac{۱}{۲}\delta_C \Rightarrow \varepsilon_B = \frac{\delta_B}{L_B} = \frac{\frac{۱}{۲}\delta_C}{۱} = \frac{۱}{۲}\delta_C = \frac{۱}{۲}\varepsilon_C L_C$$

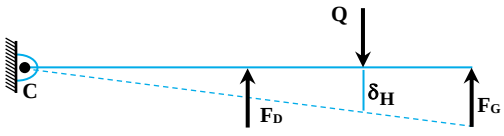
$$\Rightarrow \varepsilon_B = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰^{-۴} \times ۱/۲ = ۳ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \sigma_B = E\varepsilon_B = ۲ \times ۱۰^{۵} \times ۳ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \sigma_B = ۶۰\,\text{MPa}$$

۱۵۴ـ گزینه «۱» چون مساحت سطح مقطع ثابت بوده و جنس قطعه همگن است در نتیجه نیروهای تکیه‌گاهی را می‌توان با فرض تیر ساده به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow F_A = \frac{P \times L_۲}{L} \Rightarrow \sigma_{AC} = \frac{F_A}{A} = \frac{PL_۲}{AL} \quad ; \quad \sum M_A = ۰ \Rightarrow F_B = \frac{PL_۱}{L} \Rightarrow \sigma_{BC} = -\frac{F_B}{A} = -\frac{PL_۱}{AL}$$

چون تنش در بخش BC میله از نوع فشاری است. بنابراین علامت آن منفی شده است.

۱۵۵ـ گزینه «۲» چون مسئله نامعین استاتیکی است برای حل آن باید از معادله تعادل و معادل همسازی نیز استفاده نمود.



$$\sum M_C = ۰ \Rightarrow F_D + ۳b + F_G \times ۵b - Q \times ۴b = ۰ \Rightarrow ۳F_D + ۵F_G = ۴Q$$

تشابه مثلث: $\frac{\delta_G}{۵b} = \frac{\delta_D}{۳b} = \frac{\delta_H}{۴b} \Rightarrow \delta_G = \frac{۵}{۳}\delta_D \xrightarrow{\delta = \frac{F}{k}}$

$$\frac{F_G}{k} = \frac{۵}{۳}\frac{F_D}{k} \Rightarrow F_G = \frac{۵}{۳}F_D \Rightarrow ۳F_D + ۵ \times \frac{۵}{۳}F_D = ۴Q \Rightarrow F_D = \frac{۶}{۱۷}Q \Rightarrow F_G = \frac{۱۰}{۱۷}Q$$

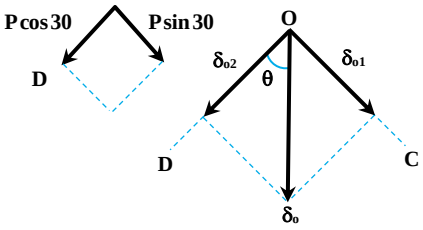
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

اما مقدار خیز نقطهٔ H، δ_H را نیز می‌توان توسط قانون تشابه مثلث به صورت زیر تعیین نمود.

$$\delta_H = \frac{۴b}{۵b}\delta_G = \frac{۴}{۵}\times\frac{F_G}{k} = \frac{۴}{۵}\times\frac{\frac{۱۰}{۱۷}Q}{k} = \frac{۸}{۱۷}\frac{Q}{k} \Rightarrow \frac{Q}{\delta_H} = \frac{۱۷}{۸}k$$

۱۵۶ـ گزینه «۱» میله‌های OA و OC و همچنین OB و OD به دلیل یکسان بودن خیزشان در نقطهٔ O موازی می‌باشند پس ثابت سختی آن‌ها باهم جمع می‌شود.



$$K_{AC} = K_{OA} + K_{OC} = \frac{۲AE}{L} \qquad K_{BD} = K_{OB} + K_{OD} = \frac{۲AE}{L}$$

نیروی $P\sin ۳۰$ در امتداد ضلع AC بوده بنابراین تغییر طول میله در راستای خود میله است.

$$\text{AC در راستای میله } \delta_{O_۱} = \frac{P\sin ۳۰}{\frac{۲AE}{L}} = \frac{PL}{۴AE}$$

نیروی $P\cos ۳۰$ در امتداد ضلع BD بوده بنابراین تغییر طول میله در راستای خود میله می‌باشد.

$$\text{BD در راستای میله } \delta_{O_۲} = \frac{P\cos ۳۰}{\frac{۲AE}{L}} = \frac{\sqrt{۳}PL}{۴AE}$$

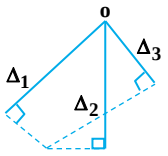
$$\text{برآیند تغییر مکان مفصل O } \delta_O = \sqrt{\delta_{O_۱}^۲ + \delta_{O_۲}^۲} = \frac{PL}{AE}\sqrt{(\frac{۱}{۴})^۲ + (\frac{\sqrt{۳}}{۴})^۲} = \frac{PL}{۲AE}$$

$$tg\theta = \frac{\delta_{O_۱}}{\delta_{O_۲}} = \frac{\frac{PL}{۴AE}}{\frac{\sqrt{۳}PL}{۴AE}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \theta = ۳۰^\circ$$

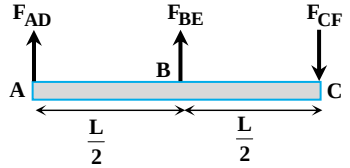
پس تغییر مکان نقطه‌ی O، در راستای نیروی P می‌باشد که راستای عمودی است.

۱۵۷ـ گزینه «۱» چون میله‌های صلب تغییر طول نمی‌دهند در نتیجه میله سمت راست نیز تغییر طول نداده که همین باعث می‌شود نیرویی در آن به وجود نیاید. (چون نیروی به وجود آمده در میله الاستیک متناسب با تغییرات طولش است.) ($F = k\delta$; هرگاه $\delta = ۰ \Rightarrow F = ۰$)

۱۵۸ـ گزینه «۴» به دلیل تقارن هندسی سازه، نیرو در اعضای (۱) و (۳) مساوی بوده از طرفی چون $A_۱ < A_۳$ است در نتیجه میله شماره (۱) تغییر طول بیشتری خواهد داشت که این باعث می‌شود مفصل O به سمت پایین و چپ جابجا شود.



۱۵۹ـ گزینه «۲» برای اتصال میله BE به عضو صلب باید بر آن نیروی کششی F_{BE} اعمال شود، اما این میله در برابر افزایش طول مقاومت نشان داده که این باعث خواهد شد که میله‌های جانبی تحت فشار قرار گیرند. طبق تعادل نیروی میله وسطی دو برابر نیرو در میله‌های جانبی است.



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_{AD} + F_{CF} = F_{BE} \qquad (۱)$$

$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow F_{AD}L = F_{CF}L \Rightarrow F_{AD} = F_{CF} \qquad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow F_{AD} + F_{AD} = F_{BE} \Rightarrow F_{AD} = \frac{F_{BE}}{۲}$$

رابطه سازگاری $\delta_{BE} + \delta_{AD} = ۰/۳$

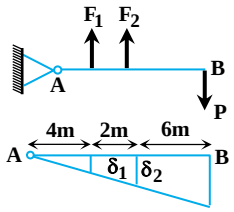
$$\Rightarrow \frac{F_{BE}L}{AE} + \frac{(\frac{F_{BE}}{۲})L}{AE} = ۰/۳ \Rightarrow \frac{۳}{۲}\frac{F_{BE}L}{AE} = ۰/۳ \Rightarrow F_{BE} = \frac{۰/۳\times۲\times۵\times۴\times۱۰^۵}{۳\times۵۰} \Rightarrow F_{BE} = ۸۰۰۰kg \Rightarrow F_{AD} = F_{CF} = ۴۰۰۰kg$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۰ـ گزینه «۲» بر اساس جابه‌جایی میله‌ی صلب رابطه‌ی سازگاری بر اساس تشابه مثلث به صورت زیر نوشته می‌شود:



$$\text{رابطه سازگاری}\quad \frac{\delta_2}{\delta_1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

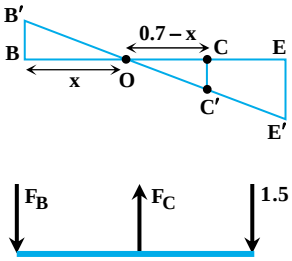
$$\Rightarrow \frac{\frac{F_2 L}{AE}}{\frac{F_1 L}{AE}}=1/5\Rightarrow F_2=1/5F_1$$

چون نیروی میله سمت راست بزرگ‌تر است، بنابراین تنش در این میله زودتر به حد مجاز می‌رسد.

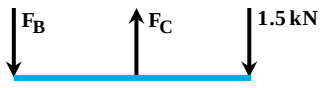
$$F_2=\sigma_{all}A=36\frac{kg}{cm^2}\times 20\,cm^2=720\,kg\xrightarrow{(1)}F_1=480\,kg$$

$$\sum M_A=0\Rightarrow F_1\times 4+F_2\times 6-P\times 12=0\Rightarrow P=520\ kg$$

۱۶۱ـ گزینه «۴» با اعمال نیروی خارجی $1/5kN$ هر دو میله CD و AB تحت کشش قرار گرفته و وضعیت ثانویه میله BCE به صورت زیر خواهد بود. فرض می‌شود که در یک نقطه مانند O بین B و C خیز برابر صفر است، بنابراین می‌توان رابطه سازگاری را بر اساس تشابه مثلث نوشت:



$$\text{رابطه سازگاری}:\ \frac{BB'}{CC'}=\frac{x}{0/7-x}\Rightarrow\frac{\frac{F_B L}{2AE}}{\frac{F_C L}{AE}}=\frac{x}{0/7-x}\Rightarrow\frac{F_B}{2F_C}=\frac{x}{0/7-x}\quad(1)$$



$$\text{تعادل}:\ \sum M_B=0\Rightarrow F_C\times 0/7=1/5\times 2/1\Rightarrow F_C=4/5\,kN$$

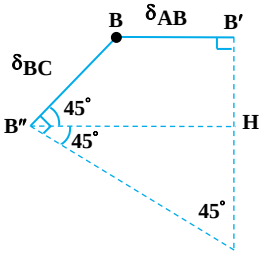
$$\sum F_y=0\Rightarrow -F_B+4/5-1/5=0\Rightarrow F_B=3\,kN$$

$$(1)\Rightarrow\frac{3}{2\times 4/5}=\frac{x}{0/7-x}\Rightarrow x=0/175m$$

$$\text{تشابه مثلث}\ \frac{EE'}{CC'}=\frac{2/1-x}{0/7-x}\Rightarrow\frac{EE'}{\delta_C}=3/666\Rightarrow EE'=3/66\times\frac{4500\times 700}{50\times 70\times 10^3}\Rightarrow EE'=3/3\ mm$$

درسنامه (۷): تغییر شکل‌های پلاستیک

۱۶۲ـ گزینه «۱» ابتدا باید رابطه بین تغییرات طول δ و نیروی F به دست آورده شود.

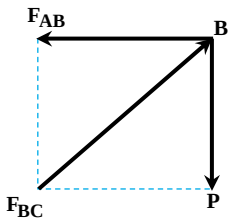


$$\sigma=2000\sqrt{\varepsilon}\Rightarrow\sigma^2=(2000)^2\varepsilon\Rightarrow\varepsilon=\frac{\sigma^2}{(2000)^2},\ \delta=\varepsilon L\Rightarrow\ \delta=\frac{\sigma^2 L}{(2000)^2}=\frac{F^2 L}{A^2\times(2000)^2}\quad(1)$$

برای یافتن محل نهایی نقطه‌ی B که با B_1 نشان داده شده است، کافی است از نقطه‌ی B'، خطی عمود بر BB' رسم شود و خط دیگر از نقطه‌ی B''، عمود بر BB'' ترسیم گردد. تلاقی دو خط مذکور همان محل نقطه‌ی B_1 می‌باشد.

$$B'B_1=B'H+HB_1=BB''\sin 45+(BB''\cos 45+BB')\times\cot g45\Rightarrow B'B_1=\sqrt{2}BB''+BB'=\sqrt{2}\Delta_2+\Delta_1$$

با نوشتن معادلات تعادل برای مفصل B نیرو در میله‌های BC, AB به دست می‌آیند.



$$\text{مفصل } B:\ \sum F_y=0\Rightarrow F_{BC}\sin 45-600=0\Rightarrow F_{BC}=600\sqrt{2}\ \ kgf(C)$$

$$\text{مفصل } B:\ \sum F_x=0\Rightarrow -F_{AB}+F_{BC}\cos 45=0\Rightarrow F_{AB}=600\ \ kgf(T)$$

$$F_{AB}=600\xrightarrow{1}\Delta_1=\frac{(600)^2\times 60}{(5)^2\times(2000)^2}=0/216\ cm$$

$$F_{BC}=600\sqrt{2}\xrightarrow{1}\Delta_2=\frac{(600\times\sqrt{2})^2\times 60\sqrt{2}}{(5)^2\times(2000)^2}=0/61\ cm\ \Rightarrow B'B_1=\sqrt{2}\times 0/611+0/216=1/08\ cm$$

www.modaresanesharif.ac.ir

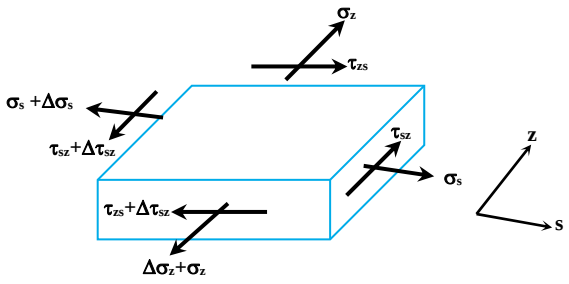
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۳ـ گزینه «۲» این تست مربوط به سرفصل‌های درس مقاومت مصالح پیشرفته یا تئوری الاستیسیته است. معادله بای هارمونیک به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

ϕ تابع تنش بوده و f شامل نیروهای حجمی می‌باشد، در صورتی که $f=0$ باشد، در نتیجه $\nabla^4\phi=0$ می‌شود، از طرفی معادله بای هارمونیک در محدوده‌ی الاستیک صادق می‌باشد.

۱۶۴ـ گزینه «۱» برای المان پوسته‌ای معادلات تعادل در جهت Z و S نوشته می‌شود.



$$\Sigma Fz=0\Rightarrow-(\sigma_z+d\sigma_z)tds+\sigma_z tds-(\tau_{sz}+d\tau_{sz})tdz+\tau_{sz}td_z=0$$

$$-d\sigma_z\times tds-d\tau_{sz}tdz=0\Rightarrow\frac{d\sigma_z}{dz}+\frac{d\tau_{sz}}{ds}=0$$

اما q جریان برش بوده و رابطه آن با تنش برشی برابر است با $\tau_{sz}=\frac{q}{t}$ در نتیجه:

$$\frac{d\sigma_z}{dz}+\frac{1}{t}\frac{dq}{ds}=0\Rightarrow t\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial q}{\partial s}=0$$

معادله تعادل در جهت S نیز برابر می‌شود با:

$$\Sigma F_s=0\Rightarrow(\sigma_s+d\sigma_s)tdz-\sigma_s tdz+(\tau_{sz}+d\tau_{sz})tds-\tau_{sz}tds=0$$

$$d\sigma_s\times t\,dz+d\tau_{sz}\times t\,ds=0\Rightarrow\frac{d\sigma_s}{ds}+\frac{d\tau_{sz}}{dz}=0\Rightarrow\frac{d\sigma_s}{ds}+\frac{1}{t}\frac{dq}{dz}=0$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«پیچش»

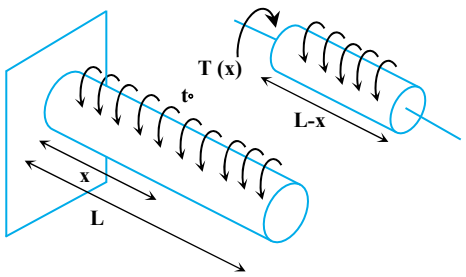
تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

درسنامه (۱): پیچش محورها با مقاطع دایروی

۱ـ برای انتقال توان ۴۰hp با سرعت دورانی ۶۰۰rpm از شفتی با تنش برشی مجاز ۴۰۰۰Psi استفاده می‌شود. حداقل قطر شفت چقدر باید باشد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱/۷۵ in ۲) ۱/۵ in ۳) ۲/۰ in ۴) ۲/۲۵ in

۲ـ بر میله‌ای استوانه‌ای با سطح مقطع دایره‌ای با شعاع r و طول L گشتاور پیچش t_0 یکنواخت مانند شکل بر آن وارد گشته است (گشتاور پیچشی به ازای واحد طول) ماکزیمم تنش برشی آن برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



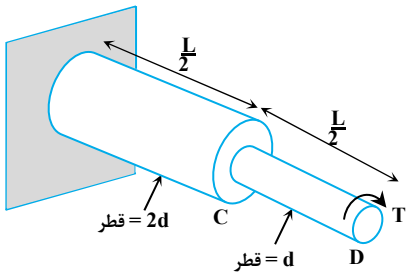
۱) $\tau_{max}=\frac{t_0 L}{\pi r^3}$

۲) $\tau_{max}=\frac{t_0 L}{2\pi r^3}$

۳) $\tau_{max}=\frac{2t_0 L}{\pi r^3}$

۴) $\tau_{max}=\frac{t_0}{\pi r^3}$

۳ـ سازه‌ی BD تحت تأثیر گشتاور پیچشی T قرار دارد زاویه پیچش در نقطه‌ی D محل اثر گشتاور پیچشی کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۱)



۱) $\phi_{D/B}=\frac{TL}{GJ}$

۲) $\phi_{D/B}=\frac{3TL}{2GJ}$

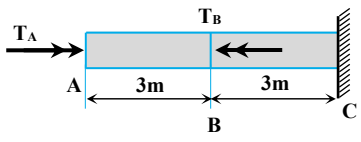
۳) $\phi_{D/B}=\frac{18TL}{32GJ}$

۴) $\phi_{D/B}=\frac{17TL}{32GJ}$

۴ـ یک محور با مقطع مدور و به طول ″۱۰۰ از یک سمت کاملاً در گیر و در سمت دیگر تحت تأثیر ممان پیچشی T واقع شده است به طوری که مقدار $17/19^\circ$ درجه پیچیده است. چنانکه رفتار ماده الاستیک ـ کاملاً پلاستیک در نظر گرفته شود و تنش تسلیم آن برابر $\tau_y = 15000$ KPsi و کرنش برشی متناظر با آن $\gamma_y = 0/0015$ باشد، مطلوب است شعاع محدوده پلاستیک در مقطع محور؟ شعاع مقطع محور را برابر یک اینچ فرض کنید. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۱)

۱) $r_y = 0/25''$ ۲) $r_y = 0/6''$ ۳) $r_y = 0/5''$ ۴) $r_y = 0/1''$

۵ـ میله فولادی با مقطع دایره‌ای به قطر ۶۰mm مطابق شکل تحت لنگرهای پیچشی در نقاط A و B قرار گرفته است. لنگر پیچشی اعمال شده در نقطه B برابر است با ۸π کیلونیوتن متر. اگر دوران مقطع B صفر باشد دوران مقطع A چقدر است؟ $(G = 8\times10^4\ MPa)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۰/۴۹۴ rad

۲) ۰/۵۳۸ rad

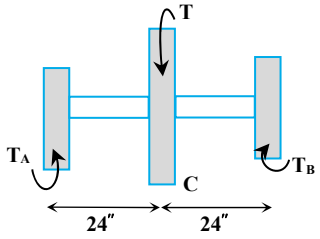
۳) ۰/۶۷۲ rad

۴) ۰/۷۴۱ rad

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ بر روی محور زیر به قطر ″۲ گشتاور $T = ۱۰۰۰۰\ lb.in$ اعمال می‌گردد اگر $T_A = ۶۰۰۰\ lb.in$ و $T_B = ۴۰۰۰\ lb.in$ باشد، آنگاه میزان پیچش A نسبت به B کدام است؟ $(G = ۱۲\times۱۰^۶\ Psi)$ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



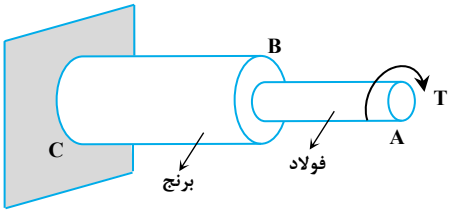
۱) $۰/۰۱۴^\circ$

۲) $۰/۱۴۶^\circ$

۳) $۰/۲۹۱^\circ$

۴) $۰/۴۳۷^\circ$

۷ـ تنش مجاز میله AB مساوی ۱۲۰MPa و میله BC مساوی ۷۰MPa است. با توجه به این که گشتاور T برابر ۱۰KN.m بر نقطه A اعمال می‌گردد. قطر لازم برای میله‌های AB و BC بر حسب میلی‌متر با تقریب به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



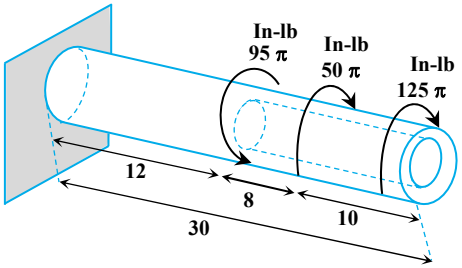
۱) ۷۵ و ۹۰

۲) ۷۵/۲ و ۱۱۳

۳) ۹۴ و ۱۱۳

۴) ۹۴/۲ و ۹۰

۸ـ نسبت حداکثر تنش برشی در قسمت توخالی به توپر این محور کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) ۰/۸

۲) ۱/۴

۳) ۳/۲

۴) ۴/۸

۹ـ بزرگ‌ترین قطر مجاز میله‌ای به طول $۱۰ft$ $(G = ۱۱/۲\times۱۰^۶\ psi)$ را چنان بیابید که میله بتواند بدون تجاوز از تنش برشی ۱۵ksi به اندازه ۹۰° بپیچد: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)

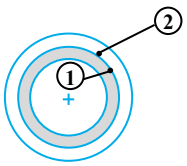
۱) $d = ۰/۲۰۵in$

۲) $d = ۰/۳۱۵in$

۳) $d = ۰/۴۱۵in$

۴) $d = ۰/۸۰۲in$

۱۰ـ میله‌ای از دو جنس مطابق شکل تشکیل یافته است به طوری که $G_۲ = ۲G_۱$. شعاع دایره‌ها به ترتیب ۲۵، ۲۰ و ۱۸ میلی‌متر می‌باشد. زیر اثر پیچش، نسبت تنش جنس ۲ به تنش جنس ۱ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



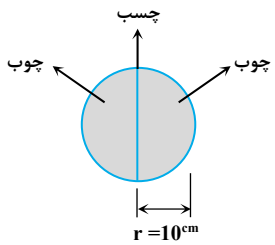
۱) ۱/۲۵

۲) ۲

۳) ۲/۵

۴) $\frac{۲۵}{۹}$

۱۱ـ عضوی با مقطع دایره‌ای مطابق شکل تحت کوپل پیچشی T قرار گرفته است. مقطع عضو از دو نیم‌دایره با جنس چوب که توسط چسب به یکدیگر متصل شده تشکیل شده است. در صورتی که تنش مجاز چوب $۱۰kg/cm^۲$ و تنش مجاز چسب $۴kg/cm^۲$ باشد، مطلوب است حداکثر کوپل پیچشی مجاز مقطع. $(J = ۷۸۵۴cm^۴)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۱۲۵۷kg.cm

۲) ۳۱۴۲kg.cm

۳) ۷۸۵۴kg.cm

۴) ۱۹۶۳۵kg.cm

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

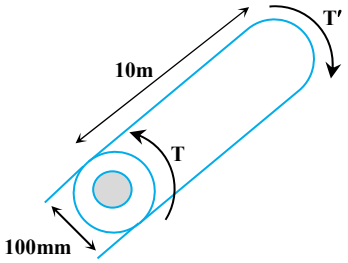
۱۲ـ اگر در داخل تیر طره‌ای استوانه‌ای شکل به قطر $20\,cm$ که ممان پیچشی $\pi(t-m)$ در انتهای آن اثر می‌کند، سوراخی هم مرکز در طول تیر ایجاد نماییم به طوری که زاویه پیچشی آن ۵٪ افزایش یابد، حداکثر تنش برشی ایجاد شده در تیر چه مقدار می‌گردد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

۱) $100\frac{kg}{cm^2}$ ۲) $190\frac{kg}{cm^2}$ ۳) $200\frac{kg}{cm^2}$ ۴) $210\frac{kg}{cm^2}$

۱۳ـ محور به طول $100\,mm$ و قطر $2mm$ تحت اثر پیچش به اندازه زاویه‌ی $17/19^\circ$ پیچیده شده است، چنانچه رفتار ماده الاستیک ـ کاملاً پلاستیک باشد و $\tau_y = 15\,MPa$ و $\gamma_y = 0/0015$ باشد، مطلوب است محاسبه شعاع منطقه پلاستیک در مرکز یا هسته محور؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)

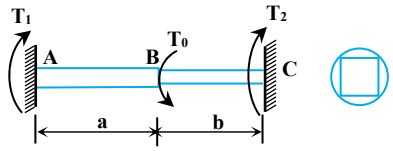
۱) $\rho_y = 0/25\,mm$ ۲) $\rho_y = 0/5\,mm$ ۳) $\rho_y = 1/0\,mm$ ۴) $\rho_y = 2/0\,mm$

۱۴ـ محور توخالی نشان داده شده در شکل با سرعت $1800\,rpm$ می‌چرخد، اگر زاویه پیچش محوری ۳ درجه باشد، حداکثر تنش برشی کدام گزینه است؟ (قطر داخلی محور ۶۰ میلی‌متر و قطر خارجی آن ۱۰۰ میلی‌متر و مدول برشی فولاد $G = 77GPa$ می‌باشد.) (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



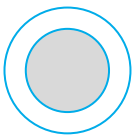
۱) $\tau_{max} = 201/600\,kPa$
۲) $\tau_{max} = 2/016\,MPa$
۳) $\tau_{max} = 20/160\,MPa$
۴) $\tau_{max} = 201/600\,MPa$

۱۵ـ در شکل زیر قسمت AB با مقطع دایره به شعاع R و قسمت BC با مقطع مربع به طول $a' = R\sqrt{2}$ می‌باشد. برای این که $T_1 = T_2$ باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($J_t = 0/141a'^4$ برای مربع) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



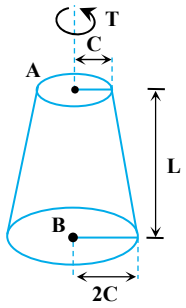
۱) ۲/۷۸۵
۲) ۱/۳۹
۳) ۱
۴) ۰/۳۵۹

۱۶ـ میله‌ای توپر به مقطع دایره به شعاع R تحت اثر لنگر پیچشی T است. مساحت هاشور خورده داخلی به شعاع چقدر باشد، تا لنگر پیچشی $\frac{T}{2}$ در آن قرار گیرد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{R}{2}$
۲) $\frac{R}{\sqrt[3]{2}} = 0/794R$
۳) $\frac{R}{\sqrt[4]{2}} = 0/841R$
۴) $\frac{R}{\sqrt{2}} = 0/707R$

۱۷ـ گشتاور T مطابق شکل بر قطعه‌ی توپر مخروطی شکل وارد می‌شود. زاویه‌ی پیچش A چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{7TL}{12\pi GC^3}$
۲) $\frac{7TL}{12\pi GC^4}$
۳) $\frac{12TL}{7\pi GC^4}$
۴) $\frac{7TL}{12\pi GC^2}$

۱۸ـ برای محور توخالی نسبت $\frac{d}{D} = \frac{1}{2}$ مفروض است. اگر مقادیر $\tau = 500\,\frac{kgf}{cm^2}$ و $T = 1000\,kgf.m$ باشد، مقدار تقریبی D چند سانتی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱۳/۶۱ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

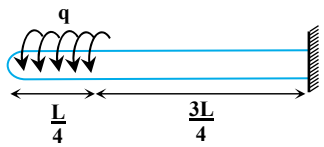
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹ـ یک شفت فولادی توپر جهت انتقال قدرت ۳۷۵/۰ کیلو وات باید با سرعت ۲۹ هرتز دوران کند. در صورتی که تنش برشی در این شفت از ۳۵ مگاپاسکال تجاوز نکند، قطر محور چند میلی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)

۱) $d = ۳/۳۴۵$ ۲) $d = ۴/۰$ ۳) $d = ۶/۶۹$ ۴) $d = ۸/۰$

۲۰ـ میله‌ای با مقطع دایره‌ای در طول خود تحت اثر گشتاور پیچشی یکنواختی به شدت q بر واحد طول قرار دارد مقدار زاویه پیچشی انتهای آزاد میله کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



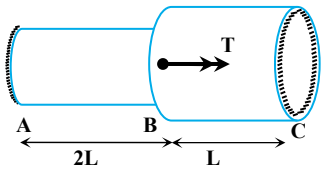
۱) $\frac{qL^۲}{۱۶GJ}$ ۲) $\frac{qL^۲}{۳۲GJ}$ ۳) $\frac{qL^۲}{۸GJ}$ ۴) $\frac{۳qL^۲}{۱۶GJ}$

۲۱ـ محور مدور و توپری به طول ۱۰۰ اینچ و قطر ۲ اینچ تحت اثر گشتاور پیچشی T واقع شده است به طوری که به اندازه ۰/۳ رادیان پیچ خورده است. چنانچه رفتار مواد الاستیک ـ کاملاً پلاستیک باشد و $\tau_y = ۱۵۰۰۰ Psi$ و $\gamma_y = ۰/۰۰۱۵$ باشند، مطلوب است محاسبه شعاع مقطع محور (r_y) در حد الاستیک و پلاستیک؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۴)

۱) $r_y = ۰$ ۲) $r_y = \frac{۱}{۲}''$ ۳) $r_y = \frac{۱}{۴}''$ ۴) $r_y = \frac{۱}{۸}''$

۲۲ـ عضوی با مقطع دایروی مطابق شکل تحت کوپل پیچشی T در مقطع B می‌باشد. مطلوبست تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی نقاط A و C. (نقاط A و C به صورت گیردار کامل می‌باشند) J = ممان اینرسی قطبی مقطع در ناحیه AB و ۴J= ممان اینرسی قطبی در ناحیه BC

(مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)



۱) $T_A = \frac{T}{۹}, T_C = \frac{۸T}{۹}$ ۲) $T_A = \frac{۶T}{۷}, T_C = \frac{T}{۷}$

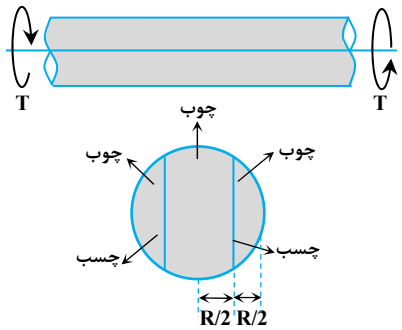
۳) $T_A = \frac{۸T}{۹}, T_C = \frac{T}{۹}$ ۴) $T_A = \frac{T}{۷}, T_C = \frac{۶T}{۷}$

۲۳ـ دو میله A و B به مقطع دایره موجود است. طول و قطر میله A دو برابر طول و قطر میله B می‌باشد. لنگر پیچشی ۲T به میله A و لنگر پیچشی T به میله B وارد می‌شود. نسبت تنش‌های برشی ماکزیمم میله‌ها چقدر است $(\frac{\tau_{maxA}}{\tau_{maxB}})$؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۴ـ عضوی مطابق شکل تحت کوپل پیچشی T قرار دارد. مقطع از سه قسمت چوبی که توسط چسب به یکدیگر متصل شده‌اند، تشکیل یافته است. مطلوبست حداکثر کوپل پیچشی قابل تحمل توسط آن: (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)

تنش مجاز برشی چسب = $\tau \frac{kg}{cm^۲}$ تنش مجاز برشی چوب = $۵\tau \frac{kg}{cm^۲}$

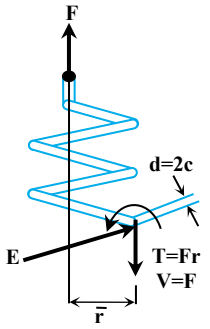


۱) $۲\frac{J}{R}.\tau$ ۲) $\frac{۲}{۳}.\frac{J}{R}.\tau$ ۳) $\frac{۵}{\sqrt{۳}}.\frac{J}{R}.\tau$ ۴) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}.\frac{J}{R}.\tau$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ در فنر مارپیچی نشان داده شده، تنش برشی ماکزیمم (τ_{max}) برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)

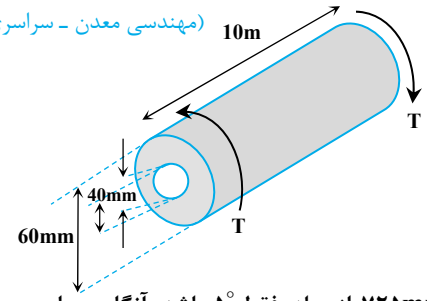


۱) $\frac{16F.\bar{r}}{\pi d^3}$
۲) $\frac{F}{(\frac{\pi d^2}{4})}$
۳) $\frac{16F.\bar{r}}{\pi d^3}(\frac{d}{4\bar{r}}+1)$
۴) $\frac{16F.\bar{r}}{\pi d^3}(\frac{d}{4\bar{r}}+2)$

۲۶ـ سیمی آلومینیومی به قطر ۰/۰۰۵m یک دور کامل می‌پیچد. اگر مقدار $\tau_{all} = 42\times10^6 \frac{N}{m^2}$ و $G = 26/9(GPa)$ باشد، مقدار طول سیم تقریباً چند متر خواهد شد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۵)

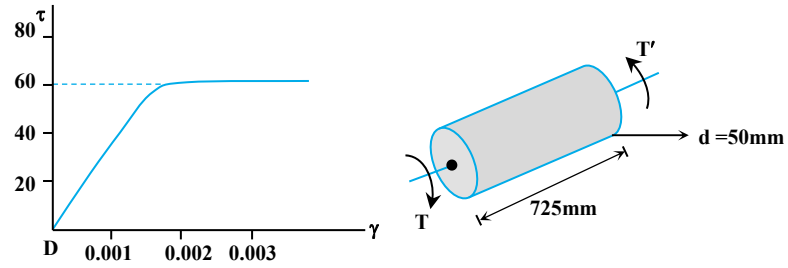
۱) ۱/۶ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۴۰

۲۷ـ یک محور توخالی فولادی به قطر خارجی ۶۰ میلی‌متر، داخلی ۴۰ میلی‌متر و طول ۱۰ متر (مطابق شکل زیر) با سرعت ۱۸۰rpm می‌چرخد، اگر $T = 975Nm$ باشد، تنش برشی ماکزیمم میله (τ_{max}) چند مگاپاسکال است؟ ($\pi = 3$) (مهندسی معدن ـ سراسری۸۵)



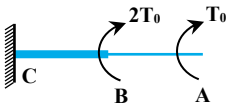
۱) ۱۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۹۰
۴) ۳۰

۲۸ـ با توجه به نمودار تنش ـ کرنش میله برنجی با قطر ۵۰mm، اگر زاویه پیچش در طول ۷۲۵mm از میله، فقط ۵° باشد. آنگاه ممان پیچشی (T) اعمال شده بر حسب N.m، در صورتی که $\pi = 3$ باشد، در کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری۸۵)



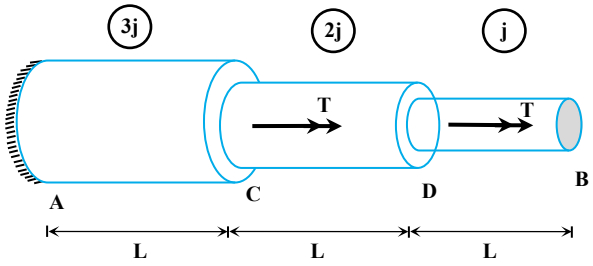
۱) ۱۳۰۵
۲) ۱۸۰
۳) ۱۴۰۶
۴) ۱۸۱۰

۲۹ـ در شکل زیر AB و BC دارای مقطع دایره به قطر D و ۲D می‌باشند: نسبت تنش‌های برشی ماکزیمم در قسمت AB به قسمت BC چقدر است؟ $(\frac{(\tau_{AB})max}{(\tau_{BC})max})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{8}{3}$
۴) $\frac{4}{3}$

۳۰ـ عضو شکل زیر با مقطع دایره‌ای پله‌ای تحت اثر دو لنگر پیچشی T در نقاط C و D قرار گرفته است. نقاط A و B به صورت گیردار می‌باشند. مطلوبست عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی نقاط A و B: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

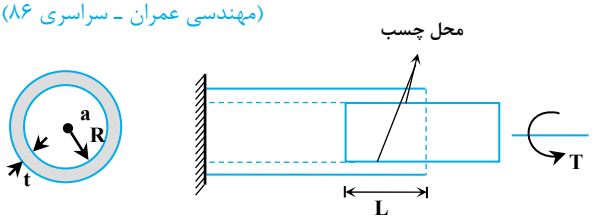


۱) $T_A = \frac{5}{7}T$, $T_B = \frac{9}{7}T$
۲) $T_A = \frac{9}{7}T$, $T_B = \frac{5}{7}T$
۳) $T_A = \frac{7}{11}T$, $T_B = \frac{15}{11}T$
۴) $T_A = \frac{15}{11}T$, $T_B = \frac{7}{11}T$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱ـ یک مقطع توپر دایره‌ای با شعاع R توسط چسب با تنش برشی مجاز τ در داخل مقطع توخالی در طول ℓ متصل شده است. مطلوبست محاسبه طول ℓ به طوری که لنگر پیچشی T را بتوان از مقطع توپر به مقطع توخالی منتقل کرد. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

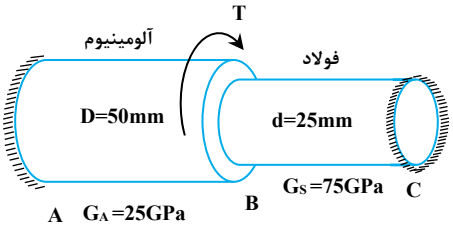


۱) $L=\frac{T}{\pi R^{۲}.\tau}$
۲) $L=\frac{T}{۲\pi R.\tau}$
۳) $L=\frac{T}{۲\pi R^{۲}.\tau}$
۴) $L=\frac{T}{\pi R.\tau}$

۳۲ـ یک محور مکانیکی گشتاوری برابر با ۳۶ نیوتن متر را انتقال می‌دهد. حداکثر تنش برشی مجاز برای این محور، برابر با ۵۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع انتخاب شده است. قطر این محور را محاسبه کنید. (مهندسی هوا فضا ـ سراسری۸۶)

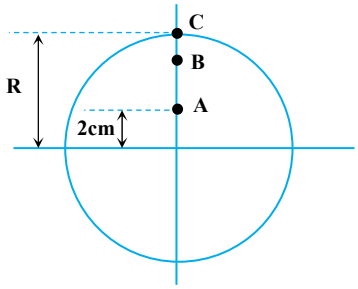
۱) $۲(\sqrt[۳]{\frac{۳۶۰}{\pi}})$
۲) $۲(\sqrt[۳]{\frac{۷۲۰}{\pi}})$
۳) $۲(\sqrt[۳]{\frac{۱۴۴۰}{\pi}})$
۴) $۲(\sqrt[۳]{\frac{۲۱۶۰}{\pi}})$

۳۳ـ محور نشان داده شده از دو جنس آلومینیوم و فولاد ساخته شده است. زمانی که گشتاور T باشد، با فرض آنکه طول دو قسمت برابر است، مقدار گشتاور در نقطه C چقدر است؟ (مهندسی هوا فضا ـ سراسری۸۶)



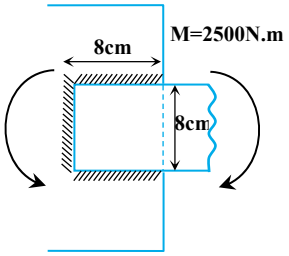
۱) $\frac{۳}{۱۶}T$
۲) $\frac{۵}{۱۶}T$
۳) $\frac{۷}{۱۶}T$
۴) $\frac{۱}{۱۶}T$

۳۴ـ در شکل زیر مقطع دایره‌ای تحت تأثیر لنگر پیچشی قرار گرفته است اگر نسبت تنش برشی نقطه‌ی C نسبت به نقطه B برابر ۱/۲ و نسبت تنش برشی نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برابر ۰/۴ باشد، در آن صورت ممان اینرسی قطبی مقطع (J) چقدرخواهد بود؟ (مهندسی معدن ـ سراسری۸۶)



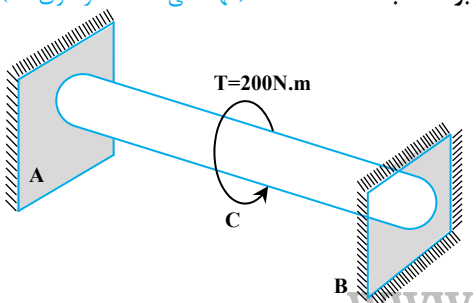
۱) $\frac{۶۴۸}{\pi^{۲}}cm^{۴}$
۲) $\frac{۶۴۸}{\pi}cm^{۴}$
۳) $۳۲۴\pi^{۲}cm^{۴}$
۴) $۶۴۸\pi cm^{۴}$

۳۵ـ مرکز هندسی یک جوشی در مرکز مربعی به ضلع ۸ سانتی‌متر می‌باشد، ضخامت جوش $t=۴mm$ بوده و گشتاوری معادل $M=۲۵۰۰N.m$ را تحمل می‌کند. اگر تنش برشی در جوش برابر $\tau=\frac{Mr}{J}$ باشد، تنش برشی حداکثر در گوشه این مربع چقدر خواهد بود؟ $(I_x=۰/۲۵\times۱۰^{-۶}\ m^{۴})$ (مهندسی معدن ـ سراسری۸۶)



۱) $\tau_{max}=\frac{۲۰۰}{\sqrt{۲}}MPa$
۲) $\tau_{max}=۲۰۰MPa$
۳) $\tau_{max}=\frac{۴۰۰}{\sqrt{۲}}MPa$
۴) $\tau_{max}=۴۰۰MPa$

۳۶ـ محوری با مقطع دایره‌ای که دو سر آن گیردار است در وسط تحت گشتاور پیچشی ۲۰۰N.m قرار دارد. در صورتی که طول محور یک متر و $G.J=۲۰۰۰N.m^{۲}$ باشد، میزان پیچش مقطع C محل اعمال گشتاور پیچشی نسبت به سر A برابر است با: (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)



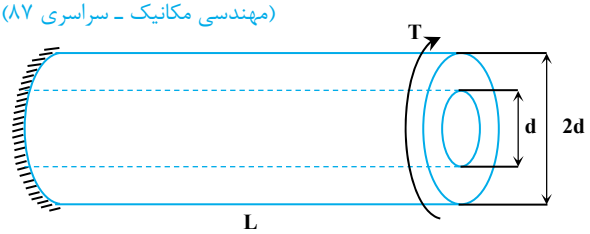
۱) رادیان ۰/۰۱۱۲۵
۲) رادیان ۰/۰۲۵
۳) رادیان ۰/۰۴
۴) رادیان ۰/۰۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۷ـ یک میله‌ی فولادی (St) داخل یک لوله آلومینیومی (Al) مطابق شکل جا زده شده است. قطر میله d و قطر خارجی لوله 2d و طول آن‌ها L است. مجموعاً در یک انتها گیردار و در انتهای دیگر تحت کوپل پیچش T قرار دارند. اگر ضمن اعمال کوپل میله و لوله از هم جدا نشده و با هم بپیچند، نسبت کوپل تحمل شده توسط میله فولادی به کوپل لوله آلومینیومی $(\frac{T_{St}}{T_{Al}})$ را به دست آورید. $G_{St}=۲۰۰\frac{kN}{mm^۲}, G_{Al}=۸۰\frac{kN}{mm^۲}$ است.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{T_{St}}{T_{Al}}=\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{T_{St}}{T_{Al}}=\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{T_{St}}{T_{Al}}=۱$

۴) $\frac{T_{St}}{T_{Al}}=۳$

۳۸ـ اگر حداکثر گشتاور اعمالی براساس محدودیت تنش و محدودیت زاویه پیچش بر روی محوری به ترتیب معادل ۲۶۵N.m و ۳۲۰N.m باشد، آنگاه حداکثر توان قابل انتقال تحت دور ۱۸۰۰rpm تقریباً برابر چند کیلووات است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

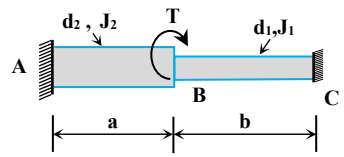
۱) ۵۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۳۶۰۰

۳۹ـ یک محور استوانه‌ای توخالی برای انتقال توان ۲۰۰ کیلووات با سرعت دورانی ۲ هرتز به اندازه ۲ درجه پیچیده می‌شود. در صورتی که طول محور یک متر و قطر داخلی محور نصف قطر خارجی آن باشد. اندازه قطر خارجی آن با تقریب میلی‌متر چقدر است؟ (G = ۸۰GPa)

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

۱) ۸۸mm ۲) ۹۰mm ۳) ۱۰۴mm ۴) ۱۰۴/۳mm

۴۰ـ میله زیر از دو قطعه مدور توپر به قطر $d_۱$ و $d_۲$ به هم متصل و از دو سر گیردار است. میله در نقطه B تحت تأثیر کوپل پیچشی T قرار دارد. کوپل مقاوم در نقطه C چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)



۱) $T_C=\frac{Ta}{J_۲\left(\frac{b}{J_۲}+\frac{a}{J_۱}\right)}$

۲) $T_C=\frac{Ta}{J_۱\left(\frac{b}{J_۱}+\frac{a}{J_۲}\right)}$

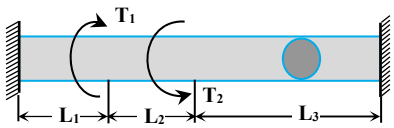
۳) $T_C=\frac{Tb}{J_۲\left(\frac{a}{J_۱}+\frac{b}{J_۲}\right)}$

۴) $T_C=\frac{Ta}{J_۲\left(\frac{b}{J_۱}+\frac{a}{J_۲}\right)}$

۴۱ـ خط‌کشی فولادی با مقطع عرضی ۰/۸cm×۰/۰۸cm و به طول ۲/۵cm به وسیله گشتاورهای وارد بر انتهای آن دچار خمیدگی با قوس ۶۰ درجه شده است. مقدار خمش آن چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

۱) $۱/۱۹^{cm}$ ۲) $۱/۹^{cm}$ ۳) $۲/۳۸^{cm}$ ۴) $۳/۱۸^{cm}$

۴۲ـ مطلوب است محاسبه عکس‌العمل سمت چپ محور نشان داده شده: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)



۱) $T_۱\frac{L_۲+L_۳}{L}-T_۲\frac{L_۳}{L}$

۲) $T_۲\frac{L_۲+L_۳}{L}-T_۱\frac{L_۳}{L}$

۳) $T_۲\frac{L_۲}{L}-T_۱\frac{L_۳}{L}$

۴) $T_۲\frac{L_۲+L_۳}{L}-T_۱\frac{L_۲}{L}$

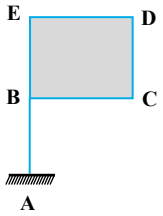
۴۳ـ چنانچه دو محور ۱ و ۲ به قطرهای D و 3D به ترتیب تحت گشتاور پیچشی 3T و T قرار گیرند، نسبت تنش حداکثر برشی محور ۱ به ۲ چقدر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری۸۷)

۱) ۹ ۲) ۸۱ ۳) ۲۴۳ ۴) ۳۲۴

www.modaresanesharif.ac.ir

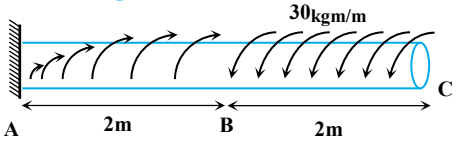
www.modaresanesharif.ac.ir

۴۴ـ صفحه BCDE به میله AE که دارای مقطع دایره توپر به شعاع ۵cm است کاملاً متصل است و عمود بر آن صفحه باد وارد می‌شود. به طوری که نیروی وارده صد کیلوگرم بر هر متر مربع است. $BC = ۲m$ و $CD = ۱/۵m$ می‌باشد. مقدار تنش برشی ماکزیمم حاصل از فقط پیچش در AB بر حسب $\frac{kg}{cm^۲}$ برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



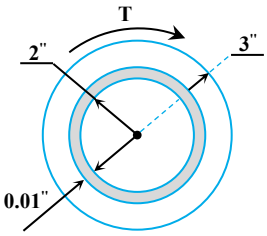
۱) ۴۸π
۲) ۹۶۰π
۳) $\frac{۴۸۰}{\pi}$
۴) $\frac{۹۶۰}{\pi}$

۴۵ـ میله‌ای به قطر ۴cm تحت اثر لنگر پیچشی مطابق شکل زیر قرار گرفته است. تنش برشی حداکثر بر حسب $\frac{kg}{cm^۲}$ در آن چقدر است؟ لنگر پیچشی در نیمه‌ی سمت راست با شدت ثابت $۳۰\frac{kgm}{m}$ و در نیمه سمت چپ شدت آن به طور خطی از $۳۰\frac{kgm}{m}$ به صفر می‌رسد. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



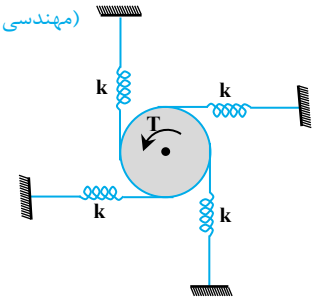
۱) صفر
۲) ۱۵۰۰
۳) $\frac{۷۵۰}{\pi}$
۴) $\frac{۱۵۰۰}{\pi}$

۴۶ـ حداکثر تنش برشی که به صورت یکنواخت بر روی سطح هاشورخورده از محور فولادی توپر زیر اعمال می‌گردد ۹۰۰۰psi است. مقدار گشتاور قابل تحمل بر روی این سطح چقدر است؟ $(\pi = ۳)$ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $۳۶۰(in-lb)$
۲) $۷۲۰(in-lb)$
۳) $۱۴۴۰(in-lb)$
۴) $۳۲۴۰(in-lb)$

۴۷ـ سختی پیچشی یک صفحه صلب دایره‌ای متصل به چهار فنر با سختی $k = ۱۰\frac{ton}{m}$ برابر چند $\frac{ton}{rad}$ است؟ (قطر صفحه ۲۰cm است.) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۴
۴) ۱

۴۸ـ طول یک میله استوانه‌ای توپر آلومینیومی به قطر d چقدر باید باشد تا بدون اینکه تنش برشی در آن از τ_{max} بیشتر گردد بتواند یک دور کامل دوران کند؟ (مدول برشی را G و لنگر ماند قطبی میله را J در نظر بگیرید.) (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{\pi G\tau_{max}}{d}$
۲) $\frac{۲\pi.G.d}{J.\tau_{max}}$
۳) $\frac{\pi Gd}{\tau_{max}}$
۴) $\frac{\pi GJ}{d\tau_{max}}$

۴۹ـ میله‌ای از جنس چدن با قطر ۱cm در شرایط محیطی تحت بارگذاری پیچشی ۱۰kN.m قرار دارد، زاویه‌ی شکست در میله مذکور چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰°
۲) ۴۵°
۳) ۹۰°
۴) در هر زاویه‌ای احتمال دارد.

۵۰ـ دو محور استوانه‌ای فولادی، یکی توپر به قطر ۸۰mm و دیگری توخالی به قطر خارجی ۸۰mm و قطر داخلی ۴۰mm توان موتوری معادل ۶۰kW و سرعت ۳Hz منتقل می‌کند. نسبت تنش برشی محور توپر به توخالی چقدر است؟ عدد π برابر ۴ فرض شود. (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

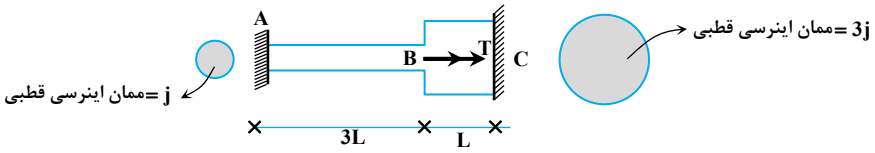
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۴/۵}{۴}$
۳) $\frac{۱۰}{۹}$
۴) $\frac{۳}{۳/۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۱ـ عضو با مقطع دایروی مطابق شکل تحت کوپل پیچشی T در نقطه B قرار دارد. مطلوبست تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در نقاط A و C.

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



۱) $T_A=\frac{9T}{10}$ و $T_C=\frac{T}{10}$

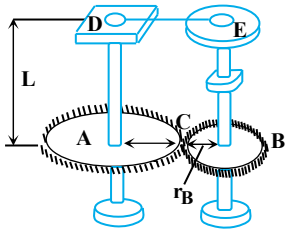
۲) $T_A=\frac{3T}{10}$ و $T_C=\frac{7T}{10}$

۳) $T_A=\frac{T}{10}$ و $T_C=\frac{9T}{10}$

۴) $T_A=\frac{7T}{10}$ و $T_C=\frac{3T}{10}$

۵۲ـ برای مجموعه نشان داده شده اگر $r_A=2r_B$ باشد و گشتاوری معادل T بر انتهای آزاد E اعمال شود، آنگاه ϕ_A کدام است؟

(مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{TL}{GJ}$

۲) $\frac{2TL}{GJ}$

۳) $\frac{3TL}{GJ}$

۴) $\frac{5TL}{GJ}$

۵۳ـ یک محور دایره‌ای توپر (شعاع c_0) و یک لوله دایره‌ای (با شعاع داخلی c_1 و شعاع خارجی c_2) از یک جنس ساخته شده و دارای طول و وزن مساوی است. اگر $n=c_1/c_2$ باشد مقدار نسبت گشتاور پیچشی در محور به گشتاور پیچشی در لوله (T_s/T_p) وقتی تنش برشی بیشینه در اثر پیچش در هر دو مساوی است برابر است با:

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{(1+n^2)^{\frac{1}{2}}}{1-n^2}$

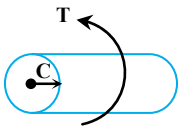
۲) $\frac{(1-n^2)}{(1+n^2)^{\frac{1}{2}}}$

۳) $\frac{(1-n^2)^2}{1+n^2}$

۴) $\frac{(1-n^2)^{\frac{1}{2}}}{1+n^2}$

۵۴ـ برای محور توپر زیر، که تحت گشتاور پیچشی T قرار دارد، نسبت گشتاور (T) بر تنش برشی ماکزیمم (τ_m) چند متر مکعب است؟ (شعاع محور ۱۰cm می‌باشد و π برابر ۳ فرض می‌شود)

(مهندسی معدن ـ سراسری ۹۲)



۱) ۱/۵

۲) ۰/۱۵

۳) ۰/۰۱۵

۴) ۰/۰۰۱۵

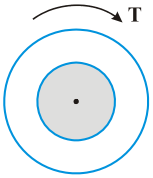
۵۵ـ تنش برشی ماکزیمم میله‌ی فولادی تحت گشتاور پیچشی ۱۰۰۰N.m چند مگاپاسکال است؟ (گشتاور ماند قطبی سطح مقطع m^4 120×10^{-8} مدول برشی ۸۰GPa و شعاع ۳cm می‌باشد.)

(مهندسی معدن ـ سراسری ۹۳)

۱) ۲ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰۰

۵۶ـ میله توپری با مقطع دایره‌ای به شعاع R تحت اثر گشتاور پیچشی T قرار دارد. شعاع مساحت هاشورزده داخلی چقدر باشد تا لنگر پیچشی $\frac{T}{2}$ در داخل آن قرار گیرد؟

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۹۳)



۱) $\frac{R}{2}$

۲) $\frac{R}{\sqrt[3]{2}}$

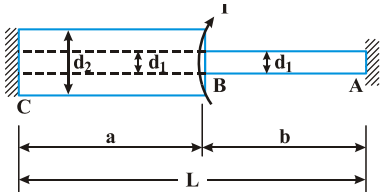
۳) $\frac{R}{\sqrt[4]{2}}$

۴) $\frac{R}{\sqrt{2}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۷ـ میله ABC در دو سر A و C در دیوار محکم می‌باشد و یک گشتاور پیچشی T در محل B بر آن وارد می‌شود. میله از A تا B توپر، با قطر d_1 و از B تا C توخالی، با قطر خارجی d_2 و قطر داخلی d_1 است. نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر باشد تا گشتاور پیچشی در محل‌های A و C از نظر عددی مساوی باشند؟ (مهندسی معماری کشتی ـ سراسری ۹۴)



۱) $\frac{a}{L}=(\frac{d_1}{d_2})^3$

۲) $\frac{a}{L}=(\frac{d_1}{d_2})^4$

۳) $\frac{a}{L}=(\frac{d_2}{d_1})^3$

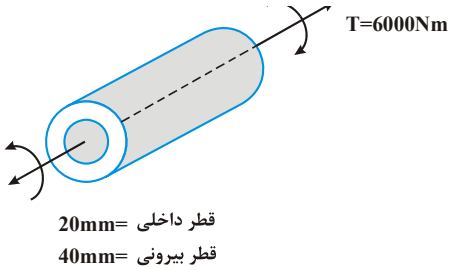
۴) $\frac{a}{L}=(\frac{d_2}{d_1})^4$

۵۸ـ در صورتی‌که تنش برشی حداکثر مجاز یک محور فولادی توپر با قطر ۲۰cm, ۳۰۰MPa باشد، با درنظر گرفتن ضریب ایمنی ۲، حداکثر گشتاور پیچشی مجاز وارد بر این محور تقریباً چند کیلونیوتن متر خواهد بود؟ ($\pi=3$) (مهندسی معدن ـ سراسری ۹۷)

۱) ۱۵۰ ۲) ۱۷۵ ۳) ۲۲۵ ۴) ۳۰۰

۵۹ـ زاویه پیچش میله گردان توخالی زیر از جنس فولاد به طول ۱/۱m، چند رادیان است؟ (مهندسی ایمنی و بازرسی فنی ـ سراسری ۹۷)

$G=80GPa\ ,\ \pi=3$

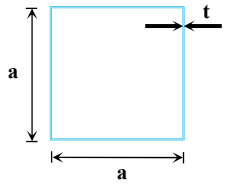


۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۰/۳
۴) ۰/۴

درسنامه (۲): پیچش مقاطع جدار نازک

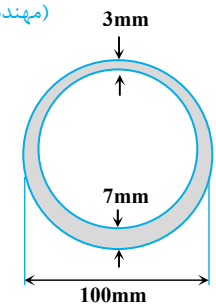
۶۰ـ دو مقطع جدار نازک بسته (مطابق شکل زیر) هستند، که طول ضلع مقطع اول دو برابر مقطع دوم و ضخامت جدار مقطع اول نصف مقطع دوم می‌باشد.

اگر $\beta=\frac{\text{صلبیت پیچشی مقطع اول}}{\text{صلبیت پیچشی مقطع دوم}}$ و $\alpha=\frac{\text{مقاومت پیچشی مقطع اول}}{\text{مقاومت پیچشی مقطع دوم}}$ باشد، مقادیر α و β به ترتیب کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



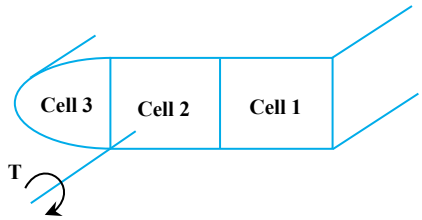
۱) ۱ , ۱
۲) ۲ , ۴
۳) ۲ , ۲
۴) ۲ , ۸

۶۱ـ چنانچه لنگر پیچشی برابر با ۲۰۰N.m بر یک لوله جداره نازک با سطح مقطع نشان داده شده با ضخامت متغیر وارد شود حداکثر تنش برشی در مقطع چند مگاپاسکال (Mpa) خواهد بود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۴/۷
۲) ۵/۲۴
۳) ۷/۸۳
۴) ۱۰/۹۷

۶۲ـ یک سازه بال هواپیما که مقطع آن در شکل نشان داده شده است، تحت بار پیچشی T قرار گرفته است. مطلوبست تعیین درجه نامعینی این سازه: (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۱)



۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) هیچ‌کدام

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۳ـ تنش برشی در میله‌ای توخالی جدار نازک با ضخامت t و مقطع n ضلعی منتظم تحت اثر پیچش T چقدر است؟ طول هر ضلع n ضلعی برابر a می‌باشد. (مهندسی عمران ـ سراسری۸۳)

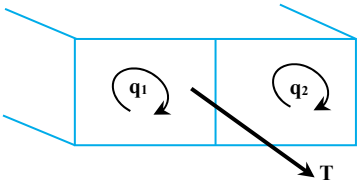
۱) $\frac{2T\tan\frac{\pi}{n}}{na^2t}$

۲) $\frac{4\pi T}{n^2a^2t}$

۳) $\frac{2T\sin\frac{\pi}{n}}{na^2t}$

۴) $\frac{2T\sin\frac{2\pi}{n}}{na^2t}$

۶۴ـ سازه دو سلولی که سطح مقطع آن در شکل زیر نشان داده شده است تحت بارگذاری پیچشی T قرار گرفته است. مطلوب است تعیین درجه نامعینی این سازه؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)



۱) سازه معین می‌باشد.

۲) یک درجه نامعین

۳) دو درجه نامعین

۴) سه درجه نامعین

۶۵ـ استوانه جدار نازکی به قطر ۴۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۲ میلی‌متر تحت تأثیر گشتاور پیچشی $50\,kN.m$ قرار دارد. تنش قائم ماکزیمم چند مگاپاسکال است؟ (عدد π معادل ۳ فرض شود) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)

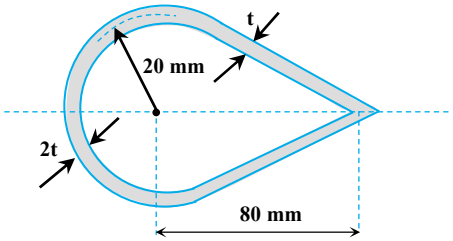
۱) $\sigma_{max}=96$

۲) $\sigma_{max}=104$

۳) $\sigma_{max}=123$

۴) $\sigma_{max}=147/4$

۶۶ـ در بال یک هواپیمای سبک، تیری با مقطع نشان داده شده از جنس آلومینیوم $G=25\,\frac{GN}{m^2}$ تحت لنگر پیچشی $T=134\,N.m$ قرار گرفته است. ماکزیمم تنش برشی نباید از $30\,\frac{MN}{m^2}$ تجاوز کند مقدار t را بیابید. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۴)



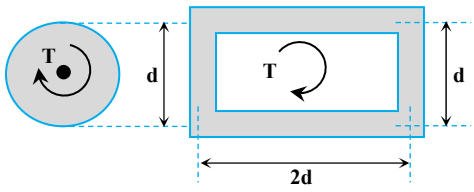
۱) ۰/۵ mm

۲) ۱mm

۳) ۲ mm

۴) ۲/۵ mm

۶۷ـ در صورتی که تنش برشی در هر دو مقطع نشان داده شده یکسان باشند حداقل ضخامت (t_{min}) مقطع مستطیلی چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)



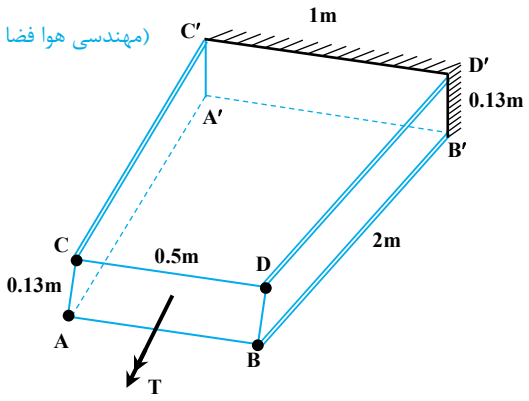
۱) $\frac{\pi d}{128}$

۲) $\frac{\pi d}{64}$

۳) $\frac{\pi d}{32}$

۴) $\frac{\pi d}{16}$

۶۸ـ تیر جعبه‌ای داده شده تحت گشتاور $T=1000\,N.m$ در مقطع ABCD قرار گرفته است. نسبت جریان برشی در مقطع ABCD نسبت به جریان برش در مقطع $A'B'C'D'$ چقدر است؟ (هر ضلع تیر از پانل نازک تقویت شده با میله‌های کشش ـ فشار تشکیل شده است.) (مهندسی هوا فضا ـ سراسری۸۶)



۱) ۲

۲) ۱

۳) $\frac{1}{2}$

۴) با اطلاعات داده شده قابل تعیین نیست.

www.modaresanesharif.ac.ir

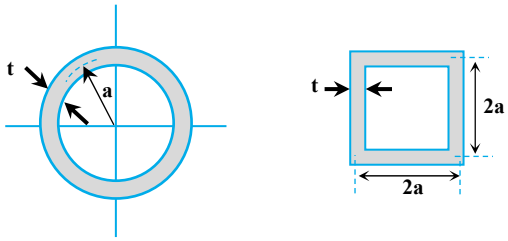
www.modaresanesharif.ac.ir

۶۹ـ لوله جدار نازکی به ضخامت t و شعاع بیرونی ρ از جنس فولاد تحت گشتاور پیچشی T قرار دارد. ماکزیمم تنش برشی τ برابر است با:

(مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{T\rho}{GJ}$ ۲) $\frac{T}{2\pi t^2 \ell}$ ۳) $\frac{T}{2\pi\rho^3 t}$ ۴) $\frac{T}{2\pi\rho^2 t}$

۷۰ـ دو میله منشوری جدار نازک از یک جنس تحت کوپل پیچشی برابر $T_\circ$ قرار دارند. مقطع دایره‌ای جدار نازک به قطر $2a$ و ضخامت t و مقطع مربع جدار نازک به ابعاد $2a$ و ضخامت t می‌باشند. نسبت تنش برشی در مقطع دایره‌ای به تنش برشی در مقطع مربع را به دست آورید. (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۷)

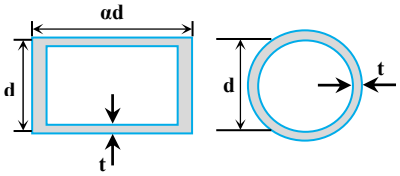


۱) $\frac{\tau_{\text{دایره}}}{\tau_{\text{مربع}}} = \frac{1}{\pi}$ ۲) $\frac{\tau_{\text{دایره}}}{\tau_{\text{مربع}}} = \frac{\pi}{4}$

۳) $\frac{\tau_{\text{دایره}}}{\tau_{\text{مربع}}} = 1$ ۴) $\frac{\tau_{\text{دایره}}}{\tau_{\text{مربع}}} = \frac{4}{\pi}$

۷۱ـ دو محور جدار نازک یکی با مقطع دایره به قطر میانگین d و دیگری با مقطع مستطیل به ابعاد میانگین d و αd که ضخامت هر دوی آن‌ها t می‌باشد، تحت اثر گشتاور پیچشی T قرار گرفته‌اند. مقدار α چقدر باشد تا تنش برشی بیشینه وارد بر هر دو محور یکسان باشد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



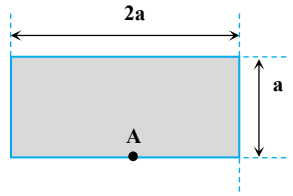
۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$

۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

درسنامه (۳): پیچش مقاطع غیر مدور و جدار نازک باز

۷۲ـ گشتاور ماند قطبی و شعاع ژیراسیون قطبی مستطیل نشان داده شده در شکل، نسبت به نقطه A چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)

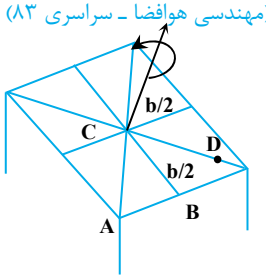


۱) $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ و $\frac{4}{3}a^4$ ۲) $\frac{2}{3}a^2$ و $\frac{2}{3}a^4$

۳) $\frac{2}{3}a^4$ و $\frac{4}{3}a^2$ ۴) $\sqrt{\frac{2}{3}a}$ و $\frac{2}{3}a^4$

۷۳ـ در تیری با مقطع مربع که تحت ممان پیچشی T قرار دارد، مقدار تنش برشی در کدام محل از محل‌های مشخص شده با حروف صفر است؟

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)



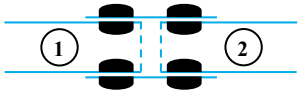
۱) در محل‌های C و A

۲) در محل‌های B و A

۳) در محل D و C

۴) در محل C و B و A

۷۴ـ انتهای دو لوله۱ و ۲ به قطر خارجی $80\,cm$ مطابق شکل زیر در داخل لوله‌ای به قطر داخلی $80\,cm$ قرار گرفته‌اند، هرکدام از لوله‌های ۱ و۲ با ۲۰ عدد پیچ به قطر $2cm$ به هم وصل شده‌اند. اگر لنگر پیچشی $20\,t.m$ به مجموعه وارد شود، تنش برشی در پیچ‌ها چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۴)



۱) ۷۹۶ ۲) ۳۹۸

۳) ۱۹۹ ۴) ۹۹/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

درسنامه (۱): پیچش محورها با مقاطع دایروی

۱ـ گزینه «۱» در سیستم اینچی در صورتی که توان بر حسب اسب بخار بیان شده باشد، آنگاه می‌توان آن را بر حسب گشتاور پیچشی و دور بر دقیقه به صورت مقابل محاسبه نمود:

$$H = P = \frac{2\pi nT}{33000} \Rightarrow T = \frac{40\times 33000}{2\pi\times 6000} = 350/14 \ \text{lb.ft}$$

$$\tau_{max} = \frac{TR}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16\times 350/14\times 12}{\pi\times 40000}} = 1/7489 \simeq 1/75$$

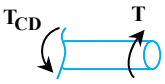
در رابطه فوق عدد ۱۲ در زیر رادیکال به دلیل تبدیل فوت به اینچ آورده شده است.

۲ـ گزینه «۳»

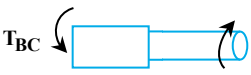
$$\left.\begin{aligned}\tau_{max} &= \frac{TR}{J} = \frac{2T_{max}}{\pi R^3}\\ T(x) &= t_0(L-x) \xrightarrow{x=0} T_{max} = t_0 L\end{aligned}\right\} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{2t_0 L}{\pi R^3}$$

در $x = 0$ یا همان تکیه‌گاه گشتاور پیچشی ماکزیمم شده در نتیجه تنش برشی نیز در تکیه‌گاه ماکزیمم می‌شود.

۳ـ گزینه «۴» با روش جمع آثار زوایای پیچش در بخش‌های CD و BC، می‌توان زاویه پیچش کل را به دست آورد.



$$J_{CD} = J = \frac{\pi d^4}{32} \quad ; \quad J_{AB} = \frac{\pi(2d)^4}{32} = 16J \quad ; \quad T_{CD} = T \ ; \ T_{BC} = T$$

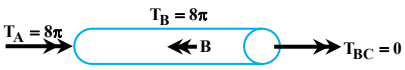


$$\phi_{D/B} = \phi_{D/C} + \phi_{C/B} = \frac{T\frac{L}{2}}{GJ} + \frac{T\frac{L}{2}}{G(16J)} = \frac{TL}{2GJ} + \frac{TL}{32GJ} = \frac{17TL}{32GJ}$$

۴ـ گزینه «۳» شعاع هسته الاستیک که بیانگر محدوده پلاستیک نیز می‌باشد با توجه به رابطه زیر به دست می‌آید:

$$r_y\phi = \gamma_y L \Rightarrow r_y = \frac{0/0015\times 100}{17/9\times\frac{\pi}{180}} = 0/5''$$

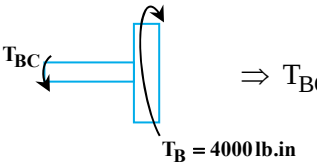
۵ـ گزینه «۴» چون طبق فرض مسئله مقطع B هیچ گونه دورانی ندارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که لنگر پیچشی داخلی در مقطع BC مساوی صفر است. در این حالت لنگر پیچشی T_B، گشتاور پیچشی T_A را خنثی می‌کند، در نتیجه $T_A = 8\pi$ می‌باشد.



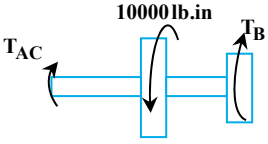
$$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_{B/C} = \phi_{A/B} + 0 = \phi_{A/B} = \frac{T_A L_{AB}}{GJ}$$

$$\phi_A = \frac{(8\pi\times 10^3 \ \text{N.m})\times 3}{(8\times 10^4\times 10^6)\frac{\pi}{32}(0/06)^4} = 0/7407 = 0/741 \ \text{rad}$$

۶ـ گزینه «۲»



$$\Rightarrow T_{BC} = 4000 \text{lb.in} \ ,$$



$$\Rightarrow T_{AC} = 10000 - 4000 = 6000 \text{lb.in}$$

چون جهت گشتاور پیچشی در مقطع BC خلاف جهت گشتاور پیچشی در مقطع AB است، بنابراین در محاسبه زاویه پیچش مقطع A نسبت به B علامت جمله $\phi_{C/B}$ مخالف علامت جمله $\phi_{A/C}$ است.

$$\phi_{A/B} = \phi_{A/C} + \phi_{C/B} = \frac{T_{AC}L_{AC}}{G_{AC}J_{AC}} - \frac{T_{BC}L_{BC}}{G_{BC}J_{BC}} = \frac{6000\times 24}{12\times 10^6\times\frac{\pi}{32}\times 2^4} - \frac{4000\times 24}{12\times 10^6\times\frac{\pi}{32}\times 2^4}$$

$$\Rightarrow \phi_{A/B} = 2/5465\times 10^{-3} \ \text{rad}\times\frac{180}{\pi} = 0/146^\circ$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

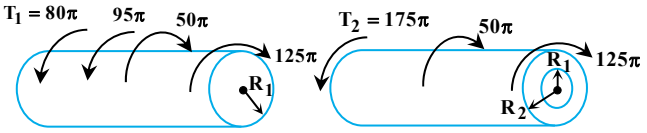
۷ـ گزینه «۱»

$$\text{AB میله}: \tau_{max}=\frac{T_{AB}R}{J}\Rightarrow \tau_{max}=\frac{16T_{AB}}{\pi d_{AB}^3}\Rightarrow d_{AB}=\sqrt[3]{\frac{16\times 10\times 10^6}{\pi\times 120}}=75\ mm$$

$$\text{BC میله}: \tau_{max}=\frac{16T_{BC}}{\pi d_{BC}^3}\Rightarrow d_{BC}=\sqrt[3]{\frac{16T_{BC}}{\pi\tau_{max}}}=\sqrt[3]{\frac{16\times 10\times 10^6}{\pi\times 70}}=89/9\simeq 90\ mm$$

۸ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با برش زدن در بخش توخالی و توپر محور ابتدا گشتاورهای پیچشی داخلی به دست آورده می‌شوند، سپس از فرمول تنش برشی ماکزیمم حداکثر تنش برشی در دو بخش نامبرده محاسبه می‌شود.

$$T_1=125\pi+50\pi-95\pi=80\pi\ \ N.m\quad ;\quad T_2=50\pi+125\pi=175\pi\ \ N.m$$



$$\frac{\tau_{max_2}}{\tau_{max_1}}=\frac{\frac{T_2R_2}{J_2}}{\frac{T_1R_1}{J_1}}=\frac{T_2}{T_1}\times\frac{R_2}{R_1}\times\frac{J_1}{J_2}=\frac{175\pi}{80\pi}\times\frac{R_2}{R_1}\times\frac{R_1^4}{(R_2^4-R_1^4)}$$

قطر داخلی و خارجی محور در شکل مشخص نشده است.

۹ـ گزینه «۱» رابطه زاویه پیچش و کرنش برشی به صورت روبرو است:

$$\phi R=\gamma L\Rightarrow R=\frac{\gamma L}{\phi}$$

$$\text{(قانون هوک در برش)}\ \gamma=\frac{\tau}{G}\Rightarrow R=\frac{\tau L}{G\phi}=\frac{15000\times(10\times 12)}{11/2\times 10^6\times\frac{\pi}{2}}\Rightarrow R=0/1023\ in\Rightarrow d=2R=0/2046\ \ in$$

توجه شود که ضریب ۱۲ برای تبدیل واحد از ft به in می‌باشد. همچنین دقت گردد که واحد ϕ همواره بر حسب رادیان است.

۱۰ـ گزینه «۳»

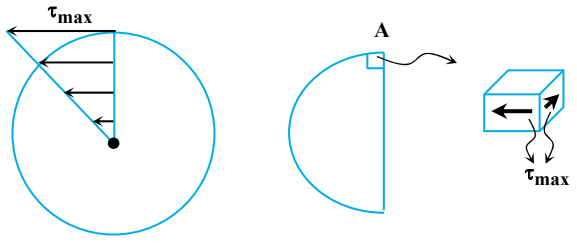
$$\frac{\tau_{max_2}}{\tau_{max_1}}=\frac{T_2R_2/J_2}{T_1R_1/J_1}=\frac{T_2}{T_1}\frac{R_2}{R_1}\frac{J_1}{J_2}\qquad (1)$$

در صورتی که دو محور داخل هم به شکل پرسی جا زده شده باشند زوایای پیچش آن‌ها تحت لنگر خارجی مساوی خواهد بود. بنابراین:

$$\phi_1=\phi_2\Rightarrow\frac{T_2L}{G_2J_2}=\frac{T_1L}{G_1J_1}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{G_2}{G_1}\frac{J_2}{J_1}\qquad (2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\frac{\tau_{max_2}}{\tau_{max_1}}=\frac{G_2}{G_1}\frac{J_2}{J_1}\frac{R_2}{R_1}\frac{J_1}{J_2}=2\times\frac{25}{20}=2/5$$

۱۱ـ گزینه «۲» در بیشترین فاصله شعاعی از محور تنش برشی ماکزیمم می‌باشد، طبق تعادل المان A بر روی محیط محور، در صفحات طولی (همانند صفحات عرضی) که همان سطح چسب خورده است نیز تنش برشی ماکزیمم وجود دارد، چون چسب قادر به تحمل تنش برشی کمتری است، بنابراین حداکثر لنگر مجاز با توجه به تنش برشی مجاز چسب محاسبه می‌شود.



$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}\Rightarrow T_{max}=\tau_{max}\times\frac{J}{R}=4\times\frac{7854}{10}=3142\ \ Kg.cm$$

۱۲ـ گزینه «۴» بین حالت اول و دوم T و L و G تغییر نکرده و فقط J تغییر می‌کند، اگر قطر سوراخ داخلی مساوی d باشد، آنگاه طبق رابطه $\varphi=\frac{TL}{GJ}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\phi_2}{\phi_1}=\frac{J_1}{J_2}=1/05\Rightarrow\frac{\frac{\pi}{32}20^4}{\frac{\pi}{32}(20^4-d^4)}=1/05\Rightarrow d=9/34\ cm$$

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{TR_2}{\frac{\pi}{32}(d_2^4-d^4)}=\frac{(\pi\times 10^3\times 10^2)\times 10}{\frac{\pi}{32}(20^4-9/34^4)}\cong 210\frac{kg}{cm^2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳ـ گزینه «۲» شعاع هسته الاستیک ρ_y را محاسبه می‌نماییم:

$$\rho_y\phi=\gamma_y L\Rightarrow\rho_y=\frac{۰/۰۰۱۵\times۱۰۰}{۱۷/۹\times\frac{\pi}{۱۸۰}}=۰/۵\text{mm}$$

۱۴ـ گزینه «۳» رابطه بین کرنش برشی و زاویه پیچش را می‌توان به صورت روبرو نوشت: $\phi R=\gamma L\Rightarrow\gamma=\frac{R\phi}{L}\quad;\quad\phi=۳^\circ\times\frac{\pi}{۱۸۰}=\frac{\pi}{۶۰}\text{rad}$

با جایگذاری در رابطه تنش برشی نتیجه می‌شود: $\tau_{max}=G\gamma=G\times\frac{R\phi}{L}=۷۷\times۱۰^۳\text{ MPa}\times\frac{۵۰\times\frac{\pi}{۶۰}}{۱۰۰۰۰\text{mm}}\Rightarrow\tau_{max}=۲۰/۱۶۰\text{ MPa}$

۱۵ـ گزینه «۱»

روش اول: محورهای AB و BC در مقطع B به هم جوش خورده‌اند، در صورت اعمال لنگر پیچشی به مقطع B زاویه پیچش این دو محور در این مقطع با هم برابر است، بنابراین رابطه سازگاری به صورت زیر نوشته می‌شود: (زاویه پیچش برای مقطع غیرمدور برابر با $\phi=\frac{TL}{C_۲ab^۳G}$ بوده که در این سؤال $a=b=R\sqrt{۲}$ و $C_۲=۰/۱۴۱$ است.)

رابطه سازگاری: $\phi_{B/A}=\phi_{B/C}\Rightarrow\frac{T_۱a}{G\frac{\pi}{۲}\times R^۴}=\frac{T_۲\times b}{G\times۰/۱۴۱(R\sqrt{۲})^۴}\qquad(۱)$

طبق فرض مسئله: $T_۱=T_۲\xrightarrow{(۱)}\frac{a}{b}=\frac{\frac{\pi}{۲}R^۴}{۰/۱۴۱\times۴R^۴}=۲/۷۸۵$

روش دوم: چون دو محور در مقطع B به یکدیگر به صورت صلب متصل شده‌اند بنابراین، زاویه پیچش آن‌ها با هم برابر بوده و مانند فنرهای موازی رفتار می‌کنند و می‌توان مسئله را به روش معادل‌سازی با فنرها حل نمود.

$$\left.\begin{aligned}T_۱&=\frac{k_{AB}T}{k_{eq.}}=\frac{k_{AB}T}{k_{AB}+k_{BC}}\\T_۲&=\frac{k_{BC}T}{k_{eq.}}=\frac{k_{BC}T}{k_{AB}+k_{BC}}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{T_۱=T_۲\text{ طبق صورت فرض مسئله}}\frac{k_{AB}T}{k_{AB}+k_{BC}}=\frac{k_{BC}T}{k_{AB}+k_{BC}}\Rightarrow k_{AB}=k_{BC}\Rightarrow\frac{GJ_{AB}}{a}=\frac{C_۲(R\sqrt{۲})^۴}{b}G$$

$$\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{J_{AB}}{۰/۱۴۱(R\sqrt{۲})^۴}=\frac{\frac{\pi}{۲}R^۴}{۰/۱۴۱(R\sqrt{۲})^۴}\Rightarrow\frac{a}{b}=۲/۷۸۵$$

۱۶ـ گزینه «۳»

روش اول:

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{۲T}{\pi R^۳}\qquad(۱)$$

$$T'=\int rdF=\int r\tau dA=\int_۰^r r\,(\tau_{max}\frac{r}{R})(۲\pi rdr)=\frac{۲\pi\tau_{max}}{R}\frac{r^۴}{۴}\xrightarrow[(۱)\text{ و }]{T'=\frac{T}{۲}\quad\text{از طرفی طبق فرض مسئله}}\frac{T}{۲}=\frac{۲\pi}{۴R}r^۴\times\frac{۲T}{\pi R^۳}$$

$$\Rightarrow\frac{T}{۲}=(\frac{r}{R})^۴T\Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt[۴]{۲}}$$

روش دوم: می‌توان نوشت:

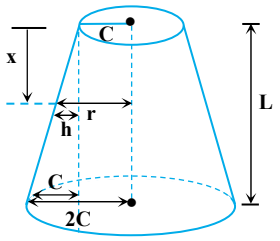
$$\frac{T'}{T}=(\frac{r}{R})^۴\Rightarrow\frac{\frac{T}{۲}}{T}=(\frac{r}{R})^۴\Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt[۴]{۲}}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

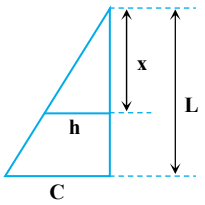
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷ـ گزینه «۲» به دلیل تغییرات شعاع در محور مخروطی برای محاسبه زاویه پیچش باید از انتگرال‌گیری استفاده نمود، در یک مقطع دلخواه از محور اگر شعاع با r نشان داده شود، تغییرات آن بر حسب x مساوی است با:



$$\frac{h}{C}=\frac{x}{L}\Rightarrow h=\frac{x}{L}C\ ,\ r=C+h\ \Rightarrow\ r=C+C\frac{x}{L}=C(۱+\frac{x}{L})$$

ممان اینرسی قطبی یک مقطع دلخواه از مخروط در فاصله x از انتهای محور مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$J=\frac{\pi}{۲}r^{۴}=\frac{\pi}{۲}(C+C\frac{x}{L})^{۴}=\frac{\pi}{۲}C^{۴}(۱+\frac{x}{L})^{۴}$$

$$\phi=\int\frac{Tdx}{GJ}=\frac{۲T}{\pi C^{۴}G}\int_{۰}^{L}\frac{dx}{(۱+\frac{x}{L})^{۴}}\xrightarrow[dz=\frac{dx}{L}]{z=۱+\frac{x}{L}\ \text{تغییر متغیر}}\phi=\frac{۲TL}{\pi C^{۴}G}\int_{۱}^{۲}\frac{dz}{z^{۴}}$$

برای تعیین حدود انتگرال‌گیری با متغیر جدید، به جای x مقادیر ۰ و L را قرار داده و در رابطه $z=۱+\frac{x}{L}$ قرار داده تا حدود z تعیین شوند.

$$\Rightarrow\phi=\frac{-۲TL}{\pi C^{۴}G}\frac{۱}{z^{۳}}\Big|_{۱}^{۲}\Rightarrow\phi=\frac{-۲TL}{۳\pi C^{۴}G}(\frac{۱}{۸}-۱)=\frac{۷TL}{۱۲\pi C^{۴}G}$$

۱۸ـ گزینه «۳»

$$J=\frac{\pi}{۳۲}(D^{۴}-d^{۴})=\frac{\pi}{۳۲}(D^{۴}-(\frac{D}{۲})^{۴})=\frac{\pi}{۳۲}(D^{۴}-\frac{D^{۴}}{۱۶})$$

$$T=۱۰۰۰\,kgf.m=۱۰۰۰\times۱۰۰\,kgf.cm$$

$$\tau=\frac{TR}{J}\Rightarrow۵۰۰=\frac{۱۰۰۰\times۱۰۰\times\frac{D}{۲}}{\frac{\pi}{۳۲}(D^{۴}-\frac{۱}{۱۶}D^{۴})}\Rightarrow D=۱۰/۲۸\simeq۱۰\ cm$$

در صورت رابطه فوق برای تبدیل واحد لنگر پیچشی از kg.m به kg.cm مقدار آن در ۱۰۰ ضرب شده است.

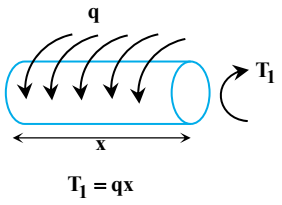
۱۹ـ گزینه «۳»

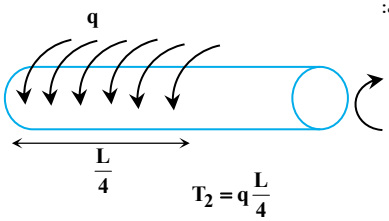
$$P=۲\pi fT\Rightarrow T=\frac{۳۷۵}{۲\pi\times۲۹}=۲/۰۵۸\ \ N.m$$

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}\Rightarrow\tau_{max}=\frac{۱۶T}{\pi d^{۳}}\Rightarrow d=\sqrt[۳]{\frac{۱۶\times۲/۰۵۸\times۱۰^{۳}}{\pi\times۳۵}}=۶/۶۹\ \ mm$$

۲۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

روش اول: چون بارگذاری گسترده وجود دارد از انتگرال‌گیری استفاده می‌شود:

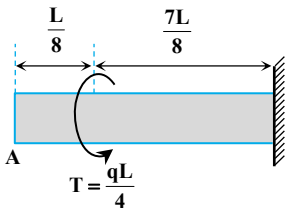




$$\phi=\int_{۰}^{\frac{L}{۴}}\frac{T_{۱}dx}{GJ}+\int_{\frac{L}{۴}}^{L}\frac{T_{۲}dx}{GJ}\Rightarrow\phi=\int_{۰}^{\frac{L}{۴}}\frac{T_{۱}dx}{GJ}+\frac{T_{۲}\times\frac{۳L}{۴}}{GJ}$$

$$=\int_{۰}^{\frac{L}{۴}}\frac{qxdx}{GJ}+\frac{(q\frac{L}{۴})\frac{۳L}{۴}}{GJ}\Rightarrow\phi=\frac{q}{۲GJ}(\frac{L}{۴})^{۲}+\frac{۳qL^{۲}}{۱۶GJ}=\frac{۷qL^{۲}}{۳۲GJ}$$

روش دوم: به جای گشتاور پیچشی گسترده، مقدار گشتاور متمرکز معادل آن را در مرکز اثر لنگر گسترده قرار داده و پیچش انتهای میله را محاسبه می‌کنیم:



$$\phi_{A}=\frac{T(\frac{۷L}{۸})}{GJ}=\frac{\frac{qL}{۴}\times\frac{۷L}{۸}}{GJ}=\frac{۷qL^{۲}}{۳۲GJ}$$

۲۱ـ گزینه «۲» رابطه بین کرنش برشی و زاویه پیچش به صورت روبرو قابل بیان است: $r_{y}\phi=\gamma_{y}L\Rightarrow r_{y}\times۰/۳=۰/۰۰۱۵\times۱۰۰\Rightarrow r_{y}=۰/۵''$

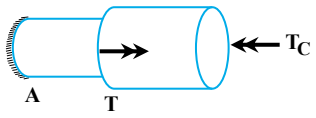
---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ گزینه «۱»

روش اول: تکیه‌گاه C را برداشته و به جای آن لنگر تکیه‌گاهی T_C را قرار می‌دهیم. سپس زاویه پیچش مقطع C تحت لنگر T_C و لنگر خارجی را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم. در نتیجه لنگر پیچشی T_C محاسبه خواهد شد.



$$\phi_C = 0 = \frac{T(2L)}{GJ} - \frac{T_C(L)}{G(4J)} - \frac{T_C(2L)}{GJ} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{T_C L}{GJ}\left(\frac{1}{4}+2\right) = \frac{T(2L)}{GJ} \Rightarrow T_C = \frac{8T}{9} \Rightarrow T_A = \frac{T}{9}$$

روش دوم: دو محور AB , BC مانند دو فنر موازی رفتار می‌کنند، برای محاسبه لنگرهای تکیه‌گاهی T_C, T_A به صورت زیر عمل می‌شود:

$$T_C = \frac{k_{BC}}{k_{AB}+k_{BC}} \times T = \frac{\frac{G(4J)}{L}}{\frac{GJ}{2L}+\frac{G(4J)}{L}} \times T = \frac{8T}{9} \;;\; T_A + T_C = T \Rightarrow T_A = \frac{T}{9}$$

۲۳ـ گزینه «۴» اگر ممان اینرسی قطبی در میله نازک‌تر به شعاع R، مساوی J باشد، آنگاه:

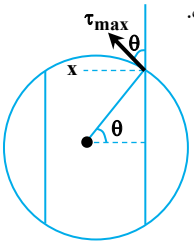
$$J = J_B = \frac{\pi}{2}R^4$$

$$\frac{\tau_{max_A}}{\tau_{max_B}} = \frac{\frac{T_A R_A}{J_A}}{\frac{T_B R_B}{J_B}} = \frac{\frac{2T \times 2R}{(\frac{\pi}{2}\times(2R)^4)}}{\frac{TR}{J}} = \frac{\frac{4TR}{16(\frac{\pi}{2}R^4)}}{\frac{TR}{J}} = \frac{\frac{4TR}{16J}}{\frac{TR}{J}} = \frac{1}{4}$$

۲۴ـ گزینه «۴» گشتاور پیچشی حداکثر به طور جداگانه باید براساس تنش برشی مجاز چوب و چسب محاسبه شود و نتایج با هم مقایسه گردند. کوچک‌ترین جواب به عنوان پاسخ صحیح در نظر گرفته خواهد شد.

چوب: $\tau_{max} = 5\tau = \frac{TR}{J} \Rightarrow T = 5\tau \times \frac{J}{R}$ (۱)

تنش برشی ماکزیمم در روی سطح خارجی محور با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود. این تنش مماس بر سطح مقطع دایره است.

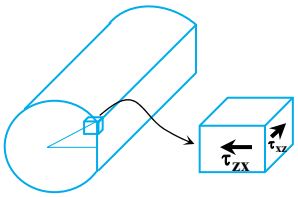


$$\tau_{max} = \frac{TR}{J} \quad , \quad \cos\theta = \frac{\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

مؤلفه این تنش برشی در راستای x که عمود بر امتداد چسب می‌باشد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(\tau_{max})_x = \tau_{max} \times \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}\tau_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{TR}{J}$$

اما این مؤلفه تنش همان τ_{zx} می‌باشد که با مؤلفه تنش برشی τ_{xz} در امتداد صفحه طولی برابر است.



$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{TR}{J}$$

τ_{xz} تنش برشی است که باید توسط چسب تحمل شود، بنابراین: (۲)

$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{TR}{J} \Rightarrow T = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{J}{R}\tau$$

از مقادیر موجود در روابط (۱) و (۲) مقدار کوچک‌تر را به عنوان حداکثر کوپل پیچشی انتخاب می‌کنیم، در نتیجه:

$$T = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{J}{R}\tau$$

۲۵ـ گزینه «۳»

روش اول: در کتاب طراحی اجزاء فرمول تنش برشی در فنر مارپیچی به صورت زیر آورده شده است. این تنش حاصل جمع تنش برشی ناشی از پیچش و تنش برشی ناشی از نیروی برش است.

$$\tau_s = k_s\frac{8FD}{\pi d^3} = \frac{8F(2\bar{r})}{\pi d^3}\left(1+\frac{0/5}{C}\right) \Rightarrow \tau_s = \frac{16F\bar{r}}{\pi d^3}\left(1+\frac{d}{2D}\right) = \frac{16F\bar{r}}{\pi d^3}\left(1+\frac{d}{4\bar{r}}\right)$$

در این رابطه، ضریب C برابر است با $C = \frac{D}{d}$ که در آن D قطر حلقه فنر و d قطر مفتول فنر می‌باشد. همچنین k_S ضریبی است که برابر $k_S = 1+\frac{0/5}{C}$ می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم: تنش ناشی از نیروی برش و ناشی از لنگر پیچشی را محاسبه و با هم مطابق رابطه‌ی ذیل جمع می‌کنیم:

$$\tau_{max}=\frac{V}{A}+\frac{TR}{J}=\frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2}+\frac{(F\bar{r})\times\frac{d}{2}}{\frac{\pi}{32}d^4}=\frac{4F}{\pi d^2}+\frac{16F\bar{r}}{\pi d^3}=\frac{16F\bar{r}}{\pi d^3}(1+\frac{d}{4\bar{r}})$$

۲۶ـ گزینه «۳»

$$\phi R=\gamma L\Rightarrow \phi R=\frac{\tau}{G}L\Rightarrow L=\frac{\phi RG}{\tau}=\frac{2\pi\times 0/0025\times 10^3\ mm\times 26/9\times 10^3\ MPa}{42MPa}=10000mm\simeq 10m$$

۲۷ـ گزینه «۴»

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{(975\times 10^3)\times 30}{\frac{\pi}{2}(30^4-20^4)}\Rightarrow \tau_{max}=30\,MPa\ (\pi\simeq 3)$$

۲۸ـ گزینه «۳» با توجه به نمودار تنش و کرنش تا کرنش برشی ۰/۰۰۱۵ ناحیه ارتجاعی می‌باشد.

$$\phi=5^\circ\times\frac{\pi}{180}\Rightarrow\phi=\frac{5\pi}{180}(rad)$$

$$R\phi=\gamma L\Rightarrow 25\times\frac{5\pi}{180}=\gamma\times 725\Rightarrow\gamma\simeq 0/0023rad>\gamma_y$$

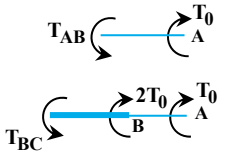
از آن جا که کرنش برشی به دست آمده، از کرنش برشی تسلیم بیشتر شده پس میله تحت گشتاور T وارد مرحله پلاستیک شده است.

شعاع هسته الاستیک یک محور را در ناحیه الاستیک ـ پلاستیک از رابطه زیر می‌توان به دست آورد.

$$\frac{r_y}{R}=\frac{\gamma_y}{\gamma}\Rightarrow\frac{r_y}{25}=\frac{0/0015}{0/0023}\Rightarrow r_y=12/5mm$$

$$\tau_y=\frac{T_yR}{J}\Rightarrow T_y=\tau_y\times\frac{J}{R}=60\times\frac{\pi}{2}(25)^3\simeq 1406\times 10^3\ N.mm=1406N.m$$

۲۹ـ گزینه «۳»

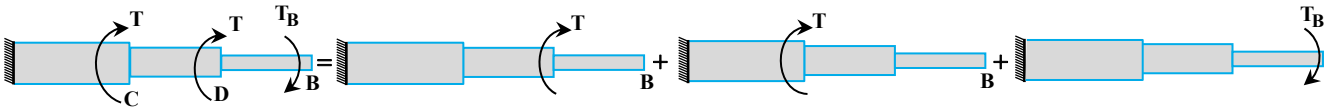


$$T_{AB}=T_\circ\ ,\ T_{BC}=T_\circ+2T_\circ=3T_\circ$$

$$\frac{(\tau_{max})_{AB}}{(\tau_{max})_{BC}}=\frac{\frac{T_{AB}R_{AB}}{J_{AB}}}{\frac{T_{BC}R_{BC}}{J_{BC}}}=\frac{\frac{2T_{AB}}{\pi R_{AB}^3}}{\frac{2T_{BC}}{\pi R_{BC}^3}}=\frac{\frac{2T_\circ}{\pi R^3}}{\frac{2(3T_\circ)}{8\pi R^3}}=\frac{8}{3}$$

۳۰ـ گزینه «۴» تکیه‌گاه B را برداشته و به جای آن لنگر تکیه‌گاهی T_B را قرار می‌دهیم. اکنون با استفاده از روش جمع آثار زاویه پیچش مقطع B ناشی از T_B و لنگرهای خارجی محاسبه شده و نتیجه مساوی صفر قرار داده می‌شود. (چرا که مقطع B به تکیه‌گاه صلب متصل بوده که هیچ دورانی ندارد)

$$\phi_{B/A}=\circ\Rightarrow\frac{T_BL}{GJ}+\frac{T_BL}{2GJ}+\frac{T_BL}{3GJ}-\frac{TL}{2GJ}-\frac{TL}{3GJ}-\frac{TL}{3GJ}=\circ\Rightarrow T_B=\frac{7}{11}T\ ,\ T_A=2T-T_B=\frac{15}{11}T$$



۳۱ـ گزینه «۳»

تنش برشی مجاز چسب: $\tau=\frac{F}{A}=\frac{F}{2\pi RL}\xrightarrow{\text{صورت و مخرج کسر در R ضرب می‌شود.}}\frac{F}{2\pi RL}\times\frac{R}{R}=\frac{FR}{2\pi R^2L}=\tau\Rightarrow\tau=\frac{T}{2\pi R^2L}\Rightarrow L=\frac{T}{2\pi R^2\tau}$

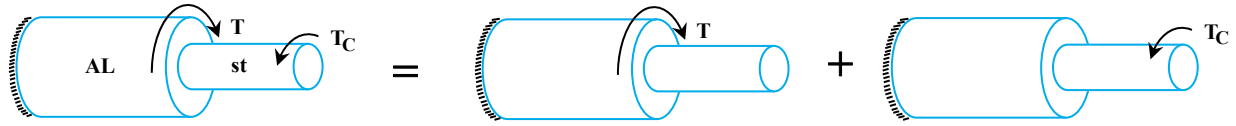
۳۲ـ گزینه «۳»

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{16T}{\pi d^3}\Rightarrow d=\sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{max}}}\Rightarrow d=\sqrt[3]{\frac{16\times 36000}{\pi\times 50}}=\sqrt[3]{\frac{11520}{\pi}}=2(\sqrt[3]{\frac{1440}{\pi}})mm$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای تعیین گشتاور تکیه‌گاه C می‌توان از روش معادل‌سازی میله‌ها با فنرهای پیچشی استفاده کرد یا آنکه تکیه‌گاه C را برداشته و به جای آن گشتاور T_C قرار داده، سپس با روش جمع آثار لنگر تکیه‌گاه C را به دست آورد.



$$\phi_C=0 \Rightarrow \frac{T_C L_S}{G_S J_S}+\frac{T_C L_a}{G_a J_a}-\frac{T L_a}{G_a J_a}=0 \Rightarrow T_C=\frac{\frac{T L_a}{G_a J_a}}{\frac{L_S}{G_S J_S}+\frac{L_a}{G_a J_a}} \xrightarrow{L_a=L_S} T_C=\frac{G_S J_S}{G_a J_a+G_S J_S}T$$

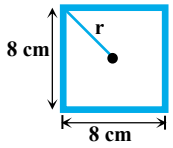
$$\Rightarrow T_C=\frac{75\times\frac{\pi}{32}\times 25^4}{75\times\frac{\pi}{32}\times 25^4+25\times\frac{\pi}{32}\times 50^4}\times T=\frac{75}{75+25\times 16}T=\frac{3}{3+16}T=\frac{3}{19}T$$

۳۴ـ گزینه «۴» در محدوده ارتجاعی تنش برشی توزیعی خطی خواهد داشت. بنابراین نسبت تنش برشی در دو نقطه برابر نسبت شعاع دو نقطه مذکور می‌باشد.

$$\frac{\tau_C}{\tau_B}=\frac{R}{r_B}=1/2 \Rightarrow R=1/2\, r_B \quad (1)$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_B}=\frac{r_A}{r_B}=0/4 \Rightarrow r_B=\frac{r_A}{0/4}=\frac{2}{0/4}=5 \overset{(1)}{\Rightarrow} R=1/2 r_B=1/2\times 5=6 \Rightarrow J=\frac{\pi}{2}R^4=\frac{\pi}{2}\times 6^4=648\pi\ cm^4$$

۳۵ـ گزینه «۳» حداکثر تنش برشی در بیشترین فاصله از مرکز جوش به وقوع می‌پیوندد، فاصله مرکز جوش تا گوشه‌های جوش برابر است با:



$$r=\sqrt{40^2+40^2}=40\sqrt{2}\ mm$$

$$\tau_{max}=\frac{Tr}{J}=\frac{Mr}{J}=\frac{Mr}{2I_x} \Rightarrow \tau_{max}=\frac{(2500\times 10^3\ N.mm)\times 40\sqrt{2}}{2\times 0/25\times 10^{-6}\times 10^{12}\ mm^4}=\frac{10^8\sqrt{2}}{0/5\times 10^6}=\frac{400}{\sqrt{2}}Mpa$$

۳۶ـ گزینه «۲» میله‌های AC و BC یکسان می‌باشند، در نتیجه گشتاور تکیه‌گاهی مساوی و برابر نصف گشتاور خارجی است. $T_A=\frac{T}{2}=\frac{200}{2}=100$

$$\phi_{C/A}=\frac{T_A L_{AC}}{GJ}=\frac{100\times\frac{1}{2}}{2000}=0/025\,rad$$

۳۷ـ گزینه «۱» چون میله فولادی و لوله آلومینیومی در هم جا زده شده‌اند، بنابراین باهم می‌چرخند و زاویه پیچش آن‌ها با هم برابر است:

$$\phi_S=\phi_A \Rightarrow \frac{T_S L}{G_S J_S}=\frac{T_A L}{G_A J_A} \Rightarrow \frac{T_S}{T_A}=\frac{G_S J_S}{G_A J_A} \Rightarrow \frac{T_S}{T_A}=\frac{200}{80}\times\frac{\frac{\pi}{32}d^4}{\frac{\pi}{32}[(2d)^4-d^4]}=\frac{20}{8}\times\frac{1}{15} \Rightarrow \frac{T_S}{T_A}=\frac{1}{6}$$

رابطه سازگاری: $\phi_S=\phi_A$

۳۸ـ گزینه «۱» در بین دو گشتاور اعمالی مقدار کوچک‌تر را باید انتخاب نمود، در نتیجه:

$$P=\frac{2\pi nT}{60}=\frac{2\pi\times 1800\times 265}{60}=49951W\simeq 50\,kW$$

۳۹ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{aligned} P&=2\pi fT \\ \phi&=\frac{TL}{GJ}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P}{\phi}=\frac{2\pi fT}{\frac{TL}{GJ}}=\frac{2\pi f\times GJ}{L} \Rightarrow \frac{200\times 10^3}{\frac{2\pi}{180}}=\frac{2\pi\times 2\times 80\times 10^9\times\frac{\pi}{32}(d^4-(\frac{d}{2})^4)}{1} \Rightarrow d=0/0887m\simeq 88/7mm$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۰ـ گزینه «۴»

روش اول: دو محور AB و BC در مقطع B دارای زاویه پیچش یکسانی هستند، بنابراین:

$$\text{معادله تعادل}: T_C + T_A = T \qquad (۱)$$

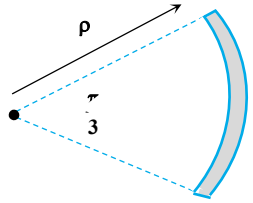
$$\text{رابطه سازگاری}: \phi_{B/C} = \phi_{B/A} \Rightarrow \frac{T_C b}{GJ_۱} = \frac{T_A a}{GJ_۲} \Rightarrow \frac{T_C}{T_A} = \frac{a}{b}\frac{J_۱}{J_۲} \Rightarrow T_A = \frac{b}{a}\frac{J_۲}{J_۱}T_C \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow T_C = \frac{T}{۱ + \frac{b}{a}\frac{J_۲}{J_۱}} = \frac{Ta}{(a + b\frac{J_۲}{J_۱})} = \frac{Ta}{J_۲(\frac{a}{J_۲} + \frac{b}{J_۱})}$$

روش دوم: با استفاده از معادل‌سازی میله‌ها با فنر، گشتاور پیچشی در مقطع C برابر می‌شود با:

$$T_C = \frac{k_C T}{k_{eq.}} = \frac{k_C T}{k_C + k_A} = \frac{\frac{GJ_۱}{b}T}{\frac{GJ_۱}{b} + \frac{GJ_۲}{a}} = \frac{\frac{J_۱}{b}}{\frac{J_۱}{b} + \frac{J_۲}{a}} \times T = \frac{aJ_۱}{aJ_۱ + bJ_۲} \times T = \frac{aT}{J_۲(\frac{a}{J_۲} + \frac{b}{J_۱})}$$

۴۱ـ گزینه «۳» مقدار طول خط‌کش مساوی طول قوس شکل مقابل می‌باشد. بنابراین:

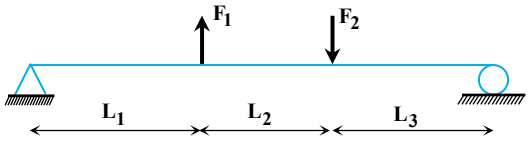


شعاع انحناء مساوی است با:

$$\rho \times \frac{\pi}{۳} = L \Rightarrow \rho = \frac{L}{\frac{\pi}{۳}} = \frac{۲/۵ \times ۳}{\pi} = ۲/۳۸cm$$

اگر در سؤال منظور از مقدار خمش، شعاع انحناء باشد، گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

۴۲ـ گزینه «۱» چون جنس محور همگن بوده و سطح مقطع محور ثابت می‌باشد در نتیجه گشتاور تکیه‌گاهی را می‌توان توسط رابطه زیر به دست آورد. این حالت شبیه آن است که تیری تحت دو بار متمرکز مختلف الجهت $F_۱$ و $F_۲$ باشد، برای محاسبه نیروی تکیه‌گاهی A_y کافی است حول تکیه‌گاه B گشتاور گرفته و مساوی صفر قرار داده شود.

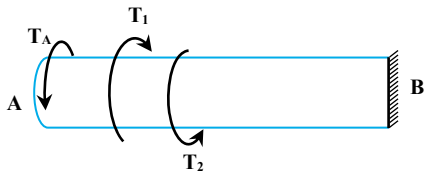


در نتیجه:

$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow T_A = \frac{T_۱ \times (L_۲ + L_۳)}{L} - \frac{T_۲ \times L_۳}{L}$$

از طریق دیگر نیز می‌توان گشتاور تکیه‌گاهی را به دست آورد:

تکیه‌گاه A را برداشته و بجای آن عکس‌العمل تکیه‌گاهی T_A گذاشته می‌شود. چون سطح مقطع A متصل به تکیه‌گاه صلب است در نتیجه زاویه پیچش این مقطع برابر صفر است.



$$\phi_A = ۰ \Rightarrow \frac{T_A \times (L_۱ + L_۲ + L_۳)}{GJ} - \frac{T_۱ \times (L_۲ + L_۳)}{GJ} + \frac{T_۲ L_۳}{GJ} = ۰ \Rightarrow T_A = \frac{T_۱(L_۲ + L_۳)}{L_۱ + L_۲ + L_۳} - \frac{T_۲ L_۳}{L_۱ + L_۲ + L_۳} = \frac{T_۱(L_۲ + L_۳)}{L} - \frac{T_۲ L_۳}{L}$$

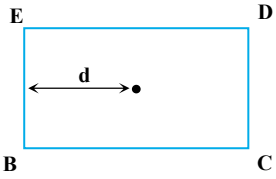
۴۳ـ گزینه «۲»

$$\frac{\tau_{max_۱}}{\tau_{max_۲}} = \frac{\frac{T_۱ R_۱}{J_۱}}{\frac{T_۲ R_۲}{J_۲}} = \frac{T_۱}{T_۲}\frac{R_۱}{R_۲}\frac{J_۲}{J_۱} = \frac{۳T}{T} \times \frac{R}{۳R} \times \frac{\frac{\pi}{۲}(۳R)^۴}{\frac{\pi}{۲} \times R^۴} = ۸۱$$

۴۴ـ گزینه «۳»

$$\tau_{max} = \frac{TR}{J}$$

مقدار لنگر پیچشی ناشی از نیروی باد برابر حاصل‌ضرب نیروی ناشی از فشار باد در فاصله نقطه اثر نیرو تا محور AB می‌باشد.



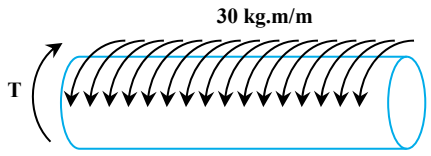
$$T = Fd = (\text{فشار باد})P \times A \times d = (۲ \times ۱/۵ \times ۱۰۰kg) \times ۱m = ۳۰۰kg.m = ۳ \times ۱۰^۴ \ kg.cm$$

$$\tau_{max} = \frac{۳ \times ۱۰^۴ \times ۵}{\frac{\pi}{۲} \times ۵^۴} = \frac{۴۸۰}{\pi}\frac{kg}{cm^۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

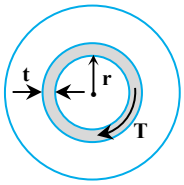
۴۵ـ گزینه «۴» بیشترین تنش برشی در مقطعی رخ می‌دهد که بالاترین لنگر پیچشی داخلی را داشته باشد. مقطع B، مقطعی می‌باشد که بالاترین لنگر پیچشی را دارد چرا که اگر از مقطع B به سمت مقطع A برویم به دلیل آن‌که گشتاور پیچشی گسترده در خلاف جهت اعمال می‌شود از مقدار لنگر داخلی می‌کاهد.



$$\tau_{max}=\frac{T_{max}R}{J}=\frac{2T_{max}}{\pi R^3}$$

$$T_{max}=30\frac{kg.m}{m}\times 2m=60\,kg.m=6000\,kg.cm \quad ; \quad \tau_{max}=\frac{6000\times 2}{\pi\times 2^3}=\frac{1500}{\pi}\frac{kg}{cm^2}$$

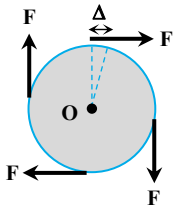
۴۶ـ گزینه «۳» به دلیل آنکه تغییر شعاع در سطح هاشور خورده اندک است، می‌توان مقدار تنش برشی را در این محدوده ثابت فرض نمود در نتیجه:



$$r=2'' \text{ مقدار تنش برشی در شعاع } \tau=\tau_{max}\times\frac{r}{R}=9000\times\frac{2}{3}=6000\,psi$$

$$T=rdF=r\tau dA=r\tau 2\pi rdr=2\times 6000\times 2\pi\times 2\times 0/01\Rightarrow T=1440(in-lb)$$

۴۷ـ گزینه «۳» فنرها در زیر لنگر خارجی از خود مقاومت نشان می‌دهند در نتیجه نیروی کششی F برابر $k\Delta$ در آن‌ها ایجاد می‌شود.



$$+\left(\sum M_O=0\Rightarrow T-4FR=0\right)$$

$$\Rightarrow T=4FR=4k\Delta R \xrightarrow{\Delta=R\phi \text{ در تغییرات طول کوچک فنر}} T=4kR^2\phi$$

$$k=\frac{T}{\phi}=4kR^2=4\times 10\times 0/1^2=0/4\frac{ton}{rad}$$

با توجه به متن درس، سختی پیچشی معادل فنر خطی به سختی k که به فاصله a از مرکز محور متصل است برابر با ka^2 می‌باشد چون در این سؤال چهار فنر خطی وجود دارد پس سختی پیچشی معادل فنر برابر $4kR^2$ می‌شود. ($a=R$)

۴۸ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{aligned}\tau_{max}&=\frac{TR}{J}\\ \phi&=\frac{TL}{GJ}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{\phi}{\tau_{max}}=\frac{\frac{TL}{GJ}}{\frac{TR}{J}}=\frac{L}{RG}\Rightarrow L=\frac{\phi\times RG}{\tau_{max}}\Rightarrow\phi=2\pi\Rightarrow L=\frac{2\pi\times RG}{\tau_{max}}=\frac{\pi dG}{\tau_{max}}$$

۴۹ـ گزینه «۲» مواد ترد یا شکننده تحت کشش به گونه‌ای گسیخته می‌شوند که سطح مقطع شکست آن‌ها عمود بر راستای طولی بوده، اما تحت اثر لنگر پیچشی در زاویه‌ی 45° گسیخته می‌شوند.

۵۰ـ گزینه «۴»

$$\tau=\frac{TR}{J}\Rightarrow\frac{\tau_1}{\tau_2}=\frac{T_1}{T_2}\frac{R_1}{R_2}\frac{J_2}{J_1}\xrightarrow{R_1=R_2 \text{ شعاع خارجی دو محور با هم برابر است}}\frac{\tau_1}{\tau_2}=\frac{T_1}{T_2}\times\frac{J_2}{J_1}$$

چون توان و فرکانس موتور ثابت است در نتیجه گشتاورهای پیچشی منتقل شده توسط آن‌ها برابر است.

$$P_1=P_2\Rightarrow T_1=T_2\Rightarrow\frac{\tau_1}{\tau_2}=\frac{J_2}{J_1}=\frac{\frac{\pi}{2}(40^4-20^4)}{\frac{\pi}{2}\times 40^4}=0/9375=\frac{3}{3/2}$$

۵۱ـ گزینه «۳»

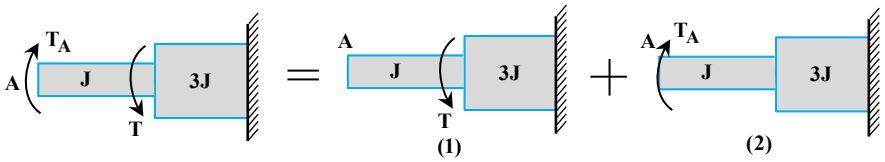
روش اول: دو محور AB و BC مانند دو فنر موازی رفتار می‌کنند چرا که زاویه پیچش آن‌ها در مقطع B با هم برابر است. بنابراین مقدار گشتاور پیچشی تحمل شده توسط هر محور با سختی پیچشی آن محور متناسب است.

$$T_A=\frac{k_{AB}}{k_{AB}+k_{BC}}T=\frac{\frac{GJ}{3L}}{\frac{GJ}{3L}+\frac{G(3J)}{L}}T=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+3}T=\frac{T}{10} \quad ; \quad T_C=\frac{k_{BC}}{k_{AB}+k_{BC}}T=\frac{\frac{G(3J)}{L}}{\frac{GJ}{3L}+\frac{G(3J)}{L}}T=\frac{3}{\frac{1}{3}+3}T=\frac{9}{10}T$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم: از اصل سازگاری استفاده می‌شود:



$$\phi_A=\phi_{(1)}+\phi_{(2)}=0 \Rightarrow \frac{TL}{G(3J)}-\frac{T_A(3L)}{GJ}-\frac{T_AL}{G(3J)}=0 \Rightarrow \frac{T}{3}=T_A(3+\frac{1}{3}) \Rightarrow T_A=\frac{T}{10}$$

معادله تعادل: $T_A+T_C=T \Rightarrow \frac{T}{10}+T_C=T \Rightarrow T_C=\frac{9T}{10}$

۵۲ـ گزینه «۲» ارتباط بین گشتاور پیچشی وارد بر دو محور را می‌توان به صورت روبرو نوشت:

$$\frac{T_A}{T_B}=\frac{r_A}{r_B}=2 \Rightarrow T_A=2T_B=2T$$

از طرفی زاویه پیچش مقطع A نسبت به تکیه‌گاه D مساوی است با:

$$\phi_{A/D}=\phi_A=\frac{T_AL}{GJ}=2\frac{TL}{GJ}$$

در صورتی که زاویه پیچش مقطع E خواسته مسئله باشد می‌توان مقدار آن را مانند روش‌های گفته‌شده تعیین نمود.

۵۳ـ گزینه «۴»

وزن لوله = وزن میله

$$\Rightarrow W_S=W_P \Rightarrow A_SL=A_PL \Rightarrow \pi C_o^2=\pi(C_2^2-C_1^2) \Rightarrow C_o^2=C_2^2-C_1^2 \xrightarrow{\frac{C_1}{C_2}=n} C_o^2=C_2^2(1-n^2) \Rightarrow C_o=C_2\sqrt{1-n^2} \quad (1)$$

$$(\tau_{max})_S=(\tau_{max})_P \Rightarrow \frac{T_sC_o}{\frac{\pi}{2}C_o^4}=\frac{T_P\times C_2}{\frac{\pi}{2}(C_2^4-C_1^4)} \Rightarrow \frac{T_s}{T_P}=\frac{C_2}{C_o}\times\frac{C_o^4}{(C_2^4-C_1^4)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{T_s}{T_P}=\frac{C_2}{C_2\sqrt{1-n^2}}\times\frac{(C_2\times\sqrt{1-n^2})^4}{C_2^4-n^4C_2^4}=\frac{1}{\sqrt{1-n^2}}\times\frac{C_2^4(1-n^2)^2}{C_2^4(1-n^4)}=\frac{(1-n^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-n^2)(1+n^2)}=\frac{(1-n^2)^{\frac{1}{2}}}{1+n^2}$$

۵۴ـ گزینه «۴»

$$\tau_m=\frac{TR}{J} \Rightarrow \frac{T}{\tau_m}=\frac{J}{R}=\frac{\pi}{2}R^3=\frac{3}{2}\times 0/1^3=1/5\times10^{-3}=0/0015$$

۵۵ـ گزینه «۲» حداکثر تنش برشی در مقطع دایره‌ای تحت اثر گشتاور پیچشی برابر است با:

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{1000\times0/03}{120\times10^{-8}} \Rightarrow \tau_{max}=\frac{30}{120}\times10^8=25\times10^6\ Pa \Rightarrow \tau_{max}=25\ MPa$$

۵۶ـ گزینه «۳» طبق توضیحات متن درس مقدار گشتاور پیچشی T' تحمل شده توسط سطح هاشورخورده برابر است با:

$$T'=T(\frac{r}{R})^4 \Rightarrow \frac{T}{2}=T(\frac{r}{R})^4 \Rightarrow (\frac{r}{R})^4=\frac{1}{2} \Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt[4]{2}}$$

۵۷ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق رابطه‌ی سازگاری می‌توان نوشت:

$$\phi_{\frac{B}{C}}=\phi_{\frac{B}{A}} \Rightarrow \frac{T_{BC}L_{BC}}{G\,J_{BC}}=\frac{T_{AB}L_{AB}}{G\,J_{AB}} \Rightarrow \frac{T_Ca}{\frac{\pi}{32}(d_2^4-d_1^4)}=\frac{T_A(L-a)}{\frac{\pi}{32}d_1^4} \xrightarrow{T_C=T_A} \frac{a}{d_2^4-d_1^4}=\frac{L-a}{d_1^4} \Rightarrow \frac{L-a}{a}=\frac{d_1^4}{d_2^4-d_1^4}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{a}-1=\frac{d_1^4}{d_2^4-d_1^4} \Rightarrow \frac{L}{a}=\frac{d_1^4}{d_2^4-d_1^4}+1=\frac{d_2^4}{d_2^4-d_1^4} \Rightarrow \frac{a}{L}=\frac{d_2^4-d_1^4}{d_2^4}=1-(\frac{d_1}{d_2})^4$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۸ـ گزینه «۳» در ابتدا حداکثر تنش برشی را با استفاده از ضریب ایمنی به دست آورده و سپس حداکثر گشتاور پیچشی را از رابطه $\tau_{max}=\frac{TR}{J}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\tau_{max}=\frac{۳۰۰}{۲}=۱۵۰MPa$$

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}\Rightarrow T_{max}=\frac{\pi}{۲}R^{۳}\tau_{max}=\frac{\pi}{۱۶}d^{۳}\tau_{max}$$

$$\Rightarrow T_{max}=\frac{\pi}{۱۶}\times۲۰۰^{۳}\times۱۵۰=\frac{۱۵\pi}{۲}\times۱۰^{۷}=۲۲۵\times۱۰^{۶}\ N.mm\Rightarrow T_{max}=۲۲۵kN.m$$

۵۹ـ گزینه «۳» زاویه‌ی پیچش مقطع دایروی به طول L از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\phi=\frac{TL}{GJ}=\frac{(۶۰۰۰\times۱۰^{۳})\times۱۱۰۰}{۸۰\times\frac{\pi}{۳۲}(۴۰^{۴}-۲۰^{۴})}=\frac{۳۲\times۶\times۱۱\times۱۰^{۸}}{۸\times(۲۵۶-۱۶)\times۱۰^{۵}}=۰/۳۶۶$$

چون عدد π با تقریب ۳ در نظر گرفته شده است، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

درسنامه (۲): پیچش مقاطع جدار نازک

۶۰ـ گزینه «۲» با فرض اینکه شکل نشان داده شده مقطع اول باشد، بنابراین مقطع دوم قوطی جدار نازکی با ابعاد $\frac{a}{۲}$ و ضخامت $۲t$ است. در این حالت پاسخ تست به صورت مقابل است:

مقاومت پیچشی $k'=۲A_m t=\frac{T}{\tau}$ صلبیت پیچشی $k=\frac{GJ}{L}=\frac{T}{\phi}$

A_m مساحت داخل خط‌چین مرکزی است که برای قوطی مربعی برابر $a^{۲}$ می‌باشد.

$$\beta=\frac{(\frac{GJ}{L})_{۱}}{(\frac{GJ}{L})_{۲}}=\frac{J_{۱}}{J_{۲}}\quad;\quad J_{۱}=\frac{۴A_m^{۲}}{\oint\frac{ds}{t}}=\frac{۴(a^{۲})^{۲}t}{۴a}=a^{۳}t\quad;\quad J_{۲}=\frac{۴(\frac{a^{۲}}{۴})^{۲}(۲t)}{۴(\frac{a}{۲})}=\frac{a^{۳}t}{۴}\Rightarrow\beta=۴]$$

$$\alpha=\frac{A_{m_{۱}}t_{۱}}{A_{m_{۲}}t_{۲}}=\frac{a^{۲}\times t}{(\frac{a}{۲})^{۲}\times۲t}=۲$$

۶۱ـ گزینه «۱» حداکثر تنش برشی در محورهای جدار نازک بسته در حداقل ضخامت جداره ایجاد می‌شود.

$$\tau_{max}=\frac{T}{۲A_m t_{min}}=\frac{۲۰۰\times۱۰^{۳}\ N.mm}{۲\times\frac{\pi}{۴}\times(۱۰۰-۳/۵-۱/۵)^{۲}\times۳}=۴/۷\ MPa$$

۶۲ـ گزینه «۳» در مقطع جدار نازک، سه سلول و یک زاویه پیچش وجود دارد که در مجموع چهار مجهول می‌شود. از طرفی یک معادله تعادل وجود دارد در نتیجه درجه نامعینی ۳ است.

درجه نامعینی = تعداد سلول‌ها − (۱+ تعداد سلول‌ها) = معادله تعادل

۶۳ـ گزینه «۱» مساحت داخل n ضلعی منتظم را می‌توان از پیوست B کتاب استخراج نمود. در صورتی که a طول n ضلعی منتظم باشد، آنگاه تنش برشی ماکزیمم برابر خواهد بود با:

$$A_m=\frac{na^{۲}}{۴}cotg(\frac{\pi}{n})\quad;\quad\tau_{max}=\frac{T}{۲A_m t}=\frac{T}{۲\times\frac{na^{۲}}{۴}cotg\frac{\pi}{n}\times t}=\frac{۲Ttg(\frac{\pi}{n})}{na^{۲}t}$$

۶۴ـ گزینه «۳» سازه دارای دو سلول می‌باشد که دو مجهول محسوب می‌شوند، به اضافه مجهول زاویه پیچش در مجموع سه مجهول وجود دارد، از طرفی یک معادله تعادل داریم، در نتیجه درجه نامعینی سازه مساوی ۲ است.

تعداد سلول‌های مقطع سازه = درجه نامعینی سازه

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۵ـ گزینه «۲» تنش قائم ماکزیمم در محور تحت پیچش خالص مساوی با تنش برشی ماکزیمم است و در صفحه‌ای اتفاق می‌افتد که با محور طولی میله تحت پیچش زاویه ۴۵ درجه بسازد.

$$A_m = \pi R^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\sigma_{max} = \tau_{max} = \frac{T}{2A_m t} = \frac{50 \times 10^6}{2(\frac{\pi}{4} \times 400^2) \times 2}\ ,\ \pi = 3 \Rightarrow \sigma_{max} \simeq 104\,MPa$$

۶۶ـ گزینه «۲» ماکزیمم تنش برشی در مقطع جدار نازک بسته به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\tau_{max} = \frac{T}{2A_m t_{min}} \Rightarrow t_{min} = \frac{T}{\tau_{max} \times 2A_m} = \frac{134 \times 10^3}{30 \times 2[\frac{\pi}{2} \times 20^2 + 20 \times 80]} = 1\,mm$$

۶۷ـ گزینه «۲» تنش برشی ماکزیمم در محور مدور توپر از رابطه $\frac{TR}{J}$ به دست آمده در حالی که در قوطی مستطیلی، تنش برشی ماکزیمم طبق رابطه $\frac{T}{2A_m t}$ به دست می‌آید.

$$\tau_{max_1} = \tau_{max_2} \Rightarrow \frac{TR}{J} = \frac{T}{2A_m t} \Rightarrow \frac{T(\frac{d}{2})}{\frac{\pi}{2}(\frac{d}{2})^4} = \frac{T}{2[2d \times d]t} \Rightarrow \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{T}{4d^2 t} \Rightarrow t = \frac{\pi d}{64}$$: بنا به فرض مسئله

۶۸ـ گزینه «۱» به دلیل دو برابر بودن ضلع $C'D'$ نسبت به ضلع CD ، مساحت داخل خط‌چین مرکزی $A'B'C'D'$ دو برابر مساحت خط‌چین مرکزی ABCD است. بنابراین تحت لنگر پیچشی یکسان خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} q = \tau t \\ \tau = \frac{T}{2A_m t} \end{array}\right\} \Rightarrow T = 2\tau t A_m = 2qA_m \Rightarrow q_{ABCD}(A_m)_{ABCD} = q_{A'B'C'D'}(A_m)_{A'B'C'D'} \Rightarrow q_{ABCD} = 2q_{A'B'C'D'}$$

۶۹ـ گزینه «۴» برای محاسبه تنش برشی ماکزیمم در لوله می‌توان از فرمول $\frac{T}{2A_m t}$ استفاده نمود که برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{2A_m t} = \frac{T}{2(\pi\rho^2)t}$$

یا آن که رابطه روبرو را به کار برد:

$$\tau_{max} = \frac{TR}{J} \qquad (1)$$

J (ممان اینرسی قطبی) برای یک مقطع جدار نازک بسته توسط رابطه $J = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}}$ قابل بیان می‌باشد و برابر است با:

$$J = \frac{4(\pi\rho^2)^2 t}{2\pi\rho} = 2\pi\rho^3 t$$

$$(1) \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T\rho}{2\pi\rho^3 t} = \frac{T}{2\pi\rho^2 t}$$

۷۰ـ گزینه «۴» مقدار تنش برشی در مقاطع جدار نازک توسط رابطه $\frac{T}{2A_m t}$ قابل محاسبه است. بنابراین:

$$\frac{\tau_{max}\ \text{دایره}}{\tau_{max}\ \text{مربع}} = \frac{\frac{T}{2A_1 t}}{\frac{T}{2A_2 t}} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{4a^2}{\pi a^2} = \frac{4}{\pi}$$

۷۱ـ گزینه «۴» چون دو مقطع جدار نازک می‌باشند بنابراین تنش برشی در آن‌ها از رابطه $\tau = \frac{T}{2A_m t}$ به دست می‌آید. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow \frac{T}{2A_1 t} = \frac{T}{2A_2 t} \Rightarrow A_1 = A_2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} d^2 = \alpha d \times d \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

---

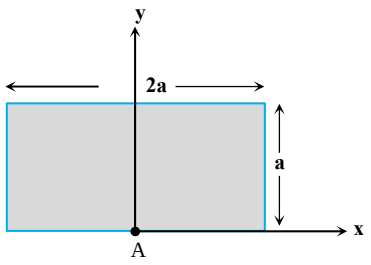
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

درسنامه (۳): پیچش مقاطع غیر مدور و جدار نازک باز

۷۲ـ گزینه «۱» با توجه به جدول پیوست B ممان اینرسی مستطیل به طول b و عرض h، حول محورهای x, y به صورت زیر محاسبه می‌شود:

برای این سؤال $b = ۲a$ و $h = a$ است.



$$I_x = \frac{bh^۳}{۳} = \frac{۲a \times a^۳}{۳} = \frac{۲}{۳}a^۴ \quad ; \quad I_y = \frac{hb^۳}{۱۲} = \frac{a \times (۲a)^۳}{۱۲} = \frac{۲}{۳}a^۴$$

$$J_A = I_x + I_y = \frac{۴}{۳}a^۴$$

$$R_A = \sqrt{\frac{J_A}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{۴}{۳}a^۴}{۲a^۲}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}\,a$$

۷۳ـ گزینه «۱» تنش برشی ناشی از پیچش در مقاطع مستطیلی علاوه بر آنکه در مرکز مقطع صفر است، در گوشه‌های مقطع مستطیلی نیز صفر می‌باشد.

۷۴ـ گزینه «۱»

روش اول: لنگر پیچشی باید توسط پیچ‌ها تحمل شود. در صورتی که هر پیچ نیروی F را متحمل شود، بنابراین هر پیچ لنگر پیچشی مقاوم rF را نیز متحمل می‌شود، در این حالت چون در مجموع ۲۰ عدد پیچ وجود دارد، می‌توان نوشت:

$$\sum T = ۲۰rF = ۲۰\,t.m = ۲۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰۰\ kg.cm \Rightarrow ۲۰ \times ۴۰F = ۲۰ \times ۱۰^۵ \Rightarrow F = ۲/۵ \times ۱۰^۳\ kg$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{۲/۵ \times ۱۰^۳}{\frac{\pi}{۴} \times ۲^۲} = ۷۹۶\ \frac{kg}{cm^۲}$$

روش دوم: تنش برشی در هر پیچ را می‌توان از این رابطه زیر به دست آورد:

$$\tau_i = \frac{Tr_i}{A\sum_{j=۱}^{۲۰} r_j^۲} \quad , \quad r_i = ۴۰\,cm \quad , \quad A = \pi(۱)^۲ = \text{سطح مقطع هر پیچ}$$

$$\tau = \frac{۲۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰^۲\ (kg.cm) \times ۴۰}{(\pi \times ۱^۲) \times (۲۰ \times ۴۰^۲)} = ۷۹۵\,\frac{kg}{cm^۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

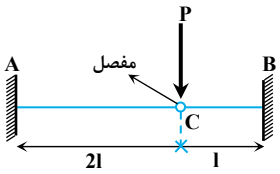
«خمش»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

درسنامه (۱): خمش ساده، خمش متقارن

۱ـ مقطع تیر (شکل زیر) ثابت است. نسبت تنش عمودی ماکزیمم در مقطع **A** به تنش عمودی ماکزیمم در مقطع **B** (منظور تنش خمشی)، چقدر است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) $\frac{۱}{۴}$

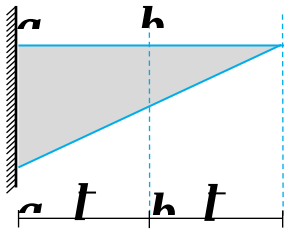
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۱۶

۲ـ تیر شکل زیر با پهنای ثابت و ارتفاع متغیر(خطی) تحت اثر وزن خود قرار گرفته است. کدام رابطه در مورد تنش‌های حداکثر، در مقاطع **a – a** و **b – b** درست است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) $\sigma_{a-a} = \frac{۱}{۲}\sigma_{b-b}$

۲) $\sigma_{a-a} = \sigma_{b-b}$

۳) $\sigma_{a-a} = ۲\sigma_{b-b}$

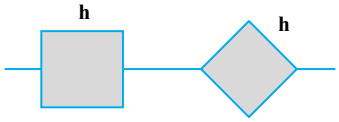
۴) $\sigma_{a-a} = ۴\sigma_{b-b}$

۳ـ میله‌ای به قطر **d** زیر اثر لنگر پیچشی T_w قرار می‌گیرد و در آن تنش برشی τ_w به وجود می‌آید. اگر این میله زیر اثر لنگر خمشی M_w قرار گیرد، در آن تنش عمودی σ_w به وجود می‌آید. با فرض اینکه $\tau_w = ۰/۶\sigma_w$ باشد، مقدار α در رابطه‌ی $T_w = \alpha M_w$، کدام است؟(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۶

۴ـ یک مقطع مربع شکل در دو حالت نشان داده شده در حول محور **x – x** تحت خمش قرار گرفته است. مطلوب است تعیین نسبت لنگر خمشی مجاز هر دو حالت در صورتی که تنش مجاز برای هر دو مقطع یکسان باشد.

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۰)

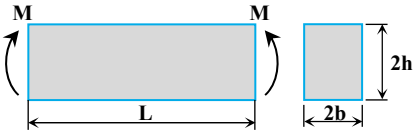


۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۷}$

۵ـ تیری با مدول یانگ **E** مطابق شکل زیر تحت گشتاور خمشی **M** قرار دارد. تغییر طول الیاف پایین تیر (ΔL) را به دست آورید.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $\Delta L = \frac{۳}{۴}\frac{ML}{Ebh^۲}$

۲) $\Delta L = \frac{۳}{۴}\frac{ML}{Ebh^۳}$

۳) $\Delta L = \frac{۳}{۸}\frac{ML}{Ebh^۲}$

۴) $\Delta L = \frac{۳}{۸}\frac{ML}{Ebh^۳}$

۶ـ میله‌ای که مقطع آن دایره‌ای است زیر اثر لنگر پیچشی **T** دارای تنش برشی ماکزیمم ۴۰MPa می‌باشد. اگر همین میله زیر اثر لنگر خمشی **M** که مقدار آن مساوی **T** است قرار گیرد، تنش برشی ماکزیمم آن چقدر می‌شود؟

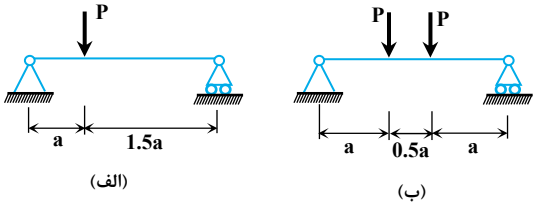
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) ۸۰ ۲) ۲۰ ۳) $۴۰\sqrt{۲}$ ۴) ۴۰

www.modaresanesharif.ac.ir

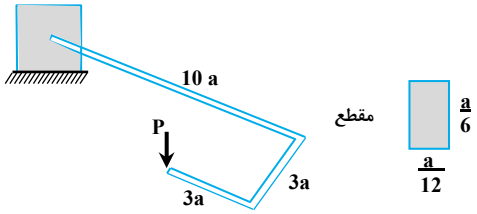
www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ تیرهای شکل زیر از یک جنس و با یک سطح مقطع و رفتار خطی می‌باشند. اگر تنش ماکزیمم خمشی در تیر الف مساوی ۶۰MPa باشد، تنش ماکزیمم در تیر (ب) چند MPa است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۲)



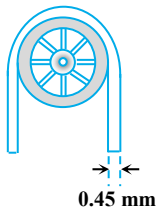
۱) ۱۰۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۵۰
۴) ۶۰

۸ـ ماکزیمم تنش خمشی در تیر زیر برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



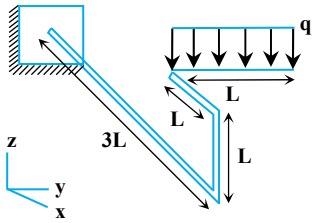
۱) $(۱۲۶۷۰)p/a^۲$
۲) $(۱۴۱۲۰)p/a^۲$
۳) $(۱۶۲۱۲)p/a^۲$
۴) $(۱۸۱۴۴)p/a^۲$

۹ـ تسمه‌ی پهن فولادی روی قرقره‌ای به قطر ۲۰۰mm عبور داده می‌شود، اگر ضخامت تسمه ۰/۴۵mm و عرض آن ۱۶mm باشد، ماکزیمم تنش در تسمه‌ی خم شده چند MPa خواهد بود؟ (E = ۲۰۰ Gpa) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



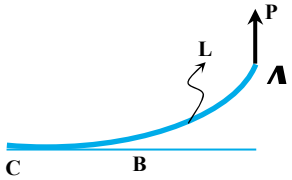
۱) ۲۲۵
۲) ۳۰۰
۳) ۴۵۰
۴) ۹۰۰

۱۰ـ در شکل زیر ممان خمشی ماکزیمم چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) $ql^۲$
۲) $\frac{۳}{۲}al^۲$
۳) $۲ql^۲$
۴) $۳ql^۲$

۱۱ـ صفحه‌ای فولادی مطابق شکل به عرض ۱ متر و طول L توسط بار قائم P از نقطه A تا B از زمین بلند شده است، کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۲)

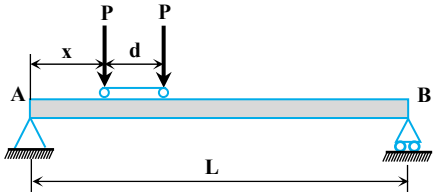


۱) لنگر خمشی در B صفر است.
۲) لنگر خمشی در B ماکزیمم است.
۳) لنگر خمشی در A ماکزیمم است.
۴) لنگر خمشی ماکزیمم بین B و C است.

۱۲ـ نسبت تنش مجاز کششی به تنش مجاز فشاری چقدر باشد تا در تیری با مقطع مثلث متساوی الاضلاع که قاعده آن در کشش است، شکست کششی و فشاری در یک زمان اتفاق بیفتد؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۳ـ در شکل دو چرخ متحرک به فاصله d = ۶m بر روی یک تیر به طول L = ۲۴m حرکت می‌کنند. در صورتی که هر یک از چرخ‌ها نیروی P = ۳kN را بر روی تیر وارد نماید، میزان ممان خمشی ماکزیمم در تیر فوق چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

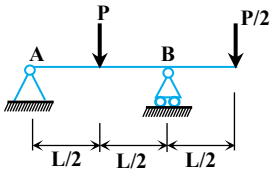


۱) ۲۸/۸
۲) ۲۸/۲
۳) ۲۷/۶
۴) ۲۷

www.modaresanesharif.ac.ir

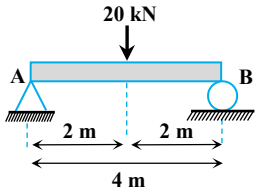
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ مقطع تیر شکل زیر مربع مستطیل می‌باشد. تنش مجاز فشاری چند برابر تنش مجاز کششی باشد تا با افزایش P هردو تنش با هم به مقدار مجاز برسند؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۳)

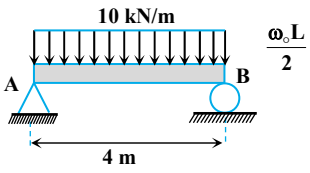


۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

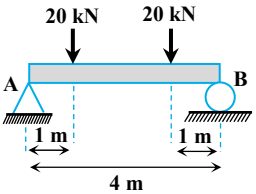
۱۵ـ بیشترین تنش خمشی در تیرهای نشان داده شده که دارای سطح مقطع یکسان هستند، چگونه است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



(ج)



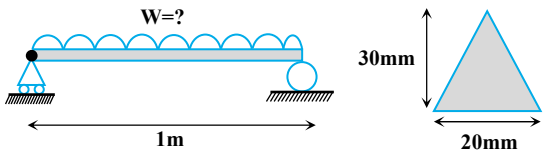
(ب)



(الف)

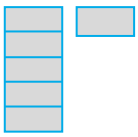
۱) تیر (الف) بزرگ‌تر از تیر (ب)
۲) تیر (الف) بزرگ‌تر از تیر (ج)
۳) تیر (ب) بزرگ‌تر از تیر (ج)
۴) در هر سه تیر مساوی است.

۱۶ـ تیری با مقطع مثلثی نشان داده شده است در صورتی که حداکثر تنش کششی در مقطع این تیر برابر ۱۰۰MPa باشد، مقدار W چند کیلو نیوتن بر متر است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



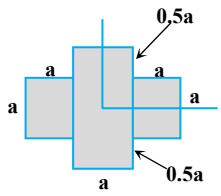
۱) W = ۱/۲
۲) W = ۱/۵
۳) W = ۳
۴) W = ۴

۱۷ـ برای بالا بردن ظرفیت خمشی یک تیر چوبی، ۵ لایه از آن با عرض و ضخامت یکسان کاملاً به هم متصل شده‌اند. ظرفیت خمشی تیر حول محور افقی چند برابر می‌شود؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



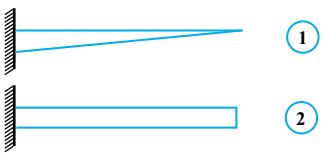
۱) ۵
۲) ۲۵
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

۱۸ـ مقطع تیری مطابق شکل از چسبانیدن سه قسمت به هم تشکیل شده است. اگر لنگر خمشی M حول محور افقی تنش ماکزیمم $\sigma_۱$ و لنگر خمشی M حول محور قائم تنش ماکزیمم $\sigma_۲$ را ایجاد کند، نسبت $\frac{\sigma_۱}{\sigma_۲}$ چیست؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{۱۵}{۲۸}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۲۸}{۱۵}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۹ـ دو تیر۱ و۲ دارای طول و پهنای یکسان می‌باشند. ارتفاع هردو تیر در تکیه‌گاه یکی است ولی تیر یک با ارتفاع متغیر با تغییرات خطی و تیر دو با ارتفاع ثابت است. زیر اثر بار گسترده‌ی یکنواخت نسبت $\frac{\sigma_{۱max}}{\sigma_{۲max}}$ در وسط طول تیرها چقدر است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۴)

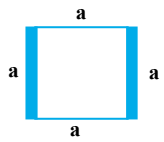


۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) $\frac{۱}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

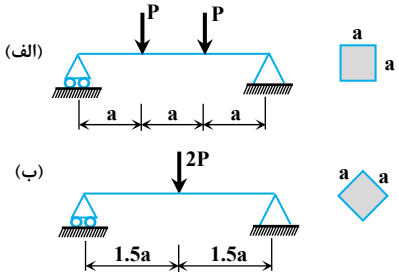
www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ شکل زیر مقطع تیری است که جدارهای افقی ضخامت t_1 و جدارهای قائم به ضخامت t_2 می‌باشند. t_1 و t_2 بسیار کم هستند. نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ چقدر باشد، تا نصف لنگر خمشی در جدارهای قائم و نصف آن در جدارهای افقی قرار گیرد؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۴)



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۲۱ـ تیرهای «الف» و «ب» با مقطع مشخص در شکل زیر موجود می‌باشند. نسبت تنش ماکزیمم خمشی تیر«ب» به تیر«الف» کدام است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۴)



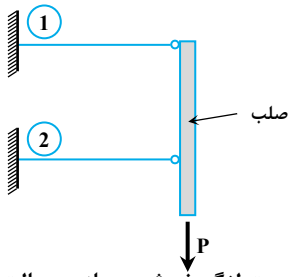
۱) $\sqrt{۲}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۲۲ـ دو تیر ساده‌ی آلومینیومی و فولادی با ابعاد یکسان زیر اثر وزن خود قرار دارند، نسبت $\frac{\sigma_a}{\sigma_s}$ چیست؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۴)

$$(E_s = ۳E_a = ۲/۱\times ۱۰^۶ \frac{kg}{cm^۲}, \gamma_s = ۳\gamma_a = ۷/۸\frac{t}{m^۳})$$

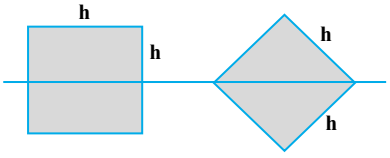
۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۹}$
۳) ۳
۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۳ـ دو میله (۱) و(۲) از یک جنس و با یک طول و هردو با مقطع دایره می‌باشند، به طوری که قطر میله (۱) دو برابر قطر میله (۲) است. نسبت $\frac{\sigma_{۱max}}{\sigma_{۲max}}$ چقدر است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۴)



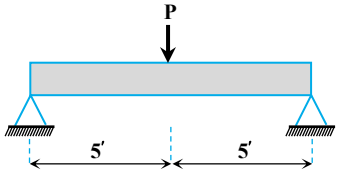
۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۸}$

۲۴ـ یک مقطع مربع در دو حالت نشان داده شده در حول محور افقی تحت خمش قرار می‌گیرد. مطلوبست تعیین نسبت لنگر خمشی مجاز دو حالت در صورتی که تنش خمشی مجاز برای هر دو مقطع یکسان باشد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) $\sqrt{۳}$

۲۵ـ تیر بال باریک S۱۰×۳۵ که مدول مقطع آن $۲۹/۴(in)^۳$ بوده و $\sigma_y = ۳۰۰۰۰(psi)$ است، مطابق شکل بارگذاری می‌شود. مقدار P مجاز چقدر است؟ (وزن واحد طول آن $۳۵\frac{lb}{ft}$ می‌باشد) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱۴۶۱۲(lb)
۲) ۲۹۲۲۵(lb)
۳) ۲۹۳۸۲(lb)
۴) ۲۹۴۰۰(lb)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶ـ کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۴)

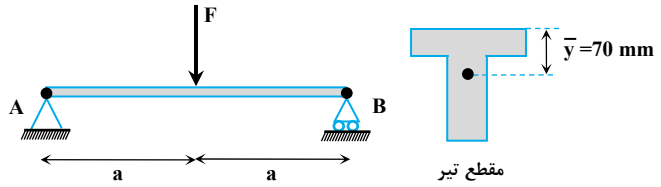
۱) در مقاطع بسته جدار نازک، مرکز برش (Shear Center) همواره در داخل مقطع قرار می‌گیرد.

۲) محل تار خنثی (Neutral Axis) علاوه بر هندسه مقطع، به بارگذاری نیز بستگی دارد.

۳) در یک مقطع جدار نازک به شکل دایره، در اثر اعمال ممان پیچشی امکان ایجاد Warping وجود ندارد.

۴) به طور کلی، نمی‌توان مسئله مدل‌سازی شده (Idealized Model) برای یک نوع بارگذاری را برای انواع دیگر بارگذاری استفاده نمود.

۲۷ـ در شکل زیر اگر تنش مجاز $\sigma_{all} = ۱۰۰MPa$ و گشتاور ماند سطح مقطع تیر $\bar{I} = ۱۰\times۱۰^{-۵}\ m^۴$ و $C = \bar{y} = ۷۰mm$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار نیروی مجاز F چند کیلو نیوتن است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



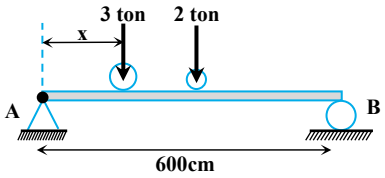
۱) ۱/۸۵۰

۲) ۱۸۵/۰

۳) ۲۸۵/۷

۴) ۱۲۸/۰

۲۸ـ دو بار متحرک ۲ تن و ۳ تن که فاصله بین آن‌ها ثابت و برابر ۱۵۰cm می‌باشد بر روی تیر مطابق شکل در حال حرکت می‌باشند. لنگر خمشی ماکزیمم در تیر در چند سانتی‌متر از تکیه‌گاه چپ (x) اتفاق می‌افتد؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۴)



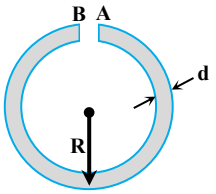
۱) ۲۰۵

۲) ۲۷۰

۳) ۳۰۰

۴) ۳۲۰

۲۹ـ یک سیم مسی به قطر d به شکل یک دایره به گونه‌ای خم شده است که دو انتهای آن درست در تماس با یکدیگر نگه داشته شده‌اند. در صورتی که حداکثر کرنش مجاز مس ε باشد، کمترین طول (L) مورد نیاز برای این حالت برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)



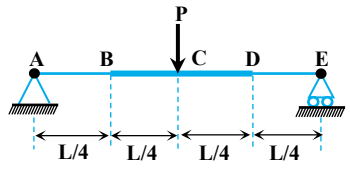
۱) $\frac{\pi d}{۲\varepsilon}$

۲) $\frac{\pi d}{\varepsilon}$

۳) $\frac{۲\pi d}{\varepsilon}$

۴) $\frac{۴\pi d}{\varepsilon}$

۳۰ـ تیر شکل زیر به مقطع مستطیل به پهنای ثابت است که ارتفاع قسمت BD دو برابر ارتفاع قسمت‌های دیگر می‌باشد. اگر تمرکز تنش صرف‌نظر شود تنش ماکزیمم مقطع C چند برابر تنش ماکزیمم مقطع B است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)



۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۳۱ـ در بالا و پایین مقطع یک تیر مقادیر کرنش‌ها برابر ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۳ می‌باشد. اگر عمق مقطع برابر ۳۰۰ میلی‌متر باشد، انحناء آن چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)

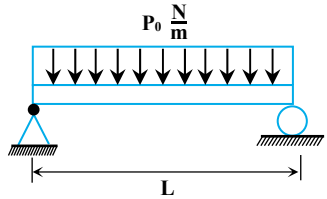
۱) ۴۰ متر

۲) ۵۰ متر

۳) ۶۰ متر

۴) ۷۵ متر

۳۲ـ در تیر نشان داده شده، لنگر خمشی ماکزیمم چه مقداری دارد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۵)



۱) $\frac{P_0L^۲}{۸}$

۲) $\frac{P_0L^۲}{۴}$

۳) $\frac{P_0L^۳}{۸}$

۴) $\frac{P_0L}{۸}$

۳۳ـ اگر سیمی فولادی به قطر ۰/۵mm به دور قرقره‌ای به قطر ۴۰۰mm پیچیده شود، تنش خمشی حداکثر سیم چند MPa است؟ (E = ۲۰۰GPa) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۵)

۱) ۱۲۵

۲) ۲۵۰

۳) ۵۰۰

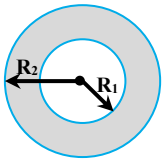
۴) ۶۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۴ـ یک لوله‌ی جدار ضخیم با مقطع نشان داده شده در شکل با اعمال کوپل **M** حول یک محور افقی خم شده است. اگر تنش مجاز برابر **۲۰۰MPa** باشد، حداکثر کوپلی که می‌تواند بر این لوله اعمال شود چند نیوتن متر است؟ **($r_1 = 40mm$, $r_2 = 20mm$.($\pi = 3/14$)**

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۵)



۱) ۹۴۲۰
۲) ۹۴/۲
۳) ۹۴۲
۴) ۹/۴۲

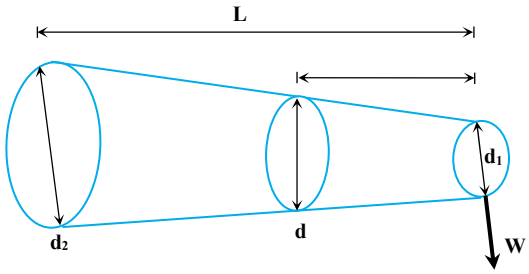
۳۵ـ برای تیر نشان داده شده در شکل، اگر تنش مجاز در کشش مساوی **۱۲۰MPa** و تنش مجاز در فشار مساوی **۱۵۰MPa** باشد، بیشترین کوپل **M** را که می‌توان بر این تیر وارد کرد چند **kN.m** است؟ **($C = 200mm, \bar{I}_x = 200\times10^{-6}\ m^4$)**

(مهندسی نفت ـ سراسری۸۵)

۱) ۱۵۰
۲) ۱۲۰
۳) ۰/۱۵۰
۴) ۰/۱۲۰

۳۶ـ اگر نیروی **W** عمود بر محور تیر و در انتهای آزاد آن مطابق شکل وارد شود. ماکزیمم تنش خمشی در مقطعی به فاصله‌ی **x** از انتهای آزاد آن چه مقدار است؟

(مهندسی نفت ـ سراسری۸۵)



۱) $\dfrac{3W.x}{\pi[d_1+(d_2-d_1)(\frac{x}{L})]^3}$

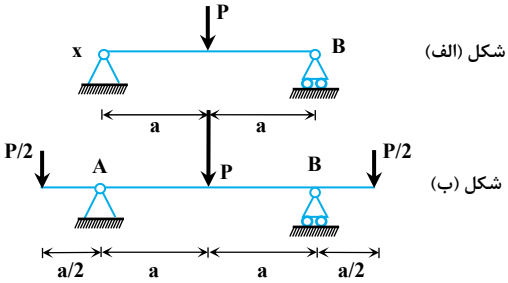
۲) $\dfrac{32W.x}{\frac{\pi}{3}[d_1+(d_2-d_1)(\frac{x}{L})]^3}$

۳) $\dfrac{W.x}{(\frac{\pi}{32})[d_1+(d_2-d_1)(\frac{x}{L})]^3}$

۴) $\dfrac{64W.x}{\pi[d_1+(d_2-d_1)(\frac{x}{L})]^3}$

۳۷ـ اگر σ_1 تنش ماکزیمم خمشی در تیر شکل (الف) و σ_2 تنش ماکزیمم خمشی در تیر شکل (ب) باشد، نسبت $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$ چقدر است؟ (مقطع هر دو تیر یکی است)

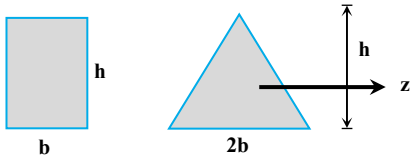
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۱
۴) ۲

۳۸ـ دو مقطع شکل زیر از ماده‌ای هستند که تنش مجاز فشاری آن دو برابر تنش کششی مجاز آن است. نسبت لنگر خمشی مثبت مجاز وارد به دو مقطع $(\dfrac{M_1}{M_2})$ چقدر است؟ (برای مثلث $I_z = 2b\times\dfrac{h^3}{36}$)

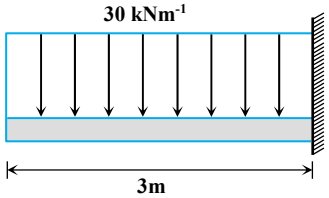
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۱
۴) ۲

۳۹ـ چنانچه تنش مجاز کششی برای تیر زیر **۱۵۰MPa** باشد، مطلوب است تعیین مشخصات مقطع مستطیلی تیر به میلی‌متر طوری که ارتفاع آن دو برابر پهنای آن باشد؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)

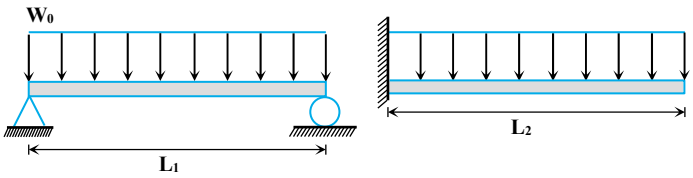


۱) $b = 110\ ,\ h = 220$
۲) $b = 55\ ,\ h = 110$
۳) $b = 50\ ,\ h = 100$
۴) $b = 220\ ,\ h = 440$

www.modaresanesharif.ac.ir

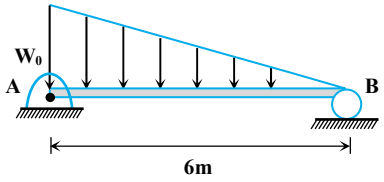
www.modaresanesharif.ac.ir

۴۰ـ دو تیر نشان داده شده به طول‌های L_1 و L_2 دارای سطح مقطع یکسان تحت تأثیر بار گسترده یکنواخت w_0 قرار دارند. اگر بیشترین تنش خمشی در هر دو یکی باشد، نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



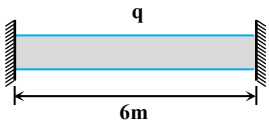
۱) $\sqrt{2}$
۲) $\sqrt{3}$
۳) ۲
۴) $2\sqrt{2}$

۴۱ـ گشتاور خمشی ماکزیمم در چند متری از تکیه‌گاه A واقع می‌گردد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



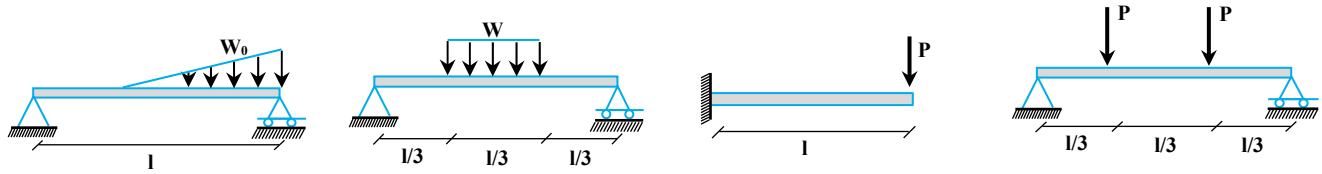
۱) ۲
۲) ۲/۶
۳) ۲/۸
۴) ۳

۴۲ـ یک تیر افقی دو سر گیردار تحت تأثیر بار یکنواخت q قرار گرفته است. اگر مدول مقطع تیر معادل $1/0\times10^{-3}\ m^3$ باشد، در صورتی که تنش خمشی مجاز معادل $150\frac{kN}{m^2}$ باشد، شدت بار وارده برابر است با: (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۳۳/۳ kN.m
۲) ۵۰kN.m
۳) ۶۶/۶ kN.m
۴) ۱۰۰kN.m

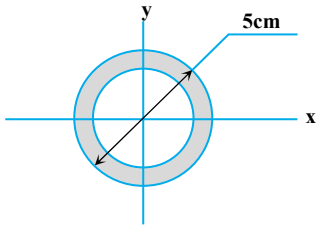
۴۳ـ کدام یک از تیرهای نشان داده شده در شکل ۱ تا ۴ دارای منطقه (ناحیه) خمش خالص می‌باشند؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۶)



(۱) (۲) (۳) (۴)

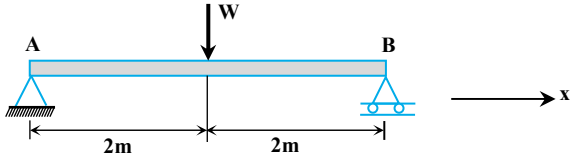
۱) شکل (۱) ۲) شکل (۲) ۳) شکل (۳) و (۴) ۴) شکل (۲) و (۴)

۴۴ـ در لوله فولادی نشان داده شده در شکل با ضخامت ۰/۵cm و تنش خمشی ۱۰۰MPa، ممان خمشی مجاز چند نیوتن متر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)



۱) ۷۱۴
۲) ۷۲۴
۳) ۶۷۵
۴) ۸۰۲/۵

۴۵ـ در یک تیر ساده با مقطع I که دارای گشتاور ماند سطح برابر $I_x = 2/0\times10^{-6}\ m^4$ می‌باشد. اگر طول تیر برابر ۴ متر و عمق سطح مقطع آن ۱۰ سانتی‌متر و تنش خمشی مجاز آن برابر ۱۰۰MPa باشد، بار W که در مرکز تیر اعمال می‌شود چقدر خواهد بود؟ (شکل زیر) (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)

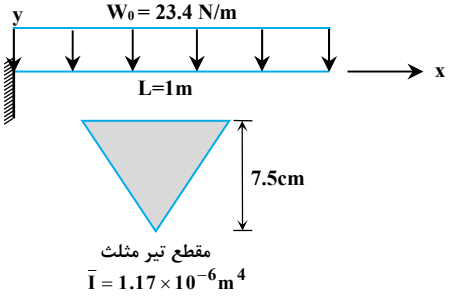


۱) ۴kN
۲) ۴۰kN
۳) ۴MN
۴) ۴۰۰kN

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۶ـ برای تیر یک سرگیردار با مقطع نشان داده شده و تحت بار یکنواخت W_0 حداکثر تنش خمشی برابر است با: (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۶)



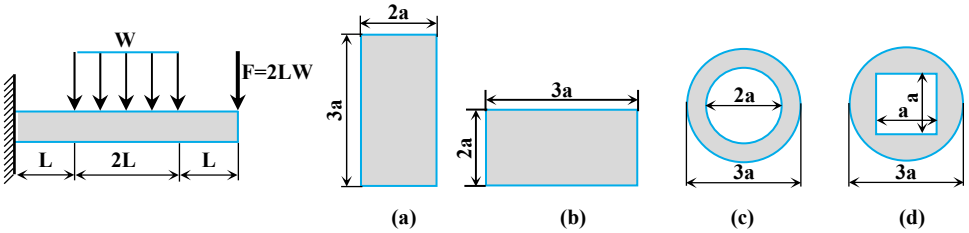
۱) ۲۵۰kPa

۲) ۵۰۰kPa

۳) ۷۵۰kPa

۴) $\frac{۲۳/۴}{۳/۷۵} \times ۱۰^۳$ Pa

۴۷ـ یک تیر مطابق شکل بارگذاری شده است، کدام مقطع باعث می‌شود تنش محوری کمتری به تیر وارد شود؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)



۱) مقطع a

۲) مقطع b

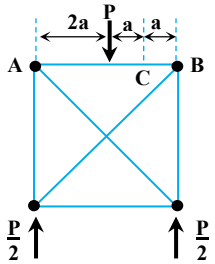
۳) مقطع c

۴) مقطع d

۴۸ـ میله‌ای دارای مقطعی به شکل لوله با ضخامت کم t و به شعاع R است. یک‌بار زیر اثر لنگر خمشی M و بار دوم زیر اثر لنگر پیچشی $T = M$ قرار می‌گیرد. نسبت تنش فشاری ایجاد شده در حالت اول به حالت دوم چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

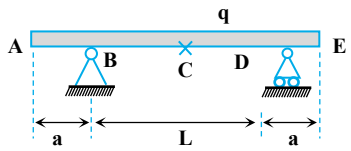
۴۹ـ در خرپای شکل زیر میله AB به مقطع مربع و به طول ضلع b است. تنش خمشی در نقطه C چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{۳Pa}{b^۳}$ ۲) $\frac{P}{b^۲}$

۳) $\frac{۳Pa}{۲b^۳}$ ۴) $\frac{P}{۲b^۲}$

۵۰ـ تیر شکل زیر، دارای مقطعی ثابت و قرینه نسبت به محورهای افقی و قائم است. تنش خمشی در نقاط C, B و D برابر است. $\frac{a}{L}$ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۱ـ دو تیر زیر اثر لنگر خمشی، مقاومت مساوی دارند. تیر اول دارای مقطع دایره به شعاع R و تیر دوم به مقطع مستطیل به پهنای b و به ارتفاع $۲b$ است. نسبت $\frac{b}{R}$ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳\pi}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt[۳]{۳\pi}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt[۴]{۳\pi}}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

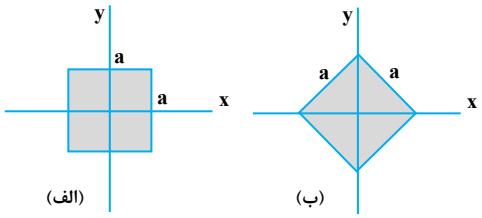
۵۲ـ مقطع تیری شامل لوله‌ای با شعاع a و ضخامت t همراه سه تقویت‌کننده به صورت ورق با عرض $\frac{a}{2}$ و ضخامت t می‌باشد به طوری که ورق‌ها در داخل لوله به جداره آن به طور عمود بر جداره اتصال یافته و امتداد آن‌ها با یکدیگر زاویه ۱۲۰ درجه می‌سازند. تنش حداکثر در تیر بر اثر لنگر خمشی M را به دست آورید. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{0/2M}{ta^2}$
۲) $\frac{0/25M}{ta^2}$
۳) $\frac{0/3M}{ta^2}$
۴) $\frac{M}{\pi ta^2}$

۵۳ـ میله‌ای آلومینیومی با سطح مقطع نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۲ میلی‌متر به شکل قوس دایره‌ای به شعاع متوسط $\frac{10}{3}$ متر، خم می‌شود. اگر وجه تخت میله به طرف مرکز انحنای قوسی بگیرد، تنش کششی ماکزیمم میله چند MPa است؟ $(\bar{y}=\frac{4r}{3\pi}, \pi=3, E=70GPa)$ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۷/۵
۲) ۲۸
۳) ۳۵
۴) ۱۴۰

۵۴ـ دو تیر با سطح مقطع مربع شکل $a\times a$ به دو گونه (الف) و (ب) تحت ممان خمشی خالص $M_x = M_0$ قرار دارند. نسبت تنش ماکزیمم حالت (الف) به حالت (ب) را به دست آورید؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۷)

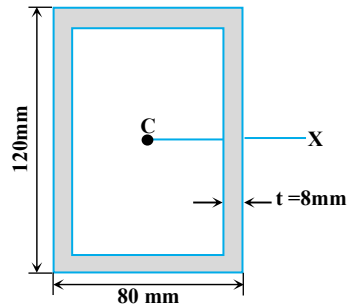


۱) $\frac{\sigma_{\text{الف}}}{\sigma_{\text{ب}}}=\frac{1}{2}$
۲) $\frac{\sigma_{\text{الف}}}{\sigma_{\text{ب}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$
۳) $\frac{\sigma_{\text{الف}}}{\sigma_{\text{ب}}}=1$
۴) $\frac{\sigma_{\text{الف}}}{\sigma_{\text{ب}}}=\sqrt{2}$

۵۵ـ سه بیم با مقاطع یکسان به صورت صاف، خمیده با شعاع انحناء R و خمیده با شعاع انحناء $2R$ تحت تأثیر ممان خمشی یکسان مفروض هستند. قدرمطلق تنش نرمال حاصل از ممان فوق در کدام‌یک و در چه ناحیه‌ای بیشتر می‌باشد؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۷)

۱) در قسمت تقعر بیم با شعاع انحناء $2R$
۲) در قسمت تحدب بیم با شعاع انحناء R
۳) در قسمت تقعر بیم با شعاع انحناء R
۴) در تمامی بیم‌ها یکسان است.

۵۶ـ یک پروفیل قوطی مطابق شکل با استفاده از روش اکستروژن از آلیاژ آلومینیوم ساخته شده است. اگر $E=70GPa$ و $\sigma_u=300MPa$ باشند، با چشم‌پوشی از تأثیر شعاع گوشه‌ها، حداکثر لنگر خمشی مجاز با ضریب اطمینان ۳ برای این مقطع بر حسب $kN\cdot m$ چقدر خواهد بود؟ $I=6\times10^{-6}\ m^4$ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)



۱) $M=25$
۲) $M=5$
۳) $M=20$
۴) $M=10$

۵۷ـ تیری به ابعاد مقطع $2b\times b$ (b عرض و $2b$ ارتفاع تیر) و به طول L و مدول E تحت تأثیر لنگر خمشی M قرار دارد. تغییر طول در اثر کشیدگی چقدر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{6ML^2}{b^3E}$
۲) $\frac{6ML}{2b^3E}$
۳) $\frac{6ML}{3b^3E}$
۴) $\frac{6ML}{4b^3E}$

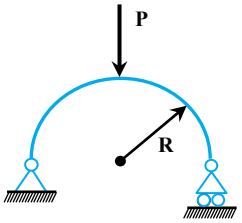
۵۸ـ یک پلیت فلزی به ابعاد $0/005m\times1m\times10m$ بر روی زمین قرار دارد. اگر از یک طرف پلیت توسط نیروی $F=100kg$ بلند شود، مقدار ممان خمشی در اولین نقطه تماس به زمین قبل از بلندشدگی چقدر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۷)

۱) صفر
۲) $800kgm$
۳) $1000kgm$
۴) از لحاظ استاتیکی نامعین و قابل حل نمی‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

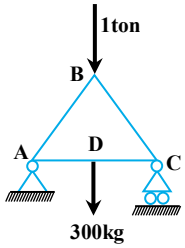
www.modaresanesharif.ac.ir

۵۹ـ قوسی به شکل نیم‌دایره مطابق شکل، زیر اثر نیروی قائم P در رأس می‌باشد. مقطع قوس به شکل دایره به شعاع r می‌باشد. ماکزیمم تنش خمشی در آن چه مقدار است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{PR}{\pi r^3}$
۲) $\frac{2PR}{\pi r^3}$
۳) $\frac{PR}{2\pi r^3}$
۴) $\frac{PR}{2\pi r^4}$

۶۰ـ در شکل روبه‌رو هر سه میله به مقطع مربع به طول ضلع $6cm$ می‌باشند. جنس هر سه میله از فولاد و طول هر کدام ۴ متر است. تنش خمشی در مقطع D در وسط ضلع AC چقدر است؟ (بر حسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

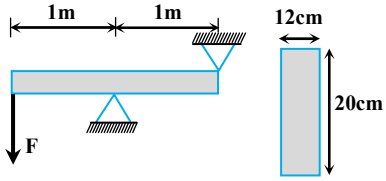


۱) ± 3611
۲) ± 555
۳) ± 833
۴) ± 1250

۶۱ـ یک شاخه تیرآهن ۱۲ متری با وزن $2400N$ روی زمین سفت و صلب قرار دارد. اگر یک انتهای آن به بالا کشیده شود به طوری که ۸ متر از تیر از زمین جدا شود نیروی لازم چند نیوتن می‌باشد؟ $E = 200GPa$ و $I = 200cm^4$ می‌باشد. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) ۶۰۰ ۲) ۶۶۷ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۶۰۰

۶۲ـ اگر تنش مجاز کششی و فشاری به ترتیب برابر $400\frac{kg}{cm^2}$ و $100\frac{kg}{cm^2}$ باشد، مقدار نیروی مجاز F چند kg است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) ۳۲۰
۲) ۶۴۰
۳) ۸۰۰
۴) ۱۰۰۰

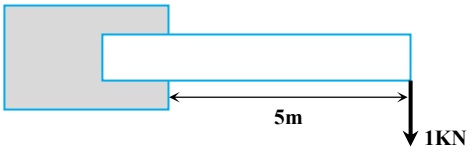
۶۳ـ دو تیر دارای دهانه‌های مساوی و بارهای یکسان می‌باشند. تیر اول به مقطع مربع و به ضلع b و تیر دوم مربع مستطیل به پهنای $\frac{b}{2}$ و ارتفاع $2b$ می‌باشد. نسبت تنش خمشی بیشینه ایجاد شده در تیر اول نسبت به تیر دوم چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۶۴ـ اگر سطح مقطع گزینه‌های زیر برابر باشد، کدام مقطع از لحاظ پیچش و خمش (هر دو) مقاومت بیشتری دارد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸، مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۶)

(۱) (۲) (۳) (۴)

۶۵ـ میله‌ی فولادی به قطر $10cm$ و به طول $5m$ تحت تأثیر نیروی قائم $1kN$ قرار دارد (در انتها)، در صورتی که این میله از یک طرف ثابت باشد و مدول الاستیسیته آن $E = 200GPa$ باشد، شعاع انحناء میله، چقدر خواهد بود؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

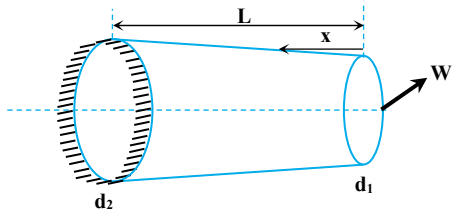


۱) $R = 1\pi m$
۲) $R = 10\pi m$
۳) $R = 100\pi m$
۴) $R = 1000\pi m$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۶ـ یک محور مخروطی ناقص با طول L در انتهای بزرگ‌تر با قطر d_2 گیردار و در انتهای کوچک‌تر با قطر d_1 آزاد می‌باشد یک نیروی w در انتهای آزاد عمود بر محور شافت وارد می‌شود، تنش نرمال در فاصله x از انتهای آزاد کدام است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



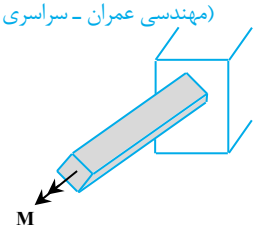
۱) $\sigma = \frac{۴wx}{\pi d_1^۳}$

۲) $\sigma = \frac{۴wx}{\pi d_2^۳}$

۳) $\sigma = \frac{۳۲wx}{\pi[d_1 + (d_2 - d_1)\frac{x}{L}]^۳}$

۴) $\sigma = \frac{۳۲wx}{(\frac{\pi}{۳۲}\{d_1 + (d_2 - d_1)(\frac{x}{L})\})^۳}$

۶۷ـ چنانچه اضلاع مقطع چهار گوش مربع شکل برابر a باشد، انحنای ایجاد شده در اثر لنگر M را محاسبه کنید. (مدول ارتجاعی مقطع E می‌باشد.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



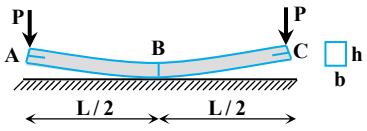
۱) $\frac{۳a^۲M}{AE}$

۲) $\frac{۵M}{۱۲Ea^۴}$

۳) $\frac{۱۲M}{Ea^۴}$

۴) $\frac{۵Ea^۴}{۱۲M}$

۶۸ـ در تیر مورد نظر انحناء اولیه آن بدون بار در نقطه B برابر با R_1 می‌باشد. مقدار نیروی لازم P چقدر باشد تا انحناء در B صفر شود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



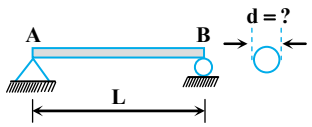
۱) $\frac{Ebh^۳}{۶LR_1}$

۲) $\frac{Ebh^۳}{۱۲LR_1}$

۳) $\frac{Ebh^۳}{۳LR_1}$

۴) $\frac{Ebh^۳}{۲۴LR_1}$

۶۹ـ میله‌ای توپر به طول L و قطر d و جرم مخصوص ρ مفروض است. اگر حداکثر تنش عمودی مجاز آن σ_m باشد، مقدار d کدام است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



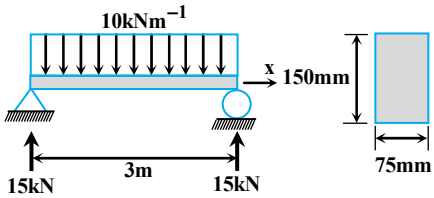
۱) $\frac{\rho g L^۲}{۲\sigma_m}$

۲) $\frac{\rho g L^۲}{\sigma_m}$

۳) $\frac{۲\rho g L^۲}{\sigma_m}$

۴) $\frac{۴\rho g L^۲}{\sigma_m}$

۷۰ـ حداکثر تنش خمشی تیر با بارگذاری نشان داده شده چند MPa است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



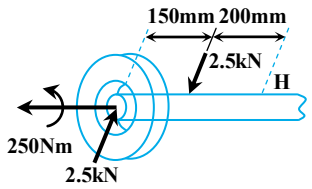
۱) ۱۶۰

۲) ۲۰

۳) ۴۰

۴) ۸۰

۷۱ـ اگر قطر این محور ۳۲ میلی‌متر باشد، آنگاه مقدار تنش عمودی در نقطه H چند MPa است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) ۰

۲) ۳۸/۸

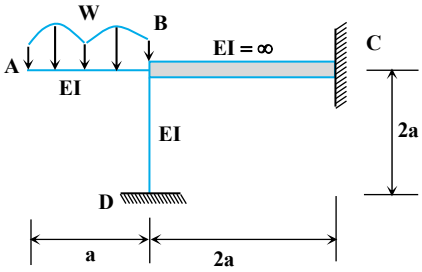
۳) ۱۱۶/۶

۴) ۱۸۳/۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۲ـ مقدار لنگر خمشی در انتهای **B** از ستون **BD** در قاب زیر چقدر است؟ (مهندسی معماری کشتی ـ سراسری ۸۹)



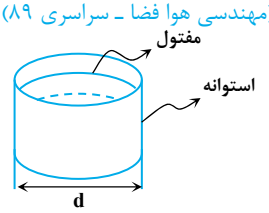
۱) $\frac{Wa^2}{2}$

۲) ۰

۳) $\frac{2Wa^2}{3}$

۴) $\frac{Wa^2}{4}$

۷۳ـ مفتولی به قطر **۶mm** درون محفظه‌ای استوانه‌ای به قطر **۱/۲m** قرار داده می‌شود. چنانچه $E = 200Gpa$ باشد تنش ایجاد شده در مفتول در اثر جا زدن بر حسب **MPa** چقدر است؟ (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۹)



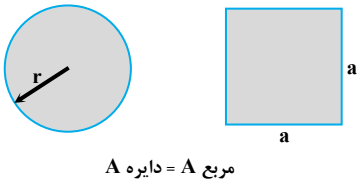
۱) ۸۰۰

۲) ۹۰۰

۳) ۱۰۰۰

۴) ۱۱۰۰

۷۴ـ ظرفیت خمشی مقطع مربع، چند برابر ظرفیت خمشی مقطع دایره‌ای به شعاع **r** است سطح هر دو مقطع برابر است؟ (مهندسی معماری کشتی ـ سراسری ۹۱)



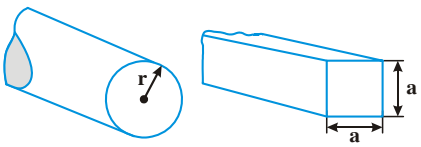
۱) $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

۲) $\frac{2}{3}\sqrt{\pi}$

۳) $\frac{3}{2}\sqrt{\pi}$

۴) $2\sqrt{\pi}$

۷۵ـ دو میله، یکی با سطح مقطع مربع به ضلع قاعده‌ی **a** و دیگری استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی **r** مطابق شکل زیر تحت ممان خمشی یکسان قرار گرفته‌اند. نسبت $\frac{a}{r}$ چقدر انتخاب شود تا ماکزیمم تنش خمشی در دو میله برابر باشد؟ (مهندسی ایمنی و بازرسی فنی ـ سراسری ۹۵)



۱) $(\frac{3\pi}{2})^{\frac{1}{3}}$

۲) $(\frac{4\pi}{3})^{\frac{1}{3}}$

۳) $(\frac{3\pi}{4})^{\frac{1}{4}}$

۴) $(\frac{2\pi}{3})^{\frac{1}{3}}$

۷۶ـ تیری با مقطع مربعی به ضلع **a** و طول **L** و مدول الاستیسیته **E** در محدوده الاستیک به شکل دایره خم شده است. بیشینه تنش وارده به این تیر چقدر می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک بیوسیستم ـ سراسری ۹۶)

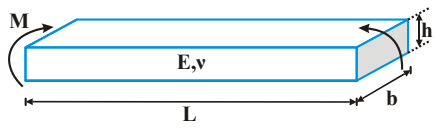
۱) $\frac{\pi a}{L}E$

۲) $\frac{3\pi a}{2LE}$

۳) $\frac{a}{PLE}$

۴) $\frac{LE}{\pi a}$

۷۷ـ تیری به ابعاد $b \times h$ و به طول **L** تحت‌تأثیر لنگر خمشی خالص **M** قرار دارد. کرنش طولی تار پایینی این تیر چقدر است؟ (مهندسی ایمنی و بازرسی فنی ـ سراسری ۹۷)



۱) $\frac{6M}{Ebh^2}$

۲) $\frac{12M}{Ebh^2}$

۳) $\frac{3M}{Ebh^2}$

۴) $\frac{24M}{Ebh^2}$

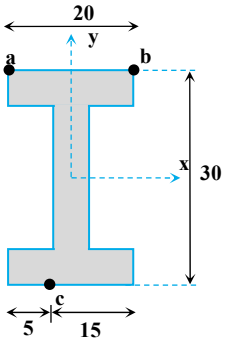
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

درسنامه (۲): خمش نامتقارن

۷۸ـ مقادیر کرنش عمودی در نقاط a,b,c در مقطع تیری به شکل زیر بدین ترتیب $\varepsilon_a = 1/5\times10^{-3}, \varepsilon_b = -2/5\times10^{-3}$ و $\varepsilon_c = 3/5\times10^{-3}$ محاسبه شده‌اند. اندازه لنگرهای M_x (لنگر حول محور x) و M_y (حول محور y) چه ارتباطی با یکدیگر دارند؟ $(EI_y = EI, EI_x = 100EI)$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



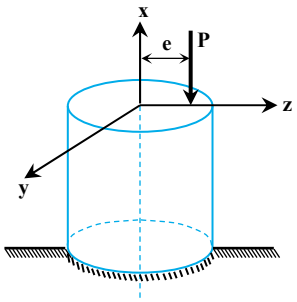
۱) $|M_x| = 50|M_y|$

۲) $|M_x| = 66/|M_y|$

۳) $|M_x| = 100|M_y|$

۴) $|M_x| = 133/3|M_y|$

۷۹ـ در ستون زیر با مقطع مدور چنانچه A سطح مقطع و I ممان اینرسی مقطع باشند، مقدار حداکثر خارج از مرکزی نیروی فشاری p (یعنی فاصله e) چقدر باشد تا اینکه تنش کششی در محل تماس ستون با زمین برابر صفر باشد؟ شعاع مقطع را برابر R در نظر بگیرید. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۰)



۱) $e = \frac{R}{4}$

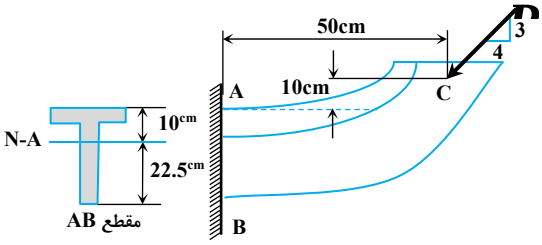
۲) $e = \frac{R}{3}$

۳) $e = \frac{R}{2}$

۴) $e = R$

۸۰ـ اگر نیروی $P = 300\ kN$ بر محل C مطابق شکل وارد شود، حداکثر مقدار تنش در محل A از مقطع کدام است؟ $(I_{N.A} = 5100\ cm^4)$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $100\ kN/cm^2$

۲) $170\ kN/cm^2$

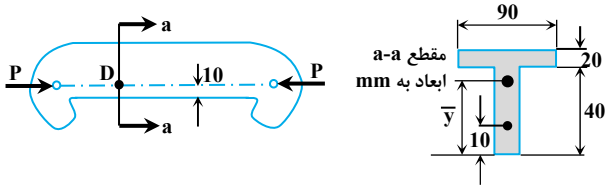
۳) $200\ kN/cm^2$

۴) $230\ kN/cm^2$

۸۱ـ تنش مجاز کششی در قطعه چدنی زیر برابر $30MPa$ و در حالت فشاری برابر $120MPa$ می‌باشد. بزرگ‌ترین نیروی مجاز P کدام است؟

(سطح مقطع: $30cm^2$ ، $I = 868\times10^{-9}\ m^4$ ، $\bar{y} = 3/8cm$) (از کمانش صرف‌نظر شود)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $P = 28/7\ kN$

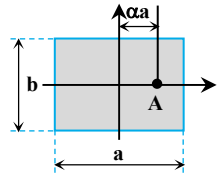
۲) $P = 77\ kN$

۳) $P = 79/6\ kN$

۴) $P = 53\ kN$

۸۲ـ یک عضو کوتاه فشاری به مقطع مربع مستطیل است. نیروی P در نقطه‌ی A وارد می‌شود. α چقدر باشد تا تنش فشاری دو برابر تنش کششی گردد؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$

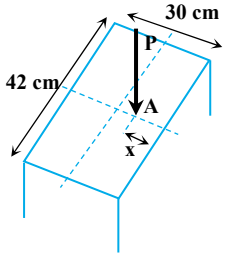
۴) $\frac{2}{3}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

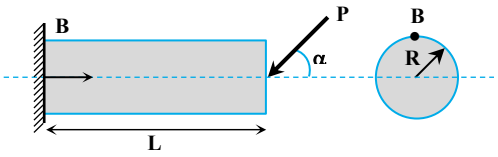
۸۳ـ نیروی p به طور قائم در نقطه A مطابق شکل وارد می‌شود حداقل فاصله x چند سانتی‌متر باشد تا تنش معکوس در مقطع پدید نیاید؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) ۵
۲) ۷/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۲/۵

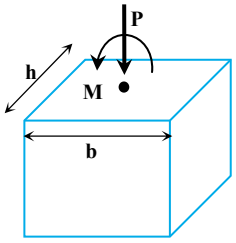
۸۴ـ در میله زیر با مقطع مدور مطلوبست زاویه α به طوری که مقدار تنش عمودی در جهت x در نقطه B برابر صفر باشد.(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۲)



۱) $\alpha = ۹۰^\circ$
۲) $\alpha = \tan^{-۱}\frac{R}{۴L}$
۳) $\alpha = \tan^{-۱}\frac{R}{۲L}$
۴) $\alpha = \sin^{-۱}\frac{R}{۲L}$

۸۵ـ ستونی مستطیل شکل تحت بار قائم P و لنگر خمشی در امتداد عمود بر محور ستون قرار دارد. نسبت $\frac{M}{P}$ چقدر باشد تا با حداکثر لنگر وارده، تنش کشش در مقطع حادث نگردد؟

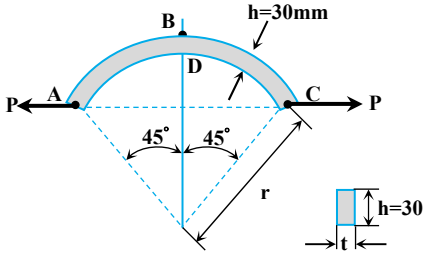
(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۲)



۱) b
۲) h
۳) $\frac{h}{۶}$
۴) $\frac{b}{۳}$

۸۶ـ اگر در شکل زیر ، نیروی P را به تدریج افزایش دهیم، تسلیم از چه محلی شروع می‌شود؟

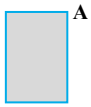
(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) نقطه D از مقطع BD
۲) نقطه B از مقطع BD
۳) تمام نقاط مقطع BD
۴) نقطه‌ای بین D و B از مقطع BD که با محاسبه معین می‌شود.

۸۷ـ مقطع یک عضو سازه‌ای مربع مستطیل مطابق شکل زیر می‌باشد. برآیند نیروها در مقطع یک نیروی عمودی فشاری در A می‌باشد. قدر مطلق تنش فشاری چند برابر تنش کششی است؟

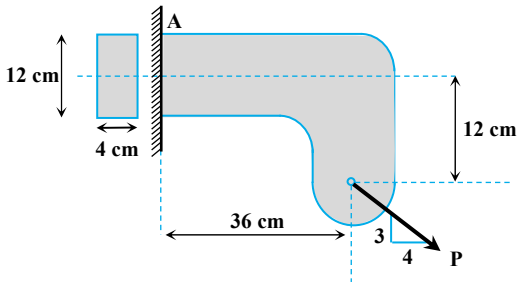
(مهندسی عمران ـ سراسری۸۳)



۱) $\frac{۱۳}{۱۱}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۱/۴

۸۸ـ تیر یک سر درگیر زیر با مقطع مستطیلی تحت نیروی $P = ۳۰۰۰\,kg$ قرار دارد. مقدار تنش عمودی در نقطه A چند $\frac{kg}{cm^۲}$ است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)

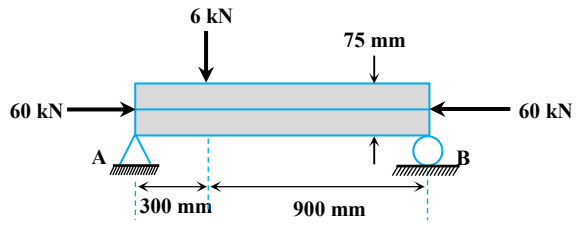


۱) -۳۲۵
۲) ۵۰
۳) ۴۲۵
۴) ۷۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

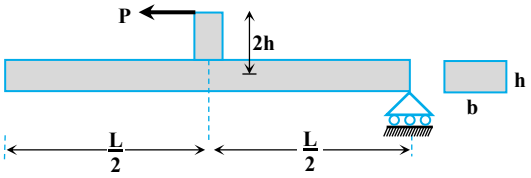
www.modaresanesharif.ac.ir

۸۹ـ تیری با مقطع ۵۰×۷۵mm و طول ۱/۲m طبق شکل بارگذاری شده است. در زیر بار عمودی فاصله محور خنثی از سطح بالای تیر چند میلی‌متر است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



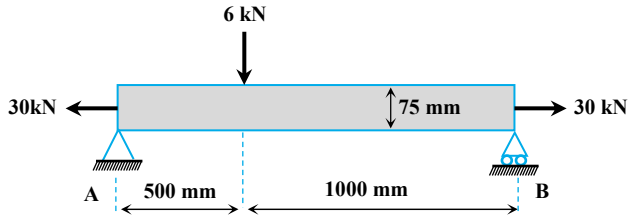
۱) ۱۷/۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۴۸/۳
۴) ۵۸/۳

۹۰ـ مقدار تنش فشاری حداکثر در تیر زیر کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۳)



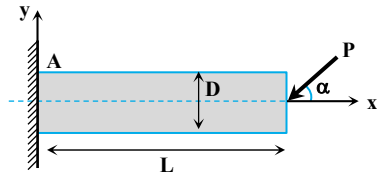
۱) $\frac{-۳P}{bh}$
۲) $\frac{-۵P}{bh}$
۳) $\frac{-۶P}{bh}$
۴) $\frac{-۷P}{bh}$

۹۱ـ تیر نشان داده شده دارای مقطعی مستطیل شکل با ابعاد ۵۰×۷۵mm و وزن ناچیز می‌باشد. ماکزیمم تنش کششی محوری در راستای تیر چقدر است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)



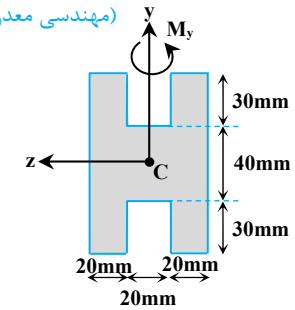
۱) ۸ MPa
۲) ۳۴/۶۷ MPa
۳) ۴۲/۶۷ MPa
۴) ۵۰/۶۷ MPa

۹۲ـ تیری با مقطع دایره‌ای به شکل زیر مفروض است. مطلوب است محاسبه زاویه α به طوری که تنش عمودی در نقطه A برابر صفر باشد. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۳)



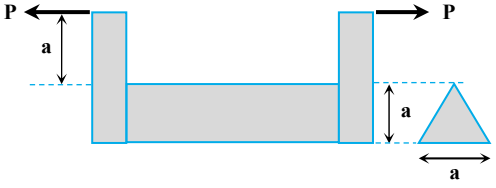
۱) $\alpha = \tan^{-1}(\frac{D}{۴L})$
۲) $\alpha = \text{Sin}^{-1}(\frac{D}{۸L})$
۳) $\alpha = \text{Sin}^{-1}(\frac{D}{۴L})$
۴) $\alpha = \tan^{-1}(\frac{D}{۸L})$

۹۳ـ یک تیر فلزی با مقطع نشان داده شده در شکل زیر دارای $\sigma_y = ۳۰۰MPa$ و $\sigma_u = ۴۸۰MPa$ می‌باشد. اگر ضریب اطمینان تیر برابر ۳ باشد، حداکثر کوپل (M) برای زمانی که تیر حول محور y خم شود چند کیلونیوتن متر است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۳)



۱) ۹/۳۸۷
۲) ۹۳/۸۷
۳) ۹۳۸/۷
۴) ۹۳۸۷

۹۴ـ به دو طرف یک میله با سطح مقطع مثلث، قطعات مستطیلی شکل متصل شده است. اگر نیروی P به صورت شکل بر مجموعه اثر کند، بزرگ‌ترین تنش قائم ایجاد شده در میله مثلثی شکل کدام است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



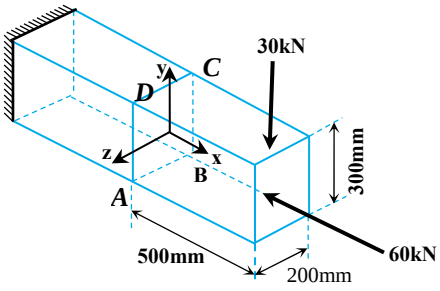
۱) $\frac{۴۲P}{a^۲}$
۲) $\frac{۴۰P}{a^۲}$
۳) $\frac{۳۸P}{a^۲}$
۴) $\frac{۳۶P}{a^۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۵ـ بر روی تیر یک سر درگیر شکل زیر، یک نیروی عمودی و یک نیروی محوری وارد شده است، در مقطع ABCD (وسط تیر) فاصله محور خنثی از سطح بالا چند میلی‌متر است؟

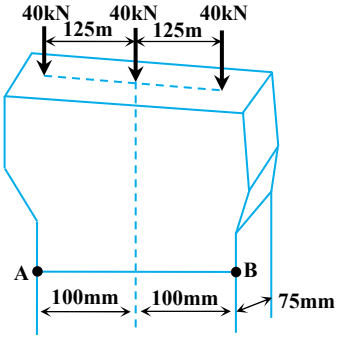
(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۵)



۱) ۱۲۰
۲) ۱۵۱
۳) ۱۷۱
۴) ۱۸۰

۹۶ـ مقدار تنش در نقاط A و B برحسب MPa در شکل زیر به ترتیب کدام است؟

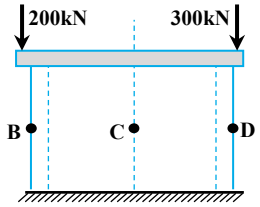
(مهندسی نفت ـ سراسری۸۵)



۱) $-۸,۱۶$
۲) $-۱۲,۱۴$
۳) $۱۶,-۸$
۴) $-۸,-۸$

۹۷ـ دو نیروی ۲۰۰kN و ۳۰۰kN مطابق شکل بر یک ورق فولادی صلب که بر روی یک لوله‌ی فولادی به خواص مقطع $I = ۳۰\times۱۰^{-۶}\ m^۴$ و $A = ۷\times۱۰^{-۳}\ m^۲$ وارد شده است. تنش در نقطه‌ی D (σ_D) چند مگاپاسکال است؟

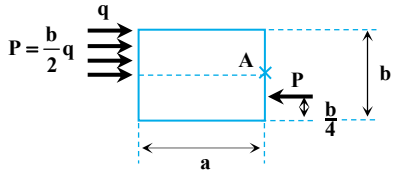
(مهندسی نفت ـ سراسری۸۵)



۱) -۳۰
۲) $-۴۱/۰$
۳) $-۷۱/۰$
۴) $-۱۰۱/۰$

۹۸ـ مکعب مستطیلی مطابق شکل زیر اثر نیرو قرار گرفته است. تنش برشی در A چقدر است؟ ابعاد مکعب مستطیل b,a و c است.

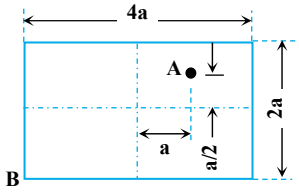
(مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)



۱) $\frac{P}{ab}$
۲) $\frac{P}{ac}$
۳) $\frac{P}{bc}$
۴) صفر

۹۹ـ شکل زیر مقطع یک ستون کوتاه را نشان می‌دهد، اگر نیروی فشاری P در نقطه A وارد شود، تنش در نقطه B چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

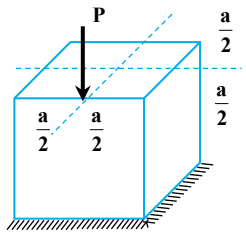


۱) $\frac{P}{۲a^۲}$
۲) $\frac{P}{۴a^۲}$
۳) $\frac{P}{۶a^۲}$
۴) $\frac{P}{۸a^۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

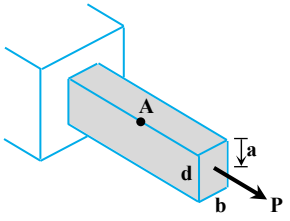
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۰ـ یک ستون کوتاه با سطح مقطع مربع $a\times a$ مفروض است. در وسط یک ضلع مقطع ستون بار فشاری مطابق شکل وارد می‌آید. بیشترین تنش عمودی σ_{max} کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



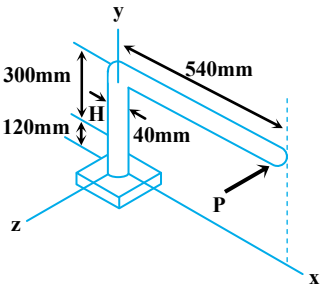
۱) $-\frac{۴P}{a^۲}$
۲) $-\frac{۳P}{a^۲}$
۳) $+\frac{۲P}{a^۲}$
۴) $+\frac{۴P}{a^۲}$

۱۰۱ـ نیروی متمرکز P در عمق a از مقطع تیر نشان داده شده اثر می‌کند. ارتفاع مقطع را به گونه‌ای تعیین کنید که تنش در نقطه A حداکثر باشد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)



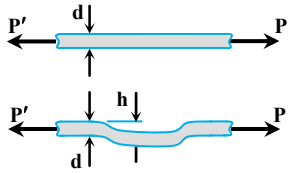
۱) b
۲) $۲a$
۳) $\frac{bd}{۲a}$
۴) $۳a$

۱۰۲ـ اگر نیروی افقی $P=۱۰۰۰\,N$ به سازه شکل زیر وارد شود، در نقطه H تنش عمودی σ_y چند MPa است؟ $(I=۱/۲۶\times۱۰^{-۷}\,m^۴)$ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) صفر
۲) ۴۷/۶
۳) ۱۲۳/۹
۴) ۱۷۱/۴

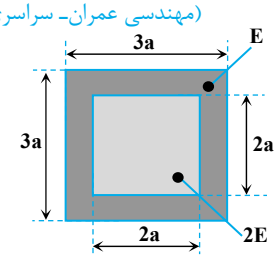
۱۰۳ـ در محور توپری با قطر d و نیروی محوری P، لازم است دوخمی (offset) به اندازه h اعمال شود. اگر بخواهیم تنش در میله با دوخم بیش از پنج برابر تنش در میله صاف نشود. حداکثر مقدار h چقدر است؟ (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۹)



۱) $h=\frac{d}{۲}$
۲) $h=۲d$
۳) $h=\frac{d}{۳}$
۴) $h=۳d$

درسنامه (۳): خمش در تیرهای مرکب

۱۰۴ـ در تیر مرکب شکل زیر چنانچه حداکثر تنش مجاز برای هر دو نوع مصالح مساوی σ_a باشد، حداکثر لنگر خمشی مجاز چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) $\frac{۸}{۹۷}a^۳\sigma_a$
۲) $\frac{۶}{۹۷}a^۳\sigma_a$
۳) $\frac{۸}{۸۱}a^۳\sigma_a$
۴) $\frac{۶}{۸۱}a^۳\sigma_a$

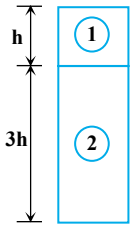
۱۰۵ـ در خمش یک تیر دو جنسی، وضع توزیع‌های تنش و کرنش به ترتیب چگونه است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) پیوسته، پیوسته
۲) ناپیوسته، پیوسته
۳) پیوسته، ناپیوسته
۴) ناپیوسته، ناپیوسته

www.modaresanesharif.ac.ir

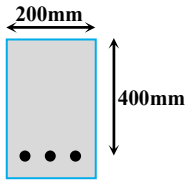
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۶ـ تیرمرکبی با مقطع نشان داده شده تحت اثر ممان خمشی منفی قرار گرفته است. هرگاه $E_۲ = ۳E_۱$ باشد، نسبت بیشترین تنش کششی به بیشترین تنش فشاری چقدر است؟ (مهندسی عمران- سراسری ۸۳)



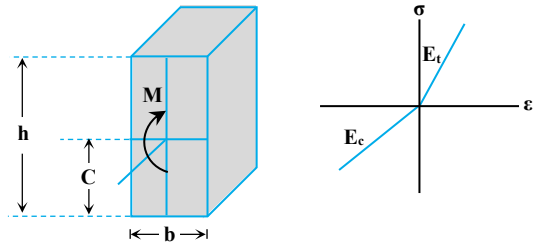
۱) ۰/۷۶
۲) ۰/۶۵
۳) ۰/۴۵
۴) ۱/۳۵

۱۰۷ـ در تیر بتن نشان داده شده چنانچه مدول یانگ فولاد ۲۰۰Gpa و از آن بتن ۲۵Gpa و نیز تنش مجاز بتن ۱۲/۵MPa و تنش مجاز فولاد ۱۰۰MPa باشد، حداقل مساحت مقطع میل‌گردها چند $mm^۲$ است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) ۱۲۵۰
۲) ۲۰۰۰
۳) ۲۵۰۰
۴) ۵۰۰۰

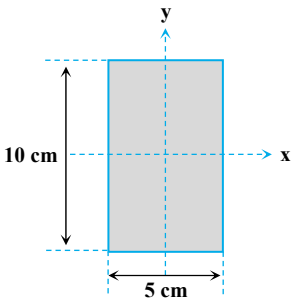
۱۰۸ـ تیر شکل زیر از ماده‌ای ساخته شده است که مدول الاستیسیته حالت کشش و فشار آن باهم متفاوت است. اگر این تیر تحت ممان خمشی M قرار داشته باشد و $E_c < E_t$ کدام عبارت صحیح می‌باشد؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)



۱) به اطلاعات بیشتری برای پیش‌بینی محل محور خنثی نیاز است.
۲) محل محور خنثی در $\frac{h}{۲}$ ثابت باقی می‌ماند $(C = \frac{h}{۲})$
۳) محل محور خنثی به سمت پایین محور تقارن حرکت می‌کند. $(C < \frac{h}{۲})$
۴) محل محور خنثی به سمت بالای محور تقارن سطح مقطع حرکت می‌کند. $(C > \frac{h}{۲})$

درسنامه (۴): خمش عضوی که از یک ماده الاستوپلاستیک ساخته شده است

۱۰۹ـ اگر تیری با مقطع مستطیل مطابق شکل تحت خمش قرار گیرد، مطلوب است نسبت $\frac{My}{M_P}$ در صورتی که تنش کششی و فشاری از $۱۵۰MN/m^۲$ تجاوز نکند. (خمش حول هر محور به طور مجزا فرض می‌شود.) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۱۰ـ یک تیر با مقطع مستطیل شکل به ضخامت b و ارتفاع مقطع h مفروض است. چنانچه این تیر تحت اثر ممان خمشی M قرار گرفته باشد؛ مطلوبست حداکثر تحمل ممان برای تیر وقتی که تمامی مقطع آن به حالت پلاستیک رسیده باشد. رفتار ماده را الاستیک پلاستیک کامل و تنش تسلیم را برابر σ_y در نظر بگیرید. (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۴)

۱) $M_P = \sigma_y \frac{bh^۲}{۴}$
۲) $M_P = \sigma_y \frac{bh^۲}{۸}$
۳) $M_P = \sigma_y bh^۲$
۴) $M_P = \sigma_y \frac{bh^۲}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

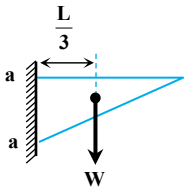
درسنامه (۱): خمش ساده، خمش متقارن

۱ـ گزینه «۱» خیز C متعلق به دو میله AC و BC با یکدیگر برابر است همچنین خیز هر یک از میله‌های AC و BC معادل خیز تیر یک سر گیردار است و تیر یک سر گیردار به طول L تحت نیروی P خیزی برابر $\frac{PL^3}{3EI}$ دارد، در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{ll}\frac{P_1(2L)^3}{3EI}=\frac{P_2L^3}{3EI}\Rightarrow P_2=8P_1 & (1)\\ \text{طبق معادله تعادل برای مفصل C}\Rightarrow P_1+P_2=P & (2)\end{array}\right\}\xrightarrow{(2)\ ,\ (1)}P_1=\frac{P}{9}\quad,\quad P_2=\frac{8}{9}P$$

$$\frac{\sigma_{max_1}}{\sigma_{max_2}}=\frac{\frac{M_1}{S}}{\frac{M_2}{S}}=\frac{M_1}{M_2}=\frac{\frac{P}{9}\times 2L}{\frac{8}{9}P\times L}=\frac{1}{4}$$

۲ـ گزینه «۳» اگر وزن کل تیر مساوی W در نظر گرفته شود، آنگاه:



$$M_{a-a}=W\times\frac{L}{3}$$

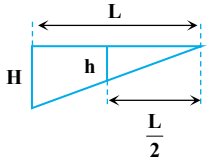
از طرفی وزن سمت راست مقطع $b-b$ مساوی $\frac{W}{4}$ است. چرا که مساحت مثلث سمت راست مقطع b-b یک چهارم مساحت مثلث کل یا مثلث سمت راست مقطع a-a است. (اثبات این موضوع در زیر آورده شده است.)

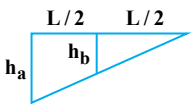
$$M_{b-b}=\frac{W}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{L}{2}\Rightarrow M_{b-b}=\frac{WL}{24}$$

(برای مقطع مستطیلی مدول مقطع برابر است با: $S=\frac{I}{C}=\frac{bh^2}{6}$)

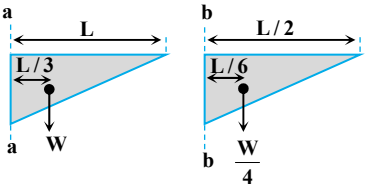
$$\frac{h_b}{h_a}=\frac{L/2}{L}\Rightarrow h_b=\frac{h_a}{2}$$

اثبات: در مقطع $b-b$؛ باید ابتدا وزن قسمت سمت راست مقطع را به دست آوریم. وزن این مقطع متناسب با سطح مثلث این مقطع می‌باشد که باید محاسبه گردد. اگر مساحت کل مثلث A و مساحت سمت راست مقطع $b-b$ را A' بنامیم، خواهیم داشت:





$$\left.\begin{array}{l}\frac{A'}{A}=\frac{\frac{1}{2}h\times\frac{L}{2}}{\frac{1}{2}H\times L}=\frac{h}{2H}\\ \text{از طرفی}\ \frac{h}{H}=\frac{\frac{L}{2}}{L}\Rightarrow h=\frac{H}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{A'}{A}=\frac{\frac{H}{2}}{2H}=\frac{1}{4}$$



$$\left.\begin{array}{l}(\sigma_{max})_{a-a}=\frac{M_{a-a}}{S_{a-a}}=\frac{\frac{WL}{3}}{\frac{tH^2}{6}}=\frac{2WL}{tH^2}\\ (\sigma_{max})_{b-b}=\frac{M_{b-b}}{S_{b-b}}=\frac{\frac{WL}{24}}{\frac{t}{6}(\frac{H}{2})^2}=\frac{WL}{tH^2}\end{array}\right\}\Rightarrow(\sigma_{max})_{a-a}=2(\sigma_{max})_{b-b}$$

۳ـ گزینه «۲»

$$\tau_w=0/6\sigma_w\Rightarrow\frac{TR}{J}=0/6\frac{MC}{I}\Rightarrow\frac{16T_w}{\pi d^3}=0/6\ \frac{32M_w}{\pi d^3}\xrightarrow{\text{طبق فرض مسئله}}16(\alpha M_w)=0/6\times 32\ M_w\Rightarrow\alpha=1/2$$

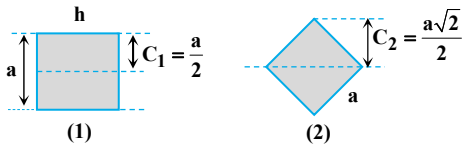
: طبق فرض مسئله

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴ـ گزینه «۱»

$$\sigma = \frac{MC}{I} \Rightarrow M = \sigma \frac{I}{C}$$



$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\sigma_{max_1}}{\sigma_{max_2}} \frac{I_1}{I_2} \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{\text{تنش مجاز دو میله یکسان است، بنابراین}} \frac{M_1}{M_2} = \frac{I_1}{I_2} \frac{C_2}{C_1}$$

$$\xrightarrow[I_1 = I_2 \text{ از مرکز سطح برابر است، بنابراین}]{\text{ممان اینرسی مربع حول قطر و حول ضلع افقی گذرنده}} \frac{M_1}{M_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$$

مقطع (۲) مربعی است که نسبت به مقطع (۱) به اندازه 45° دوران نموده است در چنین حالتی می‌توان نشان داد که ممان اینرسی هر دو مقطع نسبت به تار خنثی مساوی است. (ممان اینرسی مقطع مربع حول هر محور گذرنده از مرکز سطح ثابت می‌باشد.)

۵ـ گزینه «۱» چون تیر تحت خمش خالص است. برای محاسبه تغییر طول در تیر می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\Delta L = \varepsilon \times L = \frac{C}{\rho} \times L = C \times \frac{1}{\rho} \times L \quad , \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \Rightarrow \Delta L = \frac{2h}{2} \times \frac{M}{EI} \times L = \frac{MhL}{E \times \frac{1}{12} \times 2b \times (2h)^3} \Rightarrow \Delta L = \frac{3}{4} \frac{ML}{Ebh^2}$$

۶ـ گزینه «۴»

$$\left.\begin{aligned} \tau_{max} = 40 = \frac{TR}{J} = \frac{2T}{\pi R^3} \\ \sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{T \times R}{\frac{\pi}{4} R^4} = \frac{4T}{\pi R^3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_{max} = 2 \times \frac{2T}{\pi R^3} = 2 \times \tau_{max} = 2 \times 40 = 80 \ MPa$$

اما در تیر تحت خمش خالص در نقطه‌ای که تنش خمشی ماکزیمم است، تنش برشی ماکزیمم شده و مقدار آن مساوی نصف تنش قائم ماکزیمم است.

(این نتیجه را می‌توان از دایره مور نیز به راحتی اثبات نمود.) بنابراین داریم:

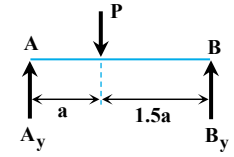
$$\tau_{max} = \frac{80}{2} = 40 MPa$$

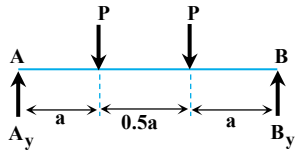
۷ـ گزینه «۱» چون جنس و سطح مقطع دو تیر یکی است، بنابراین:

$$C_1 = C_2 \ , \ I_1 = I_2$$

$$\frac{\sigma_{max_2}}{\sigma_{max_1}} = \frac{M_2}{M_1} \times \frac{C_2}{C_1} \times \frac{I_1}{I_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

در تیر (الف) لنگر خمشی ماکزیمم زیر بار P اتفاق می‌افتد و در تیر (ب) لنگر خمشی ماکزیمم در زیر یکی از دو نیروی P اتفاق می‌افتد، لذا می‌توان نوشت:





$$\sum M_B = 0 \Rightarrow P(1/5a) = A_y(2/5a) \Rightarrow A_y = \frac{1/5Pa}{2/5a}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y(2/5a) - P(1/5a) - P(a) = 0 \Rightarrow A_y = P$$

$$M_1 = A_y \times a = \left(\frac{P \times 1/5a}{2/5a}\right) a = \frac{3P}{5} a \quad , \quad M_2 = A_y \times a = P \times a$$

$$\frac{\sigma_{max2}}{\sigma_{max1}} = \frac{Pa}{\frac{3}{5}Pa} = \frac{5}{3} \Rightarrow \sigma_{max_2} = \frac{5}{3} \times 60 = 100 \ MPa$$

۸ـ گزینه «۴» ماکزیمم تنش خمشی در تکیه‌گاه اتفاق می‌افتد چون لنگر خمشی در آن ماکزیمم است، اگر نیروی P به تکیه‌گاه منتقل شود یک گشتاور خمشی و لنگر پیچشی ایجاد نموده که مقدار لنگر خمشی آن مساوی است با:

$$M = (10a - 3a)P = 7Pa$$

$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{6M}{Ah} = \frac{6 \times (7P \times a)}{(\frac{a}{6} \times \frac{a}{12}) \frac{a}{6}} = \frac{6^3 \times 12 \times 7P}{a^2} = 18144 \frac{P}{a^2}$$

توجه شود که از ضخامت تسمه در مقابل شعاع قرقره برای محاسبه P صرف‌نظر شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۳» در اثر انحنایی که در تسمه ایجاد می‌شود تنش خمشی در آن ایجاد شده که مقدار آن مساوی است با:

$$\rho=\frac{D}{۲}=\frac{۲۰۰}{۲}=۱۰۰mm \quad , \quad C=\frac{d}{۲}=\frac{۰/۴۵}{۲}=۰/۲۲۵mm$$

$$\sigma_{max}=E\varepsilon_{max}=E\frac{C}{\rho}=۲۰۰\times۱۰^{۳}\times\frac{۰/۲۲۵mm}{۱۰۰}=۴۵۰\ MPa$$

توجه شود که از ضخامت تسمه در مقابل شعاع قرقره برای محاسبه ρ صرف‌نظر شده است.

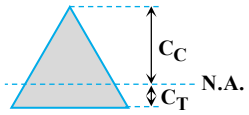
۱۰ـ گزینه «۳» گشتاور خمشی ماکزیمم حول تکیه‌گاه بوده که مساوی است با:

$$M_{max}=(qL)\times(۳L-L)=۲qL^{۲}$$

۱۱ـ گزینه «۱» در نقطه‌ی B، صفحه همچنان تخت و مستقیم بوده و شعاع انحناء آن بی‌نهایت می‌باشد. در نتیجه لنگر خمشی در این نقطه مساوی صفر است.

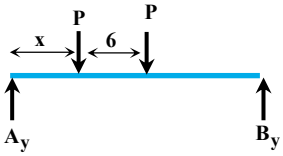
$$M=\frac{EI}{\rho}(\rho\to\infty\to M_B\to۰)$$

۱۲ـ گزینه «۴»



$$\frac{\sigma_{max_T}}{\sigma_{max_C}}=\frac{\frac{MC_T}{I}}{\frac{MC_C}{I}}=\frac{C_T}{C_C}=\frac{\frac{h}{۳}}{\frac{۲h}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

۱۳ـ گزینه «۳» ممان خمشی ماکزیمم در محل اثر بار اتفاق می‌افتد، بنابراین باید رابطه ممان خمشی را در این رابطه مقطع برحسب x به دست آورد و سپس با مشتق‌گیری و مساوی صفر قرار دادن آن، مقدار x مربوطه به دست می‌آید که به ازای آن، ممان خمشی، حداکثر مقدار خود را خواهد داشت. سپس x به دست آمده را در معادله ممان خمشی جایگزین می‌نماییم تا مقدار این ممان به دست آید.



$$\sum M_B=۰\Rightarrow A_y\times۲۴=۳(۲۴-x)+۳(۲۴-۶-x)\ \Rightarrow A_y=\frac{۱}{۸}(۴۲-۲x)$$

مقدار لنگر خمشی در نقطه اثر نیروی اول $M=A_yx=\frac{۱}{۸}(۴۲x-۲x^{۲})\Rightarrow\frac{dM}{dx}=۰\Rightarrow۴۲-۴x=۰\Rightarrow x=۱۰/۵\ m$

$$\Rightarrow M_{max}=\frac{۱}{۸}(۴۲\times۱۰/۵-۲\times۱۰/۵^{۲})=۲۷/۵۶\ \ kN.m$$

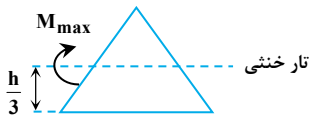
۱۴ـ گزینه «۱» طبق رابطه $\sigma=\frac{MC}{I}$، مقدار M و I برای کل مقطع است و در نتیجه برای تارهای تحت فشار یا کشش برابر می‌باشد، همچنین چون حداکثر فاصله از تار خنثی در ناحیه کششی و فشاری نیز با هم مساوی است، بنابراین تنش مجاز فشاری باید مساوی تنش مجاز کششی باشد.

۱۵ـ گزینه «۴» چون ابعاد سه تیر مساوی است بنابراین بیشترین تنش خمشی در تیری اتفاق می‌افتد که لنگر خمشی ماکزیمم آن بزرگ‌تر است. در موارد (الف) و (ج) ماکزیمم لنگر خمشی در زیر بار متمرکز اتفاق می‌افتد و در شکل (ب) نیز ماکزیمم لنگر خمشی در وسط تیر رخ می‌دهد.

$$(M_{max})_۱=A_y\times۱=۲۰\times۱=۲۰\ \ kN.m\ ,\ (M_{max})_۲=\frac{\omega L^{۲}}{۸}=\frac{۱۰\times۴^{۲}}{۸}=۲۰\ kN.m\ ,\ (M_{max})_۳=A_y\times۲=۱۰\times۲=۲۰\ \ kN.m$$

چون لنگر خمشی ماکزیمم در سه تیر برابر است بنابراین تنش خمشی ماکزیمم نیز در سه تیر مساوی می‌باشد.

۱۶ـ گزینه «۱» حداکثر تنش کششی در وسط تیر و در پایین مقطع (بر روی قاعده مثلث) ایجاد می‌شود که مقدار آن توسط رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I} \quad , \quad M_{max}=\frac{WL^{۲}}{۸}$$

$$C=\frac{h}{۳} \quad , \quad I=\frac{bh^{۳}}{۳۶}$$

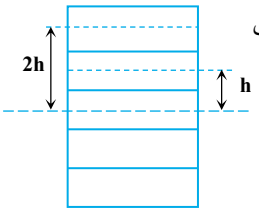
$$\Rightarrow\sigma_{max}=\frac{\frac{WL^{۲}}{۸}\times\frac{h}{۳}}{\frac{bh^{۳}}{۳۶}}\Rightarrow W=\frac{۱۰۰\times\frac{۲۰\times۳۰^{۳}}{۳۶}}{\frac{۱۰۰۰^{۲}}{۸}\times\frac{۳۰}{۳}}=۱/۲\frac{N}{mm}\times\frac{۱۰^{۳}}{۱۰^{۳}}=۱/۲ \quad \text{یا} \quad W=۱/۲\frac{kN}{m}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

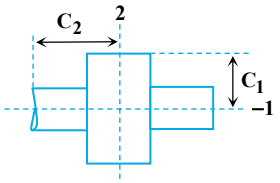
۱۷ـ گزینه «۲» ظرفیت خمشی تیر با مدول مقطع تعیین می‌شود، چون لایه‌های تیر کاملاً به هم متصل شده‌اند، بنابراین:

$$S_۲=\frac{I_۲}{C_۲}\ ,\ I_۲=۲\left\{\frac{۱}{۱۲}bh^۳+bh(۲h)^۲\right\}+۲\left\{\frac{۱}{۱۲}bh^۳+bh(h)^۲\right\}+\frac{bh^۳}{۱۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲۵bh^۳}{۱۲}\quad ,\quad C_۲=\frac{۵h}{۲}$$



$$\left.\begin{array}{l} S_۲=\dfrac{\frac{۱۲۵bh^۳}{۱۲}}{\frac{۵}{۲}h}=\frac{۲۵}{۶}bh^۲=\frac{۲۵}{۶}Ah \\ \text{تیر ساده (تک لایه)}\quad S_۱=\dfrac{I_۱}{C_۱}=\dfrac{bh^۲}{۶}=\dfrac{۱}{۶}Ah \end{array}\right\}\Rightarrow\frac{S_۲}{S_۱}=۲۵$$

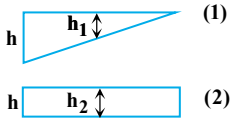
۱۸ـ گزینه «۳» لنگر خمشی حول محورهای (۱) و (۲) برابر می‌باشد، در نتیجه نسبت تنش خمشی برابر است با:



$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱}=\frac{M_۲}{M_۱}\times\frac{C_۲}{C_۱}\times\frac{I_۱}{I_۲}=۱\times\frac{\frac{۳}{۲}a}{a}\times\frac{\frac{۱}{۱۲}\times a\times(۲a)^۳+۲\times\frac{۱}{۱۲}\times a\times a^۳}{\frac{۱}{۱۲}\times۲a\times a^۳+۲\times[\frac{۱}{۱۲}\times a^۴+a^۲\times a^۲]}$$

$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱}=\frac{۳}{۲}\times\frac{\frac{۲}{۳}a^۴+\frac{۱}{۶}a^۴}{\frac{۱}{۶}a^۴+\frac{۱۳}{۶}a^۴}=\frac{۳}{۲}\times\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۱۴}{۶}}=\frac{۱۵}{۲۸}\Rightarrow\frac{\sigma_۱}{\sigma_۲}=\frac{۲۸}{۱۵}$$

۱۹ـ گزینه «۱»



$$\frac{h_۱}{h}=\frac{\frac{L}{۲}}{L}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow h_۱=\frac{h}{۲}\qquad(۱)\ ,\quad h_۲=h\xrightarrow{(۱)}h_۲=۲h_۱\ ,A=bh\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{h_۲}{h_۱}=۲$$

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}=\frac{۶M}{Ah}\quad ;\quad \frac{\sigma_{max۱}}{\sigma_{max۲}}=\frac{M_۱}{M_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{h_۲}{h_۱}=۱\times۲\times۲=۴$$

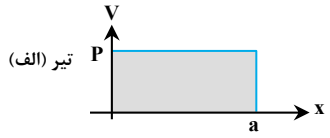
۲۰ـ گزینه «۲» اگر سهم جداره‌های افقی و قائم طبق فرض مسئله برابر باشد آنگاه می‌توان نوشت:

$$\sigma=\frac{MC}{I}\Rightarrow M=\sigma\frac{I}{C}$$

اگر از توان‌های دوم به بالای $t_۱$ و $t_۲$ نسبت به سایر جمله‌ها صرف‌نظر نماییم، داریم:

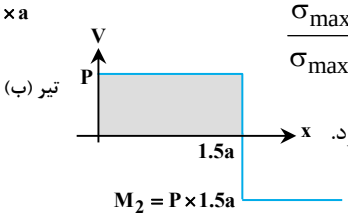
$$M_۲=M_۱\Rightarrow\sigma\frac{I_۲}{C_۲}=\sigma\frac{I_۱}{C_۱}\Rightarrow۲\times\frac{۱}{۱۲}\times t_۲a^۳\times\frac{۱}{\frac{a}{۲}}=۲\times[\frac{۱}{۱۲}at_۱^۳+at_۱\times\frac{a^۲}{۴}]\times\frac{۱}{\frac{a}{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۶}t_۲a^۳=\frac{t_۱}{۲}a^۳\Rightarrow\frac{t_۲}{t_۱}=۳$$

۲۱ـ گزینه «۴» مقدار لنگر خمشی ماکزیمم در زیر نیروهای متمرکز ایجاد شده که مقدار آن مساوی مساحت زیر نمودار نیروی برشی است.



$$\frac{\sigma_{max۱}}{\sigma_{max۲}}=\frac{M_۱}{M_۲}\times\frac{C_۱}{C_۲}\times\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{Pa}{۱/۵Pa}\times\frac{\frac{a}{۲}}{\frac{a\sqrt{۲}}{۲}}\times۱=\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۳}\Rightarrow\frac{\sigma_{max۲}}{\sigma_{max۱}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

لنگر خمشی ماکزیمم در دو تیر را می‌توان طبق فرمول یا نمودارهای برش آن‌ها به دست آورد.



۲۲ـ گزینه «۴» چون ابعاد سطح مقطع دو تیر یکسان است، در نتیجه $C_a=C_s\ ,\ I_a=I_s$، از طرفی لنگر خمشی ماکزیمم در تیر متناسب با $\omega L^۲$ بوده که ω وزن واحد طول تیر می‌باشد. و در نتیجه لنگر خمشی متناسب با وزن مخصوص تیر است.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_s}=\frac{M_a\frac{C_a}{I_a}}{M_s\frac{C_s}{I_s}}=\frac{M_a}{M_s}=\frac{\omega_a}{\omega_s}=\frac{\gamma_a}{\gamma_s}=\frac{۱}{۳}$$

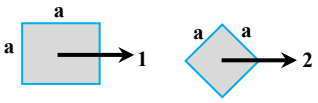
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳ـ گزینه «۲» چون ارتباط بین میله‌های ۱ و ۲ توسط میله صلب می‌باشد، در نتیجه خیز دو میله مساوی است، از طرفی خیز تیر یک سر گیردار تحت نیروی متمرکز مساوی است با: $\frac{FL^3}{3EI}$

$$y=\frac{F_1L^3}{3EI_1}=\frac{F_2L^3}{3EI_2}\Rightarrow\frac{F_1}{F_2}=\frac{I_1}{I_2}=(\frac{2d}{d})^4=16\Rightarrow\frac{M_1}{M_2}=\frac{F_1L}{F_2L}=16\Rightarrow\frac{\sigma_{max_1}}{\sigma_{max_2}}=\frac{M_1}{M_2}\times\frac{C_1}{C_2}\times\frac{I_2}{I_1}=16\times\frac{2d}{d}\times\frac{1}{16}=2$$

۲۴ـ گزینه «۲» (ممان اینرسی مربع حول محور نصف‌کننده اضلاعش و حول قطرش مساوی است. $I_1=I_2$)



$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\Rightarrow M=\sigma_{max}\frac{I}{C}\quad;\quad\frac{M_1}{M_2}=\frac{I_1}{I_2}\times\frac{C_2}{C_1}=1\times\frac{a\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}}=\sqrt{2}$$

۲۵ـ گزینه «۲» لنگر خمشی موجود در تیر ناشی از نیروی وزن و بار متمرکز وارد شده بر وسط تیر است. که مقدار ماکزیمم آن براساس مدول مقطع و تنش تسلیم تعیین می‌شود.

$$\sigma_y=\frac{MC}{I}=\frac{M}{S}\Rightarrow M=30000\times29/4=882000\ \text{lb.in}$$

$$\left.\begin{array}{l}M_{max}=\text{(گشتاور خمشی ماکزیمم ناشی از وزن)}\frac{\omega L^2}{8}+\text{(گشتاور خمشی ماکزیمم ناشی از نیروی P)}\frac{PL}{4}=\frac{35\times10^2\times12}{8}+\frac{P\times10\times12}{4}=5250+30P\end{array}\right\}\Rightarrow$$

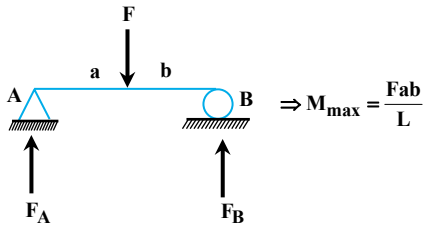
ضریب ۱۲ در رابطه بالا برای تبدیل واحد ft به in می‌باشد.

$$5250+30P=882000\Rightarrow P=29225\ \text{lb.in}$$

۲۶ـ گزینه «۳» در مقطع جدار نازک دایروی تحت لنگر پیچشی امکان ایجاد Warping وجود دارد (در صورتی که ضخامت ناچیز باشد.) اما در مورد گزینه (۲)، موقعیت تار خنثی وابسته به نوع بارگذاری است. به عنوان مثال در خمش خالص یک تیر در محدوده الاستیک تار خنثی از مرکز سطح مقطع می‌گذرد. اما در خمش همراه با بار محوری، تار خنثی از مرکز سطح مقطع عبور نکرده حتی ممکن است در خارج مقطع قرار گیرد.

۲۷ـ گزینه «۳» برای محاسبه حداکثر بار مجاز F، باید تنش را در مقطعی که گشتاور خمشی تیر در آن ماکزیمم است تعیین نماییم (این تنش در محل اعمال بار F رخ می‌دهد):

$$\sum M_B=0\Rightarrow F_AL=Fb\Rightarrow F_A=\frac{Fb}{L}\quad;\quad\sum M_A=0\Rightarrow F_B=\frac{Fa}{L}$$



$$\Rightarrow M_{max}=\frac{Fab}{L}$$

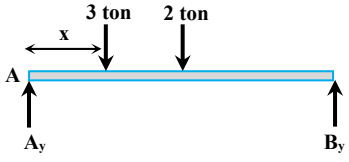
$$\left.\begin{array}{l}\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\\M_{max}=\frac{Fab}{L}\end{array}\right\}\Rightarrow\sigma_{max}=\frac{\frac{Fab}{L}\times C}{I}\Rightarrow F=\frac{\sigma_{max}I\times L}{abC}$$

$$\Rightarrow F=\frac{100\times10\times10^{-5}\times10^{12}\ mm^4\times(2a)}{a\times a\times70}=\frac{10^{10}}{35a}$$

طول تیر مشخص نشده است. اگر a مساوی ۱m در نظر گرفته شود، در نتیجه نیروی F مساوی است با:

$$F=285/7\times10^3\ N=285/7kN$$

۲۸ـ گزینه «۲» $\sum M_B=0\Rightarrow-6A_y+3(6-x)+2(4/5-x)=0\Rightarrow A_y=4/5-\frac{5}{6}x$ در فاصله بین نیروی ۳ton و A_y لنگر خمشی مساوی است با:



$$M_1=A_yx=4/5x-\frac{5}{6}x^2\xrightarrow[\text{مشتق گرفته شده و مساوی صفر قرار داده شود}]{\text{برای تعیین موقعیت لنگر خمشی ماکزیمم کافی است از آن نسبت به x}}$$

$$\frac{dM_1}{dx}=0\Rightarrow4/5-\frac{5}{3}x=0\Rightarrow x=2/7m=270cm$$

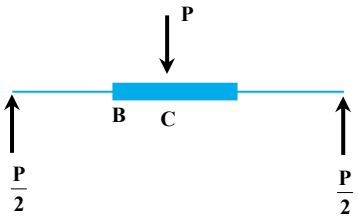
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۹ـ گزینه «۲»

$$\varepsilon_{max}=\frac{C}{\rho}\Rightarrow\rho=\frac{C}{\varepsilon}\xrightarrow{C=\frac{d}{2}}\rho=\frac{d}{2\varepsilon}\quad;\quad L=2\pi\rho\Rightarrow L=2\pi\times\frac{d}{2\varepsilon}\Rightarrow L=\frac{\pi d}{\varepsilon}$$

۳۰ـ گزینه «۳» با توجه به تقارن مسئله، نیرو در تکیه‌گاه‌ها مساوی می‌باشد و مقدار آن برابر با $\frac{P}{2}$ است. اگر ارتفاع مقطع B را h فرض نماییم با عرض b، ارتفاع مقطع C برابر 2h با همان عرض b می‌باشد.



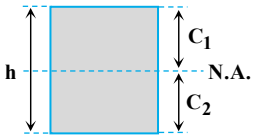
$$\sigma_C=\frac{M_C}{S_C}\;;M_C=\frac{P}{2}\times\frac{L}{2}=\frac{PL}{4}\quad;\quad S_C=\frac{1}{6}Ah'=\frac{1}{6}\times b(2h)2h=\frac{4bh^2}{6}=\frac{2}{3}bh^2$$

$$\sigma_B=\frac{M_B}{S_B}\;;M_B=\frac{P}{2}\times\frac{L}{4}=\frac{PL}{8}\quad;\quad S_B=\frac{1}{6}Ah=\frac{1}{6}\times bh^2$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_C}{\sigma_B}=\frac{M_C}{M_B}\times\frac{S_B}{S_C}=\frac{\frac{PL}{4}}{\frac{PL}{8}}\times\frac{\frac{1}{6}bh^2}{\frac{2}{3}bh^2}=\frac{1}{2}$$

۳۱ـ گزینه «۳»

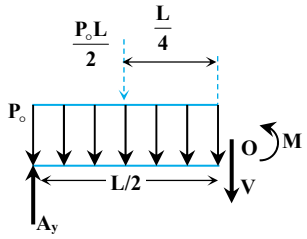
$$\varepsilon_1=0/002\quad,\quad\varepsilon_2=0/003$$



$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1&=\frac{C_1}{\rho}\\ \varepsilon_2&=\frac{C_2}{\rho}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\varepsilon_1+\varepsilon_2=\frac{C_1+C_2}{\rho}$$

$$\Rightarrow\rho=\frac{h}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}=\frac{300}{0/005}\Rightarrow\rho=6\times10^4\ mm=60\ m$$

۳۲ـ گزینه «۱» در تیر با بارگذاری متقارن، لنگر خمشی در وسط تیر ماکزیمم بوده و بنابراین برای محاسبه آن کافی است در وسط تیر برشی زده و معادله تعادل گشتاور را نوشته تا گشتاور خمشی حداکثر به دست آید.



$$\sum M_O=0\Rightarrow M_{max}=A_y\times\frac{L}{2}-\frac{P_0L}{2}\times\frac{L}{4}\quad,\quad A_y=\frac{P_0L}{2}\Rightarrow M_{max}=\frac{P_0L^2}{8}$$

بار متمرکز معادل برای بار گسترده برای نیمی از تیر با خطچین نشان داده شده است.

۳۳ـ گزینه «۲»

$$\sigma=E\varepsilon\Rightarrow\sigma=E\frac{C}{\rho}$$

$$\rho=\frac{D}{2}=\frac{400}{2}=200\quad,\quad C=\frac{d}{2}=0/25mm\Rightarrow\sigma=200\times10^3\times\frac{0/25}{200}=250\ MPa$$

۳۴ـ گزینه «۱»

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\Rightarrow M=\sigma_{max}\frac{I}{C}=\sigma_{max}\times\frac{\frac{\pi}{4}(R_2^4-R_1^4)}{R_2}\Rightarrow M=200\times\frac{\frac{\pi}{4}(40^4-20^4)}{40}=9/42\times10^6\ N.mm\Rightarrow M=9420\ N.m$$

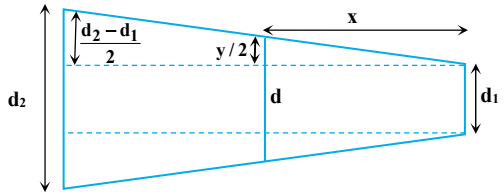
۳۵ـ گزینه «۲» حداکثر لنگر مجاز را براساس تنش مجاز کوچک‌تر که مساوی 120 MPa است به دست می‌آوریم.

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\Rightarrow120=\frac{M\times200}{200\times10^{-6}\times10^{12}\ mm^4}\Rightarrow M=120\times10^6\ N.mm=120\ kN.m$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ گزینه «۳» با توجه به تشابه مثلث می‌توان قطر محور را در یک مقطع دلخواه به فاصله x از نقطه اثر اعمال نیرو به دست آورد.



$$\frac{y}{d_2-d_1}=\frac{x}{L}\Rightarrow y=(d_2-d_1)\frac{x}{L}\ ;\ d=d_1+y=d_1+(d_2-d_1)\frac{x}{L}$$

$$\sigma=\frac{MC}{I}=\frac{wx\times\frac{d}{2}}{\frac{\pi}{64}d^4}=\frac{wx}{\frac{\pi}{32}d^3}=\frac{wx}{\frac{\pi}{32}[d_1+(d_2-d_1)\frac{x}{L}]^3}$$

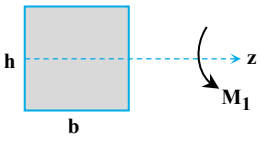
۳۷ـ گزینه «۴» به دلیل آنکه سطح مقطع دو تیر یکی است، بنابراین اساس مقطع برای هر دو تیر یکسان می‌باشد و نسبت تنش خمشی ماکزیمم در دو تیر مساوی نسبت لنگر خمشی ماکزیمم در دو تیر خواهد بود.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{M_1}{M_2}\qquad (1)$$

لنگر خمشی ماکزیمم در تیر (الف) در زیر بار متمرکز و در تیر بالکن‌دار یا تیر (ب) در تکیه‌گاه‌ها اتفاق می‌افتد.

$$M_1=A_y\times a=\frac{P}{2}a\ ,\ M_2=M_A=\frac{P}{2}\times\frac{a}{2}\qquad (2)\ ,\ (2),(1)\Rightarrow\ \frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{M_1}{M_2}=\frac{\frac{P}{2}a}{\frac{P}{2}\times\frac{a}{2}}=2$$

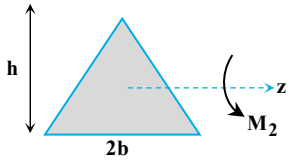
۳۸ـ گزینه «۴» چون لنگر خمشی مثبت است، بنابراین ناحیه کششی در بالای تار خنثی و ناحیه فشاری در پایین تار خنثی واقع است. در صورتی که تنش مجاز کششی برابر σ باشد، می‌توان نوشت:



$$(\sigma_{max})_C^{\text{مستطیل}}=2\sigma=\frac{M_1\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3}\Rightarrow M_1=\frac{bh^2\sigma}{3}$$

$$(\sigma_{max})_T^{\text{مستطیل}}=\sigma=\frac{M_1\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3}=\frac{6M_1}{bh^2}\Rightarrow M_1=\frac{bh^2\sigma}{6}$$

$\Rightarrow$ مقدار مجاز گشتاور برای مقطع مستطیلی برابر $\frac{bh^2\sigma}{6}$ می‌باشد که مقدار کوچک‌تر است.



$$(\sigma_{max})_T^{\text{مثلث}}=\sigma=\frac{M_2\frac{2h}{3}}{\frac{2bh^3}{36}}=\frac{12M_2}{bh^2}\Rightarrow M_2=\frac{bh^2\sigma}{12}$$

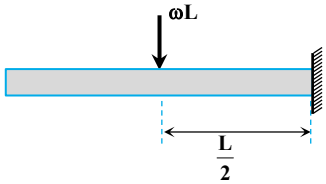
$$(\sigma_{max})_C^{\text{مثلث}}=2\sigma=\frac{M_2\frac{h}{3}}{\frac{2bh^3}{36}}=\frac{6M_2}{bh^3}\Rightarrow M_2=\frac{bh^2\sigma}{3}$$

$\Rightarrow$ مقدار مجاز گشتاور برای مقطع مثلث $\frac{bh^2\sigma}{12}$ می‌باشد. (مقدار کوچک‌تر)

بنابراین نسبت لنگر خمشی مجاز مقطع مستطیلی به مقطع مثلثی برابر می‌شود با:

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{\frac{bh^2\sigma}{6}}{\frac{bh^2\sigma}{12}}=2$$

۳۹ـ گزینه «۱» حداکثر گشتاور خمشی در تکیه‌گاه به وقوع می‌پیوندد.



$$h=2b\ \Rightarrow\ A=bh=2b^2\qquad ,\qquad M=\frac{\omega L^2}{2}=\frac{30\times3000^2}{2}=135\times10^6\ \text{N.mm}$$

$$S=\frac{I}{C}=\frac{1}{6}Ah$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}=\frac{6M}{Ah}\Rightarrow 150=\frac{6\times 135\times 10^{6}}{2b^{2}\times 2b}\Rightarrow b=\sqrt[3]{\frac{6\times 135\times 10^{6}}{4\times 150}}=110\Rightarrow h=220$$

در تبدیل واحد $\frac{kN}{m}$ معادل $\frac{N}{mm}$ می‌باشد.

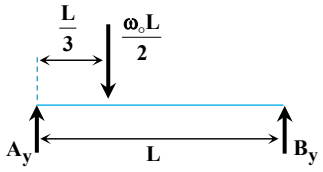
۴۰ـ گزینه «۳» سطح مقطع دو تیر یکسان بوده بنابراین $A_1=A_2$ و $h_1=h_2$ است، از طرفی لنگر خمشی در وسط تیر ساده ماکزیمم شده و در تیر یکسر گیردار در تکیه‌گاه لنگر خمشی ماکزیمم می‌شود، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\sigma=\frac{6M}{Ah}\Rightarrow\frac{6M_1}{A_1h_1}=\frac{6M_2}{A_2h_2}\Rightarrow M_1=M_2\Rightarrow\frac{\omega_0L_1^{2}}{8}=\frac{\omega_0L_2^{2}}{2}\Rightarrow\frac{L_1^{2}}{L_2^{2}}=4\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=2$$

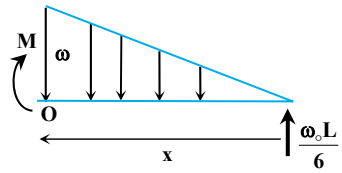
طبق فرض مسئله: $\sigma_{max_1}=\sigma_{max_2}$ ،

۴۱ـ گزینه «۲»

$$\sum M_A=0\Rightarrow B_y\times L-\frac{\omega_0L}{2}\times\frac{L}{3}=0\Rightarrow B_y=\frac{\omega_0L}{6}$$



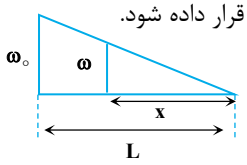
در یک مقطع دلخواه به فاصله x از تکیه‌گاه B برش زده، سپس با نوشتن معادله تعادل می‌توان گشتاور خمشی داخلی در مقطع برش خورده را به دست آورد. اما از طرفی مقدار بار گسترده در مقطع برش خورده را می‌توان طبق قانون تشابه مثلث برحسب W_0 بیان نمود: (بار معادل متمرکز بار گسترده در مقطع برش خورده مقابل، برابر مساحت داخل بار گسترده است که در فاصله $\frac{2x}{3}$ از نقطه B قرار دارد.)



$$\sum M_O=0\Rightarrow M=\frac{\omega_0L}{6}x-\frac{\omega x}{2}\times\frac{x}{3}$$

طبق تشابه مثلث: $\frac{\omega}{\omega_0}=\frac{x}{6}\Rightarrow\omega=\frac{\omega_0x}{6}\Rightarrow M=\frac{\omega_0L}{6}x-\frac{\omega_0x^{3}}{36}$

برای تعیین موقعیت گشتاور خمشی ماکزیمم کافی است از معادله لنگر خمشی نسبت به x مشتق گرفته و مساوی صفر قرار داده شود.



$$\frac{dM}{dx}=0\Rightarrow\frac{\omega_0L}{6}-\frac{\omega_0x^{2}}{12}=0\Rightarrow x^{2}=2L$$

$$x=\sqrt{2L}\Rightarrow x=\sqrt{12}=3/46\Rightarrow \text{فاصله تا تکیه‌گاه A}\ 6-3/46=2/6\,m$$

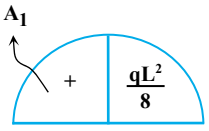
۴۲ـ گزینه «۲» منحنی تغییرات لنگر خمشی تیر را می‌توان به دو بخش مجزا تفکیک نمود:

۱ـ منحنی لنگر خمشی ناشی از بار گسترده یکنواخت

۲ـ منحنی لنگر خمشی ناشی از لنگرهای تکیه‌گاهی

برای محاسبه مقدار لنگر تکیه‌گاهی مساحت‌های زیر نمودار را مساوی هم قرار می‌دهیم.

(قاعده و اساس این روش در فصل ۶ مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد)

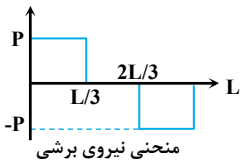


نمودار لنگر خمشی تیر تحت بار گسترده q

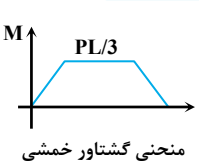
نمودار لنگر خمشی تیر تحت لنگرهای تکیه‌گاهی

$$A_1=A_2\Rightarrow ML=\frac{qL^{2}}{8}\times\frac{2}{3}L\Rightarrow M=\frac{qL^{2}}{12};\quad \sigma_{max}=\frac{M}{S}\Rightarrow 150\times10^{3}=\frac{M}{S}\Rightarrow 150\times10^{3}=\frac{q\times\frac{6^{2}}{12}}{10^{-3}}\Rightarrow q=50\,kN.m$$

۴۳ـ گزینه «۱» خمش خالص زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار نیروی برشی صفر بوده اما لنگر خمشی مخالف صفر باشد. در تیر شکل (۱) بین دو نیروی خارجی چنین مشخصاتی وجود دارد.



منحنی نیروی برشی



منحنی گشتاور خمشی

۴۴ـ گزینه «۲»

$$I=\frac{\pi}{64}(d_2^{4}-d_1^{4})=\frac{\pi}{64}(50^{4}-40^{4})=\frac{369\pi}{64}\times10^{4}\,mm^{4}\quad;\quad d_1=50-2\times5=40\,mm\ ,\ d_2=50\,mm$$

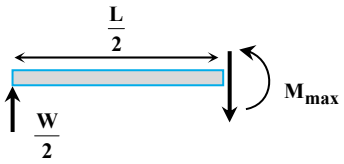
$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\Rightarrow 100=\frac{M\times25}{\frac{369\pi\times10^{4}}{64}}\Rightarrow M=72453\,N.mm\Rightarrow M=724/5\,N.m$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۵ـ گزینه «۱» مقدار لنگر خمشی در زیر بار W ماکزیمم می‌شود و مقدار آن برابر است با:



$$M_{max} = A_y \frac{L}{2} = \frac{W}{2} \times \frac{L}{2} = \frac{WL}{4}$$

$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} \Rightarrow 100 = \frac{\frac{WL}{4} \times 50}{2/0 \times 10^{-6} \times 10^{12}\ mm} \Rightarrow 100 = \frac{W \times 40000 \times 12/5}{2 \times 10^{6}} \Rightarrow W = 4000N \Rightarrow W = 4kN$$

۴۶ـ گزینه «۲» گشتاور خمشی ماکزیمم در تکیه‌گاه به وقوع پیوسته که مقدار آن مساوی است با:

$$M_{max} = \omega L \times \frac{L}{2} = \frac{\omega L^2}{2}$$

اما حداکثر تنش خمشی در حداکثر فاصله از تار خنثی یعنی در رأس مثلث اتفاق می‌افتد. بنابراین مقدار تنش خمشی حداکثر برابر است با:

$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{\frac{\omega L^2}{2} \times \frac{2h}{3}}{I} = \frac{23/4 \times 1^2 \times 2 \times 7/5 \times 10^{-2}}{2 \times 3 \times 1/17 \times 10^{-6}} \Rightarrow \sigma_{max} = 500000Pa = 500kPa$$

۴۷ـ گزینه «۱» مقطعی تحت تنش محوری کمتری می‌باشد که دارای مدول مقطع بالاتری است. از طرفی مدول مقطع وابسته به مساحت سطح مقطع و ارتفاع مقطع است. با توجه به محاسبات زیر مقطع (a) به دلیل توپر بودن و بالا بودن ارتفاع مقطعش از بقیه مقاطع در برابر خمش مقاوم‌تر است. $\sigma_{max} = \frac{M}{S}$

$$S_{(a)} = \frac{I}{C} = \frac{\frac{1}{12}(2a)(3a)^3}{\frac{3a}{2}} = 3a^3 \quad ; \quad S_{(c)} = \frac{I}{C} = \frac{\frac{\pi}{4}((1/5a)^4 - a^4)}{1/5a} = 2/13a^3$$

$$S_{(b)} = \frac{I}{C} = \frac{\frac{1}{12}(3a)(2a)^3}{\frac{2a}{2}} = 2a^3 \quad ; \quad S_{(d)} = \frac{I}{C} = \frac{\frac{\pi}{4}(1/5a)^4 - \frac{1}{12}a^4}{1/5a} = 2/59a^3$$

۴۸ـ گزینه «۳» اگر میله‌ای تحت کوپل پیچشی قرار گیرد تنش فشاری ماکزیمم در آن مساوی تنش برشی ماکزیمم است، در نتیجه:

$$\frac{\sigma_{max_1}}{\sigma_{max_2}} = ?$$

$\sigma_{max_2} = \tau_{max_2}$ (در میله تحت پیچش خالص)

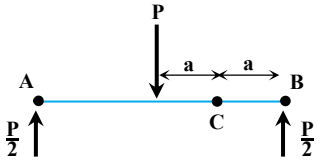
$$\frac{\sigma_{max_1}}{\sigma_{max_2}} = \frac{\frac{MC}{I}}{\frac{T}{2At}} = \frac{MR \times 2(\pi R^2)t}{T \times \pi R^3 t} = 2$$

برای تعیین ممان اینرسی لوله جدار نازک می‌توان از ممان اینرسی دایره توپر دیفرانسیل‌گیری نمود و به جای dR، t جایگزین نمود.

$I = d$ ممان اینرسی لوله جدار نازک $I) = d(\frac{\pi}{4}R^4) = \pi R^3 dR \Rightarrow I = \pi R^3 t$ ممان اینرسی دایره توپر

در مقطع لوله مساحت داخل خطچین مرکزی مساوی $A = \pi R^2$ بوده و ممان اینرسی نیز برابر $I = \pi R^3 t$ می‌باشد.

۴۹ـ گزینه «۱» میله AB را جدا کرده و معادله تعادل در راستای y را برای آن نوشته تا نیروهای عمودی در مفاصل A و B به دست آید:

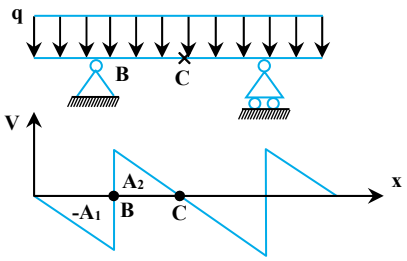


$$M_C = \frac{Pa}{2} \quad ; \quad \sigma_C = \frac{M_C C}{I} = \frac{M_C \times \frac{b}{2}}{\frac{b^4}{12}} = \frac{3Pa}{b^3}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۰ـ گزینه «۳» **روش اول:** برای مساوی بودن تنش‌ها باید گشتاور خمشی در نقاط B ,C مساوی باشند چرا که به دلیل ثابت بودن مقطع، مدول مقطع در طول تیر ثابت است: $M_B = M_C$



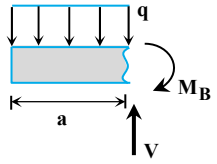
از استاتیک می‌دانیم که گشتاور خمشی در هر نقطه برابر مساحت زیر منحنی نیروی برشی تا نقطه مورد نظر است، لذا از روی نمودار نیروی برشی نتیجه می‌شود که:

$$\left.\begin{matrix} M_B = A_1 \\ M_C = A_2 - A_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow M_B = M_C \Rightarrow A_1 = A_2 - A_1$$

$$\Rightarrow \frac{qa^2}{2} = -\frac{qa^2}{2} + \frac{qL}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow qa^2 = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow \frac{a}{L} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

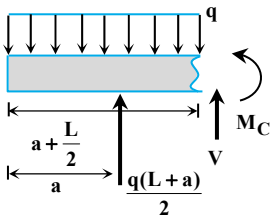
روش دوم: در نقاط B ,C برش می‌زنیم و گشتاورهای خمشی در این مقاطع را به دست می‌آوریم:

برش در B :



$$M_B = qa \times \frac{a}{2} = \frac{qa^2}{2}$$

برش در C :



$$M_C = -\frac{q(a+\frac{L}{2})^2}{2} + \frac{q(L+2a)}{2} \times \frac{L}{2}$$

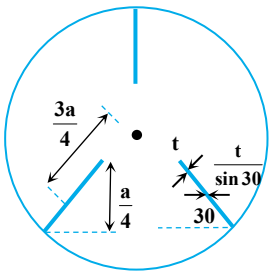
$$M_B = M_C \Rightarrow \frac{qa^2}{2} = -\frac{q(a+\frac{L}{2})^2}{2} + \frac{q(L+2a)L}{4}$$

$$\Rightarrow qa^2 = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow \frac{a}{L} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

۵۱ـ گزینه «۳» اگر اساس مقطع دو تیر مساوی باشد، آنگاه مقاومت خمشی آن‌ها با هم یکسان است.

$$\text{دایره } S = \text{مستطیل } S \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{4}R^4}{R} = \frac{\frac{1}{12}bh^3}{\frac{h}{2}} \Rightarrow \frac{\pi}{4}R^3 = \frac{2}{3}b^3 \xrightarrow{h=2b} \frac{b}{R} = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{8}} = \frac{\sqrt[3]{3\pi}}{2}$$

۵۲ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.



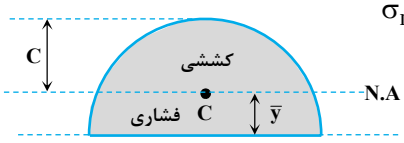
$$I = \text{پره‌ها } I + \text{حلقه } I$$

$$I = \pi a^3 t + [\frac{1}{12}(\frac{a}{2})^3 t + (\frac{a}{2}t)(\frac{3a}{4})^2] + 2[\frac{1}{12}(\frac{a}{4})^3 \frac{t}{\sin 30^\circ} + t\frac{a}{2}(\frac{3a}{8})^2]$$

$$\Rightarrow I = a^3 t \times 3/579$$

$$\sigma_{max} = \frac{Ma}{I} = \frac{M}{a^2 t \times 3/579} \cong 0/2794\frac{M}{a^2 t}$$

۵۳ـ گزینه «۴»



$$\sigma_{max} = E\varepsilon_{max} = E\frac{C}{\rho}$$

$$C = R - \frac{4R}{3\pi} = 12 - \frac{4 \times 12}{3 \times 3} = 6/67\text{mm}$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = 700 \times 10^3 \text{ MPa} \times \frac{6/67\text{mm}}{\frac{10}{3} \times 1000\text{ mm}} = 140\text{ MPa}$$

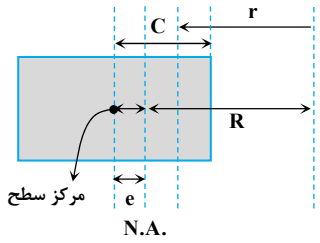
۵۴ـ گزینه «۲» ممان اینرسی مربع حول قطرش مساوی ممان اینرسی مربع حول محور افقی گذرنده از مرکز سطحش است. در نتیجه:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{MC_1}{I_1}}{\frac{MC_2}{I_2}} = \frac{C_1}{C_2}\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \xrightarrow{I_1=I_2} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



۵۵ـ گزینه «۳» تنش در میله‌های خمیده از رابطه $\sigma = \frac{M(R-r)}{Aer}$ به دست می‌آید. هر چقدر مقدار r کوچک‌تر باشد، تنش برای تارهای داخلی تیر بزرگ‌تر است. از طرفی تنش در قسمت تقعر تیر بیشتر از بخش تارهای بیرونی تیر است.

۵۶ـ گزینه «۴»

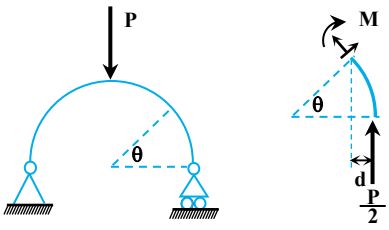
$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{F.S.} = \frac{۳۰۰}{۳} = ۱۰۰MPa \ , \ \sigma_{all} = \frac{MC}{I} \Rightarrow ۱۰۰\times۱۰^{۶}\ Pa = \frac{M\times ۰/۰۶}{۶\times۱۰^{-۶}\ m^{۴}} \Rightarrow M = ۱۰۰۰۰N.m \Rightarrow M = ۱۰\ kN.m$$

۵۷ـ گزینه «۴» برای محاسبه تغییرات طول ابتدا باید کرنش محوری محاسبه شود. چون مقدار کرنش در طول تیر ثابت است، بنابراین با ضرب کردن مقدار کرنش در طول تیر، تغییرات طول تیر به دست می‌آید.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{MC}{EI} = \frac{Mb}{E\times\frac{b(۲b)^{۳}}{۱۲}} = \frac{۳M}{۲Eb^{۳}} \quad \Rightarrow \quad \Delta L = \varepsilon_x L = \frac{۳}{۲}\frac{ML}{Eb^{۳}} = \frac{۶}{۴}\frac{ML}{Eb^{۳}}$$

۵۸ـ گزینه «۱» در نقطه‌ی تماس تیر با زمین به دلیل آنکه زمین سطحی تخت فرض می‌شود، شعاع انحناء تیر بی‌نهایت بوده در نتیجه گشتاور خمشی مساوی صفر است. $(M = \frac{EI}{\rho})$ $(\rho \to \infty \Rightarrow M \to ۰)$

۵۹ـ گزینه «۲»

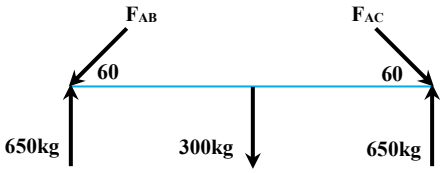


$$M = \frac{P}{۲}d \ \Rightarrow M = \frac{P}{۲}(R - R\cos\theta)$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{\frac{PR}{۲}(۱-\cos\theta)r}{\frac{\pi}{۴}r^{۴}} = \frac{۲PR(۱-\cos\theta)}{\pi r^{۳}}$$

برای اینکه σ ماکزیمم گردد، $\cos\theta$ باید صفر شود پس: $\cos\theta = ۰ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{۲PR}{\pi r^{۳}}$

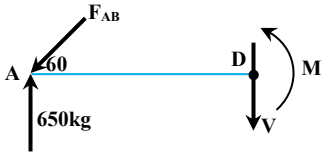
۶۰ـ گزینه «۳» ابتدا با نوشتن معادله تعادل نیرو در میله‌های AB و AC به دست آورده می‌شود.



به دلیل تقارن : $F_{AB} = F_{AC}$

$$\sum F_y = ۰ \ \Rightarrow ۲F_{AB}\sin۶۰ + ۳۰۰ = ۱۳۰۰ \Rightarrow F_{AB} = \frac{۱۰۰۰}{۲\sin۶۰} = \frac{۱۰۰۰}{\sqrt{۳}}kg$$

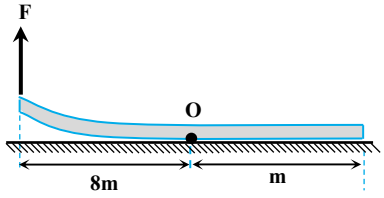
عضو AC را در مقطع D برش زده و بخش AD را رسم می‌نماییم، سپس معادله تعادل را می‌نویسیم:



$$\sum M_D = ۰ \Rightarrow M - ۶۵۰\times۲۰۰ + \frac{۱۰۰۰}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲۰۰ = ۰ \Rightarrow \ M = ۱۵۰\times۲۰۰kg.cm$$

$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{۱۵۰\times۲۰۰\times۳}{\frac{۶^{۴}}{۱۲}} = ۸۳۳\frac{kg}{cm^{۲}}$$

۶۱ـ گزینه «۳» نقطه O نقطه‌ای از تیر بوده که منحنی تیر بر بستر زمین مماس شده است.



در نقطه‌ی O : $\rho = \infty \Rightarrow \frac{۱}{\rho} = ۰ = \frac{M}{EI} \Rightarrow M = ۰$

$$\sum M_O = ۰ \Rightarrow -F\times۸ + W\times۴ = ۰ \qquad (۱)$$

W وزن بخشی از تیرآهن است که از روی زمین بلند شده است. $W = \frac{۸}{۱۲}\times۲۴۰۰ = ۱۶۰۰N$

$(۱) \Rightarrow F = ۸۰۰N$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۲ـ گزینه «۱» چون تنش مجاز کششی کوچک‌تر از تنش مجاز فشاری است مقدار نیروی مجاز F را با استفاده از تنش مجاز کششی به دست می‌آوریم. از طرفی دیگر گشتاور خمشی ماکزیمم در تکیه‌گاه سمت چپ ایجاد می‌شود، در نتیجه:

$$M_{max} = F\times ۱۰۰cm = ۱۰۰F$$

$$\sigma_{max\,T} = \frac{MC}{I} \Rightarrow ۴۰\frac{kg}{cm^۲} = \frac{(F\times ۱۰۰)۱۰}{\frac{۱}{۱۲}\times ۱۲\times ۲۰^۳} \Rightarrow F = ۳۲۰\,kg$$

۶۳ـ گزینه «۱» چون بارگذاری یکسان است، نسبت تنش خمشی در آن‌ها با عکس مدول مقطع متناسب است.

$$\frac{\sigma_{max۱}}{\sigma_{max۲}} = \frac{\frac{M_۱}{S_۱}}{\frac{M_۲}{S_۲}} = \frac{S_۲}{S_۱} = \frac{\frac{۱}{۶}A_۲h_۲}{\frac{۱}{۶}A_۱h_۱} = \frac{(۲b\times \frac{b}{۲})۲b}{(b\times b)\times b} = ۲$$

۶۴ـ گزینه «۴» مقطع لوله در برابر خمش و پیچش همزمان مقاومت خوبی از خود نشان می‌دهد، اما مقطع I شکل در برابر خمش مقاوم‌تر از لوله است اما در پیچش بسیار ضعیف‌تر می‌باشد.

۶۵ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. شعاع انحناء حداقل میله مساوی است با:

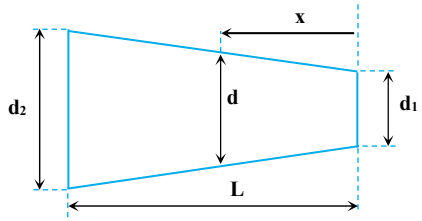
$$\rho_{min} = \frac{EI}{M_{max}}$$

$$\Rightarrow \rho_{min} = \frac{۲۰۰۰۰۰\,MPa\times \frac{\pi}{۶۴}\times ۱۰۰^۴\,mm^۴}{۱۰۰۰\,N\times ۵۰۰۰\,mm} = ۶۲۵۰۰\pi \quad mm = ۶۲/۵\pi \quad m$$

۶۶ـ گزینه «۳»

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{(Wx)C}{I} = \frac{Wx}{S}$$

با نوشتن رابط تشابه مثلث می‌توان مقدار d را تابعی از x به صورت زیر به دست آورد.



$$\frac{d_۲-d_۱}{d-d_۱} = \frac{L}{x} \Rightarrow d = d_۱ + \frac{(d_۲-d_۱)x}{L} \qquad S = \frac{I}{C} = \frac{\frac{\pi}{۶۴}d^۴}{\frac{d}{۲}} = \frac{۱}{۸}Ad = \frac{۱}{۸}\times\frac{\pi}{۴}d^۳ = \frac{\pi}{۳۲}d^۳$$

با جایگذاری می‌توان به گزینه (۳) رسید.

$$\sigma = \frac{۳۲Wx}{\pi[d_۱ + (d_۲-d_۱)\frac{x}{L}]^۳}$$

۶۷ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{array}{l} \text{انحناء تیر}\ \ K = \frac{۱}{\rho} = \frac{M}{EI} \\ I = \frac{bh^۳}{۱۲} = \frac{a^۴}{۱۲} \end{array}\right\} \Rightarrow K = \frac{۱۲M}{Ea^۴}$$

۶۸ـ گزینه «۱» نیروهای P اعمالی در دو سر تیر باید به اندازه‌ای باشد که شعاع انحناء در نقطه B بی‌نهایت شود. (انحناء اولیه تیر را خنثی نماید.)

از طرفی رابطه انحناء تیر و لنگر خمشی مساوی $K = \frac{۱}{\rho} = \frac{M}{EI}$ است بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} K = \frac{۱}{\rho} = \frac{۱}{R_۱} = \frac{M_B}{EI} \\ M_B = \frac{PL}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{R_۱} = \frac{PL}{۲EI} \Rightarrow P = \frac{۲EI}{R_۱L} \Rightarrow P = \frac{Ebh^۳}{۶R_۱L}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۹ـ گزینه «۲» نیروی وزن را می‌توان به صورت یک بار گسترده یکنواخت با شدت ω در نظر گرفت که مقدار ماکزیمم لنگر خمشی آن در تیر ساده مساوی $M_{max}=\frac{\omega L^2}{8}$ می‌باشد. در رابطه ذکر شده ω وزن واحد طول تیر بوده که مساوی ρgA است. از طرفی گشتاور خمشی ماکزیمم مساوی است با:

$$M_{max}=\frac{\rho gAL^2}{8} \Rightarrow M_{max}=\frac{\rho g\times\frac{\pi}{4}d^2L^2}{8} \quad ; \quad \sigma_{max}=\frac{M_{max}C}{I}=\frac{(\frac{\rho g\times\frac{\pi}{4}d^2L^2}{8}\frac{d}{2})}{\frac{\pi}{64}d^4}=\frac{\rho gL^2}{d}\Rightarrow d=\frac{\rho gL^2}{\sigma_m}$$

۷۰ـ گزینه «۳» حداکثر گشتاور خمشی در یک تیر ساده تحت بار گسترده یکنواخت برابر $\frac{\omega L^2}{8}$ می‌باشد.

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\\ M_{max}=\frac{\omega L^2}{8}\\ \frac{I}{C}=S=\frac{1}{6}bh^2\end{array}\right\}\Rightarrow\sigma_{max}=\frac{\frac{\omega L^2}{8}}{\frac{1}{6}bh^2}=\frac{3}{4}\times\frac{(10\times10^3)3^2}{0/075\times0/150^2}=40\times10^6\ Pa\Rightarrow\sigma_{max}=40\ MPa$$

۷۱ـ گزینه «۳» دو نیروی $2/5kN$ تولید یک جفت نیرو نموده که حاصل این جفت نیرو، یک کوپل خمشی است. بنابراین:

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}=\frac{(2500\times150)\times\frac{32}{2}}{\frac{\pi}{64}\times32^4}=116/6\ MPa$$

۷۲ـ گزینه «۲» مقطع B در بین دو میله BD و BC مشترک می‌باشد بنابراین در صورت دوران این مقطع انتهای هر دو میله مذکور به یک اندازه دوران خواهند داشت. در چنین حالتی دو میله مذکور مانند دو فنر موازی رفتار می‌کنند، که سهم لنگر خمشی تحمل شده توسط هر یک را می‌توان از رابطه روبرو محاسبه نمود.

$$(M_B)_{BD}=\frac{k_{BD}}{k_{BD}+k_{BC}}M$$

k_{BD} و k_{BC} به ترتیب سختی خمشی میله‌های BD و BC است. چون $k_{BC}=\infty$ می‌باشد، بنابراین سمت راست رابطه فوق مساوی صفر خواهد شد. $(M_B)_{BD}=0$

۷۳ـ گزینه «۳» تنش ایجاد شده در اثر خم کردن مفتول طبق قانون هوک مساوی است با:

$$\sigma_{max}=E\varepsilon_{max}=E\frac{C}{\rho}=200\times10^3\times\frac{\frac{d}{2}}{\frac{D}{2}+\frac{d}{2}}\Rightarrow\sigma_{max}=200\times10^3\times\frac{3}{600+3}\cong10^3\ MPa$$

ρ در رابطه فوق فاصله مرکز محفظه‌ی استوانه‌ای تا وسط مفتول می‌باشد.

۷۴ـ گزینه «۲» ظرفیت خمشی یک تیر متناسب با مدول مقطع یا اساس مقطع (S) می‌باشد. از طرفی مقدار مدول مقطع برای مقاطع دایروی و مربعی به ترتیب برابر است با:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{مربع} & S_1=\frac{I_1}{C_1}=\frac{1}{6}A_1h_1=\frac{1}{6}A\times a\\ \text{دایره} & S_2=\frac{I_2}{C_2}=\frac{1}{8}A_2d_2=\frac{1}{8}A\times(2r)\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{6}a}{\frac{1}{4}r}=\frac{2}{3}\frac{a}{r}\qquad(1)$$

اما طبق فرض صورت مسئله مساحت دو مقطع برابر است، بنابراین:

$$A_1=A_2=A\Rightarrow a^2=\pi r^2\Rightarrow\frac{a}{r}=\sqrt{\pi}\qquad(2)$$

$$(1)\text{ و }(2)\Rightarrow\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}\sqrt{\pi}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

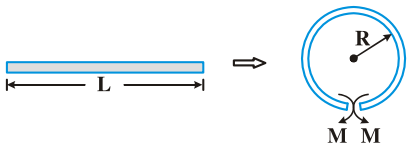
www.modaresanesharif.ac.ir

۷۵ـ گزینه «۱»

$$\sigma_{max_1}\text{(مقطع دایره)} = \sigma_{max_2}\text{(مقطع مربع)}$$

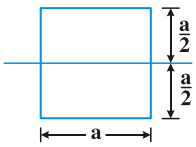
$$\Rightarrow \frac{Mr}{\frac{\pi}{4}r^4} = \frac{M\times\frac{a}{2}}{\frac{1}{12}a^4} \Rightarrow \frac{4}{\pi r^3} = \frac{6}{a^3} \Rightarrow \frac{a^3}{r^3} = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{a}{r} = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2}}$$

۷۶ـ گزینه «۱» در اثر خمش تیر به شکل یک دایره کامل درآمده است. بنابراین محیط دایره برابر طول تیر است.



$$L = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{L}{2\pi}$$

و اما تنش خمشی حداکثر برابر است با:



$$\sigma_{max} = E\varepsilon_{max} = E\frac{C}{\rho} = E\frac{\frac{a}{2}}{R} \Rightarrow \sigma_{max} = E\frac{\frac{a}{2}}{\frac{L}{2\pi}} = E\frac{\pi a}{L}$$

۷۷ـ گزینه «۱» طبق قانون هوک کرنش تار پایینی برابر است با:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{\frac{MC}{I}}{E} = \frac{MC}{EI} = \frac{M\times\frac{h}{2}}{E\times\frac{bh^3}{12}} = \frac{6M}{Ebh^2}$$

درسنامه (۲): خمش نامتقارن

۷۸ـ گزینه «۱» اگر لنگرهای خمشی M_x و M_y مثبت فرض شوند در نتیجه:

$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{P}{A} + \frac{M_x\times 15}{I_x} + \frac{M_y\times 10}{I_y} = E\varepsilon_a = E\times 1/5\times 10^{-3} & (1) \\ \sigma_b = \frac{P}{A} + \frac{M_x\times 15}{I_x} - \frac{M_y\times 10}{I_y} = E\varepsilon_a = E\times(-2/5\times 10^{-3}) & (2) \\ \sigma_c = \frac{P}{A} - \frac{M_x\times 15}{I_x} + \frac{M_y\times 5}{I_y} = E\varepsilon_c = E(3/5\times 10^{-3}) & (3) \end{cases}$$

$$(1)-(2) \Rightarrow \frac{2M_y\times 10}{I_y} = E\times 4\times 10^{-3} \Rightarrow \frac{M_y}{I_y} = E\times 0/2\times 10^{-3}$$

$$(1)-(3) \Rightarrow \frac{M_x\times 30}{I_x} + \frac{5M_y}{I_y} = -2E\times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{M_x\times 30}{I_x} + 5\times 0/2E\times 10^{-3} = -2E\times 10^{-3} \Rightarrow \frac{M_x}{I_x} = -0/1E\times 10^{-3}$$

$$\frac{\frac{M_x}{I_x}}{\frac{M_y}{I_y}} = \frac{-0/1E\times 10^{-3}}{0/2E\times 10^{-3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left|\frac{M_x}{M_y}\right|\times\frac{I_y}{I_x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left|\frac{M_x}{M_y}\right| = \frac{I_x}{I_y}\times\frac{1}{2} = 100\times\frac{1}{2} = 50 \Rightarrow |M_x| = 50|M_y|$$

۷۹ـ گزینه «۱» اگر نیروی محوری بر محیط هسته مرکزی مقطع اثر کند تنش در روی یک ضلع یا یک رأس یا یک نقطه محیطی مقطع تیر مساوی صفر می‌شود بنابراین همان طور که در متن درس اشاره شده است هسته مرکزی مقطع دایره‌ای به شعاع R، دایره‌ای هم مرکز با آن به شعاع $\frac{R}{4}$ می‌باشد.

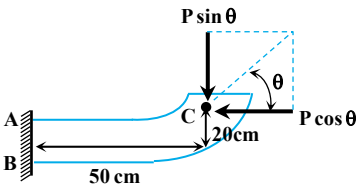
روش محاسباتی این گونه است که مقدار خروج از مرکز باید طوری باشد که تنش فشاری $\frac{P}{A}$ و کششی $\frac{MC}{I}$ در مرز گفته شده با هم برابر گردند تا اثر یکدیگر را خنثی نمایند:

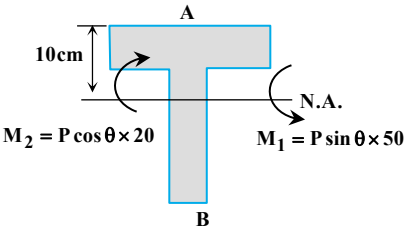
$$\frac{P}{A} = \frac{MC}{I} \Rightarrow \frac{P}{\pi R^2} = \frac{(Pe)R}{\frac{\pi}{4}R^4} \Rightarrow e = \frac{R}{4}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ابتدا نیروی P را تجزیه نموده و سپس مؤلفه‌های آن را باید به مرکز سطح در محل تار خنثی منتقل نماییم، سپس تنش ناشی از نیروی محوری و تنش‌های ناشی از لنگر خمشی را با هم جمع می‌نماییم:



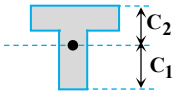


$$\sin\theta=\frac{۳}{۵}\qquad \cos\theta=\frac{۴}{۵}$$

$$\sigma_A=-\frac{\frac{۴}{۵}P}{A}+\frac{(\frac{۳}{۵}P\times ۵۰)\times ۱۰}{۵۱۰۰}-\frac{(\frac{۴}{۵}P\times ۲۰)\times ۱۰}{۵۱۰۰}$$

با جایگذاری $P=۳۰۰kN$، چون مساحت مقطع تیر مشخص نمی‌باشد، لذا تنش در نقطه A مشخص نمی‌باشد.

۸۱ـ گزینه «۱» لنگر حاصل از انتقال نیرو به مرکز سطح مساوی است با: $M=(۳۸-۱۰)P=۲۸P$



ماکزیمم تنش فشاری ناشی از نیروی محوری و لنگر خمشی در لبه پایینی مقطع اتفاق می‌افتد که برابر است با:

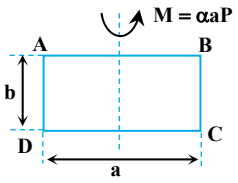
$$-۱۲۰=-\frac{P}{A}-\frac{MC_۱}{I}=-\frac{P}{۳۰۰۰}-\frac{(۲۸P)\times ۳۸}{۸۶۸\times ۱۰^۳}\Rightarrow P=۷۶۹۶۵N$$

ماکزیمم تنش کششی ناشی از نیرو محوری و لنگر خمشی در لبه بالایی مقطع را محاسبه می‌کنیم:

$$۳۰=-\frac{P}{A}+\frac{MC_۲}{I}=\frac{P}{۳۰۰۰}+\frac{(۲۸P)\times ۲۲}{۸۶۸\times ۱۰^۳}\Rightarrow P=۲۸۷۶۳\ N$$

از بین دو جواب به دست آمده، نیرویی که کوچک‌تر است مطلوب می‌باشد.

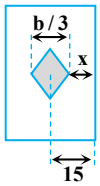
۸۲ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. اگر نیروی P به مرکز مقطع انتقال داده شود. یک گشتاور خمشی نیز ایجاد شده که تولید تنش قائم می‌نماید. ماکزیمم تنش کششی بر روی ضلع AD و ماکزیمم تنش فشاری بر روی ضلع BC اتفاق می‌افتد.



$$\sigma_{max_C}=۲\sigma_{max_T}\Rightarrow -\frac{P}{A}-\frac{(\alpha aP)\frac{a}{۲}}{I}=۲(-\frac{P}{A}+\frac{(\alpha aP)\frac{a}{۲}}{I})$$

$$\frac{۳\alpha a^۲P}{۲I}=\frac{P}{A}\Rightarrow \frac{۳}{۲}\ \frac{\alpha a^۲}{\frac{۱}{۱۲}\times ba^۳}=\frac{۱}{ab}\Rightarrow \alpha=\frac{۱}{۱۸}$$

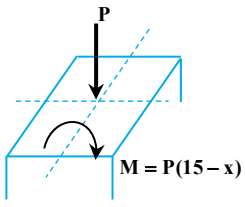
۸۳ـ گزینه «۳» چون نیروی خارجی به صورت فشاری بر مقطع وارد شده است، باید این نیرو در محدوده هسته مرکزی باشد تا در هیچ نقطه‌ای از تیر تنش کششی ایجاد نشود. ابعاد هسته مرکزی مقطع مستطیلی، یک لوزی به اقطار $\frac{b}{۳}$ و $\frac{h}{۳}$ است.



بنابراین داریم:

$$\frac{b}{۶}=\frac{۳۰}{۶}=۵\Rightarrow x=۱۵-\frac{b}{۶}=۱۰$$

روش محاسباتی نیز به این گونه است که تنش‌های کششی و فشاری روی خط هسته مرکزی یکدیگر را خنثی می‌کنند.



$$\frac{P}{A}=\frac{MC}{I}\Rightarrow \frac{P}{۳۰\times ۴۲}=\frac{P(۱۵-x)\times ۱۵}{\frac{۱}{۱۲}\times ۴۲\times ۳۰^۳}\Rightarrow x=۱۰cm$$

۸۴ـ گزینه «۲» ابتدا نیروی P را به دو مؤلفه افقی و قائم تجزیه نموده، مؤلفه افقی تولید تنش محوری کرده و مؤلفه قائم تولید لنگر خمشی می‌کند که این لنگر نیز به نوبه خود تولید تنش قائم خواهد نمود.

$$\sigma_B=-\frac{P_x}{A}+\frac{MC}{I}=-\frac{P\cos\alpha}{\pi R^۲}+\frac{(P\sin\alpha)L\times R}{\frac{\pi}{۴}R^۴}=۰\Rightarrow -\cos\alpha+\frac{۴}{R}\sin\alpha L=۰\Rightarrow tg\alpha=\frac{R}{۴L}\Rightarrow \alpha=Arc\,tg(\frac{R}{۴L})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۵ـ گزینه «۳» طبق روش جمع آثار می‌توان تنش ناشی از نیروی محوری و لنگر خمشی را با هم جمع نمود.

$$\sigma = -\frac{P}{bh} + \frac{M\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3}$$

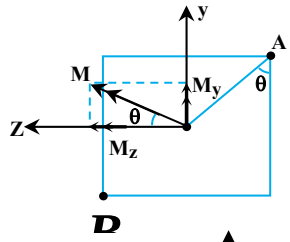
چون به ازای حداکثر مقدار M در مقطع نباید تنش کششی ایجاد شود، پس به ازای حداکثر مقدار M، مقدار تنش را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\sigma = 0 \Rightarrow \frac{M}{P} = \frac{h}{6}$$

۸۶ـ گزینه «۱» به علت آنکه لنگر ناشی از نیروی خارج از مرکز P در D به صورت کششی بوده و هم علامت با تنش ناشی از نیروی محوری P است، در نتیجه تنش ناشی از نیروی محوری و لنگر خمشی در نقطه D باهم جمع می‌شوند و تنش در این نقطه بیشترین مقدار است.

$$\sigma_D = \frac{P}{A} + \frac{MC}{I} \; ; \; \sigma_B = \frac{P}{A} - \frac{MC}{I} \; ; \; \sigma_A = \sigma_C = \frac{P\cos 45}{A}$$

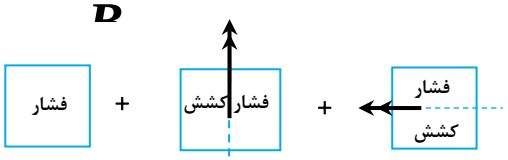
۸۷ـ گزینه «۴» چنانچه مقطع تیر به صورت مربعی در نظر گرفته شود، با انتقال نیروی فشاری P به مرکز سطح، دو گشتاور M_y و M_z نیز به وجود می‌آید.



$$M_z = M\cos\theta = \frac{Pa}{2} \; , \; M_y = M\sin\theta = \frac{Pa}{2}$$

حداکثر تنش فشاری در نقطه A اتفاق می‌افتد زیرا تنش ناشی از دو گشتاور و نیروی P به صورت فشاری است.

$$\sigma_A = -\frac{M_z C_1}{I_z} - \frac{M_y C_1}{I_y} - \frac{P}{A}$$



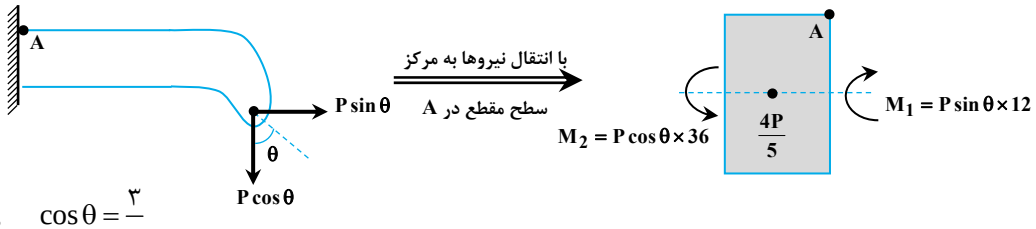
$$|\sigma_A| = \frac{(P\times\frac{a}{2})\times\frac{a}{2}}{\frac{a^4}{12}} + \frac{(P\times\frac{a}{2})\times\frac{a}{2}}{\frac{a^4}{12}} + \frac{P}{a^2} = \frac{7P}{a^2} \qquad (1)$$

حداکثر تنش کششی در نقطه B رخ می‌دهد چرا که تنش‌های ناشی از دو ممان به صورت کششی هستند و فقط تنش ناشی از نیروی P فشاری است.

$$\sigma_B = \frac{M_z C_1}{I_z} + \frac{M_y C_1}{I_y} - \frac{P}{A} \quad ; \quad \sigma_B = \frac{\frac{Pa^2}{4}}{\frac{a^4}{12}} + \frac{\frac{Pa^2}{4}}{\frac{a^4}{12}} - \frac{P}{a^2} = \frac{5P}{a^2} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{|\sigma_A|}{\sigma_B} = \frac{7}{5} = 1/4$$

۸۸ـ گزینه «۳» ابتدا نیروی P را تجزیه نموده و سپس به مرکز مقطعی که شامل نقطه A می‌باشد، منتقل می‌نماییم. مقدار تنش عمودی در نقطه A با استفاده از اصل روش جمع آثار به صورت زیر قابل محاسبه است:



$$\sin\theta = \frac{4}{5} \; , \quad \cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$\sigma_A = \frac{\frac{4}{5}P}{A} - \frac{(\frac{4}{5}P\times 12)\times 6}{\frac{1}{12}\times 4\times 12^3} + \frac{(\frac{3}{5}P\times 36)\times 6}{\frac{1}{12}\times 4\times 12^3}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = \frac{\frac{4}{5}\times 3000}{4\times 12} - \frac{(\frac{4}{5}\times 3000\times 12)\times 6}{\frac{1}{12}\times 4\times 12^3} + \frac{(\frac{3}{5}\times 3000\times 36)\times 6}{\frac{1}{12}\times 4\times 12^3} \Rightarrow \sigma_A = 500 - 3000 + 675 = 425\frac{kg}{cm^2}$$

---

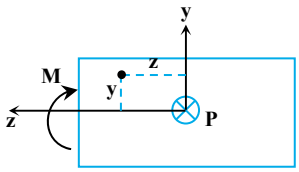
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۹ـ گزینه «۴» ابتدا در زیر بار عمودی باید لنگر خمشی را به دست آورده و توزیع تنش ناشی از خمش را مشخص کنیم، سپس با استفاده از روش جمع آثار تنش ناشی از لنگر خمشی را با تنش قائم ناشی از نیروی محوری جمع نماییم، لازم به ذکر است که نقطه y و z در ربع اول دستگاه مختصات در نظر گرفته می‌شود:

$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow A_y \times ۱۲۰۰ - ۶۰۰۰ \times ۹۰۰ = ۰ \Rightarrow A_y = \frac{۶۰۰۰ \times ۹۰۰}{۱۲۰۰} = ۴۵۰۰ N$$

بنابراین لنگر خمشی M در زیر بار عمودی برابر می‌گردد با:

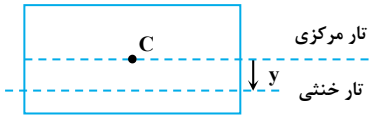


$$M = ۴۵۰۰ \times ۳۰۰$$

$$\sigma_۱ = -\frac{My}{I} = -\frac{(۴۵۰۰ \times ۳۰۰)y}{\frac{۱}{۱۲} \times ۵۰ \times ۷۵^۳} \Rightarrow \sigma_۱ = -۰/۷۶۸\, y$$

$$\sigma_۲ = -\frac{F}{A} = -\frac{۶۰۰۰۰}{۵۰ \times ۷۵} = -۱۶ \ MPa$$

$$\sigma = \sigma_۱ + \sigma_۲ = ۰ \Rightarrow -۰/۷۶۸\, y - ۱۶ = ۰ \Rightarrow y = -۲۰/۸۳۳$$ فاصله تار مرکزی از تار خنثی



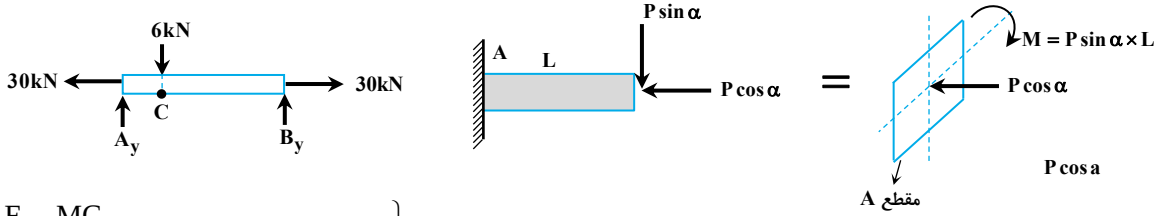
بنابراین فاصله تار خنثی تا سطح بالایی برابر است با:

$$\text{فاصله تار خنثی از تار فوقانی} = \frac{۷۵}{۲} + ۲۰/۸۳۳ = ۵۸/۳۳ \ mm$$

۹۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. نیروی P را به مرکز مقطع انتقال می‌دهیم. تنش ناشی از نیروی فشاری P با تنش ناشی از گشتاور خمشی جمع می‌شوند.

$$\sigma = -\frac{P}{bh} - \frac{(P \times ۲h) \times \frac{h}{۲}}{\frac{۱}{۱۲} bh^۳} = -\frac{P}{bh} - \frac{۱۲P}{bh} = -\frac{۱۳P}{bh}$$

۹۱ـ گزینه «۴» ماکزیمم تنش کششی در زیر نیروی متمرکز و در پایین مقطع یعنی نقطه C اتفاق می‌افتد. در این نقطه تنش ناشی از نیروی کششی و تنش ناشی از لنگر خمشی هم علامت بوده و با هم جمع می‌شوند.



$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{max_T} = \frac{F}{A} + \frac{MC}{I} \\ &M_B = ۰ \Rightarrow A_y = \frac{۶۰۰۰ \times ۱۰۰۰}{۱۵۰۰} = ۴۰۰۰ N \\ &I = \frac{۱}{۱۲} \times ۵۰ \times ۷۵^۳ \\ &M = A_y \times ۵۰۰ = ۴۰۰۰ \times ۵۰۰ = ۲ \times ۱۰^۶ \ N.mm \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_{max_T} = \frac{۳۰۰۰۰}{۵۰ \times ۷۵} + \frac{۲ \times ۱۰^۶ \times \frac{۷۵}{۲}}{\frac{۱}{۱۲} \times ۵۰ \times ۷۵^۳} \Rightarrow \sigma_{max_T} = ۵۰/۶۶ \ MPa$$

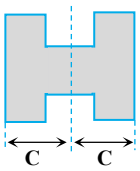
۹۲ـ گزینه «۴» ابتدا نیروی P را به دو مؤلفه افقی و قائم تجزیه کرده، مؤلفه افقی تولید تنش قائم فشاری نموده و مؤلفه قائم تولید تنش قائم کششی ناشی از لنگر خمشی می‌کند، بنابراین:

$$\sigma_A = ۰ \Rightarrow -\frac{P\cos\alpha}{\pi R^۲} + \frac{(P\sin\alpha \times L)R}{\frac{\pi}{۴} R^۴} = ۰ \Rightarrow -\cos\alpha + \frac{۴L\sin\alpha}{R} = ۰ \quad ; \quad tg\alpha = \frac{R}{۴L} = \frac{D}{۸L} \Rightarrow \alpha = tg^{-۱}\left(\frac{D}{۸L}\right)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۳ـ گزینه «۱» تنش مجاز در تیر را می‌توان با توجه به ضریب اطمینان و تنش نهایی به دست آورد. $\sigma_{max}=\frac{\sigma_u}{F.S.}=\frac{۴۸۰}{۳}MPa$



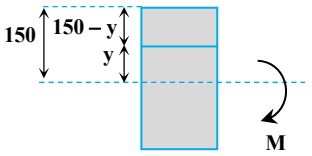
$$\left.\begin{aligned}&\sigma_{max}=\frac{MC}{I}\Rightarrow M=\sigma_{max}\frac{I}{C}=(\frac{۴۸۰}{۳})\frac{I}{۳۰}\\&I=\frac{۱}{۱۲}\times۱۰۰\times۶۰^۳-\frac{۲}{۱۲}\times۳۰\times۲۰^۳=۱۷۶\times۱۰^۴\ mm^۴\end{aligned}\right\}\Rightarrow M=۹/۳۸۷kN.m$$

۹۴ـ گزینه «۱» ابتدا نیرو را به مرکز سطح مثلثی مقطع انتقال داده، سپس تنش قائم ناشی از گشتاور خمشی به همراه تنش قائم ناشی از نیروی محوری را با یکدیگر جمع می‌کنیم. (ماکزیمم تنش کششی در رأس فوقانی تیر اتفاق می‌افتد)

$$M=P\times(a+\frac{۲}{۳}a)$$

$$\sigma_{max}=\frac{MC}{I}+\frac{P}{A}=\frac{P\times(a+\frac{۲}{۳}a)\times\frac{۲}{۳}a}{\frac{۱}{۳۶}a^۴}+\frac{P}{\frac{a^۲}{۲}}=\frac{۴۲P}{a^۲}$$

۹۵ـ گزینه «۱» تیر تحت لنگر خمشی ناشی از نیروی ۳۰kN و بار محوری ۶۰kN است، بنابراین مقدار تنش در تار خنثی که به فاصله y از مرکز سطح قرار دارد صفر است پس:



$$\sigma=۰\Rightarrow-\frac{F}{A}+\frac{My}{I}=۰\Rightarrow-\frac{۶۰۰۰۰}{۲۰۰\times۳۰۰}+\frac{(۳۰۰۰۰\times۵۰۰)y}{\frac{۱}{۱۲}\times۲۰۰\times۳۰۰^۳}=۰\Rightarrow y=۳۰mm$$ (فاصله تار خنثی از مرکز سطح)

فاصله تار خنثی از لبه بالایی سطح $=۱۵۰-y=۱۲۰mm$

۹۶ـ گزینه «۴» چون نیروهای ۴۰kN به صورت متقارن در دو طرف مرکز سطح وارد می‌شوند، لنگر خمشی ناشی از انتقال این نیروها به مرکز همدیگر را خنثی می‌کنند.

$$\sigma_A=\sigma_B=-\frac{F}{A}=-\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۰۰\times۷۵}=-۸MPa$$

۹۷ـ گزینه «۴» با توجه به داده‌های مسئله A, I می‌توان مقادیر شعاع داخلی و شعاع خارجی استوانه توخالی را به دست آورد.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{I}{A}=\frac{\frac{\pi}{۴}(r_۲^۴-r_۱^۴)}{\pi(r_۲^۲-r_۱^۲)}=\frac{r_۲^۲+r_۱^۲}{۴}=\frac{۳۰}{۷}\times۱۰^{-۳}\Rightarrow r_۲^۲+r_۱^۲=\frac{۱۲۰}{۷}\times۱۰^{-۳}\\&A=\pi(r_۲^۲-r_۱^۲)\Rightarrow r_۲^۲-r_۱^۲=\frac{۷}{\pi}\times۱۰^{-۳}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{cases}r_۲=۰/۰۹۸۴m\\r_۱=۰/۰۸۶۳m\end{cases}$$

اکنون با انتقال نیروها به مرکز سطح (نقطه C) گشتاور به وجود آمده را محاسبه نموده و تنش در نقطه D که ناشی از نیروهای فشاری و گشتاور خمشی است را محاسبه می‌نماییم:

گشتاور حول نقطه‌ی C $M_C=(۳۰۰\times۱۰^۳-۲۰۰\times۱۰^۳)\times r_۲\Rightarrow M_C=۱۰۰\times۱۰^۳\times۹۸/۴$

$$\sigma_D=-\frac{F}{A}-\frac{M_CC}{I}=-\frac{۵۰۰\times۱۰^۳}{۷\times۱۰^۳}-\frac{(۱۰۰\times۱۰^۳\times۹۸/۴)\times۹۸/۴}{۳۰\times۱۰^۶}\Rightarrow\sigma_D=-۱۰۳/۷MPa$$

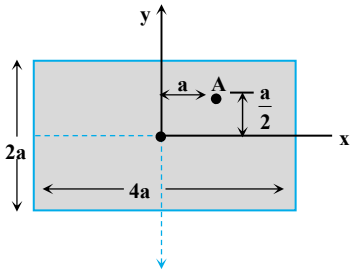
۹۸ـ گزینه «۲» با انتقال نیروی P به مرکز سطح مقطع، یک نیروی محوری و یک لنگر خمشی به دو سر تیر اعمال می‌شود که تنش برشی ناشی از لنگر خمشی صفر و ناشی از نیروی محوری مساوی مقدار متوسط روبرو است:

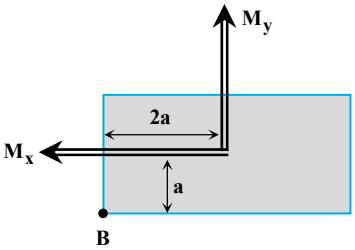
$$\tau_{ave}=\frac{F}{A}=\frac{P}{ac}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۹ـ گزینه «۲» ابتدا نیروی P به مرکز سطح منتقل شده، سپس تنش ناشی از بار P و لنگر خمشی M_y و M_x در نقطه B محاسبه می‌شود. برای تعیین کششی یا فشاری بودن تنش ناشی از M_y و M_x از قانون دست راست استفاده شود.





$$\sigma_B=\frac{-P}{A}+\frac{M_x a}{I_x}+\frac{M_y\,2a}{I_y}\quad,\quad A=4a\times 2a=8a^2\quad;\quad I_x=\frac{1}{12}\times 4a\times(2a)^3=\frac{8}{3}a^4\quad,\quad M_x=P\times\frac{a}{2}$$

$$I_y=\frac{1}{12}\times 2a\times(4a)^3=\frac{32}{3}a^4\;;M_y=Pa\quad;\quad \sigma_B=-\frac{P}{8a^2}+\frac{P\frac{a}{2}\times a}{\frac{8}{3}a^4}+\frac{Pa\times 2a}{\frac{32}{3}a^4}=\frac{P}{4a^2}$$

۱۰۰ـ گزینه «۱» ابتدا نیرو را به مرکز مقطع انتقال می‌دهیم، تنش ایجاد شده در ستون ناشی از بار محوری فشاری و لنگر خمشی می‌باشد.

$$\sigma_{max}=-\frac{P}{a^2}-\frac{MC}{I}=-\frac{P}{a^2}-\frac{(P\frac{a}{2})\frac{a}{2}}{\frac{1}{12}a^4}=-\frac{4P}{a^2}$$

۱۰۱ـ گزینه «۴» ابتدا نیروی P را به مرکز سطح انتقال داده، در اثر انتقال نیرو یک لنگر خمشی به اندازه $M=P(\frac{d}{2}-a)$ ایجاد خواهد شد. تنش در نقطه A طبق اصل جمع آثار مساوی است با:

$$\sigma_A=(\sigma_A)_{\underbrace{axial}_{\text{محوری}}}+(\sigma_A)_{\underbrace{bending}_{\text{خمشی}}}\Rightarrow\sigma_A=\frac{P}{A}+\frac{MC}{I}=\frac{P}{bd}+\frac{P(\frac{d}{2}-a)\frac{d}{2}}{\frac{bd^3}{12}}=\frac{P}{bd}+\frac{6P(\frac{d}{2}-a)}{bd^2}\Rightarrow\sigma_A=\frac{P}{b}[\frac{1}{d}+\frac{3d-6a}{d^2}]$$

برای آنکه تنش در نقطه‌ی A ماکزیمم باشد کافی است از σ_A نسبت به ارتفاع مقطع d مشتق گرفته و عبارت حاصل را مساوی صفر قرار داد.

$$(\sigma_A)'=0\Rightarrow-\frac{1}{d^2}+\frac{3d^2-2d(3d-6a)}{d^4}=0\Rightarrow d=3a$$

۱۰۲ـ گزینه «۲» ابتدا باید نیروی P را به مقطعی که در آن نقطه H وجود دارد انتقال داد. در اثر این انتقال لنگر خمشی M و لنگر پیچشی T ایجاد می‌شود که در اثر لنگر خمشی تنش قائم برابر است با:

$$\sigma_H=\frac{MC}{I}=\frac{(10000\times 300\,N.mm)20\,mm}{\frac{\pi}{64}\times 40^4\,mm^4}=47/7\,MPa$$

لازم به ذکر است که واحد $\frac{N}{mm^2}$ معادل MPa می‌باشد.

۱۰۳ـ گزینه «۱»

تنش در میله (۱): $\sigma_1=\frac{P}{A}=\frac{P}{\frac{\pi}{4}d^2}=\frac{4P}{\pi d^2}$ (۱)

تنش ماکزیمم در میله (۲) مساوی مجموع تنش ناشی از بار محوری و تنش ناشی از لنگر خمشی است.

$$M=Ph\;,\;I=\frac{\pi}{64}d^4$$

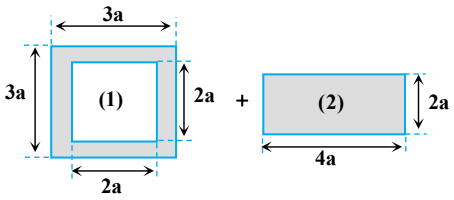
$$\sigma_2=\frac{P}{A}+\frac{MC}{I}=\frac{P}{\frac{\pi}{4}d^2}+\frac{(Ph)\frac{d}{2}}{\frac{\pi}{64}d^4}=\frac{4P}{\pi d^2}+\frac{32Ph}{\pi d^3}\qquad(2)$$

$$\frac{(2)}{(1)}:\frac{\sigma_2}{\sigma_1}=5\Rightarrow\frac{\frac{4P}{\pi d^2}+\frac{32Ph}{\pi d^3}}{\frac{4P}{\pi d^2}}=5\Rightarrow 1+8\frac{h}{d}=5\Rightarrow 8\frac{h}{d}=4\Rightarrow h=\frac{d}{2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

درسنامه (۳): خمش در تیرهای مرکب



۱۰۴ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. هسته تیر دارای مدول الاستیسیته بزرگ‌تری است از این رو سطح مقطع آن را با ضریب ۲ گسترش می‌دهیم.

$$n=\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{۲E}{E}=۲$$

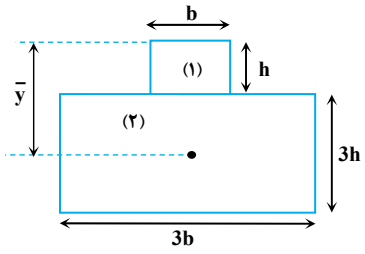
حداکثر تنش در جنس (۱): $\sigma_a=\frac{M_۱C_۱}{I}\Rightarrow M_۱=\frac{\sigma_a I}{C_۱}=\frac{I}{C_۱}\times\sigma_a=\frac{\frac{۱}{۱۲}[(۳a)^۴-(۲a)^۴+(۴a)\times(۲a)^۳]}{۱/۵a}\times\sigma_a\Rightarrow M_۱=\frac{۹۷a^۳}{۱۸}\sigma_a$

حداکثر تنش در جنس (۲): $\sigma_a=۲\frac{M_۲C_۲}{I}\Rightarrow M_۲=\frac{\sigma_a I}{۲C_۲}\Rightarrow M_۲=\frac{۹۷a^۴\sigma_a}{۲۴a}=\frac{۹۷a^۳\sigma_a}{۲۴}$

از بین دو جواب $M_۱$ و $M_۲$، جواب کوچک‌تر $M_۲$ قابل قبول است.

۱۰۵ـ گزینه «۲» چون کرنش فقط تابعی از موقعیت هندسی نقطه مورد بررسی است، بنابراین توزیع کرنش پیوسته بوده اما توزیع تنش علاوه بر موقعیت هندسی نقطه مورد بررسی به جنس تیر در آن نقطه نیز وابسته است، بنابراین در یک تیر مرکب در فصل مشترک جنس‌های تشکیل دهنده تیر در توزیع تنش خمشی ناپیوستگی ایجاد می‌شود. (به دلیل تغییر در E)

۱۰۶ـ گزینه «۳» سطح مقطع جنس مرکب به صورت نشان داده شده گسترش داده می‌شود. ابتدا باید موقعیت تار خنثی مشخص شود.



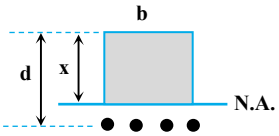
$$\bar{y}=\frac{A_۱y_۱+A_۲y_۲}{A_۱A_۲}\Rightarrow\bar{y}=\frac{bh\times\frac{h}{۲}+(۳b\times۳h)\times۲/۵h}{bh+۹bh}=\frac{\frac{h}{۲}+۲۲/۵h}{۱۰}$$

$$\Rightarrow\bar{y}=\frac{۲۳h}{۱۰}=۲/۳h$$

$$\frac{\sigma_{max_T}}{\sigma_{max_C}}=\frac{\frac{MC_T}{I}}{n\frac{MC_C}{I}}=\frac{۲/۳h}{۳\times(۱/۷h)}=۰/۴۵$$

چون $E_۲$ جنس قوی‌تر می‌باشد و پایین تار خنثی تحت فشار است. بنابراین برای محاسبه تنش فشاری ماکزیمم کافی است مقدار تنش به دست آمده از $\frac{MC}{I}$ را در یک ضریب n، ضرب کنیم.

۱۰۷ـ گزینه «۳»



$$n=\frac{E_s}{E_c}=\frac{۲۰۰}{۲۵}=۸$$

از آنچه در متن درس خواندیم برای پیدا کردن موقعیت تار خنثی مطابق زیر عمل می‌کنیم:

$$bx\frac{x}{۲}-nNA_s(d-x)=۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۰x^۲-۸\times NA_s(۴۰۰-x)=۰\Rightarrow ۱۰۰x^۲+۸NA_sx-۳۲۰۰NA_s=۰$$

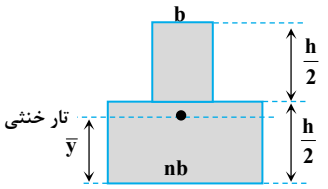
$$\left.\begin{aligned}\sigma_{all_s}&=\frac{Mx}{I}\\ \sigma_{all_s}&=\frac{nM(d-x)}{I}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{\sigma_{all_s}}{\sigma_{all_c}}=\frac{n(d-x)}{x}\Rightarrow\frac{۱۰۰}{۱۲/۵}=\frac{۸(۴۰۰-x)}{x}\Rightarrow x=۲۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\times۲۰۰^۲+۸NA_s\times۲۰۰-۳۲۰۰NA_s=۰\Rightarrow A_s=۶۲۵mm^۲\Rightarrow NA_s=۲۵۰۰mm^۲$$

(NA_s مساحت کل میله‌های فولادی است.)

www.modaresanesharif.ac.ir

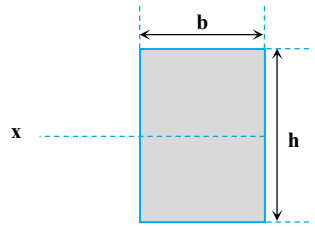
www.modaresanesharif.ac.ir



۱۰۸ـ گزینه «۳» چون $E_c < E_t$ است از این رو می‌توان ضریبی به صورت $n = \frac{E_t}{E_c}$ تعریف نمود، بنابراین می‌توان سطح مقطع کششی را با آن گسترش داد، از طرفی چون تار خنثی از مرکز سطح مقطع گسترش یافته عبور می‌کند در نتیجه $x < \frac{h}{2}$ می‌باشد.

درسنامه (۴): خمش عضوی که از یک ماده الاستوپلاستیک ساخته شده است

۱۰۹ـ گزینه «۱» نسبت $\frac{M_y}{M_P}$ برابر $\frac{1}{k}$ بوده که مساوی $\frac{2}{3}$ می‌باشد.



$$S_x = \frac{I}{C} = \frac{\frac{1}{12}bh^3}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6} \quad ; \quad Z = \sum Q_i = b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4} + b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4} = \frac{bh^4}{4}$$

$$\left.\begin{aligned} M_y &= \sigma_y S = \frac{bh^2}{6}\sigma_y \\ M_p &= \sigma_y Z = \frac{bh^2}{4}\sigma_y \end{aligned}\right\} \Rightarrow k = \frac{M_P}{M_y} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{M_y}{M_P} = \frac{2}{3}$$

۱۱۰ـ گزینه «۱» ضریب شکل که نسبت ممان پلاستیک به ممان آغاز تسلیم است برای مستطیل مساوی $\frac{3}{2}$ می‌باشد، بنابراین:

در محدوده ارتجاعی : $\sigma_{max} = M\frac{C}{I} \Rightarrow M_y = \sigma_y \times \frac{I}{C}$

$$\frac{M_P}{M_y} = \frac{3}{2} \text{ (برای مقطع مستطیل)} \Rightarrow M_P = \frac{3}{2}M_y = \frac{3}{2}\sigma_y\frac{I}{C} \Rightarrow M_P = \frac{3}{2}\sigma_y\frac{\frac{1}{12}bh^3}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{4}\sigma_y bh^2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

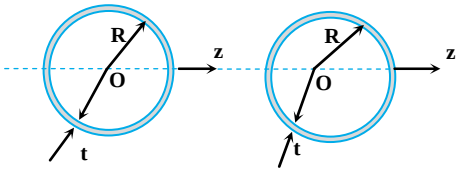
فصل چهارم

«برش»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

درسنامه (۱): بارگذاری عرضی بر روی تیرها

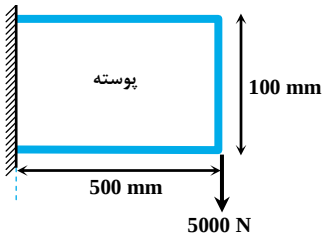
۱ـ نیروی برشی قائم V در مرکز برش دو مقطع (۱) و (۲) وارد می‌شود. شکل (۱) لوله‌ی بسته و شکل(۲) لوله‌ایست که روی محور z، جدار آن به هم چسبیده نیست. نسبت تنش برشی ماکزیمم در شکل (۱) به تنش برشی ماکزیمم در شکل(۲) کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



شکل (۱) شکل (۲)

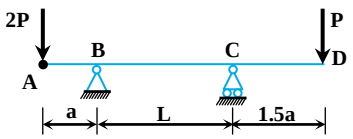
۱) ۲
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۲ـ یک تیر یک سر در گیر مقاوم شده تحت بارگذاری $۵۰۰۰\,N$ مطابق شکل قرار گرفته است. مطلوب است تعیین جریان برشی در پوسته تیر نشان داده شده؟ (مهندسی هوا و فضا ـ سراسری ۸۰)



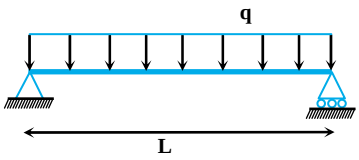
۱) $۵۰\,N.mm$
۲) $۱۰\,N.mm$
۳) $۵۰\,N/mm$
۴) $۱۰\,N/mm$

۳ـ در شکل زیر سطح مقطع در تمام طول تیر ثابت است. نسبت $\frac{(\tau_{max})_{AB}}{(\tau_{max})_{CD}}$ و $\frac{(\sigma_{max})_{AB}}{(\sigma_{max})_{CD}}$ به ترتیب کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



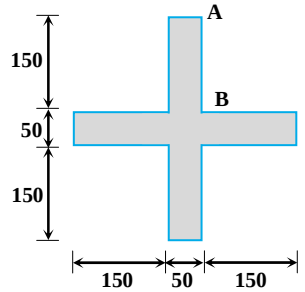
۱) ۱ و $\frac{۲}{۳}$
۲) ۲ و ۱/۵
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و $\frac{۴}{۳}$

۴ـ در تیر زیر تنش برشی ماکزیمم چقدر است؟ (مقطع مربع به ضلع a) (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۲)



۱) $(\frac{۱}{۴})\frac{ql}{a^۲}$
۲) $(\frac{۱}{۲})\frac{ql}{a^۲}$
۳) $(\frac{۳}{۴})\frac{ql}{a^۲}$
۴) $(\frac{۳}{۲})\frac{ql}{a^۲}$

۵ـ مقطع صلیبی مطابق شکل زیر تحت اثر نیروی برشی V قرار دارد. چه سهمی از این نیرو توسط جان AB تحمل می‌گردد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



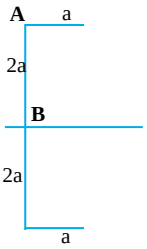
۱) ٪۲۵
۲) ٪۳۵
۳) ٪۳۹
۴) ٪۴۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ ناودانی مطابق شکل زیر به ضخامت ثابت و کم t است. اگر نیروی برشی V در جهت محور قائم بدان وارد شود، نسبت $\frac{\tau_A}{\tau_B}$ چقدر است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱

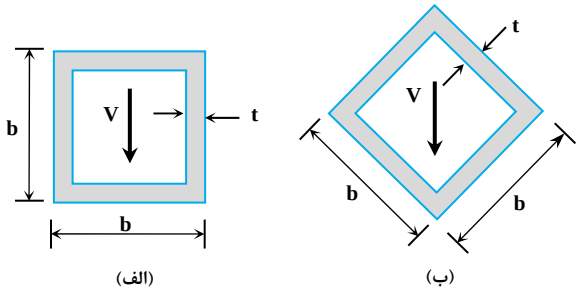
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۷ـ با توجه به مقاطع نشان داده شده نسبت تنش برشی ماکزیمم مقطع شکل «ب» به تنش برشی ماکزیمم مقطع شکل «الف» برابر است با:

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱

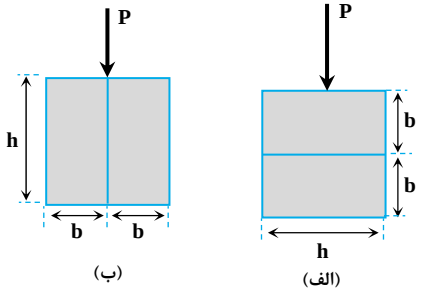
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

۴) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۳}$

۸ـ دو قطعه الوار چوبی به ابعاد $b \times h$ به دو شکل متفاوت مطابق شکل به یکدیگر چسبانیده شده‌اند. این تیر مشترک از یک سر، گیردار است و نیروی P در انتهای آزاد به آن وارد می‌شود. نسبت تنش برشی در محل اتصال در حالت (ب) به حالت (الف) چگونه است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۴)



۱) صفر

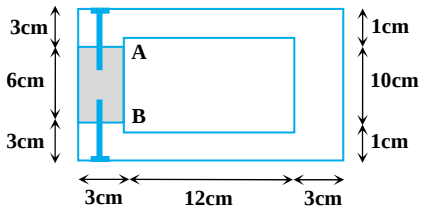
۲) $\frac{۳P}{۲A}$

۳) $\frac{۳P}{A}$

۴) $\frac{P}{۲A}$

۹ـ مقطع شکل زیر از قطعات چوبی که توسط پیچ در محل‌های A و B متصل شده‌اند، تشکیل یافته است. در صورتی که فواصل پیچ‌ها در طول عضو برابر $۱۰\,cm$ و نیروی برشی مجاز هر پیچ $۱۰۰۰\,kg$ باشد، مطلوبست حداکثر نیروی برشی مجاز قابل تحمل توسط مقطع: (I ـ ممان اینرسی مقطع)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



۱) $۰/۶۸I(kg)$

۲) $۱/۰\,I(kg)$

۳) $۱/۳۶I(kg)$

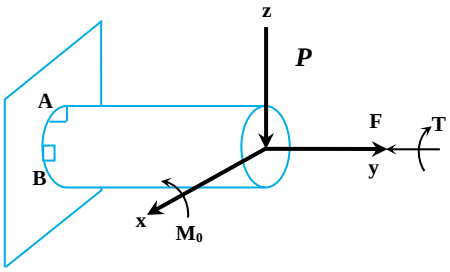
۴) $۲/۷۲I(kg)$

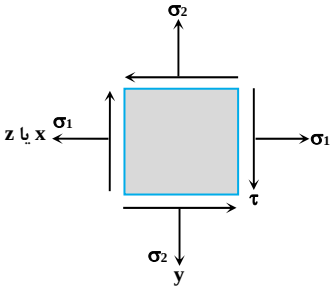
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ در تیر شکل زیر که در انتها تحت بارهای نشان داده شده در شکل قرار دارد، چنانچه المان نشان داده شده در شکل مقابل، نمونه **A** و **B** مشخص شده در شکل باشد، مقادیر σ_1، σ_2 و τ در هر حالت کدام است؟ شعاع مقطع تیر **C** و مدول مقطع آن **S** می‌باشد.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)





۱) $A:\tau=0\ ,\ \sigma_1=\frac{F}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_2=\frac{Pl-M_0}{S}$

$B:\tau=\frac{T}{2S}\ ,\ \sigma_1=0\ \ ,\ \ \sigma_2=\frac{F}{\pi C^2}$

۲) $A:\tau=\frac{T}{2S}\ ,\ \sigma_1=0\ ,\ \sigma_2=\frac{F}{\pi C^2}+\frac{Pl-M_0}{S}$

$B:\tau=\frac{T}{2S}-\frac{2P}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_1=0\ ,\ \sigma_2=\frac{F}{\pi C^2}$

۳) $A:\tau=\frac{T}{2S}\ ,\ \sigma_1=0\ ,\ \sigma_2=\frac{F}{\pi C^2}+\frac{Pl-M_0}{S}$

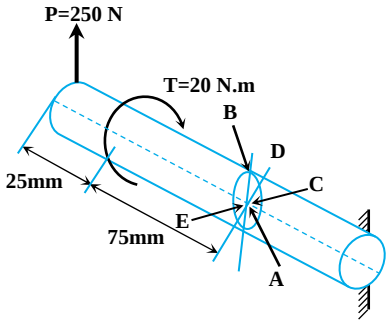
$B:\tau=\frac{T}{2S}-\frac{4}{3}\frac{P}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_1=0\ ,\ \sigma_2=\frac{F}{\pi C^2}$

۴) $A:\tau=\frac{T}{2S}-\frac{4}{3}\frac{P}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_1=\frac{F}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_2=\frac{Pl-M_0}{S}$

$B:\tau=\frac{T}{2S}-\frac{4}{3}\frac{P}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_1=\frac{F}{\pi C^2}\ ,\ \sigma_2=\frac{Pl-M_0}{S}$

۱۱ـ حداکثر تنش برشی محور نشان داده شده چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۵)



۱) $\tau=4$

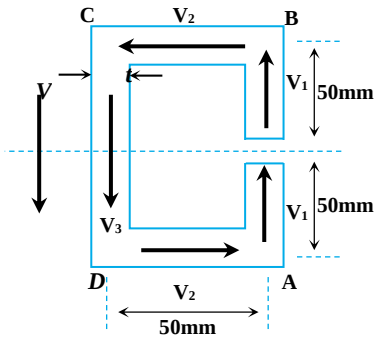
۲) $\tau=97$

۳) $\tau=101$

۴) $\tau=106$

۱۲ـ در تیر دیواره نازک شکل زیر در شاخه **BC** نیروی برش (V_2) کدام است؟ (از ضخامت شکاف صرف‌نظر شود)

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۵)



۱) $1/1\times10^5\ \frac{Vt}{I}$

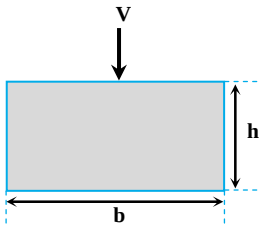
۲) $1/25\times10^5\ \frac{Vt}{I}$

۳) $2/17\times10^5\ \frac{Vt}{I}$

۴) $4/33\times10^5\ \frac{Vt}{I}$

۱۳ـ در یک مقطع تیر که به صورت مستطیل شکل می‌باشد نیروی برشی **V** وارد می‌شود. مطلوبست محاسبه مقدار ماکزیمم تنش برشی در مقطع فوق؟

(مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۵)



۱) $\tau_{max}=\frac{V}{bh}$

۲) $\tau_{max}=\frac{3V}{2bh}$

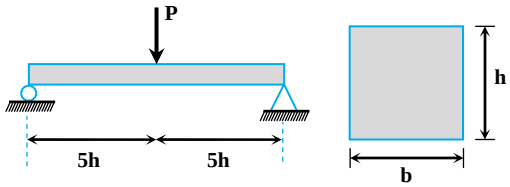
۳) $\tau_{max}=\frac{2V}{bh}$

۴) $\tau_{max}=\frac{4}{3}\frac{V}{bh}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ تیری با سطح مقطع مستطیل با ابعاد نشان داده شده تحت بار متمرکز P قرار گرفته است. تنش خمشی ماکزیمم چند برابر تنش برشی ماکزیمم است؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۶)

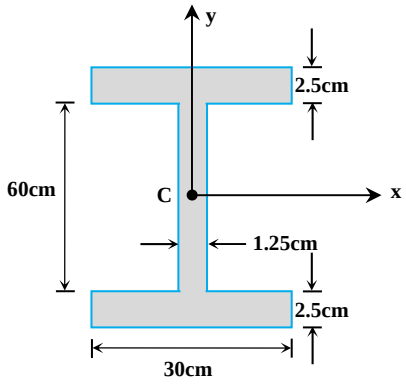


۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۳۰

۱۵ـ در فرضیه تیرها کدام جمله غلط است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری۸۶)

۱) تنش برشی ناشی از خمش صفر است.
۲) کرنش عرضی (جانبی) صفر است.
۳) صفحه همیشه صفحه باقی می‌ماند.
۴) صفحه همیشه بر تار خنثی عمود است.

۱۶ـ تنش برشی مجاز در سطح مقطع یک تیر I شکل برابر $100MPa$ می‌باشد، اگر گشتاورهای اول و دوم این سطح مقطع به ترتیب برابر $Q_x = 2/5\times10^{-3}\ m^3$ و $I_x = 2\times10^{-3}\ m^4$ باشند، نیروی برشی حداکثر در مقطع تیر کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری۸۶)

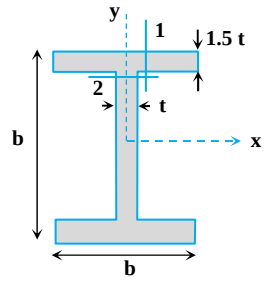


۱) $V_{max} = 1MN$
۲) $V_{max} = 10MN$
۳) $V_{max} = 10KN$
۴) $V_{max} = 100KN$

۱۷ـ تیری به مقطع مربع مستطیل به ارتفاع مقطع h می‌باشد. در یک مقطع تنش خمشی ماکزیمم برابر $\sigma_\circ$ و تنش برشی ماکزیمم برابر $\tau_\circ = 0/3\sigma_\circ$ می‌باشد. (اولی در لبه‌های بالا و پایین مقطع و دومی در روی میان تار). اگر المانی دو بعدی در امتدادهای x و y در نقاط مختلف مقطع انتخاب کنیم، تنش برشی ماکزیمم در کدام المان حداکثر خواهد بود. المانی در تراز: (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)

۱) میان تار
۲) $y = \pm 0/1h$
۳) $y = \pm 0/3h$
۴) لبه‌های بالا و پایین مقطع

۱۸ـ شکل زیر مقطع تیری را نشان می‌دهد که زیر اثر نیروی برشی V در امتداد y قرار دارد. اگر τ_1 تنش برشی افقی در محل اتصال بال و جان روی بال و τ_2 تنش برشی قائم در محل اتصال بال و جان روی جان باشد و مقدار t نسبت به b کوچک فرض شود، نسبت $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)

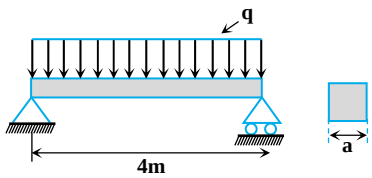


۱) ۱
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{3}$

۱۹ـ بر تیر ساده‌ای به طول L بار یکنواختی به شدت q در تمام طول وارد می‌شود. مقطع تیر مستطیل به پهنای b و به ارتفاع h است. نسبت $\frac{L}{h}$ چقدر باشد که تنش خمشی ماکزیمم ده برابر تنش برشی ماکزیمم شود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۷)

۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) ۱

۲۰ـ تیر ساده به مقطع مربع تحت تأثیر بار گسترده q برابر $10\frac{kN}{m}$ قرار دارد. ضلع a حداقل چند cm باشد تا نسبت تنش عمودی به تنش برشی ۴۰ باشد؟ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)

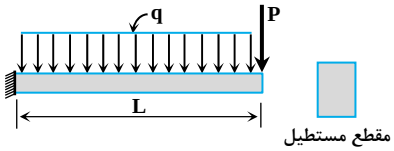


۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۲۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

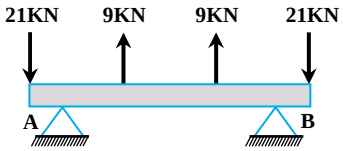
۲۱ـ مقدار تنش برشی در شکل زیر در محل تار خنثی چند برابر $\frac{P}{A}$ می‌باشد؟ $(q=\frac{P}{L})$ (مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲۲ـ مقدار تنش برشی مجاز برای تیر بارگذاری شده زیر با مقطع $۷۰^{mm}\times۲۴۰^{mm}$ چند (MPa) است؟

(مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری۸۷)



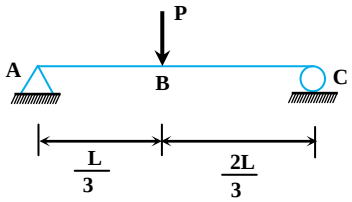
۱) ۰/۷
۲) ۰/۸
۳) ۱/۲۵
۴) ۱/۸

۲۳ـ نیروی برشی V به تیری با مقطع دایره توپر به مساحت A اعمال می‌شود، حداکثر تنشی برشی در مقطع برابر است با:

(مهندسی هوا فضا ـ سراسری۸۷)

۱) $\frac{۳V}{۴A}$
۲) $\frac{V}{A}$
۳) $\frac{۴V}{۳A}$
۴) $\frac{۳V}{۲A}$

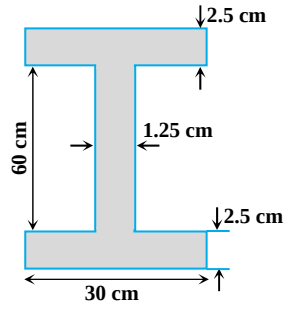
۲۴ـ در تیر زیر که مقطع آن مستطیلی به ارتفاع h است، تنش خمشی ماکزیمم ۲۰ برابر تنش برشی ماکزیمم است. نسبت طول تیر به ارتفاع مقطع آن $(\frac{L}{h})$ کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۷)



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

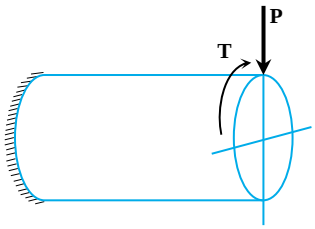
۲۵ـ برای مقطع تیر نشان داده شده در شکل زیر اگر حداکثر تنش برشی مجاز آن ۲۰۰MPa باشد، نیروی برشی ایجاد شده در تیر چقدر است؟

(گشتاور اول سطح مقطع تیر برابر $Q_x=۲/۵\times۱۰^{-۳}\ m^۳$ و گشتاور ماند سطح مقطع تیر برابر $I_x=۲\times۱۰^{-۳}\ m^۴$ است.) (مهندسی نفت ـ سراسری۸۷)



۱) V = ۱MN
۲) V = ۲MN
۳) V = ۱۰۰KN
۴) V = ۲۰۰KN

۲۶ـ یک میله استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای توپر به شعاع a تحت بار عرضی P و کوپل پیچشی T = pa قرار دارد، بیشترین تنش برشی τ_{max} در میله کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



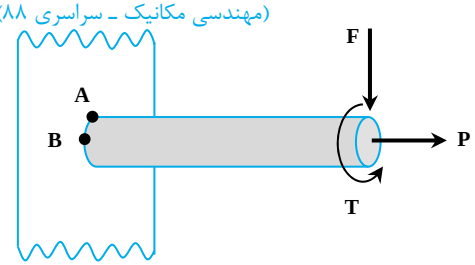
۱) $\frac{۲P}{\pi a^۲}$
۲) $\frac{۱۰P}{۳\pi a^۲}$
۳) $\frac{۳P}{\pi a^۲}$
۴) $\frac{۸P}{۲\pi a^۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷ـ شکل زیر یک محور فولادی را نشان می‌دهد که تحت نیروهای **F** و **P** و گشتاور **T** قرار گرفته است. کدام گزینه در مورد این محور صحیح است؟

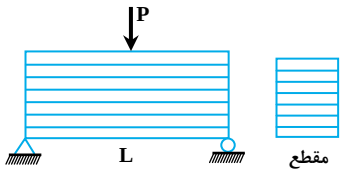
(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) ضریب اطمینان در نقطه A برابر نقطه B است.
۲) برای پاسخ صحیح نیاز به اطلاعات عددی T,F,P و ... می‌باشد.
۳) ضریب اطمینان جسم در نقطه A کمتر از نقطه B است.
۴) ضریب اطمینان جسم در نقطه A بیشتر از نقطه B است.

۲۸ـ **n** تیر با مقطع مستطیلی شکل که سطح مقطع هر یک از آن‌ها **A** می‌باشد را یک بار بدون استفاده از چسب روی هم گذاشته و بار دیگر آن‌ها روی هم گذاشته و می‌چسبانیم. مقاومت برشی مجموعه تیرها در حالت دوم چند برابر اول است؟ (مقاومت برشی چسب از مقاومت برشی جنس تیر بیشتر است.)

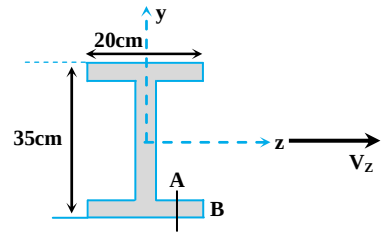
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) ۱
۲) ۱/۵n
۳) ۲
۴) n

۲۹ـ در شکل زیر محورهای **y** و **z** محورهای تقارن هستند. اگر $V_z = 20\,ton$ باشد. تنش برشی در نقطه‌ی **A** بر حسب $\frac{kg}{cm^2}$ چقدر است؟ ضخامت جان و بال‌ها، همه‌جا یک سانتی‌متر و **AB = ۶cm** می‌باشد.

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) ۶۳۰
۲) ۳۱۵
۳) ۵۰۰
۴) ۷۵۰

۳۰ـ مقطع یک تیر به شکل دایره و مقطع تیر دیگری به شکل مربع است. مساحت مقطع هر دو تیر مساوی است، نسبت مقاومت برشی تیر اول به تیر دوم برابر است با: (راهنمایی: حداکثر تنش برشی در مقطع دایره با سطح مقطع **A** تحت برش **V** برابر $\frac{4V}{3A}$ می‌باشد.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

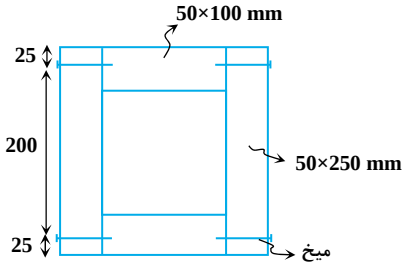
۱) ۱
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{8}{9}$
۴) $\frac{9}{8}$

۳۱ـ ماکزیمم مقدار جریان برش (q_{max}) در یک مقطع دایره‌ای شکل با شعاع **R** تحت اثر نیروی برشی **V**، کدام است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۸)

۱) $q_{max} = \frac{V}{\pi R}$
۲) $q_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{\pi R}$
۳) $q_{max} = \frac{4}{3}\frac{V}{\pi R}$
۴) $q_{max} = \frac{8}{3}\frac{V}{\pi R}$

۳۲ـ تیر مرکبی که توسط چهار الوار چوبی دارای مقطعی مطابق شکل می‌باشد. اگر در مقطع مورد نظر نیروی برشی **۴۶۴۰N** باشد و الوارها با میخ‌هایی به تنش برشی مجاز **۲۵۰Mpa** به هم وصل شوند، فاصله مجاز بر حسب **mm** چقدر می‌باشد؟

(مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



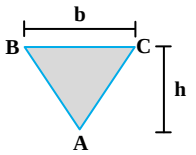
$I=2.32\times10^{8}\ mm^4$

۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۶۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳ـ چنانچه نیروی برشی وارده بر مقطع مثلثی شکل نشان داده شده برابر **V** باشد، تنش برشی حداکثر در چه فاصله‌ای از نقطه **A** در روی مقطع ایجاد می‌شود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۹)

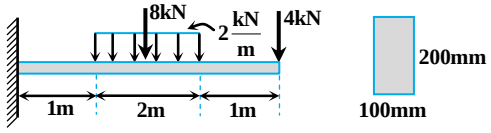


۱) $\frac{h}{2}$ ۲) $\frac{h}{3}$ ۳) $\frac{h}{4}$ ۴) $\frac{2h}{3}$

۳۴ـ کدام رابطه بیانگر وضعیت تنش‌های مرکب برشی است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)

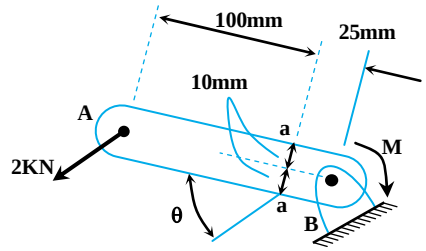
۱) $\frac{Tr}{J}+\frac{VQ}{It}$ ۲) $\frac{Tr}{J}+\frac{My}{I}$ ۳) $\frac{VQ}{It}+\frac{My}{I}$ ۴) $\frac{F}{A}+\frac{My}{I}$

۳۵ـ اگر سطح تیر شکل زیر مستطیلی و به ابعاد $20\times10\ cm$ باشد، آنگاه بیشینه تنش برشی تیر چند **MPa** است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



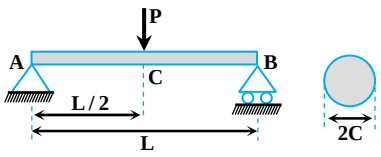
۱) ۰/۴
۲) ۱/۲
۳) ۰/۷
۴) ۱/۵

۳۶ـ اهرم **AB** دارای مقطع مستطیلی به ابعاد $20mm\times10mm$ می‌باشد. نیروی افقی **2kN** در نقطه **A** وارد می‌شود. با فرض $\theta=30^\circ$، بیشینه تنش برشی در مقطع **aa** چند **MPa** است؟ (مهندسی ماشین‌های کشاورزی ـ سراسری ۸۹)



۱) ۲/۳
۲) ۴/۶
۳) ۶/۹
۴) ۷/۵

۳۷ـ نسبت تنش برشی بیشینه به تنش عمودی (خمشی) بیشینه در تیر زیر چقدر است؟ (مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{3C}{2L}$ ۲) $\frac{3L}{2C}$ ۳) $\frac{2L}{3C}$ ۴) $\frac{2C}{3L}$

درسنامه (۲): جریان برش و مرکز برش در مقاطع جدار نازک باز

۳۸ـ محل مرکز برش (**Shear Center**) در کدام‌یک از مقاطع باز زیر به درستی نشان داده نشده است؟ (مهندسی هوافضا ـ سراسری ۸۲)

(۱) (۲) (۳) (۴)

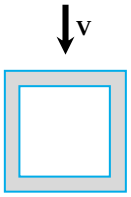
۳۹ـ برای مقطع شکل زیر که تحت نیروی برشی قائم **V** می‌باشد، کدام یک از جریان‌های برش صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۵)

(۱) (۲) (۳) (۴)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

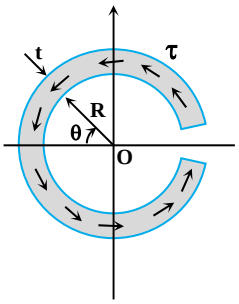
۴۰ـ برای مقطع شکل زیر که تحت نیروی برشی قائم V می‌باشد، کدام یک از جریان‌های برشی در مقطع صحیح می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری۸۶)



(۱) (۲) (۳) (۴)

۴۱ـ برای مقطع نشان داده شده توزیع تنش برشی تحت بار برشی به طرف پایین V عبارت است از:

$$\frac{V(\cos\theta+1)}{\pi Rt}$$



مطلوب است فاصله مرکز برش از مرکز دایره. (مهندسی هوافضا ـ سراسری۸۷)

۱) ۰

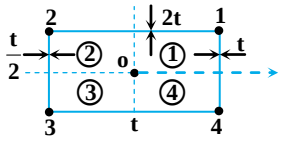
۲) $\frac{2R}{\pi}$

۳) R

۴) $2R$

۴۲ـ با فرض جنس یکسان در شکل زیر ، مرکز برش در کدام ناحیه قرار دارد؟ (اگر نقطه‌ی O وسط مستطیل بوده و b_iها با هم مساوی باشند)

(مهندسی هوا فضا ـ سراسری ۸۹)



۱) ①

۲) ②

۳) ③

۴) ④

www.modaresanesharif.ac.ir

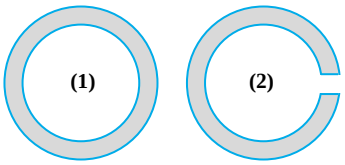
www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

درسنامه (۱): بارگذاری عرضی بر روی تیرها

۱ـ گزینه «۳»

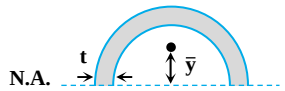
روش اول: حداکثر تنش برشی در مقطع لوله‌ای جدار نازک بسته طبق توضیحات درس برابر $۲\frac{V}{A}$ می‌باشد.



$$\tau_{max_۱}=۲\frac{V}{A} \qquad \tau_{max_۲}=\frac{VQ}{It}$$

برای محاسبه ممان اینرسی لوله، می‌توان از تفاضل ممان اینرسی دو مقطع دایره‌ای توپر به شعاع‌های R و $R-t$ استفاده نمود.

$$I=\frac{\pi}{۴}R^۴-\frac{\pi}{۴}(R-t)^۴ \xrightarrow{\text{با حذف جملات دارای مراتب بالای } t \text{ مانند } t^۳,t^۲} I=\pi R^۳t$$



تنش برشی در لوله جدار نازک درزدار در روی تار خنثی ماکزیمم می‌شود، بنابراین:

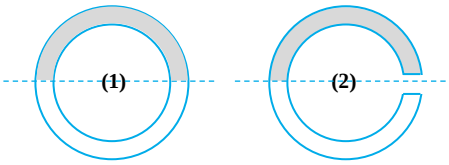
$$Q=A.\bar{y}=\pi Rt\times\frac{۲R}{\pi}=۲R^۲t$$

فاصله مرکز سطح یک کمان نیم‌دایره از قطر مساوی $\frac{۲R}{\pi}$ می‌باشد. اکنون با جایگذاری مقادیر به دست آمده در رابطه تنش برشی، حداکثر تنش برشی در لوله درزدار به دست می‌آید.

$$\tau_{max_۲}=\frac{VQ}{It}=\frac{V\times۲R^۲t}{\pi R^۳t\times t}=\frac{۲V}{\pi Rt}=\frac{۴V}{۲\pi Rt}\Rightarrow\tau_{max_۲}=۴\frac{V}{A}\Rightarrow\frac{\tau_{max_۱}}{\tau_{max_۲}}=\frac{۲\frac{V}{A}}{۴\frac{V}{A}}=\frac{۱}{۲}$$

روش دوم: برای محاسبه تنش برش ماکزیمم در هر دو مقطع از فرمول $\tau=\frac{VQ}{It}$ استفاده می‌نماییم. همچنین حداکثر تنش برشی در هر مقطع، روی تار خنثی اتفاق می‌افتد.

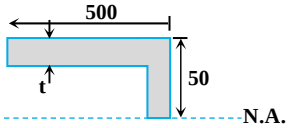
$$\tau_{max_۱}=\frac{VQ}{I(۲\times t)}\ ,\ \tau_{max_۲}=\frac{VQ}{It}$$



از آن جا که Q، I، V برای هر مقطع یکسان است پس:

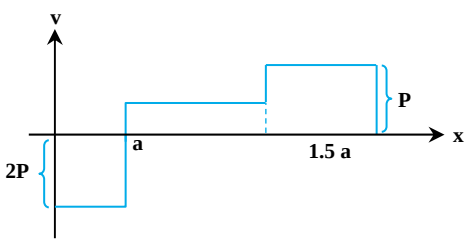
$$\frac{\tau_{max_۱}}{\tau_{max_۲}}=\frac{\frac{VQ}{۲It}}{\frac{VQ}{It}}=\frac{۱}{۲}$$

۲ـ گزینه «۳» در محاسبه ممان اینرسی از جمله شامل $t^۳$ به دلیل کوچکی صرف‌نظر می‌شود.



$$q=\frac{VQ}{I}=\frac{۵۰۰۰\times\left[(۵۰۰t)۵۰+(۵۰t)۲۵\right]}{۲\times\frac{۱}{۱۲}\times۵۰۰t^۳\times۲\times۵۰۰t\times۵۰^۲+\frac{۱}{۱۲}\times t\times۱۰۰^۳}=۵۰/۸\frac{N}{mm}$$

۳ـ گزینه «۴» چون سطح مقطع در طول تیر ثابت است، بنابراین نسبت تنش‌های برشی مساوی نسبت نیروی برش در دو بخش تیر بوده و به همین ترتیب نسبت تنش ناشی از خمش مساوی نسبت لنگر خمشی در بخش‌های AB و CD می‌باشد.



$$\frac{(\tau_{max})_{AB}}{(\tau_{max})_{CD}}=\frac{V_{AB}}{V_{CD}}=\frac{۲P}{P}=۲$$

$$\frac{(\sigma_{max})_{AB}}{(\sigma_{max})_{CD}}=\frac{M_{AB}}{M_{CD}}=\frac{۲P\times a}{P\times۱/۵a}=\frac{۴}{۳}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

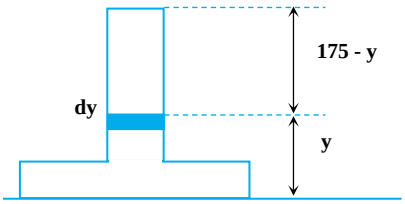
۴ـ گزینه «۳»

$$\tau_{max}=\frac{VQ}{It}\xrightarrow[\text{ماکزیمم مساوی است با:}]{\text{در تیر با مقطع مستطیل تنش برشی}}\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V_{max}}{A}$$

$$V_{max}=A_y=\frac{qL}{۲},A=a^۲$$ نیروی برشی ماکزیمم در این تیر برابر نیروی تکیه‌گاهی است

$$\Rightarrow\tau_{max}=\frac{۳}{۴}\frac{qL}{a^۲}$$

۵ـ گزینه «۳» برای محاسبه نیروی تحمل شده توسط جان AB کافی است از تنش برشی جان تیر انتگرال بر روی سطح گرفت.



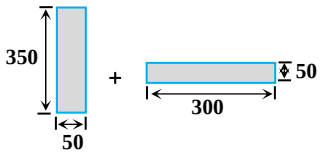
$$F=\int\tau dA=\int\tau t dy=\int q dy=\int\frac{VQ}{I}dy=\frac{V}{I}\int Q dy$$

$$Q=(۱۷۵-y)\times۵۰\times(y+\frac{۱۷۵-y}{۲})=۲۵(۱۷۵^۲-y^۲)$$

$$\Rightarrow F=\frac{V}{I}\int_{۲۵}^{۱۷۵}۲۵(۱۷۵^۲-y^۲)dy$$

$$F=\frac{V}{I}\times۲۵[۱۷۵^۲(۱۷۵-۲۵)-\frac{۱}{۳}(۱۷۵^۳-۲۵^۳)]\Rightarrow F=\frac{V}{I}\times۷۰۳۱۲۵۰۰\quad(۱)$$

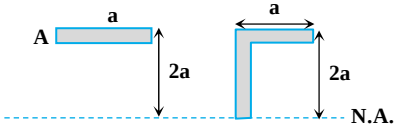
برای محاسبه ممان اینرسی کل مقطع، کافی است دو مقطع را به دو مستطیل با سطح مقطع‌های نشان داده شده تقسیم کنیم.



$$I=\frac{۱}{۱۲}\times۵۰\times۳۵۰^۳+\frac{۱}{۱۲}\times۳۰۰\times۵۰^۳=۱۸۱۷۷۰۸۳۳\,mm^۴\quad(۲)$$

$$(۲),(۱)\Rightarrow F=V\times\frac{۷۰۳۱۲۵۰۰}{۱۸۱۷۷۰۸۳۳}=۰/۳۸۶۸V\quad\text{یا}\quad ۳۸/۶\%V$$

۶ـ گزینه «۲» در مقطعی با ضخامت ثابت نسبت تنش برشی در دو نقطه مقطع، مساوی نسبت ممان استاتیک سطح بالای نقاط مورد نظر حول تار خنثی است.

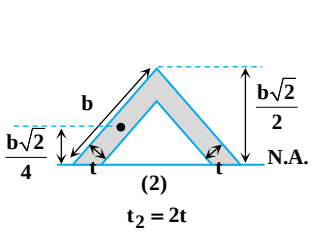


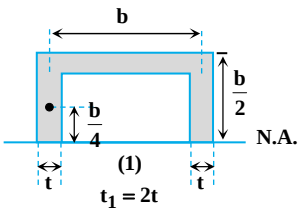
$$Q_A=A\bar{y}=at\times۲a=۲a^۲t$$

$$Q_B=Q_A+Q_{AB}=۲a^۲t+(۲at)a=۴a^۲t$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_B}=\frac{\frac{VQ_A}{It}}{\frac{VQ_B}{It}}=\frac{Q_A}{Q_B}=\frac{۲a^۲t}{۴a^۲t}=\frac{۱}{۲}$$

۷ـ گزینه «۳» کمیات V و I و t برای دو مقطع مساویند، از طرفی تنش برشی در هر دو مقطع در روی تار خنثی ماکزیمم می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

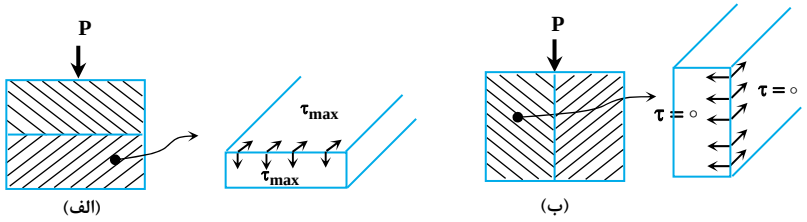




$$Q_۱=۲(\frac{b}{۲}t)\frac{\frac{b}{۲}}{۲}+bt\times\frac{b}{۲}=\frac{۳b^۲t}{۴}\quad;\quad Q_۲=۲(bt)\frac{\frac{b\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=\frac{b^۲t\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\frac{\tau_۲}{\tau_۱}=\frac{\frac{VQ_۲}{It_۲}}{\frac{VQ_۲}{It_۱}}\Rightarrow\frac{\tau_۲}{\tau_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{b^۲t\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{۳}{۴}b^۲t}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

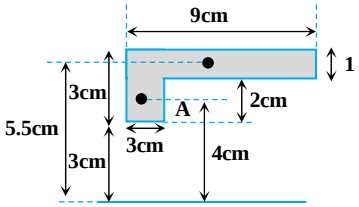
۸ـ گزینه «۱» تنش برشی در محل اتصال (الف) ماکزیمم است، در حالی که در اتصال (ب) هیچ‌گونه تنش برشی ایجاد نمی‌شود. (همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، اگر در مقطع عرضی تیر تنش برشی ایجاد شود در صفحات طولی تیر نیز تنش برشی ایجاد می‌گردد که طبق قانون تعادل این تنش‌ها با هم برابرند.) در شکل (ب) تنش برشی در راستای افقی به وجود نمی‌آید پس تنش برشی عمود بر محل اتصال صفر است.



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۳» مقطع تیر را از محور تقارن تا محل A در نظر گرفته سپس ممان استاتیک آن را محاسبه می‌کنیم.



$$F=\frac{VQ}{I}x \Rightarrow V=\frac{FI}{Qx}$$

$$V=\frac{۱۰۰۰\times I}{[۹\times ۱\times ۵/۵+۲\times ۳\times ۴]۱۰}=۱/۳۶I\ (kg)$$

۱۰ـ گزینه «۳» در المان A تنها تنش برشی ناشی از پیچش وجود دارد $(\tau=\frac{TR}{J}=\frac{T}{۲S})$ در حالی که در المان B تنش برشی ناشی از نیروی برش نیز به آن افزوده می‌شود. $(\tau_{max}=\frac{۴}{۳}\frac{V}{A})$. همچنین در المان A تنش قائم ناشی از نیروی کششی F، لنگر خمشی $M_۰$ و لنگر خمشی PL وجود دارد. ولی المان B چون بروی تار خنثی قرار گرفته است مؤلفه‌های تنش ناشی از خمش وجود ندارد. از طرف دیگر مؤلفه دیگر تنش قائم یعنی σ_x نیز در هر دو المان صفر است.

$$A:\tau=\frac{TR}{J}=\frac{T}{۲S},\ \sigma_۱=\sigma_x=۰,\ \sigma_۲=\sigma_y=\frac{F}{A}+\frac{MC}{I}=\frac{F}{\pi C^۲}+\frac{PL-M_۰}{S}$$

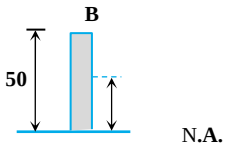
تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی و نیروی برشی در المان B مخالف جهت یکدیگرند.

$$B:\tau=\frac{TR}{J}-\frac{VQ}{It}=\frac{T}{۲S}-\frac{۴}{۳}\frac{V}{A},\ \sigma_۱=\sigma_x=۰,\ \sigma_۲=\sigma_y=\frac{F}{\pi C^۲}$$

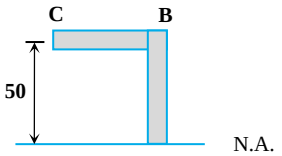
۱۱ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. در شکل داده شده قطر محور مشخص نمی‌باشد، در نتیجه نمی‌توان تنش برشی را تعیین نمود.

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}+\frac{۴}{۳}\frac{V}{A}$$

۱۲ـ گزینه «۲» چون تغییرات تنش برشی در جداره BC به صورت خطی است برای محاسبه نیروی برشی $V_۲$ کافی است تنش برشی میانگین در این جداره محاسبه شده، سپس در مساحت جداره BC ضرب شود. اما ابتدا باید تنش برشی در مقاطع B و C جداگانه محاسبه شود. سپس تنش برشی میانگین محاسبه شود.



$$Q_B=A\bar{y}=(۵۰t)\times ۲۵=۱۲۵۰t \Rightarrow \tau_B=\frac{V}{I}(۱۲۵۰)$$



$$Q_C=Q_B+Q_{\overline{B}}=۱۲۵۰t+(۵۰t)\times ۵۰ \Rightarrow Q_C=۳۷۵۰t \Rightarrow \tau_C=\frac{V}{I}(۳۷۵۰)$$

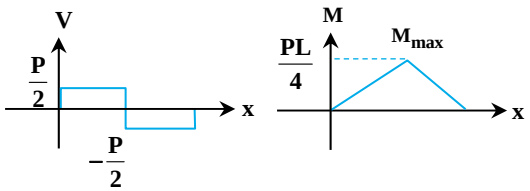
$$V_۲=\frac{۱}{۲}(\tau_B+\tau_C)۵۰t=۱/۲۵\times ۱۰^۵\frac{Vt}{I}$$

۱۳ـ گزینه «۲» تنش برشی ناشی از نیروی برش در روی تار خنثی ماکزیمم شده که مقدار آن (برای مقاطع مستطیلی) مساوی است با:

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}=\frac{۳}{۲}\frac{V}{bh}$$

۱۴ـ گزینه «۳» طبق دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی رسم شده می‌توان مقادیر ماکزیمم V و M را استخراج نمود.

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}=\frac{\frac{MC}{I}}{\frac{VQ}{It}}=\frac{\frac{۶M}{Ah}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=\frac{۴M}{Vh}=\frac{۴\times\frac{PL}{۴}}{\frac{P}{۲}h}=\frac{۲L}{h}=\frac{۲(۱۰h)}{h}=۲۰$$



۱۵ـ گزینه «۲» هرگاه تیر دارای کرنش محوری است پس باید در راستای عرضی نیز دارای کرنش جانبی باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ گزینه «۱» با توجه به آنکه تنش برشی مجاز تیر در صورت مسأله ارائه شده است بنابراین می‌توان از رابطه زیر مقدار نیروی برشی حداکثر را به‌دست آورد.

$$\tau_{max}=\frac{VQ}{It}\Rightarrow V_{max}=\frac{\tau_{max}It}{Q}\Rightarrow V_{max}=\frac{۱۰۰\times(۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۱۲}\ mm^{۴})\times۱۲/۵mm}{۲/۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۹}\ mm^{۳}}=\frac{۲۵\times۱۰^{۱۱}}{۲/۵\times۱۰^{۶}}\Rightarrow V_{max}=۱۰^{۶}\ N=۱MN$$

۱۷ـ گزینه «۴» در روی لبه‌های بالا و پایین تیر تنش برشی ماکزیمم مساوی است با: $\tau_{max}=\frac{۱}{۲}\sigma_{max}=\frac{۱}{۲}\sigma_{۰}$ درحالی‌که روی تار میانی تیر تنش برشی ماکزیمم مساوی $۰/۳\sigma_{۰}$ است. بنابراین تنش برشی ماکزیمم در روی لبه‌های بالا و پایینی تیر اتفاق می‌افتد.

۱۸ـ گزینه «۴» مقادیر I, V در فرمول تنش برشی $\tau=\frac{VQ}{It}$ ثابت بوده و به ترتیب در نسبت $\frac{\tau_{۱}}{\tau_{۲}}$ نیز مقادیر V و I حذف می‌شوند:

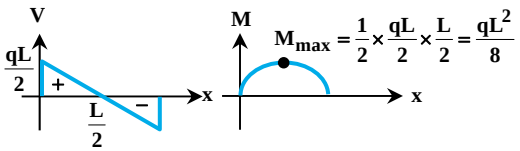
$$\frac{\tau_{۱}}{\tau_{۲}}=\frac{\frac{Q_{۱}}{t_{۱}}}{\frac{Q_{۲}}{t_{۲}}}\Rightarrow\frac{\tau_{۱}}{\tau_{۲}}=\frac{Q_{۱}t_{۲}}{Q_{۲}t_{۱}}=\frac{(\frac{b}{۲}\times۱/۵t)\times\frac{b}{۲}}{(b\times۱/۵t)\times\frac{b}{۲}}\times\frac{t}{۱/۵t}=\frac{۱}{۳}$$

۱۹ـ گزینه «۲» تنش برشی ماکزیمم در تیری با مقطع مستطیل در روی تار خنثی به وقوع پیوسته و مقدار آن مساوی $\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}$ است.

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}=۱۰\Rightarrow\frac{\frac{M}{S}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=\frac{\frac{M}{\frac{۱}{۶}Ah}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=۴\frac{M}{Vh}$$

$$\left.\begin{array}{l}M_{max}=\frac{\omega L^{۲}}{۸}\ \text{لنگر ماکزیمم در تیر ساده تحت بار گسترده}\\ V_{max}=\frac{\omega L}{۲}\ \text{نیروی برشی ماکزیمم در تیر ساده تحت بار گسترده}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}=\frac{۴\times\frac{\omega L^{۲}}{۸}}{\frac{\omega L}{۲}\times h}=۱۰\Rightarrow\frac{L}{h}=۱۰$$

۲۰ـ گزینه «۱»



$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}=۴۰\Rightarrow\frac{\frac{MC}{I}}{\frac{VQ}{It}}=۴۰\Rightarrow\frac{\frac{۶M}{Ah}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=\frac{۴M}{Vh}=۴۰$$

$$M_{max}=\frac{qL^{۲}}{۸}\quad;\quad V_{max}=\frac{qL}{۲}\Rightarrow\frac{۴\times\frac{qL^{۲}}{۸}}{\frac{qL}{۲}\times a}=۴۰\Rightarrow\frac{L}{a}=۴۰\Rightarrow a=\frac{۴}{۴۰}=۰/۱m=۱۰cm$$

۲۱ـ گزینه «۲»

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}=\frac{۳}{۲}\times\frac{V_{max}}{A}=\frac{۳}{۲}\frac{(P+qL)}{A}=\frac{۳}{۲}\times\frac{(P+\frac{P}{L}\times L)}{A}\quad\Rightarrow\quad\tau_{max}=۳\frac{P}{A}$$

۲۲ـ گزینه «۴» در مقطع مستطیلی تنش برشی ماکزیمم ناشی از نیروی برش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V_{max}}{A}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۲۱۰۰۰}{۷۰\times۲۴۰}=۱/۸۷۵MPa$$

در تیر نشان داده شده در مسئله نیروی برش ماکزیمم مساوی ۲۱KN می‌باشد و موقعیت در سمت چپ تکیه‌گاه A و سمت راست تکیه‌گاه B می‌باشد.

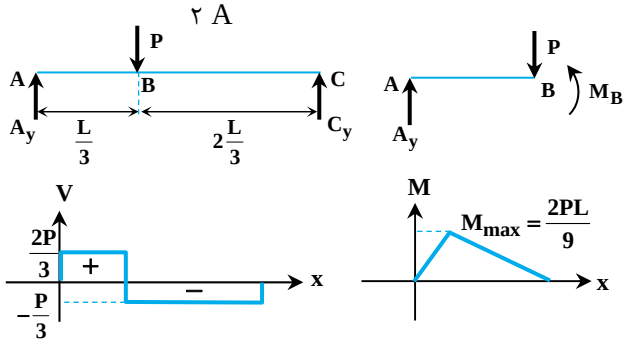
۲۳ـ گزینه «۳» $\tau_{max}=k\tau_{ave}\quad;\quad$ برای دایره $k=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\tau_{max}=\frac{۳}{۴}\frac{V}{A}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴ـ گزینه «۲» نسبت تنش قائم ناشی از خمش به تنش برشی ناشی از نیروی برش برابر است با:

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}}=۲۰ \Rightarrow \frac{\frac{MC}{I}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=\frac{۲}{۳}\frac{MCA}{IV}=۲۰ \Rightarrow \frac{MCA}{IV}=۳۰ \qquad (۱)$$



نیروی برش در تکیه‌گاه A ماکزیمم شده و لنگر خمشی در زیر نیروی متمرکز به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

$$\sum M_C=۰ \Rightarrow A_y \times L=P \times \frac{۲L}{۳} \Rightarrow A_y=\frac{۲P}{۳}$$

نیروی برش ماکزیمم در تیر برابر نیروی تکیه‌گاه A می‌باشد، بنابراین:

$$V_{max}=A_y=\frac{۲P}{۳} \quad , \quad \sum M_B=۰ \Rightarrow M_B=A_y \times \frac{L}{۳}=\frac{۲P}{۳}\times\frac{L}{۳}=\frac{۲PL}{۹}=M_{max} \qquad (۲)$$

$$I=\frac{bh^۳}{۱۲} \quad , \quad C=\frac{h}{۲} \xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} \frac{۲P\frac{L}{۹}\times\frac{h}{۲}\times bh}{\frac{bh^۳}{۱۲}\times\frac{۲}{۳}P}=۳۰ \Rightarrow \frac{L}{h}=\frac{۳۰\times۱۸}{۱۲\times۳}=۱۵$$

۲۵ـ گزینه «۲» تنش برشی در مقاطع I شکل در روی تار خنثی به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

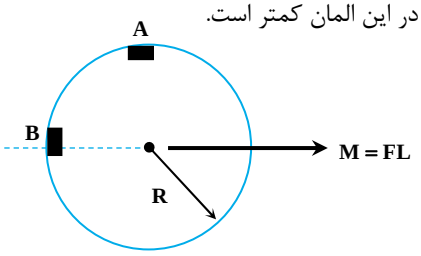
$$\tau_{max}=\frac{VQ}{It} \Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^۶ \text{ pa}=\frac{V\times۲/۵\times۱۰^{-۳}}{۲\times۱۰^{-۳}\times۱/۲۵\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow V=۲۰۰\times۱۰^۴ \text{ N}=۲\text{MN}$$

۲۶ـ گزینه «۲» بیشترین تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی در سطح خارجی محور اتفاق افتاده و در اثر نیروی برشی در روی تار خنثی به وقوع می‌پیوندد.

$$\tau_{max}=\frac{VQ}{It}+\frac{TR}{J}=\frac{۴}{۳}\frac{P}{A}+\frac{Pa\times a}{\frac{\pi}{۲}a^۴}=\frac{۴}{۳}\frac{P}{\pi a^۲}+\frac{۲P}{\pi a^۲} \Rightarrow \tau_{max}=\frac{۱۰}{۳}\frac{P}{\pi a^۲}$$

(تنش برشی ماکزیمم ناشی از نیروی برش در مقاطع دایروی در روی تار خنثی بوده و مقدار آن مساوی $\frac{۴}{۳}\frac{P}{A}$ می‌باشد.)

۲۷ـ گزینه «۳» نیروی P در مقطع مورد نظر، تولید تنش کششی یکنواخت می‌کند و گشتاور پیچشی T نیز در دو المان A و B تولید تنش برشی ماکزیمم می‌کند. در حالی که نیروی F تولید برش و خمش در مقطع مورد نظر می‌کند. در المان A تنش برشی ناشی از F صفر بوده و در المان B ماکزیمم است. از طرفی تنش خمشی ناشی از F در A ماکزیمم بوده و در B صفر است. اما مقدار تنش خمشی ماکزیمم به مراتب بیشتر از تنش برشی ماکزیمم ناشی از F است، در نتیجه المان A بحرانی بوده و تنش‌های اصلی در المان A به گونه‌ای خواهد بود که ضریب اطمینان در این المان کمتر است.



$$\sigma_A=\frac{MC}{I}=\frac{MR}{\frac{\pi}{۴}R^۴}=\frac{۴M}{\pi R^۳}$$

$$\sigma_B=\frac{MC}{I}=\frac{M\times۰}{I}=۰$$

۲۸ـ گزینه «۱» اتصال تیرها به یکدیگر تأثیری در مقاومت برشی مجموعه تیرها ایفا نمی‌کند.

مقاومت برشی (K') طبق تعریف برابر نسبت نیروی برش بر تنش برشی ماکزیمم می‌باشد. چون تنش برشی ماکزیمم در مقطع مستطیلی تحت نیروی برش برابر $\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}$ است بنابراین مقاومت برشی در این مقطع برابر است با:

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V}{A} \Rightarrow \frac{۲}{۳}A=k'=\frac{V}{\tau_{max}}$$

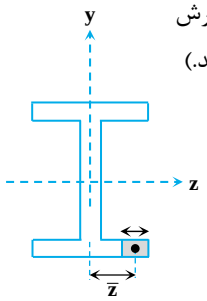
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

اگر مساحت مقطع هر تیر را با A نشان دهیم می‌توان مقاومت برشی تیر را در دو حالت با چسب و بدون چسب به دست آوریم. تیری را که توسط چسب ایجاد شده می‌توان مانند یک تیر یکپارچه با مساحت مقطع nA در نظر گرفت.

$$\frac{k'_{\text{۲ تیر با چسب}}}{k'_{\text{۱ تیر بدون چسب}}}=\frac{\frac{۲}{۳}(nA)}{(\frac{۲}{۳}A)n}=۱$$

۲۹ـ گزینه «۱» در نقطه A مقطع را برش عمودی زده سپس ممان استاتیک سطح هاشور خورده را محاسبه می‌کنیم. چون نیروی برش در امتداد z اعمال شده است، بنابراین ممان اینرسی سطح را حول محور y محاسبه می‌کنیم. (محور y همان تار خنثی مقطع می‌باشد.)



$$\tau=\frac{VQ}{It}\ ;\quad Q=A\bar{z}=(۶\times۱)(۱۰-۳)=۴۲cm^۳$$

$$t=۱cm\quad ;\quad V=۲۰ton=۲۰۰۰۰kg$$

$$I=\frac{۱}{۱۲}\times۳۳\times۱^۳+۲\times\frac{۱}{۱۲}\times۱\times۲۰^۳=\frac{۱۶۰۳۳}{۱۲}cm^۴\ ;\ \tau=\frac{۲۰۰۰۰\times۴۲}{\frac{۱۶۰۳۳}{۱۲}\times۱}\cong۶۳۰\frac{kg}{cm^۲}$$

۳۰ـ گزینه «۴» مقاومت برشی مقطع، نسبت عکس با تنش برشی ماکزیمم مقطع دارد.

$$\frac{\tau_{max}\ \text{دایره}}{\tau_{max}\ \text{مربع}}=\frac{\frac{۴}{۳}\frac{V}{A}}{\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{\text{مقاومت برشی مقطع دایره}}{\text{مقاومت برشی مقطع مربع}}=\frac{۹}{۸}$$

۳۱ـ گزینه «۴»

$$q_{max}=\tau_{max}t=\frac{۴}{۳}\frac{V}{A}\times۲R=\frac{۴}{۳}\frac{V}{\pi R^۲}\times۲R=\frac{۸}{۳}\frac{V}{\pi R}$$

ماکزیمم تنش برشی در روی تار خنثی به وقوع می‌پیوندد و مقدار آن مساوی $\frac{۴}{۳}\frac{V}{A}$ است از طرفی در تار خنثی، عرض مقطع مساوی قطر دایره، ۲R می‌باشد.

۳۲ـ گزینه «۲» اگر در صورت سؤال، منظور از تنش برشی مجاز، نیروی مجاز برشی باشد، فاصله مجاز بین میخ‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F=\frac{VQ}{I}x\Rightarrow x=\frac{FI}{VQ}=\frac{۲۵۰\times۲/۳۳\times۱۰^۸}{۴۶۴۰\times(۵۰\times۵۰\times۱۰۰)}=۵۰mm$$

در رابطه فوق، ممان استاتیک الوار فوقانی حول تار خنثی باید محاسبه شود.

۳۳ـ گزینه «۱» تنش برشی در صورتی ماکزیمم خواهد بود که نسبت $\frac{Q}{t}$، ماکزیمم شود.

۳۴ـ گزینه «۱» تنش برشی ناشی از دو عامل لنگر پیچشی یا نیروی برشی است که به ترتیب عبارتند از:

$$\left.\begin{array}{l}\tau_۱=\frac{Tr}{J}\quad\text{تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی}\\ \tau_۲=\frac{VQ}{It}\quad\text{تنش برشی ناشی از بارگذاری برشی}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{طبق اصل جمع آثار می‌توان نوشت}}\tau_R=\tau_۱+\tau_۲=\frac{Tr}{J}+\frac{VQ}{It}$$

۳۵ـ گزینه «۳» تنش برشی ماکزیمم در مقطع مستطیلی از رابطه روبرو به دست می‌آید:

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V_{max}}{A}$$

اما نیروی برشی ماکزیمم در تیر یک سر گیردار نشان داده شده در مسئله مساوی نیروی تکیه‌گاهی است. بنابراین:

$$V_{max}=Ay=۸۰۰۰+۲۰۰۰\times۲+۴۰۰۰=۱۶۰۰۰N\Rightarrow\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۱۶۰۰۰}{۱۰۰\times۲۰۰}=۱/۲\ MPa$$

---

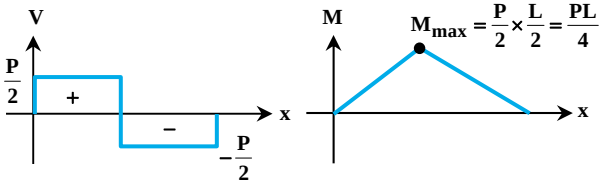
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ گزینه «۴» تنش برشی ماکزیمم ناشی از نیروی برشی در مقطع مستطیلی مساوی $\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}$ می‌باشد. از طرفی، مؤلفه نیروی قائم بر عضو AB ایجاد تنش برشی می‌کند. بنابراین:

$$\tau_{max}=\frac{۳}{۲}\frac{V}{A}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۲۰۰۰\sin ۳۰^\circ}{۱۰\times ۲۰}=۷/۵\ MPa$$

۳۷ـ گزینه «۴» نیروی برشی ماکزیمم و لنگر خمشی ماکزیمم در تیر به ترتیب مساوی $\frac{P}{۲}$ و $\frac{PL}{۴}$ می‌باشد.



تنش برشی ماکزیمم در مقطع دایره واقع شده در روی تار خنثی: $\tau_{max}=\frac{۴}{۳}\frac{V_{max}}{A}=\frac{۴}{۳}\times\frac{\frac{P}{۲}}{\pi C^۲}=\frac{۲}{۳}\frac{P}{\pi C^۲}$ (۱)

$$\xrightarrow[(۲)]{(۱)}\frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}}=\frac{\frac{۲}{۳}\frac{P}{\pi C^۲}}{\frac{PL}{\pi C^۳}}=\frac{۲}{۳}\frac{C}{L}$$

تنش خمشی ماکزیمم در فاصله C از تار خنثی روی می‌دهد: $\sigma_{max}=\frac{M_{max}C}{I}=\frac{\frac{PL}{۴}\times C}{\frac{\pi}{۴}C^۴}=\frac{PL}{\pi C^۳}$ (۲)

درسنامه (۲): جریان برش و مرکز برش در مقاطع جدار نازک باز

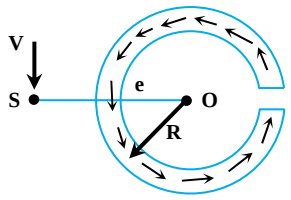
۳۸ـ گزینه «۲» در مقاطع (۱) و (۳) و (۴) محل تلاقی جداره‌های نازک مقطع، مرکز برش می‌باشد که در این اشکال به طور صحیح رسم شده است. اما در مقطع (۲) مرکز برش در سمت چپ جان تیر قرار دارد.

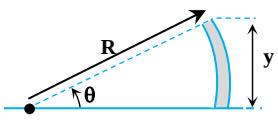
۳۹ـ گزینه «۲» چون نیروی برشی قائم است در نتیجه جمع جریان برش در راستای افقی باید مساوی صفر باشد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) غلط می‌باشند از طرفی جریان برش در مقطع تیر باید تقارن داشته باشد. همچنین در موقعیت‌هایی جریان برش تغییر جهت می‌دهد که مقدار آن مساوی صفر شود یا به عبارت دیگر Q آن مساوی صفر باشد که این نکته در گزینه (۲) رعایت شده است.

۴۰ـ گزینه «۲» نیروی برشی عمودی است در نتیجه برآیند جریان برش در راستای افقی باید مساوی صفر باشد، در ضمن چون جهت نیروی برش به سمت پایین است در نتیجه جریان برش باید از وسط بال فوقانی شروع شده و به وسط بال تحتانی ختم شود به عبارت دیگر جهت جریان برش در بال فوقانی قرینه بال تحتانی می‌باشد. به طریقه دیگر نیز می‌توان گزینه صحیح را تشخیص داد. جریان برش در موقعیت‌هایی تغییر جهت می‌دهد که مقدار آن مساوی صفر شود یا به عبارت دیگر Q برای آن مساوی صفر است. در گزینه (۱) در رئوس فوقانی جریان برش تغییر جهت داده و در گزینه (۳) جریان برش در چهار رأس جداره تغییر جهت داده و همچنین در گزینه (۴) در رئوس تحتانی جداره جریان برش تغییر جهت داده که این موارد ذکر شده صحیح نمی‌باشند، چون مقطع متقارن بوده و نیروی برش در امتداد محور تقارن وارد شده است، بنابراین جریان برش در روی محور تقارن در وسط ضلع فوقانی و تحتانی مقطع مساوی صفر است.

۴۱ـ گزینه «۴»

روش اول: گشتاور پیچشی ناشی از جریان برش داخلی، حول نقطه O برابر است با:





$$\sum M_O=Ve=\int RdF=\int R\times\tau dA=\int R\frac{VQ}{It}Rt\,d\theta\ \Rightarrow e=\frac{R^۲}{I}\int Q\,d\theta$$

$$Q=\int ydA=\int_۰^\theta R\sin\theta\times Rt\,d\theta=R^۲t[-\cos\theta]_۰^\theta$$

$$\Rightarrow Q=R^۲t(۱-\cos\theta)$$

$$I=\int y^۲dA=\int R^۲\sin^۲\theta\times Rt\,d\theta=\frac{R^۳t}{۲}\int_۰^{۲\pi}(۱-\cos ۲\theta)d\theta$$

$$I=\pi R^۳t\ ;\quad e=\frac{R^۲}{\pi R^۳t}\int_۰^{۲\pi}R^۲t(۱-\cos\theta)d\theta=\frac{R}{\pi}[\theta-\sin\theta]_۰^{۲\pi}=۲R$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

برای محاسبه ممان اینرسی مقطع تو خالی می‌توان از ممان اینرسی مقطع دایره توپر دیفرانسیل‌گیری نموده، سپس به جای dR، ضخامت مقطع t قرار داده شود.

$$\text{لوله } I = d\ (\text{دایره } I) = d(\frac{\pi}{۴}R^{۴}) = \pi R^{۳}dR = \pi R^{۳}t$$

روش دوم: با استفاده از توزیع تنش داده شده در مسئله، گشتاور پیچشی برآیند را حول مرکز برش محاسبه می‌کنیم.

$$\sum M_O = Ve \Rightarrow \int RdF = \int R(\tau dA) = \int R\tau(Rtd\theta) = Ve \Rightarrow e = \frac{R^{۲}t\int \tau d\theta}{V} = \frac{R^{۲}t\int_{۰}^{۲\pi} \frac{V(۱+\cos\theta)}{\pi Rt}d\theta}{V}$$

$$\Rightarrow e = \frac{R}{\pi}\left[\theta + \sin\theta\right]_{۰}^{۲\pi} = \frac{۲\pi R}{\pi} = ۲R$$

۴۲ـ گزینه «۱» در مقاطع جدار نازک بسته مرکز برش همواره در داخل مقطع قرار دارد و به جداره‌های ضخیم نزدیک‌تر می‌باشد بنابراین مرکز برش در ربع اول واقع می‌باشد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir