

## سوالات آزمون گروه علوم پایه دکتری ۹۷

## استعداد تحصیلی

## بخش اول: درک مطلب

■ راهنمایی: در این بخش، دو متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

## متن (۱)

سابقه به کارگیری مؤثر پایگاه داده‌ها به‌عنوان ابزاری قدرتمند در ذخیره، بازیابی و تحلیل داده‌ها در زمینه تاکسونومی، به سال ۱۹۶۳ و معرفی ایندکس جهانی گیاهی باز می‌گردد. پیش از آن، در سال ۱۹۵۰ در تهیه نقشه‌های پراکنش گیاهان گل‌دار بریتانیا جهت داده‌پردازی اطلاعات مربوطه، از کارت‌های پانچ‌شده استفاده شده بود. افزایش حجم تولید داده‌ها در زمینه تاکسونومی و سیستماتیک (گیاهی و جانوری)، توجه محققان را به طراحی سیستم‌هایی جهت ذخیره و بازیابی مؤثر اطلاعات معطوف کرده است. با پیشرفت فناوری‌های مرتبط با ساخت کامپیوترهای سریع‌تر و کوچک‌تر، مراکز گیاه‌شناسی متعددی در سراسر دنیا درصدد توسعه پایگاه داده‌های محلی کوچک و بزرگ برآمده‌اند. امروزه می‌توان پایگاه داده‌های مورد استفاده در زمینه تاکسونومی را در سه سطح طبقه‌بندی کرد.

از جمله تفاوت‌های میان پایگاه داده‌های سطح اول و دوم این است که یک نام علمی معتبر در پایگاه داده سطح اول یک‌بار ثبت می‌شود، ولی در پایگاه داده سطح دوم به‌ازای هر مطالعه فلوریستیک در کشور یا منطقه مورد نظر، ممکن است تکرار شود. پایگاه داده‌های سطح اول در نهایت، بایستی فهرستی از کلیه اسامی علمی معتبر کل دنیا را همراه با ذکر منبع پروتولوگ آن نام ارائه نمایند. لذا، نگهداری یک پایگاه داده جهانی واحد برای استفاده جامعه علمی دنیا، عملی منطقی خواهد بود. این در حالی است که پایگاه داده‌های سطح دوم بایستی در طی فرایندی زمان‌بر، فهرست‌های فلوریستیک حاصل از مطالعات مختلف در یک کشور یا منطقه را ذخیره و بازیابی نمایند. از تجمیع داده‌ها در پایگاه داده‌های سطح دوم، فهرست گیاهان یک کشور یا منطقه حاصل می‌شود. بدیهی است چنین پایگاه داده‌هایی در سطح ملی مدیریت می‌شوند، نه در سطح جهانی.

ذخیره و بازیابی داده‌هایی که سرعت تولید آنها به‌طور مرتب در حال افزایش است، از جمله اهداف اولیه توسعه پایگاه داده‌ها در زمینه تاکسونومی بوده، اما امروزه با حجم بالای داده‌های ذخیره‌شده، امکان تبدیل مؤثر داده‌ها به اطلاعات نیز از طریق داده‌پردازی وجود دارد. در واقع، چنین به‌نظر می‌رسد که نیاز جامعه علمی به اطلاعات، هم‌تراز با نیاز به دسترسی به داده‌های خام اولیه است. برای رسیدن به چنین سطحی از دسترسی به داده‌ها و اطلاعات، یکنواخت بودن داده‌های ثبت‌شده در پایگاه داده‌های محلی یک ضرورت است، زیرا امکان تجمیع داده‌های پراکنده و محلی در یک پایگاه داده ملی بزرگ و جامع را فراهم می‌سازد.

۱- کدام مورد در خصوص پایگاه‌های داده در زمینه تاکسونومی، در متن مطرح شده است؟

- (۱) تفاوت‌های نحوه مدیریت در سطوح ملی  
(۲) سطح سوم طبقه‌بندی مربوطه  
(۳) نحوه جمع‌آوری داده‌ها  
(۴) تاریخچه کلی

۲- از متن چنین برمی‌آید که ایندکس جهانی گیاهی .....

- (۱) به نوعی به‌خاطر محدودیت شیوه‌های سنتی داده‌پردازی ظهور یافت.  
(۲) در ابتدا، در یک مقیاس کوچک و براساس پایش پوشش گیاهی بریتانیا تهیه شد.  
(۳) به یک دهه برتری نقشه‌های پراکنش گیاهان گلدار بریتانیا در زمینه تاکسونومی پایان داد.  
(۴) درست در زمانی معرفی شد که استفاده از کارت‌های پانچ‌شده، در سراسر دنیا متداول بود.

۳- براساس متن، کدام مورد در خصوص سطوح پایگاه‌های داده، صحیح است؟

- I. اگر گیاهی یکسان، در کشورهای مختلف، با نام‌های مختلف شناخته شود، تمامی آن نام‌ها در پایگاه داده‌های سطح اول ثبت می‌شوند.  
II. تهیه پایگاه داده‌های سطح دوم، روندی تدریجی است.  
III. تا حد امکان، از تکرار اسامی علمی در آنها خودداری می‌شود.

- (۱) I، II و III (۲) II و III (۳) فقط II (۴) فقط I

۴- کدام مورد، نقش جمله‌ای را که زیر آن در متن خط کشیده شده، به خوبی توصیف می‌کند؟

- (۱) بین انواع ملی و محلی پایگاه‌های داده، تمایز برقرار می‌کند.  
(۲) شرط حصول آنچه در جمله ماقبل آمده را با ذکر دلیل بیان می‌کند.  
(۳) آنچه را که ما قبل آن، در متن بحث شده است، به‌صورت کلی‌تر بازگو می‌کند.  
(۴) بر نقش بالقوه پایگاه داده‌های محلی در داده‌پردازی حجم بالای اطلاعات تأکید می‌کند.



## متن (۲)

بنابر نیاز باستان‌شناسان به سن‌یابی مواد حرارت‌دیده، فیزیک‌دان انگلیسی، پروفیسور آیتکن، در دهه هفتاد میلادی موفق شد تا با استفاده از گرمادرخشایی، روشی برای سن‌یابی سرامیک‌ها عرضه کند. این روش، بعدها برای سن‌یابی مواد آتشفشانی و آجر نیز مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به اهمیت تعیین زمان ساخت بناها و دیوارها در تعیین تمدن‌ها، سن‌یابی آجر و خاک همواره برای باستان‌شناسی اهمیت زیادی داشته است. لذا، از روش گرمادرخشایی برای سن‌یابی آنها استفاده شده است. از جمله برای دیوارهای کوره آجرپزی قصرهای مینوان در قبرس، که با استفاده از کوارتزهای جداشده از دیواره کوره‌ها، سن حدود ۳۳۰۰ تا ۳۸۰۰ سال به دست آمد. برای آثار ارتش تراکوتا مربوط به دوران اولین امپراتوری چین، به روش گرمادرخشایی (روش دانه‌های ۴ تا ۱۱ میکرونی جداشده از سرامیک‌ها و خاک‌های حرارت‌دیده) سن حدود ۲۲۰۰ سال محاسبه شد. با استفاده از روش پرژز، سن ظروف سفالین سنگ‌نمای مربوط به دوران آغاز پادشاهی سوخوتای در شمال مرکزی تایلند ۶۰۰ تا ۸۰۰ سال به دست آمده است و همچنین با روش اندرون‌گیری کوارتز در سرامیک‌ها و آجرهای حرارت‌دیده، سن معابد و ارگ‌های سریلانکا، ۲۵۰۰ سال برآورد شد.

به‌منظور سن‌یابی زمان ساخت دیوار میسنه‌نه‌آن در یونان، بلوک‌های آهنکی حرارت‌ندیده آن دیوار، به روش گرمادرخشایی مورد سن‌یابی قرار گرفت. سن  $۴۵۰ \pm ۳۷۰۰$  سال تعیین‌شده برای این جایگاه، با انتظار باستان‌شناسان تطبیق داشت. پس از این موفقیت، این روش در سن‌یابی هرم‌های آهنکی و همین‌طور معبد آپولو در دلفی به کار رفت. علی‌رغم موفقیت‌های پیش‌گفته در سن‌یابی آجر و دیوار، استفاده از گرمادرخشایی برای تعیین آخرین زمان ساخت بناهای خاکی با مشکل مواجه است، زیرا گرمادرخشایی آخرین زمانی را که نمونه حرارت‌دیده است، سن‌یابی می‌کند، در حالی که برای سن‌یابی زمان ساخت بناها و دیوارهای خاکی و خشتی، زمان آخرین نورخوردگی خاک یا خشت، مبین زمان ساخت بنا است. از این‌رو، درخشایی نوری برای سن‌یابی رسوبات (حرارت‌ندیده) ابداع شد که کاربردهای وسیعی در دیرین‌اقلیم‌شناسی و دیرین‌زلزله‌شناسی دارد. بدیهی است که این روش در سن‌یابی رسوبات باستان‌شناسی یا باستان‌رسوب نیز کاربرد فراوان دارد. از سویی کار با آن بسیار راحت‌تر از درخشایی گرمایی است و دقت آن نیز بیشتر است، و در نتیجه، گزینه خوبی برای سن‌یابی دیوارهای باستانی نیز هست. لذا می‌توان از روش سن‌یابی درخشایی نوری، در ایران برای سن‌یابی دیوارهای باستانی و بناهای تاریخی استفاده کرد.

۵- در پاراگراف دوم متن، نویسنده دلایلی ارائه می‌دهد مبنی بر اینکه.....

- ۱) روش گرمادرخشایی می‌تواند به بناهای تاریخی، آسیب جدی وارد نماید.
- ۲) گرمادرخشایی، روش مناسبی برای تعیین سن بناهای خاکی نیست.
- ۳) گرمادرخشایی در تعیین سن آثار باستانی یونان و ایران، چندان مؤثر نبوده است.
- ۴) امروزه درخشایی نوری، در مقایسه با گرمادرخشایی، روش سن‌یابی سریع‌تر و محبوب‌تری است.

۶- با توجه به مثال‌های ارائه شده در پاراگراف اول، کدام مورد زیر را در خصوص تعیین سن آثار باستانی می‌توان گفت؟

- ۱) استفاده از روش گرمادرخشایی مناسب، ولی با قطعیت کامل همراه نیست.
- ۲) بر پایه دانسته‌های پیشین خود باستان‌شناسان در برخی نقاط دنیا متداول است.
- ۳) با استفاده از اطلاعات و ابزار علوم دیگر، از نظر دقت و صحت، مطلوب نظر باستان‌شناسان نیست.
- ۴) تا پیش از دهه هفتاد میلادی، با بررسی حرارت دریافت‌شده مصالح ساختمانی موجود در آنها صورت می‌گرفت.

۷- براساس متن، کدام مورد در خصوص روش‌های گرمادرخشایی و درخشایی نوری، صحیح است؟

- ۱) مصالح ساختمانی موجود در بناهای تاریخی، ملاک اصلی برتری گرمادرخشایی بر درخشایی نوری است و یا بالعکس.
- ۲) با توجه به تفاوت کارکردی میان آنها، مقایسه دقت و سهولت انجامشان چندان منطقی به نظر نمی‌رسد.
- ۳) مکمل یکدیگرند و بهتر است حداقل، جهت تعیین زمان ساخت بنا، از هر دو روش استفاده کرد.
- ۴) هدف مشترکی را دنبال می‌کنند، اما ابزار رسیدن به هدفشان متفاوت است.

۸- از متن، کدام مورد زیر را در خصوص سن‌یابی ابنیه تاریخی در ایران، می‌توان نتیجه گرفت؟

- ۱) با روش گرمادرخشایی انجام نمی‌گیرد.
- ۲) با الهام از روش‌های به‌کارگرفته‌شده در یونان و دلفی انجام می‌گیرد.
- ۳) فقدان یک ویژگی خاص در این بناها، آنها را مناسب برای سن‌یابی از طریق گرمادرخشایی نمی‌کند.
- ۴) معمولاً براساس اطلاعات موجود درباره زمان ساخت بنا صورت می‌گیرد.

## پاسخنامه آزمون گروه علوم پایه دکتری ۹۷

## استعداد تحصیلی

## بخش اول: درک مطلب

## پاسخ سؤالات متن (۱)

۱- گزینه «۴» همانطور که مشخص است، پاراگراف اول به‌طور کلی در خصوص تاریخچه کلی پایگاه‌های داده در زمینه تاکسونومی (از زمان به‌کارگیری مؤثر پایگاه‌های داده در سال ۱۹۶۳ که به‌معرفی ایندکس جهانی گیاهی باز می‌گردد، تا به اکنون که با پیشرفت فناوری و ساخت کامپیوترهای کوچک‌تر و سریع‌تر توسعه یافتند و در سه سطح طبقه‌بندی می‌شوند) صحبت کرده است.

**بررسی گزینه (۱):** متن، به هیچ وجه، مدیریت پایگاه‌های داده را در سطح ملی باز نکرده است و صرفاً به این موضوع اکتفا کرده است که «پایگاه داده‌های سطح دوم، در سطح ملی مدیریت می‌شوند، نه در سطح جهانی».

**بررسی گزینه (۲):** متن تنها در مورد سطح اول و دوم طبقه‌بندی پایگاه داده‌ها، صحبت کرده است و به هیچ‌وجه در مورد سطح سوم طبقه‌بندی صحبت نکرده است.

**بررسی گزینه (۴):** دقت کنید که پاراگراف دوم متن، پایگاه‌های داده را باز کرده و در مورد آن بیشتر توضیح داده است؛ اما در مورد اینکه داده‌ها در این سطوح از طبقه‌بندی چگونه جمع‌آوری می‌شوند، توضیحی نداده است.

۲- گزینه «۱» با توجه به پاراگراف اول متن و اینکه «سابقه به‌کارگیری مؤثر پایگاه داده‌ها به‌عنوان ابزاری قدرتمند در ذخیره، بازیابی و تحلیل داده‌ها در زمینه تاکسونومی، به سال ۱۹۶۳ و معرفی ایندکس جهانی گیاهی باز می‌گردد. پیش از آن در سال ۱۹۵۰ در تهیه نقشه‌های پراکنش گیاهان گل‌دار بریتانیا جهت داده‌پردازی اطلاعات مربوطه، از کارت‌های پانچ‌شده استفاده شده بود. افزایش حجم تولید داده‌ها در زمینه تاکسونومی و سینماتیک (گیاهی و جانوری)، توجه محققان را به طراحی سیستم‌هایی جهت ذخیره و بازیابی مؤثر اطلاعات معطوف کرده است.» می‌توانیم نتیجه بگیریم که افزایش حجم تولید داده‌ها موجب شد شیوه‌های سنتی ذکر شده نتوانند پاسخگو باشند؛ بنابراین ایندکس‌های جهانی گیاهی ظهور یافت.

**بررسی گزینه (۲):** متن در مورد پیشینه‌ی ایندکس جهانی صحبتی نکرده است؛ صرفاً بیان کرده است که معرفی آن به چه تاریخی باز می‌گردد.

**بررسی گزینه (۳):** در متن، هیچ‌گونه نشانی در مورد اینکه نقشه‌های پراکنش گیاهان گل‌دار بریتانیا در زمینه تاکسونومی در دهه ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ برتری خاصی داشتند، وجود ندارد.

**بررسی گزینه (۴):** متن در مورد متداول بودن این کارت‌ها در «سراسر دنیا» بحث نکرده است. آنچه که به نظر می‌رسد این است که این کارت‌ها در بریتانیا رواج داشته است.

۳- گزینه «۳» **رد گزاره (I):** با توجه به اینکه «از جمله تفاوت‌های میان پایگاه داده‌های سطح اول و دوم این است که یک نام علمی معتبر در پایگاه داده سطح اول یک‌بار ثبت می‌شود، ولی در پایگاه داده سطح دوم به ازای هر مطالعه فلوریستیک در کشور یا منطقه موردنظر، ممکن است تکرار شود» لذا گزاره (I) رد می‌شود.

**رد گزاره (III):** در متن بیان شده است که در پایگاه داده سطح اول اسامی تکرار نمی‌شوند، اما در پایگاه سطح دوم امکان تکرار اسامی وجود دارد. همین! در مورد اینکه آیا تلاشی برای عدم تکرار این اسامی می‌شود یا نه، صحبتی نشده است.

با توجه به اینکه «در پایگاه داده‌های سطح دوم، به ازای هر مطالعه فلوریستیک در کشور یا منطقه موردنظر ممکن است یک نام علمی تکرار شود» و اینکه «این در حالی است که پایگاه داده‌های سطح دوم باید در طی فرایندی زمان‌بر، فهرست‌های فلوریستیک حاصل از مطالعات مختلف در یک کشور یا منطقه را ذخیره و بازیابی نمایند» می‌توان نتیجه‌گیری کرد که تهیه پایگاه داده‌های سطح دوم، روندی تدریجی است.

۴- گزینه «۲» با توجه به متن «امروزه با حجم بالای داده‌های ذخیره شده، امکان تبدیل مؤثر داده‌ها به اطلاعات نیز از طریق داده‌پردازی وجود دارد، در واقع چنین به نظر می‌رسد که نیاز جامعه علمی به اطلاعات، هم‌تراز با نیاز به دسترسی به داده‌های خام اولیه است». حال داریم، شرط حصول به این سطح از دسترسی: «برای رسیدن به چنین سطحی از دسترسی به داده‌ها و اطلاعات، یکنواخت بودن داده‌های ثبت شده در پایگاه داده‌های محلی یک ضرورت است» دلیل این موضوع این است که «زیرا امکان تجمیع داده‌های پراکنده و محلی در یک پایگاه داده ملی بزرگ و جامع را فراهم می‌سازد».

**بررسی گزینه (۱) و (۴):** این قسمت از متن، داده‌های ملی و محلی را از یکدیگر تفکیک نکرده و توضیحی کلی در مورد همه نوع پایگاه داده‌ها می‌دهد.

**بررسی گزینه (۳):** این بخش از متن، تلاش نمی‌کند تا موضوعی را بازگو کند، بلکه به وضوح ساختاری که در گزینه (۲) بیان شده است را دنبال کرده است.



### پاسخ سوالات متن (۲)

۵- گزینه «۲» با توجه به این جمله از متن: «علی‌رغم موفقیت‌های پیش گفته در سن‌یابی آجر و دیوار، استفاده از گرمادرخشایی برای تعیین آخرین زمان ساخت بناهای حاکی با مشکل مواجه است، زیرا گرمادرخشایی آخرین زمانی را که نمونه حرارت دیده است، سن‌یابی می‌کند، در حالی که برای سن‌یابی زمان ساخت بناها و دیوارهای حاکی و خشتی، زمان آخرین نورخوردگی خاک یا خشت، مبین زمان ساخت بنا است.» می‌توان نتیجه گرفت که گرمادرخشایی روش مناسبی برای تعیین سن بناهای حاکی نیست.

**بررسی گزینه (۱):** متن در مورد اینکه این روش به بناهای تاریخی آسیب وارد می‌کند یا خیر، سخنی نگفته است.

**بررسی گزینه (۳):** با توجه به جمله اول پاراگراف دوم، گرمادرخشایی در تعیین سن آثار باستانی یونان استفاده شده و مؤثر بوده است. بنابراین این گزینه رد می‌شود.

**بررسی گزینه (۴):** در متن بیان شده است که درخشایی نوری نسبت به گرمادرخشایی، راحت‌تر و دقیق‌تر است. در مورد سریع‌تر یا محبوب‌تر بودن آن صحبتی نشده است.

۶- گزینه «۱» همانگونه که از این مثال‌ها مشخص است، روش گرمادرخشایی در مورد آن‌ها موفق بوده است و سن تمامی آن‌ها با توجه به این روش، تخمین زده شده است؛ اما خیلی از این موارد به‌صورت حدودی بوده و کاملاً دقیق نمی‌باشند، بنابراین با قطعیت "کامل" همراه نیست.

**بررسی گزینه‌های (۲) و (۳):** متن در مورد کاربرد دانسته‌های پیشین باستان‌شناسان و همینطور اطلاعات و ابزار علوم دیگر، هیچ صحبتی نکرده است.

**بررسی گزینه (۴):** متن در مورد برهه قبل از دهه هفتاد میلادی، به‌طور مشخص سخنی نگفته است.

۷- گزینه «۴» با توجه به متن، روش‌های گرمادرخشایی و درخشایی نوری هر دو جهت سن‌یابی آثار باستانی و بناهای تاریخی به کار می‌روند؛ در روش گرمادرخشایی آخرین زمانی که نمونه حرارت دیده است مشخص می‌شود و براساس آن سن‌یابی انجام می‌گیرد (با روش‌هایی مانند کوارتزهای جدا شده، دانه‌های میکرونی جدا شده، پردز، اندرون‌گیری کوارتز)؛ در روش درخشایی نوری آخرین نورخوردگی خاک یا خشت مبین زمان ساخت بنا است. بنابراین، این دو روش هدف مشترکی دارند، اما ابزار آن‌ها متفاوت است (در درخشایی نوری، رسوبات سن‌یابی می‌شوند).

**بررسی گزینه (۱):** با توجه به متن «از این رو، درخشایی نوری برای سن‌یابی رسوبات (حرارت ندیده) ابداع شد که کاربردهای وسیعی در دیرین‌شناسی و دیرین‌زنده‌شناسی دارد. بدیهی است که این روش در سن‌یابی رسوبات باستان‌شناسی یا باستان رسوب "نیز" کاربرد فراوان دارد. از سویی کار با آن بسیار راحت‌تر از درخشایی گرمایی است و دقت آن نیز بیشتر است و در نتیجه، گزینه خوبی برای سن‌یابی دیوارهای باستانی نیز است. لذا می‌توان از این روش، در ایران برای سن‌یابی دیوارهای باستانی و بناهای تاریخی استفاده کرد» می‌توان نتیجه گرفت که درخشایی نوری کاملاً می‌تواند به جای گرمادرخشایی مورد استفاده قرار گیرد؛ به‌گونه‌ای برتر از روش گرمادرخشایی می‌باشد. پس اکنون مصالح ساختمانی موضوعیت ندارد، بلکه روش درخشایی نوری برای مصالح مختلف ساختمانی (با توجه به اینکه سن رسوبات را اندازه‌گیری می‌کند) می‌تواند مناسب باشد، پس مصالح ساختمانی ملاک برتری روشی نسبت به دیگری نیست.

**بررسی گزینه (۲):** اگر چه این دو روش از نظر کارکرد متفاوت هستند، اما هدف آن‌ها سن‌یابی است. بنابراین مقایسه میان آن‌ها منطقی می‌باشد.

**بررسی گزینه (۳):** هر دو روش، برای تعیین سن بناهای مربوطه کافی هستند، در متن هیچ نکته‌ای حاکی از اینکه به هر دو این روش‌ها نیاز باشد، بیان نشده است (تنها نکته‌ای که وجود دارد این است که گرمادرخشایی برای بناهای حاکی مناسب نیست که روش درخشایی نوری برای این نوع بناها مناسب و کاملاً کافی می‌باشد).

۸- گزینه «۳» ویژگی که ابنیه تاریخی در ایران فاقد آن هستند این است که این بناها از جنس سرامیک یا آجر یا آهک نیستند. این ابنیه از جنس خاک هستند. بنابراین نمی‌توان از روش گرمادرخشایی برای سن‌یابی آن‌ها استفاده کرد.

**بررسی گزینه (۱):** در این مورد متن توضیحی داده نشده است.

**بررسی گزینه (۲):** متن در این مورد، هیچ سخنی نگفته است.

**بررسی گزینه (۳):** متن به این موضوع اشاره نکرده است.

### بخش دوم: استدلال منطقی

۹- گزینه «۱» سؤال می‌خواهد کارآمدی سیستم خواب عمیق گوگل برای مطالعه مغز را تضعیف کند. متن یکی از تفاوت‌های مهم سیستم عصبی گوگل را جلوگیری از تغییر ترکیبات شیمیایی مغز عنوان کرده است (به عبارات قبل و بعد از «از این رو» در متن توجه کنید). بنابراین گزینه (۱) که می‌گوید سیستم شبکه عصبی (سیستم خواب عمیق گوگل) هم ترکیبات شیمیایی مغز را دچار تغییر می‌کند، باعث تضعیف متن می‌شود.

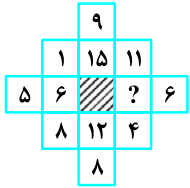
## بخش چهارم: حل مسئله

■ **راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و... تشکیل شده است.

• توجه داشته باشید به‌خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

■ **راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۲۴ تا ۲۷ را به‌دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

۲۴- در شکل زیر، بین اعداد ارتباط خاصی برقرار است. به‌جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟



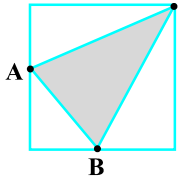
۳ (۱)

۵ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)

۲۵- در شکل زیر، نقاط A و B وسط اضلاع مربع قرار دارند. چند درصد از مساحت مربع، هاشور خورده است؟



۲۲/۵ (۱)

۲۵ (۲)

۳۲/۵ (۳)

۳۷/۵ (۴)

۲۶- کوچک‌ترین عدد ۴ رقمی که اگر یکی از آن کم شود، بر ۷ و اگر یکی به آن اضافه شود، بر ۳ بخش‌پذیر خواهد بود را در نظر بگیرید. مجموع ارقام این عدد، کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۸ (۱)

۲۷- نسبت پول A به B، ۳ به ۵ است. دو نفر به اسامی C و D که هیچ پولی ندارند، به آنها ملحق می‌شوند. A، مقداری از پولش را به C می‌دهد و B، مقداری از پولش را بین C و D (نه لزوماً برابر) تقسیم می‌کند، به طوری که نهایتاً، هر چهار نفر به یک اندازه پول خواهند داشت. C، چند درصد از پول دریافتی را از B گرفته است؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

■ **راهنمایی:** سؤال ۲۸، شامل دو مقدار یا کمیت است، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه، گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر براساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه، گزینه ۴ را علامت بزنید.

۲۸- دو ساعت رومیزی، همزمان رأس یک ساعت خاص، شروع به کار می‌کنند. یکی از ساعت‌ها هر ۵ ثانیه و دیگری هر ۸ ثانیه یک بوق می‌زند.

ب

الف

حداقل مدت‌زمانی که از شروع، لازم است تا دو

ساعت، برای دومین بار با هم بوق بزنند.

ساعت، مجموعاً ۲۶ بوق بزنند.

**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات و نمودارهای زیر، به سؤال‌های ۲۹ و ۳۰ پاسخ دهید.

چهار ماده شیمیایی «A»، «B»، «C» و «D»، در مجموع به یک مقدار در دو آزمایشگاه «الف» و «ب» موجود است. نمودار شماره ۱، درصد مقدار هر ماده شیمیایی از مجموع مقادیر مواد شیمیایی در دو آزمایشگاه و نمودار شماره ۲، درصد مقدار سه ماده شیمیایی «A»، «B» و «C» به تفکیک دو آزمایشگاه «الف» و «ب» را نشان می‌دهد.

نمودار شماره ۱: «درصد مقدار هر ماده شیمیایی

از مجموع مقادیر مواد شیمیایی در دو آزمایشگاه»

نمودار شماره ۲: «درصد مقدار سه ماده شیمیایی «A»، «B» و «C»

به تفکیک دو آزمایشگاه «الف» و «ب»»



۲۹- اختلاف مقدار ماده شیمیایی D در دو آزمایشگاه، چند درصد از مجموع مقادیر چهار ماده شیمیایی در دو آزمایشگاه است؟

۳ (۴)

۳/۵ (۳)

۴ (۲)

۴/۵ (۱)

۳۰- اگر آزمایشگاه «ب»، ۹/۶ لیتر ماده شیمیایی A داشته باشد، آزمایشگاه «الف»، چند لیتر ماده شیمیایی B دارد؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

## بخش چهارم: حل مسئله

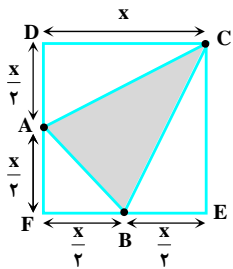
۲۴- گزینه «۱» سؤال راحتی است! در هر باکس چهارتایی سه عدد که در یک ردیف هستند، با هم جمع می‌شوند و تقسیم بر ۳ می‌شوند و عدد چهارم نوشته می‌شود. به عنوان مثال داریم:

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 1+6+8=15 \Rightarrow \frac{15}{3}=5, \quad \begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 15 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 1+15+11=27 \Rightarrow \frac{27}{3}=9$$

$$\frac{11+?+4}{3}=6 \Rightarrow 11+?+4=18 \Rightarrow ?=18-15=3$$

بنابراین داریم:

۲۵- گزینه «۴» بیشترین مطلبی که در صورت سؤال داده شده است، این است که رئوس A و B وسط اضلاع مربع هستند. اگر ضلع مربع را x فرض کنیم، داریم:



می‌خواهیم بدانیم مساحت مثلث هاشورخورده چند درصد مساحت مربع است؟ می‌توان مساحت هاشورخورده را حساب کرد و از مساحت مربع کم کرد. دو مثلث یکسان ADC و BEC داریم که مساحت هر کدام از آن‌ها برابر  $\frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times x$  است،

پس مجموع مساحت این دو مثلث  $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times x = \frac{x^2}{2}$  است. مساحت مثلث ABF هم برابر  $\frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2} = \frac{x^2}{8}$  است، پس مساحت مثلث هاشورخورده برابر است با:

$$\text{مساحت قسمت هاشورخورده} = x^2 - \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{8}\right) = x^2 \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) = x^2 \left(\frac{8-4-1}{8}\right) = \frac{3}{8}x^2 \xrightarrow{\text{صورت و مخرج ضرب در } 12/5}$$

$$\text{مساحت قسمت هاشورخورده} = \frac{3 \times 12/5}{8 \times 12/5} = \frac{37/5}{100} x^2$$

## ۲۶- گزینه «۱»

روش اول: طبق داده‌های سؤال داریم:

$$a = 3k - 1 = 3(k-3) + 8$$

$$a = 7k' + 1 = 7(k'-1) + 8$$

حال چون باقی‌مانده‌ی عدد موردنظر (a) بر ۳ و ۷ برابر می‌شود با ۸، پس باقی‌مانده‌ی آن عدد بر ۲۱ نیز برابر ۸ می‌باشد. پس باید کوچک‌ترین عدد ۴ رقمی که بر ۲۱ بخش‌پذیر است را به علاوه عدد ۸ کنیم تا عدد موردنظر به دست آید.

$$21k > 1000 \Rightarrow k > \frac{1000}{21} \Rightarrow k > 47/62$$

$$21 \times 48 = 1008 \Rightarrow a = 1008 + 8 = 1016$$

اولین عدد صحیح بزرگ‌تر از رقم بالا  $k = 48$  می‌باشد، پس داریم:

روش دوم: فرض کنیم عدد موردنظر N باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} N-1=7k \\ N+1=3k' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N=7k+1 \\ N=3k''-1=3k''+2 \end{cases}$$

N باید عددی باشد که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۷ و ۳ به ترتیب ۱ و ۲ باشد. کافی است اولین عدد با این ویژگی را پیدا کنیم. اولین عددی که در این شرایط صدق کند ۲۹ است. اعداد بعدی را می‌توانیم با اضافه کردن کم‌م ۳ و ۷ به اولین عدد محاسبه کنیم:

$$N_1 = 29, N_2 = 21+29, N_3 = 2 \times 21+29, N_4 = 3 \times 21+29, \dots$$

$$N_{k+1} = k \times 21 + 29 \xrightarrow{k_{\max}=47} N = 47 \times 21 + 29 = 1016$$

که مجموع ارقام این عدد ۸ می‌باشد.

توضیح بیشتر: در حالتی که  $\begin{cases} N = aq + m \\ N = bq' + n \end{cases}$  را داریم، کافی است اولین N که در این شرایط صدق می‌کند را پیدا کنیم. برای یافتن اعداد بعدی با این شرایط کافی است کم‌م a و b را به  $N_1$  اضافه کنیم.



۲۷- گزینه «۳» ابتدا صورت سؤال را به زبان ریاضی ترجمه می‌کنیم:

گفته شده نسبت پول A به B، ۳ به ۵ است. پس  $\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ . از طرفی با فرض این که A، به اندازه‌ی x از پول خودش را به C داده و B به اندازه‌ی y به C و

به اندازه‌ی z به D بدهد، لذا با توجه به این که در نهایت پول چهار نفر یکسان می‌شود، داریم:

$$\underbrace{A-x}_{\text{پول A}} = \underbrace{x+y}_{\text{پول C}} = \underbrace{B-y-z}_{\text{پول B}} = \underbrace{z}_{\text{پول D}}$$

$$A-x = x+y \Rightarrow A = 2x+y$$

از معادله‌ی اول و دوم سمت چپ داریم:

از معادله‌ی سوم و چهارم و همچنین مقایسه معادله‌ی آخر و معادله‌ی اول داریم:

$$B-y-z = x+y \xrightarrow{z=A-x} B-y-A+x = x+y \Rightarrow B = A+2y \xrightarrow{A=2x+y} B = 2x+y+2y = 2x+3y$$

$$\frac{2x+y}{2x+3y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 10x+5y = 6x+9y \Rightarrow 4x = 4y \Rightarrow x = y$$

چون  $\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ ، پس می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{y}{x+y} = \frac{y}{y+y} = \frac{1}{2} = 50\%$$

۲۸- گزینه «۳» با توجه به صورت سؤال باید کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۵ و ۸ را حساب کرد.

مقدار ستون (الف): در ثانیه‌ی ۸۰ام هر دو ساعت برای دومین بار با هم بوق می‌زنند. حال باید ببینیم مقدار ستون (ب) از عدد ۸۰ بیشتر است یا کمتر؟ تا ثانیه ۸۰ داریم:

$$\begin{cases} 16 \times 5 = 80 \\ 10 \times 8 = 80 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع تعداد زنگ این دو ساعت تا ثانیه ۸۰} = 16 + 10 = 26$$

پس مقدار ستون (ب) هم همان ۸۰ ثانیه است که دو ساعت مجموعاً ۲۶ بار بوق می‌زنند.

فرض کنیم کل حجم ماده‌های شیمیایی N باشد، از این مقدار  $\frac{N}{4}$  سهم آزمایشگاه (الف) و  $\frac{N}{4}$  سهم آزمایشگاه (ب) است. مواد A، B، C و D به ترتیب ۳۰، ۲۰، ۱۵ و ۳۵ درصد N هستند. جدول سمت چپ را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم:

آزمایشگاه (ب)	$\frac{40}{100} \times \frac{30}{100} N = 0/12N$	$\frac{75}{100} \times \frac{20}{100} N = 0/15N$	$\frac{50}{100} \times \frac{15}{100} N = 0/075N$	$\frac{N}{2} - (0/12N + 0/15N + 0/075N) = 0/155N$
آزمایشگاه (الف)	$\frac{60}{100} \times \frac{30}{100} N = 0/18N$	$\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} N = 0/05N$	$\frac{50}{100} \times \frac{15}{100} N = 0/075N$	$\frac{N}{2} - (0/18N + 0/05N + 0/075N) = 0/195N$
	A	B	C	D

اکنون مقادیر مواد شیمیایی در هر آزمایشگاه به تفکیک مشخص شده و می‌توانیم به سؤالات پاسخ دهیم:

۲۹- گزینه «۲» در دو آزمایشگاه اختلاف D  $= 0/195N - 0/155N = 0/04N$

مقدار کل را چون N فرض کردیم، پس پاسخ ۰/۰۴ درست است. یعنی اختلاف ماده D در دو آزمایشگاه ۰/۰۴ از کل مواد شیمیایی است.

۳۰- گزینه «۳» ماده‌ی A در آزمایشگاه مطابق جدول برابر است با:

$$0/12N = 9/6 \Rightarrow N = 80$$

اکنون می‌توانیم حجم ماده‌ی B در آزمایشگاه (الف) را محاسبه کنیم:

$$0/05N = 0/05 \times 80 = 4$$



## بخش دوم: استدلال منطقی

راهنمایی: برای پاسخگویی به سؤال‌های این بخش، لازم است فقط موقعیتی را که در هر سؤال مطرح شده، مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید و سپس گزینه‌ای را که فکر می‌کنید پاسخ مناسب‌تری برای آن سؤال است، انتخاب کنید. هر سؤال را با دقت بخوانید و با توجه به مطالب مطرح شده در هر سؤال و نتایجی که بیان شده و بیان نشده ولی قابل استنتاج است، پاسخی را که صحیح‌تر به نظر می‌رسد، انتخاب و در پاسخنامه علامت بزنید.

کله ۹- در بسیاری از بناهای ایرانی، از جمله ساختمان عالی‌قاپو، پلان و مقطع قائم در چارچوبی از مربع‌ها و مثلث‌های متساوی‌الاضلاع طراحی می‌شد که برخوردگاه‌های آنها همه نقاط ثابت مهم، نظیر عرض و ارتفاع درها، عرض، طول و ارتفاع سالن‌ها، موقعیت کتیبه‌ها و غیره را مشخص می‌کرد. بنابراین، اندازه هر قسمت به وسیله تناسب معینی، به هر قسمت دیگر مرتبط بود. بنابراین، در معماری ایرانی، یک ساختمان مجموعه‌ای از اجزای غیرمتجانس نبود، بلکه ترکیبی هماهنگ و موزون از اجزای با ارتباطات متناسب بود که به فضا، حرکت و به چشم، آرامش می‌داد. برای مثال، تحلیل‌های هندسی نشان می‌دهد که نسبت زرین در پلان تخت‌جمشید به کار رفته است. نسبت زرین، در طراحی هندسی گنبد تاج‌الملک مسجد جامع اصفهان نیز به گونه‌ای شگفت‌آور به کار رفته است.

کدام مورد، رابطه دو بخشی از متن که زیر آنها خط کشیده شده است را به بهترین وجه، توصیف می‌کند؟

- (۱) اولی، زیربنای لازم برای تعریف اصلی مهم در معماری ایرانی را پایه می‌گذارد و دومی، آن اصل را در قالب یک نمونه مشخص، تعبیری دوباره می‌کند.
- (۲) اولی، مثالی برای معرفی یک نمونه از اصول حاکم در معماری ایرانی است و دومی، بخشی دیگر از آن اصول را مورد تأکید خاص قرار می‌دهد.
- (۳) اولی، ادعایی مبتنی بر ادله است که زمینه‌ساز نتیجه‌گیری اصلی متن می‌باشد و دومی، ادله‌ای دیگر بر درستی آن نتیجه‌گیری است.
- (۴) اولی، نتیجه‌گیری کلی و اصلی متن و دومی، مثالی در تقویت آن است.

کله ۱۰- از دیگر تدابیر، حمام رفتن مبتنی بر مزاج تن افراد است و اگر فرد سردمزاج باشد و تری بر او غالب باشد، در ابتدای ورود به حمام نباید آب بریزد تا عرق کامل بکند و بعد از آن، آب گرم بریزد و بیرون آید و اگر فرد مزاجش گرم و خشک باشد، باید همان ابتدا که به حمام می‌رود، بر خود آب بریزد و در آب گرم بنشیند و زود بیرون آید. اگر فرد معتدل‌المزاج است، زمانی که به حمام می‌رود، باید بدن او نمناک شود و آب را بر خود بریزد تا هوای حمام تر شود و زمانی که گونه‌اش سرخ شد، باید به تدریج از حمام بیرون آید.

فرض لازم برای ارزیابی تجربی صحت توصیه‌های مندرج در متن، کدام است؟

- (۱) راهی برای تشخیص مزاج خاص هر فرد وجود دارد.
- (۲) گروه‌بندی افراد برحسب مزاج، سابقه‌ای طولانی دارد.
- (۳) حمام رفتن افراد، فارغ از ویژگی‌های مزاجیشان، کاری مفید است.
- (۴) افرادی وجود دارند که ناخواسته، آداب استحمام درست را رعایت نمی‌کنند.

کله ۱۱- حضور گیاهخوارانی مانند ماموت‌ها روی زمین، به تولید بیش از پیش گاز متان منجر می‌شده و این مقدار، با شواهد مدفون در یخچال‌های قدیمی قطبی همخوانی دارد. میزان متان موجود در جو زمین، پیش از انقراض این حیوانات، ۷۰۰ ذره در هر میلیارد ذره هوا بوده و این بدان معناست که در آن دوره، اثر گلخانه‌ای موجب شده دمای زمین بالاتر از حد معمول باشد، اما پس از شکار بی‌رویه این جانوران و انقراض نسل آنها، منابع تزریق متان به جو هم کاهش یافت و فراوانی آن ذرات، به ۵۰۰ ذره در هر میلیارد ذره هوا کاهش یافت. به دنبال این کاهش، اثر گلخانه‌ای جو زمین نیز تضعیف شد و دما به شدت پایین آمد و آخرین عصر یخبندان زمین اتفاق افتاد. خلاصه اینکه، انسان‌ها از همان آغاز حضورشان در زمین، تغییرات آب و هوایی را رقم زده‌اند.

کدام مورد، در صورتی که صحیح فرض شود، نتیجه‌گیری متن را به بهترین شکل، تضعیف می‌کند؟

- (۱) اگر انسان‌ها با شکار بی‌رویه، ماموت‌ها را نابود نمی‌کردند، شاید افزایش بیشتر گرمایش زمین که خود این موجودات به وجود می‌آوردند، به تنهایی موجبات محو آنها را فراهم می‌ساخت.
- (۲) برخی دانشمندان می‌گویند که میزان متان تولیدی توسط حیوانات، از جمله ماموت‌ها را نمی‌توان دقیق تخمین زد.
- (۳) ماموت‌ها تنها جانورانی نبودند که به خاطر مداخله بشر در طبیعت، به ورطه نابودی و انقراض کشیده شدند.
- (۴) بعد از اینکه منبع تغذیه اصلی ماموت‌ها کاهش یافت، این موجودات به تدریج منقرض شدند.

کله ۱۲- تاکنون تمام تلاش دانشمندان انفورماتیک و مهندسان کامپیوتر، طراحی الگوریتم‌ها و مدارهایی بود که درصد خطای محاسبات آنها حتی‌المقدور به صفر نزدیک باشد و همیشه پاسخ درست ارائه دهند، اما دستیابی به این حد کم‌اشتباهی یا بی‌اشتباهی، نیازمند کنترل‌های فراوانی است که هم مصرف انرژی را افزایش می‌دهند و هم سرعت پردازش را پایین می‌آورند که در شرایط حاضر به صرفه نیست. اما اکنون دانشمندان به این نتیجه رسیده‌اند که اگر اجازه دهند مدارهای الکترونیک و ریزپردازنده‌ها هم اندکی در محاسبات خود اشتباه کنند، هم می‌توان مصرف انرژی را پایین‌تر آورد و هم سرعت پردازش را افزایش داد. البته نگران این خطاهای محاسباتی نباشید، چون نرم‌افزارهای جدید می‌توانند آنها را رهگیری و تصحیح کنند.

کدام مورد، در صورتی که صحیح فرض شود، به نزدیک‌ترین شکل، با استدلال متن فوق همخوانی دارد؟

- (۱) آن دسته از اشتباهات محاسباتی که تاکنون روی داده‌اند، همگی قابل رفع و رجوع بوده‌اند.
- (۲) هنوز از نظر فناوری، انسان در مرتبه‌ای قرار ندارد که بتواند ماشینی که کارکردی بی‌خطا داشته باشد، تولید کند.
- (۳) در محاسبه سود و زیان، مزیت کم شدن مصرف انرژی و افزایش سرعت پردازش، بر مشکلی که بابت خطاهای محاسباتی پیش می‌آید، می‌چربد.
- (۴) دست‌اندرکاران صنعت کامپیوتر، بیشتر از کاربران کامپیوتر، نگران دقت این ماشین‌ها هستند، زیرا که در غیراین صورت، منافع درازمدت‌شان تأمین نمی‌شود.



کله ۱۳- دستگاه TBM، نوعی دستگاه حفاری است که در ایجاد تونل‌های زیرزمینی، مثلاً برای خطوط مترو، از آن استفاده می‌شود. این دستگاه علاوه بر حفاری سریع، کار را به مطمئن‌ترین شکل ممکن انجام می‌دهد. یعنی تا وقتی پای این دستگاه در میان است، نه جایی نشست می‌کند و نه بالازدگی خاک به وجود می‌آید. اما طراحان دستگاه نیز اذعان دارند که اگر در سر راهش، به سنگی سخت و غیرقابل نفوذ برسد، راه عقب‌گردی در میان نیست؛ یعنی باید دستگاه را رها کرد تا در زمین مدفون بماند.

کدام مورد می‌تواند به بهترین وجه، استفاده از دستگاه TBM، علی‌رغم مشکلی که می‌تواند برای آن پیش بیاید را توجیه کند؟

- (۱) امروزه، کم کردن زمان اجرای پروژه‌ها به قدری مهم است که مهندسين، در برخی موارد، وجود برخی خطرات در اجرای پروژه‌ها را به شرط صرفه‌جویی در زمان، به جان می‌خرند.
- (۲) هزینه‌ای که باید صرف شود تا دستگاه را از وضعیتی که در آن گرفتار شده است، رها ساخت، از هزینه لازم برای به‌کارگیری یک نمونه جدید، کمتر است.
- (۳) امروزه، به دلیل پیشرفت تکنولوژی، امکانات لازم برای تعیین مسیر درست و بی‌دردسر حفاری، قبل از هر پروژه مربوطه‌ای موجود است.
- (۴) چنانچه از انسان برای حفر تونل استفاده شود، آن وقت به دلیل کندی کار و خطرات محتمل، برآورد هزینه پروژه کاری دشوار می‌شود.

کله ۱۴- اگر از زلزله بگذریم، کره ما سیاره‌ای آرام و بی‌سروصدا محسوب می‌شود. ولی زیر پای ما و در اعماق زمین، اتفاقات زیادی در حال رخ دادن است. در محل برخورد صفحه‌های شکل‌دهنده زمین، اتفاق عجیبی می‌افتد.

پوسته اقیانوسی (قسمت نازک پوسته که بستر اقیانوس‌ها را تشکیل داده)، به زیر پوسته قاره‌ای (قسمت ضخیم پوسته که قاره‌ها روی آن قرار دارند) می‌رود و در جبهه زمین ذوب می‌شود. این عمل، با زایش پوسته اقیانوسی جبران می‌شود؛ یعنی جایی در اعماق اقیانوس‌ها که مواد مذاب از کف اقیانوس خارج و در اثر تماس با آب، سرد شده و ..... .

کدام مورد، به منطقی‌ترین وجه، جای خالی در متن فوق را کامل می‌کند؟

- (۱) پوسته را شکل می‌دهند
- (۲) باعث تکرار این فرایند می‌شود
- (۳) عمق اقیانوس‌ها را بیشتر می‌کند
- (۴) آرامش نسبی زمین را باعث می‌شود

کله ۱۵- نگاهی به وضعیت آلاینده‌های دو خودروی تولیدی شرکت «الف» که یکی بنزینی و دیگری هیبریدی است نشان می‌دهد، این خودروی هیبریدی است که هم مصرف سوخت پایینی داشته و هم آلاینده کمتری را منتشر می‌کند. بنابر اعلام شرکت، خودروی هیبریدی در هر کیلومتر، چیزی نزدیک به ۶۰ تا ۷۵ گرم دی‌اکسیدکربن و ۱۶ میلی‌گرم مونواکسید نیتروژن تولید می‌کند، در حالی که مصرف ترکیبی این خودرو در شهر و جاده، ۴ لیتر در هر صد کیلومتر است. در مقابل، سدان بنزینی این شرکت، با انتشار ۱۵۰ تا ۲۰۰ گرم دی‌اکسیدکربن در هر کیلومتر، چیزی نزدیک به ۸ لیتر بنزین در هر صد کیلومتر مصرف می‌کند. پس اگر به حفظ محیط زیست علاقه‌مند هستید، خودروی هیبریدی این شرکت را بخرید.

برای ارزیابی صحت استدلال و نتیجه‌گیری متن فوق، پاسخ به کدام سؤال زیر، ضروری است؟

- (۱) آیا حفظ محیط زیست از راه‌های دیگر، کارا تر و به‌صرفه‌تر نیست؟
- (۲) آیا دو خودروی مورد بحث از نظر حجم موتور یکسان هستند؟
- (۳) آیا روی آوردن مردم به خودروهای دوستدار محیط زیست، با منافع شرکت هم‌راستا است؟
- (۴) آیا استفاده از خودروی شخصی برای حمل‌ونقل درون‌شهری، پدیده‌ای شایع در شهرهای آلوده جهان است؟

### بخش سوم: سؤالات تحلیلی

■ راهنمایی: در این بخش، توانایی تحلیلی شما مورد سنجش قرار می‌گیرد. سؤال‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید. راهنمایی: با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۱۶ تا ۱۹ پاسخ دهید.

چهار اتوبوس که مبدأ آنها یکی از شهرهای تهران، تبریز، ارومیه و رشت است، در صف یک پمپ‌بنزین، پشت‌سر هم برای سوختگیری توقف کرده‌اند و پس از سوختگیری، به سمت مقصدشان که یکی از شهرهای اصفهان، شیراز، بندرعباس و زاهدان است، نه لزوماً به ترتیب، حرکت خواهند کرد. اطلاعات زیر موجود است:

- اتوبوس با مقصد شیراز، دقیقاً جلوی اتوبوس با مبدأ تهران ایستاده است.
- اتوبوس‌هایی که مقصدشان زاهدان و اصفهان است، دقیقاً پشت‌سر هم ایستاده‌اند.
- یکی از اتوبوس‌ها، از تبریز به مقصد بندرعباس می‌رود.
- مبدأ اولین و آخرین اتوبوس، یکی از دو شهر تبریز و رشت است.



- ۱۶- اگر مبدأ و مقصد اتوبوسی، به ترتیب، رشت و اصفهان باشد، سومین اتوبوس از کجا به کجا می‌رود؟  
 (۱) تهران به اصفهان (۲) ارومیه به زاهدان (۳) ارومیه به شیراز (۴) تهران به زاهدان
- ۱۷- اگر مقصد آخرین اتوبوس زاهدان باشد، مبدأ اتوبوسی که به شیراز می‌رود، کدام شهر است؟  
 (۱) رشت (۲) ارومیه (۳) تهران (۴) تبریز
- ۱۸- اگر مقصد دومین اتوبوس اصفهان باشد، کدام مورد زیر، مبدأ و مقصد اتوبوسی را به درستی نشان می‌دهد؟  
 (۱) ارومیه به اصفهان (۲) رشت به اصفهان (۳) ارومیه به زاهدان (۴) رشت به زاهدان
- ۱۹- اگر اولین اتوبوس به شیراز برود، کدام مورد زیر، به طور قطع مشخص نمی‌شود؟  
 (۱) مبدأ اولین اتوبوس (۲) مبدأ دومین اتوبوس (۳) مقصد آخرین اتوبوس (۴) مقصد سومین اتوبوس

راهنمایی: با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۲۰ تا ۲۳ پاسخ دهید.

چهار مدیر A، B، C و D از یک اداره قرار است هر کدام نامه‌ای به یکی از مدیران دیگر ارسال کنند. هر کدام از نامه‌ها درخصوص یکی از موضوعات انرژی، امنیت، تغذیه و نیروی انسانی است. به طوری که نامه‌ها، موضوع‌های متفاوت، ارسال کننده متفاوت و دریافت کننده متفاوت داشته باشند. اطلاعات زیر موجود است:

- مدیری که نامه‌ای با موضوع تغذیه ارسال کرده است، از A نامه‌ای با موضوع امنیت دریافت کرده است.
- نامه‌ای که B ارسال کرده است، به مدیری غیر از D ارسال شده است.
- نامه‌ای که D دریافت کرده است، با موضوع تغذیه نبوده است.
- هیچ دو مدیری، متقابلاً بین خودشان نامه نگاری نکرده‌اند.

۲۰- اگر نامه با موضوع نیروی انسانی توسط D ارسال شده باشد، نامه با موضوع انرژی را چه کسی دریافت کرده است؟  
 (۱) D (۲) C (۳) B (۴) A

۲۱- اگر D نامه‌ای با موضوع انرژی ارسال کرده باشد، موضوع نامه‌ای که A دریافت کرده است، کدام است؟  
 (۱) نیروی انسانی (۲) امنیت (۳) انرژی (۴) تغذیه

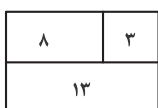
۲۲- اگر B نامه‌ای با موضوع تغذیه دریافت کرده باشد، کدام مورد، به طور قطع صحیح است؟  
 (۱) A از B، نامه دریافت کرده است. (۲) B به C، نامه ارسال کرده است.  
 (۳) A، نامه‌ای با موضوع انرژی دریافت کرده است. (۴) B، نامه‌ای با موضوع نیروی انسانی ارسال کرده است.

۲۳- اگر B به A نامه ارسال کرده باشد، D نامه‌ای با چه موضوعی ارسال کرده است؟  
 (۱) به طور قطع، نمی‌توان تعیین کرد. (۲) نیروی انسانی  
 (۳) انرژی (۴) تغذیه

### بخش چهارم: حل مسئله

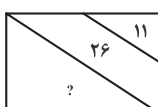
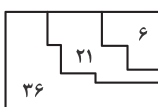
راهنمایی: این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و... تشکیل شده است.  
 • توجه داشته باشید به خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.  
 راهنمایی: هر کدام از سؤال‌های ۲۴ تا ۲۷ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

۲۴- در هر کدام از اشکال زیر، بین اعداد هر شکل، ارتباط خاص و مشترکی برقرار است، به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار داد؟



(۱) ۵۹

(۲) ۵۲



(۳) ۴۶

(۴) ۴۱



## بخش دوم: استدلال منطقی

۹- گزینه «۳» به وضوح این گزینه صحیح است چون در هر دو قسمت دلایلی برای تأیید نتیجه‌گیری متن وجود دارد.

گزینه (۲) غلط است چون در قسمت اول مثال نداریم!

گزینه (۱) غلط است چون قسمت اول به هیچ وجه زیربنای ارائه تعریف مهمی در معماری ایرانی نیست بلکه اصول و دلایل و مشخصات اصلی معماری ایرانی را بیان می‌دارد.

گزینه (۴) هم غلط است چون قسمت اول نتیجه‌گیری متن نیست، نتیجه‌گیری بعد از قسمت اول متن و بعد از کلمه بنابراین آورده شده است.

۱۰- گزینه «۱» فرض لازم برای ارزیابی تجربی استدلال این است که ما بتوانیم نوع مزاج هر فرد را تعیین کنیم. اگر نتوان نوع مزاج هر فرد را تعیین کرد اساساً نمی‌توان ارزیابی دقیقی از استدلال داشت (درست یا غلط بودن ادعا مشخص نمی‌شود).

۱۱- گزینه «۴» نویسنده می‌گوید ماموت‌ها گیاه‌خوار بوده‌اند و این باعث می‌شده گاز متان زیاد تولید شود. از طرفی انسان‌ها با شکار بی‌رویه این ماموت‌ها باعث شده‌اند کاهش گیاهان متوقف شود و به تبع آن دما به شدت پایین آمده و بالاخره تغییرات آب و هوایی رقم بخورد. می‌خواهیم نتیجه‌گیری متن که انسان‌ها را باعث تغییرات آب و هوایی می‌داند، تضعیف کنیم. گزینه (۴) به خوبی این کار را کرده است، چون می‌گوید وقتی گیاهان کاهش یافتند این موجودات منبع غذایی نداشته و خود به خود منقرض شده‌اند (یعنی نقش انسان‌ها را منکر می‌شود)، پس این گزینه برخلاف نظر نویسنده متن، دلیل دیگری برای تغییرات آب و هوایی ارائه می‌کند. گزینه (۱) هم در نگاه اول قابل بررسی است اما وجود کلمه‌ی شاید در این گزینه باعث شده هیچ شانس در مقابل گزینه (۴) برای انتخاب نداشته باشد!

۱۲- گزینه «۳» این گزینه بیشترین همخوانی را با متن دارد چون در متن اشاره شده که دستیابی به آن حد از کم‌اشتباهی یا بی‌اشتباهی باعث مصرف انرژی و کاهش سرعت پردازش می‌شود و اکنون دانشمندان به این نتیجه رسیده‌اند که اجازه دادن به کمی اشتباه باعث کاهش مصرف انرژی و افزایش سرعت پردازش می‌شود.

۱۳- گزینه «۳» به دنبال این هستیم که بگوییم استفاده از دستگاه TBM توجیه‌پذیر است (علی‌رغم مشکلاتی که در متن اشاره شده است). در گزینه (۳) این اتفاق افتاده است؛ چون آن مشکل مطرح شده در متن را حل کرده است. در متن قرار گرفتن سنگ سخت و غیرقابل نفوذ در مسیر حفاری به‌عنوان عیب استفاده از این دستگاه عنوان شده است و گزینه (۳) می‌گوید پیشرفت تکنولوژی باعث شده قبل از حفاری بتوان مسیر درست و بی‌دردسر را انتخاب کرد.

۱۴- گزینه «۱» در متن اشاره شده پوسته قاره‌ای ذوب می‌شود و این عمل با زایش پوسته اقیانوسی جبران می‌شود و در ادامه این مطلب را تقریباً با بیان نحوه و تشکیل پوسته تکرار کرده و به وضوح گزینه (۱) باید در ادامه قسمت آخر قرار بگیرد.

۱۵- گزینه «۲» برای ارزیابی دو ماشین قطعاً باید دو ماشین با شرایط یکسان به لحاظ موتور بررسی گردد. اگر مثلاً حجم موتور خودروی بنزینی ۴ برابر خودروی هیبریدی باشد و دو برابر آن دی‌اکسیدکربن تولید کند، اتفاقاً خودروی بنزینی بهتر است. ولی اگر هر دو حجم موتور یکسان داشته باشند، قطعاً خودروی هیبریدی بهتر است. پس برای ارزیابی شرایط حجم موتور باید معلوم گردد.

## بخش سوم: سؤالات تحلیلی

چهار اتوبوس از مبدأهای تهران، تبریز، ارومیه و رشت به مقصدهای اصفهان، شیراز، بندرعباس و زاهدان در یک صف پشت‌سرهم ایستاده‌اند. هدف مشخص نمودن جایگاه، مبدأ و مقصد هر اتوبوس است، پس می‌توان شکل مسئله را به‌صورت زیر رسم نمود:

شماره اتوبوس	۱	۲	۳	۴
مبدأ				
مقصد				

قیده‌های مسئله:

۱- اتوبوس با مقصد شیراز دقیقاً جلوی اتوبوس با مبدأ تهران قرار دارد. ←

تهران	→ مبدأ
شیراز	→ مقصد

۲- اتوبوس‌های با مقصد زاهدان و اصفهان دقیقاً پشت‌سرهم ایستاده‌اند. ←

زاهدان	یا	اصفهان
زاهدان		اصفهان

۳- یکی از اتوبوس‌ها از تبریز به مقصد بندرعباس می‌رود. ←  
 تبریز  
 بندرعباس → مقصد  
 مبدأ →

۴- مبدأ اولین و آخرین اتوبوس یکی از دو شهر تبریز و رشت است. ←  
 تبریز یا رشت

۱۶- گزینه «۴» اگر مبدأ و مقصد اتوبوس به ترتیب رشت و اصفهان باشد با توجه به قید ۴ می‌توان گفت:

۱	۲	۳	۴
رشت		تبریز	
اصفهان			

یا

۱	۲	۳	۴
تبریز			رشت
			اصفهان

حالت اول

حالت دوم

اکنون با توجه به قید ۲ و ۳ داریم:

۱	۲	۳	۴
رشت		تبریز	
اصفهان	زاهدان	بندرعباس	

یا

۱	۲	۳	۴
تبریز			رشت
بندرعباس		زاهدان	اصفهان

حالت اول

حالت دوم

با توجه به قید ۱ فقط حالت اول می‌تواند برقرار باشد:

۱	۲	۳	۴
تبریز		تهران	رشت
بندرعباس	شیراز	زاهدان	اصفهان

در نتیجه سومین اتوبوس از تهران به زاهدان می‌رود.

۱۷- گزینه «۲» اگر مقصد آخرین اتوبوس زاهدان باشد با توجه به قید ۳ و ۴ داریم:

۱	۲	۳	۴
تبریز			رشت
بندرعباس			زاهدان

اکنون با توجه به قید ۱ و ۲ داریم:

۱	۲	۳	۴
تبریز	ارومیه	تهران	رشت
بندرعباس	شیراز	اصفهان	زاهدان

در نتیجه مبدأ اتوبوسی که به شیراز می‌رود، ارومیه است.

۱۸- گزینه «۳» اگر مقصد دومین اتوبوس اصفهان باشد با توجه به قید ۲ و ۳ و ۴ داریم:

۱	۲	۳	۴
تبریز			رشت
بندرعباس	اصفهان	زاهدان	

یا

۱	۲	۳	۴
رشت			تبریز
	اصفهان		بندرعباس

حالت اول

حالت دوم

با توجه به قید ۱، حالت دوم برقرار نمی‌باشد و فقط حالت اول صادق است. اکنون با توجه به قید ۱ داریم:

۱	۲	۳	۴
رشت	تهران		تبریز
شیراز	اصفهان		بندرعباس

و در نهایت خواهیم داشت:

۱	۲	۳	۴
رشت	تهران	ارومیه	تبریز
شیراز	اصفهان	زاهدان	بندرعباس

در نتیجه اتوبوس دوم از ارومیه به زاهدان می‌رود.



۱۹- گزینه «۴» اگر اولین اتوبوس به شیراز برود، با توجه به قید ۳ و ۴ داریم:

۱	۲	۳	۴
رشت			تبریز
شیراز			بندرعباس

اکنون با توجه به قید ۱ داریم:

۱	۲	۳	۴
رشت	تهران	ارومیه	تبریز
شیراز			بندرعباس

در نتیجه مقصد اتوبوس‌های دوم و سوم به‌طور قطع مشخص نیست.

#### اطلاعات مسئله:

چهار مدیر A، B، C و D هر یک نامه‌ای با موضوع انرژی، امنیت، تغذیه و نیروی انسانی برای یکدیگر ارسال می‌کنند به‌طوری که نامه‌ها موضوع متفاوت، ارسال‌کننده متفاوت و دریافت‌کننده متفاوت داشته باشد.

#### قیدهای مسئله:

- ۱- مدیری که نامه‌ای با موضوع تغذیه ارسال کرده، از A نامه‌ای با موضوع امنیت دریافت می‌کند. ← A نامه‌ای با موضوع امنیت ارسال کرده است.
- ۲- نامه‌ای که B ارسال کرده به مدیری غیر از D ارسال شده ← نامه B را یا A یا C دریافت می‌کند.
- ۳- نامه دریافتی توسط D با موضوع تغذیه نبوده است.
- ۴- هیچ دو مدیری متقابلاً خودشان نامه‌نگاری نکرده‌اند.

۲۰- گزینه «۱» اگر D نامه‌ای با موضوع نیروی انسانی ارسال کرده باشد:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع ارسال
D	B	A	C	مدیر

با توجه به قیدهای مسئله خواهیم داشت:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع دریافت
C	A	B	D	مدیر

پس نامه با موضوع انرژی توسط D دریافت شده است.

۲۱- گزینه «۳» اگر D نامه‌ای با موضوع انرژی ارسال کرده باشد:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع ارسال
C	B	A	D	مدیر

با توجه به قیدهای مسئله داریم:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع دریافت
D	C	B	A	مدیر

پس نامه دریافتی توسط A با موضوع انرژی است.

۲۲- گزینه «۲» اگر B نامه‌ای با موضوع تغذیه دریافت کرده باشد با توجه به قیدهای مسئله داریم:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع ارسال
B	D	A	C	مدیر

با توجه به قیدهای مسئله داریم:

نیروی انسانی	تغذیه	امنیت	انرژی	موضوع دریافت
C	B	D	A	مدیر

پس B به C نامه ارسال کرده است.

**PART A: Grammar**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

- 31- The rate that bright comets enter the solar system implies there should be around 3000 of them buzzing around, ..... only 25 are known.  
 1) nonetheless                      2) regardless of the fact                      3) and yet                      4) as there are
- 32- Contemporary theories of interpretation require that, in our analyses of texts, we consider not only what the text says .....“made.”  
 1) also its meaning gets and                      2) but also gets the meaning of it  
 3) but its meaning also gets                      4) but how its meaning gets
- 33- ..... individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.  
 1) That                      2) An                      3) The                      4) It is that
- 34- Plant scientists have been trying for years to genetically modify flowers for aesthetic purposes. The first to go on sale were blue carnations ..... in Australia, in 1996.  
 1) were produced                      2) produced                      3) had been produced                      4) to produce
- 35- Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, ..... weapon platforms.  
 1) they are often called                      2) often called                      3) called they are often                      4) that are called often
- 36- Articulating what the difference between humans and other creatures consists of ..... behind it have formed a large and difficult project tackled by biologists, anthropologists, psychologists, and philosophers.  
 1) uncovering the biology                      2) the biology of uncovering  
 3) the biology uncovering                      4) and uncovering the biology
- 37- Most healthcare professionals view depression as “just part of getting old and argue that this illness, ....., can have serious, even fatal consequences.  
 1) untreated then                      2) untreated whether it is                      3) if untreated                      4) that is untreated
- 38- Ted had a terrible habit of boasting so much about his smallest accomplishments ..... his vainglory became renowned throughout the small college campus.  
 1) that                      2) as                      3) in that                      4) as though

**PART B: Vocabulary**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

- 39- Dogs growl and show their teeth in an attempt to frighten the animal or person they perceive as a .....  
 1) habitat                      2) prey                      3) suspicion                      4) threat
- 40- Based on his recent poor decisions, it was obvious that Seth lacked even a modicum of good .....  
 1) sentiment                      2) sense                      3) sensation                      4) sensitivity
- 41- The judge ..... the extraneous evidence because it was not pertinent to the trial.  
 1) disclosed                      2) distended                      3) dismissed                      4) distorted
- 42- The more frequently employees take time to exercise during working hours each week, the fewer sick days they .....  
 1) expend                      2) save                      3) take                      4) recall
- 43- Classic psychology experiments have shown that when rats are first ..... with an electrical shock to fear a tone when it sounds, they later fear the tone even without the associated shock.  
 1) conditioned                      2) sparkled                      3) displayed                      4) intended

## بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱- گزینه «۳» با توجه به سرعت و تعداد ورود ستاره‌های دنباله‌دار به منظومه شمسی می‌توان حدس زد که باید تقریباً ۳۰۰۰ مورد از آن‌ها وجود داشته؛ با این حال تنها ۲۵ عدد از آنها شناسایی شده‌اند.

توضیح: همان‌طور که می‌دانید *nonetheless* قید ربط است؛ یعنی قبل از آن باید نقطه یا نقطه‌ویرگول و بعد از آن باید حتماً *comma* بیاید. با این حساب گزینه (۱) نادرست است. گزینه (۲) در صورتی ارزش بررسی کردن دارد که طراح بعد از *fact* از حرف ربط *that* استفاده می‌کرد. گزینه (۳) صحیح است، هم با توجه به مفهوم جمله و هم با توجه به اینکه قبل از *and* *comma* می‌آید. و گزینه (۴) نادرست است چون بعد از *as* دو تا فعل داریم؛ یکی *are* و یکی *know*.

۳۲- گزینه «۴» نظریه‌پردازان معاصر در زمینه ترجمه شفاهی باور دارند ما در آنالیز متن، علاوه بر چیزی که متن می‌گوید، باید به نحوه شکل‌گیری معنی آن نیز توجه داشته باشیم.

توضیح: همان‌طور که می‌بینیم این تست با مبحث *not only ... but also* سروکار دارد. اول از همه اینکه در این ساختار *but also* می‌تواند به صورت *but* یا *also* هم به کار برود. پس امیدوارم فوری گزینه (۲) را نزنه باشید. ضمناً می‌دانیم ساختار *(also) ... but not only* مستلزم رعایت ساختار موازی است؛ بنابراین چون بعد از *not only* کلمه پرسشی *what* را داریم باید بعد از *(also) but* هم از کلمه‌ی پرسشی *how* استفاده کنیم: *... not only what the text says but how its meaning gets made.*

۳۳- گزینه «۱» اینکه شبکه‌های اجتماعی بر روی رفتار افراد تاثیرگذار هستند، قابل تردید نمی‌باشد.

توضیح: تست بسیار ساده‌ای است. توی مبحث جمله‌واره‌ی اسمی گفتیم یکی از کاربردهای *that clause* این است که قبل از فعل *be* به عنوان فاعل استفاده شوند. گفتیم در این موارد *that* به صورت «اینکه» ترجمه می‌شود:

**That individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.**

مثال بیشتر:

**That coffee grows in Brazil is well known.**

۳۴- گزینه «۲» گیاه‌شناسان سال‌هاست که با استفاده از اصلاح ژنتیک به دنبال زیباتر ساختن گل‌ها هستند. گل میخک آبی اولین موردی بود که برای فروش عرضه شد. این گل در سال ۱۹۹۶ در استرالیا تولید شد.

توضیح: این تست از دو جمله تشکیل شده که برای پاسخگویی به آن فقط به جمله دوم نیاز داریم. جمله دوم دارای فعل اصلی *were* می‌باشد، با این حساب به هیچ فعل اصلی دوم دیگری نیاز نداریم چون هر جمله فقط و فقط باید یک فعل اصلی داشته باشد. این یعنی حذف همزمان گزینه‌های (۱) و (۳). گزینه (۴) نادرست است چون قصد بیان هدف نداریم. ضمناً شکل اولیه گزینه (۲) این طوری بوده:

The first to go on sale were blue carnations **that were produced** in Australia, in 1996.

اگر *that were* را حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.

۳۵- گزینه «۲» سلاح‌ها از طریق وسایل نقلیه مختلفی حمل و تحویل داده می‌شوند. این وسایل نقلیه اغلب با نام پلتفرم سلاح شناخته می‌شوند.

توضیح: تقریباً هر سال از این مبحث سؤال می‌آید و ما هم هر سال می‌گوییم بعد از *comma* کاربرد *that* ممنوع است. (این یعنی حذف گزینه (۴)). گزینه (۱) در صورتی صحیح است که *comma* به نقطه تبدیل بشود و *they* هم به *They*. مهم‌ترین دلیل رد گزینه (۳) کاربرد *they* بعد از *called* است. ضمناً شکل اولیه‌ی گزینه‌ی ۲ این طوری بوده:

Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, **which are often called** weapon platforms.

اگر *which are* را حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.



۳۶- گزینه «۴» درک تفاوت بین انسان و سایر موجودات و مسائل بیولوژیکی نهفته در آن باعث بوجود آمدن مباحث و تحقیقات دشوار و گسترده‌ای شده است که دانشمندانی از رشته‌های مختلف مانند زیست‌شناسی، انسان‌شناسی، روانشناسی و فلسفه به آن می‌پردازند.

توضیح: توی تست‌هایی که این‌قدر طولانی هستند، اولین کار این است که به دنبال فعل اصلی باشیم. فعل اصلی سوال ما have formed است. پس به خاطر حضور have باید فاعلمون جمع باشد. اما articulating به تنهایی به فعل مفرد نیاز دارد، این یعنی باید articulating را با and به یک ساختار ing دار موازی دیگر متصل کنیم تا آن موقع کاربرد فعل have هم معنی پیدا کند. و چون فقط گزینه (۴) است که دارای and می‌باشد، می‌توانیم باقی گزینه‌ها را رد کنیم.

۳۷- گزینه «۳» اکثر متخصصین حوزه بهداشت و درمان، افسردگی را بخشی از پروسه افزایش سن می‌دانند و اعتقاد دارند که در صورت عدم درمان می‌تواند عواقب بسیار وخیمی داشته و یا حتی باعث مرگ بیمار شود.

توضیح: اول از همه اینکه طراح سؤال ظاهراً یادش رفته آن (" ) را که باز کرده ببندد. باید این علامت را قبل از and بیاورد. حالا می‌رسیم به رد گزینه‌ها. کاربرد that بعد از کما ممنوع است (یعنی رد گزینه (۴)). گزینه ۱ نادرست است چون معلوم نیست طراح سوال آن then را بابت چی استفاده کرده. گزینه (۲) هم کنار می‌رود چون بعد از is هیچ عبارت کامل‌کننده‌ای نداریم.

اما برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۳) صحیح است باید اصل جمله را پیدا کنیم.

Most healthcare professionals argue that this illness, **if it is untreated**, can have serious, even fatal consequences.

چون it به this illness برمی‌گردد، می‌توانیم با فرض اینکه فاعل‌ها یکسان هستند، فاعل جمله‌واره‌ی وابسته یعنی it و فعل is را حذف کنیم و یک وجه وصفی بسازیم:

Most healthcare professionals argue that this illness, **if untreated**, can have serious, even fatal consequences.

۳۸- گزینه «۱» تد اخلاق بسیار زشتی داشت و به خاطر کوچک‌ترین موفقیت‌هایش به قدری فخرفروشی می‌کرد که عادت خودستایی او در سرتاسر محوطه‌ی کوچک دانشگاه زبانزد عام و خاص بود.

توضیح: از ساختار that...so استفاده شده.

....so much about ..... that ....

### بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۹- گزینه «۴» سگ‌ها در هنگام مواجهه با خطر / تهدید، پارس می‌کنند و دندان‌های خود را نشان می‌دهند تا حیوان یا شخص مورد نظر را بترسانند.

(۱) زیستگاه، زیست‌بوم (۲) طعمه (۳) سوءظن، تردید (۴) خطر، تهدید

۴۰- گزینه «۲» ضعف تصمیمات اخیر سبت نشان می‌دهد که کوچکترین درکی نسبت به مسائل مختلف ندارد.

(۱) تمایل، گرایش، احساس (۲) شعور، معنی، ادراک (۳) احساس، هیجان (۴) حساسیت

۴۱- گزینه «۳» قاضی شواهد غیرضروری را مردود اعلام کرد زیرا ارتباط چندانی با روال دادرسی نداشت.

(۱) افشاء کردن، فاش کردن (۲) بزرگ کردن، منبسط کردن (۳) مردود شمردن، رد کردن (۴) کج کردن، تحریف کردن

۴۲- گزینه «۳» کارمندان هرچقدر در طول هفته بیشتر ورزش کنند، کمتر به مرخصی استعلاجی نیاز پیدا می‌کنند.

توضیح: جواب این سؤال عیناً توی خود سؤال آمده. یعنی اول بوده take time حالا شده take days.

اصطلاح take sick days یعنی «استعلاجی گرفتن».

۴۳- گزینه «۱» طبق آزمایشات روانشناسی کلاسیک، وقتی موش‌ها برای ترسیدن از یک صدای بخصوص به وسیله شوک الکتریکی شرطی شوند، بعدها بدون وجود شوک الکتریکی هم از آن صدا می‌ترسند.

(۱) شرطی کردن (۲) درخشیدن، برق زدن (۳) نمایش دادن (۴) قصد داشتن

**PART B: Vocabulary**

**Directions:** Select the answer choice (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 41- We will have to repeat the experiment because the results were not .....
- 1) equivocal                      2) credulous                      3) conclusive                      4) spontaneous
- 42- The doctor's medical license was ..... after it was discovered that out of sheer cupidity, he had diagnosed people with illnesses they didn't have and pocketed insurance money for performing procedures they didn't need.
- 1) overlooked                      2) revoked                      3) diminished                      4) belittled
- 43- When she didn't receive the job, she asked the company for ..... feedback to help her with future employment.
- 1) unexceptional                      2) foreseeable                      3) hierarchical                      4) constructive
- 44- Although I tried to pay you a compliment, you have unfortunately decided to ..... my words as an insult.
- 1) adopt                      2) construe                      3) contribute                      4) qualify
- 45- The twins began school ....., but they did not graduate at the same time.
- 1) simultaneously                      2) interchangeably                      3) symmetrically                      4) chronologically
- 46- Though we are in ..... on what our goals should be, we differ on the means for achieving them.
- 1) monotony                      2) accord                      3) homogeneity                      4) jeopardy
- 47- The debate is becoming polarized and there appears to be little in the way of ..... ground between the two sides.
- 1) similar                      2) clear                      3) slippery                      4) middle
- 48- The main dish had little flavor, but I made it more ..... by adding condiments.
- 1) affordable                      2) unrecognizable                      3) palatable                      4) memorable
- 49- In our ..... to leave for our camping trip we'd long been looking forward to, we actually forgot to bring our tent.
- 1) haste                      2) scheme                      3) apathy                      4) collaboration
- 50- Any dispute over finances is likely to sour the relationship to the ..... of both parties.
- 1) intensity                      2) detriment                      3) barrier                      4) isolation

**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** Read the following two passages and select the choice (1), (2), (3), or (4) that best answers each question. Then mark the correct choice on your answer sheet.

**PASSAGE 1:**

In a country where government and families alike are tightening their belts and trying to make do with less, you could be pardoned for thinking that private education would be in a bit of a jam right now. And yet, although fees at independent schools in Britain have approximately doubled over the last two and a half decades, pupil numbers are the highest since records started in 1974. Although there are numerous reasons why parents might choose to fork out an average of £12,500 per year on their child's education, there is one which stands out more than any other: their reputation for getting their students into elite universities, such as the Ivy League colleges and Britain's most prestigious universities: Oxford and Cambridge.

Private schools with experience in these admissions processes run like well-oiled machines. Their informed careers advisers have in-depth tactical knowledge of which colleges would best suit each candidate, and help them to edit their personal statements to reflect the qualities that elite universities are looking for. Interview training sessions guide young applicants through an interview system which has been described as being more reminiscent of an old-boy network than justice for society. Those with family members and teachers who have successfully gone through the admissions process are at a considerable advantage to those who are the first to apply among their social group.

Consequently, the social mix of students at the top universities remains sadly biased towards the rich and privately educated—although thanks to increasing numbers of bursaries providing free private school education to academically gifted youngsters, it is possible to be one without the other. Even so, the fact is that 7% of British children go to private schools, while more than 40% of the intake at Oxford and Cambridge is privately educated, and this statistic depicts a worryingly skewed trend. The proportion matters because, although there are obviously plenty of other universities offering excellent study programs, an Oxbridge or Ivy-League degree undoubtedly enhances employability in the ruling professions. According to recent studies by the UK educational charity “The Sutton Trust”, over 30% of leading professionals in the United Kingdom, including almost 80% of lawyers, 47% of highflyers in financial services and 41% of top journalists attended Oxford or Cambridge.

**51- What is the best title for the passage?**

- |                                       |                                     |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) Unfair Education in Britain        | 2) Moribund Education Standards     |
| 3) Social Class Immobility in Britain | 4) Fewer Opportunities for Everyone |

**52- What is the phrase “in a bit of a jam” in paragraph 1 closest in meaning to?**

- |                             |                        |
|-----------------------------|------------------------|
| 1) overwhelmed with demand  | 2) under severe attack |
| 3) in a difficult situation | 4) on its last legs    |

**53- According to the passage, the most important reason why parents in Britain choose to send their children to expensive independent schools is .....**

- 1) because of such schools’ flexibility in adjusting their curricula to the changing demands of the job market
- 2) that elite universities’ admissions policies are intentionally skewed towards students from wealthy backgrounds
- 3) that this way their children’s future career opportunities could be somehow guaranteed
- 4) because of such schools’ reputation for having influence over prestigious universities

**54- The word “one” in paragraph 3 refers to .....**

- |                   |                      |            |                   |
|-------------------|----------------------|------------|-------------------|
| 1) private school | 2) gifted youngsters | 3) bursary | 4) top university |
|-------------------|----------------------|------------|-------------------|

**55- Why has the author mentioned the statistics reported by “The Sutton Trust”?**

- 1) To further support the quality of the education offered by elite universities
- 2) To introduce another reason for the popularity of private schools
- 3) To clarify the link between tertiary education and employability
- 4) To support an earlier assertion

**PASSAGE 2:**

The James Webb Space Telescope has an expected mass about half of Hubble Space Telescope’s, but its primary mirror, a 6.5 m (21 ft) diameter gold-coated beryllium reflector will have a collecting area over six times as large, 25.4 m<sup>2</sup> (273 sq ft), using 18 hexagonal mirrors with 0.9 m<sup>2</sup> (9.7 sq ft) obscuration for the secondary support struts.

JWST is designed primarily for near-infrared astronomy, but can also see orange and red visible light, as well as the mid-infrared region, depending on the instrument. The design emphasizes the near to mid-infrared for three main reasons: first, high-redshift objects have their visible emissions shifted into the infrared, second, cold objects such as debris disks and planets emit most strongly in the infrared, and finally, this band is difficult to study from the ground or by existing space telescopes such as Hubble.



۳۷- گزینه «۴» کسی که کاخ باشکوه ورسای را ساخت، لویی چهاردهم بود؛ اگرچه هزینه‌ی آن به قدری بالا بود که عصبانیت و خشم مردم فرانسه را به همراه داشت. توضیح گرامری: گزینه‌های (۱) و (۲) باعث می‌شوند معنی جمله‌مان ناقص شود. گزینه‌ی (۳) کنار می‌رود چون کاربرد ضمیر موصولی *that* و *he* با هم نادرست است. پس فقط گزینه‌ی (۴) صحیح است:

It was King Louis xiv who had the magnificent Palace of Versailles built.

۳۸- گزینه «۲» دلیلی که صنعت ساختمان‌سازی از هم پاشید این بود که نرخ بهره‌ی وام‌ها بسیار بالا بود. توضیح گرامری: گزینه‌ی (۴) کنار می‌رود چون بعد از *because of* نباید از جمله استفاده شود. ضمناً الگوی *پُر کاربرد* زیر را هم حتماً حفظ کنید:

The reason ... is / was that ...

The reason (that) we need new guidelines **is that** the present ones are just not working.

The reason that the building industry declined **was that** the interest rate on loans was so high.

در حالت‌های غیررسمی می‌توانیم به جای *that* از *because* هم استفاده کنیم:

The reason (that) we need new guidelines **is because** the present ones are just not working.

The reason that the building industry declined **was because** the interest rate on loans was so high.

پس گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۳۹- گزینه «۳» آسپرین، نام رایج برای استیل‌سالیسیلیک اسید، به عنوان یک دارو برای تسکین درد بسیار *پُر کاربرد* است. توضیح گرامری: گزینه‌ی (۱) رد می‌شود چون کاربرد *that* بعد از *kama ممنوع* است. گزینه‌ی (۲) با توجه به ترجمه کنار می‌رود: «آسپرین که نام رایجش برای استیل‌سالیسیلیک اسید، به عنوان یک دارو برای تسکین درد بسیار *پُر کاربرد* است.» گزینه‌ی (۴) به دو دلیل رد می‌شود. اولاً به خاطر عدم حضور حرف تعریف *the* قبل از *common name* و دوماً به خاطر غیرضروری بودن *being*. این هم اصل جمله:

Aspirin, which is the common name for acetylsalicylic acid, is widely used like a drug...

می‌توانیم *which is* را حذف کنیم:

Aspirin, the common name for acetylsalicylic acid, is widely used like a drug...

۴۰- گزینه «۱» ریشه داشتن در بسیاری از چالش‌ها و نوآوری‌های رشته‌های مختلف به این معناست که کسی که در مهندسی مکانیک آموزش می‌بیند، همه‌فن حریف است.

توضیح گرامری: فاعل این جمله یک عبارت چند کلمه‌ای است:

**Being ingrained in many challenges and innovations across many fields**

بعد از فاعل باید فعل اصلی بیاید. فقط گزینه‌ی (۱) فعل اصلی است، بنابراین بقیه‌ی گزینه‌ها رد می‌شوند.

همچنین دقت کنید در فاعل چند کلمه‌ای بالا باید اولین کلمه یعنی *being* (در واقع یک جراند) ملاک تطابق فعل و فاعل قرار بگیرد. به همین دلیل فعل باید به صورت *means* باشد.

**Being ingrained in many challenges and innovations across many fields means ...**

همچنین دقت کنید در اینجا بعد از فعل *means* یک *that* داشتیم که حذف شده.

**Being ingrained in many challenges and innovations across many fields means that** a mechanical engineering education is versatile.

### بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۴۱- گزینه «۳» ما مجبور هستیم آزمایش را تکرار کنیم چون نتایج آن قطعی و مسلم نبودند.

۱ | equivocal  
۳ | conclusive

۲ | credulous  
۴ | spontaneous

زودباور، ساده‌لوح  
خودجوش، بی‌مقدمه

۴۲- گزینه «۲» مجوز پزشکی آن دکتر باطل شد پس از اینکه مشخص شد او از روی حرص و طمع بیش از حد، به مراجعه‌کنندگان سالم می‌گفته شما بیماری را تا بابت جراحی‌ها و عمل‌هایی که آنها به آن نیاز نداشتند، بیمه را سر کیسه کند.

۱ | overlook  
۳ | diminish  
sheer  
diagnose

۲ | revoke  
۴ | belittle  
cupidity  
pocket

لغو کردن، باطل کردن  
کوچک و کم ارزش شمردن  
حرص و طمع  
به جیب زدن

۴۳- گزینه «۴» وقتی او برای آن شغل انتخاب نشد (به آن شغل دست پیدا نکرد)، از شرکت استخدام کننده درخواست فیدبک و بازخورد سازنده کرد تا به او در استخدام های بعدی اش کمک کند.

۱	unexceptional	۲	foreseeable	قابل پیش بینی
۳	hierarchical	۴	constructive	سازنده (مثلاً انتقاد، بازخورد، پیشنهاد)

۴۴- گزینه «۲» گرچه سعی می کردم از شما تعریف و تمجید کنم، اما متأسفانه شما تصمیم گرفتید که حرف های من را به عنوان توهین برداشت کنید.

۱	adopt	۲	construe	برداشت کردن، تلقی کردن، تفسیر کردن
۳	contribute	۴	qualify	واجد شرایط بودن
	pay sb a compliment		insult	توهین

۴۵- گزینه «۱» آن دو قولها به طور همزمان (در یک زمان) مدرسه را شروع کردند، اما همزمان فارغ التحصیل نشدند.

۱	simultaneously	۲	interchangeably	به جای هم، به صورت قابل تبادل
۳	symmetrically	۴	chronologically	به ترتیب وقوع زمانی

۴۶- گزینه «۲» اگرچه ما در مورد اینکه اهدافمان چه باشد توافق داریم، اما بر سر ابزار دستیابی به آنها با هم اختلاف نظر داریم.

۱	monotony	۲	accord	توافق
۳	homogeneity	۴	jeopardy	خطر، مخاطره

۴۷- گزینه «۴» مناظره دارد به سمت دوگانگی و اختلاف می رود و به نظر می رسد وجه اشتراک کمی بین طرفین وجود دارد. توضیح: اصطلاح middle ground یعنی «وجه اشتراک» و تا حدودی با common ground هم معنی است.

۱	affordable	۲	unrecognizable	غیر قابل تشخیص
۳	palatable	۴	memorable	فراموش نشدنی، به یادماندنی

۴۹- گزینه «۱» به خاطر عجله برای بستن بار و بندیل و رفتن به سفر کمپینگی که مدت ها منتظرش بودیم، فراموش کردیم چادر بیاوریم.

۱	haste	۲	scheme	طرح، نقشه، تدبیر
۳	apathy	۴	collaboration	همکاری

۵۰- گزینه «۲» هر گونه اختلافی بر سر مسائل مالی به احتمال زیاد آن رابطه را به ضرر هر دو طرف تلخ خواهد کرد.

۱	intensity	۲	detriment	ضرر، زیان
۳	barrier	۴	isolation	انزوا، گوشه نشینی
	dispute		sour a relationship	رابطه ای را تلخ کردن (بر هم زدن)

### بخش سوم: درک مطلب

دو متن زیر را بخوانید و از بین گزینه های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) گزینه ای را انتخاب کنید که برای هر سؤال بهترین پاسخ باشد. آنگاه پاسخ تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

#### متن ۱:

در کشوری که دولت و خانواده ها به طور یکسان، صرفه جویی می کنند و می کوشند با کمترین ها سر کنند، ممکن است شما بابت این طرز تفکر که آموزش خصوصی هم اکنون در مضیقه قرار دارد، بخشیده شوید. با این حال، با این که هزینه های آموزشی در مدارس خصوصی بریتانیا در طول دو و نیم دهه گذشته تقریباً دو برابر شده، ولی تعداد دانش آموزان، به بالاترین میزان از زمان شروع ثبت ها در سال ۱۹۷۴ رسیده است. با وجود این که دلایل متعددی وجود دارد که چرا والدین به طور متوسط هر سال ۱۲۵۰۰ پوند بابت آموزش فرزندشان هزینه می کنند، اما یک دلیل قطعی وجود دارد که از سایر دلایل برجسته تر است: شهرت آنها به خاطر ورود دانشجویان به دانشگاه هایی نخبه مانند دانشگاه آیوی لیگ و معتبرترین دانشگاه های بریتانیا: آکسفورد و کمبریج. مدارس خصوصی با تجربه در این فرآیندهای پذیرشی، مانند ماشین های روغن کاری شده، کار می کنند. مشاوران شغلی آگاه این مدارس، دانش تاکتیکی عمیقی درباره این موضوع دارند که کدام کالج برای هر داوطلب مناسب تر است و به آنها کمک می کنند تا اظهارات شخصی خود را برای بازتاب ویژگی هایی که دانشگاه های نخبه در پی آن هستند، ویرایش کنند. جلسات آموزشی مصاحبه، متقاضیان جوان را از طریق سیستم مصاحبه ای راهنمایی می کنند؛ یعنی سیستمی که بیش از آن که یادآور عدالت جامعه باشد، شبکه های مافیایی را به یاد می آورد. آنهایی که اعضای خانواده و معلمان دارند که فرآیند پذیرش را با موفقیت پشت سر گذاشته اند، نسبت به کسانی که برای اولین بار در گروه اجتماعی خود درخواست می کنند، از مزیت قابل توجهی برخوردارند.



در نتیجه، ترکیب اجتماعی دانشجویان در دانشگاه‌های برتر، متأسفانه باعث ایجاد تعصب نسبت به افراد ثروتمند و تحصیل کرده خصوصی شده است. اگرچه به لطف افزایش تعداد بورسیه‌هایی که آموزش مدارس خصوصی رایگان برای جوانان با استعداد تحصیلی فراهم کرده، آموزش در یکی بدون دیگری نیز امکان پذیر شده است. با این حال، واقعیت این است که ۷٪ از کودکان بریتانیایی به مدارس خصوصی می‌روند در حالی که بیش از ۴۰٪ از پذیرفته‌شدگان در دانشگاه آکسفورد و کمبریج، در مدارس خصوصی تحصیل کرده‌اند و این آمار و ارقام، نشان‌دهنده روندی منحرف و نگران‌کننده است. این نسبت از اهمیت بالایی برخوردار است زیرا با وجود این که کاملاً بدیهی است که دانشگاه‌های بیشتری وجود دارند که برنامه‌های تحصیلی عالی ارائه می‌دهند، ولی بدون شک، مدرک آکسبریج یا آیوی لیگ، قابلیت استخدام در حرفه‌های حاکم را افزایش می‌دهد. طبق مطالعه‌ای که اخیراً توسط موسسه خیریه آموزشی ساتون تراست در انگلستان انجام گرفته، بیش از ۳۰٪ از متخصصان برجسته در بریتانیا، از جمله تقریباً ۸۰٪ از وکلای ۴۷٪ از پیشگامان خدمات مالی و ۴۱٪ از روزنامه نگاران برتر، در دانشگاه آکسفورد یا کمبریج بوده‌اند.

۵۱- گزینه «۱» بهترین عنوان برای متن چیست؟

- (۱) آموزش نابرابر در بریتانیا  
 (۲) استانداردهای آموزشی رو به مرگ (moribund)  
 (۳) عدم حرکت (عدم جابجایی) تضاد طبقاتی در بریتانیا  
 (۴) فرصت‌های کمتر برای همه
- توضیح: اگر متن را دقیق بخوانیم می‌بینیم کل متن درباره آموزش نابرابر در بریتانیا بحث می‌کند.

۵۲- گزینه «۳» عبارت in a bit of a jam (در مضیقه) در پاراگراف اول به لحاظ معنایی به ..... نزدیک است.

۱ overwhelmed with demand	۲ under severe attack	مورد حمله (یا انتقاد) شدید
۳ in a difficult situation	۴ on its last legs	در یک وضعیت بد (یا به صورت خودمانی «داره نفس‌های آخرش می‌کشه»)
زیر فشار یک تقاضا بودن	در مضیقه	

۵۳- گزینه «۳» طبق متن، مهم‌ترین دلیلی که والدین بریتانیایی تصمیم می‌گیرند فرزندان خود را به مدارس خصوصی بفرستند این است که فرصت‌های شغلی فرزندان‌شان در آینده تا حدودی تضمین باشد.

توضیح: وقتی از عبارت according to the passage استفاده می‌کنیم، جواب باید به وضوح توی متن ذکر شده باشد. متن مهم‌ترین دلیل را چیز دیگری معرفی کرده:

Although there are numerous reasons why parents might choose to fork out an average of £12,500 per year on their child's education, **there is one which stands out more than any other: their reputation for getting their students into elite universities**, such as the Ivy League colleges and Britain's most prestigious universities: Oxford and Cambridge.

این یعنی دلیل اصلی که والدین بریتانیایی تصمیم می‌گیرند فرزندان خود را به مدارس خصوصی بفرستند این است که می‌خواهند آنها وارد دانشگاه‌های تاپ مثل آکسفورد و کمبریج شوند (که این در هیچ یک از گزینه‌ها نیامده). درست است کسی که در دانشگاه تاپ درس بخواند، فرصت‌های شغلی‌اش تا حدودی تضمین شده است، اما این فقط یک inference (استنباط) خواهد بود، اما صورت سوال از واژه infer استفاده نکرده بنابراین این اساسی‌ترین ایرادی است که می‌شود به گزینه (۳، گزینه انتخابی سازمان سنجش) وارد کرد.

۵۴- گزینه «۲» صورت سؤال مرجع ضمیر one را از ما خواسته. مرجع این ضمیر باید یک اسم مفرد باشد نه اسم جمع. در واقع در این متن، ضمیر one به academically gifted youngster برمی‌گردد که در بین گزینه‌ها تنها گزینه (۲) به جواب نزدیک است.

۵۵- گزینه «۴» چرا نویسندگان به آمار و ارقام گزارش شده توسط موسسه خیریه «ساتون تراست» اشاره می‌کنند؟  
 گزینه (۴): تا از یک ادعای قبلی حمایت کنید.

توضیح: تقریباً هر سال، یک سؤال این تیبی داریم. جواب این سؤالات در ۹۹/۹ درصد مواقع گزینه‌ای است که حاوی کلمات cast light on, back up, support و مواردی مثل این باشد. در واقع در این متن، نویسندگان به این خاطر به آمار و ارقام گزارش شده توسط موسسه خیریه «ساتون تراست» اشاره می‌کنند که جمله پُرنگ زیر را تقویت کند:

The proportion matters because, although there are obviously plenty of other universities offering excellent study programs, **an Oxbridge or Ivy-League degree undoubtedly enhances employability in the ruling professions**. According to recent studies by the UK educational charity "The Sutton Trust", over 30% of leading professionals in the United Kingdom, including almost 80% of lawyers, 47% of highflyers in financial services and 41% of top journalists attended Oxford or Cambridge.

گزینه (۱) هم حاوی کلمه support است اما این گزینه در صورتی درست است که به جای quality of education از واژه‌های نظیر employment opportunities استفاده می‌شد.

**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۲۰ تا ۲۳ پاسخ دهید.

دو خواهر به نام‌های زهرا و فاطمه (نه لزوماً به ترتیب)، یکی، یک فرزند پسر به نام وحید و دیگری، دو فرزند دختر به نام‌های دنیا و رؤیا دارند. دنیا و رؤیا نیز (نه لزوماً به ترتیب)، یکی، یک فرزند پسر به نام سعید و دیگری، یک فرزند دختر به نام پروانه دارد. هیچ نسبتی دیگر، بین این ۷ نفر وجود ندارد و قرار است با توجه به اطلاعات و محدودیت‌های زیر، آن‌ها را با حروف انگلیسی A تا G نامگذاری کنیم.

– B که فاطمه نیست، یک فرزند پسر دارد.

– A، خاله C و C، مادر فردی غیر از D است.

– دنیا، خاله D بوده و E، خواهرزاده فردی غیر از G است.

**۲۰- اگر فاطمه همان G باشد، A چه نسبتی با F دارد؟**

- (۱) خاله مادر (۲) خواهر (۳) خاله (۴) مادر

**۲۱- اگر F یک پسر باشد، نام چند نفر از ۷ نفر، به صورت حروف الفبای انگلیسی، به طور قطع مشخص می‌شود؟**

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

**۲۲- اگر G نوه فاطمه باشد، کدام مورد زیر، صحیح است؟**

- (۱) G، دختر رؤیاست. (۲) A، مادر E است. (۳) F، خواهر فاطمه است. (۴) B و G، فرزند یک مادر هستند.

**۲۳- اگر زهرا خاله G باشد، کدام مورد زیر، صحیح است؟**

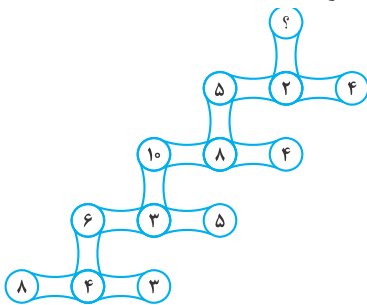
- (۱) E، همان وحید است. (۲) A، همان زهرا است. (۳) C، مادر E است. (۴) B، دختر G است.

### بخش چهارم: حل مسئله

**راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و... تشکیل شده است. توجه داشته باشید به خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

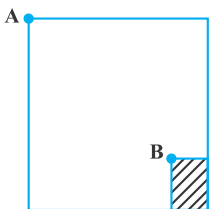
**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۲۴ تا ۲۷ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

**۲۴- در شکل زیر، بین اعداد ارتباط خاص و یکسانی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟**



- (۱) ۴  
(۲) ۵  
(۳) ۶  
(۴) ۱۰

**۲۵- در مربع زیر، مستطیلی به نسبت اضلاع ۱ به ۲ دیده می‌شود که مساحتش ۸ درصد مساحت مربع است. فاصله نقطه A و B، چند برابر طول ضلع مربع است؟**



- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $\frac{5}{8}$   
(۳) ۱  
(۴)  $\frac{1}{2}$

**۲۶- فردی ۶۰ درصد از اموال خود را بین A و B به ترتیب به نسبت ۲ به ۳ تقسیم می‌کند. وی باقی اموالش را بین A و B به ترتیب با چه نسبتی باید تقسیم کند تا نهایتاً به هر دو نفر، به یک میزان ارث رسیده باشد؟**

- (۱) ۷ به ۱۳ (۲) ۳ به ۷ (۳) ۲ به ۳ (۴) ۱ به ۴

**۲۷- یک مرغداری دارای ۳ سوله A، B و C است. به ازای هر ۱۲ مرغ که در سوله A قرار دارد، در دو سوله دیگر، جمعاً ۲۷ مرغ و به ازای هر ۱۲ مرغ که در سوله C قرار دارد، در دو سوله دیگر، ۲۸ مرغ وجود دارد. در این مرغداری، حداقل چند مرغ وجود دارد؟**

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۶۰

**راهنمایی:** سؤال ۲۸، شامل دو مقدار یا کمیت است، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ تر است، در پاسخنامه گزینه (۱) را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ تر است، در پاسخنامه گزینه (۲) را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه (۳) را علامت بزنید.
- اگر براساس اطلاعات داده شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه (۴) را علامت بزنید.

**۲۸- از هر کدام از وزنه‌های ۲، ۵ و ۷ کیلوگرمی، ۳ عدد در اختیار داریم. با قراردادن تعدادی از وزنه‌ها در یک کفه ترازو و یک کیسه حاوی برنج در کفه دیگر، قرار است وزن کیسه برنج را محاسبه کنیم.**

(ب)

تعداد حالات ممکن مختلف که می‌توان یک کیسه ۲۳ کیلوگرمی را وزن کرد.

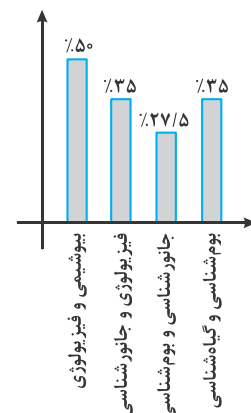
(الف)

تعداد حالات ممکن مختلف که می‌توان یک کیسه ۲۱ کیلوگرمی را وزن کرد.

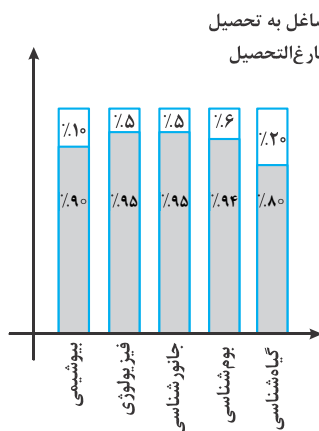
**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات و نمودارهای زیر، به سؤال‌های ۲۹ و ۳۰ پاسخ دهید.

تعداد دانشجویان گروه‌های پنج‌گانه «بیوشیمی»، «فیزیولوژی»، «جانورشناسی»، «بوم‌شناسی» و «گیاه‌شناسی» دانشکده زیست‌شناسی یک دانشگاه در دو ترم اول و دوم یک سال خاص جمع‌آوری شده است. در ترم دوم، از هر ۱۰ نفر، یک نفر فارغ‌التحصیل شده است. نمودار ۱، درصد تعداد دانشجویان هر دو گروه ذکر شده در ترم اول را از مجموع دانشجویان ۵ گروه در همان ترم و نمودار ۲، در هر گروه، سهم تعداد فارغ‌التحصیلان و دانشجویان را در ترم دوم به تفکیک هر گروه نشان می‌دهد.

نمودار ۱: «درصد تعداد دانشجویان هر دو گروه در ترم اول، از مجموع دانشجویان ۵ گروه در همان ترم»



نمودار ۲: «سهم تعداد فارغ‌التحصیلان و دانشجویان در ترم دوم به تفکیک هر گروه»



**۲۹- اگر در ترم اول، نسبت دانشجویان بیوشیمی به جانورشناسی ۲ به ۱ باشد، چند درصد از فارغ‌التحصیلان ترم دوم، از گروه بوم‌شناسی بوده‌اند؟**

(۴) ۶

(۳) ۷/۵

(۲) ۱۲/۵

(۱) ۱۴

**۳۰- اگر ۴۵ درصد از فارغ‌التحصیلان ترم دوم از گروه گیاه‌شناسی باشند، نسبت تعداد فارغ‌التحصیلان بیوشیمی به فیزیولوژی کدام است؟**

(۴) ۳ به ۱

(۳) ۳ به ۴

(۲) ۲ به ۱

(۱) ۲ به ۳



۲۳- گزینه «۳» اگر زهرا خاله G باشد آنگاه حتماً وحید باید G و فرزند فاطمه باشد. بر این اساس جدول جدید به صورت زیر خواهد بود:

	A	B	C	D	E	F	G
زهرا	○	⊗	⊗	⊗	⊗	○	⊗
فاطمه	○	⊗	⊗	⊗	⊗	○	⊗
وحید	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	≡
دنیا	⊗	⊗	≡	⊗	⊗	⊗	⊗
رویا	⊗	≡	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
سعید	⊗	⊗	⊗	≡	⊗	⊗	⊗
پروانه	⊗	⊗	⊗	⊗	○	○	⊗

بر این اساس حتماً پروانه E خواهد بود.

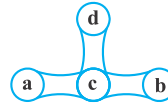
همچنین چون A خاله C است، پس قطعاً فاطمه A و زهرا F خواهد بود و همه افراد مشخص می‌شوند.

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: گزینه (۱): نادرست، G وحید است و E پروانه است. گزینه (۲): نادرست، A فاطمه است و F زهرا است. گزینه (۳): درست، F (زهرا) خواهر A (فاطمه) است. گزینه (۴): نادرست، B (رویا) دختر خاله G (وحید) است.

### بخش چهارم: حل مسأله

$$4 \times 5 = 2 \times ? \Rightarrow ? = 10$$

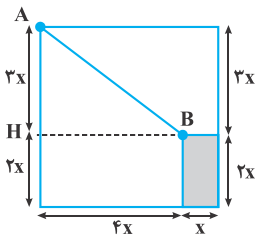
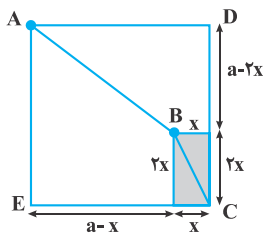
رابطه به صورت  $ab = cd$  می‌باشد. بنابراین داریم:



۲۴- گزینه «۴» در هر ترکیب

۲۵- گزینه «۳» فرض می‌کنیم طول ضلع مربع a و عرض مستطیل x باشد، طبق اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\frac{2x \times x}{a^2} = \frac{8}{100} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = \frac{4}{100} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{a = 5x}$$



حالا می‌توان شکل را به صورت مقابل ترسیم کرد:

در مثلث ABH که قائم‌الزاویه است، رابطه‌ی فیثاغورث را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} AH^2 + BH^2 &= AB^2 \\ \Rightarrow (2x)^2 + (4x)^2 &= AB^2 \Rightarrow AB^2 = 20x^2 \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}x \end{aligned}$$

طراح نسبت AB به ضلع مربع را خواسته و چون طول ضلع مربع هم 5x بود، لذا نسبت 1 می‌شود.

۲۶- گزینه «۱» فرض می‌کنیم کل ارث 100 واحد باشد. به A و B مجموعاً 60 درصد ارث رسیده است.

$$\begin{cases} A + B = 60 \\ \frac{A}{B} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}B + B = 60 \xrightarrow{\text{طرفین رابطه ضربدر 3}} 2B + 3B = 180 \Rightarrow 5B = 180 \Rightarrow B = 36 \Rightarrow A = 24$$

باقی‌مانده 40 واحد است که باید 26 واحد به A و 14 واحد به B بدهد تا هر دو نفر 50 واحد داشته باشند؛ پس نسبت  $\frac{14}{26}$  و یا  $\frac{7}{13}$  است.

۲۷- گزینه «۲» تعداد مرغ‌های سوله A را با A، سوله B را با B و سوله C را با C نمایش می‌دهیم و اطلاعات صورت سؤال را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$\frac{A}{B+C} = \frac{12}{27} \xrightarrow{\text{تقسیم بر 3}} \frac{A}{B+C} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{C}{A+B} = \frac{12}{28} \xrightarrow{\text{تقسیم بر 4}} \frac{C}{A+B} = \frac{3}{7} \quad (2)$$

با توجه به نسبت (۱) می‌دانیم حداقل تعداد مرغ‌ها باید مضرب ۱۳ باشد ( $4+9=13$ ) و با توجه به نسبت (۲) متوجه می‌شویم که حداقل تعداد مرغ‌ها باید مضرب ۱۰ هم باشد. پس حداقل تعداد مرغ‌ها با توجه به گزینه‌ها باید ۱۳۰ باشد.

۲۸- گزینه «۱» از هر کدام از وزنه‌های ۲، ۵ و ۷ کیلوگرمی، ۳ عدد در اختیار داریم. با این وزنه‌ها قرار است کیسه برنج را وزن کنیم. محاسبه‌ی مقدار ستون (الف): برای وزن کردن یک کیسه ۲۱ کیلوگرمی به شکل‌های زیر می‌توان در کفه دیگر ترازو وزنه قرار داد:

حالت (۱): ۳ وزنه ۷ کیلوگرمی ( $3 \times 7 = 21$ )

حالت (۲): ۳ وزنه ۵ کیلوگرمی و ۳ وزنه ۲ کیلوگرمی ( $3 \times 5 + 3 \times 2 = 21$ )

حالت (۳): دو وزنه ۷ کیلوگرمی، یک وزنه ۵ کیلوگرمی و یک وزنه ۲ کیلوگرمی ( $2 \times 7 + 1 \times 5 + 1 \times 2 = 21$ )

حالت (۴): دو وزنه ۵ کیلوگرمی، دو وزنه ۲ کیلوگرمی و یک وزنه ۷ کیلوگرمی ( $2 \times 5 + 2 \times 2 + 1 \times 7 = 21$ )

پس ۴ حالت وجود دارد؛ یعنی مقدار ستون (الف) برابر با ۴ است.

محاسبه‌ی مقدار ستون (ب): برای وزن کردن یک کیسه ۲۳ کیلوگرمی حالات زیر وجود دارد:

حالت (۱): دو وزنه ۷ کیلوگرمی، یک وزنه ۵ کیلوگرمی و دو وزنه ۲ کیلوگرمی ( $2 \times 7 + 1 \times 5 + 2 \times 2 = 23$ )

حالت (۲): سه وزنه ۷ کیلوگرمی و یک وزنه ۲ کیلوگرمی ( $3 \times 7 + 1 \times 2 = 23$ )

حالت (۳): دو وزنه ۵ کیلوگرمی، یک وزنه ۷ کیلوگرمی و سه وزنه ۲ کیلوگرمی ( $2 \times 5 + 1 \times 7 + 3 \times 2 = 23$ )

پس مقدار ستون (ب) برابر با ۳ است. چون مقدار ستون (الف) برابر با ۴ و مقدار ستون (ب) برابر با ۳ به دست آمد، پس جواب گزینه (۱) است.

### ۲۹- گزینه «۳»

$$\frac{\text{درصد بیوشیمی}}{\text{درصد جانورشناسی}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \text{درصد جانورشناسی} = 2 \times \text{درصد بیوشیمی}$$

۱۵٪ = درصد جانورشناسی = درصد جانورشناسی - درصد بیوشیمی = (درصد فیزیولوژی و جانورشناسی) - (درصد بیوشیمی و فیزیولوژی)

$$\left. \begin{array}{l} \text{درصد جانورشناسی} + \text{درصد بیوشیمی} = 27/5\% \\ \text{درصد جانورشناسی} = 15\% \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد دانشجویان بوم‌شناسی} = 27/5 - 15 = 12/5\%$$

$$\frac{\text{فارغ التحصیلان بوم‌شناسی}}{\text{کل فارغ التحصیلان}} = \frac{12/5\% \times 6\%}{10\%} = 7/5\%$$

بر اساس نمودار (۲) داریم:

### ۳۰- گزینه «۴»

A: دانشجویان بیوشیمی

B: دانشجویان فیزیولوژی

C: دانشجویان جانورشناسی

D: دانشجویان بوم‌شناسی

E: دانشجویان گیاه‌شناسی

T: کل دانشجویان

$$\Rightarrow \text{نمودار ۱} \Rightarrow \begin{cases} A + B = \frac{1}{2}T & (1) \\ B + C = \frac{7}{20}T & (2) \\ C + D = \frac{11}{40}T & (3) \\ D + E = \frac{7}{20}T & (4) \end{cases} \Rightarrow \text{نمودار ۲} \Rightarrow \frac{A}{10} + \frac{B}{20} + \frac{C}{20} + \frac{2D}{50} + \frac{E}{5} = \frac{T}{16}$$

$$\text{سؤال} \Rightarrow \frac{9}{20} \times \frac{T}{2} = \frac{E}{40} \Rightarrow E = \frac{9}{40}T$$

$$(4) D = \frac{5}{40}T \quad (3) C = \frac{6}{40}T \quad (2) B = \frac{1}{40}T \quad (1) A = \frac{12}{40}T$$

$$\frac{A}{10} = ? \Rightarrow \frac{2A}{B} = \frac{24T}{8T} = \frac{3}{1}$$



سوالات ریاضی

مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی (محض، کاربردی، آموزش ریاضی)

کج ۱- فرض کنید  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی یکنوا باشد، کدام گزینه پیوستگی  $f$  را نتیجه نمی‌دهد؟

(۱) برد  $f$  بسته باشد. (۲) خاصیت مقدار میانی داشته باشد.

(۳) حد تابع  $f$  در هر نقطه بازه  $[a, b]$  موجود باشد. (۴)  $f$  بر  $[a, b]$  دارای تابع اولیه باشد.

کج ۲- فرض کنید  $A = \{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$  زیرمجموعه اعداد حقیقی باشد ( $\bar{A}$  بستار  $A$  و  $\partial A$  مرز  $A$  است). کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱)  $A$  بسته نیست و  $\partial A \neq \bar{A}$  (۲)  $A$  بسته نیست و  $\partial A = \bar{A}$  (۳)  $A$  بسته است و  $\partial A = \bar{A}$  (۴)  $A$  بسته است و  $\partial A \neq \bar{A}$

کج ۳- فرض کنید  $E$  زیرمجموعه‌ای از فضای متریک  $(X, d)$  است به طوری که  $\bar{E} = E$  و  $E^\circ = \emptyset$ . اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in E \\ 0 & x \notin E \end{cases}$  آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

(۱)  $f$  فقط بر  $E^c$  پیوسته است. (۲)  $f$  فقط بر  $E$  پیوسته است. (۳)  $f$  همه‌جا پیوسته است. (۴)  $f$  هیچ‌جا پیوسته نیست.

کج ۴- فرض کنید  $d_1$  و  $d_2$  دو متر بر مجموعه ناتهی  $X$  باشند، به طوری که برای هر دنباله  $\{x_n\}$  در  $X$  و  $x \in X$ ، اگر  $d_1(x_n, x) \rightarrow 0$  آن‌گاه  $d_2(x_n, x) \rightarrow 0$  کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $(X, d_1)$  همبند باشد، آن‌گاه  $(X, d_2)$  همبند است.

(۲) اگر  $(X, d_1)$  فشرده باشد، آن‌گاه  $(X, d_2)$  فشرده است.

(۳) اگر  $(X, d_1)$  کامل باشد، آن‌گاه  $(X, d_2)$  کامل است.

(۴) اگر  $E \subseteq X$  در  $(X, d_2)$  بسته باشد، آن‌گاه  $E$  در  $(X, d_1)$  بسته است.

کج ۵- فرض کنید تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  کراندار،  $a \in \mathbb{R}$  و  $A = \{\frac{f(a) - f(x)}{a - x} : x \in \mathbb{R}, x \neq a\}$ . کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $A$  بیکران باشد، آن‌گاه  $f$  در  $a$  مشتق پذیر است. (۲) اگر  $f$  در  $a$  مشتق پذیر باشد آن‌گاه  $A$  بی کران است.

(۳) اگر  $f$  در  $a$  مشتق پذیر باشد آن‌گاه  $A$  کراندار است. (۴) اگر  $A$  کراندار باشد آن‌گاه  $f$  در  $a$  مشتق پذیر است.

کج ۶- اگر  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی پیوسته باشد که برای هر  $x \in \mathbb{R}$ ،  $f(x) + x \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t f(t) dt = 1$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱)  $f$  بی کران است. (۲)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  موجود است.

(۳)  $f$  بی نهایت بار مشتق پذیر است. (۴) مجموعه نقاطی که تابع  $f$  صفر می‌شود، متناهی است.

کج ۷- تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$  را در نظر بگیرید و قرار دهید  $f_n(x) = f(x^n)$  ( $n \geq 1$ ). کدام شرط لازم و کافی برای هم‌پیوستگی دنباله  $\{f_n\}$  است؟

(۱)  $f$  کراندار باشد. (۲)  $f$  پیوسته باشد. (۳)  $f$  پیوسته یکنواخت باشد. (۴)  $f$  تابع ثابت باشد.

کج ۸- سری  $\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha \sin(nx)(1 - \sin x)^n$  بر بازه  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$  .....  
 (۱) برای هیچ  $\alpha > 0$  همگرایی نقطه‌ای نیست.  
 (۲) برای هر  $\alpha \in \mathbb{R}$  همگرایی یکنواخت است.  
 (۳) فقط برای  $\alpha < -1$  همگرایی یکنواخت است.  
 (۴) همگرا می‌باشد.

(۱) برای هیچ  $\alpha > 0$  همگرایی نقطه‌ای نیست.

(۲) برای هر  $\alpha \in \mathbb{R}$  همگرایی یکنواخت است ولی همگرایی یکنواخت نیست.

کج ۹- به ازای چه مقادیری از  $a$  سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \sin(na)}{n}$  همگرا می‌باشد؟

(۱)  $a \in \mathbb{Z}$  (۲)  $a \in \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$  (۳)  $a \in \mathbb{R} - \{\frac{2k+1}{2}\pi : k \in \mathbb{Z}\}$  (۴)  $a \in \mathbb{R}$



## پاسخنامه ریاضی

### مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی (محض، کاربردی، آموزش ریاضی)

۱- گزینه «۳» گزینه ۱ مطابق قضیه زیر درست است:

فرض می‌کنیم  $f$  بر زیرمجموعه‌ای از  $\mathbb{R}$  مانند  $S$  یکنوا است. به علاوه نقش  $f(S)$  یکی از ویژگی‌های زیر را داراست:

الف)  $f(S)$  باز است؛ ب)  $f(S)$  همبند است؛ ج)  $f(S)$  بسته است.

در این صورت  $f$  بر  $S$  پیوسته است.

گزینه ۲ درست است؛ زیرا با توجه به اینکه تابع  $f$  یکنوا است، در نتیجه تابع فاقد ناپیوستگی نوع دوم است و اگر  $f$  هم دارای خاصیت مقدار میانی باشد، آن‌گاه تابع ناپیوستگی نوع اول هم ندارد. در نتیجه تابع  $f$  پیوسته است.

گزینه ۴ درست است اگر تابع  $f$  بر  $[a, b]$  دارای تابع اولیه باشد، در نتیجه دارای خاصیت مقدار میانی است؛ لذا بنابر توضیحات گزینه ۲، تابع پیوسته است.

گزینه ۳ نادرست است. با توجه به ضابطه زیر:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$$

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

۲- گزینه «۲» می‌توانیم مجموعه  $A$  را به صورت مقابل بنویسیم:

می‌دانیم اگر مجموعه  $A$  بسته باشد، باید  $A^c$  (متمم  $A$ ) باز باشد که متمم  $A^c = \mathbb{R} - \{\frac{\pi^2}{6}\}$  باز نیست. در نتیجه  $A$  بسته نمی‌باشد. از طرفی:

$$dA = \bar{A} - A^\circ = \bar{A} - \emptyset = \bar{A}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Z} \\ 0 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

۳- گزینه «۱»  $X = \mathbb{R}$  و  $E = \mathbb{Z}$ . در این صورت داریم:

در این صورت  $\bar{E} = E$  و  $E^\circ = \emptyset$ . شرایط در مفروضات سؤال صدق می‌کند. گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ رد می‌شوند و گزینه ۱ درست است.

۴- گزینه «۳» برای رد گزینه ۳ فرض می‌کنیم  $X = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$  و به ازای هر  $x$  و  $y$  از  $X$  تعریف کنیم:

$$d_1(x, y) = \begin{cases} 1 & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}, \quad d_2(x, y) = |x - y|$$

دنباله کشی در  $(X, d_1)$  دنباله‌هایی با برد متناهی هستند که همگرایی ندارند، لذا  $(X, d_1)$  کامل است. اما  $\{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty}$  در  $(X, d_2)$  کشی است، اما همگرا نیست.

۵- گزینه «۳» اگر  $f$  مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه حد مجموعه  $A$  وقتی  $a \rightarrow x$ ، موجود است؛ لذا در یک همسایگی محذوف  $a$  کران‌دار است.

$$f'(a) = \lim_{x_n \rightarrow a} \frac{f(x_n) - f(a)}{x_n - a}$$

اگر  $a$  یک نقطه حدی باشد، لذا دنباله  $x_n$  ای وجود دارد به طوری که  $x_n \rightarrow a$  و همچنین داریم:

حال اگر  $f$  در  $a$  مشتق‌پذیر باشد، طبق تعریف فوق برای مشتق و با دانستن اینکه  $f$  کران‌دار است، در نتیجه در همسایگی محذوف  $a$  کران‌دار است.

۶- گزینه «۳» ابتدا رابطه  $1 = \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t f(t) dt + x \int_0^x f(t) dt$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = 1 - x \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t f(t) dt = 1 - \int_0^x (x-t) f(t) dt$$

طبق قاعده لایب - نیلز در مشتق از رابطه فوق می‌توان بی‌نهایت بار مشتق گرفت. برای رد گزینه ۲ کافی است به جای  $x$  مقدار بی‌نهایت قرار دهیم. واضح است که مشتق آن وجود ندارد.

گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا از روابط فوق تابع  $f$  کران‌دار است.

گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا معادله فوق بی‌نهایت ریشه دارد.



۷- گزینه «۴» فرض کنیم  $f \in C[0, \infty)$  و  $f_n: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  را با  $f_n(x) = f(x^n)$  تعریف کرده و قرار می‌دهیم  $E = \{f_1, f_2, \dots\}$ . هرگاه  $f$  یک تابع ثابت باشد، آن‌گاه واضح است که مجموعه  $E$  در  $x=1$  هم‌پیوسته است.

برای عکس، فرض می‌کنیم مجموعه  $E$  در  $x=1$  هم‌پیوسته باشد.  $a > 0$  را ثابت گرفته و فرض می‌کنیم  $\varepsilon > 0$ . هم‌پیوستگی  $E$  در  $x=1$  وجود عددی مانند  $0 < \delta < 1$  را تضمین می‌کند که  $|x-1| < \delta$  نامساوی  $|f_n(x) - f_n(1)| < \varepsilon$  را به ازای هر  $n$  ایجاب نماید. از رابطه  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$  می‌بینیم که  $n_0$  وجود دارد به طوری که  $|\sqrt[n_0]{a} - 1| < \delta$  به ازای هر  $n \geq n_0$  برقرار است. لذا اگر  $n \geq n_0$  داریم:

$$|f(a) - f(1)| = |f((\sqrt[n_0]{a})^n) - f(1^n)| = |f_n(\sqrt[n_0]{a}) - f_n(1)| < \varepsilon$$

چون  $\varepsilon > 0$  دلخواه است،  $f(a) = f(1)$  و در نتیجه  $f$  یک تابع ثابت است.

۸- گزینه «۲» چون  $x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$  است؛ لذا داریم:

$$\frac{1}{4} < \sin x < 1 \Rightarrow 0 < |1 - \sin x| < \frac{1}{4}$$

همچنین  $|\sin(nx)| < 1$  در نتیجه داریم:

$$\left| \sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \sin(nx) (1 - \sin x)^n \right| \leq \sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \frac{1}{4^n} \rightarrow 0$$

(چون سرعت رشد منفرجه از صورت بیشتر است.)

۹- گزینه «۴» ابتدا آزمون دیریکله را یادآوری می‌کنیم. فرض می‌کنیم:

(الف) دنباله جمع‌های جزئی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  کراندار باشد؛ (ب)  $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$ ؛ (ج)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

در این صورت سری  $\sum a_n b_n$  همگراست.

با قراردادن  $a_n = \frac{1}{n}$  و  $b_n = \cos(n) \sin(na)$  در آزمون دیریکله شرایط فرض برقرار است و در نتیجه سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \sin(na)}{n}$  به ازای هر  $a \in \mathbb{R}$  همگراست.

### مبانی ماتریس و جبر خطی (محض، کاربردی، آموزش ریاضی)

۱۰- گزینه «۱» فرض کنید که  $e_i$  پایه استاندارد با درایه  $i$ ام یک و بقیه درایه‌ها برابر صفر باشد، یعنی  $i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ . در این سؤال با محاسبه  $D(e_1)$  و

$D(e_2)$  می‌توان جواب درست را تمیز داد. زیرا با جایگذاری خواهیم داشت:

$$D(e_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} = 0e_1 + (-1)e_2 + \dots + (-1)e_n, \quad D(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = 0e_1 + e_2 + 0e_3 + \dots + 0e_n$$

در گزینه‌ها موجود باشد که تنها گزینه یک دارای ستون‌های اول و دوم موافق با

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

این مجموعه است.



### مبانی آنالیز ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۱۱- مجموعه نقاط حدی  $\left\{ \frac{n+m}{2n+m+1} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$  کدام است؟

$$\left[ \frac{1}{2}, 1 \right] \quad (۱)$$

$$\{1\} \cup \left\{ \frac{m}{m+1} : m \in \mathbb{N} \right\} \quad (۲)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\} \quad (۳)$$

$$\{1\} \cup \left\{ \frac{m}{m+1} : m \in \mathbb{N} \right\} \cup \left\{ \frac{n}{2n+1} : n \in \mathbb{N} \right\} \quad (۴)$$

۱۲- فرض کنید  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی انتگرال پذیر ریمان باشد به طوری که  $\int_a^b f^2(x) dx = 0$ . اگر  $D$  مجموعه نقاط پیوستگی تابع  $f$  و  $Z(f)$

مجموعه صفرهای تابع  $f$  باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$D \subseteq Z(f) \quad (۲) \quad Z(f) \subseteq D \quad (۱)$$

$$D \text{ شمارا است.} \quad (۳) \quad Z(f) \text{ شمارا است.} \quad (۴)$$

۱۳- فرض کنید  $g: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی یکنواخت پیوسته باشد و تابع  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  را با ضابطه  $f(x) = g(x) \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$  در نظر می‌گیریم. کدام

گزینه در مورد  $f$  درست است؟

- (۱) یکنواخت پیوسته و کراندار است.  
 (۲) لزوماً کراندار و یکنواخت پیوسته نیست.  
 (۳) یکنواخت پیوسته است، ولی لزوماً کراندار نیست.  
 (۴) کراندار است، ولی لزوماً یکنواخت پیوسته نیست.

۱۴- فرض کنید  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  تابعی پیوسته باشد که به ازای هر  $x \in (0, 1)$ ،  $f'(x)$  موجود است و  $|f'(x)| \leq 1$ .

درباره مجموعه  $A = \{x \in [0, 1] : f(x) = x\}$  کدام گزینه درست است؟

- (۱) همبند است ولی لزوماً فشرده نیست.  
 (۲) فشرده است ولی لزوماً همبند نیست.  
 (۳) لزوماً فشرده یا همبند نیست.  
 (۴) فشرده و همبند است.

۱۵- شعاع همگرایی سری توانی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n} n^{(n-1)!} \left( \frac{x-x_0}{2} \right)^{n!}$  کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳) ۲  
 (۴)  $\infty$

### مبانی آنالیز عددی (کاربردی و آموزش ریاضی)

۱۶- دستگاه ممیز شناور نرمال شده را با نمایش عدد حقیقی ناصفر به صورت  $\pm d_1 d_2 d_3 d_4 \times 2^{\pm d_5 d_6}$  در نظر بگیرید که در آن،  $d_1 = 1$  یا  $0$ ،  $d_2, \dots, d_6$  به ازای  $i = 2, \dots, 6$ ، فرض کنید که روش بریدن ارقام غیرقابل نمایش به کار می‌رود. اگر نمایش ممیز شناور برای  $t + 2$  برابر با عدد  $2$  باشد، آنگاه مقدار  $t$  کدام است؟

- (۱)  $0/5$   
 (۲)  $0/25$   
 (۳)  $0/125$   
 (۴)  $0/375$

۱۷- کدام یک از دنباله‌های زیر، مرتبه همگرایی برابر با ۲ دارد؟

$$\left\{ \frac{1}{e^n} \right\} \quad (۱)$$

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \right\} \quad (۲)$$

$$\left\{ \frac{1}{n^2} \right\} \quad (۳)$$

$$\left\{ \frac{1}{2^{3^n}} \right\} \quad (۴)$$

۱۸- فرض کنید  $\bar{x}$  جواب دستگاه  $Ax = b$  است که در آن،  $A$  ناتکین (وارون پذیر) است.  $\tilde{x}$  را یک جواب تقریبی محاسبه شده برای این دستگاه بگیرید و قرار دهید  $r = b - A\tilde{x}$  و  $c = \bar{x} - \tilde{x}$  در این صورت، داریم:

$$\|A^{-1}\| \cdot \|r\| \quad (۱)$$

$$\frac{\|r\|}{\|A\|} \quad (۲)$$

$$\frac{\|r\|}{\|A^{-1}\|} \quad (۳)$$

$$\|r\| \cdot \|A\| \quad (۴)$$

۱۹- روش نیوتن را برای حل مسئله  $\min_x (x^4 - 8x^2)$  در نظر بگیرید. گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) روش واگراست.  
 (۲) همگرایی مجانبی می‌تواند خطی باشد.  
 (۳) همگرایی مجانبی از درجه دوم است.  
 (۴) همگرایی مجانبی به یک مینیمم‌کننده، خطی و به مینیمم‌کننده دیگر از درجه دوم است.



۲۰- فرض کنید  $\phi_1(x) = \sin 2x$  و  $\phi_2(x) = \cos 2x$ . تابع درون‌یاب داده‌های  $(\circ, 1)$  و  $(\frac{\pi}{4}, -1)$  به صورت  $p(x) = a_1\phi_1(x) + a_2\phi_2(x)$  برابر است با .....

- (۱)  $-\sin 2x + \cos 2x$       (۲)  $\sin 2x - \cos 2x$       (۳)  $\sin 2x + \cos 2x$       (۴)  $-\sin 2x - \cos 2x$

**مبانی جبر (محض):**

۲۱- فرض کنید  $|G| = p^2q$  که در آن  $p$  و  $q$  دو عدد اول متمایزند. اگر  $N$  زیرگروه نرمالی از  $G$  از مرتبه  $q$  باشد، آن‌گاه کدام مورد صحیح است؟  
 (۱)  $Z(G) = N$       (۲)  $G = G'N$   
 (۳)  $G$  غیر آبله است.      (۴)  $G'$  دوری است.

۲۲- فرض کنید  $G = Q_8 \times S_3$ ، که در آن  $Q_8$  گروه کواترنیون‌های ۸ عضوی است. در این صورت تعداد اعضای  $Z(\frac{G}{Z(G)})$  کدام است؟  
 (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) ۶

۲۳- فرض کنید  $G = \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$ ، که در آن  $p$  عددی اول است. در این صورت تعداد عضوهای مرتبه  $p$  در  $G$  کدام است؟  
 (۱)  $(p^4 - 1)(p^2 - 1)$       (۲)  $p^4 - 1$       (۳)  $1 + p + p^2 + p^3$       (۴)  $(p-1)(p^2-1)(p^3+1)$

۲۴- حلقه‌ی  $R$  کدام باشد تا مجموعه  $\left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$  به همراه اعمال جمع و ضرب ماتریس‌ها، یک میدان باشد؟  
 (۱)  $\mathbb{C}$       (۲)  $\mathbb{Z}_5$       (۳)  $\mathbb{Z}[i]$       (۴)  $\mathbb{Z}_7$

۲۵- فرض کنید  $F = \{0, 1, a, b\}$  یک میدان چهار عضوی باشد. در این صورت  $1 + a^3$  برابر است با:  
 (۱) ۰      (۲)  $a$       (۳) ۱      (۴)  $b$

**توپولوژی (محض)**

۲۶- فرض کنید  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $A$  و  $B$  در  $X$  چگال باشند. کدام گزینه درست است؟  
 (۱) اگر  $A \neq B$  آنگاه  $(A/B) \cup (B/A)$  در  $X$  چگال است.      (۲) اگر  $A$  باز باشد آنگاه  $A \cap B$  در  $X$  چگال است.  
 (۳) اگر  $A \cap B \neq \emptyset$  آنگاه  $A \cap B$  در  $A$  چگال است.      (۴) اگر  $A^\circ \cup B^\circ$  در  $X$  چگال است، که در آن  $A^\circ$ ، درون  $A$  است.

۲۷- فرض کنید  $(X, d)$  و  $(Y, \rho)$  دوفضای متریک و تابع  $f: X \rightarrow Y$  یک همسان‌ریختی باشد. کدام گزینه درست است؟  
 (۱)  $X$  کراندار است اگر و تنها اگر  $Y$  کراندار باشد.  
 (۲) دنباله  $\{X_n\}$  در  $X$  کوشی است اگر و تنها اگر دنباله  $\{f(x_n)\}$  در  $Y$  کوشی باشد.  
 (۳) تابع  $g: Y \rightarrow \mathbb{R}$  یکنواخت پیوسته است اگر و تنها اگر  $g \circ f$  یکنواخت پیوسته باشد.  
 (۴) هر نقطه  $x \in X$  یک نقطه حدی  $X$  است اگر و تنها اگر هر نقطه  $y \in Y$  یک نقطه حدی  $Y$  باشد.

۲۸- فضا توپولوژیک  $(X, \tau)$  را نرمال گوئیم. هرگاه هر مجموعه تک‌عضوی در  $X$  بسته باشد و برای هر دو مجموعه بسته مجزای  $A$  و  $B$  در  $X$  دو مجموعه باز مجزا شامل  $A$  و  $B$  موجود باشند، کدام گزینه نادرست است؟  
 (۱) هر فضای متریک، نرمال است.      (۲) هر فضای نرمال، هاوسدورف است.  
 (۳) هر فضای فشرده و هاوسدورف، نرمال است.      (۴) حاصل ضرب دکارتی دو فضای نرمال، نرمال است.

۲۹- فرض کنید  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک شمارای دوم باشد و  $A \neq X$  زیرمجموعه ناشمارای  $X$  است. کدام گزینه در مورد  $A$  با توپولوژی القایی (نسبی) نادرست است؟  
 (۱) گسسته است.      (۲) تعداد ناشمارا نقطه حدی دارد.      (۳) شمارای دوم است.      (۴) جدایی‌پذیر است.

۳۰- فرض کنید  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک است و  $A \subseteq X$ . اگر  $A'$  مجموعه نقاط حدی  $A$  و  $\bar{A}$  بستار  $A$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟  
 (۱) اگر نقطه  $x \in X$  حد دنباله‌ای از اعضای  $A$  باشد آنگاه  $x \in \bar{A}$ .  
 (۲) اگر نقطه  $x \in X$  حد دنباله‌ای از اعضای متمایز  $A$  باشد آنگاه  $x \in A'$ .  
 (۳) اگر  $x \in \bar{A}$ ، آنگاه دنباله‌ای در  $A$  وجود دارد که به  $x$  همگراست.  
 (۴) اگر  $x \in A'$ ، آنگاه هر مجموعه باز شامل  $x$ ، مجموعه  $A$  را قطع می‌کند.



۹- گزینه «۴» کافی است قرار دهیم  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  و  $n = 3$ ، پس داریم:

$$\begin{aligned} \det(A) = 6 & \Rightarrow \begin{cases} 6 \neq 3 & \text{رد گزینه (۱)} \\ 3 \neq 5 & \text{رد گزینه (۲)} \\ 3 \neq 2 & \text{رد گزینه (۳)} \\ 3 = 6 & \text{گزینه (۴) درست است} \end{cases} \\ \text{tr}(A) = 5 & \\ \text{rank}(A) = 2 & \\ n = 3 & \end{aligned}$$

۱۰- گزینه «۳» پوچی  $T$  را محاسبه می‌کنیم:  $T(f(x)) = 0 \Rightarrow T(ax^2 + bx + c) = 0$

$$\Rightarrow x^2(ax^2 + bx + c) + x(2ax + b) = 0 \Rightarrow ax^4 + bx^3 + (2a + c)x^2 + bx = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$a = b = c = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow \ker(T) = 0$  در نتیجه داریم:

$$\dim(R_T) + \dim \ker(T) = \dim P_T(x) \Rightarrow \dim R_T + 0 = 3 \Rightarrow \dim R_T = 3$$

### مبانی آنالیز ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۱۱- گزینه «۱» ثابت می‌کنیم  $A = Q \cap [\frac{1}{p}, 1]$  در این صورت خواهیم داشت:

$$\forall m, n \in \mathbb{N} \quad \frac{m+n}{2n+m+1} < 1 \quad \text{اولاً } \forall m, n \in \mathbb{N} \text{ و } m+n < 2n+m+1 \text{ و در نتیجه:}$$

$$\forall m, n \in \mathbb{N} \quad 2n+m+1 \leq 2(m+n) = 2m+2n \quad \text{همچنین داریم:}$$

$$\forall m, n \in \mathbb{N} \quad \frac{m+n}{2n+m+1} \geq \frac{m+n}{2(m+n)} = \frac{1}{2} \quad \text{پس؛}$$

پس  $A \subseteq Q \cap [\frac{1}{p}, 1]$  حال فرض کنید  $x = \frac{p}{q} \in Q \cap [\frac{1}{p}, 1]$  و ثابت می‌کنیم معادله  $\frac{m+n}{2n+m+1} = \frac{p}{q}$  به ازای  $m, n \in \mathbb{N}$  جواب دارد که با توجه

به اینکه  $p < q$  می‌باشد، می‌توان فرض کرد  $q - p \geq 2$  (زیرا در غیر این صورت می‌توان به جای  $x = \frac{p}{q}$ ،  $x = \frac{2p}{2q}$  را در نظر گرفت).

$$\begin{aligned} n+m &= p \\ 2n+m+1 &= q \end{aligned} \Rightarrow n+1 = q-p \Rightarrow n = q-p-1$$

$$m = p - n = p - (q - p - 1) = 2p - q + 1 \quad \text{پس } n \in \mathbb{N} \text{ است، زیرا } q - p \geq 2 \text{ می‌باشد. همچنین داریم:}$$

$$\text{و داریم } m \in \mathbb{N} \text{ زیرا } \frac{p}{q} \geq \frac{1}{2} \text{ و در نتیجه } 2p - q \geq 0.$$

$$\text{پس معادله } \frac{n+m}{2n+m+1} = x \text{ به ازای } m, n \in \mathbb{N} \text{ جواب دارد. پس } Q \cap [\frac{1}{p}, 1] \subseteq A \text{ و در نتیجه } A = Q \cap [\frac{1}{p}, 1].$$

۱۲- گزینه «۲» تابع  $f$  بر  $[a, b]$  انتگرال پذیر ریمان است، پس طبق یکی از قضایای کتاب آنالیز ریاضی آپوستل (قضیه ۴۹.۷) تابع  $f^2$  هم بر  $[a, b]$

انتگرال پذیر ریمان است. پس داریم:  $Z(f) = \{x \in [a, b] : f(x) = 0\} \Rightarrow Z(f) = f^{-1}(0)$

فرض کنیم  $y$  نقطه‌ای از  $[a, b]$  باشد که  $f$  در آن پیوسته است. نشان می‌دهیم  $f(y) = 0$  به برهان خلف فرض کنیم  $f(y) \neq 0$  و  $f$  از  $[a, b]$  دلخواهی از  $[a, b]$  باشد.

$$\int_a^{-b} f^2(x) dx = \int_{-a}^b f^2(x) dx = 0 \quad * \quad \text{از آنجا که } \int_a^b f^2(x) dx = 0 \text{ پس باید داشته باشیم:}$$

اما چون  $f(x)$  در نتیجه  $f^2(x)$  ناصفر است، تساوی \* را به ازای افزایش دلخواه  $p$  نخواهیم داشت که تناقض است. پس فرض خلف باطل است

$$\forall x \in D \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x \in f^{-1}(0) = Z(f) \Rightarrow D \subseteq Z(f) \quad \text{و } f(y) = 0 \text{ در نتیجه:}$$





۱۳- گزینه «۱» هرگاه تابعی بر مجموعه‌ای کراندار در  $\mathbb{R}$  مانند  $E$  به‌طور یکنواخت پیوسته باشد، آنگاه آن تابع بر مجموعه  $E$  کراندار است. چون  $g$  تابعی یکنواخت پیوسته است طبق تعریف داریم:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \text{s.t.} \quad \forall x, y \in (0, 1) : |x - y| < \delta \Rightarrow |g(x) - g(y)| < \varepsilon$$

از طرفی در بازه  $(0, 1)$  داریم  $\sin x < x$  پس داریم:

پس به ازای هر  $\varepsilon > 0$  و هر  $x, y \in (0, 1)$  که:

$$|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| = |g(x) \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right) - g(y) \left(\frac{1}{\sin y} - \frac{1}{y}\right)| < \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right) |g(x) - g(y)| < 1 \times \varepsilon = \varepsilon$$

پس  $f$  تابعی یکنواخت پیوسته است.

$$\left(\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right) < \left(\frac{1}{\sin y} - \frac{1}{y}\right)\right) \text{ کردیم}$$

حال چون  $f$  بر  $(0, 1)$  به‌طور یکنواخت پیوسته است، طبق  $*$  بر  $(0, 1)$  کراندار نیز هست.

۱۴- گزینه «۴» قضیه نقطه ثابت باناخ: فرض کنید  $f(x) : [a, b] \rightarrow [a, b]$  یک تابع پیوسته و مشتق‌پذیر باشد. بطوری‌که به ازای هر  $x \in [a, b]$  عددی مانند  $0 < k < 1$  وجود داشته باشد به طوری که  $|f'(x)| \leq k < 1$  در این صورت  $f(x)$  دارای یک و تنها یک نقطه ثابت می‌باشد. یعنی یک و تنها یک نقطه مانند  $x_0 \in [a, b]$  وجود دارد که  $f(x_0) = x_0$ .

با توجه به قضیه فوق، مجموعه  $A = \{x \in [0, 1], f(x) = x\}$  فقط دارای یک عضو می‌باشد. بنابراین هم فشرده و هم همبند است.

۱۵- گزینه «۳» جملات سری توانی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n} n^{(n-1)!} \left(\frac{x - x_0}{2}\right)^{n!}$  به ازای  $n$  های فرد صفر هستند:

$$n \text{ فرد} \Rightarrow 1 + (-1)^n = 0 \Rightarrow \frac{1 + (-1)^n}{n} n^{(n-1)!} \left(\frac{x - x_0}{2}\right)^{n!} = 0$$

$$1 + (-1)^n = 1 + 1 = 2$$

و اگر  $n$  زوج باشد:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n)} \frac{(2n)^{(2n-1)!}}{2^{(2n)!}} (x - x_0)^{(2n)!}$$

و در نتیجه سری به‌صورت روبه‌رو خواهد بود:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{1-(2n)} (2n)^{(2n-1)!-1} (x - x_0)^{(2n)!}$$

پس از ساده کرده به سری روبه‌رو می‌رسیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2^{1-(2n+2)} (2n+2)^{(2n+1)!-1} (x - x_0)^{(2n+2)!}}{2^{1-(2n)} (2n)^{(2n-1)!-1} (x - x_0)^{(2n)!}} \right| = \frac{|x - x_0|}{2} < 1 \Rightarrow |x - x_0| < 2$$

حال می‌توانیم از آزمون نسبت استفاده کنیم:

پس شعاع همگرایی برابر ۲ است.

### مبانی آنالیز عددی (کاربردی و آموزش ریاضی)

$$a = (0/100) \times 2^{(10)2}$$

۱۶- گزینه «۳» می‌دانیم در این دستگاه  $2 = (0/100) \times 2^{(10)2}$  است، بنابراین عدد ماشینی بعدی برابر است با:

$$a - 2 = (0/0001) \times 2^{(10)2} = 0/25$$

لذا داریم:

بنابراین اگر  $0 \leq t \leq \frac{0/25}{2} = 0/125$  آنگاه  $f(2+t) = 2$ . پس  $t = 0/125$ .

۱۷- گزینه «۴» مرتبه همگرایی همه گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{np}}{e^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{e^{n+1}} = \frac{1}{e} \neq 0$$

گزینه ۱:

پس مرتبه‌ی همگرایی  $\left\{ \frac{1}{e^n} \right\}$  برابر ۱ است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^p}}{\sqrt{n+1}} \quad p=1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} = 1 \neq 0$$

گزینه ۲:

پس مرتبه‌ی همگرایی  $\left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \right\}$  برابر ۱ است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n-1)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2p}}{(n+1)^2} \stackrel{p=1}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(n+1)^2} = 1 \neq 0$$

گزینه ۳:

پس مرتبه‌ی همگرایی  $\left\{ \frac{1}{n^2} \right\}$  برابر ۱ است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{2^{n+1}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2^n}}{2^{2^{n+1}}} \stackrel{p=2}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2^n}}{2^{2^{n+1}}} = 1 \neq 0$$

گزینه ۴:

پس مرتبه‌ی همگرایی  $\left\{ \frac{1}{2^{2^n}} \right\}$  برابر ۲ است.

۱۸- گزینه «۲» بنا به فرض  $\bar{x}$  و  $\tilde{x}$  به ترتیب جواب‌های تقریبی و جواب دستگاه  $Ax = b$  می‌باشند.

$$r = b - A\tilde{x} = A\bar{x} - A\tilde{x} \Rightarrow \|r\| = \|A\bar{x} - A\tilde{x}\| \leq \|A\| \|\bar{x} - \tilde{x}\| = \|A\| \|e\| \Rightarrow \|e\| \geq \frac{\|r\|}{\|A\|}$$

۱۹- گزینه «۳» قرار می‌دهیم  $f(x) = x^4 - 8x^2$ . برای پیدا کردن اکسترمم تابع  $f(x)$  باید بنویسیم  $f'(x) = 0$ . لذا داریم:

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = +2 \end{cases}$$

که با محاسبه مشتق دوم متوجه می‌شویم جواب مسأله  $\min(f(x))$  برای  $x = 2$  است. حال روش نیوتن برای  $\min(x^4 - 8x^2)$  را به صورت زیر تشکیل

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f''(x_n)} = x_n - \frac{4(x_n)^3 - 16(x_n)}{12(x_n) - 16} = x_n - \frac{x_n^3 - 4x_n}{3x_n - 4}$$

می‌دهیم:

چون  $f'''(x) = 12 \neq 0$  و  $f^{(4)}(x) = 0$  پس همگرایی مجانبی روش فوق از درجه دوم است.

۲۰- گزینه «۱» تابع درون‌یاب برای داده‌های  $(0, 1)$  و  $(\frac{\pi}{4}, -1)$  به صورت  $p(x) = a_1 \phi_1(x) + a_2 \phi_2(x)$  می‌باشد. لذا داریم:

$$p(x) = a_1 \sin 2x + a_2 \cos 2x$$

$$p(0) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1 \sin(0) + a_2 \cos(0) = 1 \\ a_1 \sin(\frac{\pi}{4}) + a_2 \cos(\frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -1 \\ a_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow p(x) = -\sin 2x + \cos(2x)$$

با توجه به نقاط درون‌یابی داریم:

### مبانی جبر (محض)

۲۱- گزینه «۴» می‌دانیم هر گروه متناهی از مرتبه عددی اول، دوری است.

در نتیجه  $|G'| \mid p^q$ . پس حالت‌های زیر را داریم:

۱-  $|G'| = e$ . که در این حالت دوری است.

۳-  $|G'| = q$  که در این حالت هم دوری است.

۲-  $|G'| = p$  که در این حالت هم دوری است.

۴-  $|G'| = p^2$  یا  $|G'| = pq$

$G'$  کوچک‌ترین زیرگروه نرمال  $G$  است، به طوری که  $\frac{G}{G'}$  آبلی است.

از آنجا که  $G$  آبلی است و  $N < G$ ، پس  $\frac{G}{N}$  آبلی است؛ پس لزوماً  $G' \leq N$ ، اما  $|N| = q$  و در حالت ۴ باید داشته باشیم:  $q \mid pq$  یا  $p^2 \mid q$  که تناقض است.



**آنالیز حقیقی ۱ (محض، کاربردی و آموزش ریاضی):**

۳۶- فرض کنید  $\mu_1$  و  $\mu_2$  دو تابع روی  $P(\mathbb{R})$  باشند، به طوری که:

$$\mu_2(E) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } E \text{ حداکثر شمارا باشد} \\ 1 & \text{اگر } E \text{ ناشمارا باشد} \end{cases} \quad \text{و} \quad \mu_1(E) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } E \text{ متناهی باشد} \\ 1 & \text{اگر } E \text{ نامتناهی باشد} \end{cases}$$

کدام گزینه درباره  $\mu_1$  و  $\mu_2$  درست است؟

(۱)  $\mu_1$  و  $\mu_2$  هر دو اندازه خارجی اند ولی گردایی مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن‌ها متفاوت است.

(۲)  $\mu_1$  و  $\mu_2$  هر دو اندازه خارجی اند و گردایی مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن‌ها یکسان است.

(۳) تنها  $\mu_2$  اندازه خارجی است و هر زیر مجموعه  $\mathbb{R}$  نسبت به آن اندازه‌پذیر است.

(۴) تنها  $\mu_2$  اندازه خارجی است و گردایی مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن  $\{E \mid E^c \text{ یا } E \text{ حداکثر شماراست: } E \subseteq \mathbb{R}\}$  است.

۳۷- فرض کنید  $\mu$  اندازه بورل مثبت ناصفر روی فضای هاسدورف  $X$  باشد، به طوری که برای هر دو مجموعه بسته  $F_1$  و  $F_2$  در  $X$

$$\mu(F_1 \cap F_2) = \mu(F_1)\mu(F_2).$$

کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\mu(X) = 1$

(۲)  $-\mu$  اندازه هر زیرمجموعه شمارای  $X$  صفر است.

(۳) برای هر دو مجموعه باز  $U_1$  و  $U_2$ ،  $\mu(U_1 \cap U_2) = \mu(U_1)\mu(U_2)$

(۴) برای هر دو نقطه متمایز  $x, y \in X$  و همسایگی‌های مجزای  $U_x$  و  $U_y$  وجود دارند که  $\mu(U_x) + \mu(U_y) = 1$

۳۸- برای تابع صعودی و از راست پیوسته  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_F^*(E) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} (F(b_i) - F(a_i)) : a_i \in \mathbb{R}, E \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} (a_i, b_i] \right\}$$

۵- جبر متشکل از مجموعه‌های  $-\mu_F^*$  اندازه‌پذیر را با  $M_F$  نشان می‌دهیم. کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $M_F$  شامل  $-\sigma$  جبر بورل است.

(۲) اگر تابع  $F$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، آنگاه  $\mu_F^*({a}) = 0$

(۳)  $M_F$  زیرمجموعه سره‌ای از  $P(\mathbb{R})$  است.

(۴) اگر  $F(x) = 2x$  آنگاه  $M_F$  همان  $-\sigma$  جبر لبگ است.

۳۹- فرض کنید  $(X, M, \mu)$  یک فضای اندازه با  $\mu(X) = 1$  و  $\{A_n\}$  دنباله‌ای از اعضای متمایز  $M$  باشد، به طوری که  $\limsup \mu(A_n) = 1$ . در این

صورت زیر دنباله  $\{A_{n_k}\}$  از  $\{A_n\}$  وجود دارد به طوری که:

$$\mu \left( \bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k} \right) \geq \frac{1}{2} \quad (۱) \quad \bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k} = \emptyset \quad (۲) \quad \text{برای هر } K, \mu(A_{n_k}) = 1 \quad (۳) \quad \bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k}^c = \emptyset \quad (۴)$$

۴۰- فرض کنید  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$  تابعی لبگ اندازه‌پذیر و  $m$  اندازه لبگ روی  $[0, 1]$  باشد. در این صورت، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $\int_0^1 f dm = 1$ ، آنگاه  $f = 1$  تقریباً همه‌جا

(۲) اگر  $\int_0^1 f dm = 2$ ، آنگاه  $f = 2$  تقریباً همه‌جا

(۳) اگر برای هر  $a \in (0, 1)$ ،  $\int_0^a f dm = 0$ ، آنگاه  $f = 0$  تقریباً همه‌جا

(۴) اگر برای هر  $a \in (0, 1)$ ،  $\int_0^a f^2 dm = \int_0^a f dm$ ، آنگاه  $f = 0$  تقریباً همه‌جا



۴۱- تابع  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ \sin x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $f$  انتگرال پذیر ریمن نیست ولی انتگرال پذیر لیگ است.
- (۲) انتگرال پذیر لیگ نیست ولی انتگرال پذیر ریمن است.
- (۳) هم انتگرال پذیر ریمن است و هم انتگرال پذیر لیگ است.
- (۴) نه انتگرال پذیر ریمن است و نه انتگرال پذیر لیگ است.

۴۲- فرض کنید  $X$  فضای نرم‌دار مختلط و  $f: X \rightarrow \mathbb{C}$  تابعی خطی ناصفر باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $\{f(x) : \|x\| \leq 1\}$  فشرده است.
- (۲)  $f$  پوشا است و هر مجموعه باز را به باز می‌نگارد.
- (۳)  $f$  پوشا و  $\ker f$  زیر فضای بسته  $X$  است.
- (۴)  $f$  هر مجموعه باز را به باز می‌نگارد و  $\{f(x) : \|x\| < 1\} \subseteq \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ .

۴۳- فرض کنید  $(X, \mu)$  یک فضای اندازه و  $\{f_n\}$  دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر بر  $X$  باشد و تابع  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  نیز اندازه‌پذیر باشد

به طوری که  $\sum_{n=1}^{\infty} \int_X |f_n - f| d\mu < \infty$ . کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$  تقریباً همه‌جا همگراست.
- (۲)  $\{f_n\}$  به طور یکنواخت به  $f$  همگراست.
- (۳)  $f_n \rightarrow f$  تقریباً همه‌جا ولی لزوماً  $\{f_n\}$  به طور یکنواخت به  $f$  همگرا نیست.
- (۴) زیر دنباله  $\{f_{n_k}\}$  وجود دارد که  $f_{n_k} \rightarrow f$  تقریباً همه‌جا ولی  $f_n \rightarrow f$  تقریباً همه‌جا لزوماً برقرار نیست.

۴۴- فرض کنیم  $(X, \mu)$  یک فضای اندازه  $\sigma$ -متناهی باشد،  $1 < p < \infty$  و  $q$  مزدوج نمایی  $p$  باشد.  $(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1)$  درباره مجموعه  $\{f$

اندازه‌پذیر است و به ازای هر  $g \in L_q(\mu)$ ،  $A = \{f: X \rightarrow \mathbb{R} \mid fg \in L_1(\mu)\}$  کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $A = L_p(\mu)$  ولی تساوی لزوماً برقرار نیست.
- (۲)  $L_p(\mu) \subseteq A$  ولی تساوی لزوماً برقرار نیست.
- (۳)  $A \subseteq L_p(\mu)$  ولی تساوی لزوماً برقرار نیست.
- (۴) هیچ کدام

۴۵- فرض کنید  $\{e_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  یک پایه متعامدیکه برای فضای هیلبرت  $H$  باشد. برای هر  $n \in \mathbb{N}$ ، قرار می‌دهیم.

$$y_n = e_1 + \dots + e_n + e_{n+1}$$

$$z_n = e_1 + \dots + e_n - e_{n+1}$$

کدام گزینه در مورد مجموعه‌های  $A = \{y_n : n \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{z_n : n \in \mathbb{N}\}$  درست است؟

- (۱)  $A^\perp = \{0\}$  و  $B^\perp = \{0\}$
- (۲)  $A^\perp \neq \{0\}$  و  $B^\perp \neq \{0\}$
- (۳)  $A^\perp \neq \{0\}$  و  $B^\perp = \{0\}$
- (۴)  $A^\perp = \{0\}$  و  $B \neq \{0\}$

جبر پیشرفته ۱ (محض):

۴۶- فرض کنیم  $M$  یک  $\mathbb{Z}$ -مدول باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر  $M$  یکدست باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز یکدست است.
- (۲) اگر  $M$  آزاد باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز آزاد است.
- (۳) اگر  $M$  تصویری باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز تصویری است.
- (۴) اگر  $M$  تزریقی باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز تزریقی است.



۳۵- گزینه «۳» تابع جرم احتمال به صورت روبه‌رو است:

$$P(X = x, Y = y) = \begin{cases} c(x+y) & x, y \in \{1, 2, \dots, n\} \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

با توجه به اینکه مجموع تابع جرم احتمال‌ها برابر ۱ است، لذا با توجه به این قانون ابتدا مقدار  $c$  را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \sum_x \sum_y P(X = x, Y = y) &= \sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^n c(x+y) = c \sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^n (x+y) = c \sum_{x=1}^n \left( \sum_{y=1}^n x + \sum_{y=1}^n y \right) \\ &= c \sum_{x=1}^n \left( xn + \frac{n(n+1)}{2} \right) = c \left( \sum_{x=1}^n xn + \sum_{x=1}^n \frac{n(n+1)}{2} \right) = c \left( \frac{n^2(n+1)}{2} + \frac{n^2(n+1)}{2} \right) = cn^2(n+1) \end{aligned}$$

در نتیجه چون  $\sum_{x,y} P(X = x, Y = y) = 1$  لذا  $c(n^2(n+1)) = 1$  پس  $c = \frac{1}{n^2(n+1)}$ . حال احتمال  $P(X < Y)$  را حساب می‌کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} P(X < Y) &= c \sum_{x=1}^n \sum_{y>x}^n (x+y) = c \sum_{x=1}^n \left( x \sum_{y>x}^n 1 + \sum_{y>x}^n y \right) \\ &= c \sum_{x=1}^n \left( x(n-x) + \frac{(n+x+1)(n-x)}{2} \right) = c \sum_{x=1}^n \left( nx - x^2 + \frac{n^2 - x^2 + n - x}{2} \right) \\ &= c \sum_{x=1}^n \left( \left(n - \frac{1}{2}\right)x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \right) = c \left( \left(n - \frac{1}{2}\right) \sum_{x=1}^n x - \frac{1}{2} \sum_{x=1}^n x^2 + \frac{1}{2}n^2 \sum_{x=1}^n 1 + \frac{1}{2}n \sum_{x=1}^n 1 \right) \\ &= c \left( \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{n(n+1)}{2} - \frac{1}{2} \frac{(n+1)n(2n+1)}{6} + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 \right) = c \left( \frac{n(n+1)}{2} \left(n - \frac{1}{2} - \frac{2n+1}{2} + n\right) \right) = c \left( \frac{n(n+1)(n-1)}{2} \right) \\ P(X < Y) &= \frac{1}{n^2(n+1)} \frac{n(n+1)(n-1)}{2} = \frac{n-1}{2n} \end{aligned}$$

که با قرار دادن مقدار  $c = \frac{1}{n^2(n+1)}$  داریم:

### آنالیز حقیقی ۱ (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۳۶- گزینه «۴» فرض کنید که  $A = \mathbb{N}$  و  $B_j = \{j\}$  آنگاه  $\mathbb{N} \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} B_j$  اما  $\sum_{j=1}^{\infty} \mu(B_j) = 0$  لذا  $\mu_1(N) \leq \sum_{j=1}^{\infty} \mu_1(B_j)$  اندازه خارجی نیست.

تعریف کنید:  $E$  یا  $E^c$  حداکثر شماراست:  $S = \{E \subseteq \mathbb{R}\}$

نشان می‌دهیم که  $\mu = \mu_p$  بر روی  $S$  یک اندازه تعریف می‌کند.

واضح است که  $\mu(\emptyset) = 0$ . برای  $\sigma$ -جمع‌پذیری  $\mu$ ، فرض کنیم  $\{E_n\} \subseteq S$  یک دنبالهٔ دوبه‌دو از هم جدا باشد. قرار می‌دهیم  $E = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ .

هرگاه هر  $E_n$  حداکثر شمارش‌پذیر باشد، آنگاه  $E$  خود حداکثر شمارش‌پذیر است؛ و در نتیجه  $\mu(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(E_n) = 0$  برقرار است. لذا، هرگاه  $E_k^c$

به ازای  $k$  ای حداکثر شمارش‌پذیر باشد، آنگاه (در پرتو  $E_n \cap E_k = \emptyset$  به ازای  $n \neq k$ ) باید به ازای  $n \neq k$  داشته باشیم  $E_n \subseteq E_k^c$ ؛ و در نتیجه

$$E_n \text{ به ازای هر } n \neq k \text{ حداکثر شمارش‌پذیر است. لذا، } \mu(E) = \mu(E_k) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(E_n) = 1.$$

۳۷- گزینه «۲»

فرض کنید که  $X$  یک تک نقطه باشد یعنی  $X = \{x\}$  و  $\mu$  اندازه بول مثبت ناصفر روی  $X$  باشد. آنگاه داریم:

$$\mu(\{x\} \cap \{x\}) = \mu(\{x\}) = \mu(x) = 1 = \mu(\{x\}) \times \mu(\{x\}) = \mu(X)\mu(X)$$

که  $\{x\}$  بسته و باز و شمارا است. لذا گزینه (۲) اشتباه است.



۳۸- گزینه «۳» فرض کنید  $F$  تابع ثابت باشد. در این صورت برای هر  $E \subset \mathbb{R}$  داریم:  $\mu_F^*(E) = 0$ ، بنابراین همه زیرمجموعه‌های  $\mathbb{R}$  اندازه پذیر خواهند بود.

هر زیرمجموعه باز  $\mathbb{R}$ ،  $\mu_F^*$  اندازه پذیر است زیرا اگر  $A$  باز باشد خواهیم داشت  $A \subset A$  و  $\mu_F^*(A \setminus A) = 0$ ، پس  $M_F$ ،  $\delta$ -جبر بورل است.

اگر  $F$  پیوسته باشد، آنگاه برای  $\{a\}$  می‌توان پوشش  $\left\{ \left(a - \frac{1}{n}, a\right) \right\}_{n=1}^{\infty}$  را در نظر گرفت و چون  $F$  پیوسته است  $F\left(a - \frac{1}{n}\right) \rightarrow F(a)$  پس  $\inf \left\{ F(a) - F\left(a - \frac{1}{n}\right) \right\} = 0$ . گزینه (۴) به وضوح صحیح است.

۳۹- گزینه «۱» فرض کنید که  $X = [0, 1]$  و  $\mu$  اندازه لبگ بر  $X$  باشد. تعریف کنید:  $A_n = \left(\frac{1}{n}, 1\right)$  واضح است که  $\limsup(A_n) = 1$ . حال برای هر

زیر دنباله‌ای از  $A_n$  مانند  $A_{n_k}$  داریم  $\bigcap_k A_{n_k} \neq \emptyset$ . همچنین  $\bigcap_k A_{n_k}^c \neq \emptyset$  و  $\mu(A_{n_k}) = \left(\frac{1}{n_k}, 1\right)$  که لزوماً یک نیست.

۴۰- گزینه «۱» فرض کنید که  $f(x) = 2x$  آنگاه  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$  و  $\int_0^1 2x dx = 2 \int_0^1 x dx = 1$  اما  $\int_0^1 2x dx = 1$  تقریباً همه جا برابر یک است.

۴۱- گزینه «۱» برای اینکه نشان دهیم  $f$  ریمان انتگرال پذیر نیست کافی است نشان دهیم که  $f$  در هر نقطه  $Q' = [0, 1] - Q$  پیوسته نیست.

فرض کنید که  $x \leftarrow Q'$  آنگاه می‌دانیم که  $\{y_n\} \subseteq Q$  وجود دارند که  $y_n \rightarrow x$  از طرفی داریم:

$$f(y_n) = y_n$$

$$f(x) = \sin x$$

و اگر  $y_n \rightarrow \sin x$  آنگاه  $x = \sin x$  که نتیجه می‌دهد  $x = 0$  و این یک تناقض است. از سوی دیگر داریم:

$$\int_{[0,1]} f(x) d\mu = \mu(Q) + \mu(\sin Q') \leq \mu(\sin[0,1])$$

۴۲- گزینه «۲» از آن جایی که  $f$  ناصفر است، پس  $x \in X$  وجود دارد که  $f(x) = y \neq 0$ . فرض کنید  $Z \in \mathcal{L}$  دلخواه باشد در این صورت

$f(z, y^{-1} \cdot x) = zy^{-1} \cdot y = z$  پس  $f$  پوشاست. حال فرض کنید  $V \subseteq X$  باز باشد. فرض کنید  $y \in f(V)$  می‌دانیم  $x \in V$  وجود دارد که  $f(x) = y$ . چون

ضرب کردن پیوسته است می‌دانیم:  $\exists \delta > 0, \forall |r| < \delta, x + rx^* \in V, y + r = f(x + rx^*) \in f(V)$

و  $B_\delta(y) = (y - \delta, y + \delta) \subseteq f(V)$  یک زیرمجموعه باز  $\mathcal{L}$  است.

۴۳- گزینه «۳» فرض کنید که  $f(x) = \begin{cases} 2 & x = 0 \\ 1 & x \neq 0 \end{cases}$  و  $f_n(x) = \frac{x}{n^2} + 1$  و  $x = (-1, 1)$ . دنباله تابع  $f_n$  به  $f$  تقریباً همه جا همگراست. همچنین

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n^2} + 1\right)$$

پس گزینه (۳) درست است.

۴۴- گزینه «۱» نامساوی هولدر ایجاب می‌کند که:  $\int |fg| d\mu \leq \left[\int |f|^p d\mu\right]^{\frac{1}{p}} \left[\int |g|^q d\mu\right]^{\frac{1}{q}}$

پس اگر  $f \in L_p(\mu)$  باشد آنگاه با فرض  $|g| = c |f|^{p-1}$  داریم:

چون  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  آنگاه  $p + q = pq$  پس  $|g|^q = c^q |f|^{p(q-1)} = c^q |f|^{p(q-p)}$  پس  $g \in L_q(\mu)$  اما با این انتخاب نامساوی هولدر به تساوی تبدیل می‌شود بنابراین داریم:

$$A = L_p(\mu)$$

۴۵- گزینه «۲» فرض کنید که  $H = \text{Span}\{e_1, e_2\}$  با ضرب داخلی  $(\cdot, \cdot)_H$  باشد. آنگاه داریم:

حال فرض کنید که  $x = ae_1 + be_2$  در  $H$  باشد. آنگاه خواهیم داشت:

$$(x, e_1 + e_2) = (ae_1 + be_2, e_1 + e_2) = (ae_1, e_1 + e_2) + (be_2, e_1 + e_2)$$

$$= a(e_1, e_1) + a(e_1, e_2) + b(e_2, e_1) + b(e_2, e_2) = a(e_1, e_1) + b(e_2, e_2) = a + b$$

متشابهاً  $(x, e_1 - e_2) = a - b$ . همه گزینه‌ها به جز گزینه (۲) رد می‌شود. با توجه به پاسخ گزینه سازمان سنجش یعنی گزینه (۳) اشتباه است.



۶۵- مسئله (P) را به صورت

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

s.t.

$$(1) \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \quad (P)$$

$$(2) \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, \dots, n$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. متغیر دوگان مربوط به قید  $i$  ام در (1) را  $u_i$  و متغیر دوگان مربوط به قید  $j$  ام در (2) را  $v_j$  بگیرید. نقاط شدنی  $x$  و  $(u, v)$  به ترتیب برای (P) و (D) نقاطی بهینه هستند اگر .....

$$x_{ij} \neq 0 \Rightarrow u_i + v_j \leq c_{ij} \quad (2)$$

$$x_{ij} = 0 \Rightarrow u_i + v_j = c_{ij} \quad (4)$$

$$(1) \text{ به ازای هر } i, j: x_{ij} = 0 \Rightarrow u_i + v_j = c_{ij}$$

$$(3) (x_{ij} = 0 \text{ یا } u_i + v_j = c_{ij}) \text{ به ازای هر } i \text{ و } j$$

### اصول آموزش ریاضی (آموزش ریاضی)

۶۶- کدام نظریه پرداز، در دهه ۸۰ میلادی با طرح دو مؤلفه «فرهنگ» و «ارزش‌ها»، گزاره «ریاضی یک زبان بین‌المللی است.» را به چالش کشید و باعث تحولی عظیم در پژوهش‌های آموزش ریاضی شد؟

(۴) هیمن بس

(۳) آلن شونفیلد

(۲) دی آمبروسیو

(۱) آلن بیشاپ

۶۷- نظریه پیونددهنده بین «ریاضی، فرهنگ، اجتماع»، کدام است؟

(۴) ریاضیات قومی

(۳) فلسفه ریاضی

(۲) تاریخ ریاضی

(۱) آموزش ریاضی

۶۸- از زمان تأسیس نظام‌های آموزش عمومی در جهان، اصلی‌ترین عامل تغییر در برنامه‌های درسی ریاضی، چه بوده است؟

(۲) نتایج ارزیابی‌های بین‌المللی ریاضی

(۱) سیاست

(۴) تغییرات جمعیتی

(۳) ظهور نظریه‌های نوین روان‌شناسی

۶۹- چهار حوزه تشکیل‌دهنده مدل چهاروجهی هیگنسون (۱۹۸۰) برای آموزش ریاضی، کدامند؟

(۲) فلسفه، ریاضی، تکنولوژی، روان‌شناسی

(۱) جامعه‌شناسی، تدریس، ریاضی، روان‌شناسی

(۴) فلسفه، قوم‌شناسی، روان‌شناسی، ریاضی

(۳) ریاضی، فلسفه، روان‌شناسی، جامعه‌شناسی

۷۰- از نظر ریچارد اسکمپ، دو مؤلفه اصلی نظریه «یادگیری هوشمند» در آموزش ریاضی، کدامند؟

(۲) فهم ابزاری و فهم رابطه‌ای

(۱) فهم رابطه‌ای و فهم طوطی‌وار

(۴) فهم عمیق و فهم کاربردی قواعد

(۳) فهم روته‌ای و فهم معنادار

۷۱- در رویکرد «آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار» (RME)، ریاضی چگونه تبیین شده است؟

(۲) ریاضی مستقل از زمینه دنیای واقعی است.

(۱) ریاضی دانشی قطعی است.

(۴) ریاضی یک فعالیت انسانی است.

(۳) ریاضی دانش پیشینی است.

۷۲- بزرگ‌ترین گردهمایی آموزشگران ریاضی در جهان، کدام است؟

(۲) کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME)

(۱) کنگره بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها (ICM)

(۴) کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME)

(۳) کنگره اروپایی پژوهش در آموزش ریاضی (CERME)



۷۳- برنامه درسی «دوران ریاضی جدید» (New Math Era)، بر چه ریاضیاتی استوار است؟

- (۱) نظریه مجموعه‌ها  
 (۲) ریاضیات اصل موضوعی  
 (۳) ساختارهای ریاضی به سبک گروه بورباکی  
 (۴) نظریه مجموعه‌ها، منطق صوری و تابع به عنوان مفهوم هماهنگ‌کننده

۷۴- برنامه درسی ریاضی «mathematics» و «Mathematics» به ترتیب برای کدام است؟

- (۱) دوره ابتدایی - دوره متوسطه  
 (۲) ورود به دانشگاه - حرفه‌آموزی  
 (۳) تربیت متخصص - تربیت شهروند  
 (۴) همه دانش‌آموزان - دانش‌آموزان نخبه

۷۵- ماهیت «اصول آموزش ریاضی» چیست؟

- (۱) نسبی  
 (۲) قطعی  
 (۳) انتزاعی  
 (۴) کاربردی



### اصول آموزش ریاضی (آموزش ریاضی)

۶۶- گزینه «۱» سال ۱۹۸۸ سالی کلیدی در توسعه پژوهش در آموزش ریاضی بود. در آن سال، مجله مطالعات آموزشی در ریاضی، شماره ویژه خود را به مطالعات اجتماعی - فرهنگی در آموزش ریاضی اختصاص داد. بیشاپ کتابی هم در این موضوع نوشته بود. او با طرح دو مؤلفه فرهنگ و ارزش‌ها، گزاره «ریاضی یک زبان بین‌المللی است» را به چالش کشید و باعث تحولی عظیم در پژوهش‌های آموزش ریاضی شد.

۶۷- گزینه «۴» اصطلاح ریاضیات قومی برای توصیف روش‌های ریاضی گروه‌های فرهنگی قابل شناسایی ابداع شد و به خصوص، گاهی برای اجتماعات بومی در مقیاس کوچک نیز استفاده می‌شود. می‌توان گفت که ریاضیات قومی پیونددهنده بین ریاضی، فرهنگ و اجتماع است.

۶۸- گزینه «۱» از زمان تأسیس نظام‌های آموزش عمومی در جهان، اصلی‌ترین عامل تغییر در برنامه‌های درسی ریاضی، سیاست بوده است. استیگ ملین - آلسن در کتابی که در سال ۱۹۸۷ منتشر کرد، پس از بحث در مورد عدم تطابق بین صلاحیت‌های ریاضی دانش‌آموزان در مدرسه و زندگی روزانه، استدلال کرد که پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی، نیازمند به رسمیت شناختن این واقعیت بودند که ابعاد سیاسی، به شکلی اجتناب‌ناپذیر، در مرکز تدریس و یادگیری ریاضی قرار داشت.

۶۹- گزینه «۳» هیگنسون یک مدل چهار وجهی MAPS برای آموزش ریاضی ارائه کرده است که عبارت است از: ریاضی (M)، فلسفه (A)، روان‌شناسی (P) و جامعه‌شناسی (S).

۷۰- گزینه «۲» از دیدگاه ریچارد اسکمپ دو مؤلفه اصلی نظریه یادگیری هوشمند در آموزش ریاضی، فهم ابزاری و فهم رابطه‌ای هستند. فهم ابزاری به توانایی به‌کاربردن قوانین معین بدون دانایی از اینکه چرا آن‌ها کار می‌کنند، اشاره می‌کند. منظور از فهم رابطه‌ای، توانایی استنتاج قوانین با رویه‌های مخصوص برای ملاحظه تعدادی روابط کلی است.

۷۱- گزینه «۴» در اواخر دهه ۷۰ میلادی، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار (RME) در پاسخ به نهضت ریاضی جدید در آمریکا و رویکرد آموزش ریاضی مکانیکی در هلند توسط فرودنتال و همکارانش معرفی شد. براساس این رویکرد، برنامه‌های آموزشی باید فرصتی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد تا از طریق انجام دادن فعالیت‌های مناسب، به بازآفرینی ریاضی بپردازند. بر این اساس، ریاضی یک فعالیت انسانی است.

۷۲- گزینه «۲» بزرگ‌ترین گردهمایی آموزشگران ریاضی در جهان کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME) است.

(International Congress on Mathematical Education)

۷۳- گزینه «۳» نیکلا بورباکی نام مستعار گروهی از ریاضی‌دانان عمدتاً فرانسوی است که از سال ۱۹۳۵ به بعد کتاب‌هایی در ریاضیات پیشرفته نوشتند. مهم‌ترین کار بورباکی مجموعه مبانی ریاضیات است که هدف آن‌ها ارائه مجموعه‌ای جامع درباره حوزه‌های اصلی ریاضیات مدرن بود. برنامه درسی «دوران ریاضی جدید» بر ساختارهای ریاضی به سبک گروه بورباکی استوار است.

۷۴- گزینه «۴» برنامه درسی ریاضی (mathematics) برای همه دانش‌آموزان و برنامه درسی ریاضی (mathematics) برای دانش‌آموزان نخبه است.

۷۵- گزینه «۱» پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی معتقدند که اصول آموزش ریاضی ماهیتی نسبی دارد و برخلاف برخی علوم دیگر کاملاً قطعی، انتزاعی و کاربردی نیست.