

سوالات آزمون سراسری ۸۰

ریاضی

۱- دامنه تابع  $f(x) = -\frac{2x}{\sqrt{|x|-x}}$  ، کدام است؟

- (۱)  $IR = \emptyset$  (۲)  $IR < 0$  (۳)  $IR > 0$  (۴)  $IR - \{0\}$

۲- دامنه تابع  $f(x) = \ln(1-x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1)$  (۲)  $(-\infty, 1)$  (۳)  $(-1, +\infty)$  (۴)  $(1, +\infty)$

۳- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  ،

- (۱) در همه جا مشتق پذیر است. (۲) در صفر پیوسته نیست. (۳) در همه جا پیوسته است ولی در صفر مشتق پذیر نیست. (۴) در صفر مشتق پذیر و  $f'(0) = 1$  است.

۴- معکوس تابع  $y = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{e^x + 2}{e^x - 2}$  (۲)  $y = \frac{2e^x - 1}{2e^x + 1}$  (۳)  $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$  (۴)  $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

۵- شیب خط مماس بر منحنی  $x^2 + y^2 + 2x = C$  در نقطه  $(0, 1)$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $+1$  (۴)  $+2$

۶- تابع  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$  در  $x = 1$  کدام حالت را دارد؟

- (۱) ماکزیمم نسبی (۲) مشتق (۳) می نیمم نسبی (۴) نقطه عطف

۷- حد تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2}$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  ، کدام است؟

- (۱)  $-4$  (۲) صفر (۳)  $2$  (۴)  $+\infty$

۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{\sin(x^2 + x - 2)}{\tan(x^2 + 5x + 6)}$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴)  $\frac{1}{5}$

۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+5}\right)^{2x-3}$  کدام است؟

- (۱)  $e^{-6}$  (۲)  $e^{p-3}$  (۳)  $e^2$  (۴)  $e^6$

۱۰- مشتق  $e^{\sin x}$  در  $x = 0$  ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $\frac{1}{e}$  (۴)  $e$

۱۱- اگر  $f(2x) = 6x + \sin(f(x))$  و  $f(0) = 0$  باشد ، آنگاه  $f'(0)$  کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $-3$  (۳)  $3$  (۴)  $6$

۱۲- مشتق چهارم تابع  $y = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 5x - 1$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲) صفر (۳)  $6$  (۴)  $4x^2 + 12x$

۱۳- حاصل  $I = \int \sin^2 3x dx$  کدام است؟

- (۱)  $2x - 12 \sin 6x + c$  (۲)  $-\frac{1}{6} \sin 6x + c$  (۳)  $-6 \cos 3x \sin 3x + c$  (۴)  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{12} \sin 6x + c$



۱۴- حاصل  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{6}$  (۳)  $\frac{\pi}{8}$  (۴)  $\frac{\pi}{3}$

۱۵- مقدار انتگرال  $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۲

۱۶- حاصل انتگرال  $\int_{-1}^1 \int_0^1 xe^y dy dx$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) e (۳) e-1 (۴) ۲(e-1)

۱۷- حاصل انتگرال  $\int_0^2 \int_{\frac{xy}{2}}^2 (x^2 + 2y^2) dx dy$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{20}{7}$  (۳)  $\frac{39}{7}$  (۴)  $\frac{35}{2}$

۱۸- حاصل انتگرال  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{16}$  (۲)  $\frac{\pi}{8}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۱۹- حاصل  $\sin^{-1}(\cos \frac{\pi}{3})$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{6}$

۲۰- دیفرانسیل تابع  $y = \tan^{-1} x$  به ازای  $x = \sqrt{3}$  و  $dx = 0/1$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{40}$  (۲)  $-\frac{1}{30}$  (۳)  $\frac{1}{30}$  (۴)  $\frac{1}{40}$

۲۱- به ازای کدام مقدار m، دو بردار  $\vec{A} = 2\vec{i} + m\vec{j} + \vec{k}$  و  $\vec{B} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$  بر هم عمودند؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۵

۲۲- وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

۲۳- برد تابع  $g(x) = x^2 + 4x + 5$  کدام است؟

- (۱) R (۲)  $(0, \infty)$  (۳)  $[1, \infty)$  (۴) هیچکدام

۲۴- جواب نامعادله  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 2x + 5} < 0$  کدام است؟

- (۱)  $x < 6$  (۲)  $x > -2$  (۳)  $4 < x < 5$  (۴)  $-1 < x < 4$

۲۵- بسط  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$  مربوط به کدام تابع است؟

- (۱)  $\sin x$  (۲)  $\cos x$  (۳)  $\tan x$  (۴)  $e^x$

۲۶- در قضیه لاگرانژ عدد C برای تابع  $f(x) = 3x^2 - 5$  روی بازه  $[-2, 0]$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) درقضیه لاگرانژ صدق نمی کند.



## پاسخنامه آزمون سراسری ۸۰

## ریاضی

۱- گزینه «۲» ملاحظه می‌گردد که به ازای اعداد منفی نامساوی برقرار است:

$$|x| - x > 0 \Rightarrow |x| > x$$

۲- گزینه «۲»

$$f(x) = \ln(1-x) \Rightarrow 1-x > 0 \Rightarrow x < 1$$

۳- گزینه «۱» تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^n \sin^m \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$  به ازای تمام مقادیر  $m$  در صورتی که  $n \geq 2$  باشد، در تمام نقاط مشتق پذیر است.

۴- گزینه «۳»

$$y = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = e^y \Rightarrow x+1 = xe^y - e^y \Rightarrow x(e^y - 1) = 1 + e^y$$

$$x = \frac{1+e^y}{e^y-1} \xrightarrow{\text{نقش } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = \frac{1+e^x}{e^x-1}$$

۵- گزینه «۲»

$$y'_x = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2x+2}{2y} \Rightarrow m = y'(0,1) = -1$$

۶- گزینه «۳»

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}} x = \frac{1}{3}, x = 1$$

چون  $f''(1) > 0$  می‌باشد، لذا بنابر قضیه آزمون دوم مشتق نقطه  $x = 1$  طول نقطه می‌نیم نسبتی تابع است.

۷- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$$

۸- گزینه «۱»

$$A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x^2 + x - 2)}{\operatorname{tg}(x^2 + \Delta x + 6)} = \frac{\sin(0)}{\operatorname{tg}(0)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{استفاده از هم‌ارزی}}$$

$$A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + \Delta x + 6} \xrightarrow{\text{Hop}} A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+1}{2x+\Delta} = \frac{2 \times -2 + 1}{2 \times -2 + \Delta} = \frac{-3}{1} = -3$$

۹- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+\Delta}\right)^{2x-2} = (1)^\infty = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)(2x-2)}{x+\Delta}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2-x-\Delta)(2x-2)}{x+\Delta}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x+9}{x+\Delta}} = e^{-6}$$

۱۰- گزینه «۲»

$$y = e^u \Rightarrow y' = u'e^u, y = e^{\sin x} \Rightarrow y' = \cos x e^{\sin x} \Rightarrow y'(0) = e^0 = 1$$

۱۱- گزینه «۴»

$$f(2x) = 6x + \sin(f(x)) \xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}} 2f'(2x) = 6 + f'(x) \cos(f(x))$$

$$\Rightarrow 2f'(0) = 6 + f'(0) \cos(f(0)) \xrightarrow{f(0)=0} f'(0) = 6$$

۱۲- گزینه «۳»

$$y = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \Delta x - 1$$

بعد از چهار بار مشتق گرفتن جمله‌های دوم و بعد از آن همگی صفر خواهند شد، پس کافیسست مشتق جمله اول را محاسبه کنیم:

$$y' = \frac{4x^3}{4} = x^3 \Rightarrow y'' = 3x^2 \Rightarrow y^{(3)} = 6x \Rightarrow y^{(4)} = 6$$

۱۳- گزینه «۴»

$$\int \sin^2 3x dx = \int \left(\frac{1 - \cos 6x}{2}\right) dx = \frac{1}{2} \int 1 dx - \frac{1}{2} \int \cos 6x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x\right) + c = \frac{x}{2} - \frac{1}{12} \sin 6x + c$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{1 + \sin^2 x} \Rightarrow \sin x = u \Rightarrow \begin{cases} \cos x \, dx = du \\ x=0 \rightarrow u=0, \quad x=\frac{\pi}{2} \rightarrow u=1 \end{cases} \quad \text{۱۴- گزینه «۱»}$$

$$\int_0^1 \frac{du}{1+u^2} = [\text{Arctg}u]_0^1 = \text{Arc tg}(1) - \text{Arc tg}(0) = \frac{\pi}{4}$$

۱۵- گزینه «۲» مشتق زیر رادیکال  $(1-x^2)$  خارج رادیکال موجود می‌باشد لذا داریم:

$$1-x^2 = u \Rightarrow -2x \, dx = du \Rightarrow x \, dx = -\frac{du}{2}, \begin{cases} x=0 \rightarrow u=1 \\ x=1 \rightarrow u=0 \end{cases}; \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} \, dx = \frac{-1}{2} \int_1^0 \sqrt{u} \, du = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{u} \, du = \frac{1}{2} [u^{\frac{3}{2}}]_0^1 = \frac{1}{3}$$

$$I = \int_{-1}^1 \int_0^1 x e^y \, dy \, dx = \int_{-1}^1 [x e^y]_0^1 \, dx = \int_{-1}^1 (e-1)x \, dx = [(e-1)\frac{x^2}{2}]_{-1}^1 = 0 \quad \text{۱۶- گزینه «۱»}$$

$$\int_0^2 \int_{\frac{ry}{2}}^{\frac{r}{2}} [(x^2 + 2xy^2) \, dx] \, dy = \int_0^2 [\frac{x^3}{3} + 2xy^2]_{\frac{ry}{2}}^{\frac{r}{2}} \, dy = \int_0^2 [(9+6y^2) - (\frac{9y^3}{8} + 2 \times \frac{3y}{2} \times y^2)] \, dy \quad \text{۱۷- گزینه «۴»}$$

$$= \int_0^2 [9+6y^2 - \frac{9}{32}y^3 - 3y^3] \, dy = [9y + 2y^3 - \frac{9}{128}y^4 - \frac{3y^4}{4}]_0^2 = 9 \times 2 + 2 \times 2^3 - \frac{9}{32} \times 2^4 - \frac{3 \times 2^4}{4}$$

$$= 34 - \frac{9}{2} - 12 = \frac{68-9-24}{2} = \frac{35}{2}$$

۱۸- گزینه «۲»

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5} = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 + 2^2} = [\frac{1}{2} \text{Arctg}(\frac{x+1}{2})]_1^{\infty} = [\frac{1}{2} \text{Lim}_{b \rightarrow \infty} \text{Arctg} \frac{x+1}{2}]_1^b = \frac{1}{2} \text{Arctg} \infty - \frac{1}{2} \text{Arctg}(1) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{8}$$

$$\text{Arcsin}(\cos \frac{\pi}{3}) = \text{Arcsin}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6} \quad \text{۱۹- گزینه «۴»}$$

$$y = \text{Arctg} x \Rightarrow dy = \frac{1}{1+x^2} dx \Rightarrow dy = \frac{1}{1+(\sqrt{3})^2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{40} \quad \text{۲۰- گزینه «۴»}$$

$$(2 \times 4) + (m)(-2) + 1(-2) = 0 \Rightarrow \boxed{m=3} \quad \text{۲۱- گزینه «۲»}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5 \times 1 - 2 \times 3} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{۲۲- گزینه «۱»}$$

$$\text{۲۳- گزینه «۳» در این مثال } \begin{cases} \Delta = -4 \\ a = 1 \end{cases} \text{ و با توجه به فرمول، برد تابع } \left[ -\frac{4}{4}, \infty \right) \text{ یا } [1, \infty) \text{ می‌باشد.}$$

۲۴- گزینه «۴» توجه شود عبارت درجه دوم مخرج کسر به دلیل اینکه ضریب  $x^2$  مثبت و  $\Delta < 0$  است همواره عبارتی مثبت است، پس علامت کسر را صورت کسر تعیین می‌کند.

$$(x^2 - 3x - 4) < 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) < 0 \Rightarrow -1 < x < 4$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \quad \text{۲۵- گزینه «۴»}$$

۲۶- گزینه «۱»

$$\begin{cases} f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(0)-f(-2)}{0-(-2)} = \frac{-5-7}{2} = -6 & (1) \\ f(x) = 3x^2 - 5 \Rightarrow f'(x) = 6x \Rightarrow f'(c) = 6c & (2) \end{cases} \xrightarrow{2,1} 6c = -6 \Rightarrow c = -1$$



## سؤالات آزمون آزاد ۸۰

## ریاضی

۱- حاصل  $(A-B) \cap (B-A)$  کدام است؟

A - B (۴)

B (۳)

A (۲)

$\phi$  (۱)

۲- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

$D_f = [0, \infty)$  (۴)

$D_f = (-\infty, 0)$  (۳)

$D_f = (0, \infty)$  (۲)

$D_f = (-\infty, \infty)$  (۱)

۳- دوره تناوب  $y = \sin^{2n+1}(x)$  کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$  (۴)

$\pi$  (۳)

$2\pi$  (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

۴- اگر  $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$  باشد،  $f(x)$  کدام است؟

$2x^2$  (۴)

$x^2 - 2$  (۳)

$x^2 + 2$  (۲)

$x - 2$  (۱)

۵- اگر  $f(x) = x^2$  باشد،  $f^{-1}(x+1)$  کدام است؟

$\sqrt{x+1}$  (۴)

$\frac{1}{x^2+1}$  (۳)

$\frac{1}{x+1}$  (۲)

$\frac{1}{x^2}$  (۱)

۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2}{x-1} - \frac{11-x}{x-1})$  کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-∞ (۲)

∞ (۱)

۷- مشتق تابع  $y = x^{3x}$  کدام است؟

$y' = (3x+1)e^{3x-1}$  (۴)

$y' = (3x)e^{3x-1}$  (۳)

$y' = (\ln x + 3x)x^{3x}$  (۲)

$y' = (3 \ln x + 3)x^{3x}$  (۱)

۸- معادله قائم بر منحنی  $y = x^2 - 3x$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  کدام است؟

$y = 3x - 1$  (۴)

$y = x - 3$  (۳)

$y = -x - 1$  (۲)

$y = x + 1$  (۱)

۹- حاصل انتگرال  $I = \int \tan x dx$  کدام است؟

$I = x \ln|x| + c$  (۴)

$I = x + \tan^2 x + c$  (۳)

$I = -\ln|\cos x|$  (۲)

$I = +\ln|\sin x|$  (۱)

۱۰- حاصل انتگرال  $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 2x + 2}{x^4} dx$  کدام است؟

$-\frac{1}{8}$  (۴)

۴ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{5}{8}$  (۱)

۱۱- سطح محصور بین منحنی  $y = x^2 + 3$  و خط  $y = -3x + 1$  کدام است؟

$\frac{16}{3}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

$\frac{10}{3}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

۱۲- جواب معادله دیفرانسیل  $y'' - 4y' + 3y = 0$  کدام است؟

$y = k_1 e^{-x} + k_2 e^{-3x}$  (۴)

$y = k_1 e^x + k_2 e^{3x}$  (۳)

$y = k_1 e^x + k_2 e^{-3x}$  (۲)

$y = e^x (k_1 + k_2 x)$  (۱)

۱۳- پاسخ معادله دیفرانسیل  $y'' + 2y' + y = 0$  کدام است؟

$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^x$  (۲)

$y = e^{-x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$  (۱)

$y = c_1 e^{-x} + c_2$  (۴)

$y = e^{-x} (c_1 + c_2 x)$  (۳)

۱۴- مشتق تابع  $\phi(x, y, z) = xy + x^2 z^2 + xyz$  در نقطه‌ای و  $M(2, 0)$  کدام است؟

$4i - 8k$  (۴)

$6i + 4j$  (۳)

$6i + 2k + 4j$  (۲)

$4i + 6j + 2k$  (۱)

۱۵- یک تابع متناوب در فاصله  $-\pi \leq x \leq \pi$  به صورت  $f(x) = x^2$  تعریف می‌شود. مقدار  $a_0$  و  $b_n$  در بسط فوریه این تابع کدام است؟ (۱) مقدار ثابت و  $b_n$  ضرایب sin هاست.

(۱)  $a_0 = \frac{2\pi^2}{3}$  و  $b_n = 0$  (۲)  $a_0 = \frac{\pi^2}{3}$  و  $b_n = 0$  (۳)  $a_0 = 0$  و  $b_n = \frac{4\pi}{n^2}$  (۴)  $a_0 = 0$  و  $b_n = \frac{-4\pi}{n^2}$

۱۶- حاصل  $z = (1+i\sqrt{3})^9$  کدام است؟

(۱)  $512$  (۲)  $-512$  (۳)  $-256i$  (۴)  $-512i$

۱۷- اگر  $x$  و  $y$  مقادیر حقیقی باشند مقادیر آنها در رابطه  $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$  کدام است؟

(۱)  $x = \frac{5}{11}$ ,  $y = 0$  (۲)  $x = -\frac{4}{11}$ ,  $y = \frac{5}{11}$  (۳)  $x = \frac{3}{5}$ ,  $y = -\frac{3}{2}$  (۴)  $x = 3$ ,  $y = \frac{2}{3}$

۱۸- شعاع همگرایی سری  $S_n = 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\dots+\frac{x^n}{n}$  در ازاء  $x=1$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۹- حاصل انتگرال  $I = \int_0^\pi x \sin x dx$  کدام است؟

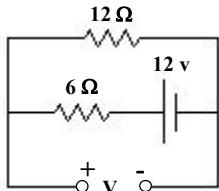
(۱)  $1$  (۲)  $\frac{1}{\pi}$  (۳)  $\pi$  (۴)  $2\pi$

۲۰- دترمینان  $A = \begin{bmatrix} x & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  برابر  $-24$  است. اندازه  $x$  کدام است؟

(۱)  $4$  (۲) صفر (۳)  $2$  (۴)  $-2$

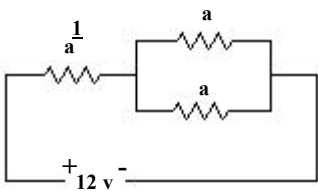
**تحلیل مدارهای الکتریکی**

۲۱- در مدار شکل زیر توان مصرفی در مقاومت  $12 \Omega$  اهمی  $10.8$  وات است. توان مصرفی مقاومت  $6 \Omega$  چند وات است؟



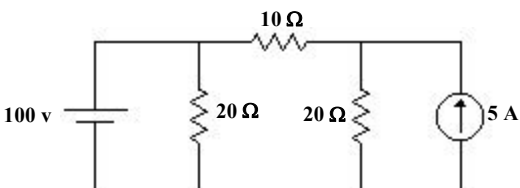
- (۱) ۹۶
- (۲) ۵۲
- (۳) ۲۷
- (۴) ۱۲

۲۲- در مدار شکل داده شده، به ازای چه مقدار  $a$  در مدار حداکثر جریان برقرار می‌شود؟



- (۱)  $0/5$
- (۲)  $1$
- (۳)  $\sqrt{2}$
- (۴)  $2$

۲۳- نسبت توان منبع ولتاژ به توان منبع جریان کدام است؟

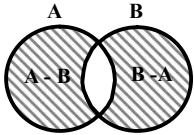


- (۱)  $0/5$
- (۲)  $1$
- (۳)  $4$
- (۴)  $10$



## پاسخنامه آزمون آزاد ۸۰

## ریاضی



۱- گزینه «۱» ملاحظه می‌شود که  $A - B$  با  $B - A$  در هیچ نقطه‌ای اشتراک ندارند.

$$\frac{1}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

۲- گزینه «۲»

۳- گزینه «۴» دوره تناوب توابعی به شکل  $y = \sin^{2n+1} ax$  بصورت  $\frac{2\pi}{|a|}$  و برای این تست  $\frac{2\pi}{3}$  می‌باشد.

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2$$

۴- گزینه «۳»

۵- گزینه «۴» از آنجا که تابع  $f(x) = x^2$  یک به یک نیست پس معکوس‌پذیر نیست لذا  $f^{-1}(x+1)$  موجود نمی‌باشد اما هرگاه تست به ازای  $x > 0$  تعریف شود، آنگاه تابع معکوس‌پذیر است:

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f^{-1}(x+1) = \sqrt{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{x-1} - \frac{11-x}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-9}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = 1$$

۶- گزینه «۴»

۷- گزینه «۱» با توجه به فرمول  $y = U^V \Rightarrow y' = U^V \left[ V' \ln U + \frac{U' \cdot V}{U} \right]$  داریم:

$$\begin{cases} U = x \Rightarrow U' = 1 \\ V = 3x \Rightarrow V' = 3 \end{cases} \Rightarrow y' = x^{3x} \left( 3 \ln x + \frac{3x}{x} \right) = x^{3x} (3 + 3 \ln x)$$

$$\left. \begin{aligned} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = (1)^3 - 3 \times 1 = -2 \\ y' = 3x - 3 \Rightarrow m = y'(1) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - (-2) = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x - 1$$

۸- گزینه «۲»

$$\int \operatorname{tg} x \, dx = \int \frac{\overbrace{\sin x \, dx}^{-du}}{\underbrace{\cos x}_u} = -\operatorname{Ln} u + c = -\operatorname{Ln} |\sin x| + c$$

۹- گزینه «۲»

$$\int_1^2 \frac{x^2 - 2x + 3}{x^4} \, dx = \int_1^2 \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4} \right) \, dx = \int_1^2 (x^{-2} - 2x^{-3} + 3x^{-4}) \, dx$$

۱۰- گزینه «۱»

$$= \left[ -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right]_1^2 = \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) - (-1 + 1 - 1) = \frac{5}{8}$$

$$x^2 + 3 = -3x + 1 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -1, x = -2$$

۱۱- گزینه «۳»

$$S = \left| \int_{-2}^{-1} (-3x + 1 - x^2 - 3) \, dx \right| = \left| \int_{-2}^{-1} (-3x - x^2 - 2) \, dx \right| = \left| \left[ -\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 2x \right]_{-2}^{-1} \right| = \left| \frac{1}{6} \right| = \frac{1}{6}$$

$$\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}} \lambda = 3, \lambda = 1 \Rightarrow y = k_1 e^{-x} + k_2 e^{-3x}$$

۱۲- گزینه «۴»

۱۳- گزینه «۳»  $x^2 + 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow (\lambda - 1)^2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} \lambda = 1 \Rightarrow y = e^{-x}(c_1 + c_2 x)$

۱۴- گزینه «۴»  $\nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} = (y + 2xz^2 + yz) \vec{i} + (x + xz) \vec{j} + (2zx^2 + xy) \vec{k}$  و  $\nabla \varphi(2, 0, -1) = 4\vec{i} - 8\vec{k}$

۱۵- گزینه «۲» چون تابع زوج است لذا تمام  $b_n$  ها برابر صفر خواهند بود و یکی از گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح است.

$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi} x^2 dx = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{3}$

۱۶- گزینه «۲»  $A = 1 + i\sqrt{3} \xrightarrow{\text{مختصات قطبی}} A = 2 \angle 60^\circ \Rightarrow Z = (2 \angle 60^\circ)^9$

$= 2^9 \angle 540^\circ = 2^9 (\cos 540^\circ + i \sin 540^\circ) = 2^9 (\cos 3\pi + i \sin 3\pi) = -2^9 = -512$

۱۷- گزینه «۲»  $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i \Rightarrow x + 2ix + 3y - 5iy = 1 - 3i \Rightarrow (2x - 5y)i + x + 3y = 1 - 3i$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{11} \\ x = -\frac{4}{11} \end{cases}$

۱۸- گزینه «۱» ملاحظه می‌گردد  $a_n = \frac{1}{n}$  می‌باشد:  $\frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \Rightarrow \frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$

۱۹- گزینه «۳» از روش جدول انتگرال جزء به جزء را محاسبه می‌کنیم:

x	sin x
+	
-	-cos x
-	-sin x

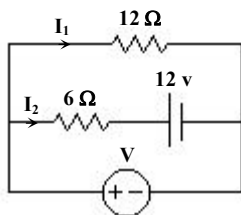
$\Rightarrow I = [-x \cos x + \sin x]_0^{\pi} = -\pi \times \cos \pi = -\pi \times (-1) = \pi$

۲۰- گزینه «۴» چون ماتریس بالا مثلثی می‌باشد حاصل دترمینان آن برابر با حاصلضرب درایه‌های روی قطر اصلی می‌باشد لذا داریم:

$(x)(2)(6) = -24 \Rightarrow x = \frac{-24}{12} \Rightarrow \boxed{x = -2}$

### تحلیل مدارهای الکتریکی

۲۱- گزینه «۱»



$P_{12\Omega} = 12(I_1)^2 \Rightarrow 12I_1^2 = 108 \Rightarrow \boxed{I_1 = 3A} \Rightarrow V = 12I_1 = 36V$

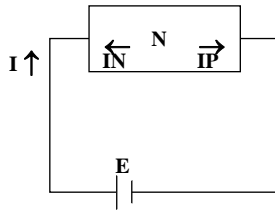
با نوشتن KVL در حلقه پایینی داریم:

$6I_2 + 12 - V = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{36 - 12}{6} = 4A \Rightarrow P = RI^2 = 6(4)^2 = 96W$



الکترونیک

۵۱- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از مدار کدام است؟ ( $I_P$  جریان حامل‌های اقلیت و  $I_N$  جریان حامل‌های اکثریت است.)



- (۱)  $I_N + I_P$
- (۲)  $I_N - I_P$
- (۳)  $I_N$
- (۴)  $I_P$

۵۲- هفت قطعه‌ای Seven Segment از چه عناصری تشکیل شده است؟

- (۲) ۴ عدد LED و ۳ عدد فتودیود
- (۴) هفت عدد LED

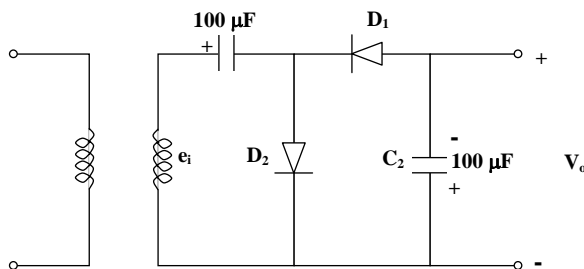
- (۱) هفت عدد مقاومت و دیود
- (۳) هفت عدد دیود نیمه‌هادی معمولی

۵۳- مفهوم PIV در یک دیود چیست؟

- (۲) بیشترین ولتاژی که دیود در جهت مخالف می‌تواند تحمل کند.
- (۴) PIV همان جریان اشباع معکوس است.

- (۱) بیشترین ولتاژی که دیود در جهت موافق تحمل می‌کند.
- (۳) بیشترین جریانی که دیود در جهت موافق می‌تواند عبور دهد.

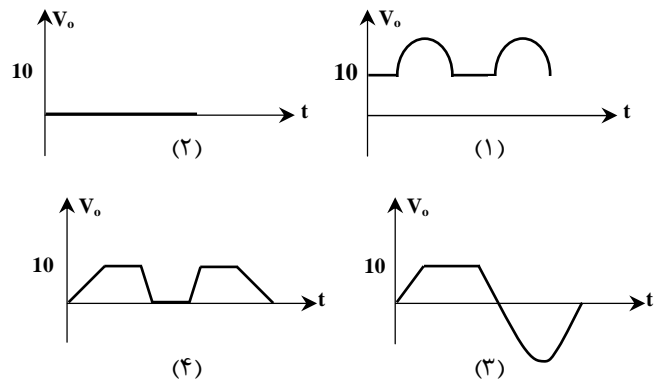
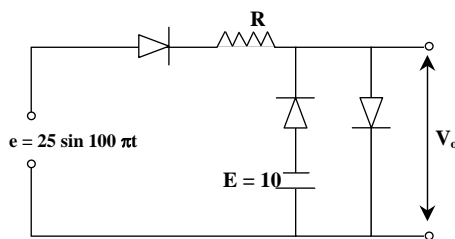
۵۴- ولتاژ خروجی مدار شکل زیر چند ولت است و دیود  $D_1$  مدتی بعد از روشن شدن مدار در چه شرایطی قرار می‌گیرد؟



$e_i = 20 \sin 100 \pi t$

- (۱) ۴۰ - هادی
- (۲) ۲۰ - قطع
- (۳) ۴۰ - قطع
- (۴) ۶۰ - هادی

۵۵- خروجی مدار شکل مقابل کدام است؟



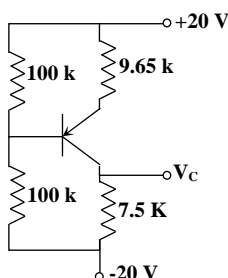
۵۶- کدام رابطه مربوط به جریان موافق دیود است؟

(۱)  $I = I_s e^{V_D / (\eta V_T)}$     (۲)  $I = I_s e^{-V_D / (\eta V_T)}$     (۳)  $I = I_s e^{V_T / (\eta V_D)}$     (۴)  $I = I_s e^{V_D / (\eta V_T)^{-1}}$

۵۷- در صورتی که درجه حرارت یک دیود که در حالت مخالف بایاس شده است، افزایش یابد، چه اثری روی دیود می‌گذارد؟

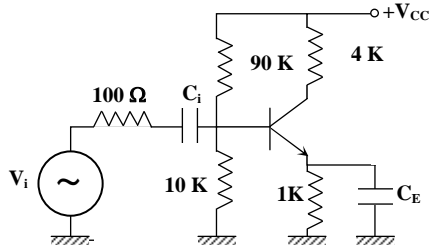
- (۱) مقدار  $\eta$  در دیود دو برابر می‌شود.
  - (۲) هیچ اثری روی دیود ندارد.
  - (۳) حامل‌های اکثریت افزایش می‌یابد.
  - (۴) جریان اشباع معکوس زیاد می‌شود.
- ۵۸- در یک مدار یکسوساز با صافی در صورتی که مقاومت بار زیاد شود چه اثری روی مدار می‌گذارد؟
- (۱) بار کم می‌شود.
  - (۲) ریپل کم می‌شود.
  - (۳) بار زیاد می‌شود.
  - (۴) موارد یک و دو

۵۹- در شکل زیر ولتاژ  $V_C$  چند ولت است؟ فرض کنید  $\beta = 130$  و  $V_{BE} = 0.7V$  باشد.



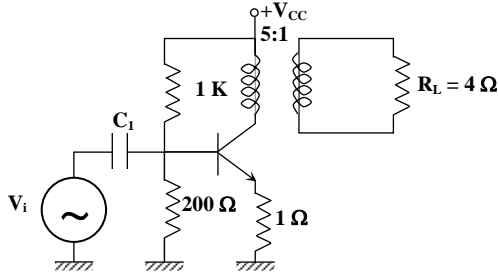
- (۱) ۱۵-
- (۲) ۱۰-
- (۳) ۷/۵-
- (۴) ۵-

۶۰- در مدار شکل زیر اگر فرکانس قطع پایین برابر  $200$  هرتز باشد، ظرفیت خازن  $C_i$  چند میکروفاراد است؟ فرض کنید  $h_{ie} = 1K\Omega$  و  $h_{fe} = 99$  باشد.



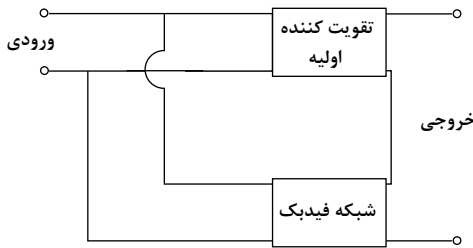
- (۱) ۵۵۶/۰
- (۲) ۶۵۶/۰
- (۳) ۷۹۶/۰
- (۴) ۸۹۶/۰

۶۱- در تقویت کننده کلاس A شکل زیر در صورتی که  $I_B(p-p) = 10mA$  باشد، توان انتقالی  $R_L$  چند وات است؟ فرض کنید  $h_{fe} = 50$  باشد.



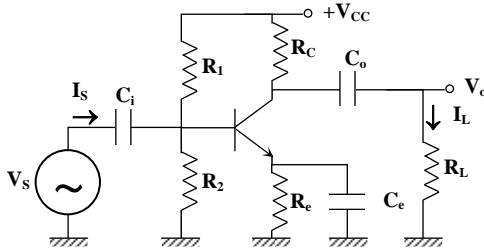
- (۱) ۳
- (۲) ۳/۱۲۵
- (۳) ۳/۲۵۰
- (۴) ۳/۵۰

۶۲- در تقویت کننده شکل زیر، امیدانس‌های ورودی و خروجی مجموعه، نسبت به امیدانس‌های ورودی و خروجی تقویت کننده اولیه به ترتیب عبارتند از:



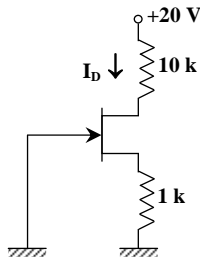
- (۱) کمتر - کمتر
- (۲) کمتر - بیشتر
- (۳) بیشتر - کمتر
- (۴) بیشتر - بیشتر

۶۳- در تقویت کننده شکل زیر با فرض  $|A_V| = \left| \frac{V_o}{V_s} \right| = 220$  و  $h_{ie} = 10k$  و  $h_{fe} = 100$  مقدار بهره جریان  $A_i = \frac{I_L}{I_s}$  کدام است؟



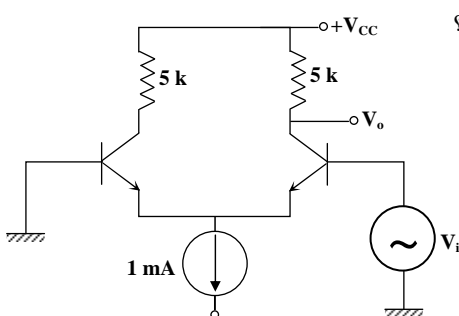
- (۱) -۱۰
- (۲) ۲/۲
- (۳) +۱۰
- (۴) ۲۲

۶۴- در شکل زیر با فرض  $|V_p| = 2V$  و  $I_{DSS} = 4mA$  جریان  $I_D$  چند میلی آمپر است؟



- (۱) ۰/۵
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۱

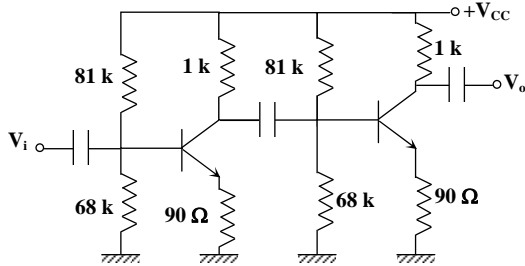
۶۵- در شکل زیر با فرض  $h_{fe} = 400$  و  $h_{ie} = 4K\Omega$  بهره ولتاژ  $AV = \frac{V_o}{V_i}$  کدام است؟



- (۱) +۵۰۰
- (۲) +۲۵۰
- (۳) -۲۵۰
- (۴) -۵۰۰

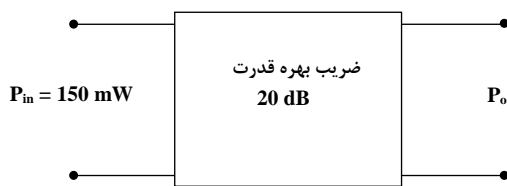


۶۶- در تقویت کننده شکل زیر با فرض  $\beta = 100$ ،  $h_{ie} = 1\text{ k}$  مقدار بهره ولتاژ  $A_v = \frac{V_o}{V_i}$  کدام است؟



- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۲۰۰  
(۳) ۴۰۰  
(۴) ۱۰۰۰

(۳) مقاومت حالت روشن زیاد (۴) همه موارد مذکور



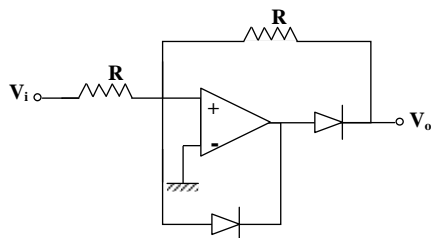
- (۱) ۱۵  
(۲) ۲۵  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۵۰

۶۷- مزیت عمده VMOSFET نسبت به MOSFET کدام است؟

(۱) سرعت سوئیچینگ زیاد (۲) ظرفیت خازنی زیاد

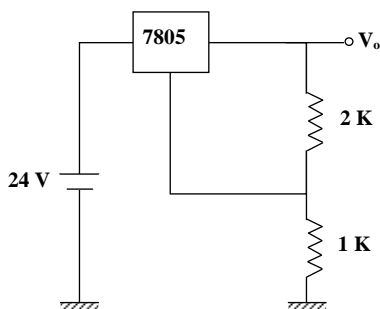
۶۸- در تقویت کننده شکل زیر توان خروجی  $P_o$  چند وات است؟

- (۱) ۱۵  
(۲) ۲۵  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۵۰



۶۹- مدار شکل مقابل چه نام دارد؟

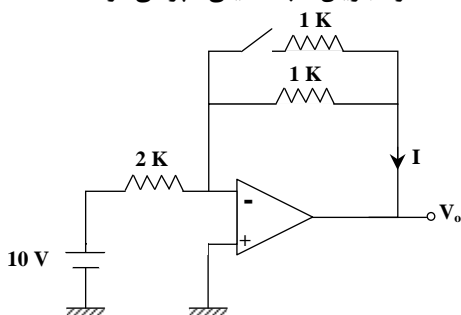
- (۱) یکسو ساز نیم موج  
(۲) یکسو ساز تمام موج  
(۳) تقویت کننده لگاریتمی  
(۴) تقویت کننده آنتی لگاریتمی



۷۰- در شکل زیر ولتاژ خروجی چند ولت است؟

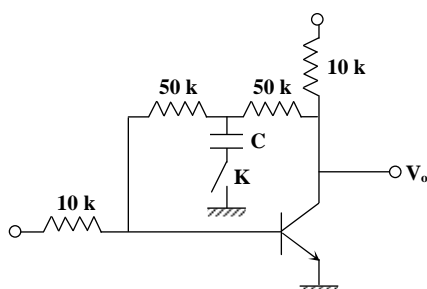
- (۱) ۱/۶  
(۲) ۱۵  
(۳) ۷/۵  
(۴) ۱۰

۷۱- در شکل زیر وقتی که کلید K باز است، جریان I مساوی ۱۰ mA است. اگر کلید بسته شود جریان I چند میلی آمپر می شود؟

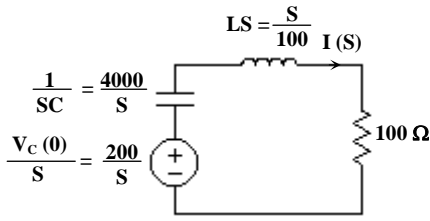


- (۱) ۲/۵  
(۲) ۱۰  
(۳) صفر  
(۴) ۵

۷۲- در شکل زیر با قطع کلید K چه تغییری در بهره ولتاژ به وجود می آید؟ فرض کنید  $g_m = 5\text{ ms}$  و  $\beta = 200$  باشد.



- (۱) افزایش شدید  
(۲) کاهش شدید  
(۳) کاهش کم  
(۴) افزایش کم



۴۴- گزینه «۲» وقتی کلید در وضعیت (۱) قرار دارد آنگاه  $V_C(0) = V_m = 200V$  می باشد. پس از قرار دادن کلید در وضعیت (۲) مدار شکل زیر را خواهیم داشت :

$$I(S) = \frac{\frac{200}{S}}{100 + \frac{4000}{S} + \frac{S}{100}} = \frac{200}{0.01S^2 + 100S + 4000}$$

$$W_r = V_L I_L \cos(\phi - 30^\circ) = 200\sqrt{3} \times \frac{200\sqrt{3}}{20} \times \cos(60 - 30) = 3000W$$

۴۵- گزینه «۱»

۴۶- گزینه «۴» در توالی فاز CBA داریم :

$$V_{AB} = V_L \angle 24^\circ \Rightarrow V_{BA} = -V_L \angle 24^\circ$$

$$V_{BC} = V_L \angle 0^\circ, \quad V_{CA} = V_L \angle 12^\circ \quad \text{و} \quad I_b = \frac{V_{BA}}{20 \angle 0^\circ} + \frac{V_{BC}}{20 \angle 30^\circ}$$

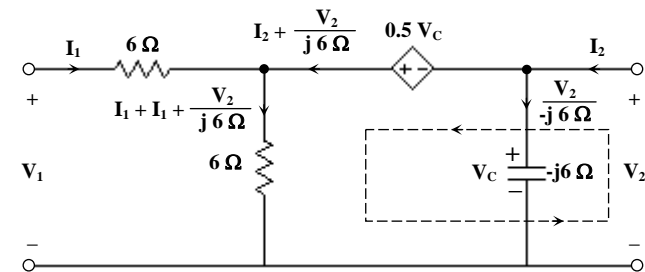
$$I_b = \frac{-400 \angle 24^\circ}{20 \angle 0^\circ} + \frac{400 \angle 0^\circ}{20 \angle 30^\circ} = -20 \angle 24^\circ + 20 \angle -30^\circ = 20\sqrt{2} \angle 15^\circ$$

۴۷- گزینه «۳»

$$V_{rms} = \sqrt{(2)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{10}V$$

۴۸- گزینه «۳»

۴۹- گزینه «۲»



۵۰- گزینه «۴» با نوشتن KVL در حلقه نشان داده شده داریم :

$$V_r = -0.5V_C + 6(I_1 + I_2 + \frac{V_r}{j6})$$

$$\xrightarrow{V_r = V_C} V_r = -0.5V_r + 6I_1 + 6I_2 + \frac{V_r}{j}$$

$$\Rightarrow (1/5 + j)V_r = 6I_1 + 6I_2 \Rightarrow V_r = \frac{6}{1/5 + j}I_1 + \frac{6}{1/5 + j}I_2 \Rightarrow Z_{r1} = \left(\frac{6}{1/5 + j}\right)\Omega$$

الکترونیک

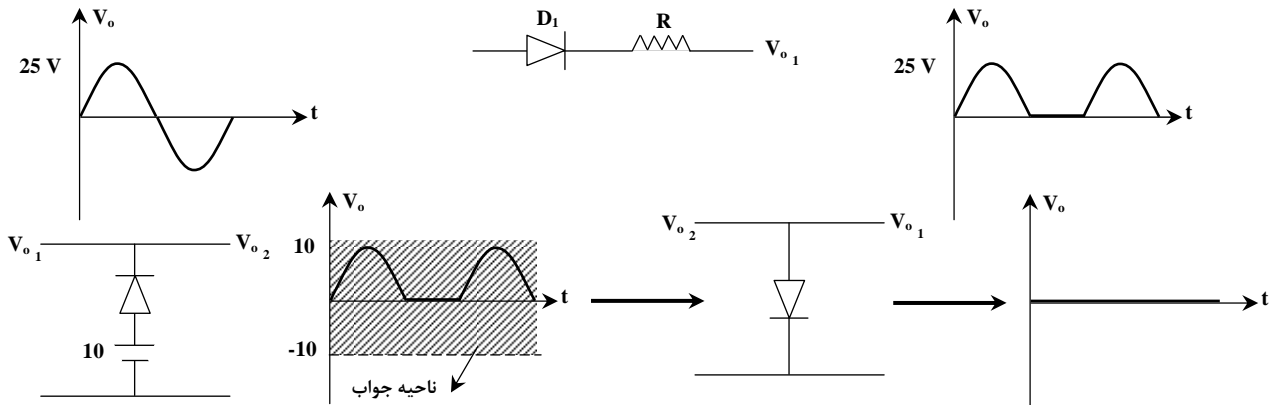
۵۱- گزینه «۱»

۵۲- گزینه «۴»

۵۳- گزینه «۲» PIV ماکزیمم ولتاژی است که دیود در جهت مخالف می تواند تحمل کند.

۵۴- گزینه «۳» مدار مربوطه یک دو برابر کننده می باشد که ولتاژ خروجی آن برابر  $-2V_m$  می باشد.  $V_0 = -2 \times 20 = -40$   $\Rightarrow$  همچنین به علت عدم وجود بار در خروجی و عدم دشارژ خازن ها هیچ کدام از دیودهای  $D_1, D_2$  بعد از گذشت مدتی زمان دیگر روشن نخواهند شد.

۵۵- گزینه «۲» مرحله به مرحله عمل کلیپ را انجام می دهیم.



$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{V_D}{nV_T}}$$

۵۶- گزینه «۱»

$$I_S(T_2) = I_S(T_1) \times 2^{\frac{T_2 - T_1}{10}}$$

۵۷- گزینه «۴» طبق رابطه روبرو افزایش دما  $I_S$  زیاد می شود.

۵۸- گزینه «۴» با افزایش مقاومت بار جریان بار کم شده و  $V_T$  در خروجی نیز کم خواهد شد.

$$V_B = \frac{20 \times 100 - 20 \times 100}{100 + 100} = 0, \quad V_E = V_B + V_{BE} = 0 + 0.7 = +0.7$$

۵۹- گزینه «۴»

$$V_{RE} = 20 - 0.7 = 19.3V \quad I_E = \frac{19.3}{9.6k} = 2mA \Rightarrow V_C = 7.5k \times 2m - 20 = -5V$$

$$f_L = \frac{1}{2\pi R_{th} C_i}$$

۶۰- گزینه «۳»

$$R_{th} = 100 + [90k || 10k || hie] \approx 0.1 + [9k || 1] = 1k \Rightarrow 200 = \frac{1}{2\pi \times 1000 \times C_i} \Rightarrow C_i = 0.796 \mu F$$

$$I_{CQ} = \frac{I_C(P-P)}{2}, \quad V_{CEQ} = V_{CC}$$

۶۱- گزینه «۲» در تقویت کننده کلاس A نقطه کار وسط خط بار می باشد لذا:

$$P_L = I_C(rms) \cdot V_{CE}(rms) = R'_L (I_{Crms})^2, \quad R'_L = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot R_L = \left(\frac{5}{1}\right)^2 \times 4 = 100 \Omega$$

$$I_{Crms} = \frac{I_C(P-P)}{2\sqrt{2}} = \frac{\beta I_b(P-P)}{2\sqrt{2}} = \frac{50 \times 10 \times 10^{-3}}{2\sqrt{2}} = \frac{0.25}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_L = 100 \times \left(\frac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^2 = 3.125W$$

۶۲- گزینه «۲»

$$AI = |AV_S| \times \frac{Z_{in}}{R_L} \quad Z_{in} \cong hie \Rightarrow AI = -|AV_S| \times \frac{Z_{in}}{R_L}$$

۶۳- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

با توجه به جهت  $I_o$  مقدار AI در یک منفی ضرب می شود. با توجه به عدم مشخص بودن  $R_L$  نمی توان AI را محاسبه نمود.

$$V_{GS} = -R_S \times I_D = -I_D$$

۶۴- گزینه «۴»

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 = 4 \times \left(1 - \frac{-I_D}{V_P}\right)^2 \Rightarrow I_D = 4 \times \left(1 - \frac{-I_D}{-2}\right)^2 = \begin{cases} I_{D1} = 4 \Rightarrow V_{GS1} = -4 \\ I_{D2} = 1 \Rightarrow V_{GS2} = -1 \end{cases}$$

$|V_{GS1}| > |V_P|$  است لذا  $V_{GS1}$  غیر قابل قبول است و  $I_D = I_{D2} = 1mA$

سوالات آزمون سراسری ۸۳

ریاضی

۱- برد تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ ، کدام بازه است؟

- (۱)  $[0, 1]$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $[-2, 2]$  (۴)  $R - [-1, 1]$

۲- اگر  $f(x) = x - |x|$ ،  $g(x) = 2^{-x}$  کمترین مقدار تابع  $g \circ f$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{tg} x \cos 3x$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۳ (۴)  $\infty$

۴- تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  مفروض است مقدار  $f^{-1}(6)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳) ۴ (۴) ۹

۵- مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-3} & ; |x| \geq 2 \\ x+3 & ; |x| < 2 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $\{2\}$  (۳)  $\{-2\}$  (۴)  $\{-2, 2\}$

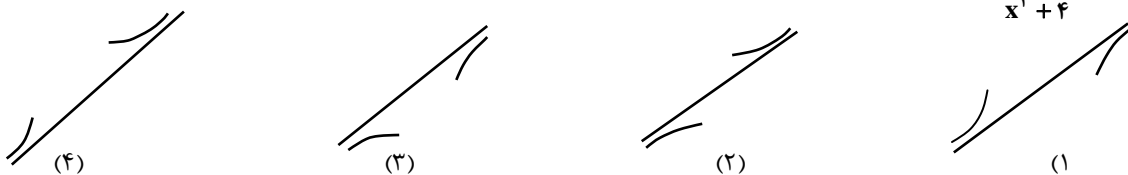
۶- کدام دنباله صعودی و کراندار است؟

- (۱)  $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}$  (۲)  $\left\{ \frac{n}{\sqrt{n-1}} \right\}$  (۳)  $\left\{ \frac{3n+4}{2n+3} \right\}$  (۴)  $\left\{ \frac{5n+4}{4n+3} \right\}$

۷- مجموع سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۸- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$  نسبت به خط مجانب آن کدام وضع را دارد؟



۹- اگر  $f(x) = (2x-1)\sqrt{x+3}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{11}{4}$  (۲)  $\frac{13}{4}$  (۳)  $\frac{15}{4}$  (۴)  $\frac{17}{4}$

۱۰- اندازه مشتق تابع  $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$  به ازای  $x = \frac{3}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۱- ماکسیمم مقدار تابع  $f(x) = -x^2 + 3x^2 - 2$  روی بازه  $[0, \sqrt{3}]$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۲- تابع با ضابطه  $f(x) = x \cos x - \sin x$  روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟

- (۱)  $[-\pi, 0]$  (۲)  $[0, \frac{\pi}{2}]$  (۳)  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$  (۴)  $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$

۱۳- اگر  $F(x) = \int_1^{x^2} \frac{t dt}{1+t^2}$  مقدار مشتق  $F(x)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۱۴- حاصل  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} dx$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2} - 1$  (۳)  $1 + \sqrt{2}$  (۴)  $2 - \sqrt{2}$

۱۵- مساحت محدود به منحنی تابع  $y = \frac{1}{x^2 + 4}$  و محورهای مختصات و خط به معادله  $x = 2$  برابر کدام است؟

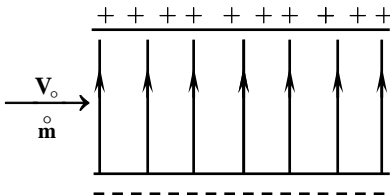
- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{\pi}{8}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

فیزیک

۱۶- فاصله کل بین بارهای مثبت و منفی در یک سکه مسی که بار هسته‌ها  $1/3 \times 10^{25} C$  است و نیروی کولنی بین بارها برابر  $4/5 N$  است، بر حسب متر چقدر است؟ ( $k = 9 \times 10^9$ )

- (۱)  $1/35 \times 10^{25} \times \sqrt{2 \times 10^9}$  (۲)  $1/35 \times 10^{25} \times \sqrt{4/5}$  (۳)  $1/35 \times 10^{25} \times \sqrt{4/5 \times 10^9}$  (۴)  $1/35 \times \sqrt{4/5 \times 10^9}$

۱۷- الکترونی در راستای افق با سرعت  $V_0$  وارد میدان الکتریکی  $E$  می‌شود شتاب وارد بر الکترون  $\frac{Ee}{m}$  است، معادله‌ی حرکت الکترون کدام است؟

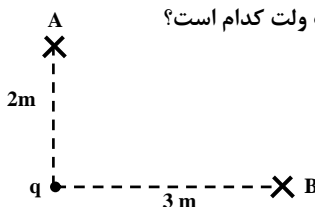


(۱)  $y = V_0 t$  (۲)  $x = \frac{1}{2} (\frac{Ee}{m}) t^2$

(۳)  $y = \frac{1}{2} (\frac{Ee}{m}) t^2$  (۴)  $y = \frac{eE}{2V_0^2} x^2$

۱۸- اندازه شدت میدان الکتریکی در فاصله  $r$  از خط باردار بسیار طویل حامل بار  $q$  و طول  $L$  از کدام رابطه بدست می‌آید؟

- (۱)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{rL}$  (۲)  $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{rL}$  (۳)  $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qL}{r^2}$  (۴)  $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{L^2} r$



۱۹- نقاط  $A$  و  $B$  در دو طرف بار  $q = 2 \mu C$  قرار دارند، اختلاف پتانسیل نقاط  $A$  و  $B$  ( $V_{AB}$ ) بر حسب ولت کدام است؟

- (۱)  $7500$  (۲)  $3000$  (۳)  $4500$  (۴)  $-3000$

۲۰- سیمی به طول  $5 \text{ cm}$  و جرم  $5$  گرم عمود بر میدان مغناطیسی  $4 T$  قرار گرفته است، شدت جریان عبوری از آن چند آمپر باشد تا نیروی الکترومغناطیسی وارد بر آن برابر وزن سیم شود؟ ( $g = 10$ )

- (۱)  $0/25$  (۲)  $0/4$  (۳)  $0/5$  (۴)  $5$

۲۱- انحراف حامل‌های بار الکتریکی هنگام حرکت در یک رسانا به سمت راست تعبیر کدام مورد است؟

- (۱) اثر خود القایی (۲) اثر هال (۳) قانون آمپر (۴) قانون بیوساوار

۲۲- سیمکله دارای  $200$  دور و طول  $3/14 m$  است، اگر جریان  $5 A$  از آن بگذرد بزرگی میدان مغناطیسی در داخل سیمکله چند تسلا است؟

- (۱)  $4 \times 10^{-4}$  (۲)  $6/28 \times 10^{-4}$  (۳)  $16/8$  (۴)  $1000$

پاسخنامه آزمون سراسری ۸۳

ریاضی

$$y = \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow R_f = [-1, 1]$$

۱- گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= x - |x| \\ g(x) &= 2^{-x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{gof}(x) = 2^{|x|-x}$$

۲- گزینه «۴»

کمترین مقدار  $\text{gof}(x)$  زمانی اتفاق می‌افتد که  $|x| - x$  کمترین مقدار خود را داشته باشد لذا داریم:

$$\begin{cases} \text{اگر } x \geq 0 \Rightarrow \text{gof}(x) = 2^{x-x} = 1 \\ \text{اگر } x < 0 \Rightarrow \text{gof}(x) = 2^{-2x} \xrightarrow{x=0} \text{gof} = 2^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Min}\{\text{gof}(x)\} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{tg}x \cos 3x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\cot gx} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-3 \sin 3x}{-(1 + \cot^2 x)} = \frac{-3 \times \sin \frac{3\pi}{2}}{-1} = \frac{(-3) \times (-1)}{-1} = -3$$

۳- گزینه «۱»

۴- گزینه «۳» برای بدست آوردن  $f^{-1}(6)$  می‌توانیم در تابع  $f(x)$  به جای  $f(x)$  عدد ۶ را قرار دهیم مقدار عددی بدست آمده برای  $x$  همان  $6 = x + \sqrt{x} \Rightarrow \boxed{x=4}$  می‌باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 3} & ; x \leq -2 \quad \text{یا} \quad x \geq 2 \\ x + 3 & ; -2 < x < 2 \end{cases}$$

۵- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) = 1$$

تابع در  $x = -2$  پیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

تابع در نقطه  $x = 2$  پیوسته نمی‌باشد.

$$f(x) = \frac{3x+4}{2x+3} \Rightarrow f'(x) = \frac{3(2x+3) - 2(3x+4)}{(2x+3)^2} = \frac{1}{(2x+3)^2} > 0$$

۶- گزینه «۳»

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

۷- گزینه «۲»

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2 \times 1 - 1} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} \right] = \frac{1}{2}$$

سری فوق سری تلسکوپی می‌باشد، لذا داریم:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2+4} = x - \frac{4x}{x^2+4}, \quad g(x) = \frac{4x}{x^2+4}$$

۸- گزینه «۱»

ملاحظه می‌شود که خط  $y = x$  مجانب مایل منحنی می‌باشد، به ازای مقادیر مثبت  $x$  مقدار  $g(x)$  مثبت می‌باشد و در نتیجه تابع  $f$  از  $y = x$  کوچکتر می‌باشد یا بعبارت دیگر وقتی  $x \rightarrow +\infty$  تابع  $f$  زیر خط  $y = x$  می‌باشد و به همین ترتیب در  $x \rightarrow -\infty$  تابع  $f$  بالای خط  $y = x$  واقع است.

۹- گزینه «۴» حد داده شده در واقع تعریف مشتق تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = 1$  می‌باشد:

$$f'(x) = 2\sqrt{x+3} + \left( \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \right) (2x-1) \Rightarrow f'(1) = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$





$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow y' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow y'(\frac{3}{4}) = \frac{4}{5}$$

۱۰- گزینه «۲»

$$f(x) = -x^4 + 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 6x \Rightarrow f''(x) = -12x^2 + 6$$

۱۱- گزینه «۱»

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -4x^3 + 6x = 0 \Rightarrow -2x(2x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$$

نقطه  $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$  متعلق به دامنه تابع نیست و به ازای  $x = 0$ ,  $f''(0) = 6 > 0$  و با توجه به قضیه آزمون مشتق دوم نتیجه می‌گیریم نقطه به طول

$x = 0$  طول نقطه مینیمم تابع می‌باشد. پس کفیت مقدار تابع را به ازای  $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$  و  $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$  محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} f(\sqrt{\frac{3}{2}}) = -9 + 9 - 2 = -2 \\ f(-\sqrt{\frac{3}{2}}) = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} - 2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{Max}\{f\} = \frac{1}{4}$$

روش دوم: تابع  $f(x)$  را به صورت مقابل می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{1}{4} - (x^2 - \frac{3}{2})^2$$

ماکسیمم  $f$  زمانی اتفاق می‌افتد که هیچ مقداری از  $\frac{1}{4}$  کسر نشود.

$$(x^2 - \frac{3}{2})^2 = 0 \Rightarrow \text{Max}\{f\} = \frac{1}{4}$$

۱۲- گزینه «۴»

$$f'(x) = \cos x - x \sin x - \cos x = -x \sin x$$

با توجه به اینکه باید  $f'(x) \geq 0$  باشد و برای این منظور  $x \sin x \leq 0$  لذا تابع در بازه  $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$  اکیداً صعودی می‌باشد.

$$F(x) = \int_1^{x^2} \frac{tdt}{1+t^2} \Rightarrow F'(x) = 2x \left( \frac{x^2}{1+x^2} \right) \Rightarrow F'(\sqrt{2}) = \frac{2(\sqrt{2})^3}{1+(\sqrt{2})^2} = \frac{4}{5}$$

۱۳- گزینه «۳»

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sqrt{2}(\sin x + \cos x)} dx = \frac{2}{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)} dx \Rightarrow$$

۱۴- گزینه «۴»

$$I = \frac{2}{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx = \frac{2}{\sqrt{2}} [\sin x + \cos x]_0^{\frac{\pi}{4}} = 2 - \sqrt{2}$$

$$S = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4} = \left[ \frac{1}{2} \text{Arctg} \frac{x}{2} \right]_0^2 = \frac{\pi}{4}$$

۱۵- گزینه «۳»

### فیزیک

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2} \xrightarrow{q_1=q_2=q} r^2 = q^2 \times \frac{K}{F} \Rightarrow r = q\sqrt{\frac{K}{F}} \Rightarrow r = 1/3 \times 10^5 \times \sqrt{\frac{9 \times 10^9}{4/5}} = 1/3 \times 10^5 \times \sqrt{2 \times 10^9}$$

۱۶- گزینه «۱»

$$y = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{a = \frac{eE}{m}} y = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m} t^2$$

۱۷- گزینه «۳»

توضیح: البته معمولاً معادله مسیر بر حسب زمان بیان نمی‌شود اگر در گزینه (۴)  $m$  را طراح محترم در مخرج کسر قرار می‌داد آنگاه گزینه (۴) جواب قشنگ‌تری بود. جهت میدان الکتریکی در شکل به اشتباه به سمت بالا است که درست آن از بالا به پایین می‌باشد.

سوالات آزمون سراسری ۹۱

ریاضی

۱- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sin^{-1}(\log x)$ ، کدام بازه است؟

- (۱)  $(0, 2]$  (۲)  $(2, +\infty)$  (۳)  $[1, 2]$  (۴)  $[\frac{1}{2}, 2]$

۲- مشتق مرتبه دوم تابع  $y = (x-1)^2 \frac{\sqrt{3x+1}}{2x+1}$  به ازای  $x=1$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۳- حد دنباله‌ی  $a_n = (\frac{n+2}{n-1})^{n+5}$ ، وقتی  $n \rightarrow \infty$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $e^2$  (۳)  $e^3$  (۴)  $e^4$

۴- عرض نقطه‌ی مینیمم تابع  $f(x) = x \ln x$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{e}$  (۳)  $\frac{1}{e}$  (۴)  $e$

۵- فاصله، نقطه‌ی  $A(-2, 1)$ ، از خط مجانب مایل نمودار تابع  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 4x}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{5}$  (۴) ۳

۶- در نقطه‌ای با کدام طول، خط مماس بر منحنی  $\sqrt{y} + x\sqrt{xy} = 6x$ ، موازی محور  $x$  ها است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷- کمترین مقدار تابع  $z = x^2 + y^2 - xy$ ، با شرط  $2x + y = 14$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۸- اگر  $i = \sqrt{-1}$  باشد، حاصل  $(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)^3$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{3}$

۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$  ماتریس  $X$  از رابطه‌ی  $X.A = A^t$ ، کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -14 & 11 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 14 & -11 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 14 & -11 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -11 & 14 \end{bmatrix}$

۱۰- حاصل  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \sin x dx$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{16}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۱- ضابطه‌ی معکوس تابع  $f(x) = \frac{2x-5}{x+1}$ ، چگونه است؟

- (۱)  $\frac{2-x}{x+5}$  (۲)  $\frac{x+5}{2-x}$  (۳)  $\frac{x+1}{2x-5}$  (۴)  $\frac{2x+1}{x-5}$

۱۲- به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه،  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{1-\sqrt{x}} & ; x > 1 \\ ax - a - 2 & ; x \leq 1 \end{cases}$ ، بر روی  $R$  پیوسته است؟

- (۱) هیچ مقدار  $a$  (۲) فقط  $a=1$  (۳) هر مقدار  $a$  (۴) فقط  $a=2$



پاسخنامه آزمون سراسری ۹۱

ریاضی

۱- گزینه «۴» عبارت مقابل آرک سینوس بین  $-1$  و  $+1$  می باشد، بنابراین:  $-1 \leq \log_2 x \leq 1 \Rightarrow 2^{-1} \leq x \leq 2^1 \Rightarrow$  دامنه  $= [\frac{1}{2}, 2]$

۲- گزینه «۲» عامل  $(x-1)^2$  به ازای  $x=1$  برابر صفر می شود. از عامل صفرکننده دو بار مشتق می گیریم و در بقیه عبارت ضرب می کنیم.

$$(x-1)^2 \xrightarrow{\text{مشتق}} 2(x-1) \xrightarrow{\text{مشتق}} 2$$

$$y'' = 2 \times \frac{\sqrt{3x+1}}{2x+1} \Big|_{x=1} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

۳- گزینه «۳» حد به صورت مبهم  $1^\infty$  است. از هم ارزی  $u^v \sim e^{v(u-1)}$  استفاده می کنیم.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-1}\right)^{n+5} = 1^\infty \sim \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n+5)\left(\frac{n+2}{n-1}-1\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n+5)\left(\frac{n+2-n+1}{n-1}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{2n+15}{n-1}} = e^3$$

۴- گزینه «۲» برای محاسبه نقاط اکسترمم مشتق را مساوی صفر قرار می دهیم.  $y = x \ln x \Rightarrow y' = \ln x + 1 = 0 \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1}$ .  
به ازای  $x = e^{-1}$ ، عرض تابع برابر  $y = e^{-1} \ln e^{-1} = \frac{-1}{e}$  به دست می آید.

۵- گزینه «۳» ابتدا مجانب مایل نمودار تابع را به دست می آوریم.

$$y = x - |x+2| \begin{cases} \xrightarrow{+\infty} y = -2 & \text{مجانب افقی} \\ \xrightarrow{-\infty} y = 2x+2 & \text{مجانب مایل} \end{cases}$$

فاصله نقطه  $A(-3, 1)$  از خط  $y = 2x + 2$  برابر است با:

$$\text{فاصله} = \frac{|1+6-2|}{\sqrt{1+4}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

یادآوری: وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$ ، عبارت  $\sqrt{ax^2 + bx + c}$  هم ارز  $\left| \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| \right|$  می باشد که برای به دست آوردن مجانب افقی و مایل نیز می توان از این رابطه استفاده کرد.

۶- گزینه «۲» برای این که خط مماس موازی محور  $x$  ها باشد، لازم است  $\frac{dy}{dx} = 0$  باشد.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{xy} - 6}{\frac{1}{2\sqrt{y}} + x\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}\sqrt{xy} = 6 \Rightarrow xy^2 = 16$

از معادله اخیر و معادله اصلی منحنی نتیجه می شود:  $y = 4, x = 1$ .

۷- گزینه «۴» از شرط، نتیجه می شود:  $y = 14 - 2x$ ، با جایگزینی  $y$  بر حسب  $x$  در تابع، نتیجه می شود:

$$z = x^2 + (14-2x)^2 - x(14-2x) = 7x^2 - 70x + 196$$

$$\frac{dz}{dx} = 14x - 70 = 0 \Rightarrow x = 5, y = 4 \Rightarrow z = 21$$