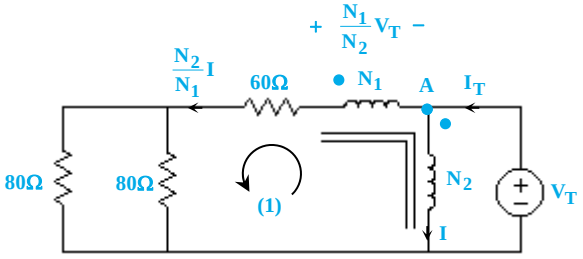
پاسخنامه فصل پنجم

۱ـ گزینه «۱» زمانی حداکثر توان به مقاومت R_L انتقال پیدا می‌کند که مقاومت بار برابر مقاومت تونن دیده شده از دو سرش باشد. بنابراین با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T در دو سر بار مقاومت تونن را به‌دست می‌آوریم:



با اعمال KVL در حلقه‌ی (۱) و KCL در گره A داریم:

$$KCL\ A: I_T = I + \frac{N_2}{N_1} I = (\frac{N_1+N_2}{N_1})I \qquad (1)$$

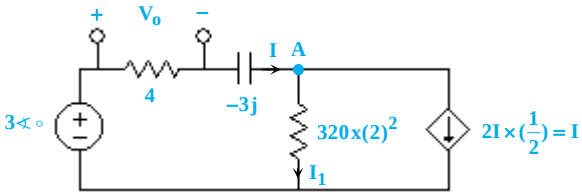
$$KVL\ (1): -V_T - \frac{N_1}{N_2}V_T + (60+80 \,||\, 80)\frac{N_2}{N_1} I \Rightarrow -V_T(\frac{N_1+N_2}{N_2}) + 100\frac{N_2}{N_1} I = 0 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} V_T(\frac{N_1+N_2}{N_2}) = 100\frac{N_2}{N_1}\times\frac{N_1}{N_1+N_2} I_T \Rightarrow V_T = 100(\frac{N_2}{N_1+N_2})^2 I_T$$

بنابراین:

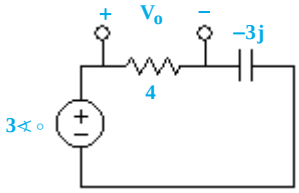
$$R_{th} = 100(\frac{N_2}{N_1+N_2})^2 = 16 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1+N_2} = 0/4 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 0/66$$

۲ـ گزینه «۲» ابتدا المان‌های موجود در سمت راست ترانس را به سمت چپ انتقال داده و سپس مقدار V_o را تعیین می‌کنیم:



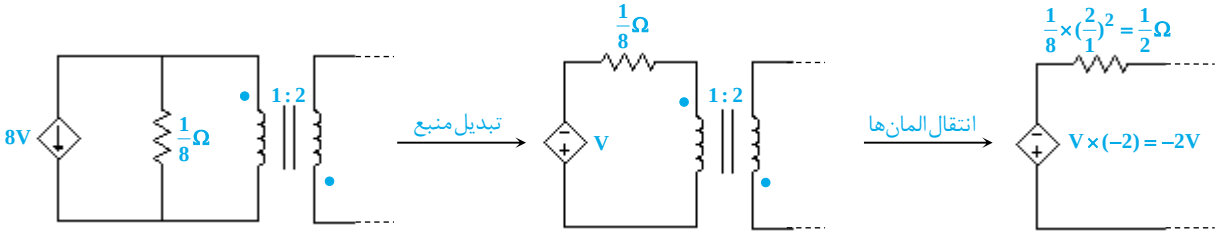
$$KCL\ \ A: I = I + I_1 \Rightarrow I_1 = 0$$

بنابراین مدار به صورت زیر به دست می‌آید:

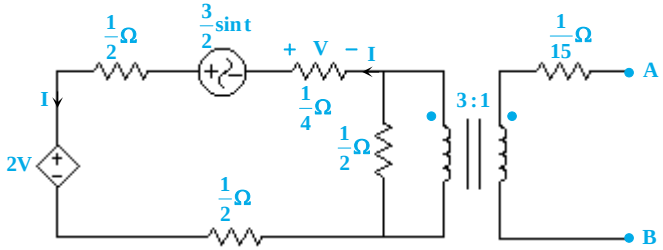


$$\Rightarrow V_o = \frac{4}{4-3j}\times 3\angle 0° = 2/4\angle 36.9°\ v$$

۳ـ گزینه «۴» ابتدا منبع جریان وابسته را به همراه مقاومت موازی آن، به منبع ولتاژ معادلش تبدیل نموده و سپس آن را به سمت راست ترانسفورماتور سمت چپ مدار انتقال می‌دهیم:



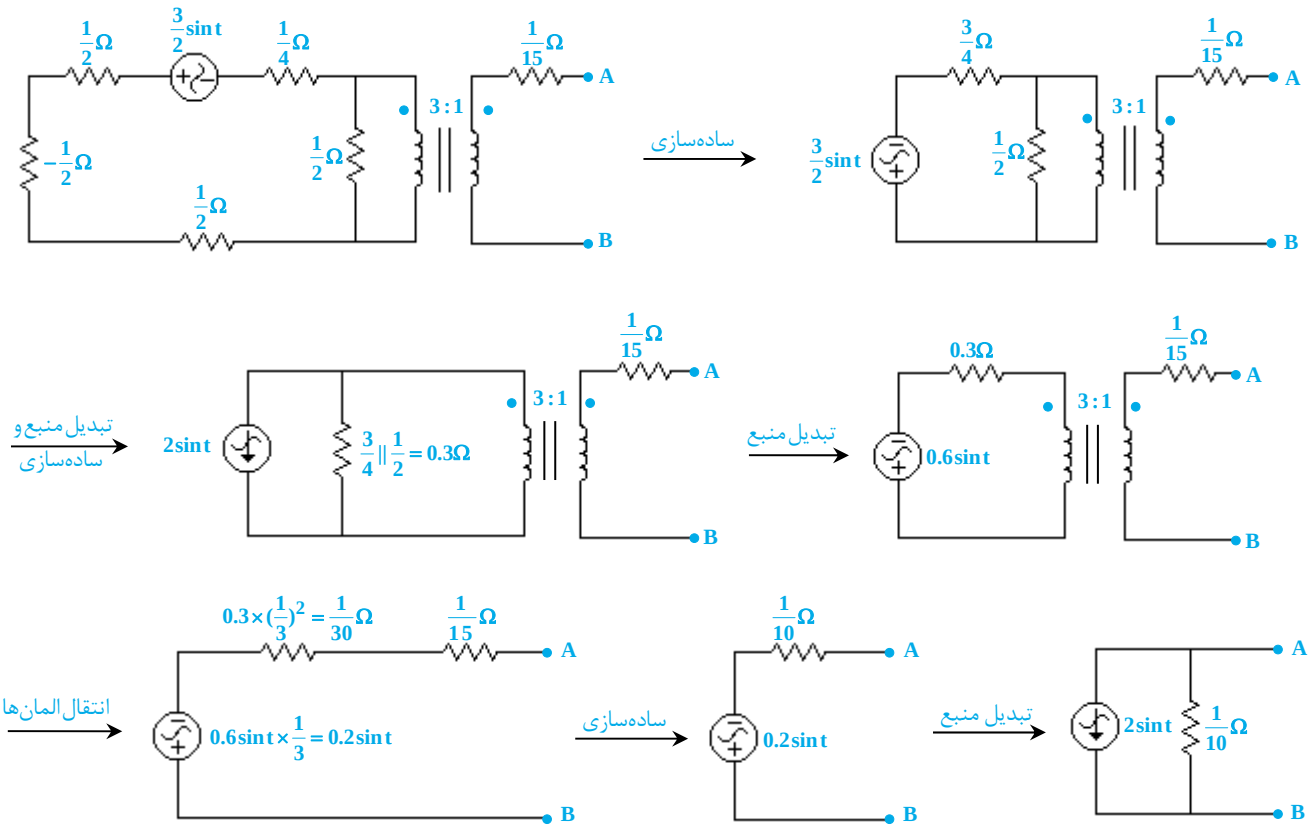
لذا مدار به شکل زیر درمی‌آید:



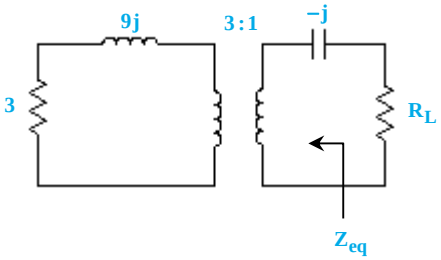
در این مدار می‌توان منبع ولتاژ وابسته را با مقاومت R جایگزین نمود:

$$I = -\frac{V}{\frac{1}{4}} = -4V \quad , \quad R = \frac{2V}{I} = \frac{2V}{-4V} = -\frac{1}{2}\Omega$$

حال با جایگزینی R به جای منبع وابسته، مدار را ساده می‌کنیم:



۴ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی دائمی سینوسی می‌بریم. سپس با به دست آوردن امپدانس تونن دیده شده از دو سر مقاومت R_L، مقدار آن را برای جذب توان ماکزیمم به دست می‌آوریم:

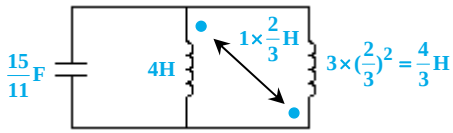


$$\Rightarrow \quad Z_{eq} = -j + (3+9j)\times(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3}$$

برای جذب توان ماکزیمم:

$$R_L = |Z_{eq}| = \frac{1}{3}\Omega$$

۵ـ گزینه «۱» ابتدا المان سمت ثانویه ترانس را به اولیه انتقال می‌دهیم:



اندوکتانس معادل دو سلف موازی با تزویج متقابل که دارای سر نقطه‌دار یکسان نیستند، به صورت روبه‌رو می‌باشد:

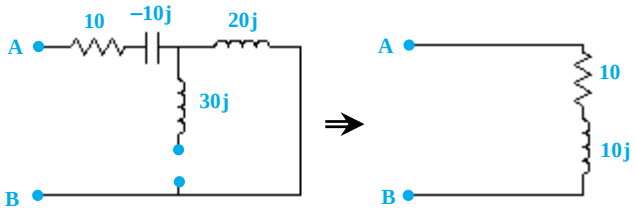
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

بنابراین داریم:

$$L_{eq} = \frac{4\times\frac{4}{3} - (\frac{2}{3})^2}{4+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}} = \frac{11}{15}H$$

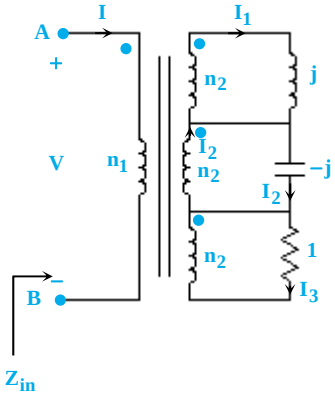
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1\frac{rad}{sec}$$

۶ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



$$\Rightarrow \quad PF = \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad PF = 0/707$$

۷ـ گزینه «۳» ابتدا جریان عبوری از سیم‌پیچی‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$I_1 = \frac{\frac{n_2}{n_1}V}{j} = -0/5jV$$

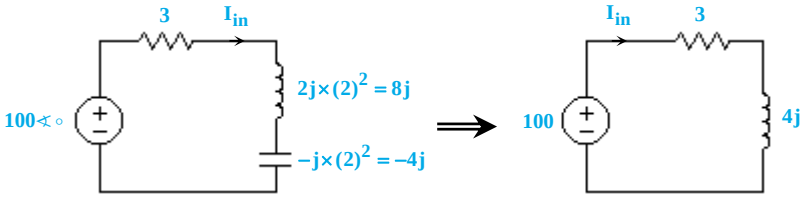
$$I_2 = \frac{\frac{n_2}{n_1}V}{-j} = 0/5jV$$

$$I_3 = \frac{n_2}{n_1}V = 0/5V$$

از طرفی با نوشتن قانون آمپر داریم:

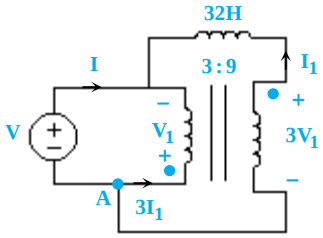
$$n_1 I = n_2 I_1 + n_2 I_2 + n_2 I_3 = n_2(I_1 + I_2 + I_3) \quad \Rightarrow \quad 4I = 2\times(0/5j - 0/5j + 0/5)V \quad \Rightarrow \quad V = 4I \quad \Rightarrow \quad Z_{in} = 4\Omega$$

۸ـ گزینه «۴» ابتدا امپدانس‌های موجود در ثانویه‌ی دو ترانس را به سمت اولیه انتقال می‌دهیم:



$$\Rightarrow \quad I_{in} = \frac{100}{3+4j} = 12 - 16jA$$

۹ـ گزینه «۱» ابتدا اندوکتانس‌های معادل دیده شده از دو سر خازن را به دست می‌آوریم:



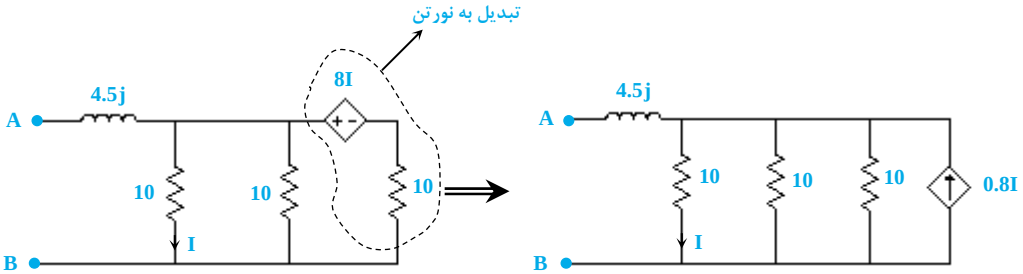
$$KCL\ A: I + 3I_1 + I_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = -\frac{I}{4}$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی خارجی}): -V - 32\frac{dI_1}{dt} + 3V_1 = 0 \xrightarrow[I_1 = -\frac{I}{4}]{V_1 = -V} -4V - 32\frac{d}{dt}(-\frac{I}{4}) = 0 \quad \Rightarrow \quad 4V = \frac{8dt}{dt} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{2dt}{dt} \quad \Rightarrow \quad L_{eq} = 2H$$

بنابراین فرکانس رزونانس به صورت روبه‌رو می‌باشد:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{4\pi}Hz$$

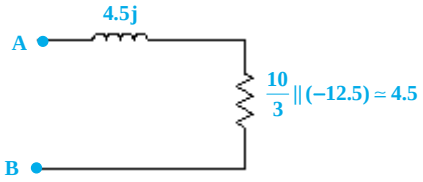
۱۰ـ گزینه «۴» ابتدا تمام المان‌ها را به سمت اولیه‌ی ترانس انتقال می‌دهیم:



حال مقاومت معادل منبع جریان وابسته را به دست می‌آوریم:

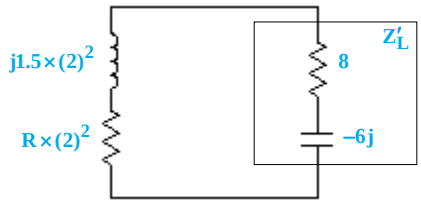
$$R_{\text{منبع وابسته}} = \frac{10I}{-0/8I} = -12/5\Omega$$

بنابراین داریم:



$$\Rightarrow \quad PF = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{4/5}{4/5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0/707$$

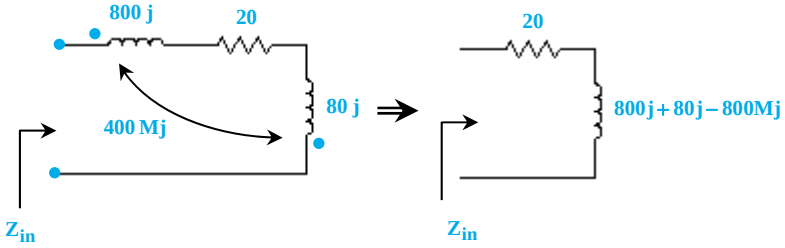
۱۱ـ گزینه «۱» ابتدا منبع ولتاژ را بی‌اثر کرده و سپس با نسبت تبدیل $(\frac{100+100}{100})^2$ امپدانس‌های سمت اولیه‌ی اتوترانسفورمر را به سمت ثانویه‌ی آن انتقال می‌دهیم.



برای انتقال توان ماکزیمم به بار Z_L داریم:

$$Z'_L = Z^*_{th} \quad \Rightarrow \quad 8-6j = (4R+6j)^* \quad \Rightarrow \quad R = 2\Omega$$

۱۲ـ گزینه «۳» از آنجا که هر دو سلف L_1 و L_2 روی یک هسته پیچیده شده‌اند، بنابراین حتماً دارای تزویج متقابل می‌باشند. از طرفی شار تولیدی دو سیم‌پیچی در خلاف جهت هم می‌باشد. بنابراین مدار معادل شکل داده شده به صورت روبه‌رو می‌باشد.



بنابراین:

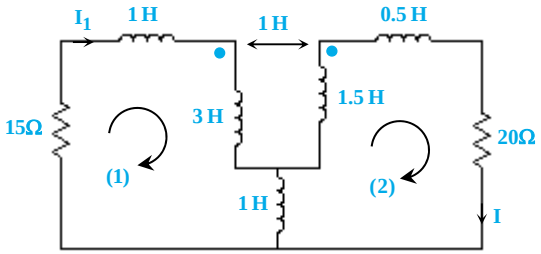
$$Z_{in} = 20 + (880 - 800M)j \quad \Rightarrow$$

پس گزینه‌ی (۳) پاسخ صحیح است.

حال با توجه به اینکه قسمت موهومی در گزینه‌ی ۳ برابر ۷۰۰ می‌باشد، می‌توانیم مقدار M را نیز محاسبه کنیم:

$$880 - 800M = 700 \quad \Rightarrow \quad M = 0/225H$$

۱۳ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در دو حلقه‌ی مدار داریم:



$$KVL(1): 15I_1 + \frac{dI_1}{dt} + \frac{3dI_1}{dt} - \frac{dI}{dt} + \frac{d}{dt}(I_1 - I) = 0 \quad \Rightarrow \quad 15I_1 + 5\frac{dI_1}{dt} = \frac{2dI}{dt}$$

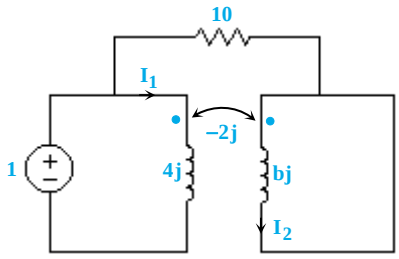
$$\Rightarrow \quad I_1 = \frac{2DI}{5D+15} \qquad (1)$$

$$KVL(2): 0/5\frac{dI}{dt} + 20I + \frac{d}{dt}(I - I_1) + 1/5\frac{dI}{dt} - \frac{dI_1}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad 20I + 3\frac{dI}{dt} = \frac{2dI_1}{dt} \quad \Rightarrow \quad (20+3D)I = 2DI_1 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \quad I = \frac{2D}{20+3D} \times \frac{2DI}{5D+15}$$

$$(15D^2 + 145D + 300)I = 4D^2I \quad \Rightarrow \quad 11\frac{d^2I}{dt^2} + 145\frac{dI}{dt} + 300I = 0$$

۱۴ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم (شکل روبه‌رو). با دقت در حلقه‌ی سمت راست مشاهده می‌شود که هیچ جریانی از مقاومت ۱۰ اهمی عبور نمی‌کند. پس در حلقه‌ی سمت چپ جریان I_1 از منبع نیز عبور می‌کند:

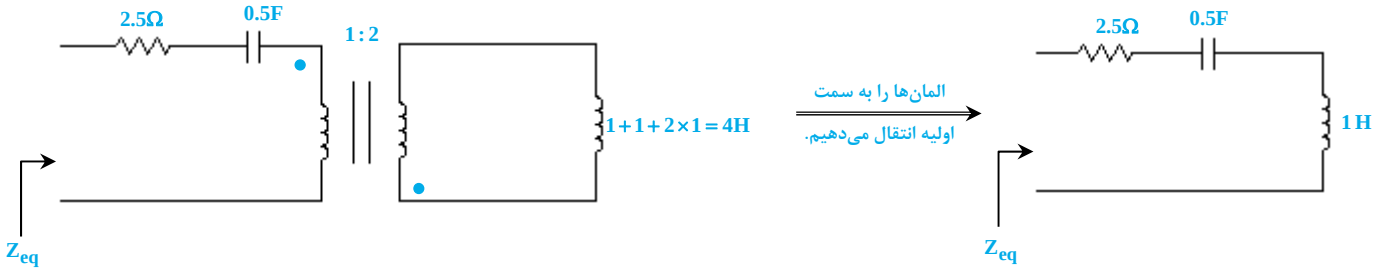


KVL در (حلقه‌ی چپ): $-1+4jI_1-2jI_2=0 \quad (1)$

KVL در (حلقه‌ی راست): $6jI_2-2jI_1=0 \quad (2)$

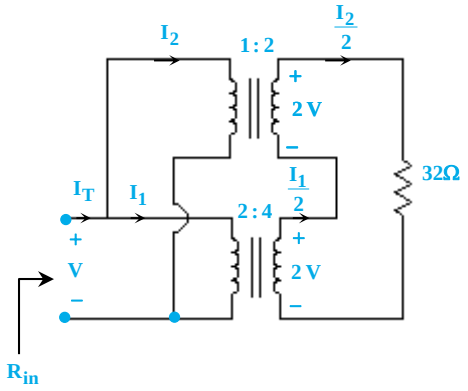
$$\xrightarrow{(1),(2)} -1+4jI_1-2j\left(\frac{I_1}{3}\right)=0 \Rightarrow \frac{10}{3}jI_1=1 \Rightarrow I_1=-0/3jA$$

۱۵ـ گزینه «۳» برای حداکثر شدن توان جذب شده توسط شبکه‌ی N، Z_N باید برابر مزدوج امپدانس دیده شده از دو سرش باشد. بنابراین:



$$Z_{eq}=2/5-\frac{2}{\omega}j+\omega j \xrightarrow{\omega=1} Z_{eq}=2/5-j\Omega \Rightarrow Z_N=Z_{eq}^*=2/5+j\Omega$$

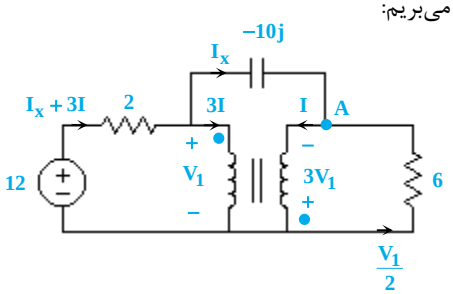
۱۶ـ گزینه «۲» با توجه به شکل مدار مشاهده می‌شود که اولیه‌ی ترانس‌ها با هم موازی و ثانویه ترانس با هم سری شده‌اند. بنابراین داریم:



$$\frac{I_1}{2}=\frac{I_2}{2} \Rightarrow I_1=I_2 \Rightarrow I_T=2I_1$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی خروجی)}: 4V=\frac{I_1}{2}\times 32=16I_1 \Rightarrow V=4I_1=2I_T \Rightarrow R_{in}=2\Omega$$

۱۷ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



با اعمال KCL در گره A و همچنین اعمال KVL در حلقه‌ی ورودی و حلقه‌ی بیرونی داریم:

$$\text{KCL(A)}: I_x+\frac{V_1}{2}=I \quad (1)$$

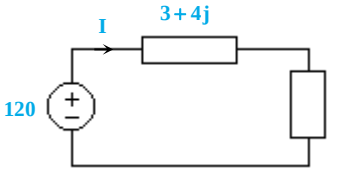
$$\text{KVL (حلقه‌ی ورودی)}: V_1=12-2\times(I_x+3I) \Rightarrow 2I_x+6I+V_1=12 \quad (2)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}: -12+2\times(I_x+3I)-10jI_x-3V_1=0 \Rightarrow I_x(2-10j)+6I-3V_1=12 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} I=1/5 \\ V_1=3-2I_x \end{cases} \Rightarrow I_x(2-10j)+9-9+6I_x=12$$

$$I_x=\frac{12}{8-10j} \Rightarrow I_x=0/93\angle 51/3^\circ A \Rightarrow I_x(t)=0/93\cos(2t+51/3^\circ)A$$

۱۸ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه محاسبه‌ی توان در دو سمت ترانس با هم یکسان است، بنابراین Z_S را به سمت اولیه انتقال می‌دهیم:

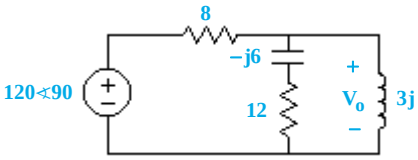


$$I_{rms}=\frac{120}{8+2j}\Rightarrow |I_{rms}|=14/55A$$

از طرفی می‌دانیم توان متوسط Z_S همان توان تلف شده توسط مقاومت می‌باشد، بنابراین داریم:

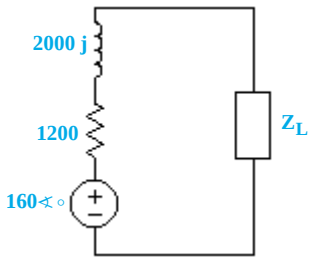
$$P_{avg}=R'_S I_{rms}^2=5\times(14/55)^2\simeq 1059w$$

۱۹ـ گزینه «۳» ابتدا المان‌های موجود در سمت اولیه‌ی ترانسفورمر را به سمت ثانویه انتقال می‌دهیم، حال با اعمال تقسیم ولتاژ، مقدار مؤثر V_o را محاسبه می‌کنیم:



$$V_o=\frac{3j\,||\,(12-6j)}{3j\,||\,(12-6j)+8}\times 120\angle 90^\circ\Rightarrow |V_o(rms)|=42/12v$$

۲۰ـ گزینه «۱» ابتدا تمام المان‌ها را به سمت ثانویه‌ی اتوترانسفورمر انتقال می‌دهیم:



$$(a=\frac{N_1+N_2}{N_2}=\frac{800}{200}=4)$$

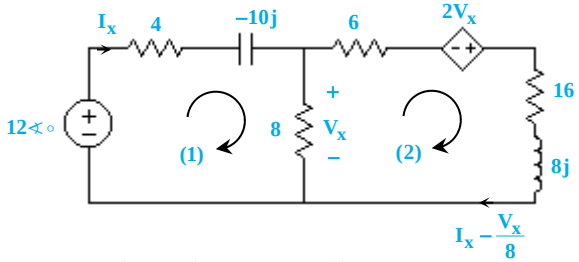
برای انتقال توان ماکزیمم داریم:

$$Z_L=Z_{th}^*=1200-2000\,j=(1/2-2j)\,k\Omega$$

بنابراین توان ماکزیمم برابر است با:

$$P_{L\,max}=\frac{V_{rms}^2}{4\,Re[Z_L]}=\frac{(160)^2}{4\times 1200}=5/3w$$

۲۱ـ گزینه «۴» با انتقال المان‌های مدار به بخش میانی داریم:



با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

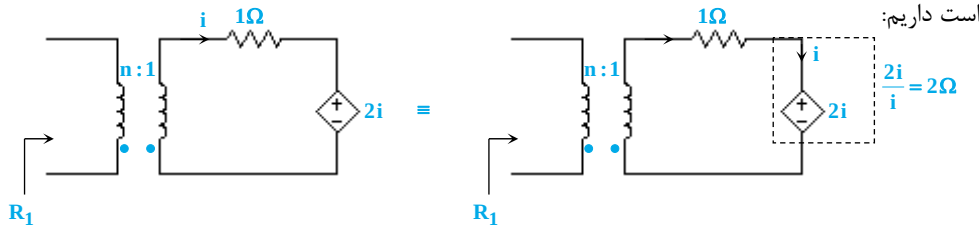
$$KVL(1):-12+(4-10j)I_x+V_x=0\Rightarrow V_x+(4-10j)I_x=12\qquad(1)$$

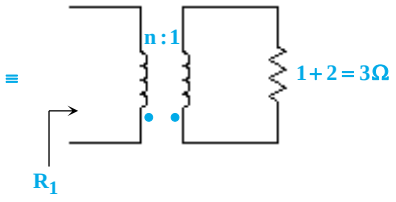
$$KVL(2):-V_x+(22+8j)(I_x-\frac{V_x}{8})-2V_x=0\Rightarrow (5/75+j)V_x=(22+8j)I_x\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\ \frac{(22+8j)}{(5/75+j)}I_x+(4-10j)I_x=12\Rightarrow |I_x|=0/98\simeq 1A$$

۲۲ـ گزینه «۱» در این گونه سؤالات که حداکثر توان در یک مقاومت مصرف می‌شود، باید مقاومت دیده شده از دو سر آن مقاومت را با مقدار آن مقاومت، مساوی قرار داد. بنابراین باید مقاومت دیده شده از دو سر $R=6\Omega$ را به دست آورد و برابر با 6Ω قرار داد.

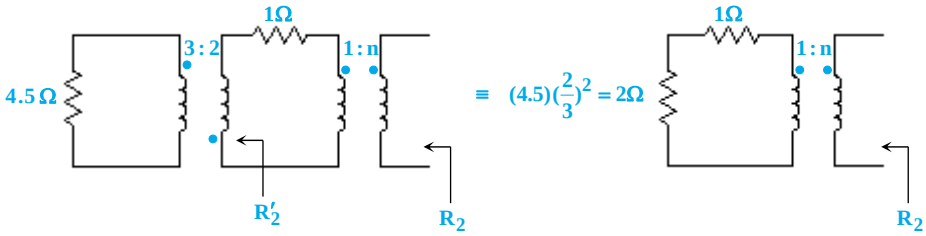
همان‌طور که مشخص است، مدار در سمت چپ و راست نیاز به ساده‌سازی دارد و برای این مهم باید امپدانس‌های طرفین ترانس‌ها را به یک سمت آورد و ترانس‌ها را حذف کرد. برای ترانس سمت راست داریم:





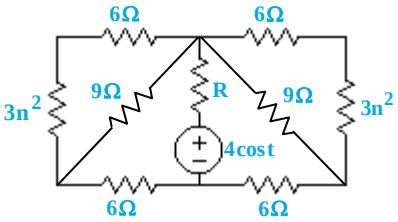
$$\Rightarrow R_1=(\frac{n}{1})^2\times 3=3n^2\,\Omega$$

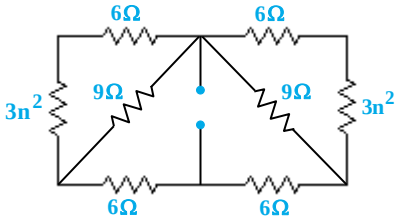
حال برای ترانس‌های سمت چپ داریم:



$$R_2 = (2+1)(\frac{n}{1})^2 = 3n^2\,\Omega$$

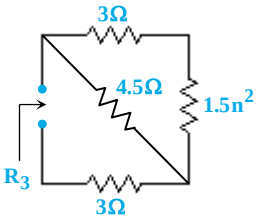
حال مدار را که کمی ساده‌تر شده است، رسم می‌کنیم:





می‌بینیم که مدار فوق دارای تقارن است، پس به هدفمان که پیدا کردن مقاومت از دو سر R است، ادامه می‌دهیم. منبع ولتاژ مستقل را اتصال کوتاه می‌کنیم. داریم:

مدار را از وسط تا می‌زنیم و داریم:



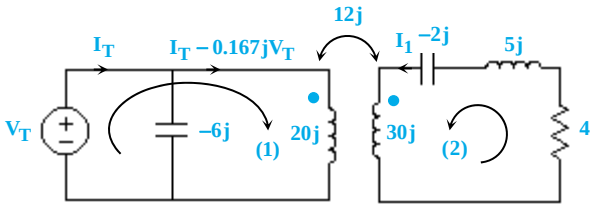
$$R_3 = ((3+1/5n^2)\,||\,4/5)+3$$

برای اینکه توان مصرفی در R حداکثر شود، باید مقدار $R_3 = R = 6\Omega$ باشد، پس داریم:

$$((3+1/5n^2)\,||\,4/5)+3 = 6 \Rightarrow (3+1/5n^2)\,||\,4/5 = 3$$

$$\frac{1}{3+1/5n^2}+\frac{1}{4/5}=\frac{1}{3} \Rightarrow 3+1/5n^2 = 9 \Rightarrow 1/5n^2 = 6 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow \boxed{n=2}$$

۲۳ـ گزینه «۱» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T مقدار Z_{ab} را محاسبه می‌کنیم:



با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

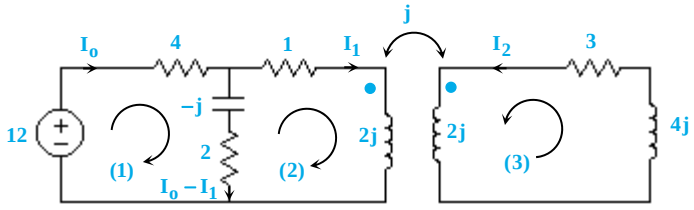
$$KVL(1): -V_T + 20\,j(I_T - 0/167jV_T) + 12jI_1 = 0 \Rightarrow 2/34V_T + 20\,jI_T + 12jI_1 = 0 \quad (1)$$

$$KVL(2): (4+3j)I_1 + 30\,jI_1 + 12j(I_T - 0/167jV_T) = 0 \Rightarrow (4+33j)I_1 = 12j(0/167V_T - I_T)$$

$$\Rightarrow I_1 = (0/36+0/04j)(0/167jV_T - I_T) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2/34V_T + 20\,jI_T + 12j(0/36+0/04j)(0/167jV_T - I_T) = 0 \Rightarrow V_T = \frac{-0/48-15/68j}{1/62-0/08j}I_T \Rightarrow Z_{ab} \simeq 0/2-9/7j\Omega$$

۲۴ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



حال با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده مقدار جریان I_o را محاسبه می‌کنیم:

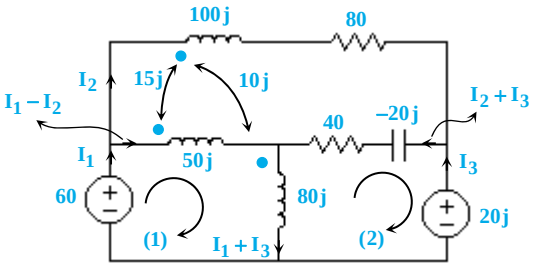
$$KVL(۱): -۱۲ + ۴I_o + (۲-j)(I_o - I_۱) = ۰ \Rightarrow (۶-j)I_o - (۲-j)I_۱ = ۱۲ \quad (۱)$$

$$KVL(۲): (۲-j)(I_۱ - I_o) + (۱+۲j)I_۱ + jI_۲ = ۰ \Rightarrow (۳+j)I_۱ - (۲-j)I_o + jI_۲ = ۰ \quad (۲)$$

$$KVL(۳): (۳+۶j)I_۲ + jI_۱ = ۰ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۳)} I_۱ = (۰/۵۲ - ۰/۴۷j)I_o \xrightarrow{(۱)} I_o = ۲/۱۹۴ - ۰/۱۸۶j \Rightarrow |I_o| = ۲/۲A$$

۲۵ـ گزینه «۳» ابتدا جریان شاخه‌های مدار را بر حسب جریان‌های مشخص شده تعیین می‌کنیم و سپس با اعمال KVL در سه حلقه موجود، مقدار $I_۱ + I_۲$ را به دست می‌آوریم:



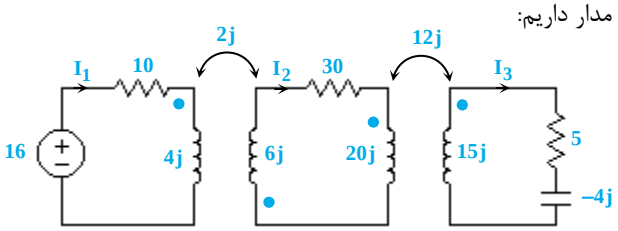
$$KVL(۱): -۶۰ + ۵۰j(I_۱ - I_۲) + ۱۵jI_۲ + ۸۰j(I_۱ + I_۳) + ۱۰jI_۲ = ۰ \Rightarrow ۱۳۰jI_۱ - ۲۵jI_۲ + ۸۰jI_۳ = ۶۰ \quad (۱)$$

$$KVL(۲): -(۴۰ - ۲۰j)(I_۲ + I_۳) + ۲۰j - ۸۰j(I_۱ + I_۳) - ۱۰jI_۲ = ۰ \Rightarrow ۸۰jI_۱ + (۴۰ - ۱۰j)I_۲ + (۴۰ + ۶۰j)I_۳ = ۲۰j \quad (۲)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌بیرونی}): -۶۰ + ۱۰۰jI_۲ + ۱۵j(I_۱ - I_۲) + ۱۰j(I_۱ + I_۳) + ۸۰I_۲ + ۲۰j = ۰ \Rightarrow ۲۵jI_۱ + (۸۰ + ۸۵j)I_۲ + ۱۰jI_۳ = ۶۰ - ۲۰j \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} \begin{cases} I_۱ = ۰/۴۸۹ - ۱/۲۱۰۷j \\ I_۲ = ۰/۰۸۵۶ - ۰/۳۹۷۸j \\ I_۳ = -۰/۷۶۸ + ۱/۰۹۳j \end{cases} \Rightarrow |I_۱ + I_۲| = ۱/۷A$$

۲۶ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:



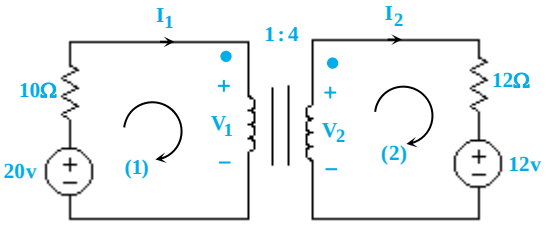
$$KVL(۱): -۱۶ + ۱۰I_۱ + ۴jI_۱ + ۲jI_۲ = ۰ \Rightarrow (۱۰ + ۴j)I_۱ + ۲jI_۲ = ۱۶ \quad (۱)$$

$$KVL(۲): ۶jI_۲ + ۲jI_۱ + ۳۰I_۲ + ۲۰jI_۲ - ۱۲jI_۳ = ۰ \Rightarrow ۲jI_۱ + (۳۰ + ۲۶j)I_۲ - ۱۲jI_۳ = ۰ \quad (۲)$$

$$KVL(۳): (۵ - ۴j)I_۳ + ۱۵jI_۳ - ۱۲jI_۲ = ۰ \Rightarrow (۵ + ۱۱j)I_۳ - ۱۲jI_۲ = ۰ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} \begin{cases} I_۱ = ۱/۳۸ - ۰/۵۴j \\ I_۲ = -۰/۰۵ - ۰/۰۵j \\ I_۳ = -۰/۰۲۶۸ - ۰/۰۷۲۱j \end{cases} \Rightarrow |I_۲| = ۷۷mA$$

۲۷ـ گزینه «۴» ابتدا با تبدیل نورتن به تونن، مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



با توجه به نسبت تبدیل ترانس داریم:

$$\begin{cases} I_۱ = ۴I_۲ \\ V_۲ = ۴V_۱ \end{cases}$$

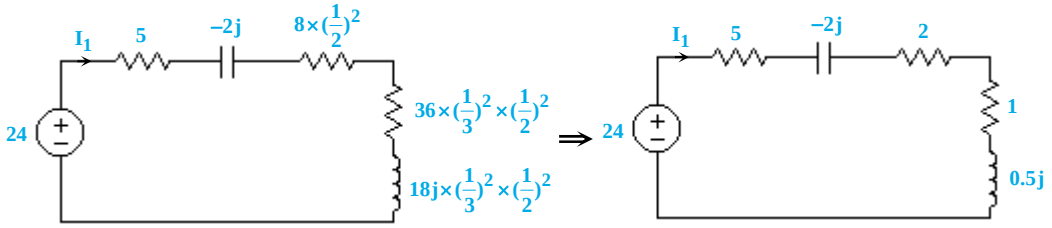
حال با اعمال KVL داریم:

$$KVL\,(۱): -۲۰ + ۱۰I_۱ + V_۱ = ۰ \;\Rightarrow\; ۱۰I_۱ + V_۱ = ۲۰$$

$$KVL\,(۲): -V_۲ + ۱۲I_۲ + ۱۲ = ۰ \;\Rightarrow\; V_۲ - ۱۲I_۲ = ۱۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴۰I_۲ + \dfrac{V_۲}{۴} = ۲۰ \\ -۱۲I_۲ + V_۲ = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow V_۲ = ۱۶/۷v$$

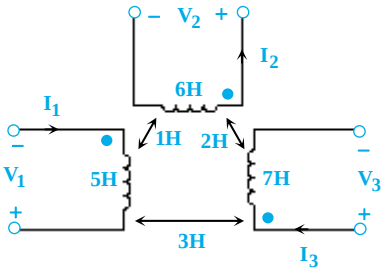
۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا تمام امپدانس‌ها را به یک سمت ترانسفورمر انتقال می‌دهیم.



$$\Rightarrow I_۱ = \frac{۲۴}{۸ - ۱/۵j} \Rightarrow |I_۱| = ۲/۹۵A$$

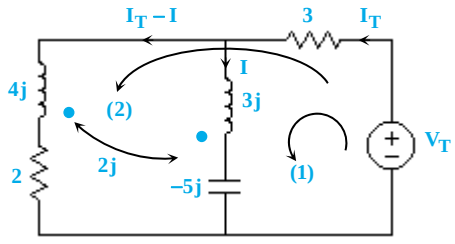
۲۹ـ گزینه «۲» با اعمال KVL در حلقه‌ی متناظر با $V_۳$ داریم:

$$V_۳ = ۷\frac{dI_۳}{dt} + ۳\frac{dI_۱}{dt} - ۲\frac{dI_۲}{dt}$$



بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۳۰ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی Z_{th} ابتدا منبع ولتاژ را بی‌اثر کرده و سپس با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T در دو سر a و b، امپدانس تونن Z_{th} را به دست می‌آوریم:

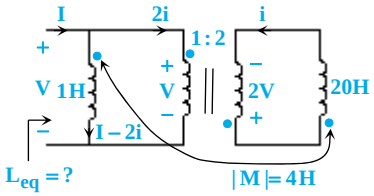


$$KVL\,(۱): -V_T + ۳I_T + ۳jI + ۲j(I_T - I) - ۵jI = ۰ \;\Rightarrow\; -V_T + (۳ + ۲j)I_T - ۴jI = ۰ \qquad (۱)$$

$$KVL\,(۲): -V_T + ۳I_T + ۴j(I_T - I) + ۲jI + ۲(I_T - I) = ۰ \;\Rightarrow\; -V_T + (۵ + ۴j)I_T - (۲ + ۲j)I = ۰ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} -V_T + (۵ + ۴j)I_T - (۲ + ۲j)\left(\frac{-V_T + (۳ + ۲j)I_T}{۴j}\right) = ۰ \;\Rightarrow\; V_T = \left(\frac{۲/۵ + ۴/۵j}{۰/۵ + ۰/۵j}\right)I_T = (۷ + ۲j)I_T \;\Rightarrow\; Z_{th} = ۷ + ۲j\Omega$$

۳۱ـ گزینه «۲» ابتدا باید امپدانس دیده شده از دو سر ورودی جعبه N_1 را به دست آورد. برای این کار ابتدا قسمت سمت راست را ساده می‌کنیم.



با اعمال KVL در حلقه سمت راست داریم:

$$۲۰\frac{di}{dt}+۴(\frac{dI}{dt}-۲\frac{di}{dt})-۲V=۰\Rightarrow \boxed{۱۲\frac{di}{dt}+۴\frac{dI}{dt}=۲V} \quad (۱)$$

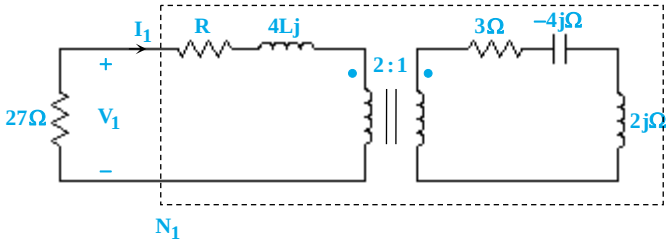
با اعمال KVL در حلقه سمت چپ داریم:

$$(\frac{dI}{dt}-۲\frac{di}{dt})+۴\frac{di}{dt}-V=۰\Rightarrow \boxed{\frac{dI}{dt}+۲\frac{di}{dt}=V} \quad (۲)$$

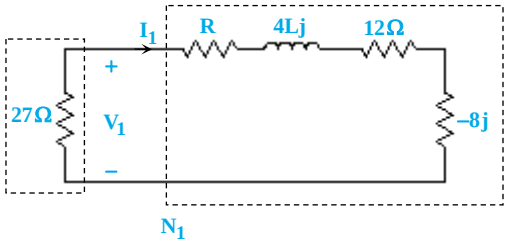
با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$V=\frac{۱}{۲}\frac{dI}{dt}\Rightarrow L_{eq}=\frac{۱}{۲}H$$

حال مدار ساده شده با $\omega=۴\frac{rad}{s}$ به صورت زیر است:



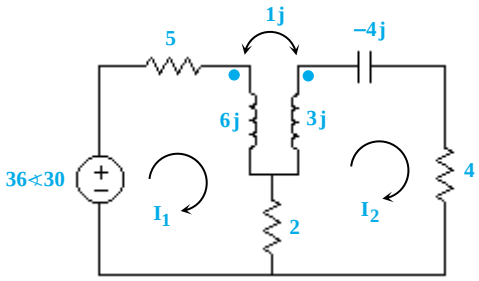
با انتقال امپدانس سمت راست ترانس به سمت چپ آن به مدار زیر می‌رسیم:



$$I \text{ و } V \text{ برای اعمال هم‌فاز بودن} \rightarrow \text{ضریب توان}=۱\Rightarrow ۴Lj-۸j=۰\Rightarrow \boxed{L=۲H}$$

$$N_1 \text{ رسیدن حداکثر توان به} \rightarrow R+۱۲=۲۷\Rightarrow \boxed{R=۱۵\Omega}$$

۳۲ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های مدار، جریان عبوری از مقاومت ۴ اهمی را به دست آورده و در نتیجه توان مصرفی آن را محاسبه می‌کنیم:



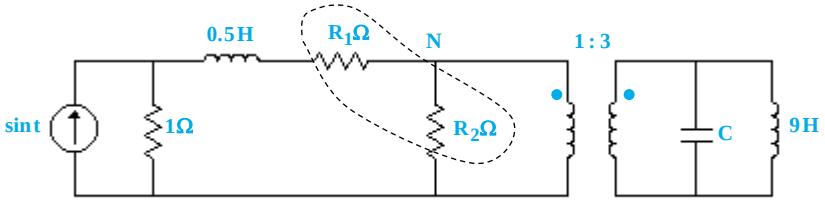
$$KVL\,(۱): -۳۶\angle ۳۰+۵I_۱+۶jI_۱-jI_۲+۲(I_۱-I_۲)=۰ \Rightarrow (۷+۶j)I_۱-(۲+j)I_۲=۳۶\angle ۳۰ \quad (۱)$$

$$KVL\,(۲): (۴-۴j)I_۲+۲(I_۲-I_۱)+۳jI_۲-jI_۱=۰ \Rightarrow (۶-j)I_۲-(۲+j)I_۱=۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{(۷+۶j)(۶-j)}{۲+j}I_۲-(۲+j)I_۲=۳۶\angle ۳۰ \Rightarrow |I_۲|=۱/۵A \Rightarrow P_{۴\Omega}=\frac{۱}{۲}RI^۲=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱/۵^۲=۴/۵w$$

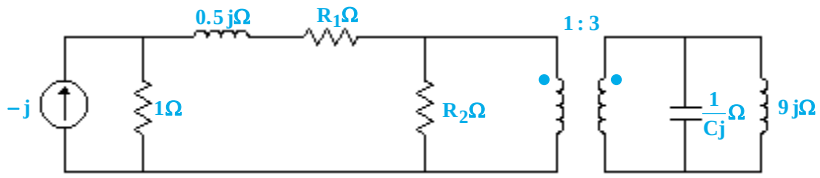
۳۳ــ گزینه «۳» مـی‌خـواهیم مجمـوع تـوان مصـرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 حداکثر شـود، یعنـی مـی‌خـواهیم توان مصرفی شبکه N مشخص شده ماکزیمم شود.

همواره در این‌گونه مسائل (حـداکثر تـوان مصـرفی) بـه دنبال امپدانس دیده‌شـده از دو سـر بـاری هسـتیم کـه می‌خواهیم توان مصرفی آن حداکثر شـود. ولـی در ایـن مثال شبکه N که همان بارهاست، ۲ سر ندارد!!!

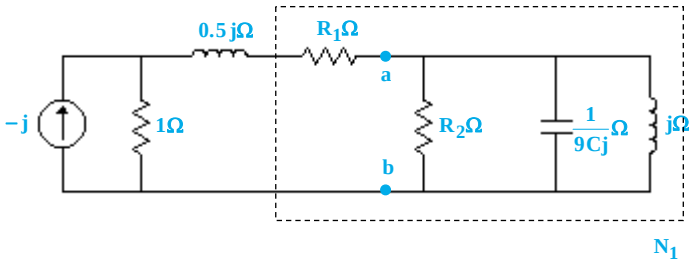


با توجه به این‌که خازن و سلف توان متوسط صفر دارند، می‌توانیم خازن C و سلف ۹ هانری را به طرف چپ منتقـل کـرده و آن‌هـا را هـم جـزو شـبکه N درنظر بگیریم و به دنبال امپدانس دیده‌شده از دو سر شبکه جدید باشیم. مدار را در حالت دائمی رسم می‌کنیم:

$$\sin(t)=\cos(t-90^\circ)$$
$$\sin(t)\Rightarrow 1\angle -90^\circ=-j$$

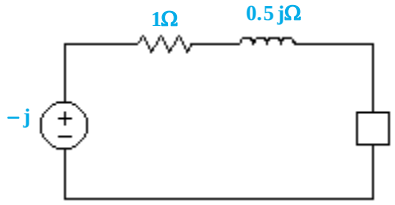


حال خازن C و سلف ۹ هانری را به سمت چپ ترانس منتقل می‌کنیم.



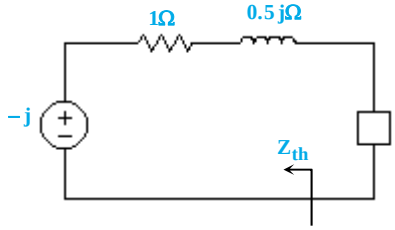
حال اگر توان مصرفی شبکه N_1 حداکثر شود، مجموع توان مصرفی مقاومت R_1 و R_2 هم حداکثر می‌شود.

شبکه N_1 را ساده می‌کنیم.　　ادمیتانس دیده‌شده از دو سر a و b $= Y = \frac{1}{R_2}+9Cj+\frac{1}{j}$　　امپدانس دیده‌شده از دو سر a و b $= \frac{1}{Y}$



$$Z_L=R_1+\frac{1}{\frac{1}{R_2}+9Cj+\frac{1}{j}}$$

$\Rightarrow$

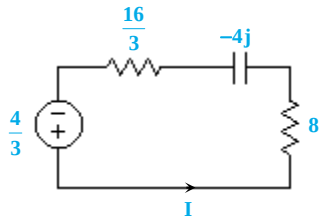


$Z_L=0.5+\frac{1-(9C-1)j}{1+(9C-1)^2}\Leftarrow$ امپدانس باری که می‌خواهیم حداکثر توان متوسط را مصرف کند.

$Z_{th}=1+0.5j$　　برای این‌که توان مصرفی Z_L حداکثر شود. $\Rightarrow Z_L=Z_{th}^*$

$$\Rightarrow 0.5+\frac{1-(9C-1)j}{1+(9C-1)^2}=(1+0.5j)^*=1-0.5j\Rightarrow\begin{cases}0.5+\frac{1}{1+(9C-1)^2}=1\\ \frac{-(9C-1)}{1+(9C-1)^2}=-0.5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{1+(9C-1)^2}=0.5\\ \frac{(9C-1)}{1+(9C-1)^2}=0.5\end{cases}\Rightarrow(9C-1)=1\Rightarrow C=\frac{2}{9}F$$

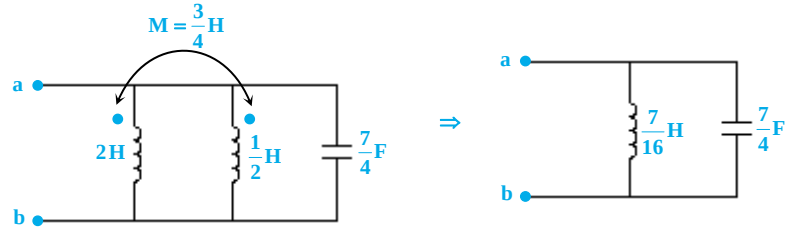
۳۴ـ گزینه «۱» ابتدا المان‌های سمت چپ ترانسفورمر را به سمت راست انتقال داده و سپس مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



$$I=\frac{\frac{۴}{۳}}{۸+\frac{۱۶}{۳}-۴j}=۰/۰۹۶\angle ۱۶/۷^\circ A$$

$$P_{۸\Omega}=\frac{۱}{۲}\times ۸\times(۰/۰۹۶)^۲=۰/۰۳۶۷w=۳۶/۷mw$$

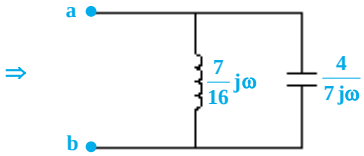
۳۵ـ گزینه «۲» باید امپدانس یا ادمیتانس مدار را از دو سر a و b به‌دست آوریم. برای این منظور، مدار سمت راست ترانس را به طرف چپ ترانس با توجه به قضیه انتقال امپدانس، منتقل می‌کنیم.



$$L_t=\frac{۲\times\frac{۱}{۲}-(\frac{۳}{۴})^۲}{۲+\frac{۱}{۲}-۲\times\frac{۳}{۴}}=\frac{۷}{۱۶}$$

امپدانس هر یک از المان‌ها بر روی شکل مشخص شده است.

ادمیتانس دیده شده از دو سر a و b را به‌دست می‌آوریم، در نتیجه داریم:



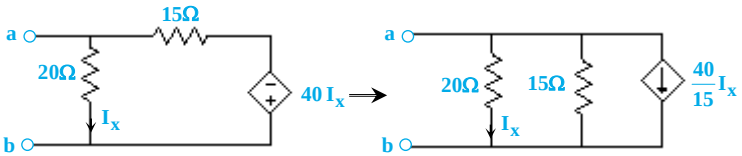
$$Y_{ab}=\frac{۱}{\frac{۷}{۱۶}j\omega}+\frac{۷j\omega}{۴}$$

برای این‌که مدار در حالت تشدید باشد، باید قسمت موهومی Y_{ab}، صفر باشد. بنابراین داریم:

$$I_m[Y_{ab}]=I_m[\frac{-۱۶j}{۷\omega}+\frac{۷j\omega}{۴}]=\frac{-۱۶}{۷\omega}+\frac{۷\omega}{۴}$$

$$I_m[Y_{ab}]=۰\Rightarrow\frac{-۱۶}{۷\omega}+\frac{۷\omega}{۴}=۰\Rightarrow\omega^۲=\frac{۱۶\times۴}{۴۹}\Rightarrow\boxed{\omega=\frac{۸}{۷}\frac{rad}{s}}$$

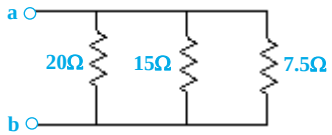
۳۶ـ گزینه «۴» ابتدا تمامی عناصر مدار را به سمت اولیه‌ی ترانسفورمر انتقال می‌دهیم:



حال مقاومت معادل منبع جریان وابسته را به دست می‌آوریم:

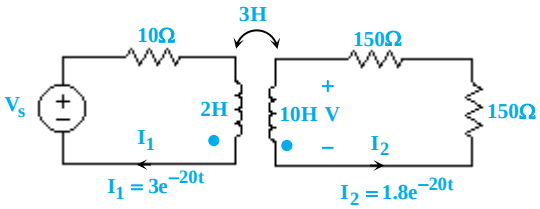
$$R_{\text{منبع جریان}}=\frac{۲۰I_x}{\frac{۴۰}{۱۵}I_x}=۷/۵\Omega$$

بنابراین داریم:



$$\Rightarrow\begin{cases}V_{th}=۰\\R_{th}=۲۰\|۱۵\|۷/۵=۴\Omega\end{cases}$$

۳۷ـ گزینه «۱» با توجه به مشخص بودن جریان $I_۲$، با نوشتن KVL در حلقه‌ی سمت راست، به راحتی می‌توان ولتاژ دو سر سلف ۱۰ هانری را تعیین نمود:

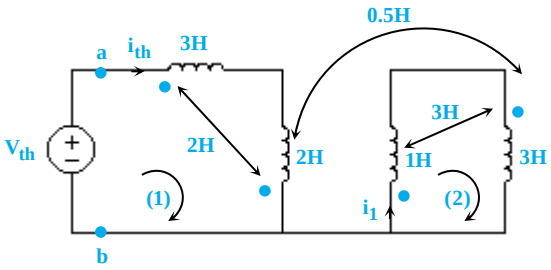


$$V=-(۱۵۰+۱۵۰)I_۲=-۵۴۰e^{-۲۰t}v$$

البته از طریق معادلات دیفرانسیلی ولتاژ سلف هم می‌توانستیم به این مقدار دست یابیم. یعنی:

$$V=۱۰\frac{dI_۲}{dt}+۳\frac{dI_۱}{dt}\Rightarrow V=-۳۶۰e^{-۲۰t}-۱۸۰e^{-۲۰t}=-۵۴۰e^{-۲۰t}v$$

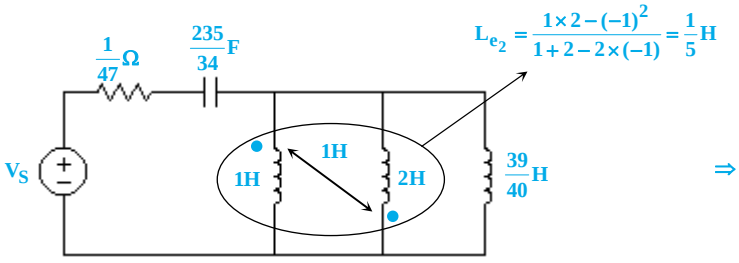
۳۸ـ گزینه «۳» ابتدا سلف معادل از دید a و b را پیدا می‌کنیم.

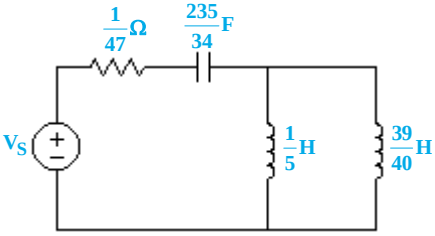


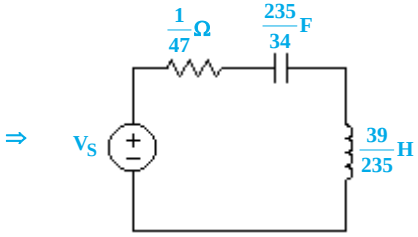
$$\begin{cases} KVL_1: V_{th} = 3i'_{th} - 2i'_{th} + 2i'_{th} - 2i'_{th} - 0/5i'_1 \\ KVL_2: i'_1 + 3i'_1 + 3i'_1 - 0/5i'_{th} + 3i'_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{th} = i'_{th} - 0/5i'_1 \\ 10i'_1 = 0/5i'_{th} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{th} = i'_{th} - 0/5 \times [\frac{0/5}{10} i'_{th}]$$

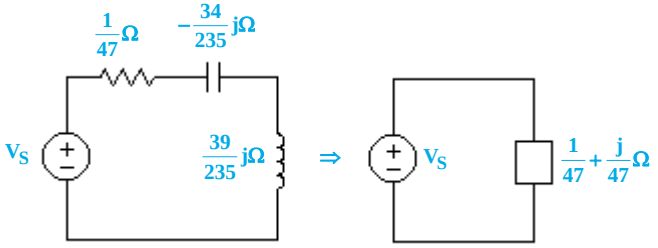
$$\Rightarrow V_{th} = \frac{39}{40} i'_{th} \Rightarrow \text{سلف دیده شده از دو سر a و b} = \frac{39}{40} H$$







مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



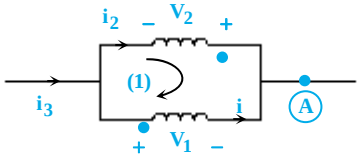
با توجه به اینکه ضریب توان منبع، برابر کسینوس فاز امپدانس دیده شده از دو سر آن است، داریم:

$$\text{P.F} = \text{ضریب توان منبع} = \cos(\measuredangle[\frac{1}{47} + \frac{j}{47}]) = \cos(\measuredangle[\frac{1}{47} \times [1+j]])$$

$$= \cos[\measuredangle(1+j)] = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

همچنین چون فاز امپدانس دیده شده از دو سر منبع مثبت است، پس ضریب توان پس‌فاز است. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۳۹ـ گزینه «۴» با توجه به موازی شدن سمت اولیه و ثانویه ترانس روبه‌رو، داریم:

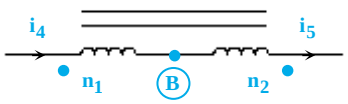


$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} = 2 \\ KVL_1: V_2 + V_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 2V_2 \\ V_1 + V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow V_1 = V_2 = 0 \qquad (1)$$

$$n_2 i_2 = n_1 \times i \Rightarrow i_2 = \frac{n_1}{n_2} \times i = 2i \Rightarrow i_2 = 2i$$

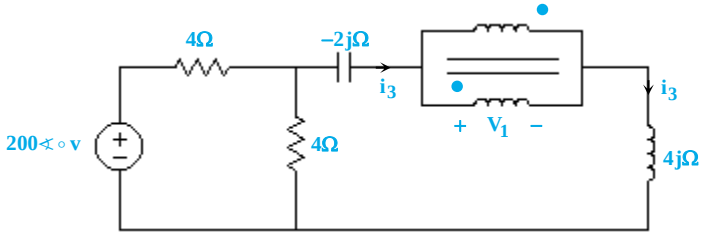
$$\Rightarrow KCL_A: i_3 = i_2 + i = 2i + i = 3i \Rightarrow i_3 = 3i \qquad (2)$$

با توجه به سری شدن سمت اولیه و ثانویه ترانس روبه‌رو، خواهیم داشت:

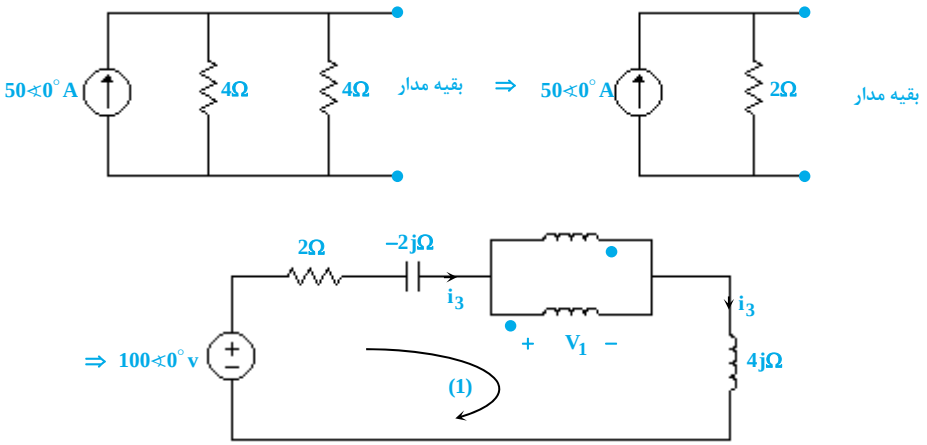


$$\begin{cases} i_4 \times n_1 = i_5 \times n_2 \\ KCL_B: i_4 = i_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_5 = 2i_4 \\ i_4 = i_5 \end{cases} \Rightarrow i_4 = i_5 = 0$$

پس شاخه مربوط به این ترانس دارای جریان صفر است. بنابراین داریم:



با استفاده از تونن نورتن، سمت چپ مدار را ساده می‌کنیم.

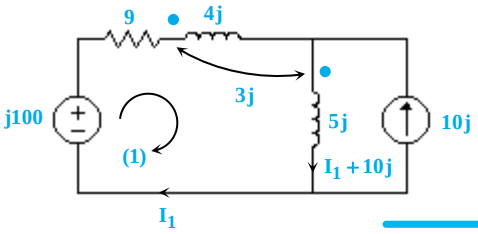


$$KVL_{۱}: ۱۰۰ = (۲ - ۲j + ۴j) \times i_{۳} + V_{۱} \qquad (۳)$$

$$(۱),(۳) \Rightarrow i_{۳} = \frac{۱۰۰}{۲ + ۲j} = ۲۵ - ۲۵j \Rightarrow i_{۳} = ۲۵ - ۲۵j \qquad (۴)$$

$$(۲),(۴) \Rightarrow ۳i = ۲۵ - ۲۵j \Rightarrow \boxed{i = \frac{۲۵}{۳}(۱ - j)\,A}$$

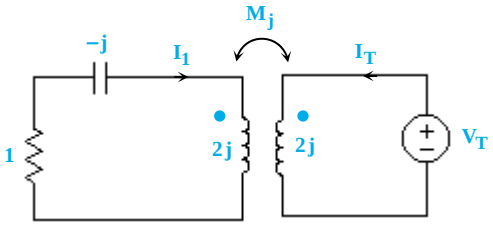
۴۰ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت راست داریم:



$$KVL\,(۱): -۱۰۰j + ۹I_{۱} + ۴jI_{۱} + ۳j(I_{۱} + ۱۰j) + ۵j(I_{۱} + ۱۰j) + ۳jI_{۱} = ۰$$

$$\Rightarrow \quad I_{۱}(۹ + ۱۵j) = ۸۰ + ۱۰۰j \quad \Rightarrow \quad |I_{۱}| = ۷/۳A$$

۴۱ـ گزینه «۲» ابتدا منبع ولتاژ مستقل را بی‌اثر کرده و سپس امپدانس تونن دیده شده از دو سر مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:



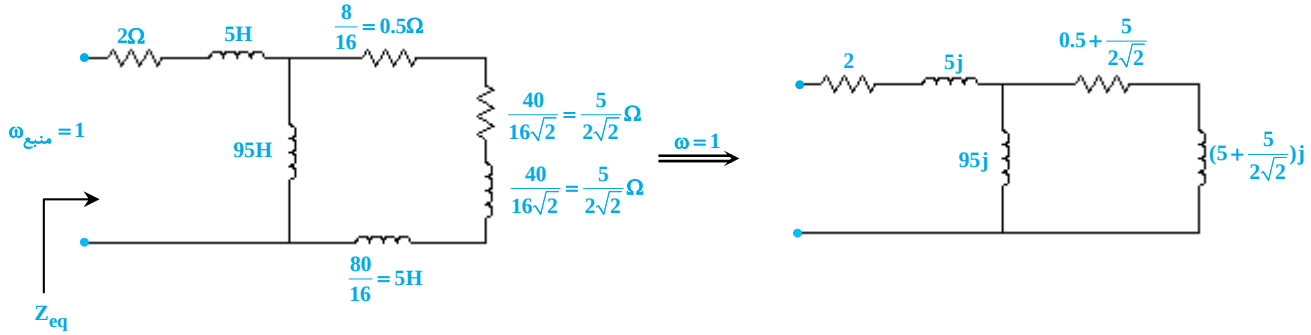
$$KVL\ (\text{حلقه‌ی چپ}): (۱ - j + ۲j)I_{۱} + MjI_{T} = ۰ \qquad (۱)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی راست}): V_{T} = ۲jI_{T} + MjI_{۱} \xrightarrow{(۱)} V_{T} = (۲j + \frac{M^{۲}}{۱ + j})I_{T} \quad \Rightarrow \quad Z_{eq} = \frac{M^{۲} - ۲ + ۲j}{۱ + j}$$

برای انتقال توان ماکزیمم اندازه‌ی امپدانس معادل باید با مقدار R برابر باشند. با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود تنها گزینه‌ی ۲ می‌تواند گزینه‌ی صحیح باشد.

۴۲ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه مدار تنها از المان‌های R و L تشکیل شده است و خبری از وجود خازن نیست، پس مدار فرکانس تشدیدی ندارد.

۴۳ـ گزینه «۳» برای به‌دست آوردن نسبت توان راکتیو به توان اکتیو مصرف‌شده‌ی مدار، کافی است امپدانس دیده شده از دو سر منبع را به‌دست آورده و نسبت X به R آن را حساب کنیم. برای این کار ابتدا همه‌ی المان‌های سمت راست را به سمت چپ منتقل می‌کنیم:

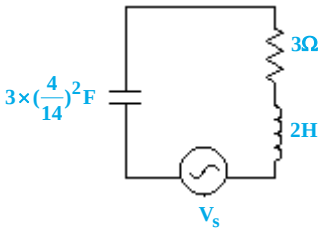


$$Z_{eq}=۲+۵j+(۹۵j)\,||\,[۰/۵+\frac{۵}{۲\sqrt{۲}}+j(۵+\frac{۵}{۲\sqrt{۲}})]=۳/۹۸+۱۱/۳۶j$$

پس داریم:

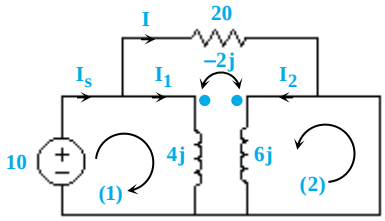
$$\frac{Q_{\text{مصرفی}}}{P_{\text{مصرفی}}}=\frac{X}{R}=\frac{۱۱/۳۶}{۳/۹۸}=۲/۸۵\simeq ۳$$

۴۴ـ گزینه «۳» ابتدا همه‌ی المان‌های مدار را به یک سمت اتوترانسفورمر انتقال می‌دهیم: $(a=\frac{n_۱}{n+n_۲}=\frac{۴}{۱۴})$



$$\Rightarrow\ f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\times\frac{۲}{۷}\sqrt{۶}}=۰/۲۲Hz$$

۴۵ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:



$$I=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵A$$

$$KVL(۱):۱۰=۴jI_۱-۲jI_۲\qquad(۱)$$

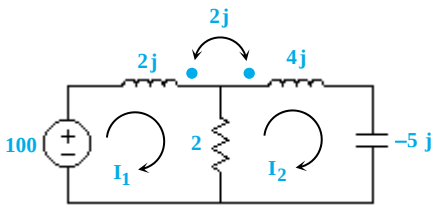
$$KVL(۲):۶jI_۲-۲jI_۱=۰\ \Rightarrow\ I_۱=۳I_۲\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\ ۱۰=۴jI_۱-۲j\frac{I_۱}{۳}\ \Rightarrow\ I_۱=-۳jA$$

بنابراین جریان منبع برابر است با:

$$I_s=I+I_۱=\frac{۱}{۲}-۳jA$$

۴۶ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:



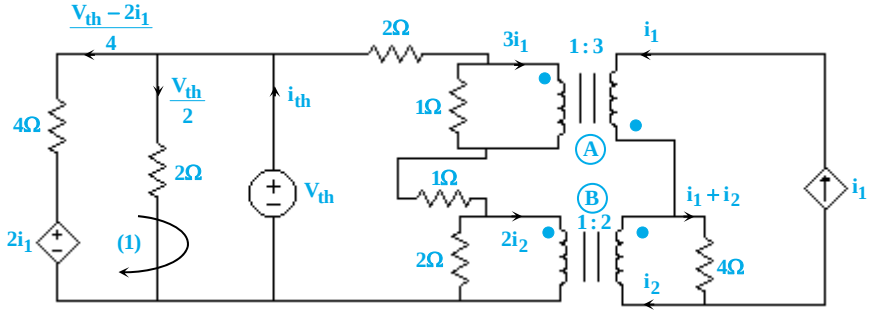
$$KVl(۱):-۱۰۰+۲jI_۱-۲jI_۲+۲(I_۱-I_۲)=۰\ \Rightarrow\ I_۱(۲+۲j)-(۲-۲j)I_۲=۱۰۰\qquad(۱)$$

$$KVL(۲):۲(I_۲-I_۱)+۴jI_۲-۲jI_۱-۵jI_۲=۰\ \Rightarrow\ -(۲+۲j)I_۱+(۲-j)I_۲=۰\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\ \begin{bmatrix}۲+۲j & -۲-۲j\\ -۲-۲j & ۲-j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_۱\\ I_۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۰۰\\ ۰\end{bmatrix}$$

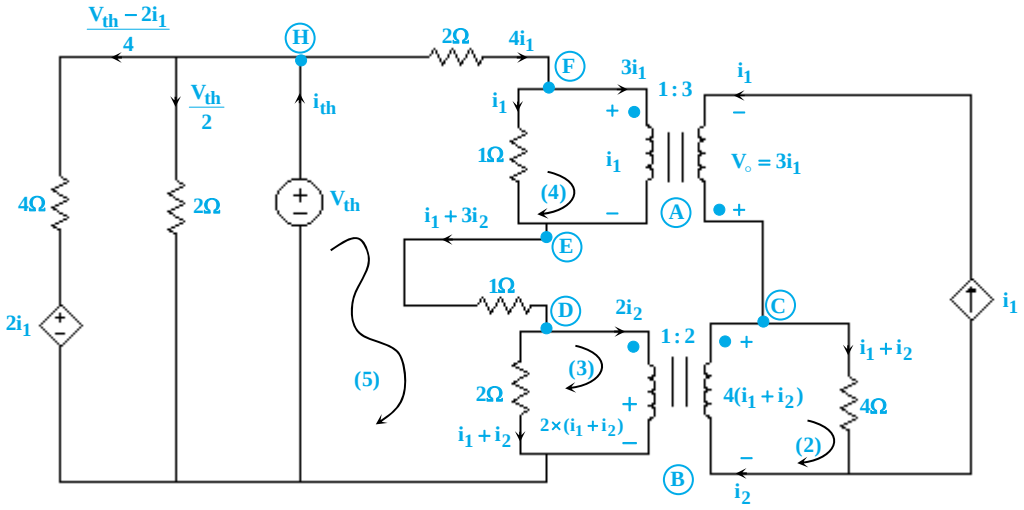
۴۷ـ گزینه «۳» به‌منظور پیدا کردن ثابت زمانی مدار، مقاومت دیده‌شده از دو سر خازن را پیدا می‌کنیم. ابتدا المان‌های ترانس سمت چپ مدار را از طرف اولیه به‌طرف ثانویه منتقل می‌کنیم.

(جریان i_2 را برای حل مسأله در نظر می‌گیریم.)



با توجه به موازی بودن منبع ولتاژ V_{th} با مقاومت 2Ω، مقدار جریان آن در جهت نشان داده شده برابر $\frac{V_{th}}{2}$ می‌گردد. هم‌چنین با در نظر گرفتن رابطه KVL برای حلقه ۱، جریان مقاومت 4Ω همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، برابر $\frac{V_{th}-2i_1}{4}$ خواهد شد.

با در نظر گرفتن روابط آمپردور برای ترانس‌های A و B، جریان‌های سمت چپ هر ترانس مطابق شکل به ترتیب برابر $3i_1$ و $2i_2$ می‌شوند.



با در نظر گرفتن رابطه KCL برای گره C، جریان مقاومت 4Ω برابر i_1+i_2 شده و در نتیجه با نوشتن رابطه KVL در حلقه ۲، ولتاژ سمت راست ترانس B برابر $4\times(i_1+i_2)$ و بنابراین ولتاژ سمت چپ ترانس B با توجه به نسبت تعداد دورها در این ترانس، برابر $2\times(i_1+i_2)$ می‌گردد.

حال با درنظر گرفتن رابطه KVL در حلقه ۳، جریان مقاومت 2Ω داخل این حلقه برابر i_1+i_2 می‌شود.

با نوشتن رابطه KCL در گره D، جریان مقاومت 1Ω متصل به این گره، برابر i_1+3i_2 خواهد شد.

با توجه به این‌که ولتاژ سمت راست ترانس A برابر $V_o=3i_1$ است، ولتاژ سمت چپ این ترانس هم با توجه به سرهای نقطه‌دار و نسبت تعداد دورها برابر i_1 با پلاریته مشخص‌شده بر روی شکل می‌باشد.

با درنظر گرفتن رابطه KVL برای حلقه ۴، جریان مقاومت 1Ω داخل این حلقه برابر i_1 در جهت نشان داده شده می‌باشد.

با درنظر گرفتن رابطه KCL برای گره F، جریان مقاومت 2Ω متصل به این گره، در جهت نشان داده شده بر روی شکل برابر $4i_1$ می‌گردد.

حال کافی است که رابطه KCL را برای گره‌های E و H و رابطه KVL را برای حلقه ۵ بنویسیم.

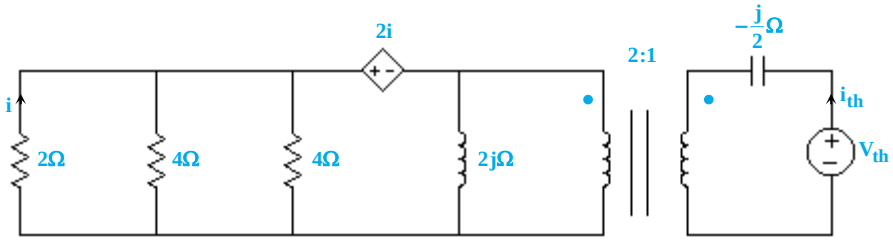
$$\begin{cases} KCL_E: i_1+3i_1=i_1+3i_2 \\ KCL_H: i_{th}=\frac{V_{th}}{2}+\frac{V_{th}-2i_1}{4}+4i_1 \\ KVL_5: V_{th}=2\times 4i_1+i_1+1\times[i_1+3i_2]+2\times[i_1+i_2] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1=i_2 & (1) \\ i_{th}=\frac{3}{4}V_{th}+\frac{7}{2}i_1 & (2) \\ V_{th}=12i_1+5i_2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases}(۱),(۳)\rightarrow V_{th}=۱۷i_۱ \quad (۴)\\ (۲),(۴)\rightarrow i_{th}=\frac{۳}{۴}V_{th}+\frac{۷}{۲}\times[\frac{V_{th}}{۱۷}]\end{cases}$$

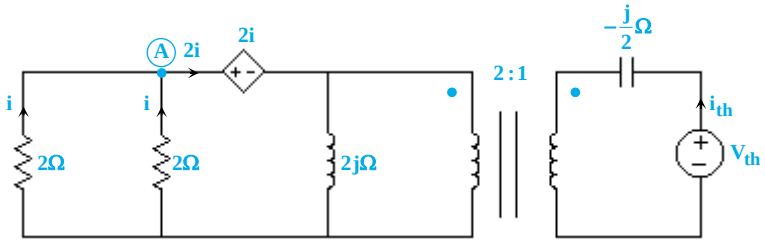
$$\Rightarrow i_{th}=[\frac{۳}{۴}+\frac{۷}{۳۴}]V_{th} \Rightarrow i_{th}=\frac{۶۵}{۶۸}V_{th} \Rightarrow V_{th}=\frac{۶۸}{۶۵}i_{th} \Rightarrow R_{th}=\frac{۶۸}{۶۵}\Omega$$

$$\tau=R_{th}\times C=\frac{۶۸}{۶۵}\times ۱۶/۲۵=\frac{۶۸}{۶۵}\times\frac{۶۵}{۴}=۱۷ \Rightarrow \tau=۱۷\text{ ثانیه}$$

۴۸ـ گزینه «۳» برای اینکه توان مصرفی مقاومت R حداکثر مقدار خود را داشته باشد، باید مقدار آن برابر اندازه امپدانس دیده شده از دو سر خود باشد. پس به دنبال امپدانس دیده شده از دو سر مقاومت R هستیم. برای این منظور، مدار را به حالت دائمی برده و منابع مستقل را خاموش می‌کنیم.



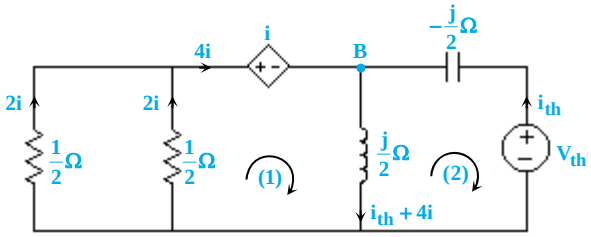
سمت چپ مدار را ساده می‌کنیم.



با توجه به موازی بودن مقاومت‌های ۲ اهمی با یکدیگر، جریان هر دو در جهت نشان داده شده برابر i می‌گردد.

با نوشتن KCL در گره A، جریان منبع ولتاژ وابسته ۲i، در جهت مشخص شده در شکل برابر ۲i می‌شود.

برای راحتی حل مسأله تمامی المان‌ها را به سمت راست ترانس منتقل می‌کنیم.



با نوشتن KCL در گره B، جریان المان $\frac{j}{۲}\Omega$ در جهت مشخص شده برابر $i_{th}+۴i$ می‌شود. حال کافی است که رابطه KVL را برای حلقه‌های ۱ و ۲ بنویسیم:

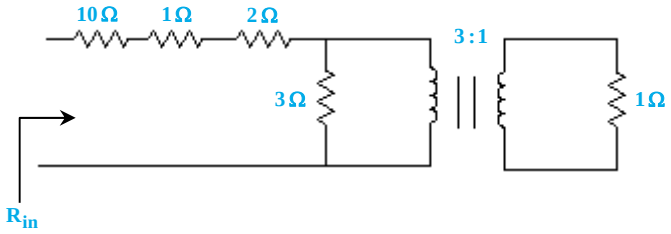
$$\begin{cases}KVL_۱: \frac{۱}{۲}\times ۲i+i+\frac{j}{۲}\times[۴i+i_{th}]=۰\\ KVL_۲: V_{th}=\frac{-j}{۲}i_{th}+\frac{j}{۲}\times[۴i+i_{th}]\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}i=\frac{-i_{th}}{۴-۴j}\\ V_{th}=۲ji\end{cases} \Rightarrow V_{th}=۲j\times\frac{-۱}{۴-۴j}i_{th}=\frac{-۲j}{۴-۴j}i_{th} \Rightarrow V_{th}=\frac{-۲j}{۴}\times\frac{۱}{۱-j}i_{th}=\frac{-j}{۲}\times\frac{۱+j}{۲}i_{th}=\frac{۱-j}{۴}i_{th}$$

$$\Rightarrow V_{th}=(\frac{۱-j}{۴})\times i_{th} \Rightarrow Z_{th}=\frac{۱-j}{۴}\Omega$$

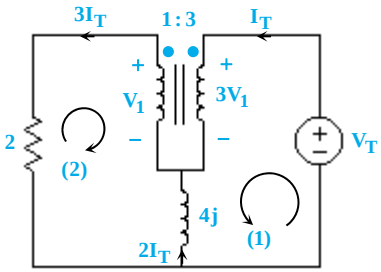
$$R=|Z_{th}|=\left|\frac{۱-j}{۴}\right|=\frac{\sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow R=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\Omega$$

۴۹ـ گزینه «۲» برای به‌دست‌آوردن امپدانس ورودی مدار، کافی است منبع جریان I_S را بی‌اثر کنیم. در نتیجه ترانسفورمر سری شده با آن مدار باز شده و از مدار حذف می‌شود. بنابراین داریم:

$$R_{in} = ۱۰ + ۱ + ۲ + ۳ \,||\, (۱ \times ۳^۲) = ۱۵/۲۵\Omega$$



۵۰ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی R متناظر با حداکثر شدن توان مقاومت R کافی است مقاومت معادل تونن دیده شده از سرش را به دست آوریم. برای این‌کار منبع جریان مستقل را بی‌اثر کرده و با اعمال KVL در دو حلقه‌ی سمت چپ و راست مدار، امپدانس تونن دیده شده را محاسبه می‌کنیم:



$$KVL\,(۱): V_T = ۳V_۱ - ۸jI_T \qquad (۱)$$

$$KVL\,(۲): -۶I_T + V_۱ - ۸jI_T = ۰ \;\Rightarrow\; V_۱ = (۶ + ۸j)I_T \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \; V_T = (۱۸ + ۲۴j - ۸j)I_T = (۱۸ + ۱۶j)I_T$$

بنابراین برای جذب توان حداکثر توسط مقاومت R داریم:

$$R = |Z_{th}| = \sqrt{۱۸^۲ + ۱۶^۲} \simeq ۲۴\Omega$$