www.modaresanesharif.ac.ir

فصل اول

«آمار توصیفی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ در صورتی که به بزرگ‌ترین عدد یک سری داده مقدار ثابتی اضافه گردد، این افزایش بر کدام معیار، تأثیر نمی‌گذارد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ضریب پراکندگی ۲) میانه ۳) میانگین ۴) واریانس

۲ـ با فرض در اختیار داشتن $\sum_{i=1}^{N} |y_i - a|$ به شرط آن که a میانه باشد، همواره حاصل این عبارت ..... است. (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) حداقل ۲) حداکثر ۳) مقداری بین حداقل و حداکثر ۴) نا مشخص

۳ـ کشیدگی (Kurtosis) چندکی و گشتاوری توزیع نرمال به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) (۰,۰) ۲) (۰/۲۶۳,۳) ۳) (۰/۲۶۳,۰/۲۶۳) ۴) (۳,۳)

۴ـ کدام نمودار از نوع «تحلیل اکتشافی داده‌ها» (Exploratory Data Analysis) می‌باشد؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) دایره‌ای ۲) هیستوگرام ۳) پارتو ۴) شاخه و برگ

۵ـ در جدول زیر دهک دوم برابر چند است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

CL	۴۰–۵۰	۵۰–۶۰	۶۰–۷۰
F_i	۵	۱۸	۷

۱) ۴۸/۲ ۲) ۵۱/۵ ۳) ۵۰/۵۵ ۴) ۶۲/۳۸

۶ـ درجدول توزیع فراوانی زیر، مُد و میانه به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

x_i	−۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی	۱۰	۳۰	۱۰	۲۵	۲۵

۱) (۰,۰/۵۰) ۲) (۰,۱/۵) ۳) (۲۵,۰/۵۰) ۴) (۳۰,۲۵)

۷ـ کدام پارامتر پراکندگی برای توزیع فراوانی زیر مناسب‌تر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

حدود طبقات	۰–۲۰	۲۰–۴۰	۴۰–۶۰	۶۰ و بیشتر
فراوانی	۲۵	۳۵	۳۰	۱۰

۱) انحراف چارکی ۲) انحراف معیار ۳) ضریب تغییرات ۴) انحراف متوسط از میانگین

۸ـ با فرض این که داشته باشیم $\sum_{i=1}^{3} X_i = 3$ و $\sum_{i=1}^{3} X_i^2 = 6$ ، ضریب تغییرات کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۹ـ کدام عبارت در مورد آمار ناپارامتریک صحیح است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) هدف در آمار پارامتریک پارامترهای جامعه است.

۲) در آمار ناپارامتریک ضرورتی ندارد که مشاهدات از توزیع نرمال پیروی کنند.

۳) جایگاه کاربرد آمار ناپارامتریک ضرورتاً در آمار توصیفی است.

۴) برآورد روش‌های آمار ناپارامتریک دقیق‌تر از روش‌های آمار پارامتریک است.

۱۰ـ متغیر تصادفی X دارای میانگین ۵ و واریانس ۹ می‌باشد، میانگین و واریانس $\frac{X-5}{3}$ به ترتیب از (راست به چپ) کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰ و ۱ ۲) ۱ و ۰ ۳) ۵ و ۳ ۴) ۵ و ۹

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ نمرات آزمون درسی با دامنه تغییرات [۰,۲۰] با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۳ محاسبه شده است اگر این نمرات را بـه دامنـه تغییـرات [۰,۱۰۰] تبدیل کنیم درصد ضریب تغییرات نمرات جدید کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰۰

۱۲ـ واریانس داده‌های آماری ۲۳ و ۲۱ و ۱۹ و ۱۷ و ۱۵ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۳ـ مجموع مربعات ۱۰ داده آماری برابر ۹۶/۴ و میانگین آنها ۳ می‌باشد، انحراف معیار کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۲

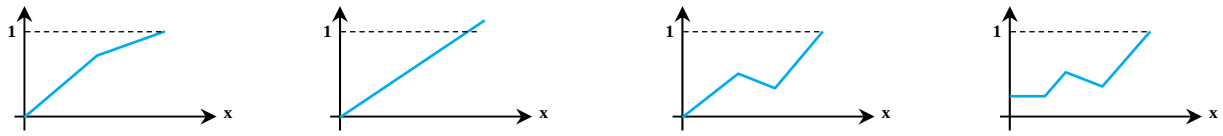
۱۴ـ در نمودار دایره‌ای فراوانی مطلق ۱۵ با سطحی برابر زاویه ۵۴ درجه نشان داده شده است، فراوانی کل داده‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۹۶ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۲۰

۱۵ـ در داده‌های آماری ۲۴ و ۵۹ و ۱۱ و ۴۱ و ۱۵ و۷ و ۳۵ چارک دوم کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۲۴ ۳) ۴۱ ۴) ۵۹

۱۶ـ کدام شکل نمودارفراوانی تجمعی نسبی است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)



(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۷ـ اگر میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی X به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد، میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی $Y=-X+3$ به ترتیب برابرند با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۲ و ۲- ۲) ۲- و ۲ ۳) ۲ و ۲ ۴) ۲- و ۲-

۱۸ـ اگر μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار جامعه باشند، ضریب پراکندگی برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) $\frac{\mu}{\sigma}\times 100$ ۲) $\frac{\sigma^2}{\mu^2}\times 100$ ۳) $\frac{\sigma}{\mu}\times 100$ ۴) $\frac{\mu^2}{\sigma^2}\times 100$

۱۹ـ برای بیان پراکندگی توزیع فراوانی صفت متغیر که با جدول

X	-2	$2-4$	$4-6$	$6-8$	$8-10$
N_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

ارائه می‌شود. کدامیک از اندازه‌های پراکندگی را مناسب می‌دانید؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۰)

۱) واریانس توزیع فراوانی‌ها ۲) دامنه چارکی

۳) انحراف معیار توزیع فراوانی‌ها ۴) دامنه توزیع فراوانی‌ها یا ضریب تغییرات

۲۰ـ جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید. اگر $\mu=2$ و $N=28$ باشد، مقادیر a و b عبارتند از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
F_i	۳	a	۱۰	b	۳

۱) $a=b=6$ ۲) $a=5, b=7$

۳) $a=b=7$ ۴) $a=4, b=8$

۲۱ـ اتومبیلی ۶۰ کیلومتر اول از مسافتی را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت و ۶۰ کیلومتر دوم را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است. برای محاسبهٔ سرعت متوسط اتومبیل، کدام یک از میانگین‌های زیر مناسب است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) حسابی ۲) موزون ۳) همساز (هارمونیک) ۴) هندسی

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ میانگین نمرات آمار و واریانس آن‌ها در دو کلاس به صورت زیر است:

کلاس	۱	۲
تعداد دانشجو N_i	۲۰	۳۰
میانگین نمرات μ_i	۱۵	۱۰
واریانس نمرات σ_i^2	۱۷	۱۲

میانگین و واریانس نمرات کل دانشجویان دو کلاس چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱۲/۵ و ۲۰ ۲) ۱۲ و ۲۰ ۳) ۱۲/۵ و ۳۵ ۴) ۱۲ و ۳۵

۲۳ـ در توزیعی با چولگی منفی انتظار می‌رود که ..... کم‌ترین مقدار را داشته باشد. (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) دامنه تغییرات ۲) میانه ۳) میانگین ۴) نما

۲۴ـ کدام نمودار برای نمایش مشاهدات کمّی طبقه بندی نشده به کار می‌رود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) پارتو ۲) چند ضلعی ۳) ریشه و برگ ۴) بافت نگار

۲۵ـ در حالت چولگی مثبت ($SK > 0$)، کدام رابطه بین میانگین (μ_x)، مُد (MO) و میانه (Md) برقرار است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) $MO < Md < \mu_x$ ۲) $MO \le \mu_x < Md$ ۳) $\mu_x < Md < MO$ ۴) $\mu_x \le Md \le MO$

۲۶ـ بهترین نمایش تصویری برای مقایسهٔ دو مجموعهٔ دادهٔ اسمی، کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) جعبه‌ای ۲) بافت نگار ۳) نمودار میله‌ای ۴) چند ضلعی

۲۷ـ اگر σ_x^2 واریانس $x_1, x_2, \ldots, x_N$ باشد. واریانس مشاهدات $(-\frac{x_1}{2}+3)$، $(-\frac{x_2}{2}+3)$، ...، $(-\frac{x_N}{2}+3)$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2$ ۲) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2+3$ ۳) $\frac{1}{4}\sigma_x^2+3$ ۴) $\frac{1}{4}\sigma_x^2$

۲۸ـ در دانشکده‌ای ۳۰۰ نفر دوره روزانه، ۲۰۰ نفر دوره شبانه دوره کارشناسی و ۱۰۰ نفر در تحصیلات تکمیلی تحصیل می‌کنند. در نمودار دایره‌ای این اطلاعات زاویه متناظر با ۱۰۰ نفر تحصیلات تکمیلی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) 60° ۲) 80° ۳) 90° ۴) 120°

۲۹ـ در سوال قبل، درصد دانشجویانی که در دوره تکمیلی تحصیل می‌کنند، کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۴۰ ۲) ۳۵ ۳) $\frac{100}{3}$ ۴) $\frac{50}{3}$

۳۰ـ برای داده‌های مفروض

x	۲	۳	۴	۵	۶
f	۳	۴	۸	۷	۵

مقدار میانه کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۳۱ـ اگر میانگین سه عدد ۲۷ باشد، آنگاه میانگین این سه عدد و عدد ۱۹ روی هم کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۲۹ ۲) ۲۸ ۳) ۲۵ ۴) ۲۳

۳۲ـ واریانس سه عدد ۷۵۱۴۶۰، ۷۵۱۴۶۳، ۷۵۱۴۶۶ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۴۲۰ ۴) ۱۴۶۰

۳۳ـ اگر برای x متغیر داده‌های آماری داشته باشیم، $\sum f_i x_i = 10000$، $\sum f_i = 50$، $\sum f_i x_i^2 = 10,000,000$ باشد، انحراف معیار کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

۳۴ـ اگر در یک نمونه $\sigma = 10$ و میانگین $\bar{x} = 100$، درصد ضریب تغییرات یا ضریب پراکندگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۵ـ برای اطلاع از عقیده جوانان ۱۹ تا ۲۵ سال در یک شهر در مورد اعتماد به شریک زندگی آینده‌شان از ۱۰۰۰ جوان نظر خـواهی شـده اسـت. جامعه و نمونه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) جامعه: تمام جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.

۲) جامعه: تمام جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: پاسخ‌های ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.

۳) جامعه: تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: پاسخ‌های ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.

۴) جامعه: تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.

۳۶ـ از ده رقم صفر و یک و ... و ۹ به طور مستقل ۵ عدد انتخاب نموده‌ایم. ارقام ۶ و ۱ و ۳ و ۹ و ۴ مشاهده شده‌اند. میانه و میاندامنه کدامند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) هر دو ۴ ۲) هر دو ۵ ۳) میانه ۴ و میاندامنه ۵ ۴) میانه ۵ و میاندامنه ۴

۳۷ـ جدول مقابل نشان می‌دهد که چگونه کارکنان یک اداره به محل کار خود می‌روند. فراوانی نسبی برای کسانی کـه از اتوبـوس یـا مینـی‌بـوس استفاده می‌کنند، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

نوع وسیله	فراوانی
رانندگی شخصی	۲۷
مینی‌بوس	۳۱
اتوبوس	۲۵
سایر	۱۷

۱) ۰/۵۳

۲) ۰/۵۴

۳) ۰/۵۵

۴) ۰/۵۶

۳۸ـ یک تاس سالم را پنج بار به طور مستقل پرتاب کرده‌ایم، مقادیر ۱ و ۲ و ۴ و ۲ و ۶ مشاهده شده‌اند. واریانس نمونه مشاهده شده کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۲/۹ ۲) ۴ ۳) ۳/۱ ۴) ۳/۲

۳۹ـ اگر به هر داده‌ی آماری ۲ واحد اضافه کنیم میانگین و واریانس چگونه خواهند شد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) میانگین و واریانس تغییر نمی‌کند.

۲) به میانگین و واریانس ۲ واحد اضافه می‌شود.

۳) به میانگین ۲ واحد اضافه می‌شود و واریانس تغییر نمی‌کند.

۴) میانگین تغییر نمی‌کند و به واریانس ۴ واحد اضافه می‌شود.

۴۰ـ اگر در طی یک دوره‌ی دو ساله، نرخ تورم به ترتیب ۲۱ و ۴۴ درصد باشد، میانگین نرخ تورم در طی دوره‌ی مزبور برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) ۳۳درصد ۲) ۳۲ درصد ۳) ۳۰ درصد ۴) ۳۲/۵درصد

۴۱ـ اگر کمیت‌های $x_1, x_2, \cdots x_n$ به دست آمده باشد، کدامیک از روابط زیر صادق است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) $\sum x_i = n\bar{x}^2$ ۲) $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$ ۳) $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 0$ ۴) $\sum (x_i - M_d) = 0$

۴۲ـ توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان می‌شود. چارک اول (Q_1) و چارک سوم (Q_3) کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

x	-۲	۲-۶	۶-۱۰	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۲-۲۶	۲۶-
n_i	۵	۲۰	۲۵	۵۰	۵۰	۲۵	۲۰	۵	=۲۰۰

۱) $Q_1 = 5/5, Q_3 = 18/5$ ۲) $Q_1 = 12, Q_3 = 20$ ۳) $Q_1 = 10, Q_3 = 18$ ۴) $Q_1 = 4, Q_3 = 24$

۴۳ـ توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان می‌شود. ضریب چولگی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

x_i	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	
N_i	۵	۱۵	۳۰	۵۰	۵۰	۳۰	۱۵	۵	=۲۰۰

۱) ۰/۰۳ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۰/۰۲ ۴) صفر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۴ـ جدول زیر توزیع فراوانی حقوق ماهیانه ۶۰ کارمند یک شرکت را نشان می‌دهد. میانه این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

فاصله طبقات (واحد پول)	۳۰–۵۰	۵۰–۷۰	۷۰–۹۰	۹۰–۱۱۰	۱۱۰–۱۳۰
فراوانی	۸	۱۵	۲۵	۸	۴

۱) ۷۷/۴ ۲) ۷۵/۶ ۳) ۳۰ ۴) ۷۵

۴۵ـ در یک مؤسسه به منظور کنترل صحت اسناد صادره، تعداد $n = ۱۰۰$ سند انتخاب و مورد بررسی قرار گرفت. صفت متغیر x تعداد اشتباه در هر سند می‌باشد. واریانس x برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

تعداد اشتباه x_i	۰	۱	۲	۳	۴
فراوانی اشتباه f_i	۱۰	۴۰	۴۰	۲۰	۲۰

۱) ۲ ۲) ۱/۸ ۳) ۱/۳۴ ۴) ۱/۵

۴۶ـ توزیع صفت متغیر x در جامعه‌ای به صورت جدول زیراست. اگر انحراف معیار توزیع فوق $\sigma = ۱/۸$ باشد، ضریب چولگی پیرسون آن کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

فاصله طبقات	۲–۴	۴–۶	۶–۸	۸–۱۰
فراوانی	۱	۱	۵	۳

۱) $A_S = -۰/۸۷$ ۲) $A_S = -۰/۲۷$ ۳) $A_S = -۰/۳۳$ ۴) $A_S = -۰/۷۲$

۴۷ـ در یک توزیع $N = ۱۰۰۰$ و $\sum f_i (x_i - \mu_x)^۴ = ۵۰۰۰$ وانحراف معیار جامعه۲ می‌باشد. مقدار ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) -۲/۶۹ ۲) -۲/۵۳ ۳) ۲/۳۱ ۴) ۲/۵۳

۴۸ـ میانگین داده‌های $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ و $x_۱$ برابر ۴ و انحراف معیار آنها برابر $\sqrt{۳}$ است میانگین داده‌های $x_۱^۲, x_۲^۲, \ldots, x_n^۲$ چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۶ ۲) ۲۵ ۳) ۷ ۴) ۱۹

۴۹ـ اگر ضریب تغییرات داده‌های آماری $x_۱$ و $x_۲, \ldots, x_n$ برابر ۴% باشد، ضریب تغییرات داده‌های آماری $۲x_۱$ و $۲x_۲, \ldots, ۲x_n$ چند درصد است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۰ـ جمع نمرات و جمع مربع نمرات دانشجویان یک کلاس ۲۵ نفری به ترتیب عبارتند از: ۴۰۰ و ۶۴۰۰، انحراف معیار نمرات این دانشجویان چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۶ ۲) ۵ ۳) صفر ۴) ۴

۵۱ـ برای تعیین آن که در ۳۰ روز گذشته، به نسبت، قیمت دلار از ثبات بیش‌تری برخوردار بوده است یا یورو، استفاده از کدام شاخص آماری مناسب‌تر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) انحراف متوسط ۲) ضریب پراکندگی ۳) ضریب چولگی ۴) واریانس

۵۲ـ فرض کنید شاخص قیمت خرده فروشی از ۲۰۰ در سال ۱۳۷۸ به ۴۵۰ در سال ۱۳۸۰ رسیده باشد. متوسط نرخ تورم سالانه در این فاصله زمانی چقدر بوده است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۵۰% ۲) ۶۲/۵% ۳) ۱۲۵% ۴) ۱۵۰%

۵۳ـ در رسم هیستوگرام (بافت نگار) محور x ها را بر اساس کدام اندازه مندرج می‌کنند؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) فراوانی‌های نسبی ۲) کرانه‌های طبقات ۳) حد وسط طبقات ۴) فراوانی‌های تجمعی

۵۴ـ میانگین و انحراف معیار حقوق کارکنان در یک بنگاه به ترتیب ۸۰ هزار تومان و ۲۰ هزار تومان است. اگر حقوق‌ها در این بنگاه ۱۲/۵ درصد افزایش یابد، ضریب تغییرات جدید چقدر خواهد شد؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۲/۵ درصد ۲) ۲۰ درصد ۳) ۲۵ درصد ۴) ۴۰ درصد

۵۵ـ خاصیت مهم میانه آن است که: (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) مجموع انحرافات از میانه صفر است.
۲) تعداد انحرافات از میانه حداقل است.
۳) مجذور انحرافات از میانه حداقل است.
۴) مجموع قدر مطلق انحرافات از میانه حداقل است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۶ـ اتومبیلی مسیری را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت رفته و $\frac{۱}{۳}$ مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر و باقیمانده را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر برگشته است. متوسط سرعت این اتومبیل چقدر بوده است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۹۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۱/۴ ۴) ۱۰۲/۸

۵۷ـ در توزیع زیر مد کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

C-L	۳ ـ ۵	۶ ـ ۸	۹ـ۱۱	جمع
F_i	۴	۲۰	۱۲	۳۶

۱) ۶/۳۳ ۲) ۶/۵۳ ۳) ۷/۵ ۴) ۲۰

۵۸ـ کدام دسته از فنون آماری زیر بر فرض آزاد از توزیع بنا شده‌اند؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) پارامتریک ۲) ناپارامتریک ۳) توصیفی ۴) استنباطی

۵۹ـ کدام یک از این نمودارها برای تحلیل اکتشافی مشاهدات استفاده می‌شود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) جعبه‌ای ۲) پارتو ۳) دایره‌ای ۴) بافت نگار

۶۰ـ اگر N_i تعداد جامعه آماری i، μ_i، $\sigma_i^۲$ به ترتیب میانگین و واریانس باشد. واریانس کل این جدول کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

N_i	۱۰۰	۲۰۰	۷۰۰
μ_i	۸۰	۹۰	۱۰۰
$\sigma_i^۲$	۱۶۰۰	۲۵۰۰	۲۵۰۰

۱) ۲۲۰۰ ۲) ۲۲۳۳/۲ ۳) ۲۴۱۰ ۴) ۲۴۵۴

۶۱ـ جمعیت خانواده‌های یک روستا به صورت زیر است:

جمعیت خانواده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
تعداد	۵	۱۰	۴۰	۲۵	۱۵	۵	۱۰۰

میانه جمعیت خانواده، چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۳ ۲) ۳۲/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۶۲ـ تعداد کارکنان کارخانه‌ای طی چهار سال متوالی عبارتند از: ۱۹۰ ، ۱۸۰ ، ۱۶۰ ، ۱۵۰ متوسط رشد سالانه تعداد کارکنان چند درصد است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) %۵/۵ ۲) %۶/۰۸ ۳) %۷/۴۰ ۴) %۸/۲۰

۶۳ـ میانگین قد دانش‌آموزان مدرسه‌ای ۱۲۰ سانتی‌متر با واریانس ۱۰۰ است. اگر هر فرد ۱۴% قدش در سال آینده بلند شود، میانگین و واریانس قد آن‌ها در سال آینده چقدر خواهد بود؟ (از راست به چپ) (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۰۰,۱۲۰ ۲) ۱۲۰,۱۱۴ ۳) ۱۳۶/۸,۱۱۴ ۴) ۱۲۹/۹۶,۱۳۶/۸

۶۴ـ کدام یک از پارامتر های زیر بیشتر تحت تأثیر انحرافات بزرگ است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲ و سنجش دور و اطلاعات جغرافیایی ـ ۸۵ و ۸۷)

۱) واریانس ۲) نیم دامنه ۳) انحراف چارکی ۴) انحراف متوسط از میانگین

۶۵ـ کدام یک از نمودارهای زیر از نوع تحلیل اکتشافی است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) میله‌ای ۲) اجایو ۳) بافت نگار ۴) ریشه و برگ

۶۶ـ کدام یک از شاخص‌های آماری برای توزیع زیر قابل محاسبه نیست؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

X_i	< ۵	۵ ـ ۸	۸ ـ ۱۱	۱۱ ـ ۱۴	≥ ۱۴	جمع
F_i	۳	۱۰	۱۷	۶	۴	۴۰

۱) میانه ۲) انحراف چارکی ۳) ضریب چولگی گشتاوری ۴) چارک اول

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۷ـ تعبیر ریاضی و مکانیکی میانگین: مهم‌ترین مزیت میانگین آن است که در یک توزیع فراوانی: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) مقدار میانگین نقطه ثقل و جمع جبری گشتاور برابر است.

۲) مقدار میانگین ثقل از جمع جبری گشتاور بزرگتر است.

۳) جمع جبری گشتاورها یک سوم نمره‌ها را تشکیل می‌دهد.

۴) اولاً مقدار میانگین، نقطه ثقل نمره‌ها را تشکیل می‌دهد، ثانیاً جمع جبری گشتاور یا تفاوت نمره‌ها نسبت به میانگین مساوی صفر است.

۶۸ـ محله‌های شهر به پرتراکم و کم تراکم دسته‌بندی شده‌اند. این نوع دسته‌بندی در کدام سطح از سطوح اندازه‌گیری قرار می‌گیرد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) فاصله‌ای interval ۲) اسمی nominal ۳) ترتیبی ordinal ۴) پیوسته Continuous

۶۹ـ Percentile (صدک) پنجاهم همان ..... است. (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) نما ۲) میانه ۳) میانگین ۴) واریانس

۷۰ـ مشاوری برای تعیین سطح مورد نیاز برای کاربری مسکونی شهری که طرح جامع آنرا در دست تهیه دارد، اطلاعات مربوط بـه مسـاحت زمـین بناهای مسکونی موجود شهر و فراوانی آن‌ها را جمع آوری نموده و می‌خواهد برای پیش‌بینی کاربری آتی شهر به جای استفاده از استانداردهای مرسـوم از این اطلاعات استفاده کند. این مشاور چه معیاری را مبنای محاسبات خود قرار می‌دهد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) نما (mode) ۲) میانه (median) ۳) میانگین (mean) ۴) سرانه‌های مرسوم در شهرسازی

۷۱ـ در نمونه‌گیری از پارک‌های محله‌ای در یک شهر، توزیع مساحت پارک‌ها به شکل زیر بدست آمده میانه مساحت‌ها چند متر مربع است؟

پارک الف: ۱۶۵۰ متر مربع — پارک ب: ۱۴۵۰ متر مربع — پارک پ: ۱۴۰۰ متر مربع — پارک ت: ۱۵۵۰ متر مربع

پارک ث: ۲۰۰۰ متر مربع — پارک ج: ۱۲۵۰ متر مربع — پارک چ: ۱۳۵۰ متر مربع

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۱۴۵۰ ۳) ۱۵۲۱/۴ ۴) ۲۰۰۰

۷۲ـ در ۸۰ داده آماری طبقه‌بندی شده، فراوانی مطلق طبقه وسط ۱۲ می‌باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه سطح نمایش این طبقه چند درجه است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۴۸ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۴

۷۳ـ مجموع ۱۰۰ داده آماری برابر ۱۵۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۶۲۵ می‌باشد، انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

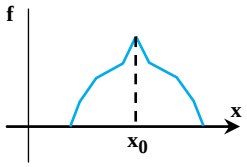
۷۴ـ اگر میانگین داده‌های آماری جدول زیر برابر ۵ باشد، a کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

x_i	۳/۵	۴	۴/۵	۵	۵/۵	۶
f_i	۲	a	۲	۱	۲	۳

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۵ـ شکل مقابل نمودار فراوانی داده‌های آماری است، اندازه x_0 به طور کامل نمایانگر کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)



۱) مد ـ میانگین

۲) میانه ـ مد

۳) میانگین ـ میانه

۴) میانگین ـ میانه ـ مد

۷۶ـ کدام معیار پراکندگی برای توزیع فراوانی زیر مناسب‌تر است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

حدود طبقات	۰ـ۲۰	۲۰ـ۴۰	۴۰ـ۶۰	۶۰ و بیشتر
فراوانی	۲۵	۳۵	۲۰	۱۰

۱) انحراف چارکی ۲) انحراف معیار

۳) ضریب تغییرات ۴) انحراف متوسط از میانگین

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۷ـ اگر واریانس ۴ عدد برابر ۳ و $\sum x_i^2 = 48$ باشد، مطلوبست میانگین اعداد مربوطه: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۲ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۱۶

۷۸ـ اگر میانگین و واریانس x به ترتیب ۴ و ۹ باشد، آنگاه میانگین و انحراف معیار $y = \frac{1}{2}x + 2$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۳ و ۱/۵ ۲) ۲ و ۱/۵ ۳) ۱/۵ و ۲ ۴) ۳ و ۲

۷۹ـ برای محاسبه متوسط نرخ رشد تولید ناخالص ملی در ۲۵ سال گذشته از کدام شاخص استفاده می‌شود؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) میانگین وزنی ساده ۲) میانگین ساده ۳) میانگین هندسی ۴) میانگین هارمونیک

۸۰ـ دهک‌ها از جمله شاخص‌های: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) مرکزی هستند ۲) پراکندگی هستند ۳) همبستگی هستند ۴) میانگین هارمونیک

۸۱ـ گشتاور مرتبه اول و دوم نسبت به مبدأ صفر به صورت روبرو به دست آمده است: $m_1 = 10$, $m_2 = 125$

ضریب تغییرات صفت متغیر x کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۰۰ ۲) ۶۰ ۳) ۵۰ ۴) ۳۰

۸۲ـ توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان شده است:

$x_i - x_{i+1}$	-۲	۲-۶	۶-۱۰	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۶-	
N_i	۵	۲۰	۲۵	۲۵	۵۰	۲۵	۲۰	۵	= ۲۰۰

چارک اول (Q_1) و چارک سوم (Q_3) برای توزیع فوق به ترتیب ۱۰ و ۱۸ می‌باشد. مناسب‌ترین مشخصه پراکندگی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۴ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۱۶

۸۳ـ درآمد کارکنان یک مؤسسه تولیدی به شرح جدول زیر است. فاصله نیم چارکی (Semi-Interquartile Range) یا انحراف چارکی (Quartile Dev) توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

$x_i - x_{i+1}$	- ۲۰	۲۰ - ۳۰	۳۰ - ۴۰	۴۰ - ۵۰	۵۰ - ۶۰	۶۰ -
N_i	۱۰	۴۰	۶۰	۶۰	۴۰	۱۰

۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۲۲ ۴) ۱۸

۸۴ـ توزیع فراوانی صفت متغیر x دارای چولگی ملایم می‌باشد. برای این توزیع فراوانی‌ها، میانگین حسابی $\bar{x} = 20$ و $Me = 35$ است و نمای (Mod) این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) ۶۵ ۲) ۴۵ ۳) ۷۰ ۴) ۵۰

۸۵ـ گشتاورهای اولیه برای یک توزیع صفت متغیر به شرح مقابل می‌باشد: $m_1 = 2$ $m_2 = 8$ $m_3 = 41$

گشتاورهای مرکزی مراتب اول، دوم و سوم برای توزیع فوق چقدر است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) $\mu_1 = 8$, $\mu_2 = 6$, $\mu_3 = 0$ ۲) $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 4$, $\mu_3 = 9$

۳) $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 6$, $\mu_3 = 0$ ۴) $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\mu_3 = 3$

۸۶ـ چنانچه واریانس اعداد $2x_4$ و $2x_3$ و $2x_2$ و $2x_1$ برابر صفر باشد، میانگین اعداد x_4 و x_3 و x_2 و x_1 چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۹/۶

۸۷ـ میانگین هندسی اعداد ۱ و ۹ و ۵ و ۳ برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) ۴/۵ ۲) ۳/۴۰۸ ۳) ۳۳/۷۵ ۴) ۱۳۵

۸۸ـ در یک آزمایش خون نتایج زیر بدست آمده است. مد یا نما برابر است با گروه خون: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

گروه خون	A	B	O	AB
فراوانی	۵۰	۱۰۰	۲۰	۳۰

۱) O ۲) B ۳) A ۴) AB

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۹ـ مقیاس اندازه‌گیری اسمی از کدام دسته زیر است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) کیفی ۲) کمی ۳) ترتیبی ۴) فاصله‌ای

۹۰ـ کدام یک از مقیاس‌های اندازه‌گیری زیر کمی است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) اسمی ۲) ترتیبی ۳) فاصله‌ای، ترتیبی ۴) فاصله‌ای، کسری

۹۱ـ میانگین نمره‌های دوازده درس دانش‌آموز در امتحان ۱۴/۵ است. اگر نمره یک درس او ۲۰ باشد، میانگین نمره یازده درس دیگر او کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۳ ۲) ۱۳/۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۴/۲

۹۲ـ میانگین ۸ داده برابر ۵ و میانگین ۱۲ داده دیگر برابر ۱۰ است. میانگین کل ۲۰ داده کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) $\frac{۳۲}{۳}$

۹۳ـ برای مقادیر متغیر تصادفی X به شرح روبرو: $X: ۶۰,۴۰,۶۰,۸۰$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) فقط میانگین حسابی و میانه با هم برابرند.
۲) فقط میانگین حسابی و نما با هم برابرند.
۳) میانگین حسابی، میانه و نما با هم برابرند.
۴) فقط میانه و نما با هم برابرند.

۹۴ـ اطلاعات جمع‌آوری شده بر اساس نظرسنجی از مشتریان یک بانک در مورد ساعت مناسب شروع به کار بانک‌ها در محدوده زمانی ساعت ۷ تا ۹ در دست است. کدام شاخص یا شاخص‌های مرکزی برای این تصمیم‌گیری مناسب است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) میانگین و میانه ۲) میانه و نما ۳) میانگین ۴) نما

۹۵ـ صادرات کالای خاصی از ۱۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۷۸ به ۱۶۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۸۲ رسیده است. متوسط نرخ رشد سالانه صادرات در این محدوده زمانی چند درصد است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

۹۶ـ ضریب تغییرات (C.V.) متغیر X برابر ۰/۲ است. اگر هر یک از مقادیر متغیر تصادفی X را به $a = ۱۰$ تقسیم می‌کنیم، ضریب تغییرات چه مقدار خواهد شد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $(C.V) = ۰/۰۲$ ۲) $(C.V) = ۰/۲$ ۳) $(C.V) = ۰/۰۴$ ۴) $(C.V) = ۲$

۹۷ـ اگر $N = ۱۰$، $\sum (x_i - \mu_x)^۴ = ۷۶۸۰$ و انحراف معیار جامعه برابر ۴ باشد، ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸ـ میانه داده‌های جدول زیر کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳ و ۸۴ و ۸۸)

x_i	۵	۱۲	۱۵	۲۰
f_i	۶	۸	۱۲	۴

۱) ۱۰ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۵ ۴) هیچکدام

۹۹ـ کدام مقیاس برای اندازه‌گیری از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) نسبی ۲) اسمی ۳) رتبه‌ای ۴) فاصله‌ای

۱۰۰ـ اگر ضریب چولگی توزیع جامع ۰/۶۶ـ باشد، کدام عبارت درباره جامعه مورد مطالعه صحیح است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳ و مدیریت ـ سراسری ۷۰)

۱) نرمال است.
۲) تقریباً نرمال است.
۳) با جامعه نرمال تفاوت فاحش دارد.
۴) براساس اطلاعات داده شده نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۰۱ـ اگر ۸۰ـ۸۹ و ۹۰ـ۹۹ دو طبقه متوالی از یک جدول طبقه‌بندی باشند، فاصله طبقات کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰ـ۹/۵ ۳) ۹/۵ ۴) ۹

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۲ـ با فرض در اختیار داشتن $\sum_{j=1}^{N}|x_j-a|$ به شرط آنکه a میانه باشد، همواره حاصل این عبارت: (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) حداقل است.
۲) حداکثر است.
۳) (حداکثر + حداقل) $\frac{1}{2}$ است.
۴) مقداری بین «حداقل» و «حداکثر» است.

۱۰۳ـ برای اطلاعات آماری چند نوع مقیاس اندازه‌گیری وجود دارد و به ترتیب صعودی قدرت اندازه‌گیری کدامند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) ۲ نوع با مقیاس اندازه‌گیری کمی و کیفی
۲) ۴ نوع با مقیاس‌های اندازه‌گیری اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و کسری
۳) ۴ نوع با مقیاس‌های اندازه‌گیری اسمی، ترتیبی، کسری و فاصله‌ای
۴) ۴ نوع با مقیاس‌های اندازه‌گیری اسمی، فاصله‌ای، ترتیبی و کسری

۱۰۴ـ «تراکم محله» در کدام سطح قابل اندازه‌گیری است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) فقط رتبه‌ای
۲) فقط اسمی، رتبه‌ای
۳) فقط فاصله‌ای
۴) فقط اسمی، رتبه‌ای، فاصله‌ای و کسری

۱۰۵ـ بیشترین داده آماری ۶۹ و کمترین آن ۲۷ است این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده است، نشان دسته پنجم کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۴۸ ۲) ۵۱ ۳) ۵۲ ۴) ۵۴

۱۰۶ـ در ۱۵ داده آماری مجموع داده‌ها برابر ۱۸۰ و مجموع مجذورات داده‌ها ۲۲۵۰ می‌باشد، واریانس کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۰۷ـ جهت محاسبه متوسط نرخ رشد شاخص قیمت کالاهای مصرفی در ایران در بیست سال گذشته، از کدام شاخص استفاده می‌شود؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) میانگین هارمونیک ۲) میانگین هندسی ۳) میانگین ساده ۴) میانگین وزنی ساده

۱۰۸ـ اگر توزیع جامعه از چولگی معقولی برخوردار باشد و میانگین و میانه آن به ترتیب ۶۰ و ۳۰ باشد، آنگاه:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) میانه از مد بزرگتر است ۲) میانه از مد کوچکتر است ۳) میانه با مد برابر است ۴) هیچ‌کدام

۱۰۹ـ توزیع فراوانی‌های صفت متغیر توسط جدول زیر بیان شده است:

$x_i - x_{i-1}$	-۴	۴-۷	۷-۱۱	۱۱-۱۵	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-	
N_i	۵	۱۰	۱۰	۲۵	۲۵	۱۰	۱۰	۵	=۱۰۰

مطلوبست مقدار نیم انحراف چارکی (Semi interguartile range) (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۱۱۰ـ توزیع صفت متغیر x توسط جدول زیر بیان شده است:

x	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	
N_i	۲۰	۱۰	۱۰	۲۵	۲۵	۱۰	۱۰	=۱۱۰

مطلوبست فراوانی تجمعی نسبی صفت متغیر x و کوانتیل (چندک) هفتاد و پنج درصدی توزیع صفت: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) $F(۱۴)=۰/۸۵$ $x_{۰/۷۵}=۱۰/۵$
۲) $F(۱۴)=۰/۹۰$ $x_{۰/۷۵}=۱۲$
۳) $F(۱۴)=۰/۹۷۵$ $x_{۰/۷۵}=۱۱/۸$
۴) $F(۱۴)=۰/۹۵$ $x_{۰/۷۵}=۱۰$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۱ـ فرض کنید وضعیت فروش یک نوع محصول (شیر) در سه بازار مختلف چنان باشد که در جدول زیر به دست آمده است:

بازار	قیمت یک لیتر شیر (X_i) (برحسب تومان)	درآمد فروش (N_i) (تومان)	درآمد فروش ($N_iX_i = W_i$) (تومان)
I	۰/۳۰	۱۰۰۰	۳۰۰
II	۰/۳۵	۲۰۰۰	۷۰۰
II	۰/۴	۲۰۰۰	۸۰۰
	-	۵۰۰۰	۱۸۰۰

مطلوبست متوسط هارمونیک قیمت شیر. (مدیریت بازرگانی و مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۳۸ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۲۰

۱۱۲ـ توزیع چگالی فراوانی های صفت متغیر در جامعه ای به حجم $N = 1000$ به قرار زیر می باشد:

X	۵-۱۵	۱۵-۲۵	۲۵-۳۵	۳۵-۴۵	۴۵-۵۵
$d_{\Delta x}$	۱۲/۵	۱۵	۳۵	۳۰	۷/۵

متوسط حسابی برای صفت متغیر کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۳۰/۵ ۲) ۳۲/۵ ۳) ۲۷/۵ ۴) ۳۵/۵

۱۱۳ـ نرخ رشد سالیانه سود بنگاهی در ۵ سال گذشته به شرح روبرو است: ۲/۱ و ۲/۱۹ و ۲/۲۳ و ۲/۵۱ و ۲/۸۲

کدام یک از مشخص‌کننده‌های مرکزی برای محاسبه متوسط نرخ رشد سود سالیانه مناسب است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) میانه ۲) میانگین موزون ۳) میانگین حسابی ۴) میانگین هندسی

۱۱۴ـ از جامعه‌ای به تعداد $n = 10$ کمیت‌های زیر به دست آمده است: $\sum_{i=1}^{10} x_i = 140$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 2000$

ضریب تغییرات صفت متغیر x چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) %۱۴/۲۸ ۲) %۱۶/۱۴ ۳) %۲۸/۱۴ ۴) %۲۲/۲۲

۱۱۵ـ میانگین و واریانس اعداد x_n و... و x_1 به ترتیب برابر ۴ و ۳ است. میانگین اعداد x_n^2 و...و x_1^2 چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۹ ۲) ۱۳ ۳) ۱۶ ۴) $4\sqrt{3}$

۱۱۶ـ چنانچه واریانس اعداد $2x_4$ و $2x_3$ و $2x_2$ و $2x_1$ برابر صفر باشد. میانگین اعداد x_4 و x_3 و x_2 و x_1 چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۴ ۲) ۲۴ ۳) ۹/۶ ۴) ۱۶

۱۱۷ـ طبق محاسبات انجام شده مشخصه‌های مرکزی میانگین حسابی، میانه و نما به ترتیب ۲ و ۳ و ۳/۵ به دست آمده است. نسبت به توزیع صفت در این جامعه چه قضاوت می‌کنید؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳ و حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) این جامعه دارای توزیع پخ‌تر از توزیع نرمال می‌باشد.

۲) این جامعه دارای چولگی به راست می‌باشد.

۳) این جامعه دارای چولگی به چپ می‌باشد.

۴) این جامعه دارای توزیع کشیده‌تر از نرمال می‌باشد.

۱۱۸ـ کدام یک از گزینه‌های زیر جزء خواص میانه است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\sum_{i=1}^{S} n_i (x_i - Me)^2 \le \sum n_i (x_i - a)^2$

۲) $\sum_{i=1}^{S} n_i |x_i - Me| \le \sum_{i=I}^{S} n_i |x_i - a|$

۳) $\sum_{i=1}^{S} n_i |\bar{x} - Me| \ge \sum_{i=I}^{S} n_i |x_i - a|$

۴) $\sum_{i=1}^{S} (x_i - Me)^2 \ge \sum n_i (x_i - a)^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۹ـ اگر مقادیر صفت متغیر در مقیاس اسمی (Nominalscales) به دست آمده باشد کدام یک از کمیت‌های زیر می‌تواند به عنوان مشخصه مرکزی به کار گرفته شود؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) میانگین حسابی ۲) میانه ۳) میانگین هندسی ۴) مُد (نما)

۱۲۰ـ در توزیع $\begin{array}{c|cccccc} x_i & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ \\ \hline f_i & ۴ & ۶ & ۸ & ۷ & ۳ & ۲ \end{array}$ میانگین کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱) ۳/۱ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۲

۱۲۱ـ اگر واریانس داده‌های $x_۱, x_۲, x_۳, ۷$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌ها برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱) ۷ ۲) ۱۴ ۳) ۲۸ ۴) مشخص نیست

۱۲۲ـ اگر همه داده‌های آماری را چهار برابر کنیم، دامنه تغییرات آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) تغییر نمی‌کنند.

۱۲۳ـ دریک پژوهش شهرسازی در رابطه با مقایسه مساحت خانه‌ها در دو شهر کاشان و شهر کرد، بهتر است از کدام عامل زیر استفاده شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱) میانه ۲) نما ۳) میانگین هندسی ۴) میانگین

۱۲۴ـ تعریف زیر مربوط به کدام گزینه است؟

«اندازه وسطی مقادیر مشاهده، در صورتی که اندازه‌ها را به ترتیب از کوچکترین به بزرگترین مقدار مرتب کرده باشیم.» (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱) میانه ۲) نما ۳) میانگین ۴) حد متوسط

۱۲۵ـ اگر میانگین مقادیر x برابر ۱۰ و میانگین مقادیر مجذورات x برابر ۱۰۰۰ باشد، واریانس مقادیر x چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶۰۰ ۲) ۷۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۰۰

۱۲۶ـ اگر در جامعه‌ای که دارای ۱۰ مشاهده است $\Sigma x = ۴۰$ و $\Sigma x^۲ = ۲۰۰$ باشد، ضریب پراکندگی چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۲۷ـ برای یک توزیع نرمال استاندارد شده، شاخص کشیدگی یا اوج $\alpha_۴$ دارای چه کمیتی است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۸ـ در یک تحقیقات، افراد جامعه به طبقات کم درآمد، متوسط و پردرآمد تقسیم‌بندی شده‌اند. کدام نوع مقیاس اندازه‌گیری متغیرها مورد بحث است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) اسمی ۲) ترتیبی ۳) فاصله‌ای ۴) نسبتی

۱۲۹ـ راننده اتومبیلی $\frac{۱}{۳}$ مسافت موردنظر را با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر درساعت و بقیه مسافت را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت رفته است، سرعت متوسط در این مسافت چند کیلومتر در ساعت است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) ۷۰ ۲) ۷۱/۵ ۳) ۷۲ ۴) ۷۳/۳۳

۱۳۰ـ در ۵۰ داده آماری میانه $Md = ۱۲$، $\sum_{i=۱}^{۵۰} x_i = ۵۵۰$ است، اگر $A = \sum_{i=۱}^{۵۰} |x_i - ۱۲|$ و $B = \sum_{i=۱}^{۵۰} |x_i - ۱۱|$ آنگاه: (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) $A < B$ ۲) $A = B$ ۳) $A > B$ ۴) $A = B - ۱$

۱۳۱ـ در جدول داده‌های آماری مد (Mo) کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

حدود دسته	۱۵ـ۱۸	۱۸ـ۲۱	۲۱ـ۲۴	۲۴ـ۲۷
فراوانی	۱۸	۲۳	۳۴	۲۵

۱) ۲۱/۹۰ ۲) ۲۲/۶۵ ۳) ۲۲/۸۵ ۴) ۲۳/۱۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۲ـ در جدول داده‌های سئوال قبل مقدار میانگین $\mu = ۲۲/۵ - b$ است، عدد b کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۸۶ ۲) ۰/۹۲ ۳) ۱/۰۲ ۴) ۱/۱۲

۱۳۳ـ در ۸۰ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۵ و ۲ محاسبه شده‌اند، اگر به هر یک از داده‌های موجود ۱ واحد افـزوده شـود، درصـد ضریب پراکندگی داده‌های جدید کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) ۲۵ ۲) ۳۳ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

۱۳۴ـ کدام مقیاس دارای ویژگی‌های بهترین برای اندازه‌گیری است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) اسمی ۲) ترتیبی ۳) نسبتی ۴) فاصله‌ای

۱۳۵ـ میانگین هندسی اعداد a, b، ۱۲، ۹، ۱۲/۵ و ۶ برابر $\frac{۹}{۲}$ است، میانگین هندسی a, b کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۲۷}{۲۰}$ ۲) $\frac{۲۷}{۴۰}$ ۳) $\frac{۸۱}{۴۰}$ ۴) $\frac{۸۱}{۸۰}$

۱۳۶ـ در جدول مقابل، چارک سوم کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

حدود دسته	۱۰–۱۴	۱۴–۱۸	۱۸–۲۲	۲۲–۲۶
فراوانی	۹	۱۵	۱۸	۱۰

۱) ۲۰/۳ ۲) ۲۰/۶ ۳) ۲۱/۳ ۴) ۲۱/۷

۱۳۷ـ در ۱۰۰ داده آماری $\sum_{i=۱}^{۱۰۰} x_i^۲ = ۴۰۰$، $\sum_{i=۱}^{۱۰۰} x_i = ۱۲۰$ است، مقدار $\sum_{i=۱}^{۱۰۰} (x_i - \mu)^۲$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶۴ ۲) ۱۴۴ ۳) ۱۹۶ ۴) ۲۵۶

۱۳۸ـ در جدول مقابل، مقدار میانگین $\mu = ۱۵/۵ + a$ است، عدد a کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

حدود دسته	۸–۱۱	۱۱–۱۴	۱۴–۱۷	۱۷–۲۰	۲۰–۲۳
فراوانی	۴	۱۰	۱۸	۱۲	۶

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۳۶ ۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۷۲

۱۳۹ـ در جدول سوال قبل، اندازه مد (Mo) کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱۵/۵ ۲) ۱۵/۶ ۳) ۱۵/۷ ۴) ۱۵/۸

۱۴۰ـ در یک توزیع با میانگین ۱۲/۵ و انحراف معیار ۳، مقدار میانه ۱۲/۷ محاسبه شده است. ضریب چولگی پیرسون و اختلاف آن با نرمال چگونه است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۲– و تفاوت اندک ۲) ۰/۲و تفاوت اندک ۳) ۰/۱و تقریباً نرمال ۴) ۰/۶ و تفاوت زیاد

۱۴۱ـ با توجه به جدول طبقه‌بندی، مقدار چارک سوم کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

$C-L$	۱۰–۲۰	۲۰–۳۰	۳۰–۴۰
F_i	۱۰	۳۰	۲۰

۱) ۲۵ ۲) ۳۰/۵ ۳) ۳۲/۵ ۴) ۴۵

۱۴۲ـ انواع مقیاس‌های (واحدهای اندازه‌گیری) صفات کمی و کیفی متغیرها کدامند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) فاصله‌ای، رتبه‌ای، نسبتی، صفتی
۲) اسمی، فاصله‌ای، نسبتی، مشخصه‌ای
۳) اسمی، رتبه‌ای، فاصله‌ای، نسبتی
۴) صفتی، مشخصه‌ای، نسبتی و اسمی

۱۴۳ـ در توزیع درآمد خانوارهای ایران موقعیت میانگین و میانه چگونه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) میانه از میانگین بزرگ‌تر است.
۲) میانگین بزرگ‌تر از میانه است.
۳) میانه و میانگین تقریبا بر روی هم قرار می‌گیرند.
۴) میانه و میانگین دقیقا بر روی هم قرار می‌گیرند.

۱۴۴ـ در یک توزیع آماری مد برابر ۴۰ و میانه برابر ۳۰ می‌باشد کدام عدد برای میانگین آن مورد قبول است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۵ـ در یک نمونه‌گیری از مساحت واحدهای مسکونی یک محله شهری فرضی مقدار چولگی منحنی توزیع آن $SK = -0/24$ شد. در اینصورت می‌توان گفت: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) منحنی توزیع چوله به چپ دارد و چولگی قانون توزیع زیاد است.
۲) منحنی توزیع صفت چوله به چپ دارد و چولگی قانون توزیع کم است.
۳) منحنی توزیع چوله به راست دارد و چولگی قانون توزیع زیاد است.
۴) منحنی توزیع چولگی کمی دارد.

۱۴۶ـ محاسبه پارامترها به ..... بستگی دارد. (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) جامعه ۲) جامعه و نمونه ۳) شرایط تحقیق ۴) نمونه

۱۴۷ـ درصد افزایش سود شرکت‌هایی به صورت ۴/۵، ۴، ۸، ۱۸ و ۳ محاسبه شده است، میانگین هندسی سود این شرکت‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۷/۵ ۲) ۷ ۳) ۶/۵ ۴) ۶

۱۴۸ـ اتومبیلی $\frac{۲}{۳}$ فاصله بین دو شهر را با سرعت ثابت ۷۲ کیلومتر در ساعت و $\frac{۱}{۳}$ بقیه را با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند، سرعت متوسط این اتومبیل در فاصله بین دو شهر کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶۴ ۲) ۶۶ ۳) ۶۷/۵ ۴) ۶۸

۱۴۹ـ سود یک شرکت در ۶ ماهه اول سال به واحد میلیون برابر ۱۰، ۸، ۷، ۶، ۶، ۵ می‌باشد ضریب پراکندگی آن (C.V) کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۲۳ ۴) ۰/۲۵

۱۵۰ـ در جدول داده‌های مقابل میانگین حسابی $\mu_x = ۱۵ + A$ است. عدد A کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

x_i	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
f_i	۱۲	۱۶	۲۰	۲۷	۱۰

۱) ۰/۳۹ ۲) ۰/۴۱ ۳) ۰/۴۲ ۴) ۰/۴۳

۱۵۱ـ در ۱۲۵ داده آماری کوچکتری و بزرگترین آنها به ترتیب ۳۱ و ۵۲ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۵۵ درصد داده‌ها نا بیشتر از ۴۰ و ۶۷ درصد داده‌ها نابیشتر از ۴۳ باشد، فراوانی طبقه وسط کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۵۲ـ میانگین یک جامعه ۱۲ و مد (Mo) آن ۱۵ می‌باشد، چولگی و میانه آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) چوله به راست و ۱۳ ۲) چوله به راست و ۱۴ ۳) چوله به چپ و ۱۳ ۴) چوله به چپ و ۱۴

۱۵۳ـ در یک جامعه با میانگین ۱۳ و واریانس ۶/۲۵ و مد ۱۵، ضریب چولگی پیرسون کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) $-0/8$ ۲) $-0/4$ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۸

۱۵۴ـ اگر سه جامعه با تعداد مشاهدات ۲۵، ۳۰ و ۴۵ با میانگین‌های برابر و واریانس آن‌ها به ترتیب ۲/۰۴ و ۳/۱ و ۴ به صورت یک جامعه واحد در نظر گرفته شود. انحراف معیار این جامعه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱/۶ ۲) ۱/۷ ۳) ۱/۸ ۴) ۱/۹

۱۵۵ـ مجموع مجذورات ۳۰ داده آماری ۱۹۵۰ و مجموع این داده‌ها برابر ۲۱۰ می‌باشد، ضریب پراکندگی (C.V) آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۴۳ ۲) ۰/۴۷ ۳) ۰/۵۳ ۴) ۰/۵۷

۱۵۶ـ در یک توزیع، پارامترهای میانگین و میانه و مُد برابر هم‌اند. اگر پراکندگی آن کمتر از پراکندگی توزیع نرمال باشد آنگاه ضریب کشیدگی این توزیع چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) صفر ۲) مثبت ۳) منفی ۴) مثبت یا منفی

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۷ـ اگر مقادیر دو متغیر x و y به صورت x: ۱،۲،۳،۴ و y: ۲،۴،۶،۸ باشند. (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $var(y) = ۴\,var(x)$ ۲) $var(x) = var(y)$ ۳) $var(x) > var(y)$ ۴) $\bar{x} = \bar{y}$

۱۵۸ـ اگر از متغیر x مقادیر متغیر در جدول $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline x_i & ۲ & ۴ & ۶ & ۸ \\ \hline f(x_i) & ۱ & ۲ & ۳ & ۲ \\ \hline \end{array}$ را در عدد ۳ ضرب نماییم در این صورت: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $\bar{x}$ تغییر نمی‌کند. ۲) $\bar{x}$ کاهش می‌یابد ۳) $\bar{x}$ افزایش می‌یابد. ۴) $\bar{x}$ سه برابر می‌شود.

۱۵۹ـ فرمول $\frac{U^۴}{Q^۴} = \frac{E(X_i - \mu)^۴}{(var(x))^۲}$ برای محاسبه : (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) چولگی توزیع به کار می‌رود. ۲) کشیدگی توزیع به کار می‌رود.

۳) پراکندگی متغیر به کار می‌رود. ۴) میانگین قدر مطلق متغیر به کار می‌رود.

۱۶۰ـ نرخ رشد سالیانه فروش شرکتی در پنج سال قبل به صورت زیر استخراج شده است: ۲/۱ و ۲/۱۹ و ۲/۲۳ و ۲/۵۱ و ۲/۸۲ کدام‌یک از مشخص‌کننده‌های مرکزی را برای متوسط نرخ رشد سالانه مناسب می‌دانید؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۴)

۱) میانگین حسابی ۲) میانه ۳) میانگین همساز ۴) میانگین هندسی

۱۶۱ـ اگر در جامعه‌ای واریانس $D_{(x)} = ۶$ باشد، انحراف معیار y که بر طبق رابطه $y = ۳x - ۱۰$ از صفت x تبعیت می‌کند، برابر است با: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۴/۳۴ ۲) ۲/۴۴ ۳) ۷/۳۴ ۴) ۸/۳۴

۱۶۲ ـ وزن ۲۵ فرد اندازه‌گیری (کیلوگرم) و نتایج آماری به صورت زیر محاسبه شده است:

۷۸۴= واریانس و ۲۰ = دامنه و ۷۴= میانه و ۷۳= نما و ۷۰ = میانگین ، ضریب تغییرات برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) %۱۱/۲ ۲) %۱۱۲۰ ۳) %۰/۴ ۴) %۴۰

۱۶۳ـ برای توزیع صفت متغیر در جامعه، گشتاورهای مرتبه اول ($m_۱$) و مرتبه دوم ($m_۲$) از مبدأ صفر و گشتاور مرکزی مرتبه سوم ($\mu_۳$)، به قرار روبرو به دست آمده است: $m_۱ = ۲$, $m_۲ = ۸$, $\mu_۳ = ۰/۱۶$

ضریب چولگی براساس گشتاورها کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۲ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۰/۰۴

۱۶۴ـ توزیع صفت متغیر در جامعه، توسط جدول فراوانی‌های زیر بیان شده است، چارک سوم ($Q_۳$) برای توزیع صفت متغیر کدام است؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

x_i	۲−۴	۴−۶	۶−۸	۸−۱۰	۱۰−۱۲	۱۲−۱۴	۱۴−۱۶	۱۶−۱۸
f_i	۰/۱۰	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۱۰	۰/۰۵

۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۱۴

۱۶۵ـ از جامعه‌ای کمیت‌های $n = ۱۰$ $\sum_{i=۱}^{۱۰} x_i = ۱۴۰$ $\sum_{i=۱}^{۱۰} x_i^۲ = ۲۰۰۰$ در دست است.ضریب تغییرات صفت متغیر x کدام است؟(حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) %۱۴/۲۸ ۲) %۲۸/۱۴ ۳) %۲۳/۲۴ ۴) %۱۶/۱۴

۱۶۶ـ اگر واریانس قیمت‌ها در سال گذشته ۱۰۰۰ و امسال ۱۰ درصد به قیمت‌ها اضافه شده باشد، مقدار واریانس قیمت‌های امسال چیست؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۱۱۰۰ ۳) ۱۱۱۰ ۴) ۱۲۱۰

۱۶۷ـ اگر دامنه تغییرات داده‌های آماری $x_۱, x_۲, \cdots, x_n$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های آماری $۲x_۱ + ۱, ۲x_۲ + ۱, \ldots, ۲x_n + ۱$ کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{x_۱ + x_n}{۲}$ ۲) $۲(x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n) + ۱$ ۳) x_n ۴) $۲x_۱ + ۱$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۸ـ در یک پژوهش شهرسازی در رابطه با مقایسه مساحت خانه‌ها در دو شهر یزد و سنندج بهتر است از کدام عامل زیر استفاده شود؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)

۱) میانه ۲) نما ۳) میانگین هندسی ۴) میانگین حسابی

۱۶۹ـ واریانس داده‌های جدول زیر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷
f	۱	۱	۳	۵	۴	۲

۱) ۱/۰۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۷۵

۱۷۰ـ در یک جدول توزیع فراوانی که شامل ۱۰۰ مشاهده است، میانگین ۶ و $\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 = 5000$ است. واریانس این مشاهدات چقدر است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱ ۲) ۱۴ ۳) ۴۴ ۴) ۴۹

۱۷۱ـ فرض کنید دهک ششم حقوق کارکنان در یک موسسه برابر با ۱۳۵ هزار تومان است. این بدان معنی است که حقوق دریافتی ۴۰ درصد کارکنان:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) بیشتر از ۱۳۵ هزار تومان است. ۲) درست برابر با ۱۳۵ هزار تومان است.

۳) کمتر یا مساوی ۱۳۵ هزار تومان است. ۴) ۱۳۵ هزار تومان و بقیه کارکنان بیشتر از ۱۳۵ هزار تومان است.

۱۷۲ـ در جامعه ای با حجم $N = 200$ کمیت‌های زیر محاسبه شده‌اند. ضریب چولگی توزیع (α_3) چقدر است؟

$$\sum (X_i - \mu)^2 = 2000, \sum (X_i - \mu)^3 = -328$$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۰۳۲۸ ۲) ۰/۰۱۶۴ ۳) −۰/۰۱۶۴ ۴) ۰/۰۳۲۸

۱۷۳ـ نرخ رشد تولیدات یک کارخانه تولیدی طی دو سال گذشته به ترتیب ۸۰% و ۲۰%− بوده است. متوسط نرخ رشد تولید سالیانه این کارخانه چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲۰% ۲) ۳۰% ۳) ۵۰% ۴) ۶۰%

۱۷۴ـ در بررسی اثربخشی یک دوره آموزش مدیریت، از یک گروه گواه و یک گروه آزمایش استفاده شده است، گروه فرضیه‌های این نوع تحقیق چگونه‌اند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) همبسته ۲) مستقل ۳) جور شده ۴) توصیفی

۱۷۵ـ در یک کارگاه ۵ ماشین با سرعت ۴ دور در ثانیه و ۳ ماشین با سرعت ۶ دور در ثانیه کار می‌کنند. سرعت متوسط این ماشین‌ها چند دور در ثانیه است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) ۴/۸۵ ۲) ۴/۷۵ ۳) ۴/۶۳ ۴) ۴/۵۷

۱۷۶ـ در داده‌های آماری طبقه‌بندی شده زیر، مد کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

حدود طبقه	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷	۲۷-۳۰
فراوانی	۷	۱۱	۱۷	۹	۶

۱) ۲۱/۹ ۲) ۲۲/۱ ۳) ۲۲/۳ ۴) ۲۲/۵

۱۷۷ـ در یک توزیع آماری ضریب کشیدگی برابر ۰/۰۸− محاسبه شده است. پراکندگی این توزیع و منحنی آن چگونه است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) تقریباً نرمال ـ بلندتر از نرمال ۲) تقریباً نرمال ـ کوتاه‌تر از نرمال

۳) تفاوت اندکی با نرمال ـ کوتاه‌تر از نرمال ۴) تفاوت اندکی با نرمال ـ بلندتر از نرمال

www.modaresanesharif.ac.ir

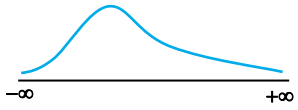
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۸ـ یک کارمند تعداد نامه‌هایی را که در ۱۰۰ روز دریافت کرده در جدول زیر تنظیم نموده است. میانگین تعداد نامه‌هایی که دریافت کرده اســت، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

روز (f_i) فراوانی	x_i (تعداد)
۴۸	۰
۳۲	۱
۱۷	۲
۲	۳
۰	۴
۱	۵

۱) ۰/۷۰
۲) ۰/۷۷
۳) ۱/۵
۴) ۲

۱۷۹ـ وقتی توزیع جامعه به شکل زیر باشد، می‌توان گفت: (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)



۱) میانه جامعه ≤ مد جامعه ≤ میانگین
۲) میانگین ≤ میانه ≤ مد جامعه
۳) میانه ≤ میانگین ≤ مد جامعه
۴) مد جامعه ≤ میانه ≤ میانگین جامعه

۱۸۰ـ جدول فراوانی زیر مربوط به تعداد فرزندان ۲۰ خانوار است. فراوانی طبقه سوم چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

فراوانی نسبی	طبقه
۰/۱	۱
۰/۲	۲
۰/۶	۳
۰/۱	۴

۱) ۲
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۱۸۱ـ تعداد شرکت‌کنندگان در ۸ کلاس آموزش مدیریت به قرار زیر است میانه این ارقام کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۲۶ و ۱۸ و ۲۷ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۴ و ۳۰ و ۱۷

۱) ۱۷
۲) ۱۷/۵
۳) ۱۸
۴) ۲۱/۵

۱۸۲ـ اعداد ۷ و ۸ و ۳ و ۱۵ و ۸ و ۱۱ و ۱ و ۳ و ۶ و۳و۵ مفروض است. نما (مُد) و میانهٔ آن‌ها به ترتیب کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶ و ۳
۲) ۸ و ۳
۳) ۸ و ۶
۴) ۷ و ۸

۱۸۳ـ چارک اول (صدک ۲۵ ام) یک سری اعداد برابر ۱۸ است. این عدد به چه معنی می‌باشد؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) هیجده تا از داده‌ها از ۲۵ بیشتر است.
۲) هفتاد و پنج درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ است.
۳) هیجده درصد از داده‌ها کمتر از ۲۵ است.
۴) بیست و پنج درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ است.

۱۸۴ـ در ۸۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۹۲ و مجموع مجذورات آن‌ها ۷۲۰ می‌باشد. ضریب پراکندگی (C.V) کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۲۵
۲) ۰/۵۰
۳) ۰/۶۰
۴) ۰/۷۵

۱۸۵ـ در جدول داده‌های زیر انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

حدود دسته	۱۰–۱۳	۱۳–۱۶	۱۶–۱۹	۱۹–۲۲	۲۲–۲۵
فراوانی	۵	۹	۱۲	۱۰	۴

۱) ۲/۲
۲) ۲/۴
۳) ۲/۶
۴) ۲/۸

۱۸۶ـ میانگین یک جامعه ۱۵/۵ و مد (MO) آن ۱۴ می‌باشد، چولگی و میانه آن کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) چوله به چپ، ۱۴/۵
۲) چوله به راست، ۱۴/۵
۳) چوله به چپ، ۱۵
۴) چوله به راست، ۱۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۷ـ در یک توزیع آماری ضریب کشیدگی $E = -0/20$ محاسبه شده است، این توزیع با مقایسه توزیع نرمال چگونه است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) پراکندگی بیشتر ـ تفاوت اندک
۲) پراکندگی کمتر ـ تفاوت اندک
۳) پراکندگی بیشتر ـ تقریبا نرمال
۴) پراکندگی کمتر ـ تقریبا نرمال

۱۸۸ـ تصحیح شپارد در مورد واریانس N داده از متغیر پیوسته در مواردی به کار می‌رود که $N > \cdots$ و تابع توزیع فراوانی ..... باشد.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱۰۰ـ اندکی متقارن
۲) ۱۰۰ـ غیر متقارن
۳) ۱۰۰۰ـ اندکی متقارن
۴) ۱۰۰۰ـ غیر متقارن

۱۸۹ـ اگر $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 90$ و $\sum_{i=1}^{20} x_i = 15$ باشد مقدار $\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲۴۰
۲) ۳۲۰
۳) ۳۶۰
۴) ۴۲۰

۱۹۰ـ در جدول داده‌های طبقه‌بندی شده مقدار میانگین برابر $4a + 22$ محاسبه شده است، a کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

x_i	۱۲ـ۱۶	۱۶ـ۲۰	۲۰ـ۲۴	۲۴ـ۲۸	۲۸ـ۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

۱) $-0/04$
۲) $-0/02$
۳) $0/02$
۴) $0/04$

۱۹۱ـ در جدول داده‌های مقابل، مد جامعه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

x_i	۱۲ـ۱۶	۱۶ـ۲۰	۲۰ـ۲۴	۲۴ـ۲۸	۲۸ـ۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

۱) ۲۱/۳
۲) ۲۱/۶
۳) ۲۲/۱
۴) ۲۲/۴

۱۹۲ـ در ۶۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها، برابر ۲۱۰ و مجموع مجذورات آن‌ها ۸۷۰ می‌باشد، ضریب پراکندگی (C.V) کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۳۴
۲) ۰/۴۳
۳) ۰/۵۶
۴) ۰/۶۵

۱۹۳ـ کدام نمودار برای نمایش مشاهدات با مقیاس رتبه‌ای مناسب است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) دایره‌ای
۲) چند ضلعی
۳) بافت نگار
۴) جعبه‌ای

۱۹۴ـ اگر میانگین و واریانس Y به ترتیب ۳ و ۹ باشد. میانگین و انحراف معیار $X = \frac{1}{2}Y + 1$ کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) $E(x) = 1/5, \sigma_x = 2/5$
۲) $E(x) = 2/5, \sigma_x = 2/5$
۳) $E(x) = 1/5, \sigma_x = 1/5$
۴) $E(x) = 2/5, \sigma_x = 1/5$

۱۹۵ـ توزیع جامعه آماری از چولگی معقولی برخوردار است و میانگین آن ۱۰۰ و میانه آن برابر است با ۱۲۰. مقدار مد چقدر است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱۱۰
۲) ۲۲۰
۳) ۱۶۰
۴) ۲۰

۱۹۶ـ اگر $y_t = \frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x}$ باشد. آنگاه انحراف معیار y برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایشها) ـ آزاد ۸۵)

۱) صفر
۲) ۱
۳) $6x$
۴) $\frac{1}{6x}$

۱۹۷ـ سود شرکتی در سال ۱۳۸۲، دو میلیون تومان، در سال ۱۳۸۳، چهار میلیون تومان و در سال ۱۳۸۴، سی و دو میلیون تومان بوده است. به طور متوسط این شرکت در هر سال نسبت به سال قبل چند برابر سود داشته است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۵
۲) $\frac{16}{3}$
۳) ۴
۴) $\frac{38}{3}$

۱۹۸ـ اگر بخواهیم اطلاعات کیفی را به صورت ترسیمی نشان دهیم کدامیک از گزینه‌های زیر مناسب می‌باشند؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) هیستوگرام
۲) پلی‌گون
۳) اوجایو
۴) میله‌ای

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۹ـ توزیع صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر نشان داده شده است:

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۵	۵ـ۹	۹ـ۱۳	۱۳ـ۱۷	۱۷ـ۱۹
n_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

کدامیک از تفاوتهای زیر در مورد میانگین، میانه و مد این توزیع صحیح است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\bar{X} > M_o > M_e$ ۲) $\bar{X} = M_o = M_e$ ۳) $\bar{X} < M_o < M_e$ ۴) $M_o < M_e < \bar{X}$

۲۰۰ـ جدول توزیع فراوانی‌های متغیر x به شرح زیر می‌باشد:

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۳	۳ـ۵	۵ـ۷	۷ـ۹	
n_i	۱	۱۰	۶	۳	= ۲۰

کدامیک از گزینه‌های زیر جدول توزیع فروانی‌ها براساس چگالی متغیر x است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۳	۳ـ۵	۵ـ۷	۷ـ۹
d_i	۰/۰۵	۰/۵	۰/۳	۰/۱۵

۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۳	۳ـ۵	۵ـ۷	۷ـ۹
d_i	۱	۱۱	۱۷	۲۰

۳)

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۳	۳ـ۵	۵ـ۷	۷ـ۹
d_i	۰/۵	۵	۳	۱/۵

۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱ـ۳	۳ـ۵	۵ـ۷	۷ـ۹
d_i	۰/۰۵	۰/۵۵	۰/۸۵	۱

۲۰۱ـ حاصل جمع فراوانی‌ها برای تمامی طبقات همیشه برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱ ۲) تعداد مشاهدات مورد بررسی ۳) مقداری بین صفر و یک ۴) تعداد طبقات

۲۰۲ـ وزن به کیلوگرم برای ۲۵ نفر اندازه‌گیری و اطلاعات زیر بدست آمده است:

۲۰ = دامنه، ۷۸۴ = واریانس، ۷۰ = میانگین، ۷۳ = نما، ۷۴ = میانه

ضریب تغییرات برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ٪۰/۴ ۲) ٪۱/۱۲۰ ۳) ٪۱۱/۲ ۴) ٪۴۰

۲۰۳ـ توزیع فراوانی صفت متغیر x در جامعه‌ای به صورت جدول زیر بدست آمده است:

x	۲	۴	۶	۸	۱۰
N_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

اگر فراوانی‌ها را بر ۱۰ تقسیم کنیم، میانگین حسابی چقدر خواهد شد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۲۰

۲۰۴ـ صفت متغیر X دارای چولگی ملایم است، کدام یک از روابط بین میانگین، میانه و نما برقرار است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $MO - \bar{X} = 2(Me - \bar{X})$ ۲) $\bar{X} - MO = 3(\bar{X} - Me)$ ۳) $\bar{X} - MO = 3(Me - \bar{X})$ ۴) $MO - \bar{X} = 3(\bar{X} - Me)$

۲۰۵ـ کدامیک یک از کمیت‌های زیر در توزیع صفت متغیر کیفی می تواند به عنوان مشخصه مرکزی مورد استفاده قرار گیرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) میانگین حسابی ۲) میانه ۳) میانگین هندسی ۴) نما

۲۰۶ـ اگر میانگین و میانه یک جامعه به ترتیب ۲۰ و ۴۰ باشد و توزیع جامعه دارای چولگی قابل قبولی باشد،مد کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) ۸۰ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۰

۲۰۷ـ گشتاورهای مرتبه اول تا چهارم نسبت به مبدا a = ۳ به صورت زیر استخراج شده‌اند. ضریب کشدگی توزیع چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

$M_1 = 0$ $M_2 = 1/2$ $M_3 = 0$ $M_4 = 3/6$

۱) ۱/۵− ۲) ۰/۵− ۳) ۰/۵ ۴) ۲/۱

۲۰۸ـ کمیت تصادفی x دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و واریانس ۴ است. واریانس $y = 3 + 3x$ برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) ۳۶ ۲) ۲۷ ۳) ۶۴ ۴) ۶۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰۹ـ داده‌های آماری $x_1, x_2, \ldots, x_n$ مقادیر میانگین و واریانس به ترتیب ۵ و ۴ محاسبه شده است. اگر به تمام داده ها یـک واحـد اضـافه کنـیم درصد ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۵)

۱) ۲۷ ۲) ۳۳ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۱۰ـ توزیع فراوانی هزینه متوسط ماهانه خانوارها در جدول زیر داده شده است:

هزینه متوسط	۱۵	۳۵	۶۰	۸۵	۲۱۰	۳۸۰
تعداد خانوارها	۳۲	۴۸	۱۲	۵	۲	۱

میانگین هزینه ۲۰% از پرخرج‌ترین خانوارها چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۹/۴۵ ۲) ۴۱/۰۵ ۳) ۹۷/۲۵ ۴) ۱۰۸/۱۵

۲۱۱ـ تعداد دانشجویان پذیرفته شده در یک دانشکده در پنج سال متوالی به شرح زیر است:

سال‌ها	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۱۳۸۳	۱۳۸۴
تعداد	۱۰۰	۲۸۰	۳۱۰	۳۵۰	۴۰۰

متوسط درصد (نرخ) رشد سالانه دانشجویان پذیرفته شده در این دانشکده کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) %۳۸ ۲) %۴۱ ۳) %۵۰ ۴) %۵۶

۲۱۲ـ چارک سوم داده‌های جدول توزیع فراوانی زیر کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

X	۲ـ۴	۴ـ۶	۶ـ۸	۸ـ۱۰
f	۵	۳	۸	۴

۱) $\frac{۳۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳۲}{۳}$ ۳) $\frac{۶۲}{۴}$ ۴) $\frac{۳۲}{۶}$

۲۱۳ـ در جامعه‌ای با حجم $N = ۲۰$ کمیت‌های زیر محاسبه شده‌اند. ضریب چولگی توزیع چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

$$\sum (x_i - \mu)^۲ = ۱۸۰ , \sum (x_i - \mu)^۳ = -۱۸۰$$

۱) -۱ ۲) −۰/۳۳ ۳) ۰/۷۷ ۴) ۱

۲۱۴ـ اولین مرحله در یک تحقیق علمی کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) فرضیه سازی ۲) جمع‌آوری داده‌ها ۳) هدف‌گذاری ۴) تحلیل یافته

۲۱۵ـ فزونی میانگین حسابی از میانگین هندسی داده‌های جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

x_i	۹	۱۲	۱۶
f_i	۲	۳	۲

۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۲۷ ۴) ۰/۲۸

۲۱۶ـ در یک توزیع فراوانی داده‌ها، چارک‌های اول، دوم و سوم به ترتیب ۳۶ ، ۶۱ و ۷۶ می‌باشد، نوع توزیع از نظر تقارن نسبت به نرمال چگونه است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) چوله به راست ـ تقریباً نرمال ۲) چوله به راست ـ تفاوت اندک ۳) چوله به چپ ـ تقریباً نرمال ۴) چوله به چپ ـ تفاوت اندک

۲۱۷ـ واریانس کل داده‌ها، متشکل از سه گروه جدول روبه‌رو کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

N	۱۰۰	۲۰۰	۷۰۰
μ	۱۴	۱۸	۲۰
$\sigma^۲$	۵۰	۶۰	۴۰

۱) ۴۸/۴
۲) ۴۷/۵
۳) ۴۵/۸
۴) ۴۵

۲۱۸ـ اگر $N = ۲۰$ ، $\sum_{i=۱}^{۲۰} (x_i - \mu)^۴ = ۸۶۴۰$ و واریانس جامعه ۱۲ باشد، ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۹ـ متوسط ۴ عدد دورقمی ۱۲ و متوسط ۵ عدد دورقمی دیگر نیز ۱۸ می‌باشد، متوسط این ۹ عدد چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۵ ۳) $\frac{۱۳۸}{۹}$ ۴) $\frac{۱۵۰}{۹}$

۲۲۰ـ میانگین طول عمر ۲۰ دستگاه، ۱۰ سال و میانگین طول عمر ۱۵ دستگاه دیگر ۱۲ سال می‌باشد در اینصورت میانگین کل نمونه‌ها چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴۰ ۲) ۱۸ ۳) ۱۱ ۴) $\frac{۳۸۰}{۳۵}$

۲۲۱ـ ارتفاع چهار منطقه کوهستانی بر حسب متر نسبت به دریا عبارت است از ۱۴۱ و ۱۵۵ و ۱۶۹ و ۱۳۵ . واریانس مقادیر مذکور چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۷۳ ۳) ۱۷۶ ۴) ۱۸۰

۲۲۲ـ فراوانی مطلق چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) تکرار هر داده ۲) دسته‌بندی داده‌ها ۳) نسبت فراوانی به تعداد نمونه ۴) ضریبی از فراوانی تجمعی

۲۲۳ـ جامعه آماری چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) سرشماری جمعیت
۲) تعداد کل اعضای جامعه
۳) نمونه‌گیری تصادفی که در سرشماری بکار می‌رود.
۴) مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء که موضوع مورد مطالعه هستند.

۲۲۴ـ متغیرها را از این نظر که قابل اندازه‌گیری باشند یا نه، به کدام گروه‌ها تقسیم می‌کنند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) پیوسته ـ کمی ۲) پیوسته ـ گسسته ۳) کمی ـ کیفی ۴) گسسته ـ کیفی

۲۲۵ـ کدام یک از متغیرهای زیر کیفی است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) متوسط درجه سالانه شهر
۲) تعداد مسافرین حمل و نقل عمومی شهر
۳) میزان آلودگی هوای شهر
۴) مراقبت از فضای سبز شهر

۲۲۶ـ متغیرهای تصادفی کمی به کدام دو دسته تقسیم می‌شوند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) اسمی ـ ترتیبی ۲) ترتیبی ـ اسمی ۳) گسسته ـ پیوسته ۴) گسسته ـ اسمی

۲۲۷ـ مزیت اطلاعات کمی بر کیفی چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) اندازه‌گیری دقیق از موضوع و قابلیت تعمیم نتایج
۲) توصیف دقیق از اطلاعات و قابلیت تفسیر آن
۳) قابلیت تفسیر اطلاعات و نتیجه‌گیری تجریدی
۴) قابلیت دستیابی به برداشت‌های مختلف

۲۲۸ـ در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۲۴ باشد، فراوانی مطلق دسته چهارم کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

مرکز دسته	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
فراوانی تجمعی	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

۲۲۹ـ در یک جامعه آماری چارک اول، دوم و سوم به ترتیب ۵۲، ۷۰ و ۸۴ شده است، مقدار انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۳۲ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۴

۲۳۰ـ در ۱۰۰ داده آماری با میانگین ۷ مجموع مربعات تمام داده‌ها $= ۱۹۲,۶۵۰۰$ $\sum_{i=۱}^{۱۰۰}(x_i - ۷)^۳$ ضریب چولگی جامعه چند درصد است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴/۶ ۲) ۳ ۳) ۲/۳ ۴) ۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۱ـ در کدام مرحله از آمار، آماره‌ها با نمونه‌های تصادفی محاسبه می‌شوند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) آزاد از توزیع ۲) استنباطی ۳) توصیفی ۴) ناپارمتریک

۲۳۲ـ وزن محصولات تولید شده در یک شرکت، دارای کدام نوع مقیاس است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) اسمی ۲) رتبه‌ای ۳) فاصله‌ای ۴) نسبی

۲۳۳ـ در داده‌های جدول روبرو، واریانس بین چارک اول و چارک سوم کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

برگ						شاخه
۴	۲	۲	۱	۱	۱	۰
۹	۶	۴	۳	۰	۰	۱
		۳	۲	۱	۰	۲

۱) ۲۸
۲) ۲۸/۵
۳) ۲۹
۴) ۲۹/۲۵

۲۳۴ـ اگر میانگین حسابی ۵۰ داده آماری متقارن برابر ۱۲ باشد، اختلاف میانگین پیراسته $LN = ۲۰$ این داده‌ها از میانگین کل کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱-
۲) صفر
۳) ۰/۵
۴) ۱

۲۳۵ـ راننده اتومبیلی $\frac{۲}{۳}$ مسافتی را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت و $\frac{۱}{۴}$ این مسافت را با سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت و بقیه مسافت را با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است، سرعت متوسط در این مسافت کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۷۸/۶
۲) ۸۰
۳) ۸۰/۸
۴) ۸۲

۲۳۶ـ چارک اول، دوم و سوم یک جامعه آماری به ترتیب ۳۱، ۷۲ و ۹۵ محاسبه شده است، مقدار انحراف چارکی کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۳۲
۲) ۳۳
۳) ۳۴
۴) ۶۴

۲۳۷ـ کمترین و بیشترین داده‌های آماری ۱۲/۵ و ۳۲/۵ می‌باشد، این داده‌ها در ۴ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. فراوانی تجمعی آن‌ها به ترتیب ۱۰، ۲۹، ۴۵ و ۶۰ می‌باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲۳
۲) ۲۳/۵
۳) ۲۴
۴) ۲۴/۵

۲۳۸ـ در جدول توزیع فراوانی زیر، چارک سوم کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

x_i	۱۵ – ۲۰	۲۰ – ۲۵	۲۵ – ۳۰	۳۰ – ۳۵	۳۵ – ۴۰
f_i	۲۲	۲۸	۱۶	۱۲	۱۴

۱) ۳۰/۷۵
۲) ۳۱/۲۵
۳) ۳۱/۶
۴) ۳۲/۳

۲۳۹ـ در داده‌های آماری دسته‌بندی شده با متغیر پیوسته، تعداد داده‌ها خیلی زیاد و تابع توزیع فراوانی اندکی متقارن است. واریانس محاسبه شده با مقایسه واریانس واقعی چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) همواره بیشتر
۲) همواره کمتر
۳) دقیقاً برابر
۴) کمتر یا بیشتر

۲۴۰ـ در یک توزیع چوله به راست کدام رابطه صحیح است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\mu < Md < Mo$
۲) $Md < Mo < \mu$
۳) $Mo < Md < \mu$
۴) $\mu < Mo < Md$

۲۴۱ـ در یک توزیع نرمال، کشیدگی گشتاوری و کشیدگی صدکی به ترتیب کدام است؟(از راست به چپ) (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۶۳، ۰/۲۶۳
۲) ۳، ۰/۲۶۳
۳) ۰/۲۶۳، ۳
۴) ۳، ۳

۲۴۲ـ میانه و مد یک جامعه آماری به ترتیب ۵۴ و ۷۲ می‌باشد، توزیع جامعه از نظر چولگی معقول است، میانگین کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴۵
۲) ۴۸
۳) ۶۳
۴) ۸۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴۳ـ اگر $N = ۴۰ , \sum x_i^۲ = ۲۴۴۰$, $\sum x_i = ۲۴۰$, $\sum (x_i - ۶)^۳ = ۷۵$ باشد، ضریب چولگی جامعه چند درصد است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۲۴۴ـ در یک توزیع چوله به راست کدام رابطه صحیح است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\mu < Md < MO$ ۲) $Md < MO < \mu$ ۳) $MO < Md < \mu$ ۴) $\mu < MO < Md$

۲۴۵ـ تعداد کارکنان سه گروه متمایز از کارخانه‌ای ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۵۰ نفر است که واریانس نمرات مسئولیت پذیر آنان به ترتیب ۱۲ و ۱۴ و ۹ محاسبه شده است. اگر میانگین‌ها متفاوت باشند کدام عدد برای واریانس نمرات کل این کارکنان مورد قبول است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۲/۳ ۲) ۱۲/۴ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲/۶

۲۴۶ـ میانگین هندسی اعداد ۲۵، ۳۰، ۲۴ و ۴۵ کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۳۰ ۲) ۲۶ ۳) ۳۲ ۴) ۲۸

۲۴۷ـ قیمت سهام یک کارخانه از ۱۰۰ ریال در سال ۱۳۸۰ به ۳۲۰۰ ریال در سال ۱۳۸۵ افزایش یافته است. متوسط نرخ افزایش قیمت سهام در این دوره چقدر بوده است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۸۰% ۲) ۱۲۰% ۳) ۱۲۵% ۴) ۱۰۰%

۲۴۸ـ از $n = ۱۰۰$ نفر از کارکنان یک سازمان در رابطه با میزان رضایت شخصی(x) پرسشی شده است. جدول توزیع فراوانی زیر نتایج به دست آمده را نشان می‌دهد.

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
n_i	۵	۱۲	۲۲	۳۰	۳۱

۵ = خیلی زیاد ۴ = زیاد ۳ = متوسط ۲ = کم ۱ = خیلی کم

اگر مناسب‌ترین مشخص کننده مرکزی را برای این توزیع انتخاب کرده باشید، مقدار آن چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۳/۶ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۳/۱۲

۲۴۹ـ توزیع متغیر تصادفی x شرح زیر می‌باشد. کدامیک از گزینه‌های زیر را برای رسم نمودار هیستوگرام انتخاب می‌کنید؟

(مدیریت صنعتی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۸	۸−۱۱	۱۱−۱۶	۱۶−۲۱	
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۳۵	۱۰	$N = ۱۰۰$

۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۸	۸−۱۱	۱۱−۱۶	۱۶−۲۱
n_i	۰/۱۰	۰/۲۵	۰/۳۰	۰/۲۵	۰/۱۰

۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۸	۸−۱۱	۱۱−۱۶	۱۶−۲۱
d_i	۵	۵	۱۰	۷	۲

۳)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۸	۸−۱۱	۱۱−۱۶	۱۶−۲۱
FC	۱۰	۳۵	۶۵	۹۰	۱۰۰

۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۸	۸−۱۱	۱۱−۱۶	۱۶−۲۱
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۳۵	۱۰

۲۵۰ـ نتایج حاصل از یک بررسی نشان می‌دهد که میانگین قد گروهی از ورزشکاران برابر ۱۷۵ سانتیمتر با انحراف معیار ۱۴ سانتیمتر و میانگین وزن آنها ۷۵ کیلوگرم با انحراف معیار ۱۲ کیلوگرم می‌باشد. برای مقایسه پراکندگی ایندو صفت کدامیک از گزینه‌های زیر را صحیح می‌دانید؟

(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

۱) پراکندگی قد ورزشکاران بیشتر از پراکندگی وزن آنهاست

۲) پراکندگی قدر ورزشکاران کمتر از پراکندگی وزن آنهاست.

۳) پراکندگی قد ورزشکاران برابر پراکندگی وزن آنهاست.

۴) بدلیل عدم وجود سنخیت مقیاس‌های اندازه‌گیری بررسی و مقایسه پراکندگی قد با وزن ممکن نیست.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵۱ـ توزیع متغیر تصادفی x به شرح زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر را برای رسم نمودار اوجایو انتخاب می‌کنید؟

(مدیریت تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۵	۵−۷	۷−۹	۹−۱۱	
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۲۵	۱۰	$N = ۱۰۰$

۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۵	۵−۷	۷−۹	۹−۱۱
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۲۵	۱۰

۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۵	۵−۷	۷−۹	۹−۱۱
FC	۱۰	۳۵	۶۵	۹۰	۱۰۰

۳)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۵	۵−۷	۷−۹	۹−۱۱
f_i	۰/۱	۰/۲۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۱

۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱−۳	۳−۵	۵−۷	۷−۹	۹−۱۱
d_i	۵	۱۲/۵	۱۵	۱۲/۵	۵

۲۵۲ـ جدول توزیع فراوانی صفت متغیر کیفی x (میزان رضایت شغلی) که به صورت سؤال از $n = ۱۰۰$ نفر از کارکنان یک سازمان پرسیده شده است به صورت زیر می‌باشد:

۵ـ خیلی زیاد ۴ـ زیاد ۳ـ متوسط ۲ـ کم ۱ ـ خیلی کم

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	
n_i	۵	۱۲	۲۲	۳۰	۳۱	$N = ۱۰۰$

کدامیک از گزینه‌های زیر را به عنوان بهترین شاخص انتخابی برای نشان دادن مرکز تمرکز این توزیع انتخاب می‌کنید؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) میانگین ۲) مد (نما) ۳) میانگین هارمونیک ۴) میانه

۲۵۳ـ در یک بررسی متوسط میزان تولید یک نوع محصول بر حسب تن در کارخانه A دارای میانگین ۵۰۰۰ کیلوگرم در روز با انحراف معیار ۵۰۰ کیلوگرم بوده است در حالیکه میزان تولید بر حسب ارزش در کارخانه B دارای میانگین برابر ۱۵۰۰۰ واحد پولی با انحراف معیار ۱۲۰۰ می‌باشد با استفاده از ضریب تغییرات مشخص نمایید که میزان پراکندگی در کدامیک از دو کارخانه بیشتر است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A بیشتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
۲) پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A کمتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
۳) پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A برابر پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
۴) پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A قابل مقایسه با پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B نیست زیرا دارای یک مقیاس نمی‌باشند.

۲۵۴ـ میانگین ۱۰۰ داده آماری برابر ۴۰ است اگر عدد ۲۴ را به اشتباه عدد ۴۴ وارد کرده باشیم، آنگاه میانگین صحیح چقدر است؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) ۳۹/۸ ۲) ۴۰/۲ ۳) ۳۸ ۴) ۴۲

۲۵۵ـ گشتاورهای مراتب اول، دوم و سوم نسبت به مبدا $a = ۱۰$ به صورت $M_۱ = ۲$، $M_۲ = ۲۰$، $M_۳ = ۸۸$ به دست آمده است. ضریب چولگی توزیع کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) $-۰/۲۵$ ۲) $۰/۲۵$ ۳) $۰/۵$ ۴) $-۰/۵$

۲۵۶ـ ضریب تغییرات داده‌های ۱۴و۱۲و ۱۰ و ۸ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{\sqrt{۵}}$ ۳) $\frac{۵}{۱۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۵}$

۲۵۷ـ بزرگ‌ترین داده آماری در یک آزمایش ۱۲۰ و کوچکترین آن‌ها ۳۰ می‌باشد. اگر داده‌های ۴۰ و ۴۵ و ۸۵ را به آن‌ها اضافه کنیم دامنه تغییرات چند واحد اضافه می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) تغییر نمی‌کند.

۲۵۸ـ تعریف شاخص‌های مد، میانه، میانگین به ترتیب عبارتند از: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۶)

۱) جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان ـ داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) ـ داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.
۲) داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد ـ داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) ـ جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان
۳) داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) ـ داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد ـ جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان
۴) داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد ـ داده‌ای که کمترین فراوانی را دارد ـ جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵۹ـ در توزیع نرمال میانگین، میانه و مد جامعه نسبت به یکدیگر چه رابطه‌ای دارند؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) میانه < مد = میانگین ۲) میانگین ≤ میانه ≤ مد ۳) مد ≤ میانه ≤ میانگین ۴) میانگین = میانه = مد

۲۶۰ـ در توزیع‌های یک مدی (تک‌نما)، اگر $\bar{x}$، میانگین حسابی، **MO**، مد و **Md**، میانه باشد، در این صورت کدام رابطه همواره به صورت تجربی برقرار است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $MO - Md = ۳(MO - \bar{x})$ ۲) $Md - \bar{x} = ۳(MO - \bar{x})$ ۳) $Md - \bar{x} = ۳(Md - MO)$ ۴) $\bar{x} - MO = ۳(\bar{x} - Md)$

۲۶۱ـ در یک آزمون سنجش معلومات، دانش‌آموزان تیزهوش با کد۱، دانش آموزان خوب با کد ۲ و دانش‌آموزان متوسط با کد ۳ نشان داده شده‌اند. در این آزمون از چه نوع مقیاسی برای این انتساب استفاده شده است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) اسمی ۲) ترتیبی ۳) فاصله‌ای ۴) نسبتی

۲۶۲ـ هرگاه در یک نمونه‌گیری حجم نمونه افزایش یابد و مجموع مربعات تفاضل از میانگین ثابت بماند، واریانس چه تغییری می‌کند؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) دو برابر می‌شود. ۴) تغییری نمی‌کند.

۲۶۳ـ کدام یک از متغیرهای زیر در سطح اسمی اندازه‌گیری می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) دما ۲) تعداد پل‌های منطقه۳ ۳) مناطق بیست و دوگانه تهران ۴) میزان آلودگی هوا

۲۶۴ـ «مجموعه‌ای از افراد یا اشیای مورد مطالعه» و «موضوع مورد مطالعه» به ترتیب چه نامیده می‌شوند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) جامعه آماری ـ متغیر تصادفی ۲) جامعه آماری ـ پارامتر ۳) نمونه آماری ـ پارامتر ۴) نمونه آماری ـ متغیر تصادفی

۲۶۵ـ در جدول داده‌های طبقه‌بندی شده زیر اگر مد جامعه ۲۵/۵ باشد درصد فراوانی نسبی دسته سوم کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

حدود دسته	۱۵ – ۱۹	۱۹ – ۲۳	۲۳ – ۲۷	۲۷ – ۳۱
فراوانی مطلق	۷	۱۲	α	۱۴

۱) ۳۲ ۲) ۳۴ ۳) ۳۵ ۴) ۳۶

۲۶۶ـ میانگین داده‌های آماری در جدول زیر به صورت $A + ۲۵$ است، **A** کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

حدود دسته	۱۵ – ۱۹	۱۹ – ۲۳	۲۳ – ۲۷	۲۷ – ۳۱	۳۱ – ۳۵
فراوانی مطلق	۶	۱۲	۱۵	۹	۸

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۶ ۳) ۰/۰۷ ۴) ۰/۰۸

۲۶۷ـ در ۶۰ مشاهده دسته‌بندی شده، میانه ۲۳، فاصله طبقات ۳ و فراوانی طبقه میانه دار ۱۲ و فراوانی تجمعی طبقه میانه‌دار ۳۸ می‌باشد. حدود دسته میانه‌دار کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) (۲۱,۲۴) ۲) (۲۲,۲۵) ۳) (۲۱/۵,۲۴/۵) ۴) (۲۲/۵,۲۵/۵)

۲۶۸ـ در اندازه‌ی قطر درختان یک باغ، جامعه آماری کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۷۸ و ۸۰)

۱) قطر درختان ۲) عمر درختان ۳) درختان باغ ۴) درختان باغات مجاور

۲۶۹ـ میانگین هندسی رشته اعداد ۹۶، ۷۲، ۸، ۲۴ و ۶، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

۲۷۰ـ انحراف متوسط از میانگین در ۱۲ داده‌ی آماری صفر و میانگین آن‌ها ۱۵ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۱۶ و ۲۴ به آن‌ها اضافه شود. واریانس ۱۵ داده‌ی جدید کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۵/۲۴ ۲) ۵/۴۲ ۳) ۶/۱۳ ۴) ۶/۳۱

۲۷۱ـ در ۱۲۰ داده‌ی آماری، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها به ترتیب ۱۲ و ۵۴ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند به طوری که مقدار دهک ششم برابر ۳۲ و در دسته وسط واقع است. اگر فراوانی مطلق این طبقه ۹ باشد، درصد فراوانی نسبی تجمعی آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۶۳ ۲) ۶۵ ۳) ۶۸ ۴) ۷۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷۲ـ کدام پارامتر بیشتر تحت تأثیر انحرافات بزرگ است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) انحراف متوسط از میانگین ۲) انحراف چارکی ۳) نیم دامنه ۴) واریانس

۲۷۳ـ در ۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۴ داریم $\sum f_i(x_i-12)^3=-24$ این توزیع چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) چوله به راست ـ تقریباً نرمال ۲) چوله به چپ ـ تقریباً نرمال

۳) چوله به راست ـ تفاوت اندک با نرمال ۴) چوله به چپ ـ تفاوت اندک با نرمال

۲۷۴ـ در ۵۰ مشاهده با میانگین ۴۰ و واریانس ۲۵ و ۱۰۰ مشاهده‌ی دیگر با میانگین ۵۵ و واریانس ۱۶ ترکیب شوند واریانس جامعه‌ی کل کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۹ ۲) ۲۴ ۳) ۴۲ ۴) ۶۹

۲۷۵ـ اگر از داده‌ها عدد $\frac{1}{2}$ کم شود ضریب چولگی چه تغییری خواهد داشت؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) بدون تغییر باقی می‌ماند. ۲) به اندازه $\frac{1}{8}$ چولگی آن افزایش می‌یابد.

۳) به اندازه $\frac{1}{2}$ چولگی آن افزایش می‌یابد. ۴) به اندازه ۰/۵ واحد از ضریب چولگی آن کم می‌شود.

۲۷۶ـ برای تشخیص آن که در دو هفته گذشته یورو با ثبات‌تر بوده است یا ین ژاپن، کدام شاخص مناسب‌تر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) واریانس ۲) میانگین وزنی

۳) میانگین مجذور خطا ۴) ضریب پراکندگی(ضریب تغییرات)

۲۷۷ـ توزیع نمرات دانشجویان در دو کلاس A, B دارای میانگین و واریانس مساوی است. وقتی می‌توان نمرات دانشجویان کلاس A را بـه نسـبت بهتر دانست که: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ضریب چولگی آن مثبت باشد. ۲) میانه نمرات آن کمتر از میانگین باشد.

۳) میانگین نمرات آن کمتر از میانه باشد. ۴) میانگین نمرات آن بیشتر از نما باشد.

۲۷۸ـ مشاهدات $x_1, x_2, 15, x_4, x_5$ دارای انحراف معیار صفر هستند. آنگاه میانه مشاهدات $(2x_1+1),(2x_2+1),...,(2x_5+1)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۸ ۲) ۲۱ ۳) ۲۴ ۴) ۳۱

۲۷۹ـ متغیرهای تصادفی کمی به کدام دو دسته تقسیم می‌شوند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) اسمی ـ ترتیبی ۲) پیوسته ـ ترتیبی ۳) گسسته ـ پیوسته ۴) گسسته ـ اسمی

۲۸۰ـ در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۱۶، باشد فراوانی مطلق در دسته چهارم کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

مرکز دسته	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۵	a	۵۸	۷۵

۱) ۲۴ ۲) ۲۱ ۳) ۱۹ ۴) ۱۷

۲۸۱ـ ۲۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و انحراف معیار ۲ را بـا ۱۰ داده‌ی آمـاری بـا میـانگین ۹ و انحـراف معیـار ۳ در نظـر مـی‌گیـریم. واریـانس ۳۰ داده‌ی موجود کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) ۷/۶ ۲) ۷/۹ ۳) ۸/۱ ۴) ۸/۴

۲۸۲ـ در جدول توزیع فراوانی دسته‌بندی شده، اگر مد جامعه ۱۶ باشد فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

مرکز دسته	۹ـ۱۲	۱۲ـ۱۵	۱۵ـ۱۸	۱۸ـ۲۱
فراوانی مطلق	۸	۱۲	۱۵	a

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۸۳ـ در ۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ داریم : $\sum_{i=1}^{50}(x_i-15)^3 = 24$ ، ضریب چولگی و تفاوت جامعه از نظر تقارن با توزیع نرمال چگونه است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۱۲، تقریباً نرمال ۲) ۰/۰۶، تقریباً نرمال. ۳) ۰/۱۲، تفاوت اندک با نرمال. ۴) ۰/۰۶، تفاوت اندک با نرمال.

۲۸۴ـ توزیع صفت متغیر در جامعه توسط جدول فراوانی‌های زیر بیان می‌شود که میانگین توزیع صفت متغیر در جامعه μ است. از این جامعه نمونه‌ای به حجم n انتخاب می‌شود. کدامیک از عبارت‌های زیر خواص مشخصه میانگین حسابی را بیان می‌کند؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

x	x_1	x_2	...	x_s	
f_i	f_1	f_2	...	f_s	$=1$

۱) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$ ۲) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=0$ ۳) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=0$ ۴) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=0$

۲۸۵ـ توزیع صفت متغیر در جامعه قرینه است. میانه این توزیع مساوی است با ۱۰ و واریانس مساوی است با ۶۴ ضریب تغییرات برای این توزیع چیست؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۸ درصد ۲) ۸۸ درصد ۳) ۸۰ درصد ۴) ۱۸ درصد

۲۸۶ـ هر چه منحنی‌های آماری و ریاضی پخ تر باشند به ترتیب نمایانگر: (حسابداری ـ آزاد ۸۷)

۱) پراکندگی کمتر، پراکندگی بیشتر هستند. ۲) تصادفی بودن بیشتر، تصادفی بودن کمتر هستند.

۳) تصادفی بودن کمتر و تصادفی بودن بیشتر هستند. ۴) پراکندگی بیشتر، پراکندگی کمتر هستند.

۲۸۷ـ در نمودار دایره‌ای (PIE CHART) یکی از زاویه‌های مرکزی $a = 90^\circ$ است. چه درصدی از جامعه متناظر با این زاویه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۷)

۱) ۳۰٪ ۲) ۴۵٪ ۳) ۲۵٪ ۴) ۶۰٪

۲۸۸ـ کدام مقیاس برای اندازه‌گیری از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) نسبی ۲) اسمی ۳) فاصله‌ای ۴) رتبه‌ای

۲۸۹ـ یک هواپیما فاصله ۳ هزار کیلومتری را با سرعت ۶۰۰ کیلومتر در ساعت، فاصله ۵ هزار کیلومتری را با سرعت ۷۵۰ کیلومتر در ساعت و فاصله ۴ هزار کیلومتری را با سرعت ۸۰۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند. سرعت متوسط آن کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۷۱۵ ۲) ۷۱۷ ۳) ۷۲۰ ۴) ۷۲۵

۲۹۰ـ میانگین داده‌های پیوسته از جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

حدود دسته	۲۱۶ – ۲۳۲	۲۳۲ – ۲۴۸	۲۴۸ – ۲۶۴	۲۶۴ – ۲۸۰
فراوانی	۱۶	۲۹	۱۳	۱۲

۱) ۲۴۲/۸ ۲) ۲۴۳/۲ ۳) ۲۴۳/۶ ۴) ۲۴۴/۸

۲۹۱ـ نمرات مسؤولیت‌پذیری کارمندان یک شرکت از صفر تا ۳۰ طبقه‌بندی شده است. انحراف چارکی کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

فاصله طبقات	< ۱۰	۱۰ – ۱۴	۱۴ – ۱۸	۱۸ – ۲۲	۲۲ – ۲۶	≥ ۲۶
فراوانی	۴	۸	۱۰	۱۲	۹	۷

۱) ۲/۹ ۲) ۴/۶ ۳) ۶/۴ ۴) ۹/۲

۲۹۲ـ در یک جدول طبقه‌بندی شده چارک اوّل، دوّم سوّم به ترتیب ۱۵،۱۲ و ۱۷ محاسبه شده است، نوع چولگی و از نظر قرینگی، با توزیع نرمال چگونه است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) چوله به راست ـ تفاوت اندک با نرمال ۲) چوله به راست ـ تفاوت فاحش با نرمال

۳) چوله به چپ ـ تفاوت اندک با نرمال ۴) چوله به چپ ـ تقریباً نرمال

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۹۳ـ از ۵۰ کارمند بانک، سئوال شده است که «مناسب‌ترین زمان شروع به کار در صبح را چه ساعتی می‌دانید؟» نتـایج بـه دسـت آمـده دارای میانگین ۸/۴۵، میانه ۸/۱۵ و نمای ۷/۱۵ بوده است. براساس این اطلاعات مناسب‌ترین ساعت برای شروع کار بانک‌ها کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۷/۱۵ ۲) ۸/۰ ۳) ۸/۱۵ ۴) ۸/۴۵

۲۹۴ـ میانگین، انحراف معیار و ضریب چولگی سود دو شرکت تجاری A و B در چند سال گذشته به صورت زیر بوده است. بر این اساس: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

A	B
$\mu_A = ۱۰$	$\mu_B = ۱۰$
$\sigma_A = ۲$	$\sigma_B = ۲$
$\alpha_۳ = -۱$	$\alpha_۳ = +۱$

۱) احتمال سودآوری بیشتر از ۱۰ در شرکت B بیشتر است.

۲) ریسک سرمایه‌گذاری در شرکت B کمتر است.

۳) احتمال سودآوری بیشتر از ۱۰ در شرکت A بیشتر است.

۴) ضریب پراکندگی در شرکت A کمتر است.

۲۹۵ـ فروش یک فروشگاه در سال گذشته ۸۰% افزایش یافته و امسال ۸۰% کاهش داشته است. متوسط نرخ رشد فروش سالانه این فروشـگاه در این دو سال چند درصد بوده است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۴۰% کاهش ۲) ۶۰% کاهش ۳) ۲۰% افزایش ۴) صفر

۲۹۶ـ راننده اتومبیلی $\frac{۱}{۳}$ مسافت بین دو شهر را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر در ساعت، $\frac{۱}{۴}$ این مسافت را با سـرعت ۸۰ کیلـومتر در سـاعت، بقیـه مسافت را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است. سرعت متوسط این راننده در مسیر بین دو شهر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) ۹۸/۷ ۲) ۹۹/۳ ۳) ۱۰۱/۶ ۴) ۱۰۲/۳

۲۹۷ـ در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

فاصله دسته	< ۸	۸ – ۱۱	۱۱ – ۱۴	۱۴ – ۱۷	۱۷ – ۲۰	≥ ۲۰
فراوانی	۵	۱۲	۱۵	۱۳	۸	۷

۱) ۳/۱۰ ۲) ۳/۱۵ ۳) ۳/۲۰ ۴) ۳/۲۵

۲۹۸ـ جدول توزیع فراوانی انحراف از میانگین داده شده است. ضریب چولگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

$x - \bar{x}$	-۳	-۱	۰	۱	۳
f	۵	۱۰	۲۰	۱۳	۴

۱) $-\frac{۳}{۱۳\sqrt{۲}}$ ۲) $-\frac{۲}{۱۳\sqrt{۲}}$ ۳) $\frac{۱}{۱۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

۲۹۹ـ کدام عبارت تعریف صفت مشخصه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) صفتی که از فردی به فرد دیگر تغییر کند.

۲) عنصر مشترک جوامع آماری مختلف

۳) متمایز کننده عناصر جامعه از یکدیگر

۴) صفت مشترک بین کلیه افراد جامعه

۳۰۰ـ نسبت میزان بارندگی طی سه سال گذشته به ترتیب $\frac{۲۰}{۲۱}, \frac{۱۵}{۱۴}, \frac{۲۴۵}{۴۳۲}$ بوده است. میانگین این نسبت‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۲۸}$ ۴) $\frac{۶۵}{۶۳}$

۳۰۱ـ توزیع نمرات مسؤولیت پذیری کارکنان یک شرکت در جدول زیر تنظیم شده است. انحراف چارکی کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

نمرات	< ۷	۷ – ۱۰	۱۰ – ۱۳	۱۳ – ۱۶	۱۶ – ۱۹	≥ ۱۹
فراوانی	۷	۹	۱۶	۱۹	۸	۵

۱) ۲/۴ ۲) ۲/۷ ۳) ۴/۸ ۴) ۵/۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۰۲ـ با توجه به جدول انحراف داده‌ها از میانگین ضریب چولگی کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

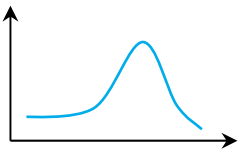
$x-\bar{x}$	−۵	−۳	−۱	۱	۳	۵
f	۲	۵	۴	۸	۲	۳

۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۲۵}$ ۲) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲۷}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۶\sqrt{۳}}{۱۲۵}$

۳۰۳ـ در یک مطالعه آماری، میانگین وزن ۳۰ نفر، ۵۵ کیلوگرم و میانگین وزن ۲۰ نفر دیگر، ۶۵ کیلوگرم است. میانگین وزن این دو گروه روی هم چند کیلوگرم است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) ۵۸ ۲) ۵۹ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

۳۰۴ـ فرض کنید نمودار داده‌ها در جامعه‌ای به‌صورت زیر است. در آن صورت در این جامعه همواره کدام رابطه برقرار است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)



۱) مد جامعه کمتر از میانه جامعه و میانه جامعه از میانگین جامعه کمتر است.
۲) میانه جامعه کمتر از مد جامعه و مد جامعه از میانگین جامعه کمتر است.
۳) میانگین جامعه کمتر از میانه جامعه و میانه جامعه از مد جامعه کمتر است.
۴) میانگین جامعه کمتر از مد جامعه و مد جامعه از میانه جامعه کمتر است.

۳۰۵ـ اگر کمترین داده برابر ۱۰ و بیشترین داده برابر ۱۸ باشد، میانگین داده‌ها کدام مقدار می‌تواند باشد؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱۵ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۹

۳۰۶ـ اگر $x = ۵ - ۲u$ و $S^۲u = ۱$ آنگاه $S^۲x$ کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۴

۳۰۷ـ اگر ضریب تغییرات داده‌هایی برابر ۴ باشد و مقدار داده‌ها را دو برابر کنیم، ضریب تغییرات کدام مقدار زیر خواهد بود؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۰۸ـ چنانکه ضریب تغییرات (V) صفت متغیر برای n مشاهده $x_۱, x_۲, x_۳, \ldots, x_n$ ۱۰ درصد باشد، ضریب تغییرات برای $۱۰x_۱, ۱۰x_۲, ۱۰x_۳, \ldots, ۱۰x_n$ چقدر می‌تواند باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) $V_{۱۰x} = ۲۰\%$ ۲) $V_{۱۰x} = ۱۰\%$ ۳) $V_{۱۰x} = ۵\%$ ۴) $V_{۱۰x} = ۴۰\%$

۳۰۹ـ نرخ رشد سالیانه فروش شرکتی در ۵ سال گذشته به صورت ۲/۱, ۲/۱۹, ۲/۲۳, ۲/۵۱, ۲/۸۲ استخراج شده اند. کدامیک از مشخص کننده‌ها را برای متوسط نرخ رشد سالیانه مناسب می‌دانید؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) میانگین حسابی ۲) میانگین هندسی ۳) میانه ۴) میانگین هارمونیک

۳۱۰ـ اگر برای صفت متغیر (کمیت تصادفی) X مورد نظر متوسط هندسی نیاز باشد ولی متوسط هارمونیک محاسبه شده باشد، در متوسط صفت متغیر کمیت X چه تغییر حاصل می‌شود؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) متوسط صفت X بزرگ‌تر از آن خواهد بود که کمیت X باید داشته باشد.
۲) برای متوسط صفت X تفاوت نمی‌کند که کدامیک از این میانگین‌ها محاسبه شود.
۳) متوسط صفت X کوچکتر از آن خواهد بود که کمیت X باید داشته باشد.
۴) برای متوسط صفت X، به جای متوسط هندسی همواره می‌توان متوسط هارمونیک محاسبه کرد.

۳۱۱ـ در نظر خواهی راجع به مدیریت یک فروشگاه از چند فروشنده سوال شد و نتیجه این نظرخواهی، توسط جدول زیر بیان شده است:

	۱	۲	۳	۴	۵
x	خیلی ضعیف	ضعیف	متوسط	قوی	خیلی قوی
m_i	۳	۴	۵	۱۰	۸

صفت متغیر x در چه نوع از مقیاس(نوع اندازه گیری) بیان شده است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) نسبتی ۲) رتبه‌ای (ترتیبی) ۳) فاصله‌ای ۴) اسمی

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱۲ـ چنانچه در یک توزیع میانه به عنوان مشخصه مرکزی به کار رود، برای پراکندگی این توزیع کدام مشخصه مناسب است؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) دامنه تغییرات ۲) انحراف معیار ۳) انحراف متوسط ۴) انحراف نیم چارکی

۳۱۳ـ چنانچه ضریب تغییرات صفت متغیر (v_x) برای نتایج مشاهدات $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$، ۴ درصد باشد، ضریب تغییرات برای مقادیر $2x_1, 2x_2, 2x_3, \cdots, 2x_n$ چه خواهد بود؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۸ درصد ۲) ۱۶ درصد ۳) ۴ درصد ۴) ۲ درصد

۳۱۴ـ چنانکه ضریب تغییرات (Vx) صفت متغیربرای n= ۵ مشاهده ۴۴۵/۰، ۴۴۲/۰، ۳۴۲/۰، ۳۳۱/۰، ۲۳۲/۰، ۱۵/۰ درصد باشد، ضریب تغییرات برای ۸۹۰/۰، ۸۸۴/۰، ۶۸۴/۰، ۶۶۲/۰، ۴۶۴/۰ چقدر می‌تواند باشد؟

(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $v_{10x} = 20\%$ ۲) $v_{10x} = 10\%$ ۳) $v_{10x} = 5\%$ ۴) $v_{10x} = 40\%$

۳۱۵ـ گشتاور مرتبه دوم وسوم حول میانگین یک توزیع به ترتیب برابر ۴و۶- می باشد، مقدار ضریب چولگی کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱/۵ - ۲) ۰/۶۷ - ۳) ۰/۹۴ - ۴) ۰/۷۵ -

۳۱۶ـ نرخ تورم طی سه سال پنج برابر شده است برای محاسبه میانگین نرخ تورم کدام یک از میانگین های زیر مناسب است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) حسابی ۲) همساز (هارمونیک) ۳) هندسی ۴) موزون (وزنی)

۳۱۷ـ میانگین یک نمونه ده‌تایی برابر ۵ شده است. اگر دو مقدار ۱۰، ۱۲ نیز به داده‌ها اضافه شود. میانگین نمونه جدید برابر است با:

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۳۱۸ـ انحراف معیار اعداد $x_1, x_2, x_3, 10$ مساوی صفر است. میانگین اعداد $x_1, x_2, x_3, 30$ برابر است با:

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

۳۱۹ـ در ۷۵ داده آماری $\sum_{i=1}^{75}(x_i - 15) = 0$، $\sum_{i=1}^{75}(x_i - 15)^2 = 432$ می‌باشد. اگر ضریب پراکندگی داده‌های $y_i = \frac{1}{2}x_i + a$ برابر ۰/۲ باشد، a کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۲ ۲) -۱/۵ ۳) ۱/۵ ۴) -۲

۳۲۰ـ متغیرهای پیوسته در جدول زیر گروه‌بندی شده‌اند. متغیر ۸۰ درصدی داده‌ها کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

حدود دسته	۱۲ – ۱۵	۱۵ – ۱۸	۱۸ – ۲۱	۲۱ – ۲۴	۲۴ – ۲۷	۲۷ – ۳۰
فراوانی	۵	۱۰	۹	۱۱	۸	۷

۱) ۲۶/۱۲۵
۲) ۲۵/۶۲۵
۳) ۲۵/۸۷۵
۴) ۲۶/۲۲۵

۳۲۱ـ در ۴۰ داده آماری مقدار انحراف معیار برابر ۲/۵ و $\sum(x_i - \bar{x})^3$ برابر ۶۰ می‌باشد. نوع چولگی آن کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) چوله به چپ- تقریباً نرمال ۲) چوله به راست- تفاوت زیاد با نرمال
۳) چوله به راست- تقریبا نرمال ۴) چوله به چپ- تفاوت زیاد با نرمال

۳۲۲ـ میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به‌ترتیب برابر ۵۰ و ۲۰ هزار تومان است. اگر حقوق‌ها در این سازمان به‌اندازه ۲۵ درصد افزایش یابد، در این‌صورت ضریب تغییرات حقوق:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) بیش از ۲۵ درصد افزایش خواهد داشت. ۲) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
۳) کمتر از ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ۴) هیچ تغییری نخواهد کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۲۳ـ با تغییر مدیریت در یک کارخانه، فروش در سال اول ۲ بر ابر سال قبل، در سال دوم، سه برابر سال قبل و در سال سوم، چهار برابر سال قبل شده است. به‌طور متوسط، مقدار فروش از شروع مدیریت جدید چند برابر شده است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) ۲/۵ ۲) $\frac{۳۶}{۱۳}$ ۳) $۲\sqrt[۳]{۳}$ ۴) ۳

۳۲۴ـ برای دو مقدار $x_۱$ و $x_۲$، کمترین مقدار عبارت $\sum_{i=۱}^{۲}(x_i - a)^۲$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $x_۱^۲ + x_۲^۲$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}(x_۱ + x_۲)^۲$ ۴) $\frac{۱}{۲}(x_۱ - x_۲)^۲$

۳۲۵ـ اختلاف میانگین هندسی و میانگین حسابی داده‌های مقابل کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

x	۹	۱۲	۱۶
f	۲	۳	۲

۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۲۷ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۲۸

۳۲۶ـ توزیع نمرات مسئولیت‌پذیری کارکنان یک مجموعه در جدول زیر تنظیم شده است. انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

نمرات	<۱۰	۱۰–۱۲	۱۲–۱۴	۱۴–۱۶	۱۶–۱۸	≥۱۸
فراوانی	۵	۱۰	۷	۱۸	۸	۴

۱) ۲/۱۲ ۲) ۲/۱۶ ۳) ۲/۱۴ ۴) ۲/۱۸

۳۲۷ـ در ۴۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها ۱۶۸ و مجموع مجذورات این داده‌ها ۸۰۸ می‌باشد. ضریب پراکندگی این داده‌ها کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۳۸ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۰/۴۲ ۴) ۰/۲۵

۳۲۸ـ در یک توزیع آماری چارک اول ۱۱۲/۴ و چارک سوم ۱۳۴/۴ و میانه ۱۲۱ می‌باشد ضریب چولگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۲۰۶ ۲) ۰/۲۲۴ ۳) ۰/۲۱۸ ۴) ۰/۲۲۶

۳۲۹ـ میانگین هندسی داده‌های ۱۲ و ۵۴ و ۶/۷۵ و ۱۸ و ۲۴ کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱۴/۴ ۲) ۱۵/۶ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۳۳۰ـ انحراف چارکی در داده‌های آماری طبقه‌بندی شده‌ی زیر کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

فاصله طبقات	<۸	۸–۱۲	۱۲–۱۶	۱۶–۲۰	۲۰–۲۴	≥۲۴
فراوانی مطلق	۴	۱۲	۱۶	۱۸	۹	۵

۱) ۳/۷۴ ۲) ۳/۷۷ ۳) ۳/۸۲ ۴) ۳/۸۴

۳۳۱ـ در سه جامعه با تعداد مشاهدات ۹۰ و ۱۱۰ و ۲۰۰ میانگین‌ها متفاوت و واریانس‌ها به ترتیب ۷، ۱۰ و ۹ محاسبه شده‌اند. کدام عـدد بـرای واریانس ترکیب این سه جامعه مورد قبول است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۸/۷۷۵ ۲) ۸/۸۲۵ ۳) ۸/۹۵ ۴) ۸/۵۹

۳۳۲ـ در یک توزیع با ضریب چولگی مثبت، کدام نابرابری برقرار است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) میانه < میانگین < مد ۲) میانگین < میانه < مد ۳) مد < میانه < میانگین ۴) مد < میانگین < میانه

۳۳۳ـ برای ۶۰ داده آماری با میانگین ۱۵ داریم: $\sum(x_i - ۱۵)^۲ = ۳۰۰$ و $\sum(x_i - ۱۵)^۴ = ۴۵۰۰$، ضریب کشیدگی کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) صفر

۳۳۴ـ کدام از عبارات زیر بیان مفهوم گشتاور مرکزی مرتبه hام می‌باشد؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

۱) میانگین توان مرتبه hام، تفاضل مقادیر صفت از عدد ثابت دلخواه می‌باشد.

۲) میانگین توان مرتبه hام، تفاضل مقادیر صفت از میانه می‌باشد.

۳) میانگین توان مرتبه hام، تفاضل مقادیر صفت از میانگین حسابی آن متغیر می‌باشد.

۴) میانگین توان مرتبه hام، تفاضل مقادیر صفت از عدد صفر (مبدأ مختصات) می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳۵ـ صفت متغیر X دارای چولگی ملایم است، کدامیک از روابط زیر بین میانگین، میانه و نما برقرار است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

۱) $\bar{x} - mo = ۳(\bar{x} - me)$ ۲) $mo - \bar{x} = ۲(me - \bar{x})$ ۳) $\bar{x} - mo = ۳(me - \bar{x})$ ۴) $mo - \bar{x} = ۳(\bar{x} - me)$

۳۳۶ـ در جامعه‌ای به حجم $N = ۱۰$ کمیت‌های زیر به دست آمده‌اند. ضریب کشیدگی توزیع کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

$\sum (x_i - \bar{x})^۲ = ۲۰ \quad \sum (x_i - \bar{x})^۴ = ۱۴۰$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۰۵

۳۳۷ـ اگر دهک اول و دهک دهم از داده‌های طبقه‌بندی شده جدول زیر را حذف کنیم، آنگاه میانگین باقیمانده داده‌ها کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

حدود دسته	۱۸ ـ ۲۱	۲۱ ـ ۲۴	۲۴ ـ ۲۷	۲۷ ـ ۳۰	۳۰ ـ ۳۳	۳۳ ـ ۳۶
فراوانی	۴	۷	۸	۱۱	۶	۴

۱) ۲۷ ۲) ۲۷/۵ ۳) ۲۸ ۴) ۲۸/۵

۳۳۸ـ انحراف چارکی داده‌های طبقه‌بندی شده در جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

حدود دسته	< ۱۰	۱۰ ـ ۱۴	۱۴ ـ ۱۸	۱۸ ـ ۲۲	۲۲ ـ ۲۶	> ۲۶
فراوانی	۶	۱۲	۱۵	۱۴	۸	۵

۱) ۴/۲۱ ۲) ۴/۶۳ ۳) ۴/۷۱ ۴) ۴/۸۵

۳۳۹ـ در ۵۰ داده آماری با میانگین μ و انحراف معیار ۳، مقدار $\sum (x - \mu)^۴ = ۱۲۲۳۱$ می‌باشد. ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۳ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۵

۳۴۰ـ میانگین یک سری مشاهده که شامل ۲۰ مشاهده است، بر ابر ۱۰۰ و میانگین یک سری مشاهدهٔ دیگر که شامل ۳۰ مشاهده اسـت، برابـر ۳۰۰ است. میانگین کل این مشاهدات برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۲۰۰ ۲) ۲۱۵ ۳) ۲۲۰ ۴) ۲۵۰

۳۴۱ـ اگر $N = ۱۰$ ، $\sum_{i=۱}^{۱۰} x_i^۲ = ۴۰۰$ و $\sum_{i=۱}^{۱۰} x_i = ۶۰$ باشد، ضریب پراکندگی برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۳۴۲ـ کدام شاخص گرایش مرکزی برای تعیین حد متوسط داده‌های روبه‌رو مناسب‌تر است؟ ۲۲۴ , ۲۵ , ۲۱ , ۲۰ , ۱۸ , ۱۷ , ۱۵ , ۱۴ , ۱۲ , ۱۰ (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

۱) نما ۲) میانه ۳) میانگین ۴) میانگین وزنی

۳۴۳ـ جدول داده‌های طبقه‌بندی شده زیر را در نظر بگیرید، مُد در این جدول کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

فاصله طبقاتی	۲۰ـ۲۹	۳۰ـ۳۹	۴۰ـ۴۹
فراوانی	۳	۶	۷

۱) ۴۰/۷۵ ۲) ۴۰/۲۵ ۳) ۴۱/۱ ۴) ۴۲

۳۴۴ـ اطلاعات مربوط به سه جامعه به قرار زیر است، میانگین کل در سه جامعه چیست؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

جامعه	تعداد	میانگین	واریانس
۱	۱۰	۲۰	۴
۲	۲۰	۲۵	۵
۳	۲۰	۳۰	۳

۱) ۲۵ ۲) ۲۲/۵ ۳) ۲۷ ۴) ۲۶

۳۴۵ـ در بررسی‌های آماری، کدام بیان درست است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۳)

۱) اولین گام در هر تحقیق علمی جمع‌آوری داده‌هاست.
۲) موضوع آمار توصیفی، تحلیل نمونه است.
۳) شاخص آماره با سرشماری حاصل می‌شود.
۴) دقت پارامتر از آماره بیشتر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ گزینه «۲» به علت اینکه میانه‌ی داده‌ها به مکان داده وسط بستگی دارد، از این رو اضافه کردن به بزرگترین عدد، تأثیری بر مقدار میانه ندارد.

۲ـ گزینه «۱» طبق خاصیت مهم میانه مجموع قدرمطلق انحراف داده‌ها از میانه همواره حداقل است.

۳ـ گزینه «۲» کشیدگی چندکی و گشتاوری در توزیع استاندارد به ترتیب ۳ و ۰/۲۶۳ می‌باشد.

۴ـ گزینه «۴» دو نمودار برای تحلیل اکتشافی داده‌ها عبارتند از: شاخه و برگ و جعبه‌ای.

۵ـ گزینه «۳» با توجه به طرز محاسبه‌ی چندک‌ها در داده‌های پیوسته خواهیم داشت:

$$N=۳۰\ ,\ \frac{۲\times N}{۱۰}=\frac{۲\times ۳۰}{۱۰}=۶$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی عدد ۶ است، طبقه‌ی دوم است، بنابراین دهک دوم در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

CL	۴۰–۵۰	۵۰–۶۰	۶۰–۷۰
F_i	۵	۱۸	۷
Fc_i	۵	۲۳	۳۰

$$D_۲=L_i+\left(\frac{\frac{۲N}{۱۰}-Fc_{i-۱}}{F_i}\right)\cdot I \Rightarrow D_۲=۵۰+\left(\frac{۶-۵}{۱۸}\right)\times ۱۰=۵۰/۵۵$$

۶ـ گزینه «۲» $mo=۰$ زیرا عدد ۰ بیشترین فراوانی را دارد. تعداد داده‌ها برابر با $\sum F_i=۱۰۰$ و زوج است.

بنابراین میانه برابر با میانگین حسابی دو عدد وسط است. دقت کنید در ۱۰۰ داده آماری، دو عدد وسط داده‌های ۵۰ام و ۵۱ام است. لذا میانگین این دو را بدست می‌آوریم:

x_i	−۱	۰	۱	۲	۳
F_i	۱۰	۳۰	۱۰	۲۵	۲۵

$$Me=\frac{x_{۵۰}+x_{۵۱}}{۲}=\frac{۲+۱}{۲}=۱/۵$$

۷ـ گزینه «۱» به دلیل اینکه گزینه‌های دیگر همه به x_i (نشان دسته) ربط دارند و در طبقه‌ی چهارم محاسبه این مقدار امکان‌پذیر نیست، از این رو تنها شاخص مناسب انحراف چارکی است. زیرا محاسبه انحراف چارکی ربطی به مقادیر x_i (نشان دسته‌ها یا مرکز دسته‌ها) ندارد.

۸ـ گزینه «۲» میانگین و انحراف معیار را محاسبه کرده، در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}\mu_x=\frac{\sum x_i}{N}=\frac{۳}{۳}=۱\\ \sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{N}-(\mu_x)^۲=\frac{۶}{۳}-۱=۱ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۱}=۱\end{cases} \Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\mu_x}=\frac{۱}{۱}=۱$$

۹ـ گزینه «۲» در این شاخه از علم آمار نیازی به مشخص بودن توزیع جامعه نیست. از طرفی گزینه (۳) نیز درست است، چون در داده‌های توصیفی فقط ناپارامتریک جواب می‌دهد.

۱۰ـ گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که داده‌ها (xها) در $\frac{۱}{۳}$ ضرب شده‌اند و از عدد $\frac{۵}{۳}$ کم شده‌اند.

$$y=\frac{X-۵}{۳}=\frac{X}{۳}-\frac{۵}{۳}$$

بنابراین میانگین نیز در $\frac{۱}{۳}$ ضرب شده و از $\frac{۵}{۳}$ کم می‌شود.

$$\bar{y}=\frac{\bar{x}}{۳}-\frac{۵}{۳}=\frac{۵}{۳}-\frac{۵}{۳}=۰$$

طبق خاصیت مهم واریانس $Var(ax\pm b)=a^۲.Var(x)$، واریانس را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$Var\left(\frac{x}{۳}-\frac{۵}{۳}\right)=\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲.Var(x)=\frac{۱}{۹}\times ۹=۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ گزینه «۲» اگر دامنه‌ی تغییرات به صورت $[۰,۲۰]$ باشد در اینصورت: $\text{درصد } \begin{cases}\mu=۱۵\\ \sigma=۳\end{cases} \Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰=\frac{۳}{۱۵}\times ۱۰۰=\frac{۱}{۵}\times ۱۰۰=۲۰$

اکنون دامنه‌ی تغییرات به صورت $[۰,۱۰۰]$ است، یعنی داده‌ها در عدد ۵ ضرب شده‌اند و با توجه به خواص ضریب پراکندگی اگر داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شوند ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند و همان ۲۰ درصد باقی می‌ماند.

$$۵x_i \rightarrow \begin{matrix}\mu'=۵\mu\\ \sigma'=۵\sigma\end{matrix} \Rightarrow CV'=\frac{\mu'}{\sigma'}=\frac{\mu}{\sigma}$$

۱۲ـ گزینه «۴»

روش اول: داده‌ها تشکیل تصاعد می‌دهند و با توجه به اینکه قدر نسبت $d=۲$ است، واریانس به صورت زیر است:

$$\sigma^۲=\frac{d^۲(N^۲-۱)}{۱۲}=\frac{(۲)^۲(۵^۲-۱)}{۱۲}=۸$$

روش دوم:

$$Var(x)=\frac{۱}{۵}\sum_{i=۱}^{۵}(x_i-\bar{x})^۲=۸$$

۱۳ـ گزینه «۳» مجموع مربعات یعنی $\sum x_i^۲=۹۶/۴$ و میانگین برابر با $\mu=۳$ است. از رابطه‌ی واریانس جامعه استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{N}-\mu_x^۲=\frac{۹۶/۴}{۱۰}-(۳)^۲=۹/۶۴-۹=۰/۶۴ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۰/۶۴}=۰/۸$$

۱۴ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی سهم بر حسب درجه استفاده می‌کنیم:

$$\text{سهم بر حسب درجه}=\frac{F_i}{N}\times ۳۶۰ \Rightarrow ۵۴=\frac{۱۵}{N}\times ۳۶۰ \Rightarrow ۵۴N=۵۴۰۰ \Rightarrow N=۱۰۰$$

۱۵ـ گزینه «۲» توجه کنید که چارک دوم همان میانه است، بنابراین برای بدست آوردن میانه‌ی این داده‌ها، ابتدا آن‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم:

۷,۱۱,۱۵,۲۴,۳۵,۴۱,۵۹

تعداد داده‌ها $N=۷$ فرد است، بنابراین داده‌ی وسط میانه است. $Me=x_۴=۲۴$

۱۶ـ گزینه «۴» نمودار فراوانی تجمعی نسبی باید همیشه به صورت اکیداً صعودی باشد در گزینه‌های ۱ و ۲ نمودارها در قسمتی نزول کرده‌اند، همچنین مجموع فراوانی‌های نسبی برابر با ۱ است ولی در نمودار گزینه‌ی ۳، این مقدار از ۱ بیشتر شده و بنابراین این گزینه نیز غلط است.

۱۷ـ گزینه «۳» اگر داده‌ها را در عددی ضرب کنیم و با عدد ثابت دیگری جمع کنیم برای میانگین نیز همین اتفاق خواهد افتاد یعنی میانگین نیز در عدد ۱− ضرب شده و با عدد ۲ جمع می‌شود. $\bar{y}=-\bar{x}+۳ \Rightarrow \bar{y}=-۱+۳=۲$

اما در مورد واریانس می‌دانیم که اضافه یا کم کردن، تأثیری در مقدار واریانس ندارد، طبق خاصیت $Var(ax\pm b)=a^۲Var(x)$ خواهیم داشت:

$$Var(-x+۳)=(-۱)^۲\times Var(x)=۱\times ۴=۴ \Rightarrow \text{انحراف معیار}=\sqrt{۴}=۲$$

۱۸ـ گزینه «۳» طبق تعریف ضریب پراکندگی (تغییرات) رابطه‌ی آن به صورت $CV=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰$ است.

۱۹ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه ابتدای توزیع مشخص نیست، بهترین معیار برای اندازه‌های پراکندگی دامنه چارکی است.

تعریف دامنه چارکی: دامنه چارکی وقتی مناسب است که ابتدا یا انتهای توزیع مشخص نباشد و در این صورت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲۰ـ گزینه «۱» تعداد داده‌ها برابر با $N=۲۸$ است و مقدار میانگین $\mu=۲$ است:

$$N=\sum F_i \Rightarrow ۳+a+۱۰+b+۳=۲۸ \Rightarrow a+b=۱۲$$

$$\mu=\frac{\sum F_i x_i}{N} \Rightarrow ۲=\frac{۳\times ۰+a\times ۱+۱۰\times ۲+b\times ۳+۳\times ۴}{۲۸} \Rightarrow a+۲۰+۳b+۱۲=۲\times ۲۸ \Rightarrow a+۳b+۳۲=۵۶ \Rightarrow a+۳b=۲۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a+b=۱۲\\ a+۳b=۲۴\end{cases}$$ تساوی به ازای $a=b=۶$ برقرار است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

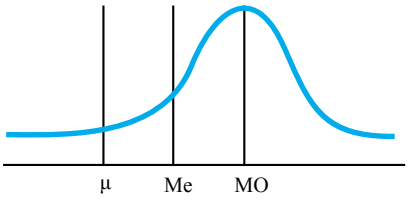
۲۱ـ گزینه «۳» از میانگین هم ساز (هارمونیک) استفاده می‌کنیم، زیرا مقیاس سنجش داده‌ها ترکیبی (کیلومتر در ساعت) است.

۲۲ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین و واریانس توام خواهیم داشت:

$$N = N_1 + N_2 = 20 + 30 = 50 \qquad \mu = \frac{\sum N_i\mu_i}{N} = \frac{(20\times 15)+(30\times 10)}{50} = \frac{600}{50} = 12$$

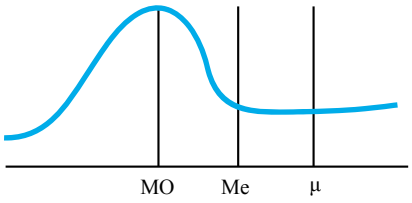
$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i\sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i(\mu_i-\mu)^2}{N} = \frac{(20\times 17)+(30\times 12)}{50} + \frac{20(15-12)^2+30(10-12)^2}{50} = 20$$

۲۳ـ گزینه «۳» در توزیع با چولگی منفی داریم $MO > Me > \mu$



۲۴ـ گزینه «۳» در این‌جا بهترین نمودار، نمودار ریشه و برگ است. بقیه‌ی نمودارهای گفته شده، در داده‌های طبقه‌بندی شده استفاده می‌شود.

۲۵ـ گزینه «۱» در حالت چولگی مثبت، میانگین بزرگترین است و مقدار مد کوچکترین است.



۲۶ـ گزینه «۳» داده‌ها اسمی هستند، برای داده‌ها با مقیاس اسمی از نمودارهای کیفی استفاده می‌شود و بقیه‌ی نمودارها برای داده‌های کمی بکار می‌روند.

۲۷ـ گزینه «۴» با توجه به خاصیت مهم واریانس $(Var(ax \pm b) = a^2.Var(x))$ خواهیم داشت:

$$Var(-\frac{x_i}{2}+3) = (-\frac{1}{2})^2.Var(x_i) = \frac{1}{4}\times\sigma_x^2 = \frac{1}{4}\sigma_x^2$$

۲۸ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی مورد نظر بر حسب درجه، ابتدا فراوانی نسبی را بدست آورده:

$$f_i = \frac{F_i}{n} = \frac{100}{300+200+100} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

در رابطه مورد نظر قرار می‌دهیم:

$$\text{زاویه متناظر} = f_i \times 360^\circ = \frac{1}{6}\times 360 = 60^\circ$$

۲۹ـ گزینه «۴» درصد دانشجویان برابر است با فراوانی نسبی آنها ضربدر عدد ۱۰۰:

$$F_{ci} = f_i \times 100 = \frac{1}{6}\times 100 = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \qquad f_i = \frac{F_i}{n} = \frac{100}{300+200+100} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

۳۰ـ گزینه «۲» برای بدست آوردن میانه، ابتدا فراوانی تجمعی را بدست می‌آوریم سپس مقدار $\frac{N}{2}$ را با ستون فراوانی تجمعی مقایسه نموده و اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $\frac{N}{2}$ است، طبقه‌ی مربوط به میانه است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

x	۲	۳	۴	۵	۶
f	۳	۴	۸	۷	۵
F	۳	۷	۱۵	۲۲	۲۷

$$\frac{n}{۲}=\frac{۲۷}{۲}=۱۳/۵$$

$$FC_{۳}\geq ۱۳/۵ \Rightarrow Md=x_{۳}=۴$$

۳۱ـ گزینه «۳» میانگین ۳ عدد ۲۷ است، بنابراین جمع این ۳ عدد ۸۱ است. اکنون به جمع این اعداد عدد ۱۹ را اضافه کرده و سپس میانگین می‌گیریم:

$$\frac{x_{۱}+x_{۲}+x_{۳}}{۳}=۲۷\Rightarrow x_{۱}+x_{۲}+x_{۳}=۸۱ \Rightarrow \frac{x_{۱}+x_{۲}+x_{۳}+۱۹}{۴}=\frac{۸۱+۱۹}{۴}=۲۵$$

۳۲ـ گزینه «۲» **توجه:** اگر به همه‌ی داده‌ها عددی اضافه یا کم کنیم، مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد. بنابراین ابتدا از همه‌ی داده‌ها عـدد ۷۵۴۶۰ را کم می‌کنیم، با این کار مقدار داده‌ها کوچکتر شده ولی واریانس آنها تغییر نمی‌کند، داده‌ها به صورت زیر هستند:

$$x: ۷۵۱۴۶۰ , ۷۵۱۴۶۳ , ۷۵۱۴۶۶ \qquad y=x-۷۵۱۴۶۰ \Rightarrow y_{i}=۰ , ۳ , ۶$$

اکنون مقدار واریانس را برای اعداد ۰ و ۳ و ۶ بدست می‌آوریم:

$$\mu_{y}=\frac{۰+۳+۶}{۳}=\frac{۹}{۳}=۳ \quad ; \quad \frac{\sum F_{i}y_{i}^{۲}}{N}=\frac{۰+۹+۳۶}{۳}=۱۵$$

$$Var(y)=\frac{\sum F_{i}y_{i}^{۲}}{N}-\mu_{y}^{۲}=۱۵-(۳)^{۲}=۶$$

۳۳ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی واریانس طبق رابطه‌ی آن مقادیر میانگین و میانگین مربعات داده‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\mu_{x}^{۲}=\frac{۱}{N}\sum F_{i}x_{i}^{۲}=\frac{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}{۵۰}=۲۰۰,۰۰۰\\ \mu_{x}=\frac{۱}{N}\sum F_{i}x_{i}=\frac{۱۰,۰۰۰}{۵۰}=۲۰۰\Rightarrow \bar{x}^{۲}=۴۰۰۰۰\end{cases} \Rightarrow \sigma^{۲}=\frac{\sum F_{i}x_{i}^{۲}}{N}-\mu^{۲}=۲۰۰,۰۰۰-۴۰,۰۰۰=۱۶۰,۰۰۰$$

انحراف معیار جذر واریانس است.

$$\text{انحراف معیار}=\sqrt{۱۶۰,۰۰۰}=۴۰۰$$

۳۴ـ گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$CV=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰=\frac{۱۰}{۱۰۰}\times ۱۰۰=۱۰ \quad \text{درصد ضریب تغییرات}$$

۳۵ـ گزینه «۳» جامعه‌ی آماری مجموعه‌ای از عناصری هستند که دارای حداقل یک ویژگی مشترک باشند. (تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله)

نمونه آماری تعداد محدودی از عضوهای جامعه است که خصوصیت جامعه را داشته باشند. (پاسخ ۱۰۰۰ جوان)

۳۶ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای بدست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را مرتب می‌نمائیم. اگر تعداد داده‌ها فـرد باشـد داده‌ی وسـط و اگـر تعـداد داده‌ها زوج باشد میانگین دو داده‌ی وسط را بعنوان میانه در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$۱ , ۳ , \underline{۴} , ۶ , ۹ \Rightarrow Md=۴$$

$$\text{محل چارک اول}=(N+۱).P=(۵+۱)\times\frac{۱}{۴}=۱/۵ \Rightarrow \begin{cases}K=۱\\ r=۰/۵\end{cases} \Rightarrow Q_{۱}=(۱-۰/۵)\times ۱+۰/۵\times ۳=۲$$

$$\text{محل چارک سوم}=(N+۱).P=(۵+۱)\times\frac{۳}{۴}=۴/۵ \Rightarrow \begin{cases}K=۴\\ r=۰/۵\end{cases} \Rightarrow Q_{۳}=(۱-۰/۵)\times ۶+۰/۵\times ۹=۷/۵$$

$$\text{میاندامنه}\ IQR=Q_{۳}-Q_{۱}=۷/۵-۲=۵/۵$$

۳۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق $f_{i}=\frac{F_{i}}{N}$ و همچنین $N=\sum F_{i}=۱۰۰$ خواهیم داشت:

$$\text{فراوانی نسبی مینی‌بوس یا اتوبوس}=\frac{۵۶}{۱۰۰}=۰/۵۶$$

$$\text{فراوانی مطلق مینی‌بوس یا اتوبوس}=۳۱+۲۵=۵۶$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۸ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس **نمونه** خواهیم داشت:

برای نمونه n به $n-1$ تبدیل می‌شود.

x	۱	۲	۴	۲	۶	$\sum x_i = ۱۵$	$\bar{x} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$
$x^۲$	۱	۴	۱۶	۴	۳۶	$\sum x_i^۲ = ۶۱$	

$$S^۲ = \frac{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲}{n-۱} = \frac{۶۱ - ۵\times(۳)^۲}{۵-۱} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$$

۳۹ـ گزینه «۳» اگر به هر داده‌ی آماری a واحد اضافه یا کم نمائیم به مقدار میانگین نیز a واحد اضافه یا کم می‌شود اما مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد.

۴۰ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی میانگین نرخ تورم باید از میانگین هندسی استفاده کنیم:

$$G = \sqrt[N]{x_۱^{F_۱} \cdot x_۲^{F_۲}} = \sqrt[۲]{۰/۲۱ \times ۰/۴۴} \simeq \%۳۰$$

۴۱ـ گزینه «۲» مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره برابر با صفر است و این بدان مفهوم است که $\sum(x_i - \bar{x}) = ۰$ است.

۴۲ـ گزینه «۳» ابتدا مقادیر $N \times P$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم سپس مقادیر چارک‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N\times P = ۲۰۰\times\frac{۱}{۴} = ۵۰ \\ N\times P = ۲۰۰\times\frac{۳}{۴} = ۱۵۰ \end{cases} \quad ; \quad FC = ۵, ۲۵, ۵۰, ۱۰۰, ۱۵۰, ۱۷۵, ۱۹۵, ۲۰۰$$

$$Q_۱ = L + (\frac{N.P - FC_{i-۱}}{F_i}) \times I = ۶ + (\frac{۵۰-۲۵}{۲۵}) \times ۴ = ۱۰ \quad ; \quad Q_۳ = L + (\frac{N.p - Fc_{i-۱}}{F_i}) \times I = ۱۴ + (\frac{۱۵۰-۱۰۰}{۵۰}) \times ۴ = ۱۸$$

۴۳ـ گزینه «۴» به سادگی از روی جدول می‌توان تشخیص داد که در بین مشاهدات حالت تقارن وجود دارد چرا که اگر ابتدا به مشاهدات دقت شود تقارن کاملاً مشخص است و دیگر نیاز به محاسبات نیست.

۴۴ـ گزینه «۲» مراحل به دست آوردن میانه‌را اجرا می‌کنیم ابتدا مقدار $\frac{N}{۲} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰$ را به دست می‌آوریم اکنون مقادیر فراوانی‌های تجمعی را محاسبه می‌کنیم:

$$Fc_i = ۸, ۲۳, ۴۸, ۵۶, ۶۰$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۳۰ می‌باشد طبقه‌ی سوم است لذا میانه در طبقه‌ی سوم است:

$$Me = L + (\frac{\frac{N}{۲} - Fc_{i-۱}}{F_i}) \cdot I = ۷۰ + (\frac{۳۰-۲۳}{۲۵}) \times ۲۰ = ۷۵/۶$$

۴۵ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی واریانس نمونه استفاده می‌کنیم:

$$S^۲ = \frac{۱}{n-۱}\left(\sum_{i=۱}^{n} f_i x_i^۲ - \frac{۱}{n}(\sum_{i=۱}^{n} f_i x_i)^۲\right)$$

$$\sum f_i x_i = ۰\times۱۰ + ۱\times۴۰ + ۲\times۱۰ + ۳\times۲۰ + ۴\times۲۰ = ۲۰۰ \qquad \sum f_i x_i^۲ = ۰^۲\times۱۰ + ۱^۲\times۴۰ + ۲^۲\times۱۰ + ۳^۲\times۲۰ + ۴^۲\times۲۰ = ۵۸۰$$

$$S^۲ = \frac{۱}{۹۹}[۵۸۰ - \frac{۱}{۱۰۰}(۲۰۰)^۲] = ۱/۸$$

۴۶ـ گزینه «۳» از رابطه‌ی $Sk = \frac{۳(\mu - Me)}{\sigma}$ استفاده می‌کنیم، ابتدا میانگین را بدست می‌آوریم:

$$x_i = \frac{۲+۴}{۲} = ۳ \text{ , } \frac{۴+۶}{۲} = ۵ \text{ , } \frac{۶+۸}{۲} = ۷ \text{ , } \frac{۸+۱۰}{۲} = ۹$$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{۱\times۳ + ۱\times۵ + ۵\times۷ + ۳\times۹}{۱+۱+۵+۳} = ۷$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

میانه را جداگانه حساب می‌کنیم که در طبقه‌ی سوم است:

$$Me = L + (\frac{\frac{N}{۲} - Fc_{i-۱}}{F_i}) \times I = ۶ + (\frac{۵-۲}{۵}) \times ۲ = ۷/۲$$

توجه کنید که مقدار انحراف معیار داده شده است:

$$Sk = \frac{۳(۷-۷/۲)}{۱/۸} = -۰/۳۳$$

۴۷ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری خواهیم داشت:

$$E = \frac{\mu_۴}{\sigma^۴} - ۳ = \frac{\frac{\sum F_i (x_i - \mu)^۴}{N}}{\sigma^۴} - ۳ \Rightarrow E = \frac{\frac{۵۰۰۰}{۱۰۰۰}}{۲^۴} - ۳ = \frac{۵}{۱۶} - ۳ = -۲/۶۹$$

۴۸ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی واریانس جامعه به صورت روبرو، مقادیر داده شده را در رابطه‌ی واریانس قرار می‌دهیم

$$Var(x) = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \cdots + x_N^۲}{N} - \mu^۲$$

$$\begin{cases} \mu = ۴ \\ \sigma = \sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{۳})^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \cdots + x_N^۲}{N} - (۴)^۲ \Rightarrow ۳ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \cdots + x_n^۲}{N} - ۱۶ \Rightarrow \frac{\sum x_i^۲}{N} = ۱۶ + ۳ = ۱۹$$

۴۹ـ گزینه «۱» توجه کنید اگر داده های آماری در عدد ثابت و مثبتی ضرب شوند ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند بنابراین ضریب تغییرات همان ۴% باقی می‌ماند.

۵۰ـ گزینه «۳» از رابطه‌ی واریانس مقدار واریانس را محاسبه می‌کنیم سپس از جواب جذر می‌گیریم تا مقدار انحراف معیار به دست آید:

$$Var(x) = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu^۲ = \frac{۶۴۰۰}{۲۵} - (\frac{۴۰۰}{۲۵})^۲ = ۲۵۶ - ۲۵۶ = ۰ \Rightarrow \sigma = ۰$$

۵۱ـ گزینه «۲» یکی از کاربردهای ضریب پراکندگی (ضریب تغییرات) در جایی است که در دو یا چند جامعه‌ی آماری مورد مقایسه، مشاهدات نامتجانس وجود داشته باشد. یعنی از نظر واحد اندازه‌گیری یکسان نباشند. در اینجا واحدهای اندازه‌گیری یکی برحسب دلار و دیگری برحسب یورو است.

۵۲ـ گزینه «۱»

راه‌حل اول: برای محاسبه‌ی نرخ تورم از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}_G = \sqrt{\frac{P_{۷۹}}{P_{۷۸}} \cdot \frac{P_{۸۰}}{P_{۷۹}}} = \sqrt{\frac{P_{۸۰}}{P_{۷۸}}} = \sqrt{\frac{۴۵۰}{۲۰۰}} = ۱/۵$$

که نشان دهنده‌ی ۵۰% افزایش قیمت به طور متوسط است.

$$۱/۵ - ۱ = ۰/۵$$

راه‌حل دوم: از رابطه‌ی قیمت در سال nام استفاده می‌کنیم:

$$P_n = P_۰(۱+r)^n \Rightarrow ۴۵۰ = ۲۰۰(۱+r)^۲ \Rightarrow ۱+r = \sqrt{\frac{۴۵۰}{۲۰۰}} \Rightarrow ۱+r = ۱/۵ \Rightarrow r = ۰/۵ \xrightarrow{\text{درصد}} \%۵۰$$

۵۳ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف، بر روی محور X ها کرانه‌های طبقات قرار می‌گیرند.

۵۴ـ گزینه «۳» باید ابتدا تغییرات میانگین و انحراف معیار را بدست آوریم سپس ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم، توجه کنید حقوق کارکنان قبل از افزایش x_i و بعد از افزایش x_i' می‌باشد.

$$x_i' = x_i + ۰/۱۲۵x_i \Rightarrow \bar{x}' = \bar{x} + ۰/۱۲۵\bar{x} = ۸۰ + (۰/۱۲۵ \times ۸۰) = ۹۰$$

$$\sigma_{(x_i + ۰/۱۲۵x_i)} = \sigma_{(۱/۱۲۵x_i)} = ۱/۱۲۵ \times \sigma_x = ۱/۱۲۵ \times ۲۰ = ۲۲/۵$$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu_x} \times ۱۰۰ = \frac{۲۲/۵}{۹۰} \times ۱۰۰ = \%۲۵$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۵ـ گزینه «۴» خاصیت مهم میانه گزینه (۴) است یعنی: $\sum |x_i - Me| = \min$

۵۶ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی میانگین در داده‌هایی که مقیاس آنها ترکیبی است از میانگین هارمونیک استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f_1 = 1 \quad , \quad x_1 = 100 \\ f_2 = \frac{1}{3} \quad , \quad x_2 = 80 \\ f_3 = \frac{2}{3} \quad , \quad x_3 = 120 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{\sum f_i}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \cdots + \frac{f_k}{x_k}} = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{100} + \frac{\frac{1}{3}}{80} + \frac{\frac{2}{3}}{120}} = 101/4$$

۵۷ـ گزینه «۳» با توجه به جدول توزیع فراوانی مُد در طبقه‌ی دوم است. $d_1 = F_2 - F_1 = 20 - 4 = 16 \quad , \quad d_2 = F_2 - F_3 = 20 - 12 = 8$

توجه: حدود طبقات باید واقعی باشند. $Mo = L_i + (\frac{d_1}{d_1 + d_2}) \cdot I = 5/5 + (\frac{16}{16+8}) \times 3 = 7/5$

۵۸ـ گزینه «۲» نرخ اساسی در آمار ناپارامتریک، این است که مشاهدات از توزیع خاصی پیروی کنند. ولی در آمار ناپارامتریک این فرض ضرورتی ندارد. اصطلاحاً گفته می‌شود آمار ناپارامتریک آزاد از توزیع است.

۵۹ـ گزینه «۱» دو نمودار جعبه‌ای و شاخه و برگ برای تحلیل اکتشافی هستند.

۶۰ـ گزینه «۴» با توجه به واریانس ادغام شده خواهیم داشت:

$$\sigma^2_{\text{ادغام شده}} = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} \qquad \mu_{\text{کل}} = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{(100 \times 80) + (200 \times 90) + (700 \times 100)}{100 + 200 + 700} = 96$$

$$\sigma^2 = \frac{(100 \times 1600) + (200 \times 2500) + (700 \times 2500)}{1000} + \frac{100(80 - 96)^2 + 200(90 - 96)^2 + 700(100 - 96)^2}{1000} = 2454$$

۶۱ـ گزینه «۱»

جمعیت خانواده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
تعداد (F_i)	۵	۱۰	۴۰	۲۵	۱۵	۵	۱۰۰

تعداد داده‌ها برابر با ۱۰۰ (زوج) می‌باشد لذا میانگین دو عدد وسط میانه است. توجه کنید که در ۱۰۰ داده‌ی آماری دو عدد وسط داده‌ی ۵۰ام و داده‌ی ۵۱ام است. $Me = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$

۶۲ـ گزینه «۴» توجه کنید باید از میانگین هندسی استفاده کنید، ابتدا نسبت‌های رشد را بدست می‌آوریم: $x_1 = \frac{160}{150} \quad , \quad x_2 = \frac{180}{160} \quad , \quad x_3 = \frac{190}{180}$

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{\frac{160}{150} \times \frac{180}{160} \times \frac{190}{180}} = 1/082 \Rightarrow 1/082 - 1 = 0/082 \Rightarrow 0/082 \times 100 = 8/2 \text{ درصد}$$

بنابراین متوسط رشد سالانه تعداد کارکنان $8/20\ \%$ است.

راه حل دیگر: $P_n = P_0(1+r)^n \Rightarrow 190 = 150(1+r)^3 \Rightarrow 1 + r = \sqrt[3]{\frac{190}{150}} \Rightarrow 1 + r = 1/082 \Rightarrow r = 0/082 \xrightarrow{\text{درصد}} r = \%8/20$

۶۳ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه داده‌ها تغییر کرده است، میانگین و واریانس را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم، توجه کنید که x_iها طول قد دانش‌آموزان قبل از افزایش و x_i' طول قد آنها بعد از افزایش است. $\bar{x} = 120 \quad , \quad \sigma_x^2 = 100$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$x_i' = x_i + ۰/۱۴x_i = ۱/۱۴x_i \Rightarrow \bar{x}' = ۱/۱۴\bar{x} = ۱/۱۴ \times ۱۲۰ = ۱۳۶/۸$

$\sigma^۲_{(x_i + ۰/۱۴x_i)} = \sigma^۲_{(۱/۱۴x_i)} = (۱/۱۴)^۲ \sigma^۲_x = ۱/۲۹۹۶ \times ۱۰۰ = ۱۲۹/۹۶$

۶۴ـ گزینه «۱» به دلیل آنکه واریانس، انحرافات را به توان ۲ می‌رساند انحرافات بزرگتری بوجود می‌آید. منظور از انحرفات مقادیر $(x_i - \mu)$ هستند که در فرمول واریانس این مقادیر به توان ۲ می‌رسند.

۶۵ـ گزینه «۴» دو نمودار ریشه و برگ و جعبه‌ای برای تحلیل اکتشافی بکار می‌روند.

۶۶ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی سایر گزینه‌ها به مقدار x_i هر طبقه نیاز داریم در حالیکه در طبقه‌ی اول و آخر این مقدار مشخص نیست.

۶۷ـ گزینه «۴» میانگین، گرانیگاه یا مرکز ثقل داده‌ها است و به همین دلیل انحراف داده‌ها از میانگین صفر است.

۶۸ـ گزینه «۳» در اینجا داده‌ها به ترتیب هستند و مقیاس آنها نیز کیفی است.

۶۹ـ گزینه «۲» صدک پنجاهم داده‌ای است که ۵۰ درصد داده‌ها از آن کوچک‌تر و ۵۰ درصد بزرگتر است که همان تعریف میانه است.

۷۰ـ گزینه «۱» چون صفت مورد بررسی مساحت بناهای مسکونی است و فراوانی‌ها جمع‌آوری شده است، بهترین شاخص مُد است.

۷۱ـ گزینه «۲» ابتدا داده‌ها را به‌صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم $۱۲۵۰, ۱۳۵۰, ۱۴۰۰, ۱۴۵۰, ۱۵۵۰, ۱۶۵۰, ۲۰۰۰$

چون تعداد داده‌ها فرد است داده‌ی وسط را بعنوان میانه در نظر می‌گیریم $m_d = ۱۴۵۰$.

۷۲ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی مورد نظر خواهیم داشت:

$\text{اندازه قطاع مشاهده iام} = f_i \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱۲}{۸۰} \times ۳۶۰^\circ = ۵۴^\circ$ ⇐ ۱۲= فراوانی مطلق طبقه‌ی وسط

۷۳ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس خواهیم داشت: $\sum x_i = ۱۵۰ \quad ; \quad \sum x_i^۲ = ۶۲۵ \quad ; \quad N = ۱۰۰$

$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum x_i^۲ - (\frac{۱}{N}\sum x_i)^۲ = \frac{۶۲۵}{۱۰۰} - (\frac{۱۵۰}{۱۰۰})^۲ = ۶/۲۵ - (۱/۵)^۲ = ۶/۲۵ - ۲/۲۵ = ۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۴} = ۲$

۷۴ـ گزینه «۱» میانگین برابر با ۵ است بنابراین از برابری تساوی میانگین با عدد ۵ مقدار a را بدست می‌آوریم: (در اینجا f_i فراوانی مطلق است)

x_i	۳/۵	۴	۴/۵	۵	۵/۵	۶	مجموع
f_i	۲	a	۲	۱	۲	۳	a+۱۰
$f_i x_i$	۷	۴a	۹	۵	۱۱	۱۸	۴a+۵۰

$\Rightarrow \mu = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{۴a + ۵۰}{a + ۱۰} = ۵ \Rightarrow ۵۰ + ۵a = ۴a + ۵۰ \Rightarrow a = ۰$

۷۵ـ گزینه «۴» چون ماکزیمم مقدار نمودار در نقطه $x_۰$ رخ داده است، در نتیجه $x_۰$ مد است؛ اگر نمودار متقارن باشد، مقدار میانه، میانگین و نما با هم برابرند و در نتیجه $x_۰$ میانگین، میانه و نما (مد) است.

۷۶ـ گزینه «۱» در این جدول، دنباله‌ی انتهایی مشخص نیست و برای چنین جدولهایی انحراف چارکی بهترین معیار است، چرا که برای محاسبه‌ی انحراف معیار، ضریب تغییرات و انحراف متوسط از میانگین به مقدار مرکز دسته‌ها (x_i) احتیاج است ولی در طبقه‌ی آخر این مقدار معلوم نیست.

۷۷ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sigma^۲ = ۳ \\ \sum x_i^۲ = ۴۸ \\ \mu = ? \end{cases} \Rightarrow \sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu^۲ \Rightarrow ۳ = \frac{۴۸}{۴} - \mu^۲ \Rightarrow \mu^۲ = ۱۲ - ۳ = ۹ \Rightarrow \mu = \sqrt{۹} = ۳$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۸ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از خواص میانگین و واریانس استفاده می‌کنیم، داده‌ها در عدد $\frac{۱}{۲}$ ضرب شده‌اند و با عدد ۲ جمع شده‌اند میانگین نیز در $\frac{۱}{۲}$ ضرب شده و با عدد ۲ جمع می‌شود، از خاصیت واریانس به صورت روبرو نیز استفاده می‌کنیم:

$$\bar{y}=\frac{۱}{۲}\bar{x}+۲ \Rightarrow \bar{y}=\frac{۱}{۲}\times ۴+۲=۴$$

$$Var(ax+b)=a^{۲}.Var(x) \Rightarrow Var(\frac{۱}{۲}x+۲)=(\frac{۱}{۲})^{۲}.Var(x)=\frac{۱}{۴}\times ۹=۲/۵ \Rightarrow \text{انحراف معیار}=\sqrt{۲/۵}=۱/۵$$

۷۹ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ‌های تورم، متوسط نرخهای رشد و شاخص‌های اقتصادی از میانگین هندسی استفاده می‌شود.

۸۰ـ گزینه «۱» دهک‌ها مربوط به شاخص‌های مرکزی است.

۸۱ـ گزینه «۳» با توجه به روابط گشتاورها (حول صفر) و رابطه‌ی ضریب تغییرات که برابر است با: $C.V=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰$ میانگین و انحراف معیار را بدست آورده سپس در رابطه‌ی ضریب پراکندگی جاگذاری می‌کنیم.

$$m_{۱}=\frac{\sum(x_i-۰)}{N}=\frac{\sum x_i}{N}=\mu=۱۰ \quad , \quad m_{۲}=\frac{\sum(x_i-۰)^{۲}}{N}=\frac{\sum x_i^{۲}}{N}=۱۲۵$$

$$\sigma^{۲}=\frac{\sum x_i^{۲}}{N}-\mu^{۲}=m_{۲}-m_{۱}^{۲}=۱۲۵-(۱۰)^{۲}=۲۵ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۲۵}=۵$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\mu}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰=۵۰\%$$

۸۲ـ گزینه «۳» در جدول‌هایی که ابتدا و انتهای آن مشخص نیست، بهترین شاخص پراکندگی انحراف چارکی است.

$$\frac{Q_{۳}-Q_{۱}}{۲}=\frac{۱۸-۱۰}{۲}=۴$$

۸۳ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. انحراف چارکی ازرابطه‌ی $\frac{Q_{۳}-Q_{۱}}{۲}$ بدست می‌آید لذا مقادیر $Q_{۱}$ و $Q_{۳}$ را جداگانه بدست می‌آوریم.

$$N\cdot P=۲۲۰\times\frac{۱}{۴}=۵۵$$

$$N\cdot P=۲۲۰\times\frac{۳}{۴}=۱۶۵$$

$$FC_i=۱۰,۵۰,۱۱۰,۱۷۰,۲۱۰,۲۲۰$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۵۵ است طبقه‌ی سوم است، لذا چارک اول در طبقه‌ی سوم قرار دارد و اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۱۶۵ است، طبقه‌ی چهارم است. پس چارک سوم در طبقه‌ی چهارم قرار دارد.

$$Q_{۱}=L+(\frac{N\times P-FC_{i-۱}}{F_i})\cdot I=۳۰+(\frac{۵۵-۵۰}{۶۰})\times ۱۰=۳۰/۸۳$$

$$Q_{۳}=L+(\frac{N\times P-FC_{i-۱}}{F_i})\cdot I=۴۰+(\frac{۱۶۵-۱۱۰}{۶۰})\times ۱۰=۴۹/۱۶$$

$$\Rightarrow \frac{Q_{۳}-Q_{۱}}{۲}=\frac{۴۹/۱۶-۳۰/۸۳}{۲}=۹/۱۶$$

۸۴ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون $\bar{x}-Me\simeq ۳(\bar{x}-Me)$ خواهیم داشت:

$$۲۰-MO=۳(۲۰-۳۵) \Rightarrow ۲۰-MO=-۴۵ \Rightarrow MO=۶۵$$

۸۵ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی بین گشتاورها خواهیم داشت:

$$m_{۱}=\frac{\sum x_i}{N}=۲ \qquad \mu_{۱}=۰$$

$$m_{۲}=\frac{\sum x_i^{۲}}{N}=۸ \qquad \mu_{۲}=m_{۲}-m_{۱}^{۲}=۸-۲^{۲}=۴$$

$$m_{۳}=\frac{\sum x_i^{۳}}{N}=۴۱ \qquad \mu_{۳}=m_{۳}-۳m_{۱}m_{۲}+۲m_{۱}^{۳}=۴۱-۳(۲)(۸)+۲(۲)^{۳}=۹$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۶ـ گزینه «۲» با توجه به نکات واریانس همانطور که می‌دانیم وقتی واریانس تعدادی عدد، صفر باشد آن اعداد با یکدیگر برابرند یعنی $۲x_۱ = ۲x_۲ = ۲x_۳ = ۲x_۴ = ۱۶$ بنابراین: $x_۱ = x_۲ = x_۳ = x_۴ = ۸$ لذا میانگین اعداد $x_۱, x_۲, x_۳, x_۴, ۴۸$ برابر است با:

$$\frac{x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + ۴۸}{۵} = \frac{۸+۸+۸+۸+۴۸}{۵} = ۱۶$$

۸۷ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی میانگین هندسی مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$G = \sqrt[۴]{۱\times۹\times۵\times۳} = \sqrt[۴]{۱۳۵} = ۳/۴۰۸$$

۸۸ـ گزینه «۲» نما (مد) عبارتست از داده‌ای که دارای بیش‌ترین فراوانی باشد. در جدول B بیشترین فراوانی را دارد.

۸۹ـ گزینه «۱» گزینه‌های ۳ و ۴ خود جز مقیاس‌های کیفی هستند و برای اندازه‌گیری داده‌های کیفی از مقیاس اسمی استفاده می‌نمائیم.

۹۰ـ گزینه «۴» مقیاس‌های اسمی و ترتیبی برای داده‌های کیفی و مقیاس‌های فاصله‌ای و کسری (نسبتی) برای داده‌های کمی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۹۱ـ گزینه «۳» حاصل جمع نمرات ۱۲ درس برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} X_i}{n} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{n} X_i = n\bar{X} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۲} X_i = ۱۲\times۱۴/۵ = ۱۷۴$$

از این حاصلجمع نمره‌ی ۲۰ را کم می‌کنیم تا حاصل جمع یازده درس دیگر باقی بمانند، اکنون میانگین آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum_{i=۱}^{۱۱} X_i = \sum_{i=۱}^{۱۲} X_i - ۲۰ = ۱۷۴ - ۲۰ = ۱۵۴ \Rightarrow \text{میانگین جدید} = \frac{\sum_{i=۱}^{۱۱} X_i}{n} = \frac{۱۵۴}{۱۱} = ۱۴$$

۹۲ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی میانگین میانگین‌ها استفاده می‌کنیم. میانگین ادغام شده برابر است با:

$$n_۱ = ۸ \quad , \quad \bar{X}_۱ = ۵$$
$$n_۲ = ۱۲ \quad , \quad \bar{X}_۲ = ۱۰$$
$$\mu = \frac{n_۱\bar{X}_۱ + n_۲\bar{X}_۲}{n_۱ + n_۲} = \frac{۸\times۵ + ۱۲\times۱۰}{۸+۱۲} = \frac{۴۰+۱۲۰}{۲۰} = \frac{۱۶۰}{۲۰} = ۸$$

۹۳ـ گزینه «۳» هر سه شاخص با هم برابرند.

$$Me = ۴۰, ۶۰, ۶۰, ۸۰ \Rightarrow Me = \frac{۶۰+۶۰}{۲} = ۶۰ \quad ; \quad MO = ۶۰$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۲۴۰}{۴} = ۶۰$$

۹۴ـ گزینه «۴» برای داده‌های کیفی بهترین شاخص مرکزی مد است.

۹۵۵ـ گزینه «۲» قیمت در سال nام را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$P_n = P_۰(۱+r)^n \Rightarrow ۱۶۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰(۱+r)^۴ \Rightarrow (۱+r)^۴ = ۱۶ \Rightarrow (۱+r) = ۲ \Rightarrow r = ۱\times۱۰۰\% = ۱۰۰\%$$

۹۶ـ گزینه «۲» طبق خواص ضریب پراکندگی با توجه به اینکه داده‌های قدیم در عددی ثابت ضرب شده‌اند ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند.

۹۷ـ گزینه «۱» برای محاسبه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری ابتدا گشتاور چهارم را محاسبه کرده سپس در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$E = \frac{m_۴}{\sigma^۴} - ۳ = \frac{\frac{\sum (x_i - \mu)^۴}{N}}{۴^۴} - ۳ = \frac{\frac{۷۶۸۰}{۱۰}}{۴^۴} - ۳ = ۰$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۸ـ گزینه «۳» تعداد داده‌ها زوج است، $N=\sum f_i=۶+۸+۱۲+۴=۳۰$ بنابراین میانه برابر میانگین دو داده‌ی وسطی خواهد بود، در سی داده‌ی آماری دو داده‌ی وسط عبارتند از داده‌ی پانزدهم و داده‌ی شانزدهم که هر دو عدد ۱۵ است:

$$n \text{ زوج است.} \quad N=\sum f_i=۳۰\Rightarrow Md=\frac{x_{\frac{N}{۲}}+x_{\frac{N}{۲}+۱}}{۲}=\frac{x_{۱۵}+x_{۱۶}}{۲}=\frac{۱۵+۱۵}{۲}=۱۵$$

۹۹ـ گزینه «۱» بهترین مقیاس اندازه‌گیری، مقیاس نسبی است. توجه کنید ضعیف‌ترین مقیاس اندازه‌گیری مقیاس اسمی است.

۱۰۰ـ گزینه «۳» با توجه به تفسیر ضریب چولگی خواهیم داشت: تفاوت فاحش است $\Rightarrow |SK|=|-۰/۶۶|=۰/۶۶>۰/۵$

۱۰۱ـ گزینه «۱» دو طبقه‌ی متوالی را از یکدیگر کم می‌کنیم: $C-L: ۸۰-۸۹\ ,۹۰-۹۹\Rightarrow$ فاصله طبقات $=۹۰-۸۰=۱۰$

۱۰۲ـ گزینه «۱» طبق خاصیت مهم میانه: $\sum_{i=۱}^{N}|x_i-Md|=\min$

۱۰۳ـ گزینه «۲» مقیاس کسری (نسبتی) دقیق‌ترین مقیاس اندازه‌گیری است. اسمی ≤ رتبه‌ای (ترتیبی) ≤ فاصله‌ای ≤ نسبتی (نسبی)

۱۰۴ـ گزینه «۱» تراکم به سه سطح (پرتراکم، با تراکم متوسط و کم تراکم) تقسیم می‌شود. بنابراین بهترین مقیاس رتبه‌ای یا ترتیبی است.

۱۰۵ـ گزینه «۴» طبقات را مشخص می‌کنیم برای این کار ابتدا فاصله‌ی طبقات را بدست می‌آوریم:

دامنه‌ی تغییرات $R=X_{max}-X_{min}=۶۹-۲۷=۴۲$

طبقات به صورت زیر است:

فاصله‌ی هر طبقه $=\frac{R}{k}=\frac{۴۲}{۷}=۶$

طبقات	۲۷ـ۳۳	۳۳ـ۳۹	۳۹ـ۴۵	۴۵ـ۵۱	۵۱ـ۵۷
نشان x_i					$\frac{۵۱+۵۷}{۲}=۵۴$

۱۰۶ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases}N=۱۵\\ \sum x_i=۱۸۰\\ \sum x_i^۲=۲۲۵۰\end{cases}\Rightarrow \sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{N}-(\frac{\sum x_i}{N})^۲=\frac{۲۲۵۰}{۱۵}-(\frac{۱۸۰}{۱۵})^۲=۶$$

۱۰۷ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ تورم ـ نرخهای رشد و شاخص‌های اقتصادی از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۱۰۸ـ گزینه «۱» از رابطه تجربی پیرسون استفاده کرده و مقدار مُد را بدست می‌آوریم:

$$\mu-MO\simeq ۳(\mu-Me)\Rightarrow ۶۰-MO=۳(۶۰-۳۰)\Rightarrow ۶۰-MO=۹۰\Rightarrow MO=-۳۰$$

۱۰۹ـ گزینه «۱» برای بدست آوردن نیم انحراف چارکی که برابر با $\frac{Q_۳-Q_۱}{۲}$ است باید ابتدا $Q_۳, Q_۱$ را بدست می‌آوریم: $N=\sum N_i=۱۰۰$

$$\begin{cases}N\times P=۱۰۰\times\frac{۱}{۴}=۲۵\\ N\times P=۱۰۰\times\frac{۳}{۴}=۷۵\end{cases}\qquad FC_i: ۵,۱۵,۲۵,۵۰,۷۵,۸۵,۹۵,۱۰۰$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگ‌تر یا مساوی ۲۵ است طبقه‌ی سوم است بنابراین چارک اول در طبقه‌ی سوم قرار دارد و اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۷۵ است طبقه‌ی پنجم است. بنابراین چارک سوم در طبقه‌ی پنجم قرار دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$Q_۱ = L + (\frac{N \times P - FC_{i-۱}}{F_i}) \times I = ۷ + (\frac{۲۵ - ۱۵}{۱۰}) \times ۴ = ۱۱$$

$$Q_۳ = L + (\frac{N \times P - FC_{i-۱}}{F_i}) \times I = ۱۵ + (\frac{۷۵ - ۵۰}{۲۵}) \times ۴ = ۱۹$$

$$\Rightarrow \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۱۹ - ۱۱}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

۱۱۰ـ گزینه «۲» فراوانی انباشته نسبی برای $x = ۱۴$ عبارت است از:

$$F(۱۴) = \frac{۲۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۲۵ + ۲۵ + ۱۰}{۱۱۰} = ۰/۹۰$$

برای بدست آوردن چندک هفتاد و پنج درصدی مقدار $(N+۱) \times P = (۱۰۰ + ۱) \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۸۳/۲۵$ بنابراین $k = ۸۳ , r = ۰/۲۵$ لذا:

$$Q_۳ = (۱ - r)x_k + rx_{k+۱} \Rightarrow Q_۳ = (۱ - ۰/۲۵) \times ۱۲ + ۰/۲۵ \times ۱۲ = ۹ + ۳ = ۱۲$$

۱۱۱ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی میانگین هارمونیک خواهیم داشت:

$$H = \frac{\sum N_i}{\frac{N_۱}{x_۱} + \frac{N_۲}{x_۲} + \frac{N_۳}{x_۳}} = \frac{۵۰۰۰}{\frac{۱۰۰۰}{۳} + \frac{۲۰۰۰}{۳۵} + \frac{۲۰۰۰}{۴}} = ۰/۳۵$$

۱۱۲ـ گزینه «۱» توجه کنید که در جدول، چگالی فراوانی داده شده است. ابتدا فراوانی‌های مطلق را به‌دست می‌آوریم، طبق تعریف چگالی فراوانی آنها را بدست می‌آوریم:

$$d_۱ = \frac{F_۱}{\Delta x_۱} \Rightarrow F_۱ = ۱۲/۵ \times ۱۰ = ۱۲۵ \qquad d_۲ = \frac{F_۲}{\Delta x_۲} \Rightarrow F_۲ = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰ \qquad d_۳ = \frac{F_۳}{\Delta x_۳} \Rightarrow F_۳ = ۳۵ \times ۱۰ = ۳۵۰$$

$$d_۴ = \frac{F_۴}{\Delta x_۴} \Rightarrow F_۴ = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰ \qquad d_۵ = \frac{F_۵}{\Delta x_۵} \Rightarrow F_۵ = ۷/۵ \times ۱۰ = ۷۵$$

رابطه‌ی میانگین عبارت است از:

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{۱۲۵ \times ۱۰ + ۱۵۰ \times ۲۰ + ۳۵۰ \times ۳۰ + ۳۰۰ \times ۴۰ + ۷۵ \times ۵۰}{۱۲۵ + ۱۵۰ + ۳۵۰ + ۳۰۰ + ۷۵} = ۳۰/۵$$

۱۱۳ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ رشد سود سالیانه از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۱۱۴ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی ضریب تغییرات $cv = \frac{\sigma}{\mu} \times ۱۰۰$ استفاده می‌کنیم. میانگین و واریانس را بدست آورده سپس در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum xi}{n} = \frac{۱۴۰}{۱۰} = ۱۴ \\ \sigma^۲ = \frac{\sum xi^۲}{n} - \mu^۲ = \frac{۲۰۰۰}{۱۰} - (۱۴)^۲ = ۲۰۰ - ۱۹۶ = ۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۴} = ۲ \end{cases} \Rightarrow cv = \frac{۲}{۱۴} \times ۱۰۰ = \%۱۴/۲۸$$

۱۱۵ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم، مقادیر داده شده را در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$Var(x) = \frac{\sum xi^۲}{N} - \mu^۲ \Rightarrow ۳ = \frac{\sum xi^۲}{N} - (۴)^۲ \Rightarrow \frac{\sum xi^۲}{N} = ۱۶ + ۳ = ۱۹$$

۱۱۶ـ گزینه «۴» واریانس تعدادی عدد وقتی صفر باشد، آنها با هم برابرند:

$$Var(۲x_۱ , ۲x_۲ , ۲x_۳ , ۲x_۴ , ۱۶) = ۰ \Rightarrow ۲x_۱ = ۲x_۲ = ۲x_۳ = ۲x_۴ = ۱۶$$

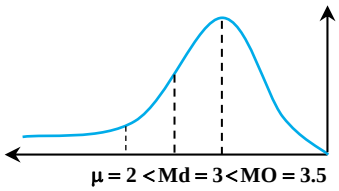
$$\Rightarrow x_۱ = x_۲ = x_۳ = x_۴ = ۸ \Rightarrow \overline{(x_۱ , x_۲ , x_۳ , x_۴ , ۴۸)} = \frac{x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + ۴۸}{۵} = \frac{۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۴۸}{۵} = ۱۶$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۷ـ گزینه «۳» در اینجا رابطه‌ی $MO > Me > \mu$ برقرار است توزیع داده‌ها به صورت زیر است چولگی به سمت چپ است.



۱۱۸ـ گزینه «۲» همواره مقدار $\sum Fi\,|\,xi - Me\,|$ حداقل است. یعنی این مقدار از هر مقدار دیگری کمتر یا مساوی است.

۱۱۹ـ گزینه «۴» در مقیاس اسمی بهترین مشخصه مرکزی نما است. چرا که شاخص‌های دیگر کمی هستند.

۱۲۰ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی میانگین وزنی خواهیم داشت:

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	مجموع
f_i	۴	۶	۸	۷	۳	۲	$n = ۳۰$
$f_i x_i$	۴	۱۲	۲۴	۲۸	۱۵	۱۲	$\sum f_i x_i = ۹۵$

$$\bar{X} = \frac{۱}{n}\sum f_i x_i = \frac{۹۵}{۳۰} = ۳/۱$$

۱۲۱ـ گزینه «۱» چون واریانس داده‌ها برابر با صفر شده است بنابراین همه‌ی داده‌ها با هم برابرند یعنی $x_۱ = x_۲ = x_۳ = ۷$ و در نتیجه میانگین چهار داده که همگی ۷ است برابر با ۷ است.

۱۲۲ـ گزینه «۳» اگر داده‌ها را به ترتیب صعودی بنویسیم داریم و آنها را ۴ برابر کنیم، بزرگترین و کوچکترین داده نیز ۴ برابر خواهد شد:

$$x_{(۱)}, x_{(۲)}, \cdots, x_{(n)} \Rightarrow R = ۴x_{(n)} - ۴x_{(۱)} = ۴(x_{(n)} - x_{(۱)}) = ۴R$$

۱۲۳ـ گزینه «۴» چون واحد اندازه‌گیری مساحت متر مربع است و مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است برای مقایسه‌ی داده‌ها ، میانگین معیار بهتری است.

۱۲۴ـ گزینه «۱» میانه، حد وسط داده‌ها پس از مرتب کردن است.

۱۲۵ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} \frac{\sum x_i^۲}{N} = ۱۰۰۰ \text{ (میانگین مقادیر مجذورات x)} \\ \frac{\sum x_i}{N} = ۱۰ \text{ (میانگین مقادیر x)} \end{cases} \Rightarrow Var(x) = \frac{\sum xi^۲}{N} - \mu^۲ = ۱۰۰۰ - ۱۰۰ = ۹۰۰$$

۱۲۶ـ گزینه «۱» مقادیر میانگین و انحراف معیار را بدست آورده و در رابطه ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum xi^۲}{N} - \mu^۲ = \frac{۲۰۰}{۱۰} - (\frac{۴۰}{۱۰})^۲ = ۲۰ - ۱۶ = ۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۴} = ۲$$

$$\mu = \frac{\sum xi}{N} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{۲}{۴} = ۰/۵$$

۱۲۷ـ گزینه «۳» در توزیع استاندارد شاخص کشیدگی همواره ۳ است.

$$\alpha_۴ = \frac{\mu_۴}{\sigma^۴} = ۳$$

۱۲۸ـ گزینه «۲» بهترین مقیاس، مقیاس ترتیبی است. چرا که در اینجا ترتیب رعایت شده است و صفت به صورت کیفی تعریف شده است.

۱۲۹ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه میانگین هارمونیک خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_۱ = ۱ \\ F_۲ = ۲ \end{cases} \Rightarrow H = \frac{\sum F_i}{\frac{F_۱}{x_۱} + \frac{F_۲}{x_۲} + \cdots + \frac{F_k}{x_k}} = \frac{۱+۲}{\frac{۱}{۶۰} + \frac{۲}{۸۰}} = \frac{۳}{\frac{۴+۶}{۲۴۰}} = \frac{۳}{\frac{۱۰}{۲۴۰}} = ۷۲ \rightarrow H = \frac{\frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{\frac{۳}{۶۰} + \frac{۲}{۸۰}}} = ۷۲$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۰ـ گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم میانه مقدار A همواره حداقل است. بنابراین A از هر مقدار دیگر کوچکتر است.

۱۳۱ـ گزینه «۲» مد در طبقه سوم وجود دارد چرا که بیشترین فراوانی مطلق برای طبقه سوم است.

$$MO = L + (\frac{d_1}{d_1 + d_2}) \times I \Rightarrow ۲۱ + (\frac{۱۱}{۱۱+۹}) \times ۳ = ۲۲/۶۵ \quad ; \quad d_1 = F_3 - F_2 = ۳۴ - ۲۳ = ۱۱ \quad ; \quad d_2 = F_3 - F_4 = ۳۴ - ۲۵ = ۹$$

۱۳۲ـ گزینه «۳» میانگین جدول را محاسبه می‌کنیم و برابر با مقدار $۲۲/۵ - b$ قرار می‌دهیم تا b بدست آید:

مرکز دسته‌ها x_i : $\frac{۱۵+۱۸}{۲} = ۱۶/۵$, $\frac{۱۸+۲۱}{۲} = ۱۹/۵$, $\frac{۲۱+۲۴}{۲} = ۲۲/۵$, $\frac{۲۴+۲۷}{۲} = ۲۵/۵$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{۱۸ \times ۱۶/۵ + ۲۳ \times ۱۹/۵ + ۳۴ \times ۲۲/۵ + ۲۵ \times ۲۵/۵}{۱۸ + ۲۳ + ۳۴ + ۲۵} = \frac{۲۹۷ + ۴۴۸/۵ + ۷۶۵ + ۶۳۷/۵}{۱۰۰} = ۲۱/۴۸$$

$$\mu = ۲۲/۵ - b \Rightarrow ۲۱/۴۸ = ۲۲/۵ - b \Rightarrow b = ۱/۰۲$$

۱۳۳ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه به داده‌ها یک واحد اضافه می‌شود، به میانگین نیز ۱واحد اضافه می‌شود: $C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times ۱۰۰ = \frac{۲}{۶} \times ۱۰۰ = ۳۳$

ولی توجه کنید که انحراف معیار تغییری نمی‌کند. بنابراین میانگین قبلاً ۵ بوده است و اکنون عدد ۶ است ولی انحراف معیار همان عدد ثابت ۲ باقی می‌ماند.

۱۳۴ـ گزینه «۳» بهترین مقیاس اندازه‌گیری، مقیاس نسبی است.

۱۳۵ـ گزینه «۴» برای بدست آوردن میانگین هندسی a و b (یعنی $\sqrt{ab}$) باید از رابطه‌ی میانگین هندسی استفاده کنیم تا به این مقدار برسیم:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{F_1} \dots x_4^{F_k}} \Rightarrow \frac{۹}{۲} = \sqrt[۶]{۶ \times ۱۲/۵ \times ۹ \times ۱۲ \times a \times b} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{دو طرف را به توان ۳}} (\frac{۹}{۲})^۳ = (\sqrt[۶]{۸۱۰۰ab})^۳ \Rightarrow \frac{۷۲۹}{۸} = ۹۰\sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{ab} = \frac{۸۱}{۸۰}$$

۱۳۶ـ گزینه «۳» بنابراین اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۳۹ است طبقه سوم است، بنابراین چارک سوم در طبقه سوم قرار دارد:

$$N \times P = ۵۲ \times \frac{۳}{۴} = ۳۹ \qquad FC_i : ۹, ۲۵, ۴۲, ۵۲ \Rightarrow Q_3 = L + (\frac{N.P - FC_{i-1}}{F_i}).I = ۱۸ + (\frac{۳۹ - ۲۴}{۱۸}) \times ۴ = ۲۱/۳$$

۱۳۷ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی واریانس خواهیم داشت: $Var(x) = \sigma_x^۲ = \frac{۱}{N} \sum (x_i - \mu)^۲ \Rightarrow \sum (x_i - \mu)^۲ = N\sigma_x^۲$

اکنون $\sigma^۲$ را محاسبه کرده در تعداد $N = ۱۰۰$ ضرب می‌کنیم:

از طرفی: $\sigma_x^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu_x^۲ = \frac{۴۰۰}{۱۰۰} - (\frac{۱۲۰}{۱۰۰})^۲ = ۴ - ۱/۴۴ = ۲/۵۶ \Rightarrow \sum (x_i - \mu_x)^۲ = ۱۰۰ \times ۲/۵۶ = ۲۵۶$

۱۳۸ـ گزینه «۲» میانگین جدول را محاسبه می‌کنیم برابر با مقدار $۱۵/۵ + a$ قرار می‌دهیم تا مقدار a بدست آید:

$$\mu = ۱۵/۵ + a \Rightarrow \mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{۴ \times ۹/۵ + ۱۰ \times ۱۲/۵ + ۱۸ \times ۱۵/۵ + ۱۲ \times ۱۸/۵ + ۶ \times ۲۱/۵}{۴ + ۱۰ + ۱۸ + ۱۲ + ۶} = ۱۵/۸۶ \Rightarrow ۱۵/۸۶ = ۱۵/۵ + a \Rightarrow a = ۰/۳۶$$

۱۳۹ـ گزینه «۳» طبقه‌ی سوم دارای بیشترین فراوانی مطلق است. بنابراین مد در این طبقه قرار دارد.

$$MO = L + (\frac{d_1}{d_1 + d_2}) \times I = ۱۴ + (\frac{۸}{۸+۶}) \times ۳ = ۱۵/۷ \qquad d_1 = F_3 - F_2 = ۱۸ - ۱۰ = ۸ \quad ; \quad d_2 = F_3 - F_4 = ۱۸ - ۱۲ = ۶$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۰ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه و تفسیر ضریب چولگی پیرسون خواهیم داشت:

$$Sk=\frac{۳(\mu_x-Md)}{\sigma_x}=\frac{۳(۱۲/۵-۱۲/۷)}{۳}=-۰/۲$$

$|Sk|=|-۰/۲|=۰/۲۰<۰/۵$ تفاوت اندک با نرمال دارد.

۱۴۱ـ گزینه «۳» مراحل محاسبه‌ی چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$N=\sum F_i=۱۰+۳۰+۲۰=۶۰$

۱) ابتدا مقدار $N\times p$ را محاسبه می‌کنیم: $N\times p=۶۰\times\frac{۳}{۴}=۴۵$ ۲) فراوانی تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $FC_i=۱۰,۴۰,۶۰$

۳) اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N\times p=۴۵$ می‌باشد طبقه سوم است بنابراین مکان چارک سوم در طبقه سوم قرار دارد.

۴) از رابطه‌ی مورد نظر چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_۳=\text{حد پایین}+\frac{N.p-FC_{i-۱}}{F_i}\times\text{فاصله طبقات}=۳۰+\frac{۴۵-۴۰}{۲۰}\times۱۰=۳۲/۵$$

۱۴۲ـ گزینه «۳» مقیاس‌های اندازه‌گیری کیفی (اسمی ـ ترتیبی) و کمی (فاصله‌ای ـ نسبتی) هستند.

۱۴۳ـ گزینه «۲» در توزیع درآمد مردم ایران چولگی وجود دارد و اکثر مردم از درآمد پایینی برخوردارند. چولگی به راست است و میانگین بزرگ‌تر از میانه است.

۱۴۴ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی تجربی پیرسون استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}MO=۴۰\\Md=۳۰\end{cases}\quad Md<MO$$

$$\mu-MO\simeq ۳(\mu-Md)\Rightarrow\mu-۴۰=۳(\mu-۳۰)\Rightarrow ۲\mu=۵۰\Rightarrow\mu=۲۵$$

چون مقدار نما از میانه بزرگتر است در نتیجه توزیع چوله به چپ است و مقدار میانگین از مد و میانه کوچکتر خواهد بود.

۱۴۵ـ گزینه «۲» با توجه به تفسیر ضریب چولگی $SK<۰$ است بنابراین چولگی منفی است و چوله به چپ است و همچنین $۰/۱<|SK|\le۰/۵$ چولگی توزیع تفاوت کمی با توزیع نرمال دارد و چولگی کم است.

۱۴۶ـ گزینه «۱» پارامترها در جامعه هستند که محاسبه‌ی آنها بستگی به داده‌های جامعه دارد.

۱۴۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه میانگین هندسی خواهیم داشت:

$$G=\sqrt[N]{x_۱.x_۲....x_n}=\sqrt[۵]{۴/۵\times۴\times۸\times۱۸\times۳}=\sqrt[۵]{۴/۵\times۲^۲\times۲^۳\times۲\times۳^۲\times۳}=\sqrt[۵]{۲^۵\times۳^۳\times۹}=\sqrt[۵]{۲^۵\times۳^۵}=۲\times۳=۶$$

۱۴۸ـ گزینه «۳» چون واحد اندازه‌گیری سرعت $\frac{km}{h}$ است و از دو کمیت زمان و مکان تشکیل شده است از میانگین توافقی استفاده می‌کنیم.

x_i	f_i	F_i
۷۲	۲/۳	۲
۶۰	۱/۳	۱
		$n=۳$

$$H=\frac{n}{\sum\frac{f_i}{x_i}}=\frac{۳}{\frac{۲}{۷۲}+\frac{۱}{۶۰}}=۶۷/۵\rightarrow H=\frac{\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۶۰}}=\frac{۱۳۵}{۲}=۶۷/۵$$

۱۴۹ـ گزینه «۳» مقادیر میانگین و انحراف معیار را بدست می‌آوریم و در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم.

x_i	۱۰	۸	۷	۶	۶	۵	$\sum x_i=۴۲$
$x_i^۲$	۱۰۰	۶۴	۴۹	۳۶	۳۶	۳۵	$\sum x_i^۲=۳۱۰$

$$\mu=\frac{۱}{N}\sum x_i=\frac{۴۲}{۶}=۷$$

$$\sigma_x^۲=\frac{\sum x_i^۲}{N}-(\mu_x)^۲=\frac{۳۱۰}{۶}-(۷)^۲=۵۱/۶۶-۴۹=۲/۶۶\Rightarrow\sigma_x=\sqrt{۲/۶۶}\quad;\quad CV=\frac{\sigma}{\mu}\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{۲/۶۷}}{۷}=۰/۲۳$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۰ـ گزینه «۲» میانگین را بدست آورده برابر با مقدار $A+۱۵$ قرار می‌دهیم، A را بدست می‌آوریم:

x_i	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	مجموع
f_i	۱۲	۱۶	۲۰	۲۷	۱۰	۸۵
$f_i x_i$	۶۰	۱۶۰	۳۰۰	۵۴۰	۲۵۰	۱۳۱۰

$$\mu_x = \bar{x} = \frac{۱}{n}\sum f_i x_i = \frac{۱۳۱۰}{۸۵} = ۱۵/۴۱$$

$$\mu = ۱۵ + A \Rightarrow ۱۵ + A = ۱۵/۴۱ \Rightarrow A = ۰/۴۱$$

۱۵۱ـ گزینه «۲» دامنه و تعداد طبقات را داریم، فاصله‌ی طبقات را بدست می‌آوریم:

$$N = ۱۲۵$$

$$\text{دامنه تغییرات } R = x_{max} - x_{min} = ۵۲ - ۳۱ = ۲۱ \Rightarrow \text{فاصله طبقات } = I = \frac{R}{K} = \frac{۲۱}{۷} = ۳ \quad (k = ۷)$$

در نتیجه طبقات بصورت زیر خواهد بود. طبق رابطه $f_i = fC_i - fC_{i-۱}$ می‌توانیم فراوانی طبقه‌ی وسط را بدست آوریم، توجه کنید ۷ طبقه داریم پس طبقه وسط طبقه‌ی چهارم است.

حدود طبقات	۳۱−۳۴	۳۴−۳۷	۳۷−۴۰	۴۰−۴۳	۴۳−۴۶	۴۶−۴۹	۴۹−۵۲
f_i	$f_۱$	$f_۲$	$f_۳$	$f_۴$	$f_۵$	$f_۶$	$f_۷$
fC_i			۵۵%	۶۷%			

$$f_۴ = fC_۴ - fC_۳ = ۶۷\% - ۵۵\% = ۱۲\%$$

$$\Rightarrow F_۴ = f_۴ \times N = ۱۲\% \times ۱۲۵ = ۱۵$$

۱۵۲ـ گزینه «۳» چولگی سمت چپ است، از رابطه‌ی پیرسون مقدار میانه را بدست می‌آوریم:

$$\mu - MO = ۳(\mu - Md)$$

$$۱۲ - ۱۵ = ۳(۱۲ - Md) \Rightarrow -۳ = ۳۶ - ۳Md \Rightarrow ۳Md = ۳۹ \Rightarrow Md = \frac{۳۹}{۳} = ۱۳$$

۱۵۳ـ گزینه «۱» از ضریب چولگی اول پیرسون استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \mu = ۱۳ \\ \mu = ۱۵ \\ S^۲ = ۶/۲۵ \end{cases} \Rightarrow Sk = \frac{\mu - MO}{S} = \frac{۱۳ - ۱۵}{\sqrt{۶/۲۵}} = \frac{-۲}{۲/۵} = -۰/۸$$

۱۵۴ـ گزینه «۳» میانگین سه جامعه برابر است بنابراین $\mu_i - \mu = ۰$ است از واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

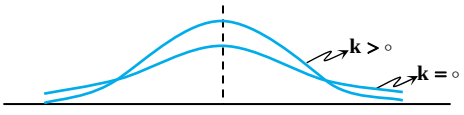
$$\sigma^۲ = \frac{\sum N_i \sigma_i^۲}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^۲}{N} = \frac{۲۵ \times ۲/۰۴ + ۳۰ \times ۳/۱ + ۴۵ \times ۴}{۲۵ + ۳۰ + ۴۵} = ۳/۲۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۳/۲۴} = ۱/۸$$

۱۵۵ـ گزینه «۴» میانگین و انحراف معیار را بدست آورده در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \sum x_i = ۲۱۰ \Rightarrow \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۲۱۰}{۳۰} = ۷ \\ \sum x_i^۲ = ۱۹۵۰ \end{cases}$$

$$\sigma_x^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - (\mu_x)^۲ = \frac{۱۹۵۰}{۳۰} - (۷)^۲ = ۶۵ - ۴۹ = ۱۶ \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{۱۶} = ۴ \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu_x} = \frac{۴}{۷} = ۰/۵۷$$

۱۵۶ـ گزینه «۲» پارامترهای مرکزی با هم برابرند بنابراین توزیع متقارن است اکنون به شکل مقابل توجه کنید.



پراکندگی توزیع کمتر از توزیع نرمال است بنابراین توزیع بلندتر از نرمال است پس ضریب کشیدگی مثبت است.

۱۵۷ـ گزینه «۱» از خاصیت واریانس استفاده می‌کنیم، با کمی دقت متوجه می‌شویم که مقادیر متغیر y دو برابر مقادیر متغیر x هستند. بنابراین طبق خاصیت مهم واریانس $Var(ax \pm b) = a^۲.Var(x)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x: ۱,۲,۳,۴ \\ y: ۲,۴,۶,۸ \end{cases} \Rightarrow y = ۲x \Rightarrow Var(y) = Var(۲x) = ۴Var(x) \Rightarrow Var(y) = ۴Var(x)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۸ـ گزینه «۴» داده‌ها را در هر عددی ضرب کنیم میانگین نیز در همان عدد ضرب می‌شود.

۱۵۹ـ گزینه «۲» این رابطه کشیدگی گشتاوری است که برای کشیدگی توزیع بکار می‌رود. دقت کنید برای ضریب کشیدگی، باید عدد ۳ را از رابطه کسر کرد.

۱۶۰ـ گزینه «۴» میانگین هندسی برای نرخهای رشد بکار برده می‌شود.

۱۶۱ـ گزینه «۳» طبق رابطه‌ی $Var(ax \pm b) = a^2.Var(x)$.

$$y = 3x - 10 \Rightarrow \sigma_y^2 = 9\sigma_x^2 = 9 \times 6 = 54 \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{54} = 7/34$$

۱۶۲ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sigma^2 = 784 \Rightarrow \sigma = \sqrt{784} \\ \mu = 70 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{\sqrt{784}}{70} \times 100 = \%40$$

۱۶۳ـ گزینه «۳» اطلاعات داده شده در مسئله عبارت است از:

$$m_1 = 2 \quad , \quad m_2 = 8 \quad , \quad \mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N} = 0/16$$

توجه کنید انحراف معیار را به صورت روبرو بدست می‌آوریم:

$$\mu_2 = \sigma^2 = m_2 - m_1^2 = 8 - (2)^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

از رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow Sk = \frac{\mu_3}{(\sigma)^3} = \frac{\frac{16}{100}}{2^3} = 0/02$$

۱۶۴ـ گزینه «۲» ابتدا مقدار $N \times P$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$$N \times P = 1000 \times \frac{3}{4} = 75$$

$$FC_i = 10, 25, 40, 60, 75, 85, 95, 100$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۷۵ است طبقه پنجم است:

$$Q_3 = L + (\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i}) \cdot I = 10 + (\frac{75 - 60}{15}) \times 2 = 12$$

۱۶۵ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ مقادیر انحراف معیار و میانگین را بدست آورده و در فرمول ضریب تغییرات قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{140}{10} = 14 \\ \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{2000}{10} - (14)^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} \times 100 = \frac{2}{14} \times 100 = 14/28\%$$

۱۶۶ـ گزینه «۴» اگر قیمت‌ها در سال گذشته ۱۰۰۰ در نظر گرفته شود ۱۰ درصد عدد ۱۰۰۰ برابر ۱۰۰ است یعنی قیمت امسال ۱۱۰۰ تومان می‌باشد، مانند این است که قیمت سال گذشته ۱/۱ برابر شده است. x_i قیمت سال گذشته است و y_i قیمت امسال است.

$$y_i = x_i + 0/10 x_i = 1/1 x_i$$

بنابراین از رابطه $Var(ax + b) = a^2 \cdot Var(x)$ استفاده می‌کنیم.

$$Var(1/1 x_i) = (1/1)^2 \times Var(x_i) = (1/1)^2 \times 1000 = 1210$$

۱۶۷ـ گزینه «۴» اگر دامنه‌ی تغییرات برابر با صفر باشد، همه‌ی داده‌ها برابر با x_1 است:

$$R = x_n - x_1 = 0 \Rightarrow x_n = x_1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_1 \\ x_3 = x_1 \\ x_4 = x_1 \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow \mu = 2x_1 + 1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۸ـ گزینه «۴» جدول واحد اندازه‌گیری مساحت متر مربع است و مقیاس آن نسبتی است جهت پس مقایسه بهتر است از میانگین حسابی استفاده نمائیم.

۱۶۹ـ گزینه «۴» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم:

x_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	مجموع
f_i	۱	۱	۳	۵	۴	۲	$N=16$
$f_i x_i$	۲	۳	۱۲	۲۵	۲۴	۱۴	$\sum f_i x_i = 80$
$f_i x_i^2$	۴	۹	۴۸	۱۲۵	۱۴۴	۹۸	$\sum f_i x_i^2 = 428$

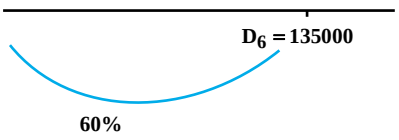
$$\mu = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{80}{16} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{428}{16} - (5)^2 = 26/75 - 25 = 1/75$$

۱۷۰ـ گزینه «۲»

$$\begin{cases} N = 100 \\ \mu = 6 \\ \sum F_i x_i^2 = 5000 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum F_i x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{5000}{100} - 36 = 14$$

۱۷۱ـ گزینه «۱» با توجه به شکل روبرو و مقدار دهک ششم برابر با ۱۳۵ هزار تومان است بنابراین ۶۰ درصد از کارکنان ۱۳۵ هزار تومان یا کمتر حقوق می‌گیرند، بنابراین ۴۰ درصد از آنها از ۱۳۵ هزار تومان بیشتر حقوق می‌گیرند.



۱۷۲ـ گزینه «۳» واریانس را محاسبه کرده جذر می‌گیریم تا انحراف معیار به‌دست آید:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{2000}{20} = 100 \Rightarrow \sigma = 10$$

گشتاور سوم و انحراف معیار را در رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N}}{\sigma^3} = \frac{\frac{-328}{20}}{10^3} = \frac{-16/4}{1000} = -0/0164$$

۱۷۳ـ گزینه «۱» تولید را از عدد ۱۰۰ در نظر می‌گیریم این تولید در سال اول به ۱۸۰ و در سال دوم به ۸۰ رسیده است. از میانگین هندسی استفاده کرده داریم:

$$G = \sqrt{180 \times 80} = \sqrt{14400} = 120 \Rightarrow 120 - 100 = 20\%$$ افزایش رشد

۱۷۴ـ گزینه «۱» گروه‌های فرضیه این نوع تحقیق هم‌بسته‌اند.

۱۷۵ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه مقیاس داده‌ها دور در ثانیه است از میانگین هارمونیک استفاده می‌کنیم:

$$H = \frac{\sum F_i}{\frac{F_1}{x_1} + \frac{F_2}{x_2} + \ldots + \frac{F_k}{x_k}} \Rightarrow H = \frac{5+3}{\frac{5}{4} + \frac{3}{6}} = \frac{8}{\frac{21}{12}} = \frac{96}{21} = 4/57$$

۱۷۶ـ گزینه «۳» مد در طبقه‌ی سوم قرار دارد. چرا که بیشترین فراوانی مطلق را دارد.

$$MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right).I = 21 + \left(\frac{6}{6+8}\right) \times 3 = 22/28 \simeq 22/3$$

$$d_1 = F_3 - F_2 = 17 - 11 = 6 \quad , \quad d_2 = F_3 - F_4 = 17 - 9 = 8$$

۱۷۷ـ گزینه «۲» با توجه به تفسیر ضریب کشیدگی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} |E| < 0/1 \\ E < 0 \end{cases} \Rightarrow$$ تقریباً نرمال و کوتاهتر از نرمال

۱۷۸ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{48 \times 0 + 32 \times 1 + 17 \times 2 + 2 \times 3 + 0 \times 4 + 1 \times 5}{48 + 32 + 17 + 2 + 0 + 1} = \frac{77}{100} = 0/77$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۹ـ گزینه «۲» در توزیع‌های چوله به راست میانگین بزرگترین و مد کوچکترین است.

۱۸۰ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق طبقات:

$$f_۳=\frac{F_۳}{N}\Rightarrow ۰/۶=\frac{F_۳}{۲۰}\Rightarrow F_۳=۲۰\times ۰/۶=۱۲$$

۱۸۱ـ گزینه «۲» برای بدست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم: ۱۴,۱۵, ۱۶, ۱۷,۱۸, ۲۶, ۲۷,۳۰

اکنون تعداد داده ها $N=۸$ زوج است. بنابراین میانگین دو عدد وسط میانه است در ۸ داده‌ی آماری دو عدد وسط داده‌های چهارم و پنجم هستند.

$$Me=\frac{x_۴+x_۵}{۲}=\frac{۱۷+۱۸}{۲}=۱۷/۵$$

۱۸۲ـ گزینه «۱» مُد یا نما عددی است که نسبت به سایر اعداد تکرار بیشتری داشته باشد. با کمی دقت متوجه می‌شویم که عدد ۳ نسبت به سایر اعداد تکرار بیشتری دارد بنابراین نما یا مُد برابر با ۳ است: $MO=۳$

برای بدست آوردن میانه ابتدا باید داده‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب کرد : ۱۵ و ۱۱ و ۸ و ۸ و ۷ و ۶ و۵ و ۳ و ۳ و ۳ و ۱ اکنون تعداد داده‌ها $N=۱۱$ فرد می‌باشد بنابراین داده وسط میانه است در یازده داده آماری عدد وسط داده ششم است بنابراین: $Me=x_{(۶)}=۶$

۱۸۳ـ گزینه «۲» چارک اول برابر با ۱۸ است بنابراین ۲۵% از داده‌ها کمتر یا مساوی ۱۸ هستند یا ۷۵ درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ هستند.

۱۸۴ـ گزینه «۴» برای محاسبه ضریب پراکندگی ابتدا مقدار میانگین و واریانس (انحراف معیار) را محاسبه کرده و در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}\sum x_i=۱۹۲\Rightarrow \mu=\dfrac{\sum x_i}{N}=\dfrac{۱۹۲}{۸۰}=۲/۴\\ \sum x_i^۲=۷۲۰\\ N=۸۰\end{cases}$$

$$\sigma_x^۲=\frac{\sum x_i^۲}{N}-(\mu_x)^۲=\frac{۷۲۰}{۸۰}-(۲/۴)^۲=۹-۵/۷۶=۳/۲۴\Rightarrow\sigma=\sqrt{۳/۲۴}=۱/۸$$

$$CV=\frac{\sigma}{\mu_x}=\frac{۱/۸}{۲/۴}=۰/۷۵$$

۱۸۵ـ گزینه «۴» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت $Q=\dfrac{Q_۳-Q_۱}{۲}$ بنابراین ابتدا $Q_۱$ و $Q_۳$ را محاسبه می‌کنیم:

حدود طبقات	۱۰−۱۳	۱۳−۱۶	۱۶−۱۹	۱۹−۲۲	۲۲−۲۵
F_i	۵	۹	۱۲	۱۰	۴
FC_i	۵	۱۴	۲۶	۳۶	۴۰

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۱۰ است طبقه‌ی دوم است بنابراین چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

$$Q_۱\to P=\frac{۱}{۴}\to N.p=۴۰\times\frac{۱}{۴}=۱۰\quad ;\quad Q_۱=L_i+\frac{N.p-FC_{i-۱}}{F_i}\times I=۱۳+\frac{۱۰-۵}{۹}\times ۳=۱۴/۶$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمی آن بزرگتر یا مساوی ۳۰ است طبقه‌ی چهارم است، بنابراین طبقه‌ی چهارم طبقه‌ی چارک سوم است.

$$Q_۳\to P=\frac{۳}{۴}\to N.p=۴۰\times\frac{۳}{۴}=۳۰$$

$$Q_۳=۱۹+\frac{۳۰-۲۶}{۱۰}\times ۳=۲۰/۲\quad\Rightarrow Q=\frac{Q_۳-Q_۱}{۲}=Q=\frac{۲۰/۲-۱۴/۶}{۲}=\frac{۵/۶}{۲}=۲/۸$$

۱۸۶ـ گزینه «۴» از رابطه‌ی تجربی پیرسون خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\bar{x}=۱۵/۵\\ M_O=۱۴\end{cases}\Rightarrow \mu-MO\simeq ۳(\mu-Md)\Rightarrow ۱۵/۵-۱۴\simeq ۳(۱۵/۵-Md)\Rightarrow Md=۱۵$$

چون مقدار میانگین از نما بیشتر است داده‌ها چوله به سمت راست هستند بنابراین رابطه‌ی زیر بین میانگین، میانه و نما وجود دارد.

$M_o<M_d<\bar{x}$ بنابراین $۱۴<M_d<۱۵/۵$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۷ـ گزینه «۱» چون مقدار E منفی است در نتیجه پراکندگی توزیع بیش‌تر بوده و نمودار داده‌ها از نمودار نرمال کوتاه‌تر است. و چـون مقـدار $|E|$ در مقایسه با عدد ۰/۵ کمتر است کشیدگی غیرقابل اغماض و تفاوت اندکی با نرمال دارد.

۱۸۸ـ گزینه «۳» شرایط تصحیح شپارد تقارن و حداقل مقدار N باید ۱۰۰۰ باشد. به علاوه آنکه متغیر نیز باید پیوسته باشد.

I : فاصله طبقات

$$\sigma_c^2 = \sigma^2 - \frac{I^2}{12}$$

۱۸۹ـ گزینه «۳» طبق اتحاد مربع ابتدا پرانتز را به توان ۲ رسانده سپس Σ (سیگما) را روی جملات اثر می‌دهیم.

یادآوری: $\sum_{i=1}^{n} c = nc$

$$\sum_{i=1}^{20}(2x_i-3)^2 = \sum_{i}^{20}(4x_i^2-12x_i+9) = 4\sum_{i=1}^{20}x_i^2 - 12\sum_{i=1}^{20}x_i + \sum_{i=1}^{20}9 = 4(90)-12(15)+(20)(9) = 360$$

۱۹۰ـ گزینه «۲» میانگین را برابر با $22+4a$ قرار می‌دهیم لذا ابتدا طبق جدول زیر میانگین را محاسبه می‌کنیم:

حدود دسته	۱۲−۱۶	۱۶−۲۰	۲۰−۲۴	۲۴−۲۸	۲۸−۳۲	جمع
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶	۵۰
x_i	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶	۳۰	–
$f_i x_i$	۷۰	۲۱۶	۳۹۶	۲۳۴	۱۸۰	۱۰۹۶

$$\mu = \frac{1}{N}\sum f_i x_i = \frac{1096}{50} = 21/92$$

$$22+4a = 21/92 \Rightarrow 4a = -0/08 \Rightarrow a = -0/02$$

۱۹۱ـ گزینه «۲»

حدود دسته	۱۲−۱۶	۱۶−۲۰	۲۰−۲۴	۲۴−۲۸	۲۸−۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

برای بدست آوردن مد ابتدا طبقه‌ای که دارای بیش‌ترین فراوانی است را بعنوان طبقه‌ی مد دار در نظر می‌گیریم پس از رابطه‌ی زیر مقدار مد را بدست می‌آوریم:

$$MO = L_i + \frac{d_1}{d_1+d_2}\times I \Rightarrow MO = 20+\frac{6}{9+6}\times 4 = 20+1/6 = 21/6$$

طبقه‌ی سوم طبقه‌ی مددار است بنابراین:

$$d_1 = F_3 - F_2 = 18-12 = 6 \quad , \quad d_2 = F_3 - F_4 = 18-9 = 9$$

۱۹۲ـ گزینه «۲» میانگین و انحراف معیار را بدست می‌آوریم و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sum x_i = 210 \Rightarrow \mu = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{210}{60} = 3/5 \\ \sum x_i^2 = 870 \Rightarrow \sigma_x^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \dfrac{870}{60} - (3/5)^2 = 14/5 - 12/25 = 2/25 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2/25} = 1/5 \\ N = 60 \\ CV = \dfrac{\sigma}{\mu} = \dfrac{1/5}{3/5} = 0/43 \end{cases}$$

۱۹۳ـ گزینه «۱» نمودارها به دو دسته‌ی کیفی (برای مقیاس‌های اسمی و رتبه‌ای) و کمی (برای مقیاس‌های فاصله‌ای و نسبی) تقسیم می‌شوند.

۱۹۴ـ گزینه «۴» از خواص میانگین و واریانس به صورت زیر استفاده می‌کنیم، داده‌ها در $\frac{1}{2}$ ضرب شده و با عدد ۱ جمع شده‌اند بنـابراین میـانگین نیـز در عدد $\frac{1}{2}$ ضرب شده و با عدد ۱ جمع می‌شود.

$$y = ax+b \Rightarrow \bar{y} = a\bar{x}+b \Rightarrow x = \frac{1}{2}y+1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{2}\bar{y}+1 = \frac{1}{2}(3)+1 = \frac{5}{2} = 2/5$$

جمع و تفریق اثری در واریانس ندارد.

$$y = ax+b \Rightarrow Var(y) = var(ax+b) = a^2\cdot Var(x) \Rightarrow Var(x = \frac{1}{2}y+1) = (\frac{1}{2})^2 Var(y) = \frac{1}{4}\times 9 = \frac{9}{4} = 2/25 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2/25} = 1/5$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۵ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون مقدار مُد را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = ۱۰۰ \ , \ Me = ۱۲۰ \ , \ MO = ?$$

$$\mu - MO \simeq ۳(\mu - Me) \Rightarrow (۱۰۰ - MO) = ۳(۱۰۰ - ۱۲۰) \Rightarrow ۱۰۰ - MO = -۶۰ \Rightarrow MO = ۱۰۰ + ۶۰ = ۱۶۰$$

۱۹۶ـ گزینه «۲» داده‌ها (x_t) در $\frac{۱}{\sigma_x}$ ضرب شده است بنابراین انحراف معیار یعنی σ_x نیز در $\frac{۱}{\sigma_x}$ ضرب می‌شود:

$$y_t = \frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x} \Rightarrow \sigma(y_t) = \frac{۱}{\sigma_x} \times \sigma_x = ۱$$

۱۹۷ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه داده‌ها به صورت مثبت است از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم. توجه کنید که داده‌های مسئله به صورت نسبت نیستند و باید ابتدا نسبت سود هر سال به سال قبل را محاسبه کرد:

$$x_۱ = \frac{۴}{۲} \ , \ x_۲ = \frac{۳۲}{۴} \ , \ N = ۲ \qquad G = \sqrt[N]{x_۱^{F_۱} . x_۲^{F_۲} ..... x_k^{F_k}} = \sqrt{\frac{۴}{۲} \times \frac{۳۲}{۴}} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

۱۹۸ـ گزینه «۴» هر سه نمودار دیگر مربوط به داده‌های کمی است.

۱۹۹ـ گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که توزیع متقارن است، چرا که فراوانی‌ها به صورت متقارن پخش شده است. لذا:

$$\bar{X} = Me = MO$$

۲۰۰ـ گزینه «۳» چگالی به مفهوم $\frac{\text{فراوانی هر طبقه}}{\text{طول طبقه}}$ است. ابتدا چگالی‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$di = \frac{F_۱}{\Delta x_۱}, \frac{F_۲}{\Delta x_۲}, \frac{F_۳}{\Delta x_۳}, \frac{F_۴}{\Delta x_۴} \Rightarrow d_۱ = \frac{۱}{۲} = ۰/۵ \ , \ d_۲ = \frac{۱۰}{۲} = ۵ \ , \ d_۳ = \frac{۶}{۲} = ۳ \ , \ d_۴ = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

اکنون جدول به‌صورت زیر است:

$x_i - x_{i+۱}$	۱ − ۳	۳ − ۵	۵ − ۷	۷ − ۹
d_i	۰/۵	۵	۳	۱/۵

۲۰۱ـ گزینه «۲» همواره $\sum_{i=۱}^{k} F_i = N$ است. (حاصل جمع فراوانی‌های مطلق برابر با تعداد کل داده‌ها است.)

۲۰۲ـ گزینه «۴» ضریب تغییرات برابر است با:

$$\begin{cases} \mu = ۷۰ \\ \sigma^۲ = \sqrt{۷۸۴} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \sqrt{۷۸۴} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} \times ۱۰۰ \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{۷۸۴}}{۷۰} \times ۱۰۰ = ۴۰\%$$

۲۰۳ـ گزینه «۳» اگر فراوانی‌ها را بر ۱۰ تقسیم کنیم، مقدار فراوانی‌ها به ترتیب روبرو خواهد شد: ۱,۲,۴,۲,۱ لذا میانگین عبارت است از:

$$\mu = \frac{\sum N_i X_i}{\sum N_i} = \frac{۱ \times ۲ + ۲ \times ۴ + ۴ \times ۶ + ۲ \times ۸ + ۱ \times ۱۰}{۱ + ۲ + ۴ + ۲ + ۱} = ۶$$

۲۰۴ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی تجربی پیرسون $\bar{X} - MO \simeq ۳(\bar{X} - Me)$ خواهد بود.

۲۰۵ـ گزینه «۴» در داده‌های کیفی بهترین مشخصه‌ی مرکزی مدیانما است.

۲۰۶ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی پیرسون $\bar{X} - MO \simeq ۳(\bar{x} - Me)$ مقدار مُد را محاسبه می‌کنیم.

$$۲۰ - MO = ۳(۲۰ - ۴۰) \Rightarrow ۲۰ - MO = -۶۰ \Rightarrow MO = ۸۰$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰۷ـ گزینه «۲» گشتاور اول نسبت به مبدأ ۳ صفر است بنابراین:

$$\begin{cases}\mu_1 = \sum(x_i - 3) = 0 \Rightarrow \text{میانگین همان ۳ است چرا که مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره صفر است.}\\ \mu_2 = \sum(x_i - 3)^2 = 1/2 \Rightarrow \text{گشتاور دوم حول میانگین همان واریانس است.} \Rightarrow \sigma^2 = 1/2\end{cases}$$

$$\mu_4 = 3/6$$

$$\text{ضریب کشیدگی} = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{3/6}{(1/2)^2} - 3 = -0/5$$

۲۰۸ـ گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم واریانس $Var(ax \pm b) = a^2.Var(x)$ خواهیم داشت:

$$Var(y) = Var(3x + 3) = (3)^2.Var(x) = 9 \times 4 = 36$$

۲۰۹ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی ضریب پراکندگی استفاده می‌کنیم:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

با اضافه کردن یک واحد به داده‌ها به میانگین یک واحد اضافه شده و واریانس (انحراف معیار) تغییری نمی‌کند، بنابراین میانگین جدید برابر ۶ و واریانس جدید همان ۴ است در نتیجه:

$$S^2 = 4 \Rightarrow S = \sqrt{4} = 2 \quad ; \quad CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2}{6} \times 100 = 33 \text{ درصد}$$

۲۱۰ـ گزینه «۳» تعداد کل داده‌ها برابر $N = 100$ است. بنابراین ۲۰٪ از پرخرج‌ترین خانوارها برابر است با $N = 20$ تای خانوار انتهایی لذا از انتهای جدول میانگین‌گیری می‌کنیم:

هزینه متوسط	۶۰	۸۵	۲۱۰	۳۸۰	
تعداد خانوار	۱۲	۵	۲	۱	$n = 20$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{N} = \frac{60 \times 12 + 85 \times 5 + 210 \times 2 + 1 \times 380}{20} = 97/25$$

۲۱۱ـ گزینه «۲» توجه کنید که به جای x_iها نسبت‌های رشد قرار داده می‌شود، از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{F_1}.x_2^{F_2}...x_k^{F_k}} = \sqrt[4]{\frac{280}{100} \times \frac{310}{280} \times \frac{350}{310} \times \frac{400}{350}} = \sqrt[4]{\frac{400}{100}} = \sqrt[4]{4} = 1/41 \Rightarrow G - 1 = 1/41 - 1 = \%41$$

۲۱۲ـ گزینه «۱» با توجه به طرز محاسبه‌ی چندک‌ها داریم:

$$N \times p = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \qquad FC_i = 5, 8, 16, 20$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگ‌تر یا مساوی ۱۵ است طبقه‌ی سوم است بنابراین چارک سوم در طبقه‌ی سوم قرار دارد.

$$Q_3 = L + \left(\frac{N.p - Fc_{i-1}}{F_i}\right).I = 6 + \left(\frac{15 - 8}{8}\right) \times 2 = \frac{31}{4}$$

۲۱۳ـ گزینه «۲» ابتدا انحراف معیار را محاسبه کرده و سپس گشتاور سوم را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum(x_i - \mu)^2 = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3\\ \mu_3 = \frac{1}{N}\sum(x_i - \mu)^3 = \frac{-180}{20} = -9\end{cases}$$

سپس ضریب چولگی گشتاوری را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-9}{27} = -0/33$$

۲۱۴ـ گزینه «۳» اولین مرحله در یک تحقیق آماری، هدف‌گذاری است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۵ـ گزینه «۴» با توجه به مقادیر میانگین حسابی و هندسی رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت. توجه کنید فراوانی‌های داده شده فراوانی مطلق هستند و فراوانی‌های نسبی باید بین صفر و یک باشند. حال میانگین‌های حسابی و هندسی را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\mu=\dfrac{\sum F_i X_i}{\sum F_i}=\dfrac{۹\times۲+۱۲\times۳+۱۶\times۲}{۲+۳+۲}=۱۲/۲۸\\ G=\sqrt[N]{x_1^{F_1}.x_2^{F_2}\ldots x_k^{F_k}}=\sqrt[۷]{۹^۲\times۱۲^۳\times۱۶^۲}=\sqrt[۷]{۳^۴\times۳^۳\times۲^۶\times۲^۸}=۳\times۲^۲=۱۲\end{cases}\Rightarrow \mu-G=۱۲/۲۸-۱۲=۰/۲۸$$

۲۱۶ـ گزینه «۴» ضریب چولگی چارکی را محاسبه می‌کنیم:

$$SKQ=\frac{Q_۳-۲Q_۲+Q_۱}{Q_۳-Q_۱}=\frac{۷۶-۲\times۶۱+۳۶}{۷۶-۳۶}=-۰/۲۵$$

ضریب منفی است، بنابراین چولگی به سمت چپ است. از طرفی طبق تفسیر ضریب چولگی $۰/۱<|SK|<۰/۵$ بنابراین توزیع از نظر تقارن تفاوت اندکی با توزیع نرمال دارد.

۲۱۷ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\mu=\frac{\sum N_i\mu_i}{N}=\frac{۱۰۰\times۱۴+۲۰۰\times۱۸+۷۰۰\times۲۰}{۱۰۰۰}=۱۹ \qquad \sigma^۲=\frac{\sum N_i\sigma_i^۲}{N}+\frac{\sum N_i(\mu_i-\mu)^۲}{N}$$

$$=\frac{(۱۰۰\times۵۰)+(۲۰۰\times۶۰)+(۷۰۰\times۴۰)}{۱۰۰۰}+\frac{۱۰۰(۱۴-۱۹)^۲+۲۰۰\times(۱۸-۱۹)^۲+۷۰۰(۲۰-۱۹)^۲}{۱۰۰۰}=۴۵+۳/۴=۴۸/۴$$

۲۱۸ـ گزینه «۱» ضریب کشیدگی گشتاوری را محاسبه می‌کنیم و مقادیر داده شده را در رابطه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$E=\frac{\mu_۴}{\sigma^۴}-۳=\frac{\dfrac{\sum(X_i-\mu)^۴}{N}}{(۱۲)^۲}-۳=\frac{۸۶۴۰}{۲۰\times۱۴۴}-۳=۰$$

۲۱۹ـ گزینه «۳» از میانگین ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\text{کل }\mu=\frac{N_۱\mu_۱+N_۲\mu_۲}{N_۱+N_۲}=\frac{۴\times۱۲+۵\times۱۸}{۴+۵}=\frac{۴۸+۹۰}{۹}=\frac{۱۳۸}{۹}$$

۲۲۰ـ گزینه «۴» از میانگین ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\text{کل }\mu=\frac{N_۱\mu_۱+N_۲\mu_۲}{N_۱+N_۲}=\frac{۲۰\times۱۰+۱۵\times۱۲}{۲۰+۱۵}=\frac{۲۰۰+۱۸۰}{۳۵}=\frac{۳۸۰}{۳۵}$$

۲۲۱ـ گزینه «۲» داده‌ها بزرگ هستند، تک تک آن‌ها را از عددی کم می‌کنیم و می‌دانیم که این کم‌کردن تأثیری در واریانس ندارد. چرا که طبق خواص واریانس کم و زیاد کردن اعداد تأثیری در واریانس ندارد بنابراین می‌توانیم عددی دلخواه را از تک تک اعداد کم کنیم. از آن‌ها عدد ۱۵۰ را کم می‌کنیم :

$$X_i-۱۵۰\Rightarrow\begin{cases}۱۴۱-۱۵۰=-۹\\ ۱۵۵-۱۵۰=۵\\ ۱۶۹-۱۵۰=۱۹\\ ۱۳۵-۱۵۰=-۱۵\end{cases}\Rightarrow\sigma^۲=\frac{\sum X_i^۲}{N}-\mu^۲=\frac{(-۹)^۲+(۵)^۲+(۱۹)^۲+(-۱۵)^۲+}{۴}-(\frac{-۹+۵+۱۹-۱۵}{۴})^۲=\frac{۶۹۲}{۴}=۱۷۳$$

۲۲۲ـ گزینه «۱» فراوانی مطلق به مفهوم تکرار داده‌ها است.

۲۲۳ـ گزینه «۴» جامعه‌ی آماری، مجموعه‌ای است از افراد یا اشیاء که موضوع مورد مطالعه است.

۲۲۴ـ گزینه «۳» متغیرهای کمی به صورت عددی و متغیرهای کیفی غیر عددی است.

۲۲۵ـ گزینه «۴» هر سه گزینه اول متغیرهای کمی هستند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲۶ـ گزینه «۳» متغیرهای کمی به دو دسته‌ی گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند.

۲۲۷ـ گزینه «۱» اطلاعات کمی اندازه‌گیری دقیق از موضوع است.

۲۲۸ـ گزینه «۲» توجه کنید که فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر همواره برابر با تعداد داده‌ها یعنی N است. طبق گفته‌ی صورت مسئله، درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط (دسته سوم) برابر با ۲۴ است و همچنین $f_i = \frac{F_i}{N}$ است.

x_i	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
F_i	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰

$$f_۳ \times ۱۰۰ = ۲۴ \Rightarrow \frac{F_۳}{N} \times ۱۰۰ = ۲۴ \Rightarrow \frac{F_۳}{۵۰} \times ۱۰۰ = ۲۴ \Rightarrow F_۳ = ۱۲$$

با داشتن مقدار a می‌توان فراوانی تجمعی طبقه‌ی سوم را بدست آورد:

$$a = FC_۳ = FC_۲ + F_۳ = ۱۴ + ۱۲ = ۲۶ \quad , \quad F_۴ = FC_۴ - FC_۳ = ۴۱ - ۲۶ = ۱۵$$

۲۲۹ـ گزینه «۳» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت روبرو است:

$$\begin{cases} Q_۱ = ۵۲ \\ Q_۲ = ۷۰ \\ Q_۳ = ۸۴ \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۸۴ - ۵۲}{۲} = \frac{۳۲}{۲} = ۱۶$$

۲۳۰ـ گزینه «۲» ابتدا گشتاور سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum (x_i - ۷)^۳ = ۱۹۲ \Rightarrow \mu_۳ = \frac{\sum (x_i - \mu)^۳}{N} = \frac{۱۹۲}{۱۰۰}$$

اکنون واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - (\mu_x)^۲ = \frac{۶۵۰۰}{۱۰۰} - (۷)^۲ = ۱۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۱۶} = ۴$$

مقادیر گشتاور سوم و انحراف معیار را در رابطه‌ی ضریب چولگی قرار می‌دهیم:

$$Sk = \frac{\mu_۳}{\sigma^۳} = \frac{\frac{۱}{N}\sum (x_i - ۷)^۳}{(۴)^۳} = \frac{\frac{۱۹۲}{۱۰۰}}{۶۴} = ۰/۰۳ \times ۱۰۰ = ۳\%$$ درصد

۲۳۱ـ گزینه «۲» آماره‌ها در نمونه وجود دارند پس از آمار استنباطی استفاده می‌کنیم. البته چون در صورت سؤال فقط به نمونه‌گیری اشاره شده است هم استنباطی و هم ناپارامتریک جواب تست است و وجه ممیزه‌ی این دو شاخه، نحوه‌ی توزیع داده‌هاست. بنابراین تست اشکال دارد.

۲۳۲ـ گزینه «۴» مقیاس وزن جزء مقیاس‌های نسبی است.

۲۳۳ـ گزینه «۴» ابتدا چارک اول و چارک سوم را بدست می‌آوریم، داده‌های نمودار به صورت زیر هستند، شاخه‌ها رقم دهگان و برگ‌ها رقم یکان هستند:

$$\underbrace{۱,۱,۱,۲,۲}_{Q_۱},۴,۱۰,۱۰,۱۳,۱۴,۱۶,\underbrace{۱۹,۲۰}_{Q_۳},۲۱,۲۲,۲۳$$

داده‌های بین چارک اول یعنی $Q_۱ = ۲$ و چارک سوم یعنی $Q_۳ = ۱۹/۵$ و سوم به‌صورت روبرو هستند:

$$Q_۱ \to P = \frac{۱}{۴} \Rightarrow (N+۱)P = ۱۶ \times \frac{۱}{۴} = ۴ \Rightarrow Q_۱ = \frac{۲+۲}{۲} = ۲$$

$$Q_۳ \to P = \frac{۳}{۴} \Rightarrow (N+۱)P = ۱۶ \times \frac{۳}{۴} = ۱۲ \Rightarrow Q_۳ = \frac{۱۹+۲۰}{۲} = ۱۹/۵$$

x	۲	۴	۱۰	۱۰	۱۳	۱۴	۱۶	۱۹	$\sum x = ۸۸ \ , \ N = ۸$
$x^۲$	۴	۱۶	۱۰۰	۱۰۰	۱۶۹	۱۹۶	۲۵۶	۳۶۱	$\sum x^۲ = ۱۲۰۲$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu^۲ = \frac{۱۲۰۲}{۸} + (\frac{۸۸}{۸})^۲ = ۲۹/۲۵$$

۲۳۴ـ گزینه «۲» در صورت سوال $LN = ۲۰\%$ است و این به مفهوم آن است که از دو طرف داده‌ها $۲۰\% \times N$ داده حذف شوند، سپس باید میانگین داده‌های باقیمانده محاسبه شود تا میانگین پیراسته بدست آید. اما در این سئوال توجه کنید که توزیع داده‌ها متقارن است یعنی میانگین و میانه و مد هر سه با یکدیگر برابرند از طرفی میانگین برابر با ۱۲ شده است پس میانه و مُد هم دوازده هستند. زمانی که میانه برابر با عدد ۱۲ باشد و تعداد داده‌ها هم $N = ۵۰$ زوج باشد، یعنی میانگین دو داده‌ی وسط ۱۲ شده است اکنون اگر $۲۰\% \times ۵۰ = ۱۰$ داده از دو طرف حذف کنیم، ۳۰ داده‌ی دیگر باقی می‌ماند که عدد $N = ۳۰$ نیز مجدداً زوج است و دو عدد وسط تغییری نمی‌کنند و میانگین هنوز ۱۲ باقی می‌ماند چرا که باز هم تقارن حفظ می‌شود. بنابراین اگر میانگین اولیه $\mu = ۱۲$ باشد، میانگین پیراسته نیز $\mu = ۱۲$ است و اختلاف این دو عدد صفر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۵ـ گزینـه «۲» چـون واحـد سـرعت از دو کمیـت اندازه‌گیری مختلف یعنی $\frac{m}{s}$ تشکیل شده است، برای محاسبه میانگین سرعت از میـانگین تـوافقی اسـتفاده می‌نمایم در نتیجه داریم:

$$x_i: \quad ۸۰ \quad ۹۰ \quad ۶۰ \qquad f_i: \quad \frac{۲}{۳} \quad \frac{۱}{۴} \quad \frac{۱}{۱۲}$$

$$H=\frac{N}{\sum\frac{f_i}{x_i}}=\frac{\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۲}{۸۰}+\frac{۱}{۹۰}+\frac{۱}{۶۰}}=\frac{۱}{۰/۰۱۲۵}=۸۰$$

$$N=\sum f_i=۱$$

۲۳۶ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی انحراف چارکی خواهیم داشت:

$$\begin{cases}Q_۱=۳۱\\Q_۲=۷۲\\Q_۳=۹۵\end{cases} \Rightarrow \text{انحراف چارکی } SIQR=\frac{Q_۳-Q_۱}{۲}=\frac{۹۵-۳۱}{۲}=\frac{۶۴}{۲}=۳۲$$

۲۳۷ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه مقادیر FC_i داده شده است از روی آنها مقادیر F_i را محاسبه کرده، سپس با توجه به مقادیر می‌نی‌مـم و ماکسـیمم و تعـداد طبقات طول هر دسته را بدست آورده و طبقات را به صورت زیر مشخص می‌کنیم، سپس مرکز دسته‌ها را حساب کرده و در رابطه‌ی میانگین قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}x_{min}=۱۲/۵\\x_{max}=۳۲/۵\\k=۴\end{cases} \Rightarrow R=x_{max}-x_{min}=۳۲/۵-۱۲/۵=۲۰ \quad , \quad I=\frac{R}{k}=\frac{۲۰}{۴}=۵$$

مرکز هر طبقه $x_i=\frac{\text{کران پایین + کران بالا}}{۲}$

حدود طبقات	۱۲/۵ – ۱۷/۵	۱۷/۵ – ۲۲/۵	۲۲/۵ – ۲۷/۵	۲۷/۵ – ۳۲/۵	
x_i	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	
F_i	۱۰	۱۹	۱۶	۱۵	$N=۶۰$
FC_i	۱۰	۲۹	۴۵	۶۰	

$$\mu=\frac{۱}{N}\sum F_i x_i=\frac{۱}{۶۰}(۱۵\times۱۰+۲۰\times۱۹+۲۵\times۱۶+۳۰\times۱۵)=\frac{۱۳۸۰}{۶۰}=۲۳$$

۲۳۸ـ گزینه «۲»

$$N=\sum F_i=۹۲ \qquad Q_۳\rightarrow P=\frac{۳}{۴}\Rightarrow N.p=۹۲\times\frac{۳}{۴}=۶۹$$

مقدار بدست آمده را با ستون فراوانی تجمعی مقایسه می‌کنیم، اولین مقدار بزرگتر یا مساوی ۶۹ را انتخاب کرده طبقه‌ی مربوط به آن را طبقه‌ی چارک سوم می‌نامیم.

$FC_i: ۲۲, ۵۰, ۶۶, \underline{\underline{۷۸}}, ۹۲$

طبقه‌ی چهارم طبقه‌ی چارک سوم است.

$$Q_۳=L_i+\frac{N.p-FC_{i-۱}}{F_i}\times I=۳۰+\frac{۶۹-۶۶}{۱۲}\times۵=۳۱/۲۵$$

۲۳۹ـ گزینه «۱» واریانس محاسبه شده به روش معمول به دلیل پیوستگی از واریانس واقعی بیشتر است و در این شرایط از واریانس تصحیح شـده شـپارد استفاده می‌کنیم.

۲۴۰ـ گزینه «۳» در توزیع‌های چوله به راست، میانگین بیشترین مقدار و مُد کمترین مقدار را خواهد داشت یعنی: $Mo<Md<\bar{x}$

۲۴۱ـ گزینه «۳» در توزیع نرمال، کشیدگی گشتاوری و کشیدگی صدکی به ترتیب ۳ و ۰/۲۶۳ هستند.

۲۴۲ـ گزینه «۱» در اینجا $Md<MO$، بنابراین چولگی کمی به سمت چپ است و بایستی مقدار $\bar{X}$ از Md کـوچکتر باشـد یعنـی $\bar{x}<۵۴$ و چـون مقدار آن را از رابطه‌ی تجربی پیرسون محاسبه می‌کنیم: $MO=۷۲$; $Md=۵۴$

$$\mu-MO\simeq۳(\mu-Me)\Rightarrow\mu-۷۲=۳(\mu-۵۴)\Rightarrow\mu-۷۲=۳\mu-۱۶۲\Rightarrow۲\mu=۱۶۲-۷۲=۹۰\Rightarrow\mu=۴۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴۳ـ گزینه «۱» ابتدا گشتاور سوم را محاسبه می‌کنیم:

گشتاور سوم $\mu_۳ = \frac{۱}{N}\sum(x_i - \bar{x})^۳ = \frac{۷۵}{۴۰}$

اکنون انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - (\mu_x)^۲ = \frac{۲۴۴۰}{۴۰} - (\frac{۲۴۰}{۴۰})^۲ = ۶۱ - ۳۶ = ۲۵ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲۵} = ۵$$

مقادیر به دست آمده را در رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$Sk = \frac{\mu_۳}{\sigma^۳} = \frac{\frac{۷۵}{۴۰}}{(۵)^۳} = ۰/۰۱۵ = ۱/۵\%$$

۲۴۴ـ گزینه «۳» در توزیع‌های چوله به راست، مُد کوچکترین مقدار در بین شاخص‌های مرکزی است و میانه نیز باید همیشه وسط باشد.

۲۴۵ـ گزینه «۴» با توجه به واریانس ادغام شده خواهیم داشت :

$$\sigma^۲_{\text{کل}} = \frac{\sum N_i\sigma_i^۲}{N} + \frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N} = \frac{۱۰۰\times۱۲ + ۱۵\times۱۴ + ۵\times۹}{۱۰+۱۵+۵} + \frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N} = \frac{۳۷۵}{۳۰} + \frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N}$$

با توجه به اینکه میانگین‌ها متفاوت است پس میانگین کل نیز عددی متفاوت با آن‌ها است و حاصل عبارت $\frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N}$ هیچ‌گاه صفر نیست و مقداری بزرگتر از صفر است بنابراین:

$$\sigma^۲ = \frac{۳۷۵}{۳۰} + \underbrace{\frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N}}_{>۰} = ۱۲/۵ + \text{(مقداری بزرگ‌تر از صفر)}$$

بنابراین واریانس کل، عددی بزرگتر از $\frac{۳۷۵}{۳۰} = ۱۲/۵$ است.

۲۴۶ـ گزینه «۱» میانگین هندسی این ۴ عدد را با استفاده از رابطه‌ی $G = \sqrt[N]{x_۱^{F_۱}.x_۲^{F_۲}\cdots.x_k^{F_k}}$ بدست می‌آوریم:

$$G = \sqrt[۴]{۲۵\times۳۰\times۲۴\times۴۵} = \sqrt[۴]{۵^۲\times۲\times۳\times۵\times۲^۳\times۳\times۳^۲\times۵} = \sqrt[۴]{۵^۴\times۲^۴\times۳^۴} = ۵\times۲\times۳ = ۳۰$$

۲۴۷ـ گزینه «۴» متوسط نرخ افزایش قیمت با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی بدست می‌آید:

$$P_n = P_۰(۱+r)^n \Rightarrow ۳۲۰۰ = ۱۰۰(۱+r)^۵ \Rightarrow (۱+r)^۵ = ۳۲ \Rightarrow (۱+r)^۵ = ۲^۵ \Rightarrow ۱+r = ۲ \Rightarrow r = ۱\times۱۰۰ = ۱۰۰\%$$

۲۴۸ـ گزینه «۳» مناسب‌ترین مشخصه‌ی مرکزی در بین داده‌های کیفی عمومی مد است که در این جا برابر با $MO = ۵$ است.

۲۴۹ـ گزینه «۲» در رسم هیستوگرام بر روی محورyها از فراوانی‌های مطلق یا از مفهوم چگالی استفاده می‌کنیم که چگالی فراوانی مطلق عبارت است از:

$$d_i = \frac{\text{فراوانی مطلق هر طبقه}}{\text{طول طبقه}}$$

توجه کنید که اگر فاصله‌ی طبقات یکسان نباشد، حتماً از چگالی فراوانی استفاده می‌کنیم.

۲۵۰ـ گزینه «۲» به دلیل عدم وجود سنخیت مقیاسها، باید از ضریب تغییرات استفاده کنیم:

$$CV_۱ = \frac{\sigma_۱}{\mu_۱}\times۱۰۰ = \frac{۱۴}{۱۷۵}\times۱۰۰ = \%۸$$

$$CV_۲ = \frac{\sigma_۲}{\mu_۲}\times۱۰۰ = \frac{۱۲}{۷۵}\times۱۰۰ = \%۱۶$$

پراکندگی قد ورزشکاران کمتر از پراکندگی وزن ورزشکاران است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵۱ـ گزینه «۲» در نمودار اجایو فراوانی تجمعی بکار برده می‌شود و بر روی محور yها فراوانی تجمعی قرار داده می‌شود و فقط گزینه‌ی ۲ فراوانی تجمعی را نشان می‌دهد.

۲۵۲ـ گزینه «۲» در داده‌های آماری که به صورت کیفی است (مانند نظرسنجی) بهترین شاخص تمرکز مد یا نما است.

۲۵۳ـ گزینه «۱» ابتدا ضریب تغییرات برای کارخانه‌های A و B را بدست می‌آوریم چرا که میانگین‌ها یکسان نیستند بنابراین باید از ضرایب پراکندگی برای مقایسه استفاده کرد:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} \times ۱۰۰ \Rightarrow CV_A = \frac{۵۰۰}{۵۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۰$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} \times ۱۰۰ \Rightarrow CV_B = \frac{۱۲۰۰}{۱۵۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۸$$

بنابراین پراکندگی میزان تولید در کارخانه A بیشتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.

۲۵۴ـ گزینه «۱» میانگین ۱۰۰ داده برابر با ۴۰ بنابراین جمع آنها برابر است با:

$$\mu_x = \frac{\sum x_i}{N} \Rightarrow ۴۰ = \frac{\sum x_i}{۱۰۰} \Rightarrow \sum x_i = ۴۰۰۰$$

اکنون بجای عدد ۲۴ عدد ۴۴ را وارد کرده‌ایم بنابراین ۲۰ واحد اضافه داریم، آن را از جمع ۴۰ داده کم می‌کنیم و سپس میانگین می‌گیریم:

$$\sum x_i - ۲۰ = ۴۰۰۰ - ۲۰ = ۳۹۸۰ \Rightarrow \mu'_x = \frac{۳۹۸۰}{۱۰۰} = ۳۹/۸$$

۲۵۵ـ گزینه «۱» برای محاسبه ضریب چولگی گشتاوری به گشتاورهای دوم (واریانس) و سوم نیاز داریم، لذا ابتدا طبق رابطه‌ی بین گشتاورها، آنها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$M_r = \frac{\sum (x_i - a)^r}{N} \quad ; \quad \mu_i = \frac{\sum (x_i - \mu_x)^i}{N}$$

$$Sk = \frac{\mu_۳}{\sigma^۳} \Rightarrow \begin{cases} \mu_۳ = M_۳ - ۳M_۱M_۲ + ۲M_۱^۳ = ۸۸ - ۱۲۰ + ۱۶ = -۱۶ \\ \mu_۲ = \sigma^۲ = M_۲ - M_۱^۲ = ۲۰ - ۴ = ۱۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۱۶} = ۴ \end{cases} \Rightarrow SK = \frac{-۱۶}{(۴)^۳} = -۰/۲۵$$

۲۵۶ـ گزینه «۱» مقادیر انحراف معیار و میانگین را بدست می‌آوریم و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{۴۴}{۴} = ۱۱ \\ \sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{N} - \mu^۲ = \frac{۵۰۴}{۴} - (۱۱)^۲ = ۱۲۶ - ۱۲۱ = ۵ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۵} \end{cases}$$

x	۸	۱۰	۱۲	۱۴	$\sum x = ۴۴$
$x^۲$	۶۴	۱۰۰	۱۴۴	۱۹۶	$\sum x^۲ = ۵۰۴$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{۵}}{۱۱}$$

۲۵۷ـ گزینه «۴» توجه کنید که داده‌های ۴۰ و ۴۵ و ۸۵ به کل داده‌ها وارد شده‌اند چون داده‌های اضافه شده از ۳۰ کوچکتر و از ۱۲۰ بزرگ‌تر نیستند تأثیری بر دامنه تغییرات که برابر است با $R = \max - \min$ ندارد.

۲۵۸ـ گزینه «۲» مد: داده‌ای که دارای بیشترین فراوانی است.

میانه: عددی که نیمی از داده‌ها از آن کوچکتر و نیمی دیگر از آن بزرگتراند (داده‌ی وسط در داده‌های مرتب شده)

میانگین: مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵۹ـ گزینه «۴» در هر توزیع متقارنی شاخص‌های آماری میانگین، میانه و مد با هم برابرند.

۲۶۰ـ گزینه «۴» رابطه تجربی پیرسون به صورت $\bar{x} - MO \simeq ۳(\bar{x} - Me)$ است.

۲۶۱ـ گزینه «۲» چون افراد به‌صورت ترتیبی کدگذاری شده‌اند بنابراین مقیاس ترتیبی جواب سؤال می‌باشد.

۲۶۲ـ گزینه «۲» طبق تعریف واریانس نمونه $S^۲ = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^۲}{n-۱}$ صورت کسر ثابت است و مخرج آن افزایش می‌یابد، بنابراین کل کسر کاهش می‌یابد.

۲۶۳ـ گزینه «۳» مقیاس اندازه‌گیری دما فاصله‌ای، مقیاس اندازه‌گیری میزان آلودگی هوا نسبتی و مقیاس شمارش تعداد پلهای منطقه نسبتی است.

۲۶۴ـ گزینه «۲» هر دو تعریف به ترتیب برای جامعه‌ی آماری و پارامتر است.

۲۶۵ـ گزینه «۲»

حدود دسته	۱۵ – ۱۹	۱۹ – ۲۳	۲۳ – ۲۷	۲۷ – ۳۱
فراوانی مطلق	۷	۱۲	α	۱۴

مد برابر ۲۵/۵ شده است بنابراین مد در طبقه‌ی سوم $(۲۷ - ۲۳)$ بوده است چرا که این عدد بین $(۲۷ - ۲۳)$ است.

$$MO = L + \frac{d_۱}{d_۱ + d_۲} \times I \Rightarrow ۲۵/۵ = ۲۳ + \frac{\alpha - ۱۲}{\alpha - ۱۲ + \alpha - ۱۴} \times ۴ \Rightarrow \begin{cases} d_۱ = F_۳ - F_۲ = \alpha - ۱۲ \\ d_۲ = F_۳ - F_۴ = \alpha - ۱۴ \\ I = ۲۷ - ۲۳ = ۴ \end{cases}$$

$$\frac{\alpha - ۱۲}{۲\alpha - ۲۶} = \frac{۲۵/۵ - ۲۳}{۴} = \frac{۲/۵}{۴} \Rightarrow ۴\alpha - ۴۸ = ۵\alpha - ۶۵ \Rightarrow \alpha = ۶۵ - ۴۸ = ۱۷ \Rightarrow F_۳ = ۱۷ \ , \ N = \sum F_i = ۷ + ۱۲ + ۱۷ + ۱۴ = ۵۰$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق خواهیم داشت:

$$f_۳ = \frac{F_۳}{N} \times ۱۰۰ = \frac{۱۷}{۵۰} \times ۱۰۰ = ۳۴ \quad \text{درصد}$$

۲۶۶ـ گزینه «۴» میانگین جدول را بدست می‌آوریم آن را برابر با $۲۵ + A$ قرار می‌دهیم:

$$x_i \text{ نماینده‌ی هر طبقه} = \frac{\text{کران پایین} + \text{کران بالا}}{۲}$$

حدود دسته	۱۵ – ۱۹	۱۹ – ۲۳	۲۳ – ۲۷	۲۷ – ۳۱	۳۱ – ۳۵	مجموع
F_i	۶	۱۲	۱۵	۹	۸	$n = ۵۰$
x_i	۱۷	۲۱	۲۵	۲۹	۳۳	–
$F_i x_i$	۱۰۲	۲۵۲	۳۷۵	۲۶۱	۲۶۴	۱۲۵۴

$$\mu = \frac{۱}{n}\sum F_i x_i = \frac{۱۲۵۴}{۵۰} = ۲۵/۰۸ \Rightarrow \bar{x} = ۲۵ + A \Rightarrow A = \bar{x} - ۲۵ = ۲۵/۰۸ - ۲۵ = ۰/۰۸$$

۲۶۷ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانه در داده‌های طبقه‌بندی شده، مقادیر گفته شده را در فرمول قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} N = ۶۰ \\ Me = ۲۳ \\ I = ۳ \\ F_i = ۱۲ \\ FC_i = ۳۸ \end{cases} \Rightarrow M_d = L_i + \frac{\frac{N}{۲} - FC_{i-۱}}{F_i}.I \Rightarrow ۲۳ = L_i + \frac{\frac{۶۰}{۲} - ۲۶}{۱۲} \times ۳ \Rightarrow L_i = ۲۳ - ۱ = ۲۲ \Rightarrow (۲۲, ۲۵)$$

توجه کنید که فراوانی تجمعی طبقه‌ی قبل از طبقه‌ی میانه‌دار را از رابطه‌ی $FC_{i-۱} = FC_i - F_i = ۳۸ - ۱۲ = ۲۶$ بدست آوردیم.

۲۶۸ـ گزینه «۳» درختان باغ، جامعه آماری هستند (طبق تعریف جامعه آماری) متغیر تصادفی قطر درخت خواهد بود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶۹ـ گزینه «۳» باید طبق رابطه‌ی میانگین هندسی اعداد زیر رادیکال را تجزیه کنیم:

$$G=\sqrt[N]{x_1.x_2.\cdots.x_N}=\sqrt[5]{96\times72\times8\times24\times6}=\sqrt[5]{2^5\times3\times2^3\times3^2\times2^3\times3\times2^3\times2\times3}=\sqrt[5]{2^{15}\times3^5}=2^3\times3=24$$

۲۷۰ـ گزینه «۳» مجموع قدرمطلق داده‌ها از میانگین برابر با صفر است $(AD=\frac{\sum|x_i-\mu|}{N}=0)$ بنابراین:

$$x_i=\mu \Rightarrow x_1=x_2=\cdots=x_{12}=\mu=15$$

پس همه‌ی ۱۲ عدد برابر با ۱۵ می‌باشند.

$$\text{میانگین پانزده عدد}=\frac{\text{جمع ۱۲ عدد}+20+16+24}{15}=\frac{12\times15+20+16+24}{15}=16$$

$$\text{واریانس پانزده عدد}=\frac{\sum_{i=1}^{12}(x_i-\mu)^2+(20-16)^2+(16-16)^2+(24-16)^2}{15}=\frac{12\times(15-16)^2+(4)^2+0+(8)^2}{15}=\frac{92}{15}=6/13$$

۲۷۱ـ گزینه «۲» ابتدا با توجه به مقادیر min و max و تعداد دسته‌ها فاصله‌ی طبقات را محاسبه کرده سپس طبقات را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases}x_{min}=12\\x_{max}=54\end{cases}\Rightarrow R=54-12=42\Rightarrow I=\frac{R}{K}=\frac{54-12}{7}=6$$

حدود طبقات	۱۲−۱۸	۱۸−۲۴	۲۴−۳۰	۳۰−۳۶
F_i			۹	

$N=120$

$k=7$

$D_4=32$

$F_4=9$

$$D_4=L_i+\frac{N.p-FC_{i-1}}{F_i}\times I$$

$$\Rightarrow 32=L_i+\frac{(120)(\frac{6}{10})-FC_{i-1}}{9}\times6\Rightarrow32=3+\frac{72-FC_{i-1}}{9}\times6$$

دهک ششم ۳۲ است این مقدار در دسته‌ی چهارم وجود دارد بنابراین، از حل معادله به فراوانی تجمعی طبقه‌ی قبل یعنی طبقه‌ی سوم می‌رسیم.

$$72-FC_{i-1}=\frac{2\times9}{6}=72-FC_{i-1}=3\Rightarrow FC_{i-1}=72-30=69\Rightarrow FC_3=69\Rightarrow FC_4=F_4+FC_3=9+69=78$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی بین فراوانی تجمعی نسبی و فراوانی تجمعی، خواهیم داشت:

$$fC_4=\frac{FC_4}{N}\times100=\frac{78}{120}\times100=65\%$$

۲۷۲ـ گزینه «۴» منظور از انحرافات $(x_i-\mu)$ است که در واریانس، این مقادیر به توان ۲ می‌رسد.

۲۷۳ـ گزینه «۲» ضریب چولگی گشتاوری را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2=4\Rightarrow\sigma=\sqrt4=2$$

چوله به چپ و توزیع تقریباً نرمال است $\Rightarrow |Sk|<0/1\ ,\ Sk<0\Rightarrow$ ضریب چولگی $Sk=\frac{\mu_3}{\sigma^3}=\frac{\frac{\sum f_i(x_i-\mu)^3}{N}}{\sigma^3}=\frac{\frac{-24}{50}}{2^3}=-0/6$

۲۷۴ـ گزینه «۴» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده، داریم:

$N_1=50$ $\quad N_2=100$

$\mu_1=40$ $\quad \mu_2=55$

$\sigma_1^2=25$ $\quad \sigma_2^2=16$

$$\text{کل }\mu=\frac{\sum N_i\mu_i}{\sum N_i}=\frac{5\times40+10\times55}{5+10}=\frac{750}{15}=50$$

$$\sigma^2=\frac{\sum N_i\sigma_i^2}{\sum N_i}+\frac{\sum N_i(\mu_i-\mu)}{\sum N_i}=\frac{5\times25+10\times16}{5+10}+\frac{5(40-50)^2+10(55-50)^2}{5+10}=69$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

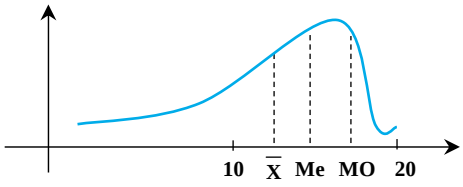
www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷۵ـ گزینه «۱» با استفاده از ضریب چولگی گشتاوری خواهیم داشت: (توجه کنید انحراف معیار تغییر نخواهد کرد)

$$SK=\frac{\mu_3}{\sigma^3}=\frac{\frac{1}{N}\sum F_i(x_i-\mu)^3}{\sigma^3}=\frac{\frac{1}{N}\sum F_i(x_i-\frac{1}{2}-\mu+\frac{1}{2})^3}{\sigma^3}=\frac{\frac{1}{N}\sum F_i(x_i-\mu)^3}{\sigma^3}$$

۲۷۶ـ گزینه «۴» ضریب پراکندگی شاخصی است که واحد ندارد و برای مقایسه‌ی دو سری از داده‌ها که مقیاس یکسانی ندارند، استفاده می‌شود.

۲۷۷ـ گزینه «۳» وقتی نمرات بهتر است که شکل به صورت روبرو باشد یعنی تجمع نمرات خوب در سمت راست باشد یعنی چولگی به سمت چپ باشد:



$$\bar{X}<Me<MO$$

۲۷۸ـ گزینه «۴» هرگاه انحراف معیار تعدادی داده برابر با صفر باشند آن داده‌ها با هم برابرند بنابراین همه‌ی آنها عدد ۱۵ است لذا $2x_i+1=31$ است.

$$\sigma(x_1,x_2,15,x_4,x_5)=0 \Rightarrow x_1=x_2=15=x_4=x_5 \qquad Me(2x_1+1,2x_2+1,\ldots,2x_5+1)=Me(31,31,\ldots)=31$$

۲۷۹ـ گزینه «۳» متغیرهای کیفی به دسته‌های اسمی ـ ترتیبی و شمارشی و متغیرهای کمی به دو دسته‌ی گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند.

۲۸۰ـ گزینه «۲» فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر همواره برابر با N است $N=75$. طبق گفته‌ی صورت مسأله، درصد فراوانی نسبی طبقه‌ی وسط برابر با ۱۶ است یعنی: دسته وسط ۱۲

$$\frac{F_3}{N}\times100=16 \Rightarrow \frac{F_3}{75}\times100=16 \Rightarrow 100F_3=1200 \Rightarrow F_3=12$$

از طرفی تفاضل هر دو فراوانی تجمعی متوالی برابر با فراوانی مطلق است.

$$FC_3-FC_2=F_3 \Rightarrow a-25=12 \Rightarrow a=37 \Rightarrow FC_4-FC_3=F_4 \Rightarrow 58-37=F_4 \Rightarrow F_4=21$$

۲۸۱ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\mu=\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}=\frac{20\times12+10\times9}{10+20}=11$$

$$\sigma^2=\frac{\sum N_i\sigma_i^2}{N}+\frac{\sum N_i(\mu_i-\mu)^2}{N}=\frac{20\times4+10\times9}{30}+\frac{20(12-11)^2+10(9-11)^2}{30}=5/66+2=7/6$$

۲۸۲ـ گزینه «۲» مقدار مُد برابر با ۱۶ است این عدد در فاصله‌ی $(15-18)$ یعنی در طبقه‌ی سوم است. با توجه به رابطه‌ی مد در داده‌های طبقه‌بندی شده خواهیم داشت:

$$d_1=F_3-F_2=15-12=3 \quad , \quad d_2=F_3-F_4=15-a$$

$$MO=L+(\frac{d_1}{d_1+d_2})\times I \qquad 16=15+(\frac{3}{3+(15-a)})\times3 \Rightarrow 16=15+\frac{9}{18-a} \Rightarrow 18-a=9 \Rightarrow a=18-9=9$$

۲۸۳ـ گزینه «۲» از ضریب چولگی گشتاوری استفاده می‌کنیم:

$$SK=\frac{\mu_3}{\sigma^3}=\frac{\frac{\sum(X_i-15)^3}{50}}{2^3}=\frac{\frac{24}{50}}{\frac{8}{1}}=0/06$$

طبق تفسیر ضریب چولگی تقریباً نرمال $\Rightarrow |SK|<0/1$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۸۴ـ گزینه «۱» هرچند گزینه‌ها شبیه به یکدیگر هستند ولی توجه کنید که از جامعه نمونه گرفته شده است، پس میانگین $\bar{x}$ است و مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره برابر با صفر است.

۲۸۵ـ گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$\sigma^2 = ۶۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۶۴} = ۸$$

چون توزیع صفت، متقارن است، میانه و میانگین برابر است:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times ۱۰۰ \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{۶۴}}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

۲۸۶ـ گزینه «۴» هر چه منحنی‌های آماری پخ‌تر باشند پراکندگی بیشتر و پراکندگی منحنی ریاضی کمتر است.

۲۸۷ـ گزینه «۳»

$$\text{اندازه قطاع (زاویه مرکزی)} = f_i \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۹۰ = f_i \times ۳۶۰ \Rightarrow f_i = \frac{۹۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۴} \times ۱۰۰ = ۲۵ \text{ درصد}$$

۲۸۸ـ گزینه «۱» بهترین مقیاس اندازه‌گیری مقیاس نسبی یا نسبتی است.

۲۸۹ـ گزینه «۳» واحد داده‌ها برحسب $\frac{km}{h}$ هستند، بنابراین از میانگین هارمونیک استفاده کرده مقدار آن را بدست می‌آوریم. توجه کنید که اعداد مسئله بسیار بزرگ هستند برای ساده حل کردن مسئله بدین ترتیب عمل می‌کنیم که $۳ + ۵ + ۴ = ۱۲$ هزار کیلومتر بوده است.

$$H = \frac{F_۱ + F_۲ + \cdots + F_k}{\frac{F_۱}{x_۱} + \cdots + \frac{F_k}{x_k}} = \frac{۳ + ۵ + ۴}{\frac{۳}{۶۰۰} + \frac{۵}{۷۵۰} + \frac{۴}{۸۰۰}} = \frac{۱۲}{\frac{۱}{۲۰۰} + \frac{۱}{۱۵۰} + \frac{۱}{۲۰۰}}$$

$$= \frac{۱۲}{\frac{۲}{۲۰۰} + \frac{۱}{۱۵۰}} = \frac{۱۲}{\frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۱}{۱۵۰}} = \frac{۱۲}{\frac{۱۵۰ + ۱۰۰}{۱۵۰۰۰}} = \frac{۱۲ \times ۱۵۰۰۰}{۲۵۰} = ۱۲ \times ۶۰ = ۷۲۰$$

۲۹۰ـ گزینه «۴» از روش کوتاه (کدگذاری) باید استفاده کنیم چرا که داده‌های مساله بسیار بزرگ هستند و حل مسئله به ماشین حساب نیاز دارد. ابتدا نشان دسته‌ها را به سادگی به دست می‌آوریم:

$$x_۱ = \frac{۲۱۶ + ۲۳۲}{۲} = ۲۲۴ \ , \ x_۲ = ۲۴۰ \ , \ x_۳ = ۲۵۶ \ , \ x_۴ = ۲۷۲$$

دقت کنید که فقط کافیست $x_۱$ را بدست آوریم و برای بقیه‌ی مرکز دسته‌ها طول طبقات اضافه می‌شود. اکنون از هر کدام از مرکز دسته‌ها مقدار ۲۲۴ واحد کم می‌کنیم و حاصل را بر $I = ۱۶$ تقسیم می‌کنیم:

$$Y_i = \frac{X_i - ۲۲۴}{۱۶} \Rightarrow Y_i : ۱,۲,۳,۴ \quad Y_i = ۰,۱,۲,۳$$

$$\mu_y = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i} = \frac{۰ \times ۱۶ + ۱ \times ۲۹ + ۲ \times ۱۳ + ۳ \times ۱۲}{۷۰} = \frac{۹۱}{۷۰} \Rightarrow \mu_x = a + b\mu_y = ۲۲۴ + ۱۶ \times \frac{۹۱}{۷۰} = ۲۴۴/۸$$

۲۹۱ـ گزینه «۲» توجه کنید که برای داده‌هایی که پراکندگی آنها در ابتدا و انتها مشخص نیست بهترین شاخص مرکزی برای محاسبه انحراف چارکی است.

$$SIQR = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲}$$

ابتدا چارک اول و سپس چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

چارک اول در طبقه‌ی سوم است

$$FC_i : ۴,۱۲,۲۲,۳۴,۴۳,۵۰ \qquad n \times p = ۵۰ \times \frac{۱}{۴} = ۱۲/۵$$

$$Q_۱ = L + \left(\frac{n.p - FC_{i-۱}}{F_i}\right).I = ۱۴ + \left(\frac{۱۲/۵ - ۱۲}{۱۰}\right).۴ = ۱۴/۲$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

اکنون چارک سوم را محاسبه می‌کنیم: $FC_i : ۴,۱۲,۲۲,۳۴,۴۳,۵۰$ $n.p = ۵۰\times\frac{۳}{۴} = ۳۷/۵$

چارک سوم در طبقه‌ی پنجم است.

$$Q_۳ = L + (\frac{n.p - FC_{i-۱}}{F_i}).I = ۲۲ + (\frac{۳۷/۵ - ۳۴}{۹}).۴ = ۲۳/۵$$

اکنون انحراف چارکی عبارت است از: $SIQR = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۲۳/۵ - ۱۴/۲}{۲} = ۴/۶$

۲۹۲ـ گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب چولگی چارکی خواهیم داشت: (توجه کنید که از رابطه‌ی ضریب چولگی استفاده می‌کنیم که مربوط به چارک‌ها باشد)

$$SK_Q = \frac{Q_۳ - ۲Q_۲ + Q_۱}{Q_۳ - Q_۱} = \frac{۱۷ - ۳۰ + ۱۲}{۱۷ - ۱۲} = -۰/۲$$

$\begin{cases} Sk_Q < ۰ \Rightarrow & \text{چولگی به سمت چپ است} \\ |Sk_Q| < ۰/۵ \Rightarrow & \text{تفاوت با توزیع نرمال اندک است} \end{cases}$

۲۹۳ـ گزینه «۱» بهترین شاخص مرکزی در نظرسنجی‌ها مد است که در اینجا برابر با ۷/۱۵ است.

۲۹۴ـ گزینه «۳» با توجه به تساوی ضریب‌های تغییرات مشاهده می‌کنیم که با توجه به آنها نمی‌توان قضاوت کرد و باید براساس ضریب چولگی قضاوت کنیم. اما توجه کنید که ضریب چولگی A منفی است. یعنی توزیع سود، سمت راست بیشتر است.

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲ \quad ; \quad CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

۲۹۵ـ گزینه «۱» دقیقاً مانند مثال ۳۶ در فصل اول کتاب، اگر نسبت به سال پایه محاسبه کنیم، در سال گذشته نرخ رشد ۱۸۰% و امسال ۲۰% بوده است که با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی خواهیم داشت.

$$G = \sqrt[n]{X_۱.X_۲} = \sqrt{۱۸۰\times۲۰} = ۶۰\% \Rightarrow ۶۰\% - ۱۰۰\% = -۴۰\%$$

بنابراین ۴۰% کاهش خواهیم داشت. (به علامت منفی دقت کنید که نشان دهنده‌ی کاهش است.)

۲۹۶ـ گزینه «۲» چون واحد سرعت $\frac{m}{s}$ است و از دو کمیت مختلف مکان و زمان تشکیل شده لذا از میانگین توافقی (هارمونیک) استفاده می‌کنیم که مقدار آن برابر است با:

x	۱۲۰	۸۰	۱۰۰	
f_i	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۵}{۱۲}$	$n = \sum F_i$

$$H = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{۱}{\frac{\frac{۱}{۳}}{۱۲۰} + \frac{\frac{۱}{۴}}{۸۰} + \frac{\frac{۵}{۱۲}}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۰/۰۱۰۰۶} = ۹۹/۳$$

۲۹۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی انحراف چارکی ابتدا چارک اول و سوم را بدست می‌آوریم، سپس در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} \quad , \quad n = \sum F_i = ۶۰$$

$Q_۳ \to P = \frac{۳}{۴} \Rightarrow n.p = ۶۰\times\frac{۳}{۴} = ۴۵$ چارک سوم در طبقه چهارم قرار دارد ; $FC_i : ۵,۱۷,۳۲,۴۵,۵۳,۶۰$

$$Q_۳ = L_i + \frac{n.p - FC_{i-۱}}{f_i}\times I = ۱۴ + \frac{۴۵ - ۳۲}{۱۳}\times۳ = ۱۷$$

$Q_۱ \to p = \frac{۱}{۴} \to n.p = ۶۰\times\frac{۱}{۴} = ۱۵$ چارک اول در طبقه دوم قرار دارد ; $FC_i : ۵,۱۷,۳۲,۴۵,۵۳,۶۰$

$$Q_۱ = L_i + \frac{n.p - FC_{i-۱}}{f_i}\times I = ۸ + \frac{۱۵ - ۵}{۱۲}\times۳ = ۱۰/۵$$

طبق رابطه‌ی انحراف چارکی خواهیم داشت: $Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۱۷ - ۱۰/۵}{۲} = ۳/۲۵$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۹۸ـ گزینه «۱» از رابطه ضریب چولگی گشتاوری به ترتیب گشتاور سوم و انحراف معیار را بدست آورده خواهیم داشت:

$x-\bar{x}$	-۳	-۱	۰	۱	۳	$\sum$
f	۵	۱۰	۲۰	۱۳	۴	۵۲
$(x-\bar{x})^۲$	۹	۱	۰	۱	۹	$-$
$(x-\bar{x})^۳$	-۲۷	-۱	۰	۱	۲۷	$-$
$f_i(x-\bar{x})^۲$	۴۵	۱۰	۰	۱۳	۳۶	۱۰۴
$f_i(x-\bar{x})^۳$	-۱۳۵	-۱۰	۰	۱۳	۱۰۸	-۲۴

$$\mu_۳=\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۳=\frac{-۲۴}{۵۲}=\frac{-۶}{۱۳}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۲}=\sqrt{\frac{۱۰۴}{۵۲}}=\sqrt{۲}$$

$$S_k=\frac{\mu_۳}{\sigma^۳}=\frac{-\frac{۶}{۱۳}}{(\sqrt{۲})^۳}=\frac{-۳}{۱۳\sqrt{۲}}$$

۲۹۹ـ گزینه «۴» طبق تعریف صفت مشخصه این تعریف را خواهیم داشت.

۳۰۰ـ گزینه «۱» چون داده‌ها بصورت نسبی است، از میانگین هندسی استفاده می‌نمائیم:

$$G=\sqrt[n]{x_۱\times x_۲\ldots x_n}=\sqrt[۳]{\frac{۲۴۵}{۴۳۲}\times\frac{۱۵}{۱۴}\times\frac{۲۰}{۲۱}}=۰/۸۳۳=\frac{۵}{۶}$$

۳۰۱ـ گزینه «۲» مقادیر چارک اول و سوم را به‌دست آورده در رابطه قرار می‌دهیم:

$$SIQR=\frac{Q_۳-Q_۱}{۲}\qquad Q_۱\to P=\frac{۱}{۴}\qquad Q_۳\to P=\frac{۳}{۴}$$

$$n=\sum f_i=۶۴\Rightarrow n.p=۶۴\times\frac{۳}{۴}=۴۸\ ,\ n.p=۶۴\times\frac{۱}{۴}=۱۶\quad ;\quad FC_i:۷,۱۶,۳۲,۵۱,۵۹,۶۴$$

در نتیجه چارک سوم در طبقه‌ی چهارم و چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

$$Q=L_i+\frac{n.p-F_{i-۱}}{f_i}\times C$$

$$Q_۳=۱۳+\frac{۴۸-۳۲}{۱۹}\times۳=۱۲+۲/۵۳=۱۵/۵۳$$

$$Q_۱=۷+\frac{۱۶-۷}{۹}\times۳=۷+۳=۱۰$$

$$\Rightarrow SIQR=\frac{Q_۳-Q_۱}{۲}=\frac{۱۵/۵۳-۱۰}{۲}=۲/۷۶$$

۳۰۲ـ گزینه «۴» مقادیر گشتاور سوم و انحراف معیار را جداگانه محاسبه کرده جایگذاری می‌کنیم:

$x-\bar{x}$	-۵	-۳	-۱	۱	۳	۵
f	۲	۵	۴	۸	۲	۳
$(x-\bar{x})^۲$	۲۵	۹	۱	۱	۹	۲۵
$(x-\bar{x})^۳$	-۱۲۵	-۲۷	-۱	۱	۲۷	۱۲۵

$$SK=\frac{\mu_۳}{\sigma^۳}=\frac{\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۳}{(\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۲)^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۳}{(\frac{۲۵}{۳})^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۶\sqrt{۳}}{۱۲۵}$$

$$\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۳=\frac{۱}{۲۴}(-۲\times۱۲۵-۵\times۲۷-۴\times۱+۸\times۱+۲\times۲۷+۳\times۱۲۵)=\frac{۴۸}{۲۴}=۲$$

$$\frac{۱}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^۲=\frac{۱}{۲۴}(۲\times۲۵+۵\times۹+۴\times۱+۸\times۱+۲\times۹+۳\times۲۵)=\frac{۲۰۰}{۲۴}=\frac{۲۵}{۳}\Rightarrow(\frac{۲۵}{۳})^{\frac{۳}{۲}}=\sqrt[۳]{(\frac{۲۵}{۳})^۳}$$

۳۰۳ـ گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین ادغام شده، به‌صورت زیر جایگذاری می‌کنیم:

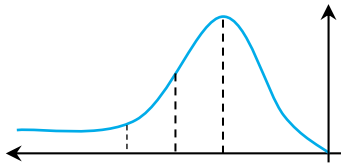
$$\mu=\frac{N_۱\mu_۱+N_۲\mu_۲}{N_۱+N_۲}=\frac{۳۰\times۵۵+۲۰\times۶۵}{۳۰+۲۰}=\frac{۱۶۵۰+۱۳۰۰}{۵۰}=\frac{۲۹۵۰}{۵۰}=۵۹$$

$$N_۱=۳۰\ ,\ \mu_۱=۵۵\quad ;\quad N_۲=۲۰\ ,\ \mu_۲=۶۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۰۴ـ گزینه «۳» با توجه به شکل، توزیع جامعه چوله به چپ است. توجه کنید که کشیدگی نمودار به سمت چپ و تراکم داده‌ها در سمت راست بیشتر است.



$MO > Md > \mu$

۳۰۵ـ گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که اگر کمترین داده ۱۰ و بیشترین داده ۱۸ باشد، میانگین باید بین فاصله ۱۰ تا ۱۸ باشد که فقط گزینه ۱ دارای این ویژگی است.

۳۰۶ـ گزینه «۴» طبق خاصیت مهم واریانس که به‌صورت روبرو می‌باشد:

$$Var(ax \pm b) = a^2 \cdot Var(X)$$

$$Var(5 - 2u) = (-2)^2 \times Var(u) = 4 \times 1 = 4$$

۳۰۷ـ گزینه «۱» طبق نکته‌ی گفته شده مربوط به ضریب پراکندگی، اگر تک تک داده‌ها را در عدد مثبتی ضرب کنیم ضریب تغییرات هیچ‌گونه تغییری نمی‌کند بنابراین مقدار ضریب تغییرات همان ۴ باقی خواهد ماند.

۳۰۸ـ گزینه «۲» در صورتیکه داده‌ها در عدد مثبت ضرب شوند، ضریب تغییرات هیچگونه تغییری نمی‌کند، بنابراین ضریب تغییرات جدید همان 10% باقی می‌ماند.

۳۰۹ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ های رشد سالیانه از میانگین هندسی کمک می‌گیریم.

۳۱۰ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی بین میانگین‌ها $\bar{x}_H < \bar{x}_G < \bar{x}$ هنگامی که به جای میانگین هندسی، هارمونیک محاسبه شود در واقع متوسط صفت کوچکتر از آن خواهد بود که کمیت x باید داشته باشد.

۳۱۱ـ گزینه «۲» صفت مربوطه به صورت کیفی بیان شده است (متوسط ـ ضعیف ـ قوی ....) و همچنین بین آنها رتبه‌بندی انجام گرفته است.

۳۱۲ـ گزینه «۴» در جدولی که میانه بعنوان مشخصه‌ی مرکزی بکار رود، مرکز دسته‌ای وجود ندارد. بنابراین بهترین شاخص پراکندگی انحراف نیم چارکی است.

۳۱۳ـ گزینه «۳» اگر تک تک داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شوند، ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند و بنابراین همان ۴ درصد باقی می‌ماند.

۳۱۴ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چنانچه داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شود، ضریب پراکندگی (تغییرات) تغییر نمی‌کند. داده‌های اولیه ۲ برابر شده، بنابراین ضریب تغییرات همان 15% باقی می‌ماند.

۳۱۵ـ گزینه «۴»

گشتاور مرتبه‌ی دوم حول میانگین همان واریانس است از رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری استفاده کرده خواهیم داشت:

$$\begin{cases} SK = \dfrac{\mu_3}{\sigma^3} = \dfrac{-6}{2^3} = -0/75 \\ \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \quad \text{گشتاور دوم} \end{cases}$$

۳۱۶ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی متوسط نرخهای تورم، نرخ رشد و شاخص‌های اقتصادی، از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۳۱۷ـ گزینه «۲» میانگین نمونه‌ی ده‌تایی برابر با ۵ شده است پس جمع آنها ۵۰ است.

$$\bar{x} = 5 \quad , \quad n = 10$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 5 \Rightarrow \sum x_i = 50 \Rightarrow \sum x_i + 12 + 10 = 50 + 12 + 10 = 72 \Rightarrow$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i + 12 + 10}{12} = \frac{72}{12} = 6 \qquad n_{new} = n$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱۸ گزینه «۴» انحراف معیار چهار عدد x_1, x_2, x_3 و ۱۰ صفر است، بنابراین این اعداد با هم برابرند. پس همه‌ی آنها $x_1 = x_2 = x_3 = 10$ هستند

اکنون میانگین $x_1, x_2, x_3, 30$ یعنی جمع این داده‌ها تقسیم بر تعداد آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{10+10+10+30}{4} = 15$$

۳۱۹ـ گزینه «۲»

$$\sigma^2(x) = Var(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^{75}(x_i-\mu)^2}{N} = \frac{432}{75} = \xrightarrow{\text{بر ۳ تقسیم می‌کنیم}} \frac{144}{25} \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$$

دقت کنید که $\sum_{i=1}^{75}(x_i - 15) = 0$ بنابراین $\mu_x = 15$ می‌باشد.

اکنون طبق رابطه ضریب تغییرات:

$$CV(y_i) = CV(\frac{1}{2}x_i + a) \xrightarrow{\text{از رابطه ضریب تغییرات}} \frac{\sigma(\frac{1}{2}x_i + a)}{\mu(\frac{1}{2}x_i + a)} = \frac{2}{10}$$

$$\xrightarrow{\text{چهار عمل اصلی در صورت و مخرج}} \frac{\frac{1}{2}\sigma(x_i)}{\frac{1}{2}\mu(x_i) + a} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\times\frac{12}{5}}{\frac{1}{2}\times 15 + a} = \frac{2}{10}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین–وسطین}} \frac{\frac{12}{10}}{\frac{15}{2}+a} = \frac{2}{10} \Rightarrow 12 = 15 + 2a \Rightarrow 2a = 12 - 15 = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} = -1/5$$

۳۲۰ـ گزینه «۳» منظور از متغیر $\underline{80}$ درصدی همان صدک هشتادم است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

ابتدا مقدار $N \times P = 50 \times 0/8 = 40$ است اکنون فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$Fc_i : 5, 15, 24, 35, 43, 50$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times P = 40$ می‌باشد طبقه‌ی پنجم است:

$$P = L + (\frac{N.P - FC_{i-1}}{F_i}) \times I = 24 + (\frac{40-35}{8}) \times 3 = 25/875$$

۳۲۱ـ گزینه «۳» ابتدا ضریب چولگی را محاسبه کرده سپس طبق تفسیر آن خواهیم داشت:

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum(x_i-\mu)^3}{N}}{(2/5)^3} = \frac{\frac{60}{40}}{(2/5)^3} = 0/09$$

بنابراین ضریب چولگی مثبت و $|S_k| = |0/09| < 0/1$ و توزیع داده‌ها تقریباً نرمال است.

۳۲۲ـ گزینه «۴» اگر حقوق کارمندان در ابتدا X_i فرض شود و بعد از افزایش ۲۵٪ این حقوق‌ها y_i ها نامیده شود، رابطه بین y_i و x_i به‌صورت زیر است:

$$y_i = X_i + \%25X = 1/25X_i$$

بنابراین مانند این است که حقوق کارمندان در عدد ثابتی (۱/۲۵) ضرب شده اما با توجه به خواص ضریب تغییرات، اگر داده‌ها را در عددی مثبت ضرب کنیم، ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند.

۳۲۳ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی ابتدا نسبت‌های فروش را به‌دست می‌آوریم:

x_1 نسبت فروش در سال اول $= \frac{\text{فروش سال اول}}{\text{فروش سال قبل}} = 2$

x_2 نسبت فروش در سال اول $= \frac{\text{فروش سال دوم}}{\text{فروش سال اول}} = 3 \Rightarrow G = \sqrt[N]{x_1.x_2.x_3} = \sqrt[3]{2\times3\times4} = \sqrt[3]{3\times8} = \sqrt[3]{3\times2^3} = 2\sqrt[3]{3}$

x_3 نسبت فروش در سال اول $= \frac{\text{فروش سال سوم}}{\text{فروش سال دوم}} = 4$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۲۴ـ گزینه «۴» **روش اول:** صورت صحیح سوال آن است که مقدار عبارت $\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)^2$ به‌ازای حداقل این عبارت کدام است؟ چرا که حداقل عبـارت $\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)^2$ به‌ازای $a=\bar{X}$ است. می‌توان این مقدار را نشان داد، اگر از عبارت $\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)^2$ مشتق بگیریم و برابر صفر قرار دهیم داریم:

$$y=\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)^2 \Rightarrow y'=2\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)=0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{2}(x_i-a)=0 \Rightarrow a=\bar{x}$$

و چون مشتق دوم بزرگ‌تر از صفر است، بنابراین در $a=\bar{x}$ کمترین مقدار خود را خواهد گرفت. $y''=4>0$

(نکات میانگین)
$$\begin{cases}\min\sum_{i=1}^{2}(x_i-a)^2\\ a=\bar{x}\end{cases} \Rightarrow \sum_{i=1}^{2}(x_i-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{2}(x_i^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2)=\sum_{i=1}^{2}x_i^2-2\bar{x}\sum_{i=1}^{2}x_i+\sum_{i=1}^{2}\bar{x}^2=\sum_{i=1}^{2}x_i^2-2\bar{x}^2$$

روش دوم:

$$=X_1^2+X_2^2-2(\bar{X})(2\bar{X})+2\bar{X}^2=X_1^2+X_2^2-4\bar{X}^2+2\bar{X}^2=X_1^2+X_2^2-2\bar{X}^2=X_1^2+X_2^2-2(\frac{X_1+X_2}{2})^2$$

$$=X_1^2+X_2^2-\cancel{4}(\frac{X_1^2+X_2^2+2X_1X_2}{\cancel{4}})=X_1^2+X_2^2-\frac{X_1^2}{2}-\frac{X_2^2}{2}-X_1X_2=\frac{X_1^2}{2}+\frac{X_2^2}{2}-X_1X_2=\frac{1}{2}(X_1-X_2)^2$$

روش سوم:

$$\sum_{i=1}^{2}x_i^2-2\bar{x}^2=(x_1^2+x_2^2)-2(\frac{x_1+x_2}{2})^2=(x_1^2+x_2^2)-\frac{(x_1^2+x_2^2+2x_1x_2)}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{2x_1^2+2x_2^2-x_1^2-x_2^2-2x_1x_2}{2}=\frac{(x_1^2+x_2^2-2x_1x_2)}{2} \xrightarrow{\text{جواب}} =\frac{(x_1-x_2)^2}{2}$$

۳۲۵ـ گزینه «۴» میانگین هندسی و حسابی را به‌ترتیب محاسبه می‌کنیم و اختلاف آنها را به دست می‌آوریم:

(میانگین هندسی) $G=\sqrt[N]{x_1^{F_1},x_2^{F_2}\ldots x_k^{F_k}}=\sqrt[7]{9^2\times12^3\times16^2}=\sqrt[7]{3^4\times3^3\times2^6\times2^8}=\sqrt[7]{3^7\times2^{14}}=3\times2^2=12$

(میانگین حسابی) $\mu=\frac{\sum F_iX_i}{\sum F_i}=\frac{2\times9+3\times12+2\times16}{2+3+2}=\frac{18+36+32}{7}=\frac{86}{7}=12/28$

اختلاف بین میانگین‌ها $=\mu-G=12/28-12=0/28$

۳۲۶ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی انحراف چارکی به ترتیب چارک اول و چارک سوم را محاسبه کرده و آن‌ها را در رابطه $\frac{Q_3-Q_1}{2}$ قرار می‌دهیم:

محاسبه چارک اول: مقدار $N\times P=52\times\frac{1}{4}=13$، فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $Fc_i=5,15,22,40,48,52$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N\times P=13$ باشد طبقه‌ی دوم است:

$$Q_1=L+(\frac{N.P-Fc_{i-1}}{F_i}).I=10+(\frac{13-5}{10})\times2=11/6$$

محاسبه‌ی چارک سوم: مقدار $N\times p=52\times\frac{3}{4}=39$، فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $Fc_i: 5,15,22,40,48,52$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N\times p=39$ باشد طبقه‌ی چهارم است:

$$Q_3=L+(\frac{N.p-Fc_i-1}{F_i}).I=14(\frac{39-22}{18})\times2=15/88 \Rightarrow \frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{15/88-11/6}{2}=2/14$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۲۷ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی ضریب پراکندگی داده‌ها به صورت $CV = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$، مقادیر انحراف معیار و میانگین را محاسبه می‌کنیم؛ خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{۱۶۸}{۴۰} = ۴/۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum X_i^۲}{N} - \mu_x^۲ = \frac{۸۰۸}{۴۰} - (۴/۲)^۲ = ۲۰/۲ - ۱۷/۶۴ = ۲/۵۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۵۶} = ۱/۶ \Rightarrow \text{ضریب پراکندگی } CV = \frac{۱/۶}{۴/۲} = ۰/۳۸$$

۳۲۸ـ گزینه «۳» توجه کنید که میانه همان چارک دوم است.

$$sk = \frac{Q_۳ - ۲Q_۲ + Q_۱}{Q_۳ - Q_۱} = \frac{۱۳۴/۴ - ۲\times۱۲۱ + ۱۱۲/۴}{۱۳۴/۴ - ۱۱۲/۴} = ۰/۲۱۸$$

۳۲۹ـ گزینه «۴» میانگین هندسی را طبق رابطه‌ی آن به‌دست می‌آوریم:

$$G = \sqrt[N]{x_۱^{F_۱}.x_۲^{F_۲}...x_N^{F_N}} = \sqrt[۵]{۱۲\times۵۴\times۶/۷۵\times۱۸\times۲۴} \xrightarrow{\text{تجزیه می‌کنیم}} \sqrt[۵]{۳\times۲^۲\times۳^۳\times۲\times۶/۷۵\times۳^۲\times۲\times۳\times۲^۳}$$

$$= \sqrt[۵]{۳^۵\times۳^۲\times۲^۵\times۴\times۶/۷۵} = \sqrt[۵]{۳^۵\times۳^۲\times۲^۵\times۲۷} = \sqrt[۵]{۳^۵\times۳^۲\times۲^۵\times۳^۳} = \sqrt[۵]{۳^۵\times۳^۵\times۲^۵} = ۳\times۳\times۲ = ۱۸$$

۳۳۰ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی انحراف چارکی طبق رابطه $SIQR = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲}$ باید چارک اول و چارک سوم را جداگانه محاسبه کرده در رابطه قرار دهیم:

چارک اول: ابتدا مقدار $N\times P = ۶۴\times\frac{۱}{۴} = ۱۶$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $FC_i : ۴,۱۶,۳۲,۵۰,۵۹,۶۴$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N\times P$ است طبقه‌ی دوم است، پس چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد:

$$Q_۱ = L + (\frac{N.P - FC_{i-۱}}{F_i})\times I = ۸ + (\frac{۱۶-۴}{۱۲})\times۴ = ۱۲$$

چارک سوم: ابتدا مقدار $N\times P = ۶۴\times\frac{۳}{۴} = ۴۸$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $FC_i : ۴,۱۶,۳۲,۵۰,۵۹,۶۴$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N\times P$ است طبقه‌ی چهارم است پس چارک سوم در طبقه‌ی چهارم قرار دارد.

$$Q_۳ = L + (\frac{N.P - FC_{i-۱}}{F_i})\times I = ۱۶ + (\frac{۴۸-۳۲}{۱۸})\times۴ = ۱۹/۵۵$$

$$\text{(انحراف چارکی) } SIQR = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۱۹/۵۵ - ۱۲}{۲} = ۳/۷۷$$

۳۳۱ـ گزینه «۳» از واریانس کل به‌صورت روبرو خواهیم داشت:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum N_i\sigma_i^۲}{N} + \frac{\sum N_i(\mu_i - \mu_{\text{کل}})^۲}{N}$$

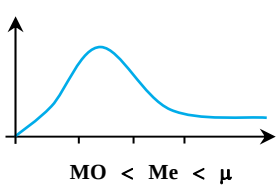
توجه کنید که μ_iها با یکدیگر متفاوت است، بنابراین $\mu_{\text{کل}}$ نیز با آنها متفاوت است پس عبارت دوم در رابطه‌ی بالا یعنی $A = \frac{\sum N_i(\mu_i - \mu)^۲}{N} > ۰$ همواره مقداری بزرگتر از صفر است، بنابراین:

$$\sigma^۲_{\text{کل}} = \frac{۹۰\times۷ + ۱۱۰\times۱۰ + ۲۰۰\times۹}{۹۰+۱۱۰+۲۰۰} + \underbrace{A}_{\text{مقداری بزرگتر از صفر}} = \frac{۳۵۳۰}{۴۰۰} + A = ۸/۸۲ + A$$

جواب باید بزرگتر از ۸/۸۲ باشد چرا که $A > ۰$ است. تنها گزینه‌ای که مقدار آن بزرگتر از ۸/۸۲ است گزینه (۳) است.

۳۳۲ـ گزینه «۲» در توزیع‌هایی که ضریب چولگی آنها مثبت است (چولگی آنها به راست است) رابطه زیر برقرار است:

میانگین > میانه > مد



---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳۳ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی ضریب کشیدگی به‌صورت $E=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3$ مقادیر گشتاور چهارم (μ_4) و واریانس به توان دو یعنی (σ^4) را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{\frac{\sum(x_i-\mu)^4}{N}}{(\underbrace{\frac{\sum(x_i-\mu)^2}{N}}_{\text{واریانس}})^2}-3=\frac{\frac{4500}{60}}{(\frac{300}{60})^2}-3=\frac{75}{25}-3=3-3=0$$

۳۳۴ـ گزینه «۳» در بیان مفهوم گشتاور مرکزی مقادیر صفت از میانگین حسابی کم می‌شود، نه از مقدار ثابت یا عدد دیگری.

۳۳۵ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون (میانه ـ میانگین) ۳ ≃ مُد ـ میانگین

۳۳۶ـ گزینه «۲» رابطه‌ی ضریب کشیدگی به صورت $E=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^4}{N}-3$ است و مقدار $\sum(x_i-\bar{x})^4$ داده شده است بنابراین واریانس را بدست می‌آوریم در مخرج به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{20}{10}=2\Rightarrow\sigma^4=4$$

مقادیر را در رابطه جایگذاری می‌کنیم:

$$E=\frac{\frac{140}{10}}{4}-3=\frac{14}{4}-3=\frac{14-12}{4}=\frac{2}{4}=0/5$$

۳۳۷ـ گزینه «۱» توجه کنید که ابتدا دهک اول و دهک دهم را از داده‌ها حذف می‌کنیم سپس به روش کوتاه یا غیرمستقیم میانگین را محاسبه می‌کنیم اگر کلیه داده‌ها بر روی محور به صورت مقابل باشند دهک اول و دهک دهم یعنی $\frac{1}{10}$ از ابتدای داده‌ها و $\frac{1}{10}$ از انتهای داده‌ها حذف می‌کنیم:

$$N=\sum F_i=4+7+8+11+6+4=40$$

دهک دهم : $N\times\frac{1}{10}=40\times\frac{1}{10}=4$

دهک اول : $N\times\frac{1}{10}=40\times\frac{1}{10}=4$

بنابراین ۴تا داده اول و آخر را حذف کرده که این کار منجر به حذف طبقه اول و آخر می‌شود و جدول به صورت زیر است:

حدود دسته	۲۱−۲۴	۲۴−۲۷	۲۷−۳۰	۳۰−۳۳
فراوانی	۷	۸	۱۱	۶

به روش کوتاه میانگین را محاسبه می‌کنیم:

x_i	۲۲/۵	۲۵/۵	۲۸/۵	۳۱/۵
y_i	−۲	−۱	۰	۱

$y_i=\frac{x_i-28/5}{3}$ $\quad a=28/5$ $\quad b=3$

$$\bar{y}=\frac{\sum F_iy_i}{\sum F_i}=\frac{(7\times-2)+(8\times-1)+(11\times0)+(6\times1)}{32}=-\frac{1}{2}$$

$$\bar{x}=a+b\bar{y}=28/5+3\times-\frac{1}{2}=28/5-1/5=27$$

۳۳۸ـ گزینه «۱» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت $SIQR=\frac{Q_3-Q_1}{2}$ است. بنابراین به ترتیب چارکهای اول و سوم را بدست می‌آوریم.

۱) $N\times P=60\times\frac{1}{4}=15$;

$$N\times P=60\times\frac{3}{4}=45$$

فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$FC_i: 6,18,33,47,55,60$

$$\begin{cases}Q_1=L+(\frac{NP-FC_{i-1}}{F_i})\times I=10+(\frac{15-6}{12})\times4=13\\ Q_3=18+(\frac{45-33}{14})\times4=21/42\end{cases}\Rightarrow SIQR=\frac{21/42-13}{2}=4/21$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳۹ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی ضریب کشیدگی خواهیم داشت:

$$E=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3=\frac{\frac{\sum(x_i-\mu)^4}{N}}{\sigma^4}-3=\frac{۱۲۲۳۱/۵۰}{(۳)^4}-3=۳/۰۲-3=۰/۰۲$$

۳۴۰ـ گزینه «۳» اگر $\bar{x}$ میانگین یک نمونه n تایی و $\bar{y}$ میانگین یک نمونه mتایی باشد، میانگین کل عبارتست از: $\frac{n\bar{x}+m\bar{y}}{n+m}$

در این سئوال میانگین کل برابر است با: $\frac{۲۰(۱۰۰)+۳۰(۳۰۰)}{۲۰+۳۰}=\frac{۱۱۰۰۰}{۵۰}=۲۲۰$

۳۴۱ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی ضریب پراکندگی از رابطه‌ی آن $CV=\frac{\sigma}{\mu}$ استفاده کرده به ترتیب میانگین و انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu=\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰}X_i}{N}=\frac{۶۰}{۱۰}=۶ \qquad \sigma^۲=\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰}X_i^۲}{N}-\mu^۲=\frac{۴۰۰}{۱۰}-(۶)^۲=۴۰-۳۶=۴ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۴}=۲$$

بنابراین $CV=\frac{\sigma}{\mu}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$.

۳۴۲ـ گزینه «۲» اگر کمی دقت کنید عدد آخر ۲۲۴ است که عدد بزرگی است و میانگین را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. از طرفی بین نما و میانه، زمانی از نما استفاده می‌کنیم که داده‌ها کیفی باشد پس بهترین شاخص همان میانه است.

۳۴۳ـ گزینه «۱» طبقه‌ای که بیشترین فراوانی مطلق را دارد انتخاب می‌کنیم. توجه کنید که حدود طبقات واقعی نیست؛ مُد در طبقه سوم قرار دارد:

$$MO=L+(\frac{d_۱}{d_۱+d_۲})\times I=۳۹/۵+(\frac{(۷-۶)}{(۷-۶)+(۷-۵)})\times ۱۰=۳۹/۵+(\frac{۱}{۱+۷})\times ۱۰=۳۹/۵+\frac{۱۰}{۸}=۳۹/۵+۱/۲۵=۴۰/۷۵$$

۳۴۴ـ گزینه «۴» رابطه‌ی میانگین کل به صورت زیر است:

$$\mu=\frac{N_۱\mu_۱+N_۲\mu_۲+N_۳\mu_۳}{N_۱+N_۲+N_۳}=\frac{۱۰\times ۲۰+۲۰\times ۲۵+۲۰\times ۳۰}{۱۰+۲۰+۲۰}=\frac{۱۳۰۰}{۵۰۰}=۲۶$$

۳۴۵ـ گزینه «۴» به ترتیب به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم: ۱) اولین گام در هر تحقیق نمی‌تواند جمع‌آوری اطلاعات باشد اولین گام در هر تحقیق مشخص کردن اهداف تحقیق می‌باشد. ۲) موضوع آمار توصیفی با سرشماری است و نه استنباط نمونه‌ای ۳) آماره‌ها به کمک نمونه‌گیری به‌دست می‌آیند که در آمار استنباطی استفاده می‌شود و نه به صورت سرشماری ۴) پارامتر در بررسی‌های آماری مجهول است و این جمله که دقت آن از آماره بیش‌تر است جمله صحیحی نیست چرا که در بررسی‌های آماری به‌دنبال استنباط بر روی پارامترها هستیم. ولی این گزینه نسبت به سایر گزینه‌ها صحیح‌تر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«تئوری احتمال»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ در یک تیراندازی، احتمال این که شخص A به هدف بزند، ۰/۳ و احتمال این که شخص B به هدف بزند، برابر ۰/۵ است. هر دو نفر به هدف تیراندازی می‌کنند. احتمال این که فقط یک نفر به هدف بزند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶۵

۲ـ برای دو حادثه مستقل A و B، $P(A)=0/2$ و $P(B)=0/4$ به دست آمده است. احتمال اجتماع دو حادثه A و B چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۸ ۲) ۰/۵۲ ۳) ۰/۶۳ ۴) ۰/۸

۳ـ از ۱۵ لامپ که ۵ عدد آن‌ها غیراستاندارد است، ۳ لامپ را به طور تصادفی با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که هیچ کدام غیر استاندارد نباشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{1}{17}$ ۲) $\frac{24}{91}$ ۳) $\frac{8}{27}$ ۴) $\frac{7}{9}$

۴ـ از کیسه‌ای که شامل ۵ گلوله سفید و ۳ گلوله سیاه می‌باشد، پشت سر هم به ترتیب یک گلوله سیاه و دو گلوله سفید بیرون آورده شده است. احتمال اینکه پس از سه گلوله فوق یک گلوله سفید بیرون آوریم، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{5}{8}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۵ـ از بین ۱۰ پزشک که ۳ نفر آن‌ها متخصص هستند، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال این که در بین این سه نفر حداقل یک متخصص انتخاب شود، برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{7}{24}$ ۲) $\frac{4}{10}$ ۳) $\frac{6}{10}$ ۴) $\frac{17}{24}$

۶ـ فرض کنید دو تاس به همراه سکه‌ای پرتاب شود. درخت این آزمایش چند شاخه خواهد داشت؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱۴ ۲) ۳۸ ۳) ۷۲ ۴) ۷۴

۷ـ احتمال زنده ماندن یک زن و شوهر در ۲۰ سال آینده به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{2}$ است. احتمال این که در این مدت دست کم یکی از آن‌ها زنده بماند، چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{3}{10}$ ۲) $\frac{4}{7}$ ۳) $\frac{8}{10}$ ۴) $\frac{11}{10}$

۸ـ اگر $P(A)=0/3$ و $P(B)=0/4$ و $P(E \mid A)=0/1$ و $P(E^c \mid B)=0/8$، باشد احتمال E چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱۱ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۳۰ ۴) ۰/۳۵

۹ـ به چند طریق می‌توان ۹ اسباب‌بازی را بین ۴ بچه تقسیم کرد به شرط آن که به کوچک‌ترین بچه ۳ اسباب‌بازی و به هر کدام از بچه‌های دیگر ۲ اسباب‌بازی برسد؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۲۷ ۲) ۱۰۸ ۳) ۵۶۷۴ ۴) ۷۵۶۰

۱۰ـ احتمال اشتباه ثبت شدن هر یک از اسناد شرکت ۰/۱۰ است. احتمال آن که، سومین سندی که حسابرسان بررسی می‌کنند، اولین سند اشتباه باشد، چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۸۱ ۲) ۰/۱۰ ۳) ۰/۹۰ ۴) ۰/۲۴۳

۱۱ـ سه کتاب علمی و ۴ کتاب ادبی را به چند طر یق می‌توان در یک قفسه کنار هم چید به‌طوریکه کتابهای علمی کنار هم باشند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۴۸۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ اگر $P(A)=0/3, p(B)=0/4$ و $P(A\cap B)=0/2$ باشد، $p(A\cup B)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۶

۱۳ـ امتحانی شامل ۲۰ تست ۴ جوابی است. تعداد طرقی که می‌توان به این امتحان پاسخ داد، برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) P_{20}^{4} ۲) C_{20}^{4} ۳) 20^{4} ۴) 4^{20}

۱۴ـ تعداد قطرهای یک n ضلعی منظم برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) P_n^2-n ۲) C_n^2 ۳) p_n^2 ۴) C_n^2-n

۱۵ـ اگر $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{4}$ و $P(A|B)=\frac{1}{3}$ باشد، $P(A\cup B)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) $\frac{5}{12}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۶ـ با استفاده از جدول زیر، $P(A|D)$ برابراست با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

	A	B
C	۲	۱
D	۳	۵

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{5}{11}$ ۳) $\frac{5}{8}$ ۴) $\frac{3}{5}$

۱۷ـ احتمال اینکه در یک خانواده با ۴ بچه حداقل یک پسر باشد (با فرض مساوی بودن احتمال پسر و دختر) (حسابداری ـ آزاد ۸۰)

۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{14}{16}$ ۳) $\frac{12}{16}$ ۴) $\frac{10}{16}$

۱۸ـ احتمال این که یک مسأله ریاضی را حسن حل کند، ۰/۴ و احتمال این که حسین حل کند، ۰/۵ است. احتمال این که مسأله حل شود برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۹

۱۹ـ یک شرکت حفاری نفت فقط امکانات لازم برای حفر دو چاه را دارد. اگر در حفر اولین چاه به نفت برسد کار را تمام می‌کند و گرنه چاه دوم را حفر می‌کند. اگر احتمال این که در حفر هر چاه به نتیجه برسد، ۰/۲ باشد، احتمال این که شرکت حفاری به نتیجه برسد، کدام است؟ (حفاری چاه‌ها به طور مستقل از هم صورت می‌گیرد). (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۱۶ ۴) ۰/۳۶

۲۰ـ فرض کنید ۵ مهرهٔ آبی و ۴ مهرهٔ سفید در کیسهٔ اول و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سفید در کیسهٔ دوم باشد. اگر مهره‌ای به تصادف از کیسه اول به دوم انتقال یابد و سپس از کیسه دوم یک مهره انتخاب شود، احتمال آبی بودن آن چیست؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{5}{10}$ ۳) $\frac{41}{90}$ ۴) $\frac{41}{81}$

۲۱ـ اگر در یک آسانسور، احتمال خرابی زنجیر ۰/۱ و احتمال خرابی موتور ۰/۳ باشد و احتمال خرابی زنجیر یا موتور ۰/۳۵ باشد، احتمال خرابی زنجیر و موتور را حساب کنید. (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۷۵

۲۲ـ اگر $P(A)=0/3$ و $P(B)=0/2$ ، A و B مستقل باشند، $P(\bar{A}\cap\bar{B})$ برابر است با: (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۴۴ ۲) ۰/۵۰ ۳) ۰/۵۶ ۴) ۰/۶۶۷

۲۳ـ احتمال اینکه فردی بیماری خاصی داشته باشد ۰/۰۲ است. آزمایش تشخیص بیماری برای ۰/۹۷ افراد بیمار، مثبت می‌باشد ولی در ۵% موارد نیز نتیجه آزمایش افراد سالم مثبت بوده است. اگر نتیجه آزمایش مشخص مثبت بوده باشد، احتمال بیمار بودن او برابر است با: (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۰۶۸۴ ۲) ۰/۲۸۳۶ ۳) ۰/۲۹۴۰ ۴) ۰/۹۳۱۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴ـ شرکتی ۸۰۰ کارمند دارد. ۲۰% از کارمندان دارای درجات دانشگاهی هستند ولی نیمی از آن‌ها در سمت‌های غیر مدیریتی کار می‌کنند. ۳۰% از کارمندان بدون درجات دانشگاهی در سمت‌های مدیریتی قرار دارند. اگر یکی از کارمندان که به طور تصادفی انتخاب شده است، مدیر باشد، احتمال این که دانشگاهی باشد، چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۱۷ ۲) ۰/۲۹ ۳) ۰/۳۴ ۴) ۰/۴۲

۲۵ـ اگر $P(A)=0/30$ و $P(B)=0/50$، $P(A \mid B)=0/30$ باشد، می‌توان گفت که A و B هر دو: (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) مستقل هستند. ۲) وابسته هستند. ۳) ناسازگار هستند. ۴) حادثه شرطی هستند.

۲۶ـ در یک جعبه ۱۰ لامپ وجود دارد که دو لامپ آن سوخته است، دو لامپ به تصادف انتخاب کردیم، احتمال آن که هر دو لامپ سالم باشند، کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{3}{10}$ ۲) $\frac{12}{25}$ ۳) $\frac{15}{31}$ ۴) $\frac{28}{45}$

۲۷ـ در کیسه اول دو مهره سفید و سه مهره سیاه و در کیسه دوم ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. یک مهره به تصادف از کیسه اول کشیده و در کیسه دوم می‌اندازیم سپس یک مهره از کیسه دوم به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه این مهره سیاه باشد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{13}{35}$ ۲) $\frac{11}{30}$ ۳) $\frac{9}{8}$ ۴) $\frac{5}{11}$

۲۸ـ اگر A و B مستقل و $P(A)=0/3$ و $P(A\cap B)=0/06$ باشد، $P(A\cup B)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۰۱۸ ۲) ۰/۵۶ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴۴

۲۹ـ در داخل بسته‌ای از یک دوجین (۱۲ عدد) جوراب، ۲ عدد آن نقص‌دار (طبق استاندارد نمی‌باشد) است. از بسته فوق ۳ عدد جوراب به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه بین ۳ عدد جوراب ۱ عدد نقص‌دار باشد، چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\frac{13}{22}$ ۲) $\frac{9}{22}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{5}{6}$

۳۰ـ بر روی فاصله (۲,۲۲) از محور اعداد نقطه‌ای به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه نقطه اقلاً بر روی یکی از فواصل (۴,۱۰) یا (۶,۱۲) و یا (۱۰,۱۶) انتخاب شده باشد، چقدر است؟ (فرض بر این است که احتمال انتخاب شدن نقطه در هر واحد طول فاصله و در هر نقطه‌ای از این فاصله، یکسان است) (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۰۲۷ ۴) ۰/۴

۳۱ـ شصت درصد تلفن‌های یک شرکت به تلفنچی A و بقیه به تلفنچی B وصل می‌شود. شخص A از هر ۵۰ تلفن یکی و شخص B از هر ۲۰ تلفن یکی را اشتباه وصل می‌کند. شکایتی در خصوص وصل شدن تلفن به صورت اشتباهی رسیده است. احتمال اینکه شخص A آن را وصل کرده باشد، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۳۷۵ ۲) ۰/۰۳۲ ۳) ۰/۰۱۲ ۴) ۰/۶۲۵

۳۲ـ محصولات کارخانه‌ای به تساوی توسط دو خط تولید A و B تولید می‌شوند. فرض کنید که ۱۰% محصولات خط A و ۳۰% محصولات خط B معیوب‌اند. اگر کالایی به طور تصادفی از این کارخانه خریداری شود و سالم باشد، چقدر احتمال دارد که این محصولات ساخته خط تولید B باشد؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۳۴ ۲) ۰/۴۴ ۳) ۰/۵۰ ۴) ۰/۴۰

۳۳ـ دریک واحد تولیدی ۶۰% محصولات درجه یک، ۳۰% درجه دو و ۱۰% درجه سه می‌باشد. احتمال غیر استاندارد بودن محصولات درجه یک ۰/۰۱، درجه دو ۰/۰۳ و درجه سه ۰/۰۴ می‌باشد. یک واحد محصول که به طور تصادفی از محصولات این واحد تولیدی خریداری شده است غیر استاندارد می‌باشد. احتمال اینکه این محصول انتخاب شده درجه دو باشد، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۴۷۴ ۲) ۰/۳۱۶ ۳) ۰/۰۱۹ ۴) ۰/۰۹

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۴ـ حاصل عبارت $\frac{x!}{(x-1)!}$ برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) x^2 ۲) $x-1$ ۳) x ۴) $x!$

۳۵ـ هرگاه سه رقم ۷ و ۸ و ۹ را به طور تصادفی کنار یکدیگر قرار دهیم احتمال اینکه عدد ۹۸۷ به دست آید چه مقدار است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{12}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۳۶ـ اگر دو حادثه A و B مستقل باشند، $P(A)=0/5$ و $P(A\cup B)=0/65$ باشد، احتمال حادثه B چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۲۵

۳۷ـ احتمال به صدا درآمدن هر یک از سه آژیر خطر مستقلی که در یک فروشگاه نصب شده‌اند، به هنگام آتش‌سوزی برابر ۰/۹۵ است. احتمال آن که به هنگام بروز آتش‌سوزی حداقل یکی از سه آژیر خطر به صدا درآید، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۱۵ ۲) $0/95^3$ ۳) $1-(0/05)^3$ ۴) $1-(0/95)^3$

۳۸ـ در کارخانه‌ای ۶۰ درصد محصولات توسط شیفت صبح و ۴۰ درصد محصولات توسط شیفت عصر تولید می‌شود. ۵ درصد تولیدات شیفت صبح و ۱۰ درصد تولیدات شیفت عصر معیوبند. اگر محصولی که به تصادف انتخاب شده است، معیوب تشخیص داده شود، احتمال این که این محصول توسط شیفت صبح تولید شده باشد، چیست؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{1}{7}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{3}{7}$

۳۹ـ در کارخانه‌ای احتمال این که ۲ درصد محصولات معیوب باشد ۰/۵ ، ۴ درصد معیوب باشد، ۰/۳ و ۶ درصد معیوب باشد ۰/۲ است. اگر یک محصول به تصادف انتخاب شود، احتمال این که سالم باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۹۷۴ ۲) ۰/۹۶۶ ۳) ۰/۹۵۲ ۴) ۰/۹۴۶

۴۰ـ به چند طریق می‌توان ۹ نفر کارمند را در یک اتاق ۴ نفره، یک اتاق ۳ نفره و یک اتاق ۲ نفره چیدمان کرد؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۱۲۶۰ ۳) ۷۲ ۴) ۲۴

۴۱ـ در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۵ مهره سفید وجود دارد. اگر سه مهره به تصادف (به صورت با جایگذاری) از این جعبه انتخاب شود، احتمال آن که مهره‌ها هم‌رنگ نباشند، چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۰۳ ۲) ۰/۰۶ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۳۰

۴۲ـ سیستمی دارای دو جزء است که احتمال کار کردن هر یک از آن‌ها ۰/۹۰ است. اگر اجزاء به صورت موازی قرار گرفته باشند و مستقل از همدیگر کار کنند، احتمال کار کردن سیستم چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۱۰ ۲) ۰/۸۱ ۳) ۰/۹۰ ۴) ۰/۹۹

۴۳ـ واژه STATISTICS شامل ده حرف است که در آن حروف S و T به ترتیب سه بار تکرار شده‌اند، بنابراین تعداد حالاتی که می‌توان از این کلمات ساخت برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) ۵۰۴۰۰ ۲) ۵۰۶۰۰ ۳) ۵۵۰۰۰ ۴) ۶۰۰۰۰

۴۴ـ چند عدد بدون صفر بین ۱۰۰ و ۳۰۰ وجود دارد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۴۴ ۲) ۱۵۴ ۳) ۱۶۲ ۴) ۱۷۲

۴۵ـ در یک مؤسسه تحقیقاتی ۱۳ نفر مشغول کارند، با کدام احتمال ماه تولد لااقل دو نفر از آنان یکسان است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{11}{12}$ ۴) $\frac{12}{13}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۶ـ در یک مؤسسه مطابق جدول مقابل تعدادی زن و مرد با تحصیلات دانشگاهی و متوسطه کار می‌کنند. چند درصد این کارکنان، زن با تحصیلات متوسطه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

تحصیلات	مرد	زن
دانشگاهی	۱۸	۱۳
متوسطه	۱۷	۱۶

۱) ۲۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۲۷/۵ ۴) ۳۲

۴۷ـ یک تاس را متوالیاً پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد ۶ این تاس برای اولین بار در پرتاب دوم ظاهر شود، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۴}{۳۶}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۶}{۳۶}$

۴۸ـ گوشت‌های مورد نیاز فروشگاهی به صورت بسته‌های یک کیلویی توسط ۳ تولید کننده تأمین می‌شود. اولی ۳۰%، دومی ۵۰% و سومی بقیه گوشت مورد نیاز فروشگاه را تأمین می‌کند. آزمایش نشان داده است که تابحال همواره به طور متوسط ۴% گوشت تولیدی تولیدکننده اول ۳% گوشت تولیدی تولید کننده دوم و ۵% گوشت تولید کننده سوم فاسد بوده است. خریداری یک بسته گوشت را از این فروشگاه خریداری کرده است و این گوشت فاسد درآمده است. احتمال این که بسته خریداری شده متعلق به تولید کننده سوم باشد، چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۲۵۵ ۲) ۰/۲۹۰ ۳) ۰/۲۷۰ ۴) ۰/۳۱۰

۴۹ـ مشخص است که ۹۶% محصول تولید شده بر طبق استاندارد است. بازرسی، واحد محصول استاندارد را با احتمال ۹۸% مرغوب تشخیص می‌دهد و محصول غیراستاندارد را با احتمال ۰/۵ مرغوب تشخیص می‌دهد. احتمال این که واحد محصول بازرسی شده استاندارد باشد، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۹۸ ۲) ۰/۹۰ ۳) ۰/۸۰ ۴) ۰/۹۹۸

۵۰ـ در یک کلاس دوره کارشناسی تعداد ۱۰ دانشجوی مرد و ۲۰ دانشجوی زن وجود دارد که نصف هر دو گروه دارای دیپلم ریاضی هستند. اگر از میان آنها فردی انتخاب شود احتمال اینکه هم مرد باشد و هم دارای دیپلم ریاضی چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۱ـ از کیسه‌ای که محتوی ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است، ۲ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه دو مهره همرنگ نباشد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{۶}{۲۵}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱۲}{۲۵}$

۵۲ـ سه کتاب متمایز ریاضی و چهار کتاب متمایز ادبی را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک قفسه قرار داد به طوری که کتاب های ریاضی همواره کنار هم باشند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۷۲۰

۵۳ـ جعبه **A** شامل ۳ مهره سفید رنگ و ۳ مهره سبز رنگ است. جعبه **B** شامل ۶ مهره سفید رنگ و ۵ مهره سبز رنگ است. یک مهره به طور تصادفی از جعبه **A** به جعبه **B** منتقل می‌شود و سپس یک مهره از جعبه **B** به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال این که این مهره به رنگ سبز باشد، برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{۶}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۶}{۱۲}$ ۴) $\frac{۸}{۱۲}$

۵۴ـ سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه هیچ کدام از شماره‌های ظاهر شده یکسان نباشد چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳ و محیط‌زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۲۰}{۲۱۶}$ ۴) $\frac{۳۵}{۲۱۶}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۵ـ از بین دانشجویان فارغ‌التحصیل رشته مدیریت یک دانشگاه، ۳۰ نفر در آزمون رشته مدیریت و ۲۰ نفر در آزمون رشته حسابداری و ۱۰ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده‌اند، چند نفر از این دانشجویان لااقل در یکی از این دو رشته شرکت کرده‌اند؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۵۵ ۴) ۶۰

۵۶ـ در خانواده احتمال داشتن فرزند دختر و پسر مساوی است. احتمال اینکه خانواده‌ای که ۳ فرزند دارد، حداقل یک پسر داشته باشد، چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۶}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) ۱

۵۷ـ گوشت‌های مورد نیاز فروشگاهی به صورت بسته‌های یک کیلویی توسط سه تولیدکننده تأمین می‌شود. اولی ۳۰%، دومی ۵۰% و سومی بقیه گوشت مورد نیاز فروشگاه را تأمین می‌کند. آزمایش نشان داده است که تا به حال همواره به طور متوسط ۴% گوشت تولید کننده اول، ۳% گوشت تولیدی تولیدکننده دوم و ۵% گوشت تولیدی تولید کننده سوم فاسد بوده است.
خریداری یک بسته گوشت را از این فروشگاه خریداری کرده است. احتمال اینکه بسته خریداری شده فاسد باشد چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) %۴۷ ۲) %۳۷ ۳) %۲۸ ۴) %۲۷

۵۸ـ در یک کارگاه سه خط تولید وجود دارد که خط تولید اول ۴۰ درصد ، خط تولید دوم ۳۰ درصد و خط تولید سوم نیز ۳۰ درصد تولید کارخانه را تشکیل می دهند، به طوریکه ۲% محصولات تولید شده در خط اول و ۳% محصولات تولید شده در خط دوم و ۴% محصولات تولید شده در خط سوم نقص دار می‌باشند، به طور تصادفی از محصول تولید شده یک واحد محصول را انتخاب می کنیم، واحد انتخاب شده نقص دار تشخیص داده شده است.
مطلوبست احتمال اینکه این واحد انتخاب شده نقص دار متعلق به خط تولید دوم باشد. (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۳۲۵ ۲) ۰/۳۱۰ ۳) ۰/۳۷۵ ۴) ۰/۳۰۵

۵۹ـ در سه ادارهٔ دولتی جنسیت پرسنل مورد بررسی قرار گرفته و معلوم شده است که در اداره اولی ۲۵%، دومی ۳۵% و سومی ۴۰% از کارکنان زن می‌باشند. بین زنان شاغل در اداره اول، دوم و سوم به ترتیب ۵ درصد، ۴ درصد و ۲درصد درجه دکتری می باشند. به طور تصادفی یک کارمند از بین کارمندان سه اداره انتخاب شده است و معلوم شده که زن و دارای درجه دکتری می‌باشد. احتمال اینکه خانم با درجه دکتری کارمند ادارهٔ دوم باشد چقدر است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) %۳۰ ۲) %۴۵ ۳) %۲۰ ۴) %۴۰

۶۰ـ یک جعبه ۵ مهره قرمز و ۴ مهره سفید دارد. دو مهره به طور متوالی بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. ملاحظه شده که مهره دوم سفید است. احتمال اینکه مهره اول هم سفید باشد چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{۳}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۱۱}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۶۱ـ احتمال وجود نقص در فرایند شکل‌دهی، پخت و لعاب دادن سرامیک‌های تولیدی کارخانه کبیر به ترتیب ۰/۲، ۰/۳، ۰/۱ است. احتمال اینکه سرامیک تولیدی حداقل یک نقص داشته باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۱۷ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۶۲ـ در مراجعه به رئیس هر شرکت تجاری، پرسشگری براساس اینکه عدد تصادفی انتخابی توسط وی فرد باشد این سوال را مطرح می‌کند که آیا در نیمه اول سال متولد شده‌اید و اگر زوج باشد می‌پرسد که مالیات قانونی خویش را پرداخت کرده‌اید؟ وی در مراجعه به ۵۰ شرکت در مجموع ۲۰ پاسخ بله دریافت داشته است. چه نسبتی از شرکت‌ها مالیات قانونی خویش را پرداخت کرده‌اند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۶۳ـ دو تاس را بطور متوالی پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد تاس دوم حداقل ۲ واحد از عدد تاس اول بیشتر باشد، کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۱}{۳۶}$

۶۴ـ دو نفر کارشناس اقتصاد، دو نفر کارشناس حسابداری و دو نفر کارشناس مدیریت به چند طریق می‌توانند دور یک میزگرد بنشینند به‌طوریکه افراد هر گروه مقابل هم قرار گیرند؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۵ـ از ۹ عدد کالای یکسان موجود در یک کارتن، ۳ عدد معیوب است. ۴ کالا به طور تصادفی از بین آنها برداشته می‌شود . با کدام احتمال لااقل سه کالای برداشته شده سالم است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۱}$ ۳) $\frac{۱۷}{۴۲}$ ۴) $\frac{۲۵}{۴۲}$

۶۶ـ در یک خانواده دو فرزندی می‌دانیم که یکی از فرزندان پسر است، با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان دختر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۷ـ با جابجایی ارقام موجود ۱,۱,۲,۲,۳,۳ چند عدد شش رقمی زوج حاصل می‌شود؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

۶۸ـ اطلاعات روبرو مفروض است: $P(B_۱)=۰/۲, P(B_۲)=۰/۳, P(B_۳)=۰/۵$

$P(A\mid B_۱)=۰/۰۲, P(A\mid B_۲)=۰/۰۲, P(A\mid B_۳)=۰/۰۵$

احتمال $P(B_۲\mid A)$ کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۶}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۲}{۳۳}$

۶۹ـ در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۵ مهره سفید وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف (با جایگذاری) از این جعبه انتخاب شود. احتمال اینکه مهره‌ها همرنگ نباشد کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۰۳ ۲) ۰/۰۶ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۳

۷۰ـ در یک کلاس ۴۰ نفری ۱۵ نفر علاقه‌مند به ادامه تحصیل می‌باشند، ۲۰ نفر به ورزش فوتبال علاقه‌مند می‌باشند، ۵ نفر علاقه‌مند به ادامه تحصیل و علاقه‌مند به ورزش فوتبال می‌باشند، یک نفر از افراد این کلاس را به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه این فرد نه علاقه‌مند به ورزش فوتبال و نه علاقه‌مند به ادامه تحصیل باشد چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) %۱۲/۵ ۲) %۲۵ ۳) %۳۷/۵ ۴) %۷۵

۷۱ـ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده متوالی هم نیستند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۸}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۷۲ـ در یک مؤسسه احتمال موفقیت با روش جدید آموزش ۶۰ درصد و احتمال هزینه این روش نابیشتر از بودجه پیش‌بینی شده ۵۰ درصد و احتمال تحقق هر دو هدف ۳۵ درصد است. با کدام احتمال، لااقل به یکی از این دو هدف می‌رسیم؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۶۵ ۲) ۰/۷۰ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۸۵

۷۳ـ از بین ۶ کارمند کارشناسی ارشد، ۹ کارمند کارشناسی به چند طریق می‌توان گروه‌های ۵ نفری تشکیل داد به طوری که همواره رئیس گروه از کارشناسی ارشد باشد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۳۰۰۶ ۲) ۳۶۰۶ ۳) ۶۰۰۶ ۴) ۶۰۳۶

۷۴ـ نوعی داروی گیاهی به ۱۰۰ نفر تجویز شده در ۶۰ مورد مفید بوده است. اگر از این نوع دارو به ۵ نفر تجویز شود احتمال اینکه فقط در ۳ مورد مفید باشد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۳۴۵۶ ۲) ۰/۳۵۶۴ ۳) ۰/۳۶۵۴ ۴) ۰/۴۳۵۶

۷۵ـ ظرفی شامل چهار مهره سفید ($w=۴$) و پنج مهره قرمز ($R=۵$) و شش مهره آبی ($B=۶$) می‌باشد. اگر سه مهره به تصادف و با جایگزینی انتخاب شوند احتمال این که اولی سفید، دومی قرمز و سومی آبی باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۸}{۲۲۵}$ ۲) $\frac{۲۴}{۲۲۵}$ ۳) $\frac{۱۲۰}{۲۲۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۶ـ ظرفی شامل ۲۰ تخم مرغ می‌باشد که ۵ عدد آنها فاسد است. اگر به طور تصادفی و بدون جایگزینی سه تخم مرغ را انتخاب نماییم احتمال اینکه هر سه تخم مرغ فاسد باشند برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۱۲۵}{۸۰۰}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۶۰۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۱۴}$ ۴) $\frac{۱۵}{۸۰۰}$

۷۷ـ ظرفی شامل هفت مهره سفید و پنج مهره قرمز می‌باشد اگر به روش بدون جایگزینی نمونه‌ای متشکل از ۵ مهره را برگزینیم احتمال این که سه مهره سفید باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۷۷ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۴۴ ۴) ۰/۵

۷۸ـ اگر A و B حوادث مستقل از هم باشند و $P(A)=۰/۳, P(B)=۰/۵, P(A\cup B)$ عبارتست از: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۶۵ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۸۰

۷۹ـ کدامیک از عبارت زیر همیشه صحیح است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) $-۱\le P(E_i)\le ۱$ ۲) $P(A)=۱-P(A^c)$ ۳) $P(A)+P(B)=۱$ ۴) $P(A/B)=P(B/A)$

۸۰ـ اگر A,B دو حادثه مستقل از هم باشند و $P(A)=۰/۵$ و $P(B)=۰/۶۵$ باشد، بنابراین $P(A/B)$ برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۰۳۲۵ ۳) ۰/۶۵ ۴) ۰/۸

۸۱ـ اگر $P(A)=۰/۵, P(B)=۰/۶$ و $P(A\cap B)=۰/۳$ باشند، A,B حوادث: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) ناسازگارند ۲) وابسته بهم می‌باشند. ۳) مستقل از هم هستند. ۴) مکمل هم هستند.

۸۲ـ در یک سازمانی که از پنج اداره تشکیل شده است، برای انتخاب هیئت مدیره آن از بین ۵ رئیس اداره A,B,C,D,E ۳ نفر را باید انتخاب کنند. با فرض هم احتمال بودن همه آن‌ها، احتمال اینکه ۳ نفر انتخاب شده B,D,E باشند چیست؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) $P=\frac{۶}{۱۲۵}$ ۲) $P=\frac{۱}{۱۲۵}$ ۳) $P=\frac{۳}{۵}$ ۴) $P=\frac{۱}{۱۰}$

۸۳ـ از کیسه‌ای که شامل ۵ گلوله قرمز و ۶ گلوله رنگ دیگر است، پشت سر هم $n=۵$ گلوله را به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه بین گلوله‌های انتخاب شده ۲ گلوله یا ۳ گلوله قرمز وجود داشته باشد چیست؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۷۵۷۶ ۲) ۰/۶۱۶۴ ۳) ۰/۸۲۲۱ ۴) ۰/۵۷۷۶

۸۴ـ برای شرکت در سمیناری، از ۴ سازمان کارمندان شرکت می‌کنند. به طوری که ۰/۲۰ آن‌ها به سازمان اول، ۰/۳۰ به سازمان دوم، ۰/۲۸ به سازمان سوم و ۰/۲۲ به سازمان چهارم متعلق می‌باشند. از طرفی ۰/۷ از کارمندان سازمان اول، ۰/۵ از دوم، ۰/۵ از سوم و ۰/۴ از چهارم مرد می‌باشند. از بین شرکت کننده‌های سمینار به طور تصادفی یک نفر را انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه آن مرد باشد چیست؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۴۸۲ ۲) ۰/۵۱۸ ۳) ۰/۷۶۱ ۴) ۰/۵۴۹

۸۵ـ از مجموع $A=\{۱۱,۱۲,...,۲۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد یک عدد اول باشد چقدر است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۴۰}{۹۰}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

۸۶ـ فرض کنید $P(E)=۰/۷$, $P(F)=۰/۶$ و حوادث F, E مستقل باشند. آنگاه $P(E'\cup F)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۵۸ ۴) ۰/۷۲

۸۷ـ در پنج بار پرتاب یک سکه سالم، در چند حالت می‌توان دو شیر را مشاهده کرد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۸۸ـ شخصی در جیب خود سه سکه دارد که دو تای آن معمولی و دیگری هر دو روی آن خط است، یکی از سکه‌ها را به تصادف از جیب خود در آورده و پرتاب می‌کند. نتیجه خط است. احتمال اینکه هر دو روی سکه خط باشد. چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۹ـ پنج رقم ۲، ۲، ۱، ۱، ۱، را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم احتمال اینکه عدد پنج رقمی حاصل زوج باشد، کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۹۰ـ در یک جعبه تعداد ۱۰ قطعه مشابه موجود است که ۳ قطعه معیوب است. نمونه‌ای دو تایی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه هر دو قطعه انتخابی معیوب باشد چیست؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۶}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴۷}{۹۰}$

۹۱ـ در کارخانه‌ای ۳ بخش تولیدی وجود دارد. احتمال اینکه بخش اول کالای غیراستاندارد تولید کند ۱۰% بخش دوم ۵۰% و بخش سوم ۱۰% است. تولیدات این بخشها به ترتیب ۴۰%،۵۰%،۱۰% می‌باشد احتمال اینکه یک کالای غیراستاندارد از تولیدات بخش دوم باشد، چقدر است؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۲ـ در کیسه‌ای چهار مهره سفید و شش مهره قرمز وجود دارد، مهره‌ای از کیسه بیرون می‌آوریم و بدون نگاه کردن به رنگ آن، آن را کنار می‌گذاریم، مهره دومی بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۳}{۹}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۴}{۱۰}$

۹۳ـ ۱۰۰ نفر که سن آنها در ۴۰ سال است به تصادف انتخاب و آنها را معاینه نموده، جدول زیر حاصل شده است. به شرط ناسالم بودن فرد، احتمال اینکه او سیگاری باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

	سالم	ناسالم
سیگاری	۸	۴۳
غیرسیگاری	۴۲	۷

۱) ۰/۵۴ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۴۶ ۴) ۰/۸۶

۹۴ـ در کارخانه‌ای ۳ بخش تولیدی وجود دارد. احتمال اینکه بخش اول کالای غیراستاندارد تولید کند ۱۰% بخش دوم ۵۰% و بخش سوم ۱۰% است. تولیدات این بخشها به ترتیب ۴۰%،۵۰%،۱۰% می‌باشد احتمال اینکه یک کالای غیراستاندارد از تولیدات بخش دوم باشد، چقدر است؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۵ـ به چند طریق می‌توان ۵ گلوله قرمز یکسان، ۳ گلوله سفید یکسان و ۴ گلوله سیاه یکسان را در یک ردیف قرار داد؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $۱۲!$ ۲) $۵!\times۳!\times۴!$ ۳) $\frac{۱۲!}{۵!۳!۴!}$ ۴) $\frac{۱۲!}{۵!\times۴!}\times۳!$

۹۶ـ از محصولات دو کارخانه متمایز به ترتیب ۲۰ درصد و ۳۰ درصد کالای تولید شده تاریخ تولید ندارند، اگر از هر محصول این دو، یک کالا انتخاب کنیم با کدام احتمال لااقل یکی از کالاها تاریخ تولید دارد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۸۶ ۲) ۰/۹۲ ۳) ۰/۹۴ ۴) ۰/۹۶

۹۷ـ سه دستگاه متمایز به ترتیب ۳۰ درصد، ۵۰ درصد و ۲۰ درصد محصولات کارگاهی را تولید می‌کنند. درصد محصولات معیوب این سه دستگاه به ترتیب ۴ و ۳ و ۲ می‌باشد. اگر یکی از محصولات این کارگاه به تصادف انتخاب شود با کدام احتمال این محصول سالم است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۹۲۵ ۲) ۰/۹۵۲ ۳) ۰/۹۶۹ ۴) ۰/۹۷۹

۹۸ـ به چند طر یق حروف کلمه ABADAN را بدون توجه به مفهوم آن به‌صورت ۴ تایی در یک ردیف کنار هم می‌توان قرار داد؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۴۸ ۲) ۵۶ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۹ـ اگر $P(A)=0/2$ و $P(B)=0/4$ و $P(A\cap B)=0/04$ باشد آنگاه رویدادهای A و B: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) وابسته‌اند. ۲) مکمل‌اند. ۳) ناسازگارند. ۴) مستقل‌اند.

۱۰۰ـ در جامعه‌ای احتمال حوادث به صورت روبرو بدست آمده است: $P(A)=0/4, P(B)=0/5, P(A\cup B)=0/6$

احتمال حادثه A به شرط حادثه B کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/6$ ۲) $0/75$ ۳) $0/2$ ۴) $0/3$

۱۰۱ـ در ساختن یک نوع کالا، ۱۰ درصد آنها معیوب هستند، سه واحد محصول را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه حداقل یکی از آنها سالم باشد چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/91$ ۲) $0/001$ ۳) $0/999$ ۴) $0/09$

۱۰۲ـ در یک دانشکده ۶۰% دانشجویان پسر و ۴۰% دخترند. ۲۵% دانشجویان پسر و ۱۰% دانشجویان دختر درس آمار گرفته‌اند. اگر دانشجویی که به تصادف انتخاب شده است درس آمار را گرفته باشد، احتمال اینکه این دانشجو پسر باشد چقدر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/60$ ۲) $0/25$ ۳) $0/78$ ۴) $0/80$

۱۰۳ـ اگر A و B دو حادثه مستقل از هم باشند و $P(A)=0/5$ و $P(B)=0/65$ باشد، $P(A/B)$ برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/05$ ۲) $0/0325$ ۳) $0/65$ ۴) $0/8$

۱۰۴ـ چهار غرفه در یک فروشگاه که مستقل از هم کار می‌کنند از نظر تعداد خریدار روزانه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. احتمال اینکه در طول یک روز مشتری به غرفه اول مراجعه کند $0/6$، این احتمال برای غرفه‌های دوم و سوم و چهارم به ترتیب $0/9$، $0/8$ و $0/7$ می‌باشد. احتمال اینکه در طول یک روز اقلاً یکی از غرفه‌ها مشتری داشته باشد چقدر است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/0024$ ۲) $0/9976$ ۳) $0/90$ ۴) $0/050$

۱۰۵ـ مسافر برای خرید بلیط می‌تواند به یکی از ۳ گیشه ایستگاه راه‌آهن مراجعه نماید. احتمال اینکه او به گیشه اول مراجعه نماید. مساوی است با $\frac{1}{2}$، به گیشه دوم مراجعه نماید مساوی است با $\frac{1}{3}$ و به گیشه سوم مراجعه نماید مساوی با $\frac{1}{6}$ است. احتمال اینکه بلیط در گیشه وجود نداشته باشد به ترتیب برای گیشه اول $\frac{1}{5}$، گیشه دوم $\frac{1}{6}$ و گیشه سوم $\frac{1}{8}$ می‌باشد. مسافر به یکی از گیشه‌ها مراجعه کرده و بلیط خریده است. احتمال اینکه مسافر به گیشه اول مراجعه کرده باشد چیست؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/812$ ۲) $0/204$ ۳) $0/001$ ۴) $0/589$

۱۰۶ـ در یک جعبه تعداد ۱۰ قطعه مشابه موجود است که ۳ قطعه معیوب است. نمونه‌ای دوتایی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه هر دو قطعه انتخابی معیوب باشد چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{6}{15}$ ۲) $\frac{1}{15}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{47}{90}$

۱۰۷ـ یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم احتمال آنکه مجموع اعداد ظاهر شده برابر ۶ یا ۱۲ باشد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۸ـ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشد حاصل $1-P(A')-P(A\cap B)$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۵)

۱) $P(B)$ ۲) $P(B')$ ۳) $P(A\cap B')$ ۴) $P(A'\cap B)$

۱۰۹ـ از میان ۶ زوج متأهل دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال اینکه این دو نفر زن و شوهر باشند کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{1}{11}$ ۲) $\frac{1}{7}$ ۳) $\frac{1}{13}$ ۴) $\frac{3}{11}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۰ـ تعداد دانشجویان کلاس A دو برابر دانشجویان کلاس B است و نسبت دختران در این دو کلاس به ترتیب ۰/۴ و ۰/۶ است. اگـر دختـری بـه تصادف از این دو کلاس انتخاب شود، احتمال اینکه متعلق به کلاس A باشد چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۵۷ ۴) ۰/۸۶

۱۱۱ـ اعداد ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ بر روی ۶ مهره یکسان نوشته شده‌اند، اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم با کدام احتمال مجمـوع اعـداد ایـن دو مهـره مضرب ۳ خواهد بود؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۱۵}$

۱۱۲ـ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد، با کدام احتمال تعداد دفعات پرتاب شده فرد است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۱۱}$ ۴) $\frac{۶}{۱۱}$

۱۱۳ـ دستگاه فشارسنج در ۹۰% اوقات روزهای بارانی را درست پیش‌بینی می‌کند. همچنین در ۷۰% موارد روزهای آفتابی را درست پیش‌بینـی می‌کند. می‌دانیم در یک شهر ۴۰% روزها هوا بارانی است فرض کنید دستگاه فشارسنج روز شنبه را بارانی پیش‌بینی کند. احتمال اینکـه واقعـاً بـاران ببارد چقدر خواهد بود؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴۰% ۲) ۹۰% ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۱۴ـ در یک جنگل کوچک ۵۰ درخت وجود دارد به‌طوری که ۱۲ درخت سرو، ۸ درخت صنوبر، ۴ درخت کاج و بقیه درخت اقاقیـا، ۴ درخـت را بـه تصادف بریده‌ایم احتمال اینکه دقیقاً ۲ درخت سرو و ۲ درخت کاج باشد چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۴}{۵۰}$ ۲) $\frac{۲}{۱۲}\times\frac{۲}{۴}$ ۳) $\frac{۱۲}{۵۰}\times\frac{۴}{۵۰}$ ۴) $\frac{۳۹۶}{\binom{۵۰}{۴}}$

۱۱۵ـ به چند طریق می‌توان ۹ مجسمه متمایز را در ۴ بوستان قرار داد به طوری که در بوستان بزرگتر سه مجسمه و در هر یک از بوستان‌های دیگـر ۲ مجسمه قرار داده شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۷۶۵۰ ۲) ۷۵۶۰ ۳) ۶۷۵۰ ۴) ۶۵۷۰

۱۱۶ـ در یک تاس ناسالم احتمال آمدن هر عدد متناسب با خود آن عدد است. در پرتاب این تاس احتمال ظاهر شدن عدد زوج کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۷}{۱۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

۱۱۷ـ ارقام ۳، ۲، ۲، ۱ و ۱ را تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال سه رقم متوالی به ترتیب صعودی، در عدد ۵ رقمی حاصل دیده می‌شوند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۱۸ـ به چند طریق می‌توان فقط به ۱۰ پرسش از ۱۲ پرسش داده شده پاسخ داد به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول اجباری باشد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۵۶ ۲) ۶۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۰

۱۱۹ـ ۳۰ درصد مراجعین به یک بیمارستان مبتلا به بیماری نوع A و ۲۰ درصد مبتلا به بیماری نوع B و ۵۰ درصد مبتلا به بیماری نوع C می‌باشـند احتمال معالجه کامل این بیماران به ترتیب ۰/۶ و ۰/۴ و ۰/۳ است. بیماری از بیمارستان مرخص می‌شود احتمال سالم بودن وی چقدر است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۴۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۰ـ به چند طریق می‌توان ۸ کارمند را در ۲ اتاق ۳ نفره و یک اتاق دو نفره جا داد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۵۶۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۵۲۰ ۴) ۵۸۰

۱۲۱ـ ۳۰ درصد مراجعین به یک بیمارستان مبتلا به بیماری نوع A و ۲۰ درصد مراجعین مبتلا به بیماری نوع B و ۵۰ درصد مبتلا بـه بیمـاری نـوع C می‌باشند احتمال معالجه کامل این بیماران به ترتیب ۰/۶ و ۰/۴ و ۰/۳ است. بیماری از بیمارستان مرخص می‌شود احتمال سالم بودن وی چقدر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۴۱ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۰/۱۵

۱۲۲ـ در یک جعبه ۶۰ عدد ترانزیستور وجود دارد که ۶ تای آنها نامرغوب است. اگر به تصادف ۴ ترانزیستور از جعبه خارج کنیم. احتمال ایـن کـه همه آن‌ها نامرغوب باشد چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) $(۰/۱)^۴$ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۹\times۲۹\times۵۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۲۳ـ در یک مسابقه دوچرخه‌سواری ۴۳ دوچرخه سوار قرار است در یک جاده کمربندی دور شهری مسابقه دهند، در چند مورد یا حالت دوچرخـه سواران می‌توانند مقام اول، دوم و سوم را کسب نمایند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۲۹ ۲) ۱۷۶۳ ۳) ۱۲۳۴۱ ۴) ۷۴۰۴۶

۱۲۴ـ در پرتاب دو سکه سالم به هوا احتمال حصول حداقل یک شیر (Head) چند است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۲۵ـ ظرفی شامل ۴ مهره سفید و n مهره سیاه است $(n>۱)$. دو مهره پی در پی بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. n چقدر باشد تا احتمال اینکـه مهره اول سفید و مهره دوم سیاه باشد، برابر $\frac{۱}{۵}$ شود؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۲

۱۲۶ـ اگر $P(A_۱)=۰/۴,\ P(A_۲)=۰/۶,\ P(B|A_۱)=۰/۲,\ P(B|A_۲)=۰/۰۵$ باشد، احتمال $P(A_۱|B)$ عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۷۲ ۲) ۰/۲۷ ۳) ۰/۱۱ ۴) ۰/۰۳

۱۲۷ـ ارقام ۳، ۳، ۲، ۲، ۱ و ۱، به تصادف کنار هم قرار می‌گیرند، با کدام احتمال بین هر دو رقم یکسان دو رقم متمایز قرار می‌گیرند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۸}$

۱۲۸ـ در یک آزمایش مهارت احتمال موفقیت دو نفر به ترتیب $\frac{۳}{۵},\frac{۱}{۲}$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آن دو موفق می‌شوند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۱۲۹ـ ۵ تیم دو نفره بدمینتون در یک مسابقه شرکت می‌کنند. فرض کنید این افراد قرار است دور یک میز طوری قرار بگیرند که نفرات هـر تـیم در کنار هم قرار داشته باشند، این افراد به چند طریق می‌توانند دور این میز قرار بگیرند؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $۴!\times۲^۴$ ۲) $۴!\times۲^۵$ ۳) $۵!\times۲^۴$ ۴) $۵!\times۲^۵$

۱۳۰ـ در یک کارخانه قرار است یک نفر استخدام شود. ۴۰% افراد مراجعه کننده حداقل مدرک کارشناسی دارند، ۶۰% از افـراد مراجعـه کننـده سابقه شغل قبلی دارند، ۱۵% از افراد مراجعه کننده حداقل مدرک کارشناسی داشته و سابقه شغل قبلی نیز دارند. احتمال اینکه فـردی کـه اسـتخدام می‌شود قبلاً سابقه شغل نداشته باشد و حداقل مدرک کارشناسی داشته باشد چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) %۱۵ ۲) %۲۰ ۳) %۲۵ ۴) %۶۰

۱۳۱ـ در کیسه A، ۴ مهره سفید و ۶ مهره آبی و در کیسه B، ۷ مهره سفید و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تصادف از یکی ازدو کیسه، مهره‌ای بیـرون آورده شده و کنار گذاشته می‌شود، (بدون نگاه کردن به رنگ آن) مهره دومی را بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه این مهره سفید باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۴}{۲۰}$ ۲) $\frac{۷}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۵}{۳۹}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۲ـ در یک سالن ورزشی ۴۰ نفر ورزشکار وجود دارند که ۱۰ نفر در حال انجام ورزش والیبال، ۲۵ نفر در حال انجام ورزش فوتبال و بقیه در حال انجام ورزش بسکتبال هستند می‌خواهیم که کمیته ۱۰ نفری انتخاب کنیم به‌طوری که ۳ نفر از تیم والیبال، ۵ نفر از تیم فوتبال و بقیه بسکتبال باشند، احتمال این رویداد کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{\binom{10}{3}\binom{25}{5}\binom{5}{2}}{\binom{40}{10}}$ ۲) $\frac{\binom{10}{3}\binom{25}{5}\binom{5}{2}}{40^{10}}$ ۳) $\frac{10!\,25!\,5!}{40^{10}}$ ۴) $\frac{10!\,25!\,5!}{\binom{40}{10}}$

۱۳۳ـ از بین حروف کلمه MANAGEMENT به چند طریق می‌توان سه حرف انتخاب کرد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۳۰ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۱۳۴ـ از حروف کلمه OPERATOR به چند طریق می‌توان ۴ حرف کنار گذاشت؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۳۲ ۲) ۳۶ ۳) ۷۰ ۴) ۷۲

۱۳۵ـ شش نفر کارمند را به طور تصادفی در اتاق‌های ۱ نفره، ۲ نفره و ۳ نفره جای می‌دهیم. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر در یک اتاق جای می‌گیرند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{12}$ ۳) $\frac{2}{15}$ ۴) $\frac{4}{15}$

۱۳۶ـ سه ماشین A، B و C به ترتیب ۵۰، ۳۵ و ۱۵ درصد محصولات کارخانه‌ای را تولید می‌کنند. محصولات آن‌ها به ترتیب ۲، ۱ و ۳ درصد معیوب هستند. از میان محصولات این کارخانه یک محصول به تصادف انتخاب می‌کنیم، اگر این محصول معیوب باشد با کدام احتمال با ماشین C تولید شده است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۱۳۷ـ هر یک از ارقام ۵، ۳، ۲، ۱ را بر روی ۴ گوی یکسان نوشته و در ظرفی ریخته‌ایم. به تصادف یک گوی خارج کرده و با ثبت شماره آن دوباره به ظرف بر می‌گردانیم با تکرار این عمل در سه بار متوالی به ترتیب ارقام عدد سه رقمی حاصل می شود، با کدام احتمال در این عدد سه رقمی لااقل یک بار عدد ۲ وجود دارد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{37}{64}$ ۲) $\frac{27}{64}$ ۳) $\frac{17}{32}$ ۴) $\frac{13}{32}$

۱۳۸ـ در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک مهره از ظرف خارج کرده و مهره‌ای با رنگ دیگر به داخل ظرف می‌اندازیم، بار دوم مهره دیگری از ظرف خارج می‌کنیم، اگر هر دو مهره خارج شده همرنگ باشند با کدام احتمال هر دو سفید هستند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{5}{16}$

۱۳۹ـ اگر A و B مستقل، $P(A)=0/3$ ، $P(A\cap B)=0/06$ باشد، $P(A\cup B)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۰۱۸ ۲) ۰/۴۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۵۶

۱۴۰ـ در بازرسی نشان داده شده است که ۹۶ درصد یک کالا بر طبق استاندارد می‌باشد. یک بازرس ساده، کالای استاندارد را با احتمال ۹۵ درصد مرغوب تشخیص می‌دهد و محصول غیر استاندارد را با احتمال ۸ درصد مرغوب تشخیص می‌دهد. احتمال اینکه کالای بازرسی شده (بازرسی گذشته) استاندارد تشخیص داده شود، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۹۱۸ ۲) ۰/۹۹۶ ۳) ۰/۹۲۳ ۴) ۰/۸۹۰

۱۴۱ـ شش نفر کارشناس مدیریت را به چند طریق می‌توان به ۳ شهر اعزام کرد به طوری که تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۶۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۲ـ شش نفر دانشجو که دو نفر آنان از گروه مدیریت، دو نفر از گروه حسابداری و دو نفر دیگر از گروه آمار می‌باشند دور یک میزگرد می‌نشینند. با کدام احتمال افراد هم گروه کاملاً مقابل هم قرار می‌گیرند؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۴۳ـ در ظرف اوّل ۱ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوّم ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. به تصادف یک مهره از ظرف اوّل برداشته بدون رویت در ظرف دوّم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف دوّم دو مهره با هم خارج می‌کنیم، با کدام احتمال هر دو مهره خارج شده سفید است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۳۶

۱۴۴ـ در یک رمز عبور شش رقمی بدون صفر با کدام احتمال دقیقاً سه رقم مضرب ۳ و یک رقم مضرب ۴ می‌باشد؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۳۲۰}{۸۱\times۸۱}$ ۲) $\frac{۶۴۰}{۸۱\times۸۱}$ ۳) $\frac{۸۰}{۲۷\times۲۷}$ ۴) $\frac{۱۶۰}{۲۷\times۲۷}$

۱۴۵ـ از ۱۰ پست در یک اداره، می‌خواهند ۳ پست را به علت کمی مراجعه‌کننده حذف کنند. احتمال اینکه پست به خصوصی حذف نشود، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۷}{۱۰}$ ۳) $\frac{۳}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۱۰}$

۱۴۶ـ اگر $A\cup B$ برابر فضای نمونه، $P(A)=۰/۷$ و $P(B)=۰/۶$ باشد، مقدار $P(B-A')$ چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴۲ ۴) ۰/۷

۱۴۷ـ احتمال وجود سفره‌ی زیرزمینی نفتی در مناطق مختلف یک استان ۰/۴ است. احتمال برخورد چاه حفر شده به نفت حتی در حالت وجود سفره نفتی تنها ۰/۳ است. اگر یک چاه در این استان به تصادف حفر شود، احتمال عدم برخورد آن به نفت چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۲۸ ۳) ۰/۳۰ ۴) ۰/۸۸

۱۴۸ـ با حرف کلمه APPLICATION به چند طریق می‌توان یک رمز عبوری سه حرفی ساخت؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۷۸ ۳) ۳۹۹ ۴) ۴۲۰

۱۴۹ـ در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک مهره از ظرف خارج کرده و مهره‌ای با رنگ دیگر با داخل ظرف می‌اندازیم، بار دوم مهره دیگری از ظرف خارج می‌کنیم، اگر هر دو مهره‌ی خارج شده هم رنگ باشند با کدام احتمال هر دو سفید هستند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۱۶}$

۱۵۰ـ فرض کنید از یک کلاسی که شامل ۲۰ دانشجو باشد (۱۲ پسر و ۸ دختر) یک کمیته ۵ نفری که شامل ۳ دانشجوی دختر و ۲ دانشجوی پسر می‌باشد، انتخاب نماییم. احتمال چنین پیشامدی کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{\binom{۱۲}{۲}\binom{۸}{۳}}{\binom{۲۰}{۵}}$ ۲) $\frac{۱۲!۸!}{۲!۲۰!۳!}$ ۳) $\binom{۲۰}{۵}\left(\frac{۱۲}{۲۰}\right)^۲\left(\frac{۸}{۲۰}\right)^۳$ ۴) $\binom{۲۰}{۵}\left(\frac{۳}{۸}\right)^۳\left(\frac{۲}{۱۲}\right)^۲$

۱۵۱ـ در کیسه اول ۴ مهره قرمز، ۲ مهره سفید و ۴ مهره آبی وجود دارد و در کیسه دوم ۳ مهره قرمز، ۶ مهره سفید و ۱ مهره آبی وجود دارد. از یکی از کیسه‌ها به تصادفی مهره‌ای بیرون می‌آوریم، احتمال این‌که مهره سفید باشد، کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۱۰}$ ۲) $\frac{۴}{۱۰}$ ۳) $\frac{۶}{۱۰}$ ۴) $\frac{۸}{۱۰}$

۱۵۲ـ در یک کارخانه ۱۰۰ نفر شاغل هستند که ۵۶ نفر سابقه شغلی بیش از ۵ سال در این کارخانه دارند. همچنین ۴۴ نفر قبلاً در جایی دیگر نیز کار کرده‌اند، همچنین ۱۵ نفر سابقه شغلی بیش از ۵ سال در این کارخانه دارند و قبلاً نیز در جایی دیگر کار کرده‌اند فردی را به تصادف از میان ۱۰۰ نفر انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که سابقه شغلی بیش از ۵ سال نداشته باشد و قبلاً نیز در جایی دیگر کار کرده باشد، کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۵۶}{۱۰۰}$ ۲) $\frac{۴۴}{۱۰۰}$ ۳) $\frac{۲۹}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۱۵}{۱۰}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۳ـ در کارخانه‌ای دو دستگاه مستقل از هم کار می‌کنند. احتمال آنکه هر یک از این دو دستگاه درست کار کند برابر ۰/۴ است. احتمال آنکه هر دو کار کنند(درست کار کنند)، چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۸

۱۵۴ـ در جعبه A، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه قرار دارد. از هر یک از این دو جعبه یک مهره بیرون می‌کشیم، احتمال آنکه همرنگ باشند، کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{۱۵}{۳۵}$ ۲) $\frac{۱۲}{۳۵}$ ۳) $\frac{۶}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۸}{۳۵}$

۱۵۵ـ اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، مقدار $P(A\cap B)$ کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) $P(A)+P(B)-P(A\cup B)$ ۲) $P(A).P(B)$ ۳) $P(A)+P(B)$ ۴) $P(A).P(B)-P(A\cup B)$

۱۵۶ـ مفهوم «احتمال» کدامیک از گزاره‌های زیر می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) احتمال نسبت تعداد حالات مساعد در آزمایش بر تعداد حالات نامساعد حادثه در آزمایش گویند.

۲) اندازه امکان وقوع حادثه را احتمال گویند.

۳) احتمال عبارت است از شانس وقوع چیزی

۴) نسبت تعداد حالات کل ممکن به تعداد حالات مساعد را احتمال گویند.

۱۵۷ـ در موسسه تولیدی دو خط تولیدی مشابه وجود دارد که به ترتیب ۴۰ درصد و ۶۰ درصد کل تولید توسط آنها انجام می‌گیرد. آزمایش‌ها نشان داده است که ۳ درصد از محصول خط اول و ۴ درصد محلو خط دوم معیوب هستند. اگر یک واحد محصول به طور تصادفی انتخاب شود و آن محصول معیوب باشد، احتمال اینکه این واحد محصول از خط دوم انتخاب شده باشد چیست؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۳۳۳ ۲) ۰/۶۶۷ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۷۵

۱۵۸ـ در پرتاب همزمان یک سکه و یک تاس، احتمال آمدن ۵ به شرط ظاهر شدن شیر روی سکه برابر است با: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۱۵۹ـ در یک جامعه درصد گروه خونی نوع O, AB, B, A به ترتیب ۳۰, ۱۰, ۲۰, ۴۰ می‌باشد. اگر دو فرد از این جامعه انتخاب شوند با کدام احتمال فقط گروه خونی یکی از نوع A است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۴۸ ۴) ۰/۶۴

۱۶۰ـ محصول کارخانه‌ای از دو نوع ماشین A و B برحسب کیفیت خوب و متوسط مطابق جدول زیر تقسیم شده است. احتمال اینکه محصول متوسطی از این کارخانه از نوع B باشد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

نوع ماشین / نوع محصول	متوسط	خوب
A	۰/۲	۰/۳
B	۰/۳	۰/۲

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۱۶۱ـ با حروف کلمه "SUCCESS" چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱۴۱ ۲) ۱۲۴ ۳) ۱۱۴ ۴) ۱۴۲

۱۶۲ـ هر یک از ارقام ۱,۲,۳,۴,۵,۶ را بر روی شش کارت باریک نوشته به‌طور تصادفی در کنار هم قرار می‌دهیم تا عدد شش رقمی حاصل شود. با کدام احتمال عدد حاصل مضرب ۶ یا مضرب ۵ می‌باشد؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۳ـ سه کارگر A، B و C به‌ترتیب ۴۰ درصد، ۳۶ درصد و ۲۴ درصد ظروف سرامیک فروشگاهی را تولید مـی‌کننـد. درصـد صـنایع دسـتی معیوب این کارگران به ترتیب ۳، ۲ و ۱ می‌باشد. اگر یک ظرف تولیدی معیوب باشد، با کدام احتمال این ظرف معیوب را کارگر C تولید کرده است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۱۶۴ـ سه کتاب ریاضی و چهار کتاب اقتصاد را در یک ردیف کنار هم قرار می‌دهیم. احتمال اینکه کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های اقتصاد نیـز کنار هم قرار بگیرند، برابر است با:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۲}{۳۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱۲}{۷!}$ ۴) $\frac{۱}{۶!}$

۱۶۵ـ با حروف کلمه STANDARD چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۵۷۶ ۲) ۶۰۶ ۳) ۵۹۶ ۴) ۶۱۲

۱۶۶ـ از محصولات تولیدی یک کارخانه ۴۵ درصد تاریخ مصرف ندارند، ۳۰ درصد برچسب قیمت ندارند و ۲۵ درصد نه تاریخ مصرف دارند و نه برچسب قیمت، ۴ درصد کل محصول معیوب است. اگر کالایی از بین آنها انتخاب شود، با کدام احتمال این کالا تارخی مصرف و برچسب قیمت دارد و سالم است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۵۰ ۳) ۰/۴۸ ۴) ۰/۵۴

۱۶۷ـ هفت مجسمه متمایز را به چند طریف می‌توان در سه پارک مورد نظر به تعداد ۲ و ۲ و ۳ مجسمه قرار داد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۸۴ ۲) ۱۶۸ ۳) ۱۰۵ ۴) ۲۱۰

۱۶۸ـ از ظرفی که دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است، ۳ مهره بیرون می‌آوریم. اگر فقط دو مهره از آنها همرنگ باشند، با کدام احتمال ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه خارج شده‌اند؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

۱۶۹ـ شخصی در سه امتحان پی‌درپی شرکت می‌کند. احتمال قبولی وی در امتحان اول ۰/۶ و احتمال قبولی وی در امتحانات بعدی به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی به ترتیب ۰/۶ یا ۰/۳ است، شرط پذیرش، قبولی حداقل در دو امتحان است، احتمال پذیرش وی کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۴۰۵ ۲) ۰/۴۹۶ ۳) ۰/۵۰۴ ۴) ۰/۵۱۲

۱۷۰ـ با استفاده از جدول زیر $P(A \mid D)$ برابر است با:

(حسابداری ـ آزاد ۸۹)

	A	B
C	۲	۱
D	۳	۵

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۱۱}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۷۱ـ اگر A و B مستقل و $P(A)=۰/۳$ و $P(A\cap B)=۰/۰۶$ باشد، $P(A\cup B)$ برابر است با:

(حسابداری ـ آزاد ۸۹)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۵۶ ۳) ۰/۴۴ ۴) ۰/۰۱۸

۱۷۲ـ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A)=۰/۲$ و $P(B)=۰/۲۲$ و $P(B \mid A)=۰/۷$ باشد آنگـاه $P(B' \mid A')$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۶۴ ۲) ۰/۷۲ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۰/۹۰

۱۷۳ـ با حروف کلمه «APPLICATION» رمز عبور ۴ حرفی می‌سازیم. در چند رمز آن ممکن است حروف تکراری باشد؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۷۲۰ ۲) ۷ ۳) ۷۶۵ ۴) ۷۷۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۴ـ مسئول یک تیم فوتبال می‌داند که احتمال بارندگی ۳۰ درصد است و خطر مصدوم شدن یک بازیکن در زمین خیس ۶۰ درصد بیشتر از زمین معمولی است. اگر خطر مصدوم شدن یک بازیکن در زمین خیس ۰/۲۴ باشد، با کدام احتمال بازیکن مصدوم می‌شود؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۱۵۴ ۲) ۰/۱۶۸ ۳) ۰/۱۷۷ ۴) ۰/۱۸۳

۱۷۵ـ به چند طریق ۱۰ نفر می‌توانند برای بازی والیبال به دو گروه مساوی تقسیم شوند؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۱۶۸ ۲) ۲۵۲ ۳) ۱۲۶ ۴) ۵۰۴

۱۷۶ـ فرض کنید $P(A)=0/3$، $P(B)=0/4$ و $P(A\cap B')=0/1$ آنگاه $P(A\cup B')$ چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴

۱۷۷ـ دو نفر تیرانداز به طور مستقل از یکدیگر به یک هدف تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه نفر اول به هدف بزند مساوی ۰/۷ و احتمال به هدف خوردن تیر دومی برابر ۰/۹ است. احتمال اینکه حداقل یکی از آن‌ها به هدف بزنند چیست؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۲)

۱) ۰/۵۰ ۲) ۰/۹۷ ۳) ۰/۸۵ ۴) ۰/۶۵

۱۷۸ـ مصرف آب در شهری دارای توزیع ناشناخته با میانگین ۴۰۰ هزار متر مکعب در هر روز است. این احتمال که مصرف آب در این شهر در یکی از روزهای آینده حداقل ۵۰۰ هزار متر مکعب باشد، کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۳)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

۱۷۹ـ به طور متوسط از هر ۱۰۰۰ کالای تولیدی کارخانه‌ای، یک کالا معیوب است. از بین ۴۰۰۰ کالای موجود این کارخانه، احتمال معیوب بودن حداکثر ۳ کالا، چند برابر احتمال سالم بودن تمام کالای موجود است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۴)

۱) $18\frac{1}{3}$ ۲) $19\frac{2}{3}$ ۳) $21\frac{1}{3}$ ۴) $23\frac{2}{3}$

۱۸۰ـ در صورتی که $Y=5X+15$ باشد و میانگین و انحراف معیار x را به ترتیب ۱ و ۲ بگیریم. ضریب پراکندگی نسبی Y برابر کدام است؟ (مدیریت ـ دکتری ۹۴)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵۰ ۳) ۱ ۴) ۴

۱۸۱ـ فروش کارخانه آلفا در سال گذشته ۹۱ درصد کاهش و امسال ۴۴ درصد افزایش داشته است. در این صورت متوسط نرخ رشد فروش در این دو سال، چند درصد است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۵)

۱) ۶۴- ۲) ۸- ۳) ۶ ۴) ۳۶

۱۸۲ـ در ۵۶ داده آماری $\sum(x_i-15)=0$ و $\sum(x_i-15)^2=126$ و $\sum(x_i-15)^3=-140$ ضریب چولگی آن کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۵)

۱) ۰/۴۷ ۲) ۰/۲۶ ۳) ۰/۷۴- ۴) ۰/۵۳-

۱۸۳ـ یک جامعه ۱۵ عضوی با میانگین ۱۲ و انحراف معیار ۴ با جامعه دیگر ۱۰ عضوی با میانگین ۱۳ و انحراف معیار ۵ ترکیب شده‌اند، واریانس جامعه حاصل کدام است؟ (حسابداری ـ دکتری ۹۵)

۱) ۱۹/۷۲ ۲) ۱۹/۸۴ ۳) ۱۹/۶۰ ۴) ۱۹/۴۸

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ گزینه «۳» در اینجا به کلمه‌ی فقط دقت شود.

$$P(\text{فقط یک نفر به هدف بزند}) = P(\text{فقط فرد A بزند}) + P(\text{فقط فرد B بزند}) = P(A-B) + P(B-A)$$

$$= \underbrace{P(A \cap B') + P(B \cap A')}_{\text{به دلیل مستقل بودن}} = P(A)P(B') + P(B)P(A') = ۰/۳ \times ۰/۵ + ۰/۵ \times ۰/۷ = ۰/۵$$

۲ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A).P(B)}_{\text{به دلیل مستقل بودن}} = ۰/۲ + ۰/۴ - ۰/۰۸ = ۰/۵۲$$

۳ـ گزینه «۳» هیچ‌کدام غیراستاندارد نباشند یعنی لامپ اول و لامپ دوم و لامپ سوم استاندارد باشند.

$$P(A) = \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۱۰}{۱۵} = (\frac{۲}{۳})^۳ = \frac{۸}{۲۷}$$

۴ـ گزینه «۲» پس از بیرون آوردن ۱ گلوله‌ی سیاه و ۲ گلوله‌ی سفید در کیسه ۳ گلوله‌ی سفید و ۲ گلوله‌ی سیاه موجود است، بنابراین احتمال بیرون آوردن یک گلوله‌ی سفید برابر $\frac{۳}{۵}$ است.

۵ـ گزینه «۴» به کلمه‌ی حداقل دقت شود، از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$$P(\text{حداقل یک متخصص انتخاب شود}) = ۱ - P(\text{متخصص انتخاب نشود}) = ۱ - \frac{C_۷^۳}{C_{۱۰}^۳} = ۱ - \frac{\binom{۷}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}} = ۱ - \frac{\frac{۷!}{۳!۴!}}{\frac{۱۰!}{۳!۷!}} = ۱ - \frac{۷}{۲۴} = \frac{۱۷}{۲۴}$$

۶ـ گزینه «۳» طبق اصل ضرب داریم:

$$۶^m \times ۲^n = ۶^۲ \times ۲^۱ = ۳۶ \times ۲ = ۷۲$$

۷ـ گزینه «۳» احتمال آنکه دست‌کم یکی از آنها زنده بماند به مفهوم حداقل یک نفر زنده ماندن است که بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$P(\text{حداقل یک نفر زنده بماند}) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{۳}{۵} + \frac{۱}{۲} - (\frac{۳}{۵} \times \frac{۱}{۲}) = \frac{۸}{۱۰}$$

روش دوم (روش متمم): هیچکدام زنده نباشد.

$$P(A' \cap B') = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۵} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵}$$

۸ـ گزینه «۱» با توجه به قانون احتمال کل و استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(E) = P(A) \times P(E \mid A) + P(B) \times P(E \mid B) = P(A) \times P(E|A) + P(B) \times [۱ - P(E^c|B)] = ۰/۳ \times ۰/۱ + ۰/۴(۱ - ۰/۸) = ۰/۱۱$$

۹ـ گزینه «۴» طبق قضیه تقسیم n شیء بین k فرد مختلف که به‌صورت $\frac{n!}{n_۱!n_۲!...n_k!}$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$\frac{۹!}{۳!۲!۲!۲!} = ۷۵۶۰$$

۱۰ـ گزینه «۱» یعنی دو سند اول صحیح باشند و سند سوم اشتباه باشد:

$$P(\text{سومین سند، اولین سند اشتباه باشد}) = P(A') \times P(A') \times P(A) = ۰/۹ \times ۰/۹ \times ۰/۱ = ۰/۰۸۱$$

۱۱ـ گزینه «۳» ابتدا کتابهای علمی را یک دسته فرض می‌کنیم اکنون ۵ کتاب داریم ۴ کتاب ادبی و یک کتاب علمی که خود کتابهای علمی می‌توانند به $۳!$ بین خود جایگشت داشته باشند بنابراین:

$$\text{کل حالات} = ۵! \times ۳! = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$$

ادبی　ادبی　ادبی　ادبی　(علمی　علمی　علمی　علمی　علمی)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ گزینه «۲» طبق قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)\Rightarrow p(A\cup B)=۰/۳+۰/۴-۰/۲=۰/۵$

۱۳ـ گزینه «۴» هر تست را به ۴ حالت می‌توان جواب داد، تست اول ۴ حالت، تست دوم ۴ حالت، تست سوم ۴ حالت ... تست بیستم ۴ حالت. بنابراین تعداد کل راه‌هایی که می‌توان این ۲۰ تست را پاسخ داد برابر است با: $\underbrace{۴\times۴\times\cdots\times۴}_{\text{۲۰ تا}}=۴^{۲۰}$

۱۴ـ گزینه «۴» هر دو رأسی که مجاور نباشند، یک قطر تشکیل می‌دهد $C_n^۲$ اما n تا رأس مجاور داریم که یک یال تشکیل می‌دهند. بنابراین $C_n^۲-n$.

۱۵ـ گزینه «۴» طبق قضیه‌ی اجتماع $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ اما توجه کنید که در اینجا $P(A\cap B)$ مورد نیاز است که آن را از رابطه‌ی احتمال شرطی بدست می‌آوریم و در رابطه‌ی بالا جاگذاری می‌کنیم:

$$P(A|B)=P\frac{(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(A|B)\times P(B)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}$$

$$P(A\cup B)=p(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۲}{۳}$$

۱۶ـ گزینه «۱» طبق رابطه‌ی احتمال شرطی جاگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}n(S)=۱۱\\ n(A\cap D)=۳\\ n(D)=۸\end{cases}\qquad P(A|D)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{\frac{۳}{۱۱}}{\frac{۸}{۱۱}}=\frac{۳}{۸}$$

۱۷ـ گزینه «۱» در خانواده‌ی ۴ فرزندی، فضای نمونه $۲^۴=۱۶$ حالت وجود دارد، از روش مکمل استفاده می‌کنیم.

P (حداقل یک پسر باشد) $=۱-P$ (هیچ پسری نباشد) $=۱-P$ (هر چهار فرزند دختر باشند)

$$=۱-P(GGGG)=۱-\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=۱-(\frac{۱}{۲})^۴=۱-\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}$$

۱۸ـ گزینه «۲» احتمال آنکه مسئله حل شود به مفهوم آن است که حداقل یکی از دو نفر مسئله را حل کند.

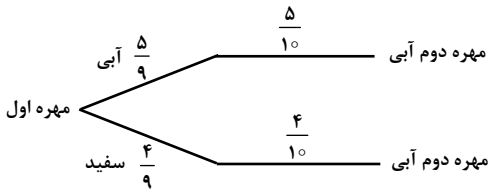
A: پیشامد آن که حسن مسئله را حل کند. و B: پیشامد آن که حسین مسئله را حل کند. توجه کنید A و B مستقلند

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)=۰/۴+۰/۵-(۰/۴\times۰/۵)=۰/۷$$

۱۹ـ گزینه «۴» برای آنکه حفاری به نتیجه برسد، یا باید حفاری اول به نتیجه برسد و یا اینکه اگر حفاری اول به نتیجه نرسد، باید حفاری دوم به نتیجه برسد که به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

P (حفاری به نتیجه برسد) $=P$ (حفاری اول به نتیجه برسد) $+P$ (حفاری اول به نتیجه نرسد و حفاری دوم به نتیجه برسد) $=۰/۲+(۰/۸\times۰/۲)=۰/۳۶$

۲۰ـ گزینه «۳» با توجه به قانون احتمال کل به صورت زیر خواهیم داشت:



$$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap A')=P(A)P(B\mid A)+P(A')P(B\mid A')$$

$$=(\frac{۴}{۹}\times\frac{۴}{۱۰})+(\frac{۵}{۹}\times\frac{۵}{۱۰})=\frac{۴۱}{۹۰}$$

B: مهره دوم آبی باشد. A: مهره اول سفید باشد.

۲۱ـ گزینه «۱» طبق قضیه‌ی اجتماع به صورت زیر مقادیر داده شده را جاگذاری می‌کنیم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۳۵=۰/۱+۰/۳-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۰۵$$

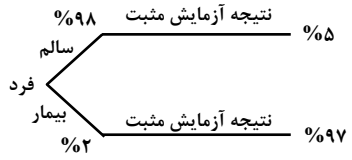
۲۲ـ گزینه «۳» توجه کنید که A و B مستقل‌اند لذا مکمل آنها نیز مستقل است.

$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=[۱-P(A)]\times[۱-P(B)]=۰/۷\times۰/۸=۰/۵۶$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

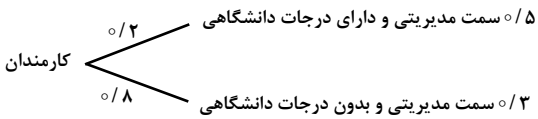
۲۳ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به‌صورت مقابل است:



$$P(\text{بیمار باشد} \mid \text{نتیجه آزمایش مثبت}) = \frac{P(\text{نتیجه آزمایش مثبت و بیمار باشد})}{P(\text{نتیجه آزمایش مثبت})}$$

$$\frac{P(\text{بیمار}).P(\text{بیمار باشد} \mid \text{نتیجه مثبت})}{P(\text{نتیجه مثبت باشد}) \rightarrow \text{از احتمال کل}} = \frac{۰/۰۲ \times ۰/۹۷}{۰/۰۲ \times ۰/۹۷ + ۰/۹۸ \times ۰/۰۵} = ۰/۲۸۳۶$$

۲۴ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{مدیریتی} \mid \text{درجات دانشگاهی}) = \frac{۰/۲ \times ۰/۵}{(۰/۲ \times ۰/۵) + (۰/۸ \times ۰/۳)} = \frac{۰/۱}{۰/۳۴} = ۰/۲۹$$

۲۵ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی استقلال دو پیشامد و رابطه احتمال شرطی:

از استقلال نتیجه می‌شود ↓

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A).P(B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(A|B) = P(A) = ۰/۳۰$$

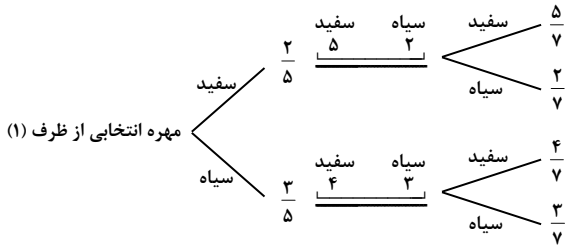
۲۶ـ گزینه «۴» ۲ لامپ سوخته ، ۸ لامپ سالم است نمونه‌ی برداشته شده نیز ۲ لامپ است. بنابراین طبق رابطه‌ی احتمال کلاسیک خواهیم داشت:

A : پیشامد اینکه هر دو لامپ سالم باشند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۸}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} = \frac{۲۸}{۴۵}$$

۲۷ـ گزینه «۱» طبق قانون احتمال کل و نمودار درختی خواهیم داشت:

$$P(\text{سیاه بودن مهره دوم کیسه دوم}) = P(\text{اولی سفید}) \times P(\text{دومی سیاه} \mid \text{اولی سفید}) + P(\text{اولی سیاه}) \times P(\text{دومی سیاه} \mid \text{اولی سیاه})$$



$$p\ (\text{سیاه بودن مهره کیسه دوم}) = (\frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۷}) + (\frac{۳}{۵} \times \frac{۳}{۷}) = \frac{۴+۹}{۳۵} = \frac{۱۳}{۳۵}$$

۲۸ـ گزینه «۴» با توجه به قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد مقدار $P(A \cup B)$ را محاسبه می‌کنیم توجه کنید که در اینجا A و B مستقل هستند و می‌توان به جای اشتراک این دو پیشامد ضرب آنها را قرار داد تا مقدار $P(B)$ را بدست آوریم:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) \Rightarrow ۰/۰۶ = ۰/۳ \times P(B) \Rightarrow P(B) = ۰/۲$$

اکنون با بدست آوردن $P(B)$ مقدار $P(A \cup B)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = ۰/۳ + ۰/۲ - (۰/۳ \times ۰/۲) = ۰/۴۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

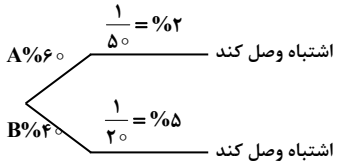
۲۹ـ گزینه «۲» بسته‌ی ۱۲ تایی دارای دو جوراب نقص‌دار است لذا ۱۰ عدد سالم است. اکنون به طور کلی ۳ جوراب از ۱۲ جوراب انتخاب می‌شود بنابراین $n(S)=\binom{۱۲}{۳}$، از طرفی بین ۳ جوراب می‌خواهیم ۱ عدد نقص‌دار باشد و دو عدد دیگر سالم باشد. یعنی $n(A)=\binom{۲}{۱}\binom{۱۰}{۲}$ لذا خواهیم داشت:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۲}{۱}\binom{۱۰}{۲}}{\binom{۱۲}{۳}}=\frac{۹۰}{۲۲۰}=\frac{۹}{۲۲}$$

۳۰ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی $P(A)=\frac{\text{طول بازه A}}{\text{کل بازه}}$ استفاده می‌کنیم:

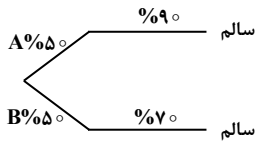
$$P(A)=\frac{(۱۰-۴)+(۱۲-۶)+(۱۶-۱۰)}{۲۲-۲}=\frac{۱۸}{۲۰}=۰/۹$$

۳۱ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



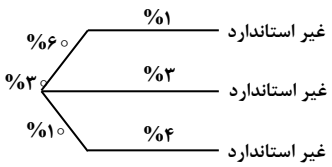
$$P(A\mid \text{اشتباه وصل کند})=P(A\mid B)=\frac{P(B\mid A).P(A)}{P(B)}=\frac{\%۶\times\%۲}{\%۶۰\times\%۲+\%۴۰\times\%۵}=۰/۳۷۵$$

۳۲ـ گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم. توجه کنید در صورت سؤال احتمال سالم بودن خواسته شده است که احتمال هر کدام ۹۰% و ۷۰% است:



$$P(B\mid \text{سالم})=\frac{\%۵۰\times\%۷۰}{\%۵۰\times\%۹۰+\%۵۰\times\%۷۰}=۰/۴۴$$

۳۳ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{غیر استاندارد}\mid \text{درجه دو})=\frac{\%۳۰\times\%۳}{\%۶۰\times\%۱+\%۳۰\times\%۳+\%۱۰\times\%۴}=۰/۴۷۴$$

۳۴ـ گزینه «۳» فاکتوریل‌ها را به صورت باز می‌نویسیم :

$$\begin{cases}x!=x.(x-۱).(x-۲).\cdots.۲.۱\\(x-۱)!=(x-۱).(x-۲).\cdots.۲.۱\end{cases}$$

بنابراین حاصل به صورت روبرو است:

$$\frac{x!}{(x-۱)!}=\frac{x.\cancel{(x-۱).(x-۲).\cdots.۲.۱}}{\cancel{(x-۱).(x-۲).\cdots.۲.۱}}=x$$

۳۵ـ گزینه «۱» سه رقم ۷ و ۸ و ۹ به طور تصادفی به $۳!=۶$ حالت دریک ردیف مرتب می‌شوند و در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند، اما از این ۶ حالت فقط یک حالت عدد ۹۸۷ بدست می‌آید. بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۶}$$

۳۶ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی اجتماع و استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A).P(B)$$

$$۰/۶۵=۰/۵+P(B)-۰/۵P(B)\Rightarrow ۰/۶۵-۰/۵=P(B)-۰/۵P(B)\Rightarrow ۰/۱۵=P(B)(۱-۰/۵)\Rightarrow ۰/۱۵=۰/۵P(B)=\frac{۰/۱۵}{۰/۵}=۰/۳$$

۳۷ـ گزینه «۳» به کلمه‌ی حداقل دقت شود. از روش مکمل استفاده می‌کنیم، یعنی ابتدا احتمال آنکه هیچ‌یک از سه آژیر بـه صـدا در نیاینـد را محاسـبه کرده و سپس مکمل آن جواب مسئله است.

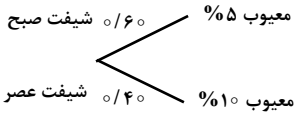
A: پیشامد آن که حداقل یکی از سه آژیر خطر به صدا درآید. و A' : پیشامد آن که هیچ یک از سه آژیر خطر به صدا درنیاید.

$$P(A)=۱-P(A')=۱-(۰/۰۵\times۰/۰۵\times۰/۰۵)=۱-(۰/۰۵)^۳$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۸ـ گزینه «۴» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{شیفت صبح} \mid \text{معیوب}) = \frac{۰/۶\times۰/۰۵}{۰/۶\times۰/۰۵+۰/۴\times۰/۱} = \frac{۳}{۷}$$

۳۹ـ گزینه «۲» از قانون احتمال کل و قضیه‌ی مکمل استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$P_{(\text{معیوب})} = (۰/۰۲\times۰/۵)+(۰/۰۴\times۰/۳)+(۰/۰۶\times۰/۲) = ۰/۰۳۴ \qquad P_{(\text{سالم})} = ۱-P_{(\text{معیوب})} = ۱-۰/۰۳۴ = ۰/۹۶۶$$

۴۰ـ گزینه «۲» طبق قضیه‌ی جایگشت با تکرار خواهیم داشت:

$$\text{تعداد حالات} = \frac{۹!}{۴!۳!۲!} = ۱۲۶۰$$

۴۱ـ گزینه «۳» توجه کنید چون با جایگذاری است، ترتیب رنگ مهره‌ها مهم است:

$$P(\text{هم‌رنگ نباشد}) = P(\text{قرمز})\times P(\text{سبز})\times P(\text{سفید})\times ۳! = \frac{۳}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۰}\times۶ = ۰/۱۸$$

۴۲ـ گزینه «۴» به دلیل آنکه سیستم موازی است، لذا زمانی سیستم کار می‌کند که حداقل یکی از اجزاء کار کند.

A: پیشامد آن که جزء اول کار کند. B: پیشامد آن که جزء دوم کار کند.

$$P(\text{کارکردن سیستم}) = P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) = P(A)+P(B)-P(A)\times P(B) = ۰/۹+۰/۹-(۰/۹\times۰/۹) = ۰/۹۹$$

۴۳ـ گزینه «۱» تعداد راه‌های جایگشت n شی که n_1 شیء آن از نوع اول و .... n_k شی آن از نوع k ام باشد برابر است با:

I ۲ تا T ۳ تا S ۳ تا

$$\frac{n!}{n_1!\ldots n_k!} \qquad \binom{۱۰}{۳\ \ ۳\ \ ۲} = \frac{۱۰!}{۳!\ \ ۳!\ \ ۲!} = ۵۰۴۰۰$$

۴۴ـ گزینه «۳» اعداد بدون صفر بین ۱۰۰ و ۳۰۰، ۳ رقمی هستند که با ارقام ۱ و ۲ و ... ۹ ساخته می‌شوند و همچنین رقم صدگان آن‌ها نباید بزرگ‌تر از ۲ باشد، بنابراین برای پر کردن رقم صدگان فقط دو حالت ۱ و ۲ را داریم پس خواهیم داشت:

$$\underbrace{۲}_{\text{اعداد ۱ یا ۲}}\times۹\times۹ = ۱۶۲$$

۴۵ـ گزینه «۱» در اینجا نیز چون تعداد افراد بیشتر از تعداد ماه‌های یک سال است، در نتیجه حداقل ۲ نفر در یک ماه متولد شده‌اند. بنابراین پیشامد خواسته شده یک پیشامد حتمی است و احتمال رخ دادن پیشامد حتمی برابر یک است.

۴۶ـ گزینه «۲» تعداد کل برابر است با:

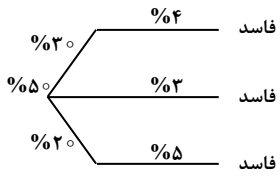
$$n(S) = ۱۸+۱۳+۱۷+۱۶ = ۶۴$$

$$P(\text{زن با تحصیل متوسطه}) = \frac{n(\text{زن با تحصیل متوسط})}{n(s)} = \frac{۱۶}{۶۴} = \frac{۱}{۴} \quad ; \quad \frac{۱}{۴}\times۱۰۰ = ۲۵\%$$

۴۷ـ گزینه «۳» اگر اولین ۶ در پرتاب دوم ظاهر شود، یعنی پرتاب اول عددی غیر از ۶ آمده است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{در پرتاب اول}}\ \underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{در پرتاب دوم}} = \frac{۵}{۳۶}$$

۴۸ـ گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



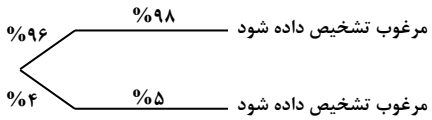
$$P(\text{فاسد باشد} \mid \text{متعلق به سومی}) = \frac{P(\text{فاسد و متعلق به سومی})}{P(\text{فاسد بودن})}$$

$$= \frac{\%۲۰\times\%۵}{\%۳۰\times\%۴+\%۵۰\times\%۳+\%۲۰\times\%۵} = ۰/۲۷$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ گزینه «۴» با توجه به قانون احتمال کل، نمودار درختی آن به صورت زیر است:



$$P(\text{استاندارد باشد} \mid \text{بازرسی شده}) = \frac{\%۹۶ \times \%۹۸}{\%۹۶ \times \%۹۸ + \%۴ \times \%۵} = ۰/۹۹۸$$

۵۰ـ گزینه «۴» A پیشامد مرد بودن و پیشامد B را پیشامد داشتن دیپلم ریاضی در نظر می‌گیریم:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A \mid B) = \frac{۱۵}{۳۰} \times \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۴}$$

۵۱ـ گزینه «۳» A : پیشامد اینکه هر دو مهره همرنگ نباشند $\equiv$ یکی سفید و یکی سیاه باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(S)$: انتخاب ۲ مهره از بین ۵ مهره : $\binom{۵}{۲}$

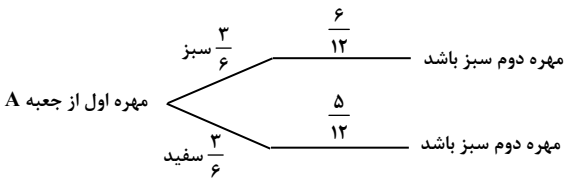
$n(A)$: انتخاب یک مهره سفید $\binom{۲}{۱}$ و انتخاب یک مهره سیاه $\binom{۳}{۱}$

$$P(A) = \frac{\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۲ \times ۳}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

۵۲ـ گزینه «۴» چون می‌خواهیم تمامی کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند آن‌ها را یک کتاب در نظر می‌گیریم که همراه با چهار کتاب ادبی پنج کتاب داریم و راه‌های قرار دادن این ۵ کتاب کنار هم برابر $۵!$ حالت است و همچنین کتاب‌های ریاضی به $۳!$ حالت می‌توانند کنار هم در بین خودشان جایگشت داشته باشند؛ بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$۵! \times ۳! = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$$

۵۳ـ گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل و نمودار درختی زیر احتمال آنکه مهره‌ی دوم به رنگ سبز باشد، برابر است با:



$$\Rightarrow \quad P(G_۲) = \frac{۳}{۶} \times \frac{۶}{۱۲} + \frac{۳}{۶} \times \frac{۵}{۱۲} = \frac{۱۱}{۲۴}$$

۵۴ـ گزینه «۲» سه تاس را که پرتاب می‌کنیم حالات کل فضای نمونه برابر است با: $n(S) = ۶^۳ = ۲۱۶$

اما تعداد حالات مطلوب عبارت است از شش حالت که در تاس اول مشاهده می‌کنیم، در تاس دوم عدد مشاهده شده نباید مانند اولی باشد، لذا ۵ حالت خواهیم داشت و در تاس سوم عدد مشاهده شده نباید مانند اولی و دومی باشد که تعداد حالات آن برابر با ۴ حالت است. بنابراین خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۲۱۶} = \frac{۱۲۰}{۲۱۶} = \frac{۵}{۹}$$

۵۵ـ گزینه «۱» به کلمه‌ی لااقل دقت کنید. از قضیه‌ی اجتماع استفاده می‌کنیم:

رشته مدیریت: $A \Rightarrow n(A) = ۳۰$

رشته حسابداری: $B \Rightarrow n(B) = ۲۰ \quad \Rightarrow n(A \cup B) = ?$

در هر دو رشته: $A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = ۱۰ \Rightarrow \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۳۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۴۰$

۵۶ـ گزینه «۳» **روش اول:** حالات کل فضای نمونه برابر است با: $n(S) = ۲^۳ = ۸$ حرف g معادل دختر بودن و حرف b معادل پسر بودن است.

$$S = \{(g,g,g),(g,g,b),(g,b,g),(b,g,g,),(b,b,g),(b,g,b),(g,b,b),(b,b,b)\}$$

حالات مطلوب یعنی حداقل یک پسر (یک پسر یا بیشتر):

$$A = \{(g,g,b),(g,b,g),\ldots\ldots,(b,b,b)\} \qquad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷}{۸}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

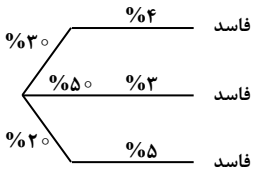
www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم: به کلمه‌ی حداقل دقت کنید. از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$$P(\text{حداقل یک فرزند پسر}) = 1 - P(\text{اصلاً پسر نباشد}) = 1 - P(\text{هر سه دختر باشند}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

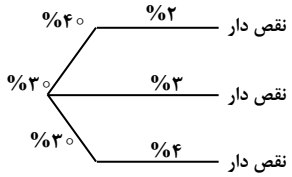
احتمال دختر بودن هر فرزند برابر با $\frac{1}{2}$ می‌باشد بنابراین احتمال اینکه هر سه فرزند دختر باشند برابر با $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$ است.

۵۷ـ گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل، نمودار درختی آن به صورت زیر است:



$$P(\text{بسته فاسد باشد}) = \%۳۰ \times \%۴ + \%۵۰ \times \%۳ + \%۲۰ \times \%۵ = \%۳۷$$

۵۸ـ گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده کرده و نمودار درختی آن به صورت زیر است:

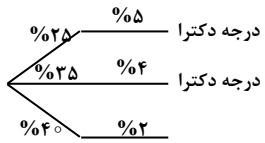


$$P(\text{نقص‌دار باشد} \mid \text{خط دوم}) = \frac{P(\text{نقص دار از خط دوم باشد})}{P(\text{نقص دار باشد})}$$

احتمال کل حساب می‌شود

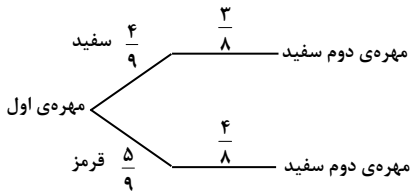
$$= \frac{\%۳۰ \times \%۳}{\%۴۰ \times \%۲ + \%۳۰ \times \%۳ + \%۳۰ \times \%۴} = ۰/۳۱$$

۵۹ـ گزینه «۴» طبق قضیه‌ی بیز نمودار درختی آن به صورت زیر است:



$$(\text{درجه دکترا} \mid \text{کارمند اداره دوم}) = \frac{\%۳۵ \times \%۴}{\%۲۵ \times \%۵ + \%۳۵ \times \%۴ + \%۴۰ \times \%۲} = \%۴۰$$

۶۰ـ گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم:



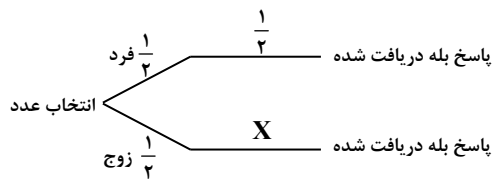
$$p(\text{مهره‌ی دوم سفید} \mid \text{مهره‌ی اول سفید}) = \frac{P(\text{مهره اول و دوم سفید})}{P(\text{مهره دوم سفید})}$$

$$= \frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{5}{18}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{8}{18}} = \frac{3}{8}$$

۶۱ـ گزینه «۳» به کلمه‌ی حداقل دقت شود. از روش مکمل استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال آنکه سرامیک‌های تولیدی هیچ نقصی نداشته باشند را محاسبه می‌کنیم و در اینصورت مکمل آن جواب مسئله خواهد بود:

$$P(\text{حداقل یک نقص}) = 1 - P(\text{هیچ نقصی نداشته باشد}) = 1 - (۰/۸ \times ۰/۷ \times ۰/۹) \simeq ۰/۵$$

۶۲ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز توجه کنید که نسبت کلی کسانی که پاسخ بله گفته‌اند داده شده است و همانطور که در نمودار مشخص است، X مجهول مسئله است.



$$\frac{20}{50} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} X \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{2} X = \frac{2}{5} \Rightarrow X = ۰/۳$$

۶۳ـ گزینه «۲» وقتی ۲ تاس را پرتاب می‌کنیم، تعداد حالات کل فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 6^2 = ۳۶$$

اما حالات مطلوب آن است که عدد تاس دوم حداقل ۲ واحد بیشتر از عدد تاس اول باشد.

$$A = \{(۱,۳),(۱,۴),(۱,۵),(۱,۶),(۲,۴),(۲,۵),(۲,۶),(۳,۵),(۳,۶),(۴,۶)\} \quad ; \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{5}{18}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۴ـ گزینه «۲» هر فرد مدیریت و هر فرد اقتصاد و هر فرد حسابداری به $2!$ حالت می‌توانند جابه‌جا شوند، اما خود دسته‌ها جابجای ندارند، چراکـه میزگـرد است و از ابتدا جای افراد دور میز مشخص شده است. بنابراین تعداد حالات برابر است، $2!\times 2!\times 2! = 8$

۶۵ـ گزینه «۴» به کلمه‌ی حداقل دقت شود لااقل سه کالا سـالم باشـد بـه مفهوم آن است که ۳ کالای برداشته شده سالم و دیگری خـراب و یـا هـر ۴ کالای برداشته شده سالم باشند. تعداد کل حالات نیـز انتخـاب ۴ کـالا از ۹ کالا است.

$$P(A)=\frac{\binom{6}{3}\binom{3}{1}+\binom{6}{4}\binom{3}{0}}{\binom{9}{4}}=\frac{75}{126}=\frac{25}{42}$$

۶۶ـ گزینه «۲» می‌دانیم که یکی از فرزندان پسر است. بنابراین فضای نمونه از ۴ حالت به ۳ حالت کم می‌شود، که ما می‌خواهیم لااقل یکی از فرزندان دختر باشد.

$$S=\{(b,g),(g,b),(b,b)\}$$
$$A=\{(b,g),(g,b)\}$$
$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{3}$$

۶۷ـ گزینه «۳» برای زوج بودن این عدد شش رقمی باید یکان زوج باشد (عدد ۲) اکنون ۵ رقم باقیمانده را $(1,1,2,3,3)$ را در سایر جاها بـا توجـه بـه قضیه‌ی جایگشت با تکرار جابجا می‌کنیم.

۵ رقم دیگر با ۵ عدد دیگر

$$\underbrace{\bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc}_{\frac{5!}{2!2!1!}}\times\underbrace{\textcircled{2}}_{\text{۱ حالت}}=\frac{120}{4}\times 1=30\times 1=30$$

۶۸ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:

$$P(B_2\mid A)=\frac{P(B_2\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A\mid B_2)\,.\,P(B_2)}{P(A\mid B_1)\,.\,P(B_1)+P(A\mid B_2)\,.\,P(B_2)+P(A\mid B_3)\,.\,P(B_3)}$$
$$=\frac{0/02\times 0/3}{0/02\times 0/2+0/02\times 0/3+0/05\times 0/5}=\frac{6}{35}$$

۶۹ـ گزینه «۱» برای اینکه سه مهره هم‌رنگ نباشد به مفهوم آن است که یکی از مهره‌های قرمز انتخاب شود، یکی از مهره‌های سبز انتخاب شود و یکی از مهـره‌هـای سـفید و دقـت شـود کـه بـا جایگـذاری مـی‌باشـد. احتمـال سـفید بـودن $\frac{5}{10}$، احتمـال سـبز بـودن $\frac{2}{10}$ و احتمـال قرمـز بـودن $\frac{3}{10}$ اسـت.

بنابراین P (همرنگ نبودن) $=\frac{5}{10}\times\frac{2}{10}\times\frac{3}{10}$ که جواب گزینه (۱) می‌باشد.

۷۰ـ گزینه «۲» اطلاعات صورت مسأله به‌صورت روبرو است:

$$A:\text{ علاقه مند به ادامه تحصیل }\Rightarrow P(A)=\frac{15}{40}\qquad B:\text{ علاقه‌مند به فوتبال }\Rightarrow P(B)=\frac{20}{40}$$
$$A\cap B:\text{ علاقه‌مند به ادامه تحصیل و فوتبال }\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{5}{40}$$

از قانون دمورگان استفاده می‌کنیم: P(علاقه‌مند به تحصیل نباشد و علاقه‌مند به فوتبال هم نباشد) $=P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)$

$$=1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]=1-[\frac{15}{40}+\frac{20}{40}-\frac{5}{40}]=1-\frac{30}{40}=\frac{10}{40}=0/25=\%25$$

۷۱ـ گزینه «۲» تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب دو تاس برابر $6^2=36$ است.

و حالاتی که اعداد رو شده متوالی باشند عبارتست از: $A=\{(1,2)(2,1)(2,3)(3,2)(3,4)(4,3)(4,5)(5,4)(5,6)(6,5)\}\Rightarrow n(A)=10$

$$P(\text{دو عدد متوالی نباشند})=1-P(\text{هر دو متوالی باشند})=1-\frac{10}{36}=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۲ـ گزینه «۳» لااقل یکی یعنی $A \cup B$

A : پیشامد موفقیت روش جدید آموزش $\Leftarrow P(A) = ۰/۶$

B : پیشامد هزینه کمتر از بودجه پیش‌بینی $\Leftarrow P(B) = ۰/۵$

$P(A \cap B) = ۰/۳۵$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۶ + ۰/۵ - ۰/۳۵ = ۰/۷۵$

۷۳ـ گزینه «۳» ابتدا یکی از کارمندان کارشناسی ارشد را بعنوان رئیس گروه انتخاب می‌کنیم که تعداد حالات آن برابر $\binom{۶}{۱}$ است. سپس از بین ۵ نفر باقی‌مانده کارمندان کارشناسی ارشد و ۹ نفر کارمندان کارشناسی ۴ نفر دیگر را انتخاب می‌کنیم که تعداد حالات برابر $\binom{۱۴}{۴}$ است. بنابراین:

$$\binom{۶}{۱}\binom{۱۴}{۴} = ۶ \times \frac{۱۴!}{۴!۱۰!} = \frac{۶ \times ۱۴ \times ۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۶۰۰۶$$

۷۴ـ گزینه «۱» ۶۰ مورد از ۱۰۰ مورد مفید بوده، پس احتمال موفقیت ۰/۶ است و عدم موفقیت ۰/۴ است. بنابراین:

$$\binom{۵}{۳} \times ۰/۶ \times ۰/۶ \times ۰/۶ \times ۰/۴ \times ۰/۴ = ۰/۳۴۵۶$$

۷۵ـ گزینه «۱» توجه کنید که انتخاب با جایگزینی است. بنابراین انتخاب‌ها از یکدیگر مستقلند.

$$p \text{ (اولی سفید)} \times p \text{ (دومی قرمز)} \times p \text{ (سومی آبی)} = \frac{۴}{۱۵} \times \frac{۵}{۱۵} \times \frac{۶}{۱۵} = \frac{۱۲۰}{۳۳۷۵} = \frac{۸}{۲۲۵}$$

۷۶ـ گزینه «۳» به طور کلی برای انتخاب سه تخم مرغ از ۲۰ تخم مرغ داریم $n(s) = \binom{۲۰}{۳}$ می‌خواهیم هر سه تخم مرغ فاسد باشند یعنی تعداد حالات مطلوب برابر است با: $n(A) = \binom{۵}{۳}$ بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۲۰}{۳}} = \frac{۱}{۱۱۴}$$

۷۷ـ گزینه «۳» به طور کلی یک نمونه‌ی ۵ تایی از کل مهره‌ها انتخاب می‌کنیم، بنابراین $n(S) = \binom{۱۲}{۵}$. اکنون حالات مطلوب انتخاب ۳ مهره‌ی سفید است. یعنی از بین ۵ مهره‌ی انتخاب شده ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز باشند. $n(A) = \binom{۷}{۳}\binom{۵}{۲}$ بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۷}{۳}\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۲}{۵}} = \frac{۳۵ \times ۱۰}{۷۹۲} = ۰/۴۴$$

۷۸ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه دو پیشامد A و B مستقلند، بنابراین:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + p(B) - P(A) \times p(B)$$

$$P(A \cup B) = ۰/۳ + ۰/۵ - (۰/۳) \times (۰/۵) = ۰/۶۵$$

۷۹ـ گزینه «۲» مجموع احتمال هر پیشامد و احتمال مکمل آن برابر با ۱است:

$$P(A) + P(A^C) = ۱ \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A^C)$$

۸۰ـ گزینه «۱» بنابر قانون احتمال شرطی $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ از طرفی دو پیشامد A, B مستقلند بنابراین $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ لذا:

$$P(A \mid B) = P(A) = ۰/۰۵$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۱ـ گزینه «۳» همانطور که مشاهده می‌شود $P(A)\times P(B)=P(A\cap B)$ بنابراین A, B مستقلند.

۸۲ـ گزینه «۴» انتخاب ۳ نفر از بین ۵ نفر عبارت است از $n(s)=\binom{۵}{۳}=۱۰$ و حالات مطلوب برابر است با انتخاب ۳ نفر از E,D,B که برابر است با $n(A)=\binom{۳}{۳}=۱$ بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۱۰}$$

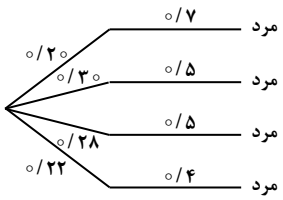
۸۳ـ گزینه «۱» کل حالات، انتخاب ۵ گلوله از ۱۱ گلوله است $n(S)=\binom{۱۱}{۵}$ حالات مطلوب برابر است با:

$$n(A)=\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۳}+\binom{۵}{۳}\binom{۶}{۲}$$

بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۳}+\binom{۵}{۳}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۱}{۵}}=\frac{۱۰\times۲۰+۱۰\times۱۵}{۴۶۲}=۰/۷۵۷۶$$

۸۴ـ گزینه «۲» از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم، نمودار درختی آن به صورت زیر است:



$$P(\text{مرد})=\%۲۰\times۰/۷+\%۳۰\times۰/۵+\%۲۸\times۰/۵+\%۲۲\times۰/۴=۰/۵۱۸$$

۸۵ـ گزینه «۴» کل فضای نمونه، ده عضو دارد و حالات مطلوب، مجموعه‌ی B است.

$$A=\{۱۱,۱۲,...,۲۰\}=s \Rightarrow n(s)=۱۰$$

$B=\{۱۱,۱۳,۱۷,۱۹\}\Rightarrow n(B)=۴$ اعداد اول $\qquad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$

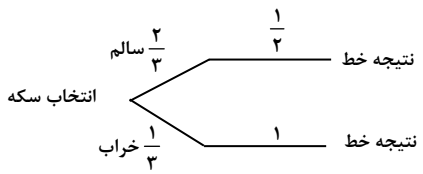
۸۶ـ گزینه «۴» چون F و E مستقلند هر تابعی از آنها نیز مستقل است، از قضیه‌ی اجتماع نیز استفاده کرده خواهیم داشت:

$$P(E'\cup F)=P(E')+P(F)-P(E'\cap F)\Rightarrow P(E'\cup F)=P(E')+P(F)-P(E').P(F)\Rightarrow P(E'\cup F)=۰/۳+۰/۶-(۰/۳\times۰/۶)=۰/۷۲$$

۸۷ـ گزینه «۲» انتخاب دو حالت از پنج حالت است که به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$\binom{۵}{۲}=\frac{۵!}{۲!۳!}=۱۰$$

۸۸ـ گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{سکه خراب} \mid \text{نتیجه خط باشد})=\frac{P(\text{سکه خراب باشد و نتیجه خط باشد})}{P(\text{نتیجه خط باشد})}$$

$$=\frac{\frac{۱}{۳}\times۱}{\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}\times۱}=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

۸۹ـ گزینه «۲» کل حالات ساختن عددی ۵ رقمی با تکرار است و حالت مطلوب نیز حالتی است که به اولین رقم سمت راست برابر ۲ باشد و بقیه‌ی ارقام جایگشت داشته باشند و مابقی ارقام از یک رقم ۲ و سه رقم ۱ تشکیل شده است که برابر با $\frac{۴!}{۳!\times۱!}$ است.

$$P(A)=\frac{\frac{۴!}{۳!\times۱!}}{\frac{۵!}{۳!۲!}}=۰/۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

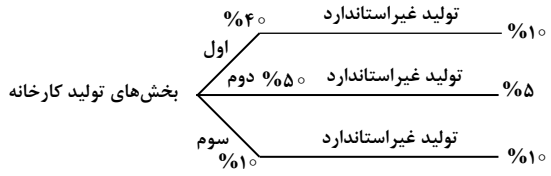
www.modaresanesharif.ac.ir

۹۰ـ گزینه «۲» برای آنکه دو قطعه‌ی انتخابی معیوب باشد، باید این نمونه از سه قطعه‌ی معیوب انتخاب شود:

$$P(A)=\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{۳}{۴۵}=\frac{۱}{۱۵}$$

پس کل حالات انتخاب نمونه‌ای ازکل قطعات و حالات مطلوب انتخاب ۲ نمونه از ۳ قطعه‌ی معیوب است.

۹۱ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به‌صورت زیر است:



$$P(\text{بخش دوم} \mid \text{تولید غیراستاندارد})=\frac{P(\text{تولید غیراستاندارد بخش دوم})}{P(\text{تولید غیراستاندارد})}$$

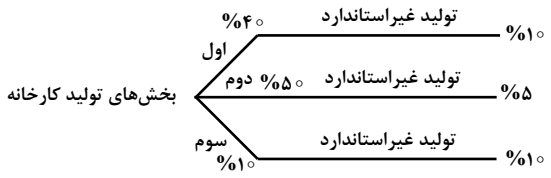
$$=\frac{\%۵۰\times\%۵}{\%۴۰\times\%۱۰+\%۵۰\times\%۵+\%۱۰\times\%۱۰}=\frac{۲۵}{۷۵}=\frac{۱}{۳}$$

۹۲ـ گزینه «۴» این مسأله، مسأله‌ی خاصی است به نام مدل آوندپولیا. در مسائلی به این فرم که اطلاعاتی از رنگ مهره یا مهره‌های اول به ما داده نشده است ما این قسمت مسأله را در نظر نمی‌گیریم و فرض می‌کنیم که چنین کاری انجام نشده است و احتمال سفید بودن مهره‌ی دوم مانند بیرون آوردن مهره‌ی سفید در همان دفعه‌ی اول است.

$$P(\text{سفید بودن مهره})=\frac{۴}{۱۰}$$

۹۳ـ گزینه «۴» شرط آن است که فرد ناسالم است؛ بنابراین فضای نمونه به تعداد $۵۰=۷+۴۳$ است. افراد سالم را در نظر نمی‌گیریم. اکنون در بین این ۵۰ نفر تعداد سیگاری‌ها ۴۳ نفر است که $P(A)=\frac{۴۳}{۵۰}=۰/۸۶$.

۹۴ـ گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به‌صورت روبرو است:



$$P(\text{بخش دوم} \mid \text{تولید غیراستاندارد})=\frac{P(\text{تولید غیراستاندارد بخش دوم})}{P(\text{تولید غیراستاندارد})}$$

$$=\frac{\%۵۰\times\%۵}{\%۴۰\times\%۱۰+\%۵۰\times\%۵+\%۱۰\times\%۱۰}=\frac{۲۵}{۷۵}=\frac{۱}{۳}$$

۹۵ـ گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی جایگشت با تکرار که به‌صورت $n_۱+n_۲+\ldots+n_k=n$; $\frac{n!}{n_۱!n_۲!\ldots n_۴!}$ است. تعداد حالات برابر است با:

$$\frac{۱۲!}{۵!\times۳!\times۴!}$$

۹۶ـ گزینه «۳»

A : پیشامد اینکه محصول کارخانه‌ی اول تاریخ تولید داشته باشد.

$$P(A')=\frac{۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۸۰}{۱۰۰}$$

B : پیشامد اینکه محصول کارخانه‌ی دوم تاریخ تولید داشته باشد.

$$P(B')=\frac{۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow P(B)=۱-\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۷۰}{۱۰۰}$$

حداقل یکی یعنی A یا B یا هر دو که هم ارز $A\cup B$ است بنابراین:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

از آنجا که انتخاب محصول از کارخانه‌ی اول و دوم مستقل است:

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)\longrightarrow \text{از استقلال نتیجه می‌شود}$$

$$\Rightarrow P(A\cup B)=P(\text{حداقل یکی از کالاها تاریخ تولید داشته باشد})=۰/۸+۰/۷-(۰/۸)(۰/۷)=۰/۹۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۷ـ گزینه «۳»

نوع دستگاه	میزان تولید	درصد معیوب	درصد سالم
A_1	۳۰ درصد	۴ درصد	%۹۶
A_2	۵۰ درصد	۳ درصد	%۹۷
A_3	۲۰ درصد	۲ درصد	%۹۸

B : پیشامد معیوب بودن

$$P(B)=\sum P(B|A_i).P(A_i)=\frac{۴}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰}\times\frac{۵۰}{۱۰۰}+\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱۲۰+۱۵۰+۴۰}{۱۰/۰۰۰}=\frac{۳۱۰}{۱۰/۰۰۰}=۰/۰۳۱$$

$$P(B')=۱-۰/۰۳۱=۰/۹۶۹$$

۹۸ـ گزینه «۴» توجه کنید که ABADAN ۳ حرف تکراری A دارد بنابراین باید به تفکیک حرف تکراری A حالت‌ها را مشخص کنیم. این کلمه ۶ حرف دارد.

۱) ابتدا کلماتی ۴ حرفی که با یک حرف A درست شده‌اند مانند ABDN

$$\binom{۴}{۴}\times ۴!=۲۴$$

۲) کلماتی که ۲ حرف A دارند مانند ABFA یا NABA یا ...

$$\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{انتخاب ۲ حرف از حروف دیگر}}\times\underbrace{\frac{۴!}{۲!}}=۳۶$$

۳) کلماتی که ۳ حرف A دارند مانند ABAA یا NAAA یا ...

$$\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{انتخاب یک حرف از حروف دیگر}}\times\underbrace{\frac{۴!}{۳!}}_{\text{جایگشت حروف A مشابه}}=۳\times۴=۱۲$$

$$\text{کل حالات}=۲۴+۳۶+۱۲=۷۲$$

۹۹ـ گزینه «۱» شرط استقلال دو پیشامد: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ که برقرار نیست. شرط ناسازگاری آن است که $P(A\cap B)=۰$ که در اینجا مشاهده می‌شود که برقرار نیست. دو پیشامد مکمل هستند هرگاه $P(A)=۱-P(B)$ که در اینجا برقرار نیست.

۱۰۰ـ گزینه «۱» از ارتباط احتمال شرطی استفاده می‌کنیم، ولی ابتدا $P(A\cap B)$ را از قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد بدست می‌آوریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۶=۰/۴+۰/۵-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۳$$

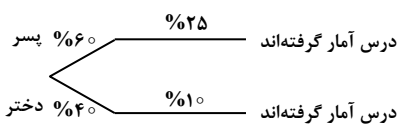
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۳}{۰/۵}=۰/۶$$

۱۰۱ـ گزینه «۳» از روش مکمل استفاده می‌کنیم احتمال معیوب بودن برای هر کدام ۱۰٪ است:

$$P(\text{حداقل یکی سالم باشد})=۱-P(\text{هیچکدام سالم نباشند})=۱-(\%۱۰\times\%۱۰\times\%۱۰)=\%۹۹۹$$

۱۰۲ـ گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:

$$P(\text{پسر}|\text{درس آمار گرفته})=\frac{P(\text{پسر و درس آمار گرفته})}{P(\text{درس آمار گرفته})}$$



$$\frac{P(\text{پسر}).P(\text{درس آمار گرفته}|\text{پسر})}{P(\text{درس آمار گرفته})}=\frac{\%۶۰\times\%۲۵}{\%۶۰\times\%۲۵+\%۴۰\times\%۱۰}=۰/۷۸$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۳ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق رابطه‌ی احتمال شرطی:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

اما توجه کنید که دو پیشامد مستقلند. بنابراین $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ لذا خواهیم داشت:

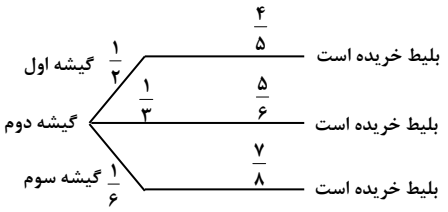
$$P(A\mid B)=P(A)=\circ/\Delta$$

۱۰۴ـ گزینه «۲» ازروش مکمل احتمال استفاده می‌کنیم؛ به کلمه اقلاً توجه کنید:

$$P(A)=1-P(A')\Rightarrow P(\text{اقلاً یکی از غرفه‌ها مشتری داشته باشند})=1-P(\text{هیچکدام مشتری نداشته باشند})$$

$$=1-P(\text{غرفه اول مشتری نداشته باشد و غرفه دوم مشتری نداشته باشد و غرفه سوم مشتری نداشته باشد و غرفه چهارم مشتری نداشته باشد})=1-(\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}\times\frac{۳}{۱۰})=\circ/۹۹۷۶$$

۱۰۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با توجه به قانون احتمال کل و قضیه بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{در گیشه اول بلیط خریده است}\mid\text{بلیط خریده است})=\frac{P(\text{در گیشه اول بلیط خریده است})}{P(\text{بلیط خریده است})}$$

$$=\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۵}}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۵}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۶}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۷}{۸}}=\circ/۴۸$$

۱۰۶ـ گزینه «۲» در جعبه ۱۰ قطعه وجود دارد که ۳ تای آن معیوب است، بنابراین ۷ قطعه سالم داریم. احتمال مورد نظر برابر است با انتخاب ۲ قطعه‌ی معیوب از ۳ قطعه‌ی معیوب و انتخاب ۲ قطعه از ۱۰ قطعه که تعداد کل حالات است:

$$P(A)=\frac{\binom{۳}{۲}\binom{۷}{\circ}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{\frac{۳!}{۲!(۳-۲)!}}{\frac{۱\circ!}{۲!(۱\circ-۲)!}}=\frac{۳}{۴۵}=\frac{۱}{۱۵}$$

۱۰۷ـ گزینه «۳» حالات کل فضای نمونه برابر با ۳۶ است.

$$S=\{(۱,۱),\cdots,(۶,۶)\}\Rightarrow n(s)=۳۶$$

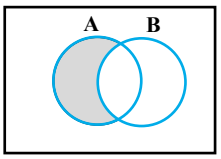
A : پیشامد اینکه مجموع ۶ باشد.

B : پیشامد اینکه مجموع ۱۲ باشد.

$$\begin{cases}A=\{(۱,۵)(۲,۴)(۳,۳)(۴,۲)(۵,۱)\}\Rightarrow P(A)=\frac{۵}{۳۶}\\ B=\{(۶,۶)\}\Rightarrow P(B)=\frac{۱}{۳۶}\end{cases}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{۵}{۳۶}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$$

۱۰۸ـ گزینه «۳» شکل به فهم مطلب بهتر کمک می‌کند.



$$1-P(A')-P(A\cap B)$$

$$1-P(A')=P(A)\qquad P(A)-P(A\cap B)=P(A\cap B')$$

$$A-(A\cap B)=A-B=A\cap B'$$

۱۰۹ـ گزینه «۱» از رابطه‌ی احتمال کلاسیک خواهیم داشت:

A : پیشامد اینکه هر دو نفر زن و شوهر باشند.

$n(S)=$ تعداد انتخاب ۲ نفر از بین ۱۲ نفر $=\binom{۱۲}{۲}$

$n(A)=$ تعداد انتخاب یک زوج از ۶ زوج $=\binom{۶}{۱}$

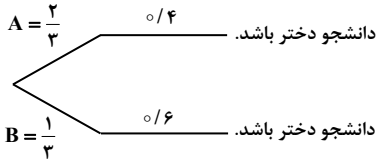
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A)=\frac{\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۶}{۶۶}=\frac{۱}{۱۱}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۰ـ گزینه «۳» طبق قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$\Rightarrow P(\text{کلاس A} \mid \text{دختر}) = \frac{\frac{۲}{۳}\times ۰/۴}{\frac{۲}{۳}\times ۰/۴ + \frac{۱}{۳}\times ۰/۶} = ۰/۵۷$$

۱۱۱ـ گزینه «۱» تعداد کل حالات برابر است با:

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

حالات مطلوب عبارت است از آنکه مجموع اعداد، مضرب سه باشد که بصورت زیر است:

$$A=\{(۱,۲),(۱,۵),(۲,۴),(۳,۶),(۴,۵)\} \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

۱۱۲ـ گزینه «۴» توجه کنید:

احتمال	$e_۱$	$e_۲$	$e_۳$	...
P	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$	$(\frac{۵}{۶})^۲\times\frac{۱}{۶}$	...

$e_۱$: ممکن است در بار اول پرتاب مجموع ۷ باشد

$e_۲$: ممکن است در بار دوم پرتاب مجموع ۷ باشد

⋮ ⋮

دو تاس را پرتاب کنیم احتمال مجموع (۷) برابر است با: $e_۱ : \{(۱,۶),(۶,۱),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۴),(۴,۳)\}$

$$P(e_۱)=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$$

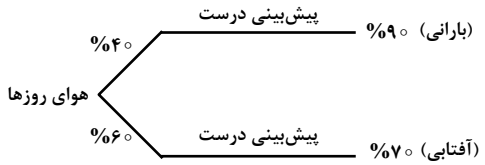
دو تاس را پرتاب می‌کنیم، احتمال آنکه در بار دوم ۷ بیاید یعنی در بار اول نیاید و در بار دوم مجموع ۷ بیاید.

$$P(e_۲)=\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۶}$$

حاصل جمع روبرو یک تصاعد هندسی است.

$$P(e_۱)+P(e_۳)+...=\frac{۱}{۶}+(\frac{۵}{۶})^۲.\frac{۱}{۶}+...=\frac{\frac{۱}{۶}}{۱-(\frac{۵}{۶})^۲}=\frac{۶}{۱۱}$$

۱۱۳ـ گزینه «۴» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به‌صورت روبرو است:



$$p(\text{پیش‌بینی بارانی} \mid \text{باران ببارد}) = \frac{p(\text{پیش‌بینی و ریزش باران})}{p(\text{پیش‌بینی باران})}$$

$$= \frac{\%۹۰\times\%۴۰}{\%۹۰\times\%۴۰+\%۳۰\times\%۶۰} = \frac{۳۶}{۵۴} = \frac{۲}{۳}$$

۱۱۴ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ کل حالات انتخاب ۴ درخت از کل ۵۰ درخت است که برابر با $\binom{۵۰}{۴}$ است، اکنون صورت کسر بالا انتخاب ۲ درخت سرو از ۱۲ درخت سرو و ۲ درخت کاج از ۴ درخت کاج است که تعداد برابر است با:

$$\binom{۱۲}{۲}\binom{۴}{۲}=\frac{۱۲!}{۲!۱۰!}\times\frac{۴!}{۲!۲!}=۶۶\times۶=۳۹۶$$

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با:

$$P(A)=\frac{۳۹۶}{\binom{۵۰}{۴}}$$

۱۱۵ـ گزینه «۲» از قضیه‌ی تقسیم n شیء متمایز بین k دسته‌ی مختلف بطوریکه در هر دسته تعداد معلوم است، استفاده می‌کنیم:

$$\binom{۹}{۳\ ۲\ ۲\ ۲}=\frac{۹!}{۳!۲!\ ۲!\ ۲!}=۷۵۶۰$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۶ـ گزینه «۳» احتمال‌ها متناسب با هر نقطه است؛ بنابراین احتمال هر نقطه را بدست می‌آوریم:

x	۱	۲	۳	۴	۵
p(x)	p	۲p	۳p	۴p	۵p

$$\sum f(x)=1 \Rightarrow p+2p+3p+4p+5p+6p=1 \Rightarrow 21p=1 \rightarrow p=\frac{1}{21}$$

احتمال زوج بودن به مفهوم آن است که:

$$A=\{2,4,6\} \Rightarrow p(A)=p(2)+p(4)+p(6)=\frac{2}{21}+\frac{4}{21}+\frac{6}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

۱۱۷ـ گزینه «۳»

۱,۱,۲,۲,۳

$$n(s)=\binom{5}{2\ 2}=\frac{5!}{2!\,2!}=30$$

A : پیشامد اینکه ۳ رقم متوالی به ترتیب صعودی باشد یعنی (۱۲۳)

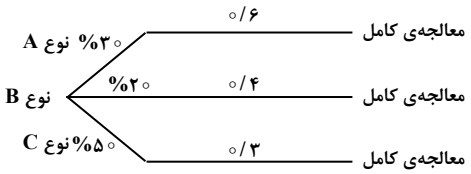
برای محاسبه $n(A)$ حالت ۱۲۳ را یک عدد و ۱ و ۲ و دو عدد جمعاً ۳ عدد در نظر می‌گیریم:

$$n(A)=3!=6 \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$$

۱۱۸ـ گزینه «۱» به کلمه‌ی حداقل دقت کنید. ابتدا ۱۲ سؤال را به دو قسمت ۵ سؤال اول و ۷ سؤال دوم تقسیم می‌کنیم، اکنون حداقل ۴ تا از ۵ تـای اول یعنی ۴ تا از ۵ تای اول یا هر ۵ تا سؤال از ۵ تای اول را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{4}\binom{7}{6}+\binom{5}{5}\binom{7}{5}=5\times7+1\times21=56$$

۱۱۹ـ گزینه «۴» با توجه به قانون احتمال کل و قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{سالم بودن})=\%30\times0/6+\%20\times0/4+\%50\times0/3=0/41$$

۱۲۰ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی جایگشت با تکرار خواهیم داشت:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}=\frac{8!}{3!\times3!\times2!}=560$$

۱۲۱ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی احتمال متوسط :

$$p(\text{معالجه کامل})=0/6\times\%30+0/4\times\%20+0/3\times\%50=0/41$$

۱۲۲ـ گزینه «۳» برای اینکه چهار ترانزیستور نامرغوب باشند، باید آنها را از شش ترانزیستور نامرغوب انتخاب کنیم:

$$P(A)=\frac{\binom{6}{4}\binom{54}{0}}{\binom{60}{4}}=\frac{\frac{6!}{4!2!}\times\frac{54!}{0!54!}}{\frac{60!}{4!56!}}=\frac{1}{19\times29\times59}$$

۱۲۳ـ گزینه «۴» می‌خواهیم ۳ مقام اول و دوم و سوم از بین ۴۳ نفر با ترتیب انتخاب کنیم:

$$P_{43}^{3}=\frac{43!}{40!}=74046$$

۱۲۴ـ گزینه «۲» به کلمه‌ی حداقل توجه کنید حداقل یک شیر تعداد یک بار شیر ظاهر شود با هر دو بار شیر ظاهر شود.

$$S=\{HH,HT,TH,TT\}, \qquad A=\{HT,TH,HH\}$$

$$P(\text{حداقل یک شیر})=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{4}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۵ـ گزینه «۴»

P (مهره‌ی دوم سیاه و مهره‌ی اول سفید) $=\frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{۴}{n+۴}\times\frac{n}{n+۴-۱}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{۴n}{(n+۴)(n+۴-۱)}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow$ جایگذاری $n=۱۲$ است.

۱۲۶ـ گزینه «۱» در احتمال شرطی $P(A_۱\mid B)$ به مقدار $P(A_۱\cap B)$ نیاز داریم که آن را با استفاده از رابطه‌ی $P(B\mid A_۱)$ محاسبه می‌کنیم:

$$P(B\mid A_۱)=\frac{P(A_۱\cap B)}{P(A_۱)} \Rightarrow P(A_۱\cap B)=\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{۸}{۱۰۰}$$

$$P(A_۱\mid B)=\frac{P(A_۱\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{۸}{۱۰۰}}{\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۰۰}}=\frac{\frac{۸}{۱۰۰}}{\frac{۸}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰}}=۰/۷۲$$

۱۲۷ـ گزینه «۳» کل حالات را از قضیه‌ی جایگشت با تکرار استفاده می‌کنیم:

۶ حالت { بین دو عدد ۱ اعداد ۲ یا اعداد ۳ / بین دو عدد ۲ اعداد ۱ یا اعداد ۳ / بین دو عدد ۳ اعداد ۱ یا اعداد ۲

کل حالات: $\frac{۶!}{۲!۲!۲!}=۹۰$

حالات مطلوب: $n(A)=۶$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۹۰}=\frac{۱}{۱۵}$$

۱۲۸ـ گزینه «۳» کلمه‌ی حداقل معادل اجتماع بین پیشامدها است:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۳}{۵}+\frac{۱}{۲}-\frac{۳}{۵}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴}{۵}$$

توجه کنید هر دو پیشامد مستقل هستند.

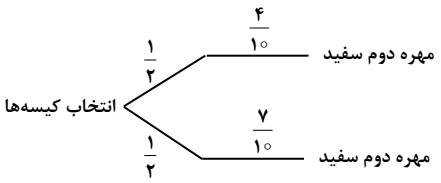
۱۲۹ـ گزینه «۲» ابتدا این ۵ تیم را به $۴!$ حالت دور میز مرتب می‌کنیم، اکنون هر تیم خودش به ۲ حالت جابجایی دارد که تعداد کل حالات برابر است با: $۴!\times۲^۵$

۱۳۰ـ گزینه «۳» صورت مسأله به‌صورت زیر است:

$$p(A)=\frac{۴۰}{۱۰۰} \quad p(A\cap B)=\frac{۱۵}{۱۰۰} \quad ; \quad p(B)=\frac{۶۰}{۱۰۰} \quad p(A\cap B')=?$$

$$p(A\cap B')=p(A)-p(A\cap B) \Rightarrow p(A\cap B')=\frac{۴۰}{۱۰۰}-\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۲۵}{۱۰۰}$$

۱۳۱ـ گزینه «۳» از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم، توجه کنید مهره‌ای که بیرون آورده شده و هیچ اطلاعاتی از رنگ آن به ما داده نشده است، هیچ تأثیری در محاسبه‌ی احتمال ما ندارد. به نمودار درختی روبرو توجه کنید:



$$\Rightarrow \rho \text{ (مهره دوم سفید باشد)}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۷}{۱۰}=\frac{۱۱}{۲۰}$$

۱۳۲ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ مقدار کل حالات انتخاب ۱۰ نفر از ۴۰ نفر است که برابر با $\binom{۴۰}{۱۰}$ است و حالات مطلوب نیز انتخاب ۳ نفراز تیم والیبال و ۵ نفر از تیم فوتبال و بقیه از تیم بسکتبال هستند که برابر است با: $\binom{۵}{۲}\binom{۲۵}{۵}\binom{۱۰}{۳}$ بنابراین احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A)=\frac{\binom{۱۰}{۳}\binom{۲۵}{۵}\binom{۵}{۲}}{\binom{۴۰}{۱۰}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۳ـ گزینه «۴» ابتدا حالاتی که حروف انتخابی متمایز باشند را بدست می‌آوریم که برابر است با $\binom{۶}{۳}=۲۰$ سپس حالاتی که حروف انتخابی متمایز نیست و دو حرف مشابه و یک حرف از ۵ حرف باقیمانده انتخاب می‌شود مانند MMG یا NMN یا EAE یا ...

حروف بدون تکرار: $\binom{۶}{۳}=\frac{۶!}{۳!(۶-۳)!}=۲۰$

$M\to ۲$
$A\to ۲$
$N\to ۲$
$G\to ۱$

... (MMN) و (MMA) انتخاب یک حرف از ۵ حرف باقیمانده $\to M:\binom{۵}{۱}=۵\to$ ۲ حرف مشابه انتخاب شود

دو حرف مشابه $A\to\binom{۵}{۱}=۵$

تکراری‌های A و N و M و E برابر با $۲۰=۵\times ۴$ حالت می‌باشد $\Rightarrow$ $N\to\binom{۵}{۱}=۵$

$E\to\binom{۵}{۱}=۵$

تعداد کل $=۲۰+۴(۵)=۴۰$

۱۳۴ـ گزینه «۲» توجه کنید در این کلمه حروف O و R هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند. OPERATOP

انتخاب ۴ حروف از ۶ حرف T و A و R و E و P و O برابر است با $\binom{۶}{۴}=۱۵$، انتخاب ۲ حرف O و ۲ حرف از ۵ حرف دیگر $\binom{۲}{۲}\binom{۵}{۲}=۱۰$، انتخاب ۲ حرف R و ۲ حرف از ۵ حرف دیگر $\binom{۲}{۲}\binom{۵}{۲}=۱۰$، انتخاب ۲ حرف O و ۲ حرف R $\binom{۲}{۲}\binom{۲}{۲}=۱$ کل حالات: $۱۵+۱۰+۱۰+۱=۳۶$

۱۳۵ـ گزینه «۴» دو نفر خاص را یک نفر در نظر گرفته و از آنجا که آن‌ها نمی‌توانند در اتاق یکنفره باشند، دو حالت خواهیم داشت:

$\binom{۴}{۱\ ۱\ ۲}$ دو نفر در اتاق ۳ نفره قرار گیرند، بایستی یکنفر نیز برای اتاق ۳ نفره انتخاب کرد یا $\binom{۴}{۱\ \ ۳}$ دو نفر در اتاق دو نفره قرار گیرند.

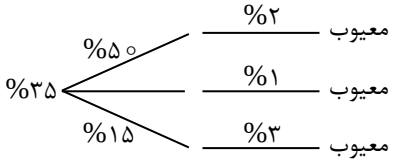
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۱\ \ ۳}+\binom{۴}{۱\ ۱\ ۲}}{\binom{۶}{۱\ ۲\ ۳}}=\frac{۴+۱۲}{۶۰}=\frac{۴}{۱۵}$$

تعداد کل حالات برابر است با تقسیم ۶ نفر به زیر مجموعه‌های تک عضوی، دو عضوی و سه عضوی

$$\binom{۶}{۱\ ۲\ ۳}=\frac{۶!}{۱!\ ۲!\ ۳!}=۶۰$$

۱۳۶ـ گزینه «۲»

A_i : تولید بوسیله کارخانه سالم　　B : معیوب بودن



$$P(A_j|B)=\frac{P(Aj\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B|A_j).P(Aj)}{\sum_{j=۱}^{n}P(B|A_j)P(A_j)}$$

با توجه به قضیه‌ی نیرو نمودار درختی خواهیم داشت:

$$P(A_۳|B)=\frac{\frac{۱۵}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۱۰۰}}{\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۵۰۰}{۱۰۰}+\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۳۵}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}}=\frac{\frac{۴۵}{۱۰۰۰۰}}{\frac{۱۰۰+۳۵+۴۵}{۱۰۰۰۰}}=\frac{۴۵}{۱۸۰}=\frac{۱}{۴}$$

---

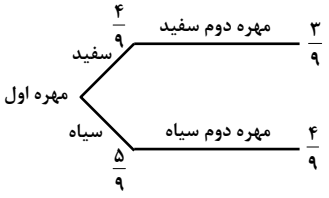
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۷ـ گزینه «۱» به کلمه‌ی لااقل دقت کنید. از روش مکمل استفاده می‌کنیم. ابتدا کل اعداد ۳ رقمی که می‌توان ساخت برابـر اسـت بـا $۴\times۴\times۴=۶۴$ اکنون اعدادی که لااقل یکبار عدد ۲ وجود دارد و برابر است با: $۶۴-۳\times۳\times۳=۶۴-۲۷=۳۷$ = اعداد سه رقمی که ۲ ندارند- کل حالات

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با: $\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۷}{۶۴}$

۱۳۸ـ گزینه «۳» هر دو مهره‌ی خارج شده همرنگ باشند به مفهوم آن است که مهره‌ی اول و مهـره‌ی دوم سفید و یا هر دو مهره سیاه باشند:



$$P(\text{هردو سفید}\mid\text{هر دو همرنگ باشند})=\frac{P(\text{هر دو سفید و هر دو همرنگ باشند})}{P(\text{هر دو همرنگ باشند})}$$

$$=\frac{P(\text{هر دو سفید باشند})}{P(\text{هر دو سیاه باشند})+P(\text{هر دو سفید})}=\frac{P(\text{اولی سفید})\times P(\text{دومی سفید}\mid\text{اولی سفید})}{P(\text{اولی سفید})\times P(\text{دومی سفید}\mid\text{اولی سفید})+P(\text{اولی سیاه})\times P(\text{دومی سیاه}\mid\text{اولی سیاه})}$$

$$=\frac{\frac{۴}{۹}\times\frac{۳}{۹}}{\frac{۴}{۹}\times\frac{۳}{۹}+\frac{۵}{۹}\times\frac{۴}{۹}}=\frac{۱۲}{۱۲+۲۰}=\frac{۱۲}{۳۲}=\frac{۳}{۸}$$

۱۳۹ـ گزینه «۲» از اینکه A و B مستقلند می‌توان نتیجه گرفت $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ و به راحتی مقدار $P(B)$ بدست می‌آید:

$$۰/۰۶=۰/۳\times P(B)\Rightarrow P(B)=\frac{۰/۰۶}{۰/۳}=۰/۲$$

از طرفی طبق قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۳+۰/۲-۰/۰۶=۰/۴۴$$

۱۴۰ـ گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل و قضیه‌ی بیز به صورت زیر خواهیم داشت:

$$P(\text{کالا مرغوب تشخیص داده شود})=\%۹۶\times\%۹۵+\%۴\times\%۸=۰/۹۱۵۲$$

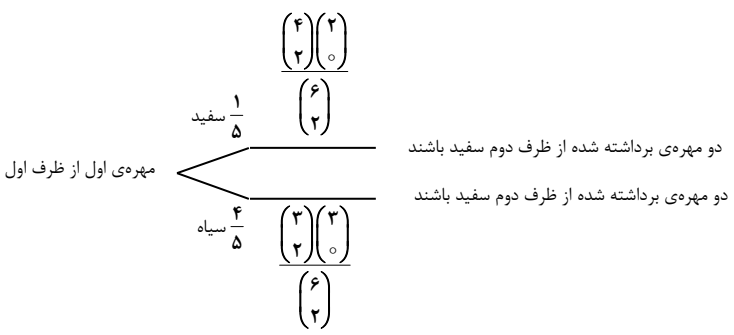
$$P(\text{استاندارد}\mid\text{مرغوب تشخیص داده شود})=P\frac{(\text{مرغوب باشد و استاندارد باشد})}{(\text{مرغوب تشخیص داده شود})}=\frac{\%۹۶\times\%۹۵}{۰/۹۱۵۲}=۰/۹۹۶$$

۱۴۱ـ گزینه «۴» برای آنکه تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند، می‌توانیم به شهر اول یکی، به شهر دوم دو نفر و به شهر سوم سه نفر را اعـزام کنـیم که خود این حالات به $۳!$ حالت جایگشت دارند. از جایگشت با تکرار استفاده می‌کنیم، خواهیم داشت: $\frac{۶!}{۳!۲!۱!}\times۳!=۳۶۰$

۱۴۲ـ گزینه «۱» ابتدا کل حالات عبارت است از چیدمان شش نفر دور یک میزگرد که برابر است با $(۶-۱)!=۵!$ اکنون حـالات مطلـوب عبـارت اسـت از افراد هم‌گروه که روبروی هم باشند که هر گروه به $۲!$ جابجایی با فرد هم‌گروه روبروی خودش خواهد داشت بنابراین:

$$P(A)=\frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}=\frac{۲!\times۲!\times۲!}{۵!}=\frac{۲\times۲\times۲}{۱۲۰}=\frac{۱}{۱۵}$$

۱۴۳ـ گزینه «۳» طبق نمودار درختی و قانون احتمال کل به صورت روبرو خواهیم داشت. ابتدا مهره‌ی اول ظرف اول با احتمال $\frac{۱}{۵}$ سـفید و با احتمال $\frac{۴}{۵}$ سیاه است برای آنکه دو مهره‌ی دوم سفید باشد، بایـد احتمال‌های ظرف دوم را محاسبه کنیم:



$$\Rightarrow P(\text{مطلوب})=\frac{۱}{۵}\times\frac{۶}{۱۵}+\frac{۴}{۵}\times\frac{۳}{۱۵}=۰/۲۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۴ـ گزینه «۲» ارقام بدون صفر عبارتند از $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ اکنون برای آن‌که سه رقم مضرب ۳ باشد ابتدا به $\binom{6}{3}=20$ حالت سه رقم انتخاب می‌کنیم. برای آن که مضرب ۳ $\{3,6,9\}$ باشند اکنون به $\binom{3}{1}=3$ حالت برای مضرب ۴ یعنی $\{4,8\}$ انتخاب می‌کنیم، دو رقم باقی‌مانده هم که نباید مضرب‌های ۳ و ۴ باشند.

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{3}\times3\times3\times3\times\binom{3}{1}\times2\times4\times4}{9\times9\times9\times9\times9\times9}=\frac{640}{81\times81}$$

۱۴۵ـ گزینه «۲» پست بخصوصی را که خواهان عدم حذفش هستیم، کنار می‌گذاریم. اکنون می‌خواهیم از بین ۹ پست ۳ تای آنها حذف شود.

$$P(A)=\frac{\binom{9}{3}}{\binom{10}{3}}=\frac{7}{10}$$

۱۴۶ـ گزینه «۲» توجه کنید که $P(A\cup B)=1$ چرا که $A\cup B$ کل فضای نمونه است و $n(S)=10$

$P(B-A')=P(A\cap B)$

از طرفی: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow 1=0/6+0/7-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=0/3$

۱۴۷ـ گزینه «۴»

P (عدم برخورد به نفت) $=1-P$ (برخورد به نفت) $=1-0/4\times0/3=0/88$

۱۴۸ـ گزینه «۳» ابتدا رمزهای بدون تکرار سپس رمزهای تکراری را می‌شماریم:

$N\to1$

$O\to1$

$A\to2$ بدون حرف تکراری $P_3^8=\frac{8!}{5!}=8\times7\times6=336$

$P\to2$ یک حرف دو بار تکرار شود $A\to P_1^7\times3=21$, $P\to P_1^7\times3=21$, $I\to P_1^7\times3=21$

$L\to1$

$I\to2$

$C\to1$

$T\to1$

کل حالات: $336+3(21)=399$

۱) رمزهایی که تکرار ندارند مانند (APC یا LIP یا ...)

۲) رمزهایی که ۲ حرف A دارند.

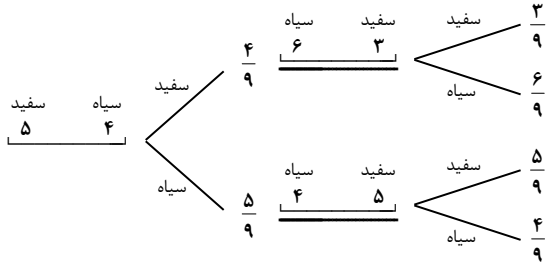
۳) رمزهایی که ۲ حرف P دارند.

۴) رمزهایی که ۲ حرف I دارند.

۱۴۹ـ گزینه «۳» طبق قضیه‌ی بیز و نمودار درختی خواهیم داشت:

A : پیشامد هر دو مهره سفید باشند

B : هر دو همرنگ باشند



$P(A\cap B)=P($ هر دو سفید و هر دو همرنگ $)$

$=P($ هر دو سفید $)=\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{12}{81}$

$P(B)=P($ هر دو همرنگ $)=P($ هر دو سفید $)+P($ هر دو سیاه $)=(\frac{3}{9}\times\frac{4}{9})+(\frac{4}{9}\times\frac{5}{9})=\frac{12+20}{81}=\frac{32}{81}$

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{12}{81}}{\frac{32}{81}}=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۰ـ گزینه «۱» از رابطه احتمال کلاسیک استفاده می‌کنیم، خواهیم داشت:

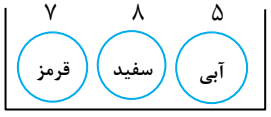
$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{حالات مساعد}}{\text{کل حالات}}=\frac{\binom{۱۲}{۲}\binom{۸}{۳}}{\binom{۲۰}{۵}}$$

$n(S)=\binom{۲۰}{۵}$: انتخاب ۵ نفر از ۲۰ نفر

$n(A)=\binom{۱۲}{۲}\binom{۸}{۳}$: انتخاب ۳ دختر از ۸ دختر و ۲ پسر از ۱۲ پسر

۱۵۱ـ گزینه «۲» توجه کنید که احتمال انتخاب هر دو کیسه برابر با $\frac{۱}{۲}$ است و همچنین این انتخاب تصادفی است. پس در اینجا مانند مدل آوند پولیا

۵ مهره آبی، ۸ مهره سفید و ۷ مهره قرمز داریم که احتمال سفید بودن برابر است با :



$$P(\text{سفید})=\frac{\text{تعداد مهره‌های سفید}}{\text{کل مهره‌ها}}=\frac{۸}{۲۰}=\frac{۴}{۱۰}$$

۱۵۲ـ گزینه «۳» پیشامدهای B و $A\cap B$ را به‌صورت زیر تعریف کرده و سپس مقدار احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.

B: قبلاً در جایی دیگر کار کرده‌اند $\rightarrow P(B)=\frac{۴۴}{۱۰۰}$

$A\cap B$: سابقه شغلی بیش از ۵ در این کارخانه و قبلاً در جایی دیگر کار کرده‌اند $\rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱۵}{۱۰۰}$

P (سابقه شغلی بیش از ۵ در این کارخانه نداشته و قبلاً در جایی دیگر کار کرده)

$$=P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{۴۴}{۱۰۰}-\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۲۹}{۱۰۰}$$

۱۵۳ـ گزینه «۲» طبق تعریف استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۴}{۱۰}=۰/۱۶$$

۱۵۴ـ گزینه «۴» مهره‌ها همرنگ باشند به مفهوم آن است که:

$$P\text{ (مهره جعبه اول سیاه و مهره جعبه دوم سیاه)}=P\text{ (مهره جعبه دوم سفید و مهره جعبه دوم سفید)}=\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۷}+\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۷}=\frac{۶}{۳۵}+\frac{۱۲}{۳۵}=\frac{۱۸}{۳۵}$$

۱۵۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

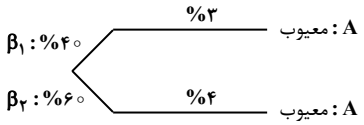
اگر دو پیشامد ناسازگار باشند $P(A\cap B)=۰$ است. دو پیشامد ناسازگار به مفهوم آن است که نتوانند همزمان رخ دهند که هیچ گزینه‌ای صحیح نیست.

۱۵۶ـ گزینه «۲» طبق تعریف احتمال، اندازه‌ی امکان وقوع حادثه را احتمال گویند.

۱۵۷ـ گزینه «۲» طبق قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:

$$P(B_۲\mid A)=\frac{P(B_۲)\cdot P(A\mid B_۲)}{P(B_۱)\cdot P(A\mid B_۱)+P(B_۲)\cdot P(A\mid B_۲)}$$

$$=\frac{\%۶۰\times\%۴}{\%۴۰\times\%۳+\%۶۰\times\%۴}=\frac{۰/۰۲۴}{۰/۰۱۲+۰/۰۲۴}=۰/۶۶۷$$



$\beta_۱$: خط اول

$\beta_۲$: خط دوم

A : معیوب بودن محصول

۱۵۸ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه پیشامد آمدن ۵ ربطی به ظاهر شدن شیر ندارد و این دو پیشامد مستقل هستند لذا:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=P\text{ (پیشامد ۵ آمدن)}\times P\text{ (ظاهر شدن شیر)}=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۱۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۹ـ گزینه «۲»

x_i	F_{ei}	f_i
A	۴۰	۰/۴
B	۲۰	۰/۲
AB	۱۰	۰/۱
O	۳۰	۰/۳

A فقط یکی از نوع $= \{(A,B)(A,AB)(A,O)\}$

P (فقط یکی از نوع A) $= P(A.B) + P(A,AB) + P(A.O)$

$= ۰/۴ \times ۰/۲ \times + ۰/۴ \times ۰/۱ \times + ۰/۴ \times ۰/۳$

$= ۰/۸ + ۰/۰۴ + ۰/۱۲ = ۰/۲۴$

۱۶۰ـ گزینه «۴»

$$P(\text{B نوع} \mid \text{محصول متوسط}) = \frac{P(\text{محصول متوسط و نوع B})}{P(\text{محصول متوسط})} = \frac{۰/۳}{۰/۲ + ۰/۳} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

۱۶۱ـ گزینه «۳» برای حل این مسئله باید ابتدا متوجه شویم که رمزهای چهارحرفی که می‌توان تولید کرد به چه صورت هستند، سپس هر دسته را جداگانه شمارش کنیم:

۱ـ رمزهایی که حروف تکراری ندارند مانند $SUCE$ یا $UCES$ یا ...

پس حروف تکراری را یکی در نظر می‌گیریم یعنی اکنون حروف ما S,U,C,E هستند که تعداد رمزهایی چهارحرفی با این چهار حروف برابر با $P_۴^۴ = \frac{۴!}{(۴-۴)!} = ۲۴$ می‌باشند.

۲ـ رمزهایی که تکرار آن با ۲ تا S هستند مانند $SSUE$ یا $SUSE$ یا ...

توجه کنید دو تا S می‌توانند در جایگاه‌های مختلفی قرار گیرند:

$$\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{جایگاه S}} \times \underbrace{۶}_{\text{حروف دیگر}} = \frac{۴!}{۲!(۴-۲)!} \times ۶ = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

۳ـ رمزهایی که دو تا تکرار C دارند :

$$\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{جایگاه S}} \times \underbrace{۶}_{\text{حروف دیگر}} = \frac{۴!}{۲! \times ۲!} \times ۶ = ۳۶$$

۴ـ رمزهایی که ۳ حرف S دارند :

$$\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{جایگاه S}} \times \underbrace{۳}_{\text{حروف دیگر}} = \frac{۴!}{۳! \times ۱!} \times ۳ = ۱۲$$

۵ـ آنهائیکه ۲ تا C و ۲ تا S دارند تعداد آن‌ها ۶ تا است.

$$\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{جایگاه برای Sها}} \times ۱ \times ۱ \times \underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{جایگاه برای Cها}} \times ۱ \times ۱ = ۶$$

اکنون کل حالات را با یکدیگر جمع می‌کنیم :

$$۲۴ + ۳۶ + ۳۶ + ۱۲ + ۶ = ۱۱۴$$

۱۶۲ـ گزینه «۲» توجه کنید اعدادی بر ۶ بخش پذیر هستند که جمع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد و رقم یکان آن‌ها نیز زوج باشند و اعدادی بر ۵ بخش پذیر هستند که رقم یکان آن‌ها ۰ یا ۵ باشد. در اینجا جمع ارقام ۱ تا ۶ برابر با ۲۱ است.

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + = ۲۱$$

بنابراین شرط جمع بر ۳ بخش پذیری برقرار است، اکنون سایر شروط را بررسی می‌کنیم، یعنی شرط آن که زوج باشد و شرط بخش‌پذیری بر ۵:

A : $p(A) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}{۵\ ۴\ ۳\ ۲\ ۱\ ۳} \rightarrow$ زوج باشد $= \frac{۳}{۶}$ و بر ۶ بخش پذیر باشد

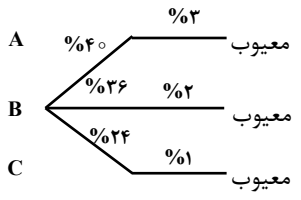
B : $p(B) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}{۵\ ۴\ ۳\ ۲\ ۱\ ۱} \rightarrow$ عدد ۵ باشد $= \frac{۱}{۶}$ و بر ۵ بخش پذیر باشد

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{۳}{۶} + \frac{۱}{۶} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۳ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز و نمودار درختی خواهیم داشت:



$$P(\text{کارگر } | \text{ معیوب}) = \frac{P(\text{کارگر } C \text{ و معیوب})}{P(\text{معیوب})}$$

$$= \frac{\%۲۴ \times \%۱}{\%۴۰ \times \%۳ + \%۳۶ \times \%۲ + \%۲۴ \times \%۱} = \frac{۱}{۹}$$

۱۶۴ـ گزینه «۱» ابتدا تعداد کلی حالات عبارت است از مرتب کردن ۳ کتاب ریاضی و ۴ کتاب اقتصاد در کنار یکدیگر بدون هیچ محدودیتی که همان چیدمان ۷ کتاب در کنار یکدیگر است $n(S) = ۷!$ اکنون حالات مطلوب آن است که کتاب‌های ریاضی در کنار یکدیگر و کتاب‌های اقتصاد نیز در کنار یکدیگر قرار گیرند که تعداد حالات برابر است با:

$$n(A) = ۳! \times ۴! \times ۲! \;\; ; \;\; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳! \times ۴! \times ۲!}{۷!} = \frac{\cancel{۳!} \times \cancel{۴!} \times \cancel{۲!}}{\cancel{۴!} \times ۵ \times \cancel{۶} \times ۷} = \frac{۲}{۳۵}$$

۱۶۵ـ گزینه «۲» این کلمه دارای حروف تکراری A و D است، کلماتی که می‌توان ساخت به ۳ دسته تقسیم می‌کنیم:

۱) آنهایی که تکراری نیستند:

$$p_۶^۴ = \frac{۶!}{(۶-۴)!} = ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۳۶۰$$

۲) آنهائی که دو تکرار A با دو تکرار D دارند:

$$\begin{cases} A \text{ تکرار}: \binom{۴}{۲} \times p_۵^۲ = ۶ \times \frac{۵!}{۳!} = ۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰ \\ D \text{ تکرار}: \binom{۴}{۲} \times p_۵^۲ = ۶ \times \frac{۵!}{۳!} = ۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰ \end{cases}$$

۳) آنهائی که دو تکرار A و دو تکرار D دارند:

$$\binom{۴}{۲} \times ۱ = ۶$$

کل حالات برابر است با:

$$۳۶۰ + ۱۲۰ + ۱۲۰ + ۶ = ۶۰۶$$

۱۶۶ـ گزینه «۳»

$$A: \text{تاریخ مصرف ندارند} \Rightarrow p(A) = ۰/۴۵$$

$$B: \text{برچسب قیمت ندارند} \Rightarrow p(B) = ۰/۳۰$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = ۰/۴۵ + ۰/۳۰ - ۰/۲۵ = ۰/۵ \;\; ; \;\; p(A \cup B)' = ۱ - p(A \cup B) = ۱ - ۰/۵ = ۰/۵$$

۴ درصد کالا معیوب است بنابراین ۹۶ درصد کالاها سالم هستند.

$$p(\text{مطلوب}) = ۰/۹۶ \times ۰/۵ = ۰/۴۸$$

۱۶۷ـ گزینه «۴» راه‌های تقسیم n شیء متمایز بین k دسته‌ی مختلف به طوری که در دسته‌ی اول $n_۱$ تا در دسته‌ی دوم $n_۲$ تا و ... در دسته‌ی kام n_k تا دریافت کند برابر است با:

$$\frac{n!}{n_۱! n_۲! \ldots n_k!} = \frac{۷!}{۲!۲!۳!} = ۲۱۰$$

۱۶۸ـ گزینه «۳» راه حل تستی: وقتی ۳ مهره بیرون می‌آوریم و فقط دو مهره همرنگ است یعنی «دو مهره‌ی سفید و دیگری سیاه است» یا «دو مهره‌ی سیاه و دیگری سفید است»:

$$\text{تعداد کل حالات} = (\text{دو مهره‌ی سفید و دیگری سیاه}) + (\text{دو مهره‌ی سیاه و دیگری سفید}) = \binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۱} + \binom{۵}{۲} \times \binom{۴}{۱}$$

$$= \frac{۴!}{۲! \times ۲!} \times \frac{۵!}{۱! ۴!} + \frac{۵!}{۲! ۳!} \times \frac{۴!}{۱! ۳!} = ۶ \times ۵ + ۱۰ \times ۴ = ۳۰ + ۴۰ = ۷۰$$

$$\text{حالات مطلوب} = (\text{دو مهره‌ی سفید و دیگری سیاه}) = \binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۱} = ۶ \times ۵ = ۳۰$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{حالات کل}} = \frac{۳۰}{۷۰} = \frac{۳}{۷}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۹ـ گزینه «۳» A : قبولی در امتحان اول B : قبولی در امتحان دوم به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی

C : قبولی در امتحان سوم به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی

$$P\ (\text{پذیرش}) = P\ (\text{حداقل در دو امتحان قبول شود}) = P(ABC') + P(AB'C) + P(A'BC) + P(ABC)$$

$$= (\frac{۶}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۴}{۱۰}) + (\frac{۶}{۱۰} \times \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۳}{۱۰}) + (\frac{۴}{۱۰} \times \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۰}) + (\frac{۶}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۰}) = \frac{۱۴۴}{۱۰۰۰} + \frac{۷۲}{۱۰۰۰} + \frac{۷۲}{۱۰۰۰} + \frac{۲۱۶}{۱۰۰۰} = \frac{۵۰۴}{۱۰۰۰} = ۰/۵۰۴$$

۱۷۰ـ گزینه «۳» با استفاده از رابطه‌ی احتمال شرطی $P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$ خواهیم داشت:

$$P(A \cap D) = \frac{۳}{۱۱}\ ,\ P(D) = \frac{۸}{۱۱}$$

بنابراین:

$$P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{۳}{۱۱}}{\frac{۸}{۱۱}} = \frac{۳}{۸}$$

۱۷۱ـ گزینه «۳» A و B مستقل هستند بنابراین $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ است پس می‌توانیم به کمک رابطه‌ی بالا $P(B)$ را بدست آوریم:

$$۰/۰۶ = ۰/۳ \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{۰/۰۶}{۰/۳} = ۰/۲$$

اکنون از قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد استفاده می‌کنیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۳ + ۰/۲ - ۰/۰۶ = ۰/۴۴$$

۱۷۲ـ گزینه «۴» طبق رابطه‌ی احتمال شرطی:

$$P(B' \mid A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} \Rightarrow P(B' \mid A') \xrightarrow{\text{قانون دمورگان}} \frac{P(A \cup B)'}{۱ - P(A)} = \frac{۱ - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{۱ - P(A)}$$

توجه کنید همه‌ی مقادیر کسر بالا را داریم به جز $P(A \cap B)$ که می‌توان از رابطه‌ی $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ این مقدار را بدست آورد و در کسر بالا جایگذاری کرد.

$$P(A \mid B) = P(A) \times P(B \mid A) = ۰/۲ \times ۰/۷ = ۰/۱۴$$

بنابراین:

$$P(B' \mid A') = \frac{۱ - (۰/۲ + ۰/۲۲ - ۰/۱۴)}{۱ - ۰/۲} = \frac{۰/۷۲}{۰/۸} = ۰/۹$$

۱۷۳ـ گزینه «۴» رمزهایی دارای حروف تکراری هستند که در آنها ۲ تا "A" یا ۲ تا "P" یا ۲ تا "I" باشند، ترتیب قرار گرفتن آنها مهم نیست، به طور مثال:

$$A,A,P,C \quad \text{و} \quad A,C,P,A \quad \text{و} \quad A,P,P,I \quad \text{و} \quad I,I,P,A$$

ابتدا دو جایگاه را برای حروف تکراری انتخاب می‌کنیم برای A یا P یا I بقیه حروف در دو جایگاه دیگر ۶×۷ حالت (بقیه حروف یعنی اگر دو تا A قرار دهیم تکراری نباشند)

$$\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\substack{\text{جایگاه‌ها برای}\\ \text{حروف تکراری}}} \times \underbrace{۳}_{\substack{A \text{ یا } P\\ \text{یا } I}} \times \underbrace{۷}_{\substack{\text{حروف}\\ \text{دیگر}}} \times \underbrace{۶}_{\substack{\text{حروف}\\ \text{دیگر}}} = ۶ \times ۳ \times ۷ \times ۶ = ۷۵۶$$

اما توجه کنید که تکراری‌ها می‌توانند به صورت سه مدل $AAPP$ یا $AAII$ یا $PPII$ نیز باشد که خود این مدلها هر کدام به ۶ حالت جابه‌جایی دارند:

$$\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{جایگاه}} \times ۱ \times ۱ \times ۱ \times ۱ = ۶$$

مثلاً مدل $AAPP$ می‌تواند به صورت‌های $PAPA$ یا $APAP$ یا $PPAA$ و یا ... باشد بنابراین:

$$\text{کل حالات} = ۷۵۶ + ۶ + ۶ + ۶ = ۷۷۴$$

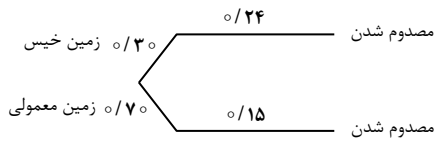
۱۷۴ـ گزینه «۳» اگر احتمال مصدوم شدن در زمین خیس را $P_۱$ معرفی کنیم و احتمال مصدوم شدن در زمین معمولی را $P_۲$ معرفی کنیم، آنگاه:

$$\begin{cases} P_۱ = ۰/۲۴ \\ P_۲ = \frac{۰/۲۴}{۱/۶} = ۰/۱۵ \end{cases} \Rightarrow P_۱ = P_۲ + \%۶۰ P_۲ = ۱/۶ P_۲ \Rightarrow ۱/۶ P_۲ = ۰/۲۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

با استفاده از نمودار درختی خواهیم داشت:



$$\Rightarrow P(\text{مصدوم شدن}) = \%۳۰\times ۰/۲۴ + \%۷۰\times ۰/۱۵ = ۰/۰۷۲ + ۰/۱۰۵ = ۰/۱۷۷$$

۱۷۵ـ گزینه «۳» از قضیه‌ی اول در فصل ۲ کتاب مدرسان شریف استفاده می‌کنیم. توجه کنید که جابه‌جایی دو تیم تفاوتی نمی‌کند و !۲ مخرج به خاطر عدم جابه‌جایی دو تیم است.

$$\frac{\frac{۱۰!}{۵!\times ۵!}}{۲} = \frac{۲۵۲}{۲} = ۱۲۶$$

۱۷۶ـ گزینه «۲» از رابطه‌ی اجتماع دو پیشامد استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(A\cup B') = P(A) + P(B') - P(A\cap B') = ۰/۳ + ۰/۶ - ۰/۱ = ۰/۸ \\ P(B') = ۱ - P(B) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶ \end{cases}$$

۱۷۷ـ گزینه «۲» توجه کنید که دو پیشامد A و B مستقل‌اند:

$$P(A) = ۰/۷ \ , \ P(B) = ۰/۹ \ , \ P(A\cap B) = P(A)\times P(B) = ۰/۷\times ۰/۹ = ۰/۶۳$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = ۰/۷ + ۰/۹ - ۰/۶۳ = ۰/۹۷$$

۱۷۸ـ گزینه «۴» با توجه به آن‌که توزیع جامعه نامعلوم است و $E(X) = ۴۰۰/۰۰۰$ است از نابرابری مارکوف خواهیم داشت:

$$p(x\geq c) \leq \frac{E(x)}{c} \Rightarrow p(x\geq ۵۰۰/۰۰۰) \leq \frac{۴\not{۰}\not{۰}\not{۰}\not{۰}\not{۰}}{۵\not{۰}\not{۰}\not{۰}\not{۰}\not{۰}} = ۰/۸$$

۱۷۹ـ گزینه «۴» در اینجا ابتدا با یک توزیع دوجمله‌ای سروکار داریم که باید آن را به دلیل بزرگ بودن $n = ۴۰۰۰$ و کوچک بودن $P = \frac{۱}{۱۰۰۰}$ با پواسون تقریب بزنیم $\lambda = np = ۴۰۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰۰} = ۴$ اکنون خواسته مسأله آن است که $P(X\leq ۳)$ چند برابر $P(X=۰)$ است که در اینجا X تعداد کالاهای معیوب است. (توجه کنید که وقتی همه کالاها سالم است یعنی $X=۰$)

$$P(X\leq ۳) = ?P(X=۰) \Rightarrow \frac{P(X\leq ۳)}{P(X=۰)} = \frac{P(X=۰)+P(X=۱)+P(X=۲)+P(X=۳)}{P(X=۰)}$$

$$\frac{\frac{e^{-۴}\cdot ۴^{۰}}{۰!} + \frac{e^{-۴}\cdot ۴^{۱}}{۱!} + \frac{e^{-۴}\cdot ۴^{۲}}{۲!} + \frac{e^{-۴}\cdot ۴^{۳}}{۳!}}{\frac{e^{-۴}\cdot ۴^{۰}}{۰!}} = \frac{e^{-۴}+۴e^{-۴}+۸e^{-۴}+۱۰/۶۶e^{-۴}}{e^{-۴}} = \frac{۲۳/۶۶e^{-۴}}{e^{-۴}} = ۲۳۰\cdot\frac{۲}{۳}$$

۱۸۰ـ گزینه «۲» ضریب پراکندگی نسبی Y عبارت است از: $\frac{\sigma_y}{\mu_y}$ بنابراین انحراف معیار y و میانگین y را به دست می‌آوریم:

$$E(y) = \overset{۱}{۵}E(x) + \overset{۱}{۱۵} = ۵ + ۱۵ = ۲۰$$

$$\sigma(y) = \sigma(۵x+۱۵) = \overset{۲}{(۵)}\sigma(x) = ۵\times ۲ = ۱۰$$

اکنون مقادیر به دست آمده را در فرمول ضریب پراکندگی y به صورت $\frac{\sigma_y}{\mu_y} = \frac{۱۰}{۲۰} = ۰/۵$ قرار می‌دهیم.

۱۸۱ـ گزینه «۱» اگر سال پایه ۱۰۰% در نظر گرفته شود، ۹۱ درصد کاهش برابر است با: ۹% و ۴۴ درصد افزایش برابر با ۱۴۴% می‌باشد. اکنون متوسط نرخ رشد در دو سال برابر است با:

$$\text{نرخ رشد سالیانه} = G - ۱ = \%۳۶ - \%۱۰۰ = -\%۶۴ \quad , \quad \text{میانگین هندسی } G = \sqrt{x_۱\times x_۲} = \sqrt{۱۴۴\times ۹} = \%۳۶$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۲ـ گزینه «۳» با توجه به‌صورت سؤال $N=۵۶$ و طبق خاصیت مهم میانگین ($\sum(x_i-\mu)=۰$) مقدار $\mu=۱۵$ می‌باشد. بنابراین واریانس و گشتاور سوم را به‌دست می‌آوریم:

$$\sigma^۲=\frac{\sum(x_i-\mu)^۲}{N}=\frac{۱۲۶}{۵۶}=۲/۲۵ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۲/۲۵}=۱/۵=\frac{۳}{۲}$$

$$\mu_۳=\frac{\sum(x_i-\mu)^۳}{N}=\frac{-۱۴۰}{۵۶}=\frac{-۵}{۲}$$

مقادیر به‌دست آمده را در فرمول ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$SK=\frac{\mu_۳}{\sigma^۳}=\frac{\frac{-۵}{۲}}{\frac{۳}{۲}\times\frac{۳}{۲}\times\frac{۳}{۲}}=\frac{\frac{-۵}{۲}}{\frac{۲۷}{۸}}=\frac{-۴۰}{۵۴}=-۰/۷۴$$

۱۸۳ـ گزینه «۲» مشخصات جامعه اول به صورت $\sigma_۱=۴$، $\mu_۱=۱۲$ و $N_۱=۱۵$ و مشخصات جامعه دوم به صورت $\sigma_۲=۵$، $\mu_۲=۱۳$ و $N_۲=۱۰$ می‌باشد. برای به‌دست آوردن واریانس کل، ابتدا باید میانگین کل را به‌دست آوریم:

$$\mu=\frac{N_۱\mu_۱+N_۲\mu_۲}{N_۱+N_۲}=\frac{(۱۵\times۱۲)+(۱۰\times۱۳)}{۱۵+۱۰}=۱۲/۴$$

اکنون فرمول واریانس ادغام شده (کل) به‌صورت زیر است:

$$\sigma^۲=\frac{N_۱\sigma_۱^۲+N_۲\sigma_۲^۲}{N_۱+N_۲}+\frac{N_۱(\mu_۱-\mu)^۲+N_۲(\mu_۲-\mu)^۲}{N_۱+N_۲}=\frac{(۱۵\times۱۶)+(۱۰\times۲۵)}{۱۵+۱۰}+\frac{۱۵(۱۲-۱۲/۴)^۲+۱۰(۱۳-۱۲/۴)^۲}{۱۵+۱۰}=۱۹/۶+۰/۲۴=۱۹/۸۴$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

«متغیرهای تصادفی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱ـ تابع چگالی احتمال $f(x)$ که توزیع احتمال یک متغیر تصادفی پیوسته را توصیف می‌کند، کدام ویژگی را ندارد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) به ازای هر نقطه مانند a، $P(X=a)\neq 0$

۲) $f(x)\geq 0$ تابع چگالی مثبت یا صفر است.

۳) مساحت کل زیر منحنی چگالی برابر یک است.

۴) سطح زیر منحنی چگالی بین a و b برابر است با $P(a<X<b)$.

۲ـ تابع احتمال متغیر تصادفی به صورت زیر داده شده است. مقدار k کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{k} & 0\leq x\leq 4\\ 0 & \text{سایر مقادیر}\end{cases}$$

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳ـ اگر X ، Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند و $E(X)=3$,$E(Y)=2$ باشند، کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $Cov(X,Y)=0$ ۲) $E(X+Y)=5$ ۳) $E(XY)=6$ ۴) هر سه صحیح است.

۴ـ متغیر تصادفی X با تابع چگالی $\{f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}k \mid 0\leq x\leq 1\}$ تعریف شده است. مقدار k چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵ـ با توجه به جدول احتمال توام زیر، احتمال A به شرط B چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

	B	$\bar{B}$
A	?	۰/۲۰
$\bar{A}$	۰/۱۰	۰/۵۰

۱) ۰/۰۴۰ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۳۳۳ ۴) ۰/۶۶۷

۶ـ اگر برای متغیر تصادفی X تابع چگالی به صورت $\{f(x)=\frac{1}{8}|-3\leq x\leq 5\}$ تعریف شده باشد، $E(X)$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{5}{8}$

۷ـ مقدار کوواریانس تابع احتمال توام زیر چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

y \ x	۰	۱
-1	۰/۳۰	۰/۳۰
۰	۰/۳۰	۰/۱۰

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۰/۳۰− ۴) ۰/۰۶−

۸ـ متغیر تصادفی X دارای میانگین ۵ و واریانس ۹ می‌باشد. میانگین و واریانس $\frac{X-5}{3}$ به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱,۰ ۲) ۰,۱ ۳) ۵ و ۳ ۴) ۵ و ۹

۹ـ در تابع احتمال جدول مقابل امید ریاضی X کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

x_i	۰	۱	۲	۳
P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

۱۰ـ تابع $f(x)=kx;\ 3\leq x\leq 7$ یک تابع احتمال است، k کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۴ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ در توزیع احتمالی با تابع چگالی $f(x)=\frac{۱}{\pi(۱+x^۲)}, x\in\mathbb{R}$ مقدار $P(۰\le X\le ۱)$ کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴\pi}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲\pi}$

۱۲ـ اگر $f(x)=\frac{۱}{۸}x\ ;\ ۰\le x\le ۴$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X باشد، امید ریاضی X کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۲ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) ۲/۵ ۴) $\frac{۸}{۳}$

۱۳ـ در بازه $[۰,۱]$ دو عدد به‌طور تصادفی اختیار می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع آن دو بزرگ‌تر از $\frac{۱}{۲}$ است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۸}$

۱۴ـ اگر $cov(X,Y)=۴$ باشد، $cov(۲+۳X,-۱+۲Y)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) -۲۴ ۴) ۲۴

۱۵ـ اگر $\sum_{i=۱}^{۱۰}x_i^۲=۱۲۵۰$ و $\sigma=۵$ باشد، μ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲۵

۱۶ـ چنانچه تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X، $f(x)=۲x\ ,\ ۰\le x\le ۱$ باشد، $P(۰<X<۰/۳)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۰۹

۱۷ـ $E(X)$ در توزیع احتمال

x	۱	۲	۳
f(x)	۰/۳	۰/۴	۰/۳

برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۰/۴ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۲

۱۸ـ اگر X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و $Var(X)=۲$ و $Var(Y)=۳$ باشد، واریانس $Z=X-۲Y+۱$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۸ ۲) ۱۴ ۳) ۱۰ ۴) ۱۳

۱۹ـ در تابع چگالی $f(x)=\begin{cases}ax^۲+۲ & ۰\le x\le ۳\\ ۰ & \text{سایر مقادیر } x\end{cases}$ مقدار a برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) $-\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{-۹}{۵}$ ۴) $\frac{۹}{۵}$

۲۰ـ توزیع احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط جدول

x	۲	۴	۶	۸	۱۰	
$P_X(x)$	۰/۱	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۰/۱	= ۱

بیان شده است. مقدار تابع توزیع برای $x=\sqrt{۳۷}$ کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۰)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۳

۲۱ـ اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند $Var(X-Y)$ با کدام رابطه داده شده است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۰)

۱) $Var(X).Var(Y)$ ۲) $Var(X)+Var(Y)$

۳) $E(X^۲)+E(Y^۲)$، E امید ریاضی است. ۴) $Var(X)-Var(Y)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ در مورد دو متغیر تصادفی X و Y و صحت رابطه امید ریاضی $E(\frac{X}{Y}) = \frac{E(X)}{E(Y)}$ می‌توان گفت: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) وقتی صادق است که X و Y مستقل باشند. سایر مقادیر

۲) وقتی صادق است که X و Y کوواریانس صفر داشته باشند.

۳) وقتی صادق است که ناهمبسته باشند.

۴) هیچ رابطه‌ی منطقی منجر به این تساوی نمی‌شود.

۲۳ـ توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y توسط جدول زیر بیان شده است، میانگین شرطی Y بر حسب $X = ۶$ کدام است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

X \ Y	۲	۳	۴	۵	
۴	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۲۰
۶	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۰۵	۰/۵۰
۸	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۳۰
	۰/۰۲۰	۰/۳۵	۰/۳۳	۰/۱۲	۱

۱) ۴/۲

۲) ۳/۸

۳) ۳/۵

۴) ۳

۲۴ـ جدول توزیع احتمال توأم زیر را در نظر بگیرید، کوواریانس X و Y برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

y \ x	−۱	۰
−۱	۰/۱۵	۰/۱۵
۱	۰/۳۵	۰/۳۵

۱) −۱

۲) صفر

۳) ۰/۵

۴) ۱

۲۵ـ تابع چگالی احتمال X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{۲x}{c^۲} & ۰ \le x \le c \\ ۰ & \text{جای دیگر} \end{cases}$ است. c چه‌مقدار باشد تا این‌که $\sigma_x^۲ = ۲$ گردد. (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) $c = ۲$ ۲) $c = ۴$ ۳) $c = ۶$ ۴) $c = ۹$

۲۶ـ جدول بازده زیر در خصوص سه فرآیند تولید با توجه به سه سطح تقاضا داده شده است. ارزش اطلاعات کامل کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

فرآیندهای تولیدی (استراتژی)	سطوح تقاضا		
	کم ($P_۱ = ۰/۱$)	متوسط ($P_۲ = ۰/۵$)	زیاد ($P_۳ = ۰/۴$)
A	۷۰۰	۱۲۰۰	۲۰۰۰
B	۸۰۰	۱۲۰۰	۱۸۰۰
C	۱۰۰۰	۱۲۵۰	۶۰۰

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۱۴۷۰ ۴) ۱۵۲۵

۲۷ـ اگر $\sigma_x^۲ = \frac{۱}{۲}$ و $\sigma_y^۲ = \frac{۲}{۳}$ و $\sigma_{(X+Y)}^۲ = \frac{۵}{۶}$ باشند، آن‌گاه کدام عبارت در خصوص کوواریانس صحیح است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $-\frac{۱}{۴}$ ۴) $-\frac{۱}{۶}$

۲۸ـ اگر تابع چگالی متغیر تصادفی پیوسته X، ضابطه $f(x) = \frac{a}{x^۲}$ و $۱ \le x \le ۲$ باشد، مقدار a کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹ـ چنانچه متغیر تصادفی پیوسته‌ی X معرف طول عمر لامپی باشد که بین صفر تا ۱۶۰ ساعت کار می کند احتمال این کـه لامـپ مزبـور دقیقـاً ۸۰ ساعت کار کند برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) صفر

۲) ۰/۵

۳) این احتمال را تا زمانی که تابع چگالی X مشخص نباشد نمی‌توان محاسبه کرد.

۴) این احتمال را تا زمانی که میانگین و واریانس X مشخص نباشد نمی‌توان محاسبه کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۰ـ در صورت صادق بودن کدامیک از شرایط زیر دو متغیر تصادفی x و y مستقل هستند؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) $E(XY)=E(X)E(Y)$ ۲) $COV(X,Y)=0$ ۳) $\rho(X,Y)=0$ ۴) $f(x,y)=f(x)\cdot f(y)$

۳۱ـ اگر $\sigma_x^2=1$ و $\sigma_y^2=1$ و $COV(X,Y)=1$ باشد. واریانس $X+Y$ کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۲ـ تابع توزیع متغیر تصادفی X به قرار زیر بیان می‌شود. احتمال اینکه متغیر تصادفی X یکی از مقادیر خود را در اشتراک فاصله (۰,۴) و (۲,۶) اختیار کند، کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

$$F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ \frac{x^2}{24} & 0<x\le 5\\ 1 & 5<x\end{cases}$$

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۳۳ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \cos x & 0<x\le\frac{\pi}{2}\\ 0 & \frac{\pi}{2}<x\end{cases}$ بیان می‌شود. تابع توزیع کمیت تصادفی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \sin x & 0<x\le\frac{\pi}{2}\\ 1 & \frac{\pi}{2}<x\end{cases}$ ۲) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \cos^2 x & 0<x\le\frac{\pi}{2}\\ 1 & \frac{\pi}{2}<x\end{cases}$

۳) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ -\sin x & 0<x\le\frac{\pi}{2}\\ 1 & \frac{\pi}{2}<x\end{cases}$ ۴) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \sin^2 x & 0<x\le\frac{\pi}{2}\\ 1 & \frac{\pi}{2}<x\end{cases}$

۳۴ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می‌شود. واریانس متغیر تصادفی X کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

$$\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ \frac{x}{12} & 1<x\le 5\\ 0 & 5<x\end{cases}$$

۱) ۴
۲) ۱/۱۳۶
۳) ۲/۳۷۸
۴) ۱/۰۶۷

۳۵ـ اگر متغیر تصادفی X دارای میانگین μ و انحراف معیار σ باشد، میانگین و انحراف معیار $Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$ چقدر خواهد بود؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\mu,1$ ۲) $0,1$ ۳) $\mu-\frac{\mu}{\sigma},\sigma$ ۴) $\mu-\frac{\mu}{\sigma},\sigma^2+\frac{\mu^2}{\sigma^2}$

۳۶ـ جدول توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر است. مقدار امید ریاضی شرطی $E(X\mid Y=1)$ برابر با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

y \ x	۰	۱	۲
۰	۰/۴۸	۰/۱۶	۰/۱۶
۱	۰/۰۹	۰/۰۳	۰/۰۳
۲	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۱

۱) $\frac{3}{5}$
۲) ۰/۱۵
۳) ۰/۰۹
۴) ۰/۸۰

۳۷ـ تابع چگالی احتمال $f(x)=\frac{1}{2}x$ در دامنه (۰,۲) تعریف شده است. مقدار میانه چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) $\pm\sqrt{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۸ـ اگر میانگین و انحراف معیار X برابر ۲ باشد، میانگین X^2 چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۳۹ـ اگر تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت $f(x)=\begin{cases} k(1-x) & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ باشد، $E(X)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۴۰ـ اگر تابع توزیع احتمال تجمعی متغیر تصادفی X به صورت زیر باشد، مقدار k چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<1 \\ \frac{1}{k}(x-1)^3 & 1\le x<3 \\ 1 & 3\le x \end{cases}$$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۴۱ـ یک شرکت بیمه، بیمه‌نامه‌ای می‌نویسد که اگر در طول سال پیشامد A اتفاق افتد، بایستی مبلغ یک میلیون ریال به بیمه شونده پرداخت نماید. شرکت بیمه برآورد کرده است که احتمال روی دادن پیشامد A در طول یکسال برابر با ۰/۱ است. چنانچه شرکت بیمه بخواهد متوسط سودش از فروش این بیمه‌نامه‌ها ۱۰۰ هزار ریال باشد، کدام یک از مقادیر زیر را به عنوان حق بیمه (مبلغی که بیمه شونده به شرکت بیمه می‌پردازد) انتخاب خواهد کرد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۰۰۰۰۰ ریال ۲) ۲۰۰۰۰۰ ریال ۳) ۵۰۰۰۰۰ ریال ۴) ۹۰۰۰۰۰ ریال

۴۲ـ در تابع چگالی $f(x)=\frac{1}{8}x\ ,\ 0<x<4$ صدک ۸۰ چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۲/۳۸ ۲) ۳/۲۰ ۳) ۳/۵۸ ۴) ۱۲/۸۲

۴۳ـ جدول بازده زیر را در نظر بگیرید:

گزینه	حالات طبیعی		
	$P(s_1)=0/2$	$P(s_2)=0/3$	$P(s_3)=0/5$
a_1	۳۵۰	۹۰۰	۱۸۸۰
a_2	−۲۰۰	۱۲۰۰	۱۶۰۰
a_3	−۵۰۰	۷۰۰	۲۵۰۰

براساس روش EMV (ارزش مورد انتظار پولی) گزینه بهینه کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) a_3 ۲) a_2 ۳) a_1 ۴) a_2, a_1

۴۴ـ ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) بالاترین درجه همبستگی مثبت را تعیین می‌کند.
۲) تغییرات متقابل چندین متغیر را تعیین می‌کند.
۳) در حالت مختلف ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت و محدود معین می‌کند.
۴) در ازای کاهش مقدار یک متغیر مقدار متغیر دیگر افزایش می‌یابد.

۴۵ـ همبستگی یک روش آماری است و موضوع آن اندازه‌گیری و بررسی: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

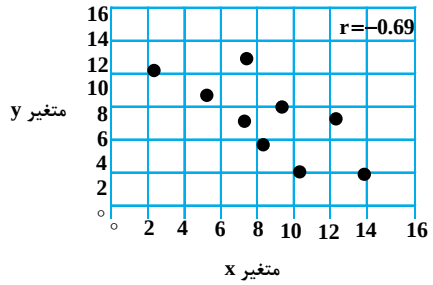
۱) یک شاخص آماری است که درجات مختلف ارتباط را تعیین می‌کند.
۲) میزان تناسب با ارتباط متقابل میان تغییرات در متغیر وابسته می‌باشد.
۳) رابطه بین x و y در معادلات خطی ساده را نشان می‌دهد.
۴) در معادلات خطی دو متغیره ساده بکار می‌رود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۶ـ شکل زیر را که نمایشی از پراکنش نمره‌های یک آزمون است در نظر بگیرید. رابطه بین دو متغیر x و y:

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)



۱) بین x و y ارتباطی وجود ندارد.

۲) مبین همبستگی کامل است.

۳) مبین همبستگی منفی و ناکامل است.

۴) یک همبستگی مثبت و کامل وجود دارد.

۴۷ـ اگر واریانس متغیر تصادفی X برابر ۳ باشد، آنگاه واریانس متغیر وابسته $y_i = \frac{۱}{۲}x_i - ۱$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۴۸ـ واریانس متغیرهای تصادفی X و Y، ۵۰ است. اگر X و Y مستقل از هم باشند، آنگاه انحراف معیار $(X-Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) صفر

۴۹ـ در صورتی دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از هم می‌باشند که:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) $f(x,y) = f(x).f(y)$ ۲) $\rho(X,Y) = ۰$ ۳) $COV(X,Y) = ۰$ ۴) $E(X,Y) = E(X)\cdot E(Y)$

۵۰ـ اگر $COV(X,Y) = ۴$ باشد، آنگاه $COV(۲+۴X, ۳+۳Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۴۸

۵۱ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به صورت $F_X(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ \frac{x^۲ + x}{۶} & ۰ \le x \le ۲ \\ ۱ & x > ۲ \end{cases}$ بیان شده است، امید ریاضی متغیر تصادفی X برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{۴۴}{۳۶}$ ۲) $\frac{۳۶}{۴۴}$ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۲ـ تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X به قرار زیر است. تابع توزیع آن کدام است؟

(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

$$\varphi(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ \frac{۱}{۵}e^{-\frac{x}{۵}} & ۰ \le x < \infty \end{cases}$$

۱) $\frac{e^{-\frac{x}{۵}}}{۱۰}$ ۲) $۳ - e^{-\frac{x}{۵}}$ ۳) $۲ + e^{-\frac{x}{۵}}$ ۴) $۱ - e^{-\frac{x}{۵}}$

۵۳ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر است. احتمال این که کمیت تصادفی مقدار خود را در فاصله(۲/۵ و ۱) یا (۳ و۲) اختیار کند، چیست؟

(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

$$F(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ \frac{x^۴}{۲۵۶} & ۰ \le x < ۴ \\ ۱ & ۴ \le x \end{cases}$$

۱) ۰/۳۱۶۴ ۲) ۰/۳۱۲۵ ۳) ۰/۳۲۰۱ ۴) ۰/۳۰۳۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۴ـ تابع چگالی کمیت تصادفی X به شکل زیر بیان شده است. امید ریاضی این کمیت تصادفی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

$$\varphi(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{x^3}{64} & 0\le x<4\\ 0 & 4\le x\end{cases}$$

۱) ۲/۸
۲) ۱/۶
۳) ۳/۲
۴) ۳/۶

۵۵ـ اگر تابع چگالی احتمال‌های کمیت x، توسط تابع $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ ax^2 & 0\le x<2\\ 0 & 2\le x\end{cases}$ بیان شده باشد، مقدار ثابت a چه عددی است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) $\frac{2}{7}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۵۶ـ برای کمیت تصادفی X در مسأله قبل، احتمال این که کمیت تصادفی مقدار خود را در فاصله $(1,2)$ اختیار کند، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{6}{7}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{7}{8}$

۵۷ـ ۲ کمیت تصادفی Y و X با هم بر طبق قانون یکنواخت با تابع چگالی احتمال‌های $0\le y\le 1$, $0\le x\le 1$ توزیع $\varphi_{X,Y}(x,y)=x+y$ می‌شود. احتمال این که X مقدار کوچک‌تر از $\frac{1}{2}$ و Y مقدار بزرگ‌تر از $\frac{1}{4}$ اختیار کند، چقدراست؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) $\frac{11}{32}$ ۲) $\frac{31}{92}$ ۳) $\frac{21}{64}$ ۴) $\frac{25}{66}$

۵۸ـ متغیرهای تصادفی X و Y از یکدیگر مستقل هستند. چنانچه واریانس‌های آنها به ترتیب ۲/۵ و ۶ باشد، انحراف معیار $(2X-3Y)$ کدام است؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۳− ۴) ۲۳

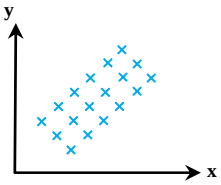
۵۹ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به شکل روبرو است:

$$\varphi(x)=\begin{cases}x+\frac{1}{2} & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

میانگین تابع $Y=X^3$ چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۲)

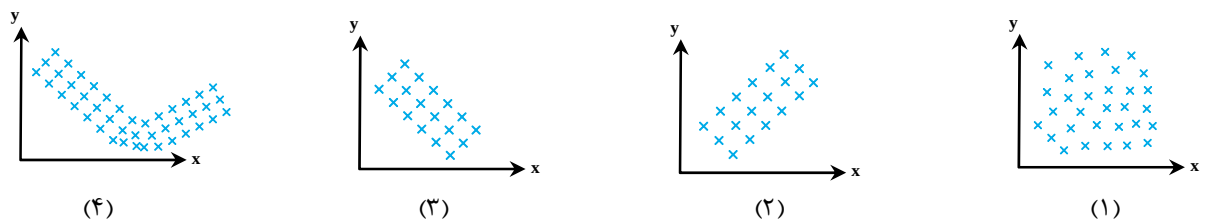
۱) $\frac{5}{40}$ ۲) ۱/۱۲۵ ۳) $\frac{13}{40}$ ۴) ۰/۶۲۵

۶۰ـ دیاگرام پراکندگی زیر چه همبستگی را بین دو متغیر x و y نشان می‌دهد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)



۱) همبستگی خطی مثبت
۲) همبستگی غیر خطی
۳) همبستگی خطی منفی
۴) همبستگی آشکاری وجود ندارد

۶۱ـ کدام یک از دیاگرام‌های پراکندگی زیر همبستگی غیر خطی را نشان می‌دهد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۲)



(۱) (۲) (۳) (۴)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۲ـ در صورتی‌که $P_X(X)=\frac{|x|+1}{5}$ تابع احتمال متغیر تصادفی ناپیوسته X باشد و $x=-1,0,1$ باشد، آنگاه امید ریاضی و واریانس X به ترتیب از راست به چپ برابر است: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{4}{5},0$ ۲) $\frac{1}{5},1$ ۳) $\frac{2}{5},0$ ۴) $\frac{4}{25},\frac{4}{5}$

۶۳ـ چگالی احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{900}x & 0<x\le 30\\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x\end{cases}$ بیان شده است. احتمال این که متغیر تصادفی مقدار خود را در فاصله $(5,10)$ اختیار کند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{65}{900}$ ۲) $\frac{70}{900}$ ۳) $\frac{75}{900}$ ۴) $\frac{92}{900}$

۶۴ـ تابع توزیع (تجمعی احتمال) متغیر تصادفی X به قرار $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{11}{25}x^2-2x & 0<x\le 5\\ 1 & 5<x\end{cases}$ است. تابع چگالی متغیر تصادفی X کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $f(x)=\frac{11}{25}x-2$ ۲) $f(x)=\frac{11}{75}x^3-x^2$ ۳) $f(x)=\frac{11}{50}x+2$ ۴) $f(x)=\frac{22}{25}x-2$

۶۵ـ اگر $COV(X,Y)=10$ ، $\sigma_x=5$ ، $\sigma_y=3$ باشد، ضریب همبستگی کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) هیچکدام

۶۶ـ برای $\{f(x)=e^{-x}\mid x\ge 0\}$ احتمال اینکه X مقداری بین ۱ تا ۳ را بگیرد، چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۱۳۵۳ ۲) ۰/۲۳۲۵ ۳) ۰/۳۱۸۱ ۴) ۰/۴۶۵۰

۶۷ـ متغیر تصادفی X می‌تواند یکی از سه مقدار ۵، ۴، و x_3 را انتخاب کند که احتمال آنها به ترتیب P_3،۰/۵، ۰/۲ است. اگر میانگین متغیر تصادفی X برابر ۶ باشد، مقدار x_3 چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۶۸ـ اگر $E(X)=2$ ، $E(Y)=1$ و X و Y مستقل باشند، کدام مورد صحیح است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

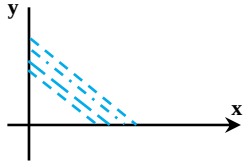
۱) $COV(X,Y)=0$ ۲) $E(XY)=2$ ۳) $E(X+Y)=3$ ۴) موارد ۱ و ۲ و ۳.

۶۹ـ متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال زیر است، اگر امید ریاضی X برابر ۳/۴ باشد، x_3 چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

x	۳	۲	x_3	جمع
$f(x)$	۰/۲	۰/۵	P_3	۱

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۰/۳

۷۰ـ نمودار مقابل اندازه‌های دو صفت X و Y (دیاگرام پراکنش) در یک جامعه است، همبستگی آن دو چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)



۱) مستقیم
۲) معکوس
۳) معکوس و کامل
۴) مستقیم و کامل

۷۱ـ اگر $\sigma_x^2=3$ و $\sigma_y^2=2$ و $COV(X,Y)=-1$ باشد، آنگاه σ_{x+y}^2 برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۶

۷۲ـ اگر $COV(X,Y)=6$ باشد،آنگاه $COV(3+X,1+2Y)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۲۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۳ـ تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X توسط تابع $\varphi(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{2}{900}x & 0<x\le 30\\ 0 & 30<x\end{cases}$ بیان شـده اسـت. مطلوبسـت احتمـال اینکـه متغیـر تصادفی مقدار خود را در فاصله $(5,10)$ اختیار نماید. (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{75}{900}$ ۲) $\frac{70}{900}$ ۳) $\frac{65}{900}$ ۴) $\frac{92}{900}$

۷۴ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر می‌باشد، مطلوبست تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^4}{10,000} & 0<x\le 10\\ 1 & 10<x\end{cases}$$

۱) $\frac{x^5}{5000}$ ۲) $\frac{x^3}{2500}$ ۳) $\frac{x^2}{5000}$ ۴) $\frac{x^3}{5000}$

۷۵ـ تابع احتمال‌های کمیت تصادفی X توسط جدول زیر بیان شده است، مطلوبست امید ریاضی کمیت تصادفی X: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

x	۴	۵	۶	۷	۸
P(x)	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۲

۱) ۶/۹ ۲) ۵/۸ ۳) ۶ ۴) ۶/۲

۷۶ـ تابع چگالی احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می شود؛ تابع توزیع متغیر تصادفی X کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

$$\varphi(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{40}{81}x^3-2x & 0<x\le 3\\ 0 & 3<x\end{cases}$$

۱) $F(x)=\frac{120}{81}x^2-2$ ۲) $F(x)=\frac{10}{81}x^4-x^2$ ۳) $F(x)=\frac{10}{81}x^3+x$ ۴) $F(x)=\frac{10}{81}x^2+2$

۷۷ـ تابع توزیع متغیر تصادفی X به قرار زیر می باشد؛ احتمال اینکه متغیر تصادفی X مقادیر خود را در فواصل (۱و۳) یا (۴و۵) اختیار کند کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{1}{25}x^2 & 0<x\le 5\\ 1 & 5<0\end{cases}$$

۱) $\frac{17}{25}$ ۲) $\frac{16}{25}$ ۳) $\frac{18}{25}$ ۴) $\frac{19}{25}$

۷۸ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به قرار زیر است؛ امید ریاضی متغیر تصادفی X کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

$$\varphi(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{2}{25}x & 0<x\le 5\\ 0 & 5<0\end{cases}$$

۱) ۱/۴
۲) ۰/۸
۳) ۱/۸
۴) ۱

۷۹ـ تابع چگالی مشترک دو کمیت تصادفی X و Y توسط تابع $\varphi(x,y)=x+y$ $\begin{matrix}0\le x\le 1\\ 0\le y\le 1\end{matrix}$ بیان شده است.توزیع حاشیه ای X کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\varphi(x)=y+\frac{1}{2}$ ۲) $\varphi(x)=x+\frac{1}{3}$ ۳) $\varphi(x)=x+\frac{1}{2}$ ۴) $\varphi(x)=y+\frac{1}{3}$

۸۰ـ تابع چگالی مشترک دو کمیت تصادفی X و Y توسط تابع $\varphi(x,y)=x+y$ $\begin{matrix}0\le x\le 1\\ 0\le y\le 1\end{matrix}$ بیان شده است. توزیع حاشیه‌ای Y کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\varphi(y)=x+\frac{1}{2}$ ۲) $\varphi(y)=y+\frac{1}{2}$ ۳) $\varphi(y)=x+\frac{1}{3}$ ۴) $\varphi(y)=y+\frac{1}{3}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۱ـ در یک توزیع دو بعدی نرمال کوواریانس $COV(X,Y)=۲۰$، واریانس صفت X برابر ۲۵ و انحراف معیار صفت Y برای ۶ است. ضریب همبستگی بین دو صفت x و y کدام است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۷۶ ۲) ۰/۶۶ ۳) −۰/۶۶ ۴) −۰/۷۶

۸۲ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به شکل $۰<x<۳$ $F(x)=\frac{۱}{۳}(-x^۳+۵x^۲-۳x)$ بیان شده است. نما یا مد این توزیع چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱/۳۳ ۲) ۱/۶۶ ۳) ۲/۳۳ ۴) ۲/۶۶

۸۳ـ تابع چگالی احتمال برای کمیت تصادفی X به صورت $۱<x<۴$ $\varphi(x)=\frac{۳x+۱}{۳۰}$ تعریف شده است. امید ریاضی کمیت تصادفی X چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۲/۳۵ ۲) ۲/۹ ۳) ۳/۳۸ ۴) ۱/۴۶

۸۴ـ متغیرهای تصادفی X و Y از یکدیگر مستقل هستند. اگر واریانس‌های آنها به ترتیب ۲/۵ و ۶ باشد، انحراف معیار $(۲X-۳Y)$ چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۸ ۲) -۱۳ ۳) ۲۳ ۴) ۱۶

۸۵ـ تابع توزیع صفت متغیر x توسط تابع $F_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ \frac{x^۲-x}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$ بیان شده است. تابع چگالی احتمال‌های متغیر پیوسته X کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x-\frac{۱}{۲}x & ۱<x\le ۲\\ ۰ & ۲<x\end{cases}$

۲) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x-\frac{۱}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۰ & ۲<x\end{cases}$

۳) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ \frac{۱}{۲}x-x & ۱<x\le ۲\\ ۰ & ۲<x\end{cases}$

۴) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x+\frac{۱}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۰ & ۲<x\end{cases}$

۸۶ـ قانون توزیع احتمال‌های کمیت تصادفی x به توسط جدول روبرو بیان شده است:

x	۲	۴	۶	۸
$P_X(x)$	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۲

امید ریاضی کمیت تصادفی x (Ex) و واریانس D(x) آن کدام‌یک از گزینه‌های زیر هستند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) $E(X)=۴/۵ \quad D(X)=۳$ ۲) $E(X)=۴/۵ \quad D(X)=۴/۲$

۳) $E(X)=۵ \quad D(X)=۴/۲$ ۴) $E(X)=۴ \quad D(X)=۵$

۸۷ـ متغیر تصادفی X، تابع چگالی به صورت $-\infty<x<\infty$ $f(x)=\frac{c}{x^۲+۱}$ دارد مقدار c برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{۲\pi}{۱۴}$ ۲) $\frac{۱}{\pi}$ ۳) $\frac{۲}{\pi}$ ۴) $\frac{\pi}{۷}$

۸۸ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X با رابطه $-۳<x<۶$ $f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲}{۸۱} & \\ ۰ & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$ داده شده است. تابع چگالی متغیر $U=\frac{۱}{۳}(۱۲-X)$ کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\begin{cases}\frac{(۱۲-۳u)^۲}{۲۷} & ,۲<u<۵\\ ۰ & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\frac{(۱۱-۳u)^۲}{۲۷} & ,۲<u<۵\\ ۰ & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\frac{(۱۵-۳u)^۲}{۲۷} & ,۲<u<۵\\ ۰ & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\frac{(۱۷-۳u)^۲}{۲۷} & ,۲<u<۵\\ ۰ & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۹ـ متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت با تابع چگالی $P(X=x)=c(\frac{۱}{۲})^x, x=۱,۲,۳$ دارد. امید ریاضی آن یعنی $E(X)$ کدام می‌باشد؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $E(X)=\frac{۱۳}{۷}$ ۲) $E(X)=۱$ ۳) $E(X)=\frac{۱۱}{۷}$ ۴) $E(X)=\frac{۵}{۷}$

۹۰ـ اگر Y,X دو متغیر تصادفی باشند با تابع چگالی مشترک: $f(x,y)=\begin{cases}\frac{۳}{۴}+xy & ۰<x<۱, ۰<y<۱\\ ۰ & \text{در غیر این‌صورت}\end{cases}$ تابع چگالی متغیر X کدام است؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $f_۱(x)=\begin{cases}\frac{۳}{۴}+\frac{x}{۲}, ۰<x<۱\\ ۰ \text{ در غیر این صورت}\end{cases}$ ۲) $f_۱(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۲}+\frac{x}{۲}, ۰<x<۱\\ ۰ \text{ در غیر این صورت}\end{cases}$ ۳) $f_۱(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۳}+\frac{x}{۳}, ۰<x<۱\\ ۰ \text{ در غیر این صورت}\end{cases}$ ۴) $f_۱(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۴}+x, ۰<x<۱\\ ۰ \text{ در غیر این صورت}\end{cases}$

۹۱ـ تابع چگالی مشترک دو متغیر تصادفی X و Y چنین داده شده است $f(x,y)=\begin{cases}\frac{۱}{۹۶}xy & ۰<x<۴, ۱<y<۵\\ ۰ & \text{در غیر این‌صورت}\end{cases}$ احتمال اینکه $X\le ۲$ باشد، کدام است؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۹۲ـ برای دو متغیر تصادفی X و Y تابع چگالی مشترک به صورت $f(x,y)=\begin{cases}\frac{۱}{۲۱۰}(۲x+y) & ۲\le x\le ۶ \ , \ ۰\le y\le ۵\\ ۰ & \text{در غیر اینصورت}\end{cases}$ داده شده است.

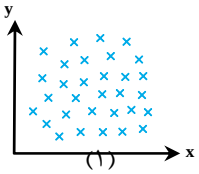
مطلوبست احتمال اینکه $Y\ge ۲$.

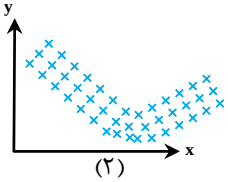
(حسابداری ـ آزاد ۸۳)

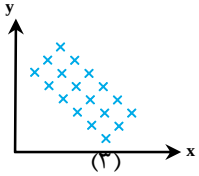
۱) $\frac{۳۵}{۳۷}$ ۲) $\frac{۲۳}{۳۵}$ ۳) $\frac{۳۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۳۵}{۳۲}$

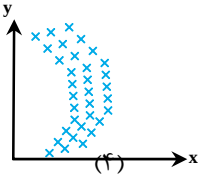
۹۳ـ کدام یک از دیاگرام های پراکندگی زیر همبستگی خطی منفی را نشان می‌دهد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۳)

۱)


۲)


۳)


۴)


۹۴ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت زیر داده شده است. احتمال $P(۱\le X\le ۳)$ چقدر است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

$$\begin{cases}f(x)=\frac{۱}{۲}x & ۰\le x\le ۲\\ f(x)=۰ & \text{برای سایر مقادیر } x\end{cases}$$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۸}{۴}$

۹۵ـ اگر کمیت تصادفی X بصورت مقابل توزیع شده باشد: $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۹} & x=۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\\ ۰ & \text{سایر مقادیر}\end{cases}$ میانگین و واریانس آن برابر است با:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) $Var(X)=\frac{۸۱}{۱۲}, E(X)=\frac{۹}{۲}$ ۲) $Var(X)=\frac{۲۰}{۳}, E(X)=۵$ ۳) $Var(X)=\frac{۱۲}{۳}, E(X)=۵$ ۴) $Var(X)=\frac{۹}{۱۲}, E(X)=\frac{۷۱}{۱۰}$

۹۶ـ تابع احتمال توام (مشترک) زیر را در نظر بگیرید، کوواریانس X, Y عبارت است از:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

x \ y	۰	۱۰
−۲	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۳}$
۲	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۶}$

۱) $-\frac{۱۰}{۳}$

۲) $-\frac{۲۰}{۳}$

۳) -۵

۴) صفر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۷ـ شانه تخم‌مرغ‌های ۶ تایی به قیمت ۶۰۰ تومان و شانه‌های تاریخ گذشته آن به قیمت ۴۰۰ تومان عرضه می‌شود. اگر تابع احتمال تخم‌مرغ‌های سالم در شانه تاریخ گذشته به صورت زیر باشد، احتمال آنکه خرید آن مقرون به صرفه باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

$$\begin{cases} f(x)=\binom{6}{x}\frac{1}{64} & x=0,1,\dots,6 \\ f(x)=0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$$

۱) $\frac{7}{64}$ ۲) $\frac{16}{64}$ ۳) $\frac{28}{64}$ ۴) $\frac{39}{64}$

۹۸ـ در تابع احتمال مقابل، امید ریاضی $(1-2X)$ چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

x	۰	۱	۲	۳
f(x)	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۱

۱) ۱/۴ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۱/۸

۹۹ـ به ازای کدام مقدار α جدول مقابل می‌تواند توزیع احتمال متغیر تصادفی X باشد؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

x	۰	۱	۲	۳
f(X=x)	۰/۱	۰/۲۶	α	$3\alpha-1$

۱) ۰/۳۲ ۲) ۰/۴۱ ۳) ۰/۴۴ ۴) ۰/۵۶

۱۰۰ـ دو متغیر مستقل Y, X با توزیع توام جدول مقابل داده شده است. $E(X.Y)$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

y \ x	−۱	۰	۱
۱	۰/۱	۰/۲	۰/۳
۲	۰/۲۵	۰/۱۵	۰

۱) −۰/۳ ۲) −۰/۲ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۳

۱۰۱ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x)=\begin{cases}6x(1-x) & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{در جای دیگر}\end{cases}$ است. $P(x>\frac{1}{2})$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۲ـ به ازای کدام مقدار k، $f(x)=\begin{cases}k(e^{-x}) & 0<x<\infty\\ 0 & \text{در جای دیگر}\end{cases}$ یک تابع احتمال است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۳ـ برای $\{f(x)=e^{-x}\mid x\ge 0\}$ احتمال این که X مقداری بین ۱ تا ۳ را بگیرد چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) e^{-2} ۲) $e^{-3}-e^{-1}$ ۳) $e^{-1}-e^{-3}$ ۴) e^{-3}

۱۰۴ـ متغیر تصادفی X از پیشامدهایی به شکل دنبال $\{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$ تشکیل شده است. اگر $P(a_k)=P(b_k)=\frac{A}{(k+1)(k+2)}$ باشد، مقدار A کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۰۵ـ جعبه‌ای شامل ۳ مهره با شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ است. دو مهره با جایگذاری خارج می‌کنیم. X شماره اولین مهره و Y شماره بزرگترین عدد بین دو مهره است. $P(X>1|Y=3)$ برابر است با: (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{4}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{5}$

۱۰۶ـ اگر X و Y شماره‌های ظاهر شده در پرتاب دو تاس باشند واریانس $X+3Y+5$ کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{175}{6}$ ۲) $\frac{115}{6}$ ۳) $\frac{140}{12}$ ۴) $\frac{80}{12}$

۱۰۷ـ در تابع احتمال سوال قبل، $COV(X,Y)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۰۸۵ ۲) ۰/۰۱۵ ۳) −۰/۰۸۵ ۴) −۰/۰۱۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۸ـ در بررسی ۵ پروژه، مطالعات X تعداد پروژه‌های مورد قبول است که توزیع احتمال آن به‌صورت زیر پیش‌بینـی شـده اسـت، $P(X \geq ۲)$ کـدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری۸۴)

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
P(x)	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	α

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۵۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

۱۰۹ـ در بررسی ۵ پروژه مطالعاتی X تعداد پروژه‌های مورد قبول است که توزیع احتمال آن به صورت زیر پیش‌بینی شده است. $P(X \geq ۲)$ کـدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$P_X(x)$	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	α

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۵۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

۱۱۰ـ اگر جدول توزیع احتمال مشترک دو متغیر تصادفی X و Y به قرار جدول زیر باشد $E(X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

y \ x	۱	۲	۳	
۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۴
۲	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳
۳	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳
	۰/۴	۰/۳	۰/۳	۱

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۱/۹ ۴) قابل محاسبه نیست

۱۱۱ـ اگر تابع احتمال یک متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} ۲x^۲ & ۰ < x < ۱ \\ ۰ & o.w \end{cases}$ باشد $E(X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۱۲ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت روبرو می‌باشد $f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲}{۹} & ۰ < x < ۳ \\ ۰ & o.w \end{cases}$ مقدار $P(۱ < X < ۲)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۷}{۲۷}$ ۲) $\frac{۸}{۲۷}$ ۳) $\frac{۱}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۱۱۳ـ تعداد دفعات خاموشی های برق در روز برای یک شهر (X) و احتمالات مربوط به آن بصورت زیر می باشد:

x	۰	۱	۲	۳
f(x)	۰/۸	۰/۱۵	۰/۰۴	۰/۰۱

میانگین و انحراف معیار برای تعداد دفعات خاموشی برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۵/۷۷ ,۲۱۶ ۲) ۰/۵۷۷ ,۰/۲۶ ۳) ۰/۸ ,۰ ۴) ۱/۲۵ ,۱/۲۵

۱۱۴ـ تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $a < x < b$ $\varphi_X(x) = \frac{۱}{b-a}$ بیان شده است. تابع توزیع کمیت تصادفی X کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{۱-e^{-x}}{b-a}$ $a < x < b$ ۲) $\frac{x^۲}{b-a}$ $a < x < b$ ۳) $\frac{x-a}{b-a}$ $a < x < b$ ۴) $\frac{x^۳}{b-a}$ $a < x < b$

۱۱۵ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر می‌باشد؛ احتمال اینکه کمیت تصادفی X یکی از مقـادیر خـود را در اشـتراک فاصـله $(۰,۴),(۲,۶)$ اختیار کند کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

$$F_x(x) = \begin{cases} ۰ & x \leq ۱ \\ \frac{x^۲}{۲۴} & ۱ < x \leq ۵ \\ ۱ & ۵ < x \end{cases}$$

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۶ـ تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $\varphi(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ \frac{x}{12} & 1<x\le 5\\ 0 & 5<x\end{cases}$ بیان می‌شود. امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

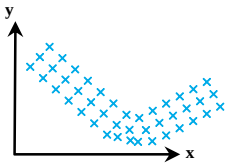
۱) ۲/۵۴۱ ۲) ۳/۴۴۴ ۳) ۳/۸۴۶ ۴) ۴/۲۷۳

۱۱۷ـ تابع چگالی احتمال برای کمیت تصادفی X به صورت $1\le x\le 4$ $\varphi(x)=\frac{3x+1}{30}$ بیان شده است: امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟

(حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱/۴۶ ۲) ۳/۳۸ ۳) ۲/۳۵ ۴) ۲/۹

۱۱۸ـ دیاگرام پراکندگی زیر چه همبستگی را بین دو متغیر X و Y نشان می‌دهد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)



۱) همبستگی خطی مثبت
۲) همبستگی خطی منفی
۳) همبستگی غیر خطی
۴) همبستگی آشکاری وجود ندارد.

۱۱۹ـ اگر $f(y)=cy^2$ برای $0\le y\le 2$ و در بقیه نقاط $f(y)=0$ باشد، برای مقادیری از $f(y)$ که در آن تابع چگالی معنی‌دار و معتبر باشد، مقدار c کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) صفر ۲) $\frac{3}{8}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{8}{3}$

۱۲۰ـ تابع چگالی مربوط به طول عمر یک قطعه الکترونیکی به صورت زیر می‌باشد، میانگین طول عمر این قطعه چقدر است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{10}{x^2} & x>10\\ 0 & x\le 10\end{cases}$$

۱) ∞ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲۰

۱۲۱ـ تابع احتمالی متغیر تصادفی X به صورت زیر است. متغیر $Y=X^2$ را در نظر بگیرید. مقدار ضریب همبستگی $\rho(X,Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

x	-2	0	2
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

۱) ۱- ۲) ۰ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) ۱

۱۲۲ـ دو متغیر مستقل X, Y با تابع احتمال مقابل داده شده‌اند، α کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

x \ y	۱	۲	۳
۰	۰/۱۲	۰/۲	۰/۰۸
۲	۰/۱۸	α	β

۱) ۰/۱۲
۲) ۰/۲
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۳

۱۲۳ـ اگر $cov(X,Y)=0$ باشد، کدام بیان برای رابطه X, Y صحیح است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) رابطه خطی ۲) رابطه غیرخطی ۳) رابطه غیرخطی یا مستقل ۴) الزاماً مستقل

۱۲۴ـ اگر تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}(4x-x^2) & 1<x<4\\ 0 & \text{جای دیگر}\end{cases}$ باشد، $P(X>2)$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{16}{27}$ ۲) $\frac{14}{27}$ ۳) $\frac{5}{9}$ ۴) $\frac{2}{3}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۵ـ مقدار c در عبارت $f(x)=\begin{cases}c(1+x) & 1<x<4\\ 0 & \text{سایر نقاط}\end{cases}$ چقدر باشد تا $f(x)$ یک تابع چگالی شود؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۱۲۶ـ فرض کنید X تعداد شیرهایی است که در پرتاب ۳ سکه همگن به‌دست می‌آید. امید ریاضی متغیر $Y=\frac{1}{X-4}$، کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $-\frac{17}{32}$ ۲) $-\frac{15}{32}$ ۳) $\frac{15}{32}$ ۴) $\frac{17}{32}$

۱۲۷ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به‌صورت $f(x)=\begin{cases}x & 0<x<1\\ 2-x & 1\le x<2\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$ است، $E(X^2)$ چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{7}{6}$ ۲) $\frac{6}{7}$ ۳) $\frac{1}{7}$ ۴) ۱

۱۲۸ـ تابع احتمال توأم (X,Y) به‌صورت $P(1,1)=0/4$, $P(1,0)=0/2$, $P(0,1)=0/1$, $P(0,0)=0/3$ است. امید ریاضی شرطی متغیر X به شرط $Y=1$، کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۱۲۹ـ توزیع توأم دو متغیر تصادفی X و Y برابر است با: $P(X=x\ ,\ Y=y)=\frac{1}{16}$ $\begin{matrix}x=1,2,3,4\\ y=1,2,3,4\end{matrix}$، مقدار کوواریانس X و Y کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) -1 ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۳۰ـ تابع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y در جدول زیراست. $COV(X,Y)$ برابر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

x \ y	۲	۴	۶
۰	۰/۲	۰/۰۸	۰/۱۲
۱	۰/۳	۰/۱۲	۰/۱۸

۱) $-0/5$
۲) $-0/4$
۳) ۰
۴) $0/5$

۱۳۱ـ به ازای کدام مقدار k تابع $f(X)=\frac{2x+k}{25}, x=1,2,3,4,5$ می‌تواند تابع احتمال این متغیر تصادفی باشد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۱۳۲ـ در یک جدول تابع احتمال، اگر $E(X)=2$, $E(X^2)=5/5$ باشد، مقدار $var(-2X+1)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۳۳ـ برای دو متغیر تصادفی X و Y داریم: $E(X)=1/2$, $E(Y)=2/1$, $E(XY)=2/7$ دو متغیر X و Y نسبت به هم کدام نوع رابطه را دارند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) مستقیم ۲) معکوس ۳) غیر خطی ۴) مستقل از هم

۱۳۴ـ اگر $\sum_{i=1}^{20}x_i^2=90$ و $\sum_{i=1}^{20}x_i=15$ باشد، مقدار $\sum_{i=1}^{20}(2x_i-3)^2$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۴۲۰

۱۳۵ـ اگر X و Y مستقل از یکدیگر باشند و واریانس آنها برابر با ۵۰ باشد. آنگاه انحراف معیار $(Y-X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) صفر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۶ـ X به عنوان یک متغیر تصادفی معرف طول عمر لامپی است که بین ۵۰ تا ۲۰۰ ساعت کار می‌کند. احتمال اینکه لامپ دقیقاً ۱۰۰ ساعت کار کند برابر است با: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) صفر ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۷۵

۱۳۷ـ تابع $f(x)=ax^۲$ مفروض است. مقدار a چقدر باشد تا تابع مذکور در دامنه $(۰,۱)$ تابع چگالی باشد. (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۳۸ـ تابع چگالی احتمال کمیت تصادفی X به صورت زیر تعریف شده است، احتمال اینکه کمیت تصادفی X مقادیر کمتر از ۲ اختیار کند، چیست؟

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۱۲}(۲x+۱) & ۰<x<۳\\ ۰ & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) صفر ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۳۹ـ توزیع مشترک دو متغیر تصادفی X و Y توسط جدول زیر بیان می‌شود، توزیع شرطی y بر حسب $x=۱۲$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

y / x	۲	۴	۶	۸	$P(X=x)$
۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۳۰
۱۲	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۴۰
۱۴	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۳۰
$P(Y=y)$	۰/۲۰	۰/۴۰	۰/۲۵	۰/۱۵	۱

۱)

y / x	۲	۴	۶	۸
۱۰	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵

۲)

y / x	۲	۴	۶	۸
۱۲	۰/۲۵	۰/۵	۰/۴	۰/۳۳

۳)

y / x	۲	۴	۶	۸
۱۴	۰/۲	۰/۴۰	۰/۲۵	۰/۱۵

۴)

y / x	۲	۴	۶	۸
۱۰	۰/۱۲۵	۰/۵	۰/۲۵	۰/۱۲۵

۱۴۰ـ چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می‌شود؛ امید ریاضی متغیر تصادفی X کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

$$f(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۰\\ \frac{۳x^۲}{۱۰۰۰} & ۰<x\le ۱۰\\ ۰ & ۱۰<x\end{cases}$$

۱) ۵/۵
۲) ۶/۵
۳) ۸/۵
۴) ۷/۵

۱۴۱ـ تابع توزیع صفت متغیر X به توسط تابع $F_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ \frac{x^۲-x}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$ بیان شده است. تابع چگالی احتمال‌های متغیر پیوسته X کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x-\frac{۱}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$

۲) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x-\frac{۱}{۲}x & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$

۳) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x-\frac{۱}{۲}x-x & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$

۴) $\varphi_X(x)=\begin{cases}۰ & x\le ۱\\ x+\frac{۱}{۲} & ۱<x\le ۲\\ ۱ & ۲<x\end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۲ـ چنانچه کوواریانس دو متغیر x و y برابر ۲۱ـ و واریانس آنها به ترتیب برابر ۸۱ و ۴۹ باشد، ضریب تبیینی چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) $-۰/۱۰۸۹$ ۲) $۰/۱۰۸۹$ ۳) $-۰/۳۳$ ۴) $۰/۳۳$

۱۴۳ـ کمیت تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و واریانس ۴ است. واریانس $Y = ۳ + ۳X$ برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) ۳۶ ۲) ۲۷ ۳) ۶۴ ۴) ۶۰

۱۴۴ـ تابع چگالی احتمال $f(x) = kx^۲$ با $۰ \le x \le ۳$ تعریف شده است. مقدار k چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۳ ۴) ۹

۱۴۵ـ توزیع احتمال مشترک دو متغیر تصادفی X, Y به صورت زیر است. کوواریانس $(۲X, ۳Y)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

X \ Y	۰	۱	۲
۰	۰/۲	۰/۳	۰/۱
۱	۰/۱	۰/۲	۰/۱

۱) ۰/۰۴
۲) ۰/۱۲
۳) ۰/۲۴
۴) ۰/۳۶

۱۴۶ـ امید ریاضی متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال زیر چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۲\sqrt{x}} & ۰ \le x \le ۱ \\ ۰ & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۴۷ـ فرض کنید متغیر تصادفی X در فاصله (۱و ۱-) دارای تابع چگالی $f(x) = \frac{۱}{۲}$ باشد. اگر $Y = X^۲$ باشد، کوواریانس Y, X برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

۱۴۸ـ دو جعبه هر یک شامل ۳ مهره است که از یک تا سه شماره‌گذاری شده است. یک مهره به تصادف از هر جعبه انتخاب شده است. اگـر متغیـر تصادفی X نشان‌دهنده اختلاف بین اعداد دو مهره باشد، میانگین و واریانس X به ترتیب کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰ و $\frac{۴}{۸۱}$ ۲) $\frac{۸}{۹}$ و $\frac{۱۲}{۹}$ ۳) ۰ و $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$ تا $\frac{۴۴}{۸۱}$

۱۴۹ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۴} & ۱ \le x \le ۵ \\ ۰ & x \end{cases}$ است. اگر واریانس X برابر $\frac{۴}{۳}$ باشد، ضریب تغییرات X کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۲}{۳\sqrt{۳}} \times ۱۰۰$ ۲) $\frac{۴}{\sqrt{۳}} \times ۱۰۰$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۴} \times ۱۰۰$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۶} \times ۱۰۰$

۱۵۰ـ در توزیع احتمال توام روبه‌رو، $\text{cov}(X,Y)$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

y \ x	۰	۱	۲
۱	۰	۰/۱	۰/۲
۳	۰/۳	۰/۴	۰

۱) $-۰/۵۶$
۲) $-۰/۴۶$
۳) صفر
۴) ۰/۶۴

۱۵۱ـ در عبارت $f(x) = \begin{cases} a(\frac{۱+x}{۲}) & ۱ < x < ۴ \\ ۰ & \text{سایر} \end{cases}$، مقدار a چقدر باشد تا $f(x)$ یک چگالی باشد؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۲۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲۱}{۱۷}$ ۳) $\frac{۱۷}{۲۱}$ ۴) $\frac{۴}{۲۱}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۲ـ جدول زیر مفروض است. اگر $R = X^2 + Y^2$ باشد، $\sqrt{E(R)}$ چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

y \ x	۰	۱
۰	$\frac{۱}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$
۱	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$
۲	$\frac{۳}{۱۰}$	۰

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

۱۵۳ـ اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۳} & ۱ < x < ۴ \\ ۰ & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ تابع چگالی متغیر تصادفی X باشد، واریانس این متغیر تصادفی کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۵

۱۵۴ـ اگر $P(X = x) = \frac{۱}{x^2 + x}, x \in N$ تابع احتمال متغیر تصادفی X باشد، $P(۲ \le X \le ۱۹)$، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۵۴ ۴) ۰/۶۳

۱۵۵ـ اگر $f(x) = \frac{۲x - ۱}{۲۵}, x = ۱,۲,۳,۴,۵$ باشد، مقدار $E(X)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۳/۵ ۲) ۳/۶ ۳) ۳/۷ ۴) ۳/۸

۱۵۶ـ بین X و Y رابطه $Y = ۶X - ۲۰$ برقرار است اگر میانگین X برابر با ۲۹ باشد، میانگین Y کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۸/۷ ۲) ۱۵۲ ۳) ۱۷۴ ۴) ۱۹۴

۱۵۷ـ تابع چگالی $f(x)$ به صورت $f(x) = \begin{cases} a + bx^2 & ۰ < x < ۱ \\ ۰ & \text{سایر جاها} \end{cases}$ تعریف شده است، اگر امید ریاضی آن برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، a و b کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) $a = \frac{۲}{۳}$ $b = ۲$ ۲) $a = ۲$ $b = \frac{۱}{۳}$ ۳) $a = \frac{۱}{۳}$ $b = ۲$ ۴) $a = ۲$ $b = \frac{۲}{۳}$

۱۵۸ـ اگر $COV(X, Y) = ۴$ باشد، $COV(۲ + ۳X, ۳ + ۲Y)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۲ ۴) ۲۶

۱۵۹ـ اگر کمیت‌های تصادفی X و Y مستقل از هم و به ترتیب دارای واریانس‌های ۳ و ۵ باشند، واریانس کمیت تصادفی $Z = ۲X - Y$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۱۷ ۴) ۲۰

۱۶۰ـ توزیع مشترک در متغیر تصادفی گسسته X و Y به شرح زیر می‌باشد. اگر $E(X) = ۱۵$ و $E(Y) = ۱۵$ باشد مقدار کوواریانس کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

x \ y	۱۰	۲۰	
۱۰	۰/۴	۰/۱	۰/۵
۲۰	۰/۱	۰/۴	۰/۵
	۰/۵	۰/۵	

۱) ۲۰

۲) ۱۸

۳) ۱۵

۴) ۱۲

۱۶۱ـ X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $f(x) = \frac{x}{۶}$ برای $x = ۱,۲,۳$ می‌باشد. امید ریاضی X برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲ ۲) ۰/۵۰۰ ۳) ۲/۳۳۳ ۴) ۰/۳۳۳

۱۶۲ـ متغیرهای تصادفی X و Y مستقل از یکدیگرند در صورتیکه واریانس‌های آنها به ترتیب ۲/۵ و ۶ باشد، انحراف معیار $(۲X - ۳Y)$ عبارتست از:

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) ۱۲ ۲) ۶۴ ۳) ۸ ۴) ۹

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۳ـ توزیع کمیت تصادفی گسسته X توسط جدول زیر بیان می‌شود: احتمال این که $X=۴$، مجهول است. احتمال این که $X=۷$، مجهول است ولی آن احتمال دو برابر احتمال $X=۷$ است. این احتمال‌های مجهول کدام هستند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	
$P(X=x_i)$	۰/۰۲	۰/۱۰	?	۰/۲۵	۰/۱۵	?	۰/۱۰	=۱

۱) $P(X=۴)=۰/۱۵$, $P(X=۷)=۰/۳۰$

۲) $P(X=۴)=۰/۱۰$, $P(X=۷)=۰/۲۰$

۳) $P(X=۴)=۰/۱۴$, $P(X=۷)=۰/۲۸$

۴) $P(X=۴)=۰/۱۶$, $P(X=۷)=۰/۳۲$

۱۶۴ـ کدام یک از گزاره‌های زیر مفهوم تابع توزیع $(F_X(x))$ می‌باشد. (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) احتمال این که کمیت تصادفی X، مقدار بزرگتر از عدد حقیقی x را اختیار نماید، یعنی $P(X>x)=F_X(x)$ را تابع توزیع نامند.

۲) احتمال این که تمامی مقادیر ممکن کمیت تصادفی، کوچکتر از عدد حقیقی x باشند را تابع توزیع کمیت تصادفی گویند. یعنی $P[(-\infty<X<+\infty)<x]=F_X(x)$

۳) احتمال اینکه کمیت تصادفی X، مقدار کوچکتر از عدد حقیقی x را اختیار نماید، یعنی $P(X<x)=F_X(x)$ تابع توزیع نامیده می‌شود.

۴) احتمال اینکه کمیت تصادفی X مقدار خاص مساوی با x اختیار نماید، یعنی $P(X=x)=F_X(x)$ را تابع توزیع نامند.

۱۶۵ـ کدام یک از توابع زیر تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{1}{2}x & 0<x\le 4\\ 0 & 4<x\end{cases}$

۲) $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{1}{2}x & 0<x\le 2\\ 0 & 2<x\end{cases}$

۳) $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{2}{4}x & 0<x\le 1\\ 0 & 1<x\end{cases}$

۴) $\varphi_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{2}{4}x & 0<x\le 20\\ 0 & 20<x\end{cases}$

۱۶۶ـ کدام یک از توابع زیر «تابع توزیع» کمیت تصادفی X می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^2}{2} & 0<x\le 2\\ 1 & 2<x\end{cases}$

۲) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^3}{3} & 0<x\le 3\\ 1 & 3<x\end{cases}$

۳) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ x & 0<x\le 1\\ 1 & 1<x\end{cases}$

۴) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^4}{4} & 0<x\le 4\\ 1 & 4<x\end{cases}$

۱۶۷ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X، توسط $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^2}{4} & 0<x\le 2\\ 1 & 2<x\end{cases}$ بیان شده است. احتمال اینکه کمیت تصادفی X، یکی از مقادیر خود را در فاصله $(0,1)$ اختیار کند، کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) $P(0<X<1)=0/5$

۲) $P(0<X<1)=0/75$

۳) $P(0<X<1)=0/95$

۴) $P(0<X<1)=0/25$

۱۶۸ـ اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{4x+5}{k} & 0<x<2\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$ تابع چگالی احتمال باشد، مقدار k کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{1}{18}$

۲) ۱۸

۳) ۲۶

۴) $\frac{1}{26}$

۱۶۹ـ اگر خطای توزین دارویی در یک عطاری دارای تابع چگالی $f(x)=\begin{cases}\frac{2x+1}{4} & -\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$ باشد. در این صورت احتمال این که خطای توزین دارو از ۰/۱ تجاوز نکند، کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۵

۲) ۰/۰۵

۳) ۰/۰۲

۴) ۰/۲

۱۷۰ـ فرض کنید $Var(X)=8$, $Var(Y)=2$ و ضریب همبستگی $\rho(X,Y)=\frac{1}{2}$ باشند، مقدار $Var(X-2Y)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۱ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت روبرو است: $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{4} & 1<x<5 \\ f(x)=0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$ مقدار $P(2 \le X \le 6)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

۱۷۲ـ تابع توزیع کمیت تصادفی پیوسته X (طول زمان کار دستگاه تا وقتی که از کار بیفتد) به قرار ذیل می‌باشد. احتمال اینکه دستگاه در طول زمان $X \ge T$ از کار بیفتد چقدر است؟ $F(x)=1-\exp(-\frac{x}{T}) \quad 0<x\le\infty$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) e ۲) e^{-1} ۳) $1-e^{-1}$ ۴) $\frac{e^{-1}}{T}$

۱۷۳ـ به ازای کدام مقدار a، تابع $x=0,1,2,3,4$ و $P(X=x)=\frac{\binom{4}{x}}{3a+1}$ یک تابع احتمال است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۷۴ـ در تابع احتمال توام دو متغیر تصادفی X, Y، مقدار کوواریانس کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

x \ y	۱	۴
۰	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
۵	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

۱) $-\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

۱۷۵ـ دو متغیر تصادفی X و Y دارای ضریب همبستگی $\rho_{XY}=0/45$ و $\mu_X=100$ و $\mu_Y=100$، $\sigma_X=10$ و $\sigma_Y=8$ می‌باشند. واریانس $D=2X-Y$ چقدر است؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۳۷۴ ۲) ۴۲۴ ۳) ۴۶۴ ۴) ۴۷۴

۱۷۶ـ جدول توزیع دو متغیری رو به‌رو مفروض است. در مورد وضعیت متغیرهای X و Y چه می‌توان گفت؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

Y \ X	۱	۲	۳
۰	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{7}{20}$
۱	۰	$\frac{10}{20}$	۰

۱) دو متغیر تصادفی X و Y به یکدیگر وابسته می‌باشند و همبستگی X و Y منفی است.

۲) دو متغیر تصادفی X و Y به یکدیگر وابسته می‌باشند و همبستگی X و Y مثبت است.

۳) دو متغیر تصادفی X و Y نسبت به یکدیگر مستقل هستند و همبستگی بین X و Y وجود ندارد.

۴) دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از یکدیگرند اما همبستگی بین آنها وجود دارد.

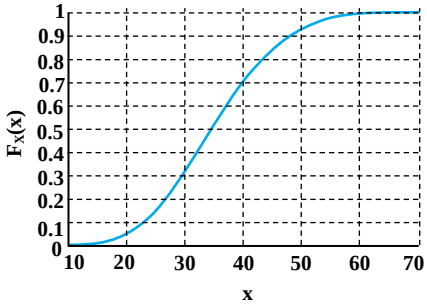
۱۷۷ـ مقدار $Cov(X-Y, X+Y)$، کدام است؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $Var(X)-Var(Y)$ ۲) $Var(X+Y)-Var(X-Y)$ ۳) $Var(X-Y)-Var(X+Y)$ ۴) $Var(X)+Var(Y)$

۱۷۸ـ تابع تجمعی توزیع متغیر پیوسته تصادفی X در شکل زیر نشان داده شده است. احتمال اینکه X دارای مقداری بیش از ۳۰ باشد $P(X>30)$ حدوداً برابر است با:

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)



۱) ۰/۳
۲) ۰/۷
۳) ۰/۹
۴) ۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۹ـ چنانچه $n=۲۰$, $\sum x_i^۲=۸۵$, $\sum x_i=۳۰$ باشد، حاصل عبارت $\sum(x_i-\bar{x})^۲$ کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۴۰ ۲) ۴۵ ۳) ۷۰ ۴) ۸۲

۱۸۰ـ تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است. واریانس X کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

x	-۱	۱	۳	۵
$f(x)$	$۰/۲$	$۰/۳$	α	$۰/۱$

۱) ۱/۲۶ ۲) ۲/۴۶ ۳) ۳/۱۲ ۴) ۳/۳۶

۱۸۱ـ امید ریاضی متغیر تصادفی X با تابع چگالی $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۴}x & ۱<x<۳\\ ۰ & \text{جای دیگر}\end{cases}$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱/۹۸ ۲) ۲ ۳) ۲/۱۶ ۴) ۲/۲۴

۱۸۲ـ در تابع احتمال

x	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	$۰/۱$	$۰/۱۵$	$۰/۵$	$۰/۲۵$

امید ریاضی $(X-۱)^۲$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۶۵ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۸

۱۸۳ـ اگر $E(X)=۴/۵$, $E(X^۲)=۲۴$ باشد، واریانس $(۱+۲X-)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۲ ۴) ۰/۸

۱۸۴ـ اگر $V(X+Y)=V(X-Y)$ باشد، کدام بیان برای رابطه بین X و Y صحیح است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) استقلال ۲) رابطه‌ی غیر خطی ۳) رابطه‌ی غیر خطی یا استقلال ۴) رابطه‌ی وجود ندارد

۱۸۵ـ متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی به صورت $f(x)=\begin{cases}ae^{-۲x} & , x>۰\\ ۰ & , x\le ۰\end{cases}$ است. a کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۸۶ـ در مورد دو متغیر مستقل کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) کوواریانسشان مخالف صفر است. ۲) ناهمبسته‌اند. ۳) استقلال خطی ندارند. ۴) مانعه‌الجمع‌اند.

۱۸۷ـ اگر $var(X)=۹$, $var(Y)=۲$ و $COV(X,Y)=-۳$ باشد، واریانس $Z=-\frac{۱}{۳}X-۲Y+۱۸$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) ۷۷ ۲) ۸۷ ۳) ۸۵ ۴) ۵

۱۸۸ـ X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $f(x)=\frac{x}{۶}$ $for x=۱,۲,۳$ می‌باشد ارزش مورد انتظار X برابر است با: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۳۳۳ ۲) ۲/۳۳۳ ۳) ۰/۵ ۴) ۲

۱۸۹ـ تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X با قانون نمایی $\varphi(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, $۰<x<\infty$ ، می‌باشد تابع توزیع کمیت تصادفی X کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) $F_X(x)=۱-e^{-\lambda x}$ ۲) $F_X(x)=e^{-\lambda x}-۱$ ۳) $F_X(x)=e^{-\lambda x}$ ۴) $F_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}-۱$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۰ـ داده‌های زیر نشانگر توزیع احتمال برای تقاضای روزانه کالای A در یک فروشگاه می‌باشد تقاضای روزانه مورد انتظار برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

تقاضا	احتمال
۰	۰/۱
۱	۰/۲
۲	۰/۳
۳	۰/۲
۴	۰/۲

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۲/۲

۱۹۱ـ با توجه به سؤال قبل، احتمال داشتن تقاضا برای حداقل دو واحد از کالای A برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۶
۲) ۰/۴
۳) ۰/۷
۴) ۰/۳

۱۹۲ـ تابع زیر متغیر تصادفی X به صورت $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le -2\\ \frac{x}{4}+\frac{1}{2} & -2<x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$ است. تابع چگالی احتمال آن کدام است؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۷)

۱) $\phi(x)=\frac{1}{4}$
۲) $\phi(x)=\frac{x}{4}$
۳) $\phi(x)=\frac{x^2}{8}+\frac{x}{2}-\frac{12}{8}$
۴) $\phi(x)=\frac{x^2}{8}$

۱۹۳ـ اگر متغیر تصادفی X در فاصله $(a=2,b=10)$ بر طبق قانون مستطیلی (یکنواخت) با تابع چگالی $\phi(x)=\frac{1}{8}, 2<x<10$ توزیع شده باشد. احتمال اینکه X در آزمایش مقداری مساوی با $\frac{a+b}{2}$ اختیار کند، کدام است؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{1}{2}$
۲) صفر
۳) $\frac{1}{80}$
۴) $\frac{1}{8}$

۱۹۴ـ در جدول توزیع احتمال زیر، $Var(\frac{1}{2}X-2)$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

x	-2	۰	۲	۴	۵
$f(x)$	۰/۱	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۲

۱) ۱/۲۱
۲) ۱/۲۵
۳) ۱/۳۵
۴) ۱/۴۱

۱۹۵ـ اگر $var(X)=3$ و $var(Y)=4$ و $cov(X,Y)=-1$ باشند، آنگاه واریانس $Z=2X-Y+1$ چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۰
۴) ۲۱

۱۹۶ـ تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی X بصورت $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 2\\ \frac{x^2-4}{96} & 2<x\le 10\\ 1 & 10<x\end{cases}$ داده شده است. میانه متغیر تصادفی X، کدام است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\sqrt{52}$
۲) $\sqrt{96}$
۳) $\sqrt{48}$
۴) $\sqrt{6}$

۱۹۷ـ مقدار m در تابع $f(x)=\frac{m}{\sqrt{x}}$ برای $0\le x\le 1$ چقدر باشد تا $f(x)$ یک تابع چگالی احتمال باشد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۲

۱۹۸ـ اگر $var(-2X+1)=5$, $E(X)=1/5$ باشند $E(X-2)^2$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱/۲۵
۲) ۱/۵
۳) ۱/۷۵
۴) ۳/۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۹ـ در توزیع توأم جدول مقابل، کوواریانس کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

y \ x	−۲	۰	۳
۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵
۲	۰/۱۵	۰/۳	۰

۱) −۰/۴۱۲۵
۲) −۰/۰۱۲۵
۳) −۰/۰۱۴۵
۴) ۰/۲۴۲۵

۲۰۰ـ به ازای مقداری از k تابع $f(x)=\begin{cases} kx^2, & 0<x<4 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$، یک تابع چگالی احتمال است. امید ریاضی x کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰۱ـ تابع زیر مفروض است، مقدار a را چنان بیابید که $f(x)$ یک چگالی احتمال باشد؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

$$f(x)=\begin{cases} a+\frac{1}{4}x & -2\le x\le 0 \\ a-\frac{1}{4}x & 0\le x<2 \end{cases}$$

۱) −۲
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) ۲

۲۰۲ـ در جدول مقابل، a چه مقدار باشد تا $E(X)=4$ باشد؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

x	۳	a	۱۰	۱۴
P(X = x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	b	$\frac{4}{10}$

۱) ۶ ۲) ۸
۳) ۱۳ ۴) -۱۳

۲۰۳ـ به ازای کدام مقدار a تابع $P(X=x)=ap(1-2p)^{(x-5)};x=5,6,7,\cdots$ یک تابع احتمال است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

۲۰۴ـ تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $\varphi_X(x)=\begin{cases} 0 & x<2 \\ -\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{2}x-6 & 2\le x<4 \\ 0 & 4\le x \end{cases}$ بیان می‌شود. کدامیک از عبارت‌های زیر تابع توزیع کمیت تصادفی x می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $F_X(x)=5-6x+\frac{9}{4}x^2-\frac{3}{12}x^3 \quad 2\le x<4$
۲) $F_X(x)=15-3x+\frac{9}{4}x^2-\frac{3}{12}x^3 \quad 2\le x<4$
۳) $F_X(x)=-5+6x-\frac{9}{4}x^2+\frac{3}{12}x^3 \quad 2\le x<4$
۴) $F_X(x)=5+6x+\frac{9}{4}x^2+\frac{3}{12}x^3 \quad 2\le x<4$

۲۰۵ـ تابع توزیع کمیت تصادفی x، $F_X(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ (x-2)^2 & 2<x\le 3 \\ 1 & 3<x \end{cases}$ می باشد. کدامیک از توابع زیر تابع چگالی کمیت تصادفی X می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\varphi_X(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ 4x-4x^2+\frac{1}{3}x^3 & 2<x\le 3 \\ 0 & 3<x \end{cases}$
۲) $\varphi_X(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ 4x-8 & 2<x\le 3 \\ 0 & 3<x \end{cases}$
۳) $\varphi_X(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ 2(x-2) & 2<x\le 3 \\ 0 & 3<x \end{cases}$
۴) $\varphi_X(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2 \\ x^3+x^2+4 & 2<x\le 3 \\ 0 & 3<x \end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰۶ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $F_X(x)=\begin{cases}0 & x\le 2\\ (x-2)^2 & 2<x\le 3\\ 1 & 3<x\end{cases}$ می‌باشد، امید ریاضی کمتیت تصادفی X کدامیک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $E(X)=\frac{11}{4}$ ۲) $E(X)=\frac{10}{3}$ ۳) $E(X)=\frac{9}{4}$ ۴) $E(X)=\frac{8}{3}$

۲۰۷ـ کدامیک از تعاریف زیر مفهوم همبستگی را بین دو کمیت تصادفی X و Y بیان می‌کند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) بستگی بین امید ریاضی($E(X)$)یکی از کمیت‌های تصادفی (X) با کمیت تصادفی دیگر ($E(Y)$) را همبستگی بین کمیت تصادفی X و Y گویند.

۲) بستگی بین امید ریاضی ($E(X)$)یکی از کمیت‌های تصادفی (X) با امید ریاضی کمیت تصادفی دیگر ($E(Y)$) را همبستگی X و Y گویند.

۳) بستگی بین دو کمیت X و Y را همبستگی بین X و Y گویند.

۴) بستگی بین دو کمیت تصادفی X و Y را همبستگی بین X و Y گویند.

۲۰۸ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $0<x<\infty$ $F_X(x)=1-e^{-(\frac{x}{b})^c}$ می‌باشد(تابع توزیع **Weibull**)، تابع چگالی کمیت تصادفی X کدامیک از توابع زیر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\rho_X(x)=cx^{c-1}e^{-(\frac{x}{b})^{2c}}$ $0<x<\infty$

۲) $\rho_X(x)=c^2x^ce^{-(\frac{x}{b})^c}$ $0<x<\infty$

۳) $\rho_X(x)=\frac{cx^{c-1}}{b^c}e^{-(\frac{x}{b})^c}$ $0<x<\infty$

۴) $\rho_X(x)=x^{2c}e^{-(\frac{x}{b})^c}$ $0<x<\infty$

۲۰۹ـ تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $0<x<\infty$ $F_X(x)=1-e^{-(\frac{x}{b})^c}$ می باشد، امید ریاضی کمیت تصادفی X کدامیک از عبارت‌های زیر می‌باشد؟

(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $E(X)=b(c+1)!$ ۲) $E(X)=b^2c!$ ۳) $E(X)=b(c-1)!$ ۴) $E(X)=(\frac{x}{b})^c$

۲۱۰ـ کوواریانس: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) باید بین ۱- و ۱ باشد. ۲) باید مثبت باشد. ۳) باید بین صفرو یک باشد ۴) می‌تواند مثبت یا منفی باشد

۲۱۱ـ دو حادثه y,x مستقل از هم می‌باشند اگر: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) $P(y|x)=p(x)$ ۲) $P(x|y)=1$ ۳) $P(y|x)=p(y)$ ۴) $P(y)=P(x|y)$

۲۱۲ـ در مورد دو متغیر مستقل کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) همبسته اند ۲) ناهمبسته اند ۳) کوواریانس آنها مخالف صفر است ۴) مانعه الجمع اند.

۲۱۳ـ اگر متغیرهای X و Y مستقل از هم باشند، $E(\frac{2X}{Y})$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) $2E(X)E(Y)$ ۲) $E(X)E(\frac{1}{Y})$ ۳) $2E(X)E(\frac{1}{Y})$ ۴) $\frac{2E(X)}{E(Y)}$

۲۱۴ـ تابع احتمال توأم دو متغیر X و Y به‌صورت زیر است. مقدار کوواریانس کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

y \ x	-۱	۲	۵
۲	۰/۲	۰/۳	۰
۴	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵

۱) ۱/۴۵

۲) ۱/۲۵

۳) ۱/۰۵

۴) ۱/۶۵

۲۱۵ـ اگر کمیت تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال به‌صورت $x>0$, $f(x)=5e^{-5x}$ باشد، دهک هشتم توزیع کدام است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $5e^{-5}$ ۲) $\frac{1}{8}\ln(8)$ ۳) $\frac{1}{5}\ln(5)$ ۴) $8e^{-8}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۶ـ اگر $COV(X,Y)=0$ باشد آنگاه رابطه بین X و Y چگونه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) رابطه غیر خطی یا مستقل از هم ۲) مستقل از هم ۳) رابطه غیر خطی ۴) رابطه‌ای وجود ندارد

۲۱۷ـ امید ریاضی متغیر تصادفی x برابر ۳/۵ و امید ریاضی X^2 برابر ۱۴/۵ محاسبه شده است، $var(-2X+5)$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۹ ۲) ۷/۵ ۳) ۸/۵ ۴) ۶

۲۱۸ـ تابع چگالی احتمال به‌صورت $f(x)=\begin{cases}k(16x-x^3) & 0\le x\le 4\\ 0 & o.w\end{cases}$ داده شده است. عدد k کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{16}$ ۳) $\frac{1}{32}$ ۴) $\frac{1}{64}$

۲۱۹ـ به‌ازای کدام مقدار a تابع $P(X=x)=\frac{\binom{5}{x}}{a}$; $x=0,1,2,3,4,5$ یک تابع احتمال است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

۲۲۰ـ اگر $E(X)=3/5$ و $E(X^2)=14/5$ باشد. $var(-2X+3)$ کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۹

۲۲۱ـ متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال $P(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}(2x+k) & ;0\le x\le 1\\ 0 & \text{جاهای دیگر}\end{cases}$ داده شده است. با تعیین k مقدار $P(0\le X<\frac{1}{2})$ کدام است؟ (رنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{7}{12}$ ۴) $\frac{5}{12}$

۲۲۲ـ اگر صفت متغیر X با واریانس $D(x)=9$ توزیع شده باشد، در اینصورت انحراف معیار کمیت تصادفی Y که برطبق رابطه $y=4x-3$ از کمیت x تبعیت می‌کند، کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

۱) $\delta_y=6$ ۲) $\delta_y=24$ ۳) $\delta_y=\sqrt{39}$ ۴) $\delta_y=12$

۲۲۳ـ تابع چگالی احتمال‌ها برای کمیت تصادفی X به صورت $\varphi(x)=\frac{2x+3}{18}$, $0<x<3$ بیان شده است. امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

۱) ۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۳ ۴) ۱/۷۵

۲۲۴ـ میانگین طول مربع‌هایی برابر ۱۲ و ضریب پراکندگی آن‌ها ۰/۲۵ می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۱۴۸ ۲) ۱۵۲ ۳) ۱۴۹ ۴) ۱۵۳

۲۲۵ـ در یک شرکت تولیدی با بررسی تقاضاهای ماهانه و احتمالات مربوط $E(X)=25$ و $E(X^2)=733$ محاسبه شده است. $var(\frac{X-4}{6})$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۴

۲۲۶ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x)=\begin{cases}a(4x-x^2) & 0\le x\le 3\\ 0 & \text{سایر جا}\end{cases}$ است. امید ریاضی X کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{7}{4}$ ۳) $\frac{11}{6}$ ۴) $\frac{13}{8}$

۲۲۷ـ اگر تابع توزیع مشترک متغیرهای تصادفی X و Y به‌صورت روبرو بیان شده باشد: $\varphi(x,y)=\frac{1}{6}(x-y)$, $\begin{matrix}0\le x\le 2\\ 0\le y\le 1\end{matrix}$

$\varphi(y\mid x)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{2(x-y)}{2x-1}$ ۲) $\frac{x-y}{x+y}$ ۳) $\frac{2x+y}{x-y}$ ۴) $\frac{x+y}{2(x-y)}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲۸ـ فرض کنید $COV(X,Y)=-۳$، $var(X)=۹$، $var(Y)=۱۶$ باشد. اگر $Z=۲X-۳Y$ و $U=X+Y$ باشـد، مقـدار $COV(Z,U)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) -۲۷ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $-\frac{۱}{۴}$ ۴) -۳

۲۲۹ـ فرض کنید متغیر تصادفی پیوسته X، دارای تابع چگالی $-۱<x<۴$; $f(x)=kx^۲$ است. مقدار k و $P(-۱<X<۱)$ به ترتیب برابرند با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۲}$, $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۶۵}$, $\frac{۳}{۶۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$, $\frac{۳}{۶۵}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$, $\frac{۱}{۵}$

۲۳۰ـ اگر تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X بصورت $F(x)=x(x^۲-۶x+۱)$ بیان شده باشد، نمای این توزیع کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۲۳۱ـ دهک هفتم برای توزیع $f(x)=۳e^{-۳x}$; $x>۰$ را محاسبه کنید؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) $\ln ۳$ ۲) $\ln ۹$ ۳) $\frac{۳}{\ln ۰/۳}$ ۴) $-\frac{\ln ۰/۳}{۳}$

۲۳۲ـ فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمالی $۱<x<a$ $f(x)=\frac{۱}{۱۲}x$ در این شرایط گزینه صحیح برابر $E(X)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\frac{۱-a^۲}{۳۶}$ ۲) $\frac{a^۳-۱}{۳۶}$ ۳) $\frac{۳۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱۲۵}{۳۶}$

۲۳۳ـ چنانچه جامعه‌ای نرمال نباشد، فاصله $\mu\pm۳\sigma$ حداقل شامل چند درصد داده‌ها است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۳)

۱) ٪۷۵ ۲) ٪۹۹/۷ ۳) ٪۹۴/۴ ۴) ٪۸۸/۸

۲۳۴ـ در داده‌های آماری x_i به صورت $۱۲,۹,۱۱,۱۵,۱۲,۹,۷,۱۰,۱۶$ به ازای کدام مقدار a از داده‌های مفروض حاصل $\sum|x_i-a|$ کمترین مقدار است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۵)

۱) ۱۱ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۲۳۵ـ میانگین و واریانس داده‌های x_i به ترتیب ۱۲ و ۶/۲۵ می‌باشند، ضریب پراکندگی داده‌های $y_i=۲x_i+۱$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۵)

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۱۵

۲۳۶ـ اگر $x_۱,...,x_n$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه با میانگین $\bar{x}$ و واریانس $S_x^۲$ باشد و اگـر فـرض کنـیم $y_i=\frac{x_i-a}{b}$، کـه درآن $a\ i=۱,۲,...,n$ و b مقادیر ثابتی هستند، نسبت $\frac{\bar{y}}{S_x^۲}$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ دکتری ۹۵)

۱) $\frac{\bar{x}}{bS_x^۲}$ ۲) $\frac{b\bar{x}}{S_x^۲}$ ۳) $\frac{\bar{x}-a}{bS_x^۲}$ ۴) $\frac{b\bar{x}-ab}{S_x^۲}$

۲۳۷ـ فرض کنید $x_۱,...,x_{۱۰}$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه است، به طوری که $\sum x_i=۱۵۰$ و ضریب تغییرات این نمونه برابر $C.V.=\frac{۱}{۳}$ باشد، آنگاه فاصله $(\bar{x}-۲s,\bar{x}+۲s)$ عبارت‌است از: (علوم اقتصادی ـ دکتری ۹۵)

۱) $(۵,۲۵)$ ۲) $(-۳۵,۶۵)$ ۳) $(۱۰,۲۰)$ ۴) $(-۷۵,۱۰۵)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱ـ گزینه «۱» برای متغیر پیوسته همواره مقدار احتمال در نقطه صفر است.

۲ـ گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال مقدار k را بدست می‌آوریم.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱ \Rightarrow \int_{۰}^{۴} \frac{x}{k}dx = ۱ \Rightarrow \frac{x^۲}{۲k}\Big]_{۰}^{۴} = ۱ \Rightarrow k = ۸$$

۳ـ گزینه «۴» هر سه گزینه به دلیل استقلال دو متغیر تصادفی X و Y صحیح می‌باشد.

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) = ۳ + ۲ = ۵$$

$$E(XY) = E(X)E(Y) = ۳ \times ۲ = ۶ \quad ; \quad COV(X,Y) = ۰$$

۴ـ گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال k را محاسبه می‌کنیم:

$$\int_{۰}^{۱} f(x)dx = ۱ \Rightarrow \int_{۰}^{۱} (\frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳}k)dx = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{۶}x^۲ + \frac{۱}{۳}kx\Big]_{۰}^{۱} = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳}k = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۳}k = \frac{۲}{۳} \Rightarrow k = ۲$$

۵ـ گزینه «۴» توجه کنید که جمع کل احتمال‌ها باید برابر با ۱ است. بنابراین مقدار احتمال اشتراک را بصورت زیر محاسبه می‌کنیم، سپس از احتمال شرطی استفاده کرده خواهیم داشت:

$$? = P(A \cap B) = ۱ - (۰/۲ + ۰/۱ + ۰/۵) = ۰/۲ \qquad P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{۰/۲}{۰/۳} = ۰/۶۶۷$$

۶ـ گزینه «۱» طبق خاصیت امید ریاضی، داریم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x)dx = \int_{-۳}^{۵} \frac{۱}{۸}x\,dx = \frac{۱}{۱۶}x^۲\Big]_{-۳}^{۵} = \frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۹}{۱۶} = \frac{۱۶}{۱۶} = ۱$$

۷ـ گزینه «۴» از رابطه کوواریانس استفاده کرده داریم:

x \ y	۰	۱	P(X = x)
−۱	۰/۳۰	۰/۳۰	۰/۶۰
۰	۰/۳۰	۰/۱۰	۰/۴۰
P(Y = y)	۰/۶	۰/۴	۱

$$E(X) = \sum xP_X(x) = -۱ \times ۰/۶ + ۰ \times ۰/۴ = -۰/۶$$

$$E(Y) = \sum yP_Y(y) = ۰ \times ۰/۶ + ۱ \times ۰/۴ = ۰/۴$$

$$E(XY) = \sum\sum xy\,f(x,y)$$

$$= (-۱ \times ۰ \times ۰/۳) + (-۱ \times ۱ \times ۰/۳) + (۰ \times ۰ \times ۰/۳) + (۰ \times ۱ \times ۰/۱) = -۰/۳$$

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -۰/۳ - (۰/۶ \times ۰/۴) = -۰/۳ - (-۰/۲۴) = -۰/۰۶$$

۸ـ گزینه «۱» طبق روابط امید ریاضی و واریانس (یادآوری: $Var(aX \pm b) = a^۲.Var(X)$) خواهیم داشت:

$$E\left(\frac{X-۵}{۳}\right) = \frac{۱}{۳}E(X) - \frac{۵}{۳} = \frac{۱}{۳} \times ۵ - \frac{۵}{۳} = ۰ \quad ; \quad Var\left(\frac{X-۵}{۳}\right) = \frac{۱}{۹}Var(X) = \frac{۱}{۹} \times ۹ = ۱$$

۹ـ گزینه «۳» صورت سؤال غلط است چرا که باید جمع احتمال‌های جدول احتمال برابر با ۱ باشد در حالیکه در اینجا جمع احتمالات بیش از یک می‌باشد.

x	۰	۱	۲	۳
p	۱/۴	۱/۲	۱/۴	۱/۶

$$\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶} > ۱$$

۱۰ـ گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱$ می‌باشد بنابراین:

$$\int_{۰}^{۱} kx\,dx = ۱ \Rightarrow [\frac{k}{۲}x^۲]_{۳}^{۷} = ۱ \Rightarrow \frac{k}{۲}(۴۹ - ۹) = ۱ \Rightarrow k = \frac{۱}{۲۰} = ۰/۰۵$$

۱۱ـ گزینه «۱» برای محاسبه احتمال بر روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx \Rightarrow P(۰ \le x \le ۱) = \int_{۰}^{۱} \frac{۱}{\pi(۱ + x^۲)}dx = \frac{۱}{\pi}\Big[(\tan^{-۱}(x))\Big]_{۰}^{۱} = \frac{۱}{\pi}(\frac{\pi}{۴} - ۰) = \frac{۱}{۴}$$

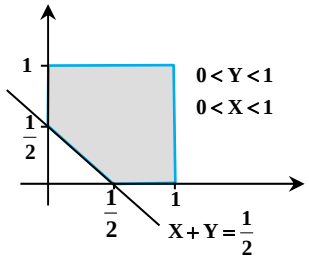
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ گزینه «۴» طبق رابطه امید ریاضی پیوسته :

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx \rightarrow E(X)=\int_{0}^{4} x.\frac{1}{8}xdx=\left[\frac{1}{24}x^3\right]_0^4=\frac{64}{24}=\frac{8}{3}$$

۱۳ـ گزینه «۴» توجه کنید $P(X+Y>\frac{1}{2})$ یک منطقه با یک قسمت پیوسته است:



$$P(X+Y>\frac{1}{2})=\frac{\text{مساحت هاشور خورده}}{\text{مساحت کل مربع}}=\frac{(1\times1)-\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{2}}{1\times1}=\frac{7}{8}$$

۱۴ـ گزینه «۴» طبق خاصیت مهم کوواریانس خواهیم داشت:

$$COV(aX+b,cY+d)=ac\ \ COV(X,Y)$$

بنابراین:

$$COV(2+3X,\ -1+2Y)=2\times3COV(X,Y)=6\times4=24$$

۱۵ـ گزینه «۳» طبق رابطه واریانس به راحتی مقدار μ را بدست می‌آوریم کافیست در رابطه واریانس مقادیر داده شده را جایگذاری کنیم:

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-\mu^2 \Rightarrow (5)^2=\frac{1250}{10}-\mu^2 \Rightarrow \mu^2=125-25=100 \Rightarrow \mu=\sqrt{100}=10$$

۱۶ـ گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری کرده و مقدار احتمال را بدست می‌آوریم:

$$P(0<X<0/3)=\int_{0}^{0/3}2xdx=\frac{2x^2}{2}\Big|_0^{0/3}=0/09$$

۱۷ـ گزینه «۴» طبق تعریف امید ریاضی یک متغیر گسسته که بصورت $E(X)=\sum x\cdot P(X=x)$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$E(X)=(1\times0/3)+(2\times0/4)+(3\times0/3)=2$$

۱۸ـ گزینه «۲» از رابطه مهم واریانس ـ کوواریانس که بصورت زیر می‌باشد استفاده می‌کنیم:

(یادآوری: $Var(aX+bY+c)=a^2Var(X)+b^2Var(Y)\pm2abCOV(X,Y)$)

توجه کنید که دو متغیر مستقلند، بنابراین $COV(X,Y)=0$ است. $Var(X-2Y+1)=(1)^2Var(X)+(-2)^2Var(Y)-0=1\times2+4\times3=14$

۱۹ـ گزینه «۱» طبق خاصیت مهم تابع چگالی احتمال مقدار انتگرال تابع چگالی احتمال برابر با ۱ است:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1 \Rightarrow \int_{0}^{3}(ax^2+2)dx=1 \Rightarrow (\frac{ax^3}{3}+2x)\Big|_0^3=1 \Rightarrow \frac{27a}{3}+6=1 \Rightarrow 9a+6=1 \Rightarrow 9a=-5 \Rightarrow a=-\frac{5}{9}$$

۲۰ـ گزینه «۲» طبق تعریف تابع توزیع به صورت روبرو خواهیم داشت: توجه : $\sqrt{37}\simeq6/08$

$$F(x)=P(X\le x) \Rightarrow F(\sqrt{37})=P(X\le\sqrt{37})=P(X\le6/08)=0/1+0/3+0/3=0/7$$

۲۱ـ گزینه «۲» با توجه به خاصیت واریانس کوواریانس یعنی رابطه $Var(aX\pm bY+c)=a^2\,var(X)+b^2Var(Y)\pm2abCOV(X,Y)$ خواهیم داشت: (توجه کنید که دو متغیر مستقل هستند بنابراین $COV(X,Y)=0$)

$$Var(X-Y)=Var(X)+Var(Y)-2COV(X,Y) \Rightarrow Var(X-Y)=Var(X)+Var(Y)-0=Var(X)+Var(Y)$$

۲۲ـ گزینه «۴» اگر X و Y از هم مستقل باشند، $\frac{1}{Y}$ و X نیز مستقل می‌باشند، پس:

$$E(\frac{X}{Y})=E(X\times\frac{1}{Y})=E(X)\times E(\frac{1}{Y})\neq\frac{E(X)}{E(Y)}$$

۲۳ـ گزینه «۳» طبق رابطه امید شرطی خواهیم داشت:

$$E(Y\mid X=6)=\frac{\sum y.P(y\mid X=6)}{P(X=6)}$$

$$E(Y\mid X=6)=\frac{(2\times0/05)+(3\times0/20)+(4\times0/20)+(5\times0/05)}{0/05+0/20+0/20+0/05}=\frac{1/75}{0/5}=3/5$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴ـ گزینه «۲» توجه کنید که باید احتمال‌های حاشیه‌ای یا کناری را بدست آوریم.

y \ x	−۱	۰	P(y)
−۱	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۳۰
۱	۰/۳۵	۰/۳۵	۰/۷۰
$P_X(x)$	۰/۵۰	۰/۵۰	۱

$$E(X)=\sum xP_X(x)=(-1)\times 0/5+(0\times 0/5)=-0/5$$
$$E(Y)=\sum yP_X(y)=(-1)\times 0/30+(1\times 0/70)=0/4$$
$$E(XY)=\sum xyf(x,y)=(-1)\times(-1)\times 0/15-1\times 0\times 0/15+1\times(-1)\times 0/35+1\times 0\times 0/35=-0/2$$
$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-0/2-(-0/5)(0/4)=0$$

راه حل دیگر: دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از یکدیگرند، زیرا توزیع توام آن‌ها برابر با حاصلضرب توزیع‌های حاشیه‌ای است. بنابراین، کوواریانس X و Y برابر صفر است. با کمی دقت متوجه می‌شویم $f_{X,Y}(X,Y)=f_X(x)f_Y(y)$ خواهد بود.

۲۵ـ گزینه «۳» طبق رابطه واریانس ابتدا امید ریاضی X^2 و سپس امید ریاضی X را بدست می‌آوریم:

$$E(X^2)=\int_0^c \frac{2x^3}{c^2}dx=\frac{x^4}{2c^2}\Big|_0^c=\frac{c^2}{2} \quad ; \quad E(X)=\int_0^c \frac{2x^2}{c^2}dx=\frac{2}{3}\frac{x^3}{c^2}\Big|_0^c=\frac{2}{3}c \Rightarrow var(X)=\sigma_x^2=E(X^2)-(E(X))^2$$

اکنون در رابطه واریانس قرار می‌دهیم:

$$\sigma_x^2=2\Rightarrow\frac{c^2}{2}-(\frac{2}{3}c)^2=2\Rightarrow\frac{c^2}{2}-\frac{4}{9}c^2=2\Rightarrow\frac{9c^2-8c^2}{18}=2\Rightarrow c^2=36\Rightarrow c=6$$

۲۶ـ گزینه «۴» طبق رابطه گفته شده در متن کتاب: ارزش اطلاعات کامل $=0/1\times 1000+0/5\times 1250+0/4\times 2000=1525$

۲۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه واریانس کوواریانس مقدار کوواریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$var(aX\pm bY\pm c)=a^2.var(X)+b^2\,var(Y)\pm 2abCOV(X,Y)$$
$$\sigma^2_{(X+Y)}=\sigma_x^2+\sigma_y^2+2Cov(X,Y)\Rightarrow\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+2COV(X,Y)$$
$$\Rightarrow 2COV(X,Y)=\frac{5}{6}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\Rightarrow 2COV(X,Y)=-\frac{1}{3}\Rightarrow COV(X,Y)=-\frac{1}{6}$$

۲۸ـ گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$f(x)=\frac{a}{x^2} \qquad 1\le x\le 2$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1\Rightarrow\int_1^2\frac{a}{x^2}dx=1\Rightarrow a\int_1^2 x^{-2}dx=1\Rightarrow a[\frac{x^{-1}}{-1}]_1^2=1\Rightarrow[-a.\frac{1}{x}]_1^2=[-\frac{1}{2}a+a]=1\Rightarrow\frac{1}{2}a=1\Rightarrow a=2$$

۲۹ـ گزینه «۱» به دلیل آنکه متغیر تصادفی پیوسته است احتمال در نقطه خاصی مفهوم ندارد. درمتغیرهای تصادفی پیوسته احتمال بر روی بازه‌های عددی تعریف می‌شود و احتمال در یک نقطه برابر با صفر است: $P(X=a)=0$

۳۰ـ گزینه «۴» توجه کنید که اگر X و Y مستقل باشند می‌توان چهار رابطه روبرو را نتیجه گرفت:

۱) $E(XY)=E(X).E(Y)$

۲) $COV(X,Y)=0$

۳) $\rho(X,Y)=0$

۴) $f(x,y)=f(x).f(y)$

ولی برعکس نمی‌توان نتیجه گرفت که اگر رابطه (۱) یا (۲) یا (۳) برقرار باشند X و Y مستقلند.
گاهی امید وجود ندارد، در صورتی که وجود داشته باشد شرط ۱ برقرار است.
و شرط استقلال دو متغیر تصادفی از نظر آماری فقط برقراری رابطه (۴) می‌باشد.

۳۱ـ گزینه «۴» از رابطه واریانس ـ کوواریانس استفاده می‌کنیم این رابطه به این صورت بود که:

$$Var(aX+bY+c)=a^2Var(X)+b^2Var(Y)+2abCOV(X,Y)$$
$$Var(X+Y)=(1)^2Var(X)+(1)^2Var(Y)+2\times 1\times 1\times COV(X,Y)\Rightarrow Var(X+Y)=1\times 1+1\times 1+2\times 1\times 1=4$$

۳۲ـ گزینه «۳» اشتراک فاصله $(0,4)$. $(2,6)$ عبارت است از فاصله $(2,4)$ بنابراین:

$$P(2<X<4)=\frac{(4)^2}{24}-\frac{(2)^2}{24}=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳ـ گزینه «۱» از رابطه تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته استفاده کرده خواهیم داشت:

$$F(x)=\int_{\circ}^{x} f(t)dt=\int_{\circ}^{x}\cos t dt=\sin t\Big|_{\circ}^{x}=\sin x \qquad \circ<x\le\frac{\pi}{۲}$$

۳۴ـ گزینه «۲» از رابطه $Var(x)=E(x^۲)-(E(x))^۲$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X^۲)=\int_{۱}^{۵} x^۲.\frac{x}{۱۲}dx=\int_{۱}^{۵}\frac{x^۳}{۱۲}dx=\frac{x^۴}{۴۸}\Big|_{۱}^{۵}=۱۳$$

$$E(X)=\int_{۱}^{۵} x.\frac{x}{۱۲}dx=\int_{۱}^{۵}\frac{x^۲}{۱۲}dx=\frac{x^۳}{۳۶}\Big|_{۱}^{۵}=۳/۴۴$$

$$Var(X)=E(X^۲)-(E(X))^۲=۱۳-(۳/۴۴)^۲\simeq ۱/۱۳۶$$

۳۵ـ گزینه «۳» با توجه به خاصیت‌های میانگین (امیدریاضی) و واریانس خواهیم داشت:

$$E(Y)=E(X-\frac{\mu}{\sigma})=E(X)-\frac{\mu}{\sigma}=\mu-\frac{\mu}{\sigma}$$

$$Var(Y)=Var(X-\frac{\mu}{\sigma})=Var(X)=\sigma^۲ \Rightarrow \text{انحراف معیار}=\sigma$$

۳۶ـ گزینه «۱» ابتدا تابع احتمال شرطی $P_X(x\mid Y=۱)$ را به دست می‌آوریم:

$$P_X(x\mid Y=۱)=\frac{P(x,۱)}{P(Y=۱)} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & \circ & ۱ & ۲ \\ \hline P(x\mid Y=۱) & \frac{P(\circ,۱)}{P_X(۱)} & \frac{P(۱,۱)}{P_Y(۱)} & \frac{P(۲,۱)}{P_Y(۱)} \end{array} \quad ; \quad P(Y=۱)=\circ/\circ۹+\circ/\circ۳+\circ/\circ۳=\circ/۱۵$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & \circ & ۱ & ۲ \\ \hline P(x\mid Y=۱) & \frac{\circ/\circ۹}{\circ/۱۵}=\circ/۶ & \frac{\circ/\circ۳}{\circ/۱۵}=\circ/۲ & \frac{\circ/\circ۳}{\circ/۱۵}=\circ/۲ \end{array} \Rightarrow E(X\mid Y=۱)=\circ\times\circ/۶+۱\times\circ/۲+۲\times\circ/۲=\circ/۶=\frac{۳}{۵}$$

۳۷ـ گزینه «۴» مقدار میانه از رابطه $F_X(me)=\frac{۱}{۲}$ به دست می‌آید اما دقت کنید که میانه منحصر بفرد است و در اینجا $\circ<x<۲$ بنابراین میانـه بایـد مثبت باشد.

$$\int_{\circ}^{me}\frac{۱}{۲}tdt=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{t^۲}{۴}\Big|_{\circ}^{me}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{me^۲}{۴}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow me=\pm\sqrt{۲}\Rightarrow me=\sqrt{۲}$$ قابل قبول است

۳۸ـ گزینه «۲» طبق رابطه واریانس مقادیر داده شده را جایگذاری می‌کنیم:

$$E(X)=\mu=۲\ ,\ \sigma_x=۲\Rightarrow Var(X)=۴$$

$$Var(X)=E(X^۲)-\mu^۲\Rightarrow ۴=E(X^۲)-۴\Rightarrow E(X^۲)=۸$$

۳۹ـ گزینه «۳» ابتدا مقدار ثابت k را بدست می‌آوریم:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=۱\Rightarrow\int_{\circ}^{۱} k(۱-x)dx=۱\Rightarrow k(x-\frac{x^۲}{۲})\Big]_{\circ}^{۱}=۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}k=۱\Rightarrow k=۲$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$f(x)=۲(۱-x)\ ,\ \circ\le x\le ۱\Rightarrow E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx=\int_{\circ}^{۱}۲(x-x^۲)dx=۲(\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۱}{۳}x^۳)\Big]_{\circ}^{۱}=\frac{۱}{۳}$$

۴۰ـ گزینه «۴» ابتدا از تابع توزیع تجمعی مشتق‌گیری می‌کنیم تا تابع چگالی احتمال بدست آید: $f(x)=F'(x)=\frac{۳}{k}(x-۱)^۲ \quad , \quad ۱\le x<۳$

اکنون طبق رابطه تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=۱\Rightarrow\int_{۱}^{۳}\frac{۳}{k}(x-۱)^۲dx=۱\Rightarrow\frac{۳}{k}\int_{۱}^{۳}(x^۲-۲x+۱)dx=۱$$

$$\frac{۳}{k}(\frac{۱}{۳}x^۳-x^۲+x)\Big]_{۱}^{۳}=۱\Rightarrow\frac{۳}{k}((\frac{۱}{۳}\times(۳)^۳-(۳)^۲+۳)-(\frac{۱}{۳}\times۱-۱+۱))=۱\Rightarrow\frac{۳}{k}(۳-\frac{۱}{۳})=۱\Rightarrow\frac{۳}{k}\times\frac{۸}{۳}=۱\Rightarrow k=۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

راه‌حل دیگر: واضح است که X یک متغیر تصادفی پیوسته است. بنابراین تابع توزیع آن پیوسته است بنابراین $\frac{۱}{k}(x-۱)^۳ |_{x=۳}=۱\Rightarrow \frac{۸}{k}=۱\Rightarrow k=۸$

۴۱ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه حق بیمه و سود خواهیم داشت: امید ریاضی پرداخت خسارت ـ حق بیمه = سود

$$\text{حق بیمه} = ۲۰۰۰۰۰ \Rightarrow (۰/۱\times ۱۰۰۰۰۰۰)-\text{حق بیمه} = ۱۰۰۰۰۰$$

۴۲ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه تابع توزیع خواهیم داشت:

$$F(x)=\int_{۰}^{x}\frac{۱}{۸}tdt=\frac{۱}{۱۶}t^۲]_{۰}^{x}\Rightarrow F(x)=\frac{۱}{۱۶}x^۲ \Rightarrow P(X\le C)=\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{۴}{۵}$$

$$F(x)=\frac{۸۰}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}x^۲=\frac{۴}{۵}\Rightarrow x=۳/۵۸$$

راه حل دیگر:

$$\int_{۰}^{c}\frac{۱}{۸}x\,dx=\frac{۸۰}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}x^۲]_{۰}^{c}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\frac{c^۲}{۱۶}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow c=۳/۵۸$$

۴۳ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه ارزش مورد انتظار پولی:

$$EMV(a_۱)=۰/۲\times ۳۵۰+۰/۳\times ۹۰۰+۰/۵\times ۱۸۸۰=۱۲۸۰$$

$$EMV(a_۲)=۰/۲\times(-۲۰۰)+۰/۳\times ۱۲۰۰+۰/۵\times ۱۶۰۰=۱۱۲۰$$

$$EMV(a_۳)=۰/۲\times(-۵۰۰)+۰/۳\times ۷۰۰+۰/۵\times ۲۵۰۰=۱۳۶۰$$

$EMV(a_۳)$ بیشتر از دو گزینه دیگر است در نتیجه $a_۳$ گزینه بهینه خواهد بود.

۴۴ـ گزینه «۳» ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت اندازه‌گیری می‌کند.

۴۵ـ گزینه «۲» در واقع همبستگی میزان تناسب یا ارتباط متقابل را نشان می‌دهد که توان دوم ضریب همبستگی خطی که در فصل‌های بعد توضیح داده می‌شود. میزان تغییرات Y را نسبت به x نشان می‌دهد.

۴۶ـ گزینه «۳» از آن‌جا که $r=-۰/۶۹$ گردیده است مبین همبستگی منفی و ناکامل بین x و y است و همچنین از روی نمودار پراکنش که خط داده شده دارای شیب منفی است نیز چنین چیزی مشهود است.

۴۷ـ گزینه «۳»

$$Var(Y)=Var(\frac{۱}{۲}X-۱)=Var(\frac{۱}{۲}X)=\frac{۱}{۴}Var(X)=\frac{۱}{۴}\times ۳=\frac{۳}{۴}$$

طبق خواص واریانس اگر به تک تک داده‌ها عددی اضافه یا کم کنیم. مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد و اگر تمام داده‌ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم مقدار واریانس در مجذور آن عدد ضرب می‌شود.

۴۸ـ گزینه «۲» از رابطه واریانس ـ کوواریانس استفاده می‌کنیم که بصورت زیر است:

$$Var(aX\pm bY+c)=a^۲\cdot Var(X)+b^۲Var(Y)\pm ۲abCOV(X,Y)$$

توجه کنید (X,Y) مستقل هستند و بنابراین: $COV(X,Y)=۰$

$$Var(X-Y)=(۱)^۲Var(X)+(-۱)^۲Var(Y)+۲(-۱)\times(۱)COV(X,Y)=۵۰+۵۰-۰=۱۰۰\Rightarrow \text{انحراف معیار}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$$

۴۹ـ گزینه «۱» شرط استقلال دو متغیر تصادفی، آن است که احتمال توأم آنها برابر حاصلضرب احتمال‌های کناری آنها شود ولی اگر دو متغیر تصادفی، مستقل باشند می‌توان هر چهار گزینه را نتیجه گرفت.

۵۰ـ گزینه «۴» طبق رابطه مهم کوواریانس که به صورت $COV(aX+b,cY+d)=a.c.COV(X,Y)$ می باشد خواهیم داشت:

$$COV(۲+۴X,۳+۳Y)=۴\times ۳\times COV(X,Y)=۴\times ۳\times ۴=۴۸$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۱ـ گزینه «۱» **روش اول:** برای محاسبه امید ریاضی یک متغیر پیوسته از رابطه $E(X)=\int x.f(x)dx$ استفاده می‌کنیم، اما قبل از آن توجه کنید که تابع توزیع داده شده است و باید ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست آوریم. بنابراین از تابع توزیع مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\begin{cases}\frac{2x+1}{6} & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_0^2 x.f(x)dx=\int_0^2 x.(\frac{2x+1}{6})dx=\frac{1}{6}\int_0^2(2x^2+x)dx=\frac{1}{6}(\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2})\Big|_0^2=\frac{1}{6}(\frac{16}{3}+2)=\frac{44}{36}$$

روش دوم: با توجه به نکته‌ی گفته شده چون X یک تابع همواره مثبت می‌باشد، بنابراین داریم:

$$E(X)=\int_0^2 1-(\frac{x^2+x}{6})\,dx=\frac{1}{6}(\int_0^2(6-x^2-x)dx=\frac{1}{6}.(6x-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\Big|_0^2)=\frac{1}{6}.(\frac{44}{6})=\frac{44}{66}$$

۵۲ـ گزینه «۴» برای بدست آوردن تابع توزیع از رابطه $F(x)=\int_0^x f(t)dt$ استفاده می‌کنیم:

$$F(x)=\int_0^x \frac{1}{5}e^{\frac{-t}{5}}dt=-e^{\frac{-t}{5}}\Big|_0^x=1-e^{\frac{-x}{5}}$$

۵۳ـ گزینه «۲»

$$P(\{\omega\,|\,1<X(\omega)<2/5\}\cup\{\omega\,|\,2<X(\omega)<3\})=P(1<X<3)=F(3)-F(1)=\frac{81}{256}-\frac{1}{256}=\frac{80}{256}=0/3125$$

۵۴ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\cdot f(x)dx$ خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_0^4 x\cdot\frac{x^3}{64}dx=\int_0^4\frac{x^4}{64}dx=\frac{x^5}{320}\Big|_0^4=3/2$$

۵۵ـ گزینه «۱» با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_0^2 f(x)dx=1\Rightarrow\int_0^2 ax^2dx=1\Rightarrow\frac{ax^3}{3}\Big|_0^2=1\Rightarrow\frac{8a}{3}=1\Rightarrow a=\frac{3}{8}$$

۵۶ـ گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(1<X<2)=\int_1^2\frac{3}{8}x^2dx=\frac{x^3}{8}\Big|_1^2=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

۵۷ـ گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال توأم، انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(X<\frac{1}{2},Y>\frac{1}{4})=\int_0^{\frac{1}{2}}\int_{\frac{1}{4}}^1(x+y)dydx=\int_0^{\frac{1}{2}}(xy+\frac{y^2}{2})\Big|_{\frac{1}{4}}^1dx=\int_0^{\frac{1}{2}}[(x+\frac{1}{2})-(\frac{x}{4}+\frac{1}{32})]dx$$

$$=\int_0^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{4}x+\frac{15}{32})dx=\frac{3x^2}{8}+\frac{15}{32}x\Big|_0^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{32}+\frac{15}{64}=\frac{21}{64}$$

۵۸ـ گزینه «۱» از خاصیت واریانس ـ کوواریانس $(Var(aX\pm bY)=a^2Var(X)+b^2Var(Y)\pm 2COV(X,Y))$ استفاده می‌کنیم و توجه کنید که دو متغیر مستقلند بنابراین کوواریانس برابر صفر است.

$$Var(2X-3Y)=(2)^2Var(X)+(3)^2Var(Y)-2\times2\times\cancel{3}\overset{0}{COV}(X,Y)$$

$$=4\times2/5+9\times6=64\Rightarrow\text{انحراف معیار}(2X-3Y)=\sqrt{64}=8$$

۵۹ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی یک تابع که به صورت روبرو است

$$E(g(X))=\int g(x)f(x)dx$$

مقدار امید ریاضی $Y=X^3$ را بدست می‌آوریم:

$$E(X^3)=\int_0^1 x^3(x+\frac{1}{2})dx=\int_0^1(x^4+\frac{1}{2}x^3)dx=\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{8}\Big|_0^1=\frac{1}{5}+\frac{1}{8}=\frac{13}{40}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۰ـ گزینه «۱» چون شیب نمودار رسم شده مثبت است، نمودار صعودی است و می‌توان یک خط راست بر نمودار برازش داد.

۶۱ـ گزینه «۴» چون نمی‌توان یک خط راست را طوری رسم نمود که همه داده‌ها را شامل شود اما برای این منظور می‌توان یک منحنی درجه دوم رسم کرد. پس همبستگی خطی نیست.

۶۲ـ گزینه «۱» از روابط امید ریاضی و واریانس مقادیر آنها را بدست می‌آوریم:

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$$

مقدار امید ریاضی را بدست می‌آوریم:

$$E(X)=\sum_{x=-1}^{1} x\times P(X=x)=-1\times\frac{|-1|+1}{5}+0\times\frac{|0|+1}{5}+1\times\frac{|1|+1}{5}=-\frac{2}{5}+0+\frac{2}{5}=0$$

مقدار $E(X^2)$ را بدست می‌آوریم:

$$E(X^2)=\sum_{x=-1}^{1} x^2\times P(X=x)=(-1)^2\times\frac{|-1|+1}{5}+(0)^2\times\frac{|0|+1}{5}+(1)^2\times\frac{|1|+1}{5}=\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$$

تا در رابطه واریانس قرار دهیم:

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2\Rightarrow Var(X)=\frac{4}{5}-(0)^2=\frac{4}{5}$$

۶۳ـ گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(5<x<10)=\int_5^{10}\frac{2}{900}x\,dx=\frac{\cancel{2}}{900}\frac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_5^{10}=\frac{100}{900}-\frac{25}{900}=\frac{75}{900}$$

۶۴ـ گزینه «۴» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$F'(x)=f(x)=\frac{22}{25}x-2\quad,\quad 0<x\le 5$$

۶۵ـ گزینه «۳» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی بین دو متغیر تصادفی، خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{COV(X,Y)}{\sigma_y\cdot\sigma_x}=\frac{10}{5\times 3}=\frac{2}{3}$$

۶۶ـ گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(1<X<3)=\int_1^3 e^{-x}dx=-e^{-x}\Big|_1^3=e^{-1}-e^{-3}=0/3181$$

۶۷ـ گزینه «۴» ابتدا توجه کنید که جمع احتمال‌ها برابر با یک می‌باشد.

x	۴	۵	x_3
P	۰/۵	۰/۲	p_3

بنابراین P_3 به سادگی بدست می‌آید. اکنون امید ریاضی را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum P(X=x)=1\Rightarrow 0/5+0/2+P_3=1\Rightarrow P_3=0/3$$

$$E(X)=6\Rightarrow 4\times 0/5+5\times 0/2+0/3x_3=6\Rightarrow 0/3x_3=3\Rightarrow x_3=10$$

۶۸ـ گزینه «۴» به دلیل آنکه دو متغیر مستقل می‌باشند هر سه گزینه صحیح می‌باشد.

۶۹ـ گزینه «۱» جمع احتمال‌های تابع احتمال برابر با یک می‌باشد. بنابراین:

$$\sum P(X=x)=1\Rightarrow 0/2+0/5+P_3=1\Rightarrow 0/7+P_3=1\Rightarrow P_3=0/3$$

:

$$E(X)=3/4\Rightarrow 3\times 0/2+2\times 0/5+0/3x_3=3/4\Rightarrow 0/3x_3=1/8\Rightarrow x_3=6$$

۷۰ـ گزینه «۲» چون شیب خط منفی است در نتیجه X و Y رابطه معکوس دارند.

۷۱ـ گزینه «۱» از رابطه واریانس ـ کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$Var(aX\pm bY+c)=a^2Var(X)+b^2Var(Y)\pm 2abCOV(X,Y)$$

$$Var(X+Y)=(1)^2\times Var(X)+(1)^2\times Var(Y)+2\times 1\times 1\ COV(X,Y)$$

$$Var(X+Y)=(1)^2\times 3+(1)^2\times 2+2\times(1)\times(-1)=3$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۲ـ گزینه «۳» طبق خاصیت مهم کوواریانس که بصورت $COV(aX \pm b, cY \pm d) = acCOV(X,Y)$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$COV(۳+X, ۱+۲Y) = ۱\times۲\times COV(X,Y) = ۱\times۲\times۶ = ۱۲$$

۷۳ـ گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(۵<X<۱۰) = \int_{۵}^{۱۰} \frac{۲x}{۹۰۰}dx = \frac{x^۲}{۹۰۰}\Big|_{۵}^{۱۰} = \frac{۱۰۰}{۹۰۰} - \frac{۲۵}{۹۰۰} = \frac{۷۵}{۹۰۰}$$

۷۴ـ گزینه «۲» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}(\frac{x^۴}{۱۰۰۰۰}) = \frac{۴x^۳}{۱۰۰۰۰} = \frac{x^۳}{۲۵۰۰} \quad , \quad ۰ \le X \le ۱۰$$

۷۵ـ گزینه «۴» از رابطه $E(X) = \sum x \cdot P(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \sum x \cdot P(x) = ۴\times۰/۱ + ۵\times۰/۲ + ۶\times۰/۳ + ۷\times۰/۲ + ۸\times۰/۲ = ۶/۲$$

۷۶ـ گزینه «۲» تابع توزیع از رابطه روبرو بدست می آید:

$$F(x) = \int_{۰}^{x} f(t)dt = \int_{۰}^{x} (\frac{۴۰}{۸۱}t^۳ - ۲t)dt = \frac{۱۰t^۴}{۸۱} - t^۲\Big|_{۰}^{x} = \frac{۱۰x^۴}{۸۱} - x^۲$$

۷۷ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه احتمال و تابع توزیع خواهیم داشت:

$$P(۱<X<۳) + P(۴<X<۵) = (F(۳) - F(۱)) + (F(۵) - F(۴)) = (\frac{۹}{۲۵} - \frac{۱}{۲۵}) + (\frac{۲۵}{۲۵} - \frac{۱۶}{۲۵}) = \frac{۸}{۲۵} + \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۷}{۲۵}$$

۷۸ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_{۰}^{۵} x.\frac{۲}{۲۵}xdx = \int_{۰}^{۵} \frac{۲}{۲۵}x^۲dx = \frac{۲x^۳}{۷۵}\Big|_{۰}^{۵} = ۳/۳$$

۷۹ـ گزینه «۳» از تابع چگالی توأم نسبت به y انتگرال گیری می‌کنیم تا چگالی کنار X به‌دست آید:

$$f(x) = \int_{۰}^{۱} (x+y)dy = xy + \frac{y^۲}{۲}\Big|_{۰}^{۱} = x + \frac{۱}{۲} \qquad ۰< X <۱$$

۸۰ـ گزینه «۲» از تابع توأم نسبت به x انتگرال گیری می کنیم تا چگالی کناری Y به‌دست آید:

$$f(y) = \int_{۰}^{۱} (x+y)dx = \frac{x^۲}{۲} + xy\Big|_{۰}^{۱} = y + \frac{۱}{۲}$$

۸۱ـ گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{COV(X,Y)}{\sqrt{Var(X).Var(Y)}} = \frac{۲۰}{\sqrt{۲۵\times۳۶}} = \%۶۷$$

۸۲ـ گزینه «۲» نما جایی است که مقدار احتمال را ماکزیمم می‌کند بنابراین ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست می‌آوریم سپس آن را ماکزیمم می‌کنیم:

$$f(x) = F'(x) = -x^۲ + \frac{۱۰}{۳}x - ۱ \Rightarrow f'(x) = ۰ \Rightarrow ۲x + \frac{۱۰}{۳} = ۰ \Rightarrow -۲x = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۶} = ۱/۶۷$$

مشتق دوم نیز باید گرفته شود، پس داریم:

$$f''(x) = -۲$$

چون کوچک‌تر از صفر است، پس تقعر رو به پایین است، بنابراین ماکزیمم می‌باشد.

۸۳ـ گزینه «۱» از رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{۱}^{۴} x \cdot \frac{۳x+۱}{۳۰}dx = \int_{۱}^{۴} \frac{۳x^۲ + x}{۳۰}dx = \frac{۱}{۳۰}(x^۳ + \frac{x^۲}{۲}\Big|_{۱}^{۴}) = \frac{۱}{۳۰}(۷۲ - ۱/۵) = ۲/۳۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۴ـ گزینه «۱» از رابطه واریانس ـ کوواریانس استفاده می‌کنیم توجه کنید که متغیرها مستقلند لذا $COV(X,Y)=0$ می‌باشد.

$$Var(2X-3Y)=(2)^2 Var(X)+(-3)^2 Var(Y)=4\times 2/5+9\times 6=64 \Rightarrow \text{انحراف معیار } (2X-3Y)=\sqrt{64}=8$$

۸۵ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه متغیر تصادفی پیوسته است از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x)=\frac{d}{dx}F(x)=\frac{2x-1}{2}=x-\frac{1}{2} \quad 1<x\leq 2$$

۸۶ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی گسسته: $E(X)=\sum x.P_X(x)=2\times 0/2+4\times 0/3+6\times 0/3+8\times 0/2=5$

امید ریاضی X^2 را محاسبه می‌کنیم: $E(X^2)=(2^2)\times 0/2+(4)^2\times 0/3+(6)^2\times 0/3+(8)^2\times 0/2=0/8+4/8+10/8+12/8=29/2$

در رابطه واریانس قرار می‌دهیم: $Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2 \Rightarrow Var(X)=29/2-(5)^2=4/2$

۸۷ـ گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty}\frac{c}{x^2+1}dx=1 \Rightarrow c.Arctagx\Big|_{-\infty}^{\infty}=1 \Rightarrow c(\frac{\pi}{2})-c(-\frac{\pi}{2})=1 \Rightarrow \frac{2c\pi}{2}=1 \Rightarrow c=\frac{1}{\pi}$$

۸۸ـ گزینه «۱» **روش اول:** از روش تابع توزیع استفاده می‌کنیم، تابع توزیع U را نوشته و آن را به تابع توزیع X تبدیل می‌کنیم. سپس مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی U بدست آید:

$$F(u)=P(U\leq u)=P(\frac{1}{3}(12-X)\leq u)=P(4-\frac{X}{3}\leq u)=P(-\frac{X}{3}\leq u-4)=P(\frac{X}{3}\geq 4-u)$$

$$=P(x\geq 12-3u)=1-P(X\leq 12-3u)=1-F_X(12-3u) \Rightarrow F(u)=1-F_X(12-3u) \Rightarrow \frac{dF(u)}{du}=\frac{d(1-F_X(12-3u))}{du}$$

$$\Rightarrow f(u)=3f_X(12-3u) \Rightarrow f(u)=3\times\frac{(12-3u)^2}{81} \Rightarrow f(u)=\frac{(12-3u)^2}{27} \qquad 2<u<5$$

روش دوم: طبق روش معکوس داریم:

$$u=\frac{1}{3}(12-x) \Rightarrow 3u=12-x \Rightarrow x=12-3u \Rightarrow dx=-3du$$

$$\Rightarrow f_U(u)=\begin{cases}\frac{(12-3u)^2}{27}\cdot\frac{3}{81} & 2<u<5\\ 0 & 0.w\end{cases}$$

۸۹ـ گزینه «۳» ابتدا مقدار c را به دست می‌آوریم، مجموع احتمالات تابع احتمال برابر با ۱ می‌باشد:

$$\sum_{x=1}^{3} c(\frac{1}{2})^x=1 \Rightarrow c(\frac{1}{2})^1+c(\frac{1}{2})^2+c(\frac{1}{2})^3=1 \Rightarrow \frac{c}{2}+\frac{c}{4}+\frac{c}{8}=1 \Rightarrow \frac{4c+2c+c}{8}=1 \Rightarrow c=\frac{8}{7}$$

اکنون امید ریاضی متغیر تصادفی X، را با توجه به رابطه $E(X)=\sum_{x=1}^{3} x\cdot P(X=x)$ به دست می‌آوریم:

$$E(X)=\sum_{x=1}^{3} x\cdot P(X=x)=1\times\frac{8}{7}\times(\frac{1}{2})^1+2\times\frac{8}{7}\times(\frac{1}{2})^2+3\times\frac{8}{7}\times(\frac{1}{2})^3=\frac{11}{7}$$

۹۰ـ گزینه «۱» روی تغییرات Y از تابع چگالی توام انتگرال‌گیری می‌کنیم تا تابع کناری X بدست آید:

$$f(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\int_0^1(\frac{3}{4}+xy)dy=\frac{3}{4}y+\frac{xy^2}{2}\Big|_0^1=\frac{3}{4}+\frac{x}{2} \qquad 0<x<1$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۱ـ گزینه «۳» ابتدا تابع کناری متغیر X را محاسبه کرده سپس روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$f(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\int_{۱}^{۵}\frac{۱}{۹۶}xydy=\frac{۱}{۹۶}x.\frac{y^۲}{۲}\Big|_{۱}^{۵}=\frac{۱۲x}{۹۶} \qquad ۰<x<۴ \quad ; \quad P(X\le ۲)=\int_{۰}^{۲}\frac{۱۲x}{۹۶}dx=\frac{۶x^۲}{۹۶}\Big|_{۰}^{۲}=\frac{۲۴}{۹۶}=\frac{۱}{۴}$$

۹۲ـ گزینه «۲» ابتدا تابع چگالی کناری Y را بدست می‌آوریم، سپس روی فاصله خواسته شده انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$f_Y(y)=\int_{۲}^{۶}\frac{۱}{۲۱۰}(۲x+y)dx=\frac{۱}{۲۱۰}(x^۲+yx)\Big|_{۲}^{۶}=\frac{۱}{۲۱۰}(۳۶+۶y-۴-۲y)=\frac{۱}{۲۱۰}(۴y+۳۲) \qquad ۰\le y\le ۵$$

$$P(Y\ge ۲)=\int_{۲}^{۵}\frac{۱}{۲۱۰}(۴y+۳۲)dy=\frac{۱}{۲۱۰}(۲y^۲+۳۲y)\Big|_{۲}^{۵}=\frac{۱}{۲۱۰}((۵۰+۱۶۰)-(۸+۶۴))=\frac{۲۳}{۳۵}$$

۹۳ـ گزینه «۳» شکل ۱ عدم همبستگی و شکل‌های ۲ و ۴ همبستگی غیرخطی را نشان می‌دهند.

۹۴ـ گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال می‌گیریم ولی توجه کنید که بین فاصله $(۲,۳)$ احتمال صفر است:

$$P(۱\le X\le ۳)=P(۱\le X\le ۲)+P(۲\le X\le ۳)=P(۱\le X\le ۲)+۰=P(۱\le X\le ۲)=\int_{۱}^{۲}\frac{۱}{۲}xdx=\frac{x^۲}{۴}\Big|_{۱}^{۲}=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۹۵ـ گزینه «۲» طبق رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$E(X)=\sum xP(X=x)=\sum_{x=۱}^{۹}x\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۹}\times\frac{۹\times۱۰}{۲}=۵$$

امید ریاضی $X^۲$ را بدست می‌آوریم:

$$E(X^۲)=\sum x^۲P(X=x)=\sum_{x=۱}^{۹}x^۲\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۹}\times\frac{۹\times۱۰\times۱۹}{۶}=\frac{۹۵}{۳} \qquad Var(X)=E(X^۲)-(E(X))^۲=\frac{۹۵}{۳}-۲۵=\frac{۲۰}{۳}$$

توجه:

$$\sum_{x=۱}^{n}x=\frac{n(n+۱)}{۲} \quad , \quad \sum_{x=۱}^{n}x^۲=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

۹۶ـ گزینه «۱» طبق رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$E(XY)=۰\times(-۲)\times\frac{۱}{۶}+۰\times۲\times\frac{۱}{۳}+۱۰\times(-۲)\times\frac{۱}{۳}+۱۰\times۲\times\frac{۱}{۶}=\frac{-۴۰}{۶}+\frac{۲۰}{۶}=\frac{-۲۰}{۶}$$

$$E(X)=(-۲)\times(\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳})+۲\times(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶})=۰ \quad , \quad E(Y)=۰\times(\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳})+۱۰(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶})=۵$$

$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X)\times E(Y)=\frac{-۲۰}{۶}-۰\times۵=\frac{-۲۰}{۶}=\frac{-۱۰}{۳}$$

۹۷ـ گزینه «۱» چون شانه‌ی سالم ۶۰۰ تومان است. پس هر تخم‌مرغ سالم ۱۰۰ تومان قیمت دارد حال خرید شانه‌ی تاریخ گذشته وقتی با صرفه است که از ۴۰۰ تومان بیشتر تخم مرغ داشته باشد، پس برای آنکه مقرون به صرفه باشد باید ۵ یا ۶ تخم‌مرغ سالم در شانه تاریخ گذشته باشد، بنابراین داریم:

$$P(X=۵)+P(X=۶)=\binom{۶}{۵}\times\frac{۱}{۶۴}+\binom{۶}{۶}\times\frac{۱}{۶۴}=\frac{۷}{۶۴}$$

۹۸ـ گزینه «۴» طبق خاصیت خطی امید ریاضی به صورت روبرو خواهیم داشت:

$$E(X)=۰\times۰/۲+۱\times۰/۳+۲\times۰/۴+۳\times۰/۱=۱/۴$$

$$E(۲X-۱)=۲E(X)-۱=۲\times۱/۴-۱=۱/۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۹ـ گزینه «۲» مجموع احتمالات برابر با یک می‌باشد، بنابراین:

$$\sum P(X=x)=۱ \Rightarrow ۰/۱+۰/۲۶+\alpha+۳\alpha-۱=۱ \Rightarrow ۴\alpha-۰/۶۴=۱ \Rightarrow ۴\alpha=۱/۶۴ \Rightarrow \alpha=۰/۴۱$$

۱۰۰ـ گزینه «۱» طبق رابطه امید ریاضی توأم خواهیم داشت:

$$E(X.Y)=(۱\times(-۱)\times۰/۱)+(۱\times۱\times۰/۳)+(۲\times(-۱)\times۰/۲۵)+۰+۰+۰=-۰/۱+۰/۳-۰/۵=-۰/۳$$

۱۰۱ـ گزینه «۱» روی فاصله خواسته شد انتگرال می‌گیریم:

$$P(X>\frac{۱}{۲})=\int_{\frac{۱}{۲}}^{۱}(۶x-۶x^۲)dx=۳x^۲-۲x^۳\Big|_{\frac{۱}{۲}}^{۱}=(۳-۲)-(\frac{۳}{۴}-\frac{۲}{۸})=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۰۲ـ گزینه «۱» با توجه به قانون تابع چگالی احتمال پیوسته داریم:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱ \Rightarrow \int_{۰}^{\infty}f(x)dx=۱ \Rightarrow \int_{۰}^{\infty}ke^{-x}dx=۱ \Rightarrow k(-e^{-x})\Big|_{۰}^{\infty}=۱ \Rightarrow \boxed{k=۱}$$

۱۰۳ـ گزینه «۳» یادآوری: احتمال در فاصله مورد نظر برابر انتگرال در آن فاصله روی تابع چگالی احتمال است:

$$P(a<X<b)=\int_{a}^{b}f(x)dx \qquad P(۱<X<۳)=\int_{۱}^{۳}e^{-x}dx=[-e^{-x}]_{۱}^{۳}=-e^{-۳}-(-e^{-۱})=e^{-۱}-e^{-۳}$$

۱۰۴ـ گزینه «۲» با توجه به خاصیت تابع احتمال جمع احتمال‌ها بر روی a_k و b_k باید برابر با ۱ باشد.

$$P(a_k,b_k)=\begin{cases}a_k \;;\; \dfrac{A}{(k+۱)(k+۲)}\\ b_k \;;\; \dfrac{A}{(k+۱)(k+۲)}\end{cases}$$

$$\sum_{k=۰}^{\infty}\sum_{k=۰}^{\infty}P(a_k,b_k)=۱ \Rightarrow \sum_{k=۰}^{\infty}(P(a_k)+P(b_k))=۱$$

$$\Rightarrow \sum_{k=۰}^{\infty}\frac{۲A}{(k+۱)(k+۲)}=۱ \Rightarrow ۲A\sum_{k=۰}^{\infty}\frac{۱}{(k+۱)(k+۲)}=۱$$

$$\xrightarrow[\text{سری تلسکوپی}]{\text{طبق خاصیت}} ۲A\sum_{k=۰}^{\infty}(\frac{۱}{(k+۱)}-\frac{۱}{(k+۲)})=۱ \Rightarrow ۲A(۱-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}...)=۱ \Rightarrow ۲A=۱ \Rightarrow A=\frac{۱}{۲}$$

۱۰۵ـ گزینه «۱» ابتدا جدول احتمال (k,y) را تشکیل می‌دهیم که به‌صورت زیر می‌باشد:

y \ x	۱	۲	۳	P(y)
۱	$\frac{۱}{۹}$	۰	۰	$\frac{۱}{۹}$
۲	$\frac{۱}{۹}$	$\frac{۲}{۹}$	۰	$\frac{۳}{۹}$
۳	$\frac{۱}{۹}$	$\boxed{\frac{۱}{۹}}$	$\boxed{\frac{۳}{۹}}$	$\boxed{\frac{۵}{۹}}$
P(x)	$\frac{۳}{۹}$	$\frac{۳}{۹}$	$\frac{۳}{۹}$	۱

کل حالات: $۳^۲=۹$ حالت:

$$P(X>۱|Y=۳)=\frac{P(X=۲,Y=۳)+P(X=۳,Y=۳)}{P(Y=۳)}=\frac{\frac{۱}{۹}+\frac{۳}{۹}}{\frac{۵}{۹}}=\frac{۴}{۵}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۶ـ گزینه «۱»

y \ x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	P(y)
۱	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$	...			$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۶}$
۲	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$	...			$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۶}$
۳							
۴	⋮	⋮				⋮	⋮
۵							
۶	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$	...			$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۱}{۶}$
P(x)	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	...			$\frac{۱}{۶}$	۱

توجه بسیار مهم: هرگاه احتمال‌های توأم جدول دو متغیره یکسان باشند (در اینجا همه $\frac{۱}{۳۶}$ هستند) آنگاه X و Y مستقل بوده و $COV(X,Y)=۰$ خواهد شد.

طبق رابطه $Var(aX \pm bX \pm C) = a^۲.Var(X) + b^۲Var(Y) \pm ۲abCOV(X,Y)$

$$E(X)=E(Y)=\sum xP(x)=\sum_{x=۱}^{۶} x\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۶}\sum_{x=۱}^{۶} x=\frac{۱}{۶}\frac{n(n+۱)}{۲}=\frac{۱}{۶}\times\frac{۶\times۷}{۲}=\frac{۷}{۲}$$

$$E(X^۲)=E(Y^۲)=\sum_{x=۱}^{۶} x^۲P(x)=\frac{۱}{۶}\sum_{x=۱}^{۶} x^۲=\frac{۱}{۶}\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}=\frac{۱}{۶}\frac{۶\times۷\times۱۳}{۶}=\frac{۹۱}{۶}$$

$$Var(X)=Var(Y)=E(X^۲)-(E(X))^۲=\frac{۹۱}{۶}-(\frac{۷}{۲})^۲=\frac{۹۱}{۶}-\frac{۴۹}{۴}=\frac{۱۸۲-۱۴۷}{۱۲}=\frac{۳۵}{۱۲}$$

$$Var(X+۳Y+۵)=Var(X)+۳^۲Var(Y)=\frac{۳۵}{۱۲}+۹\times\frac{۳۵}{۱۲}=\frac{۱۰\times۳۵}{۱۲}=\frac{۱۷۵}{۶}$$

(کوواریانس صفر است.)

۱۰۷ـ گزینه «۴» مقادیر $E(XY)$ و مقادیر $E(X)$ و مقادیر $E(Y)$ را بدست می‌آوریم:

y \ x	۰	۱	۲	f(y)
۰	۰/۰۵	۰/۲	۰/۱	۰/۳۵
۱	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲	۰/۶۵
f(x)	۰/۲	۰/۵	۰/۳	

$$E(X)=\sum xf(x)=(۰)(۰/۲)+(۱)(۰/۵)+(۲)(۰/۳)=۰+۰/۵+۰/۶=۱/۱$$
$$E(Y)=\sum yf(y)=(۰)(۰/۳۵)+(۱)(۰/۶۵)=۰/۶۵$$
$$E(XY)=(۱)(۱)(۰/۳)+(۱)(۲)(۰/۲)=۰/۳+۰/۴=۰/۷$$
$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)=۰/۷-(۱/۱)(۰/۶۵)=-۰/۰۱۵$$

۱۰۸ـ گزینه «۴» مجموع احتمالات برابر با ۱ است بنابراین α را به‌دست می‌آوریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵	
P(x)	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	$\alpha=۰/۱۵$	$\sum P(x)=۱$

$$\begin{cases}\sum P(x)=۱ \rightarrow ۰/۱+۰/۲+۰/۲۵+۰/۱+۰/۲+\alpha=۱ \rightarrow \alpha=۰/۱۵\\ P(X\geq۲)=۰/۲۵+۰/۱+۰/۲+۰/۱۵=۰/۷\end{cases}$$

به روش روبه‌رو بدون دانستن مقدار α هم می‌توانستیم $P(X\geq۲)$ را پیدا می‌کنیم.

$$P(X\geq۲)=۱-P(X<۲)=۱-P(X=۱)-P(X=۰)=۱-۰/۲-۰/۱=۰/۷$$

۱۰۹ـ گزینه «۴» بدون بدست آوردن α مقدار احتمال مکمل را بدست می‌آوریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
f(x)	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	α

$$P(X\geq۲)=۱-P(X<۲)=۱-[f(۱)+f(۰)]=۱-[۰/۲+۰/۱]=۱-۰/۳=۰/۷$$

۱۱۰ـ گزینه «۳» طبق خاصیت امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X)=\sum x\cdot P(X=x) \Rightarrow E(X)=۱\times۰/۴+۲\times۰/۳+۳\times۰/۳=۱/۹$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۱ـ گزینه «۴» طبق رابطه امید ریاضی یک متغیر پیوسته خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx \Rightarrow E(X)=\int_{۰}^{۱} x\times ۲x^{۲}dx=\int_{۰}^{۱} ۲x^{۳}dx=\frac{۲x^{۴}}{۴}\Big|_{۰}^{۱}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۱۱۲ـ گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(۱<X<۲)=\int_{۱}^{۲}\frac{x^{۲}}{۹}dx=\frac{۱}{۹}\int_{۱}^{۲}x^{۲}dx=\frac{۱}{۹}\times\frac{x^{۳}}{۳}\Big|_{۱}^{۲}=\frac{۱}{۹}\times(\frac{۲^{۳}}{۳}-\frac{۱^{۳}}{۳})=\frac{۷}{۲۷}$$

۱۱۳ـ گزینه «۲»

$$E(X)=\sum x.f(x)=۰\times ۰/۸+۱\times ۰/۱۵+۲\times ۰/۰۴+۳\times ۰/۰۱=۰/۲۶$$

$$Var(X)=E(X^{۲})-(E(X))^{۲}\Rightarrow E(X^{۲})=۰^{۲}\times ۰/۸+۱^{۲}\times ۰/۱۵+۲^{۲}\times ۰/۰۴+۳^{۲}\times ۰/۰۱=۰/۴$$

$$Var(X)=E(X^{۲})-(E(x))^{۲}=۰/۴-(۰/۲۶)^{۲}=۰/۳۳۲۴\Rightarrow \text{انحراف معیار}=\sqrt{۰/۳۳۲۴}=۰/۵۷۷$$

۱۱۴ـ گزینه «۳» تابع توزیع را به دست می‌آوریم:

$$F(x)=\int_{۰}^{x} f(t)dt \Rightarrow F(x)=\int_{a}^{x}\frac{۱}{b-a}dt=\frac{x-a}{b-a} \qquad a<x<b$$

۱۱۵ـ گزینه «۴» ابتدا تابع چگالی احتمال را به دست می‌آوریم

$$f(x)=\frac{d}{dx}F(x)=\frac{x}{۱۲} \quad ۱\le x\le ۵$$

روی فواصل خواسته شده از تابع چگالی انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$p(\{۰<X<۴\}\cap\{۲<X<۶\})=P(۲<X<۴)=F(۴)-F(۲)=\frac{۱۶}{۲۴}-\frac{۴}{۲۴}=\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲}$$

۱۱۶ـ گزینه «۲» از رابطه امید ریاضی $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X)=\int_{۱}^{۵} x.\frac{x}{۱۲}dx=\int_{۱}^{۵}\frac{x^{۲}}{۱۲}dx=\frac{x^{۳}}{۳۶}\Big|_{۱}^{۵}=\frac{۱۲۵}{۳۶}-\frac{۱}{۳۶}=\frac{۱۲۴}{۳۶}=۳/۴۴$$

۱۱۷ـ گزینه «۳» از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم.

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx\Rightarrow$$

$$E(X)=\int_{۱}^{۴} x.\frac{۳x+۱}{۳۰}dx=\int_{۱}^{۴}\frac{۳x^{۲}+x}{۳۰}dx=\frac{۱}{۳۰}\int_{۱}^{۴}(۳x^{۲}+x)dx=\frac{۱}{۳۰}(x^{۳}+\frac{x^{۲}}{۲})\Big|_{۱}^{۴}=\frac{۱}{۳۰}[(۴^{۳}+\frac{۴^{۲}}{۲})-(۱^{۳}+\frac{۱^{۲}}{۲})]=۲/۳۵$$

۱۱۸ـ گزینه «۳» همبستگی وجود دارد اما از نوع غیرخطی.

۱۱۹ـ گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)dy=۱\Rightarrow\int_{۰}^{۲} cy^{۲}dy=۱\Rightarrow\frac{cy^{۳}}{۳}\Big|_{۰}^{۲}=۱\Rightarrow\frac{۸c}{۳}=۱\Rightarrow c=\frac{۳}{۸}$$

۱۲۰ـ گزینه «۱» طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx=\int_{۱۰}^{\infty} x\times\frac{۱۰}{x^{۲}}dx=۱۰\,Lnx\Big|_{۱۰}^{\infty}=\infty$$

۱۲۱ـ گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\rho(X,Y)=\rho(X,X^{۲})=\frac{COV(X,X^{۲})}{\sqrt{var(X)}\sqrt{var(X^{۲})}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

طبق رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم و در رابطه ضرب همبستگی خطی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} E(X)=(-2)\times\frac{1}{4}+0\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=0 \\ E(X^2)=(-2)^2\times\frac{1}{4}+(0)^2\times\frac{1}{2}+(2)^2\times\frac{1}{4}=2 \\ E(X^3)=(-2)^3\times\frac{1}{4}+(0)^3\times\frac{1}{4}+(2)^3\times\frac{1}{4}=0 \end{cases}$$

$$COV(X,X^2)=E(X.X^2)-E(X)\times E(X^2)$$
$$=E(X^3)-E(X)\times E(X^2)=0$$
$$\Rightarrow \rho(X,X^2)=0$$

صورت صفر است پس مقدار کسر صفر است.

۱۲۲ـ گزینه «۴» رابطه مستقل بودن X و Y را برای نقاط $(2,2)$ امتحان می‌کنیم:

$$P(2,2)=P(2)P(2) \Rightarrow \alpha=(\alpha+0/2)(0/18+\alpha+\beta)$$

از طرفی $\sum\sum P(x,y)=1 \Rightarrow 0/12+0/2+0/08+0/18+\alpha+\beta=1\Rightarrow \alpha+\beta=0/42$

$$\Rightarrow \alpha=(0/18+0/42)(\alpha+0/2) \Rightarrow \alpha=0/6\alpha+0/12 \Rightarrow 0/4\alpha=0/12 \Rightarrow \alpha=0/3$$

۱۲۳ـ گزینه «۳» از صفر بودن کوواریانس نمی‌توانیم الزاماً به استقلال دو متغیر پی ببریم.

۱۲۴ـ گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(X>2)=\int_2^4\frac{1}{9}(4x-x^2)dx=\frac{4x^2}{18}-\frac{x^3}{27}\Big|_2^4=(\frac{4\times(4)^2}{18}-\frac{4^3}{27})-(\frac{4\times(2)^2}{18}-\frac{(2)^3}{27})=(\frac{64}{18}-\frac{64}{27})-(\frac{16}{18}-\frac{8}{27})=\frac{48}{18}-\frac{56}{27}=\frac{16}{27}$$

۱۲۵ـ گزینه «۱» بنابر قانون اول تابع چگالی احتمال پیوسته داریم که:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1\Rightarrow\int_2^4 c(1+x)dx=1\Rightarrow c(x+\frac{x^2}{2})\Big|_2^4=1\Rightarrow c(4+\frac{16}{2}-2-\frac{4}{2})=1\Rightarrow 8c=1\Rightarrow c=\frac{1}{8}$$

۱۲۶ـ گزینه «۲» ابتدا تابع احتمال متغیر تصادفی X را به‌دست می‌آوریم سپس به محاسبه‌ی امیدریاضی تابعی از X خواهیم پرداخت.

فضای نمونه $:n(S)=2^3=8$

x	هر سه خط 0	یک شیر و دو خط 1	دو شیر و یک خط 2	هر سه شیر 3	
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\sum P(x)=1$
$y=\frac{1}{x-4}$	$\frac{1}{0-4}=\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{1-4}=\frac{-1}{3}$	$\frac{1}{2-4}=\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{3-4}=-1$	

$$E(Y)=\sum\frac{1}{x-4}P(x)=(\frac{-1}{4})\times\frac{1}{8}+(\frac{-1}{3})\times\frac{3}{8}+(-\frac{1}{2})(\frac{3}{8})+(-1)(\frac{1}{8})=\frac{-1}{32}-\frac{1}{8}-\frac{3}{16}-\frac{1}{8}=-\frac{15}{32}$$

۱۲۷ـ گزینه «۱» بنابر قانون امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int_0^1 x^2.xdx+\int_1^2 x^2(2-x)dx$$

$$=[\frac{1}{4}x^4]_0^1+[\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4]_1^2=\frac{1}{4}+(\frac{2\times8}{3}-\frac{16}{4}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4})=\frac{14}{3}-\frac{14}{4}=\frac{28-21}{6}=\frac{7}{6}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۸ـ گزینه «۴» ابتدا با توجه به مقادیر احتمال توأم داده شده جدول توزیع احتمال توأم (X,Y) را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

y \ x	۰	۱	P(y)
۰	۰/۳	۰/۲	۰/۵
۱	۰/۱	۰/۴	۰/۵
P(x)	۰/۴	۰/۶	۱

$$E(X\mid Y=۱)=\sum xP(x\mid Y=۱)=\sum x\frac{P(X=x,y=۱)}{P(y=۱)}$$
$$=\frac{۰\times P(X=۰,Y=۱)+۱\times P(X=۱,Y=۱)}{P(Y=۱)}=\frac{۱\times ۰/۴}{۰/۵}=\frac{۴}{۵}$$

۱۲۹ـ گزینه «۲» با توجه به مقادیر احتمال توأم داده شده، به ازاء تمامی مقادیر (x,y) احتمال توأم (x,y) برابر $\frac{۱}{۱۶}$ است.

نکته: هرگاه تمامی مقادیر احتمال توأم (x,y) در جدول یکسان باشند به عبارت دیگر احتمال به‌طور یکسان (یکنواخت) بین همه مقادیر توأم (x,y) توزیع شده باشد، X و Y مستقل بوده و $COV(X,Y)=۰$ است.

دقت کنید که رابطه $f(x,y)=f(x)f(y)\Rightarrow \frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}$ به ازای همه مقادیر (X,Y) برقرار است.

y \ x	۱	۲	۳	۴	P(y)
۱	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۴}$
۲	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۴}$
۳	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۴}$
۴	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۴}$
P(x)	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	۱

۱۳۰ـ گزینه «۳» **راه‌حل اول:** از رابطه کوواریانس $COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)$ مقادیر را بدست می‌آوریم:

x \ y	۲	۴	۶	f(x)
۰	۰/۲	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۴
۱	۰/۳	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۶
f(y)	۰/۵	۰/۲	۰/۳	

$$E(XY)=\sum_x\sum_y xyf(x,y)$$
$$=(۱)(۲)(۰/۳)+(۱)(۴)(۰/۱۲)+(۱)(۶)(۰/۱۸)=۰/۶+۰/۴۸+۱/۰۸=۲/۱۶$$

$$E(X)=\sum xf(x)=(۰)(۰/۴)+(۱)(۰/۶)=۰/۶\ ,\ E(Y)=\sum yf(y)=(۲)(۰/۵)+(۴)(۰/۲)+(۶)(۰/۳)=۱+۰/۸+۱/۸=۳/۶$$

$$\Rightarrow COV(X,Y)=۲/۱۶-(۰/۶)(۳/۶)=۲/۱۶-۲/۱۶=۰$$

راه‌حل دوم: با کمی دقت واضح است که X و Y مستقلند پس $COV(X,Y)$.

۱۳۱ـ گزینه «۱» طبق رابطه تابع احتمال خواهیم داشت:

$$\sum_{x=۱}^{۵}f(x)=۱\Rightarrow\frac{۲(۱)+k}{۲۵}+\frac{۲(۲)+k}{۲۵}+\frac{۲(۳)+k}{۲۵}+\frac{۲(۴)+k}{۲۵}+\frac{۲(۵)+k}{۲۵}\Rightarrow\frac{۲+k+۴+k+۶+k+۸+k+۱۰+k}{۲۵}=۱$$
$$\Rightarrow ۵k+۳۰=۲۵\Rightarrow ۵k=-۵\Rightarrow k=-۱$$

۱۳۲ـ گزینه «۳» طبق فرمول واریانس و خاصیت مهم واریانس خواهیم داشت:

$$var(-۲X+۱)=var(-۲X)=۴\,var(X)=۴\times ۱/۵=۶$$
$$var(X)=E(X^۲)-E^۲(X)=۵/۵-(۲)^۲=۵/۵-۴=۱/۵$$

۱۳۳ـ گزینه «۱» برای سنجش رابطه بین دو متغیر تصادفی X و Y از کوواریانس استفاده می‌کنیم در نتیجه:

$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)=۲/۷-(۱/۲)(۲/۱)=۰/۱۸$$

چون مقدار کوواریانس بزرگ‌تر از صفر است X و Y رابطه مستقیم دارند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۴ـ گزینه «۳» از خواص $\sum$ استفاده می‌کنیم:

$$\sum_{i=۱}^{۲۰}(۲x_i-۳)^۲=\sum_{i=۱}^{۲۰}(۴x_i^۲-۱۲x_i+۹)=۴\sum_{i=۱}^{n}x_i^۲-۱۲\sum_{i=۱}^{n}x_i+\sum_{i=۱}^{۲۰}۹=۴\times۹۰-۱۲\times۱۵+۲۰\times۹=۳۶۰-۱۸۰+۱۸۰=۳۶۰$$

یادآوری: قوانین $\sum$

$$\begin{cases}\sum_x(ax^۲+bx+c)=a\sum x^۲+b\sum x+\sum c\\ \sum_{x=۱}^{n}a=na\end{cases}$$

۱۳۵ـ گزینه «۲» از رابطه واریانس- کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$Var(aX\pm bY\pm c)=a^۲Var(X)+b^۲Var(Y)\pm ۲abCOV(X,Y)$$

$$Var(Y-X)=(۱)^۲Var(Y)+(-۱)^۲Var(X)-۲COV(X,Y)$$

توجه کنید که (X,Y) مستقلند بنابراین $COV(X,Y)=۰$ بنابراین:

$$Var(Y-X)=۵۰+۵۰=۱۰۰\Rightarrow \text{انحراف معیار } (y-x)=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$$

۱۳۶ـ گزینه «۲» متغیر تصادفی X پیوسته است. $P(X=۱۰۰)=۰$

۱۳۷ـ گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_۰^۱ax^۲dx=۱\Rightarrow\frac{ax^۳}{۳}\Big|_۰^۱=۱\Rightarrow\frac{a}{۳}=۱\Rightarrow a=۳$$

۱۳۸ـ گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(X<۲)=\int_۰^۲(\frac{x}{۶}+\frac{۱}{۱۲})dx=\frac{x^۲}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}x\Big|_۰^۲=\frac{۴}{۱۲}+\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۳۹ـ گزینه «۴» طبق رابطه توزیع شرطی به ازای yهای مختلف احتمالها را بدست می‌آوریم. توجه کنید $P(y\mid X=a)$ یا $P(x\mid Y=b)$ یک جدول احتمال می‌باشد نه یک عدد حقیقی بین صفر و یک

y	۲	۴	۶	۸
$P(y\mid X=۱۲)=\frac{P(X=۱۲,Y=y)}{P(X=۱۲)}$	$\frac{۰/۰۵}{۰/۴}=۰/۱۲۵$	$\frac{۰/۲}{۰/۴}=۰/۵$	$\frac{۰/۱}{۰/۴}=۰/۲۵$	$\frac{۰/۰۵}{۰/۴}=۰/۱۲۵$

۱۴۰ـ گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی استفاده کرده خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x.f(x)dx\Rightarrow E(X)=\int_۰^{۱۰}x.\frac{۳x^۲}{۱۰۰۰}dx=\frac{۳}{۱۰۰۰}\int_۰^{۱۰}x^۳dx=\frac{۳}{۱۰۰۰}\times\frac{x^۴}{۴}\Big|_۰^{۱۰}=۷/۵$$

۱۴۱ـ گزینه «۱» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید: $۱\le x\le ۲$

$$f(x)=F'(x)=\frac{۲x-۱}{۲}=x-\frac{۱}{۲}$$

۱۴۲ـ گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}}=\frac{-۲۱}{\sqrt{۴۹}\sqrt{۸۱}}=\frac{-۲۱}{۷\times۹}=-۰/۳۳\Rightarrow\rho^۲=۰/۱۰۸۹$$

به توان دوم ضریب همبستگی ضریب تبیینی گویند.

۱۴۳ـ گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم واریانس $(Var(aX+b)=a^۲Var(X))$ خواهیم داشت:

$$Var(۳+۳X)=(۳)^۲Var(X)=۹\times۴=۳۶$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۴ـ گزینه «۱» انتگرال تابع چگالی برابر با ۱ می‌باشد بنابراین:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱ \Rightarrow \int_{۰}^{۳} kx^{۲}dx = \frac{kx^{۳}}{۳}\Big|_{۰}^{۳} = ۱ \Rightarrow \frac{k۳^{۳}}{۳} = ۱ \Rightarrow \frac{۲۷k}{۳} = ۱ \Rightarrow k = \frac{۱}{۹}$$

۱۴۵ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه و خاصیت کوواریانس خواهیم داشت:

$$E(Y) = ۰ + ۱\times ۰/۵ + ۲\times ۰/۲ = ۰/۹ \;, E(X) = ۰ + ۱\times ۰/۴ = ۰/۴$$

$$E(X.Y) = ۰\times ۰\times ۰/۲ + ۰\times ۱\times ۰/۳ + ۰\times ۲\times ۰/۱ + ۰\times ۱\times ۰/۱ + ۱\times ۱\times ۰/۲ + ۲\times ۱\times ۰/۱ = ۰/۴$$

$$COV(X,Y) = E(X.Y) - E(X)\times E(Y) = ۰/۴ - ۰/۴\times ۰/۹ = ۰/۰۴ \Rightarrow COV(۲X, ۳Y) = ۶\cdot COV(X,Y) = ۰/۲۴$$

۱۴۶ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_{۰}^{۱} x\frac{۱}{۲\sqrt{x}}dx = \frac{۱}{۲}\int_{۰}^{۱} x.x^{-\frac{۱}{۲}}dx = \frac{۱}{۲}\int_{۰}^{۱} x^{\frac{۱}{۲}}dx = \frac{۱}{۲}\frac{x^{\frac{۳}{۲}}}{\frac{۳}{۲}}\Big|_{۰}^{۱} = \frac{۱}{۳}$$

۱۴۷ـ گزینه «۱» کوواریانس دو متغیر را محاسبه می‌کنیم با انجام محاسبات مربوط به $E(X)$ و $E(X^{۳})$ ملاحظه می‌شود که این دو مقدار صفر هستند.

$$COV(X, X^{۲}) = E(X.X^{۲}) - E(X)\times E(X^{۲}) = E(X^{۳}) - E(X)\times E(X^{۲}) = ۰$$

۱۴۸ـ گزینه «۴» کل فضای نمونه عبارت است از:

$$S = \{(۱,۱),(۲,۱),(۳,۱),(۱,۲),(۲,۲),(۳,۲),(۱,۳),(۲,۳),(۳,۳)\}$$

تفاضل‌ها $X = x$	۰	۱	۲
$P(X=x)$	$\frac{۳}{۹}$	$\frac{۴}{۹}$	$\frac{۲}{۹}$

$$E(X^{۲}) = (۰)^{۲}\times\frac{۳}{۹} + (۱)^{۲}\times\frac{۴}{۹} + (۲)^{۲}\times\frac{۲}{۹} = \frac{۱۲}{۹}$$

$$E(X) = \Sigma x.P(X=x) = ۰\times\frac{۳}{۹} + ۱\times\frac{۴}{۹} + ۲\times\frac{۲}{۹} = \frac{۸}{۹}\;,\; Var(X) = E(X^{۲}) - (E(X))^{۲} = \frac{۱۲}{۹} - (\frac{۸}{۹})^{۲} = \frac{۴۴}{۸۱}$$

۱۴۹ـ گزینه «۱» طبق رابطه ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$\sigma^{۲} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۴}{۳}} = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \quad ; \quad \mu = \int_{۱}^{۵} x.f(x)dx = \int_{۱}^{۵} x.\frac{۱}{۴}dx = \int_{۱}^{۵}\frac{x}{۴}dx = \frac{x^{۲}}{۸}\Big|_{۱}^{۵} = \frac{۲۵}{۸} - \frac{۱}{۸} = \frac{۲۴}{۸} = ۳$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{۴}{۳}}}{۳} = \frac{۲}{۳\sqrt{۳}}\times ۱۰۰$$

۱۵۰ـ گزینه «۲» مقادیر $E(XY)$ و $E(X)$ و $E(Y)$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم از رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست آوریم:

x / y	۰	۱	۲	$f(y)$
۱	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳
۳	۰/۳	۰/۴	۰	۰/۷
$f(x)$	۰/۳	۰/۵	۰/۲	

$$COV(X,Y) = E(X\,Y) - E(X).E(Y) \Rightarrow \begin{cases} E(XY) = ۱\times ۱\times ۰/۱ + ۲\times ۱\times ۰/۲ + ۱\times ۳\times ۰/۴ = ۱/۷ \\ E(X) = ۰\times ۰/۳ + ۱\times ۰/۵ + ۲\times ۰/۲ = ۰/۹ \\ E(Y) = ۱\times ۰/۳ + ۳\times ۰/۷ = ۲/۴ \end{cases}$$

$$COV(X,Y) = ۱/۷ - (۰/۹)(۲/۴) = -۰/۴۶$$

۱۵۱ـ گزینه «۴» بنابر قانون اول تابع چگالی احتمال پیوسته خواهیم داشت که:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱ \Rightarrow \int_{۱}^{۴} a(\frac{۱+x}{۲})dx = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲}(x + \frac{x^{۲}}{۲})\Big|_{۱}^{۴} = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲}(۴ + \frac{۱۶}{۲} - ۱ - \frac{۱}{۲}) = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲}\times\frac{۲۱}{۲} = ۱ \Rightarrow a = \frac{۴}{۲۱}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۲ـ گزینه «۲»

y \ x	۰	۱	P(y)
۰	$\frac{۱}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۳}{۱۰}$
۱	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۰}$
۲	$\frac{۳}{۱۰}$	۰	$\frac{۳}{۱۰}$
P(x)	$\frac{۶}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۰}$	۱

$$E(R)=E(X^۲+Y^۲)=E(X^۲)+E(Y^۲)=\frac{۴}{۱۰}+\frac{۱۶}{۱۰}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲ \rightarrow \sqrt{E(R)}=\sqrt{۲}$$

$$E(X^۲)=\sum x^۲P(x)=۰^۲\times\frac{۶}{۱۰}+۱^۲\times\frac{۴}{۱۰}=\frac{۴}{۱۰}$$

$$E(Y^۲)=\sum y^۲P(y)=۰^۲\times\frac{۳}{۱۰}+۱^۲\times\frac{۴}{۱۰}+۲^۲\times\frac{۳}{۱۰}=\frac{۱۶}{۱۰}$$

۱۵۳ـ گزینه «۲» از رابطه $Var(X)=E(X^۲)-(E(X))^۲$ استفاده می‌کنیم مقادیر $E(X^۲)$ و $E(X)$ را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۳} & ۱<x<۴\\ ۰ & ۰,w\end{cases}$$

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x.f(x)dx=\int_{۱}^{۴}x.\frac{۱}{۳}dx=\frac{۱}{۳}[\frac{۱}{۲}x^۲]_۱^۴=\frac{۱}{۶}(۱۶-۱)=\frac{۱۵}{۶}$$

$$E(X^۲)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^۲f(x)dx=\int_{۱}^{۴}x^۲.\frac{۱}{۳}dx=\frac{۱}{۳}[\frac{۱}{۳}x^۳]_۱^۴=\frac{۱}{۹}(۶۴-۱)=\frac{۶۳}{۹}$$

$$\Rightarrow Var(X)=E(X^۲)-E^۲(X)=\frac{۶۳}{۹}-(\frac{۱۵}{۶})^۲=۷-۶/۲۵=۰/۷۵$$

۱۵۴ـ گزینه «۲» مقادیر احتمال‌های مورد انتظار را در تابع احتمال قرار می‌دهیم:

$$p(۲\le x\le ۱۹)=\sum_{x=۲}^{۱۹}\frac{۱}{x(x+۱)}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+...+\frac{۱}{۳۸۰}=۰/۴۵$$

۱۵۵ـ گزینه «۴» ابتدا تابع احتمال را می‌توانیم به صورت جدول احتمال بنویسیم:

x	۱	۲	۳	۴	۵
f(x)	۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۲	۰/۲۸	۰/۳۶

$$E(X)=\sum_{x=۱}^{۵}x.f(x)=۰/۰۴+۰/۲۴+۰/۶+۱/۱۲+۱/۸=۳/۸$$

۱۵۶ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه خطی امید ریاضی استفاده می‌کنیم:

$$E(Y)=۶E(X)-۲۰=۶\times۲۹-۲۰=۱۵۴$$

۱۵۷ـ گزینه «۳» از رابطه امید ریاضی یک متغیر پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x.f(x)dx$$

$$\frac{۲}{۳}=\int_{۰}^{۱}x(a+bx^۲)dx\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\int_{۰}^{۱}(ax+bx^۳)dx\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{ax^۲}{۲}+\frac{bx^۴}{۴}\Big|_۰^۱\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۲}+\frac{b}{۴}\Rightarrow\frac{۳a}{۲}+\frac{۳b}{۴}=۲$$

با جایگذاری گزینه‌ها در معادله به جواب $b=۲$, $a=\frac{۱}{۳}$ می‌رسیم. اگر دو گزینه بود که صدق می‌کرد آنگاه یک معادله دیگری می‌توانیم به‌صورت $\int_a^b f(x)dx=۱$ تشکیل دهیم که بر حسب a و b می‌باشد و از حل دو معادله و دو مجهول حاصل، a و b را بدست آوریم.

۱۵۸ـ گزینه «۲» از خواص کوواریانس استفاده کرده خواهیم داشت:

$$COV(aX+b,cY+d)=a.cCOV(X,Y)\Rightarrow COV(۳X+۲,۲Y+۳)=۲\times۳\times COV(X,Y)=۶\times۴=۲۴$$

۱۵۹ـ گزینه «۳» از رابطه واریانس- کوواریانس (**فرمول طلایی دو بعدی**) استفاده می‌کنیم. توجه کنید که دو متغیر تصادفی مستقل هستند یعنی $COV(X,Y)=۰$

$$Var(aX\pm bY+c)=a^۲Var(X)+b^۲Var(Y)\pm ۲abCOV(X,Y)$$

$$Var(۲X-Y)=(۲)^۲\times Var(X)+(-۱)^۲Var(Y)-۰\Rightarrow Var(۲X-Y)=۴\times۳+۱\times۵=۱۲+۵=۱۷$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۰ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه کوواریانس ابتدا مقدار $E(X.Y)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$COV(X,Y)=E(X.Y)-E(X)\times E(Y)$$

$$E(X.Y)=\sum\sum x.y\times P(x,y)=(۱۰\times۱۰\times۰/۴)+(۱۰\times۲۰\times۰/۱)+(۲۰\times۱۰\times۰/۱)+(۲۰\times۲۰\times۰/۴)$$

$$=۴۰+۲۰+۲۰+۱۶۰=۲۴۰ \Rightarrow COV(X,Y)=۲۴۰-(۱۵)(۱۵)=۱۵$$

۱۶۱ـ گزینه «۳» طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی گسسته خواهیم داشت:

$$E(X)=\sum x.f(x)=۱\times\frac{۱}{۶}+۲\times\frac{۲}{۶}+۳\times\frac{۳}{۶}=۲/۳۳$$

۱۶۲ـ گزینه «۳» از رابطه واریانس ـ کوواریانس (**فرمول طلایی دو بعدی**) که به صورت زیر می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$Var(aX\pm bY+C)=a^۲Var(X)+b^۲Var(Y)\pm ۲abCOV(X,Y)$$

توجه کنید که دو متغیر تصادفی مستقلند. بنابراین کوواریانس بین آنها صفر است:

$$Var(۲X-۳Y)=(۲)^۲Var(X)+(-۳)^۲Var(Y)+۰ \Rightarrow Var(۲X-۳Y)=۴\times۲/۵+۹\times۶=۶۴$$

انحراف معیار $(۲X-۳Y)=\sqrt{۶۴}=۸$

۱۶۳ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق صورت سوال $P(X=۴)=۲P(X=۷)$ و $P(X=۴)+P(X=۷)=۰/۳۸$ بنابراین:

$$۳P(X=۷)=۰/۳۸$$

و لذا $P(X=۷)=\frac{۰/۳۸}{۳}=۰/۱۲۶۶۷$.

۱۶۴ـ گزینه «۳» تابع توزیع به مفهوم آن است که احتمال متغیر تصادفی X کوچکتر یا مساوی از عدد حقیقی x باشد. $F_X(x)=P(X\le x)$

۱۶۵ـ گزینه «۲» خاصیت تابع چگالی احتمال یعنی $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱$ را باید برای گزینه‌ها، روی دامنه آنها امتحان کنیم: این خاصیت فقط در گزینه ۲ صادق است.

۱) $\int_{۰}^{۴}\frac{۱}{۲}xdx=\frac{x^۲}{۴}\Big|_{۰}^{۴}=۴$ ۲) $\int_{۰}^{۲}\frac{۱}{۲}xdx=\frac{x^۲}{۴}\Big|_{۰}^{۲}=۱$ ۳) $\int_{۰}^{۱}\frac{۱}{۲}xdx=\frac{x^۲}{۴}\Big|_{۰}^{۱}=\frac{۱}{۴}$ ۴) $\int_{۰}^{۲۰}\frac{۱}{۲}xdx=\frac{x^۲}{۴}\Big|_{۰}^{۲۰}=۱۰۰$

۱۶۶ـ گزینه «۳» تابع توزیع یک متغیر تصادفی پیوسته باید پیوسته باشد یعنی حد این تابع با مقدار تابع در نقطه مورد نظر برابر باشد که این خاصیت فقط در گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

مثلاً در گزینه «۱» این رابطه برقرار نیست. $\lim_{x\to۱}F(x)=F(۱)$

$\lim_{x\to۲}F(x)\neq F(۲)$

۱۶۷ـ گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی، احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم بنابراین ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست می‌آوریم:

$$\int_{-\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{۲}}f(x)dx=\frac{۱}{۴}\left(\int_{-\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{۲}}(۲x+۱)dx\right)=\frac{۱}{۴}(x^۲+x)\Big|_{-\frac{۱}{۲}}^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۴}\neq۱$$

$$P(۰<X<۱)=F(۱)-F(۰)=\frac{۱}{۴}-۰=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

۱۶۸ـ گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی انتگرال تابع چگالی احتمالی همواره برابر با ۱ است.

$$\int_{۰}^{۲}\frac{۴x+۵}{k}dx=۱ \Rightarrow \frac{۱}{k}\int_{۰}^{۲}(۴x+۵)dx=۱ \Rightarrow \frac{۱}{k}\left(\frac{۴x^۲}{۲}+۵x\right)\Big|_{۰}^{۲}=۱ \Rightarrow \frac{۱}{k}(۸+۱۰)=۱ \Rightarrow \frac{۱۸}{k}=۱ \Rightarrow k=۱۸$$

۱۶۹ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. روی فاصله خواسته شده باید از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری کنیم بنابراین:

$$p(x\le۰/۱)=\int_{-\frac{۱}{۲}}^{۰/۱}\frac{۲x+۱}{۴}dx=\frac{۱}{۴}\int_{-\frac{۱}{۲}}^{۰/۱}(۲x+۱)dx=\frac{۱}{۴}\left(\frac{۲x^۲}{۲}+x\right)\Big|_{-\frac{۱}{۲}}^{۰/۱}=\frac{۱}{۴}\left((۰/۱)^۲+(۰/۱)\right)-\left(+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}\right)=۰/۰۹$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۰ـ گزینه «۳» از رابطه واریانس ـ کوواریانس (**فرمول طلایی دو بعدی**) استفاده می‌کنیم:

$$Var(X-۲Y)=Var(X)+۴Var(Y)-۴COV(x,y)$$

$$\rho(x,y)=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\times\sqrt{Var(Y)}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{۸}\cdot\sqrt{۲}}\Rightarrow COV(X,Y)=۲\Rightarrow Var(X-۲Y)=۸+۴\times۲-۴\times۲=۸$$

۱۷۱ـ گزینه «۳» فاصله خواسته شده و فاصله تعریف شده بر روی تابع چگالی احتمال را مقایسه می‌کنیم، روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(۲\le X\le۶)=P(۲\le X\le۵)=\int_{۲}^{۵}\frac{۱}{۴}dx=\frac{x}{۴}\Big|_{۲}^{۵}=\frac{۵}{۴}-\frac{۲}{۴}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$$

۱۷۲ـ گزینه «۲» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$P(X\ge T)=۱-P(X<T)=\int_{T}^{\infty}\frac{۱}{T}e^{-\frac{x}{T}}dx=-e^{-\frac{x}{T}}\Big|_{T}^{\infty}=e^{-۱}$$

۱۷۳ـ گزینه «۲» مجموع احتمالات همواره برابر با ۱ می‌باشد.

$$\sum_{x=۰}^{۴}P(X=x)=۱\Rightarrow\frac{\binom{۴}{۰}}{۳a+۱}+\frac{\binom{۴}{۱}}{۳a+۱}+\frac{\binom{۴}{۲}}{۳a+۱}+\frac{\binom{۴}{۳}}{۳a+۱}+\frac{\binom{۴}{۴}}{۳a+۱}=۱\Rightarrow\frac{۱۶}{۳a+۱}=۱\Rightarrow ۳a+۱=۱۶\Rightarrow ۳a=۱۵\Rightarrow a=۵$$

۱۷۴ـ گزینه «۱» با کمک رابطه کوواریانس خواهیم داشت:

$$COV(X,Y)=E(X\cdot Y)-E(X)\cdot E(Y)$$

$$E(X\cdot Y)=۱\times۰\times\frac{۱}{۶}+۱\times۵\times\frac{۱}{۳}+۴\times۰\times\frac{۱}{۳}+۴\times۵\times\frac{۱}{۶}=۵$$

$$\begin{cases}E(X)=۰\times(\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳})+۵\times(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶})=\frac{۵}{۲}\\ E(Y)=۱\times(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶})+۴\times(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶})=\frac{۵}{۲}\end{cases}\Rightarrow COV(X,Y)=۵-(\frac{۵}{۲})(\frac{۵}{۲})=۵-\frac{۲۵}{۴}=-\frac{۵}{۴}$$

۱۷۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

از رابطه واریانس ـ کوواریانس استفاده می‌کنیم که به‌صورت روبرو است:

$$Var(۲X-Y)=۴Var(X)+Var(Y)-۴COV(X,Y)$$

بنابراین در این رابطه به $COV(X,Y)$ نیاز داریم:

$$\rho_{X,Y}=\frac{COV(X,Y)}{\sigma_X.\sigma_Y}\Rightarrow COV(X,Y)=\frac{۴۵}{۱۰۰}\times۱۰\times۸=۳۶$$

$$\Rightarrow Var(۲X-Y)=۴\times(۱۰)^{۲}+(۸)^{۲}-۴\times۳۶=۳۲۰$$

۱۷۶ـ گزینه «۱» برای قضاوت در مورد مستقل بودن دو متغیر تصادفی باید رابطه $P(x,y)=P(x).P(y)$ را آزمایش کنیم توجه کنید اگر X و Y مستقل باشند کوواریانس صفر است ولی عکس این مطلب همواره درست نیست اگر $COV(X,Y)=۰$ باشد نمی‌توان به صورت قطعی قضاوت کرد که دو متغیر تصادفی مستقلند.

$$P(۱,۰)\overset{?}{=}P_X(۱).P_Y(۰)\Rightarrow P(۱,۰)=\frac{۱}{۲۰},P_X(۱)=\frac{۱}{۲۰}+۰=\frac{۱}{۲۰}\quad,\quad P_Y(۰)=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}+\frac{۷}{۲۰}=\frac{۱۰}{۲۰}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲۰}\neq\frac{۱}{۲۰}\times\frac{۱۰}{۲۰}\Rightarrow P(۱,۰)\neq P_X(۱).P_Y(۰)\Rightarrow$$

X و Y نمی‌توانند مستقل باشند

بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ غلط هستند اکنون در مورد همبستگی آن‌ها باید علامت ضریب همبستگی را تعیین کرد کافیست کوواریانس را به دست آوریم چرا که $\rho_{X,Y}=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}.\sqrt{Var(Y)}}$.

$$COV(X,Y)=E(X.Y)-E(X).E(Y)$$

$$E(X.Y)=۱\times۰\times\frac{۱}{۲۰}+۲\times۰\times\frac{۲}{۲۰}+۳\times۰\times\frac{۷}{۲۰}+۱\times۱\times۰+۲\times۱\times\frac{۱۰}{۲۰}+۳\times۱\times۰=۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$E(Y)=0\times(\frac{1}{20}+\frac{2}{20}+\frac{7}{20})+1\times(0+\frac{10}{20}+0)=\frac{10}{20}$$

$$E(X)=1\times(\frac{1}{20}+0)+2\times(\frac{2}{20}+\frac{10}{20})+3\times(\frac{7}{20}+0)=\frac{46}{20}$$

$$COV(X,Y)=1-\frac{46}{20}\times\frac{10}{20}=\frac{-3}{20}$$

علامت کوواریانس منفی است بنابراین علامت ضریب همبستگی نیز منفی می‌باشد.

۱۷۷ـ گزینه «۱» از روابط کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$COV(X-Y,X+Y)=COV(X,Y)-COV(Y,X)-COV(Y,Y)+COV(X,X)$$

$$COV(X-Y,X+Y)=Var(X)-\cancel{COV(Y,X)}+\cancel{COV(X,Y)}-COV(Y,Y)=Var(X)-Var(Y)$$

۱۷۸ـ گزینه «۲» شکل تابع توزیع را نشان می‌دهد که به راحتی می‌توان از آن استفاده کرد:

$$P(X>30)=1-P(X\le 30)=1-F_X(30)=1-0/3=0/7$$

۱۷۹ـ گزینه «۱»

$$\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}=85-\frac{(30)^2}{20}=85-45=40$$

اثبات:

$$\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum(x_i^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2)=\sum x_i^2-2\bar{x}\underbrace{\sum x_i}_{n\bar{x}}+\sum\bar{x}^2=\sum x_i^2-2n\bar{x}^2+n\bar{x}^2=\sum x_i^2-n\bar{x}^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

یادآوری: قوانین $\sum$

$$\sum(ax+by)=a\sum x+b\sum y \qquad \sum_{i=1}^{n}a=na$$

توجه: $\bar{x}$ یک عدد ثابت است و از $\sum$ بیرون می‌آید. همچنین می‌دانیم:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}\rightarrow\sum x_i=n\bar{x}$$

۱۸۰ـ گزینه «۴» ابتدا طبق خاصیت تابع احتمال مقدار α را بدست می‌آوریم سپس طبق رابطه واریانس $Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$ مقادیر $E(X^2)$ و $(E(X))^2$ را بدست می‌آوریم:

x	−۱	۱	۳	۵	$\sum$
f(x)	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۱	−
x.f(x)	−۰/۲	۰/۳	۱/۲	۰/۵	۱/۸
$x^2f(x)$	۰/۲	۰/۳	۳/۶	۲/۵	۶/۶

$$\sum f(x)=1\Rightarrow 0/2+0/3+\alpha+0/1=1\Rightarrow\alpha=1-0/6=0/4$$

$$Var(X)=E(X^2)-E^2(X)=(6/6)-(1/8)^2=3/36$$

$$E(X^2)=\sum x^2f(x)=6/6$$

$$E(X)=\sum x\,f(x)=1/8$$

۱۸۱ـ گزینه «۳» طبق رابطه امید ریاضی به صورت $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x.f(x)dx$ خواهیم داشت:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x & 1<x<3\\ 0 & o.w\end{cases}$$

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)dx=\int_1^3\frac{1}{4}x^2\,dx=\frac{1}{4}[\frac{1}{3}x^3]_1^3=\frac{1}{12}(27-1)=\frac{26}{12}=2/17$$

۱۸۲ـ گزینه «۴» ابتدا مقادیر $(x-1)^2$ را بدست می‌آوریم:

x	−۱	۰	۱	۲
f(x)	۰/۱	۰/۱۵	۰/۵	۰/۲۵
x−۱	−۲	−۱	۰	۱
$(x-1)^2$	۴	۱	۰	۱

$$E((X-1)^2)=\sum(x-1)^2.f(x)$$

$$=4\times0/1+1\times0/15+1\times0/25=0/4+0/15+0/25=0/8$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۳ـ گزینه «۱» از رابطه مهم $Var(aX \pm b) = a^{۲}.Var(X)$ استفاده می‌کنیم: $E(X^{۲}) = ۲۴$ $E(X) = ۴/۵$

$$Var(X) = E(X^{۲}) - E^{۲}(X) = ۲۴ - (۴/۵)^{۲} = ۲۴ - ۲۰/۲۵ = ۳/۷۵$$

$$Var(-۲X + ۱) = Var(-۲X) = (-۲)^{۲}\, Var(X) = ۴ \times ۳/۷۵ = ۱۵$$

۱۸۴ـ گزینه «۳» همانطور که می‌دانیم:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + ۲COV(X, Y)$$

$$Var(X - Y) = Var(X) + Var(Y) - ۲COV(X, Y)$$

در نتیجه زمانی تساوی رخ می‌دهد که داشته باشیم: $COV(X, Y) = ۰$

که صفر شدن کواریانس به دلیل عدم وجود رابطه خطی یا به دلیل وجود استقلال دو متغیر رخ می‌دهد.

۱۸۵ـ گزینه «۴»

$$f(x) = \begin{cases} a\,\bar{e}^{۲x} & x > ۰ \\ ۰ & x \le ۰ \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ۱ \Rightarrow a\int_{۰}^{+\infty} \bar{e}^{۲x}\,dx = ۱ \Rightarrow a[-\frac{۱}{۲}\bar{e}^{۲x}]_{۰}^{+\infty} = ۱ \Rightarrow a(\frac{۱}{۲}) = ۱ \Rightarrow a = ۲$$

۱۸۶ـ گزینه «۲» دو متغیر تصادفی مستقل ناهمبسته‌اند معلوم نیست که استقلال خطی دارند یا ندارند و کوواریانسشان همواره صفر است.

۱۸۷ـ گزینه «۴» از رابطه واریانس ـ کوواریانس (**فرمول طلایی دو بعدی**) به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$Var(aX \pm bY + c) = a^{۲}Var(X) + b^{۲}Var(Y) \pm ۲abCOV(X, Y)$$

$$Var(-\frac{۱}{۳} \times ۲Y + ۱۸) = (-\frac{۱}{۳})^{۲}Var(X) + (-۲)^{۲}Var(Y) - ۲ \times (-\frac{۱}{۳})(۲) \times (-۳) \Rightarrow Var(-\frac{۱}{۳}X - ۲Y + ۱۸) = \frac{۱}{۹} \times ۹ + ۴ \times ۲ - ۴ = ۵$$

۱۸۸ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه متغیر گسسته است:

$$E(X) = \sum x \cdot f(x) = E(X) = \sum_{x=۱}^{۳} x \cdot \frac{x}{۶} = ۱ \times \frac{۱}{۶} + ۲ \times \frac{۲}{۶} + ۳ \times \frac{۳}{۶} = ۲/۳۳$$

۱۸۹ـ گزینه «۱» طبق رابطه تابع توزیع برای یک متغیر تصادفی پیوسته آن را بدست می‌آوریم:

$$F(x) = \int_{۰}^{x} f(t)dt \Rightarrow F(x) = \int_{۰}^{x} \lambda e^{-\lambda t}dt = -e^{-\lambda t}\Big|_{۰}^{x} = ۱ - e^{-\lambda x}$$

۱۹۰ـ گزینه «۴» تقاضای روزانه مورد انتظار همان امید ریاضی می‌باشد.

$$E(X) = \sum x.P(X = x) = ۰ \times ۰/۱ + ۱ \times ۰/۲ + ۲ \times ۰/۳ + ۳ \times ۰/۲ + ۴ \times ۰/۲ = ۲/۲$$

۱۹۱ـ گزینه «۳» به کلمه حداقل دقت کنید.

$$P(X \ge ۲) = P(X = ۲) + P(X = ۳) + P(X = ۴) = ۰/۳ + ۰/۲ + ۰/۲ = ۰/۷$$

۱۹۲ـ گزینه «۱» اگر از تابع توزیع یک متغیر پیوسته در نقاطی که تابع مشتق‌پذیر باشد مشتق بگیریم تابع چگالی احتمال به دست می‌آید:

$$\frac{d}{dx}F(x) = f(x) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\frac{x}{۴} + \frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow f(x) = \frac{۱}{۴}$$

۱۹۳ـ گزینه «۲» در متغیرهای تصادفی پیوسته احتمال در نقطه برابر با صفر است.

۱۹۴ـ گزینه «۱» با بهره‌گیری از خواص واریانس (**فرمول طلایی آمار**) به محاسبه‌ی مقدار خواسته شده می‌پردازیم. در حل این مسئله از رابطه‌ی $Var(aX - b) = a^{۲}.Var(X)$ استفاده می‌کنیم. بنابراین: $Var(X) = E(X^{۲}) - (E(X))^{۲}$ $Var(\frac{۱}{۲}X - ۲) = \frac{۱}{۴}.Var(X)$

$$E(X)^{۲} = (-۲)^{۲}.(۰/۱) + (۰)^{۲}.(۰/۱۵) + (۲)^{۲}.(۰/۳) + (۴)^{۲}(۰/۲۵) + (۵)^{۲}.(۰/۲) = ۰/۴ + ۱/۲ + ۴ + ۵ = ۱۰/۶ \quad , \quad E(X) = ۲/۴$$

$$Var(X) = ۱۰/۶ - (۲/۴)^{۲} = ۴/۸۴ \Rightarrow Var(\frac{۱}{۲}X - ۲) = \frac{۱}{۴} \times ۴/۸۴ = ۱/۲۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۵ـ گزینه «۳» با توجه به خاصیت واریانس ـ کوواریانس (**فرمول طلایی دو بعدی**) خواهیم داشت:

$$Var(۲X-Y+۱)=(۲)^۲.Var(X)+Var(Y)-۲.۲COV(X,Y)=۴\times۳+۴+۴=۲۰$$

۱۹۶ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه $F_X(me)=\frac{۱}{۲}$ خواهیم داشت:

$$\frac{(me)^۲-۴}{۹۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow(me)^۲=۵۲\Rightarrow me=\pm\sqrt{۵۲}$$

که با توجه به اینکه X مقادیر مثبت اختیار می‌کند $me=\sqrt{۵۲}$ قابل قبول است.

۱۹۷ـ گزینه «۱» با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_۰^۱\frac{m}{\sqrt{x}}dx=۱\Rightarrow ۲m\,x^{+\frac{۱}{۲}}\Big|_۰^۱=۱\Rightarrow m=\frac{۱}{۲}$$

۱۹۸ـ گزینه «۲» از رابطه واریانس استفاده می‌کنیم، به‌صورت روبرو خواهیم داشت: $Var(X)=E(X^۲)-(E(X))^۲$

$$Var(aX\pm b)=a^۲.Var(X)\Rightarrow Var(-۲X+۱)=(-۲)^۲.Var(X)=۴\times(E(X^۲)-E^۲(X)$$

$$\Rightarrow ۵=۴\times(E(X^۲)-(۱/۵)^۲)\Rightarrow ۵=۴(E(X^۲))-۹\Rightarrow ۴E(X^۲)=۱۴\Rightarrow E(X^۲)=\frac{۱۴}{۴}=۳/۵$$

از طرفی: $E(X-۲)^۲=E(X^۲)-۴E(X)+۴=۳/۵-۴\times۱/۵+۴=۱/۵$

۱۹۹ـ گزینه «۱» مقادیر $E(XY)$، $E(X)$ و $E(Y)$ را بدست آورده، در رابطه کوواریانس که به‌صورت $COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)$ می‌باشد جایگذاری می‌کنیم:

y \ x	-۲	۰	۳	$f(y)$
۱	$۰/۱$	$۰/۲$	$۰/۲۵$	$۰/۵۵$
۲	$۰/۱۵$	$۰/۳$	۰	$۰/۴۵$
$f(x)$	$۰/۲۵$	$۰/۵$	$۰/۲۵$	

$$E(XY)=(۱)(-۲)(۰/۱)+(۱)(۳)(۰/۲۵)+(۲)(-۲)(۰/۱۵)=-۰/۲+۰/۷۵-۰/۶=-۰/۰۵$$

$$E(X)=\sum x\,f(x)=(-۲)(۰/۲۵)+(۳)(۰/۲۵)=-۰/۵+۰/۷۵=۰/۲۵$$

$$E(Y)=\sum y\,f(y)=(۱)(۰/۵۵)+۲(۰/۴۵)=۰/۵۵+۰/۹=۱/۴۵$$

$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)=-۰/۰۵-(۰/۲۵)(۱/۴۵)=-۰/۴۱۲۵$$

۲۰۰ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱$ می‌باشد ابتدا k را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\begin{cases}kx^۲ & ۰<x<۴\\ ۰ & ۰.w\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱\Rightarrow k\int_۰^۴x^۲dx=۱\Rightarrow k[\frac{۱}{۳}x^۳]_۰^۴=۱\Rightarrow k[\frac{۶۴}{۳}-۰]=۱\Rightarrow k=\frac{۳}{۶۴}$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی متغیر پیوسته خواهیم داشت:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{۶۴}x^۲ & ۰<x<۴\\ ۰ & ۰.w\end{cases}$$

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)=\int_۰^۴x.\frac{۳}{۶۴}x^۲dx=\frac{۳}{۶۴}\int_۰^۴x^۳dx=\frac{۳}{۶۴}\times\frac{۱}{۴}x^۴\Big|_۰^۴=\frac{۳}{۲۵۶}[۲۵۶]=۳$$

۲۰۱ـ گزینه «۳» با توجه به خاصیت تابع چگالی متغیر تصادفی پیوسته می‌دانیم که انتگرال روی کل بازه آن برابر یک است: $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=۱$ بنابراین از تابع چگالی احتمال انتگرال‌گیری می‌کنیم و این انتگرال را مساوی ۱ قرار می‌دهیم تا مقدار مجهول a به‌دست آید:

$$\int_{-۲}^{۰}(a+\frac{۱}{۴}x)dx+\int_۰^۲(a-\frac{۱}{۴}x)dx=۱\Rightarrow[ax+\frac{۱}{۸}x^۲]_{-۲}^{۰}+[ax-\frac{x^۲}{۸}]_۰^۲=۱$$

$$[۰-(-۲a+\frac{(-۲)^۲}{۸})]+[۲a-\frac{۲^۲}{۸}-۰]=۱\Rightarrow ۲a-\frac{۱}{۲}+۲a-\frac{۱}{۲}=۱\Rightarrow ۴a=۲\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰۲ـ گزینه «۴» جمع احتمال‌های تابع احتمال باید برابر با ۱ باشد. از این رابطه b به‌دست می‌آید:

x	۳	a	۱۰	۱۴	
P(x)	$\frac{۱}{۱۰}$	$\frac{۳}{۱۰}$	b	$\frac{۴}{۱۰}$	$\sum P(x)=۱$

$$\sum_x P(x)=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۱۰}+\frac{۳}{۱۰}+b+\frac{۴}{۱۰}=۱ \quad b=\frac{۲}{۱۰}$$

طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی گسسته به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$E(X)=۴ \Rightarrow \sum_x xp(x)=۴ \Rightarrow ۳\times\frac{۱}{۱۰}+a\times\frac{۳}{۱۰}+۱۰\times\frac{۲}{۱۰}+۱۴\times\frac{۴}{۱۰}=۴ \Rightarrow \frac{۳}{۱۰}a=۴-\frac{۷۹}{۱۰} \Rightarrow \frac{۳}{۱۰}a=-\frac{۳۹}{۱۰} \Rightarrow a=\frac{-۳۹}{۳}=-۱۳$$

۲۰۳ـ گزینه «۳» طبق خاصیت تابع احتمال، مجموع احتمالات برابر با ۱ است:

$$\sum_x P(X=x)=۱ \Rightarrow \sum_{x=۵}^{\infty} ap(۱-۲p)^{(x-۵)}=۱$$

$$a(p(۱-۲p)^{(۵-۵)}+p(۱-۲p)^{(۶-۵)}+p(۱-۲p)^{(۷-۵)}+\cdots)=۱$$

این حاصل جمع یک تصاعد هندسی می‌باشد که جمع یک تصاعد هندسی برابر با $(S_n=\frac{\text{جمله اول}}{۱-\text{قدر نسبت}})$ می‌باشد.

بنابراین (البته شرط $۰\le P\le\frac{۱}{۲}$ الزامی است):

$$a\times\frac{P(۱-۲P)^{(۵-۵)}}{۱-(۱-۲P)}=۱ \Rightarrow \frac{a\times p}{۲P}=۱ \Rightarrow a=۲$$

۲۰۴ـ گزینه «۱» برای بدست آوردن تابع توزیع باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt \Rightarrow F(x)=\int_{۲}^{x}(-\frac{۳}{۴}t^۲+\frac{۹}{۲}t-۶)dt \Rightarrow F(x)=-\frac{۳}{۴}\frac{t^۳}{۳}+\frac{۹}{۲}\frac{t^۲}{۲}-۶t\Big|_{۲}^{x}$$

$$=(-\frac{۳x^۳}{۱۲}+\frac{۹}{۴}x^۲-۶x)-(-\frac{۲^۳}{۴}+\frac{۹}{۴}\times۲^۲-۶\times۲)=\frac{-۳x^۳}{۱۲}+\frac{۹}{۴}x^۲-۶x+۵$$

۲۰۵ـ گزینه «۳» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x)=F'(x)=۲(x-۲) \quad ۲<x\le۳$$

۲۰۶ـ گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته $E(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_{۲}^{۳} x\cdot(۲(x-۲))dx=۲\int_{۲}^{۳}(x^۲-۲x)dx=۲[\frac{x^۳}{۳}-\frac{۲x^۲}{۲}]\Big|_{۲}^{۳}=۲[(\frac{۲۷}{۳}-۹)-(\frac{۸}{۳}-۴)]=۲[۰-(-\frac{۴}{۳})]=\frac{۸}{۳}$$

۲۰۷ـ گزینه «۴» همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y همان بستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y است.

۲۰۸ـ گزینه «۳» همانطور که در متن کتاب مدرسان شریف گفته شد برای بدست آوردن تابع چگالی یک متغیر تصادفی پیوسته از روی تابع توزیع، باید از تابع توزیع مشتق‌گیری کنیم یعنی:

$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx} \Rightarrow F(x)=۱-e^{-(\frac{x}{b})^۲} \Rightarrow f(x)=F'(x)=\frac{c}{b^c}\cdot x^{c-۱}\cdot e^{-(\frac{x}{b})^c}$$

۲۰۹ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ابتدا برای بدست آوردن امید ریاضی تابع چگالی احتمال x را بدست می‌آوریم برای بدست آوردن تابع چگالی احتمال از تابع توزیع مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=F'(x)=\frac{c}{b^c}\cdot x^{c-۱}\cdot e^{-(\frac{x}{b})^c}$$

$$\Rightarrow E(X)=\int_{۰}^{\infty} x\cdot f(x)dx=\int_{۰}^{\infty} x\cdot\frac{c}{b^c}x^{c-۱}\cdot e^{-(\frac{x}{b})^c}dx=\frac{c}{b^c}\int_{۰}^{\infty} x^c\cdot e^{-(\frac{x}{b})^c}dx=(b^c)^{\frac{۱}{c}}\Gamma(۱+\frac{۱}{c})=b(\frac{۱}{c})!=b\mu(۱+\frac{۱}{c})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۰ـ گزینه «۴» کوواریانس معیاری است برای نشان دادن ارتباط بین دو متغیر تصادفی که می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۲۱۱ـ گزینه «۳» طبق رابطه احتمال شرطی و همچنین استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(y|x)=\frac{P(y\cap x)}{P(x)}=\frac{P(y)\times \cancel{P(x)}}{\cancel{P(x)}}=P(y)$$

۲۱۲ـ گزینه «۲» دو متغیر تصادفی مستقل دارای کوواریانس صفر و ناهمبسته‌اند.

۲۱۳ـ گزینه «۳» با توجه به استقلال Y,X هر تابعی از آنها نیز مستقل‌اند یعنی $2X,\frac{1}{Y}$ مستقلند.

$$E(2X).E(\frac{1}{Y})=2E(X).E(\frac{1}{Y})$$

۲۱۴ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه کوواریانس که به صورت $COV(x,y)=E(xy)-E(x).E(y)$ می‌باشد مقادیر $E(XY)$ و $E(X)$ و $E(Y)$ را بدست می‌آوریم:

$$E(XY)=\sum\sum x.y.P(x,y)=-1\times2\times0/2+(-1)\times4\times0/1+2\times2\times0/3+5\times2\times0+2\times4\times0/15+5\times4\times0/25=6/6$$

$$E(X)=\sum x.P(x)=-1\times(0/2+0/1)+2\times(0/3+0/15)+5(0+0/25)=1/85$$

$$E(Y)=\sum y.P(y)=2\times(0/2+0/3+0)+4\times(0/1+0/15+0/25)=3$$

$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)=6/6-3(1/85)=1/05$$

۲۱۵ـ گزینه «۳» طبق تعریف مقادیر دهک‌ها در توزیع‌های پیوسته $P(X\le c)=0/8$. بنابراین مقدار احتمال را با توجه به تابع چگالی احتمال پیوسته محاسبه کرده برابر با $0/8$ قرار می‌دهیم:

$$P(X\le c)=\int_0^c 5e^{-5x}dx=0/8\Rightarrow -e^{-5x}\Big|_0^c=0/8$$

$$1-e^{-5c}=0/8\Rightarrow e^{-5c}=0/2\Rightarrow -5c=\ln 0/2\Rightarrow 5c=-\ln 0/2\Rightarrow 5c=\ln(0/2)^{-1}$$

$$5c=\ln\frac{1}{0/2}\Rightarrow 5c=\ln(5)\Rightarrow c=\frac{1}{5}\ln(5)$$

۲۱۶ـ گزینه «۱» اگر کوواریانس بین دو متغیر تصادفی صفر شود بین دو متغیر تصادفی رابطه غیر خطی یا استقلال وجود دارد.

۲۱۷ـ گزینه «۱» طبق رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2\Rightarrow Var(-2X-5)=(-2)^2.Var(X)=4(E(X^2)-(E(X))^2)=4(14/5-(3/5)^2)=9$$

۲۱۸ـ گزینه «۴» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ می‌باشد بنابراین:

$$\int_0^4 k(16x-x^3)dx=1\Rightarrow k(8x^2-\frac{x^4}{4})\Big|_0^4=1\ K(128-64)=1\Rightarrow k=\frac{1}{64}$$

۲۱۹ـ گزینه «۲» طبق خاصیت تابع احتمال باید مجموع احتمال‌ها برابر با ۱ باشد $\sum_x P(X=x)=1$

$$\sum_{x=0}^{5}\frac{\binom{5}{x}}{a}=1\Rightarrow \frac{\binom{5}{0}}{a}+\frac{\binom{5}{1}}{a}+\frac{\binom{5}{2}}{a}+\frac{\binom{5}{3}}{a}+\frac{\binom{5}{4}}{a}+\frac{\binom{5}{5}}{a}=1\Rightarrow \frac{\binom{5}{0}+\binom{5}{1}+\binom{5}{2}+\binom{5}{3}+\binom{5}{4}+\binom{5}{5}}{a}=1$$

اکنون طبق نکته گفته در متن درس $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$ بنابراین حاصل صورت کسر بالا برابر است با $2^5=32$

$$\Rightarrow \frac{32}{a}=1\Rightarrow a=32$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲۰ـ گزینه «۴» ابتدا از رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$Var(aX\pm b)=a^{۲}.Var(X)\ \Rightarrow\ Var(-۲X+۳)=(-۲)^{۲}\times Var(X)=۴(E(X^{۲})-(E(X))^{۲})=۴(۱۴/۵-(۳/۵)^{۲})=۴\times ۲/۲۵=۹$$

۲۲۱ـ گزینه «۴» ابتدا طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=۱$ مقدار K را بدست می‌آوریم. بنابراین:

$$\int_{۰}^{۱}(\frac{۲x}{۳}+\frac{k}{۳})dx=۱\ \Rightarrow\ \frac{۲x^{۲}}{۶}+\frac{kx}{۳}\Big|_{۰}^{۱}=۱\ \Rightarrow\ \frac{۲}{۶}+\frac{k}{۳}=۱ \qquad \frac{k}{۳}=\frac{۲}{۳}\ \Rightarrow\ k=۲$$

از طرفی طبق رابطه $P(a<X<b)=\int_{a}^{b} f(x)dx$ خواهیم داشت:

$$P(۰\le X<\frac{۱}{۲})=\int_{۰}^{\frac{۱}{۲}}\frac{۱}{۳}(۲x+۲)dx=\frac{۲x^{۲}}{۶}+\frac{۲x}{۳}\Big|_{۰}^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۱۲}$$

۲۲۲ـ گزینه «۴» از خاصیت مهم انحراف معیار به صورت روبرو $\sigma(ax\pm b)=|a|.\sigma_x$ استفاده می‌کنیم:

$$\sigma(۴x-۳)=۴.\sigma_x=۴\times ۳=۱۲\Rightarrow \sigma_y=۱۲$$

توجه کنید که در صورت سوال $D(x)=\sigma_x^{۲}=۹$ داده شده که باید از آن جذر گرفته شود و سپس در رابطه بالا به جای σ_x قرار می‌دهیم.

۲۲۳ـ گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$E(X)=\int x.f(x)dx=\int_{۰}^{۳} x.(\frac{۲x+۳}{۱۸}).dx=\frac{۱}{۱۸}\int_{۰}^{۳}(۲x^{۲}+۳x)dx=\frac{۱}{۱۸}(\frac{۲x^{۳}}{۲}\Big|_{۰}^{۳}+\frac{۳x^{۲}}{۲}\Big|_{۰}^{۳})=\frac{۱}{۱۸}(۱۸+\frac{۲۷}{۲})=۱+\frac{۲۷}{۳۶}=۱+\frac{۳}{۴}=۱/۷۵$$

۲۲۴ـ گزینه «۴» اگر مساحت مربع‌ها را S فرض کنیم و طول مربعها را L فرض کنیم در اینصورت:

$$\text{مساحت مربع}=(\text{طول})^{۲}$$

$$S=L^{۲}\ \Rightarrow E(S)=E(L^{۲})=?$$

اما طبق رابطه واریانس:

$$Var(L)=E(L^{۲})-E^{۲}(L)\ \Rightarrow E(L^{۲})=Var(L)+E^{۲}(L)\ \Rightarrow E(L^{۲})=(۳)^{۲}+(۱۲)^{۲}=۹+۱۴۴=۱۵۳$$

یادآوری و توجه:

$$CV=\frac{\sigma}{\mu}\ \Rightarrow ۰/۲۵=\frac{\sigma}{۱۲}\ \Rightarrow \sigma=۱۲\times ۰/۲۵=۳\ \Rightarrow \sigma^{۲}=Var(L)=(۳)^{۲}=۹$$

۲۲۵ـ گزینه «۱» طبق خاصیت مهم واریانس به صورت:

$$Var(aX\pm b)=a^{۲}.Var(X)$$

$$Var(\frac{X-۴}{۶})=(\frac{۱}{۶})^{۲}Var(X)=\frac{۱}{۳۶}Var(X)=\frac{۱}{۳۶}(E(X^{۲})-E^{۲}(X))=\frac{۱}{۳۶}(۷۳۳-(۲۵)^{۲})=\frac{۱}{۳۶}\times ۱۰۸=۳$$

۲۲۶ـ گزینه «۲» توجه کنید که باید ابتدا مقدار a را بدست آوریم. با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{۰}^{۳} f(x)dx=۱\Rightarrow\int_{۰}^{۳} a(۴x-x^{۲})dx=۱\ \Rightarrow a\int_{۰}^{۳}(۴x-x^{۲})dx=۱\ \Rightarrow a_{۰}(۲x^{۲}-\frac{x^{۳}}{۳})\Big|_{۰}^{۳}=۱$$

$$a(۱۸-۹)=۱\ \Rightarrow ۹a=۱\ \Rightarrow a=\frac{۱}{۹}$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X)=\int_{۰}^{۳} x.f(x)dx=\int_{۰}^{۳} x.\frac{۱}{۹}(۴x-x^{۲})dx=\frac{۱}{۹}\int_{۰}^{۳}(۴x^{۲}-x^{۳})dx=\frac{۱}{۹}(\frac{۴x^{۳}}{۳}-\frac{x^{۴}}{۴}\Big|_{۰}^{۳})=\frac{۱}{۹}(۳۶-\frac{۸۱}{۴})=۴-\frac{۸۱}{۳۶}=\frac{۶۳}{۳۶}=\frac{۷}{۴}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲۷ـ گزینه «۱» $\phi(y|x)$ تابع شرطی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(y|x)=\frac{\phi(x,y)}{\phi(x)} \quad , \quad \phi(x)=\int_y \phi(x,y)dy \quad (x \text{ کناری})$$

در این سؤال داریم:

$$\phi(x)=\int_0^1 \frac{1}{6}(x-y)dy=\frac{2x-1}{12} \quad ; \quad \phi(y|x)=\frac{\frac{1}{6}(x-y)}{\frac{1}{12}(2x-1)}=\frac{2(x-y)}{2x-1}$$

۲۲۸ـ گزینه «۱» می‌دانیم که $COV(U+V,T)=COV(U,T)+COV(V,T)$ حال داریم:

$$COV(Z,U)=COV(2X-3Y,X+Y)=2COV(X,X)+2COV(X,Y)-3COV(Y,X)-2COV(Y,Y)$$

$$\xrightarrow[COV(X,Y)=COV(Y,X)]{COV(X,X)=Var(X)} =2Var(X)-COV(X,Y)-3Var(Y)=2(9)-(-3)-3(16)=-27$$

۲۲۹ـ گزینه «۲» از ویژگی تابع چگالی احتمال، k را به دست می‌آوریم:

$$\int_{-1}^{4} f(x)dx=1 \Rightarrow \int_{-1}^{4} kx^2dx=\frac{k}{3}x^3\Big|_{-1}^{4}=\frac{k}{3}(64+1)=\frac{65}{3}k=1 \Rightarrow k=\frac{3}{65}$$

در نتیجه $k=\frac{3}{65}$ بنابراین گزینه ۲ یا ۳ صحیح است.

$$P(-1<X<1)=\int_{-1}^{1}\frac{3}{65}x^2dx=\frac{1}{65}x^3\Big|_{-1}^{1}=\frac{2}{65}$$

۲۳۰ـ گزینه «۱» U مد توزیع اگر $f(u)\geq f(x)$ که در آن $f(\circ)$ تابع چگالی است.

$$f(x)=\frac{\partial}{\partial x}F(x)=3x^2-12x+1$$

حال ماکزیمم $f(x)$ را با مشتق گرفتن بدست می‌آوریم.

$$\Rightarrow 6x-12=0 \Rightarrow 6x=12 \Rightarrow x=2$$

اما توجه کنید که این سؤال نادرست است زیرا خاصیت اصلی $F(x)$ رعایت نشده است یعنی $0<F(x)<1$ نمی‌باشد مثلاً در نقاطی کـه در بـازه $(-\infty,0)$ یا $(0/17,5/8)$ منفی است بنابراین سه گزینه اول مردود است و $F(7)>1$ است.

۲۳۱ـ گزینه «۴» دهک هفتم مقداری است که احتمال اعداد کمتر از آن $0/7$ باشد.

$$P(X<c)=0/7 \ , \ P(X<c)=\int_0^c 3e^{-3x}dx=1-e^{-3c}=0/7 \Rightarrow e^{-3c}=0/3 \Rightarrow -3c=Ln\,0/3 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}Ln\,0/3$$

۲۳۲ـ گزینه «۳» به راحتی متوجه می‌شویم که گزینه‌های (۱) و (۲) غلط هستند چرا که a قابل محاسبه است و این گزینه‌ها برحسب a هستند بنـابراین ابتدا باید مقدار مجهول a بدست آید.

$$\int f(x)dx=1 \Rightarrow \int_1^a \frac{1}{12}xdx=1 \Rightarrow \frac{x^2}{24}\Big|_1^a=1 \qquad \frac{a^2}{24}-\frac{1}{24}=1 \Rightarrow a^2-1=24$$

اکنون با توجه به مقدار a محاسبه شده مقدار امید ریاضی را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X)=\int x.f(x)dx=\int_1^5 x.\frac{1}{12}xdx=\int_1^5 \frac{x^2}{12}dx=\frac{x^3}{36}\Big|_1^5=\frac{125}{36}-\frac{1}{36}=\frac{124}{36}=\frac{31}{9}$$

۲۳۳ـ گزینه «۴» در توزیع غیرنرمال $88/8\%$ از داده در فاصله $(\mu-3\sigma\ ,\ \mu+3\sigma)$ است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۴ـ گزینه «۱» این سؤال دقیقاً مانند مثال ۴۹ فصل اول کتاب آمار و احتمالات مدرسان شریف می‌باشد.

یکی از خواص مهم میانه آن است که مجموع قدرمطلق انحراف داده‌ها از میانه همواره حداقل است: $\sum|x_i - Me| = \min$

از این خاصیت استفاده کرده و به راحتی متوجه می‌شویم که a باید میانه داده‌های مورد نظر باشد. برای به‌دست آوردن میانه، ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$۷,۹,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۲,۱۵,۱۶$$

با توجه به اینکه تعداد داده‌ها $N = ۹$ فرد است، بنابراین میانه داده وسط یعنی پنجمین داده است که همان مقدار a می‌باشد: $a = Me = x_۵ = ۱۱$

۲۳۵ـ گزینه «۲» این سؤال مانند سؤال ۳۵۳ و ۳۹۳ کنکور سراسری ۸۹ و ۹۲ است. (در فصل اول)

فرمول ضریب پراکندگی را برای y_i می‌نویسیم: $CV(۲x_i + ۱) = \frac{\sigma(۲x_i + ۱)}{\mu(۲x_i + ۱)}$

اکنون برای صورت و مخرج از تأثیر چهار عمل اصلی بر میانگین و انحراف معیار استفاده می‌کنیم:

$$\sigma(ax \pm b) = |a|\sigma(x) \quad ، \quad \mu(ax \pm b) = a\mu(x) \pm b$$

این دو خاصیت را اعمال می‌کنیم: $CV(۲x_i + ۱) = \frac{۲\sigma(x_i)}{۲\mu(x_i) + ۱}$

در اینجا میانگین ۱۲ می‌باشد. بنابراین مخرج $۲\times۱۲ + ۱ = ۲۵$ می‌شود؛ اما برای صورت با توجه به اینکه واریانس $\sigma^۲ = ۶/۲۵$ است، $\sigma(x) = \sqrt{۶/۲۵}$ که برابر با $\sigma = ۲/۵$ می‌باشد و صورت هم $۲\times۲/۵ = ۵$ می‌شود.

$$CV(۲x_i + ۱) = \frac{۲\times۲/۵}{۲\times۱۲ + ۱} = \frac{۵}{۲۵} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

۲۳۶ـ گزینه «۴» برای به‌دست آمدن مقدار $\bar{y}$ از y_i میانگین‌گیری می‌کنیم: $y_i = \frac{x_i - a}{b} \Rightarrow \bar{y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$

دقت شود که میانگین عددهای ثابت a و b خود آنها هستند. دقت شود که اضافه و کم کردن تأثیری در واریانس ندارد:

$$S_y^۲ = S^۲\left(\frac{x_i - a}{b}\right) \xrightarrow[=a^۲S^۲(x_i)]{S^۲(ax_i \pm b)} \frac{۱}{b^۲}S^۲(x_i) = S_y^۲ = \frac{S_x^۲}{b^۲}$$

اکنون مقدار $\frac{\bar{y}}{S^۲y}$ برابر است با: $\frac{\bar{y}}{S_y^۲} = \frac{\frac{\bar{x} - a}{b}}{\frac{S_x^۲}{b^۲}} = \frac{b\bar{x} - ab}{S_x^۲}$

۲۳۷ـ گزینه «۱» با محاسبه میانگین و انحراف معیار این فاصله را محاسبه می‌کنیم:

(میانگین نمونه) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱۵۰}{۱۰} = ۱۵$

(ضریب پراکندگی) $CV = \frac{S}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{S}{۱۵} \Rightarrow S = ۵$

اکنون مقادیر داده شده را در این فاصله قرار می‌دهیم:

$$\bar{x} - ۲S = ۱۵ - ۲\times۵ = ۱۵ - ۱۰ = ۵ \quad , \quad \bar{x} + ۲S = ۱۵ + ۲\times۵ = ۱۵ + ۱۰ = ۲۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل چهارم

«توزیع‌های خاص آماری»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱ـ در کدام یک از موارد زیر توزیع پوآسن تقریب خوبی برای توزیع دو جمله‌ای است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $n=۲۵$ و $p=۰/۰۴$ ۲) $n=۵۰$ و $p=۰/۲۸$ ۳) $n=۶۰$ و $p=۰/۵۸$ ۴) $n=۱۵۰$ و $p=۰/۹۳$

۲ـ در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر ۵ و واریانس برابر $\frac{۱۵}{۴}$ است. مقدار $P(X=۰)$ در این توزیع برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $(\frac{۱}{۴})^{۲۰}$ ۲) $(\frac{۱}{۲})^{۱۰}$ ۳) $(\frac{۱}{۴})^{۱۰}$ ۴) $(\frac{۳}{۴})^{۲۰}$

۳ـ در یک توزیع نرمال با میانگین $\mu=۱۰$ و واریانس $\sigma^۲=۹$، احتمال این که $(X<۷)$ باشد، تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۶۸ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۳۲ ۴) ۰/۵

۴ـ اگر احتمال به ثمر رسیدن طرح‌های اقتصادی ۰/۵۵ باشد، احتمال به ثمر رسیدن ۴ طرح از ۵ طرح اقتصادی، چقدر است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۲۱ ۳) ۰/۴۴ ۴) ۰/۸

۵ـ از ۱۵ لامپ که ۵ عدد آن‌ها غیر استاندارد است، ۳ لامپ را بطور تصادف با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که هیچ‌کدام غیر استاندارد نباشند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{۱}{۲۷}$ ۲) $\frac{۲۴}{۹۱}$ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

۶ـ متغیرهای تصادفی $X_۱, X_۲, ..., X_n$ مستقل از هم، هر یک بر طبق قانون نرمال استاندارد توزیع می‌شوند، تابع چگالی احتمال $Y=X_۱^۲+X_۲^۲+...+X_n^۲$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\chi^۲$ با $n-۱$ درجه آزادی ۲) $\chi^۲$ با درجه آزادی n ۳) $t^۲$ با n درجه آزادی ۴) t با $n-۱$ درجه آزادی

۷ـ به طور متوسط ۳۰ مشتری در ساعت به یک شعبه بانک طبق فرآیند پوآسن مراجعه می‌کنند. احتمال این که در نیم ساعت یک مشتری مراجعه کند، چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) $۱۵e^{-۳۰}$ ۲) $۱۵e^{-۱۵}$ ۳) $۳۰e^{-۳}$ ۴) $۶۰e^{-۳۰}$

۸ـ توزیع X نرمال با میانگین ۲۵ است اگر $P(X\geq ۵)=۰/۹۷۷۲$ باشد، مقدار انحراف معیار کدام است؟(راهنمایی: $I=\int_۲^۵ f(z)dz=۰/۰۲۲۸$)

(مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۹ـ کدام عبارت در مورد آمار ناپارامتریک صحیح است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) هدف در آمار ناپارامتریک پارامترهای جامعه است.
۲) در آمار ناپارامتریک ضرورتی ندارد که مشاهدات از توزیع نرمال پیروی کند.
۳) جایگاه کاربرد آمار ناپارامتریک ضرورتاً در آمار توصیفی است.
۴) برآورد روش‌های آمار ناپارامتریک دقیقتر از روشهای آمار پارامتریک است.

۱۰ـ اگر تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $\{f(x)=\frac{۱}{۸} \mid -۳\leq x\leq ۵\}$ تعریف شده باشد. $E(X)$ کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۱ـ در صورتی که یک توزیع دو جمله‌ای دارای ۱۰۰ تکرار باشد و احتمال موفقیت در هرتکرار ۰/۱ باشد، بهترین توزیع برای تقریب احتمال‌های آن کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) نمایی ۲) نرمال ۳) پوآسن ۴) یکنواخت

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ اگر اندازه دو عضو از جامعه نرمالی ۱۳ و۱۹ و اندازهٔ این دو برحسب متغیر استاندارد، صفر و ۳ باشد، میانگین و انحراف معیار به ترتیب (از چپ به راست) کدامند؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰ و ۸۳)

۱) ۱۹ و ۲ ۲) ۳ و ۶ ۳) ۲ و ۱۳ ۴) ۳ و ۱۹

۱۳ـ احتمال اثر مفید دارویی بر نوعی بیماری ۰/۸ است، احتمال اینکه سومین داروی تجویز شده اولین داروی بی‌اثر باشد، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۳۸۴ ۲) ۰/۲۵۶ ۳) ۰/۱۲۸ ۴) ۰/۶۴

۱۴ـ ۵۰ درصد افراد یک جامعه‌ای دیپلم دارند، اگر ۵ نفر از بین این افراد انتخاب شوند با کدام احتمال ۲ نفر از آنان فاقد دیپلم‌اند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{۱۰}{۳۲}$ ۲) $\frac{۹}{۳۲}$ ۳) $\frac{۸}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱۵}{۳۲}$

۱۵ـ ۹۰ درصد لامپ‌های تولیدی شرکتی سالم‌اند. اگر به‌طور تکراری و تصادفی یک لامپ از بین آن‌ها اختیار کنیم، با کدام احتمال برای اولین بار پس از ۴ آزمایش معیوب است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۰۰۹ ۲) ۰/۰۰۵۴ ۳) ۰/۰۷۲۹ ۴) ۰/۲۱۸۷

۱۶ـ یک سکه سالم را ۳۶ بار پرتاب می‌کنیم، تعداد روی سکه را که ظاهر می‌شوند X می‌نامیم. انحراف معیار متغیر تصادفی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۷ـ اگر توزیع X نرمال، با میانگین ۶۰ و انحراف معیار ۵ باشد، «در تابع نرمال $f(x)$ می‌دانیم $\int_{-\infty}^{۱/۵} f(z)dz = ۰/۹۳۳۲$» و $P(X \le a) = ۰/۶۶۸$، مقدار a کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۴۷/۵ ۲) ۵۲/۵ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۶۷/۵

۱۸ـ در توزیع نرمال احتمال اینکه متغیر تصادفی در فاصله دو انحراف معیار از میانگین باشد، تقریباً برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۰)

۱) ۹۵ درصد ۲) ۶۸ درصد ۳) ۷۵ درصد ۴) ۹۹ درصد

۱۹ـ اگر در توزیع دو جمله‌ای $n = ۲۰$ و $p = ۰/۳$ باشد، نمودار تابع احتمال آن به چه شکلی خواهد بود؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) یک نمایی ۲) چوله به راست ۳) چوله به چپ ۴) متقارن

۲۰ـ در یک توزیع پواسن اگر $P(X = ۲) = P(X = ۱)$ باشد، آن گاه مقدار $P(X = ۰)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $۲e^{-۲}$ ۳) $e^{-۱}$ ۴) $e^{-۲}$

۲۱ـ احتمال این که در ۲ بار تیراندازی، حداقل یک تیر به هدف اصابت کند، مساوی ۰/۸۴ است. احتمال اصابت تیر به هدف در هر بار چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۱۶ ۴) ۰/۴۲

۲۲ـ اگر در توزیع F درجه آزادی صورت یک باشد، آن گاه این توزیع معادل است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) توزیع $\chi^۲$ ۲) توزیع نرمال استاندارد ۳) مجذور توزیع t ۴) مجذور توزیع نرمال استاندارد

۲۳ـ در صورتی که در محموله‌ای که ۱۲ کالا دارد ۴ تای آن معیوب باشد، اگر دو کالا به تصادف از آن انتخاب شود، احتمال این که هر دو کالا سالم باشد، چه میزان می‌شود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱۴}{۳۳}$ ۲) $\frac{۵۶}{۳۳}$ ۳) $\frac{۲۴}{۵۵}$ ۴) $\frac{۱۸}{۲۰}$

۲۴ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع دو جمله‌ای ($\frac{۱}{۳}$ و ۱۰) B است، در این صورت واریانس متغیر تصادفی $Y = \frac{X}{۱۰}$ برابر است با: (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۹۰}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ بر اساس تجربه مشخص شده است که یک تلفنچی ۴ درصد از تلفن‌ها را اشتباه وصل می‌کند. اگر روزی ۱۵۰ تلفن وصل کرده باشد، احتمال این که بیش از یک شماره را اشتباه وصل کرده باشد، کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) $۶e^{-۶}$ ۲) $۱-۷e^{-۶}$ ۳) $۱-e^{-۶}$ ۴) $۱-۵e^{-۶}$

۲۶ـ توزیع X نرمال با انحراف معیار ۱۰ می‌باشد. اگر $P(X \geq ۱۰۰) = ۰/۹۷۵$ باشد، مقدار میانگین چقدر است؟

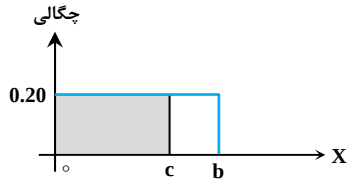
(راهنمایی: $\int_{۱/۹۶}^{۴} f(z)dz = ۰/۰۲۵$) (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) ۶۰ ۲) ۸۰/۴ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۱۹/۶

۲۷ـ از یک جامعه ۴۰۰۰ نفره یک نمونهٔ تصادفی ۴۰ تایی انتخاب شده است. در این حالت تابع احتمال متغیر تصادفی X، کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) هندسی ۲) دو جمله‌ای ۳) فوق هندسی ۴) هم فوق هندسی و هم دو جمله‌ای

۲۸ـ فرض کنید درشکل زیر متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت دارد، c را به نحوی پیدا کنید که $P(x \leq c) = ۰/۶$ باشد. (حسابداری ـ سراسری ۸۱)



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۹ـ توزیع متغیر تصادفی X نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر $P(X \geq x) = ۰/۰۴۹۵$ باشد، مقدار x چقدر است؟

(راهنمایی: $\int_{-۴}^{-۱/۶۵} f(z)dz = ۰/۰۴۹۵$) (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) ۶۰ ۲) ۸۳/۵ ۳) ۱۱۶/۵ ۴) ۱۴۰

۳۰ـ عمر لامپ‌های تولید شده دارای توزیع نرمال بوده و ۹۲/۵% آن‌ها بیش از ۲۱۶۰ ساعت کار می‌کنند، همچنین ۳/۹۲% عمری بیش از ۱۷۰۴۰ ساعت دارند. میانگین و انحراف معیار عدد لامپ‌ها چقدر است؟ $(z_۲ = ۱/۷۶, z_۱ = -۱/۴۴)$ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) $\mu = ۸۶۵۶, \sigma = ۴۸۵۰$ ۲) $\mu = ۹۸۴۰, \sigma = ۴۸۵۲$ ۳) $\mu = ۱۱۸۸۰, \sigma = ۴۶۲۱$ ۴) $\mu = ۸۸۵۶, \sigma = ۴۶۵۰$

۳۱ـ نمرات درس ریاضیات در آزمون کارشناسی ارشد در رشته مدیریت دارای توزیع نرمال، با میانگین ۴۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر نمره داوطلبی ۶۵ باشد، نمره این داوطلب در توزیع نرمال استاندارد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۳۲ـ در توزیع نرمال $N(۱۰۰,۵)$، احتمال $P(۱۱۰ < X < ۱۱۵)$ برابر است با: $(S^{۲}_{-۲} = ۰/۹۵۴۵ \ , \ S^{۳}_{-۳} = ۰/۹۹۷۳)$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۰۲۱۴ ۲) ۰/۲۰۱۴ ۳) ۰/۲۱۴۰ ۴) ۰/۲۵

۳۳ـ در توزیع نرمال $N(۱۵۰,۵)$، طول نقاط عطف منحنی تابع چگالی احتمال، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) ±۵ ۲) ۱۵۵,۱۴۵ ۳) ۱۷۵,۱۲۵ ۴) ۱۶۰,۱۴۰

۳۴ـ در انباری ۴۰ حلقه لاستیک وجود دارد که ۵ حلقه‌ی آن معیوب است. نمونه‌ای مرکب از ۴ حلقه به یک مشتری ارسال می‌شود اگر احتمال معیوب بودن یک حلقه لاستیک برابر ۰/۳۵۸ باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر برای تعریف متغیر تصادفی و تابع احتمال آن صحیح است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) تعداد لاستیک‌های معیوب در نمونه ـ توزیع فوق هندسی
۲) تعداد لاستیک‌های معیوب یا سالم در نمونه ـ توزیع دو جمله‌ای
۳) تعداد لاستیک‌های معیوب در جامعه ـ توزیع دو جمله‌ای
۴) معیوب یا سالم بودن لاستیک ـ توزیع فوق هندسی

۳۵ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمایی با پارامتر $\lambda = ۵$ توزیع می‌شود. تابع توزیع کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) $F_X(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ ۲-e^{-۱۰x} & ۰ \leq x \end{cases}$
۲) $F_X(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ ۵e^{-۵x} & ۰ \leq x \end{cases}$
۳) $F_X(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ ۱-e^{-۱۰x} & ۰ \leq x \end{cases}$
۴) $F_X(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۰ \\ ۱-e^{-۵x} & ۰ \leq x \end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای با توزیع نرمال تابع نمونه‌ای با قانون $t-$ استیودنت با درجه آزادی $\nu = n-1$ تعریف می‌شود. امیـد ریاضـی این توزیع کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰ ۲) $n-1$ ۳) n ۴) ۱

۳۷ـ احتمال اصابت موشکی به یک جنگنده ۰/۳ است. با اصابت یک موشک جنگنده سقوط خواهد کرد. احتمال اینکه در پرتاب پنجمین موشـک جنگنده سقوط کند، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) $(۰/۳)^۵$ ۲) $(۰/۷)^۵$ ۳) ۰/۰۷۲ ۴) ۰/۰۵

۳۸ـ اگر X دارای توزیع پواسون با پارامتر ۱۶ باشد، ضریب تغییرات آن برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۰/۲۵ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

۳۹ـ اگر $P(z \le -۲) = ۰/۰۲۲۸$ در توزیع نرمال استاندارد باشد و X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ بوده و $P(X \ge ۵) = ۰/۹۷۷۲$ باشد، انحراف معیار x کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) صفر ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۴۰ـ اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۲۰ و انحراف معیار ۲۰ باشد و $P(X \le a) = ۰/۰۶۶۸$ باشـد و $\int_{-۶}^{۱/۵} f(z)dz = ۰/۹۳۳۲$ باشد مقدار a کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۸۵ ۲) ۹۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۷۰

۴۱ـ دریک توزیع نرمال ۶/۹۴ درصد اقلام زیر مشخصه‌ای با مقدار ۳۵ و ۸۹/۰۷ درصد اقلام زیر ۶۳ می‌باشد. میانگین و انحراف معیـار ایـن توزیـع کدام است؟ راهنمایی $P(z/p = ۰/۰۶۹۴) = -۱/۴۸$ ، $P(z/p = ۰/۸۹۰۷) = ۱/۲۳$ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\sigma = ۴/۹۳, \mu = ۱/۲۳$ ۲) $\sigma = ۴/۹۳, \mu = ۱۰/۳۳$ ۳) $\sigma = ۵/۰۳, \mu = ۱۰/۳۳$ ۴) $\sigma = ۱۰/۳۳, \mu = ۵۰/۳$

۴۲ـ متغیر تصادفی X بر طبق توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۵ توزیع شده است. تابع چگالی متغیر تصادفی $Y = ۲X - ۱۰$ کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\varphi(y) = \frac{۱}{۵\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{(y-۱۹۰)^۲}{۵۰}}$ ۲) $\varphi(y) = \frac{۱}{۱۰\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{(y-۱۹۰)^۲}{۲۰۰}}$ ۳) $\varphi(y) = \frac{۱}{۱۰\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{(y-۱۹۰)^۲}{۱۰۰}}$ ۴) $\varphi(y) = \frac{۱}{۵\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{(y-۲۱۰)^۲}{۱۰۰}}$

۴۳ـ اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۱)

۱) بیش از پنج درصد از مشاهدات بین دو یا سه برابر انحراف معیار بالای میانگین قرار گرفته‌اند.
۲) بیش از پنج درصد از مشاهدات در ورای ۲ انحراف معیار بالای میانگین قرار دارند.
۳) کمتر از پنجاه درصد ملاحظات در فاصله یک انحراف معیار از میانگین قرار دارند.
۴) کمتر از یک درصد ملاحظات در ورای ۳ انحراف معیار بالای میانگین قرار دارند.

۴۴ـ اگر اندازه دو عضو از جامعه‌ای نرمال ۲۶ و ۳۸ باشد و اندازه این دو عضو بر حسب z مساوی ۱- و ۳ باشد، میانگین و واریانس کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۲۹ و ۹ ۲) ۲۹ و ۳ ۳) ۲۳ و ۳ ۴) ۲۳ و ۱۶

۴۵ـ جعبه‌ای حاوی ۷ فیوز است که سه تای آن‌ها سالم است. سه فیوز به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شوند، احتمال آن که دقیقـاً ۲ تـای آن‌ها سالم باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۴}{۳۵}$ ۲) $\frac{۳}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱}{۷}$

۴۶ـ مسافران هواپیما به صورت تصادفی و به تعداد ۵ نفر در هردقیقه وارد فرودگاه می‌شوند. احتمال این که در دقیقه خاصـی هـیچ مسـافری بـه فرودگاه وارد نشود، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $(۲/۷۱۸)^۵$ ۲) $\frac{۵}{(۲/۷۱۸)^۵}$ ۳) $\frac{۵}{۲/۷۱۸}$ ۴) $(۲/۷۱۸)^{-۵}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۷ـ فرض کنید X دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۰ است. اگر $P(X \le ۶۲) = ۰/۹۳۳۲$ و $z_{۰/۰۶۶۸} = ۱/۵$ باشد، σ_X چقدر است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

۴۸ـ یک سیستم مخابراتی از ۴ جزء تشکیل شده است که هر کدام به طور مستقل با احتمال ۹۰% کار می‌کنند. کل سیستم فعال خواهد بود اگر حداقل نیمی از اجزاء آن کار کند. احتمال آن که سیستم کار نکند چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۰۰۳۷ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۰/۱۹ ۴) ۰/۹۹۶۳

۴۹ـ مشتری‌های یک مغازه مطابق یک فرآیند پواسن با میانگین ۲۰ نفر در ساعت برای خرید به مغازه مراجعه می‌کنند. احتمال این که مغازه دار مجبور شود بیش از ۵ دقیقه برای مراجعه اولین مشتری منتظر بماند چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) $e^{\frac{-۵}{۳}}$ ۲) $e^{-۲۰}$ ۳) $۱-e^{\frac{-۵}{۳}}$ ۴) $۱-e^{-۲۰}$

۵۰ـ اظهار نظر حسابرسان راجع به حساب‌های شرکتی ممکن است، قبول، مردود و مشروط باشد، در سال پیش ۲۰%، ۳۰%، ۵۰% نظرها به ترتیب قبول، مردود و مشروط بوده است. شش شرکت به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند. میانگین و واریانس شرکت‌های مشروط به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) (۱/۲ و ۱/۲) ۲) (۱/۸ و ۱/۲) ۳) (۳ و ۱/۵) ۴) (۳ و ۳)

۵۱ـ احتمال این که هر پرتاب بازیکنی به هدف بخورد ۸۰% است. احتمال این که سومین پرتابی که به هدف می‌خورد، پنجمین پرتاب وی باشد، چقدر است؟

(حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۱۲۳ ۲) ۰/۵۱۲ ۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۹۹۱

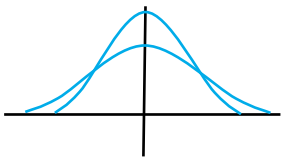
۵۲ـ توزیع X نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر $P(X \ge x) = ۰/۰۲۲۸$ باشد. مقدار x چقدر است؟

(راهنمایی: $\int_{-۴}^{-۲} f(z)dz = ۰/۰۲۲۸$) (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۶۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۰

۵۳ـ در شکل، دو تابع چگالی احتمال برای دو توزیع متفاوت نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد این دو منحنی صحیح می‌باشد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)



۱) واریانس در هر دو توزیع یکسان است اما میانگین فراوانی آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.
۲) میانگین فراوانی در هر دو توزیع یکسان است اما واریانس آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.
۳) میانگین فراوانی در هر دو توزیع یکسان است اما نمره z (نمره استاندارد) آنها با یکدیگر فرق دارد.
۴) نمره z (نمره استاندارد) آنها در هر دو توزیع یکسان است اما میانگین فراوانی آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.

۵۴ـ در یک توزیع احتمال نرمال، میانگین برابر است با ..... و مساحت زیر منحنی برابر است با .....

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) صفر ـ نیم ۲) صفر ـ یک
۳) یک ـ نمره z ۴) یک ـ واحد بکار گرفته شده مانند مترمربع، کیلوگرم و ...

۵۵ـ متغیر تصادفی X با میانگین ۱۲ و انحراف معیار $\frac{۳}{۲}$ به صورت یک توزیع نرمال، تبدیل شده است. عدد z نرمال متناظر $x = ۱۵$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۶ـ یک تاس را متوالیاً پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد ۶ این تاس برای اولین بار در پرتاب دوم ظاهر شود، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۴}{۳۶}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۶}{۳۶}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۷ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x)=e^{-x}, x\geq 0$ تعریف شده است. امید ریاضی X برابر است با:(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) e ۴) $1-e$

۵۸ـ دنباله متغیرهای تصادفی با توزیع‌های کای دو یکسان و با درجه‌های آزادی k، مستقل از هم توزیع شده‌اند. توزیع حاصل‌جمع $Y=X_1+X_2+\cdots+X_n$ کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۲)

۱) توزیع نرمال با امید ریاضی k و واریانس $2k$
۲) توزیع گاما با پارامترهای $\alpha=k$ و $\beta=k$
۳) توزیع گاما با پارامترهای $\alpha=n$ و $\beta=2n$
۴) توزیع کی دو با درجه آزادی nk

۵۹ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو نقطه‌ای توزیع می‌شود. احتمال این که در ۴ آزمایش تکراری مستقل از این متغیر ۳ بار نتیجه $x=1$ به دست آید، (در سه آزمایش $x=1$ مشاهده شود) چقدر است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

x	۰	۱	
$P_X(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$=1$

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{3}{64}$ ۳) $\frac{3}{16}$ ۴) $\frac{3}{32}$

۶۰ـ تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی X با قانون هندسی $M_X(t)=\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$ می‌باشد. امید ریاضی آن کدام است؟
(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲ و دولتی آزاد ۸۵ و صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{1}{p^2}$ ۲) $\frac{1}{p}$ ۳) $\frac{1}{(1-p)^2}$ ۴) $\frac{1}{1-p}$

۶۱ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو جمله‌ای با پارامتر $n=10, p=0/4$ توزیع می‌شود. واریانس متغیر تصادفی X کدام است؟
(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) ۴ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۲/۴ ۴) ۶

۶۲ـ براساس اطلاعات موجود در قسمت کنترل کیفیت کارخانه‌ای، ده درصد محصولات تولیدی معیوب است. احتمال اینکه در یک بازرسی، سومین کالای بازرسی شده اولین کالای معیوب باشد، چقدر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۰۰۹ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۰۸۱ ۴) ۰/۳

۶۳ـ اگر در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۲۰ و ۲ باشد، احتمال $P(X=0)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $(0/2)^x$ ۲) $(0/2)^n$ ۳) $(0/8)^n$ ۴) $(0/8)^{n-x}$

۶۴ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی ۱۵۰ و واریانس ۶۴ توزیع شده است. اگر متغیر تصادفی Y براساس معادله $Y=\frac{1}{2}X+25$ از متغیر X محاسبه گردد، آنگاه تابع چگالی احتمالی متغیر تصادفی Y عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $f(y)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-100)^2}{32}}$ ۲) $f(y)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-100)^2}{16}}$ ۳) $f(y)=\frac{1}{16\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-150)^2}{64}}$ ۴) $f(y)=\frac{1}{16\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-75)^2}{32}}$

۶۵ـ در ساختن یک نوع کالا، مشخص گردیده که ۱۰درصد آنها غیر استاندارد می‌باشد. از محصولات تولید شده، تعداد ۲ واحد محصول را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که حداقل یکی از محصولات استاندارد باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳ و سراسری ۷۷)

۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۸۱ ۴) ۰/۹۹

۶۶ـ واریانس متغیر تصادفی X با تابع چگالی $\{f(x)=\frac{2}{3}\mid -1<x<\frac{1}{2}\}$ کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{3}{16}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۶۷ـ در هر خانواده احتمال داشتن فرزند دختر و پسر مساوی است. احتمال این‌که خانواده‌ای که ۳ فرزند دارد، حداقل یک پسر داشته باشد، چقدر است؟
(حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{5}{8}$ ۲) $\frac{6}{8}$ ۳) $\frac{7}{8}$ ۴) ۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۸ـ در توزیع پوآسن λ چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) میانگین است.
۲) انحراف معیار است.
۳) مقدار احتمال پیش‌آمد برگزیده است.
۴) مقداری است که پس از محاسبه احتمال وقوع حادثه به دست می‌آید.

۶۹ـ برای استفاده از توزیع پوآسن بهتر است λ کدام مقادیر را بگیرد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) $\lambda > ۰$
۲) $۱۰ \geq \lambda \geq ۰$
۳) $۲۰ \geq \lambda \geq ۱۰$
۴) $۳۰ \geq \lambda \geq ۰$

۷۰ـ در منحنی نرمال در فاصله $\bar{X} \pm ۱S$ (در فاصله یک انحراف معیار از میانگین) چند درصد فراوانی‌ها قرار می‌گیرند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) %۲۰
۲) %۲۸/۱۴
۳) %۴۷/۱۲
۴) %۶۸/۲۶

۷۱ـ در تابع نرمال در فاصله $\bar{X} \pm ۰/۵S$ (نیم انحراف معیار بالا و پایین میانگین) چند درصد فراوانی‌ها قرار می‌گیرند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳ و ۸۴)

۱) %۱۳/۲۴
۲) %۲۰
۳) %۳۸
۴) %۶۸/۲۶

۷۲ـ ده درصد از تولیدات یک شرکت معیوب است اگر ۴ نمونه از این تولیدات برداریم با کدام احتمال فقط یک کالا معیوب است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۲۷۳۶
۲) ۰/۲۷۵۴
۳) ۰/۲۸۲۶
۴) ۰/۲۹۱۶

۷۳ـ میانگین نمرات ۳۰۰ دانشجو ۱۴/۴ با انحراف معیار ۱/۶ یک توزیع نرمال است، نمره چند دانشجو کمتر از ۱۲ می‌باشد؟ $(S_{۰}^{۱/۵} = ۰/۴۳۳)$ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۱۸
۲) ۲۰
۳) ۲۳
۴) ۲۵

۷۴ـ اگر $P(Z \leq -۲) = ۰/۰۲۲۸$ و X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ و $P(X \geq ۵) = ۰/۹۷۷۲$ باشد، انحراف معیار X کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۵
۲) ۱۰
۳) صفر
۴) ۵

۷۵ـ اگر نمره دو درس از جامعه نرمالی ۱۳ و ۱۹ باشد و برحسب z برابر با ۱- و ۳ باشد، میانگین و انحراف معیار آن برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۶ و ۱
۲) ۱۶ و ۳
۳) ۱۴/۵ و ۱
۴) ۱۴/۵ و ۱/۵

۷۶ـ متغیر تصادفی X برطبق قانون دو جمله‌ای با تابع احتمال $P(X) = C_{۱۰}^{X}(۰/۲۵)^{X}(۰/۷۵)^{۱۰-X}$ توزیع شده است. مد این توزیع کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۷/۵
۲) ۲
۳) ۱۰
۴) ۴

۷۷ـ متغیرهای تصادفی $X_۱, X_۲, X_۳, X_۴$ مستقل از هم هر یک بر طبق قانون نرمال با امیدهای ریاضی:

$E(X_۱) = ۱۰ \quad E(X_۲) = ۴ \quad E(X_۳) = ۲۰ \quad E(X_۴) = ۶$

و با واریانسهای یکسان $\sigma^{۲} = ۴$ توزیع شده‌اند. مطلوبست توزیع حاصل جمع چهار متغیر تصادفی با توزیع‌های نرمال فوق. (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) توزیع نرمال با امید ریاضی ۲۰ و با واریانس ۴
۲) توزیع نرمال با امید ریاضی ۳۰ و با واریانس ۸
۳) توزیع نرمال با امید ریاضی ۴ و با واریانس ۲
۴) توزیع نرمال با امید ریاضی ۴۰ و با واریانس ۱۶

۷۸ـ چنانچه در یک کارخانه وزن بسته‌های تولیدی بر طبق قانون نرمال توزیع شده باشد و وزن دو بسته ۱۳۰ و ۱۵۶ باشد و از تبدیل آنها به توزیع نرمال استاندارد مقادیر ۱/۵- و ۳/۵ به دست آید، امید ریاضی و انحراف معیار وزن بسته‌ها چیست؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۳۷/۸ و ۲۷/۰۴
۲) ۱۳۷/۸ و ۵/۲
۳) ۱۳۵/۶ و ۵/۲
۴) ۱۳۵/۶ و ۲۷/۰۴

۷۹ـ بر اساس اطلاعات موجود در قسمت کنترل کیفیت کارخانه‌ای، ده درصد محصولات تولیدی معیوب است. احتمال اینکه در یک بازرسی، سومین کالای بازرسی شده، اولین کالای معیوب باشد چقدر است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۰۹
۲) ۰/۰۸۱
۳) ۰/۰۰۹
۴) ۰/۸۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۰ـ فرض کنید احتمال اینکه یک موشک به هواپیما اصابت کند مساوی با ۰/۵ است، احتمال اینکه در پرتاب دوم، موشک هواپیما را منهـدم کنـد. چقدر است؟ (در صورتیکه برای انهدام هواپیما، اصابت دست کم یک موشک کافی باشد.) (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۰۲۶۵ ۲) ۰/۲۵۶ ۳) ۰/۶۲۵ ۴) ۰/۰۶۲۵

۸۱ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال توزیع می‌شود. امید ریاضی و میانه در این توزیع دارای چه مناسباتی هستند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) هر دو با پارامتر μ منطبق هستند.

۲) میانه از پارامتر μ بزرگتر و امید ریاضی کوچکتر از آن است.

۳) هر دو از پارامتر μ کوچکتر هستند.

۴) امید ریاضی از پارامتر μ بزرگتر و میانه کوچکتر از آن است.

۸۲ـ X در جامعه‌ای بر طبق قانون پواسون توزیع شده است. از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n=10$ به طریق بازگردان انتخاب می‌شود، قانون توزیع حاصل جمع در نمونه فوق کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) قانون توزیع نمایی ۲) قانون توزیع نرمال ۳) قانون توزیع پواسون ۴) قانون توزیع دو جمله‌ای

۸۳ـ متغیر تصادفی x تابع چگالی به صورت $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & ,x>0\\ 0 & ,x\le 0\end{cases}$ دارد. واریانس آن چقدر می‌باشد؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۸۴ـ متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت با تابع چگالی $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & a\le x\le b\\ 0 & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$ دارد. میانگین μ و واریانس σ^2 آن عبارت هستند از: (حسابداری ـ آزاد ۸۳)

۱) $\sigma^2=\frac{1}{12}(b-a)^2\quad \mu=\frac{1}{2}(a+b)$

۲) $\sigma^2=\frac{1}{6}(b-a)^2\quad \mu=\frac{(a+b)}{3}$

۳) $\sigma^2=\frac{1}{12}(b+a)^2\quad \mu=\frac{1}{2}(a+b)$

۴) $\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{6}\quad \mu=\frac{1}{3}(a+b)$

۸۵ـ بررسی‌ها نشان می‌دهد از هر ۱۰ دانشجوی مشاهده شده در محوطه خوابگاه‌های دانشجویی یک نفر غیرساکن است. اگـر ۴ نفـر بـه تصـادف انتخاب شود، احتمال اینکه حداقل یکی از آنها غیرساکن باشد چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۶۵۶ ۲) ۰/۰۶۵ ۳) ۰/۵۹۲ ۴) ۰/۳۴۴

۸۶ـ اگر توزیع نمرات دانشجویان در یک کلاس ۵۰ نفری تقریباً نرمال باشد و آنهایی که نمره‌ای کمتر از $\mu-\sigma$ گرفته‌اند مردود اعلام شوند، حدود چند نفر در این کلاس مردود اعلام خواهند شد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۸۷ـ متوسط تعداد اشتباهات تایپی در یک صفحه از یک کتاب برابر با ۳ است. احتمال اینکه در دو صفحه حداقل یک اشتباه رخ دهد چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) $1-e^{-6}$ ۲) $1-e^{-3}$ ۳) $1-3e^{-3}$ ۴) $3e^{-3}$

۸۸ـ مدت زمانی که دانشجویان صرف پاسخگویی به سوالات یک آزمون خاص می‌کنند دارای توزیع نرمال با میـانگین ۶۰ دقیقـه و انحـراف معیـار ۱۰ دقیقه است. اگر ۱۰۰ دانشجو در این آزمون شرکت کرده باشند، احتمال اینکه حداقل ۵۵ نفر بیشتر از ۶۰ دقیقه وقت صرف آزمون کرده باشند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۳۴ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۱۶ ۴) ۰/۵۵

۸۹ـ نمره استاندارد شده دانشجویی در درس اقتصاد خرد برابر ۰/۸ و در درس آمار برابر ۰/۵ است. اگر نمرات درس اقتصـاد خـرد ۱۰٪ و نمـرات درس آمار ۲۰٪ افزایش داده شوند، نمرات استاندارد شده وی به ترتیب در درس اقتصاد خرد و آمار چقدر خواهد شد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۶، ۰/۸۸ ۲) ۰/۵، ۰/۸ ۳) ۰/۴۲، ۰/۷۳ ۴) ۰/۷، ۰/۹

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۰ـ احتمال اینکه هر پرتاب بازیکنی به هدف اصابت کند $\frac{۲}{۳}$ است، احتمال اینکه سومین پرتابی که به هدف اصابت می‌کند پنجمین پرتاب وی باشد، کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۱۶}{۸۱}$ ۲) $\frac{۸}{۸۱}$ ۳) $\frac{۱۶}{۲۷}$ ۴) $\frac{۸}{۲۷}$

۹۱ـ توزیع نمرات دانشجویان یک دانشکده با میانگین ۱۴ و واریانس ۲/۲۵ یک توزیع نرمال است. اگر یک دانشجو از بین آنان به تصادف انتخاب شود با کدام احتمال نمره بالاتر از ۱۷ خواهد داشت؟ $(S_{\circ}^{۲} = ۰/۴۷۷۲)$ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۲۸۸۶ ۲) ۰/۰۴۵۶ ۳) ۰/۰۱۱۴ ۴) ۰/۰۲۲۸

۹۲ـ از ۹ عدد کالای یکسان موجود در یک کارتن، ۳ عدد معیوب است، ۴ کالا به طور تصادفی از بین آنها برداشته می‌شود، با کدام احتمال لااقل سه کالای برداشته شده سالم است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۱}$ ۳) $\frac{۱۷}{۴۲}$ ۴) $\frac{۲۵}{۴۲}$

۹۳ـ اگر X دارای یک توزیع پواسون و احتمال آن در دو نقطه $x = ۱$ و $x = ۲$ یکسان باشد، $P(X < ۱)$ کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $e^{-۱}$ ۲) $e^{-۲}$ ۳) $\frac{e^{-۱}}{۲}$ ۴) $\frac{e^{-۲}}{۲}$

۹۴ـ نسبت خرابی کالا در یک کارخانه برابر ۰/۰۱ است، احتمال این که در ۱۰۰ کالا حداکثر یک کالای خراب وجود داشته باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $e^{۲}$ ۲) $e^{-۲}$ ۳) $۲e$ ۴) $۲e^{-۱}$

۹۵ـ تعداد افرادی که وارد یک بانک می‌شوند دارای توزیع پواسون با متوسط ۴ مشتری در دقیقه است. احتمال این‌که زمان بین ورود دو مشتری بیش از دو دقیقه باشد کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{۱}{۴}e^{-۴}$ ۲) $e^{-۴}$ ۳) $e-۶$ ۴) $e^{-۸}$

۹۶ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۲ است $E(X^{۴})$ کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۹۷ـ در یک آزمایش برنولی احتمال پیروزی $\frac{۳}{۴}$ است. اگر این آزمایش ۲۷ بار تکرار شود انحراف معیار آن کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۵

۹۸ـ در صورتی که میانگین درآمد جامعه‌ای ۳۰۰۰۰۰ تومان در ماه و انحراف معیار توزیع درآمد ۱۲۵۰۰۰ تومان باشد و توزیع درآمد همانند توزیع طبیعی باشد و بخواهیم از درآمدهای دو انحراف معیار به پائین میانگین را مورد حمایت قرار دهیم، از چه درآمدی به پائین‌تر (برحسب تومان در ماه) مورد حمایت قرار می‌گیرند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای۸۳ و ۸۴)

۱) ۵۰۰۰۰ ۲) ۷۵۰۰۰ ۳) ۱۰۰۰۰۰ ۴) ۱۵۰۰۰۰

۹۹ـ نمرات درس ریاضی نرمال، با میانگین ۱۴/۵ و انحراف معیار ۲/۵ است. با کدام احتمال نمره یک دانشجوی انتخابی بیشتر از ۱۶ می‌باشد؟ $(S_{\circ}^{۰/۶} = ۰/۲۲۵۷)$ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۲۲۵۷ ۲) ۰/۲۷۴۳ ۳) ۰/۴۵۱۴ ۴) ۰/۷۲۵۷

۱۰۰ـ در یک توزیع، پارامترهای میانگین و میانه و مد برابر هم‌اند. اگر پراکندگی آن کمتر از پراکندگی نرمال باشد، آنگاه ضریب کشیدگی این توزیع چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) صفر ۲) مثبت ۳) منفی ۴) مثبت یا منفی

۱۰۱ـ در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت $\frac{۲}{۳}$ است، اگر این آزمایش ۷۲ بار تکرار شود، انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۲ـ مدت زمان لازم برای تعمیر یک سیستم دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۴ دقیقه و واریانس ۱۶ است، تعمیر کار ادعا می‌کند که مدت زمان تعمیر حداکثر یک ساعت است. احتمال خطای این ادعا کدام است؟ $(P(0 \le Z \le 1/5) = 0/4332)$ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۴۳۳۲ ۲) ۰/۲۱۶۱ ۳) ۰/۱۳۳۶ ۴) ۰/۰۶۶۸

۱۰۳ـ نوعی داروی گیاهی به ۱۰۰ نفر تجویز شده، در ۶۰ مورد مفید بوده است. اگر از این نوع دارو به ۵ نفر تجویز شود احتمال اینکه فقط در ۳ مورد مفید باشد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۳۴۵۶ ۲) ۰/۳۵۶۴ ۳) ۰/۳۶۵۴ ۴) ۰/۴۳۵۶

۱۰۴ـ اگر ۳% تولیدات یک شرکت ناقص باشند و از میان ۴ واحد از تولیدات شرکت یک واحد را به تصادف انتخاب نماییم احتمال این که ناقص باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۲ ۲) تقریباً ۱۱% ۳) ۰/۱ ۴) تقریباً ۲۵%

۱۰۵ـ با افزایش حجم نمونه و میل نمودن آن به سمت بی‌نهایت $(n \to \infty)$ توزیع‌های χ^2 و t و f به سمت: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) توزیع پواسون میل می‌نماید. ۲) توزیع دو جمله‌ای میل می‌نمایند. ۳) توزیع یکنواخت میل می‌نمایند. ۴) توزیع نرمال میل می‌نمایند.

۱۰۶ـ در آزمایش پرتاب تاس قرینه بر روی زمین صاف و سخت حادثه A با احتمال $p = \frac{1}{6}$ می‌تواند واقع شود، $n = 5$ بار تکرار می‌شود. احتمال اینکه در این آزمایش‌ها حادثه A (مثلاً وقوع رویه دو خال) به تعداد $m = 0,1,2,3,4,5$ بار واقع شود به قرار زیر می‌باشد:

$$P_0 = C_5^0(\frac{1}{6})^0(\frac{5}{6})^5 \quad P_1 = C_5^1(\frac{1}{6})^1(\frac{5}{6})^{5-1}, P_2 = C_5^2(\frac{1}{6})^2(\frac{5}{6})^{5-2}$$

$$P_3 = C_5^3(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^{5-3}, P_4 = C_5^4(\frac{1}{6})^4(\frac{5}{6})^{5-4}, P_5 = (\frac{1}{6})^5(\frac{5}{6})^0$$

تابع احتمال به عنوان الگوی ریاضی این آزمایش‌ها کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) تابع احتمال فوق هندسی ۲) تابع احتمال پوآسن ۳) تابع احتمال دو جمله‌ای ۴) تابع احتمال هندسی

۱۰۷ـ کوانتیل (چندک) ۹۰ درصدی توزیع t استودنت با درجه آزادی $v = 11$ $(t_{0/90;11})$ کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱/۲۵۴۶ ۲) ۱/۲۵۲۵ ۳) ۱/۳۶۳۴ ۴) ۲/۰۱۲۵

۱۰۸ـ کوانتیل (چندک) ۹۵ درصدی توزیع متغیر تصادفی χ^2 با درجه آزادی $v = 5$ $(\chi^2_{0/95;5})$ کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۸/۰۴۵ ۲) ۱۴/۱۲۲ ۳) ۱۳/۸۲۱ ۴) ۱۱/۰۷۱

۱۰۹ـ در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای با توزیع نرمال تابع نمونه‌ای با قانون t استودنت با درجه آزادی $v = n - 1$ تعریف می‌شود. امید ریاضی این توزیع کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) صفر ۲) $n - 1$ ۳) n ۴) ۱

۱۱۰ـ در یک کارخانه بسته‌بندی مواد غذایی، وزن بسته‌ها بر طبق قانون نرمال توزیع شده‌اند. چنانچه وزن دو بسته ۱۳۰ و ۱۵۶ باشد و از تبدیل آنها به توزیع نرمال استاندارد، مقادیر ۱/۵- و ۳/۵ به دست آید، امید ریاضی و انحراف معیار وزن بسته‌ها کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱۳۵/۶ و ۲۷/۰۴ ۲) ۱۳۵/۶ و ۵/۲ ۳) ۱۳۷/۸ و ۲۷/۰۴ ۴) ۱۳۷/۸ و ۵/۲

۱۱۱ـ توزیع پواسون با $\lambda = 25$ مفروض است. چنانچه $n = 625$ باشد مقدار انحراف معیار توزیع کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۰۴ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) $\frac{1}{125}$

۱۱۲ـ در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر ۶ و انحراف معیار برابر ۲ است. مقدار $P(X > 0)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱ ۲) $(\frac{1}{3})^{18}$ ۳) $1-(\frac{1}{3})^{18}$ ۴) $1-(\frac{2}{3})^{18}$

۱۱۳ـ اگر X دارای توزیع $N(\mu,100)$ باشد و داشته باشیم $P(X > 124) = 0/05$, $Z_{0/05} = 1/65$ آنگاه مقدار μ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱۴۰/۵ ۲) ۱۲۱/۹ ۳) ۱۰۷/۵ ۴) ۱۰۴/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۴ـ در یک توزیع پاسکال احتمال شکست ۰/۶ است. اگر X تعداد آزمایش‌های برنولی در این توزیع باشد، $E(X)$ برای پیشامد دوازدهمین موفقیت کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۱۱۵ـ در یک شرکت ۵۰ درصد کارکنان تحصیلات کارشناسی، ۴۰ درصد تحصیلات کاردانی و ۱۰ درصد تحصیلات متوسطه دارند، اگر ۶ نفر به طور تصادفی از بین آنان انتخاب شود با کدام احتمال مقطع تحصیلی آنها ۳ کارشناسی، ۲ کاردانی و ۱ نفر متوسطه است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۲۴

۱۱۶ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۳۲ و واریانس ۴ تقریباً چند درصد داده‌ها بین دو عدد ۳۸ و ۲۶ قرار می‌گیرند؟ $(S^{-3}_{-\infty} = 0/0013)$ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) ۸۹/۶ ۲) ۹۲/۳ ۳) ۹۵/۴ ۴) ۹۹/۷

۱۱۷ـ فرض کنید Z_1 تا Z_k متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد صفر و یک باشند، آنگاه $\sum_{i=1}^{k} Z_i^2$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

۱) کای ـ مربع ۲) استیودنت ۳) فیشر ۴) نرمال

۱۱۸ـ متغیر تصادفی x دارای تابع احتمال $f(x) = \binom{10}{x}(\frac{1}{2})^{10}$; $x = 0,1,2,...,10$ است، امید ریاضی x عبارتست از: (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۱۱۹ـ آمار نوزادان نشان می‌دهد که احتمال پسر بودن یک نوزاد ۵۰% می‌باشد، احتمال این‌که در یک خانوادهٔ ۴ فرزندی فقط یک پسر به دنیا آمده باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۷۵

۱۲۰ـ معمولاً ۸۰% کالای تولید شده در یک کارخانه به طور استاندارد تولید می‌شود. از کالاهای تولید شده ۳ کالا را انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این ۳ کالا معیوب باشند، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۰۰۸ ۲) ۰/۴۸۸ ۳) ۰/۵۱۲ ۴) ۰/۹۸۲

۱۲۱ـ معمولاًبه‌طور متوسط در هر ۴ دقیقه ۲ نفر وارد یک فروشگاه می‌شوند. احتمال آن که در یک دقیقه دقیقا یک نفر وارد شود چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}$ ۲) e^{-1} ۳) $2e^{-2}$ ۴) $4e^{-4}$

۱۲۲ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۱- و واریانس ۴ می‌باشد. احتمال این‌که X بین ۱- تا ۳ باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۰۲۲۸ ۲) ۰/۴۷۷۲ ۳) ۰/۵۷۷۲ ۴) ۰/۹۷۷۲

۱۲۳ـ در یک آزمایش برنولی احتمال موقعیت $\frac{3}{4}$ است، اگر این آزمایش ۱۹۲ بار تکرار شود انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۲۴ـ در کدام توزیع میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی برابر یکدیگرند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) پواسون ۲) پاسکال ۳) برنولی ۴) فوق هندسی

۱۲۵ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۷۲ و واریانس ۱۶ مقدار $P(67 \le X \le 77)$ کدام است؟ $(S^{-1/25}_{-\infty} = 0/1056)$ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۷۶۸۸ ۲) ۰/۷۸۶۸ ۳) ۰/۷۸۸۶ ۴) ۰/۷۸۸۸

۱۲۶ـ درجه آزادی یک توزیع کای ـ دو برابر ۵ می‌باشد، واریانس این توزیع کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ۸۵)

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) ۲/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۷ـ دانشجویی به ۶ پرسش دو گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد احتمال پاسخ درست هر پرسش $\frac{۳}{۵}$ است. احتمال اینکه دقیقاً به ۲ پرسش جواب درست دهد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۲۱۶}{۵^۵}$ ۲) $\frac{۲۱۶}{۵^۶}$ ۳) $\frac{۴۳۲}{۵^۵}$ ۴) $\frac{۴۳۲}{۵^۶}$

۱۲۸ـ در توزیع دو جمله‌ای احتمال موفقیت آزمایش برنولی ۰/۳ است، نمودار احتمال آن به چه شکلی است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) چوله به راست ۲) چوله به چپ ۳) متقارن ۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد

۱۲۹ـ تیراندازی ۸۰ درصد از تیرهای خود را به هدف می‌زند، احتمال اینکه چهارمین تیر وی، اولین تیر او باشد که به هدف برخورد می‌کند، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۰/۰۰۳۲ ۲) ۰/۰۰۶۴ ۳) ۰/۰۱۲۸ ۴) ۰/۰۱۹۲

۱۳۰ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۴۴ و واریانس ۶/۲۵، عدد استاندارد z نظیر $x = ۴۸$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱/۸ ۲) ۱/۶ ۳) ۰/۹۶ ۴) ۰/۶۴

۱۳۱ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۲۱ داریم $P(X \geq ۹) = ۰/۹۳۳۲$ اگر $P(Z < -۱/۵) = ۰/۰۶۶۸$ باشد، انحراف معیار کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۳۲ـ در چه شرایطی توزیع t استودنت به توزیع نرمال گرایش می‌یابد. (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) تعداد مشاهدات به ۳۰ نزدیک شود.
۲) درجه آزادی کاهش یابد.
۳) درجه آزادی افزایش یابد.
۴) درجه آزادی به ۳۰ نزدیک شود.

۱۳۳ـ اگر $X \sim N(۲۰,۴)$ توزیع شده باشد، مقدار x که با مقدار استاندارد شده $z = -۳$ متناظر باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱

۱۳۴ـ متغیرهای تصادفی $X_۱, X_۲, ..., X_n$ مستقل از هم بر طبق قانون دو نقطه‌ای با پارامتر $p = ۰/۲$ توزیع می‌شوند. قانون توزیع حاصل جمع متغیرهای تصادفی فوق کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) دو نقطه‌ای ۲) نرمال ۳) دو جمله‌ای ۴) کای دو

۱۳۵ـ با توجه به تابع احتمالی نمایی روبرو میانگین X برابر است با: $x \geq ۰$ $f(x) = \frac{۱}{۱۰} e^{\frac{-x}{۱۰}}$ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۱۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۱۳۶ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۵ و انحراف معیار ۲ است. اگر $Y = X - ۲$ باشد. $P(Y \geq ۳)$ چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) صفر ۲) ۰/۰۲۲۸ ۳) ۱ ۴) ۰/۵

۱۳۷ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون پوآسن توزیع شده است. تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) $M_X(t) = e^{\lambda(t-۱)}$ ۲) $M_X(t) = e^{t(\lambda-۱)}$ ۳) $M_X(t) = e^{\lambda(e^t-۱)}$ ۴) $M_X(t) = e^{\lambda(e^t-\lambda)}$

۱۳۸ـ از ۱۰۰ لامپ که ۲۰ عدد آن غیر استاندارد است. به طور تصادفی ۵ لامپ انتخاب می‌شود. متغیر تصادفی X عبارت است از تعداد لامپ‌های غیراستاندارد بین ۵ لامپ انتخاب شده . واریانس متغیر تصادفی X عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۷۷ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۹۵

۱۳۹ـ ده درصد تراشه‌های تولیدی کارخانه‌ای معیوب است. اگر یک نمونه تصادفی ۳ تایی از این تراشه‌ها انتخاب شود، احتمال مشاهده حداقل یک تراشه معیوب چند درصد است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲۳ ۲) ۲۷ ۳) ۷۳ ۴) ۷۷

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۰ـ به طور متوسط در هر شبانه‌روز ۱۲ تصادف در یک شهر اتفاق می‌افتد. احتمال اینکه در ۶ ساعت حداکثر یک تصادف اتفاق بیافتد، چقدر است؟
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $1-e^{-3}$ ۲) $1-3e^{-3}$ ۳) $4e^{-3}$ ۴) $3e^{-3}$

۱۴۱ـ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به‌صورت $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4} & 1\le x\le 5\\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x\end{cases}$ است. اگر واریانس X برابر $\frac{4}{3}$ باشد، ضریب تغییرات X کدام است؟
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{2}{3\sqrt{3}}\times 100$ ۲) $\frac{4}{\sqrt{3}}\times 100$ ۳) $\frac{2\sqrt{3}}{4}\times 100$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}\times 100$

۱۴۲ـ وزنه‌برداری در هر آزمون می‌تواند سه نوع امتیاز C, B, A را به ترتیب با احتمالات ۰/۵، ۰/۳، ۰/۲ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت‌بار آزمون امتیازات وی دو بار A، دو بار B و سه بار C باشد، کدام است؟
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۰۳۷۸ ۲) ۰/۰۷۵۶ ۳) ۰/۱۶۸ ۴) ۰/۳۷۸

۱۴۳ـ در تابع چگالی $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{\frac{-x}{2}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$ میانگین X کدام است؟
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۴۴ـ در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر $\frac{8}{3}$ و حجم نمونه برابر ۱۶ می‌باشد، واریانس چقدر است؟
(محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{16\times 8}{3}$ ۲) $\frac{16}{3}$ ۳) $\frac{20}{9}$ ۴) $\sqrt{\frac{20}{9}}$

۱۴۵ـ متوسط تعداد دفعاتی که در ۱۰ بار پرتاب یک سکه سالم خط خواهیم داشت عبارتست از:
(محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۱۴۶ـ نمره‌های امتحانی یک کلاس از توزیع نرمال با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۴ تبعیت می‌کند. از این کلاس دو نفر انتخاب شده است، احتمال این که جمع نمرات این دو حداقل ۳۰ باشد چقدر است؟
(محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۱۴۷ـ فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰ و واریانس ۱۶ باشد، اگر احتمال کران پایین مقدار x برابر با ۰/۱۵۹ باشد، مقدار x چقدر است؟
(محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۶ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۱۴۸ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۴۷ و واریانس ۶۴، اگر به هر مقدار متغیر تصادفی ۵ واحد افزوده شودآنگاه چند درصد داده‌های جدید بیشتر از ۵۲ خواهد شد؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴۸ ۲) ۵۰ ۳) ۵۲ ۴) ۵۵

۱۴۹ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۱۷/۲ و واریانس ۱۶، داده نظیر صدک پنجاه و ششمآن کدام است؟ $(P(Z<-0/15)=0/44)$
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۸/۴ ۲) ۱۶/۶ ۳) ۱۸/۲ ۴) ۱۷/۸

۱۵۰ـ اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & 1<x<4\\ 0 & \text{سایر نقاط}\end{cases}$ تابع چگالی متغیر تصادفی X باشد، واریانس این متغیر تصادفی کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۵

۱۵۱ـ در یک توزیع نرمال با انحراف معیار ۵ داریم $P(X\ge 9/8)=0/67$ و $P(Z<-0/44)=0/33$ میانگین این توزیع کدام است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۲ـ تیراندازی باید ۶ تیر به هدف شلیک کند، احتمال برخورد به داخل دایره وسط، بین دو دایره و خارج دو دایره بـه ترتیـب ۰/۵، ۰/۴ و ۰/۱ است، احتمال اینکه از این ۶تیر، ۳ تیر به وسط و ۲ تیر بین دو دایره و ۱ تیر به خارج اصابت کند کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۳۶

۱۵۳ـ از هر ۱۰۰ هزار واحد کالای موجود ۱۲۵ واحد آن معیوبند، اگر ۱۶۰۰ واحد از این کالا انتخاب شود احتمال اینکه ۴ عـدد آن معیـوب باشـد، کدام است؟ $(e^{-2}=0/135)$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۱۲ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۲۱

۱۵۴ـ اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن با میانگین ۲ باشد $P(X>0)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) $1-e^{2}$ ۲) e^{-2} ۳) e^{2} ۴) $1-e^{-2}$

۱۵۵ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید صفر و واریانس ۴ توزیع شده است. قانون توزیع متغیر تصادفی $Y=2X+5$ کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) نرمال استاندارد ۲) نرمال ۳) نمایی ۴) گاما

۱۵۶ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن با پارامتر $\lambda=1$ توزیع می‌شود احتمال اینکه در یک آزمایش این متغیر تصادفی مقدار ۲ را اختیار کند چیست؟

(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۰۱۵۳ ۲) ۰/۳۶۷ ۳) ۰/۱۸۴ ۴) ۰/۱۱۲

۱۵۷ـ متغیر تصادفی x بر طبق قانون دو جمله‌ای $B_i(100,0/4)$ توزیع شده است. $x=0,1,2,...,100$ $B_i=(100,0/4)=C_{100}^{x}(0/4)^{x}(0/6)^{100-x}$ واریانس متغیر تصادفی x کدام است؟

(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۲۴ ۲) ۲۴ ۳) ۶۰ ۴) ۴۰

۱۵۸ـ اگر متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن دارای تابع احتمال روبرو باشد: $P(x,\lambda)=\frac{\lambda^{x}e^{-\lambda}}{x!}$ $x=0,1,2,...$

واریانس آن کدام است؟

(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\sqrt{\lambda}$ ۲) $\frac{1}{\lambda}$ ۳) λ ۴) λ^{2}

۱۵۹ـ توزیع صفت متغیر چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) توزیع صفت متغیر عبارتست از تعیین صفت متغیر برای هر یک از اعضای جامعه

۲) توزیع صفت متغیر تابعی است که مجموعه دامنه تعریف صفت متغیر را بر جامعه حجم گروه‌ها یعنی بر مجموعه فراوانی‌ها مـنعکس مـی‌نمایـد. بـه عبارت دیگر قاعده‌ایست که بر هر حالت یا مقدار صفت متغیر یک فراوانی را نسبت می‌دهد.

۳) توزیع صفت متغیر جامعه را از نظر کمی (با روش کمی) با توجه به کیفیت اعضاء در مکان و زمان معین مطالعه می‌کند.

۴) اگر اشیاء و یا نمودها اقلاً نسبت به یک صفت یا خاصیت گرد هم آورده شوند یا در تجسم گرد هم در نظر گرفته شـوند گـوییم یـک توزیـع صـفت متغیر تعریف شده است.

۱۶۰ـ زمان مونتاژ یک کالا دارای توزیع یکنواخت بین ۶ و ۱۰ دقیقه می‌باشد، تابع چگالی احتمال دارای چه مقداری بین ۶ و ۱۰ می‌باشد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) ۴ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۵ ۴) صفر

۱۶۱ـ اگر متغیر تصادفی X تعداد تصادفاتی باشد که در روز جمعه رخ می‌دهد، توزیع احتمال آن برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) دو جمله‌ای ۲) پواسون ۳) یکنواخت ۴) نرمال

۱۶۲ـ یک متغیر تصادفی پیوسته دارای توزیع یکنواخت بین a و b می‌باشد، تابع چگالی احتمال بین a و b برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) $b-a$ ۲) $a-b$ ۳) صفر ۴) $\frac{1}{b-a}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۳ـ متغیر تصادفی بر طبق قانون نرمال با پارامتر $\mu = ۵۰$ و $\sigma^۲ = ۱۶$ توزیع می‌شود. کوانتیل ۸۰ درصدی آن توزیع، کدامیک از اعداد زیر می‌باشد؟
(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) $x_{۰/۸۰} = ۵۳/۳۶۸$ ۲) $x_{۰/۸۰} = ۶۳/۳۶۸$ ۳) $x_{۰/۸۰} = ۸۳/۳۶۸$ ۴) $x_{۰/۸۰} = ۹۳/۳۶۸$

۱۶۴ـ کوانتیل ۹۵ درصدی تابع نمونه‌ای $\chi^۲$، دقیقاً مساوی با ۵/۹۹۱ است. امید ریاضی و واریانس این تابع نمونه‌ای کدام است؟
(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) $E\chi^۲ = ۲/۲ \ , \ \sigma^۲_{\chi^۲} = ۴/۴$ ۲) $E\chi^۲ = ۱/۸ \ , \ \sigma^۲_{\chi^۲} = ۱/۶$ ۳) $E\chi^۲ = ۳/۴ \ , \ \sigma^۲_{\chi^۲} = ۴/۴$ ۴) $E\chi^۲ = ۲ \ , \ \sigma^۲_{\chi^۲} = ۴$

۱۶۵ـ احتمال آنکه دانه نوعی لوبیا جوانه بزند. ۰/۸ است. اگر ۴ دانه از این لوبیا را بکاریم، احتمال آنکه فقط سه تای آن جوانه بزند کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۲۴۹۶ ۲) ۰/۴۰۹۶ ۳) ۰/۸۳۳۲ ۴) ۰/۱۰۳۲

۱۶۶ـ احتمال موفقیت یک عمل جراحی $\frac{۴}{۵}$ است . احتمال اینکه در ۵ مورد از این عمل ۴ مورد آن موفقیت آمیز باشد برابر است با:
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۱۴}{۲۲۵}$ ۳) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$ ۴) $\left(\frac{۴}{۵}\right)^۴$

۱۶۷ـ توزیع یکنواخت $\alpha < x < \beta$ $f(x) = \frac{۱}{\beta - \alpha}$ را در نظر بگیرید، $E(X^۲)$ عبارتست از:
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{\beta^۳ - \alpha^۳}{۳(\beta - \alpha)}$ ۲) $\frac{\beta^۳ - \alpha^۳}{(\beta - \alpha)}$ ۳) $\frac{(\alpha - \beta)^۲}{۱۲}$ ۴) $\frac{(\alpha + \beta)^۲}{۴}$

۱۶۸ـ ظرفیت هواپیمایی ۳۶۰ نفر است ولی برای ۴۰۰ نفر جا رزرو می‌شود. تعداد مسافرانی که جا رزرو کرده ولی برای پرواز حاضر نمی‌شوند به طور متوسط ۴۰ نفر در هر پرواز است. احتمال اینکه همه ۴۰۰ نفر برای پرواز حاضر شوند چقدر است؟
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $۰/۱^{۴۰۰}$ ۲) $۰/۹^{۴۰۰}$ ۳) $۰/۱^{۳۶۰}$ ۴) $۰/۹^{۳۶۰}$

۱۶۹ـ به طور متوسط در هر دو دقیقه یک نفر وارد کتابخانه مرکزی می‌شوند. احتمال اینکه در ۵ دقیقه بعد، حداقل یک نفر وارد کتابخانه شوند برابر است با:
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $e^{-۲/۵}$ ۲) $e^{-۱۰}$ ۳) $۱ - e^{-۱۰}$ ۴) $۱ - e^{-۲/۵}$

۱۷۰ـ در یک توزیع نرمال با میانگین ۱۵/۲۱ و واریانس ۹، داده نظیر شصت و سومین صدک آن کدام است؟ $(P(Z < -۰/۳۳) = ۰/۳۷)$
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۵/۹ ۲) ۱۶/۳ ۳) ۱۶/۴ ۴) ۱۶/۲

۱۷۱ـ تعداد مشتری‌هایی که به یک فروشگاه مراجعه می‌کنند دارای توزیع پواسون با میانگین ۳ مشتری در هر دقیقه است. با کدام احتمال در ۸۰ ثانیه‌ی اول حداقل ۲ مشتری مراجعه می‌کنند؟ $(e^{-۴} = ۰/۰۱۸)$
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۹۱۵ ۲) ۰/۸۹۵ ۳) ۰/۸۷۰ ۴) ۰/۹۱۰

۱۷۲ـ در ۱۲۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده نمودار بافت نگار فراوانی مطلق متقارن است. مجموع این داده‌ها ۸۴۰ و مجموع مربعات آنها ۶۱۵۰ می‌باشد، تقریباً ۹۵ درصد داده‌ها در کدام بازه است؟
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) (۴,۹) ۲) (۵,۹) ۳) (۴,۱۰) ۴) (۵,۱۰)

۱۷۳ـ شصت درصد افراد شرکت‌کننده در یک آزمون قبول شده‌اند. اگر X تعداد افراد قبول شده در هر انتخاب ۹۶ نفری باشد، انحراف معیار X کدام است؟
(حسابداری و مدیریت ـ سراسری ۸۷)

۱) ۴/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۵/۴ ۴) ۷/۲

۱۷۴ـ معمولاً ۸۰% کالای تولید شده در یک شرکت تولیدی به طور سالم تولید می‌شود، احتمال این که در یک نمونه ۲۰ تایی حداکثر یک کالای معیوب وجود داشته باشد، چقدر است؟
(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $(\frac{۲۴}{۵}) \times (\%۲۰)^{۱۹}$ ۲) $(\frac{۵}{۲۴}) \times (\%۸۰)^{۱۹}$ ۳) $(\frac{۲۴}{۵}) \times (\%۸۰)^{۱۹}$ ۴) $(\frac{۵}{۲۴}) \times (\%۲۰)^{۱۹}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۵ـ آزمونی چهار جوابی، دارای ۲۰ سوال است. شخصی به‌طور شانسی پاسخ‌ها را علامت می‌زند. اگر X نشان‌دهنده تعـداد جـواب‌هـای درسـت باشد، احتمال این‌که حداکثر به ۹ سؤال جواب درست دهد از کدام رابطه باید محاسبه شود؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\binom{۲۰}{۹}(۰/۲۵)^{۹}(۰/۷۵)^{۱۱}$

۲) $\sum_{x=۰}^{۹}\binom{۲۰}{x}(۰/۷۵)^{x}(۰/۲۵)^{۲۰-x}$

۳) $\sum_{x=۰}^{۹}\binom{۲۰}{x}(۰/۲۵)^{x}(۰/۷۵)^{۲۰-x}$

۴) $\sum_{x=۹}^{۲۰}\binom{۲۰}{x}(۰/۲۵)^{x}(۰/۷۵)^{۲۰-x}$

۱۷۶ـ در سؤال قبل، احتمال این که حداقل ۳ جواب غلط داشته باشد، چیست؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\binom{۲۰}{۳}(۰/۲۵)^{۳}(۰/۷۵)^{۱۷}$

۲) $\sum_{x=۰}^{۱۷}\binom{۲۰}{x}(۰/۷۵)^{۳}(۰/۲۵)^{۲۰-x}$

۳) $\sum_{x=۳}^{۲۰}\binom{۲۰}{x}(۰/۷۵)^{x}(۰/۲۵)^{۲۰-x}$

۴) $\sum_{x=۰}^{۱۷}\binom{۲۰}{x}(۰/۲۵)^{x}(۰/۷۵)^{۲۰-x}$

۱۷۷ـ در یک توزیع دو جمله‌ای واریانس توزیع $\frac{۲}{۳}$ میانگین آن می‌باشد، حجم نمونه چقدر باشد تا میانگین جامعه برابر ۲۰ باشد؟

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۱۷۸ـ یک نوع بیماری با احتمال p افراد را مبتلا می‌کند. اگر n نفر را به‌طور تصادفی انتخاب کنیم توزیع تعداد افـراد مبـتلا ..... اسـت و امیـد ریاضی آن برابر است با ..... . (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) فوق هندسی، np ۲) فوق هندسی ، $n(۱-p)$ ۳) دو جمله‌ای ، np ۴) دو جمله‌ای ، $n(۱-p)$

۱۷۹ـ برای بررسی تعداد تخم‌مرغ‌های فاسد از محصولات یک مرغداری، هرگاه بدانیم به‌طور متوسط در هر شانه تخم‌مرغ ۱ عـدد تخـم‌مـرغ فاسـد وجود دارد، احتمال این که در یک شانه دقیقاً ۳ تخم‌مرغ فاسد وجود داشته باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $۳e^{۳}$ ۲) $\frac{e}{۳!}$ ۳) $۳e^{-۳}$ ۴) $\frac{e^{-۱}}{۳!}$

۱۸۰ـ احتمال جوانه زدن نوعی بذر $\frac{۴}{۵}$ است. اگر ۵ عدد بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال فقط دو بذر جوانه می‌زند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۱۲۸ ۲) ۰/۰۹۲۴ ۳) ۰/۰۵۱۲ ۴) ۰/۰۶۴

۱۸۱ـ احتمال موفقیت در یک آزمایش برنولی $\frac{۳}{۵}$ است، اگر X تعداد موفقیت‌ها در هر ۲۴ مشاهده باشد، انحراف معیار X کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۴۴ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۵۶

۱۸۲ـ در توزیع دو جمله‌ای $n = ۴۰۰۰$ و $p = ۰/۰۰۱۵$ است. در تبدیل آن به توزیع پواسون، پارامتر توزیع کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۶ ۲) ۳/۶ ۳) ۳ ۴) ۲/۴

۱۸۳ـ نمرات ریاضی، دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۴/۵ و انحراف معیار ۱/۵ می‌باشد اگر فردی از بین داوطلبان به تصادف انتخـاب شـود بـا کـدام احتمال نمره وی بین ۱۴/۵ و ۱۷ است؟ $(P(Z < -۱/۶۷) = ۰/۰۴۸)$ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۴۵۲ ۲) ۰/۴۷۶ ۳) ۰/۵۲۴ ۴) ۰/۵۴۸

۱۸۴ـ سود شرکتی دارای توزیع یکنواخت بین ۲- و ۵ واحد پول است. واریانس سود این شرکت کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۴/۰۸ ۲) ۴/۲۱ ۳) ۳/۸۵ ۴) ۳/۵۸

۱۸۵ـ کیسه‌ای حاوی ۱۲ مهره قرمز و ۸ مهره سفید است. سه مهره بدون جایگذاری از کیسه خارج می‌شود. توزیع احتمال تعداد مهـره‌هـای قرمـز کدام یک است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) فوق هندسی ۲) پوآسون ۳) یکنواخت ۴) دو جمله‌ای

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۶ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و انحراف معیار ۵ است. احتمال این که متغیر تصادفی X مقادیر بیش از ۱۰ را اختیار کند چقدر است؟ (فرض کنید مقدار رها شده در دنباله راست توزیع Z از جدول برای عدد ۲ برابر ۰/۰۲۲۸ است.) (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۰۲۲۸ ۲) ۰/۶۵۸۷ ۳) ۰/۳۴۱۳ ۴) ۰/۹۷۷۲

۱۸۷ـ اگر مقدار z در سمت چپ میانگین در توزیع احتمال نرمال استاندارد شده قرار گیرد این مقدار: (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۷)

۱) مثبت است. ۲) صفر است.

۳) هر مقداری بین ∞ و $-\infty$ می‌باشد. ۴) منفی است.

۱۸۸ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون پوآسن روبرو توزیع می‌شود: $P_X(x)=\frac{۱۶^x e^{-۱۶}}{x!}$, $x=۰,۱,۲,۳,...$

ضریب تغییرات برای این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۱۰۰ درصد ۲) ۲۵ درصد ۳) ۴۰۰ درصد ۴) ۵۰ درصد

۱۸۹ـ متغیر تصادفی دارای توزیع کای دو می‌تواند (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) هر مقداری بین ۱− تا ۱ باشد. ۲) هر مقداری بین $-\infty$ تا صفر باشد.

۳) هر مقداری بین $-\infty$ تا $+\infty$ باشد. ۴) هر مقداری بزرگتر از صفر باشد.

۱۹۰ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی $\mu=۱۰۰$ و انحراف معیار $\sigma=۵$ توزیع شده است و متغیر تصادفی Y بر طبق رابطه $Y=۲X+۵$ از متغیر تصادفی X تبعیت دارد. قانون توزیع متغیر تصادفی Y کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۷)

۱) توزیع نرمال با امید ریاضی ۲۵۰ و واریانس ۵۰ می‌باشد. ۲) توزیع نرمال با امید ریاضی ۱۰۰ و واریانس ۵ می‌باشد.

۳) توزیع نرمال با امید ریاضی ۲۰۵ و واریانس ۱۰۰ می‌باشد. ۴) توزیع نرمال با امید ریاضی ۲۰۰ و واریانس ۲۵ می‌باشد.

۱۹۱ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۴۰ و انحراف معیار ۲ است مقدار معادل $x=۴۴$ در توزیع نرمال استاندارد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۹۲ـ به طور متوسط در هر دقیقه ۱۰ نفر با یک مرکز مخابرات تماس می‌گیرند، با کدام احتمال در ۳۰ ثانیه اول ۴ نفر تماس می‌گیرند؟ $(e^{-۵}=۰/۰۰۷)$ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۱۶۸ ۲) ۰/۱۸۲ ۳) ۰/۱۹۲ ۴) ۰/۲۰۳

۱۹۳ـ اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع کای دو $(\chi^۲)$ با درجه آزادی ۲۵ باشد، ضریب تغییرات این متغیر تصادفی کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ٪۲ ۲) ٪۲۵ ۳) ٪۲۰ ۴) $٪ ۲۰\sqrt{۲}$

۱۹۴ـ در یک توزیع دو جمله‌ای $E(X)=۹$ و $Var(X)=۶$ است. مقدار $P(X\geq ۱)$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $۱-(\frac{۱}{۳})^{۲۷}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $۱-(\frac{۲}{۳})^{۲۷}$

۱۹۵ـ پنج درصد یک محموله ۲۰ تایی از لامپ‌های روشنائی معیوب است. اگر یک مشتری ۲ لامپ را خریداری کند، احتمال اینکه حداقل یکی از لامپ‌ها سالم باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۹ ۴) ۱

۱۹۶ـ در یک امتحان ورودی کارشناسی ارشد، امتیاز شرکت‌کنندگان دارای توزیع نرمال با میانگین ۷۵ و انحراف معیار ۱۰ است. چه درصدی از شرکت‌کنندگان دارای امتیازی بیش از ۸۵ می‌باشند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) تقریباً ٪۱۶ ۲) تقریباً ٪۸ ۳) تقریباً ٪۵ ۴) تقریباً ٪۲/۵

۱۹۷ـ ضریب کشیدگی یا اوج تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X که متقارن است $\alpha_۴=۲$ است. احتمال اینکه متغیر تصادفی X متغیر ی در فاصله دو انحراف معیار به طرفین میانگین را اختیار کند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) حداقل ٪۹۵ ۲) بیشتر از ٪۹۵ ۳) تقریباً ٪۹۵ ۴) کمتر از ٪۹۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۸ـ تعداد ۱۰۰ متقاضی به فروشگاهی مراجعه می‌کنند، احتمال آنکه هر یک خریدی را انجام دهند ۰/۸ است. احتمال آنکه حداقل ۸۴ نفر خریدی را انجام دهند تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ٪۳ ۲) ٪۱۶ ۳) ٪۳۴ ۴) ٪۴۷

۱۹۹ـ به طور متوسط با توزیع پواسون در هر دقیقه ۸ اتومبیل از محلی در بزرگراه می‌گذرند. احتمال اینکه در ۳۰ ثانیه لااقل ۳ اتومبیل بگذرند کدام است؟ $(e^{-۴} = ۰/۰۱۸)$ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۷۶۶ ۲) ۰/۷۹۲ ۳) ۰/۸۱۲ ۴) ۰/۸۲۳

۲۰۰ـ تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = e^{-x}$ ؛ $x \geq ۰$ است، واریانس X کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) e

۲۰۱ـ در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت ۹۸ درصد است، اگر X تعداد موفقیت‌ها در ۲۵ بار تکرار این آزمایش باشد، انحراف معیار آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۴۹ ۲) ۰/۵۲ ۳) ۰/۶۳ ۴) ۰/۷

۲۰۲ـ صفحه هدف متشکل از سه رنگ قرمز، سبز و زرد است. احتمال اصابت تیر به این رنگ‌ها به ترتیب ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۲ است. از شش تیر رها شده که به صفحه اصابت کنند با کدام احتمال ۲ تیر به ناحیه قرمز، ۱ تیر به ناحیه سبز و ۳ تیر به ناحیه زرد برخورد می‌کند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۰۱۸ ۲) ۰/۰۳۶ ۳) ۰/۰۴۵ ۴) ۰/۰۷۲

۲۰۳ـ اگر $F_{۰/۱,۴,۸} = ۲/۸$ باشد، مقدار $F_{۰/۹,۸,۴}$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۳۵۷ ۲) ۰/۷۵۳ ۳) ۱/۴۲ ۴) ۲/۴۱

۲۰۴ـ فرض کنید $X_۱, X_۲$ متغیرهای تصادفی مستقل با تابع چگالی احتمال روبرو باشند، $P(X = x) = \theta^x(۱-\theta)^{۱-x}$ ؛ $x = ۰,۱$ ؛ $۰ < \theta < ۱$ در آن صورت $E(X_۱^۴ . X_۲^۴)$ برابر است با: (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\theta^۲$ ۲) $\theta^۴$ ۳) $(۱-\theta)^۴$ ۴) $\theta^۲(۱-\theta)^۲$

۲۰۵ـ تجربه قبلی در مورد یک آزمون بیانگر این است که در مدت ۶۰ ثانیه ۲ سوال پاسخ داده می‌شود. احتمال این که در مدت ۳۰ ثانیه دو سؤال جواب داده شود، چقدر است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۱}{e}$ ۲) $\frac{۲}{e}$ ۳) $\frac{۱}{۲e}$ ۴) $\frac{e}{۳}$

۲۰۵ـ دو متغیر تصادفی $Y_۱, Y_۲$ با قانون توزیع $\chi^۲$ روبرو توزیع می‌شوند: $Y_۱ \sim \chi^۲(۱۲)$ ، $Y_۲ \sim \chi^۲(۵)$
حاصل جمع این دو متغیر تصادفی $(Y_۱ + Y_۲)$ چه توزیعی خواهد داشت؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) $Y_۱ + Y_۲ \sim N(۱۷,۳۴)$ ۲) $Y_۱ + Y_۲ \sim \chi^۲(۷)$ ۳) $Y_۱ + Y_۲ \sim \chi^۲(۱۷)$ ۴) $Y_۱ + Y_۲ \sim N(۱۷,۱۷)$

۲۰۷ـ از جامعه مورد مطالعه، نمونه‌ای به طریق بازگردان انتخاب می‌شود. توزیع احتمال وقوع حالت A از صفت متغیر، بر طبق چه قانونی خواهد بود؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) پوآسن ۲) دو جمله ای ۳) فوق هندسی ۴) هندسی

۲۰۸ـ تابع توزیع متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمائی به قرار $F_X(x) = ۱ - e^{-\lambda x}$ $۰ < x < \infty$ می‌باشد، امید ریاضی متغیر تصادفی X کدامیک از عبارتهای زیر می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) $E(X) = \lambda$ ۲) $E(X) = \frac{۱}{\lambda}$ ۳) $E(X) = \frac{۱}{\lambda^۲}$ ۴) $E(X) = \lambda^۲$

۲۰۹ـ تعداد روزهایی که طول می‌کشدتا یک خانه بفروش برسد دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۶ روز می باشد. بعلاوه ۹۵ درصداز خانه ها بین ۴۰ تا ۷۲ روز طول می کشد تا بفروش روند. انحراف معیار تعداد روزهائی که طول می کشد تا خانه ها بفروش روند برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $\sqrt{۸}$ روز ۲) ۱۶ روز ۳) ۸ روز ۴) ۴ روز

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۰ـ اگر انحراف معیار برای یک توزیع پواسون ۳ باشد میانگین توزیع برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) ۳ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۹ ۴) هیچکدام

۲۱۱ـ تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X به قرار $M_X(t)=e^{۵۰t+۹\frac{t^۲}{۲}}$ می‌باشد، تابع چگالی، متغیر تصادفی X ،کدامیک از توابع زیر می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\varphi_X(x)=\frac{۱}{۹\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{(x-۵۰)^۲}{۹}}$ ۲) $\varphi_X(x)=\frac{۱}{۳\sqrt{۲\pi}}e^{-\frac{(x-۵۰)^۲}{۱۸}}$ ۳) $\varphi_X(x)=\frac{۱}{۳\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{(x-۵۰)^۲}{۳}}$ ۴) $\varphi_X(x)=\frac{۱}{۹\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{(x-۵۰)^۲}{۱۸}}$

۲۱۲ـ دو متغیرتصادفی $Y_۱$ و $Y_۲$ با قانون توزیع $\chi^۲$ مستقلاً توزیع می‌شوند $Y_۱\sim\chi^۲(۱۲)$ و $Y_۲\sim\chi^۲(۵)$ حاصل جمع ایـن دو متغیـر تصـادفی $(Y_۱+Y_۲)$ چه توزیعی خواهد داشت؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $Y_۱+Y_۲\sim N(۱۷,۳۴)$ ۲) $Y_۱+Y_۲\sim\chi^۲(۱۷)$ ۳) $Y_۱+Y_۲\sim\chi^۲(۷)$ ۴) $Y_۱+Y_۲\sim N(۱۷,۱۷)$

۲۱۳ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمایی توزیع می‌شود: $P_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}\quad ۰<x<\infty$

تابع توزیع متغیر تصادفی X کدامیک از توابع زیر می‌باشد؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $F_X(x)=e^{-\lambda x}\quad ۰<x<\infty$ ۲) $F_X(x)=\lambda^c e^{-\lambda x}\quad ۰<x<\infty$

۳) $F_X(x)=e^{-۲\lambda x}\quad ۰<x<\infty$ ۴) $F_X(x)=۱-e^{-\lambda x}\quad ۰<x<\infty$

۲۱۴ـ اگر کیفیت اشیاء تولید شده (X) در خط تولید به صورت مرغوب (حالت A) و نامرغوب (حالت $\bar{A}$) در نظر گرفته شده باشد، متغیر تصـادفی X که کیفیت اشیاء تولید شده می باشد «برطبق چه قانون» توزیع خواهد شد؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) توزیع دو جمله‌ای ۲) توزیع نمایی ۳) توزیع دو نقطه ای ۴) توزیع هندسی

۲۱۵ـ بر مبنای اطلاعات واحد کنترل کیفیت (دفتر فنی) مؤسسه تولیدی ، ۱۰درصد از محصولات تولید شده ناقص‌داراست. احتمال اینکـه در یـک بازرسی، سومین واحد کالای بازرسی شده ، اولین کالای ناقص باشد، چیست؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۰۸۱ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۰۰۹ ۴) ۰/۳

۲۱۶ـ کدامیک از توزیع صفت‌های متغیر (متغیرهای تصادفی) سه پارامتر دارند: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) توزیع فوق هندسی ۲) توزیع دو جمله ای ۳) توزیع نرمال ۴) توزیع پوآسن

۲۱۷ـ تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X_i که بر طبق قانون نرمال مستقلاً توزیع می شود، به قرار $M_{X_i}(t)=e^{۱۰۰t+۹\frac{t^۲}{۲}}$ می‌باشـد، قـانون توزیـع حاصل جمع $Y=X_۱+X_۲+X_۳+X_۴$ کدامیک از عبارت‌های زیر می‌باشد: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\rho_X(x)=\frac{۱}{۳\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{۴(x-۱۰۰)^۲}{۱۸}}\quad -\infty<x<+\infty$ ۲) $\rho_X(x)=\frac{۱}{۱۲\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{(x-۴۰۰)^۲}{۷۲}}\quad -\infty<x<+\infty$

۳) $\rho_X(x)=\frac{۱}{۹\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{(x-۴۱۰)^۲}{۱۸}}\quad -\infty<x<+\infty$ ۴) $\rho_X(x)=\frac{۱}{۱۲\sqrt{۲\pi}}e^{-\frac{(x-۴۰۰)^۲}{۳۶}}\quad -\infty<x<+\infty$

۲۱۸ـ اگر انحراف معیار برای توزیع پواسن ۴ باشد، میانگین توزیع برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) $\sqrt{۲}$

۲۱۹ـ با توجه به تابع احتمال متغیر تصادفی نمایی X، $x\geq ۰$ ، $f(x)=\frac{۱}{۱۰}e^{\frac{-x}{۱۰}}$، میانگین X برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$

۲۲۰ـ تکرارهای برنولی مستقل کدام توزیع است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) پوآسن ۲) نرمال ۳) فوق هندسی ۴) دو جمله‌ای

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲۱ـ در آزمایشگاهی از ۶۰ دانه کاشته شده نوعی بذر، ۴۸ دانه جوانه زده‌اند اگر ۳ دانه از این نوع بذر کاشته شود با کدام احتمال فقط ۲ دانه از آن‌ها جوانه می‌زنند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۳۸۴ ۲) ۰/۳۷۲ ۳) ۰/۲۸۶ ۴) ۰/۴۱۶

۲۲۲ـ رنگ چشم ۸۰ درصد از اهالی منطقه‌ای میشی است اگر ۵ نفر به تصادف از این جمعیت انتخاب شوند با کدام احتمال فقط رنگ چشم ۳ نفر از آنان میشی است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۰۰۵۱۲ ۲) ۰/۰۱۰۲۴ ۳) ۰/۱۰۲۴ ۴) ۰/۰۵۱۲

۲۲۳ـ فرض کنید تعداد تصادفات منجر به مرگ در طول هفته دارای توزیع پواسن باشد. اگر تعداد تصادفات در ۱۰ هفته پیاپی برابر با ۱,۲,۳,۰,۱,۳,۴,۲,۱,۳ باشد، احتمال مشاهده کدام مقدار در طول هفته بیشتر است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۰

۲۲۴ـ به طور متوسط در هر ساعت ۴ نفر به یک پارک مراجعه می‌کنند. در صورتی که تعداد مراجعین به پارک از توزیع پواسن پیروی کند احتمال اینکه در طول نیم ساعت هیچ مراجعه‌ای به پارک نداشته باشیم برابر است با: (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) e^{-1} ۲) e^{-2} ۳) e^{2} ۴) e^{-4}

۲۲۵ـ تیمی ۵ مسابقه دارد، احتمال برد و باخت و مساوی در هر بازی به ترتیب ۰/۴ ،۰/۲۵ ،۰/۳۵ است. با کدام احتمال ممکن است این تیم ۳ برد و یک باخت و یک مساوی داشته باشد؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۱۲۴ ۲) ۰/۱۱۲ ۳) ۰/۱۰۸ ۴) ۰/۱۲۸

۲۲۶ـ در توزیع پواسون، انحراف معیار برابر ۲ می‌باشد. اگر در این توزیع احتمال $P(X=0)=0/018$ باشد آنگاه $P(X=3)$، کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۱۹۲ ۲) ۰/۱۸۶ ۳) ۰/۱۰۸ ۴) ۰/۲۰۴

۲۲۷ـ واریانس متغیر تصادفی X با تابع چگالی یکنواخت $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6} & ; -1<x<5\\ 0 & ;\ \text{جای دیگر}\end{cases}$، کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۳ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۳/۶

۲۲۸ـ نمرات دانشجویان دارای توزیع نرمال با میانگین ۶۳/۶ می‌باشد. ۲۰ درصد این دانشجویان نمرات بیشتر یا مساوی ۷۲ دارند، اگر $P(Z\le 0/74)=0/8$، انحراف معیار کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۲۲۹ـ احتمال موفقیت در یک آزمایش برنولی ۶۰ درصد است، اگر ۹۶ بار این آزمایش تکرار شود انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها در این توزیع کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۴/۸ ۲) ۳/۲ ۳) ۳/۶ ۴) ۲/۴

۲۳۰ـ در کدام توزیع امید ریاضی مربع انحراف معیار است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) پواسون ۲) برنولی ۳) کای ـ دو ۴) t استودنت

۲۳۱ـ در یک توزیع نرمال اندازه دو مقدار ۳۳ و ۲۴ برحسب متغیر استاندارد Z برابر ۲ و ۱- می‌باشد، میانگین این جامعه کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۲۵/۵ ۲) ۲۶ ۳) ۲۶/۵ ۴) ۲۷

۲۳۲ـ وارون عدد $F_{0/9,5,7}$ برابر کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) $F_{0/05,7,5}$ ۲) $F_{0/1,5,7}$ ۳) $F_{0/1,7,5}$ ۴) $F_{0/9,7,5}$

۲۳۳ـ کمیت تصادفی X بر طبق قانون دوجمله‌ای با تابع احتمال زیر توزیع شده است، مد (Mode) این توزیع کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۹)

$$P(4,\frac{1}{2})=C_2^x(\frac{1}{2})^x(\frac{1}{2})^{4-x}$$
$$x=0,1,2,3,4$$

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۴ـ در یک توزیع پواسون، $P(X=5)=\frac{2}{15}P(X=2)$ است. میانگین این توزیع کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۲۳۵ـ متغیر تصادفی X با تابع توزیع احتمال $F(x)=\begin{cases}0 & ; \quad x<0\\ x^2 & ; \quad 0\le x\le 1\\ 1 & ; \quad x>1\end{cases}$ بیان شده است. احتمال اینکه در ۴ آزمایش مستقل، X درست ۳ بـار مقادیر خود را بین $(\frac{5}{8},\frac{3}{8})$ اختیار کند، کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{3}{64}$ ۲) $\frac{5}{64}$ ۳) $\frac{7}{64}$ ۴) $\frac{9}{64}$

۲۳۶ـ فاصله زمانی تا وقوع k امین حادثه دارای چه توزیعی است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) بتا ۲) گاما ۳) نمایی ۴) نرمال

۲۳۷ـ اگر در توزیع پوآسن $P(X=1)=P(X=0)$ باشد، $E(X^2)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۳۸ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع کای اسکور χ^2 با درجه آزادی ۸ است، ضریب تغییرات این متغیر تصادفی (بر حسب درصد) کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۲۳۹ـ توزیع مجموع دو متغیر نرمال مستقل کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) نرمال ۲) کای ـ مربع ۳) فیشر ۴) t استیودنت

۲۴۰ـ درجه آزادی یک توزیع کای ـ مربع ۵ است میانگین و واریانس آن از چپ به راست کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $(5,10)$ ۲) $(10,10)$ ۳) $(10,5)$ ۴) $(5,5)$

۲۴۱ـ چنانچه متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن باشد و $3P(x=1)=P(x=2)$ و $p(x^2-4x=0)$ برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

۱) e^{-6} ۲) $e^{-6}(1+\frac{1}{4!})$ ۳) $e^{-5}(1+\frac{1}{6!})$ ۴) $e^{-6}(1+\frac{6^4}{4!})$

۲۴۲ـ طول عمر هر دستگاه کامپیوتر دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۷۰۰ ساعت می‌باشد. اگر آزمایشگاهی ۲۰ دستـگاه کـامپیوتر داشـته باشـد، احتمال اینکه حداقل یک دستگاه از آن‌ها قبل از ۱۷۰۰ ساعت خراب شود، برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

۱) $1-e^{-5}$ ۲) $1-e^{-20}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۲۴۳ـ فرض کنید متغیر تصادفی x دارای تابع توزیع تجمعی به فرم $f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1-e^{-\lambda x} & x\ge 0\end{cases}$ است. واریانس این متغیر تصادفی چیست؟

(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\frac{1}{\lambda^2}$ ۲) $\frac{1}{\lambda}$ ۳) λ^2 ۴) λ

۲۴۴ـ طبق اطلاعات قبلی از بین افرادی که هر ساله به استخدام سازمانی در می‌آیند، $\frac{1}{6}$ آن‌ها قبل از دو سال کار سازمان را ترک می‌کنند، $\frac{1}{3}$ آن‌ها کارآیی متوسط و $\frac{1}{2}$ آنان کارآیی خوب دارند. اگر ۵ نفر استخدام شوند، با کدام احتمال ۲ نفر کارآیی خوب و ۲ نفر متوسط و یک نفر سازمان را ترک می‌کند؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۲)

۱) $\frac{2}{15}$ ۲) $\frac{3}{20}$ ۳) $\frac{5}{24}$ ۴) $\frac{5}{36}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱ـ گزینه «۱» چون $n=۲۵$ بزرگ و $p=۰/۰۴$ کوچک هستند و $np=۲۵\times ۰/۰۴=۱<۵$ می‌باشد. این گزینه می‌تواند تقریب خوبی برای توزیع دوجمله‌ای باشد. هر کدام از دو شرط $(p\le ۰/۰۵, n\ge ۲۰)$ یا $(p\le ۰/۰۱, n\ge ۱۰۰)$ برقرار باشد تقریب، تقریب خوبی نمی‌باشد.

۲ـ گزینه «۴» با توجه به روابط میانگین و واریانس در توزیع دوجمله‌ای ابتدا به صورت زیر مقادیر n و p را محاسبه می‌کنیم، سپس با توجه به تابع احتمال دوجمله‌ای مقدار $P(x=۰)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^۲=npq \xrightarrow{np=۵} ۵q=\frac{۱۵}{۴}\Rightarrow q=\frac{۳}{۴}\Rightarrow p=\frac{۱}{۴}\Rightarrow P(X=۰)=\binom{۲۰}{۰}(\frac{۱}{۴})^{۰}(\frac{۳}{۴})^{۲۰}=(\frac{۳}{۴})^{۲۰}$$

$$E(X)=\mu=np\Rightarrow \frac{۱}{۴}n=۵\Rightarrow n=۲۰$$

۳ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه توزیع نرمال است، متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم:

$$X\sim N(\mu=۱۰,\sigma^۲=۹)$$

$$P(X<۷)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{۷-۱۰}{\sqrt{۹}})=P(Z<-۱)=۰/۱۵۸۷\sim ۰/۱۶$$

۴ـ گزینه «۲» با یک توزیع دوجمله‌ای روبرو هستیم که با توجه به تابع احتمال این توزیع خواهیم داشت:

$$n=۵\ ,\ p=۰/۵۵\ ,\ q=۱-p=۱-۰/۵۵=۰/۴۵ \qquad f(x)=C_n^x p^x q^{n-x}\Rightarrow f(۴)=C_۵^۴(۰/۵۵)^۴(۰/۴۵)^۱=۰/۲۱$$

۵ـ گزینه «۳» توجه کنید نمونه‌گیری با جایگذاری است بنابراین توزیع دو جمله‌ای است:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}\ \Rightarrow\ P(X=۰)=\binom{۳}{۰}(\frac{۱}{۳})^{۰}(\frac{۲}{۳})^{۳}=\frac{۸}{۲۷}$$

$$p=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}\ \Rightarrow\ q=۱-p=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}\ ,\ n=۳$$

۶ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه بین توزیع‌های آماری خواهیم داشت:

$$X_i\sim N(۰,۱)\rightarrow X_i^۲\sim \chi^۲_{(۱)}\ \rightarrow\ Y=\sum_{i=۱}^{n}X_i^۲\sim \chi^۲_{(n)}$$

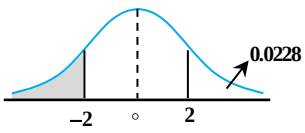
۷ـ گزینه «۲» ابتدا مقدار λ را در توزیع پواسون محاسبه کرده، سپس در تابع احتمال مقدار $P(X=۱)$ را بدست می‌آوریم:

توجه کنید که متوسط ۳۰ مشتری در یک ساعت بیان شده است و احتمال در نیم ساعت خواسته شده است:

ساعت	نفر
۱	۳۰
$\frac{۱}{۲}$	λ

$$\Rightarrow \lambda=\frac{۳۰}{۲}=۱۵\Rightarrow P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\Rightarrow P(X=۱)=\frac{e^{-۱۵}\times ۱۵^۱}{۱!}=۱۵e^{-۱۵}$$

۸ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه با یک توزیع نرمال روبرو هستیم، ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم، سپس از تقارن توزیع نرمال استفاده کرده، خواهیم داشت:



$$P(X\ge ۵)=۰/۹۷۷۲\Rightarrow P(X\ge ۵)=P(\frac{X-\mu}{\sigma})\ge\frac{۵-۲۵}{\sigma})=P(Z\ge\frac{-۲۰}{\sigma})=۰/۹۷۷۲$$

$$\int_{۲}^{۵}f(z)dz=۰/۰۲۲۸\Rightarrow\int_{۲}^{+\infty}f(z)dz=۰/۰۲۲۸\Rightarrow\int_{-۲}^{+\infty}f(z)dz=۱-۰/۰۲۲۸=۰/۹۷۷۲$$

$$-۲=\frac{-۲۰}{\sigma}\Rightarrow\sigma=۱۰$$

۹ـ گزینه «۲» در آمار ناپارامتریک توزیع جامعه مشخص نیست. و لزومی ندارد توزیع مشاهدات نرمال باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ گزینه «۱» در اینجا تابع چگالی احتمال برابر یک عدد $(\frac{۱}{۸})$ است، بنابراین تابع چگالی توزیع یکنواخت پیوسته است با پارامترهای: $a=-۳\ ,\ b=۵$

روش اول:

$$\begin{cases} f(x)=\frac{۱}{b-a}=\frac{۱}{۸} & -۳\le x\le ۵ \\ E(X)=\frac{a+b}{۲}=\frac{-۳+۵}{۲}=۱ \end{cases}$$

روش دوم: امید ریاضی را از طریق محاسبه به روش معمول به‌دست می‌آوریم:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(f)dx=\int_{-۳}^{۵} x.\frac{۱}{۸}dx=\frac{۱}{۸}(\frac{۱}{۲}x^{۲})\Big|_{-۳}^{۵}=\frac{۱}{۱۶}(۲۵-۹)=۱$$

۱۱ـ گزینه «۳» چون $n>۲۰$ بزرگ و $p=۰/۰۱<۰/۱$ کوچک و $np=۱۰۰\times ۰/۰۱=۱<۵$ است. بهترین توزیع برای تقریب توزیع دو جمله‌ای پواسون است.

۱۲ـ گزینه «۳» با توجه به اندازه‌های داده شده از رابطه استاندارد استفاده می‌کنیم و بصورت روبرو خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_۱=۱۳ \\ x_۲=۱۹ \\ z_۱=۰ \\ z_۲=۳ \end{cases} \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma} \Rightarrow \begin{cases} ۰=\frac{۱۳-\mu}{\sigma}\Rightarrow \mu=۱۳ \\ ۳=\frac{۱۹-\mu}{\sigma}=۳\sigma=۶\Rightarrow \sigma=۲ \end{cases}$$

۱۳ـ گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت، توزیع هندسی است:

$$P\text{ (بی‌اثر بودن)}=۱-P\text{ (اثر داشتن)}=۱-۰/۸=۰/۲ \Rightarrow q=۱-p=۱-۰/۲=۰/۸$$

$$P(X=x)=pq^{x-۱}=۰/۲\times(۰/۸)^{۳-۱}=۰/۲\times ۰/۶۴=۰/۱۲۸$$

۱۴ـ گزینه «۱» احتمال دیپلم نداشتن $p=\frac{۱}{۲}$، $n=۵$ و توزیع دوجمله‌ای است:

$$p=q=\frac{۱}{۲}\ ,\ n=۵$$

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x} \Rightarrow P(X=۲)=\binom{۵}{۲}(\frac{۱}{۲})^{۲}(\frac{۱}{۲})^{۳}=۱۰\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۸}=\frac{۱۰}{۳۲}$$

۱۵ـ گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است توزیع هندسی است:

$$P(X=x)=pq^{x-۱} \Rightarrow P(X=۴)=۰/۱\times(۰/۹)^{۳}=۰/۰۷۲۹$$

$$P\text{ (معیوب بودن)}=۱-P\text{ (سالم بودن)}=۱-۰/۹=۰/۱$$

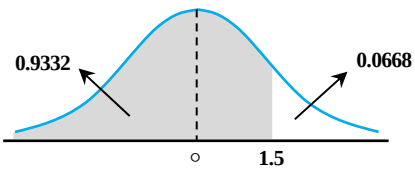
۱۶ـ گزینه «۲» آزمایشی دو حالتی $n=۳۶$ بار مستقلاً تکرار شده است بنابراین توزیع دو جمله‌ای است:

$$P\text{(ظاهر شدن روی سکه)}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow q=۱-p=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}\ ,\ n=۳۶$$

$$\sigma=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{npq}=\sqrt{۳۶\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۹}=۳ \text{ انحراف معیار توزیع دو جمله‌ای}$$

---

۱۷ گزینه «۲» ابتدا احتمال خواسته شده را استاندارد می‌کنیم:



$$X\sim N(\mu=۶۰,\sigma^{۲}=۵^{۲})$$

$$(۱)\ P(X\le a)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}\le\frac{a-۶۰}{۵})=۰/۰۶۶۸$$

(طبق راهنمایی مسئله)

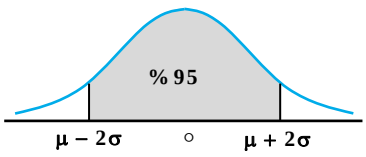
$$(۲)\int_{-\infty}^{۱/۵} f(z)dz=P(Z\le ۱/۵)=۰/۹۳۳۲$$

$$\rightarrow P(Z>۱/۵)=۱-۰/۸۳۳۲=۰/۰۶۶۸$$

$$(۱),(۲)\ \frac{a-۶۰}{۵}=-(۱/۵) \rightarrow a=۵۲/۵$$

با توجه به رابطه $P(Z<A)=P(Z>B) \rightarrow A=-B$ داریم:

۱۸ـ گزینه «۱» بطور کلی همواره داریم (در توزیع نرمال):



$$P(\mu-۲\sigma<X<\mu+۲\sigma)=P(-۲<\frac{X-\mu}{\sigma}<۲)$$

$$=P(-۲<Z<۲)=P(Z<۲)-P(Z<-۲)=۰/۹۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹ـ گزینه «۲» در توزیع دو جمله‌ای اگر $p>0/5$، نمودار احتمال مربوطه چوله به چپ است اگر $p<0/5$ ، نمودار احتمال مربوطه چوله به راست است و اگر $p=0/5$ نمودار احتمال دوجمله‌ای متقارن است.

۲۰ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه داده شده مقدار احتمال‌ها را در نقاط $x=1$ و $x=2$ محاسبه کرده، آنها را با هم برابر قرار داده و λ را محاسبه می‌کنیم، سپس با استفاده از تابع احتمال پواسون مقدار احتمال $x=0$ را محاسبه می‌کنیم:

چرا که همواره $\lambda>0$ می‌باشد.

$$P(X=1)=P(X=2)\Rightarrow \frac{e^{-\lambda}\times\lambda^1}{1!}=\frac{e^{-\lambda}\times\lambda^2}{2!}\Rightarrow 2\lambda=\lambda^2\Rightarrow \lambda^2-2\lambda=0\Rightarrow \lambda=0 \quad \text{یا} \quad \lambda=2\Rightarrow \lambda=2$$ قابل قبول

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\Rightarrow P(X=0)=\frac{e^{-2}\times 2^0}{0!}=e^{-2}$$

۲۱ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه مقدار احتمال حداقل یک تیر به هدف اصابت کند برابر با $0/84$ می‌باشد، می‌توان رابطه این جمله را بصورت زیر نوشت و مقدار p را بدست آورد. توجه کنید مقدار حداقل اصابت‌کردن یک تیر داده شده است.

در توزیع احتمال دو جمله‌ای به‌صورت $P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$ مقدار p مجهول است. $P(X\geq 1)=\binom{2}{1}p(1-p)^1+\binom{2}{2}p^2(1-p)^0=0/84$

$$P(X\geq 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=1-\binom{n}{0}p^0 q^{n-0}=1-q^n=0/84$$

$$\Rightarrow 1-q^2=0/84\Rightarrow q^2=0/16\Rightarrow q=\sqrt{0/16}=0/4\Rightarrow p=1-q=1-0/4=0/6$$

۲۲ـ گزینه «۳» توجه کنید که همواره بین توزیع‌های T و F رابطه روبرو وجود دارد: $F_{1,n}=t^2_{(n)}$

یعنی توزیع F با درجات آزادی ۱ و n همان مجذور توزیع t با n درجه آزادی است.

۲۳ـ گزینه «۱» توزیع فوق هندسی می‌باشد چرا که نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد و $N=12 \;;\; M=8 \;;\; n=2$

$$f_X(x)=\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}\Rightarrow f_X(2)=\frac{\binom{8}{2}\binom{12-8}{2-2}}{\binom{12}{2}}=\frac{\binom{8}{2}\binom{4}{0}}{\binom{12}{2}}=\frac{\frac{8!}{2!6!}\times\frac{4!}{0!4!}}{\frac{12!}{2!10!}}=\frac{28\times 1}{66}=\frac{14}{33}$$

۲۴ـ گزینه «۴» توجه کنید که در توزیع دوجمله‌ای داده شده $n=10$ و $p=\frac{1}{3}$ می‌باشد و با توجه به واریانس دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$X\sim B(n,p)\Rightarrow X\sim B(10,\tfrac{1}{3})\Rightarrow n=10\,,\quad p=\frac{1}{3}\Rightarrow \mathrm{Var}(X)=npq=10\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{9} \qquad q=1-p=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

طبق رابطه مهم واریانس $\mathrm{Var}(aX\pm b)=a^2.\mathrm{Var}(X)$ خواهیم داشت:

$$\mathrm{Var}(Y)=\mathrm{Var}(\frac{X}{10})=\frac{\mathrm{Var}(X)}{10^2}=\frac{\frac{20}{9}}{100}=\frac{20}{900}=\frac{2}{90}$$

۲۵ـ گزینه «۲» در اینجا با یک توزیع دوجمله‌ای روبرو هستیم که می‌توان آن را با توزیع پواسون تقریب زد چرا که $(n\geq 100, p<0/1)$ می‌باشد.

$$p=0/04\,,n=150\Rightarrow \lambda=np=150\times 0/04=6$$

$$P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-P(X=1)-P(X=0)=1-(\frac{e^{-6}\times 6^1}{1!}+\frac{e^{-6}\times 6^0}{0!})=1-7e^{-6}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

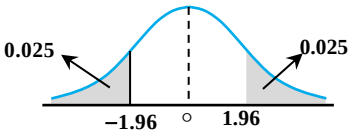
www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶ـ گزینه «۴» ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده استفاده می‌کنیم. به شکل توجه کنید:

$$P(X\geq ۱۰۰)=۰/۹۷۵\Rightarrow P(Z\geq\frac{۱۰۰-\mu}{۱۰})=۰/۹۷۵\Rightarrow P(Z<\frac{۱۰۰-\mu}{۱۰})=۰/۰۲۵$$

$$\Rightarrow -۱/۹۶=\frac{۱۰۰-\mu}{۱۰}\Rightarrow \mu=۱۱۹/۶$$

$$\int_{۱/۹۶}^{۴} f(z)dz=P(Z\geq ۱/۹۶)=۰/۰۲۵\Rightarrow P(Z\leq -۱/۹۶)=۰/۰۲۵$$



۲۷ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه نسبت $\frac{n}{N}=\frac{۴۰}{۴۰۰۰}=۰/۰۱<۰/۰۵$ برقرار است، می‌توانیم هم از توزیع فوق‌هندسی و هم از توزیع دو جمله‌ای استفاده کنیم.

۲۸ـ گزینه «۱» با توجه به تابع چگالی احتمال توزیع یکنواخت پیوسته خواهیم داشت:

$$f(x)=\frac{۱}{b-a}\Rightarrow ۰/۲=\frac{۱}{b-۰}\Rightarrow b=۵$$

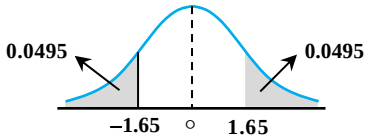
$$P(X\leq c)=۰/۶\Rightarrow \int_{۰}^{c}\frac{۱}{۵}dx=۰/۶\Rightarrow \frac{۱}{۵}x\Big|_{۰}^{c}=۰/۶\Rightarrow \frac{c}{۵}=۰/۶\Rightarrow c=۳$$

۲۹ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X نرمال است ابتدا آن را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده و تقارن توزیع نرمال استفاده می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$P(X\geq x)=۰/۰۴۹۵\Rightarrow P(Z\geq\frac{x-۱۰۰}{۱۰})=۰/۰۴۹۵$$

$$\Rightarrow ۱/۶۵=\frac{x-۱۰۰}{۱۰}\Rightarrow x=۱۱۶/۵$$

$$\int_{-۴}^{-۱/۶۵} f(z)dz=\int_{۱/۶۵}^{۴} f(z)dz=۰/۰۴۵۹\Rightarrow P(Z\geq ۱/۶۵)=۰/۰۴۹۵$$



۳۰ـ گزینه «۴» با توجه به اعداد داده شده در صورت مسئله، روابط زیر را خواهیم داشت که آنها را استاندارد کرده و مقادیر μ و σ را محاسبه می‌کنیم:

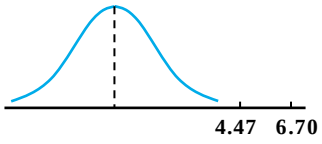
$$\begin{cases}P(X>۲۱۶۰)=۰/۹۲۵\\ P(X>۱۷۰۴۰)=۰/۰۳۹۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P(Z>\frac{۲۱۶۰-\mu}{\sigma})=۰/۹۲۵\\ P(Z>\frac{۱۷۰۴۰-\mu}{\sigma})=۰/۰۳۹۲\end{cases}\xrightarrow{\text{طبق راهنمایی مسأله}}\begin{cases}-۱/۴۴=\frac{۲۱۶۰-\mu}{\sigma}\\ ۱/۷۶=\frac{۱۷۰۴۰-\mu}{\sigma}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\mu-۱/۴۴\sigma=۲۱۶۰\\ \mu+۱/۷۶\sigma=۱۷۰۴۰\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}۳/۲\sigma=۱۴۸۸۰\Rightarrow\sigma=۴۶۵۰\\ \mu=۲۱۶۰+(۱/۴۴\times ۴۶۵۰)=۸۸۵۶\end{matrix}$$

۳۱ـ گزینه «۴» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:

$$X\sim N(۴۰,۱۰۰)\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow z=\frac{x-۲}{\sigma}\Rightarrow z=\frac{۶۵-۴۰}{۱۰}=\frac{۲۵}{۱۰}=۲/۵$$

۳۲ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد. اگر توزیع نرمال $N(۱۰۰,۵)$ باشد داریم:



$$P(۱۱۰<X<۱۱۵)=P(\frac{۱۱۰-۱۰۰}{\sqrt{۵}}<\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{۱۱۵-۱۰۰}{\sqrt{۵}})=P(\frac{۱۰}{\sqrt{۵}}<Z<\frac{۱۵}{\sqrt{۵}})$$

$$=P(۴/۴۷<Z<۶/۷۰)=۰$$

۳۳ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. بطور کلی در توزیع نرمال $N(\mu,\sigma^۲)$ نقاط عطف برابر $\mu\pm\sigma$ است:

نقاط عطف: $\mu\pm\sigma=۱۵۰\pm\sqrt{۵}\rightarrow ۱۵۰\pm\sqrt{۵}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

احتمالا طرح به جای استفاده از $\sigma^2 = ۵$ از $\sigma = ۵$ استفاده کرده است که : $\mu \pm \sigma = ۱۵۰ \pm ۵ = ۱۴۵, ۱۵۵$

۳۴ـ گزینه «۱» توجه کنید که تفاوت توزیع دو جمله‌ای و توزیع فوق هندسی در آن است که نمونه‌ای که از کل جامعه گرفته می‌شود در آزمایشها مستقل یا غیر مستقل باشند (با جایگذاری یا بدون جایگذاری) در اینجا با کمی دقت متوجه می‌شویم که فرم سؤال یک توزیع فوق هندسی می‌باشد که نمونه‌ای مرکب از ۴ حلقه بدون جایگذاری برای مشتری ارسال می‌شود. متغیر تصادفی و تابع احتمال آن بصورت زیر است:

X: تعداد لاستیکهای معیوب در نمونه $\quad x = ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ \quad P(X=x) = \dfrac{\binom{۵}{x}\binom{۳۵}{۴-x}}{\binom{۴۰}{۴}}$

۳۵ـ گزینه «۴» برای تابع احتمالی نمایی $f(x) = \beta e^{-\beta x}$ تابع توزیع به صورت $F(x) = ۱ - e^{-\beta x}$ می‌باشد بنابراین: $F(x) = ۱ - e^{-۵x}$

۳۶ـ گزینه «۱» در توزیع t مقدار میانگین برابر با صفر است.

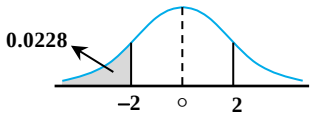
۳۷ـ گزینه «۳» یک توزیع هندسی (تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت) با ویژگیهای $p = ۰/۳$ و $x = ۵$ می‌باشد:

$$P(X=x) = pq^{x-۱} = ۰/۳ \times (۰/۷)^{۵-۱} = ۰/۰۷۲$$

۳۸ـ گزینه «۳» ضریب تغییرات برابر است با $CV = \dfrac{\sigma}{\mu}$ از طرفی در توزیع پواسون:

$$E(X) = Var(X) = \lambda \qquad \begin{cases} Var(X) = ۱۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۱۶} = ۴ \\ \mu = E(X) = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{۴}{۱۶} = ۰/۲۵$$

۳۹ـ گزینه «۳» ابتدا مقدار $P(X \geq ۵) = ۰/۹۷۷۲$ را استاندارد می‌کنیم. به شکل زیر توجه کنید:



$$P(X \geq ۵) = ۰/۹۷۷۲ \Rightarrow P(Z \geq \frac{۵ - ۲۵}{\sigma}) = ۰/۹۷۷۲ \Rightarrow P(Z \geq \frac{-۲۰}{\sigma}) = ۰/۹۷۷۲$$

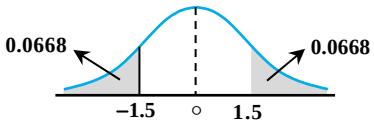
از طرفی $P(Z \geq -۲) = ۱ - P(Z \leq -۲) = ۰/۰۲۲۸$ لذا:

$$\begin{cases} P(Z \geq \dfrac{-۲۰}{\sigma}) = ۰/۹۷۷۲ \\ P(Z \geq -۲) = ۱ - ۰/۰۲۲۸ = ۰/۹۷۷۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{-۲۰}{\sigma} = -۲ \Rightarrow \sigma = ۱۰$$

۴۰ـ گزینه «۲» ابتدا مقدار $P(X \leq a) = ۰/۰۶۶۸$ را استاندارد می‌کنیم:

$$P(X \leq a) = ۰/۰۶۶۸ \Rightarrow P(Z \leq \frac{a - ۱۲۰}{۲۰}) = ۰/۰۶۶۸$$

از طرفی طبق گفته مسئله به شکل توجه کنید:



$$P(Z < ۱/۵) = ۰/۹۳۳۲ \Rightarrow ۱ - P(Z \geq ۱/۵) = ۰/۹۳۳۲$$
$$\Rightarrow P(Z \geq ۱/۵) = P(Z \leq -۱/۵) = ۰/۰۶۶۸$$
$$\frac{a - ۱۲۰}{۲۰} = -۱/۵ \Rightarrow a - ۱۲۰ = -۳۰ \Rightarrow a = ۹۰$$

۴۱ـ گزینه «۴» طبق گفته مسئله خواهیم داشت که از طرفی طبق راهنمایی $P(Z \mid P = ۰/۰۶۹۴) = -۱/۴۸$ و $P(Z \mid P = ۰/۸۹۰۷) = ۱/۲۳$:

$$\begin{cases} P(X \leq ۳۵) = ۶/۹۴ \\ P(X \leq ۶۳) = ۸۹/۰۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(Z \leq \dfrac{۳۵ - \mu}{\sigma}) = \%۶/۹۴ \\ (Z \leq \dfrac{۶۳ - \mu}{\sigma}) = \%۸۹/۰۷ \end{cases}$$

اکنون آنها را استاندارد کرده و با توجه به راهنمایی مسئله خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P(Z \leq \dfrac{۳۵ - \mu}{\sigma}) = \%۶/۹۴ \Rightarrow \dfrac{۳۵ - \mu}{\sigma} = -۱/۴۸ \\ (Z \leq \dfrac{۶۳ - \mu}{\sigma}) = \%۸۹/۰۷ \Rightarrow \dfrac{۶۳ - \mu}{\sigma} = ۱/۲۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۳۵ - \mu}{\sigma} - \frac{۶۳ - \mu}{\sigma} = -۱/۴۸ - ۱/۲۳ = -۲/۷۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\Rightarrow \frac{-۲۸}{\sigma} = -۲/۷۱ \Rightarrow \sigma = \frac{-۲۸}{-۲/۷۱} = ۱۰/۳۳ \Rightarrow \frac{۳۵-\mu}{۱۰/۳۳} = -۱/۴۸ \Rightarrow ۳۵-\mu = -۱۵/۲۹ \Rightarrow \mu = ۵۰/۳$$

۴۲ـ گزینه «۲» از روش معکوس استفاده می‌کنیم:

$$f_Y(y) = f_X(g^{-۱}(y))\left|\frac{d}{dy}g^{-۱}(y)\right| \Rightarrow y = ۲x - ۱۰ \Rightarrow ۲x = y + ۱۰ \Rightarrow x = \frac{y+۱۰}{۲} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{۱}{۲}$$

از طرفی: $f(x) = \frac{۱}{\sqrt{۲\pi\sigma^۲}} e^{-\frac{۱}{۲\sigma^۲}(x-\mu)^۲} = \frac{۱}{۵\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{۱}{۵۰}(x-۱۰۰)^۲}$

$$f_Y(y) = f_X(\frac{y+۱۰}{۲}) \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱۰\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{۱}{۵۰}(\frac{y+۱۰}{۲}-۱۰۰)^۲} = \frac{۱}{۱۰\sqrt{۲\pi}} e^{-\frac{(y-۱۹۰)^۲}{۲۰۰}}$$

۴۳ـ گزینه «۴» در توزیع‌های متقارن ۹۵٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu-۲\sigma, \mu+۲\sigma)$ قرار دارند. ۶۸٪ در فاصله $(\mu-\sigma, \mu, \sigma)$ قرار دارند و ۹۹/۷٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu-۳\sigma, \mu+۳\sigma)$ قرار دارند.

۴۴ـ گزینه «۱» از رابطه استاندارد استفاده می‌کنیم و میانگین و انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

$$x_۱ = ۳۸ \ , \ x_۲ = ۲۶ \ , \ z_۱ = ۳ \ , \ z_۲ = -۱ \qquad \begin{cases} Z_۱ = \frac{x_۱-\mu}{\sigma} \\ Z_۲ = \frac{x_۲-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳ = \frac{۳۸-\mu}{\sigma} \\ -۱ = \frac{۲۶-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu = ۲۹ \\ \sigma = ۳ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mu = ۲۹ \\ \sigma^۲ = ۹ \end{cases}$$

۴۵ـ گزینه «۳» توزیع فوق هندسی است چرا که نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد: $N = ۷ \ ; \ M = ۳ \ ; \ n = ۲$

$$P(X=x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \Rightarrow P(X=۲) = \frac{\binom{۳}{۲}\binom{۷-۳}{۳-۲}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{\binom{۳}{۲}\binom{۴}{۱}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۳\times۴}{۳۵} = \frac{۱۲}{۳۵}$$

۴۶ـ گزینه «۴» با توجه به توزیع پواسون و مقادیر x و λ خواهیم داشت: $\lambda = ۵ \ , \ x = ۰$

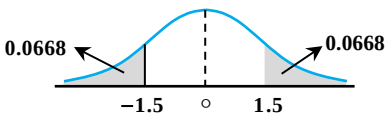
$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=۰) = \frac{e^{-۵}\times۵^۰}{۰!} = \frac{e^{-۵}}{۱} = (۲/۷۱۸)^{-۵}$$

۴۷ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه متغیر X دارای توزیع نرمال است ابتدا آن را استاندارد کرده سپس از رابطه داده شده استفاده می‌کنیم. با توجه بـه تقـارن توزیع نرمال خواهیم داشت:

$$P(X \le ۶۲) = ۰/۹۳۳۲ \Rightarrow P(Z \le \frac{۶۲-۵۰}{\sigma}) = ۰/۹۳۳۲ \Rightarrow P(Z \le \frac{۱۲}{\sigma}) = ۰/۹۳۳۲$$

از طرفی: $P(Z > ۱/۵) = ۰/۰۶۶۸ \Rightarrow ۱ - P(Z \le ۱/۵) = ۰/۰۶۶۸ \Rightarrow P(Z \le ۱/۵) = ۰/۹۳۳۲$

بنابراین: $\frac{۱۲}{\sigma} = ۱/۵ \Rightarrow \sigma = ۸$



۴۸ـ گزینه «۱» از تابع احتمال دو جمله‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم. توجه کنید برای آنکه سیستم کار نکند باید تعداد سیستم‌هایی که کار نمی‌کنـد از نصف بیشتر باشد (طبق صورت مسأله) $p = ۰/۱ \ ، \ q = ۰/۹ \ ; \ n = ۴$

X : تعداد اجزایی که کار نکند

$$P(X>۲) = P(X=۳) + P(X=۴) = \binom{۴}{۳}(۰/۱)^۳(۰/۹) + \binom{۴}{۴}(۰/۱)^۴(۰/۹)^۰ = ۰/۰۰۳۷$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ گزینه «۱» در توزیع پواسون ابتدا مقدار λ را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید، مغازه‌دار مجبور باشد برای ورود اولین مشتری بیش از ۵ دقیقه منتظر بماند، مانند آن است که در ۵ دقیقه اول هیچ مشتری وارد نشود. متوسط مشتری‌ها را در ۵ دقیقه محاسبه می‌کنیم:

X : تعداد مشتری‌ها در ۵ دقیقه

نفر	دقیقه
۲۰	۶۰
$\lambda=\frac{5}{3}$	۵

$$\Rightarrow P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^{x}}{x!} \Rightarrow P(X=0)=\frac{e^{-\frac{5}{3}}\times\lambda^{0}}{0!}=e^{-\frac{5}{3}}$$

۵۰ـ گزینه «۳» در توزیع چند جمله‌ای هر یک از متغیرها به تنهایی خود دارای توزیع دوجمله‌ای می‌باشند، لذا در اینجا بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P\ (\text{مشروط})=\%50=0/5 \qquad E(X)=n.p \Rightarrow E(X)=6\times 0/5=3$$

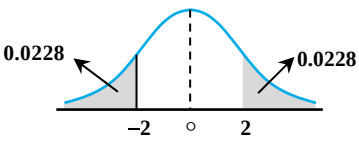
$$Var(X)=n.p.q \Rightarrow Var(X)=6\times 0/5\times 0/5=1/5$$

۵۱ـ گزینه «۱» با یک توزیع دوجمله‌ای منفی (پاسکال) روبرو هستیم. مقدار احتمال خواسته شده را با توجه به تابع احتمال آن محاسبه می‌کنیم:

$$f_X(x)=\binom{x-1}{r-1}p^{r}q^{x-r},\ p=0/8\ ,\ x=5\ ,\ r=3 \qquad f_X(5)=\binom{4}{2}(\frac{8}{10})^{3}(\frac{2}{10})^{2}=6\times\frac{512}{1000}\times\frac{4}{100}=0/123$$

X: تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به r امین موفقیت

۵۲ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X یک متغیر تصادفی نرمال است ابتدا آن را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده و تقارن توزیع نرمال استاندارد خواهیم داشت:



$$P(X\geq x)=P(Z\geq\frac{x-100}{10})=0/0228$$

$$\int_{-4}^{-2}f(z)dz=\int_{2}^{4}f(z)dz=0/0228\Rightarrow P(Z\geq 2)=0/0228$$

$$\Rightarrow 2=\frac{x-100}{10}\Rightarrow x=120$$

۵۳ـ گزینه «۲» پراکندگی داده‌ها همان عرض نمودار است که نشان دهنده واریانس می‌باشد.

۵۴ـ گزینه «۲» منظور از توزیع احتمالی نرمال، توزیع نرمال استاندارد است که دارای میانگین صفر و واریانس یک است.

$$X\sim N(\mu,\sigma^{2})\xrightarrow[\text{نرمال استاندارد}]{Z=\frac{x-\mu}{\sigma}}Z\sim N(0,1)$$

۵۵ـ گزینه «۲» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:

$$X\sim N(12,\frac{9}{4}) \Rightarrow z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{15-12}{\frac{3}{2}}=\frac{3}{\frac{3}{2}}=2$$

۵۶ـ گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است:

$$P(X=x)=pq^{x-1} \Rightarrow P(X=2)=\frac{1}{6}\times(\frac{5}{6})^{2-1}=\frac{5}{36} \qquad p=\frac{1}{6}\Rightarrow q=1-p=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

۵۷ـ گزینه «۱» می‌توانیم از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده کنیم و امید ریاضی متغیر را بطور مستقیم حساب کنیم:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\cdot f(x)dx=\int_{0}^{\infty}x\cdot e^{-x}dx=\cdots$$

اما با کمی دقت متوجه می‌شویم تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی نمایی با پارامتر (۱) می‌باشد و نیازی به محاسبه انتگرال جزء به جزء بالا نیست. در توزیع نمایی:

$$E(X)=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{1}=1$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۸ـ گزینه «۴» حاصل جمع n متغیر کای ـ دو مجدداً توزیع کای ـ دو می‌باشد که درجات آزادی آن با یکدیگر جمع می‌شوند: $\sum_{i=1}^{n}\chi^2_{(k)}=\chi^2_{(nk)}$

۵۹ـ گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دوجمله‌ای با ویژگی‌های $n=4$ و $x=3$ و $p=\frac{1}{4}$ روبرو هستیم چرا کـه یـک آزمـایش دو نقطه‌ای ۴ بار مستقلا تکرار شده است:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^xq^{n-x}\Rightarrow P(X=3)=\binom{4}{3}(\frac{1}{4})^3(\frac{3}{4})^1=\frac{3}{64}$$

۶۰ـ گزینه «۲» در توزیع هندسی $E(X)=\frac{1}{P}$ می‌باشد و نیازی به دانستن تابع مولد گشتاور نیست هر چند که می‌توان از تابع مولد گشتاور مشتق گرفت تا امید ریاضی بدست آید.

۶۱ـ گزینه «۳» در توزیع دو جمله‌ای $Var(X)=n\times p\times q$ می‌باشد بنابراین $Var(X)=10\times 0/4\times 0/6=2/4$

۶۲ـ گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم که در این توزیع هندسی $p=0/1$ می‌باشد احتمال مـورد نظـر را بـا استفاده از تابع احتمال محاسبه می‌کنیم:

$$P(X=x)=pq^{x-1}\Rightarrow P(X=3)=0/1\times(1-0/1)^{3-1}=0/081$$

۶۳ـ گزینه «۲» از رابطه میانگین و واریانس توزیع دوجمله‌ای استفاده کرده و مقادیر q و p را محاسبه می‌کنیم، سپس در تابع احتمال دوجملـه‌ای مقـدار احتمال $X=0$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}E(X)=np=20\\ Var(X)=n\times p\times q\Rightarrow\sqrt{n\times p\times q}=2\Rightarrow\sqrt{20q}=2\Rightarrow 20q=4\Rightarrow q=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}\Rightarrow p=\frac{4}{5}\end{cases}$$

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^xq^{n-x}\Rightarrow P(X=0)=\binom{n}{0}(\frac{4}{5})^0(\frac{1}{5})^n=(0/2)^n$$

۶۴ـ گزینه «۱» **روش اول:** از روش تابع توزیع استفاده می‌کنیم: $Y=\frac{1}{2}X+25$

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(\frac{1}{2}X+25\le y)=P(\frac{1}{2}X\le y-25)=P(X\le 2y-50)=F_X(2y-50)\Rightarrow F_Y(y)=F_X(2y-50)$$

اکنون از دو طرف نسبت به y مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(y)=2f_x(2y-50)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\times e^{\frac{-1}{128}(2y-200)^2}=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{32}(y-100)^2}$$

روش دوم: امید ریاضی و واریانس Y را بدست می‌آوریم و در تابع چگالی احتمال نرمال قرار می‌دهیم:

$$E(Y)=\frac{1}{2}E(X)+25=\frac{1}{2}\times 150+25=100$$

$$Var(\frac{1}{2}X+25)=\frac{1}{4}Var(X)=\frac{1}{4}(64)=16\Rightarrow\sigma_y=4$$

$$\Rightarrow f_Y(y)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(y-100)^2}{32}}$$

۶۵ـ گزینه «۴» از تابع احتمال توزیع دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم. توجه کنید کـه احتمـال غیـر اسـتاندارد بـودن ۱۰٪ است سـپس احتمـال اسـتاندارد بودن ۹۰٪ می‌باشد. به کلمه حداقل توجه کنید بنابراین از روش مکمل استفاده می‌کنیم: $X\sim bin(2,\%90)$

$$P(X\ge 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=1-\binom{2}{0}\times(\frac{10}{100})^0\times(\frac{10}{100})^2=1-0/01=0/99$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۶ـ گزینه «۲» توجه کنید تابع چگالی داده شده ، تابع چگالی متغیر تصادفی یکنواخت پیوسته می‌باشد که واریانس آن بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$Var(X)=\frac{(b-a)^۲}{۱۲}=\frac{(\frac{۱}{۲}+۱)^۲}{۱۲}=\frac{۳}{۱۶}$$

۶۷ـ گزینه «۳» آزمایشی دو حالتی (پسر یا دختر بودن) به تعداد $n=۳$ بار تکرار شده است با یک توزیع دو جمله‌ای با ویژگی‌های $p=\frac{۱}{۲}$ و $n=۳$

روبرو هستیم توجه کنید احتمال **حداقل** یک پسر خواسته شده است. از روش مکمل استفاده می‌کنیم: $x=۰,۱,۲,...,n$ $P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$

$$P(X\geq ۱)=۱-P(X<۱)=۱-P(X=۰)=۱-\binom{۳}{۰}(\frac{۱}{۲})^۰(۱-\frac{۱}{۲})^۳=۱-\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$$

۶۸ـ گزینه «۱» در توزیع پواسون میانگین و واریانس و پارامتر توزیع با یکدیگر برابرند.

۶۹ـ گزینه «۱» در خود توزیع پواسون بهترین انتخاب $\lambda>۰$ است.

۷۰ـ گزینه «۴» در توزیع‌های متقارن ۶۸٪ داده‌های دربازه $(\bar{X}-S,\bar{X}+S)$ قرار دارند.

۹۵٪ داده‌ها در بازه $(\bar{X}-۲S,\bar{X}+۲S)$ قرار دارند. ۹۹٪ داده‌ها در بازه $(\bar{X}-۳S,\bar{X}+۳S)$ قرار دارند.

$$P(\bar{X}-S<X<\bar{X}+S)=P(\frac{\bar{X}-S-\bar{X}}{S}<\frac{X-\bar{X}}{S}<\frac{\bar{X}+S-\bar{X}}{S})$$

$$\Rightarrow P(-۱<Z<۱)=P(Z\leq ۱)-P(Z\leq -۱)=۰/۸۴۲۳-۰/۱۵۷۷=۰/۶۸۴۶\times ۱۰۰=۶۸/۴۶\%$$

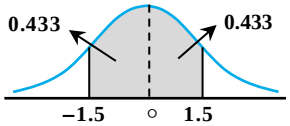
۷۱ـ گزینه «۳» $X\sim N(۰,۱)$ $P(\bar{X}-\frac{۱}{۲}S<X<\bar{X}+\frac{۱}{۲}S)=P(-\frac{۱}{۲}<\frac{X-\bar{X}}{S}<\frac{۱}{۲})=P(-\frac{۱}{۲}<Z<\frac{۱}{۲})$

$$=P(Z<\frac{۱}{۲})-P(Z<-\frac{۱}{۲})=۰/۶۹۱۵-۰/۳۰۸۵=۰/۳۸۳۰\times ۱۰۰=۳۸/۳\%$$

۷۲ـ گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای است بنابراین مقادیر را در تابع احتمال قرار می‌دهیم: $f(x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$

X: تعداد تولیدات معیوب در نمونه ۴ تایی $p=\frac{۱}{۱۰}$, $q=\frac{۹}{۱۰}$, $n=۴\Rightarrow P(X=۱)=f(۱)=\binom{۴}{۱}(\frac{۱}{۱۰})(\frac{۹}{۱۰})^۳=\frac{۴\times ۹^۳}{۱۰^۴}=۰/۲۹۱۶$

۷۳ـ گزینه «۲» احتمال نمرات کمتر از ۱۲ را محاسبه می‌کنیم و در تعداد دانشجویان ضرب می‌کنیم:



$$X\sim N(\mu=۱۴/۴,\sigma^۲=(۱/۶)^۲)$$

$$P(X<۱۲)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{۱۲-۱۴/۴}{۱/۶})$$

$$=P(Z<-۱/۵)=۰/۵-۰/۴۳۳=۰/۰۶۷=۰/۰۶۷\times ۳۰۰=۲۰/۱\simeq ۲۰$$

۷۴ـ گزینه «۲» ابتدا متغیر تصادفی X را استاندار می‌کنیم:

$$P(X\geq ۵)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}\geq\frac{۵-۲۵}{\sigma})=۰/۹۷۷۲\Rightarrow P(Z\geq\frac{-۲۰}{\sigma})=۰/۹۷۷۲$$

از احتمال ممکن در تابع نرمال استاندارد استفاده می‌کنیم و جهت نامساوی را تغییر می‌دهیم:

$$P(Z\geq\frac{-۲۰}{\sigma})=۱-P(Z\leq\frac{-۲۰}{\sigma})=۰/۹۷۷۲\Rightarrow P(Z\leq\frac{-۲۰}{\sigma})=۱-۰/۹۷۷۲=۰/۰۲۲۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

از آنجا که در صورت مسأله $P(Z\le -۲)=۰/۰۲۲۸$ داده شده مقدار بدست آمده بالا یعنی $P(Z\le -\frac{۲۰}{\sigma})$ را با این مقدار مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(Z\le \frac{-۲۰}{\sigma})=۰/۰۲۲۸ \\ P(Z\le -۲)=۰/۰۲۲۸ \end{cases} \Rightarrow \frac{-۲۰}{\sigma}=-۲\Rightarrow \sigma=۱۰$$

۷۵ـ گزینه «۴» از استاندارد کردن دو متغیر نرمال استفاده کرده و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} z_۱=\frac{x_۱-\mu}{\sigma} \\ z_۲=\frac{x_۲-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱=\frac{۱۳-\mu}{\sigma} \\ ۳=\frac{۱۹-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\sigma=۱۳-\mu \\ ۳\sigma=۱۹-\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} ۴\sigma=۶ \Rightarrow \sigma=\frac{۶}{۴}=۱/۵ \\ -\sigma=۱۳-\mu \Rightarrow \frac{-۶}{۴}=۱۳-\mu \Rightarrow \mu=۱۴/۵ \end{array}$$

۷۶ـ گزینه «۲» در توزیع دو جمله‌ای محتمل‌ترین تعداد وقوع حادثه (MO) از رابطه $np-q\le MO\le np+p$ بدست می‌آید در اینجا تنها عدد صحیح بین دو مقدار روبرو عدد ۲ می‌باشد. $۱۰\times ۰/۲۵-۰/۷۵<MO<۱۰\times ۰/۲۵+۰/۲۵\Rightarrow ۱/۷۵<MO<۲/۷۵$

بنابراین $MO=۲$ است توجه کنید که $p=۰/۲۵$ و $q=۰/۷۵$ و $n=۱۰$ می‌باشد.

۷۷ـ گزینه «۴» حاصلجمع متغیرهای تصادفی نرمال باز هم نرمال است:

$$Y=X_۱+X_۲+X_۳+X_۴\Rightarrow E(Y)=E(X_۱)+E(X_۲)+E(X_۳)+E(X_۴)\Rightarrow E(Y)=۱۰+۴+۲۰+۶=۴۰$$

$$Var(Y)=Var(X_۱)+Var(X_۲)+Var(X_۳)+Var(X_۴)=۴+۴+۴+۴=۱۶$$

۷۸ـ گزینه «۲» از رابطه استاندارد شده متغیرهای نرمال استفاده می‌کنیم: $z_۱=-۱/۵\ ;\ x_۱=۱۳۰\ ;\ z_۲=۳/۵\ ;\ x_۲=۱۵۶$

دو معادله و دو مجهول داریم بنابراین:

$$\begin{cases} z_۱=\frac{x_۱-\mu}{\sigma} \\ z_۲=\frac{x_۲-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} -۱/۵=\frac{۱۳۰-\mu}{\sigma} \\ ۳/۵=\frac{۱۵۶-\mu}{\sigma} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵\sigma=۱۳۰-\mu \\ ۳/۵\sigma=۱۵۶-\mu \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳/۵\sigma+۱/۵\sigma=۱۵۶-۱۳۰\Rightarrow ۵\sigma=۲۶\Rightarrow \sigma=۵/۲\Rightarrow -۱/۵\times ۵/۲=۱۳۰-\mu\ \Rightarrow \mu=۱۳۰+۷/۸=۱۳۷/۸$$

۷۹ـ گزینه «۲» از رابطه توزیع هندسی استفاده می‌کنیم چرا که تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است:

$$P(X=x)=pq^{x-۱}\Rightarrow P(X=۳)=\%۱۰\times(\%۹۰)^{۳-۱}=۰/۰۸۱$$

۸۰ـ گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم.

X : تعداد پرتاب‌ها تا انهدام هواپیما $P(X=x)=Pq^{x-۱}\ \Rightarrow P(X=۲)=۰/۵\times(۰/۵)^{۲-۱}=\%۲۵$

۸۱ـ گزینه «۱» توزیع نرمال یک توزیع متقارن است میانگین، میانه و مد آن در یک نقطه بر یکدیگر منطبقند.

۸۲ـ گزینه «۳» حاصل جمع n متغیر تصادفی مستقل پواسون بازهم دارای توزیع پواسون می‌باشد.

۸۳ـ گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی احتمال نمایی با پارامتر ۲ می‌باشد بنابراین:

توجه: $f(X)=\beta e^{-\beta x}\ \ x>۰\ \Rightarrow\ Var(X)=\frac{۱}{\beta^۲}\ \Rightarrow\ \ Var(x)=\frac{۱}{\beta^۲}=\frac{۱}{۲^۲}=\frac{۱}{۴}$

۸۴ـ گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی احتمال یکنواخت بین (a,b) می‌باشد، بنابراین:

$$E(x)=\frac{a+b}{۲}\ \ ,\ \ Var(x)=\frac{(b-a)^۲}{۱۲}$$

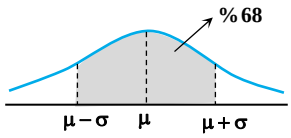
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۵ـ گزینه «۴» با توجه به توزیع دوجمله‌ای که نمونه‌ای ۴ تایی اختیار شده است مقدار احتمال حداقل را از روش مکمل محاسبه می‌کنیم:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \quad ; \quad P(X\geq 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=1-\binom{4}{0}(0/1)^0(0/9)^4=0/344$$

۸۶ـ گزینه «۲» همواره در توزیع نرمال ۶۸ درصد از داده‌ها در فاصله $(\mu-\sigma$ و $\mu+\sigma)$ قرار دارد که در اینجا مقدار کمتر از $\mu-\sigma$ خواسته شده است، می‌توان با کمک شکل و تقارن توزیع نرمال بیان کرد که این مقدار ۱۶ درصد می‌باشد، یا می‌توانیم این مقدار را بصورت استاندارد شده بصورت زیر محاسبه کنیم:



$$\text{یا} \quad P(X<\mu-\sigma)=P(Z<\frac{\mu-\sigma-\mu}{\sigma})=P(Z<-1)=\%16$$

$$\text{تعداد نفر} = 16\%\times 50 = 8$$

۸۷ـ گزینه «۱» ابتدا در توزیع پواسون مقدار λ را محاسبه می‌کنیم، سپس از روش مکمل مقدار احتمال حداقل یک اشتباه را محاسبه می‌کنیم، توجه کنید در توزیع پواسون همواره برای محاسبه‌ی احتمال حداقل باید از روش مکمل استفاده شود.

صفحه	اشتباه
۱	۳
۲	$\lambda=6$

$$\Rightarrow P(X\geq 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=1-\frac{e^{-6}\times 6^0}{0!}=1-e^{-6}$$

۸۸ـ گزینه «۳» ابتدا احتمال اینکه یک نفر بیشتر از ۶۰ دقیقه صرف آزمون کرده باشد را بدست می‌آوریم. توجه کنید که X مدت زمان پاسخگویی دانشجو می‌باشد و دارای توزیع نرمال است بنابراین احتمال اینکه یک دانشجو آزمون را در بیش از ۶۰ دقیقه پاسخ دهد برابر با $\frac{1}{2}$ است.

$$P(X>60)=P(Z>\frac{60-60}{10})=P(Z>0)=\frac{1}{2}$$

اکنون اگر T را تعداد دانشجویانی که زمان پاسخگویی آنها بیشتر از ۶۰ دقیقه شده تعریف کنیم، T دارای توزیع دو جمله‌ای $T\sim B(100,\frac{1}{2})$ خواهد بود و برای محاسبه $P(T\geq 55)$ از تقریب توزیع نرمال استفاده می‌کنیم چرا که $n=100$ و $p=\frac{1}{2}$ است و $np=100\times\frac{1}{2}=50>5$ می‌باشد:

$$P(T\geq 55)=P(\frac{T-np}{\sqrt{n\times p\times q}}\geq\frac{55-100\times\frac{1}{2}}{\sqrt{100\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}})=P(Z>1)=\%16$$

۸۹ـ گزینه «۲» زمانی که به نمرات اقتصاد خرد ۱۰درصد اضافه شود، میانگین و انحراف معیار نمرات جدید هم ۱۰ درصد بیشتر از میانگین و انحراف معیار نمرات اولیه خواهد بود. بنابراین در متغیر استاندارد هیچ تغییری ایجاد نمی‌شود، این مطلب برای درس آمار نیز صحیح می‌باشد.

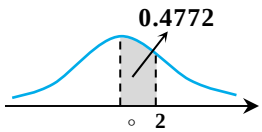
$$\begin{matrix} x_1'\to 1/1x_1 \\ x_2'\to 1/2x_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases}\mu_1'=1/1\mu_1 \\ \mu_2'=1/2\mu_2'\end{cases} , \begin{cases}\sigma_1'=1/1\sigma_1 \\ \sigma_2'=1/2\sigma_2\end{cases}$$

۹۰ـ گزینه «۱» در این سوال باید از توزیع دو جمله‌ای منفی (پاسکال) استفاده کنیم:

$$X=5, r=3, p=\frac{2}{3}\Rightarrow q=1-p=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$P(X=x)=\binom{x-1}{r-1}p^r q^{x-r} \Rightarrow P(X=5)=\binom{5-1}{3-1}\times(\frac{2}{3})^3\times(\frac{1}{3})^2=6\times\frac{8}{243}=\frac{16}{81}$$

۹۱ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه متغیر تصادفی نرمال می‌باشد آن را استاندارد کرده و با استفاده از مساحت داده شده مقدار احتمال را محاسبه می‌کنیم:



$$X\sim N(14, 2/25)$$

$$P(X>17)=P(Z>\frac{17-14}{1/5})=P(Z>2)=0/5-0/4772=0/0228$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۲ـ گزینه «۴» با توجه به شرایط این سئوال باید از توزیع فوق هندسی استفاده کنیم زیرا نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد. در تابع احتمال این توزیع خواهیم داشت: $N=۹\ ;\ n=۴\ ;\ M=۶$

$$P(X=x)=\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \Rightarrow P(X\geq ۳)=P(X=۳)+P(X=۴)=\frac{\binom{۶}{۳}\binom{۳}{۱}}{\binom{۹}{۴}}+\frac{\binom{۶}{۴}\binom{۳}{۰}}{\binom{۹}{۴}}=\frac{۶۰}{۱۲۶}+\frac{۱۵}{۱۲۶}=\frac{۷۵}{۱۲۶}=\frac{۲۵}{۴۲}$$

۹۳ـ گزینه «۲» در تابع پواسون احتمال‌های $X=۱$ و $X=۲$ را برابر قرار می‌دهیم:

$$P(X=۱)=P(X=۲) \rightarrow \frac{e^{-\lambda}\lambda^{۱}}{۱!}=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{۲}}{۲!} \rightarrow \lambda=۲$$

$$P(X<۱)=P(X=۰)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}=\frac{e^{-۲}۲^{۰}}{۰!}=e^{-۲}$$

۹۴ـ گزینه «۴» احتمال موفقیت (خرابی کالا) برابر با $p=۰/۰۱$ است بنابراین توزیع تعداد موفقیت در نمونه $(n=۱۰۰)$ دو جمله‌ای است با:

$n=۱۰۰\ ,p=۰/۰۱$

هرگاه در توزیع دو جمله‌ای $np=۱۰۰\times۰/۰۱=۱\leq۱۰$ و $n=۱۰۰\geq۱۰۰$ باشد تقریب آن به پواسون با $\lambda=np=۱$ مناسب است.

$\lambda=۱$, تعداد کالاهای خراب در نمونه : x

$$P(X\leq۱)=P(X=۰)+P(X=۱)=\sum_{x=۰}^{۱}\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}=\frac{e^{-۱}۱^{۰}}{۰!}+\frac{e^{۰}۱^{۱}}{۱!}=۲e^{-۱}$$

۹۵ـ گزینه «۴» هرگاه توزیع تعداد اتفاقات در واحد زمان پواسون با پارامتر λ باشد، توزیع زمان بین دو اتفاق متوالی نمایی با همان پارامتر λ خواهد بود.

X : زمان بین دو اتفاق متوالی ~ نمایی $(\lambda=۴)$ متوسط مشتری در یک دقیقه $\lambda=۴$

$$P(X>۲)=\int_{۲}^{\infty}f(x)dx=\int_{۲}^{\infty}۴e^{-۴x}=[-e^{-۴x}]_{۲}^{\infty}=e^{-۸}$$

۹۶ـ گزینه «۲» **نکته:** اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد باشد آنگاه:

$$\begin{cases}E(Z)=۰\\ E(Z^{۲m})=\frac{(۲m)!}{۲^{m}m!}\end{cases}$$

بنابراین در این سؤال خواهیم داشت:

$$X\sim N(\mu=۰,\sigma^{۲}=۲) \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{X-۰}{\sqrt{۲}}=\frac{X}{\sqrt{۲}} \Rightarrow Z^{۴}=\frac{X^{۴}}{۴}$$

$$E(Z^{۴})=E(\frac{X^{۴}}{۴})\overset{m=۲}{=\!=\!=}\frac{۴!}{۲^{۲}۲!}=۳ \Rightarrow E(X^{۴})=۳\times۴=۱۲$$

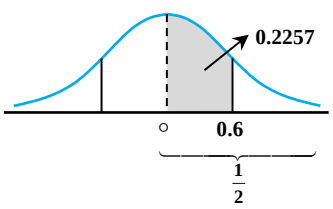
۹۷ـ گزینه «۳» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار کنیم توزیع X یعنی تعداد موفقیت‌ها دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای میانگین و واریانس به صورت روبرو هستند: $E(X)=n.p$

$$var(X)=n.p.q=۲۷\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۴}=۵/۰۶۲۵ \Rightarrow \sigma=\sqrt{var(X)}=\sqrt{۵/۰۶۲۵}=۲/۲۵$$

۹۸ـ گزینه «۱» نکته: توزیع طبیعی همان توزیع نرمال است.

$$x\leq\mu-۲\sigma \Rightarrow x\leq۳۰۰۰۰۰-۲\times۱۲۵۰۰۰=۵۰۰۰۰$$

۹۹ـ گزینه «۲» احتمال نمره بیشتر از ۱۶ را استاندارد می‌کنیم به مقدار داده شده در صورت سؤال و شکل توجه کنید:



$$P(X>۱۶)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{۱۶-۱۴/۵}{۲/۵})=P(Z>\frac{۱/۵}{۲/۵})=P(Z>۰/۶)=\frac{۱}{۲}-۰/۲۲۵۷=۰/۲۷۴۳$$

۱۰۰ـ گزینه «۳» ضریب کشیدگی منفی است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

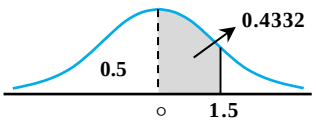
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۱ـ گزینه «۱» اگر آزمایش برنولی را بیش از یک بار انجام دهیم توزیع X یعنی تعداد موفقیت‌ها، دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای داریم:

$q = ۱ - p$

$$E(X) = n.p \quad ; \quad Var(X) = n.p.q = (۷۲) \times (\frac{۲}{۳}) \times (\frac{۱}{۳}) = ۱۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^۲} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

۱۰۲ـ گزینه «۴» خطای تعمیرکار آن است که مدت زمان تعمیر حداکثر یک ساعت نباشد یعنی بزرگتر از ۶۰ دقیقه باشد که این احتمال را با توجه به توزیع نرمال، استاندارد می‌کنیم:



$$P(X \geq ۶۰) = P(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{۶۰ - ۵۴}{۴}) = P(Z \geq \frac{۶}{۴}) = P(Z \geq ۱/۵) = ۰/۵ - ۰/۴۳۳۲ = ۰/۰۶۶۸$$

۱۰۳ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه جامعه محدود است $(N = ۱۰۰)$ و پیش‌فرض نمونه‌گیری بدون جایگذاری است، احتمال موفقیت (مفید بودن) ثابت نبوده و توزیع تعداد موفقیت در نمونه فوق هندسی است با: $N = ۱۰۰, n = ۵, M = ۶۰$

تقریب فوق هندسی به دو جمله‌ای: هرگاه در توزیع فوق هندسی $\frac{n}{N} < ۰/۰۵$ باشد تقریب آن به دوجمله‌ای مناسب خواهد بود. در این سؤال نیز $\frac{n}{N} = \frac{۵}{۱۰۰}$ اما بهتر است از تقریب دوجمله‌ای استفاده کنیم با:

$$p = \frac{M}{N} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۰/۶ \ , \ n = ۵$$

$$P(X = ۳) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \binom{۵}{۳} (۰/۶)^۳ (۰/۴)^۲ = ۰/۳۴۵۶$$

۱۰۴ـ گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دو جمله‌ای با ویژگی‌های $p = \%۳ \ , \ n = ۴ \ , \ x = ۱$ روبرو هستیم.

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow p(X = ۱) = \binom{۴}{۱} (\frac{۳}{۱۰۰})^۱ (\frac{۹۷}{۱۰۰})^۳ \simeq ۱۱\%$$

۱۰۵ـ گزینه «۴» طبق قضیه حد مرکزی هر سه توزیع به توزیع نرمال میل می‌کنند.

۱۰۶ـ گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دو جمله‌ای روبرو هستیم چرا که آزمایشی را n بار تکرار کرده است که احتمال‌های هر نقطه نیز مطابق با تابع احتمال دو جمله‌ای است:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \ , \ x = ۰, ۱, ۲, \cdots, n$$

۱۰۷ـ گزینه «۳» با کمک جدول خواهیم داشت: $t_{۰/۹۰, ۱۱} = ۱/۳۶۳۴$. توجه کنید در امتحان دانشگاه آزاد جدول‌ها به سؤالات، پیوست می‌باشند.

۱۰۸ـ گزینه «۴» با کمک جدول خواهیم داشت: $\chi^۲_{۰/۹۵, ۵} = ۱۱/۰۷۱$. توجه کنید در امتحان دانشگاه آزاد جدول‌ها به سؤالات، پیوست می‌باشند.

۱۰۹ـ گزینه «۲» امید ریاضی متغیر تصادفی t همواره برابر صفر است. $E(T) = ۰$

۱۱۰ـ گزینه «۴» از روابط استاندارد شده دو متغیر نرمال استفاده می‌کنیم: $z_۱ = -۱/۵, z_۲ = ۳/۵, x_۱ = ۱۳۰, x_۲ = ۱۵۶$

$$\begin{cases} z_۱ = \frac{x_۱ - \mu}{\sigma} \\ z_۲ = \frac{x_۲ - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵ = \frac{۱۳۰ - \mu}{\sigma} \Rightarrow -۱/۵\sigma = ۱۳۰ - \mu \\ ۳/۵ = \frac{۱۵۶ - \mu}{\sigma} \Rightarrow ۳/۵\sigma = ۱۵۶ - \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵\sigma = ۱۳۰ - \mu \\ ۳/۵\sigma = ۱۵۶ - \mu \end{cases} \Rightarrow \frac{\begin{cases} -۱/۵\sigma = ۱۳۰ - \mu \\ -۳/۵\sigma = -۱۵۶ + \mu \end{cases}}{-۵\sigma = -۲۶ \Rightarrow \sigma = +۵/۲ \Rightarrow \mu = ۱۳۷/۸}$$

۱۱۱ـ گزینه «۳» در توزیع پواسون $E(X) = Var(X) = \lambda = ۲۵$ بنابراین $\sqrt{۲۵} = ۵$ = انحراف معیار

۱۱۲ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه میانگین و واریانس در یک توزیع دو جمله‌ای ابتدا n و p را بدست می‌آوریم، سپس از روش مکمل مقدار احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم، میانگین برابر با ۶ می‌باشد بنابراین : $E(X) = np = ۶$

انحراف معیار برابر با ۲ می‌باشد، بنابراین:

$$\sqrt{n \times p \times q} = ۲ \xrightarrow{np=۶} \sqrt{۶q} = ۲ \Rightarrow ۶q = ۴ \Rightarrow q = \frac{۲}{۳} \Rightarrow p = \frac{۱}{۳} \ , \ n = ۱۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$P(X=x)=\binom{n}{x}P^{x}q^{n-x} \Rightarrow P(X>0)=1-P(X=0)=1-\binom{18}{0}(\frac{1}{3})^{0}(\frac{2}{3})^{18}=1-(\frac{2}{3})^{18}$$

۱۱۳ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال است ابتدا آن را استاندارد کرده و با توجه به رابطه داده شده مقدار میانگین را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases}P(X>124)=0/05 \Rightarrow P(Z>\frac{124-\mu}{10})=0/05\\ P(Z>1/65)=0/05\end{cases} \Rightarrow \frac{124-\mu}{10}=1/65 \Rightarrow 124-\mu=16/5 \Rightarrow \mu=107/5$$

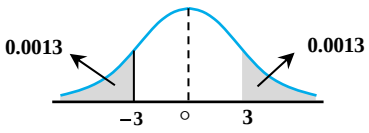
۱۱۴ـ گزینه «۴» توجه کنید که احتمال شکست داده شده است $q=0/6$ بنابراین احتمال موفقیت برابر با $p=0/4$ می‌باشد. طبق رابطه امید ریاضی توزیع دو جمله‌ای منفی خواهیم داشت:

$$E(X)=\frac{r}{p}=\frac{12}{\frac{4}{10}}=30$$

۱۱۵ـ گزینه «۱» توزیع چند جمله‌ای است که تابع احتمال آن به‌صورت $P(X_1=x_1,X_2=x_2,...,X_k=x_k)=\frac{n!}{x_1!x_2!...x_k!}.p_1^{x_1}p_2^{x_2}...p_k^{x_k}$ می‌باشد در اینجا $p_1=\%50$ و $p_2=\%40$ و $p_3=\%10$ می‌باشد و $x_1=3,x_2=2,x_3=1$ است:

$$P(X_1=3,X_2=2,X_3=1)=\frac{6!}{3!2!1!}\times(0/50)^{3}\times(0/40)^{2}\times(0/10)^{1}=0/12$$

۱۱۶ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه متغیر تصادفی یک متغیر تصادفی نرمال است آن را استاندارد کرده و از مساحت داده شده استفاده می‌کنیم. صورت سؤال مقداری که در شکل هاشور خورده است را به ما داده است:



$$P(26<X<38)=P(\frac{26-32}{2}<Z<\frac{38-32}{2})=P(-3<Z<3)=P(Z<3)-(Z<-3)$$
$$=1-2P(Z<-3)=1-2\times0/0013=99/7$$

۱۱۷ـ گزینه «۱» رابطه بین توزیع نرمال استاندارد و توزیع کای دو به صورت زیر می‌باشد:

$$X\sim N(\mu,\sigma^{2}) \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow Z_i^{2}\sim\chi^{2}_{(1)}\Rightarrow\sum_{i=1}^{k}Z_i^{2}\sim\chi^{2}_{(k)}$$

متغیر تصادفی نرمال استاندارد به توان ۲ همان کای دو با یک درجه آزادی است و مجموع چند توزیع کای دو باز هم کای دو با جمع درجات آزادی می‌باشد.

۱۱۸ـ گزینه «۳» از فرم تابع احتمال می‌توان متوجه شد که توزیع دو جمله‌ای است:

$$n=10,p=q=\frac{1}{2} \Rightarrow E(X)=np=10\times\frac{1}{2}=5$$

۱۱۹ـ گزینه «۱» احتمال بدنیا آمدن پسر $P=\frac{1}{2}$ می‌باشد تعداد تکرار $n=4$ می‌باشد توزیع دوجمله‌ای است:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x} \Rightarrow P(X=1)=\binom{4}{1}(\frac{1}{2})^{1}(\frac{1}{2})^{3}=4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{4}=0/25$$

۱۲۰ـ گزینه «۱» احتمال استاندار بودن یک کالا $P=\%80$ می‌باشد و $n=3$ می‌باشد:

$$n=3,q=\%80 \Rightarrow p=1-q=1-\%80=\%20$$

توجه کنید X: تعداد کالاهای معیوب می‌باشد و احتمال استاندارد بودن داده شده است:

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x} \Rightarrow P(X=3)=\binom{3}{3}\times(0/2)^{3}\times(0/8)^{0}=1\times(0/2)^{3}\times1=0/008$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

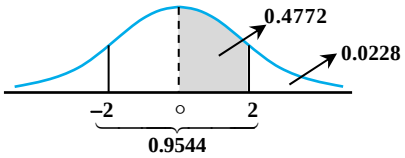
۱۲۱ـ گزینه «۱» توزیع تعداد اتفاقات در واحد زمان پواسون با پارامتر λ است. و در توزیع پواسون امید و واریانس توزیع با پارامتر آن λ برابر است.

دقیقه	نفر
۴	۲
۱	$\lambda=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}\ ;\ x=۰,۱,...$$

$$P(X=۱)=\frac{e^{-\frac{۱}{۲}}(\frac{۱}{۲})^{۱}}{۱!}=\frac{۱}{۲}e^{-\frac{۱}{۲}}$$

۱۲۲ـ گزینه «۲» احتمال داده شده را استاندارد می‌کنیم:



$$X\sim N(\mu=-۱,\sigma^{۲}=۴)$$

$$P(-۱<X<۳)=P(\frac{-۱-(-۱)}{۲}<\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{۳-(-۱)}{۲})=P(۰<Z<۲)=۰/۴۷۷۲$$

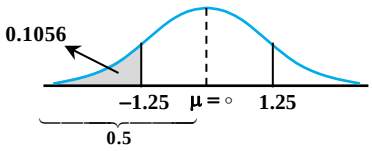
۱۲۳ـ گزینه «۲» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار نمائیم و متغیر تصادفی X نشان دهنده تعداد موفقیتها باشد X دارای توزیع دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای واریانس به‌صورت روبرو خواهد بود: $var(X)=n.p.q$

$$n=۱۹۲\ ,\ p=\frac{۳}{۴}\ ,\ q=۱-p=۱-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}\ ;\ \sigma=\sqrt{var(X)}=\sqrt{n.p.q}=\sqrt{(۱۹۲)\times(\frac{۳}{۴})\times(\frac{۱}{۴})}=\sqrt{۳۶}=۶$$

۱۲۴ـ گزینه «۱» توزیع پواسون تنها توزیعی می‌باشد که میانگین و واریانس آن با هم برابر و مساوی λ است: $E(X)=Var(X)=\lambda$

۱۲۵ـ گزینه «۴» $X\sim N(۷۲,۱۶)$; $S_{-\infty}^{۱/۲۵}=۰/۱۰۵۶\Rightarrow P(Z<-۱/۲۵)=۰/۱۰۵۶$

با استفاده از رابطه زیر X را به Z تبدیل می‌نمائیم که Z دارای توزیع نرمال استاندارد است. $Z=\frac{X-۲}{\sigma}$



$$\Rightarrow P(۶۷\le X\le ۷۷)=P(\frac{۶۷-۷۲}{۴}\le\frac{X-۲}{\sigma}\le\frac{۷۷-۷۲}{\sigma})=P(-\frac{۵}{۴}<Z<\frac{۵}{۴})$$

$$=P(-۱/۲۵<Z<۱/۲۵)\xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}}۲\overset{\circ}{S}_{-۱/۲۵}=۲(۰/۳۹۴۴)=۰/۷۸۸۸$$

$$\overset{\circ}{S}_{-۱/۲۵}=\overset{\circ}{S}_{-\infty}-\overset{-۱/۲۵}{S}_{\infty}=۰/۵-۰/۱۰۵۶=۰/۳۹۴۴$$

۱۲۶ـ گزینه «۱» در توزیع کای ـ دو خواهیم داشت:

$$X\sim\chi^{۲}_{(n)}\Rightarrow\begin{cases}E(X)=n\\ \sigma_X^{۲}=۲n\end{cases}\rightarrow Var(\chi^{۲}_{(۵)})=۲\times۵=۱۰$$

۱۲۷ـ گزینه «۳» چون حالات ممکن پاسخ به سوالات دو حالتی است (درست، غلط) و به بیش از یک سوال جواب می‌دهیم در نتیجه توزیع دو جمله‌ای خواهد بود یعنی:

$$P(x)=f(x)=\binom{n}{x}p^{x}\ q^{n-x}\quad x=۰,۱,۲,...,n\qquad n=۶\quad p=\frac{۳}{۵}\quad q=۱-p=\frac{۲}{۵}$$

$$f(x)=\binom{۶}{x}(\frac{۳}{۵})^{x}(\frac{۲}{۵})^{۶-x}\Rightarrow P(X=۲)=f(۲)=\binom{۶}{۲}(\frac{۳}{۵})^{۲}(\frac{۲}{۵})^{۴}=\frac{۴۳۲}{۵^{۵}}$$

۱۲۸ـ گزینه «۱» چون احتمال موفقیت p کمتر از $۰/۵$ است توزیع جامعه چوله به راست خواهد بود اگر $p=۰/۵$ باشد توزیع متقارن و اگر $p>۰/۵$ باشد چوله به چپ خواهد بود، در اینجا $p=۰/۳<۰/۵$ بنابراین توزیع جامعه چوله به راست خواهد بود.

۱۲۹ـ گزینه «۲» **روش اول:** توزیع هندسی می‌باشد چرا که تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت بررسی می‌شود:

$$f(x)=pq^{x-۱}=(۰/۸)(۰/۲)^{۳}=۰/۰۰۶۴$$

روش دوم: زمانی چهارمین تیر تیرانداز اولین تیر به هدف خورده خواهد بود که ۳ تیر قبلی به هدف نخورده باشد یعنی حالت FFFT رخ داده باشد که احتمال آن برابر است با: $(۰/۲)(۰/۲)(۰/۲)(۰/۸)=۰/۰۰۶۴$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۰ـ گزینه «۲» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:

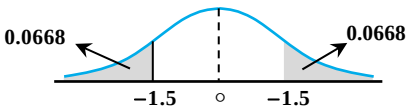
$$X \sim N(۴۴,۶/۲۵) \;;\; x=۴۸ \;;\; \mu=۴۴, \sigma^۲=۶/۲۵$$

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{۴۸-۴۴}{\sqrt{۶/۲۵}}=\frac{۴}{۲/۵}=۱/۶$$

۱۳۱ـ گزینه «۲» ابتدا احتمال متغیر را استاندارد می‌کنیم:

$$X \sim N(۲۱,?)$$

$$\begin{cases} P(X\geq ۹)=۰/۹۳۳۲ \Rightarrow P(Z\geq \frac{۹-۲۱}{\sigma})=۰/۹۳۳۲ \Rightarrow P(Z\geq \frac{-۱۲}{\sigma})=۰/۹۳۳۲ \\ \text{می‌دانیم } P(Z<-۱/۵)=۰/۰۶۶۸ \Rightarrow P(Z>-۱/۵)=۱-۰/۰۶۶۸=۰/۹۳۳۲ \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{-۱۲}{\sigma}=-۱/۵ \Rightarrow \sigma=\frac{۱۲}{۱/۵}=۸$$

اکنون این مقدار استاندارد شده را با مقدار داده شده مقایسه می‌کنیم. به شکل توجه کنید:

۱۳۲ـ گزینه «۴» در شرایطی توزیع t به نرمال نزدیک می‌شود که درجه آزادی آن به عدد ۳۰ نزدیک شود.

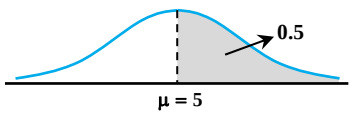
۱۳۳ـ گزینه «۱» با توجه به استاندارد یک متغیر نرمال $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$ خواهیم داشت:

$$-۳=\frac{x-۲۰}{۲} \Rightarrow x-۲۰=-۶ \Rightarrow x=۱۴$$

۱۳۴ـ گزینه «۳» حاصل جمع متغیرهای تصادفی برنولی دارای توزیع دو جمله‌ای است. در واقع تکرار یک آزمایش برنولی، آزمایش دو جمله‌ای را بوجود می‌آورد.

۱۳۵ـ گزینه «۲» در هر تابع نمایی به فرم $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ خواهیم داشت $E(X)=\frac{۱}{\lambda}$. بنابراین در این تابع چگالی $E(X)=\frac{۱}{\frac{۱}{۱۰}}=۱۰$.

۱۳۶ـ گزینه «۴» مقدار احتمال $Y\geq ۳$ را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$Y=X-۲ \Rightarrow P(Y\geq ۳)=P(X-۲\geq ۳)=P(X\geq ۵)=\frac{۱}{۲}$$

۱۳۷ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه توزیع پواسون تابع مولد گشتاور آن به صورت $M_X(t)=e^{\lambda(e^t-۱)}$ می‌باشد.

۱۳۸ـ گزینه «۲» متغیر تصادفی X تعریف شده یک متغیر تصادفی فوق هندسی است انتخاب بدون جایگذاری است:

$$N=۱۰۰ \;,\; M=۲۰ \;,\; n=۵$$

$$Var(X)=\frac{nM}{N}\times(\frac{N-n}{N-۱})\times(۱-\frac{M}{N})=\frac{۵\times ۲۰}{۱۰۰}(\frac{۱۰۰-۵}{۹۹})(۱-\frac{۲۰}{۱۰۰})=\frac{۹۵}{۹۹}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=۰/۷۷$$

۱۳۹ـ گزینه «۲» از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم و به روش مکمل احتمال حداقل $X=۱$ را محاسبه می‌کنیم (به کلمه حداقل توجه کنید)

$$\begin{matrix} P=۰/۱ \\ n=۳ \end{matrix} \quad P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X\geq ۱)=۱-P(X=۰)=۱-\binom{۳}{۰}(۰/۱)^۰(۰/۹)^۳=۰/۲۷۱\times ۱۰۰\simeq ۲۷\%$$

۱۴۰ـ گزینه «۳» متغیر تصادفی X (تعداد تصادفات در ۶ ساعت) دارای توزیع پواسون است، ابتدا مقدار λ را محاسبه می‌کنیم.

ساعت	تصادف
۲۴	۱۲
۶	$\lambda=۳$

$$\Rightarrow P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!} \;,\; x=۰,۱,۲,\cdots \Rightarrow P(X\leq ۱)=P(X=۰)+P(X=۱)=e^{-۳}+۳e^{-۳}=۴e^{-۳}$$

۱۴۱ـ گزینه «۱» در این سوال X دارای توزیع یکنواخت پیوسته با ویژگی‌های روبرو است:

$$f(x)=\frac{۱}{b-a}=\frac{۱}{۵-۱}=\frac{۱}{۴} \;,\; a=۱ \;,\; b=۵$$

روش اول:

$$E(X)=\frac{a+b}{۲}=\frac{۱+۵}{۲}=۳ \;,\; \sigma_x^۲=\frac{(b-a)^۲}{۱۲}=\frac{(۵-۱)^۲}{۱۲}=\frac{۱۶}{۱۲}=\frac{۴}{۳} \rightarrow \sigma=\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

(ضریب تغییرات) $CV=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰=\frac{\frac{۲}{\sqrt{۳}}}{۳}\times ۱۰۰=\frac{۲}{۳\sqrt{۳}}\times ۱۰۰$

روش دوم: به‌دست آوردن امید ریاضی از روش مستقیم: $E(X)=\int_{۱}^{۵} xf(x)dx=\int_{۱}^{۵} x.\frac{۱}{۴}dx=(\frac{۱}{۸}x^{۲})\Big|_{۱}^{۵}=\frac{۱}{۸}(۲۵-۱)=\frac{۲۴}{۸}=۳$

۱۴۲ـ گزینه «۱» توزیع چند جمله‌ای است که $p_۱=۰/۵$ و $p_۲=۰/۳$ و $p_۳=۰/۲$ و $x_۱=۲,x_۲=۲,x_۳=۳$:

$$P(X_۱=۲,X_۲=۲,X_۳=۳)=\frac{۷!}{۲!۲!۳!}\times(۰/۵)^{۲}(۰/۳)^{۲}(۰/۲)^{۳}=۰/۰۳۷۸$$

۱۴۳ـ گزینه «۳» تابع چگالی داده شده، تابع چگالی توزیع نمایی می‌باشد که امید ریاضی آن به صورت روبرو است: $E(x)=\frac{۱}{\beta}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۲$

۱۴۴ـ گزینه «۳» در توزیع دوجمله‌ای میانگین $E(X)=np$ می‌باشد و واریانس $Var(X)=npq$ است:

$$E(X)=np=\frac{۸}{۳}\xrightarrow{n=۱۶}۱۶p=\frac{۸}{۳}\Rightarrow p=\frac{۱}{۶}\Rightarrow q=۱-p=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}\qquad Var(X)=npq=۱۶\times\frac{۱}{۶}\times\frac{۵}{۶}=\frac{۲۰}{۹}$$

۱۴۵ـ گزینه «۲» توزیع دوجمله‌ای است چرا که آزمایشی دو حالتی را $n=۱۰$ بار تکرار کرده‌ایم:

$$n=۱۰,p=q=\frac{۱}{۲}\qquad E(X)=np=۱۰\times\frac{۱}{۲}=۵$$ متوسط تعداد پرتاب‌ها

۱۴۶ـ گزینه «۳» احتمال مورد نظر را استاندارد می‌کنیم: $X_i\sim N(\mu=۱۵,\sigma^{۲}=۴^{۲})\rightarrow X_۱+X_۲\sim N(\mu=۳۰,\sigma^{۲}=۳۲)$

$$E(X_۱+X_۲)=۱۵+۱۵=۳۰,\ Var(X_۱+X_۲)=۱۶+۱۶=۳۲$$

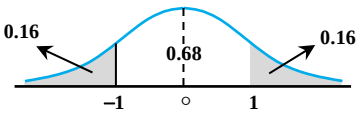
$$P(X_۱+X_۲\geq ۳۰)=P(\frac{X_۱+X_۲-\mu_{x_۱+x_۲}}{\sigma_{x_۱+x_۲}}\geq\frac{۳۰-۳۰}{\sigma_{x_۱+x_۲}})=P(Z>۰)=\frac{۱}{۲}$$

تذکر: جمع جبری متغیرهای تصادفی نرمال مستقل خود یک متغیر تصادفی نرمال است.

۱۴۷ـ گزینه «۲» ابتدا احتمال خواسته شده را استاندارد می‌کنیم: $X\sim N(\mu=۱۰,\sigma^{۲}=۱۶)$

$$(۱)\ P(X>x)=۰/۱۵۹\simeq۰/۱۶\rightarrow P(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{x-۱۰}{\sqrt{۱۶}})=۰/۱۶\rightarrow P(Z>\frac{x-۱۰}{۴})\simeq۰/۱۶$$

یادآوری:



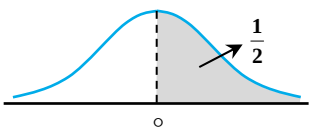
$$(۲)\ P(Z>۱)=P(Z<-۱)=۰/۱۶$$

حال با توجه به نکته $P(Z>a)=P(Z>b)\rightarrow a=b$ داریم: $(۱),(۲)\rightarrow\frac{x-۱۰}{۴}=۱\rightarrow x=۱۰+۴=۱۴$

۱۴۸ـ گزینه «۲» $X\sim N(۴۷,۶۴)$

اگر X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $\sigma^{۲}$ باشد، $X+a$ نیز دارای توزیع نرمال با میانگین $\mu+a$ و واریانس $\sigma^{۲}$ خواهد بود بنابراین :

$$Y=X+۵\sim N(\mu=۴۷+۵=۵۲,\sigma^{۲}=۶۴)$$



درصد $P(Y>۵۲)=P(\frac{Y-\mu}{\sigma}>\frac{۵۲-۵۲}{۸})=P(Z>۰)=\frac{۱}{۲}=۰/۵\times۱۰۰=۵۰\%$

---

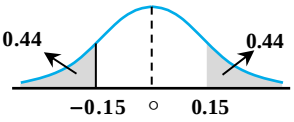
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۹ـ گزینه «۴»

$X \sim N(۱۷/۲, ۱۶)$

صدک ۵۶ ام یعنی داده‌ای که ۵۶ درصد داده‌ها از آن کوچک‌تر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$P(X<a)=۰/۵۶ \rightarrow P(\frac{X-۲}{\sigma}<\frac{a-۱۷/۲}{۴})=۰/۵۶ \quad ①$$

$$P(Z<-a)=۱-P(Z<a) \Rightarrow P(Z<-۰/۱۵)=۰/۴۴$$

$$\Rightarrow P(Z<۰/۱۵)=۱-P(Z<-۰/۱۵)=۱-۰/۴۴=۰/۵۶ \quad ②$$

$$①, ② \quad \begin{cases} P(Z<\frac{a-۱۷/۲}{۴})=۰/۵۶ \\ P(Z<۰/۱۵)=۰/۵۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{a-۱۷/۲}{۴}=۰/۱۵ \Rightarrow a-۱۷/۲=۰/۶ \Rightarrow a=۱۷/۸$$

۱۵۰ـ گزینه «۲» در این سؤال X دارای توزیع یکنواخت پیوسته با پارامترهای روبرو: $a=۱, b=۴$

روش اول:

$$\sigma_X^۲=\frac{(b-a)^۲}{۱۲}=\frac{(۴-۱)^۲}{۱۲}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵ \qquad f(x)=\frac{۱}{b-a}=\frac{۱}{۴-۱}=\frac{۱}{۳} \quad ۱<x<۴$$

روش دوم: محاسبه واریانس به روش مستقیم است.

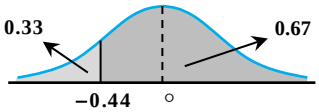
$$\sigma_X^۲=E(X^۲)-(E(X))^۲=\int_۱^۴ x^۲.\frac{۱}{۳}dx-(\int_۱^۴ x.\frac{۱}{۳}dx)^۲=[\frac{۱}{۹}x^۳]_۱^۴-(\frac{۱}{۶}[x^۲]_۱^۴)^۲=(\frac{۱}{۹}(۶۴-۱))-(\frac{۱}{۶}(۱۶-۱))^۲=\frac{۳}{۴}$$

۱۵۱ـ گزینه «۴» احتمال مورد نظر را استاندارد می‌کنیم:

$$P(X>۹/۸)=۰/۶۷ \Rightarrow P(Z>\frac{۹/۸-\mu}{۵})=۰/۶۷$$

اکنون طبق صورت مسأله $P(Z<-۰/۴۴)=۰/۳۳$ (به شکل توجه کنید)،

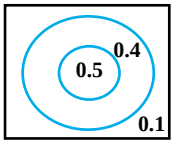
یعنی $P(Z>-۰/۴۴)=۱-۰/۳۳=۰/۶۷$ می‌باشد:



بنابراین مقدار استاندارد شده را با مقدار هاشور خورده مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(Z>\frac{۹/۸-\mu}{۵})=۰/۶۷ \\ P(Z>-۰/۴۴)=۰/۶۷ \end{cases} \Rightarrow \frac{۹/۸-\mu}{۵}=-۰/۴۴ \Rightarrow ۹/۸-\mu=-۲/۲ \Rightarrow \mu=۹/۸+۲/۲=۱۲$$

۱۵۲ـ گزینه «۱» توزیع چند جمله‌ای می‌باشد که تابع احتمال آن به‌صورت زیر است:



$$P(X_۱=x_۱, X_۲=x_۲, ..., X_k=x_k)=\frac{n!}{x_۱!x_۲!...x_k!}.p_۱^{x_۱}.p_۲^{x_۲}...p_k^{x_k}$$

$$\frac{۶!}{۳!\,۲!\,۱!}(۰/۵)^۳(۰/۴)^۲(۰/۱)^۱=۶۰\times۰/۰۰۲=۰/۱۲$$

۱۵۳ـ گزینه «۱» در اصل توزیع، توزیع فوق هندسی می‌باشد اما چون مقدار n بزرگ است به توزیع دو جمله‌ای تبدیل می‌شود و از آنجا که مقدار p نسبت به n کوچک است توزیع دو جمله‌ای را بوسیله توزیع پواسون تقریب می زنیم: $(n \geq ۱۰۰, np<۱۰)$:

$$n=۱۶۰۰$$

$$p=\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰۰۰}=۰/۰۰۱۲۵ \Rightarrow \lambda=n.p=(۰/۰۰۱۲۵)(۱۶۰۰)=۲$$

$$f(x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \Rightarrow f(۴)=\frac{e^{-۲}.۲^۴}{۴!}=\frac{(۰/۱۳۵)(۱۶)}{۲۴}=۰/۰۹ \qquad (e^{-۲}=۰/۱۳۵ \text{ : طبق صورت مسأله})$$

۱۵۴ـ گزینه «۴» در توزیع پواسن $E(X)=var(X)=\lambda=۲$ می‌باشد اکنون احتمال مورد نظر را با توجه به تابع احتمال آن بدست می‌آوریم:

$$P(X>۰)=۱-P(X=۰)=۱-\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^x}{x!}=۱-\frac{e^{-۲}\times۲^۰}{۰!}=۱-e^{-۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۵ـ گزینه «۲» هر ترکیب خطی از متغیرهای تصادفی نرمال باز هم دارای توزیع نرمال است:

$$E(Y)=E(2X+5)=2E(X)+5=2\times 0+5=5$$

$$Var(Y)=Var(2X+5)=(2)^2\times Var(X)=4\times 4=16 \qquad (Var(aX\pm b)=a^2.Var(X))$$

۱۵۶ـ گزینه «۳» طبق قانون احتمال پواسون مقدار $x=2,\lambda=1$ می‌باشد:

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\Rightarrow P(x=2)=\frac{e^{-1}\times 1^2}{2!}=0/184$$

۱۵۷ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه واریانس توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$\begin{cases} var(X)=n.p.q=100\times 0/4\times 0/6=24 \\ q=1-p=1-0/4=0/6 \end{cases}$$

۱۵۸ـ گزینه «۳» در هر توزیع پواسون $E(X)=var(X)=\lambda$ می‌باشد. توجه کنید که انحراف معیار برابر $\sqrt{\lambda}$ می‌باشد.

۱۵۹ـ گزینه «۲» توزیع یک صفت قاعده‌ایست که حالات صفت و مقادیر فراوانی یا احتمال‌های آنها را نشان می‌دهد.

۱۶۰ـ گزینه «۲» تابع چگالی احتمال یکنواخت بین فاصله $6<x<10$ عبارت است از: $f(x)=\frac{1}{10-6=4}$ که برابر با $f(x)=\frac{1}{4}$ می‌باشد.

۱۶۱ـ گزینه «۲» تعداد اتفاقات در یک فاصله زمانی تعریف متغیر تصادفی پواسون می‌باشد.

۱۶۲ـ گزینه «۴» برای یک متغیر تصادفی پیوسته یکنواخت خواهیم داشت:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{b-a} & a<x<b \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۱۶۳ـ گزینه «۱» کوانتیل ۸۰ درصدی یعنی مقدار احتمال‌های کوچک‌تر یا مساوی ۸۰ درصد. ابتدا متغیر را استاندارد می‌کنیم: $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$

$$P(X\le x)=0/8\Rightarrow P(Z\le \frac{x-50}{4})=0/80\Rightarrow \frac{x-50}{4}=0/84\Rightarrow x\simeq 53/36$$

مقدار ۰/۷۸۸ را از جدول مشاهده می‌کنیم در امتحان دانشگاه آزاد جداول ضمیمه سؤالات می‌باشند.

۱۶۴ـ گزینه «۴» طبق تعریف کوانتیل‌ها خواهیم داشت: $P(\chi^2<5/991)=\%95$

با کمی دقت به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که گزینه «۴» صحیح است چرا که در توزیع کای ـ دو امید ریاضی برابر با درجه آزادی توزیع می‌باشد و واریانس برابر با ۲ برابر درجه آزادی است. درجه آزادی نمی‌تواند به‌صورت اعشاری باشد و تنها گزینه«۴» این ویژگی را دارد:

$$X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow\begin{cases} E(\chi^2_{(n)})=n \\ Var(\chi^2_{(n)})=2n \end{cases}$$

۱۶۵ـ گزینه «۲» توزیع دو جمله‌ای می‌باشد مقادیر $x=3$ و $q=1-p=0/2$ و $n=4$ و $p=0/8$ را در تابع احتمال قرار می‌دهیم. مقدار احتمال موفقیت برای هر دانه $p=0/8$ و تعداد تکرار آن $n=4$ داده شده است:

$$f(x)=\binom{n}{x}p^x\ q^{n-x}$$

X: تعداد موفقیت‌ها در n بار آزمایش

$$P(X=3)=f(3)=\binom{4}{3}(0/8)^3(0/2)=0/4096$$

۱۶۶ـ گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای می‌باشد مقادیر $x=4$ و $q=1-p=\frac{1}{5}$ و $p=\frac{4}{5}$ و $n=5$ را در تابع احتمال قرار می‌دهیم:

$$f(x)=\binom{n}{x}p^x\ q^{n-x}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مقدار احتمال موفقیت در هر عمل $p=\frac{۴}{۵}$ و تعداد تکرار آن $n=۵$ داده شده است:

X: تعداد موفقیت‌ها در n بار آزمایش $\quad P(X=۴)=f(۴)=\binom{۵}{۴}(\frac{۴}{۵})^۴\times\frac{۱}{۵}=۵\times\frac{۴^۴}{۵^۵}=(\frac{۴}{۵})^۴$

۱۶۷ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه واریانس خواهیم داشت: $Var(X)=E(X^۲)-(E(X))^۲$

در توزیع یکنواخت پیوسته مقدار $E(X)=\frac{\alpha+\beta}{۲}$ و $Var(X)=\frac{(\beta-\alpha)^۲}{۱۲}$ می‌باشد این مقادیر را در رابطه واریانس قرار می‌دهیم:

$$\frac{(\beta-\alpha)^۲}{۱۲}=E(X^۲)-\frac{(\alpha+\beta)^۲}{۴}\Rightarrow E(X^۲)=\frac{(\beta-\alpha)^۲}{۱۲}+\frac{(\alpha+\beta)^۲}{۴}=\frac{\beta^۲-۲\alpha\beta+\alpha^۲}{۱۲}+\frac{\alpha^۲+\beta^۲+۲\alpha\beta}{۴}$$

$$=\frac{\beta^۲-۲\alpha\beta+\alpha^۲+۳\alpha^۲+۳\beta^۲+۶\alpha\beta}{۱۲}=\frac{۴\alpha^۲+۴\beta^۲+۴\alpha\beta}{۱۲}=\frac{\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta}{۳}=\frac{(\beta^۳-\alpha^۳)}{۳(\beta-\alpha)}$$

۱۶۸ـ گزینه «۲» با توجه به تابع احتمال توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت که احتمال آنکه فردی جا رزرو کند و برای پرواز حاضر شود $p=\frac{۳۶۰}{۴۰۰}=۰/۹$ می‌باشد و $n=۴۰۰$

X: تعداد مسافرانی که جا رزرو کرده‌اند و حاضر شده‌اند: $P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}\Rightarrow P(X=۴۰۰)=\binom{۴۰۰}{۴۰۰}(\frac{۳۶۰}{۴۰۰})^{۴۰۰}(\frac{۴۰}{۴۰۰})^۰=(۰/۹)^{۴۰۰}$

۱۶۹ـ گزینه «۴» در توزیع پواسون ابتدا مقدار λ را محاسبه کرده سپس مقادیر احتمال را از تابع احتمال پواسون بدست می‌آوریم:

توجه کنید که در صورت سؤال ابتدا مقیاس ۲ دقیقه داده شده است و سپس مقیاس ۵ دقیقه. همچنین به کلمه حداقل دقت کنید:

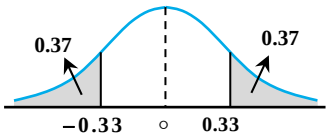
دقیقه	نفر
۲	۱
۵	$\lambda=۲/۵$

$$\Rightarrow P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\Rightarrow P(X\geq ۱)=۱-P(X<۱)=۱-P(X=۰)=۱-\frac{e^{-۲/۵}\times(۲/۵)^۰}{۰!}=۱-e^{-۲/۵}$$

۱۷۰ـ گزینه «۴» داده‌ی نظیر شصتو سومین صدک به‌صورت $P(X<a)=۰/۶۳$ محاسبه می‌گردد، اکنون این احتمال را استاندارد می‌کنیم

$$X\sim N(۱۵/۲۱,۹)\Rightarrow P(X<a)=۰/۶۳\Rightarrow P(Z<\frac{a-۱۵/۲۱}{۳})=۰/۶۳$$

$$\Rightarrow ۱-P(Z\geq\frac{a-۱۵/۲۱}{۳})=۰/۶۳\Rightarrow P(Z\geq\frac{a-۱۵/۲۱}{۳})=۱-۰/۶۳=۰/۳۷\quad (۱)$$



اکنون مقدار داده شده در مسأله را بر روی شکل مشخص می‌کنیم:

$$P(Z<-۰/۳۳)=۰/۳۷\Rightarrow P(Z>۰/۳۳)=۰/۳۷\quad (۲)$$

روابط ۱ و ۲ را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$(۱),(۲)\Rightarrow\begin{cases}P(Z\geq\frac{a-۱۵/۲۱}{۳})=۱-۰/۶۳=۰/۳۷\\ P(Z>۰/۳۳)=۰/۳۷\end{cases}\Rightarrow\frac{a-۱۵/۲۱}{۳}=۰/۳۳\Rightarrow a-۱۵/۲۱=۰/۹۹\Rightarrow a=۱۶/۲$$

۱۷۱ـ گزینه «۴» با توجه به توزیع پواسون ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم سپس با کمک تابع احتمال توزیع پواسون مقدار احتمال مربوط را محاسبه می‌کنیم:

به کلمه حداقل توجه کنید، از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$X\sim P(۳)$

ثانیه	مشتری
۶۰	۳
۸۰	$\lambda=۴$

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\qquad x=۰,۱,۲,...$$

$$P(X\geq ۲)=۱-P(X<۲)=۱-P(X=۰)-P(X=۱)=۱-\frac{e^{-۴}\times۴^۰}{۰!}-\frac{e^{-۴}\times۴^۱}{۱!}=۱-۰/۰۱۸-۰/۰۷۳=۰/۹۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۲ـ گزینه «۳» در توزیع‌های متقارن ۹۵٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu-۲\sigma, \mu+۲\sigma)$ قرار دارد. بنابراین ابتدا μ و σ را بدست می‌آوریم:

$$\sum_{i=۱}^{۱۲۰} X_i = ۸۴۰ \Rightarrow \mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{۸۴۰}{۱۲۰} = ۷ \quad , \quad \sum_{i=۱}^{۱۲۰} X_i^۲ = ۶۱۵۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum X_i^۲}{N} - \mu_x^۲ = \frac{۶۱۵۰}{۱۲۰} - ۴۹ = ۲/۲۵ \Rightarrow \sigma = ۱/۵ \Rightarrow (\mu-۲\sigma, \mu+۲\sigma) = (۷-۲\times ۱/۵, ۷+۲\times ۱/۵) = (۴, ۱۰)$$

۱۷۳ـ گزینه «۱» احتمال در یک آزمون $p = \%۶۰$ است با توجه به تعریف متغیر تصادفی X با یک توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای $n = ۹۶$ و $p = \%۶۰$ زیر هستیم:

$$p = \%۶۰ \Rightarrow q = ۱-p = ۱-\%۶۰ = \%۴۰$$

واریانس توزیع دو جمله‌ای $Var(X) = npq = ۹۶\times ۰/۶\times ۰/۴ = ۹۶\times \frac{۶}{۱۰}\times \frac{۴}{۱۰۰} = ۲۳/۰۴ \Rightarrow \sigma = \sqrt{npq} = ۴/۸$

۱۷۴ـ گزینه «۳» احتمال سالم بودن یک کالا داده شده است بنابراین احتمال معیوب بودن $p = \%۲۰$ است و $n = ۲۰$. توزیع دوجمله‌ای است:

X : تعداد کالاهای معیوب $\quad P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$

به کلمه حداکثر توجه کنید: $P(X \le ۱) = P(X=۰) + P(X=۱) = \binom{۲۰}{۰}(۰/۲)^۰(۰/۸)^{۲۰} + \binom{۲۰}{۱}(۰/۲)(۰/۸)^{۱۹}$

$$= ۱\times ۱\times (۰/۸)^{۲۰} + ۲۰\times ۰/۲\times (۰/۸)^{۱۹} = \frac{۲۴}{۵}\times (۰/۸)^{۱۹}$$

۱۷۵ـ گزینه «۳» احتمال درست پاسخ گفتن $p = \frac{۱}{۴}$ است که $n = ۲۰$ بار تکرار شده است. توزیع دوجمله‌ای است:

$$n = ۲۰, p = \frac{۱}{۴} \Rightarrow q = ۱-p = ۱-\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

به کلمه حداکثر دقت کنید: $\quad P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$

$$P(X \le ۹) = P(X=۰) + P(X=۱) + \ldots + P(X=۹) = \sum_{x=۰}^{۹} \binom{۲۰}{x} (\frac{۱}{۴})^x (\frac{۳}{۴})^{۲۰-x} = \sum_{x=۰}^{۹} \binom{۲۰}{x} (۰/۲۵)^x (۰/۷۵)^{۲۰-x}$$

۱۷۶ـ گزینه «۴» از آنجائیکه در این سؤال گفته شده است در سؤال قبل بنابراین شرایط مسأله قبل را باید در اینجا نیز ثابت در نظر داشت یعنی تعریف متغیر تصادفی X به‌صورت تعداد جواب‌های صحیح است و اگر بخواهیم حداقل ۳ جواب غلط باشد باید حداکثر ۱۷ جواب درست بدهیم، سؤال بسیار دوپهلو مطرح شده است:

$$\begin{cases} P(\text{درست جواب دادن}) = \frac{۱}{۴} = p \\ P(\text{غلط جواب دادن}) = \frac{۳}{۴} = q \end{cases} \Rightarrow P(X \le ۱۷) = P(X=۰) + P(X=۱) + \ldots + P(X=۱۷) \Rightarrow P(X \le ۱۷)$$

$$\Rightarrow P(X \le ۱۷) = \sum_{x=۰}^{۱۷} \binom{۲۰}{x} (\frac{۱}{۴})^x (\frac{۳}{۴})^{۲۰-x} = \sum_{x=۰}^{۱۷} \binom{۲۰}{x} (۰/۲۵)^x (۰/۷۵)^{۲۰-x}$$

۱۷۷ـ گزینه «۴» در توزیع دوجمله‌ای امید ریاضی و واریانس به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} E(X) = np \\ Var(X) = npq \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} np = ۲۰ \\ \cancel{np}q = \frac{۲}{۳}\cancel{np} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{۲}{۳} \Rightarrow p = ۱-q = ۱-\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

$$nP = ۲۰ \Rightarrow n\times \frac{۱}{۳} = ۲۰ \Rightarrow n = ۶۰$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۸ـ گزینه «۳» احتمال ابتلا به بیماری p می‌باشد و متغیر تصادفی X تعداد افراد مبتلا در نمونه n تایی می‌باشد که تعریف متغیر تصادفی دوجمله‌ای می‌باشد و امید ریاضی توزیع دو جمله‌ای $E(X)=np$ می‌باشد.

۱۷۹ـ گزینه «۴» توزیع تعداد اتفاقات نادر در واحد زمان یا مکان پواسون است و پارامتر توزیع پواسون (λ) با میانگین (متوسط) و واریانس توزیع برابر است.

تعداد تخم‌مرغ‌های فاسد در یک شانه : x

متوسط فاسدها در یک شانه $\lambda=1$

$$\Rightarrow P(X=3)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}=\frac{e^{-1}1^{3}}{3!}=\frac{e^{-1}}{3!}$$

۱۸۰ـ گزینه «۳» توزیع دو جمله‌ای است بنابراین مقادیر مورد نظر را در تابع احتمال مربوطه قرار می‌دهیم. توجه کنید که احتمال جوانه زدن هر بذر $p=\frac{4}{5}$ و تعداد تکرار آن $n=5$ می‌باشد: $x=2 \quad , \quad q=1-p=\frac{1}{5} \quad , \quad p=\frac{4}{5} \quad ; \quad n=5 \quad f(x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x}$

$$\Rightarrow f(x)=\binom{5}{x}(\frac{4}{5})^{x}(\frac{1}{5})^{5-x} \Rightarrow P(X=2)=f(2)=\binom{5}{2}(\frac{4}{5})^{2}(\frac{1}{5})^{3}=0/0512$$

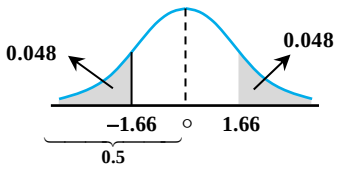
۱۸۱ـ گزینه «۳» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار نمائیم و متغیر تصادفی X نشان دهنده تعداد موفقیت‌ها باشد X دارای توزیع دو جمله‌ای است و در توزیع دو جمله‌ای مقدار واریانس به صورت روبرو می‌باشد: $n=24 \quad , \quad p=\frac{3}{5} \quad , \quad q=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \qquad Var(X)=n.p.q$

$$Var(X)=(24)\times(\frac{3}{5})\times(\frac{2}{5})=5/76 \Rightarrow \sigma=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{5/76}=2/4$$

۱۸۲ـ گزینه «۱» اگر در توزیع دو جمله‌ای مقدار n بزرگ $(n\geq 30)$ و p به صفر نزدیک باشد $(n>100, np<10)$ به‌جای آن از توزیع پواسون با پارامتر $\lambda=n.p$ استفاده می‌نمائیم.

$$\lambda=n.p=4000\times 0/0015=6$$

۱۸۳ـ گزینه «۱» متغیر را استاندارد کرده سپس از مقدار داده شده استفاده می‌کنیم:



$$\mu=14/5 \qquad \sigma=1/5$$

$$P(14/5<X<17)=P(\frac{14/5-14/5}{\sigma}<\frac{X-2}{\sigma}<\frac{17-14/5}{1/5})=P(0<Z<1/67)$$

$$=0/5-0/0248=0/4752$$

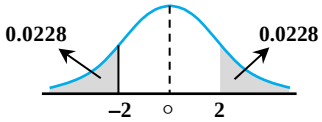
۱۸۴ـ گزینه «۱» هرگاه X دارای توزیع یکنواخت در فاصله (a,b) باشد داریم: $Var(X)=\frac{(b-a)^{2}}{12}$

حال در این سؤال X دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(-2,5)$ است بنابراین: $Var(X)=\frac{(b-a)^{2}}{12}=\frac{(5-(-2))^{2}}{12}=\frac{49}{12}=4/08$

۱۸۵ـ گزینه «۱» انتخاب مهره بدون جایگذاری از کیسه تعداد موفقیت‌ها در آزمایش غیر مستقل را یادآوری می‌کند که توزیع فوق هندسی می‌باشد.

۱۸۶ـ گزینه «۴» برای محاسبه احتمال در توزیع نرمال باید ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد کنیم:

$$P(X>10)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{10-20}{5})=P(Z>-2)$$



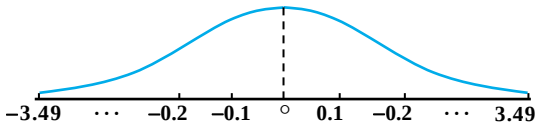
از طرفی در صورت مسئله گفته شده است که $P(Z>2)=0/0228$ بنابراین با توجه به شکل توزیع نرمال استاندارد مقدار $P(Z>-2)$ بالا را بدست می‌آوریم:

$$P(Z>-2)=1-P(Z\leq -2)=1-0/0228=0/9772$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸۷ـ گزینه «۴» در توزیع نرمال استاندارد که میانگین آن صفر است مقادیر به صورت شکل زیر خواهند بود.



۱۸۸ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه ضریب تغییرات $CV=\frac{\sigma}{\mu}\times ۱۰۰$ در توزیع پواسون $var(X)=E(X)=\lambda$ می‌باشد بنابراین:

$$Var(X)=E(X)=۱۶ \Rightarrow \sigma=\sqrt{۱۶}=۴ \Rightarrow CV=\frac{\sqrt{۱۶}}{۱۶}\times ۱۰۰=۲۵\%$$

۱۸۹ـ گزینه «۴» متغیر تصادفی کای ـ دو دارای دامنه‌ای به صورت $[۰,+\infty)$ می‌باشد.

$$X\sim \chi^{۲}_{(n)} \Rightarrow X\geq ۰$$

۱۹۰ـ گزینه «۳» ترکیب خطی از متغیرها نرمال بازهم نرمال است پس کافیست از خواص امید ریاضی و واریانس مقادیر آنها را بدست آوریم:

$$E(Y)=۲E(X)+۵=۲\times ۱۰۰+۵=۲۰۵ \qquad Var(Y)=Var(۲X+۵)=(۲)^{۲}Var(X)=۴\times(۵)^{۲}=۱۰۰$$

۱۹۱ـ گزینه «۳» متناظر استاندارد شده برابر است با: $z=\frac{x-\mu}{\sigma}\Rightarrow z=\frac{۴۴-۴۰}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲$ $X\sim N(۴۰,۴) \Rightarrow \mu=۴۰,\sigma^{۲}=۴,x=۴۴$

۱۹۲ـ گزینه «۲» با توجه به این که با یک توزیع پواسون روبرو هستیم ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم سپس احتمال موردنظر را از تابع احتمال به دست می‌آوریم:

ثانیه	نفر
۶۰	۱۰
۳۰	$\lambda=۵$

$$\Rightarrow P(X=۴)=\frac{e^{-۵}.۵^{۴}}{۴!}=۰/۱۸۲$$

۱۹۳ـ گزینه «۴» در توزیع کای دو خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l}E(\chi^{۲}_{(n)})=n\\ Var(\chi^{۲}_{(n)})=۲n\end{array}\right\} \Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\mu}=\frac{\sqrt{۵۰}}{۲۵} \Rightarrow CV=۲۰\sqrt{۲}\%$$

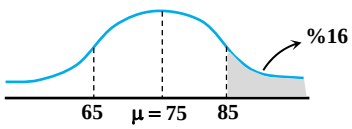
۱۹۴ـ گزینه «۴» با توجه به روابط میانگین و واریانس در توزیع دو جمله‌ای:

$$\left.\begin{array}{l}E(X)=۹\Rightarrow n.p=۹\\ Var(X)=۶\Rightarrow n.p.q=۶\end{array}\right\} \Rightarrow ۹q=۶\Rightarrow q=\frac{۶}{۹}\Rightarrow p=\frac{۳}{۹}\Rightarrow n=۲۷$$

$$P(X\geq ۱)=۱-P(X<۱)=۱-P(X=۰)=۱-\binom{۲۷}{۰}(\frac{۱}{۳})^{۰}(\frac{۲}{۳})^{۲۷}=۱-(\frac{۲}{۳})^{۲۷}$$

۱۹۵ـ گزینه «۴» ۵ درصد یک محموله ۲۰ تایی یعنی ۱ عدد لامپ معیوب می‌باشد و ۱۹ تای باقیمانده سالم می‌باشند حال اگر مشتری ۲ لامپ خریداری کند با توجه به معیوب بودن تنها یک لامپ با احتمال ۱ دیگری سالم است.

۱۹۶ـ گزینه «۱» در توزیع نرمال تقریباً ۶۸٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$ قرار دارد.



۱۹۷ـ گزینه «۴» شاخص کشیدگی $\alpha_۴=۲$ از توزیع متقارن $\alpha_۴=۳$ کمتر است پس توزیع کوتاه‌تر است پس در فاصله گفته شده مساحت کمتر است.

۱۹۸ـ گزینه «۲» از تقریب توزیع دو جمله‌ای به کمک نرمال استفاده می‌کنیم.

$$P(X\geq ۸۴)=P(Z>\frac{۸۴-n.p}{\sqrt{npq}})=P(Z>\frac{۸۴-۱۰۰\times\frac{۸}{۱۰}}{\sqrt{۱۰۰\times\frac{۸}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}}})=P(Z>۱)=۱۶\%$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹۹ـ گزینه «۱» ابتدا مقدار λ را بدست آورده از روش مکمل مقدار مورد نظر را بدست می‌آوریم: $\lambda = E(X) = ۸$ هر دقیقه (۶۰ ثانیه)

۶۰ ثانیه $\lambda = ۸$

۳۰ ثانیه $\lambda = ۴$

$$P(X = x) = f(x) = \frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}$$

$$P(X \geq ۳) = ۱ - P(X < ۳) = ۱ - [f(۲) + f(۱) + f(۰)] = ۱ - [\frac{e^{-۴}\,۴^۲}{۲!} + \frac{e^{-۴}\,۴^۱}{۱!} + \frac{e^{-۴}\,۴^۰}{۰!}] = ۱ - e^{-۴}[۸ + ۴ + ۱]$$

$$= ۱ - ۱۳e^{-۴} = ۱ - ۱۳(۰/۰۱۸) = ۰/۷۶۶$$

۲۰۰ـ گزینه «۲» طبق رابطه واریانس مقادیر $E(X^۲)$ و $E(X)$ را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

روش اول: $f(x) = e^{-x} \qquad x \geq ۰ \qquad Var(X) = E(X^۲) - E^۲(X)$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,f(x)dx = \int_{۰}^{+\infty} x e^{-x}\,dx = [-xe^{-x} - e^{-x}]_{۰}^{+\infty} = ۱$$

$$E(X^۲) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^۲ f(x)dx = \int_{۰}^{+\infty} x^۲ e^{-x}dx = -x^۲e^{-x}\Big|_{۰}^{+\infty} + ۲\int_{۰}^{+\infty} xe^{-x}dx = \boxed{\begin{matrix} u = x^۲ \to du = ۲x\,dx \\ dv = e^{-x} \to v = -e^{-x} \end{matrix}}$$

$$[-x^۲e^{-x} + ۲xe^{-x} - ۲e^{-x}]_{۰}^{+\infty} = ۲ \Rightarrow var(X) = E(X^۲) - E^۲(X) = ۲ - (۱)^۲ = ۱$$

روش دوم: تابع $f(x) = e^{-x} \quad x > ۰$ یک تابع چگالی نمائی با پارامتر $\lambda = ۱$ می‌باشد که در توزیع نمائی داریم:

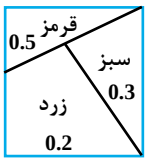
$$E(X) = \frac{۱}{\lambda} = ۱ \quad ; \quad var(X) = \frac{۱}{\lambda^۲} = ۱$$

۲۰۱ـ گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای و در توزیع دو جمله‌ای مقدار واریانس به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$p = ۰/۹۸ \quad ; \quad q = ۱ - p = ۱ - ۰/۹۸ = ۰/۰۲$$

$$var(X) = npq = ۲۵ \times \frac{۹۸}{۱۰۰} \times \frac{۲}{۱۰۰} = ۰/۴۹ \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{۰/۴۹} = ۰/۷$$

۲۰۲ـ گزینه «۲» با یک توزیع چند جمله‌ای روبرو هستیم: $\frac{n!}{x_۱!x_۲!...x_k!}.p_۱^{x_۱}.p_۲^{x_۲}....p_k^{x_k}$



$$\binom{۶}{۲\;۱\;۳}(۰/۵)^۲\,(۰/۳)^۱\,(۰/۲)^۳ = ۰/۰۳۶$$

۲۰۳ـ گزینه «۱» در توزیع F رابطه $F_{\alpha,df_۱,df_۲} = \frac{۱}{F_{۱-\alpha},df_۲,df_۱}$ برقرار است: $F_{۰/۹,۸,۴} = \frac{۱}{F_{۰/۱,۴,۸}} = \frac{۱}{۲/۸} = ۰/۳۵۷ \qquad F_{۰/۱,۴,۸} = ۲/۸$

۲۰۴ـ گزینه «۱» توجه کنید تابع احتمال داده شده تابع احتمال متغیر تصادفی برنولی می‌باشد:

$$\begin{array}{c|cc} x & ۰ & ۱ \\ \hline P(x) & ۱-\theta & \theta \end{array} \to \begin{array}{c|cc} x^۴ & ۰^۴ & ۱^۴ \\ \hline P(x^۴) & ۱-\theta & \theta \end{array} \to \begin{array}{c|cc} x^۴ & ۰ & ۱ \\ \hline P(x^۴) & ۱-\theta & \theta \end{array} \Rightarrow E(X_۱^۴) = E(X_۲^۴) = ۰ \times (۱-\theta) + ۱ \times \theta = \theta$$

$$E(X_۱^۴.X_۲^۴) = E(X_۱.X_۲) \overset{X_۲, X_۱ \text{ مستقل}}{=\!=\!=} E(X_۱)E(X_۲) = \theta.\theta = \theta^۲$$

نکته: در توزیع برنولی $E(X^n) = E(X)$

۲۰۵ـ گزینه «۳» توجه کنید که دو سوال در ۶۰ ثانیه پاسخ داده شده است ولی در مدت ۳۰ ثانیه پرسیده شده است، لذا:

ثانیه	سوال
۶۰	۲
۳۰	$\lambda = ۱$

$$\Rightarrow P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X = ۲) = \frac{e^{-۱}۱^۲}{۲!} = \frac{e^{-۱}}{۲} = \frac{۱}{۲e}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰۶ـ گزینه «۳» حاصل‌جمع دو توزیع کای ـ دوی مستقل باز هم کای- دو با جمع درجات آزادی می‌باشد.

۲۰۷ـ گزینه «۲» منظور از نمونه گیری به طریق بازگردان نمونه‌گیری با جایگذاری می‌باشد که در توزیع دو جمله ای این مدل نمونه گیری را خواهیم داشت.

۲۰۸ـ گزینه «۲» تابع توزیع داده شده مربوط به توزیع نمایی می باشد بنابراین در توزیع نمایی با تابع چگالی بـه فـرم $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ مقـدار متوسـط یـا میانگین یا امید ریاضی برابر است با: $E(X)=\frac{1}{\lambda}$

۲۰۹ـ گزینه «۳» به طور کلی در توزیع‌های متقارن ۹۵ درصد از داده‌ها بین $(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$ قرار دارد:

$$(\mu-2\sigma)=40\Rightarrow 56-2\sigma=40\Rightarrow\sigma=8 \quad , \quad \mu+2\sigma=72$$

۲۱۰ـ گزینه «۳» در توزیع پواسون $E(X)=Var(X)=\lambda$ بنابراین اگر انحراف معیار ۳ باشد واریانس برابر با امید ریاضی برابـر بـا پـارامتر توزیـع (λ) و برابر با ۹ می‌باشند.

۲۱۱ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه مولد گشتاور داده شده تابع مولد گشتاور نرمال می‌باشد بصورت زیر با تابع مولد گشتاور نرمال (μ,σ^2) آن را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} M_X(t)=e^{\mu t+\frac{1}{2}\sigma^2t^2} \\ M_X(t)=e^{50t+\frac{9t^2}{2}} \end{cases} \Rightarrow \mu=50,\ \sigma^2=9\Rightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-50)^2}{18}}$$

۲۱۲ـ گزینه «۲» حاصل‌جمع دو توزیع کای ـ دوی مستقل باز هم توزیع کای ـ دو می‌باشد با جمع درجات آزادی آنها. $\chi^2_{(5)}+\chi^2_{(12)}\sim\chi^2_{(5+12=17)}$

۲۱۳ـ گزینه «۴» طبق رابطه تابع توزیع یک متغیر تصادفی پیوسته خواهیم داشت:

$$F(x)=\int_0^x f(t)dt=\int_0^x \lambda e^{-\lambda t}dt=-e^{-\lambda t}\Big|_0^x=1-e^{-\lambda x} \quad 0<x<\infty$$

۲۱۴ـ گزینه «۳» مانند توزیع برنولی می باشد که همان توزیع دو نقطه‌ای می‌باشد.

۲۱۵ـ گزینه «۱» با کمی دقت متوجه خواهیم داشت که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم:

$$P(X=x)=pq^{x-1}\Rightarrow P(X=3)=(0/1)(1-0/1)^{3-1}=\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}=\frac{81}{1000}=0/081$$

۲۱۶ـ گزینه «۱» در توزیع فوق هندسی سه پارامتر داریم: حجم جامعه N و تعداد صفت مورد مطالعه M و حجم نمونه برابر با n می‌باشد.

۲۱۷ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از روش تابع مولد گشتاور استفاده می‌کنیم:

$$M_Y(t)=E(e^{tY})=E(e^{t(X_1+X_2+X_3+X_4)})=E(e^{tX_1+tX_2+tX_3+tX_4})=M_{X_1}(t)\cdot M_{X_2}(t)\cdot M_{X_3}(t)\cdot M_{X_4}(t)=[M_{X_i}(t)]^4$$

$$=(e^{100t+\frac{9t^2}{2}})^4=e^{400t+\frac{36t^2}{2}}=e^{400t+18t^2}\sim N(\mu=400\ ,\ \sigma^2=36)$$

توجه: تابع مولد گشتاور نرمال به صورت $e^{\mu t+\frac{1}{2}\sigma^2t^2}$ می‌باشد.

بنابراین: $f_Y(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$. $\quad f_Y(y)=\frac{1}{6\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-400)^2}{72}}$

۲۱۸ـ گزینه «۳» در توزیع پواسون واریانس و میانگین و پارامتر توزیع یعنی λ با یکدیگر برابرند بنابراین:

$$\sigma_X=4\Rightarrow\sigma_X^2=16\Rightarrow E(X)=Var(X)=\lambda=16$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱۹ـ گزینه «۳» در توزیع نمایی به فرم $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ مقدار امید ریاضی برابر با $E(X)=\frac{1}{\lambda}$ می‌باشد، بنابراین: $E(X)=\frac{1}{\frac{1}{10}}=10$

۲۲۰ـ گزینه «۴» از تکرار متغیرهای مستقل برنولی متغیر دوجمله ای بوجود می‌آید.

۲۲۱ـ گزینه «۱» توزیع دو جمله‌ای است با مشخصات روبرو: $p=\frac{\text{تعداد موفقیت‌ها}}{\text{تعداد کل}}=\frac{48}{60}=0/8 \quad , n=3$

$$f(x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \Rightarrow P(x=2)=f(2)=\binom{3}{2}(0/8)^2(0/2)=3\times\frac{64}{100}\times\frac{2}{10}=\frac{384}{1000}=0/384$$

۲۲۲ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. توزیع دو جمله‌ای است با مشخصات روبرو: $p=\frac{80}{100}=0/8 \quad q=1-p=0/2 \quad n=5$

$$f(x)=\binom{n}{x}p^x\ q^{n-x} \Rightarrow P(X=3)=f(3)=\binom{5}{3}(0/8)^3(0/2)^2=\frac{5!}{3!2!}\times\frac{8\times8\times8}{10\times10\times10}\times\frac{2\times2}{10\times10}=\frac{2048}{10000}=0/2048$$

۲۲۳ـ گزینه «۲» بیش‌ترین احتمال را داده‌ای دارا می‌باشد که دارای فراوانی بیشتری باشد یعنی نمای داده‌های داده شده که در اینجا ۱ و ۳ دارای بیش‌ترین فراوانی می‌باشد.

۲۲۴ـ گزینه «۲» از آنجا که مطلوب تعداد مراجعین در نیم ساعت است ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم که تعداد $\lambda=2$ می‌شود. بنابراین:

$$f(x)=\frac{\bar{e}^{\lambda}\ \lambda^x}{x!}=\frac{\bar{e}^{2}2^x}{x!} \Rightarrow P(X=0)=f(0)=\frac{\bar{e}^{2}2^0}{0!}=e^{-2}$$

برای یک ساعت $\lambda=4$

۲۲۵ـ گزینه «۲» طبق توزیع چند جمله‌ای خواهیم داشت: $p_1=0/4\ ,\ p_2=0/25, p_3=0/35$

$$x_1=3, x_2=1, x_3=1 \quad P(X_1=x_1, X_2=x_2,\cdots)=\frac{n!}{x_1!x_2!\cdots x_k!}\ p_1^{x_1}p_2^{x_2}\cdots p_k^{x_k}$$

$$P(X_1=3, X_2=1, X_3=1)=\frac{5!}{3!1!1!}\times(\frac{4}{10})^3\times(\frac{25}{100})^1\times(\frac{35}{100})^1=\cancel{20}^{1}\times\frac{4\times4\times\cancel{4}}{1000}\times\frac{1}{\cancel{4}}\times\frac{35}{\cancel{100}_{5}^{20}}^{7}=\frac{112}{1000}=0/112$$

۲۲۶ـ گزینه «۱» در توزیع پواسون $E(X)=Var(X)=\lambda$ بنابراین اگر انحراف معیار $\underline{2}$ باشد واریانس برابر با $\underline{4}$ می‌باشد بنابراین $\lambda=4$ از طرفی طبق گفته مسئله احتمال در نقطه صفر برابر $0/018$ است.

$$P(X=0)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}=\frac{e^{-4}\times4^0}{0!}=0/018 \Rightarrow e^{-4}=0/018 \Rightarrow P(X=3)=\frac{e^{-4}\times4^3}{3!}=0/192$$

۲۲۷ـ گزینه «۱» می‌دانیم که واریانس متغیر تصادفی یکنواخت پیوسته از رابطه روبرو بدست می‌آید: $Var(X)=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(5-(-1))^2}{12}=\frac{36}{12}=3$

۲۲۸ـ گزینه «۲» طبق داده‌های مسئله نمرات دانشجویان $X\sim N(63/6,\sigma^2)$ از طرفی $P(X\geq72)=0/20$ بنابراین ابتدا این احتمال را استاندارد می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(\frac{X-\mu}{\sigma}\geq\frac{72-63/6}{\sigma})=P(Z\geq\frac{8/4}{\sigma})=0/20 \\ P(z\leq0/84)=0/8 \Rightarrow P(Z>0/84)=0/20 \end{cases} \Rightarrow \frac{8/4}{\sigma}=0/84 \Rightarrow \sigma=10$$

۲۲۹ـ گزینه «۱» از رابطه انحراف معیار توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت: $\sigma=\sqrt{n.p.q}=\sqrt{96\times0/7\times0/4}=4/8$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۰ـ گزینه «۱» گزینه‌ها را یک به یک مورد بررسی قرار می‌دهیم:

۱) در توزیع پواسون : $E(X)=Var(X)=\lambda$

۲) در توزیع برنولی : $E(X)=p, Var(X)=pq$

۳) در توزیع کای ـ دو : $Var(X)=$ دو برابر درجه آزادی و $E(x)=$ درجه آزادی

۴) توزیع t : $E(T)=0, Var(T)=$ بستگی به درجه آزادی دارد.

۲۳۱ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} x_1=33, x_2=24 \\ z_1=2, z_2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=\dfrac{x_1-\mu}{\sigma} \\ z_2=\dfrac{x_2-\mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=\dfrac{33-\mu}{\sigma} \\ -1=\dfrac{24-\mu}{\sigma} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله و دو مجهول}} \Rightarrow 2=\frac{33-\mu}{\mu-24}$$

$$\Rightarrow 2\mu-48=33-\mu \Rightarrow 3\mu=81 \Rightarrow \mu=\frac{81}{3}=27$$

۲۳۲ـ گزینه «۳» در توزیع فیشر رابطه روبرو برقرار است:

$$F_{\alpha,df_1,df_2}=\frac{1}{F_{1-\alpha,df_2,df_1}} \Rightarrow F_{0/95,7}=\frac{1}{F_{0/1,7,5}}$$

۲۳۳ـ گزینه «۲» همانطوریکه در متن کتاب نیز گفته شد محتملترین پیشامد در توزیع دوجمله‌ای برابر با $[p(n+1)]$ می‌باشد که در اینجا $p=\frac{1}{2}$ و $n=4$ می‌باشد.

$$[\frac{1}{2}.(4+1)]=[\frac{1}{2}\times 5]=[2/5]=2$$

۲۳۴ـ گزینه «۲» در توزیع پواسون تابع احتمال به صورت روبرو است:

$$P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}$$

احتمال در نقطه ۵: $P(X=5)=\dfrac{e^{-\lambda}.\lambda^5}{5!}$

احتمال در نقطه ۲: $P(X=2)=\dfrac{e^{-\lambda}.\lambda^2}{2!}$

$$\Rightarrow \frac{e^{-\lambda}.\lambda^5}{5!}=\frac{4}{15}.\frac{e^{-\lambda}.\lambda^2}{2!} \Rightarrow \lambda^5=8\lambda^2 \Rightarrow \lambda^3=8 \Rightarrow \lambda=2$$

از طرفی در توزیع پواسون میانگین و واریانس و پارامتر توزیع یعنی λ با هم برابرند بنابراین:

$$E(X)=Var(X)=\lambda=2$$

۲۳۵ـ گزینه «۱» ابتدا با کمک تابع توزیع احتمال مقدار قرار گرفتن متغیر تصادفی X در فاصله $(\frac{3}{8},\frac{5}{8})$ را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که با یک توزیع دو جمله‌ای روبه‌رو هستیم که $n=4$ و $x=3$ می‌باشد.

$$P=P(\frac{3}{8}<x<\frac{5}{8})=F_x(\frac{5}{8})-F_x(\frac{3}{8})=(\frac{5}{8})^2-(\frac{3}{8})^2=\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$$

توجه کنید تابع داده شده تابع توزیع تجمعی است.

اکنون مقدار احتمال بدست آمده را در توزیع دو جمله‌ای قرار می‌دهیم:

$$P(X=3)=\binom{4}{3}(\frac{16}{64})^3(\frac{48}{64})^1=4\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{12\times 4}{64}=\frac{3}{64}$$

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x} \qquad x=0,1,2,\ldots,n$$

۲۳۶ـ گزینه «۲» طول فاصله زمانی بین وقایع متوالی در توزیع پواسون دارای توزیع نمایی است اما طول زمان بین زمان صفر و لحظه‌ای که α امین اتفاق رخ می‌دهد دارای توزیع گاما می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳۷ـ گزینه «۳» توزیع پواسون با پارامتر λ به صورت $P(X=x)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$ است پس:

$$\left.\begin{array}{l}P(X=0)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^0}{0!}=e^{-\lambda}\\ P(X=1)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^1}{1!}=\lambda e^{-\lambda}\end{array}\right\}\xrightarrow{P(X=0)=P(X=1)} e^{-\lambda}=\lambda e^{-\lambda}\Rightarrow\lambda=1$$

همچنین در توزیع پواسون امید ریاضی و واریانس برابر است: $E(X^2)=Var(X)+(E(X))^2=1+1=2$ $\quad E(X)=Var(X)=\lambda$

۲۳۸ـ گزینه «۲» ضریب تغییرات X عبارت از $CV=\frac{\sqrt{Var(X)}}{E(X)}$ و اگر $Y\sim\chi^2_n$ آنگاه $E(Y)=n$ و $Var(Y)=2n$ لذا در این سؤال چون $X\sim\chi^2_{(8)}$

آنگاه: $E(X)=8\ ,\ Var(X)=16\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{16}}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\times100\%=50\%$

بنابراین ضریب تغییرات ۵۰ درصد است.

۲۳۹ـ گزینه «۲» همواره هر ترکیب خطی مستقل از متغیرهای نرمال، نرمال است. اگر $X_i\overset{iid}{\sim}N(\mu_i,\sigma_i^2)\Rightarrow\sum_{i=1}^{k}X_i\sim N(\sum_{i=1}^{k}\mu_i,\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2)$

۲۴۰ـ گزینه «۱» با توجه به این که در توزیع کای ـ مربع میانگین همان درجه آزادی و واریانس دو برابر درجه آزادی است بنابراین:

$$X\sim\chi^2_{(5)}\Rightarrow\begin{cases}E(X)=5\\ Var(X)=2\times5=10\end{cases}$$

۲۴۱ـ گزینه «۴» ابتدا تساوی را با توجه به تابع احتمال پواسون قرار می‌دهیم:

$$3P(X=1)=P(X=2)\ ;\ P(X=x)=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^x}{x!}\Rightarrow3.\frac{e^{-\lambda}.\lambda^1}{1!}=\frac{e^{-\lambda}.\lambda^1}{2!}\Rightarrow\lambda=2!\times3=6$$

اکنون $P(X^2-4X=0)$ به مفهوم $P(X(X-4)=0)$ است و یعنی: $P(X=0)+P(X=4)=\frac{e^{-6}.6^0}{0!}+\frac{e^{-6}\times6^4}{0!}=e^{-6}(1+\frac{6^4}{4!})$

۲۴۲ـ گزینه «۲» طول عمر هر دستگاه کامپیوتر را X معرفی کرده، بنابراین: $f(x)=\frac{1}{1700}e^{\frac{-x}{1700}}\quad x>0$

اما اگر تعداد کامپیوترهایی که طول عمر آنها قبل از ۱۷۰۰ ساعت باشد Y معرفی کنیم: $Y\sim B(20,P)\Rightarrow P(Y=y)=\binom{20}{y}P^y(1-P)^{20-y}$

می‌باشد. یعنی y دارای توزیع دوجمله‌ای است توجه کنید که باید P را جداگانه محاسبه کنیم.

$$P=P(X<1700)=\int_0^{1700}\frac{1}{1700}e^{-\frac{x}{1700}}dx=-e^{-\frac{x}{1700}}\Big|_0^{1700}=(-e^{-\frac{1700}{1700}}+e^0)=(-e^{-1}+1)=1-e^{-1}$$

اکنون در سؤال $P(Y\geq1)$ خواسته شده است: $P(Y\geq1)=1-P(Y<1)=1-P(Y=0)=1-\binom{20}{0}.(1-e^{-1})^0(e^{-1})^{20}=1-e^{-20}$

۲۴۳ـ گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع توزیع داده شده مربوط به متغیر تصادفی نمایی با چگالی $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ می‌باشد که در این توزیع میانگین $\frac{1}{\lambda}$ و واریانس $\frac{1}{\lambda^2}$ می‌باشد.

۲۴۴ـ گزینه «۴» با توجه به احتمال‌های داده شده $P_1=\frac{1}{6}$ و $P_2=\frac{1}{3}$ و $P_3=\frac{1}{2}$ و $n=5$ است. از توزیع چندجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$P(X_1=x_1,X_2=x_2,X_3=x_3)=\frac{n!}{x_1!x_2!x_3!}.P_1^{x_1}.P_2^{x_2}.P_3^{x_3}$$

$$P(X_1=2,X_2=2,X_3=1)=\frac{5!}{2!2!1!}.(\frac{1}{6})^1.(\frac{1}{3})^2.(\frac{1}{2})^2=30\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{3\times3}\times\frac{1}{2\times2}=\frac{5}{36}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پنجم

«نمونه‌گیری و توزیع‌های نمونه‌ای»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ یک برآوردکننده بدون تورش (نااریب) برای واریانس جامعه (σ_x^2) کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\sigma_x^2 = \frac{\sum(X_i - \mu_x)^2}{n}$ ۲) $\sigma_x^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$ ۳) $\sigma_x^2 = \frac{\sum(X_i - \sigma_x)^2}{n-1}$ ۴) $\sigma_x^2 = \frac{\sum(X_i - \mu_x)^2}{n-1}$

۲ـ اگر تعداد نمونه ۶۲۵ و انحراف معیار آن‌ها ۳/۵ باشد، خطای معیار جامعه کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۲۱

۳ـ بین گزاره‌های زیر کدام گزاره نادرست است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) در نمونه‌گیری از جامعهٔ دلخواه با میانگین μ و انحراف معیار σ توزیع $\bar{X}$ به n بستگی ندارد.

۲) در نمونه‌گیری از جامعهٔ دلخواه با میانگین μ و انحراف معیار σ وقتی n بزرگ است توزیع $\bar{X}$ نرمال است.

۳) در نمونه‌گیری از جامعهٔ نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ توزیع $\bar{X}$ نرمال است.

۴) در نمونه‌گیری از جامعهٔ نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ نوع توزیع $\bar{X}$ به حجم n بستگی ندارد.

۴ـ در یک شهر، مخارج ماهیانه خانوارها دارای میانگین ۷۰ هزار تومان با انحراف معیار ۱۵ هزار تومان است. در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از این خانوارها، احتمال این که میانگین مخارج به دست آمده کمتر از ۶۷ هزار تومان باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

$P(0 < Z < 1) = 0/3413$, $P(0 < Z < 2) = 0/4772$

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۳ ۳) ۰/۳۴ ۴) ۰/۴۷

۵ـ اگر توزیع جامعه نرمال باشد، احتمال این که واریانس یک نمونه تصادفی ۹ تایی بیشتر از ۱/۵ برابر واریانس جامعه باشد، کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) $P(\chi^2 > 20)$ ۲) $P(\chi^2 > 12)$ ۳) $P(\chi^2 > 13/5)$ ۴) $P(\chi^2 > 1/5)$

۶ـ از جمعیت فعال یک شهر بزرگ، یک نمونه تصادفی ۱۶۰۰ تایی انتخاب شده است و معلوم شده که ۳۲۰ نفر از آن‌ها بیکارند. برآورد نرخ بیکاری در این شهر و انحراف معیار آن به‌ترتیب کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۲۰ ، ۰/۰۰۰۱ ۲) ۰/۱۵ ، ۰/۱۶ ۳) ۰/۲۰ ، ۰/۰۱ ۴) ۰/۱۵ ، ۰/۰۰۱

۷ـ انحراف معیار توزیع جامعه ۲۰ و انحراف معیار توزیع میانگین نمونه n تایی، ۲ می‌باشد، n چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱۰ ۲) ۴۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۸ـ صدا و سیما در نظر دارد که بر اساس یک نمونه‌گیری تصادفی، متوسط زمانی را که ساکنان منطقه به خصوصی روزانه صرف تماشای تلویزیون می‌کنند، برآورد کند. برآورد کلی آن است که متوسط زمان تماشای تلویزیون تحت تأثیر سن ساکنین منطقه است. کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری برای این پژوهش مناسب است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) خوشه‌ای ۲) نمونه‌گیری گروهی ۳) تصادفی ساده ۴) نمونه‌گیری با جایگذاری

۹ـ در یک جامعه آماری که از نظر یک صفت، ناهمگن می‌باشد، کدام روش نمونه‌گیری مناسب است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۱)

۱) خوشه‌ای ۲) گروهی (طبقه‌بندی) ۳) تصادفی ساده ۴) منظم (سیستماتیک)

۱۰ـ اگر بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای $(\sigma_{\bar{x}})$ بر اساس حجم نمونه $n = 64$ از جامعه‌ای که دارای انحراف معیار ۶ است به نصف کاهش یابد، حجم نمونه باید چند شود؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۲۸ ۲) ۱۸۲ ۳) ۲۵۶ ۴) ۳۲۰

۱۱ـ احتمال این که میانگین یک نمونه ۶۴ تایی از جامعه‌ای که دارای میانگین ۹۰ و انحراف معیار ۸ است، کمتر از ۸۸ باشد، چند درصد است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۴۷/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ در یک نمونه‌گیری تصادفی به حجم $n > 1$ از جامعه‌ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ_x^2 ، توزیع نمونه‌ای $(\bar{X}-\mu)$ کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $(\bar{X}-\mu) \sim \chi^2_{\alpha,(n-1)}$ ۲) $(\bar{X}-\mu) \sim N(\mu, \sigma^2_{(\bar{x}-\mu)})$ ۳) $(\bar{X}-\mu) \sim N(0, \frac{\sigma^2_x}{n})$ ۴) $(\bar{X}-\mu) \sim N(0, \frac{\sigma^2_{\bar{x}}}{n})$

۱۳ـ بهره هوشی دانش آموزان دبیرستانی دارای توزیعی نامشخص با میانگین ۱۲۰ و واریانس ۶۴ است. دامنه‌ای که حداقل $\frac{3}{4}$ دانش‌آموزان از لحاظ بهره هوشی در آن قرار گیرند، کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱۳۶ و ۱۰۴ ۲) ۱۲۸ و ۱۱۲ ۳) ۱۸۴ و ۵۶ ۴) ۱۴۴ و ۹۶

۱۴ـ دو متغیر تصادفی مستقل X و Y دارای توزیع نرمال با میانگین‌های یکسان و واریانس‌های به ترتیب برابر با ۸ و ۴ می‌باشند. بر اساس دو نمونه تصادفی به اندازه‌های ۱۶ از جامعه (متغیر) X و ۸ از جامعه (متغیر) Y برآورد کننده‌های میانگین دو جامعه به ترتیب $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ به دست آمد. (توزیع $(\bar{X}-\bar{Y})$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $(\bar{X}-\bar{Y}) \sim N(0,12)$ ۲) $(\bar{X}-\bar{Y}) \sim N(0,1)$ ۳) $(\bar{X}-\bar{Y}) \sim N(0,4)$ ۴) $(\bar{X}-\bar{Y}) \sim N(0,8)$

۱۵ـ اگر میانگین هزینه مصرفی ماهیانه خانوارهای شهری ۲۱۰ هزار تومان با انحراف معیار ۴۰ هزار تومان باشد، چه نسبتی از خانوارهای شهر دارای هزینه مصرفی ۱۳۰ تا ۲۹۰ هزار تومان هستند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) ٪۶۸ ۲) ٪۹۵ ۳) حداقل ٪۸۹ ۴) حداقل ٪۷۵

۱۶ـ در یک جامعه آماری که از نظر صفت مورد نظر ناهمگن است، کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری مناسب است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) سیستماتیک ۲) تصادفی ساده ۳) تصادفی گروهی ۴) هر سه مورد.

۱۷ـ از قاعده چی‌بی‌شف در کدام مورد زیر برای برآورد μ_x استفاده می‌شود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) توزیع $\bar{X}$ نرمال باشد.
۲) توزیع $\bar{X}$ نامعلوم باشد.
۳) توزیع جامعه آماری نرمال باشد.
۴) توزیع $\bar{X}$ از نوع t استودنت باشد.

۱۸ـ از یک جامعه با توزیع نامشخص که برای آن امید ریاضی و واریانس وجود دارد، نمونه‌ای به حجم n انتخاب می‌شود. برای اینکه در نمونه انتخاب شده میانگین نمونه $(\bar{X})$ توزیع نرمال داشته باشد. حجم نمونه از نظر اصولی چه اندازه باید در نظر گرفته شود. (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) حجم نمونه بزرگتر از ۳۰ باشد.
۲) حجم نمونه باید از ۱۰۰ بزرگتر باشد.
۳) حجم نمونه باید بی‌نهایت باشد.
۴) حجم نمونه باید بزرگتر از ۱۵۰ باشد.

۱۹ـ در یک کارخانه کمپوت‌سازی میانگین وزن محصولات ۲۵۰ گرم و واریانس آن ۲/۲۵ محاسبه شده است، طبق قانون چی‌بی‌شف وزن حداقل ۶۴ درصد از این نوع محصولات در کدام بازه قرار می‌گیرد؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۴)

۱) (۲۵۵ و ۲۴۵) ۲) (۲۴۵ و ۲۴۶) ۳) (۲۵۲/۵و ۲۴۷/۵) ۴) (۲۵۲/۵ و ۲۴۷/۷۵)

۲۰ـ توزیع نمرات ارزشیابی یک سازمان نرمال است. با میانگین ۱۴/۵ و انحراف معیار ۶، اگر یک نمونه ۲۵ نفری از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال میانگین نمرات ارزشیابی آنان بین ۱۶ و ۱۳ است؟ $(S_0^{1/25} = 0/3944)$ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۳۹۴۴ ۲) ۰/۶۰۵۶ ۳) ۰/۷۸۸۸ ۴) ۰/۸۹۴۴

۲۱ـ اگر بدانیم ۰/۴ افراد جامعه به آقای x رای می‌دهند در یک نمونه‌گیری چند نفر را مورد پرسش قرار بدهیم (به‌طور متوسط) تا ۲۰ رای برای x داشته باشیم؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ۵۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۶۰

۲۲ـ در صورتی که میانگین درآمد جامعه‌ای ۳۰۰,۰۰۰ تومان در ماه و انحراف معیار توزیع در آمد ۱۵۰,۰۰۰ تومان و توزیع درآمد همانند توزیع طبیعی باشد و بخواهیم از درآمدهای ۱/۵ انحراف معیار به پایین میانگین را مورد حمایت قرار دهیم و به آن‌ها یارانه پرداخت نماییم، از چه درآمدی به پایین‌تر(بر حسب تومان در ماه) مورد حمایت قرار می‌گیرند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۵۰,۰۰۰ ۲) ۷۵,۰۰۰ ۳) ۱۰۰,۰۰۰ ۴) ۱۵۰,۰۰۰

۲۳ـ میانگین نمرات دانشجویان یک دانشگاه ۱۴/۵ و انحراف معیار آن ۴ می‌باشد، میانگین نمرات یک نمونه‌ی تصادفی ۱۰۰ نفره از آنان بیشتر از ۱۵ است، عدد نرمال z کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۴ـ میانگین و واریانس نمرات مسئولیت پذیری کارمندان یک مؤسسه به ترتیب ۷۲ و ۱۶ بوده است. حداقل $\frac{۸}{۹}$ نمرات مسئولیت پذیری این کارکنان در کدام بازه قرار می‌گیرد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۴)

۱) $(۵۸,۸۶)$ ۲) $(۶۰,۸۴)$ ۳) $(۶۲,۸۲)$ ۴) $(۶۴,۸۰)$

۲۵ـ فرض کنید μ و $\sigma^۲$ به ترتیب میانگین و واریانس یک جامعه نامتناهی و $\overline{X}$ میانگین یک نمونه از یک جامعه باشد. آنگاه امید ریاضی $\overline{X}$ برابر μ و واریانس $\overline{X}$ برابر $\frac{\sigma^۲}{n}$ است اگر: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) توزیع نرمال باشد.
۲) واحدهای نمونه مستقل و هم توزیع باشند.
۳) توزیع جامعه متقارن باشد.
۴) حجم نمونه بیشتر از ۳۰ باشد.

۲۶ـ کدامیک از گزینه‌های زیر دارای توزیع $\chi^۲$ می باشند. (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{(n-۱)\sigma^۲}{S^۲}$ ۲) $\frac{(n-۲)\sigma^۲}{S^۲}$ ۳) $\frac{(n-۱)S}{\sigma}$ ۴) $\frac{(n-۱)S^۲}{\sigma^۲}$

۲۷ـ کدام یک از عبارت‌های زیر تعریف مفهوم تابع نمونه‌ای(statistic) است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) هر تابع توزیع از مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.
۲) هر قانون توزیع فقط مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.
۳) هر تابعی فقط از متغیرهای نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.
۴) هر تابع فقط از چگالی احتمال‌های مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.

۲۸ـ انتخاب روش نمونه‌گیری به کدام یک از موارد زیر بستگی دارد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۴)

۱) موضوع مورد بررسی، هزینه، زمان و دقت نتایج حاصله (سطح اطمینان)
۲) شرایط جامعه‌ی آماری، هزینه
۳) انتخاب روش‌های متفاوت بسته به نظر کارشناس مربوطه است و در نتایج حاصله تفاوت چندانی ندارد.
۴) موضوع مورد بررسی

۲۹ـ متوسط قیمت هر کتاب درسی ۲۳۰۰ ریال با انحراف معیار ۶۰۰ ریال می‌باشد. با فرض نامعلوم بودن توزیع جامعه، حداقل ۷۵ درصد قیمت کتابهای درسی بین چه مقداری قرار دارد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱۱۰۰ تا ۳۵۰۰ ۲) ۵۰۰ تا ۴۱۰۰ ۳) ۱۲۰۰ تا ۲۳۰۰ ۴) ۱۷۰۰ تا ۲۹۰۰

۳۰ـ وقتی که حجم نمونه‌ای را ۴ برابر می‌کنیم در این صورت مقدار انحراف معیار میانگین نمونه : (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) دو برابر می‌شود. ۲) ۴ برابر می‌شود. ۳) نصف می‌شود. ۴) تغییر نمی‌کند.

۳۱ـ وزن افراد در یک جامعه آماری از توزیع نرمال با میانگین ۷۵ و انحراف معیار ۱۰کیلوگرم تبعیت می‌کند. یک گروهی تصادفی شامل ۲۵ نفر اختیار شده است. امید ریاضی و واریانس متوسط وزن این ۲۵ نفر به ترتیب برابر است با: $(E(\overline{X}), Var(\overline{X}))$ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $(۳,۴)$ ۲) $(۳,۱۰)$ ۳) $(۷۵,۴)$ ۴) $(۷۵,۱۰)$

۳۲ـ میانگین و واریانس نمرات داوطلبین در یک آزمون به ترتیب ۶۰ و ۱۶ می‌باشد. طبق قانون چی بی شف، انتظار دارید حداقل چند درصد نمرات داوطلبین بین ۵۰ و ۷۰ قرار گیرد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶۴ ۲) ۷۵ ۳) ۷۸ ۴) ۸۴

۳۳ـ در یک جامعه ۴۰۱ عضوی با واریانس ۵ یک نمونه ۸۱ تایی انتخاب می‌شود. انحراف معیار توزیع میانگین این نمونه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۳۴ـ اگر $\overline{p}$ برآوردگر p در نمونه‌های n تایی از جامعه N عضوی باشد، $\sigma^۲_{\overline{p}}$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{p(۱-p)}{n}$ ۲) $\frac{p(۱-p)}{N}$ ۳) $np(۱-p)$ ۴) $\frac{\overline{p}(۱-\overline{p})}{N}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۵ـ کمیت تصادفی x بر طبق قانون نامعلوم با امید ریاضی μ و واریانس σ^2 توزیع شده است. از این جامعه نمونه‌ایی به حجم n که به اندازه کـافی بـزرگ می‌باشد انتخاب شده است بر اساس نتایج مشاهدات تابع نمونه‌ایی (آماره) (statistic) به صورت روبرو تعریف می‌شود: $f(X_1,X_2,...,X_n)=\frac{\sum X_i}{n}$

تابع توزیع نمونه‌ایی فوق دارای چه توزیعی است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) نامعلوم ۲) نرمال ۳) t- استودنت ۴) کای اسکوئر

۳۶ـ احتمال این‌که واریانس یک نمونه تصادفی ۳۶ تایی از جامعه نرمالی کمتر از واریانس مربوط به آن جامعه باشد کدام است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $P(F_{(1,35)}<6)$ ۲) $P(F_{(1,36)}<5)$ ۳) $P(\chi^2_{(35)}<36)$ ۴) $P(\chi^2_{(35)}<35)$

۳۷ـ احتمال این‌که میانگین به دست آمده از یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از جامعه‌ای که دارای میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۰ اسـت کمتـر از ۴۸ باشد، چند درصد است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۴۷/۵

۳۸ـ تعداد مشتریانی که روزانه به یک فروشگاه مراجعه می‌کنند دارای میانگین ۲۴ و انحراف معیار ۴ نفر می‌باشد. در یک روز خاص، احتمال اینکـه بین ۱۶ تا ۳۲ مشتری به فروشگاه مراجعه کنند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۹۵

۳۹ـ اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم با واریانس ۴ انتخاب شـوند و ایـن دو نمونـه مسـتقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟ (حسابداری و مدیریت ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۵

۴۰ـ طبق قانون چی‌بی‌شف انتظار می‌رود ۸۴ درصد مشاهدات در دامنه (۷۲,۸۸) قرار گیرند، مقدار انحراف معیار این مشاهدات کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲/۴ ۲) ۳/۲ ۳) ۳/۶ ۴) ۴/۲

۴۱ـ وزن بسته‌های شکر از توزیع نرمال با میانگین ۲ کیلوگرم و انحراف معیار ۲۰۰ گرم تبعیت می‌کند. از این بسته‌هـا تعـداد ۹ بسـته را انتخـاب می‌کنیم احتمال این که متوسط وزن بسته‌ها حداقل ۲/۲ کیلوگرم باشد، چقدر است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۰۰۱۳ ۲) ۰/۰۲۳ ۳) ۰/۰۰۲۳ ۴) ۰/۰۱۳

۴۲ـ کدام عبارت صحیح است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) برای نمونه‌های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است.

۲) برای نمونه‌های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری بزرگتر است.

۳) برای نمونه‌های بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است.

۴) برای نمونه‌های بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری بزرگتر است.

۴۳ـ اگر توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ دارای واریانس ۴ و انحراف معیار جامعه آماری ۱۲ باشد، حجم نمونه کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲۴ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۶۴

۴۴ـ تعداد اتومبیل‌های فروخته شده توسط یک شرکت در ماه دارای میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۰ دستگاه است. احتمـال اینکـه میـانگین بـه دست آمده از یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی کمتر از ۴۸ دستگاه باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ٪۲/۵ ۲) ٪۵ ۳) ٪۴۵ ۴) ٪۴۷/۵

۴۵ـ جامعه‌ای با میانگین ۳۰ و انحراف معیار ۵ را در نظر بگیرد. حداقل چه درصدی از مشاهدات در فاصله ۱۵ تا ۴۵ قرار می‌گیرد؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۶۱ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۸۳ ۴) ۰/۸۹

۴۶ـ در کدام مورد، قانون چی‌بی‌شف برای تخمین μ_X به کار می‌رود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۷)

۱) توزیع $\bar{X}$ نرمال ۲) توزیع $\bar{X}$ غیرنرمال یا نامشخص ۳) توزیع جامعه آماری نرمال ۴) توزیع $\bar{X}$، t استیودنت

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۷ـ واریانس $\bar{X}$ (میانگین در نمونه) وقتی که نمونه‌گیری بدون جایگذاری و $n > 5\%N$ (که n حجم نمونه و N حجم جامعه) باشد، برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{N-n}{N-1}\times\frac{\sigma^2}{n}$ ۲) $\frac{S^2}{n}$ ۳) $\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$ ۴) $\frac{\sigma^2}{n}$

۴۸ـ کدام یک از گزینه‌های زیر نشان دهنده توزیع کای دو می‌باشد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

۱) $(n-1)\frac{\sigma^2}{S^2}$ ۲) $(n-1)\frac{S^2}{\sigma^2}$ ۳) $(n-1)\frac{S}{\sigma}$ ۴) $(n-1)\frac{\sigma}{S}$

۴۹ـ وقتی که جامعه‌ای دارای توزیع احتمال نرمال باشد، توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ دارای توزیع احتمال نرمال می‌باشد برای: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

۱) فقط حجم نمونه زیاد ۲) هر حجم نمونه ۳) فقط حجم نمونه کوچک ۴) فقط حجم نمونه ۳۰ یا بیشتر

۵۰ـ برای تخمین فاصله اطمینان μ وقتی که انحراف معیار جامعه مشخص و حجم نمونه بزرگ باشد توزیع مناسب:

(مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) توزیع t با درجه آزادی n می‌باشد. ۲) توزیع t با درجه آزادی $n-1$ می‌باشد.

۳) توزیع t با درجه آزادی $n-2$ می‌باشد. ۴) توزیع نرمال می‌باشد.

۵۱ـ در تخمین میانگین جامعه، حجم نمونه $n = 64$، انحراف معیار نمونه $\sigma = 16$ است. خطای معیار (Standard error) کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ آزاد ۸۷)

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۸ ۴) ۴

۵۲ـ در یک آزمون مهارت میانگین و واریانس نمرات به ترتیب ۷۵ و ۶۴ بوده است، بنابر قانون چی‌بی‌شف انتظار می‌رود حداقل چند درصد نمـرات بین دو عدد ۶۳ و ۸۷ قرار گیرد. (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۴۵ ۲) ۵۰ ۳) ۵۵ ۴) ۶۵

۵۳ـ توزیع نمرات آزمون داوطلبان، نرمال با میانگین ۷۲ و انحراف معیار ۱۲ می‌باشد. از این جامعه یک نمونه n تایی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکـه میانگین نمره ارزشیابی آنها حداقل ۶۹ باشد برابر ۰/۹۷۷۲ است. می‌دانیم $P(Z \geq 2) = 0/0228$ ، مقدار n کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

۱) ۳۶ ۲) ۶۴ ۳) ۸۱ ۴) ۱۰۰

۵۴ـ متوسط دستمزد روزانه کارگران یک کارخانه ۱۰ هزار تومان با انحراف معیار یک هزار تومان است. چه نسبتی از کارگران دارای دستمزد روزانه بیشتر از ۱۲ هزار تومان یا کمتر از ۸ هزار تومان هستند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) حداکثر ٪۲۵ ۲) حداقل ٪۲۵ ۳) حداکثر ٪۷۵ ۴) حداقل ٪۷۵

۵۵ـ طول عمر باطری‌های تولیدی کارخانه آلفا دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰۰ ساعت و انحراف معیار ۳۰ ساعت است. احتمال اینکه میـانگین طول عمر باطری‌ها در یک نمونه تصادفی ۳۶ تایی بین ۱۹۰ تا ۲۱۰ ساعت باشد، تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ٪۲۵ ۲) ٪۳۲ ۳) ٪۶۸ ۴) ٪۹۵

۵۶ـ در یک کارگاه، مطالعه بر روی عمل کرد ۲۰ کارگر نشان می‌دهد، مدت زمان انتظار برای تکمیل عملیات تولیدی دارای میانگین ۹/۸ و انحـراف معیار ۱/۲ دقیقه است. طبق قانون چی‌بی‌شف، حداقل ۳۶ درصد مشاهدات در کدام فاصله زمانی قرار می‌گیرد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) (۷/۴,۱۲/۲) ۲) (۸/۲,۱۱/۴) ۳) (۸/۳,۱۱/۳) ۴) (۸/۶,۱۱)

۵۷ـ نمونه‌های ۵۰ تایی از یک جامعه ۶۲۶ عضوی با واریانس ۲۰۰ انتخاب می‌شود، انحراف معیار توزیع میانگین نمونه کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱/۸۵ ۲) ۱/۹۲ ۳) ۲/۰۵ ۴) ۲/۱۶

۵۸ـ اگر $\bar{X}_1$ میانگین نمونه‌ای به حجم۴۸ با واریانس ۱۵ و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه‌ای به حجم ۳۶ با واریانس ۹ از دو جامعه مستقل باشند، انحراف معیـار $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۹ـ یک نمونه تصادفی ۹ تایی از یک جامعه ۶۵ عضوی با واریانس ۱۴، انتخاب می‌شود، انحراف معیار توزیع میانگین نمونه کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱/۱۶ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۳۴ ۴) ۱/۴۳

۶۰ـ از یک جامعه متناهی به حجم N یک نمونه به حجم n بدون جایگذاری و از یک جامعه متناهی دیگر به حجم N یک نمونه تصادفی به حجم n با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. نسبت واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری به بدون جایگذاری عبارتست از:

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{n}{N}$ ۲) $\frac{N-n}{N}$ ۳) $\frac{N-1}{N-n}$ ۴) $\frac{N-n}{N-1}$

۶۱ـ از یک جامعه آماری نرمال با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۳ یک نمونه تصادفی به حجم ۹ اختیار شده است احتمال این‌که میانگین نمونه از ۱۸ بیشتر باشد، کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۰۰۱۳ ۳) ۰/۴۴۸۷ ۴) ۰/۹۹۸۷

۶۲ـ توزیع نمونه‌ای $\bar{X}$ دارای انحراف معیار ۲ است. اگر انحراف معیار جامعه آماری ۱۲ باشد، مقدار n کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) ۶ ۲) ۳۶ ۳) ۷۲ ۴) ۱۴۴

۶۳ـ فرض کنید $\bar{X}_1$ میانگین نمونه‌ای به حجم n_1 و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه‌ای به حجم n_2 از دو جامعه مستقل با واریانس برابر باشند، مقدار $Var(4\bar{X}_1 - 3\bar{X}_2)$ عبارتست از:

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\sigma^2(\frac{4}{n_1} - \frac{3}{n_2})$ ۲) $\sigma^2(\frac{16}{n_1} - \frac{9}{n_2})$ ۳) $\sigma^2(\frac{4}{n_1} + \frac{3}{n_2})$ ۴) $\sigma^2(\frac{16}{n_1} + \frac{9}{n_2})$

۶۴ـ فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع برنولی به‌صورت روبرو باشد $P(X=x) = \theta^x(1-\theta)^{1-x} \quad x = 0,1 \quad 0 < \theta < 1$

طبق قضیه حد مرکزی کدام آماره به سمت توزیع نرمال استاندارد می‌رود؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - n\theta)}{\sqrt{\theta(1-\theta)}}$ ۲) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - n\theta)}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}}$ ۳) $\frac{(\bar{X} - \theta)}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}}$ ۴) $\frac{(\bar{X} - \theta)}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n-1}}}$

۶۵ـ حجم نمونه در یک مطالعه چقدر باشد تا توزیع میانگین نمونه‌ای با توزیع داده‌ها یکسان باشد؟ (N حجم جامعه است)

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $n = 1$ ۲) $n = N$ ۳) $n = 30$ ۴) بیشتر از ۳۰ باشد.

۶۶ـ کدامیک از عبارت‌های زیر «قانون قوی اعدادبزرگ برنولی» می‌باشد؟

(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - p| < \varepsilon) = 1$

۲) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - \frac{\sum p_i}{N}| < \varepsilon) = 1$

۳) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - p_A| \geq \varepsilon) = 1$

۴) $P(\lim_{n\to\infty} |\frac{N_A}{N} - p| \to 0) = 1$

۶۷ـ کدامیک از عبارت‌های زیر بیان «قانون قوی اعداد بزرگ برنولی» می‌باشد؟

(مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{\sum X_i}{n} - a| < \varepsilon) = 1$

۲) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - p| < \varepsilon) = 1$

۳) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}| < \varepsilon) = 1$

۴) $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - \frac{\sum P_A}{N}| < \varepsilon) = 1$

۶۸ـ کدامیک از عبارت‌های زیر «قانون اعداد بزرگ خاصیت چی بی شف ضعیف» می‌باشد؟

(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) که $a = E(X_i)$ $\lim_{n\to\infty} \rho(|\frac{\sum^n X_i}{n} - a| < \varepsilon) = 1$

۲) که $a_i = E(X_i)$ $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}| < \varepsilon) = 1$

۳) که $a = E(X_i)$ $\lim_{n\to\infty} \rho(|\frac{\sum X_i}{n} - a| \geq \varepsilon) = 1$

۴) که $\varphi_A = P(A)$ $\lim_{N\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - \varphi_A| < \varepsilon) = 1$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۹ـ اگر $n > 0/05N$ باشد، واریانس $\bar{X}$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{N-n}{N-1}\times\frac{\sigma^2}{n}$ ۲) $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\times\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$ ۳) $\frac{\sigma^2}{N}$ ۴) $\frac{\sigma^2}{n}$

۷۰ـ انحراف معیار یک صفت در جامعه برابر ۱/۲۴ و خطای معیار میانگین برابر ۰/۶۲ است. حجم نمونه چقدر است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۲

۷۱ـ اگر حجم نمونه را دو برابر کنیم تأثیر آن بر میانگین نمونه‌ای به صورت زیر است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) واریانس را کاهش می‌دهد. ۲) مقدار آن را کاهش می‌دهد ۳) مقدار آن را افزایش می‌دهد. ۴) واریانس را افزایش می‌دهد

۷۲ـ اگر انحراف معیار ارتفاع درختان در یک منطقه برابر ۲۵ سانتی‌متر باشد. یک نمونه تصادفی به حجم ۱۰۰ از این جامعه انتخاب کنیم مقدار $P(|\bar{X}-\mu| \le 2/5)$ برابر است با: (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۳۴ ۴) ۰/۴۷۵

۷۳ـ از یک جامعه ۹۷ عضوی با واریانس ۶، نمونه‌های ۱۶ تایی انتخاب می‌کنیم. انحراف معیار توزیع میانگین نمونه، کدام است؟

(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۶۵۲۵ ۲) ۰/۵۶۷۵ ۳) ۰/۵۶۲۵ ۴) ۰/۶۵۷۵

۷۴ـ از جامعه‌ای با میانگین ۷۲ و واریانس ۱۲، به‌طور تصادفی نمونه ۶۴ عضوی، انتخاب می‌کنیم انحراف معیار میانگین کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۸

۷۵ـ در یک توزیع آماری پیوسته دارای چولگی شدید، مقدار نمونه حداقل چقدر باشد تا برای آماره $\bar{X}$ بتوان تقریب نرمال به کاربرد؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۹)

۱) ۳۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۰۰

۷۶ـ میانگین و واریانس نمرات مسئولیت‌پذیری کارکنان یک سازمان به ترتیب ۷۲ و ۹ محاسبه شده است. بنابر قانون چی بی شف چند درصد نمرات کارکنان دربازه (۷۷ و ۶۷) قرار دارد؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۰)

۱) ۵۴ ۲) ۶۴ ۳) ۷۳ ۴) ۸۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ گزینه «۱» منظور از σ_x^2 در گزینه‌ها S_x^2 است که به اشتباه σ_x^2 آمده است:

تنها آماره‌های ناریب برای واریانس جامعه عبارتند از:

$$E(S_1^2)=E(S_2^2)=\sigma^2$$

هرگاه μ جامعه معلوم باشد (برآوردکننده بهتری است)

$$S_1^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{n}=\frac{\sum X_i^2}{n}-(\mu)^2$$

هرگاه μ جامعه نامعلوم باشد. (پیش‌فرض است.)

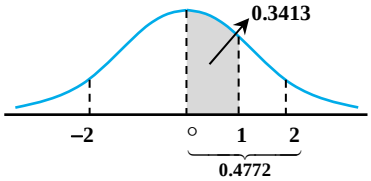
$$S_2^2=\frac{\sum(X_i-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{1}{n-1}[\sum X_i^2-\frac{(\sum X_i)^2}{n}]$$

۲ـ گزینه «۲» منظور از خطای معیار جامعه همان انحراف (خطای) معیار میانگین نمونه است.

$$\begin{cases} S_{\bar{x}}=\frac{S_X}{\sqrt{n}}=\frac{3/5}{\sqrt{625}}=\frac{3/5}{25}=0/14 \\ S_X=3/5, n=625 \end{cases}$$

۳ـ گزینه «۱» توجه کنید که اگر n به اندازه کافی بزرگ باشد، توزیع نرمال است و در صورتی که n کوچک باشد، توزیع نرمال حاصل نمی‌شود. در جوامع غیر نرمال با واریانس معلوم توزیع $\bar{X}$ به مقدار n بستگی دارد در صورتی که $n\geq 30$ باشد طبق قضیه حد مرکزی توزیع نمونه‌ای $\bar{X}$ نرمال است.

۴ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه توزیع نمونه‌ای میانگین آن را استاندارد کرده و مقادیر احتمال را بدست می‌آوریم:



$$P(\bar{X}<67)=P(\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}<\frac{67-70}{\frac{15}{\sqrt{100}}})=P(Z<-2)=P(Z>2)=0/0228$$

$$P(0<Z<2)=0/4772\Rightarrow P(Z>2)=0/5-0/4772=0/0228$$

۵ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه داده شده توزیع کای دو را می‌سازیم:

$$P(S^2>1/5\sigma^2)=P(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}>1/5\times\frac{(n-1)\cancel{\sigma^2}}{\cancel{\sigma^2}})=P(\chi^2_{(n-1)}>1/5\times(n-1))=P(\chi^2_{(8)}>1/5\times 8)=P(\chi^2_{(8)}>12)$$

۶ـ گزینه «۳» از رابطه انحراف معیار نسبت نمونه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} n=1600, x=320 \\ \bar{p}=\frac{x}{n}=\frac{320}{1600}=0/2 \end{cases}\Rightarrow \hat{\sigma}(\bar{p})=\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}=\sqrt{\frac{0/2\times 0/8}{1600}}=0/01$$

۷ـ گزینه «۴» در اینجا توجه کنید که از انحراف معیار میانگین نمونه استفاده شود:

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\Rightarrow 2=\frac{20}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=100$$

۸ـ گزینه «۲» به‌دلیل آنکه جامعه تحت تأثیر سن افراد است پس جامعه ناهمگن است و در جوامعی که از نظر صفت ناهمگن هستند از نمونه‌گیری گروهی استفاده می‌شود.

۹ـ گزینه «۲» همانطور که در متن درس هم گفته شد زمانی که جامعه آماری از نظر صفت ناهمگن باشد بهترین روش نمونه‌گیری روش گروهی است.

۱۰ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه واریانس میانگین نمونه خواهیم داشت:

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{64}}\Rightarrow \sigma_{\bar{x}}=\frac{3}{4}$$

می‌خواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای به نصف کاهش یابد:

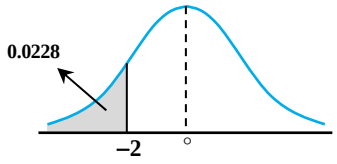
$$\frac{\sigma_{\bar{x}}}{2}=\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\Rightarrow\frac{3}{8}=\frac{6}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=256$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه توزیع نمونه‌ای میانگین آن را استاندارد کرده و مقدار احتمال را به‌دست می‌آوریم:



$$\mu_{\bar{X}} = \mu = ۹۰ \quad , \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{۸}{\sqrt{۶۴}} = ۱$$

$$P(\bar{X} < ۸۸) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} < \frac{۸۸ - ۹۰}{۱}\right) = P(Z < -۲) = ۰/۰۲۲۸ \xrightarrow{\text{درصد}} \simeq \%۲/۵$$

۱۲ـ گزینه «۳» چون X دارای توزیع نرمال است هر رابطه خطی از آن نیز دارای توزیع نرمال می‌باشد، بنابراین امید ریاضی و واریانس را به‌دست آورده خواهیم داشت:

$$\begin{cases} E(\bar{X} - \mu) = E(\bar{X}) - \mu = \mu - \mu = ۰ \\ Var(\bar{X} - \mu) = Var(\bar{X}) = \dfrac{\sigma^۲}{n} \end{cases} \Rightarrow (\bar{X} - \mu) \sim N(۰, \frac{\sigma_X^۲}{n})$$

۱۳ـ گزینه «۱» به دلیل آن‌که توزیع نا مشخص است از نامساوی چی بی شف استفاده می‌کنیم.

$$P(|\bar{X} - \mu| < k\sigma) \geq ۱ - \frac{۱}{k^۲}$$

$$۱ - \frac{۱}{k^۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{k^۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow k = ۲ \Rightarrow \begin{cases} \bar{X} - k\sigma = ۱۲۰ - ۲ \times ۸ = ۱۰۴ \\ \bar{X} + k\sigma = ۱۲۰ + ۲ \times ۸ = ۱۳۶ \end{cases}$$

۱۴ـ گزینه «۲» با توجه به نرمال بودن $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ و روابط امید ریاضی و واریانس خواهیم داشت:

$$E(\bar{X} - \bar{y}) = E(\bar{X}) - E(\bar{Y}) = ۰$$

$$Var(\bar{X} - \bar{Y}) = Var(\bar{X}) + Var(\bar{Y}) = \frac{\sigma^۲}{n_۱} + \frac{\sigma^۲}{n_۲} = \frac{۸}{۱۶} + \frac{۴}{۸} = ۱ \Rightarrow \bar{X} - \bar{Y} \sim N(۰, ۱)$$

۱۵ـ گزینه «۴» با توجه به این که توزیع جامعه معلوم نیست از رابطه چی بی شف استفاده می‌کنیم:

$$P(|\bar{X} - \mu_X| \leq k\sigma_{\bar{X}}) \geq ۱ - \frac{۱}{k^۲}$$

$$\begin{matrix} \bar{x} - k\sigma_{\bar{X}} = ۱۳۰ \Rightarrow ۲۱۰ - ۴۰k = ۱۳۰ \Rightarrow ۴۰k = ۸۰ \Rightarrow k = ۲ \\ \bar{x} + k\sigma_{\bar{X}} = ۲۹۰ \end{matrix} \Rightarrow ۱ - \frac{۱}{k^۲} = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴} = ۷۵\%$$

۱۶ـ گزینه «۳» بهترین روش نمونه‌گیری، در جوامعی که صفت مورد نظر ناهمگن است، روش تصادفی گروهی می‌باشد.

۱۷ـ گزینه «۲» می‌دانیم که در شرایط زیر از قضیه دوم چی‌بی‌شف استفاده می‌شود:

۱ـ توزیع جامعه را ندانیم. هرگاه جامعه غیر نرمال، واریانس معلوم و $n \leq ۳۰$ باشد.

۲ـ هرگاه مقدار حداقل و یا حداکثر احتمال را در توزیعی نامعلوم بخواهیم از قضیه چی‌بی‌شف استفاده می‌کنیم.

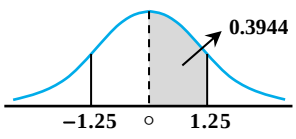
۱۸ـ گزینه «۱» در آمار $n > ۳۰$ بزرگ تلقی می‌شود و می‌توان در چنین مواردی توزیع $\bar{X}$ را تقریباً نرمال در نظر گرفت.

۱۹ـ گزینه «۳» بنابر نامساوی چی‌بی‌شف خواهیم داشت:

$$۱ - \frac{۱}{k^۲} = \frac{۶۴}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{k^۲} = \frac{۳۶}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{k} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow k = ۱/۶۷$$

$$\begin{cases} \mu - k\sigma = ۲۵۰ - ۱/۶۷ \times ۱/۵ = ۲۴۷/۴۹۵ \approx ۲۴۷/۵ \\ \mu + k\sigma = ۲۵۰ + ۱/۶۷ \times ۱/۵ = ۲۵۲/۵۰۵ \approx ۲۵۲/۵ \end{cases}$$

۲۰ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه توزیع نمونه‌ای میانگین نمونه بصورت $\bar{X} \sim N(۱۴/۵, \frac{۳۶}{۲۵})$ می‌باشد مقدار احتمال را استاندارد می‌کنیم.



$$\begin{cases} P(۱۳ < \bar{X} < ۱۶) = P\left(\dfrac{۱۳ - ۱۴/۵}{\frac{۶}{۵}} < \dfrac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \dfrac{۱۶ - ۱۴/۵}{\frac{۶}{۵}}\right) \\ P(-۱/۲۵ < Z < ۱/۲۵) = ۲P(۰ < Z < ۱/۲۵) = ۲ \times ۰/۳۹۴۴ = ۰/۷۸۸۸ \end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱ـ گزینه «۱» از رابطه نسبت مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X)=np=۲۰\Rightarrow n\times ۰/۴=۲۰\Rightarrow n=\frac{۲۰}{۰/۴}=۵۰$$

۲۲ـ گزینه «۲» از مقدار $(\mu-۱/۵\sigma)$ کمتر را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu=۳۰۰,۰۰۰ \qquad \sigma=۱۵۰,۰۰۰$$

$$\mu-۱/۵\sigma=۳۰۰,۰۰۰-(۱/۵)\times(۱۵۰,۰۰۰)=۳۰۰,۰۰۰-۲۲۵,۰۰۰=۷۵,۰۰۰$$

۲۳ـ گزینه «۲» از رابطه توزیع استاندارد استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_x=۴ \qquad \mu=۱۴/۵$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}=\frac{۴}{\sqrt{۱۰۰}}=۰/۴$$

$$z=\frac{\bar{x}-۲}{\sigma_{\bar{x}}}=\frac{۱۵-۱۴/۵}{۰/۴}=\frac{۰/۵}{۰/۴}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$$

۲۴ـ گزینه «۲» طبق قضیه چی‌بی‌شف مقدار k را بدست می‌آوریم:

$$P(\mu-k\sigma<X<\mu+k\sigma)=۱-\frac{۱}{k^۲}$$

$$\mu=۷۲\ ,\ \sigma=۴\ \Rightarrow \mu\pm k\sigma=\mu\pm ۳\sigma=۷۲\pm ۱۲\Rightarrow(۶۰,۸۴)$$

$$۱-\frac{۱}{k^۲}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{۱}{k^۲}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow k^۲=۹\ \Rightarrow\ k=۳$$

۲۵ـ گزینه «۲» اگر واحدهای نمونه مستقل و هم توزیع باشند می‌توانیم از خواص امید ریاضی و واریانس استفاده کنیم:

$$E(\bar{X})=E(\frac{\sum X_i}{n})=\frac{۱}{n}E(X_۱+X_۲+X_۳+\cdots+X_n)=\frac{۱}{n}[E(X_۱)+E(X_۲)+E(X_۳)+\ldots+E(X_n)]=\frac{۱}{n}[\mu+\mu+\cdots+\mu]=\frac{۱}{n}\times n\mu=\mu$$

$$var(\bar{X})=var(\frac{\sum X_i}{n})=\frac{۱}{n^۲}var(\sum X_i)=\frac{۱}{n^۲}\sum var(X_i)=\frac{۱}{n^۲}[var(X_i)+var(X_۲)+\cdots+var(X_n)]=$$

$$\frac{۱}{n^۲}[\sigma^۲+\sigma^۲+\ldots+\sigma^۲]=\frac{۱}{n^۲}\times n\sigma^۲=\frac{\sigma^۲}{n}$$

۲۶ـ گزینه «۴» همواره $\frac{(n-۱)S^۲}{\sigma^۲}\sim\chi^۲(n-۱)$ می باشد.

۲۷ـ گزینه «۳» طبق تعریف، آماره، هر تابعی از نمونه تصادفی می‌باشد که به هیچ پارامتر مجهولی بستگی نداشته باشد.

۲۸ـ گزینه «۲» انتخاب روش به شرایط جامعه آماری و هزینه‌ها ربط دارد.

۲۹ـ گزینه «۱» به دلیل نامعلوم بودن توزیع از نامساوی چی‌بی‌شف استفاده می‌کنیم:

$$۱-\frac{۱}{k^۲}=\frac{۳}{۴}\ \Rightarrow\ \frac{۱}{k^۲}=\frac{۱}{۴}\ \Rightarrow\ k=۲$$

$$\begin{cases}\mu-k\sigma=۲۳۰۰-۲\times۶۰۰=۱۱۰۰\\ \mu+k\sigma=۲۳۰۰+۲\times۶۰۰=۳۵۰۰\end{cases}$$

۳۰ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه انحراف معیار میانگین نمونه:

انحراف معیار میانگین نمونه نصف می‌شود.

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\xrightarrow{n\text{را ۴ برابر می‌کنیم}}\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{۴n}}=\frac{۱}{۲}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ \Rightarrow$$

۳۱ـ گزینه «۳» توزیع وزن افراد دارای توزیع نرمال است با پارامترهای:

وزن افراد : $X\sim N(\mu=۷۵,\sigma^۲=۱۰^۲)$

$$E(\bar{X})=\mu=۷۵\ \Rightarrow Var(\bar{X})=\frac{\sigma^۲}{n}=\frac{۱۰^۲}{۲۵}=\frac{۱۰۰}{۲۵}=۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۲ـ گزینه «۴» طبق قانون چی‌بی‌شف خواهیم داشت:

$$P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$\mu - k\sigma = 50 \Rightarrow 60 - 4k = 50 \Rightarrow 4k = 10 \Rightarrow k = 2/5 \Rightarrow \mu + k\sigma = 70 \Rightarrow 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{(2/5)^2} = 1 - \frac{1}{6/25} = 0/84$$

حداقل نمره ۸۴ درصد داوطلبین بین ۵۰ و ۷۰ خواهد بود.

۳۳ـ گزینه «۴» انحراف معیار میانگین نمونه برابر است با (نمونه‌گیری بدون جایگذاری است)

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{401-81}{401-1}} \times \sqrt{\frac{5}{81}} = \sqrt{\frac{320}{400}} \times \frac{\sqrt{5}}{9} = \sqrt{\frac{1600}{400}} \times \frac{1}{9} = \sqrt{4} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۳۴ـ گزینه «۱» X : تعداد صفت مورد نظر در جامعه دوجمله‌ای است.

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{X}{n} \quad \text{(نرخ در نمونه)} \\ E(\bar{P}) = E(\frac{X}{n}) = \frac{E(X)}{n} = \frac{np}{n} = p \\ \sigma^2_{\bar{p}} = \sigma^2(\frac{X}{n}) = (\frac{1}{n})^2 \sigma^2_x = \frac{1}{n^2} npq = \frac{pq}{n} = \frac{p(1-p)}{n} \end{cases}$$

توجه کنید که اگر روش نمونه‌گیری، بدون جایگذاری باشد ضریب تصحیح $\frac{N-n}{N-1}$ در واریانس $\bar{P}$ ضرب می‌شود.

۳۵ـ گزینه «۲» میانگین هر توزیعی با توجه به قضیه حد مرکزی دارای توزیع نرمال می‌باشد.

۳۶ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه بین واریانس نمونه و واریانس جامعه توزیع کای دو را می‌سازیم،دو طرف عبارت اول را در مقدار $(\frac{n-1}{\sigma^2})$ ضرب می‌کنیم،

توجه کنید که سمت چپ دارای توزیع کای دو با درجه آزادی $n-1$ است.

$$P(S^2 < \sigma^2) = P(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{35\cancel{\sigma^2}}{\cancel{\sigma^2}}) = P(\chi^2_{(35)} < 35)$$

۳۷ـ گزینه «۱» n به اندازه کافی بزرگ است و لذا با توجه به توزیع نمونه‌ای میانگین و قضیه حد مرکزی خواهیم داشت:

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

$$P(\bar{X} < 48) = P(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{48 - 50}{\frac{10}{\sqrt{100}}}) = P(Z < \frac{48-50}{\frac{10}{\sqrt{100}}}) = P(Z < -2) \simeq 2/5\%$$

۳۸ـ گزینه «۳» از نامساوی چی‌بی شف استفاده می‌کنیم:

$$P(16 < X < 32) = P(|X - 24| < 8) \geq 1 - \frac{1}{4} = 0/75$$

$$P(|X - \mu| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \quad ; \quad k\sigma = 8 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2$$

۳۹ـ گزینه «۲» از توزیع نمونه‌ای تفاضل میانگین‌های دو نمونه استفاده می‌کنیم که واریانس آنها به صورت زیر می‌باشد، توجه کنید که دو نمونه مستقل‌اند لذا کواریانس برابر با صفر است.

$$\sigma^2_{(\bar{X}-\bar{Y})} = Var(\bar{X}) + Var(\bar{Y}) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} = \frac{9}{100} + \frac{4}{25} = \frac{25}{100} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0/5$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۰ـ گزینه «۲» طبق قانون چی‌بی‌شف بصورت روبرو خواهیم داشت:

$$1-\frac{1}{k^2}=\frac{84}{100}\Rightarrow\frac{1}{k^2}=0/16\Rightarrow k=2/5$$

$$\begin{matrix}\mu-K\sigma=72\\ \mu+K\sigma=88\end{matrix}\Rightarrow 2k\sigma=16\Rightarrow 2\times 2/5\times\sigma=16\Rightarrow\sigma=3/2$$

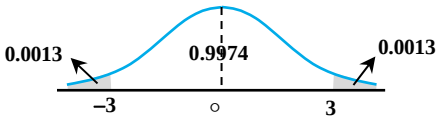
۴۱ـ گزینه «۱» وزن بسته‌های شکر دارای توزیع نرمال با پارامترهای روبرو است: $X\sim N(\mu=2,\sigma^2=(0/2)^2)$

دقت کنید که میانگین و انحراف معیار باید بر طبق یک واحد (مقیاس) باشند به عبارت دیگر چون میانگین برحسب کیلوگرم است پس انحراف معیار نیز باید بر حسب کیلوگرم شود:

$$\sigma=200\,gr=\frac{200}{1000}=0/2\,kg$$

$$P(\bar{X}\geq 2/2)=P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq\frac{2/2-2}{\frac{0/2}{\sqrt{9}}}\right)=P\left(Z\geq\frac{0/2}{\frac{0/2}{3}}\right)=P(Z\geq 3)=0/0013$$

به شکل دقت کنید:



۴۲ـ گزینه «۱» با توجه به مطلب گفته شده در فصل به‌صورت زیر :

$$Var(\bar{x})=\begin{cases}\frac{N-n}{N-1}\frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری بدون جایگذاری}\\ \frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری با جایگذاری}\end{cases}$$

می‌دانیم که $\frac{N-n}{N-1}$ ضریب تصحیح واریانس، همواره عدی بین صفر و یک است بنابراین واریانس میانگین نمونه را کوچکتر خواهد کرد: $\frac{N-n}{N-1}.\frac{\sigma^2}{n}<\frac{\sigma^2}{n}$

و می‌دانیم در صورتی‌که تعداد نمونه نسبت به جامعه کوچک باشد یعنی $(\frac{n}{N}\leq 0/05)$ باشد از ضریب تصحیح واریانس $\frac{N-n}{N-1}$ در شرایط نمونه‌گیری بدون جایگذاری چشم‌پوشی شده و با حالت با جایگذاری برابر خواهد شد. بنابراین:

برای نمونه های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است و برای نمونه‌ای بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری با واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری برابر است.

۴۳ـ گزینه «۳» از واریانس میانگین نمونه استفاده کرده خواهیم داشت:

$$\sigma_{\bar{x}}^2=4\Rightarrow\sigma_{\bar{x}}=2$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow 2=\frac{12}{\sqrt{n}}\Rightarrow\sqrt{n}=6\Rightarrow n=36$$

۴۴ـ گزینه «۱» توزیع جامعه نامعلوم است اما $n>30$ می‌باشد طبق قضیه حد مرکزی توزیع میانگین نمونه نرمال است.

$$\bar{X}\sim N(\mu=50,\frac{\sigma^2}{n}=\frac{(10)^2}{100})$$

$$P(\bar{X}<48)=P\left(Z<\frac{48-50}{\frac{10}{\sqrt{100}}}\right)=P(Z<-2)=0/025=\%2/5$$

۴۵ـ گزینه «۴» از قضیه چی‌بی‌شف استفاده می‌کنیم:

$$P(15<X<45)=P(|X-30|<15)\geq 1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}=0/89\quad,\ K=3$$

۴۶ـ گزینه «۲» از قانون چی‌بی‌شف زمانی استفاده می‌شود که توزیع جامعه نامعلوم و یا توزیع میانگین نامشخص باشد.

۴۷ـ گزینه «۱» زمانیکه نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد:

$$Var(\bar{X})=\frac{N-n}{N-1}\times\frac{\sigma^2}{n}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۸ـ گزینه «۲» طبق تعریف همواره $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$ می‌باشد.

۴۹ـ گزینه «۲» به دلیل اینکه توزیع خود جامعه نرمال است توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ نیز بدون توجه به حجم نمونه نرمال است.

۵۰ـ گزینه «۴» زمانی که انحراف معیار جامعه معلوم باشد برای فاصله اطمینان از آزمون نرمال استفاده می‌کنیم.

۵۱ـ گزینه «۱» خطای معیار عبارتست از انحراف معیار میانگین نمونه $(s_{\bar{x}})$ و داریم:

$$s_{\bar{x}} = \frac{a}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{64}} = \frac{16}{8} = 2$$

۵۲ـ گزینه «۳» طبق رابطه چی‌بی‌شف که به صورت روبرو داریم مقدار k را به دست می‌آوریم:

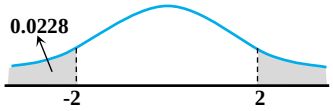
$$P(|\bar{X} - E(X)| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$\Rightarrow \mu - k\sigma = 63 \quad \Rightarrow \quad 75 - 8k = 63 \quad \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow \mu + k\sigma = 87 \quad \Rightarrow \quad 75 + 8k = 87$$

بنابراین حداقل احتمال برابر با $(1 - \frac{1}{k^2})\%$ می‌باشد که این مقدار برابر است با:

$$\%(1 - \frac{1}{(\frac{3}{2})^2}) = 55\%$$

۵۳ـ گزینه «۲» ابتدا میانگین نمونه را استاندارد می‌کنیم سپس آن را با مقدار احتمال استاندارد شده مقایسه می‌کنیم و مقدار n را محاسبه می‌کنیم: (به شکل توجه کنید)



$$P(\bar{X} > 69) = P(Z > \frac{69 - 72}{\frac{12}{\sqrt{n}}}) = 0/9772$$

از طرفی $P(Z > 2) = P(Z < -2) = 0/0228$

$$P(Z < -2) = 0/0228 \Rightarrow -\frac{\sqrt{n}}{4} = -2 \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

$$P(Z < \frac{-\sqrt{n}}{4}) = 0/0228$$

۵۴ـ گزینه «۱» با توجه به نامساوی چی بی شف به دلیل آنکه گفته شده بیشتر از ۱۲ هزار تومان "یا" کمتر از ۸ هزار تومان این احتمال حداکثر است.

$$P(X > 12) + P(X < 8) = P(|X - 10| \geq 2) \leq \frac{1}{(2)^2} = \frac{1}{4} \quad , \quad \sigma = 1 \Rightarrow k\sigma = k$$

۵۵ـ گزینه «۴» با توجه به $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ مقدار آن را استاندارد کرده خواهیم داشت:

$$P(190 < \bar{X} < 210) = P(\frac{190 - 200}{\frac{30}{\sqrt{36}}} < Z < \frac{210 - 200}{\frac{30}{\sqrt{36}}}) = P(-2 < Z < 2) = \%95$$

۵۶ـ گزینه «۳» طبق قضیه چی‌بی‌شف

$$P(\bar{X} - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{k^2} = 0/36 \Rightarrow \frac{1}{k^2} = 1 - 0/36 = 0/64 \Rightarrow k = 1/25$$

$$\mu \pm k\sigma \Rightarrow (9/8 - (1/25)(1/2) \ , \ 9/8 + (1/25)(1/2)) = (8/3, 11/3)$$

۵۷ـ گزینه «۲» هرگاه یک نمونه n تایی از یک جامعه که حجم آن مشخص و برابر با N عضو که دارای میانگین μ_X و واریانس مشخص σ_X^2 است انتخاب شود انحراف معیار توزیع میانگین نمونه برابر خواهد بود با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{200}{50}} \cdot \sqrt{\frac{626 - 50}{625}} = 1/92$$

(توجه کنید نمونه‌گیری بدون جایگذاری است)

۵۸ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} Var(\bar{X}_1) = 15 \\ n_1 = 48 \end{cases} \ ; \ \begin{cases} Var(\bar{X}_2) = 9 \\ n_2 = 36 \end{cases} \Rightarrow Var(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = Var(\bar{X}_1) + Var(\bar{X}_2)$$

چون $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ مستقلند در نتیجه کوواریانس آنها صفر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=\begin{cases}\sigma^2_{\bar{X}_1}=\dfrac{\sigma_1^2}{n}=\dfrac{15}{48}\\ \sigma^2_{\bar{X}_2}=\dfrac{\sigma_2^2}{n}=\dfrac{9}{36}\end{cases}\Rightarrow\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=\sqrt{\frac{15}{48}+\frac{9}{36}}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$

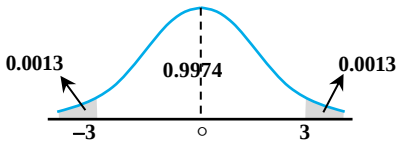
۵۹ـ گزینه «۱» از رابطه انحراف معیار، میانگین نمونه استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_{\bar{X}}=\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\frac{\sqrt{14}}{3}\times\sqrt{\frac{65-9}{65-1}}=1/167\approx1/16$$

۶۰ـ گزینه «۳» در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای N تایی واریانس میانگین نمونه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Var(\bar{X})=\begin{cases}\dfrac{N-n}{N-1}\dfrac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری بدون جایگذاری}\\ \dfrac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری با جایگذاری}\end{cases}\Rightarrow\frac{\text{واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری}}{\text{واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری}}=\frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\frac{N-n}{N-1}\cdot\frac{\sigma^2}{n}}=\frac{N-1}{N-n}$$

۶۱ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه توزیع میانگین نمونه نرمال است آن‌را به‌صورت زیر استاندارد می‌کنیم:



$$X\sim N(\mu=15,\sigma^2=3^2)$$

$$P(\bar{X}>18)=P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}>\frac{18-15}{\frac{3}{\sqrt{9}}}\right)=P(Z>3)=0/0013$$

۶۲ـ گزینه «۲» از رابطه واریانس میانگین نمونه استفاده می‌کنیم و در رابطه جاگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}\sigma_{\bar{X}}=2\\ \sigma=12\end{cases}\qquad Var(\bar{X})=\frac{\sigma^2}{n}\Rightarrow\sigma_{\bar{X}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow2=\frac{12}{\sqrt{n}}\Rightarrow\sqrt{n}=6\Rightarrow\boxed{n=36}$$

۶۳ـ گزینه «۴» از رابطه $Var(a\bar{X}_1\pm b\bar{X}_2)=a^2Var(\bar{X}_1)+b^2Var(\bar{X}_2)\pm2abCOV(\bar{X}_1,\bar{X}_2)$ استفاده می‌کنیم و توجه کنید که به‌دلیل آنکه دو نمونه مستقل‌اند کواریانس صفر است:

$$\begin{cases}Var(4\bar{X}_1-3\bar{X}_2)=4^2Var(\bar{X}_1)+(-3)^2Var(\bar{X}_2)=16\dfrac{\sigma^2}{n_1}+9\dfrac{\sigma^2}{n_2}=\sigma^2\left(\dfrac{16}{n_1}+\dfrac{9}{n_2}\right)\\ Var(\bar{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}\end{cases}$$

۶۴ـ گزینه «۳» قضیه حد مرکزی بیان می‌داشت که توزیع میانگین نمونه نرمال است $Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ با توجه به اینکه تابع احتمال داده شده یک تابع برنولی است میانگین و واریانس آن به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X\sim B(1,\theta)\rightarrow\begin{cases}\mu=E(X)=\theta\\ \sigma^2=Var(X)=\theta(1-\theta)\end{cases}\Rightarrow\quad Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{\bar{X}-\theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}}$$

۶۵ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه اشاره‌ای به نوع توزیع جامعه نشده است توزیع میانگین نمونه به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases}E(\bar{X})=\mu\ \text{(میانگین جامعه)}\\ Var(\bar{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}\xrightarrow{n=1}Var(\bar{X})=\sigma^2\text{(واریانس جامعه)}\end{cases}$$

پس تنها در صورتی‌که تعداد نمونه‌ها $(n=1)$ باشد توزیع میانگین نمونه با توزیع داده‌ها (جامعه) یکی می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۶ـ گزینه «۱» همواره طبق تعریف قانون قوی اعداد بزرگ برنولی: $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - p| < \varepsilon) = ۱$

۶۷ـ گزینه «۲» طبق تعریف احتمال آنکه قدرمطلق تفاضل فراوانی نسبی یک حادثه از احتمالش کوچکتر از هر عدد مثبتی مانند ε باشد با افزایش n برابر با ۱ است: $\lim_{n\to\infty} P(|\frac{N_A}{N} - p| < \varepsilon) = ۱$

۶۸ـ گزینه «۲» قانون اعداد بزرگ خاصیت چی بی شف به صورت روبرو تعریف می‌شود: $\lim_{n\to\infty}[|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}| < \varepsilon] = ۱$

۶۹ـ گزینه «۱» در صورتیکه $n > ۰/۰۵N$ باشد خواهیم داشت: $Var(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-۱} \times \frac{\sigma^۲}{n}$

۷۰ـ گزینه «۳» $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{\sigma_x}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{۱/۲۴}{۰/۶۲} = ۲ \Rightarrow n = ۲^۲ = ۴$ خطای معیار میانگین

۷۱ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ با بزرگ‌تر شدن مخرج واریانس نمونه‌ای کوچک می‌شود.

۷۲ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. $n = ۱۰۰$ بزرگ است پس از توزیع نرمال استفاده می‌کنیم.

$$P(|\bar{X} - \mu| \le ۲/۵) = P(Z \le \frac{۲/۵}{-۲/۵}) = P(Z \le ۱) = ۰/۸۴$$

۷۳ـ گزینه «۳» با توجه به صورت مسئله : $n = ۱۶ , \sigma^۲ = ۶ , N = ۹۷$

$$Var(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-۱} \cdot \frac{\sigma^۲}{n} = \frac{۹۷-۱۶}{۹۷-۱} \times \frac{۶}{۱۶} = \frac{۸۱}{\cancel{۹۶}} \times \frac{\cancel{۶}}{۱۶} = \frac{۸۱}{۱۶\times۱۶} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{۸۱}{۱۶\times۱۶}} = \frac{۹}{۱۶} = ۰/۵۶۲۵$$

۷۴ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه‌ی انحراف معیار استفاده می‌کنیم: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{۱۲}{۶۴}} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۸}$

ولی اگر انحراف معیار برابر با ۱۲ باشد که به‌نظر می‌رسد منظور طراح نیز همین بوده است: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{۱۲}{\sqrt{۶۴}} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$ (گزینه ۳)

۷۵ـ گزینه «۱» با توجه به قضیه حد مرکزی، کاربرد حداقل نمونه ۳۰ تایی باعث ایجاد تقارن در توزیع $\bar{X}$ می‌گردد.

۷۶ـ گزینه «۲» نامساوی چی‌بی شف به صورت روبرو است: $P(\mu - K\sigma \le X \le \mu + K\sigma) \ge ۱ - \frac{۱}{K^۲}$

$$\begin{cases} \mu - K\sigma = ۶۷ \\ \mu + K\sigma = ۷۷ \end{cases} \Rightarrow ۷۲ - ۳K = ۶۷ \Rightarrow K = \frac{۵}{۳} \Rightarrow ۱ - \frac{۱}{K^۲} = ۱ - \frac{۱}{(\frac{۵}{۳})^۲} = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \times ۱۰۰ = ۶۴\%$$

بنابراین حداقل ۶۴٪ از داده‌ها در این فاصله قرار می‌گیرند.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل ششم

«نظریه برآورد»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ کدام یک از موارد زیر در مورد فاصله اطمینان یک پارامتر آماری مصداق ندارد؟ هر قدر ..... ، طول فاصله اطمینان کمتر می‌شود. (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) حجم نمونه بیشتر باشد.
۲) واریانس تخمین زننده نقطه‌ای کمتر شود.
۳) واریانس جامعه آماری کمتر شود.
۴) ضریب اطمینان بالاتر رود.

۲ـ در یک نمونه تصادفی به حجم $n = ۴۰۰$ از خانوارهای ساکن در شهر تهران مشخص شد که ۸۰ خانوار دارای اتومبیل هستند. فاصله اطمینان ۰/۹۵ برای نسبت واقعی خانوارهای ساکن در شهر تهران که دارای اتومبیل هستند، کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱۶ – ۰/۲۴
۲) ۰/۱۸ – ۰/۲۲
۳) ۰/۱۴ – ۰/۲۶
۴) ۰/۱۵ – ۰/۲۵

۳ـ اگر بخواهیم نسبت افراد بیکار در یک شهر بزرگ را با خطای ۰/۰۱ و ضریب اطمینان ۰/۹۵ برآورد کنیم، در صورت فقدان هر نوع اطلاع دیگر، حجم نمونهٔ مناسب چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱۰۰۰۰
۲) ۵۰۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۵۰۰

۴ـ در یک نمونه تصادفی ۳ تایی ازکارمندان یک شرکت، حقوق ماهیانه پرداختی ۹۱، ۸۹ و ۹۰ هزارتومان بوده است. فاصله اطمینان ۹۰% برای میانگین حقوق ماهیانه کارمندان این شرکت کدام است؟ $(t = ۲/۹)$. (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $۹۰ \pm \frac{۲/۹}{\sqrt{۳}}$
۲) $۹۱ \pm \frac{۰/۹۷}{۳\sqrt{۳}}$
۳) $۹۰ \pm ۰/۹۷$
۴) $۹۰ \pm \frac{۵/۸}{۳\sqrt{۳}}$

۵ـ $U_۱$ و $U_۲$ برآورد کننده نااریب (بدون تورش) و مستقل برای پارامتر θ هستند. ضریب a چقدر باشد تا آماره $T = ۲U_۱ + aU_۲$ یک برآوردکننده ناریب برای پارامتر θ باشد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) -۲
۲) -۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

۶ـ برآوردکننده‌ای بهتر است که دارای کم‌ترین ..... باشد. (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) اریب (تورش)
۲) انحراف معیار
۳) میانگین مجذور خطا
۴) خطا

۷ـ اگر بخواهیم متوسط درآمد خانوارها را در سطح معنی‌داری $\alpha = ۰/۰۵$ و حداکثر خطا $\varepsilon = ۰/۰۱$ در یک شهر تخمین بزنیم. به فرض این که واریانس جامعه برابر ۰/۲۵ باشد، حجم نمونه لازم کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱۹۲۰۸
۲) ۲۴۰۱
۳) ۴۸۰۲
۴) ۹۶۰۴

۸ـ اگر یک نمونه تصادفی $X_۱, X_۲, \ldots, X_n$ از یک جامعه با میانگین μ و واریانس $\sigma^۲$ گرفته شده باشد، تخمین زننده زیر در مقایسه با $\bar{X}$ (میانگین نمونه) چگونه است؟ $\hat{\mu} = \frac{۲}{n(n+۱)}(X_۱ + ۲X_۲ + ۳X_۳ + \ldots + nX_n)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) کاراتر از $\bar{X}$ است.
۲) تخمین زننده با تورش از μ است.
۳) تخمین زننده بدون تورش است و نسبت به $\bar{X}$ کارایی بیشتری دارد.
۴) تخمین زننده بدون تورش است و نسبت به $\bar{X}$ کارایی کمتری دارد.

۹ـ در ساختن فاصلهٔ اطمینان برای میانگین، اگر حجم نمونه افزایش پیدا کند، کدام عبارت درست است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) طول فاصله اطمینان کاهش می‌یابد.
۲) طول فاصله اطمینان افزایش می‌یابد.
۳) طول فاصله اطمینان بدون تغییر می‌ماند.
۴) واریانس نمونه‌ای، $S^۲$، افزایش می‌یابد.

۱۰ـ به منظور برآورد میانگین یک جامعهٔ نرمال با واریانس ۴، در نظر است یک نمونه تصادفی انتخاب گردد. اگر دقت برآورد ۰/۴ باشد، حجم نمونه تحقیق در سطح خطای ۵٪ ، کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) ۹۴
۲) ۹۷
۳) ۱۰۰
۴) ۱۰۳

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ نمونه‌ای به اندازه‌ی n از جامعه‌ی نرمالی انتخاب شده است و براساس نمونه، برآورد کننده‌ی واریانس به صورت $S^2 = \frac{1}{n}\sum(X_i - \bar{X})^2$ تعریف شده است. امید ریاضی آن کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) σ^2 ۲) $\frac{\sigma^2}{n}$ ۳) $\frac{(n-1)\sigma^2}{n}$ ۴) $n\sigma^2$

۱۲ـ در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال با پارامتر مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 100$، میانگین حسابی $\bar{x} = 50$ بدست آمده است. خطای حد ممکن (ε) با احتمال اعتماد ۰/۹۵ در ارزیابی پارامتر μ کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱/۹۶ ۲) ۳/۹۲ ۳) ۲/۳۳ ۴) ۱/۶۴

۱۳ـ از جامعه‌ای نرمال با واریانس ۱۰۰ و در سطح $\alpha = 5\%$ نمونه‌ای با چه حجمی انتخاب کنیم تا حداکثر خطای حدی از ۱/۴ تجاوز نکند؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۳۹۲ ۲) ۱۹۶ ۳) ۹۸ ۴) ۴۹

۱۴ـ برآورد کنندهٔ بدون تورشی از پارامتر θ جامعه‌ای که دارای تابع چگالی احتمال زیر است کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2}{\theta} & 0 \le x \le \theta \\ f(x) = 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$$

۱) $\hat{\theta} = X - 2$ ۲) $\hat{\theta} = \frac{1}{2}X$ ۳) $\hat{\theta} = 2X$ ۴) $\hat{\theta} = X$

۱۵ـ مقدار فروش یک شرکت تجاری که دارای توزیع نرمال است، در یک نمونه تصادفی ۳ تایی ۲۰ ، ۲۲ و ۲۱ میلیون تومـان بـوده اسـت. فاصـله اطمینان $1-\alpha$ درصد برای میانگین فروش کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) $21 \pm \frac{2}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2,2}$ ۲) $21 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2,2}$ ۳) $21 \pm z_{\alpha/2}/\sqrt{2}$ ۴) $21 \pm z_{\alpha/2}/\sqrt{3}$

۱۶ـ به منظور برآورد نسبت خاصی در جامعه با خطای ۱۰ درصد و ضریب اطمینان ۹۵ درصد، حداقل حجم نمونه مناسب چقدر است؟ $(Z_{0/025} \simeq 2)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۳۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۴۰۰

۱۷ـ برای تخمین میانگین μ در جامعه‌ای با واریانس σ^2 نمونه‌ای تصادفی به حجم ۳ را انتخاب کرده و سه تخمین‌زن زیر را در نظر می‌گیریم:

i) $W_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{6}$ ii) $W_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}$ iii) $W_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$

که X_1 و X_2 و X_3 مقادیر مشاهده شده در نمونه می‌باشند. آن‌گاه: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) W_2 و W_3 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_2 نسبت به W_3 کارآتر است.
۲) W_2 و W_3 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_3 نسبت به W_2 کارآتر است.
۳) W_1 و W_2 و W_3 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ .
۴) W_1 و W_3 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_3 نسبت به W_1 کارآتر است.

۱۸ـ از جامعه‌ای که متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ توزیع شده است. برای تخمین پارامتر μ نمونه تصادفی n تایی انتخاب می‌شود، اگر دقت برآورد ± 2 باشد، و میزان سطح اطمینان ۹۵٪ باشد، حجم نمونه (n) چقدر است؟ (راهنمایی: $\int_{-4}^{-1/96} f(z)dz = 0/025$ و $\int_{-4}^{-2} f(y)dy = 0/025$) (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۹۷ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۱۲ ۴) ۴۰۰

۱۹ـ اگر تعداد نمونه $n = 5$، میانگین و انحراف معیار نمونه به ترتیب ۵۰ و ۱/۵۸۱ باشد، و جامعه آماری نرمال باشد، مقدار خطای نمونه‌گیـری (ε) در برآورد میانگین جامعه کدام است؟(راهنمایی: $t_{0/025} = 2/776, Z_{0/025} = 1/96$) (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱/۳۹ ۲) ۱/۹۶ ۳) ۴/۳۸ ۴) ۶/۲۱

۲۰ـ اگر بخواهیم بهترین برآورد کننده را از بین برآورد کننده‌های اریب و نا اریب انتخاب کنیم، معیار گزینش عبارت خواهد بود از: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) کمترین میانگین مجذور خطا ۲) کمترین واریانس
۳) ناااریب بودن ۴) ناااریب بودن و نا اریب بودن مجانبی

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱ـ اگر بخواهیم نرخ بیکاری در جامعه را در سطح معنی‌دار ۰/۰۵ با حداکثر خطای تخمین ۰/۰۱ برآورد کنیم، حجم نمونه انتخابی چقدر باید باشد؟ $(Z_{0/025} = 2)$ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۱۰۰

۲۲ـ از خط تولید کارگاهی که اجزای ماشینی خاص را تولید می‌کند، نمونه تصادفی به حجم $n = 64$ واحد انتخاب و صفت X برای آنها اندازه‌گیری گردید. متوسط و واریانس X برای نمونه $\bar{x} = 33$ و $s^2 = 256$ به دست آمده است. فاصله اعتماد با احتمال $\gamma = 1-\alpha = 0/90$ برای متوسط واقعی کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) $(29/71, 36/29)$ ۲) $(34/21, 46/76)$ ۳) $(18/64, 40/31)$ ۴) $(30/61, 38/71)$

۲۳ـ قیمت کالایی در سطح شهر دارای توزیع نرمال است. این کالا در سه مغازه که به تصادف انتخاب شده است دارای قیمت‌های ۲۵، ۲۴ و ۲۶ تومان بوده است. فاصله اطمینان $1-\alpha$ درصد برای میانگین قیمت این کالا در سطح شهر کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $25 \pm \frac{\sqrt{2}}{3} t_{\frac{\alpha}{2},2}$ ۲) $25 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} z_{\frac{\alpha}{2}}$ ۳) $25 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\frac{\alpha}{2},2}$ ۴) $25 \pm \frac{\sqrt{2}}{3} z_{\frac{\alpha}{2}}$

۲۴ـ حداقل حجم نمونهٔ مناسب برای تخمین نسبت افرادی که در انتخابات آینده شرکت می‌کنند با خطای ۲ درصد و ضریب اطمینان ۹۵% تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۷۵۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

۲۵ـ معاون اداری مالی دانشگاهی بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از دانشجویان مشاهده کرده است که ۸۰ نفر از آنها از کمک هزینه تحصیلی استفاده می‌کنند. فاصله اطمینان ۹۰ درصدی نسبت واقعی دانشجویانی که از کمک هزینه تحصیلی استفاده می‌کنند، کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $0/8 \pm 0/0658$ ۲) $0/8 \pm 0/0784$ ۳) $0/8 \pm 0/0520$ ۴) $0/8 \pm 0/0822$

۲۶ـ از یک جامعه یک نمونه ۶۴ عضوی با انحراف معیار ۴ و میانگین ۱۱/۰۲ انتخاب شده است با ۹۵ درصد اطمینان میانگین در کدام فاصله است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی- سراسری ۸۳)

۱) $(10/22, 11/82)$ ۲) $(10/04, 12)$ ۳) $(10, 12/22)$ ۴) $(10, 12/04)$

۲۷ـ تعداد حجم نمونه انتخابی جهت محاسبه نرخ بیکاری جامعه در سطح اطمینان ۹۵% و خطای ۱% تقریباً برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱,۰۰۰,۰۰۰ ۲) ۱۰۰,۰۰۰ ۳) ۱۰,۰۰۰ ۴) ۱,۰۰۰

۲۸ـ به منظور مطالعه دستمزد کارگران ساختمانی روزمزد، در یک روز معین از بین آنها $n=16$ کارگر به طور تصادفی انتخاب می شود: فاصله اعتماد با احتمال اعتماد $\gamma = 1-\alpha$ برای میانگین دستمزد روزانه کارگران ساختمانی، با فرض اینکه در نمونه انتخاب شده میانگین دستمزد روزانه $\bar{x} = 200$ تومان و $s^2 = 1600$ تومان به دست آمده باشد کدام است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) $(144/4, 245/8)$ ۲) $(167/1, 255/9)$ ۳) $(102/3, 217/6)$ ۴) $(155/3, 244/7)$

۲۹ـ از نمونه‌ای به حجم $n=25$ ، میانگین نمونه $\bar{x} = 40$ و انحراف معیار $s = 5$ به دست آمده است. اگر توزیع جامعه نرمال باشد. تخمین فاصله‌ای برای میانگین جامعه (μ) درسطح $\alpha = 5\%$ کدام است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) ۴۰/۲ و ۳۹/۸ ۲) ۴۳/۸۴ و ۳۶/۱۶ ۳) ۴۱/۹۶ و ۳۸/۰۴ ۴) ۴۵ و ۳۵

۳۰ـ در سطح اعتماد $\gamma = 1-\alpha$ کدام‌یک از فواصل اعتماد ذیل کوتاه‌تر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) $\bar{X} - Z_{\frac{3\alpha}{4}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{3\alpha}{4}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ۲) $\bar{X} - Z_{\frac{2\alpha}{3}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{2\alpha}{3}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

۳) $\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{3}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{3}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ۴) $\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

۳۱ـ اگر بخواهیم نرخ بیکاری را در سطح معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$ و حداکثر حاشیه خطای $e = 0/01$ برآورد کنیم حجم نمونه لازم با فرض $\sigma^2 = 0/25$ چقدر بایستی باشد (برای متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z داریم: $P(Z > 1/96) = 0/025$ ؟) (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۴۹ ۲) ۴۹۰۰ ۳) ۹۶۰۴ ۴) ۳۸۴۱۶

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۲ـ از جامعه‌ای که متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = ۱۰۰$ توزیع شده است. برای تخمین پارامتر μ نمونه تصادفی n تایی انتخاب می‌شود، اگر دقت برآورد ± ۲ باشد و میزان سطح اطمینان ۹۵% باشد حجم نمونه (n) چقدر است؟(محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

$\int_{-۴}^{-۲} f(y)dy = ۰/۰۲۲$, $\int_{-۴}^{-۱/۹۶} f(z)dz = ۰/۰۲۵$ (راهنمایی)

۱) ۴۰ ۲) ۹۷ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۱۲

۳۳ـ اگر انحراف معیار جامعه ۱۶ و میزان خطای برآورد ۴ باشد، حداقل تعداد نمونه لازم برای بدست آوردن فاصله‌ی اطمینان ۹۵% میانگین کدام است؟ $(Z_{\frac{\alpha}{۲}} = ۱/۹۶$ است) (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۶۱/۵ ۲) ۶۴ ۳) ۹۶ ۴) ۱۰۰

۳۴ـ در جامعه‌ای به حجم ۱۰ نمونه‌های تصادفی بدون جایگذاری به حجم ۴ را در نظر می‌گیریم. در این نمونه‌های ممکن، هر واحد جامعه چند بار تکرار می‌شود؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۴)

۱) ۲۴۰ ۲) ۲۱۰ ۳) ۱۲۶ ۴) ۸۴

۳۵ـ تقاضا برای کالای X که دارای توزیع نرمال است طی ۳۶ روز دارای میانگین نمونه‌ای $\bar{x} = ۵۰$ و انحراف معیار $s = ۵$ به دست آمده است. تخمین فاصله‌ای برای میانگین جامعه (μ) در سطح $\alpha = ۵\%$ کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۵۲/۶۹ و ۴۷/۴۷ ۲) ۵۰/۵۵ و ۴۹/۴۵ ۳) ۵۳/۷۵ و ۴۶/۴۷ ۴) ۵۱/۶۳ و ۴۸/۳۷

۳۶ـ از جامعه‌ای دارای توزیع نرمال با واریانس ۵۰ و در سطح $\alpha = ۵\%$ نمونه‌ای با چه حجمی انتخاب کنیم تا حداکثر خطای حدی از ۱/۴ تجاوز نکند. (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۹۸ ۲) ۱۹۶ ۳) ۳۹۲ ۴) ۴۹

۳۷ـ برای تخمین نسبت موفقیت‌ها در جامعه‌ای، دو نمونه تصادفی مستقل به حجم‌های $n_۱, n_۲$ از جامعه گرفته و برآورد پیشنهاد $\hat{p} = \frac{X_۱ + X_۲}{n_۱ + n_۲}$ شده است که در آن $X_۱, X_۲$ تعداد موفقیت‌ها در نمونه اول و دوم است. کمیت انتظاری (امید ریاضی) این برآورد کننده کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) p ۲) $\frac{۲\mu_X}{n_۱ + n_۲}$ ۳) $\frac{p_۱ + p_۲}{n_۱ + n_۲}$ ۴) $\frac{۲p}{n_۱ + n_۲}$

۳۸ـ اگر بخواهیم نرخ بیکاری را در سطح معنی‌داری $\alpha = ۰/۰۵$ و حداکثر حاشیه خطای $e = ۰/۰۱$ برآورد کنیم، حجم نمونه لازم تقریباً چقدر باید باشد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۱۰۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰۰

۳۹ـ فاصله اطمینان $\alpha - ۱$ برای واریانس جامعه‌ای با توزیع نرمال چیست؟ (α برای دنباله راست توزیع تعریف شده است) (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{\chi^۲_{۱-\frac{\alpha}{۲},n-۱}}{(n-۱)S^۲} < \sigma^۲ < \frac{\chi^۲_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}}{(n-۱)S^۲}$

۲) $\frac{\chi^۲_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}}{(n-۱)S^۲} < \sigma^۲ < \frac{\chi^۲_{۱-\frac{\alpha}{۲},n-۱}}{(n-۱)S^۲}$

۳) $\frac{(n-۱)S^۲}{\chi^۲_{۱-\frac{\alpha}{۲},n-۱}} < \sigma^۲ < \frac{(n-۱)S^۲}{\chi^۲_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}}$

۴) $\frac{(n-۱)S^۲}{\chi^۲_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}} < \sigma^۲ < \frac{(n-۱)S^۲}{\chi^۲_{۱-\frac{\alpha}{۲},n-۱}}$

۴۰ـ یک نمونه تصادفی متشکل از ۶۴ لامپ نشان می‌دهد که عمر متوسط نمونه ۳۵۰ ساعت است. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای متوسط طول عمر واقعی لامپ‌ها با فرض $\sigma_X = ۱۰۰$ عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱۵۰ تا ۵۵۰ ۲) ۱۵۴ تا ۵۴۶ ۳) ۲۵۰/۵ تا ۴۴۹/۵ ۴) ۳۲۵/۵ تا ۳۷۴/۵

۴۱ـ کدام‌یک از برآوردگرها از واریانس جامعه، ناریب (بدون تورش) می‌باشند؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) $S^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(X_i - \mu)^۲}{n-۱}$ ۲) $S^۲ = \frac{n(\bar{X} - \mu)^۲}{n-۱}$ ۳) $S^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(X_i - \mu)^۲}{n}$ ۴) $S^۲ = (\bar{X} - \mu)^۲$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۲ـ انحراف معیار یک جامعه ۱۰ و میزان خطای برآورد آن ۲/۰۵ باشد. حداقل تعداد نمونه لازم برای فاصله اطمینان ۰/۹۰ میانگین کـدام اسـت؟ $P(Z < -1/64) = 0/05$ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶۴ ۲) ۸۱ ۳) ۵۰ ۴) ۵۶

۴۳ـ اگر $\bar{P}$ آماره p در نمونه‌های n تایی از جامعه N عضوی باشد، $\sigma^2_{\bar{p}}$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{p(1-p)}{n}$ ۲) $\frac{p(1-p)}{N}$ ۳) $np(1-p)$ ۴) $\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{N}$

۴۴ـ صفت متغیر تصادفی در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ مجهول و با واریانس $\sigma^2 = 40$ توزیع می‌شود. به منظور ارزیابی پارامتر μ با حداکثر خطای ممکنه $\varepsilon = 4$، با احتمال اعتماد $1-\alpha = 0/95$ چه حجم نمونه‌ای مورد نیاز است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) $n = 10$ ۲) $n = 20$ ۳) $n = 5$ ۴) $n = 15$

۴۵ـ بر اساس میانگین حسابی $(\bar{X})$ در نمونه‌ایی به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال $N(\mu = ?, \sigma^2 = 40)$ فاصله اعتماد برای پـارامتر μ بـا احتمـال اعتماد $1-\alpha = 0/95$ به صورت $(\underline{l}, \bar{l}) = (85, 95)$ بدست آمده است. کدامیک از گزینه‌های زیر در رابطه با مقدار پارامتر μ در جامعه صحیح است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\mu = 84$ ۲) $\mu = 86$ ۳) $\mu = 96$ ۴) $\mu = 98$

۴۶ـ در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال با پارامتر مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ میانگین حسابی $\bar{x} = 50$ بدست آمـده اسـت. خطـای حدی ممکن (ε) با احتمال اعتماد ۰/۹۵ در ارزیابی پارامتر μ کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۳/۹۲ ۲) ۱/۹۶ ۳) ۲/۳۳ ۴) ۱/۶۴

۴۷ـ برای برآورد میانگین یک جامعه نرمال، حجم نمونه چقدر باید باشد تا حداکثر خطای برآورد برابر $\frac{1}{4}$ انحراف معیار جامعه باشد؟ $(Z_{0/025} \approx 2)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۵۲ ۴) ۶۴

۴۸ـ برآورد فاصله‌ای مجموع متوسط وزن مسافر (μ_1) و بار همراه وی (μ_2) در یک پرواز براساس یک نمونه تصادفی n_1 تایی از مسـافران و یـک نمونه تصادفی n_2 تایی مستقل از بار همراه مسافران کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری۸۳ و ۸۶)

۱) $(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ ۲) $(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2},r} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

۳) $(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ ۴) $(\mu_1 + \mu_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2},r} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$

۴۹ـ نمرات یک نمونه تصادفی ۳ تایی از دانشجویان کلاسی که دارای توزیع نرمال است ۱۶، ۱۵ و ۱۷ بوده است. فاصله اطمینان ۹۰٪ برای میـانگین نمرات دانشجویان کدام است؟ $(t \approx 3)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۵/۳ ـ ۱۶/۷ ۲) ۱۴/۳ ـ ۱۷/۷ ۳) ۰/۴۰۲ـ۰/۵۹۸ ۴) ۱۳/۷ ـ ۱۸/۳

۵۰ـ بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از نوزادان تازه متولد شده، ۵۰ نفر پسر بوده‌اند. فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی پسـران متولـد شده کدام است؟ $(Z_{0/05} = 1/64, Z_{0/025} = 1/96)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۴۱۸ـ۰/۵۸۲ ۲) ۰/۴۹۰۳ـ۰/۵۰۹۷ ۳) ۰/۴۰۲ـ۰/۵۹۸ ۴) ۰/۴۹۱۸ـ۰/۵۰۸۲

۵۱ـ اگر $\hat{\theta}$ برآوردکننده پارامتر θ با اریب (تورش) $k\theta + 5$ باشد، کدام برآوردکننده زیر نااریب (بدون تورش) است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{\hat{\theta} - 5}{k}$ ۲) $\frac{\hat{\theta} - 5}{k+1}$ ۳) $\frac{\hat{\theta}}{k} - \frac{5}{k+1}$ ۴) $(k+1)\hat{\theta} + \frac{5}{k+1}$

۵۲ـ فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال باشد. اگر واریانس جامعه نصف شود آن‌گاه طول فاصله اطمینان : (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{1}{2}$ برابر می‌شود. ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر می‌شود. ۳) $\sqrt{2}$ برابر می‌شود. ۴) ۲ برابر می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۳ـ در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از تولیدات کارخانه‌ای ۸۹ کالا سالم و بقیه معیوب هستند. یک بازه ۹۰٪ برای نسبت تولیدات سالم عبارتست از: $(Z_{0/95} = 1/64, Z_{0/975} = 1/96)$ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $0/89 \pm 1/64\sqrt{\frac{0/89 \times 0/11}{99}}$ ۲) $0/89 \pm 1/64\sqrt{\frac{0/89 \times 0/11}{100}}$ ۳) $0/89 \pm 1/96\sqrt{\frac{0/89 \times 0/11}{99}}$ ۴) $0/89 \pm 1/96\sqrt{\frac{0/89 \times 0/11}{100}}$

۵۴ـ سه تخمین‌زننده $T_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$ و $T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{2}{4}X_3$ و $T_3 = \frac{1}{8}X_1 + \frac{2}{8}X_2 + \frac{5}{8}X_3$ وجود دارند. کدام رابطه بین واریانس آن‌ها برقرار است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $Var(T_1) < Var(T_2) < Var(T_3)$ ۲) $Var(T_2) < Var(T_3) < Var(T_1)$

۳) $Var(T_2) < Var(T_1) < Var(T_3)$ ۴) $Var(T_3) < Var(T_2) < Var(T_1)$

۵۵ـ برای ساختن فاصله اطمینان برای واریانس از توزیع ..... استفاده می‌شود. (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) F ۲) t ۳) Z ۴) χ^2

۵۶ـ برای مقایسه دو واریانس از چه آزمونی استفاده می‌شود؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) Z ۲) t ۳) F ۴) χ^2

۵۷ـ کدام یک از گزینه‌های زیر دارای توزیع F می‌باشد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{S_1}{S_2}$ ۲) $(n-1)\frac{S_1}{S_2}$ ۳) $(n-1)\frac{S}{\sigma}$ ۴) هیچکدام

۵۸ـ یک نمونه تصادفی ۱۰۰ نفری از بین رای دهندگان یک شهر انتخاب و مشخص شده است که ۸۰٪ آنها به کاندیدای A رأی می‌دهند. یک فاصله اطمینان ۹۰٪ برای نسبت افراد در جامعه که به A رأی خواهند داد برابر است با: $(z_{0/05} = 1/65)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) (۰/۴ تا ۱) ۲) (۰/۸۳ تا ۰/۹۷) ۳) (۰/۸۹۵ تا ۰/۹۰۵) ۴) (۰/۸۸ تا ۰/۹۲)

۵۹ـ اگر بخواهیم نسبت افراد باسواد یک جامعه را با خطای ۰/۰۲± و ضریب اطمینان ۹۵٪ برآورد کنیم، تقریباً چه حجم نمونه‌ای مناسب است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۵۰۰۰ ۴) ۷۵۰۰

۶۰ـ وام مسکن پرداختی به یک نمونه تصادفی ۳ تایی از مشتریان بانک که دارای توزیع نرمال است، ۱۶، ۱۵ و ۱۷ میلیون تومان بوده است. فاصله اطمینان $1-\alpha$ برای میانگین وام پرداختی بانک چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $16 \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{3}$ ۲) $16 \pm \frac{z_\alpha}{\sqrt{2}}$ ۳) $16 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}t_{\frac{\alpha}{2},3}$ ۴) $16 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}t_{\frac{\alpha}{2},2}$

۶۱ـ فرض کنید $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ دو برآوردگر مستقل ناااریب از پارامتر μ می‌باشند. به‌علاوه انحراف معیار $\hat{\mu}_2$ پنج برابر $\hat{\mu}_1$ است. با ترکیب $\hat{\mu}_1$ و $\hat{\mu}_2$ سه برآوردگر بصورت روبرو برای برآورد μ پیشنهاد شده است: $W_3 = \hat{\mu}_1 \quad W_2 = \frac{4}{5}\hat{\mu}_1 + \frac{1}{5}\hat{\mu}_2 \quad W_1 = \frac{1}{2}(\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2)$

این برآوردگرها به ترتیب کارایی (از راست به چپ) عبارتند از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) W_1, W_2, W_3 ۲) W_2, W_1, W_3 ۳) W_3, W_1, W_2 ۴) W_1, W_3, W_2

۶۲ـ اگر توزیع x نرمال بوده و دو تخمین زننده $S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}, \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum(X_i - \mu)^2}{n}$ برای تخمین σ_x^2 موردنظر باشد، به ازا $n = 10$ ضریب کارایی (نسبت واریانس $\hat{\sigma}^2$ به S^2) چیست؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۱۹ ۲) ۰/۸۱ ۳) ۰/۹ ۴) ۱/۱

۶۳ـ به منظور برآورد میانگین جامعه براساس یک نمونه تصادفی سه تایی، دو برآورد کننده A, B زیر پیشنهاد شده است. برای تشخیص آنکه کدام یک برآورد کننده بهتری است، چه ملاکی کفایت می‌کند؟ $A = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{2}, \quad B = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} + 2$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) تورش ۲) واریانس ۳) واریانس + (تورش)^2 ۴) واریانس + تورش

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۴ـ برای تخمین نسبت موفقیت‌ها در جامعه‌ای دو نمونه تصادفی مستقل به حجم n_1, n_2 از جامعه گرفته شده و برآورد کننده زیر پیشنهاد شده است که در آن X_1, X_2 تعداد موفقیت‌ها در نمونه اول و دوم است. کمیت انتظاری (امید ریاضی) این برآورد کننده کدام است؟ $\hat{p} = \frac{1}{2}(\frac{X_1}{n_1} + \frac{X_2}{n_2})$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) p ۲) μ_X ۳) $\frac{p}{2n_1n_2}$ ۴) $\frac{(n_1+n_2)\mu_X}{n_1+n_2}$

۶۵ـ دو برآورکننده $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ با ویژگی‌های زیر برای برآورد پارامتر θ پیشنهاد شده است: $Var(\hat{\theta}_2) = 50$ و $E(\hat{\theta}_2 - \theta) = 90$ و $Var(\hat{\theta}_1) = 6$ و $E(\hat{\theta}_1 - \theta) = 0$ آن‌گاه:

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\hat{\theta}_2$ مناسب‌تر است چون کاراتر است.

۲) $\hat{\theta}_1$ مناسب‌تر است زیرا یک برآوردکننده ناریب (بدون تورش) است.

۳) $\hat{\theta}_1$ مناسب‌تر است چون میانگین مجذور خطای آن (MSE) کمتر است.

۴) $\hat{\theta}_2$ مناسب‌تر است چون میانگین مجذور خطای آن (MSE) کمتر است.

۶۶ـ فرض کنید یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۱۶ انتخاب شده است و میانگین نمونه‌ای برابر با ۱۰ است، یک فاصله اطمینان ۹۵% برای میانگین جامعه کدام است؟ $(Z_{0/025} = 2)$

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $10 \pm \frac{8}{5}$ ۲) $10 \pm 2 \times \frac{16}{5}$ ۳) $10 \pm \frac{32}{25}$ ۴) $\frac{10}{25} \pm \frac{16}{5}$

۶۷ـ فردی برای جمع‌آوری اطلاعات و برآورد میانگین صفت در یک جامعه بزرگ با واریانس $\sigma^2 = 25$ چه تعداد نمونه باید انتخاب نماید تا با ۹۵% اطمینان خطای برآورد حداکثر ۱ باشد؟ $(Z_{0/025} = 2)$

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۷۹ ۲) ۸۵ ۳) ۹۰ ۴) ۱۰۰

۶۸ـ در یک نمونه تصادفی به حجم $n = 125$ از محصولات یک کارخانه دیده شده است که ۲۵ کالای تولیدی به‌طور غیر استاندارد تولید شده است. یک فاصله‌ی اطمینان ۹۵% برای نسبت کالاهای معیوب تولیدی در یک کارخانه عبارتست از؟ $(Z_{0/025} = 2)$

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{1}{5} \pm \frac{20}{125\sqrt{5}}$ ۲) $\frac{1}{5} \pm \frac{125 \times 2}{\sqrt{125}}$ ۳) $\frac{1}{5} \pm \frac{20}{5\sqrt{5}}$ ۴) $\frac{1}{5} \pm \frac{125}{\sqrt{5}}$

۶۹ـ یک برآوردکننده ناریب برای σ_x^2 کدام است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{\sum(X_i - \mu_X)^2}{n}$ ۲) $\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$ ۳) $\sum\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-2}$ ۴) $\frac{\sum(X_i - \mu_X)^2}{n-1}$

۷۰ـ برای تشخیص مناسب بودن برآوردکننده $\hat{\theta}$ برای پارامتر θ کدام یک از موارد زیر ملاک عمل است؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) $E(\hat{\theta})$ ۲) $E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2$ ۳) $E(\hat{\theta} - \theta)^2$ ۴) $E(\hat{\theta}) + var(\hat{\theta})$

۷۱ـ در میان تولیدات یک کارخانه معمولاً تعدادی کالای معیوب یافت می‌شود. اگر θ نسبت کالای معیوب باشد و در یک نمونه ۳۶ تایی ۶ کالای معیوب موجود باشد یک فاصله اطمینان ۹۵% برای θ عبارتست از: $(Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0/975} \approx 2)$

(برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1}{6} \pm \frac{1}{18}\sqrt{5}$ ۲) $\frac{1}{6} \pm \frac{1}{18}\sqrt{\frac{5}{6}}$ ۳) $\frac{5}{6} \pm \frac{1}{18}\sqrt{5}$ ۴) $\frac{15}{6} \pm \frac{1}{18}\sqrt{\frac{5}{6}}$

۷۲ـ احتمال موفقیت در یک آزمایش حدود ۵۰ درصد است. حجم نمونه را چقدر انتخاب کنیم تا با ۹۵ درصد اطمینان خطای برآورد برای این احتمال از ۰/۰۵ تجاوز نکند؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۶۰۰

۷۳ـ منظور از میانگین مجذور خطا $[MSE(\hat{\beta})]$ چیست؟

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $MSE(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2$

۲) $MSE(\hat{\beta}) = Var(\hat{\beta}) + (\hat{\beta}$ تورش$)$

۳) $MSE(\hat{\beta}) = Var(\hat{\beta}) + (\hat{\beta}$ اریب$)^2$

۴) $MSE(\hat{\beta}) = E[\beta - E(\hat{\beta})]^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۴ـ اگر آماره $T(X)=\sum_{i=1}^{n}a_iX_i$ یک تابع خطی از نتایج مشاهدات مستقل و $\sum_{i=1}^{n}a_i=1$ برقرار باشد، واریانس با کدام یک از شرایط ذیل حداقل می‌شود؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $a_1<a_2<a_3<\ldots<a_n$
۲) $a_1>a_2>a_3>\ldots>a_n$
۳) $a_1=a_2=a_3=\ldots=a_n=\frac{1}{n}$
۴) $a_1=a_2=a_3=\ldots=a_n=\frac{1}{\sqrt{n}}$

۷۵ـ اگر سه قطعه زمین مربعی شکل A، B و C به ابعاد ۷، ۵ و ۱ متر با قطعه زمینی که به ۳ قطعه‌ی یکسان مربعی تقسیم شده تعویض شود، ابعاد زمین‌های مساوی چقدر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۲/۵
۴) ۵

۷۶ـ اگر تخمین زننده $\tilde{X}=\frac{X_{min}+X_{max}}{2}$ و میانگین نمونه‌ای $\bar{X}$ در نمونه‌ای به حجم n با توزیع نرمال با امید ریاضی μ و واریانس σ^2 تعریف شده باشد، نسبت کارایی $(\frac{var(\bar{X})}{var(\tilde{X})})$ عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{n}{2}$
۲) $\frac{2}{n}$
۳) $\frac{\sqrt{n}}{2}$
۴) $\frac{n}{\sqrt{2}}$

۷۷ـ تخمین حداکثر درست‌نمایی واریانس (σ^2) در جامعه‌ای با توزیع نرمال مبتنی بر نمونه‌ای به حجم n برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}$
۲) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$
۳) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-2}$
۴) $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n+1}$

۷۸ـ از جامعه‌ای با توزیع نرمال نمونه‌ای به حجم $n=3$ انتخاب کرده‌ایم. چنانچه مشاهدات نمونه ۱۶، ۱۵ و ۱۷ باشد، فاصله اطمینان $1-\alpha$ برای میانگین جامعه عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) $16\pm\frac{1}{\sqrt{3}}t_{\frac{\alpha}{2},2}$
۲) $16\pm\sqrt{3}z_{\frac{\alpha}{2}}$
۳) $16\pm\frac{1}{\sqrt{2}}z_{\frac{\alpha}{2}}$
۴) $16\pm\frac{1}{\sqrt{2}}t_{\frac{\alpha}{2},3}$

۷۹ـ فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه با میانگین μ باشد. برآوردگر $\hat{\mu}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i.X_i$, $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\neq 1$ برای μ را در نظر بگیرید. مقدار اریبی $\hat{\mu}$ برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) صفر
۲) $\mu\sum_{i=1}^{n}\alpha_i$
۳) $\mu^2(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i-1)^2$
۴) $\mu(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i-1)$

۸۰ـ دو برآورگر S^2 و $\tilde{\sigma}^2$ به صورت زیر مفروض است. کدام گزینه در مورد واریانس این دو برآوردگر صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

$$\tilde{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 \quad ,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

۱) $Var(\tilde{\sigma}^2)>Var(S^2)$
۲) $Var(\tilde{\sigma}^2)<Var(S^2)$
۳) $Var(\tilde{\sigma}^2)=Var(S^2)$
۴) $Var(\tilde{\sigma}^2)\neq Var(S^2)$

۸۱ـ اگر انحراف معیار جامعه ۲۰ و میزان دقت برآورد ۵ باشد حداقل تعداد نمونه لازم برای بدست آوردن فاصله اطمینان ۹۵ درصدی کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۸
۲) ۱۵۷
۳) ۳۴۷
۴) ۶۲

۸۲ـ بازاریابی در صدد بررسی و برآورد قدرت خرید ساکنان یک محله تهران است او ناچار باید یک نمونه تصادفی ده‌تایی از بین خریداران انتخاب و قدرت خرید را برای هر یک از آنها اندازه‌گیری کند. قدرت خرید ساکنان محله از توزیع نرمال برخوردار است، برای تخمین میانگین قدرت خرید از چه توزیعی استفاده می‌شود. (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) توزیع t با ۸ درجه آزادی
۲) توزیع t با ۱۰ درجه آزادی
۳) توزیع نرمال استاندارد
۴) توزیع t با ۹ درجه آزادی

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۳ـ در ساختن فاصله اطمینان برای میانگین یک جامعه نرمال کدام عبارت زیر غلط است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) با افزایش ضریب اطمینان دقت نیز افزایش می‌یابد.

۲) با افزایش ضریب اطمینان طول بازه اطمینان افزایش می‌یابد.

۳) با افزایش حجم نمونه دقت افزایش می‌یابد.

۴) با افزایش پراکندگی طول فاصله اطمینان افزایش می‌یابد.

۸۴ـ در ۶۰ داده آماری طبقه‌بندی شده داریم $\sum f_i(x_i-۱۲)=۰$، $\sum f_i(x_i-۱۲)^۲=۲۴۰$ و $\sum f_i(x_i-۱۲)^۴=۲۷۶۰$، ضریب کشیدگی گشتاوری آن کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۳)

۱) ۰/۲۵ ۲) −۰/۱۲۵ ۳) ۰/۱۲۵ ۴) −۰/۲۵

۸۵ـ در یک جامعه آماری به حجم $n=۵۰$، پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر به دست آمده‌اند. ضریب چولگی توزیع کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۵)

$$\sum(x-\bar{x})^۲=۱۸۰۰,\ \sum(x-\bar{x})^۳=-۵۰۰$$

۱) $-\frac{۱۰}{۳۶}$ ۲) $-\frac{۱۰}{۲۱۶}$ ۳) $-\frac{۲۱۶}{۳۶}$ ۴) $-\frac{۲۱۶}{۱۰}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ گزینه «۴» در فاصله اطمینان هرچه ضریب اطمینان بالاتر رود طول فاصله اطمینان بیشتر می‌شود.

۲ـ گزینه «۱» طبق رابطه فاصله اطمینان برای نسبت خواهیم داشت:

$$\bar{P}=\frac{x}{n}=\frac{۸۰}{۴۰۰}=۰/۲\ ,\ Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶$$

$$\bar{P}\pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\sqrt{\frac{\bar{P}(۱-\bar{P})}{n}}\Rightarrow ۰/۲\pm ۱/۹۶\sqrt{\frac{۰/۲\times ۰/۸}{۴۰۰}}=۰/۲\pm ۰/۰۴=(۰/۱۶,۰/۲۴)\Rightarrow ۰/۱۶-۰/۲۴$$

۳ـ گزینه «۱» در چنین شرایطی فرض می‌کنیم $p=\frac{۱}{۲}$ باند و حداقل حجم نمونه را محاسبه می‌کنیم.

$$n=\frac{Z^{۲}_{\frac{\alpha}{۲}}}{۴e^{۲}}=\frac{(۲)^{۲}}{۴(۰/۰۱)^{۲}}=۱۰۰۰۰$$

۴ـ گزینه «۱» حجم نمونه $n=۳$ می‌باشد، و واریانس قابل محاسبه است. توجه کنید که حجم نمونه کوچک و واریانس جامعه نامعلوم از توزیع t استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{۹۱+۸۹+۹۰}{۳}=۹۰\ ,\ s^{۲}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^{۲}}{n-۱}=\frac{۱+۱+۰}{۲}=۱\ ,\ \bar{X}\pm t_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{S}{\sqrt{n}}=۹۰\pm ۲/۹\times\frac{۱}{\sqrt{۳}}=۹۰\pm\frac{۲/۹}{\sqrt{۳}}$$

البته این سوال را به شرط نرمال بودن توزیع جامعه حل کردیم گرچه در صورت سوال از آن صحبتی به میان نیامده است.

۵ـ گزینه «۲» دو برآورکننده $u_۱$ و $u_۲$ برای θ ناریب‌اند هرگاه $E(U_۱)=E(U_۲)=\theta$

حال طبق صورت مسئله می‌خواهیم آماره T برای θ ناریب باشد بنابراین باید $E(T)=\theta$ باشد این تساوی را برقرار می‌کنیم:

$$E(T)=E(۲U_۱+aU_۲)=۲E(U_۱)+aE(U_۲)=۲\theta+a\theta=\theta\Rightarrow\theta(۲+a)=\theta\Rightarrow ۲+a=۱\Rightarrow a=-۱$$

۶ـ گزینه «۳» در بین دوبرآوردکننده دلخواه (اریب و ناریب) برآوردکننده‌ای بهتر (کاراتر) است که MSE (میانگین مجذور خطا) کمتری داشته باشد یعنی دارای حداقل واریانس و اریبی باشد.

۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه در توزیع استاندارد خواهیم داشت:

$$n=(\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}\times\sigma}{\varepsilon})^{۲}=(\frac{Z_{۰/۰۲۵}\times\sigma}{\varepsilon})^{۲}=(\frac{۱/۹۶\times ۰/۵}{۰/۰۱})^{۲}=۹۶۰۴$$

۸ـ گزینه «۴» مقدار اریبی و واریانس را بدست می‌آوریم:

$$E(\hat{\mu})=E[\frac{۲}{n(n+۱)}(X_۱+۲X_۲+۳X_۳+\cdots+nX_n)]=\frac{۲}{n(n+۱)}[E(X_۱)+۲E(X_۲)+\cdots+nE(X_n)]$$

$$=\frac{۲}{n(n+۱)}[\mu+۲\mu+۳\mu+\cdots+n\mu]=\frac{۲}{n(n+۱)}[(۱+۲+۳+\cdots+n)\mu]=\frac{۲}{n(n+۱)}\times\frac{n(n+۱)}{۲}\times\mu=\mu$$

بنابراین برآوردگر $\hat{\mu}$ ناریب است.

$$Var(\hat{\mu})=Var[\frac{۲}{n(n+۱)}(X_۱+۲X_۲+۳X_۳+\cdots+nX_n)]=\frac{۴}{n^{۲}(n+۱)^{۲}}[Var(X_۱)+Var(۲X_۲)+\cdots+Var(nX_n)]$$

$$=\frac{۴}{n^{۲}(n+۱)^{۲}}[\sigma^{۲}+۴\sigma^{۲}+۹\sigma^{۲}+\cdots+n^{۲}\sigma^{۲}]$$

$$\frac{۴}{n^{۲}(n+۱)^{۲}}[(۱+۴+۹+\cdots+n^{۲})\sigma^{۲}]=\frac{۴}{n^{۲}(n+۱)^{۲}}\times\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}\times\sigma^{۲}=\frac{۲(۲n+۱)}{۳n(n+۱)}\sigma^{۲}$$

اکنون واریانس روبرو به ازاء $n>۱$ بزرگتر از واریانس $\bar{X}$ یعنی $\frac{\sigma^{۲}}{n}$ است بنابراین این برآوردگر کارایی کمتری نسبت به $\bar{X}$ دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۱» با توجه به رابطهٔ زیر، اگر حجم نمونه افزایش پیدا کند، مقدار $(Z\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ کوچکتر می‌شود و بنابراین طول فاصله اطمینان کاهش می‌یابد.

$$\bar{X}\pm e=\bar{X}\pm Z\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکته: هرچه تعداد نمونه زیاد شود، دقت اندازه‌گیری نیز بالا می‌رود، بنابراین واریانس کم می‌شود.

۱۰ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه حجم نمونه خواهیم داشت:

$$\alpha=۰/۰۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{۲}}=۱/۹۶\quad,\quad n=(\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}\times\sigma}{e})^{۲}=(\frac{۱/۹۶\times۲}{۰/۴})^{۲}=۹۶/۰۴\simeq۹۷$$

۱۱ـ گزینه «۱»

$$E(\frac{۱}{n-۱}\sum(X_i-\bar{X})^{۲})=\sigma^{۲}\Rightarrow E(\sum(X_i-\bar{X}))=(n-۱)\sigma^{۲}\Rightarrow E(S^{۲})=\sigma^{۲}$$

۱۲ـ گزینه «۲» با استفاده از رابطه حجم نمونه خواهیم داشت:

$$۱-\alpha=۰/۹۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{۲}}=Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶\qquad e=Z_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=۱/۹۶\times\frac{۱۰}{\sqrt{۲۵}}=۳/۹۲$$

۱۳ـ گزینه «۲» از رابطه حجم نمونه استفاده می‌کنیم $n=\frac{Z^{۲}_{\frac{\alpha}{۲}}\times\sigma^{۲}}{e^{۲}}$ بنابراین :

$$\alpha=۰/۰۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶$$

$$n=\frac{(۱/۹۶)^{۲}\times۱۰۰}{(۱/۴)^{۲}}=۱۹۶$$

۱۴ـ گزینه «۴» اصلاً تابع چگالی نیست $\int_{۰}^{\theta}\frac{۲}{\theta}dx=\frac{۲}{\theta}x\Big|_{۰}^{\theta}=۲\neq۱$ پس سوال غلط است.

۱۵ـ گزینه «۲» حجم نمونه کوچک و واریانس جامعه $(\sigma^{۲})$ نامعلوم است لذا از توزیع t استفاده می‌کنیم. با فرض نرمال بودن توزیع جامعه:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{۲۰+۲۲+۲۱}{۳}=۲۱\quad;\quad s^{۲}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^{۲}}{n-۱}=\frac{۱+۱+۰}{۳-۱}=۱\quad;\quad \bar{X}\pm t_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}}=۲۱\pm\frac{۱}{\sqrt{۳}}t_{\frac{\alpha}{۲},۲}$$

۱۶ـ گزینه «۳» در حالتی که هیچ اطلاعاتی در مورد نسبت‌ها نداشته باشیم مقدار آنها را برابر با $\frac{۱}{۲}$ می‌گیریم تا بهترین حجم نمونه بدست آید. اگر $\bar{p}=\bar{q}=\frac{۱}{۲}$ باشد حداقل حجم نمونه برابر است با:

$$e=۰/۱\ ,\ ۱-\alpha=۰/۹۵\Rightarrow\alpha=۰/۰۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\qquad n=\frac{Z^{۲}_{\frac{\alpha}{۲}}\cdot\bar{p}\bar{q}}{e^{۲}}=\frac{۲^{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{(۰/۱)^{۲}}=\frac{۱}{۰/۰۱}=۱۰۰$$

۱۷ـ گزینه «۲» آماره T برای μ ناریب است، هرگاه:

$$T=\frac{\sum a_iX_i}{d}\xrightarrow{\text{در شرایطی که }\sum a_i=d}E(T)=\mu$$

$$\left.\begin{array}{l}W_۱:۱+۱+۱\neq۶\ \text{اریب}\\ W_۲:۱+۲+۳=۶\ \text{ناریب}\\ W_۳:۱+۱+۱=۳\ \text{ناریب}\end{array}\right\}\rightarrow W_۳\ ,\ W_۲\ \text{ناریبند}$$

از آنجا که برآوردکننده $\bar{X}=\frac{\sum_{i=a}^{b}X_i}{b-a+۱}$ همیشه کاراترین برآوردکننده ناریب برای μ است. در این سؤال هم $\bar{X}=W_۳=\frac{\sum_{i=۱}^{۳}X_i}{۳}$ است بنابراین از $W_۲$ کاراتر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه حجم نمونه مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$1-\alpha=0/95 \Rightarrow \alpha=0/05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0/025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=1/96$$

$$n=\left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\times\sigma}{e}\right)^2=\left(\frac{1/96\times10}{2}\right)^2=96/04\simeq97$$

۱۹ـ گزینه «۲» از آنجائیکه حجم نمونه کوچک بوده و واریانس جامعه نیز نامعلوم می‌باشد از توزیع t استفاده می‌کنیم:

$$\varepsilon=t_{0/025}\times\frac{s}{\sqrt{n}}=2/776\times\frac{1/581}{\sqrt{5}}=1/96$$

۲۰ـ گزینه «۱» اگر شرط ناریبی نباشد از معیار میانگین مربعات خطا استفاده می‌کنیم.

۲۱ـ گزینه «۲» در محاسبه حجم نمونه زمانیکه نسبتها داده نشود بهترین حجم نمونه به ازای $\bar{p}=\bar{q}=\frac{1}{2}$ حاصل می‌شود از رابطه حجم نمونه برای نسبت استفاده می‌کنیم:

$$\alpha=0/05\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0/025\Rightarrow Z_{0/025}=2 \quad ; \quad n=\frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}})^2}{4e^2}\Rightarrow n=\frac{2^2}{4\times(0/01)^2}=10000$$

۲۲ـ گزینه «۱»

$$1-\alpha=0/90\Rightarrow\alpha=0/1\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0/05\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0/05}=1/645$$

فاصله اطمینان به صورت $\bar{X}\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\times\frac{S}{\sqrt{n}}$ محاسبه می‌گردد. با جایگذاری مقادیر در آن خواهیم داشت:

$$33\pm1/645\times\frac{16}{8}=(29/71,36/29)$$

۲۳ـ گزینه «۳» حجم نمونه کوچک و مقدار واریانس نمونه از رابطهٔ S^2 به دست می‌آید. بنابراین از توزیع t استفاده می‌کنیم: (با فرض نرمال بودن توزیع جامعه)

$$\bar{X}=\frac{25+24+26}{3}=25$$

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})^2=\frac{(25-25)^2\times(24-25)^2+(26-25)^2}{3-1}=1$$

$$\Rightarrow \bar{X}\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}}=25\pm\frac{1}{\sqrt{3}}t_{\frac{\alpha}{2},2}$$

۲۴ـ گزینه «۱» با فرض $Z_{0/025}=2$، طبق رابطه حجم نمونه محافظه‌کارانه‌ترین حجم نمونه زمانی بدست می‌آید که $\bar{p}=\bar{q}=\frac{1}{2}$ باشد.

$$n=\frac{\bar{p}\,\bar{q}}{e^2}Z_{\frac{\alpha}{2}}^2=\frac{\frac{1}{4}\times(2)^2}{(0/02)^2}\simeq2500$$

۲۵ـ گزینه «۱» طبق رابطه فاصله اطمینان برای نسبت داریم:

$$\bar{P}\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{p}\,\bar{q}}{n}}=0/8\pm1/645\sqrt{\frac{0/8\times0/2}{100}}=0/8\pm0/068$$

۲۶ـ گزینه «۲» جامعه نامعین، واریانس جامعه نامعلوم و $n\geq30$ است پس فاصله اطمینان μ عبارت است از: $\bar{X}\sim N(\mu,\frac{S^2}{n})\rightarrow\mu\in\bar{X}\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}$

$$\begin{cases}\mu:\bar{x}\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{s}{\sqrt{n}}=11/02\pm1/96\dfrac{4}{\sqrt{64}}=11/02\pm0/98=(10/04,12)\\ n=64,\bar{x}=11/02,s=4,1-\alpha=0/95\rightarrow\alpha=0/05,\dfrac{\alpha}{2}=0/025\rightarrow Z_{0/025}=1/96\end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷ـ گزینه «۳» حداقل حجم نمونه جهت تخمین نسبتها زمانیکه آنها در سؤال داده نشده باشند به ازای $\bar{p}=\bar{q}=\frac{۱}{۲}$ بدست می‌آید:

$$n=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}\bar{p}\bar{q}}{e^{۲}}=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{e^{۲}}=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{e^{۲}}=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}}{۴e^{۲}}$$

$$۱-\alpha=۰/۹۵\Rightarrow\alpha=۰/۰۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{۰/۰۲۵}\simeq۲\quad,\quad n=\frac{۲^{۲}}{۴\times(\%۱)^{۲}}=۱۰,۰۰۰$$

۲۸ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با فرض نرمال بودن توزیع جامعه و مقدار خطای $\alpha=۰/۰۵$ این سؤال را حل می‌کنیم بنابراین:

از رابطه $\bar{X}\pm t_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}}$ استفاده می کنیم: $۲۰۰\pm۲/۱۳۱\times\frac{۴۰}{\sqrt{۱۶}}=(۲۰۰-۲۱/۳۱,۲۰۰+۲۱/۳۱)=(۱۷۸/۶۹,۲۲۱/۳۱)$

۲۹ـ گزینه «۳» از رابطه $\bar{X}\pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}}$ استفاده می‌کنیم توجه کنید: $\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶$

$$(۴۰-۱/۹۶\times\frac{۵}{\sqrt{۲۵}},۴۰+۱/۹۶\times\frac{۵}{\sqrt{۲۵}})=(۳۸/۰۴,۴۱/۹۶)$$

۳۰ـ گزینه «۴» توجه کنید که برای اینکه فاصله اطمینان میانگین جامعه کوتاهترین باشد کافیست فاصله اطمینان به صورت متقارن باشد و مجموع خطاها هم α شود و فقط گزینه (۴) این ویژگی‌ها را دارد.

۳۱ـ گزینه «۳» با توجه به رابطهٔ حجم نمونه در توزیع استاندارد خواهیم داشت:

$$n=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}\times\sigma^{۲}}{e^{۲}}=\frac{(۱/۹۶)^{۲}\times۰/۲۵}{(۰/۰۱)^{۲}}=۹۶۰۴$$

۳۲ـ گزینه «۲» طبق گفته مسئله دقت برآورد $e=۲$ و واریانس ۱۰۰ می‌باشد بنابراین انحراف معیار ۱۰۰ است مقادیر را در فرمول حجم نمونه قرار می‌دهیم:

$$;\quad e=۲\ ,\ \sigma^{۲}=۱۰۰\rightarrow\sigma=۱۰\ ۱-\alpha=۰/۹۵\rightarrow\alpha=۰/۰۵\rightarrow Z_{\frac{\alpha}{۲}}=Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶$$

$$e=Z_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow۲=۲\frac{\sqrt{۱۰۰}}{\sqrt{n}}\Rightarrow۲=۱/۹۶\frac{\sqrt{۱۰۰}}{\sqrt{n}}\Rightarrow\sqrt{n}=۵\times۱/۹۶=۹/۸\Rightarrow n=۹۶/۰۴\approx۹۷$$

۳۳ـ گزینه «۱» تعداد نمونه همواره عدد طبیعی است. بنابراین $n=۶۲$ می‌باشد. $\begin{cases}\sigma_x=۱۶\\ e=۴\end{cases}\quad n\geq\frac{z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}.\sigma_x^{۲}}{e^{۲}}=\frac{(۱/۹۶)^{۲}(۱۶)^{۲}}{۱۶}=۶۱/۴۷$

۳۴ـ گزینه «۴» مطلوب سوال این است که واحد بخصوصی چندبار در نمونه‌ها ظاهر می‌شود پس تعداد حالاتی که این واحد در نمونه باشد را می‌شماریم:

$$\binom{۱}{۱}\binom{۹}{۳}=۸۴$$

۳۵ـ گزینه «۴» توجه کنید که در اینجا انحراف معیار نمونه یعنی S داده شده است. و باید از توزیع t استفاده کنیم ولی به دلیل آنکه $n=۳۶>۳۰$ می‌باشد از قضیه حد مرکزی و از توزیع Z استفاده می‌کنیم.

$$\bar{X}\pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\times\frac{S}{\sqrt{n}}\Rightarrow\alpha=۰/۰۵\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵\Rightarrow Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶\Rightarrow۵۰\pm۱/۹۶\times\frac{۵}{\sqrt{۳۶}}$$

$$\Rightarrow(۵۰-۱/۹۶\times\frac{۵}{\sqrt{۳۶}},۵۰+۱/۹۶\times\frac{۵}{\sqrt{۳۶}})=(۴۸/۳۷,۵۱/۶۳)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ گزینه «۱» از رابطه حجم نمونه استفاده می‌کنیم:

$$n=\frac{\sigma^2\times Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{e^2}\quad;\quad \alpha=\%5\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0/025\Rightarrow Z_{0/025}=1/96\Rightarrow n=\frac{50\times(1/96)^2}{(1/4)^2}=98$$

۳۷ـ گزینه «۱» شرط نا اریبی را امتحان می‌کنیم، یعنی امید ریاضی $\hat{p}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\hat{p}=\frac{\frac{n_1}{n_1}X_1+\frac{n_2}{n_2}X_2}{n_1+n_2}=\frac{n_1\frac{X_1}{n_1}+n_2\frac{X_2}{n_2}}{n_1+n_2}\Rightarrow E(\hat{P})=\frac{n_1E(\frac{X_1}{n_1})+n_2E(\frac{X_2}{n_2})}{n_1+n_2}=\frac{n_1p+n_2p}{n_1+n_2}=\frac{P(n_1+n_2)}{n_1+n_2}=p$$

۳۸ـ گزینه «۳» وقتی هیچ اطلاعی از مقدار نسبت در جامعه نداریم آن را برابر با $\frac{1}{2}$ در نظر می‌گیریم. بنابراین حداقل حجم نمونه به ازای $\bar{p}=\bar{q}=\frac{1}{2}$ حاصل می‌گردد، با توجه به رابطه حجم نمونه برای نسبت داریم:

$$n=\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2\times\bar{p}\times\bar{q}}{e^2}=\frac{2^2\times\frac{1}{4}}{(0/01)^2}=10000\qquad Z_{0/025}\simeq 2$$

۳۹ـ گزینه «۴» به دلیل آنکه α در دنباله راست توزیع است، $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2>\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$ بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۴۰ـ گزینه «۴» توجه کنید که $Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0/025}=1/96$

$$\bar{x}\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=(350\pm1/96\times\frac{100}{8})=(325/5\,,\,374/5)$$

۴۱ـ گزینه «۳» آماره‌های زیر برای واریانس جامعه ناریب هستند:

$$E(S_1^2)=E(S_2^2)=\sigma^2$$

هرگاه μ جامعه معلوم باشد

$$S_1^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{n}=\frac{\sum X_i^2}{n}-(\mu)^2$$

هرگاه μ جامعه نامعلوم باشد.

$$S_2^2=\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{n-1}==\frac{1}{n-1}[\sum X_i^2-\frac{(\sum X_i)^2}{n}]$$

۴۲ـ گزینه «۱»

$$1-\alpha=0/90\Rightarrow\alpha=0/1\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0/05$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}}=1/64\qquad\sigma_x=10\qquad e=2/05$$

$$n\geq\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2.\sigma^2}{e^2}\Rightarrow n\geq\frac{(1/64)^2(100)}{(2/05)^2}=64$$

۴۳ـ گزینه «۱» واریانس نسبت نمونه به صورت روبرو می‌باشد:

$$\sigma_{\bar{p}}^2=\frac{p(1-p)}{n}$$

۴۴ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه حجم نمونه $n=\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2\sigma^2}{\varepsilon^2}$ خواهیم داشت:

$$n=\frac{(1/96)^2\times40}{(4)^2}\simeq10$$

۴۵ـ سؤال غلط است. زیرا فاصله اطمینان قطعیت ندارد بنابراین هر مقداری می‌تواند μ واقعی جامعه باشد.

۴۶ـ گزینه «۱» **روش اول:** از رابطه حجم نمونه استفاده کرده خواهیم داشت:

$$n=\frac{\sigma^2Z_{\alpha/2}^2}{e^2}\Rightarrow25=\frac{100\times(1/96)^2}{e^2}\Rightarrow e^2=4\times(1/96)^2=15/366\Rightarrow e=3/92$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم:

$$e = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = ۱/۹۶ \times \frac{۱۰}{\sqrt{۵}} = ۳/۹۲$$

۴۷ـ گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه براساس توزیع استاندارد خواهیم داشت:

$$e = \frac{۱}{۴}\sigma \Rightarrow n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲} \times \sigma^{۲}}{e^{۲}} = (۲)^{۲} \times ۱۶ = ۶۴$$

۴۸ـ گزینه «۱» توجه کنید که در گزینه ۴ در برآورد فاصله‌ای از پارامتر استفاده شده است، درحالی‌که ما در فاصله اطمینان به دنبال تخمین پارامتر می‌باشیم.

۴۹ـ گزینه «۲» نمونه کوچک است و واریانس جامعه نامعلوم، از توزیع T استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{۱۷+۱۵+۱۶}{۳} = ۱۶$$

$$s^{۲} = \frac{(۱۷-۱۶)^{۲} + (۱۵-۱۶)^{۲} + (۱۶-۱۶)^{۲}}{۳-۱} = ۱ \Rightarrow s = ۱$$

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{۲}, n-۱} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = ۱۶ \pm ۳ \times \frac{۱}{\sqrt{۳}} = ۱۴/۳ - ۱۷/۷$$

۵۰ـ گزینه «۳» در فاصله اطمینان نسبت از توزیع Z استفاده می‌شود:

$$\bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\sqrt{\frac{\bar{P}\bar{Q}}{n}} \Rightarrow \frac{۵۰}{۱۰۰} \pm ۱/۹۶ \times \sqrt{\frac{\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۲} \pm ۱/۹۶ \times \frac{۱}{۲۰} = ۰/۴۰۲ - ۰/۵۹۸$$

۵۱ـ گزینه «۲» ابتدا رابطه مربوط به اریبی را درنظر می‌گیریم: $E(\hat{\theta}) - \theta = k\theta + ۵$: اریبی

حال از آنجا که شرط نااریبی برآوردکننده دلخواه T برای پارامتر θ برابری $E(T) = \theta$ است، کافی است در رابطه بالا θ را به سمت راست تساوی برده و بقیه مقادیر را به سمت چپ، داخل امید ریاضی قرار دهیم تا برآوردکننده نااریب T مشخص شود. به این روش حل دقت کنید روش مهمی است:

$$E(\hat{\theta}) - \theta = \theta k + ۵ \Rightarrow E(\hat{\theta}) - ۵ = \theta k + \theta \Rightarrow E(\hat{\theta} - ۵) = (k+۱)\theta \Rightarrow E(\frac{\hat{\theta} - ۵}{k+۱}) = \theta$$

۵۲ـ گزینه «۲» طول فاصله $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ برابر می‌شود. $\Rightarrow$ طول فاصله : $۲e = ۲Z_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow[\sigma \to \frac{\sigma}{\sqrt{۲}}]{\text{واریانس جامعه نصف}} ۲e = ۲Z_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{\frac{\sigma}{\sqrt{۲}}}{\sqrt{n}} = ۲Z_{\frac{\alpha}{۲}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۵۳ـ گزینه «۲» از فاصله اطمینان نسبت استفاده می‌کنیم:

X : تعداد کالاهای سالم در نمونه , $n = ۱۰۰$

$$\alpha = ۰/۱ \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{۲}} = Z_{۰/۰۵} = Z_{۰/۹۵} = ۱/۶۴$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{۸۹}{۱۰۰} = ۰/۸۹ \ , \ \bar{q} = ۰/۱۱ \quad ; \quad p : \bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}} = ۰/۸۹ \pm ۱/۶۴\sqrt{\frac{۰/۸۹ \times ۰/۱۱}{۱۰۰}}$$

۵۴ـ گزینه «۱»

راه حل تستی: همواره $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^{۲}}{n}$ و واریانس میانگین از واریانس هر برآورد کننده نااریب دیگری کمتر است.

بنابراین در این سؤال که $T_۱ = \frac{\sum_{i=۱}^{۳} X_i}{۳} = \bar{X}$ است. از $T_۲$ و $T_۳$ واریانس کمتری خواهد داشت و تنها در گزینه‌ی (۱)، $Var(T_۱)$ از بقیه کوچکتر است.

بنابراین جواب تست گزینه (۱) است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

راه حل تشریحی: واریانس‌ها را محاسبه کرده و با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$Var(T_۱)=\frac{۱}{۹}(Var(X_۱)+Var(X_۲)+Var(X_۳))=\frac{۱}{۹}(\sigma^۲+\sigma^۲+\sigma^۲)=\frac{\sigma^۲}{۳}$$

$$Var(T_۲)=\frac{۱}{۱۶}Var(X_۱)+\frac{۱}{۱۶}Var(X_۲)+\frac{۴}{۱۶}Var(X_۳)=\frac{۶}{۱۶}\sigma^۲=\frac{۳}{۸}\sigma^۲$$

$$Var(T_۳)=\frac{۱}{۶۴}Var(X_۱)+\frac{۴}{۶۴}Var(X_۲)+\frac{۲۵}{۶۴}Var(X_۳)=\frac{۳۰}{۶۴}\sigma^۲=\frac{۱۵}{۳۲}\sigma^۲$$

$$Var(T_۱)=\frac{\sigma^۲}{۳}<Var(T_۲)=\frac{۳}{۸}\sigma^۲<Var(T_۳)=\frac{۱۵}{۳۲}\sigma^۲$$

دقت کنید که به‌طور پیش‌فرض در این‌گونه مسائل X_iها از یکدیگر مستقل و از جامعه‌ای با میانگین μ و واریانس $\sigma^۲$ انتخاب شده‌اند.

۵۵ـ گزینه «۴» برای ساختمان فاصله اطمینان برای واریانس از توزیع $\chi^۲$ استفاده می‌کنیم.

۵۶ـ گزینه «۳» برای مقایسه واریانس دو جامعه از آماره آزمون $F=\frac{S_۱^۲}{S_۲^۲}$ استفاده می‌کنیم.

۵۷ـ گزینه «۴» هیچکدام از گزینه‌ها دارای توزیع F نمی‌باشند توجه کنید که $\frac{S_۱^۲}{S_۲^۲}\sim F$

۵۸ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\hat{p}\pm Z_{\frac{\alpha}{۲}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\Rightarrow ۰/۸\pm ۱/۶۵\sqrt{\frac{۰/۸\times ۰/۲}{۱۰۰}}=(۰/۷۳۴,۰/۸۶۶)$$

۵۹ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه حجم نمونه برای نسبت $\hat{p}=\hat{q}=\frac{۱}{۲}$ خواهیم داشت $(Z_{۰/۰۲۵}\simeq ۲)$:

$$n=\frac{Z_{\frac{\alpha}{۲}}^۲\times\hat{p}\hat{q}}{e^۲}=\frac{۲^۲}{۴\times(۰/۰۲)^۲}=۲۵۰۰$$

۶۰ـ گزینه «۴» توجه کنید که $n<۳۰$ و واریانس جامعه هم معلوم نیست.

$$\bar{X}\pm t_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}\times\frac{S}{\sqrt{n}}\Rightarrow ۱۶\pm t_{\frac{\alpha}{۲},۲}\times\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

۶۱ـ گزینه «۱» برای مقایسه کارایی، واریانس‌ها را بدست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم هر کدام کوچکتر بود آن برآوردگر کاراتر است:

$$\begin{matrix}E(\hat{\mu})=\mu\\E(\hat{\hat{\mu}})=\mu\end{matrix},\ \sigma(\hat{\hat{\mu}})=۵\sigma(\hat{\mu})$$

$$Var(W_۱)=\frac{۱}{۴}Var(\hat{\mu})+\frac{۱}{۴}Var(\hat{\hat{\mu}})=\frac{۱}{۴}Var(\hat{\mu})+\frac{(۵)^۲}{۴}Var(\hat{\mu})=\frac{۲۶}{۴}Var(\hat{\mu})$$

$$Var(W_۲)=\frac{۱۶}{۲۵}Var(\hat{\mu})+\frac{۱}{۲۵}Var(\hat{\hat{\mu}})=\frac{۱۶}{۲۵}Var(\hat{\mu})+\frac{(۵)^۲}{۲۵}Var(\hat{\mu})=\frac{۴۱}{۲۵}Var(\hat{\mu})$$

$$Var(W_۳)=Var(\hat{\mu})$$

$$\Rightarrow Var(W_۳)<Var(W_۲)<Var(W_۱)$$

۶۲ـ گزینه «۴» از توزیع $S^۲$ و $\sigma^۲$ استفاده می‌کنیم و واریانس‌های آن را بدست می‌آوریم:

$$S^۲\text{ برای}:\frac{(n-۱)\cdot S^۲}{\sigma^۲}\sim\chi^۲_{(n-۱)}\sim\chi^۲_{(۱۰-۱)}\sim\chi^۲_۹\Rightarrow Var(\chi^۲_{(۹)})=۲\times۹=۱۸$$

$$\hat{\sigma}^۲\text{ برای}:\frac{n\cdot S^۲}{\sigma^۲}\sim\chi^۲_{(n)}\sim\chi^۲_{۱۰}\Rightarrow Var(\chi^۲_{۱۰})=۲\times۱۰=۲۰$$

$$\Rightarrow\text{ضریب کارایی}=\frac{۲۰}{۱۸}=۱/۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۳ـ گزینه «۳» بهترین معیار برای انتخاب دو برآوردکننده میانگین مجذور خطاها یا همان MSE می‌باشد، که رابطه آن به‌صورت:

$$MSE(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + (\text{تورش})^2$$

۶۴ـ گزینه «۱» از $\hat{p}$ امید می‌گیریم:

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{E(X_1)}{n_1} + \frac{E(X_2)}{n_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{n_1 p}{n_1} + \frac{n_2 p}{n_2}\right) = p$$

۶۵ـ گزینه «۴» می‌دانیم در بین دوبرآوردکننده دلخواه (اریب یا نااریب) برآوردکننده‌ای بهتر (کاراتر) است که MSE کمتری داشته باشد. در این سؤال با توجه به این‌که $\hat{\theta}_1$ نااریب است و $\hat{\theta}_2$ اریب است از معیار MSE برای انتخاب مناسب بودن آماره استفاده می‌کنیم:

$$E(\hat{\theta}_1 - \theta) = 0 \Rightarrow E(\hat{\theta}_1) = \theta \Rightarrow \hat{\theta}_1 \text{ نااریب است} \Rightarrow \text{اریبی}(\hat{\theta}_1) = 0$$

$$E(\hat{\theta}_2 - \theta) = 6 \Rightarrow E(\hat{\theta}_2) = \theta + 6 \Rightarrow \text{اریبی}(\hat{\theta}_2) = E(\hat{\theta}_2) - \theta = \theta + 6 - \theta = 6$$

$$MSE(\hat{\theta}_1) = Var(\hat{\theta}_1) + (\text{اریبی})^2 = 90 + 0 = 90$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) = Var(\hat{\theta}_2) + (\text{اریبی})^2 = 50 + 6^2 = 86$$

با توجه به این که $MSE(\hat{\theta}_2)$ کمتر است در نتیجه $\hat{\theta}_2$ مناسب‌تر است. $MSE(\hat{\theta}_2) = 86 < MSE(\hat{\theta}_1) = 90$

۶۶ـ گزینه «۱» توزیع جامعه نرمال و واریانس جامعه معلوم است سپس n هر چه باشد توزیع $\bar{X}$ نرمال خواهد بود و از رابطه‌ی زیر برای بدست آوردن فاصله اطمینان استفاده می‌کنیم.

$$\mu : \bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 10 \pm 2\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = 10 \pm \frac{8}{5} \quad ; \quad \bar{x} = 10, \sigma^2 = 16, n = 25, 1-\alpha = 0/95 \rightarrow \alpha = 0/05 \ , \ Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0/025} = 2$$

۶۷ـ گزینه «۴» طبق گفته مسئله مقادیر را در فرمول حجم نمونه قرار می‌دهیم:

$$\sigma^2 = 25 \ , e = 1 \ , \ 1-\alpha = 0/95 \Rightarrow \alpha = 0/05 \ , \ Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0/025} = 2 \ e = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 = 2\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 10 \Rightarrow n = 100$$

۶۸ـ گزینه «۱» طبق فاصله اطمینان نسبت در جامعه

$$1-\alpha = 0/95 \rightarrow \alpha = 0/95 \ , \ Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0/025} = 2$$

X : تعداد افراد (کالا) دارای صفت مورد نظر و $n = 125$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5} \ , \ \bar{q} = \frac{4}{5} \quad ; \quad p \in \bar{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}} = \frac{1}{5} \pm 2\sqrt{\frac{\frac{1}{5} \times \frac{4}{5}}{125}} = \frac{1}{5} \pm 2\frac{\frac{2}{5}}{5\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \pm \frac{4}{25\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \pm \frac{20}{125\sqrt{5}}$$

۶۹ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه گفته شده و توزیع کای دو خواهیم داشت:

$$\frac{nS^2}{\sigma_x^2} \sim \chi^2(n) \Rightarrow E\left(\frac{nS^2}{\sigma_x^2}\right) = n \ , S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2 \qquad E(S^2) = \sigma_x^2 \Rightarrow E\left(\frac{\sum(X_i - \mu)^2}{n}\right) = \sigma_x^2$$

۷۰ـ گزینه «۳» دقیقاً تعریف میانگین مربعات خطا می‌باشد که بهترین معیار دقت می‌باشد.

۷۱ـ گزینه «۱» یک فاصله اطمینان ۹۵% برای نسبت جامعه به‌صورت $\bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}}$ می‌باشد. مقادیر $\bar{P}$ ، $\bar{q}$ و $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ را محاسبه کرده در رابطه فاصله اطمینان قرار می‌دهیم:

X : تعداد کالای معیوب در نمونه

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$1-\alpha=0/95 \rightarrow \alpha=0/05$, $Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0/025}=Z_{0/975}=2$

$\bar{p}=\frac{x}{n}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6} \Rightarrow \bar{q}=1-\bar{p}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

$\Rightarrow \bar{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}=\frac{1}{6} \pm 2\sqrt{\frac{\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}{36}}=\frac{1}{6} \pm 2\frac{\sqrt{5}}{36}=\frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{5}}{18}$

۷۲ـ گزینه «۳» اطمینان ۹۵% است بنابراین خطا $\alpha=5\%$ است پس نصف خطا $\frac{\alpha}{2}=0/025$ است.

$1-\alpha=0/95 \Rightarrow 0/05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0/025$

$z_{0/025}=1/96 \simeq 2$ $\quad e=0/05$

$n \geq \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 . p(1-p)}{e^2}=\frac{2^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{(0/05)^2}=400$

۷۳ـ گزینه «۱ و ۳» طبق تعریف میانگین مربعات خطا مقدار آن به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$MSE(\hat{\beta})=E(\hat{\beta}-\beta)^2=Var(\hat{\beta})+(E(\hat{\beta})-\beta)^2=Var(\hat{\beta})+(\hat{\beta}\text{ تورش})^2$ گزینه ۳

در گزینه (۲) (تورش $\hat{\beta}$) توان دوم ندارد.

۷۴ـ گزینه «۳» برای حداقل شدن واریانس باید ابتدا واریانس $T(X)$ را بدست آوریم:

$Var(T(X))=Var(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i)=\sum_{i=1}^{n} Var(a_i X_i)=\sum_{i=1}^{n} a_i^2 Var(X_i) \Rightarrow$ ($Var(X_i)=\sigma^2$ فرض می‌شود)

اکنون برای آنکه این مقدار حداقل شود باید $\sum_{i=1}^{n} a_i^2$ حداقل شود که می‌دانیم زمانی این مجموع حداقل است که $a_1=a_2=...=a_n=\frac{1}{n}$.

برآوردگرهای حاصل از این ترکیب خطی همه ناریب‌اند و همان‌طور که می‌دانیم $\bar{X}$ در بین آنها کمترین واریانس را دارد پس گزینه ۳ صحیح است.

۷۵ـ گزینه «۴» ابتدا مساحت ۳ زمین A و B و C را محاسبه می‌کنیم (زمین مربعی است)

$S_A=(7)^2=49$

$S_B=(5)^2=25 \Rightarrow S_A+S_B+S_C=49+25+1=75$

$S_C=(1)^2=1$

بنابراین کل مساحت ۳ مربع $75m^2$ می‌باشد اکنون می‌خواهیم زمینی را با این ۳ زمین تعویض کنیم پس باید به ۳ مربع که هر کدام $25m^2$ مساحت دارند تقسیم شود بنابراین هر مربع طولی به اندازه‌ی $5m$ خواهد داشت.

۷۶ـ گزینه «۲» واریانس $\tilde{X}$ و $\bar{X}$ را به‌صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} Var(\bar{X})=\frac{\sigma^2}{n} \\ Var(\tilde{X})=Var(\frac{X_{min}+X_{max}}{2})=\frac{1}{4}Var(X_{min})+\frac{1}{4}Var(X_{max})=\frac{\sigma^2}{4}+\frac{\sigma^2}{4}=\frac{2\sigma^2}{4}=\frac{\sigma^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{نسبت کارآیی } \frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\frac{\sigma^2}{2}}=\frac{2}{n}$$

۷۷ـ گزینه «۱» برآورد حداکثر درست نمایی واریانس (σ^2) واریانس نمونه‌ای $S^2=\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{n}$ می‌باشد. هر چند این واریانس اریب است.

۷۸ـ گزینه «۱» زمانی که واریانس جامعه نامعلوم و حجم جامعه کوچک است فاصله اطمینان $100(1-\alpha)$ درصدی برای میانگین به صورت زیر است:

$\bar{X} \pm t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}=\frac{15+16+17}{3}=16 \\ s^2=\frac{\sum(x_i-x)^2}{n-1}=1 \Rightarrow S=1 \end{cases} \Rightarrow 16 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\frac{\alpha}{2},2}$

روش تستی: توجه کنید در این سؤال $n=3$ می‌باشد. بنابراین توزیع t می‌باشد پس دو گزینه (۲) و (۳) رد می‌شوند همچنین می‌دانیم درجه آزادی $(n-1)$ است یعنی درجه آزادی ۲ می‌باشد پس گزینه ۴ نیز رد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۹ـ گزینه «۴» اگر T برآوردگر اریب θ باشد مقدار اریبی $E(T)-\theta$ است. در این سؤال اریبی برابر است با: $E(\hat{\mu})-\mu$

$$E(\hat{\mu})=E(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i X_i)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i E(X_i)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\mu=\mu\sum_{i=1}^{n}\alpha_i \qquad \text{اریبی}=E(\hat{\mu})-\mu=\mu\sum_{i=1}^{n}\alpha_i-\mu=\mu(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i-1)$$

۸۰ـ گزینه «۱» می‌دانیم که $\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$ بنابراین داریم: $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)\ ,\ \frac{n\tilde{\sigma}^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$

$$Var(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2})=\frac{(n-1)^2}{\sigma^4}Var(S^2)=2(n-1)\Rightarrow Var(S^2)=\frac{2}{n-1}\sigma^4$$

$$Var(\frac{n\tilde{\sigma}^2}{\sigma^2})=\frac{n^2}{\sigma^4}Var(\tilde{\sigma}^2)=2(n-1)\Rightarrow Var(\tilde{\sigma}^2)=\frac{2n^2}{(n-1)^3}\sigma^4$$

۸۱ـ گزینه «۴» از رابطه حجم نمونه در کتاب استفاده می‌کنیم:

$$n=\frac{\sigma^2.Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{e^2}$$

مقادیر داده شده را در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$1-\alpha=0/95\Rightarrow\alpha=\%5\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0/025\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0/025}=1/96 \qquad n=\frac{(20)^2\times(1/96)^2}{(5)^2}=61/46\simeq 62$$

۸۲ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه واریانس کل جامعه نامعلوم است و حجم نمونه نیز از ۳۰ کمتر است، بنابراین از توزیع t با $n-1=10-1=9$ درجه آزادی استفاده می‌کنیم.

۸۳ـ گزینه «۱» با افزایش ضریب اطمینان دقت افزایش نمی‌یابد.

۸۴ـ گزینه «۲» از فرمول ضریب کشیدگی استفاده می‌کنیم:

$$E=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3=\frac{\frac{\Sigma fi(x_i-12)^4}{N}}{(\frac{\Sigma fi(x_i-12)^2}{N})^2}-3=\frac{\frac{276/6}{6/6}}{(\frac{24/6}{6/6})^2}-3=\frac{46}{16}-3=\frac{46-48}{16}=-\frac{1}{8}=-0/125$$

۸۵ـ گزینه «۲» فرمول ضریب چولگی به‌صورت زیر است:

$$SK=\frac{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^3}{N}}{\sigma^3}$$

گشتاور سوم و انحراف معیار را به‌دست می‌آوریم:

$$\mu_3=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^3}{N}=\frac{-500}{50}=-10$$

مقدار واریانس را به‌دست می‌آوریم:

$$\sigma^2=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{1800}{50}=36\Rightarrow\sigma=\sqrt{36}=6$$

مقادیر را جایگذاری می‌کنیم:

$$SK=\frac{-10}{(6)^3}=\frac{-10}{216}$$

توجه کنید که طراح با بی‌دقتی از نمادها استفاده کرده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هفتم

«آزمون فرض‌های آماری»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ آماره آزمون فرضیه برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص دارای کدام توزیع است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) F ۲) t ۳) χ^2 ۴) Z

۲ـ در دو جامعه نرمال با واریانس‌های نامعلوم ولی یکسان، آماره آزمون برای مقایسه میانگین‌ها، دارای چه توزیعی است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) F با درجهٔ آزادی n_1-1 و n_2-1 ۲) کای دو با درجهٔ آزادی n_1+n_2 ۳) t با درجهٔ آزادی n_1+n_2 ۴) t با درجهٔ آزادی n_1+n_2-2

۳ـ می‌خواهیم فرض $H_0: \mu_1=\mu_2$ را در مقابل $H_1: \mu_1\neq\mu_2$ آزمون کنیم، براساس کدام یک از فاصله‌های اطمینان (۹۵%) که مربوط به $\mu_1-\mu_2$ است، می‌توان فرض H_0 را با $\alpha=0/05$ رد کرد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) $(0,15)$ ۲) $(-4,1/2)$ ۳) $(-6,6)$ ۴) $(2/5,3/8)$

۴ـ ادعا شده است که حداقل ۶۰ درصد تولیدات یک کارخانه معیوبند. به منظور بررسی این ادعا، نمونه‌ای تصادفی از بین تولیدات به تعداد ۱۰۰ کالا انتخاب شده است. آماره آزمون حاصل از نمونه $Z=-4$ شده است. در سطح اطمینان ۹۵%: (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) H_1 رد می‌شود. ۲) H_1 پذیرفته می‌شود.

۳) H_0 تأیید می‌شود. ۴) قبول ادعا، بستگی به مقدار بحرانی دارد.

۵ـ فرضیه صفر بیان می‌کند که «فرآیند جدید، به خوبی فرآیند قدیمی است.» خطای نوع اول (α) به معنی آن است که نتیجه بگیریم: (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) فرآیند قدیمی بهتر است، در حالی که چنین نیست. ۲) فرآیند جدید خوب است، در حالی که چنین هم هست.

۳) فرآیند قدیمی بهتر است، در حالی که چنین هم هست. ۴) فرآیند جدید به همان خوبی فرآیند قدیمی است در حالی که چنین نیست.

۶ـ رابطهٔ بین خطای نوع اول (α) و دقت برآورد در ساختن یک فاصله اطمینان چگونه است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) خطی ۲) معکوس ۳) مستقیم ۴) خطی مستقیم

۷ـ در آزمون فرضیه، وقتی که سطح معنی‌دار کاهش می‌یابد (درصورت ثابت بودن سایر شرایط): (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) توان آزمون کاهش می‌یابد. ۲) توان آزمون افزایش می‌یابد. ۳) خطای نوع اول افزایش می‌یابد. ۴) خطای نوع دوم کاهش می‌یابد.

۸ـ اگر $\begin{cases} H_0: p=\frac{1}{2} \\ H_1: p\neq\frac{1}{2} \end{cases}$ و از بین ۱۰۰ آزمایش، ۵۹ موفقیت مشاهده شده باشد، آماره آزمون و نتیجه آزمون $\alpha=0/05$، کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱/۸۴ و H_0 رد می‌شود. ۲) ۱/۸ و H_0 رد می‌شود. ۳) ۱/۸۴ و H_0 رد نمی شود. ۴) ۱/۸ و H_0 رد نمی‌شود.

۹ـ ادعا شده است که در شهر (الف) افرادی که از فروشگاه‌های زنجیره‌ای خرید می‌کنند، بیشتر از افراد خرید کننده از فروشگاه‌های زنجیره‌ای در شهر (ب) هستند. آمارهٔ آزمون این فرضیه کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}$ ۲) $\frac{n_1-n_2}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}}$ ۳) $\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}$ ۴) $\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$

۱۰ـ ادعا شده است که ریسک شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران کمتر از ۱۰۰۰ ریال است. فرضیه صفر آماری، کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

۱) $H_0: \sigma_X^2\leq 1000$ ۲) $H_0: \sigma_X=1000$ ۳) $H_0: \sigma_X\geq 1000$ ۴) $H_0: \sigma_X^2<1000$

۱۱ـ در صورت ثابت بودن سایر عوامل، درکدامیک از موارد زیر توان آزمون افزایش می‌یابد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) خطای نوع اول بیشتر شود ۲) آزمون دو دامنه باشد ۳) خطای نوع اول کمتر شود ۴) سطح اطمینان بیشتر شود

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ برای آزمون فرض صفر یکسان بودن میانگین‌ها در دو جامعه نرمال با واریانس‌های یکسان و نامعلوم و با نمونه‌های کوچک، آماره‌ی آزمون بر طبق چه قانونی توزیع می‌گردد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) F ۲) نرمال ۳) t ۴) χ^2

۱۳ـ کدامیک از تعاریف زیر، تعریف مفهوم «ملاک آزمون» می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) هر قاعده‌ای یا دستوری که براساس آن نسبت به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.

۲) هر تابع نمونه‌ای (Statistic) که براساس آن به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.

۳) هر تابعی که براساس آن نسبت به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.

۴) هر مشخص کننده عددی توزیع صفت متغیر مورد آزمون که براساس آن به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.

۱۴ـ در دو نمونه‌ای یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای μ' و σ_1^2 و μ'' و σ_2^2 انتخاب شده‌اند تخمین σ_1^2 و σ_2^2 به ترتیب $s_1^2 = 12$ و $s_2^2 = 8$ بدست آمده است و براساس آنها فرضیه اولیه $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ در سطح احتمال معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$، در برابر فرضیه $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ آزمون می‌شود. کدامیک از قضاوتهای زیر درست است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود.

۲) فرضیه H_1 به اثبات می‌رسد.

۳) فرضیه H_1 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۴) فرضیه H_0 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۱۵ـ می‌خواهیم فرض صفر $H_0 : \sigma^2 = 5$ را در برابر فرض مقابل $H_1 : \sigma^2 > 5$ برای جامعه‌ای که توزیع آن نرمال است آزمون نماییم. برای این منظور نمونه‌ای به حجم ۱۲ از جامعه فوق گرفته و میانگین و واریانس آن به ترتیب $\bar{x} = 13/1$ و $s^2 = 7$ محاسبه شده است. با توجه به این که اگر متغیر تصادفی W دارای توزیع کای مربع با درجه آزادی ۱۱ باشد، آنگاه $P(W \geq 19/68) = 0/05$ است، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (سطح معنی‌دار را ۵ درصد در نظر بگیرید). (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) فرض صفر را رد می‌کنیم.

۲) فرض صفر را رد نمی‌کنیم.

۳) با توجه به مشاهدات نمونه، احتمال رد فرض صفر عملاً صفر است.

۴) اطلاعات کافی در نمونه برای انجام آزمون واریانس وجود ندارد.

۱۶ـ اگر میانگین واقعی وزن قوطی‌هایی که توسط یک دستگاه اتوماتیک پر می‌شود ۳۹۶/۷ با انحراف معیار ۱۶ گرم باشد، خطای نوع دوم آزمون فرضیه زیر که براساس یک نمونه تصادفی ۶۴ تایی با خطای نوع اول ۵ درصد انجام می‌گیرد، چقدر است؟ ($Z_{0/05} = 1/65$) (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 400 \\ H_1 : \mu < 400 \end{cases}$$

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۵۰ ۴) ۰/۰۵

۱۷ـ برای آزمون استقلال سطوح A و B، از دو متغیر تصادفی در یک آزمایش، جدول توافقی زیر حاصل شده است. مقدار آمارهٔ آزمون برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

		B_1	B_2
A	A_1	۳۰	۲۰
	A_2	۲۰	۳۰

۱) ۲۰
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۰/۸

۱۸ـ اگر $n_1 = 120$ و $n_2 = 100$ باشد و نسبت موفقیت در نمونه‌ها، ۰/۶۰ و ۰/۵۰ باشد، مقدار آماره آزمون برای بررسی H_0 کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۰۷− ۲) ۲/۳۵− ۳) ۱/۴۹ ۴) ۲/۵۷

۱۹ـ کدام عبارت در مورد H_0 و H_1 صحیح نیست؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

۱) H_0 و H_1 نقیض یکدیگرند.

۲) همواره ادّعا در H_1 قرار می‌گیرد.

۳) در H_0 همواره باید = یا ≤ یا ≥ قرار گیرد.

۴) فرض بر درستی H_0 است مگر خلاف آن ثابت شود.

۲۰ـ در یک فرضیه، مفهوم (Concept) ..... (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) دارای یک ارزش ثابت است.

۲) تصویر ذهنی است که مستقیماً قابل مشاهده باشد.

۳) تصویر ذهنی است که ممکن است مستقیماً قابل مشاهده باشد یا نباشد.

۴) قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱ـ شهرداری شهری طرح تفصیلی پیشنهادی مشاور را قبل از تصویب آن در مراجع ذیصلاح در معرض دید و اظهار نظـر عمـوم قـرار داده اسـت. نظرات برخی از ساکنین مناطق ۳ گانه شهر در جدول مقابل ارائه گردیده است. از چه آزمونی برای بررسی اینکه آیا تفاوتی بین نظـرات سـاکنین و محـل سکونت آن‌ها وجود دارد یا خیر، استفاده شود و درجه آزادی (df) این آزمون چند است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

	ساکنین منطقه ۱	ساکنین منطقه ۲	ساکنین منطقه ۳	جمع
موافق اجرای طرح	۱۸۰	۴۲۰	۶۰۰	۱۲۰۰
مخالف اجرای طرح	۱۱۰	۱۷۰	۳۲۰	۶۰۰
جمع	۲۹۰	۵۹۰	۹۲۰	۱۸۰۰

۱) $df = ۶, t$ ۲) $df = ۶, F$ ۳) کای‌دو $df = ۲, (\chi^۲)$ ۴) $df = ۴, z$

۲۲ـ در ساخت فرضیه به روش کلاسیک کدام مرحله طی می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) از سطح مفاهیم به سطح درک عینی (مشاهدات)
۲) از سطح عینی به سطح درک و تعریف مفاهیم
۳) از جمع‌آوری داده تا حذف خطاهای اندازه‌گیری
۴) از حذف خطاهای اندازه‌گیری تا جمع‌آوری و تحلیل داده

۲۳ـ در آزمون فرضیه $H_۰ : \vartheta = \vartheta_۰$ در برابر فرضیه $H_۱ : \vartheta \neq \vartheta_۰$ با یک ملاک آزمون خاص، راجع بـه پـارامتر ϑ متعلـق بـه متغیـر تصـادفی X، مقادیر $\alpha = ۰/۰۵$, $\beta = ۰/۱۰$ می‌باشد، توان ملاک کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۱۰ ۴) ۰/۹۰

۲۴ـ به منظور قضاوت راجع به نسبت باسوادها (p) در یک منطقه روستایی نمونه‌ای به حجم $n = ۲۰۰$ نفر انتخاب و بر اساس آن فاصله اعتماد نمونـه بـا احتمال اعتماد $۱ - \alpha = ۰/۹۹$ به دست آمده است: $(۰/۶۰ , ۰/۴۰)$ نسبت به فرضیه $H_۰ : p = ۰/۵۰$ در برابر فرضیه مقابل $H_۱ : p \neq ۰/۵۰$ چـه قضـاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۲)

۱) فرضیه مقابل $H_۱$ می‌توان پذیرفت
۲) فرضیه $H_۰$ را در این سطح احتمال نمی‌توان رد کرد
۳) فرضیه $H_۰$ در این سطح احتمال رد می‌شود
۴) در این سطح احتمال نمی‌توان هیچ نوع قضاوتی کرد

۲۵ـ یک نمونه تصادفی ۱۴۴ تائی از جامعه نرمال دارای انحراف معیار ۶/۲ با احتمال ۹۹ درصد است. خطـای ماکسـیممش را حسـاب کنیـد. عـدد استاندارد ۲/۵۷۵. (محیط زیست ـ آزاد ۸۲)

۱) ۱/۳۳ ۲) ۱/۴۲ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۱۷

۲۶ـ با ثابت نگه داشتن اندازه نمونه، احتمال اشتباه نوع اول فقط در صورتی کاهش می‌یابد که: (محیط زیست ـ آزاد ۸۲)

۱) احتمال خطای نوع دوم کاهش یابد.
۲) طول ناحیه در $H_۰$ کاهش می‌یابد.
۳) احتمال خطای نوع دوم افزایش یابد.
۴) طول ناحیه در $H_۰$ افزایش یابد.

۲۷ـ اگر میانگین واقعی مقدار نوشابه ریخته شده به درون شیشه‌ها در کارخانه‌ای ۳۲۴ با انحراف معیار ۱۲ سی‌سی باشد، خطای نوع دوم آزمون زیر براساس یک نمونه تصادفی ۳۶ تایی با خطای نوع اول ۲/۵ درصد تقریباً کدام است؟ $(Z_{۰/۰۲۵} = ۱/۹۶ \simeq ۲)$ $H_۰ : \mu \geq ۳۳۰$; $H_۱ : \mu < ۳۳۰$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۰۲۵ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۰/۹۷۵

۲۸ـ در بررسی نسبت افراد مبتلا به یک بیماری، فرضیه $H_۰ : p \leq ۰/۲$ را در مقابل $H_۱ : p > ۰/۲$ آزمون مـی‌کنـیم. بـرای ایـن منظـور نمونـه‌ای تصادفی به حجم ۱۰۰ نفر از جامعه مورد مطالعه انتخاب و مشاهده گردید که ۳۰ نفر از آنان مبتلا به بیماری هستند. مقدار آماره (ملاک) آزمون کدام یک از مقادیر زیر است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۲/۱۷ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۳۴ ۴) ۵

۲۹ـ برای $n = ۱۴$, $s^۲ = ۷۵$ فرضیه $H_۰ : \sigma^۲ \geq ۱۰۰$ را در مقابل فرضیه $H_۱ : \sigma^۲ < ۱۰۰$ در سطح تشخیص $\alpha = ۰/۰۱$ آزمون می‌کنـیم. در صـورتی که فرض شود جامعه‌ای که نمونه تصادفی از آن انتخاب می‌شود نزدیک به نرمال است. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ (کمیت بحرانی از جدول ۴/۱۰۷ است). (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\chi^۲ = ۰/۷۵$ و در نتیجه $H_۰$ رد نمی‌شود.
۲) $\chi^۲ = ۹/۷۵$ و در نتیجه $H_۰$ رد می‌شود.
۳) $\chi^۲ = ۹/۷۵$ و در نتیجه $H_۰$ رد نمی‌شود.
۴) $\chi^۲ = ۰/۷۵$ و در نتیجه $H_۰$ رد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۰ـ در جوامع نرمال برای آزمون فرضیه‌های زیر براساس اطلاعات نمونه در صورتی که $n_1 + n_2 < 30$ (مجموع اندازه‌های دو نمونه تصـادفی کمتـر از ۳۰) باشد، به ترتیب از راست به چپ از کدام ملاک‌های آزمون استفاده می‌شود؟ $i) H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad ; \quad ii) H_1 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) F, t ۲) F, Z ۳) χ^2, t ۴) χ^2, Z

۳۱ـ در نظر است فرضیه سالم بودن یک سکه را آزمون کنیم. سکه را ۵۰ بار آزمایش (پرتاب) می‌کنیم که ۳۰ بار شیر مشاهده می‌کنیم. در سـطح خطای ۵ درصد درباره فرض سالم بودن سکه چه می‌توان گفت؟ (کمیت بحرانی ۲/۷۰۶). (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) رد می‌شود چون $\chi^2 = 4/25$ است.

۲) رد می‌شود چون $F = 3/75$ است.

۳) قبول می‌شود چون $\chi^2 = 2$ است.

۴) قبول می شود چون $\chi^2 = 2/57$ است.

۳۲ـ براساس نمونه‌های تصادفی ۴ تایی از ۳ جامعه که دارای توزیع نرمال‌اند، اطلاعات زیر به‌دست آمده است:

$$\bar{x}_1 = 110 \ , \ \bar{x}_2 = 100 \ , \ \bar{x}_3 = 120 \ s_1^2 = 180 \ , \ s_2^2 = 220 \ , \ s_3^2 = 200$$

کمیت (ملاک) آماره آزمون برابری میانگین در این سه جامعه چیست؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\chi^2_{1,1} = 2$ ۲) $F_{2,9} = 2$ ۳) $F_{2,9} = 3$ ۴) $F_{9,2} = 3$

۳۳ـ در کدام‌یک از موارد زیر نمی‌توان آزمون فرض آماری را برگزار کرد؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) از سرشماری استفاده شده باشد.

۲) حجم نمونه کمتر از ۳۰ باشد.

۳) نمونه به روش تصادفی منظم انتخاب شده باشد.

۴) هیچکدام

۳۴ـ می‌خواهیم ببینیم آیا بین متغیرهای کیفی X و Y رابطه وجود دارد یا خیر. متغیر کیفی X دارای سه سطح و متغیر Y دارای ۴ سـطح اسـت. درجه آزادی برای آزمون کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۶

۳۵ـ در کدام مورد، نباید از آزمون فرض استفاده کرد؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) $n = 10$ ۲) $n < 30$ ۳) $n \geq 30$ ۴) سرشماری

۳۶ـ سطح زیر منحنی H_0 در آزمون فرض آماری همواره برابر است با: (حسابداری ـ سراسری ۸۳)

۱) خطای نوع اول ۲) خطای نوع دوم ۳) توان آزمون ۴) سطح اطمینان آزمون

۳۷ـ در یک آزمایش دو گروه مرد و زن شرکت کرده‌اند. تعداد مردان ۱۱۰ و تعداد زنان ۱۶۰ نفر می‌باشد. به منظور آزمون تفاوت میانگین‌ها مقـدار z محاسبه شده برابر با ۲/۲۱ می‌باشد. کدام یک از نتایج زیر صحیح است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) فرض H_1 پذیرفته نمی‌شود.

۲) فرض H_0 تثبیت می‌شود.

۳) فرض H_0 با اطمینان ۹۹ درصد رد می‌شود.

۴) فرض H_0 با اطمینان ۹۵ درصد رد می‌شود.

۳۸ـ آماره مناسب جهت آزمون فرضیه برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص دارای توزیع: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) F است ۲) t است ۳) χ^2 است ۴) z است

۳۹ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو نقطه‌ای توزیع شده است. به منظور آزمون فرضیه $H_0 : p = 0/5$، نمونه‌ای به حجم $n = 100$ انتخـاب شـده و میانگین مشاهدات $\frac{m}{n} = 0/4$ به دست آمده است، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد فرضیه H_0 صحیح است؟ $(\alpha = 0/05)$ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان ثابت کرد.

۳) فرضیه H_0 ثابت می‌شود.

۴) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.

۴۰ـ فرضیه آماری چیست؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) گزاره‌ای است راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر در جامعه.

۲) فرضیه‌ای است راجع به امید ریاضی توزیع صفت متغیر.

۳) فرضیه‌ای است راجع به گشتاورهای صفت متغیر تصادفی در جامعه.

۴) گزاره‌ای است راجع به واریانس جامعه.

۴۱ـ در آزمون فرضیه اولیه (H_0) در برابر فرضیه مقابل (H_1) توان ملاک $\pi = 0/975$ به دست آمـده اسـت. احتمـال خطـای دوم کـدام یـک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۰۲۵ ۳) ۰/۹۹ ۴) ۰/۰۰۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۲ـ کدام یک از تعاریف زیر تعریف ملاک حساسیت آزمون (تابع توان) می باشد؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار نگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) نادرست باشد.

۲) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار گیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) درست باشد.

۳) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار نگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) درست باشد.

۴) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) نادرست باشد.

۴۳ـ دقت کار دستگاه اتومات توسط واریانس‌های اندازه‌ی اشیاء تولید شده در این دستگاه کنترل می شود که نباید از $\sigma_0^2 = 0/1$ تجاوز نماید فرض بر اینست که اندازه اشیاء (تولید شده) طبق قانون نرمال توزیع شود از این دستگاه به طور تصادفی $n = 25$ شیء به عنوان نمونه انتخاب می گردد. با فرض اینکه $s^2 = 0/2$ به دست آمده باشد نسبت به فرضیه $H_0 : \sigma^2 = 0/1$ چه قضاوتی می توان کرد؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه اولیه (H_0) را نمی‌توان رد کرد.

۲) فرضیه مقابل (H_1) رد می‌شود.

۳) فرضیه اولیه (H_0) رد می شود.

۴) فرضیه مقابل (H_1) اثبات می شود.

۴۴ـ به منظور مقایسه نسبت واحدهای نقص دار (غیر استاندارد) در دو خط تولید کارگاهی، نمونه ای به حجم $n_1 = 100$ از خط تولید اول و از خط تولید دوم نمونه ای به حجم $n_2 = 300$ محصول انتخاب می شود.

مطلوبست :آزمون فرضیه اینکه « نسبت واحدهای نقص دار تولید شده در دو خط تولید، یکسان باشد» به فرض اینکه در نمونه انتخاب شده از خط اول ۱۱واحد و در نمونه انتخاب شده از خط دوم ۶۹ واحد نقص دار وجود داشته باشد.(در سطح احتمال $\alpha = 0/05$) (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه اینکه « نسبت واحدهای نقص‌دار یکسان است» رد نمی‌شود.

۲) فرضیه اینکه « نسبت واحدهای نقص‌دار یکسان است» اثبات می‌شود.

۳) فرضیه اینکه « نسبت واحدهای نقص‌دار یکسان هستند» رد می‌شود.

۴) با این نتایج مشاهدات هیچ نوع قضاوتی نمی‌توان کرد.

۴۵ـ کدام یک از عبارات زیر تعریف خطای نوع اول (α) است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) احتمال رد کردن فرضیه H_1 وقتی که غلط است.

۲) احتمال رد کردن فرضیه H_0 وقتی که درست است.

۳) احتمال رد کردن فرضیه H_0 وقتی که غلط است

۴) احتمال رد کردن فرضیه H_1 وقتی که درست است.

۴۶ـ ادعا شده که امید ریاضی کمیتی تصادفی با توزیع نرمال برابر ۵۵ است $(\mu = 55)$. با استفاده از نمونه، تخمین فاصله‌ای برای پارامتر μ، به صورت (۵۷-۵۱) به دست آمده است. در مورد ادعای یاد شده چگونه باید قضاوت کرد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد

۳) فرضیه H_1 پذیرفته می‌شود.

۴) قضاوت میسر نیست.

۴۷ـ بر اساس میانگین حسابی $(\bar{X})$ در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال $N(\mu = ? \ , \ \sigma^2 = 40)$ فاصله اعتماد برای پارامتر μ با احتمال اعتماد $1-\alpha = 0/95$ برای نمونه نمایان شده به صورت $(\underline{\ell}, \bar{\ell}) = (58,95)$ به دست آمده است. نسبت به فرضیه اولیه $H_0 : \mu = 48$ در جامعه چه ادعایی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه اول (H_0) را نمی‌توان رد کرد.

۲) فرضیهٔ مقابل (H_1) رد می‌شود.

۳) فرضیهٔ مقابل (H_1) ثابت می‌شود.

۴) فرضیه اولیه (H_0) رد می‌شود.

۴۸ـ به منظور مقایسه هزینه مسکن خانوارها در ۵ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای به حجم ۶ به طور تصادفی از خانوارهای منطقه انتخاب شده است و براساس این مشاهدات جدول آنالیز واریانس به صورت زیر به دست آمده است. مقدار عددی F آزمون برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

منبع تغییرات	SS	df	MS	F
بین گروه‌ها	۶/۴			
داخل گروه‌ها				
کل	۶۸/۹			

۱) ۰/۶۴

۲) ۲/۵

۳) ۱/۶

۴) ۱/۶۴

۴۹ـ ادعا شده است که اکثریت افراد در جامعه‌ای موافق قانون کنترل آلودگی هوا هستند. نمونه‌ای ۱۰۰ تایی از افراد این جامعه به طور تصادفی انتخاب کرده‌ایم و ملاحظه شده که ۵۵ نظر موافق قانون مزبور می‌باشند. در آزمون فرضیه برای پذیرفتن یا رد این ادعا آماره آزمون برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) ۲

۲) ۱/۷۵

۳) ۱/۵

۴) ۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۰ـ برای مقایسه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B,A براساس نتایج مشاهدات در دو نمونه n_1 و n_2 ملاک آزمون برابر $z = 1/99$ به دست آمده است که در ناحیه بحرانی قرار گرفته است. کدام گزینه زیر درست است؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B,A یکسان نیستند رد می‌شود.
۲) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B,A یکسان هستند رد می‌شود.
۳) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B,A یکسان نیستند رد نمی‌شود.
۴) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B,A یکسان هستند رد نمی‌شود.

۵۱ـ برای آزمون فرضیه یکسان بودن میانگین دو جامعه نرمال با واریانس‌های یکسان و نامعلوم و با حجم کم نمونه‌ها، ملاک آزمون کننده چیست؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) توزیع نرمال ۲) توزیع χ^2 ۳) توزیع t ۴) توزیع فیشر

۵۲ـ برای آزمون برابری متوسط هزینه‌های خانوارها در پنج منطقه، از هر یک از این مناطق، نمونه‌ای به حجم ۶ خانوار بطور تصادفی انتخاب شده و براساس آن $SSE = 62/5$, $SST = 68/9$ بدست آمده است. مقدار عددی آماره آزمون عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۱۰ ۲) ۰/۶۴ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۹/۷۶

۵۳ـ اگر میانگین واقعی مقدار قهوه ریخته شده داخل شیشه‌ها توسط یک دستگاه اتوماتیک ۵۹۶/۷ گرم با انحراف معیار ۱۴ گرم باشد، خطای نوع دوم آزمون فرضیه روبرو براساس یک نمونه تصادفی ۴۹ تایی با خطای نوع اول ۵ درصد کدام است؟ $(Z_{0/05} = 1/65)$ $\begin{cases} H_0 : \mu \geq 600 \\ H_1 : \mu < 600 \end{cases}$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۹۵

۵۴ـ یک قنادی آجیل مورد نیاز خود را با ترکیب ۴۰ درصد بادام $(p_1 = 0/4)$ و ۴۰ درصد پسته $(p_2 = 0/4)$ و ۲۰ درصد گردو $(p_3 = 0/2)$ سفارش داده است. خریدار به هنگام تحویل گرفتن محموله آجیل، نمونه‌ای به حجم $n = 200$ را به طور تصادفی انتخاب می‌کند. این نمونه حاوی ۶۰ بادام، ۱۲۰ پسته و ۲۰ گردو است. مقدار عددی آماره آزمون برای قبول محموله (خوبی برازش) عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۹ ۲) ۲۰ ۳) ۳۵ ۴) ۵۰

۵۵ـ ادعا شده است که متوسط دستمزد در بخش خصوصی حداقل ۲۰ هزار تومان است. برای بررسی این ادعا یک نمونه ۶۴ نفره از کارکنان بخش خصوصی انتخاب شده است که میانگین و انحراف معیار آن به ترتیب ۲۲ و ۵ هزار تومان است کدام گزینه صحیح است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ادعا تأیید می‌شود.
۲) ادعا رد می‌شود.
۳) H_1 تایید می‌شود.
۴) اطلاعات برای اظهارنظر کامل نیست.

۵۶ـ می‌خواهیم فرض $H_0 : p = \frac{1}{3}$ را آزمون کنیم. اگر آماره آزمون به شکل $A = \frac{30[\hat{p} - \frac{1}{3}]}{\sqrt{2}}$ باشد تعداد نمونه‌ها چند تاست؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) ۳۰ ۲) ۹۹ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۵۷ـ آماره F برای مقایسه واریانس دو جامعه وقتی به کار می‌رود که هر دو جامعه دارای توزیع ..... مستقل باشند. (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) F ۲) N ۳) t ۴) χ^2

۵۸ـ برای تعیین رابطه دو صفت که هر یک به صورت ترتیبی در چهار ستون و سه ردیف در ماتریسی قرار گرفته‌اند از مجذور خی استفاده شده است. درجه آزادی چه مقدار است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۲

۵۹ـ در یک آزمایش دو گروه خانم‌ها و آقایان شرکت کرده‌اند تعداد آقایان ۱۰۰ و تعداد خانم‌ها ۱۵۰ نفر بوده است. به منظور آزمون تفاوت میانگین‌ها مقدار z محاسبه شده برابر با ۱/۹۸ می‌باشد. کدام یک از نتایج زیر صحیح است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) فرض H_0 تثبیت می‌شود.
۲) فرض H_0 با اطمینان ۹۹ درصد رد می‌شود.
۳) فرض H_0 با اطمینان ۹۵ درصد رد می‌شود.
۴) فرض H_0 پذیرفته نمی‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۰ـ در صورتیکه فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب : $H_0 : \mu \geq 80$ و $H_1 : \mu < 80$ و مقادیر بدست آمده بر اساس محاسبات $n = 16$، $\bar{x} = 75/76$ و $s = 8/246$ باشد تقریباً $P - value$ برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) $-0/025$　　۲) $0/525$　　۳) $0/025$　　۴) $-0/525$

۶۱ـ میانگین عمر لاستیک های شرکت عاج برابر ۳۰۰۰۰ کیلومتر می باشد. با استفاده از یک تکنولوژی جدید تولیدی ، اعتقاد بر اینست که میانگین عمر لاستیک ها بهبود یافته است. فرضیه ها برای این ادعا برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) $H_0 : \mu \leq 30000$ / $H_1 : \mu > 30000$　　۲) $H_0 : \mu \geq 30000$ / $H_1 : \mu < 30000$

۳) $H_0 : \mu < 30000$ / $H_1 : \mu \geq 30000$　　۴) $H_0 : \mu > 30000$ / $H_1 : \mu \leq 30000$

۶۲ـ قسمتی از اطلاعات بدست آمده از خروجی کامپیوتری جدول ANOVA در زیر داده شده است:

Source of Variation		Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F
Between Treatments	SSR	۲۵۶		۴	۳۲
Within treatment (Error)	SSE				
Total	SST	۴۰۰			

درجه آزادی مربوط به SSE برابر است با : (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۳۶　　۲) ۲　　۳) ۱۲۸　　۴) ۳۸

۶۳ـ در صورتیکه فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ حداقل یکی از میانگین ها فرق دارد : H_1 و مقادیر بدست آمده بر اساس محاسبات به شرح زیر باشد: $n_T = 20, SSE = 8000, SSTR = 6750$ مقدار عددی تابع نمونه ای محاسبه شده برای آزمون فرضیه فوق برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱/۱۸　　۲) ۰/۸۴　　۳) ۴/۵　　۴) ۴/۲۲

۶۴ـ قسمتی از اطلاعات به دست آمده از خروجی کامپیوتری جدول ANOVA در زیر داده شده است. درجه آزادی مربوط به SSE برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

Source of Variation		sum of Squares	Degrees of Freedom	Mea Square	F
treatments	SSR	۶۴			۸
Withinteatment (Error)				۲	
Total	SST	۱۰۰			

۱) ۲۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۱۸

۶۵ـ در صورتی که فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

حداقل یکی از میانگین‌ها فرق دارد : H_1

و مقادیر به دست آمده براساس محاسبات به شرح روبرو باشد: $n_T = 20, SSE = 8000, SSTR = 6750$

با فرض نرمال بودن توزیع جامعه‌های فوق، در سطح $\alpha = 0/05$ مقدار به دست آمده از جدول برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) ۲/۸۷　　۲) ۳/۲۴　　۳) ۴/۰۸　　۴) ۸/۷

۶۶ـ برای به حداقل رساندن توأم احتمال‌های خطای نوع اول (α) و خطای نوع دوم (β) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) با افزایش n احتمال‌های هر دو خطا تواماً کاهش می‌یابد.
۲) با کاهش احتمال خطای نوع اول، احتمال خطای نوع دوم نیز کاهش می‌یابد.
۳) با کاهش احتمال خطای نوع دوم، احتمال خطای نوع اول نیز کاهش می‌یابد.
۴) با کاهش n (حجم نمونه) احتمال‌های هر دو خطا، تواماً کاهش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۷ـ براساس نمونه انتخاب شده از جامعه‌ای با توزیع نرمال که دارای پارامتر μ مجهول می‌باشد، فاصله اعتماد یا احتمال اعتماد ۰/۹۵ به قرار زیر به دست آمده است: **(۱۲۰/۴۵,۱۸۰/۶۵)**

اگر به منظور آزمون فرضیه $H_0 : \mu = 111/40$ از این فاصله اعتماد به عنوان ملاک آزمون فرضیه استفاده گردد، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) فرضیه اولیه رد می‌شود.
۲) فرضیه اولیه رد نمی‌شود.
۳) فرضیه اولیه به اثبات می‌رسد.
۴) با این فاصله اعتماد نمونه نسبت به فرضیه اولیه نمی‌توان قضاوت کرد.

۶۸ـ در دو نمونه یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای μ', σ_1^2 و μ'', σ_2^2 انتخاب شده‌اند، تخمین σ_1^2, σ_2^2 به ترتیب $s_1^2 = 12, s_2^2 = 8$ به دست آمده است و براساس آنها فرضیه اولیه $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ در سطح احتمال معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$، در برابر فرضیه $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ آزمون می‌شود. کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۴)

۱) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود.
۲) فرضیه H_1 به اثبات می‌رسد.
۳) فرضیه H_1 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.
۴) فرضیه H_0 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۶۹ـ بر آزمون تساوی دو واریانس کدامیک از توزیع‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۴)

۱) توزیع Z
۲) توزیع t
۳) توزیع (کای دو) χ^2
۴) توزیع F

۷۰ـ در یک آزمون آماری که α خطای نوع اول و β خطای نوع دوم است. (محیط زیست ـ آزاد ۸۴)

۱) همواره $\alpha + \beta = 1$
۲) معمولاً α بیشتر از ۰/۹۵ است
۳) α و β هنگامی کوچک می‌شوند که اندازه نمونه بزرگ باشد
۴) اگر $\alpha = 0/05$ آنگاه $\beta < 0/95$

۷۱ـ به منظور بررسی اختلاف بین میانگین بهره‌وری پنج واحد تولیدی نمونه‌هایی به حجم ۲۵ استخراج شده و نتایج ذیل به دست آمده است. مقدار آماره آزمون کدام است؟ $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}_i)^2 = 500$, $n\sum_{i=1}^{k}(\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2 = 200$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{2}{5}$
۲) $\frac{5}{2}$
۳) ۱۲
۴) ۲

۷۲ـ صاحب یک کارخانه ادعا می‌کند حداقل ۸۰% مردم، محصول کارخانه او را ترجیح می‌دهند. در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی، بیش از چند نفر باید کالای وی را ترجیح دهند تا در سطح $\alpha = 0/05$ ادعای صاحب کارخانه پذیرفته شود. $(z_{0/05} = 1/65)$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۶۴
۲) ۷۳
۳) ۷۹
۴) ۸۶

۷۳ـ اگر فرض کنیم نسبت ضایعات یک کارخانه تولیدی حداقل ۱۰% (ده درصد) است آنگاه فرضیه H_0 برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) $H_0 : p < 0/10$
۲) $H_0 : p \geq 0/10$
۳) $H_0 : p \leq 10$
۴) $H_0 : p < 0/9$

۷۴ـ چهل و یک نفر از یک نمونه ۶۰ نفری مخالف طرح ایجاد کارخانه در یک منطقه شهر می‌باشند. آیا به طور کلی تفاوتی بین گروه‌های موافق و مخالف طرح وجود دارد. فرضیه H_0 برای تست آزمون فوق برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $H_0 : p = 0/5$
۲) $H_0 : p = 5$
۳) $H_0 : \mu = 0/5$
۴) $H_0 : \mu = 5$

۷۵ـ مدیر یک نمایشگاه اتومبیل در نظر دارد که پرداخت پاداش بیشتر به کارکنان را جهت افزایش فروش در دستور کار قرار دهد. در حال حاضر میانگین فروش هر فروشنده پنج ماشین در ماه است. کدامیک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده آزمون اثر این پاداش است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $H_1 : \mu \leq 5$ $H_0 : \mu < 5$
۲) $H_1 : \mu > 5$ $H_0 : \mu \leq 5$
۳) $H_1 : \mu \leq 5$ $H_0 : \mu > 5$
۴) $H_1 : \mu < 5$ $H_0 : \mu \geq 5$

۷۶ـ احتمال رد کردن فرضیه غلط H_0 برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $1 - \alpha$
۲) $1 - \beta$
۳) β
۴) α

۷۷ـ ادعا شده است که نسبت ضایعات در کارخانه‌ای حداکثر ۲۰ درصد است. فرضیه H_0 کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) $p \geq 0/2$
۲) $p < 0/20$
۳) $p > 0/20$
۴) $p \leq 0/2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۸ـ با توجه به جدول ANOVA، فرضیه H_0 برای جدول فوق کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

Source of Variation	Sum of squares	Degrees of Freedom	Square Mean	F
Between Treatment	۲۰۷۳/۶	۴	.....	
Between Blocks	۶۰۰۰	۵	۱۲۰۰	
Error	.....	۲۰	۲۸۸	
Total	.....	۲۹		

۱) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$
۲) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6$
۳) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$
۴) $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_{20}$

۷۹ـ با توجه به اطلاعات مسئله قبل مقدار F محاسبه شده برای آزمون فرضیه H_0 کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱/۸ ۲) ۴/۱۷ ۳) ۰/۴۳۲ ۴) ۲۸/۸

۸۰ـ میانگین حقوق فارغ‌التحصیلان رشته مدیریت ۳۷۰۰۰ $ در سال ۱۳۸۲ بوده است. در سال ۱۳۸۳ یک نمونه ۴۸ تایی از فارغ‌التحصیلان میانگینی برابر ۳۸۱۰۰ $ با انحراف معیار ۵۲۰۰ $ را نشان داده است. برای آزمون این ادعا که فارغ‌التحصیلان سال ۸۳ میانگین درآمدی بیشتر از میانگین حقوق فارغ‌التحصیلان سال ۸۲ را دارند، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) $H_0 : \mu \geq 37000$ ، $H_1 : \mu < 37000$
۲) $H_0 : \mu = 37000$ ، $H_1 : \mu \neq 37000$
۳) $H_0 : \mu \leq 37000$ ، $H_1 : \mu > 37000$
۴) $H_0 : \mu = 37000$ ، $H_1 : \mu < 37000$

۸۱ـ مقدار درجه آزادی در توزیع کای دو برای آزمون مستقل بودن از طریق کدامیک از عبارات زیر بدست می‌آید؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) (تعداد سطرها) (تعداد ستون‌ها)
۲) (تعداد ستون‌ها منهای یک) (تعداد سطرها منهای یک)
۳) $k - 1$
۴) $n - 1$

۸۲ـ هنگامیکه P-Value برای آزمون فرضیه بکار می‌رود، فرضیه H_0 رد می‌شود، اگر: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) $P - Value < \alpha$
۲) $\alpha < P - Value$
۳) $P - Value < 1 - \alpha$
۴) $P - Value < \beta$

۸۳ـ در آزمون فرضیه $H_0 : \mu = \mu_0$ احتمال معنی دار بودن ۰/۰۵ در نظر گرفته شده است و به فرض اینکه $\mu = 72$ درست بوده باشد. تابع توان مساوی با $\pi(72) = 0/17$ بدست آمده است. خطای نوع دوم کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۱۷ ۲) ۰/۸۳ ۳) ۰/۹۵ ۴) ۰/۰۵

۸۴ـ در آزمون فرضیه اولیه (H_0) احتمال معنی دار بودن ۰/۰۵ در نظر گرفته شده است. احتمال خطای نوع اول کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۱۰ ۳) ۰/۰۲۵ ۴) ۰/۰۵

۸۵ـ متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ توزیع شده است. ادعا می‌شود که میانگین جامعه برابر با ۸۰ است. برای این منظور نمونه‌ای به حجم $n = 16$ به طور تصادفی انتخاب و $\bar{x} = 75$ بدست آمده است. به فرض اینکه نقطه بحرانی در سطح معنی‌دار بودن ۰/۰۵، کوانتیل ۱/۹۶ باشد، کدام یک از قضاوت‌های در زیر در مورد ادعای فوق صحیح است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) فرضیه H_0 رد نمی‌شود.
۲) فرضیه H_0 پذیرفته می‌شود.
۳) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل (جانشین) پذیرفته می‌شود.
۴) فرضیه مقابل (جانشین) ردمی‌شود.

۸۶ـ برای ارزیابی یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه، به طور تصادفی تعداد ۴۰۰ نفر از جامعه اول و ۲۰۰ نفر از جامعه دوم انتخاب می‌کنیم. ملاحظه می‌شود که تعداد ۸۰ نفر در نمونه اول و ۶۰ نفر در نمونه دوم بی‌سواد بوده‌اند. در مورد آزمون یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه چه قضاوتی می‌کنید. (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۵)

۱) فرضیه یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد می‌شود.
۲) فرضیه یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد نمی‌شود.
۳) فرضیه یکسان نبودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد می‌شود.
۴) نسبت به این فرضیه نمی‌توان قضاوت کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۷ـ در یک نمونه‌گیری تصادفی ساده حجم نمونه برای برآورد نسبت یک متغیر در جامعه با حداکثر اشتباه برآورد ۵ درصد و اطمینـان ۹۵ درصـد برای متغیری که گمان می‌رود نسبت آن در جامعه برابر ۵۰ درصد باشد تقریباً برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۵)

۱) ۴۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۰

۸۸ـ به منظور مقایسه هزینه خوراک خانوارها در ۳ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای به حجم ۱۰ خانوار به طور تصادفی انتخاب مـی‌شـود و براساس نتایج مشاهدات جدول تحلیل واریانس به صورت زیر به دست می‌آید. مقدار عددی آماره آزمون کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

منبع تغییرات	درجه آزادی	مجموع مجذور انحرافات
رویه	-	-
خطا	-	۵۴
جمع	-	۶۰/۴

۱) ۱/۳
۲) ۱/۸
۳) ۱/۶
۴) ۲/۵

۸۹ـ برای آزمون برابری میانگین‌های دو جامعه نرمال مستقل با واریانس‌های برابر، نتایج زیر از نمونه‌های انتخاب شده از ایـن دو جامعـه بـه دسـت آمده‌اند. مقدار آماره آزمون برابر است با:

جامعه اول	$n_1 = 18$	$\bar{x}_1 = 17$	$s_1^2 = 15$
جامعه دوم	$n_2 = 18$	$\bar{x}_2 = 15.3$	$s_2^2 = 17$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۲/۷۵ ۲) $\frac{17\sqrt{17}}{4}$ ۳) $\frac{34\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{17}{4}$

۹۰ـ در ۶۰ بار پرتاب یک تاس نتایج روبرو حاصل شده است:

عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۲	۸	۱۱	۱۳	۹	۷

آماره آزمون برای آزمون فرضیه H_0 مبنی بر همگن بودن تاس کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۱۷ ۲) ۰/۲۸ ۳) ۱/۷ ۴) ۲/۸

۹۱ـ در یک آزمون فرض خطای نوع اول عبارتست از: (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) احتمال رد فرض H_0 در صورتی که فرض H_1 درست باشد.
۲) احتمال رد فرض H_0 در صورتی که فرض H_0 درست باشد.
۳) احتمال پذیرش فرض H_0 در صورتی که فرض H_0 غلط باشد.
۴) احتمال پذیرش فرض H_1 در صورتی که فرض H_1 غلط باشد.

۹۲ـ کدام عبارت، صحیح است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) جمع خطای نوع اول و دوم مساوی یک است.
۲) خطای نوع دوم برابر است با یک منهای توان آزمون
۳) خطای نوع اول برابر است با یک منهای توان آزمون
۴) خطای نوع دوم برابر است با یک منهای خطای نوع اول

۹۳ـ در یک نمونه‌گیری ۳۰ محل دیده شده است که ۱۸ محل به موقع زباله‌های خود را خارج از منزل قرار می‌دهنـد. بـرای آزمـون $H_0 : p = \frac{1}{2}$، مقدار آماره آزمون کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ ۲) $-\sqrt{\frac{5}{6}}$ ۳) $-\sqrt{\frac{6}{5}}$ ۴) $\sqrt{\frac{5}{6}}$

۹۴ـ اطلاعات زیر مربوط به دو جامعه می‌باشد، با فرض نرمال بودن توزیع X در دو جامعه، آماره آزمون مربوط به فـرض تسـاوی واریـانس‌هـای دو جامعه کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

جامعه اول	جامعه دوم
$n_1 = 20$	$n_2 = 30$
$\bar{x}_1 = 50$	$\bar{x}_2 = 60$
$s_1 = 6$	$s_2 = 10$

۱) ۰/۳۶
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸۳

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۵ـ جدول پیشایندی زیر مفروض است، تحت فرض استقلال، جدول مورد انتظار کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

(۱)

B \ A	۱	۲
۱	۱۰	۱۰
۲	۲۵	۵۵

(۲)

B \ A	۱	۲
۱	۱۴	۶
۲	۵۶	۲۴

(۳)

B \ A	۱	۲
۱	۱۰	۱۰
۲	۲۵	۵۰

(۴)

B \ A	۱	۲
۱	۶	۱۴
۲	۲۴	۵۶

B \ A	۱	۲
۱	۱۰	۱۰
۲	۲۰	۶۰

۱۰۰

۹۶ـ کدامیک از موارد زیر در رابطه با آزمون فرض صحیح نمی‌باشد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) اگر H_0 در سطح اطمینان ۵% رد شود در سطح اطمینان ۱% نیز رد می‌شود.

۲) اگر H_0 در سطح اطمینان ۵% رد شود ممکن است در سطح اطمینان ۱% نیز رد می‌شود.

۳) اگر H_0 در سطح اطمینان ۱% رد شود ممکن نیست درسطح اطمینان ۵% نیز رد شود.

۴) اگر H_0 در سطح اطمینان ۱% رد شد در سطح اطمینان ۵% حتماً رد می‌شود.

۹۷ـ ادعا شده است که نرخ تورم (p) در کشور ایران در سال ۱۳۸۵ حداکثر ۱۲% است. برای آزمون این ادعا فرضیه‌های آماری عبارتند از: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) $H_0 : p \geq 12\%$ ، $H_1 : p < 12\%$

۲) $H_0 : p \leq 12\%$ ، $H_1 : p > 12\%$

۳) $H_0 : p > 12\%$ ، $H_1 : p \leq 12\%$

۴) $H_0 : p < 12\%$ ، $H_1 : p \geq 12\%$

۹۸ـ محتویات ۲۶ قوطی قهوه، انحراف معیاری برابر ۰/۶ گرم را نشان داده است. ما علاقمندیم که تعیین کنیم آیا واریانس جامعه به صورت معنی‌داری بیشتر از ۰/۳ می‌باشد مقدار آماره به دست آمده برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲۷/۳۹ ۲) ۳۱/۲ ۳) ۳۰ ۴) ۱/۲

۹۹ـ محتویات ۲۶ قوطی قهوه، انحراف معیاری برابر ۰/۰۶ را نشان داده است، علاقمندیم که تعیین کنیم آیا واریانس جامعه به صورت معنی‌داری بیشتر از ۰/۰۰۳ می‌باشد؟ فرضیه صفر برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\sigma^2 \leq 0/003$ ۲) $S^2 > 0/003$ ۳) $S^2 \leq 0/003$ ۴) $\sigma^2 > 0/003$

۱۰۰ـ به ده نفر دو نوع نوشابه عرضه شده است، سه نفر نوشابه اول و پنج نفر نوشابه دوم را ترجیح دادند و دو نفر بی‌تفاوت بودند، برای مشخص کردن این که آیا ترجیحات افراد برای دو نوع نوشابه برابر هستند توزیع احتمال متناسب این مسئله برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) نرمال ۲) دو جمله‌ای ۳) t- استودنت ۴) پواسن

۱۰۱ـ با توجه به اطلاعات روبرو: $n_T = 20$, $SSE = 8000$, $SSTR = 6750$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

مقدار آماره برای آزمون فرضیه برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۲۲ ۲) ۴/۲۲ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۴/۵

۱۰۲ـ به ده نفر دو نوع نوشابه عرضه شده است سه نفر نوشابه نوع اول، پنج نفر نوشابه نوع دوم را ترجیح دارند و دو نفر نیز بی‌تفاوت بودند، برای مشخص کردن اینکه آیا دو نوع نوشابه از نظر ترجیحات این افراد برابر هستند آزمون H_0 برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) $H_0 : p = 0/5$ ۲) $H_0 : \mu = 5$ ۳) $H_0 : \mu = 0/5$ ۴) $H_0 : p = 5$

۱۰۳ـ برای مقایسه سه گروه با داشتن جمعاً ۱۵ مشاهده و $SSTR = 64$ و $SSE = 96$ مقدار آماره مربوطه برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۶۶۷ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۳۲

۱۰۴ـ ادعا شده است که راندمان یک خط تولید در کارخانه‌ای ۸۰ تن در روز می‌باشد. به منظور آزمون این ادعا در ۲۵ روز مختلف محصول تولید شده اندازه‌گیری گردید. در سطح احتمال $\alpha = 0/05$، به فرض این‌که میانگین محصول تولید شده در روز $\bar{x} = 76$ تن و تخمین‌زن واریانس ۲۵ تن مربع به دست آمده باشد، کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) فرضیه H_0 رد می‌شود. ۲) فرضیه H_0 رد نمی‌شود. ۳) فرضیه H_0 پذیرفته می‌شود. ۴) فرضیه H_1 اثبات می‌شود.

۱۰۵ـ در نمونه‌هایی یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای μ' و σ_1^2 و μ'' و σ_2^2 انتخاب شده‌اند، تخمین σ_1^2 و σ_2^2 به ترتیب $s_1^2 = 12$ و $s_2^2 = 8$ بدست آمده است و بر اساس آن‌ها فرضیه اولیه $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ در سطح معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$، در برابر فرضیه $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$، آزمون می‌شود. کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود. ۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۳) فرضیه H_1 اثبات می‌شود. ۴) فرضیه H_1 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۶ـ در یک فرایند بسته‌بندی زعفران، برای آزمون این که میانگین وزن بسته‌ها کمتر از ۳ گرم است، فرضیه صفر و مقابل کدام است؟
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $H_0: \mu \le 3$ ، $H_1: \mu > 3$
۲) $H_0: \mu \ge 3$ ، $H_1: \mu < 3$
۳) $H_0: \mu = 3$ ، $H_1: \mu < 3$
۴) $H_0: \mu > 3$ ، $H_1: \mu < 3$

۱۰۷ـ مدیر یک بانک ادعا کرده است ۵۰ درصد مشتریان او علاوه بر حساب پس‌انداز، دارای حساب‌های دیگری نیز هستند. در نمونه‌ای تصادفی به حجم $n = 100$، ۴۵ درصد مشتریان حساب‌های دیگر داشته‌اند. مقدار آماره آزمون برابر است با:
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) -10
۲) -1
۳) ۱
۴) ۱۰

۱۰۸ـ به منظور آزمون برابری میانگین هزینه‌های مصرفی خانوارها در سه شهر مختلف، یک نمونه تصادفی ۴ تایی از هر شهر انتخاب شده و اطلاعات روبرو به دست آمده است. کمیت آماره آزمون چقدر است؟
$s_1^2 = 180$ $s_2^2 = 220$ $s_3^2 = 200$ $\bar{x}_1 = 110$ $\bar{x}_2 = 100$ $\bar{x}_3 = 120$
(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\chi^2_{(2)} = 3$
۲) $F_{2,9} = 3$
۳) $F_{2,9} = 2$
۴) $F_{2,3} = 2$

۱۰۹ـ در آزمون فرض مقایسه نسبت موفقیت در دو جامعه‌ی آماری اگر $n_1 = 120$, $n_2 = 100$, $\bar{p}_1 = 0/6$, $\bar{p}_2 = 0/5$ باشند، مقدار آماره آزمون برای آزمون فرض $H_0: p_1 \le p_2$، کدام است؟
(مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
۲) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$
۳) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$
۴) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

۱۱۰ـ فردی برای جمع‌آوری اطلاعات و برآورد میانگین صفت در یک جامعه بزرگ با واریانس $\sigma^2 = 25$ چه تعداد نمونه باید انتخاب نماید تا با ۹۵٪ اطمینان خطای برآورد حداکثر ۱ باشد؟ $(Z_{0/025} = 2)$
(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۷۹
۲) ۸۵
۳) ۹۰
۴) ۱۰۰

۱۱۱ـ براساس تعریف، توان یک آزمون عبارت است از:
(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) احتمال خطای نوع اول
۲) احتمال خطای نوع دوم
۳) یک منهای احتمال خطای نوع اول
۴) یک منهای احتمال خطای نوع دوم

۱۱۲ـ در یک آزمون فرضیه وقتی که سطح معنی‌داری کاهش می‌یابد، به شرط این که سایر شرایط ثابت باقی بماند:
(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) خطای نوع دوم بیشتر می‌شود.
۲) خطای نوع دوم کمتر می‌شود.
۳) خطای نوع اول بیشتر می‌شود.
۴) توان آزمون بیشتر می‌شود.

۱۱۳ـ میانگین عمر لامپ‌های شرکت نور برابر ۳۲۰۰ ساعت است. به خاطر استفاده از تکنولوژی و مواد جدید عقیده بر این است که میانگین عمر لامپ‌ها افزایش یافته است کدامیک از گزینه‌های زیر معرف تست فرضیه فوق می‌باشد:
(مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۷)

۱) $H_0\ \mu \ge 3200$ ، $H_1\ \mu < 3200$
۲) $H_0\ \mu < 3200$ ، $H_1\ \mu \ge 3200$
۳) $H_0\ \mu = 3200$ ، $H_1\ \mu \ne 3200$
۴) $H_0\ \mu \le 3200$ ، $H_1\ \mu > 3200$

۱۱۴ـ کدامیک از روابط زیر بیان رابطه بین مفهوم توان آزمون ملاک (π) و احتمال خطای نوع دوم (β) را منعکس می‌کند؟ $(\alpha$ احتمال خطای نوع اول)
(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\beta = \pi + \alpha - 1$
۲) $\pi = 1 - \beta$
۳) $\beta = \pi + 1$
۴) $\frac{\beta}{\alpha} = \pi$

۱۱۵ـ به منظور آزمون یکسان بودن واریانس‌های σ_1^2 و σ_2^2 در دو توزیع نرمال توسط دو نمونه به حجم n_1 و n_2، تابع نمونه‌ای (Test Statistic) کدام است؟
(مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) $K(X_{11}, X_{12}, ..., X_{2n_2}) = \frac{\chi^2_{(n_1)}}{\chi^2_{(n_2)}}$
۲) $K(X_{11}, X_{12}, ..., X_{2n_2}) = \frac{\chi^2_{(n_1)} / S_1^2}{\chi^2_{(n_2)} / S_2^2}$
۳) $K(X_{11}, X_{12}, ..., X_{2n_2}) = \frac{S_1^2}{S_2^2}$
۴) $K(X_{11}, X_{12}, ..., X_{2n_2}) = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۶ـ دو جامعه با پارامترهای مجهول مفروضند. به منظور مقایسه پراکندگی این توزیع‌های نرمال از هر یک از جامعه‌ها، نمونه‌ای به حجم $n_i = ۱۱ \ (i = ۱, ۲)$ انتخاب شده است و براساس آنها مجموع مجذورات تفاضل‌های مقادیر صفت از میانگین خود به قرار زیر بدست آورده است:

$$\sum_{i=۱}^{n}(x_{۱j} - \bar{x})^۲ = ۲۴ \quad , \quad \sum_{j=۱}^{n}(x_{۲j} - \bar{x})^۲ = ۹۶$$

نسبت به فرضیه یکسان بودن واریانس‌های این دو جامعه در سطح احتمال $\alpha = ۰/۰۵$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۷)

۱) فرضیه یکسان بودن واریانس‌ها پذیرفته می‌شود.
۲) فرضیه یکسان بودن واریانس‌ها رد می‌شود.
۳) فرضیه یکسان بودن واریانسها را نمی‌توان رد کرد.
۴) در این سطح احتمال نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۱۷ـ درآزمون فرضیه‌ها، فرضیه $H_۰$ رد می‌شود اگر: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\alpha < P - Value$
۲) $P - Value < \alpha$
۳) $P - Value = \alpha$
۴) $P - Value = \frac{\alpha}{۲}$

۱۱۸ـ از یک نمونه تصادفی ۱۰۰نفری، چهل نفر مخالف طرح ایجاد کارخانه می‌باشند آیا به طور کلی تفاوتی بین گروه‌های موافق و مخالف طرح وجود دارد؟ فرضیه $H_۰$ برای تست آزمون فوق برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

۱) $H_۰ : p = ۵$
۲) $H_۰ : \mu = ۵$
۳) $H_۰ : p = ۰/۵$
۴) $H_۰ : \mu = ۵$

۱۱۹ـ با توجه به اطلاعات داده شده که در آن ۱۴ مشاهده از هر کدام از چهار جامعه مستقل به دست آمده است مقدار F برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

source of variation	sum of squares	df	mean square	F
Between treatments	۶۰			
within treatments	۲۶۰			

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۴

۱۲۰ـ وقتی که آزمون فرض روبرو را در سطح α مورد بررسی قرار دهیم:

$H_۰ \quad \mu \geq ۱۰۰$
$H_۱ \quad \mu < ۱۰۰$

فرضیه $H_۰$ رد می‌شود اگر مقدار Z محاسبه شده (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) $< -Z_\alpha$
۲) < ۱۰۰
۳) $< -Z_{\frac{\alpha}{۲}}$
۴) $> Z_\alpha$

۱۲۱ـ دانشگاه A اعلام نموده است که حداقل سی درصد از دانشجویان در رشته مدیریت تحصیل می‌کنند. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) $H_۰ : p < ۰/۳۰$ ، $H_۱ : p \geq ۰/۳۰$
۲) $H_۰ : p \leq ۰/۳۰$ ، $H_۱ : p > ۰/۳۰$
۳) $H_۰ : p \geq ۰/۳۰$ ، $H_۱ : p < ۰/۳۰$
۴) $H_۰ : p > ۰/۳۰$ ، $H_۱ : p \leq ۰/۳۰$

۱۲۲ـ در تجزیه و تحلیل واریانس که کل حجم نمونه برابر n_T و تعداد جامعه‌های مستقل k باشند، (MStr) برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{SStr}{n_T}$
۲) $\frac{SStr}{n_T - ۱}$
۳) $\frac{SStr}{k}$
۴) $\frac{SStr}{k - ۱}$

۱۲۳ـ در آزمون فرضیه اولیه ($H_۰$) سطح احتمال معنی‌دار بودن ۰/۰۵ انتخاب شده است. احتمال خطای نوع اول (α) کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۹۵
۲) ۰/۰۲۵
۳) ۰/۰۵
۴) ۰/۹۷۵

۱۲۴ـ متغیر تصادفی X برطبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^۲ = ۱۰۰$ توزیع شده است. ادعا می‌شود که میانگین جامعه با ۸۰ است. برای این منظور نمونه‌ای به حجم $n = ۱۶$ به طور تصادفی انتخاب و $\bar{x} = ۷۵$ به دست آمده است. به فرض این که نقطه بحرانی در سطح معنی‌دار بودن ۵%، کوانتیل ۱/۹۶ باشد، کدام یک از قضاوت‌های زیر در مورد ادعای فوق صحیح است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۷)

۱) فرضیه $H_۰$ رد نمی‌شود.
۲) فرضیه $H_۰$ رد و فرضیه مقابل (جانشین) پذیرفته می‌شود.
۳) فرضیه $H_۰$ پذیرفته می‌شود.
۴) فرضیه مقابل (جانشین) رد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۵ـ در آزمون $H_0 : p = 0/5$ اگر نسبت مشاهده شده $\hat{p} = 0/4$ باشد. حداقل نمونه‌ای که لازم است تا این اختلاف را در سـطح ۵٪ معنـی‌دار نشان دهد تقریباً برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۷)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۴۰۰

۱۲۶ـ در مقایسه میانگین چند جامعه به روش آنالیز واریانس کدامیک از پیش فرض‌های زیر غیرضروری است؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۷)

۱) نرمال بودن توزیع ۲) تصادفی بودن نمونه‌ها ۳) تساوی واریانس‌ها ۴) تساوی نمونه‌ها

۱۲۷ـ برای آزمون برابری میانگین‌های دو جامعه مستقل نرمال با واریانس‌های نامعلوم، نتایج زیر از نمونه‌های مستقل بدست آمده است. مقدار آماره این آزمون برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

$n_1 = 5 \quad n_2 = 7$
$\bar{x}_1 = 171 \quad \bar{x}_2 = 162$
$s_1^2 = 70 \quad s_2^2 = 120$

۱) $\frac{9\sqrt{35}}{\sqrt{1090}}$ ۲) $\frac{9}{10\sqrt{12}}$ ۳) $\frac{9}{\sqrt{1090}}$ ۴) $\frac{9\sqrt{35}}{10\sqrt{12}}$

۱۲۸ـ در آزمون فرضیه‌های آماری هر چه اختلاف بین مقدار پیشنهادی در H_0 و مقدار واقعی آن بیشتر باشد، توان آزمون: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) کمتر است. ۲) بیشتر است.
۳) فقط در آزمون‌های دوطرفه کمتر است. ۴) فقط در آزمون‌های یک طرفه بیشتر است.

۱۲۹ـ سطح زیر منحنی H_0 در آزمون فرض آماری همواره برابر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۸)

۱) خطای نوع اول ۲) خطای نوع دوم ۳) وابسته به تعریف H_0 ۴) سطح اطمینان آزمون

۱۳۰ـ یک جدول توافقی از ۳ ردیف و ۴ ستون تشکیل شده است، تعداد درجات آزادی آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۳۱ـ در آزمون فرض آماری، توان یک آزمون یعنی ..... . (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) یک منهای احتمال خطای نوع اول ۲) یک منهای احتمال خطای نوع دوم ۳) احتمال خطای نوع اول ۴) احتمال خطای نوع دوم

۱۳۲ـ برای اینکه احتمال خطای نوع اول (α) و نوع دوم (β) با هم کاهش یابد چه باید کرد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) حجم نمونه را باید افزایش داد. ۲) حجم نمونه را باید کاهش داد.
۳) تابع نمونه آزمون را باید تغییر دهیم. ۴) توان آزمون ملاک را باید افزایش داد.

۱۳۳ـ کدامیک از عبارت‌های زیر رابطه‌ای بین احتمال خطای نوع اول (α) و احتمال نوع دوم (β) می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\lim_{\alpha \to 0} \beta = 1$ ۲) $\lim_{\alpha \to 0} \beta = 0$ ۳) $\lim_{\beta \to 0} \alpha = 1$ ۴) $\lim_{\beta \to 0} \alpha = 0$

۱۳۴ـ کدامیک از تعریف‌های زیر «فرضیه آماری» می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) جواب هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری می‌گویند.
۲) گزاره‌ی راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری می‌گویند.
۳) هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر(یا کمیت تصادفی)را فرضیه آماری می‌گویند.
۴) حدس زیرکانه‌ای که محقق راجع‌به چگونگی همبستگی‌ها در علم آمار پیش می‌کشد فرضیه آماری نامیده می‌شود.

۱۳۵ـ کدامیک از تعاریف زیر خطای نوع دوم را بیان می‌کند؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه اولیه (H_0) غلط است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد می‌شود.
۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد می‌شود.
۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد نمی‌شود.
۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 – Alternative) درست نیست، فرضیه H_0 رد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۶ـ کدامیک از تعاریف زیر، احتمال خطای نوع اول (α) را بیان می‌کند؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه اولیه (H_0) رد می‌شود.

۲) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.

۳) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را رد می‌کنیم.

۴) احتمال اینکه فرضیه جانشین (فرضیه Alternative – H_1) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.

۱۳۷ـ میانگین صفت متغیر (کمیت تصادفی) X برای دو جامعه به ترتیب $\mu' = ۵/۰۰۱$، $\mu'' = ۵/۰۰۰۰۰۰۰۰۱$ می‌باشد.

نسبت به فرضیه اولیه «دو توزیع برابر هستند»: H_0 در برابر فرضیه مقابل «دو توزیع برابر نیستند»: H_1 چه قضاوت می‌کنید؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً برابر هستند.

۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.

۳) دو توزیع در دو جامعه کاملاً متفاوت می‌باشد.

۴) براساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۳۸ـ صفت متغیر در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی مجهول μ توزیع می‌شود. از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n = ۲$ انتخاب شده و براساس آن تخمین فاصله‌ای $(۸, ۲۲/۸)$ برای پارامتر μ توسط تخمین‌زن فاصله‌ای که با احتمال اعتماد $۱ - \alpha = ۰/۹۵$ بدست آمده است، محاسبه شده است. نسبت به فرضیه اولیه $H_0 : \mu = ۲۲/۷$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه H_0 در این سطح احتمال α رد می‌شود.

۲) در این سطح احتمال α فرضیه H_0 اثبات می‌شود.

۳) با این حجم نمونه، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۴) فرضیه H_0 را در این سطح احتمال α نمی‌توان رد کرد.

۱۳۹ـ اگر آزمون فرضیه ای که تست می کنید دو دامنه باشد. کدامیک از گزینه های زیر می‌تواند توان تست را افزایش دهد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) افزایش α ۲) کاهش حجم نمونه ۳) افزایش β ۴) هیچکدام از گزینه‌ها

۱۴۰ـ کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) α نشان احتمال خطای نوع دوم است.

۲) α و β بطور مستقیم با هم ارتباط دارند.

۳) محقق احتمال خطای نوع اول را کنترل می‌کند.

۴) فرضیه مقابل باید دارای علامت مساوی باشد.

۱۴۱ـ کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $H_0 : \bar{X} \le ۱۷۰$ ، $H_1 : \bar{X} > ۱۷۰$

۲) $H_0 : \mu > ۱۷۰$ ، $H_1 : \mu \le ۱۷۰$

۳) $H_0 : \mu \ne ۱۷۰$ ، $H_1 : \mu = ۱۷۰$

۴) $H_0 : \mu \le ۱۷۰$ ، $H_1 : \mu > ۱۷۰$

۱۴۲ـ اگر P-value در یک آزمون دو دامنه کمتر از α باشد. (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه H_0 نباید رد شود.

۲) آزمون یک دامنه باید مورد استفاده قرار گیرد.

۳) برای نتیجه گیری اطلاعات بیشتری مورد نیاز است.

۴) فرضیه H_0 باید رد شود.

۱۴۳ـ در سطح $\alpha = ۰/۰۵$ یک آزمون فرضیه مورد بررسی می‌باشد این بدان معنی می‌باشد که: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) پنج درصد شانس وجود دارد که فرضیه H_0 صحیح است.

۲) حداکثر پنج درصد شانس وجود دارد که H_0 رد خواهد شد.

۳) پنج درصد شانس وجود دارد که فرضیه مقابل صحیح است.

۴) پنج درصد شانس وجود دارد که خطای نوع دوم رخ داده است.

۱۴۴ـ برای تست کردن تفاوت بین میانگین‌های دو جامعه وابسته فرضیه H_0 برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $\mu_D = ۰$ ۲) $\mu_D = ۲$ ۳) $\mu_D < ۰$ ۴) $\mu_D > ۰$

۱۴۵ـ برای آزمون مربوط به واریانس یک جامعه، کدامیک از گزینه‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) آزمون t ۲) آزمون F ۳) آزمون χ^2 ۴) آزمون z

۱۴۶ـ با توجه به نرمال بودن جامعه ها، قبل از انجام تست آنالیز واریانس یک عاملی باید تست برابری واریانس‌ها انجام شود یک روش برای انجام این کار: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) تست Hartley می‌باشد ۲) تست F می‌باشد ۳) تست χ^2 می‌باشد. ۴) تست Tucky-Kramer می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۷ـ اگر مفروضات مربوط به آنالیز واریانس یک عاملی برقرار نباشد از کدامیک از آزمون‌های زیر می‌توان استفاده نمود؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) McNemar ۲) Kruskal- Wallis ۳) Friedman ۴) Marascuilo

۱۴۸ـ حساسیت ملاک آزمون فرضیه (یا حساسیت تابع نمونه‌ای آزمون، یا حساسیت ناحیه بحرانی ملاک آزمون فرضیه) توسط چه مفهوم یا چه تابعی بیان می‌شود؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) احتمال قرار گرفتن تابع نمونه‌ای آزمون در مکمل ناحیه بحرانی
۲) توسط تابع نمونه‌ای آزمون
۳) توسط تابع توان آزمون
۴) توسط مکمل ناحیه بحرانی

۱۴۹ـ کدامیک از عبارت‌های زیر تعریف فرضیه آماری می‌باشد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) حدس سوال‌های زیرکانه‌ای راجع‌به چگونگی توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.
۲) هر گزاره راجع‌به چگونگی توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی) را که درستی یا نادرستی آن مشخص نیست فرضیه آماری گویند.
۳) جواب سوال‌های زیرکانه راجع‌به چگونگی توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.
۴) حدس زیرکانه راجع به «روش همبستگی» را فرضیه آماری نامند.

۱۵۰ـ کدامیک از تعاریف زیر، احتمال خطای نوع دوم (β) را بیان می‌کند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.
۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.
۳) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 – Alternative) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.
۴) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.

۱۵۱ـ صفت متغیر در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی مجهول μ توزیع می‌شود از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n = ۲۵$ انتخاب شده و براساس آن تخمین فاصله‌ای (۲۷/۴،۵۷/۴) برای پارامتر μ توسط تخمین‌زن فاصله‌ای که با احتمال اعتماد $۱-\alpha = ۰/۹۵$ بدست آمده است، محاسبه شده است. نسبت به فرضیه $H_0 : \mu = ۵۸/۴$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه H_0 رد می‌شود.
۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.
۳) فرضیه H_0 اثبات می‌شود.
۴) با این حجم نمونه نمی‌توان در مورد فرضیه H_0 قضاوت کرد.

۱۵۲ـ کدامیک از تعاریف زیر خطای نوع اول را بیان می‌کند؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.
۲) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.
۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را رد می‌کنیم.
۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 – Alternative) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده آن را می‌پذیریم.

۱۵۳ـ توسط توزیع صفت متغیر X در دو جامعه، میانگین این دو صفت به صورت روبرو بدست آمده است: $\mu'' = ۴/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱$, $\mu' = ۴$
نسبت به فرضیه اولیه: «دو توزیع صفت X در این دو جامعه یکسان هستند» : H_0
در برابر فرضیه مقابل: «دو توزیع صفت X در این دو جامعه کاملاً متفاوتند» : H_1
چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً برابرند.
۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.
۳) براساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.
۴) دو توزیع در این دو جامعه کاملاً متفاوت هستند.

۱۵۴ـ کدامیک از تعریف های زیر «فرضیه آماری» می باشد؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) جواب هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری گویند.
۲) هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر(یا کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.
۳) گزاره ای راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر(یا کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.
۴) حدس زیرکانه ای که محقق راجع به چگونگی همبستگی‌ها در علم آمار پیش کشید فرضیه آماری نامیده می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۵۵ـ کدامیک از تعاریف زیر خطای نوع اول است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن را می‌پذیریم.

۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن، رد می‌شود.

۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده ، آن را رد می‌کنیم.

۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 – Alternative) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن را می‌پذیریم.

۱۵۶ـ کدامیک از تعاریف زیر احتمال خطای نوع دوم(β)را بیان می‌کند؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می شود.

۲) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.

۳) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.

۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 – Alternative) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.

۱۵۷ـ میانگین صفت متغیر (کمیت تصادفی) X برای دو جامعه، به ترتیب $\mu' = ۵/۰۰۰۰۰۰۰۱$ و $\mu'' = ۵/۰۰۱$ می‌باشند.
نسبت به فرضیه اولیه «هر دو توزیع برابر هستند»: H_0
در برابر فرضیه مقابل «دو توزیع برابر نیستند»: H_1 چه قضاوتی می‌کنید؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) دو توزیع در دو جامعه کاملاً متفاوت می‌باشند.

۲) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً، برابر هستند.

۳) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.

۴) بر اساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۵۸ـ صفت متغیر در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی مجهول μ توزیع می‌شود. از این جامعه نمونه ای به حجم n=۲۵ انتخاب شده و بر اساس آن تخمین فاصله ای (۵۷/۴ و ۲۷/۴) برای پارامتر μ توسط تخمین زن فاصله ای که با احتمال اعتماد $\alpha = ۰/۹۵$ بدست آمده است، محاسبه شده است.نسبت به فرضیه اولیه $H_0 : \mu = ۵۸/۴$ چه قضاوتی می‌توان کرد: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه H_0 را نمی توان ردکرد.

۲) فرضیه H_0 اثبات می‌شود.

۳) با این حجم نمونه نمی‌توان در مورد فرضیه H_0 قضاوت کرد.

۴) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۵۹ـ اگر آزمون فرضیه‌ای که مورد مطالعه می‌باشد یک آزمون دو دامنه باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند توان تست را افزایش دهد؟
(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) کاهش حجم نمونه ۲) افزایش α ۳) افزایش β ۴) کاهش α

۱۶۰ـ کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) محقق احتمال خطای نوع اول را کنترل می‌کند.

۲) α نشان دهنده‌ی احتمال خطای نوع دوم است.

۳) α و β بطور مستقیم با هم ارتباط دارند.

۴) فرضیه مقابل باید حتماً دارای علامت مساوی باشد.

۱۶۱ـ اگر P – value در یک آزمون دو دامنه کمتر از α باشد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) فرضیه H_0 رد نمی‌شود.

۲) آزمون یک دامنه باید مورد استفاده قرار گیرد.

۳) برای تصمیم گیری اطلاعات بیشتری نیاز است.

۴) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۶۲ـ اگر مفروضات مربوط با آنالیز واریانس یک عاملی بر قرار نباشد، از کدامیک از آزمون‌های زیر می‌توان استفاده نمود؟(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) Friedman ۲) Tukey ۳) Kruskal – Wallis ۴) Frisher

۱۶۳ـ روش حداقل مربعات، کدامیک از موارد زیر را حداقل می‌کند؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) SSR ۲) SSE ۳) MSR ۴) همه موارد

۱۶۴ـ برای آزمون $H_0 : \mu \geq ۳۰$ در مقابل $H_1 : \mu < ۳۰$ کدامیک از گزینه‌های زیر بر مبنای حجم نمونه ۳۶ قویترین شواهد را برای رد کردن H_0 ارائه می‌دهد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\bar{x} = ۲۸ , s = ۶$ ۲) $\bar{x} = ۲۷ , s = ۴$ ۳) $\bar{x} = ۳۲ , s = ۲$ ۴) $\bar{x} = ۲۶ , s = ۹$

۱۶۵ـ برای آزمون تفاوت بین میانگین های دو جامعه مستقل از هم با توزیع های نرمال وقتیکه $n_1 = ۱۴ , n_2 = ۱۸$ باشد ، درجه آزادی برابر است با:
(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۳۲ ۲) ۳۰ ۳) ۳۱ ۴) ۲۸

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۶ـ برای آزمون برابری واریانس یک جامعه با یک عدد، از کدامیک از توزیع‌های زیر می‌توان استفاده کرد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) χ^2 ۲) t ۳) F ۴) Z

۱۶۷ـ اگر فرضیه ای در سطح معنی‌داری $\alpha = ۰/۰۵$ رد نشود، در مورد فرضیه مذکور در سطح معنی دار $(\alpha = ۰/۰۱)$ می‌توان گفت: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) حتماً رد می‌شود ۲) حتماً رد نمی‌شود ۳) نمی‌توان اظهار نظر کرد ۴) بستگی به حجم نمونه دارد.

۱۶۸ـ در یک کارگاه تولیدی از ۴۰ نفر کارگر و ۱۰ نفر کارمند در مورد وضع بهداشت محل کار به‌طور تصادفی سؤال شده است. با استفاده از فراوانی مورد انتظار، آماره «کای دو» کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

	کارمند	کارگر
راضی	۷	۱۸
ناراضی	۳	۲۲

۱) ۲/۷۵
۲) ۲/۲۵
۳) ۲
۴) ۳

۱۶۹ـ به‌منظور مقایسه هزینه مواد غذایی خانوارها در ۴ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای تصادفی به حجم $n = ۵$ خانوار انتخاب شده است. براساس نتایج مشاهدات، مجموع مربعات بین گروهی (تیمارها) برابر ۱۲ و مجموع مربعات درون گروهی (خطاها) برابر با ۳۲ به‌دست آمده است. مقدار عددی آماره آزمون عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) $F_{۱۶,۳} = \frac{۳}{۱۰}$ ۲) $F_{۱۶,۳} = ۰/۵$ ۳) $F_{۳,۱۶} = \frac{۱۰}{۳}$ ۴) $F_{۳,۱۶} = ۲$

۱۷۰ـ برای هر سطح معنی‌داری و اندازه نمونه‌ای، مقدار بحرانی توزیع t: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) برابر صفر است.
۲) همیشه بزرگتر از مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد.
۳) برابر با مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد.
۴) همیشه کوچکتر از مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد.

۱۷۱ـ اگر اختلاف بین مقدار $\mu_۰$ و $\mu_۱$ که به‌ترتیب در فرضیه صفر و یک بیان شده‌اند $(H_۰ : \mu = \mu_۰ \ , \ H_۱ : \mu = \mu_۱)$ با $\Delta\mu$ بیان شود، توان آزمون: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۹)

۱) با افزایش $\Delta\mu$ کاهش می‌یابد. ۲) مستقل از $\Delta\mu$ است. ۳) با افزایش $\Delta\mu$ افزایش می‌یابد. ۴) با $\sqrt{\Delta\mu}$ متناسب است.

۱۷۲ـ روابط عمومی شهرداری ادعا می‌کند که ۸۰ درصد مردم از عمل کرد کارکنان شهرداری راضی‌اند. یک نمونه ۴۰۰ تایی از مردم انتخاب شده که ۷۵ درصد آنان از عملکرد شهرداری راضی‌اند. آماره آزمون برای بررسی صحت این ادعا کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

۱) -۱/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) -۲/۵ ۴) ۱/۷۵

۱۷۳ـ برای آزمون برابری واریانس دو جامعه که بر طبق قانون نرمال توزیع شده‌اند اطلاعات زیر در دست می‌باشد:

ـ جامعه اول: $n_۱ = ۳۰ \ , \ s_۱ = ۳$ ـ جامعه دوم: $n_۲ = ۴۰ \ , \ s_۲ = ۴$

مقدار عددی آماره آزمون عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) $F = \frac{\frac{۳}{۳۰}}{\frac{۴}{۴۰}}$ ۲) $F = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۴}}$ ۳) $F = \frac{۳}{۴}$ ۴) $F = \frac{۹}{۱۶}$

۱۷۴ـ به منظور آزمون فرضیه در خصوص شکل توزیع متغیر تصادفی x، نمونه‌ای به حجم $n = ۱۰۰$ انتخاب شده و نتایج زیر به دست آمده است:

x_i	۱	۲	۳	۴
فراوانی	۲۰	۳۰	۲۴	۲۶

مقدار عددی آماره آزمون و درجه آزادی برای فرضیه یکنواختی توزیع کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۲/۰۸ و ۳ ۲) ۲/۳۵ و ۳ ۳) ۳/۰۶ و ۲ ۴) ۱/۲۸ و ۲

۱۷۵ـ در آزمون فرضیه $H_۰$ در مقابل $H_۱$، قدرت یا توان آزمون عبارتست از احتمال: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) عدم رد $H_۰$ به شرطی که $H_۰$ صحیح باشد.
۲) عدم رد $H_۰$ به شرطی که $H_۱$ صحیح باشد.
۳) رد $H_۰$ صحیح به شرط نادرست بودن $H_۱$
۴) رد $H_۰$ نادرست به شرط صحیح بودن $H_۱$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۶ـ در یک آزمون تحلیل واریانس (ANOVA)، ۵ مشاهده در هر یک از سه تیمار (رویه) وجود دارد. در این حالت درجـه آزادی در صـورت و مخرج توزیع F به ترتیب برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۲و ۴ ۲) ۲ و ۱۲ ۳) ۳ و ۱۵ ۴) ۳ و ۱۲

۱۷۷ـ نمونه خون ۶ بیمار در آزمایشگاه آزمایش شده است نتایج به شرح زیر است:

آزمایشگاه I	۱/۸	۲/۱	۲/۳	۲	۲/۱	۲
آزمایشگاه II	۱/۲	۱/۴	۱/۵	۱/۱	۱/۸	۱/۵

مقدار آماره آزمون برای آزمون $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$ کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $t = ۷/۱۴$ ۲) $Z = ۷/۱۴$ ۳) $t = ۶/۱۵$ ۴) $Z = ۶/۱۵$

۱۷۸ـ در تحلیل واریانس یک عامله، اگر تعداد تیمارها ۳ و $SST = ۵۰$ و $SSE = ۱۸$ باشد، $SS(TR)$ با کدامیک از گزینه‌های زیر برابر است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۳۶ ۲) ۶۸ ۳) ۳۲ ۴) ۶۶

۱۷۹ـ پنج قطعه یکبار با یک ترازو و همان پنج قطعه بار دیگر با ترازوی دیگر وزن شده‌اند و نتایج زیر حاصل شده است. مقدار آمـاره آزمـون بـرای آزمون جهت مقایسه میانگین‌های وزنی که دو ترازو نشان می‌دهند برابر است با: (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

	قطعه ۱	قطعه ۲	قطعه ۳	قطعه ۴	قطعه ۵
ترازوی A	۱۱۰	۹۹	۱۱۲	۸۵	۹۹
ترازوی B	۱۱۲	۱۰۱	۱۱۳	۸۸	۱۰۱

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۱۰}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۱۰}$

۱۸۰ـ در یک مسأله آزمون فرض آماری کدام گزینه صحیح نیست؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) با افزایش α ناحیه بحرانی بزرگ‌تر می‌شود.
۲) ادعاهای مطرح شده همواره در فرض صفر قرار می‌گیرند.
۳) جهت ناحیه بحرانی هم جهت با فرض مقابل است.
۴) با افزایش حجم نمونه و ثابت بودن مابقی پارامترها α کاهش می‌یابد.

۱۸۱ـ در مقایسه واریانس‌ها در دو جامعه نرمال، یک فاصله اطمینان با ضریب ۹۹ درصد برای نسبت واریانس‌ها به صورت $(۰/۷,۱/۵)$ به دست آمده است با اطمینان ۹۹ درصد چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) واریانس جامعه اول از دوم بزرگ‌تر است.
۲) واریانس جامعه دوم از جامعه اول بزرگ‌تر است.
۳) واریانس‌ها مساوی‌اند.
۴) نیاز به جدول f می‌باشد.

۱۸۲ـ در انجام آزمون $H_0 : P_1 = P_2$ مقدار آمارهٔ آزمون عبارت است از $Z = -۲/۵$، مقدار χ^2_α در آزمون همگونی کای ـ مربع چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۲/۷ ۲) ۱۰/۱۴ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۲/۵

۱۸۳ـ کدام آزمون، همتای ناپارامتریک آزمون ضریب همبستگی پیرسون است؟ (مدیریت ـ دکتری ۹۴)

۱) میانه ۲) علامت زوجی ۳) u من ـ ویتنی ۴) استقلال مربع کا

۱۸۴ـ کدام آزمون، برای «تحلیل واریانس یک عامله فیشر» همتای ناپارامتریک است؟ (مدیریت ـ دکتری ۹۴)

۱) کلموگروف ـ اسمیرنف ۲) کروسکال ـ والیس ۳) ویلکاکسون ۴) فریدمن

۱۸۵ـ انجام تحلیل واریانس یک عامله (one way-ANOVA) برای انجام کدام آزمون فرضی به‌کار می‌رود؟ (مدیریت ـ دکتری ۹۵)

۱) تساوی میانه k جامعه مستقل
۲) تساوی نسبت‌ها k جامعه مستقل
۳) تساوی میانگین k جامعه مستقل
۴) تساوی واریانس k جامعه مستقل

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

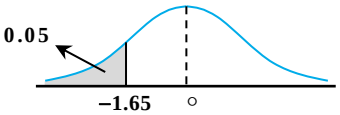
پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ گزینه «۳» طبق تعریف، آماره آزمون مربوط به برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص، دارای توزیع χ^2 می‌باشد.

۲ـ گزینه «۴» به دلیل آنکه واریانس دو جامعه نامعلوم است، توزیع T می‌باشد. که در آن درجه آزادی ادغام شده برابر با (n_1+n_2-2) است. توجه کنید که واریانس‌ها یکسانند.

۳ـ گزینه «۴» چون $H_0:\mu_1-\mu_2=0$ می‌باشد و عدد صفر فقط در فاصله (۳/۸ و ۲/۵) قرار نمی‌گیرد، در نتیجه فرض H_0 یا $\alpha=0/05$ رد می‌شود.

۴ـ گزینه «۲» با توجه به داده‌های صورت مسأله که به‌صورت زیر می‌باشند، مقدار آماره آزمون در ناحیه بحرانی (قسمت هاشور خورده) قرار می‌گیرد. بنابراین فرضیه صفر رد می‌شود. به شکل توجه کنید:



$$\begin{cases}H_0:p\geq 0/6\\ H_1:p<0/6\end{cases},\ \alpha=0/05 \qquad , \qquad Z=\frac{\bar{P}-P_0}{\sqrt{\frac{P_0q_0}{n}}}=-4$$

ناحیه بحرانی : $Z<-Z_\alpha$; $Z_\alpha=1/65$

۵ـ گزینه «۱» رد H_0 : یعنی فرآیند قدیمی بهتر است: $\Rightarrow\alpha=P(H_0\text{ رد}\mid H_0\text{ درست باشد})$

$$\begin{cases}H_0:\text{فرآیند جدید به خوبی فرآیند قدیمی است.}\\ H_1:\text{فرآیند جدید به خوبی فرآیند قدیمی نیست.}\end{cases}$$

۶ـ گزینه «۲» طبق تعریف دقت برآورد و احتمال خطای نوع اول رابطه آنها با هم معکوس است.

۷ـ گزینه «۱» سطح معنی‌داری همان احتمال خطای نوع اول (α) می‌باشد با کاهش α مقدار β افزایش و مقدار توان آزمون کاهش می‌یابد.

۸ـ گزینه «۴» مراحل تشکیل آزمون فرض‌ها را به‌ترتیب اجرا می‌کنیم:

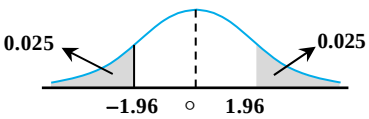
۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases}H_0:p=\frac{1}{2}\\ H_1:p\neq\frac{1}{2}\end{cases}$ ۲) $\alpha=0/05$ (سطح معنی‌داری)

۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$n=100,\quad x=59,\quad \bar{p}=\frac{x}{n}=\frac{59}{100}=0/59$$

$$\Rightarrow Z=\frac{\bar{P}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}=\frac{0/59-\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})}{100}}}=1/8$$

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبرو است: $|Z|>Z_{\frac{\alpha}{2}}$; $Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0/05}=Z_{0/025}=1/96$



۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی:** با توجه به این که مقدار عددی آماره آزمون $(1/8)$ در ناحیه بحرانی (قسمت هاشور خورده) قرار نمی‌گیرد، بنابراین فرضیه صفر رد نمی‌شود.

۹ـ گزینه «۱» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$\begin{cases}H_0:p_1\geq p_2\\ H_1:p_1<p_2\end{cases} \qquad Z=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}} \quad ; \quad \hat{p}=\frac{X_1+X_2}{n_1+n_2}$$

۱۰ـ گزینه «۳» توجه کنید که تساوی همواره در H_0 قرار دارد، H_0 و H_1 همواره مکمل یکدیگرند.

$$\begin{cases}H_0:\sigma_x\geq 1000\\ H_1:\sigma_x<1000\end{cases}$$

در مباحث مالی انحراف معیار همان ریسک است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ گزینه «۱» توان آزمون برابر با $1-\beta$ می‌باشد و برای آنکه افزایش یابد باید β کاهش پیدا کند از طرفی α و β معکوس یکدیگرند و برای آنکهβ کـاهش یابد بایدα یعنی احتمال خطای نوع اول افزایش یابد. توجه کنید α و توان آزمون رابطه مستقیم دارند.

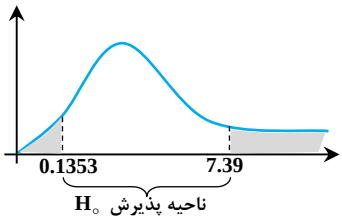
۱۲ـ گزینه «۳» هر دو شرایط برای استفاده از آزمون t وجود دارد اول اینکه واریانسهای دو جامعه نامعلوم هستند و دوم حجم نمونه‌ها کوچک است.

۱۳ـ گزینه «۲» آماره آزمون تابعی است از نمونه تصادفی که برای قضاوت نسبت به درستی یا عدم درستی ساخته می‌شود.

۱۴ـ گزینه «۴» مراحل تشکیل آزمون فرض‌ها را به‌ترتیب اجرا می‌کنیم:

۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$

۲) $\alpha = 0/05$ (سطح معنی‌داری)



۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت روبرو محاسبه می‌شود: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \Rightarrow F = \frac{12}{8} = 1/5$

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبرو است: $F > F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}$ یا $F < F_{1-\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}$

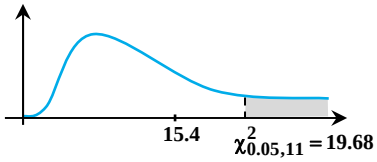
$$F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1} = F_{\frac{0/05}{2},4,5} = F_{0/025,4,5} = 7/39 \Rightarrow F_{0/975,4/5} = \frac{1}{F_{0/025,5/4}} = \frac{1}{9/36} = 0/11$$

۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی:** با توجه به این که مقدار عددی آماره آزمون (۱/۵) در ناحیه بحرانی (قسمت هاشـور خـورده) قرار نمی‌گیرد، بنابراین فرضیه صفر رد نمی‌شود.

۱۵ـ گزینه «۲» فرضیه‌های آزمون به صورت روبرو می‌باشند. مقدار آماره آزمون را بدست آورده و با ناحیه بحرانی مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 5 \\ H_1 : \sigma^2 > 5 \end{cases}, \ \alpha = 0/05 \Rightarrow \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(12-1)(7)}{5} = \frac{77}{5} = 15/4 \quad , \quad \chi^2_{0/05,11} = 19/68$$

چون $15/4 < 19/68$، بنابراین مقدار عددی آماره آزمـون در ناحیـهٔ بحرانـی قـرار نگرفتـه است، لذا فرض صفر را رد نمی‌کنیم.



۱۶ـ گزینه «۳» طبق رابطه گفته شده برای محاسبه خطای نوع دوم خواهیم داشت:

$$\text{توان آزمون} = 1-\beta = F\left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} - Z_\alpha\right) = F\left(\frac{400 - 396/7}{\frac{16}{\sqrt{64}}} - 1/65\right) = P(Z \leq 1/65 - 1/65) = P(Z \leq 0) = \frac{1}{2}$$

۱۷ـ گزینه «۳» ابتدا مقادیر o_{ij} و e_{ij} را که در آماره آزمون وجود دارند محاسبه کرده سپس مقدار آماره آزمون به صورت زیر بدست می‌آید:

	B_1	B_2	جمع
A_1	۳۰ (۲۵)	۲۰ (۲۵)	۵۰
A_2	۲۰ (۲۵)	۳۰ (۲۵)	۵۰
جمع	۵۰	۵۰	۱۰۰

$$e_{11} = \frac{50 \times 50}{100} = 25 \ , \ e_{12} = \frac{50 \times 50}{100} = 25 \ , \ e_{21} = \frac{50 \times 50}{100} = 25 \ , \ e_{22} = \frac{50 \times 50}{100} = 25$$

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(e_{ij} - o_{ij})^2}{e_i}$$

$$\chi^2 = \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(30-25)^2}{25} = 4$$

۱۸ـ گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$Z = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}} = \frac{0/6 - 0/5}{\sqrt{\frac{0/6 \times 0/4}{120} + \frac{0/5 \times 0/5}{100}}} = 1/49$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۹ـ گزینه «۲» هر سه گزینه ۱، ۳ و ۴ صحیح می‌باشد ولی در گزینه ۲ باید H_0 تساوی را در بر داشته باشد.

۲۰ـ گزینه «۳» تعریف مفهوم در گزینه (۳) آورده شده است.

۲۱ـ گزینه «۳» با یک جدول توافقی روبرو هستیم از آزمون کای دو استفاده می‌کنیم:

$$df = (n-1)(m-1) = (3-1)(2-1) = 2$$

۲۲ـ گزینه «۱» ساخت فرضیه به روش کلاسیک است.

۲۳ـ گزینه «۴» رابطه بین خطای نوع دوم و توان آزمون عبارت است از:

$$\pi = 1-\beta = 1-0/10 = 0/90$$

۲۴ـ گزینه «۲» به توجه به اینکه فاصله اطمینان $(0/60$ و $0/40)$ مقدار فرضیه $H_0 : p = 0/50$ را در بر می‌گیرد نمی‌توان فرضیه $\mathbf{H_0}$ را رد کرد.

۲۵ـ گزینه «۱» از رابطه دقت برآورد استفاده می‌کنیم:

$$e = z.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2/575.\frac{6/2}{\sqrt{144}} = 1/33$$

۲۶ـ گزینه «۳» چون همواره خطای نوع اول و دوم با هم رابطه عکس دارند بنابراین با کاهش خطای نوع اول، خطای نوع دوم افزایش پیدا می‌کند.

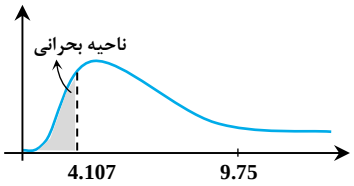
۲۷ـ گزینه «۲» طبق رابطه توان آزمون و خطای نوع دوم:

$$\beta = P(z > k - z_\alpha) = P(z > +3-2) = P(Z > +1) = 0/16 \qquad z_{0/05} = 2 \quad ; \quad k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{324-330}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = -3$$

۲۸ـ گزینه «۲» آماره آزمون مناسب برای نسبت در یک جامعه بصورت زیر می‌باشد که مقادیر داده شده را در آن قرار می‌دهیم:

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{30}{100} = 0/3 \quad , \quad Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0/3-0/2}{\sqrt{\frac{0/2\times 0/8}{100}}} = 2/5$$

۲۹ـ گزینه «۳» مقدار آماره آزمون (۹/۷۵) بزرگتر از نقطه بحرانی می‌باشد، در نتیجه H_0 رد نمی‌شود.



$$\begin{cases} \chi^2_{obs} = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{13\times 75}{100} = 9/75 \\ \chi^2_{13,0/05} = \text{نقطه بحرانی} = 4/107 \end{cases}$$

۳۰ـ گزینه «۱» برای تساوی میانگین دو جامعه با نمونه‌های کوچک از آماره t برای برابری واریانس دو جامعه از آماره F استفاده می‌کنیم.

۳۱ـ گزینه «۳» توجه کنید که در آزمون نیکویی برازش آماره آزمون دارای توزیع کای دو می‌باشد.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(20-25)^2}{25} = 2 \qquad e_i = np_i = 50\times\frac{1}{2} = 25 \Rightarrow 2 < 2/706 \Rightarrow H_0 \text{ قبول می‌شود}$$

۳۲ـ گزینه «۲» برای آزمون برابری میانگین در چند جامعه (سه جامعه) از آنالیز واریانس (آماره آزمون F) استفاده می‌کنیم و با توجه به داده‌های مسئله از رابطه آنالیز واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{k-1,k(n-1)} = \dfrac{\dfrac{n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2}{k-1}}{\dfrac{\sum S_i^2}{k}} \rightarrow F_{2,9} = \dfrac{\dfrac{4}{3-1}[(110-110)^2 + (100-110)^2 + (120-110)^2]}{\dfrac{180+220+200}{3}} = 2 \\ \bar{x}_{..} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}\bar{x}_{i.}}{k} = \dfrac{110+100+120}{3} = \dfrac{330}{3} = 110, \; k = 3, n = 4 \end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

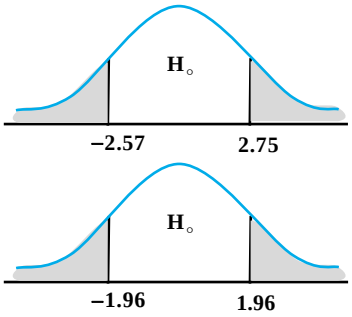
۳۳ـ گزینه «۱» در آزمون فرض به نمونه احتیاج داریم، درحالی که در سرشماری همه اعضای جامعه آماری بررسی می‌شوند و نیازی به آزمون نیست زیرا مقدار پارامتر مشخص است.

۳۴ـ گزینه «۴» درجه آزادی مناسب در جداول توافقی برابر است با: $(\text{تعداد سطر}-۱)(\text{تعداد ستون}-۱)=(۴-۱)(۳-۱)=۶$

۳۵ـ گزینه «۴» سرشماری به مفهوم بررسی همه اعضای جامعه است درحالیکه در آزمون فرض از جزئی از جامعه (نمونه) به کل جامعه می‌رسیم.

۳۶ـ گزینه «۴» سطح زیر منحنی توزیع در فضایی که $H_۰$ مورد قبول قرار می‌گیرد، برابر با سطح اطمینان آزمون می‌باشد.

۳۷ـ گزینه «۴»



$|Z|>Z_{\frac{\alpha}{۲}} \Rightarrow$ $H_۰$ رد می‌شود

$H_۰$ پذیرفته $\quad$ در سطح ۹۹٪ $\quad \alpha=۰/۰۱ \Rightarrow \frac{\alpha}{۲}=۰/۰۰۵ \Rightarrow Z_{۰/۰۰۵}=۲/۵۷$

در سطح ۹۵٪ $\quad \alpha=۰/۰۵ \Rightarrow \frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵ \Rightarrow Z_{۰/۰۲۵}=۱/۹۶$

$H_۰$ رد می‌شود $\quad$ محاسبه شده $Z=۲/۲۱$

در سطح ۹۹/۰ $H_۰$ پذیرفته و در سطح ۹۵٪ $H_۰$ رد می‌شود.

۳۸ـ گزینه «۳» برای مقایسه واریانس در یک جامعه با عدد خاص از آزمون $\chi^۲$ و برای مقایسه واریانس‌های دو جامعه از آزمون F استفاده می‌کنیم.

۳۹ـ گزینه «۱» از آماره آزمون مناسب استفاده می‌کنیم:

$$Z=\frac{\bar{P}-p_۰}{\sqrt{\frac{p_۰q_۰}{n}}}=\frac{۰/۴-۰/۵}{\sqrt{\frac{۰/۵\times۰/۵}{۱۰۰}}}=-۲$$

$$\alpha=۰/۰۵ \Rightarrow \frac{\alpha}{۲}=۰/۰۲۵ \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{۲}}=۱/۹۶ \quad ; \quad \text{ناحیه بحرانی}: |Z|>Z_{\frac{\alpha}{۲}}=۱/۹۶$$

مقدار $|Z|=۲>۱/۹۶$ پس $H_۰$ رد می‌شود.

۴۰ـ گزینه «۱» فرضیه آماره به طور کلی راجع به چگونگی توزیع می‌باشد.

۴۱ـ گزینه «۲» رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم عبارت است از: $\pi=۱-\beta \Rightarrow \beta=۱-\pi=۱-۰/۹۷۵=۰/۰۲۵$

۴۲ـ گزینه «۴» تابع توان یعنی رد به درستی $H_۰$ یعنی آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد به شرط آنکه $H_۰$ نادرست باشد.

۴۳ـ گزینه «۳» آماره آزمون مناسب برابر است با: $\chi^۲=\frac{(n-۱)S^۲}{\sigma_۰^۲}=\frac{۲۴\times۰/۲}{۰/۱}=۴۸$. مقدار نقطه بحرانی برابر است با: $\chi^۲_{\frac{\alpha}{۲},n-۱}=۳۹/۳۶$

مقدار آماره آزمون از نقطه بحرانی بیشتر است لذا $H_۰$ رد می‌شود.

۴۴ـ گزینه «۳» آماره مناسب عبارت است :

$$\begin{cases} H_۰: P_۱=P_۲ \\ H_۱: P_۱\neq P_۲ \end{cases} \quad \text{(فرضیه آزمون)}$$

$$Z=\frac{\bar{P}_۱-\bar{P}_۲}{\sqrt{\frac{\bar{P}_۱q_۱}{n_۱}+\frac{\bar{P}_۲\bar{q}_۲}{n_۲}}}=\frac{\frac{۱۱}{۱۰۰}-\frac{۶۹}{۳۰۰}}{\sqrt{\frac{۰/۱۱\times۰/۸۹}{۱۰۰}+\frac{۰/۲۳\times۰/۷۷}{۳۰۰}}}=-۳/۰۳ \Rightarrow |Z|>Z_{\frac{\alpha}{۲}}=۱/۹۶$$

$H_۰$ رد می‌شود.

۴۵ـ گزینه «۲» طبق تعریف خطای نوع اول: احتمال رد $H_۰$ در حالیکه $H_۰$ درست باشد.

۴۶ـ گزینه «۲» فاصله اطمینان بدست آمده $(۵۱-۵۷)$ مقدار $\mu=۵۵$ را در برمی‌گیرد لذا فرضیه تساوی $\mu=۵۵$ را نمی‌توان رد کرد.

۴۷ـ گزینه «۴» فاصله اطمینان داده شده مقدار $\mu=۸۴$ را در بر نمی‌گیرد لذا فرضیه $H_۰: \mu=۴۸$ رد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۸ـ گزینه «۱»

$$SS\ (\text{داخل گروهها}) = SST - SS\ (\text{بین گروهها}) = ۶۸/۹ - ۶/۴ = ۶۲/۵$$

$$df\ (\text{بین گروهها}) = k-۱ = ۵-۱ = ۴ \qquad df\ (\text{داخل گروهها}) = k(n-۱) = ۵(۶-۱) = ۲۵$$

$$M.S_{\text{بین گروهها}} = \frac{SS_{\text{داخل گروهها}}}{df_{\text{بین گروهها}}} = \frac{۶/۴}{۴} = ۱/۶$$

$$M.S_{\text{داخل گروهها}} = \frac{SS_{\text{داخل گروهها}}}{df_{\text{داخل گروهها}}} = \frac{۶۲/۵}{۲۵} = ۲/۵۰$$

$$\Rightarrow F = \frac{MS_{\text{بین گروهها}}}{MS_{\text{داخل گروهها}}} = \frac{۱/۶}{۲/۵۰} = ۰/۶۴$$

۴۹ـ گزینه «۴» آماره آزمون برای نسبت عبارت است از:

$$Z = \frac{\bar{P} - p_۰}{\sqrt{\frac{p_۰ q_۰}{n}}} = \frac{\frac{۵۵}{۱۰۰} - \frac{۵۰}{۱۰۰}}{\sqrt{\frac{\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}}{۱۰۰}}} = ۱$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{۵۵}{۱۰۰} \qquad p_۰ = \frac{۵۰}{۱۰۰} \Rightarrow q_۰ = ۱ - \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۵۰}{۱۰۰}$$

۵۰ـ گزینه «۲» چون ملاک آزمون در ناحیه بحرانی قرار گرفته شده است بنابراین فرضیه $H_۰$ رد می‌شود.

$$\begin{cases} H_۰ : P_۱ = P_۲ \\ H_۱ : P_۱ \neq P_۲ \end{cases}$$

۵۱ـ گزینه «۳» واریانس جامعه نامعلوم و حجم جامعه کم است پس هر دو شرط برای استفاده از توزیع t مهیا است.

۵۲ـ گزینه «۲» از روابط جدول آنالیز واریانس خواهیم داشت:

$$SStr = SST - SSE = ۶۸/۹ - ۶۲/۵ = ۶/۴$$

$$MStr = \frac{SStr}{k-۱} = \frac{۶/۴}{۴} = ۱/۶ \,,\ MSE = \frac{SSE}{k(n-۱)} = \frac{۶۲/۵}{۲۵} = ۲/۵ \Rightarrow F = \frac{۱/۶}{۲/۵} = ۰/۶۴$$

۵۳ـ گزینه «۲» طبق رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم که در متن کتاب گفته شده:

$$k = \frac{\mu_۱ - \mu_۰}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{۵۹۶/۷ - ۶۰۰}{\frac{۱۴}{\sqrt{۴۹}}} = -۱/۶۵$$

$$\beta = P(Z < -k + Z_\alpha) = P(Z < ۰) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \beta^* = ۱ - \beta = ۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{توان آزمون} = ۱ - \beta \Rightarrow \beta = ۱ - F(Z_\alpha + \frac{\mu_۱ - \mu_۰}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = ۱ - F(۱/۶۵ + \frac{۵۹۶/۷ - ۶۰۰}{\frac{۱۴}{۷}}) = ۱ - F(۰) = ۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

۵۴ـ گزینه «۳» آماره مناسب برای آزمون نیکویی برازش دارای توزیع کای دو می‌باشد:

o_i	۶۰	۱۲۰	۲۰
p_i	۰/۴	۰/۴	۰/۲
$e_i = n.p_i$	۸۰	۸۰	۴۰

$$\Rightarrow \chi^۲ = \frac{\sum (o_i - e_i)^۲}{e_i} = \frac{(۲۰)^۲}{۸۰} + \frac{(۴۰)^۲}{۸۰} + \frac{(۲۰)^۲}{۴۰} = ۵ + ۲۰ + ۱۰ = ۳۵$$

۵۵ـ گزینه «۱» مراحل آزمون فرضیه را به ترتیب انجام می‌دهیم:

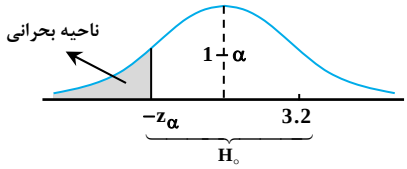
۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases} H_۰ : \mu \geq ۲۰ \\ H_۱ : \mu < ۲۰ \end{cases}$ ۲) $\alpha = \%۵$ (سطح معنی‌دار)

۳) با فرض نرمال بودن توزیع جامعه، واریانس جامعه نامعلوم و $n = ۶۴ > ۳۰$ است بنابراین توزیع $\bar{X}$ نرمال خواهد بود و بنابر آماره آزمون میانگین داریم:

$$\bar{x} = ۲۲ \,,\ s = ۵ \,,\ n = ۶۴ \,,\ \mu = ۲۰ \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{۲۲ - ۲۰}{\frac{۵}{\sqrt{۶۴}}} = \frac{۲ \times ۸}{۵} = ۳/۲$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



(۴) با توجه به مقدار آماره آزمون و فرضیه‌ها، درصد اطمینان تقریباً هرچه باشد فرض H_0 قبول می شود یعنی ادعا پذیرفته می‌شود. زیرا که $Z=3/2$ مثبت بوده ولی آزمون دامنه به چپ است. بنابراین:

۵۶ـ گزینه «۳» آماره آزمون را به شکل آماره آزمون برای نسبت در می‌آوریم سپس مقدار n به راحتی به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} H_0: p=\frac{1}{3} \\ H_1: p\neq\frac{1}{3} \end{cases} \quad Z=\frac{\bar{P}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}=\frac{\bar{p}-\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}{n}}}=\frac{3\sqrt{n}(\bar{p}-\frac{1}{3})}{\sqrt{2}}=\frac{30(\bar{p}-\frac{1}{3})}{\sqrt{2}} \Rightarrow 3\sqrt{n}=30 \Rightarrow \sqrt{n}=10 \Rightarrow n=100$$

۵۷ـ گزینه «۲» در صورتی که دو جامعه دارای توزیع نرمال باشند برای مقایسه واریانس آنها داریم:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2\neq\sigma_2^2 \end{cases} \Rightarrow \text{(آماره آزمون)}\ F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$$

۵۸ـ گزینه «۲» درجه آزادی این توزیع به صورت روبرو است:

$$df=(n-1)(m-1)=(4-1)(3-1)=3\times2=6$$

۵۹ـ گزینه «۳» آماره آزمون Z را با مقادیر $\alpha=\%1$ و $\alpha=\%5$ مقایسه می‌کنیم:

$z=1/98$ محاسبه شده

H_0 رد می‌شود $\Rightarrow$ $|Z|>Z_{\frac{\alpha}{2}}$: ناحیه بحرانی

$1/98 \not> 2/57 \Rightarrow$ H_0 رد نمی‌شود

$1-\alpha=0/99 \Rightarrow \alpha=0/01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0/005 \Rightarrow Z_{0/005}=2/57$

$1/98 > 1/96 \Rightarrow$ H_0 رد می‌شود

$1-\alpha=0/95 \Rightarrow \alpha=0/05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0/025 \Rightarrow Z_{0/025}=1/96$

۶۰ـ گزینه «۳» طبق تعریف مقدار ـP خواهیم داشت:

$$P-Value=P(t<\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}})=p(t<\frac{75/76-80}{\frac{8/246}{\sqrt{16}}})=p(t_{15}<-2/01)\simeq 0/025$$

توجه: گزینه‌های ۱ و ۴ به‌راحتی قابل حذف کردن هستند چرا که احتمال نمی‌تواند مقداری منفی باشد.

۶۱ـ گزینه «۱» ادعا مبنی بر این است که تکنولوژی جدید باعث افزایش میانگین طول عمر لاستیک‌ها شده است. بنابراین فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0: \mu\leq 30000 \\ H_1: \mu>30000 \end{cases}$ می‌باشد.

۶۲ـ گزینه «۱» همانطور که در جدول مشاهده می‌شود $SST=400, SSR=256, MSE=4$ می باشد:

$$SSE=SST-SSR=400-256=144$$

از طرفی : $MSE=\frac{SSE}{df_e} \Rightarrow 4=\frac{144}{df_e} \Rightarrow df_e=\frac{144}{4}=36$

۶۳ـ گزینه «۳» مقدار آماره آزمون $F=\frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-K}}$ را بدست می آوریم:

$$F=\frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}} \Rightarrow F=\frac{\frac{6750}{4-1}}{\frac{8000}{16}}=\frac{2250}{500}=4/5$$

$$N-K=20-4=16$$

۶۴ـ گزینه «۴» با توجه به جدول مقدار $F=8, MSE=2, SST=100, SSR=64$ می‌باشد.

$$MSE=\frac{SSE}{dfe} \Rightarrow 2=\frac{SST-SSR}{dfe} \Rightarrow 2=\frac{100-64}{dfe} \Rightarrow dfe=\frac{36}{2}=18$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. مقدار آماره آزمون مناسب F به صورت $F=\frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}}$ می‌باشد. بنابراین:

$$F=\frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}} \Rightarrow F=\frac{\frac{۶۷۵۰}{۴-1}}{\frac{۸۰۰۰}{۲۰-۴}}=\frac{۲۲۵۰}{۵۰۰}=۴/۵$$

۶۶ـ گزینه «۱» β,α با هم رابطه معکوس دارند بنابراین فقط با افزایش حجم نمونه هر دو β,α با هم کاهش می‌یابند.

۶۷ـ گزینه «۱» در فاصله اطمینان داده شده مقدار μ_0 در برگرفته نشده است لذا H_0 رد می‌شود.

۶۸ـ گزینه «۴» مقدار آماره آزمون $F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$ می‌باشد بنابراین $F=\frac{۱۲}{۸}=۱/۵$ مقدار نقطه بحرانی در جدول عبارت است از:

$$F_{\alpha,n_1-1,n_2-1}=F_{۰/۰۵,۴,۵}=۷/۳۹$$

ناحیه بحرانی: اگر $F>F_{\alpha,n_1-1,n_2-1}$ فرضیه H_0 رد می‌شود. بنابراین چون $۱/۵<۷/۳۹$ است پس H_0 رد نمی‌شود.

۶۹ـ گزینه «۴» آماره آزمون مناسب به‌صورت روبرو است که تحت فرض صفر دارای توزیع F می باشد.

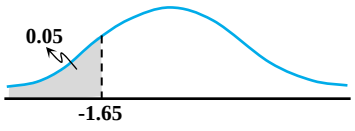
$$\begin{cases}H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2\\ H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2\end{cases}\Rightarrow F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$$

۷۰ـ گزینه «۳» برای کاهش همزمان α و β باید حجم نمونه افزایش یابد.

۷۱ـ گزینه «۳» توجه کنید که مقادیر داده شده مجموع مربعات تیمار (SStr) و مجموع مرابعات (SSE) خطا می‌باشد. به راحتی میانگین مربعات را بدست می‌آوریم با تقسیم آنها بر هم آماره آزمون F برابر است با:

$$SStr=۲۰۰\Rightarrow MStr=\frac{SStr}{K-1}=\frac{۲۰۰}{۴}=۵۰$$
$$SSE=۵۰۰\Rightarrow MSE=\frac{SSE}{k(n-1)}=\frac{۵۰۰}{۵\times۲۴}=۴/۱۷$$
$$\Rightarrow F=\frac{MStr}{MSE}=\frac{۵۰}{۴/۱۷}=۱۲$$

۷۲ـ گزینه «۲» در آزمون نسبت یک جامعه آماره آزمون مناسب بصورت زیر می‌باشد، توجه کنید که در این سؤال مقدار آماره آزمون Z داده شده است و مسئله نسبت نمونه را می‌خواهد یعنی $\bar{P}=\frac{X}{n}$



$$\begin{cases}H_0:p\geq۰/۸\\ H_1:p<۰/۸\end{cases}\Rightarrow Z=\frac{\frac{X}{n}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}=\frac{\frac{x}{۱۰۰}-۰/۸}{\sqrt{\frac{۰/۸\times۰/۲}{۱۰۰}}}=-Z_{۰/۰۵}=-۱/۶۵$$

$$\frac{\frac{x}{۱۰۰}-۰/۸}{۰/۰۴}=-۱/۶۵\Rightarrow x-۸۰=-۶/۶\Rightarrow x=۸۰-۶/۶=۷۳/۴$$

۷۳ـ گزینه «۲» فرضیه H_0 باید همواره تساوی را در بر گیرد. بنابراین $H_0:P\geq۰/۱۰$ می‌باشد.

۷۴ـ گزینه «۱» فرضیه H_0 باید تساوی را برای نسبت دربرگیرد لذا $\begin{cases}H_0:p=۰/۵\\ H_1:p\neq۰/۵\end{cases}$ خواهد بود. ضمناً نسبت همواره عددی بین صفر و یک است پس گزینه ۲ قطعاً غلط است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۵ـ گزینه «۲» فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0 : \mu \le 5 \\ H_1 : \mu > 5 \end{cases}$ می‌باشد. همیشه تساوی در H_0 قرار دارد.

۷۶ـ گزینه «۲» مقدار احتمال رد کردن فرضیه غلط H_0 همان مقدار توان آزمون یعنی $1-\beta$ می‌باشد.

۷۷ـ گزینه «۴» توجه کنید که فرضیه H_0 باید تساوی را دربرداشته باشد بنابراین $\begin{cases} H_0 : p \le 0/2 \\ H_1 : p > 0/2 \end{cases}$

۷۸ـ گزینه «۳» توجه کنید که درجه آزادی بین تیمارها $k-1=4 \Rightarrow k=5$ بنابراین میانگین ۵ تیمار مورد آزمون قرار گرفته است.

۷۹ـ گزینه «۱» آماره آزمون F را محاسبه می‌کنیم.

$$MStr = \frac{SStr}{K-1} = \frac{2073/6}{4} = 518/4 \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{518/4}{288} = 1/8$$

۸۰ـ گزینه «۳» فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0 : \mu \le 37000 \\ H_1 : \mu > 37000 \end{cases}$ می‌باشد. چرا که H_0 باید تساوی داشته باشد ادعا در H_1 قرار می‌گیرد.

۸۱ـ گزینه «۲» درجه آزادی برابر است با $(r-1)(c-1)$

۸۲ـ گزینه «۱» اگر $P-value < \alpha$ در این صورت H_0 رد می‌شود.

۸۳ـ گزینه «۲» رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم عبارت است از:

$$\pi = 1-\beta \Rightarrow 0/17 = 1-\beta \Rightarrow \beta = 1-0/17 = 0/83$$

۸۴ـ گزینه «۴» سطح احتمال معنی‌دار بودن همان مقدار α می‌باشد.

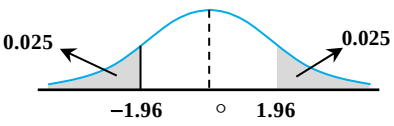
۸۵ـ گزینه «۳» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases} H_0 : \mu = 80 \\ H_1 : \mu \ne 80 \end{cases}$　　۲) $\alpha = \%5$ (سطح معنی‌داری)

۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} = 75, \mu_0 = 80, \sigma = 10, n = 16 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{75-80}{\frac{10}{\sqrt{16}}} = -2$$

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبه‌رو است: $|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$



۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی**: با توجه به این که مقدار آماره آزمون ۲- در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.

۸۶ـ گزینه «۱» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \ne p_2 \end{cases}$　　۲) $\alpha = \%5$ (سطح معنی‌داری)　　۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

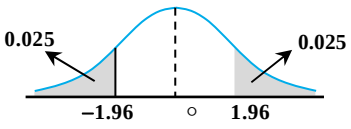
نسبت بی‌سوادان در نمونه اول $p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{80}{400} = 0/2$، نسبت بی‌سوادان در نمونه دوم عبارت است از: $p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{60}{200} = 0/3$

$$Z = \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2}}} = \frac{0/2-0/3}{\sqrt{\frac{0/2\times 0/8}{400} + \frac{0/3\times 0/7}{200}}} = -2/63$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبه‌رو است: $|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$



۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی:** با توجه به این که مقـدار آمـاره آزمـون $-۲/۶۳$ در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه $H_۰$ رد می شود. از همان ابتدا هم معلوم بود زیرا مقدار مشاهده شده $۲/۵\sigma$ کمتر از ادعا بود.

۸۷ـ گزینه «۲» از رابطه حجم نمونه برای نسبت استفاده می‌کنیم:

$$n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^{2} \cdot \hat{p} \cdot \hat{q}}{e^{2}} = \frac{۲^{2} \times \frac{۱}{۴}}{(\frac{۵}{۱۰۰})^{2}} = ۴۰۰$$

۸۸ـ گزینه «۳» مجموع مجذورات خطا و مجموع مجذور کل داده شده است بنابراین می‌توانیم مجموع مجذور تیمارها را بدست آوریم:

$$SStr = SST - SSE = ۶۰/۴ - ۵۴ = ۶/۴ \begin{cases} MStr = \frac{۶/۴}{۲} = ۳/۲ \\ MSE = \frac{۵۴}{۳ \times ۹} = ۲ \end{cases} \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{۳/۲}{۲} = ۱/۶$$

۸۹ـ گزینه «۱» آماره آزمون مناسب برای برابری میانگین‌های دو جامعه بصورت زیر می‌باشد:

$$S_P = \sqrt{\frac{(n_۱ - ۱)S_۱^{2} + (n_۲ - ۱)S_۲^{2}}{n_۱ + n_۲ - ۲}} \Rightarrow s_P = \sqrt{\frac{(۱۸-۱) \times ۱۵ + (۱۸-۱) \times ۱۷}{۱۸ + ۱۸ - ۲}} = ۴ \quad ; \quad t = \frac{\bar{X}_۱ - \bar{X}_۲}{S_P \sqrt{\frac{۱}{n_۱} + \frac{۱}{n_۲}}} = \frac{۱۷۰ - ۱۵۳}{۴ \times \sqrt{\frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۸}}} = ۱۲/۷۵$$

۹۰ـ گزینه «۴» از آزمون نیکویی برازش ساده استفاده می‌کنیم.

$$\chi^{2} = \sum \frac{(o_i - e_i)^{2}}{e_i}$$

$$e_i = n \cdot p_i = ۶۰ \times \frac{۱}{۶} = ۱۰ \Rightarrow \chi^{2} = \frac{(۱۲-۱۰)^{2}}{۱۰} + \frac{(۸-۱۰)^{2}}{۱۰} + \frac{(۱۱-۱۰)^{2}}{۱۰} + \cdots + \frac{(۷-۱۰)^{2}}{۱۰} = ۲/۸$$

۹۱ـ گزینه «۲» خطای نوع اول عبارت است از رد فرضیه $H_۰$ در حالی که این فرضیه درست باشد در این سؤال صحیح‌تر آن است که سؤال پرسـیده شـود احتمال خطای نوع اول عبارت است از:

$$\alpha = P(H_۰ \text{ رد} \mid H_۰ \text{ درست باشد}) \Rightarrow \alpha = P(\text{خطای نوع اول})$$

۹۲ـ گزینه «۲» طبق تعریف خطای نوع دوم و ارتباط آن با توان آزمون:

$$\text{توان آزمون} = ۱ - \beta \Rightarrow \beta = ۱ - \text{توان آزمون}$$

۹۳ـ گزینه «۱» $n = ۳۰$, تعداد محل‌های مورد نظر : X , $\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{۱۸}{۳۰} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶$

$$\begin{cases} H_۰ : p = \frac{۱}{۲} \\ H_۱ : p \neq \frac{۱}{۲} \end{cases} \quad \text{آماره آزمون} : Z = \frac{\hat{p} - p_۰}{\sqrt{\frac{p_۰ q_۰}{n}}} = \frac{۰/۶ - ۰/۵}{\sqrt{\frac{۰/۵ \times ۰/۵}{۳۰}}} = \frac{۰/۱\sqrt{۳۰}}{۰/۵} = \frac{\sqrt{۳۰}}{۵} = \sqrt{\frac{۶}{۵}}$$

۹۴ـ گزینه «۱» آماره آزمون مناسب برای برابری واریانس‌ها عبارت است از:

$$\begin{cases} H_۰ : \sigma_۱^{2} = \sigma_۲^{2} \\ H_۱ : \sigma_۱^{2} \neq \sigma_۲^{2} \end{cases} \quad \text{آماره آزمون} : F = \frac{S_۱^{2}}{S_۲^{2}} = \frac{۶^{2}}{۱۰^{2}} = \frac{۳۶}{۱۰۰} = ۰/۳۶$$

۹۵ـ گزینه «۴» **یادآوری:** در آزمون استقلال دو پیشامد (χ^{2} مضاعف) جدول داده‌های مشاهده شده o_{ij} (جدول پیشایندی) بـه مـا داده خواهـد شـد و سپس e_{ij}ها یعنی مقادیر مورد انتظار را به‌دست آورده و از روی آن‌ها آماره آزمون را به صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

B \ A	۱	۲
۱	$\frac{۲۰ \times ۳۰}{۱۰۰} = ۶$	$\frac{۲۰ \times ۷۰}{۱۰۰} = ۱۴$
۲	$\frac{۸۰ \times ۳۰}{۱۰۰} = ۲۴$	$\frac{۸۰ \times ۷۰}{۱۰۰} = ۵۶$

$$\text{آماره آزمون} \chi^{2} = \sum\sum \frac{(o_{ij} - e_{ij})^{2}}{e_{ij}}$$

e_{ij}ها با توجه به رابطه روبرو در جدول مقابل به‌دست آمده‌اند:

$$e_{ij} = \frac{o_{i.} \times e_{.j}}{n}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۶ـ گزینه «۱» گزینه ۱ صحیح نیست چرا که اگر H_0 در سطح 5% رد شود در سطح احتمال 1% ممکن است رد نشود.

۹۷ـ گزینه «۲» توجه کنید که H_0 باید همواره تساوی را در بگیرد.

$$H_0 : p \le 12\% \quad , \quad H_1 : p > 12\%$$

۹۸ـ گزینه «۳» در آزمون $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 \le 0/3 \\ H_1 : \sigma^2 > 0/3 \end{cases}$ مقدار آماره آزمون برابر است با:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{25 \times (0/6)^2}{0/3} = 30$$

۹۹ـ گزینه «۱» ادعا مبنی بر این است که واریانس جامعه بیش از $0/003$ است. بنابراین فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 \le 0/003 \\ H_1 : \sigma^2 > 0/003 \end{cases}$ می‌باشند.

۱۰۰ـ گزینه «۲» بهترین توزیع احتمال برای مقایسه نسبت‌ها توزیع دو جمله‌ای است.

۱۰۱ـ گزینه «۴» مقادیر میانگین مربعات و مقادیر درجه آزادی را محاسبه می‌کنیم تا آماره F را حاصل شود.

$$SStr = 6750 \Rightarrow MStr = \frac{SStr}{k} = \frac{6750}{3} = 2250$$

$$SSE = 8000 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{N-k} = \frac{8000}{16} = 500$$

$$\Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{2250}{500} = 4/5 \quad , \quad n_T = N - K = k(n-1)$$

۱۰۲ـ گزینه «۱» برای مقایسه نسبت ترجیحات دو گروه از نسبت استفاده می‌کنیم بنابراین $H_0 : p = 0/5$ می‌باشد.

۱۰۳ـ گزینه «۲» برای بدست آوردن آماره F ابتدا باید میانگین مربعات را بدست آوریم:

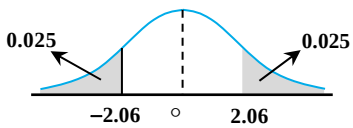
$$\begin{cases} MStr = \frac{SStr}{K-1} \Rightarrow MStr = \frac{64}{3-1} = 32 \\ MSE = \frac{SSE}{N-k} \Rightarrow MSE = \frac{96}{15-3} = 8 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{32}{8} = 4$$

۱۰۴ـ گزینه «۱» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

۱) $\begin{cases} H_0 : \mu = 80 \\ H_1 : \mu \ne 80 \end{cases}$ (تشکیل فرضیه‌ها) ۲) $\alpha = \%5$ (سطح معنی‌داری) ۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} = 76, \mu_0 = 80, s = 5, n = 25 \Rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{76 - 80}{\frac{5}{\sqrt{25}}} = -4$$

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبه‌رو است: $|t| > t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$



۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی:** با توجه به این که مقدار آماره آزمون -4 در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۰۵ـ گزینه «۱» آماره مناسب برای آزمون $\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2 \end{cases}$ عبارتست از $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{12}{8} = 1/5$.

نقطه بحرانی به صورت $F_{\frac{\alpha}{2}, n_1 - 1, n_2 - 1}$ که مقدار آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین H_0 رد می‌شود.

۱۰۶ـ گزینه «۲» توجه کنید که همواره H_0 باید تساوی را در برگیرد.

$$\begin{cases} H_0 : \mu \ge 3 \\ H_1 : \mu < 3 \end{cases}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۷ـ گزینه «۲» آماره آزمون مناسب برای نسبت عبارت است از:

$$\begin{cases} H_0 : p = 0/5 \\ H_1 : p < 0/5 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0/45 - 0/5}{\sqrt{\frac{0/5 \times 0/5}{100}}} = -1$$

۱۰۸ـ گزینه «۳» مقادیر مجموع مربعات و میانگین مربعات را محاسبه کرده سپس مقدار آماره F را محاسبه می‌کنیم:

$$SStr = \sum n_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = 4 \times (110 - 110)^2 + 4(100 - 110)^2 + 4(120 - 110)^2 = 800 \Rightarrow MStr = \frac{SStr}{k-1} = \frac{800}{3-1} = 400$$

$$SSE = \sum (n_i - 1) S_i^2 = 3 \times 180 + 3 \times 220 + 3 \times 200 = 1800 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{k(n-1)} = \frac{1800}{3(4-1)} = 200$$

$$F = \frac{MStr}{MSE} \sim F_{k-1, k(n-1)} = F_{2,9} = 2$$

۱۰۹ـ گزینه «۴» آماره آزمون برای مقایسه دو نسبت عبارت است از:

$$Z = \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1 \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \bar{q}_2}{n_2}}} = \frac{0/6 - 0/5}{\sqrt{\frac{0/6 \times 0/4}{120} + \frac{0/5 \times 0/5}{100}}} = \frac{0/1}{0/067} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

۱۱۰ـ گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} . \sigma)^2}{e^2} = \frac{4 \times 25}{1} = 100$$

۱۱۱ـ گزینه «۴» طبق تعریف توان آزمون و خطای نوع دوم:

توان آزمون $= 1 - \beta$

۱۱۲ـ گزینه «۱» در آزمون فرضیه سطح معنی‌داری همان α می باشد که با کاهش α مقدار β افزایش می‌یابد چرا که α و β با یکدیگر رابطه معکوس دارند.

۱۱۳ـ گزینه «۴» ادعا در H_1 قرار می‌گیرد و خلاف آن در H_0 و همچنین H_0 باید تساوی را در برگیرد:

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq 3200 \\ H_1 : \mu > 3200 \end{cases}$$

۱۱۴ـ گزینه «۲» بین توان آزمون (π) و احتمال خطای نوع دوم همواره رابطه $\pi = 1 - \beta$ برقرار است.

۱۱۵ـ گزینه «۳» برای مقایسه واریانس‌های دو جامعه از آماره $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ استفاده می‌شود.

۱۱۶ـ گزینه «۲» مقدار آماره آزمون $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} S_1^2 = \frac{\sum (x_{1j} - \bar{x}_j)^2}{n_1 - 1} \Rightarrow s_1^2 = \frac{24}{11-1} = 2/4 \\ S_2^2 = \frac{\sum (x_{2j} - \bar{x}_j)^2}{n_2 - 1} \Rightarrow s_2^2 = \frac{96}{11-1} = 9/6 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 0/25 \qquad F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1 - 1, n_2 - 1} = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}, n_2 - 1, n_1 - 1}} = \frac{1}{3/72} = 0/27$$

مقدار آماره آزمون $F = 0/25$ از مقدار جدول $F_{\frac{\alpha}{2}, n_1 - 1, n_2 - 1} = 3/72$ کوچکتر است چون $0/25 < 0/27$ پس H_0 رد می‌شود.

۱۱۷ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف مقدار $P - Value$ زمانی فرضیه H_0 رد می شود که: $P - Value < \alpha$.

۱۱۸ـ گزینه «۳» فرضیه H_0 بر روی نسبت موافقان و مخالفان بسته می‌شود بنابراین: $H_0 : p = 0/5$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۹ـ گزینه «۴» ابتدا درجه آزادی‌ها سپس مقدارهای میانگین مربعات و در پایان هم آماره F را محاسبه می‌کنیم:

$$df_{tr} = k-۱ = ۴-۱ = ۳ \Rightarrow MStr = \frac{SStr}{df_{tr}} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰$$

$$df_e = k(n-۱) = ۴(۱۴-۱) = ۵۲ \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{df_e} = \frac{۲۶۰}{۵۲} = ۵$$

$$\Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

۱۲۰ـ گزینه «۱» ناحیه بحرانی عبارت است از: $-Z_\alpha >$ مقدار آماره آزمون. توجه کنید که آزمون یک دامنه به چپ است.

۱۲۱ـ گزینه «۳» توجه کنید که $H_۰$ همواره تساوی را در بر می‌گیرد:

$$\begin{cases} H_۰ : p \geq ۰/۳۰ \\ H_۱ : p < ۰/۳۰ \end{cases}$$

۱۲۲ـ گزینه «۴» در جدول آنالیز واریانس $MStr = \frac{SStr}{k-۱}$ می‌باشد.

۱۲۳ـ گزینه «۳» سطح معنی‌داری همان مقدار α می‌باشد که در اینجا $\alpha = \%۵ =$ سطح معنی‌دار بودن.

۱۲۴ـ گزینه «۲» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

۱) (تشکیل فرضیه‌ها) $\begin{cases} H_۰ : \mu = ۸۰ \\ H_۱ : \mu \neq ۸۰ \end{cases}$

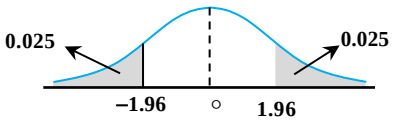
۲) $\alpha = \%۵$ (سطح معنی‌داری)

۳) آماره آزمون مناسب به‌صورت روبرو محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} = ۷۵, \mu_۰ = ۸۰, \sigma = ۱۰, n = ۱۶ \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu_۰}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{۷۵-۸۰}{\frac{۱۰}{\sqrt{۱۶}}} = -۲$$

۴) ناحیه بحرانی به‌صورت روبه‌رو است:

$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{۲}}$$



۵) **نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی**: با توجه به این که مقدار آماره آزمـون ۲- در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه $H_۰$ رد می شود.

۱۲۵ـ گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$\begin{cases} H_۰ : p = ۰/۵ \\ H_۱ : p \neq ۰/۵ \end{cases} \quad Z = \frac{\bar{P} - p_۰}{\sqrt{\frac{p_۰ q_۰}{n}}} = \frac{\frac{۴}{۱۰} - \frac{۵}{۱۰}}{\sqrt{\frac{\frac{۵}{۱۰} \times \frac{۵}{۱۰}}{n}}} = \frac{-۰/۱\sqrt{n}}{۰/۵}$$

$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{۲}} \Rightarrow ۰/۲\sqrt{n} > ۲ \Rightarrow \sqrt{n} > ۱۰ \Rightarrow n \geq ۱۰۰ \qquad Z_{۰/۰۲۵} \simeq ۲$$

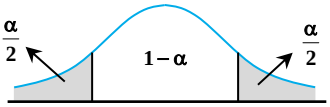
۱۲۶ـ گزینه «۴» هر سه گزینه اول جزء فرض‌های اصلی در آنالیز واریانس می‌باشند. ولی لزومی بر تساوی نمونه‌های گرفته شده نیست.

۱۲۷ـ گزینه «۱» اگر واریانس دو جامعه نامعلوم باشد.

$$t = \frac{\bar{X}_۱ - \bar{X}_۲}{\sqrt{\frac{S_۱^۲}{n_۱} + \frac{S_۲^۲}{n_۲}}} = \frac{۱۷۱-۱۶۲}{\sqrt{\frac{۷۰}{۵} + \frac{۱۲۰}{۷}}} = \frac{۹\sqrt{۳۵}}{\sqrt{۱۰۹۰}}$$

۱۲۸ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه احتمال مقدار پیشنهادی پذیرفته شود خیلی کمتر است (خطای نوع دوم) بنابراین توان آزمون بیشتر است.

۱۲۹ـ گزینه «۴» سطح زیر منفی $H_۰$ برابر با $۱-\alpha$ است که $۱-\alpha$، سطح اطمینان آزمون می‌باشد.



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۰ـ گزینه «۳» درجه آزادی جدول توافقی برابر است با: $(r-۱)(c-۱)=(۳-۱)\times(۴-۱)=۲\times۳=۶$

۱۳۱ـ گزینه «۲» توان آزمون = ۱ − (احتمال خطای نوع دوم) = $۱-\beta$

۱۳۲ـ گزینه «۱» احتمال خطای نوع اول (α) و احتمال خطای نوع دوم (β) معکوس یکدیگرند با کاهش یکی از آنها دیگری افزایش مـی یابـد ولـی بـرای کاهش هر دو بطور همزمان باید حجم نمونه را افزایش داد.

۱۳۳ـ گزینه «۳» در آزمون فرض $\alpha+\beta\leq ۱$ اما توجه کنید که خطای نوع اول خیلی مهمتر از خطای نوع دوم تلقی می‌گردد بنـابراین در عمـل مـا α را ثابت فرض کرده و β ای را انتخابی می‌کنیم که کوچکتر باشد پس ما α را حرکت نمی‌دهیم.

۱۳۴ـ گزینه «۲» در آزمون فرض چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی مطرح می‌شود.

۱۳۵ـ گزینه «۳» طبق تعریف خطای نوع دوم فرضیه $H_۰$ را می‌پذیریم (رد نمی‌شود) در حالیکه این فرض غلط است.

۱۳۶ـ گزینه «۱» طبق تعریف خطای نوع اول فرضیه $H_۰$ را رد می‌کنیم در حالیکه $H_۰$ درست است.

۱۳۷ـ گزینه «۴» براساس این تغییرات نمی‌توان قضاوت کرد باید موضوع مورد بررسی مشخص باشد ممکن است حتی این تغییر کم بین دو میانگین مـؤثر باشد و هم ممکن است با موضوع مورد بررسی تغییرات ناچیز تأثیری در مسئله نداشته باشد.

۱۳۸ـ گزینه «۴» در فاصله اطمینان داده شده فرضیه $H_۰$ وجود دارد در واقع این فاصله اطمینان مقدار $H_۰ : ۲۲/۷$ را در بر می‌گیرد و این به مفهـوم آن است که با احتمال ۹۵٪ مقدار $H_۰$ را نمی‌تواند رد کرد.

۱۳۹ـ گزینه «۱» توان آزمون برابر با $۱-\beta$ می‌باشد هرچقدر β کاهش یابد توان افزایش می‌یابد اما برای کاهش β باید α افزایش یابد.

۱۴۰ـ گزینه «۳» یکی از مراحل انجام آزمون فرضیه آن است که محقق احتمال خطای نوع اول یعنی α را کنترل کند.

۱۴۱ـ گزینه «۴» توجه کنید که فرضهای آماری همواره برروی پارامترها تعریف می‌شوند پارامترهای جامعه عبارتنـد از μ و $\sigma^۲$ و p از طرفـی فرضـیه صـفر همواره باید به صورت $\leq$ یا $\geq$ یا $=$ بیان شود.

۱۴۲ـ گزینه «۴» در آزمون دو دامنه اگر $P-Value>\alpha$ دراینصورت $H_۰$ رد نمی‌شود و اگر مقدار $P-Value<\alpha$ باشد فرضیه $H_۰$ رد می‌شود.

۱۴۳ـ گزینه «۳» در آزمون فرضیه α به مفهوم خطای نوع اول است و بدین صورت تعریف می شود که: احتمـال رد کـردن فرضـیه صـفر در حالیکـه ایـن فرضیه درست باشد $(\alpha=P(H_۰ \text{ رد} \mid H_۰ \text{درست باشد}))$

اکنون اگر $\alpha=\%۵$ باشد یعنی با احتمال ۵٪ فرضیه صفر رد می شود و فرضیه مقابل قبول می‌شود.

۱۴۴ـ گزینه «۱» برای آزمون تفاوت دو میانگین فرضیه به صورت $\begin{cases}H_۰ : \mu_d = ۰\\ H_۱ : \mu_d \neq ۰\end{cases}$ می‌باشد.

۱۴۵ـ گزینه «۳» برای آزمون واریانس یک جامعه از آماره $\chi^۲$ استفاده می‌کنیم.

۱۴۶ـ گزینه «۱» قبل از انجام تست آنالیز واریانس یکی از شرایط تست برابری واریانس‌ها با یکدیگر است که از آزمونی به‌نام آزمون هارتلی کمک می‌گیریم.

۱۴۷ـ گزینه «۲» آزمون کروسکال ـ والیس معادل با آنالیز واریانس یک عاملی می باشد در آزمون کروسکال والیس لازم نیست که میانگین نمونـه‌هـا دارای توزیع نرمال باشند.

۱۴۸ـ گزینه «۴» حساسیت این تابع تعریف سطح معنی‌داری (α) می‌باشد که مکمل ناحیه بحرانی می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۹ـ گزینه «۲» هر گزاره راجع به توزیع صفت متغیر جامعه را فرضیه آماری گویند.

۱۵۰ـ گزینه «۴» طبق تعریف خطای نوع دوم فرضیه H_0 رد نمی‌شود در حالی که این فرضیه غلط است.

۱۵۱ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه فاصله اطمینان مقدار $\mu = ۵۸/۴ : H_0$ را در بر نمی‌گیرد. می‌توان بیان کرد با احتمال ۹۵٪ فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۵۲ـ گزینه «۱» طبق تعریف خطای نوع اول فرضیه H_0 را رد می‌کنیم در حالیکه H_0 درست است.

۱۵۳ـ گزینه «۳» موضوع مورد بررسی باید مشخص باشد ممکن است این تغییر جزئی تأثیرگذار باشد و ممکن است مؤثر نباشد.

۱۵۴ـ گزینه «۳» کاملترین تعریف همان گزینه سوم می‌باشد.

۱۵۵ـ گزینه «۲» خطای نوع اول به مفهوم رد فرضیه H_0 است در حالیکه این فرضیه درست است.

۱۵۶ـ گزینه «۲» خطای نوع دوم به مفهوم پذیرش فرضیه H_0 است در حالیکه H_0 غلط است.

۱۵۷ـ گزینه «۴» اطلاعات کافی نیست. باید اطلاعاتی در مورد پراکندگی دو جامعه در دست باشد.

۱۵۸ـ گزینه «۴» این برآورد فاصله‌ای H_0 را در بر نمی‌گیرد می‌توان با اعتماد ۹۵٪ فرضیه H_0 را رد کرد.

۱۵۹ـ گزینه «۲» توان آزمون برابر با $1-\beta$ می‌باشد برای افزایش آن باید β کاهش یابد و برای کاهش مقدار β باید α افزایش یابد.

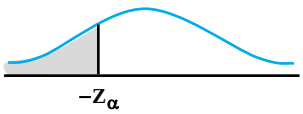
۱۶۰ـ گزینه «۱» خطای نوع اول همواره توسط محقق کنترل می‌شود.

۱۶۱ـ گزینه «۴» در آزمون دو دامنه مقدار $P-Value$ با $\frac{\alpha}{۲}$ مقایسه می‌شود اگر مقدار $P-Value$ از $\frac{\alpha}{۲}$ کوچکتر باشد فرضیه H_0 رد می‌شود و اگر بزرگ‌تر بود فرضیه H_0 رد نمی‌شود. در اینجا اگر $P-Value$ از α کمتر باشد نمی‌توان قضاوت کرد که آیا از $\frac{\alpha}{۲}$ کوچکتر یا بزرگ‌تر است به طور مثال اگر $P-Value = ۰/۰۴$ و $\alpha = ۰/۰۵$ باشد مقدار $P-Value$ از α کوچکتر و از $\frac{\alpha}{۲} = ۰/۰۲۵$ بزرگ‌تر است.

۱۶۲ـ گزینه «۳» اگر مفروضاتی از جمله نرمال بودن برقرار نباشد از آزمون‌های ناپارامتری استفاده می‌کنیم. یعنی آزمون کروسکال ـ وایس

۱۶۳ـ گزینه «۲» در روش حداقل مربعات، مربعات خطا که همان SSE می‌باشد حداقل خواهد شد.

۱۶۴ـ گزینه «۲» با توجه به فرضیه H_1 ناحیه بحرانی یعنی جایی که H_0 رد می‌شود به صورت مقابل است که هاشور خورده است.



هرچقدر آماره آزمون منفی‌تر باشد بیشتر در ناحیه بحرانی قرار می‌گیرد و فرضیه H_0 قوی‌تر رد می‌شود. در گزینه «۲» آماره آزمون از همه کوچکتر است:

آماره آزمون : $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{۲۷ - ۳۰}{\frac{۴}{۶}} = \frac{-۱۸}{۴} = -۴/۵$

۱۶۵ـ گزینه «۲» درجه آزادی آماره مربوطه برابر با $n_1 + n_2 - ۲ = ۳۰$ می‌باشد. (البته شرط برابری واریانس‌ها لازم است)

۱۶۶ـ گزینه «۱» در آزمون $\begin{cases} \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$ از آماره آزمون χ^2 استفاده می‌کنیم ولی برای برابری واریانس دو جامعه از آماره F استفاده می‌کنیم.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶۷ـ گزینه «۲» پس $P-Value>0/05$ بوده که رد نشده و چون $P-Value>0/05>0/01$ پس در سطح معنی‌داری $0/01$ هم رد نمی‌شود.

۱۶۸ـ گزینه «۳» با توجه به آماره کای دو مقادیر فراوانی‌های مورد انتظار را به‌دست می‌آوریم:

$$\chi^2=\frac{\sum\sum(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \Rightarrow \begin{cases} o_{11}=7\ ,\ o_{12}=18\ ,\ o_{21}=3\ ,\ o_{22}=22 \\ e_{11}=\frac{25\times 10}{50}=5, e_{12}=\frac{25\times 40}{50}=20, e_{21}=\frac{25\times 10}{50}=5, e_{22}=\frac{25\times 40}{50}=20 \end{cases}$$

$$\chi^2=\frac{\sum\sum(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}}=\frac{(7-5)^2}{5}+\frac{(18-20)^2}{20}+\frac{(3-5)^2}{5}+\frac{(22-20)^2}{20}=\frac{4}{5}+\frac{4}{20}+\frac{4}{5}+\frac{4}{20}=\frac{40}{20}=2$$

۱۶۹ـ گزینه «۴» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک تحلیل واریانس روبرو هستیم مقدار آماره آزمون فرضیه به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{cases} H_0:\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4 \\ H_1:\mu_i\neq\mu_j \end{cases}$$

برای حداقل یک (i,j) $i,j=1,2,3,4$

آماره آزمون : $F=\frac{MS_{tr}}{MSE}=\frac{\frac{SS_{tr}}{k-1}}{\frac{SSE}{k(n-1)}}\sim F_{k-1,k(n-1)} \Rightarrow F=\frac{\frac{12}{4-1}}{\frac{32}{4(5-1)}}=\frac{4}{2}=2\ ,\ df_{tr}=k-1=3\ ,\ df_e=k(n-1)=4(5-1)=16$

۱۷۰ـ گزینه «۳» توزیع t در دنباله‌های خود کشیده‌تر از توزیع نرمال است و در قسمت‌های مرکزی کوتاه‌تر از توزیع نرمال است. به‌طور مثال اگر به جداول این دو توزیع مراجعه شود مشاهده خواهد شد که : $P(t>2/26)=0/025$; $P(Z>1/96)=0/025$

۱۷۱ـ گزینه «۳» هر چقدر اختلاف بین H_0 و H_1 بیشتر شود در واقع نشان می‌دهد که با جدیت می‌توان این اختلاف را نشان داد و این یعنی توان آزمون افزایش می‌یابد.

۱۷۲ـ گزینه «۳» طبق آماره آزمون مناسب خواهیم داشت:

$$\begin{cases} H_0:p=\%80 \\ H_1:p\neq\%80 \end{cases} \Rightarrow Z=\frac{\bar{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}=\frac{\%75-\%80}{\sqrt{\frac{\%80-\%20}{400}}}=-2/5$$

۱۷۳ـ گزینه «۴» آماره آزمون برای آزمون $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ از دو جامعه مستقل با میانگین مجهول به صورت ذیل است: $F=\frac{S_1^2}{S_2^2}\sim F(n_1-1\ ,\ n_2-1)$

بنابراین آماره آزمون در این سؤال برابر است با: $F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{9}{16}$

۱۷۴ـ گزینه «۱» فرضیه یکنواختی توزیع یعنی برابری احتمال همه مقادیر بنابراین $i=1,2,3,4$: $P(X_1=i)=\frac{1}{4}$ بنابراین جدول را به صورت زیر کامل می‌کنیم که در آن o_i مقدار مشاهده شده و e_i مقدار مورد انتظار است :

$e_i=nP(X_i=i)=\frac{n}{4}=\frac{100}{4}=25$

x_i	۱	۲	۳	۴	n
o_i	۲۰	۳۰	۲۴	۲۶	۱۰۰
e_i	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۱۰۰

توجه کنید درجه آزادی تعداد سطوح منهای یک است $(3=1-4)$.

آماره آزمون عبارتست از: $\chi^2=\sum_{i=1}^{4}\frac{(o_i-e_i)^2}{e_i}=\frac{(20-25)^2}{25}+\frac{(30-25)^2}{25}+\frac{(24-25)^2}{25}+\frac{(26-25)^2}{25}=2/08$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷۵ـ گزینه «۴» خطای نوع اول رد به ناحق H_0، خطای نوع دوم قبول به ناحق H_0 است بنابراین توان آزمون رد صحیح فرض H_0 است.

۱۷۶ـ گزینه «۲» درجه آزادی تیمار $k-1$ و درجه آزادی خطا $k(n-1)$ است که k تعداد تیمار و n تعداد مشاهدات هر تیمار است پس $k-1=2$ و $k(n-1)=12$ و درجه آزادی آزمون به صورت $(k-1,k(n-1))=(2,12)$ است.

۱۷۷ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه حجم نمونه‌ها کوچک است بنابراین توزیع t می‌باشد آماره آزمون مناسب به صورت زیر است مقادیر را از جدول داده شده محاسبه کرده در آماره قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} S_1^2=\dfrac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n_1-1}=0/16 \\ S_2^2=\dfrac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n_1-1}=0/24 \end{cases} \qquad t=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}=\frac{2/05-1/41}{\sqrt{\frac{(0/16)^2}{6}+\frac{(0/24)^2}{6}}}=6/15$$

۱۷۸ـ گزینه «۳» در تحلیل واریانس $SST=SS(TR)+SSE$ بنابراین:

$$SS(TR)=SST-SSE=50-32=18$$

۱۷۹ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه پنج قطعه یک بار با ترازوی A و بار دیگر همان پنج قطعه با ترازوی B وزن شده است از آماره آزمون زوجی استفاده می‌کنیم:

$$t=\frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad d_i: Y_i-X_i: 2,2,1,3,2$$

به ترتیب $\bar{d}$ و S_d را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{d}=\frac{\sum d_i}{n}=\frac{2+2+1+3+2}{5}=\frac{10}{5}=2 \quad ; \quad S_d^2=\frac{\sum d_i^2-n\bar{d}^2}{n-1}=\frac{22-5\times(2)^2}{5-1=4}=\frac{1}{2}$$

بنابراین آماره آزمون

$$t=\frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}=\frac{2}{\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{5}}}=\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{10}}}=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{10}}}=2\sqrt{10}$$

۱۸۰ـ گزینه «۲» ادعاهای مطرح شده همواره در فرض مقابل قرار دارند مگر آن که تساوی داشته باشند که آن‌ها را در H_0 قرار می‌دهیم.

۱۸۱ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\in(0/7,1/5)$ است. بنابراین این فاصله اطمینان عدد ۱ را در بر گرفته است که نشان می‌دهد با اطمینان ۹۹ درصد $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2}=1\Rightarrow\sigma_1^2=\sigma_2^2$ است.

۱۸۲ـ گزینه «۳» در آزمون $P_1=P_2$ همواره $Z^2\equiv\chi_\alpha^2$ یعنی $\chi_\alpha^2=(-2/5)^2$ و برابر با ۶/۲۵ می‌باشد.

۱۸۳ـ گزینه «۴» می‌توان با استفاده از میزان عدد χ^2 می‌توان همبستگی بین دو متغیر در مقیاس‌های اسمی یا فاصله‌ای را سنجید که‌این آزمون معادل ناپارامتریک ضریب همبستگی پیرسون است.

۱۸۴ـ گزینه «۲» تحلیل واریانس یا آنالیز واریانس یکطرفه (یک راهه) که دارای آماره آزمون به صورت $F=\frac{MS_{tr}}{MS_E}$ می‌باشد، دارای توزیع فیشر است اگر در آمار ناپارامتری بخواهیم همین آزمون را انجام دهیم، آزمونی به نام کروسکال ـ والیس وجود دارد.

۱۸۵ـ گزینه «۳» در آنالیز واریانس یک‌راهه همسانی K میانگین مستقل بررسی می‌شود که فرضیه‌های آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} H_0:\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_k \\ H_1:\mu_i\neq\mu_j \quad (i,j) \text{ به ازای حداقل یک} \end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هشتم

«رگرسیون و همبستگی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ براساس نمونه تصادفی ۲۷ تایی، مدل رگرسیون برآورد شده است. آزمون فرضیه $H_0 : \beta = 0$ در سطح معنی‌داری $\alpha = 0/05$:

$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$ ، $R^2 = 0/36$ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۰)

۱) قابل رد نیست.
۲) رد نمی‌شود زیرا مقدار t محاسبه شده ۱/۵۳۸۸ و کمتر از ۲ می‌باشد.
۳) رد می‌شود زیرا مقدار t محاسبه شده ۳/۷۵ و بیشتر از ۲ می‌باشد.
۴) براساس اطلاعات فوق قابل انجام نیست.

۲ـ در خط رگرسیون $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ کدام یک از فروض زیر نادرست است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) عبارت تابع خطی، مدل مناسب، رابطه‌ای است که بین متغیرهای X و Y برقرار است.
۲) زیر مجموعه مقادیر Y که در ارتباط با مقدار معین X می‌باشند به طور نرمال توزیع شده‌اند.
۳) مقادیر X دارای توزیع نیست، بلکه مقادیر ثابت‌اند، بدین معنی که X متغیر ریاضی بوده و متغیر تصادفی نمی‌باشد.
۴) عبارت تابع غیرخطی، مدل مناسب غیرخطی، رابطه‌ایست که بین متغیرهای X و Y برقرار است.

۳ـ اگر داشته باشیم $Cov(X,Y) = -18$ و $\sigma^2_X = 16$ و $\sigma^2_Y = 25$، چند درصد تغییرات Y به وسیلهٔ X بیان نمی‌شود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱۰ ۲) ۱۹ ۳) ۸۱ ۴) ۹۰

۴ـ کدام عبارت از مزایای دیاگرام پراکنش محسوب نمی‌شود؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۰)

۱) علت رابطه دو متغیر را شناسایی می‌کند.
۲) قوت رابطه دو متغیر را نشان می‌دهد.
۳) علامت ضریب همبستگی را معلوم می‌کند.
۴) طبیعت رابطه X و Y (خطی یا منحنی) را معلوم می‌کند.

۵ـ فرض کنید که کوواریانس بین دو متغیر X و Y مساوی ۳۲ است. اگر $\sigma^2_X = 64$ و $\sigma^2_Y = 25$ باشد، چند درصد از تغییرات Y توسط متغیر مستقل X بیان می‌شود؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۴ ۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۸۰

۶ـ ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y از جدول مقابل کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

x	۱	۲	۴	۱
y	۳	۲	۵	۲

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{6}{7}$

۷ـ اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند به‌طوری که $\bar{x} = 4$ و $\bar{y} = 5$ و $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 10$ و $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -15$ باشد، معادله خط رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۰)

۱) $y = -\frac{3}{2}x + 11$ ۲) $y = \frac{2}{3}x + 5$ ۳) $y = \frac{3}{2}x - 5$ ۴) $y = -\frac{2}{3}x + 1$

۸ـ در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام رابطه بین ضریب همبستگی X و Y در نمونه (r) و ضریب تعیین R^2 وجود دارد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) $R^2 = r^2$ ۲) $R^2 = \sqrt{r}$ ۳) $R^2 = \frac{S_X}{S_Y}$ ۴) $R^2 = \frac{S_x^2}{S_y^2}$

۹ـ اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر ۰/۹۰ و ضریب همبستگی بین دو متغیر دیگر برابر با ۰/۳۰ باشد، همبستگی دو متغیر اول «چند برابر قوی‌تر» از دو متغیر دوم است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۱)

۱) سه ۲) شش ۳) نه ۴) دوازده

۱۰ـ اگر $Cov(X,Y) = 32/4$ و $\sigma^2_x = \sigma^2_y = 36$ باشد، ضریب تعیین (تشخیص) چقدر است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۶۴ ۲) ۰/۷۲ ۳) ۰/۸۱ ۴) ۰/۹۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ با استفاده از اطلاعات زیر معادلهٔ رگرسیون کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۱)

$\sum x_i^2 = ۶۲۵$ ، $\sum x_i y_i = ۳۰$ ، $\sum y_i^2 = ۲۲۸$ ، $n = ۲۵$ ، $\sum x_i = ۷۵$ ، $\sum y_i = ۵۰$

۱) $\hat{Y} = ۲/۹ - ۰/۳X$ ۲) $\hat{Y} = ۲/۹ - ۰/۱۵X$ ۳) $\hat{Y} = ۵/۸ - ۰/۳X$ ۴) $\hat{Y} = ۸/۷ - ۰/۶X$

۱۲ـ در سریهای زمانی چهار مؤلفه اصلی وجود دارد. اول روند کلی، دوم تغییرات فصلی و سوم تغییرات ادواری است، چهارمین آن کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۱)

۱) تغییرات جزیی ۲) تغییرات کلی ۳) تغییرات اصلی ۴) تغییرات نامنظم

۱۳ـ رابطه‌ی بین متغیرهای Y و X خطی است و داده‌های نمونه به شرح زیر در دست است:

$\sum x_i y_i = ۱۱۵۰$ ، $\bar{x} = ۵$ ، $\bar{y} = ۱۰$ ، $n = ۲۰$ ، $\sum x_i^2 = ۵۵۰$

مقدار پیش‌بینی شده‌ی y به ازای $x = ۶$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۴ـ برای بررسی همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y ، نمونه‌ای به اندازه $n = ۱۰$ از جامعه‌ی نرمالی انتخاب کرده و براساس نتـایج مشـاهدات داریم: $\sum x_i = ۳۰$ ، $\sum y_i = ۴۰$ ، $\sum x_i^2 = ۲۳۴$ ، $\sum y_i^2 = ۱۹۶$ ، $\sum x_i y_i = ۱۶۰$

برآورد ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۵۵ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۸۵ ۴) ۰/۶۵

۱۵ـ به منظور آزمون $H_۰ : \rho = ۰$ در سطح احتمال معنی‌داری $\alpha = ۰/۰۵$ در برابر فرضیه $H_۱ : \rho \neq ۰$ در نمونه‌ای به حجم $n = ۱۰۰$ از جامعه نرمال دو بعدی، تخمین ضریب همبستگی خطی بدست آمده و براساس آن تابع نمونه‌ای $t = ۲/۰۲$ محاسبه شد. کدامیک از قضاوتهای زیر درست است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۱)

۱) فرضیه $H_۰$ را نمی‌توان رد کرد. ۲) فرضیه $H_۱$ را می‌پذیریم. ۳) فرضیه $H_۰$ رد می‌شود. ۴) فرضیه $H_۱$ را نمی‌توان رد کرد.

۱۶ـ معادلات رگرسیون Y بر حسب X و X بر حسب Y عبارتند از: $\hat{y}_x = ۴/۲ - ۱/۶x$ و $\hat{x}_y = ۸/۳ - ۰/۴y$

ضریب همبستگی بین دو متغیر x و y کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۸ − ۳) ۰/۶۸ ۴) ۰/۶۴ −

۱۷ـ اگر کوواریانس دو متغیر تصادفی X و Y برابر ۳۶- و واریانس X برابر ۶۴ و واریانس Y برابر ۲۵ باشد، چند درصد از تغییرات Y به وسـیله X توضیح داده می‌شود؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۲)

۱) %۸۱ ۲) %۸۵ ۳) %۹۰ ۴) %۹۵

۱۸ـ اگر

x	۵	۷	۹
y	۲۰	۱۵	۱۳

موردنظر باشد. شیب معادله رگرسیون خطی کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱/۰۰ − ۲) ۱/۷۵ − ۳) ۲/۰۰ − ۴) ۲/۷۰ −

۱۹ـ شیب خط رگرسیون $y = a + bx$ چقدر است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۲)

x	۰	۱	۳	۴	۵
y	۰	۲	۵	۹	۱۱

۱) ۰/۳۱ ۲) ۱/۲۱ ۳) ۱/۸ ۴) ۲/۲

۲۰ـ در تحلیل رگرسیونی چند متغیره چگونه می‌توان همبستگی رشته‌ای (Serial Correlation) را تشخیص داد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) از طریق آزمون t ۲) از طریق آزمون F
۳) از طریق ماتریس همبستگی ۴) از طریق آزمون دوربین ـ واتسون (DW)

۲۱ـ در تحلیل رگرسیونی ساده ضریب تعیین (R^2) بیانگر چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) ضریب تعیین درصد تغییرات متغیر مستقل که توسط متغیر وابسته توضیح داده می‌شود را نشان می‌دهد.
۲) ضریب تعیین میزان همبستگی بین متغیر وابسته و متغیر مستقل را نشان می‌دهد.
۳) ضریب تعیین درصد تغییرات متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل توضیح داده می‌شود را نشان می‌دهد.
۴) ضریب همبستگی بین متغیر وابسته و متغیر مستقل است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ در رگرسیون دو متغیره رابطه R و (r_{x_2y}, r_{x_1y}) چگونه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) $R^2 = r^2_{x_1y} + r^2_{x_2y}$ در صورتی‌که همبستگی درونی متغیرهای مستقل برابر با یک باشد.

۲) $R^2 = r^2_{x_1y} + r^2_{x_2y}$ در صورتی‌که همبستگی درونی متغیرهای مستقل برابر با صفر باشد.

۳) در صورتی که رابطه متغیر مستقل دوم با متغیر وابسته (Y) منفی باشد تساوی $R^2 = r^2_{x_1y} + r^2_{x_2y}$ برقرار خواهد بود.

۴) در هیچ زمانی با یکدیگر ارتباطی ندارند.

۲۳ـ همبستگی یک روش آماری است و موضوع آن اندازه‌گیری و بررسی: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) یک شاخص آماری است که درجات مختلف ارتباط‌ها را تعیین می‌کند.

۲) میزان تناسب یا ارتباط متقابل میان تغییرات در متغیر وابسته می‌باشد.

۳) رابطه بین X و Y در معادلات خطی ساده را نشان می‌دهد.

۴) در معادلات خطی دو متغیره ساده به‌کار می‌رود.

۲۴ـ ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) بالاترین درجه همبستگی مثبت را تعیین می‌کند.

۲) تغییرات متقابل چندین متغیر را بیان می‌کند.

۳) در حالات مختلف ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت و محدود معین می‌کند.

۴) در ازای کاهش مقدار یک متغیر، مقدار متغیر دیگر افزایش می‌یابد.

۲۵ـ واحدهای مسکونی با مساحت بالای ۲۰۰ مترمربع بر حجم ترافیک معابر اطراف تأثیر معکوس دارند. در فرضیه فوق رابطه بین متغیرها رابطه‌ای ..... است. (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) نامفهوم ۲) بدیهی ۳) متقارن ۴) متباین

۲۶ـ افزایش سرانه مسکونی منجر به کاهش سرانه فضای سبز می‌شود. در فرضیه فوق کدام متغیر وابسته و کدام مستقل است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۲)

۱) متغیر وابسته= سرانه فضای سبز، متغیر مستقل= سرانه مسکونی

۲) متغیر وابسته= سرانه مسکونی، متغیر مستقل= سرانه فضای سبز

۳) متغیر وابسته= افزایش تراکم مسکونی، متغیر مستقل= کاهش تراکم فضای سبز

۴) متغیر وابسته= تراکم فضای سبز، متغیر مستقل= تراکم مسکونی

۲۷ـ ضریب همبستگی بین X و Y برابر با ۰/۷۰ است. چند درصد از تغییرات Y تحت تأثیر تغییرات X نمی‌باشد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۵۱ ۲) ۰/۴۹ ۳) ۰/۷۰ ۴) ۰/۳۰

۲۸ـ اگر رگرسیون‌های خطی X و Y به صورت $y = 100 + 1/92x$ و $x = 40 + 0/42y$ باشد، آنگاه ضریب همبستگی r_{xy} برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۲)

۱) ۰/۸۰۶۴ ۲) ۰/۸۹۸۰ ۳) ۰/۹۸۸۰ ۴) ۰/۸۸۹

۲۹ـ اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر ۰/۶ و بین دو متغیر دیگر ۰/۳ باشد، می‌توان گفت همبستگی دو متغیر اول «چند برابر قوی‌تر» از دو متغیر دوم است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) دو برابر ۲) سه برابر ۳) چهار برابر ۴) نه برابر

۳۰ـ از مدل نمو ساده برای پیش‌بینی در چه نوع سری‌های زمانی استفاده می‌شود. (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) سری‌های زمانی که تغییرات منظم دارند.

۲) سری‌های زمانی که تغییرات فصلی دارند.

۳) سری‌های زمانی که تغییرات دوره‌ای دارند.

۴) سری‌های زمانی که تغییرات فصلی و نامنظم دارند.

۳۱ـ اگر $COV(X,Y) = 10$ ، $\sigma_x = 5$ و $\sigma_y = 3$ باشد، ضریب همبستگی کدام است؟ (مدیریت ـ سراسری ۸۳)

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) هیچ‌کدام

۳۲ـ در یک رگرسیون سه متغیره مستقل R^2 که در برنامه SPSS به نام Rsquare نامیده می‌شود، نشاندهنده چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) همبستگی متغیر وابسته با دو متغیر اصلی

۲) همبستگی ساده متغیر وابسته با سه متغیر مستقل

۳) نقش سه متغیر مستقل در پدید آمدن واریانس متغیر وابسته

۴) همبستگی درونی بین متغیر اول مستقل با دو متغیر مستقل دیگر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳ـ در رگرسیون دو متغیره مستقل مقدار SST برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) $\sum x_1^2$ ۲) $\sum y^2$ ۳) $\sum x_1 y + \sum x_2 y$ ۴) $\sum x_1^2 + \sum x_2^2$

۳۴ـ تابع خط رگرسیون $Y' = 245 + 11/57X$ رابطه مقدار بارندگی در سال بر حسب سانتی‌متر و مقدار محصول سالیانه چای بر حسب تن را در شش سال گذشته نشان می‌دهد،

در صورتی که $\sum y^2 = 42333$ و $\sum xy = 3240$ باشد مقدار SS Reg کدام است؟

(یادآوری: در بعضی از منابع آماری به جای $\sum y^2$ از رابطه $\sum (Y-\bar{Y})^2$ و به جای $\sum xy$ از رابطه $\sum (x-\bar{x})(Y-\bar{Y})$ استفاده می‌شود) (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) ۳۷۴۸/۷ ۲) ۳۵۴۸۵ ۳) ۳۷۴۸۶/۸ ۴) ۴۲۳۳۳

۳۵ـ در رگرسیون تک متغیره $\sum (Y-\bar{Y})^2$ کدام یک از موارد زیر را نشان می‌دهد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) SS_{rag} ۲) SSReg

۳) SST ۴) نسبت واریانس Y به واریانس باقیمانده‌ها

۳۶ـ در رگرسیون چند متغیره اگر بین متغیرهای مستقل همبستگی شدید وجود داشته باشد به آن پدیده چه می‌گویند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۳)

۱) خود همبستگی ۲) ضریب تعیین ۳) ضریب همبستگی ۴) همخطی

۳۷ـ اگر $S_{xx} = 12$ و $SS_{xy} = 15$ و $\bar{x} = 2$ ، $\bar{y} = 3$ معادله خط رگرسیون کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۳)

۱) $y = -3x + 3$ ۲) $y = 1/5x$ ۳) $y = 0/8x + 1/4$ ۴) $y = 1/25x + 0/5$

۳۸ـ اگر $COV(X,Y) = 18$ و $\sigma_x = \sigma_y = 3$ و $\bar{x} = \bar{y} = 2$ باشد، مقدار پیش‌بینی y به ازای $x = 5$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۳)

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۲ ۴) ۱۰

۳۹ـ توزیع مشترک دو صفت متغیر X و Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول توزیع شده است. به منظور مطالعه بستگی بین این دو صفت، نمونه‌ای با حجم $n = 5$ انتخاب و کمیت‌های روبرو به دست آمده است: $\sum X_i Y_j = 52$ $\sum x_i^2 = 102$ $\sum y_j = 10$ $\sum x_i = 20$

معادله همبستگی Y بر حسب X کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\bar{y}_x = 0/18 - 0/5x$ ۲) $\bar{y}_x = -0/18 + 0/54x$ ۳) $\bar{y}_x = 1/8 + 0/4x$ ۴) $\bar{y}_x = -1/8 + 0/4x$

۴۰ـ در یک جامعه نرمال دو بعدی، ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی X,Y مساوی ۰/۹۲ به دست آمده است. چند درصد تغییرات y توسط x بیان می‌شود؟ (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) ۹۲ ۲) ۸۴/۶۴ ۳) ۸۱/۲۴ ۴) ۹/۵

۴۱ـ اگر $y = 1 - 2/5x$ تخمین یک خط رگرسیون بوده و ضریب تعیین برابر ۰/۸۱ باشد، ضریب همبستگی برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) ۰/۱۹ ۲) −۰/۱۹ ۳) −۰/۹ ۴) ۰/۹

۴۲ـ اگر شیب خط رگرسیون برابر ۱۰− باشد و $\sum x_i = 100$ ، $n = 5$ و $\sum y_i = 20$ مقدار ثابت خط رگرسیون برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) ۲۲۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۲۰۴ ۴) ۱۰۶

۴۳ـ اگر معادله خط رگرسیون $y = 2x + 3$ باشد و $\bar{x} = 4$ باشد، میانگین y برابر است با: (محیط زیست ـ آزاد ۸۳)

۱) ۳ ۲) ۱۱ ۳) ۹ ۴) ۸

۴۴ـ در یک رگرسیون دو متغیره اگر آماره t مربوط به شیب در ناحیه بحرانی قرار گیرد در خصوص آماره F و نتیجه آزمون کدام گزینه صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) مقدار آماره F نیز در ناحیه بحرانی قرار گرفته و H_0 رد می‌شود.

۲) آماره F در ناحیه بحرانی قرار گرفته و H_0 رد می‌شود.

۳) آماره F در ناحیه بحرانی قرار نگرفته و بین متغیرهای مستقل و وابسته رابطه وجود دارد.

۴) آماره F در ناحیه بحرانی قرار نگرفته و بین متغیرهای مستقل و وابسته رابطه وجود ندارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۵ـ ۲۲ شرکت صنعتی را بطور تصادفی انتخاب و تولید سالانه (Y) و میزان نیروی کار (X) استفاده شده است را برای هر یـک از ایـن شـرکت‌هـا بدست آورده‌ایم. نتایج روبرو حاصل شده است: $\sum_{i=1}^{22}(y_i-\bar{y})^2=100, \bar{y}=20, \sum_{i=1}^{22}(x_i-\bar{x})^2=40, \bar{x}=10, \sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=30$

در رگرسیون $y_i=\alpha+\beta x_i+u_i$ چند درصد از تغییرات y را می‌توان توسط تغییرات در x توضیح داد؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۰۵۴ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۳

۴۶ـ معادله خط رگرسیون بین دو متغیر Y, X در جدول مقابل به صورت $y=ax+b$ است، شیب a کدام است؟ (حسابداری ـ سراسری ۸۴)

x	۳	۵	۷
y	۹	۱۰	۵

۱) -۱/۲۵ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۱/۲۵

۴۷ـ اگر خط همبستگی Y برحسب X و خط همبستگی X برحسب Y به ترتیب $y=x+1$ و $x=\frac{1}{2}y-1$ باشند، ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۸ـ اگر $y=mx+\frac{3}{2}$ و $x=ky+1$ معادلات خطوط رگرسیون بوده و $\bar{x},\bar{y}=2$ باشد، $r_{x,y}$ برابر است با: (محیط زیست ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

۴۹ـ تست معنی‌دار بودن رگرسیون با کدام یک صورت می‌گیرد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) t test ۲) Z test ۳) F test ۴) مجذور خی χ^2

۵۰ـ اگر $y=-64/2+1/2x$ تخمین یک رابطه‌ی رگرسیونی خطی و ۶۴ درصد تغییرات y قابل استناد به تغییرات x باشد، ضـریب همبسـتگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) $-0/8$ ۲) $-0/4$ ۳) $0/4$ ۴) $0/8$

۵۱ـ مقادیر عددی دو متغیر X و Y به شرح روبرو است:

x	۳	۴	۵	۱۰
y	۳	۵	۷	۱۷

ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

۵۲ـ مقادیر عددی دو متغیر X و Y بشرح $\begin{array}{c|cccc} x & ۳ & ۴ & ۵ & ۱۰ \\ \hline y & ۳ & ۵ & ۷ & ۱۷ \end{array}$ است. ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

۵۳ـ برای آزمون مدل رگرسیونی که دارای هشت متغیر مستقل و ۱۲۱ مشاهده است، درجات آزادی برای پیدا کردن مقدار F از جدول برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۸ و ۱۲۱ ۲) ۷ و ۱۲۱ ۳) ۸ و ۱۱۲ ۴) ۷ و ۱۲۰

۵۴ـ توزیع مشترک دو متغیر X,Y موردنظر است. اطلاعات زیر بر اساس محاسبات انجام شده بر حسب نمونه انتخاب شده بشرح زیر بدست آمـده است: $n=4 \quad \sum y=10 \quad \sum y^2=30 \quad \sum x=10 \quad \sum x^2=30 \quad \sum xy=20$

معادله رگرسیون برابر است با: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\hat{y}=5+5x$ ۲) $\hat{y}=5-x$ ۳) $\hat{y}=-1+x$ ۴) $\hat{y}=1-5x$

۵۵ـ در مفروضات مدل رگرسیون مقادیر خطاها (ε) ..... فرض می شوند. کدامیک از گزینه های ذیل را برای جای خالی انتخاب می‌کنید. (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) صفر ۲) وابسته ۳) مستقل ۴) -۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۶ـ توزیع مشترک دو صفت متغیر X,Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده است. به منظور مطالعه بستگی بین دو صفت، نمونه ای با حجم $n=۱۰$ انتخاب و کمیت های زیر بدست آمده است:

$$\sum x=۵۵ \quad \sum x^۲=۳۸۵ \quad \sum xy=۲۲۰ \qquad \sum y=۵۵ \quad \sum y^۲=۳۸۵$$

کدامیک از گزینه های زیر نمایانگر ضریب تعیین است؟ (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۵ ۳) -۱ ۴) ۱

۵۷ـ دامنه آزمون دوربین ـ والتسون (Durbin-Warson) بین: (مدیریت صنعتی و تکنولوژی ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱ تا ۱- می‌باشد. ۲) صفر تا ۱ می‌باشد. ۳) $-\infty$ تا $+\infty$ ۴) صفر تا ۴ می باشد.

۵۸ـ توزیع مشترک دو صفت متغیر X و Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده است، به منظور مطالعه بستگی بین دو صفت، نمونه‌ای با حجم $n=۱۰$ انتخاب و کمیت‌های زیر بدست آمده است:

$$\sum x=۵۵ \quad \sum x^۲=۳۸۵ \quad \sum xy=۲۲۰ \qquad \sum y=۵۵ \quad \sum y^۲=۳۸۵$$

معادله رگرسیون y بر حسب x کدام است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) $\hat{y}=-۱+x$ ۲) $\hat{y}=۱۱-x$ ۳) $\hat{y}=۵/۵+۱۱x$ ۴) $\hat{y}=۱-۵/۵x$

۵۹ـ کدامیک از مقادیر زیر نشان دهنده عدم وجود خود همبستگی در آزمون دوربین ـ واتسون (Durbin – Watson) می‌باشد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) صفر

۶۰ـ در تجزیه و تحلیل رگرسیون و همبستگی اگر $r^۲=۱$ باشد، بنابراین داریم: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۴)

۱) $SSE=SST$ ۲) $SSE=۱$ ۳) $SSReg=SST$ ۴) $SSReg=SSE$

۶۱ـ معادلات رگرسیون Y بر حسب X و X بر حسب Y عبارتند از: $\hat{x}_y=۸/۳-۰/۴y$ و $\hat{y}_x=۴/۲-۱/۶x$ ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y چیست؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۸ ۲) -۰/۸ ۳) -۰/۶۴ ۴) ۰/۶۴

۶۲ـ برای یک الگوی رگرسیون خطی ساده $\bar{y}_x=\beta_۰+\beta_۱x$، $n=۲۲$ و $R^۲=۰/۲$ مفروض است، چنانچه نقطه بحرانی $t_{۰/۹۷۵,۲۰}=۲/۱۰۱$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر در رابطه با فرضیه $H_۰: \rho=۰$ صحیح است. (حسابداری ـ آزاد ۸۴)

۱) فرضیه $H_۰$ رد می‌شود. ۲) فرضیه $H_۰$ رد نمی‌شود. ۳) فرضیه $H_۰$ را نمی‌توان رد کرد. ۴) فرضیه $H_۰$ پذیرفته می‌شود.

۶۳ـ فرض کنید در یک مسئله برازش رگرسیونی، مقادیر زیر براساس یک نمونه تصادفی به حجم $n=۷$ به دست آمده‌اند. برآورد حداقل مربعات خطای مقادیر b و a در معادله رگرسیونی $Y=a+bX+\varepsilon$ به ترتیب کدامند؟

$$\sum X_i=۰ \;,\; \sum X_i^۲=۲۸ \;,\; \sum Y_i=۲۱ \;,\; \sum X_iY_i=۵۶$$

(علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۳ و ۲ ۲) ۲۱ و ۲ ۳) ۳ و ۵ ۴) ۲۱ و ۵

۶۴ـ براساس یک نمونه تصادفی $n=۱۸$ تایی، ضریب همبستگی بین Y,X برابر $r=۰/۸$ محاسبه شده است. مقدار آماره آزمون برای آزمون صفر بودن ضریب همبستگی جامعه برابر است با: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۱/۳۹ ۴) ۵/۳

۶۵ـ در جدول مقابل شیب خط رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۵)

x	y
۵	۸
۶	۳
۱۰	۴
۷	۵

۱) ۰/۵
۲) ۰/۴
۳) -۰/۴
۴) -۰/۵

۶۶ـ در یک مطالعه معادله خط رگرسیون عبارت است از $y=۲۳/۹۱+۶/۳۲x$، در این صورت ضریب همبستگی بین X و Y، کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۵)

۱) $\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}}$ ۲) $\sqrt{\frac{SS_y}{SS_x}}$ ۳) $۶/۳۲\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}}$ ۴) $۶/۳۲\sqrt{\frac{SS_y}{SS_x}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۷ـ ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y از جدول مقابل کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی ـ سراسری ۸۵)

x	۰	۲	۴
y	۵	۳	۱

۱) -۱
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) ۰
۴) ۱

۶۸ـ در جدول مقابل ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۵)

x	۰	۴	۳	۱
y	۴	۱	-۱	۰

۱) $\frac{-\sqrt{۳۵}}{۱۰}$
۲) $\frac{-\sqrt{۱۴}}{۵}$
۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۷}}{۱۰}$

۶۹ـ اگر در معادله رگرسیونی $Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$ فرض کنیم که $\alpha = \beta = ۰$ است آنگاه ضریب تعیین $R^۲$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱
۲) $۰ < R^۲ < ۱$
۳) صفر
۴) $R^۲ < ۰$

۷۰ـ ضریب تعیین تعدیل شده $\bar{R}^۲$ در معادله رگرسیونی با n شاهد و k متغیر توضیحی هنگامی منفی است که: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) $R^۲ < ۰$
۲) $R^۲ < \frac{k-۱}{n-۱}$
۳) $R^۲ > \frac{k-۱}{n-۱}$
۴) $R^۲ < \frac{n-۱}{k-۱}$

۷۱ـ ضریب همبستگی بین X و Y برابر است با ۰/۵۰. چند درجه از تغییرات Y تحت تأثیر تغییرات X نمی‌باشد. (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۷۵
۲) ۰/۵۰
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۹۵

۷۲ـ اگر داشته باشیم

Y	۲	۳	۴
X	۱	۲	۳

آنگاه ضریب همبستگی بین Y و X برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) صفر
۲) ۰/۵
۳) $-۰/۵$
۴) ۱

۷۳ـ اگر شیب معادله رگرسیونی ۲- باشد و $\sum x_i = ۱۰۰$ و $\sum y_i = ۲۰$ و $\bar{x} = ۲۰$ باشد آنگاه مقدار ثابت یا عرض از مبدأ معادله برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۵)

۱) ۲۲
۲) ۱۲۰
۳) ۴۴
۴) ۱۱۰

۷۴ـ در یک جامعه نرمال دو بعدی اطلاعات زیر در مورد متغیر وابسته Y و متغیر مستقل X بدست آمده است:

$$\sum x = ۱۰, \sum y = ۱۰, \sum x^۲ = ۳۰, \sum y^۲ = ۳۰, \sum xy = ۲۰, \quad n = ۴$$

ضریب زاویه تابع رگرسیون برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۵
۴) $\frac{۱}{۲}$

۷۵ـ ضریب همبستگی دو متغیر X و Y در جدول زیر کدام است؟ (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۵)

X	۱	۱	۲	۴
Y	۱	۲	۴	۱

۱) ۰/۲۴
۲) $-۰/۱۶۷$
۳) ۰/۱۶۷
۴) $-۰/۲۴$

۷۶ـ اگر معادلات رگرسیون خطی Y بر حسب X و X بر حسب Y برای X و Y به شرح زیر باشد:

$$\bar{y}_x = ۱۳/۳۵ + ۰/۶۱۹x \quad ; \quad \bar{x}_y = ۱/۶۶۵ + ۰/۸۰۲y$$

برآورد ضریب همبستگی (r)، برای x و y کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۵۰
۲) ۰/۷۰
۳) ۰/۳۸
۴) ۰/۶۴

۷۷ـ با توجه به جدول روبرو:

Y	۱	۲	۳	۴	۵
X	۳	۷	۵	۱۱	۱۴

ضریب $b_۱$ در معادله رگرسیون $\hat{y} = ۰/۲ - b_۱x$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۳/۶
۴) ۲/۶

۷۸ـ برای یک رگرسیون چند متغیره اگر $SST = ۲۰۰$ و ضریب تعیین ۷۵ درصد باشد. مقدار SSE برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۵۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۹ـ در مسئله فوق، عرض از مبدأ، برای معادله رگرسیون برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱ ۲) ۰/۹۸ ۳) ۰/۷۷ ۴) ۰/۹۶

۸۰ـ در یک مدل رگرسیون خطی با استفاده از ۴۴ مشاهده نتایج روبرو حاصل شده است:

$SSE = ۴۰۰$ $SSR = ۶۰۰$ $\hat{y} = ۲۹ + ۱۸x_۱ + ۴۳x_۲ + ۸۷x_۳$

ضریب تغییرات برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۶۶۷ ۲) ۰/۳۳۶ ۳) ۰/۶۰۰ ۴) ۰/۴۰۰

۸۱ـ در مسئله فوق برای آزمون فرضیه مدل، مقدار F بدست آمده برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۲۰ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۶۰ ۴) اطلاعات کافی در اختیار نمی‌باشد.

۸۲ـ دامنه تحت Durbin – Vatson بین: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰ تا ۱ ۲) $-\infty$ تا $+\infty$ ۳) ۱ تا ۱- ۴) ۰ تا ۴

۸۳ـ معادله رگرسیون $y = ۲۰۰ - ۸x$ مفروض است. چنانچه مقدار واقعی y به ازای $x = ۱۰$ برابر ۱۳۰ باشد. ضریب همبستگی کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۵)

۱) $۰ < r < ۱$ ۲) $r = ۱$ ۳) $r = -۱$ ۴) $-۱ < r < ۰$

۸۴ـ در یک نمونه‌گیری به حجم $n = ۴$ ، نتایج زیر حاصل شده‌اند:

$\sum x_i y_i = ۴۳$; $\sum x_i = ۸$; $\sum y_i = ۱۶$; $\sum y_i^۲ = ۷۴$; $\sum x_i^۲ = ۳۰$

در معادله رگرسیون $Y = \beta_۰ + \beta_۱ X + \varepsilon$ ، برآورد حداقل مربعات خطای $\beta_۰, \beta_۱$ به ترتیب عبارتند از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{۱۱}{۱۴}, \frac{۲۳}{۷}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۴}, \frac{۱۷}{۷}$ ۳) $\frac{۱۷}{۱۳}, \frac{۳۵}{۲۶}$ ۴) $\frac{۵۲}{۱۳}, \frac{۱۷}{۱۳}$

۸۵ـ رابطه Y, X براساس یک نمونه تصادفی ۱۸ تایی به صورت روبرو برآورد شده است: $\hat{Y} = ۱۵ + ۱/۷X, R^۲ = ۰/۶۴$

آماره آزمون t برای آزمون فرضیه $\beta = ۰$، یعنی عدم وجود رابطه بین Y, X کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲/۴۶ ۲) ۳/۱۲ ۳) ۵/۳۳ ۴) ۶/۰۵

۸۶ـ ضریب همبستگی بین دو متغیر در جدول روبرو، کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۶)

x	۲	۳	۴	۵	۶
y	۳	۵	۱	۴	۲

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۳- ۳) ۰/۲- ۴) ۰/۲

۸۷ـ در رگرسیون خطی $Y = a + bX$ اگر $\hat{b}$ برآورد کننده کمترین توان دوم خطا برای b باشد، با نصف کردن تعداد مشاهدات و دو برابر کردن دامنه مشاهدات خطای معیار $\hat{b}$ ، چقدر تغییر می‌کند؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) نصف می‌شود. ۲) دو برابر می‌شود. ۳) چهار برابر می‌شود. ۴) تغییری پیدا نمی‌کند.

۸۸ـ منظور از هم خطی در رگرسیون این است که: (محیط زیست ـ سراسری ۸۶)

۱) مطابقت دو خط رگرسیونی با یکدیگر برقرار است.
۲) بین خطاهای رگرسیونی وابستگی وجود دارد.
۳) بین عوامل رگرسیونی رابطه و وابستگی وجود دارد.
۴) تطابق خط رگرسیون واقعی جامعه با برآورد آن خط وجود دارد.

۸۹ـ چنانچه $\bar{X} = ۴$ و $\bar{Y} = ۱۰$ باشد، کدام معادله زیر می‌تواند معادله خط رگرسیون باشد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) $Y = ۱۰ + ۲X$ ۲) $Y = ۲ + ۱۰X$ ۳) $Y = ۱۰ + ۴X$ ۴) $Y = ۲ + ۲X$

۹۰ـ از یک نمونه‌گیری اطلاعات $\sigma_{xy} = ۰/۹$ و $\sigma_x = \sqrt{۲}$ و $\sigma_y = \sqrt{۸}$ و $\bar{y} = ۶$ و $\bar{x} = ۳$ و $\hat{Y} = a + bX$ به دست آمده است، معادله خط رگرسیونی برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) $\hat{Y} = ۱/۸ + ۰/۶X$ ۲) $\hat{Y} = -۰/۶ + ۱/۸X$ ۳) $\hat{Y} = ۰/۶ + ۱/۸X$ ۴) $\hat{Y} = ۱/۸ - ۰/۶X$

۹۱ـ رابطه تورم (P) و حجم پول (M) بر اساس آمار سری ۲۱ ساله به صورت $P = ۵ + ۰/۰۰۲M$, $R^۲ = ۰/۸۱$ است، در آزمون معنی‌داری ضرایب، آماره t مربوط به M برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۶)

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۹۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۲ـ با توجه به اطلاعات زیر برای Y (متغیر وابسته) و X (متغیر مستقل) ضریب تعیین برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۱	۲	۳	۴	۵

۱) ۰/۵ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۱

۹۳ـ در تجزیه و تحلیل رگرسیون چند متغیره که دارای پنج متغیر مستقل و سی مشاهده می‌باشد مقادیر $SS\,Reg = ۳۶۰$ و $SSE = ۴۰$ به دست آمده است، ضریب تبیینی برابر است با: (مدیریت صنعتی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۱۵

۹۴ـ نمونه‌ای به حجم $n = ۳۲$ از جامعه‌ای که توزیع مشترک دو متغیر تصادفی، نرمال باشد، بر اساس نتایج مشاهدات در نمونه تخمین ضریب همبستگی پیرسن $r = ۰/۹$ به دست آمده است. ادعا شده است که ضریب همبستگی در جامعه $\rho = ۰$ باشد نسبت به ادعای فوق چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۶)

۱) ادعای فوق پذیرفته می‌شود. ۲) ادعای فوق رد می‌شود. ۳) ادعای فوق اثبات می‌شود. ۴) ادعای فوق رد نمی‌شود.

۹۵ـ اگر شیب معادله رگرسیون ۸- باشد و $\sum x_i = ۸۰$، $\bar{x} = ۲۰$، $\sum y_i = ۲۰$ باشد ثابت معادله کدام است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۶)

۱) ۱۶۴ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۵۵ ۴) ۱۵۴

۹۶ـ در معادله رگرسیون $E(Y \mid X) = \alpha + \beta X$ تخمین حداقل مربعات خطا از پارامتر β عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) $b = \dfrac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2}$ ۲) $b = \dfrac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum X_i^2}$ ۳) $b = \dfrac{\sum X_i Y_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ ۴) $b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$

۹۷ـ ضریب همبستگی بین X, Y در یک نمونه تصادفی به حجم n برابر $r = ۰/۹۵$ می‌باشد. با فرض $s_X^2 = s_Y^2$ شیب خط رگرسیون Y بر روی X عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۹۰ ۳) ۰/۱۰ ۴) ۰/۰۵

۹۸ـ در یک مدل رگرسیون به صورت $Y_i = a + \varepsilon_i \,,\, i = ۱,\cdots,n$، مقدار برآورد a از روش کمترین مربعات خطا کدام است؟ (محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) $\bar{y}$ ۲) $\sum (y_i - \bar{y})^2$ ۳) $\dfrac{\sum y_i}{\sum y_i^2}$ ۴) $\dfrac{\sum (y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$

۹۹ـ فرض کنید مدل رگرسیونی به صورت $Y_i = a + bX_i + e_i \,,\, i = ۱,۲,\cdots,n$ و شرایط زیر برقرار است. مقدار برآورد b چقدر است؟

$$\sum x_i y_i = ۲n \,,\, \sum y_i = ۳n \,,\, \sum x_i^2 = n \,,\, \bar{x} = ۰$$

(محیط زیست ـ سراسری ۸۷)

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) -۱

۱۰۰ـ کدام یک از موارد زیر در مورد آماره d (آماره دوربین- واتسن(Durbin- Watson) صحیح است. (دقت کنید که ρ ضریب خود همبستگی جملات اختلال یا اخلال در گزینه‌ها می‌باشد). (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) $E(d) = ۲ - ۲\rho$ ۲) d برآورد کننده سازگار است ولی ناریب بودن آن را نمی‌توان ثابت کرد.

۳) $P\lim d = ۲ - ۲\rho$ ۴) $E(d) = ۲$

۱۰۱ـ رابطه بین مقدار تقاضا (Q) و قیمت (P) به صورت روبرو برآورد شده است: $Q_i = ۴۰۰ - ۰/۵P_i \quad F = ۲۵$

مقدار آماره t برای آزمون وجود رابطه بین قیمت و تقاضا برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) +۵ ۲) -۰/۱ ۳) -۵ ۴) +۰/۱

۱۰۲ـ رابطه بین مصرف (C) و درآمد قابل تصرف (Y_d) بر اساس نمونه‌ای با حجم $n = ۶۶$ به صورت $\hat{C}_i = ۶ + ۰/۷۲Y_{di}$ برآورد شده است. اگر ضریب همبستگی بین مصرف و درآمد قابل تصرف ۰/۶ باشد، خطای معیار (Standard Error) میل نهایی به مصرف برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) ۱/۲ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۰۹ ۴) ۰/۱۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰۳ـ کدام یک از برآوردکننده‌های زیر بهترین است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) BLUE ۲) نااریب ۳) دارای کوچکترین واریانس ۴) دارای کارآیی مطلق

۱۰۴ـ در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام رابطه زیر بین ضریب همبستگی (r) و ضریب تعیین (R^2) وجود دارد: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) $R^2 = \sqrt{r}$ ۲) $R^2 = \frac{S_x}{S_y} \cdot r$ ۳) $R^2 = r^2$ ۴) $R^2 = \frac{S_x^2}{S_y^2} \cdot r$

۱۰۵ـ در یک معادله رگرسیون دو متغیره (با عرض از مبدأ) که از داده‌های آماری ۳۸ سال گذشته برآورد شده، ضریب تعیین برابر ۶۴ درصد محاسبه گردیده است. آماره مربوط به آزمون فرضیه $H_0: \beta = 0$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) ۲۰ ۲) ۸ ۳) ۱۶/۲ ۴) ۴/۰۵

۱۰۶ـ اگر X متغیر مستقل و Y متغیر وابسته، و α و β عرض از مبدأ و ضریب زاویه یک معادله رگرسیون دو متغیره باشند و تمام مفروضات اساسی رگرسیون نیز برآورد شده باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) ـ آزاد ۸۷)

۱) $E(\overline{Y}) = \alpha + \beta X_i$ ۲) $E(\overline{Y}) = \overline{Y}$ ۳) $E(\overline{X}) = \overline{X}$ ۴) $E(\overline{X}) = \mu_X$

۱۰۷ـ اطلاعات زیر در مورد متغیر وابسته(Y) و متغیر مستقل(X) مقدار ضریب زاویه تابع رگرسیون برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

$\sum x = 10$ $\sum x^2 = 30$

$\sum y = 10$ $\sum y^2 = 30$

$\sum xy = 20$

$n = 4$

۱) ۱
۲) صفر
۳) -۱
۴) ۵

۱۰۸ـ اگر ضریب همبستگی نمونه پیرسون(r) برابر ۰/۷۵، و حجم نمونه ۳۵ باشد مقدار آماره برای تست فرضیه صفر برابر است با: (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۷)

۱) ۸/۶ ۲) ۸۸/۱ ۳) ۶/۵ ۴) ۲/۵

۱۰۹ـ در مدل رگرسیون چند متغیره، فرض بر این است که خطاها (ε) یک متغیر تصادفی دارای میانگین: (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۷)

۱) صفر می‌باشد. ۲) ۱− می‌باشد. ۳) ۱ می‌باشد. ۴) هر عددی می‌تواند باشد.

۱۱۰ـ مقداری از متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل تبیین می‌شود. این جمله نشانگر کدام مفهوم زیر است؟ (حسابداری ـ آزاد ۸۷)

۱) ضریب همبستگی ۲) ضریب تعیین ۳) گشتاور ۴) توزیع شرطی

۱۱۱ـ در رگرسیون دو متغیره ضریب تعیین: (محیط زیست ـ آزاد ۸۷)

۱) به ضریب همبستگی و b بستگی ندارد.
۲) با مجذور ضریب x در رابطه $y = a + bx$ برابر است.
۳) با مجذور ضریب همبستگی برابر است.
۴) با حاصل ضرب b در ضریب همبستگی برابر است.

۱۱۲ـ برای دو صفت Y,X در جدول روبه‌رو، معادله خط رگرسیون کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۸)

x	۲	۳	۵	۶
y	۳	۲	۴	۲

۱) $\hat{y} = 0/2x + 2/2$ ۲) $\hat{y} = -0/2x + 3/8$
۳) $\hat{y} = 0/3x + 1/8$ ۴) $\hat{y} = -0/3x + 4/2$

۱۱۳ـ شاخص ضمنی قیمت تولید ناخالص ملی چه نوع شاخص قیمتی است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) اج ورث ۲) پاشه ۳) فیشر ۴) لاسپیرس

۱۱۴ـ تابع تولید $\log Q_t = \underset{(0/02)}{0/12} + \underset{(0/9)}{0/7} \log L_t + e_t$، در کوتاه مدت با استفاده از ۲۲ مشاهده برآورد شده است. اعداد داخل پرانتز انحراف معیار ضرایب است. در این صورت می‌توان گفت: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) یک درصد افزایش در L سبب ۰/۷ درصد افزایش در تولید می‌شود.
۲) یک واحد افزایش در L سبب ۰/۷ واحد افزایش در تولید می‌شود.
۳) با اطمینان ۹۵٪ رگرسیون برآورد شده معنی‌دار نیست.
۴) با اطمینان ۹۵٪ سطح متأثر از مقدار L است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۵ـ برای خط رگرسیون ساده مقیدی که از مبداء مختصات می‌گذرد، اطلاعـات $\sum xy = ۴۸۰$ ، $\sum y = ۱۶$ و $\sum x = ۲۰$ براسـاس یـک نمونـه تصادفی ۱۰ تایی داده شده است. شیب خط رگرسیون کدام است؟ (علوم اقتصادی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۸ ۴) اطلاعات داده شده کافی نیست.

۱۱۶ـ ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی ـ سراسری ۸۸)

x	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
y	۱۲	۱۰	۸	۶	۴

۱) -۱ ۲) $-۰/۹$
۳) $-۰/۸$ ۴) $۰/۲$

۱۱۷ـ در رگرسیون خطی $y = ax + b$ پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسیون به وسیله کدام یک از عبارت‌های زیـر بهتـر توصـیف مـی‌شـود؟ $\bar{y}$: میانگین نمونه‌ها و $\hat{y}$: برآورد مقدار y (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) $\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^۲$ ۲) $\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \bar{y})^۲$ ۳) $\sum_{i=۱}^{n}(y_i + \bar{y})^۲$ ۴) $\sum_{i=۱}^{n}(y_i + \hat{y}_i)^۲$

۱۱۸ـ داده‌های جدول مقابل مفروض است. برآورد شیب خط رگرسیون کدام است؟

x	۵	۰	۷
y	۲	۱۵	۴

۱) $\frac{۲۳}{۱۳}$ ۲) $-\frac{۲۳}{۱۳}$
۳) ۱ ۴) -۱

۱۱۹ـ فرض کنید برآورد خط رگرسیون Y برحسب X برابر اسـت بـا $y = ۲x + ۴$. اگـر $X^* = ۴X$ و $Y^* = ۲Y$ باشـد، در آن صـورت ضـریب همبستگی بین دو متغیر y^* و x^* کدام است؟ $(S_x^۲ = ۴, S_y^۲ = ۱۶)$ (برنامه‌ریزی محیط زیست ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۰ ۴) -۱

۱۲۰ـ نتیجه آزمایش α توسط جدول زیر بیان می‌شود. آنتروپی این آزمایش کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

x	$A_۱$	$A_۲$	$A_۳$
$P_X(x)$	۰/۴	۰/۴	۰/۲

۱) $H(\alpha) = ۰/۴۶۸۱$ ۲) $H(a) = ۰/۶۶۸۱$
۳) $H(\alpha) = ۰/۵۶۸۱$ ۴) $H(\alpha) = ۰/۴۵۸۱$

۱۲۱ـ چهار نمونه مستقل از هم، هر یک به حجم $n_i = ۱۰$ از جامعه نرمال دو متغیره (X, Y) انتخاب شده و ضریب همبسـتگی خطـی r_{xy} در ایـن نمونه‌ها به صورت روبرو بدست آمده‌اند: $r_۱ = ۰/۴۱۱۱$ ، $r_۲ = ۰/۴۲۱۱$ ، $r_۳ = ۰/۵۶۰۱$ ، $r_۴ = ۰/۴۲۰۱$
کدامیک از این‌ها دست‌کم در سطح احتمال $\alpha = ۰/۱۰$ معنی‌دار بوده، فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را رد می‌کند؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۸۸)

۱) مقدار عددی تابع نمونه‌ای $r_۱$ فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد نمی‌کند.
۲) مقدار عددی تابع نمونه‌ای $r_۳$ فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد می‌کند.
۳) مقدار عددی تابع نمونه‌ای $r_۲$ فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد می‌کند.
۴) مقدار عددی تابع نمونه‌ای $r_۴$ فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد نمی‌کند.

۱۲۲ـ روش حداقل مربعات خطا، کدامیک از موارد زیر را حداقل می‌نماید. (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) SSR ۲) SST ۳) SSE ۴) تمامی موارد

۱۲۳ـ اگر نتیجه آزمون Durbin –Watson عددی نزدیک به صفر باشد کدامیک از مفروضات زیر رعایت نشده است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) نرمال بودن خطاها ۲) مستقل بودن خطاها ۳) برابری واریانس‌ها ۴) هیچکدام از موارد

۱۲۴ـ در یک مسئله رگرسیون خطی ساده r و $b_۱$ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) باید دارای علائم یکسان باشند
۲) ممکن است دارای علامات مخالف باشند.
۳) باید دارای علائم مخالف باشند
۴) باید برابر باشند.

۱۲۵ـ برای تست Durbin- Watson چه منطقه بحرانی وجود دارد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲۶ـ در یک مدل رگرسیون که رابطه بین درآمد و خرید کالای ورزشی را نشان می دهد فرضیه H_0 مناسب برای نشـان دادن اینکـه درآمـد بطـور مستقیم و مثبتی با خرید کالای ورزشی رابطه دارد کدامیک از گزینه‌ها می‌باشد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $H_0 : \beta \leq 0$ ۲) $H_0 : \beta = 0$ ۳) $H : \beta \neq 0$ ۴) $H_0 : \beta > 0$

۱۲۷ـ تست F در رگرسیون چند متغیره کدامیک از گزینه های زیر را تست می‌نماید؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $H_0 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq \cdots \neq \beta_k \neq 0$ ۲) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$

۳) $H_0 : \beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_k = 0$ ۴) $H_0 : \beta_1 > \beta_2 > \beta_k$

۱۲۸ـ کدامیک از مدل های زیر را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات خطا بطور رضایت بخشی تخمین زد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ ۲) $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^3$ ۳) $Y = \beta_0 X^{\beta}$ ۴) تمامی مدل‌های ذکر شده

۱۲۹ـ برای تعیین کردن اینکه آیا یک متغیر اضافی تأثیر معنی داری بر روی مدل رگرسیون دارد کدامیک از آزمون‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (مدیریت فناوری اطلاعات ـ آزاد ۸۸)

۱) t تست ۲) F تست ۳) Z تست ۴) χ^2 تست

۱۳۰ـ معادله همبستگی خطی بین دو صفت X و Y با توزیع نرمال دو متغیره، به صـورت $\bar{y}_x = 4 + 1/6x$ و $\bar{x}_x = 10 + 0/4y$ مـی‌باشـد. ضـریب همبستگی r_{xy} کدام است؟ (مدیریت دولتی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۴۸ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۸۱

۱۳۱ـ در تست Durbin Watson چند منطقه بحرانی وجود دارد؟ (مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۳۲ـ اگر X و Y به ترتیب متغیرهای مستقل و وابسته باشند با توجه به اطلاعات زیر ضریب زاویه معادله رگرسیون برابر است با:

$$\sum xy = 20 \quad \sum x = 10 \quad \sum y = 10 \quad \sum x^2 = 30 \quad \sum y^2 = 30 \quad n = 4$$

(مدیریت تکنولوژی ـ آزاد ۸۸)

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۵

۱۳۳ـ تابع تقاضای کالایی به صورت $F = 64$ و $Qt = 400 - 0/5P_t$ برآورد شده است.آماره آزمون برابری صفر ضریب زاویه برابر است با: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) +۸ ۲) +۲۰ ۳) -۸ ۴) −۲۰

۱۳۴ـ اگر هیچ فرضی از فرض های اساس رگرسیون نقض نشده باشد در مورد برآورد کننده های OLS وML ضرایب زاویه و عرض از مبدأ کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) نتایج حاصل از هر دو روش یکسان (برابر) است.
۲) برآورد کننده‌های OLS قدری بهترند.
۳) برآوردکننده های ML قدری بهترند.
۴) برآوردکننده های ML بهترند، ولی به علت ضرورت فرض نرمال بودن در استخراج برآوردکننده ها از روش OLS روش OLS نتایج بهتری ارایه می‌دهد.

۱۳۵ـ همخطی شدید باعث بروز کدام یک از مشکلات زیر می‌شود؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) عدم توانایی برآورد ضرایب زاویه به صورت مجزا ۲) کاهش دقت برآوردکننده‌ها
۳) غلط محاسبه شدن واریانس‌های ضرایب ۴) کاهش واریانس ضرایب

۱۳۶ـ در یک رگرسیون دو متغیره حجم نمونه n=۳۸ و F=۶۴ است. کدام یک از گزینه های زیر در مورد مقدار ضریب تعیین (R^2) صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) ۰/۸ ۲) ۸ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۶۴

۱۳۷ـ در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام یک از گزینه های زیر در مورد رابطه بین ضریب همبستگی (r)و ضریب تغیین (R^2)صحیح است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) $R^2 = \sqrt{r}$ ۲) $R^2 = r^2$ ۳) $R^2 = \frac{s_x}{s_y} r$ ۴) $R^2 = \frac{s_x^2}{s_y^2} r^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۸ـ اگر $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ برآوردهای عرض از مبدأ و ضریب زاویه یک معادله رگرسیون دو متغیره باشند، کدام یک از گزینه های زیر در مورد آنها صادق است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) کوواریانس بین آنها صفر است ۲) ناهمبسته‌اند ۳) همبسته‌اند ۴) مستقل‌اند

۱۳۹ـ اگر در یک رگرسیون چند متغیره متغیر وابسته با وقفه ظاهر شود و فرض دیگری از فرض های اساسی رگرسیون نقض نشود، برآوردکننده های OLS دارای کدام یک از ویژگی‌های زیر است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۸۸)

۱) ناریب و سازگار ۲) اریب و سازگار ۳) اریب و ناسازگار ۴) مطلقاً کارا و مجانباً کار

۱۴۰ـ ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y در جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۸۹)

x	۲	۳	۴	۵	۶
y	۴	۲	۵	۱	۳

۱) ۰/۳ ۲) −۰/۲۵
۳) ۰/۲۵ ۴) −۰/۳

۱۴۱ـ ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ـ سراسری ۸۹)

x	۵	۹	۱۱	۷
y	۸	۱۲	۱۰	۶

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۶
۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴

۱۴۲ـ ضریب همبستگی بین X و Y در یک نمونه تصادفی به حجم n برابر $r = ۰/۹۵$ است. با فرض $S_x^۲ = S_y^۲$، شیب خط رگرسیون Y روی X عبارت است از: (علوم اقتصادی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۹۵

۱۴۳ـ اگر در الگوی رگرسیون چند متغیره علی‌رغم اینکه فرض برابری واریانس‌ها برقرار نیست، از فرمول برآورد حداقل مربعات معمولی (OLS) برای برآورد ضرائب رگرسیون (β_jها) استفاده شود، آنگاه کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\hat{\beta}_j$ها بهترین برآوردگر خطی نخواهند بود.
۲) $\hat{\beta}_j$ها ناریب نخواهند بود.
۳) آزمون t برای $H_۰ : \beta_j = ۰$ اعتبار نخواهد داشت.
۴) فاصله اطمینان از ضریب اطمینان تعیین شده برخوردار نخواهد بود.

۱۴۴ـ در مدل رگرسیون خطی ساده که از مبدا می‌گذرد یک برآورد کننده ناریب برای $\sigma^۲$ واریانس خطا عبارتست از: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\frac{\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^۲}{n-۱}$
۲) $\frac{\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \bar{y})^۲}{n-۱}$
۳) $\frac{\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^۲}{n-۲}$
۴) $\frac{\sum_{i=۱}^{n}(y_i - \bar{y})^۲}{n-۲}$

۱۴۵ـ در یک الگوی رگرسیون ابتدا Y را روی $x_۲$ رگرسیون و سپس $x_۱$ را روی $x_۲$ رگرسیون می‌کنیم. اگر مانده‌های y روی $x_۲$ را روی مانده‌های $x_۱$ روی $x_۲$ رگرسیون کنیم آنگاه: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) عرض از مبدا بزرگتر از صفر خواهد بود.
۲) عرض از مبدا کوچکتر از صفر خواهد بود.
۳) عرض از مبدا بزرگتر از صفر کوچکتر از یک خواهد بود.
۴) عرض از مبدا صفر خواهد بود.

۱۴۶ـ در الگوی رگرسیون

$$Y_i = \beta_۰ + \beta_۱ X_۱ + \varepsilon_i \qquad i = ۱,۲$$
$$X_۱ = ۰ \qquad X_۲ = -۱$$
$$E(\varepsilon_i) = ۰ \qquad Var(\varepsilon_i) = \sigma^۲ \qquad COV(\varepsilon_۱ \quad \varepsilon_۲) = ۰$$

برآوردگر حداقل مربعات معمولی (OLS) $\beta_۰$ و $\beta_۱$ عبارتند از: (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\hat{\beta}_۱ = y_۲ \quad \hat{\beta}_۰ = y_۱ - y_۲$
۲) $\hat{\beta}_۱ = y_۱ \quad \hat{\beta}_۰ = y_۲$
۳) $\hat{\beta}_۱ = y_۱ - y_۲ \quad \hat{\beta}_۰ = y_۱$
۴) $\hat{\beta}_۱ = ۲y_۲ \quad \hat{\beta}_۰ = ۲y_۱ + y_۲$

۱۴۷ـ در یک الگوی رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_۰ + \beta_۱ X_j + \varepsilon_i$ فرض کنید $SSE = ۲/۵۳$ و $SSR = ۴/۷$ باشد در این شرایط از تغییرپذیری کل ..... به علت رگرسیون روی x و ..... به علت خطای پیش‌بینی می باشد (ارقام از راست به چپ) (علوم اقتصادی ـ آزاد ۹۰)

۱) ۰%۴۰ −%۶۰ ۲) %۳۵ − %۶۵
۳) %۶۵ − %۳۵ ۴) ۰%۶۰ −%۴۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۸ـ فرض کنید x سن یک کودک بر حسب ماه و Y وزن او برحسب کیلوگرم باشد. در یک نمونه تصادفی از متغیر تصادفی وابسته Y در ازای مقادیر X داریم:

$$\bar{x}=۴\ ,\ \bar{y}=۷\ ,\ S_x=S_y\ ,\ r=\frac{۱}{۲}$$

به ازای $x=۱۰$ مقدار پیش‌بینی شده برای Y عبارت است از: (حسابداری ـ آزاد ۹۰)

۱) ۵ کیلوگرم ۲) ۷ کیلوگرم ۳) ۱۰ کیلوگرم ۴) ۲ کیلوگرم

۱۴۹ـ براساس این داده‌ها شیب خط رگرسیون کدام است؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

X	۵	۷	۹
Y	۲۰	۱۵	۱۳

۱) $-۱/۰۰$ ۲) $-۱/۷۵$
۳) $-۲/۰۰$ ۴) $-۲/۷۵$

۱۵۰ـ پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسون به وسیله کدام یک از این عبارت‌ها بهتر توصیف می‌شود؟ (مدیریت بازرگانی ـ آزاد ۹۰)

۱) $\sum(y-\hat{y})^۲$ ۲) $\sum(y+\hat{y})^۲$ ۳) $\sum(y-\bar{y})^۲$ ۴) $\sum(y+\bar{y})^۲$

۱۵۱ـ ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y از جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری ـ سراسری ۹۱)

X	۵	۷	۸	۱۲
Y	۹	۸	۵	۶

۱) $\frac{-۱۱}{\sqrt{۲۴۰}}$ ۲) $\frac{-۱۱}{\sqrt{۲۶۰}}$
۳) $\frac{-۷}{\sqrt{۲۲۰}}$ ۴) $\frac{-۹}{\sqrt{۲۶۰}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}=\dfrac{0/6\sqrt{25}}{\sqrt{1-0/36}}=3/75 \\ t_{0/025,25}=2 \end{array}\right\} \text{ناحیه بحرانی}: t>t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \Rightarrow 3/75>2 \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود.}$$

۲ـ گزینه «۳» هر سه فرض دیگر جزء فروض رگرسیونی است که در متن کتاب مدرسان شریف گفته شده است.

۳ـ گزینه «۲» ضریب تعیین، توان دوم ضریب همبستگی است.

$$\rho=\frac{COV(x,y)}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{-18}{5\times 4}=-0/9 \Rightarrow \rho^2=(-0/9)^2=0/81 \Rightarrow 1-0/81=0/19$$

۴ـ گزینه «۱» این نمودار علت رابطه دو متغیر را نشان نمی‌دهد بلکه رابطه بین X و Y را از نظر شدت همبستگی نشان می‌دهد.

۵ـ گزینه «۳» طبق تعریف ضریب تعیین ابتدا ضریب همبستگی را بدست می‌آوریم. می‌دانیم که ضریب تعیین توان دوم ضریب همبستگی خطی می‌باشد.

$$\rho=\frac{COV(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{32}{8\times 5}=0/8 \quad ، \quad \text{ضریب تعیین} = r^2=(0/8)^2=0/64$$

۶ـ گزینه «۳» از رابطه ضریب همبستگی خطی $r=\dfrac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{x}=\dfrac{\sum x_i}{n}=\dfrac{8}{4}=2 \\ \bar{y}=\dfrac{\sum y_i}{n}=\dfrac{12}{4}=3 \end{cases}$$

x	y	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$
۱	۳	−۱	۰
۲	۲	۰	−۱
۴	۵	۲	۲
۱	۲	−۱	−۱

$\Rightarrow$

$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$
۰	۱	۰
۰	۰	۱
۴	۴	۴
۱	۱	۱
$\sum=5$	$\sum=6$	$\sum=6$

$$r_{xy}=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2\sum(y-\bar{y})^2}}=\frac{5}{\sqrt{6\times 6}}=\frac{5}{6}$$

۷ـ گزینه «۱» ابتدا شیب خط رگرسیون را به‌دست می‌آوریم:

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{-15}{10}=\frac{-3}{2} \quad \text{(شیب خط)}$$

با توجه به این‌که معادله خط رگرسیون برآورد شده از نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ عبور می‌کند، عرض از مبدأ به‌دست می‌آید:

$$\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x} \Rightarrow \hat{\alpha}=5-(-\frac{3}{2})\times 4=5+6=11 \quad \text{(عرض از مبدأ)}$$

$$\hat{y}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}x=11+\frac{-3}{2}x \quad \text{(معادله خط رگرسیون)}$$

راه حل تستی: با توجه به این‌که معادله خط رگرسیون از نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ می‌گذرد، نقطه $(\bar{x}=4,\bar{y}=5)$ را در گزینه‌ها امتحان می‌کنیم و مشاهده می‌شود که فقط در گزینه ۱ صدق می‌کند.

۸ـ گزینه «۱» ضریب تعیین، توان دوم ضریب همبستگی می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۳» توجه کنید برای مقایسه شدت همبستگی دو متغیر از ضریب تعیین استفاده می‌کنیم: بنابراین ابتدا آنها را به‌دست می‌آوریم:

$$r_1^2 = (۰/۹۰)^2 = ۰/۸۱ \quad \Rightarrow \frac{۰/۸۱}{۰/۰۹} = ۹$$
$$r_2^2 = (۰/۳۰)^2 = ۰/۰۹$$

۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا ضریب همبستگی خطی را بدست می‌آوریم تا بتوانیم مقدار ضریب تعیین را بیان کنیم:

$$\rho = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{۳۲/۴}{۶\times۶} = ۰/۹ \quad ; \quad \rho^2 = (۰/۹)^2 = ۰/۸۱$$

۱۱ـ گزینه «۱» $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ را بدست می‌آوریم تا معادله خط را بنویسیم:

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{(۲۵\times۳۰) - (۷۵\times۵۰)}{(۲۵\times۶۲۵) - (۷۵)^2} = \frac{-۳۰۰۰}{۱۰۰۰۰} = -۰/۳$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = \frac{\sum Y_i}{n} - \hat{\beta}\times\frac{\sum X_i}{n} = \frac{۵۰}{۲۵} - (-۰/۳\times\frac{۷۵}{۲۵}) = ۲/۹ \qquad \hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X \Rightarrow \hat{Y} = ۲/۹ - ۰/۳X$$

راه حل تستی: نقطه $(\bar{x} = ۳, \bar{y} = ۲)$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند تنها گزینه مورد نظر گزینه (۱) است.

۱۲ـ گزینه «۴» چهارمین مؤلفه اصلی در سری‌های زمانی تغییرات نامنظم است.

۱۳ـ گزینه «۴» ابتدا معادله خط رگرسیون یا همان معادله خط پیش‌بینی را بدست می‌آوریم:

$$\hat{\beta}(\text{شیب خط}) = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{۲۰\times۱۱۵۰ - (۲۰\times۵)\times(۲۰\times۱۰)}{۲۰\times۵۵۰ - (۱۰۰)^2} = \frac{۳۰۰۰}{۱۰۰۰} = ۳$$

$$\hat{\alpha}(\text{عرض از مبدأ}) = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = ۱۰ - ۳\times۵ = -۵ \Rightarrow \bar{y} = -۵ + ۳x$$

اکنون در خط پیش‌بینی مقدار $x = ۶$ را قرار می‌دهیم:

$$\hat{y} = -۵ + ۳\times۶ = ۱۳$$

۱۴ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\hat{\rho} = R = r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{SS_y}} = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$= \frac{(۱۰\times۱۶۰) - (۳۰)(۴۰)}{\sqrt{(۱۰\times۲۳۴) - (۳۰)^2}\sqrt{(۱۰\times۱۹۶ - (۴۰)^2}} = \frac{۴۰۰}{\sqrt{۱۴۴۰}\sqrt{۳۶۰}} = \frac{۴۰۰}{۷۲۰} = ۰/۵۵$$

۱۵ـ گزینه «۳» با استفاده از آماره مناسب $t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^2}}$ مقدار آن برابر است با: $t = ۲/۰۲$ از طرفی نقطه بحرانی عبارت است از: $t_{\frac{\alpha}{۲},n-۲} = ۱/۹۸$ که مقدار جدول $t > t_{\frac{\alpha}{۲},n-۲}$ بنابراین $H_۰$ رد می‌شود.

۱۶ـ گزینه «۲» طبق نکته ۱ گفته شده در متن کتاب اگر رگرسیون Y بر حسب X به صورت $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ و رگرسیون X بر حسب Y به صورت $\hat{x} = \alpha' + \beta' y$ باشد. $r^2 = \hat{\beta}\times\hat{\beta}'$ بنابراین:

$$r^2 = (-۰/۴)(-۱/۶) = ۰/۶۴ \Rightarrow r = \pm\sqrt{۰/۶۴} = \pm ۰/۸$$

دراینجا توجه کنید که شیب هر دو خط رگرسیون منفی می‌باشد بنابراین: $r = -۰/۸$ قابل قبول می‌باشد.

۱۷ـ گزینه «۱» درصد تغییرات Y به وسیلهٔ X توسط ضریب تعیین معلوم می‌شود. بنابراین ضریب همبستگی خطی را بدست می‌آوریم تا ضریب تعیین مشخص گردد.

$$\rho = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{-۳۶}{۸\times۵} = -۰/۹ \qquad \text{ضریب تعیین} = \rho^2 = (۰/۹)^2 = ۰/۸۱$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ گزینه «۲» معادله شیب به صورت روبرو است:

$$\hat{\beta}=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^{۲}-(\sum x)^{۲}}=\frac{(۳\times ۳۲۲)-(۲۱\times ۴۸)}{(۳\times ۱۵۵)-(۲۱)^{۲}}=\frac{-۴۲}{۲۴}=-۱/۷۵$$

۱۹ـ گزینه «۴» طبق رابطه شیب خط رگرسیون خواهیم داشت:

$$\hat{b}=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^{۲}-(\sum x)^{۲}}=\frac{(۵\times ۱۰۸)-(۱۳\times ۲۷)}{(۵\times ۵۱)-(۱۳)^{۲}}=\frac{۱۸۹}{۸۶}=۲/۲$$

۲۰ـ گزینه «۴» همبستگی رشته‌ای همبستگی بین خطاها می‌باشد که به آن خود همبستگی گفته می‌شود مهمترین آزمون برای تشخیص آن، آزمون دوربین ـ واتسون می‌باشد.

۲۱ـ گزینه «۳» طبق تعریف ضریب تعیین، درصد تغییرات متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل توضیح داده می‌شود همان $R^{۲}$ می‌باشد .

۲۲ـ گزینه «۲» اگر $r_{۱۲}=۰$ (همبستگی بین دو متغیر مستقل $X_۱$ و $X_۲$) باشد، ضریب تعیین از حاصل جمع مربعات ضرائب همبستگی ساده بین متغیر Y با هر یک از متغیرهای $X_۱$ و $X_۲$ تعیین می‌شود:

$$\xrightarrow[r_{۱۲}=۰]{\text{در صورتی که}} R^{۲}=r^{۲}_{x_۱y}+r^{۲}_{x_۲y}$$

۲۳ـ گزینه «۲» ضریب همبستگی شاخصی است بدون واحد که علاوه بر تعیین جهت و نوع ارتباط دو متغیر تصادفی، شدت ارتباط آن‌ها را از جهت کامل یا ناقص بودن مشخص می‌کند و از طریق مجذور آن $R^{۲}=r^{۲}_{x,y}$ می‌توانیم ضریب تعیین را به‌دست آوریم که معیاری برای تعیین تغییرات متغیر وابسته Y نسبت به متغیر مستقل X است.

۲۴ـ گزینه «۳» ضریب همبستگی شاخصی است بدون واحد که در بازه محدود $-۱\le r\le ۱$ بوده که علاوه بر تعیین جهت (مستقیم، معکوس) و نوع ارتباط (خطی، غیر خطی)، شدت ارتباط خطی دو متغیر را (فقط از جهت کامل یا ناقص بودن) نشان می‌دهد.

۲۵ـ گزینه «۴» چون بین دو متغیر تأثیر معکوس وجود دارد، ضریب همبستگی $(r<۰)$ منفی است و با مجذور آن می‌توان ضریب تعیین (تبیین) را مشخص کرد. بنابراین رابطه بین واحد مسکونی و ترافیک معابر می‌تواند متباین (تبیین شده) باشد.

۲۶ـ گزینه «۱» متغیر وابسته تحت تأثیر مستقیم متغیر مستقل قرار دارد. در واقع تغییر (افزایش یا کاهش) در متغیر مستقل باعث تغییر (افزایش یا کاهش) در متغیر وابسته خواهد شد. بنابراین افزایش سرانه مسکونی منجر به (باعث) کاهش سرانه فضای سبز می‌شود:

متغیر وابسته = سرانه فضای سبز، متغیر مستقل= سرانه مسکونی است.

۲۷ـ گزینه «۱» درصد تغییرات Y که تحت تأثیر متغیر X هستند تعریف ضریب تعیین می‌باشد که این ضریب برابر است با مربع ضریب همبستگی خطی $(R^{۲})$. بنابراین ۴۹٪ از تغییرات Y تحت تأثیر متغیر مستقل X هستند.

$$R^{۲}=(۰/۷۰)^{۲}=۰/۴۹$$

ولی در سؤال پرسیده شده است که چند درصد تحت تأثیر نیستند. بنابراین:

$$۱-۰/۴۹=\%۵۱$$

۲۸ـ گزینه «۲» طبق نکته (۱) گفته شده در متن $r^{۲}=\hat{\beta}\times\hat{\beta}'$ بنابراین $r^{۲}=(۱/۹۲)\times(۰/۴۲)=۰/۸۰۶۴$ لذا: $r=\sqrt{r^{۲}}=\sqrt{۰/۸۰۶۴}=۰/۸۹۸۰$

۲۹ـ گزینه «۳» ۴ برابر قوی‌تر است، چرا که ضریب تعیین‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم: $r_۱=۰/۶\Rightarrow r_۱^{۲}=۰/۳۶\quad ,\quad r_۲=۰/۳\Rightarrow r_۲^{۲}=۰/۰۹$

۳۰ـ گزینه «۱» سری‌های زمانی که تغییرات منظم دارند.

۳۱ـ گزینه «۳» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی:

$$\rho=\frac{COV(X,Y)}{\sigma_x\sigma_y}=\frac{۱۰}{۵\times ۳}=\frac{۲}{۳}$$

۳۲ـ گزینه «۳» مقدار ضریب تعیین نشان دهنده نقش متغیرهای مستقل در ساخت متغیر وابسته است. (به متن درس مراجعه کنید)

۳۳ـ گزینه «۲» در رگرسیون دو متغیره مقدار SST همان مجموع مربعات متغیر پاسخ وابسته است.

$$SST=\sum y^{۲}=\sum(y_i-\bar{y})^{۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۴ـ گزینه «۳»

$$S_{xy}=\sum xy=۳۲۴۰ \quad ; \quad SSReg=\hat{\beta}_۱.S_{xy} \Rightarrow SSReg=۱۱/۵۷\times ۳۲۴۰=۳۷۴۸۶/۸$$

۳۵ـ گزینه «۳» مجموع مربعات متغیر پاسخ همان SST است.

$$SST=\sum(y_i-\bar{y})^۲$$

۳۶ـ گزینه «۴» به این پدیده همخطی گویند. در صورتی‌که بین مؤلفه‌های خطا یعنی e_iها همبستگی وجود داشته باشد به آن خود همبستگی گویند.
برای مشخص کردن پدیده همخطی از روش‌های متعددی استفاده می‌شود مانند VIF (ضریب عامل تورم واریانس) و برای تشخیص خود همبستگی از آزمون دوربین ـ واتسون استفاده می‌کنیم.

۳۷ـ گزینه «۴» در معادله خط رگرسیون $y=\alpha+\beta x$ داریم:

$$\hat{\beta}=\frac{SS_{xy}}{S_{xx}}=\frac{۱۵}{۱۲}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$$

$$\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=۳-(۱/۲۵)(۲)=۳-۲/۵=۰/۵ \quad ; \quad y=۰/۵+۱/۲۵x$$

۳۸ـ گزینه «۱» **توجه:** سوال غلط است چرا که همواره $-۱\le\rho\le ۱$ ولی اگر به صورت غلط حل کنی. از رابطه بین $\hat{\beta}$ و r استفاده می‌کنیم تا $\hat{\beta}$ را محاسبه کنیم سپس مقدار $\hat{\alpha}$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم معادله خط رگرسیون (معادله خط پیش‌بینی) را محاسبه کنیم:

$$\rho=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}}=\frac{۱۸}{۳\times ۳}=۲$$

$$\begin{cases}\hat{\beta}=r\cdot\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\Rightarrow\hat{\beta}=۲\times\dfrac{۳}{۳}=۲\\ \hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=۲-۲\times ۲=-۲\end{cases}\Rightarrow\hat{y}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}x=-۲+۲x$$

اکنون در خط پیش‌بینی مقدار y را به ازای $x=۵$ محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{y}=-۲+۲\times(۵)=۸$$

۳۹ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ در معادله رگرسیون صدق می‌کند اما نقطه $(۴,۲)$ در هیچ معادله‌ای صدق نمی‌کند.

۴۰ـ گزینه «۲» تغییرات Y که توسط X بیان می‌شود تعریف ضریب تغییرات است که $R^۲=r^۲=(۰/۹۲)^۲=۸۴/۶۴\%$

۴۱ـ گزینه «۳» ضریب تعیین برابر با $R^۲=۰/۸۱$ است بنابراین $R=r=\pm۰/۹$ اما از طرفی شیب خط رگرسیون ۲/۵- می‌باشد، لذا $r=-۰/۹$ قابل قبول می‌باشد چرا که شیب منفی نشان دهنده ارتباط منفی است.

۴۲ـ گزینه «۳» طبق رابطه عرض از مبدأ خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=\frac{۲۰}{۵}-(-۱۰).\frac{۱۰۰}{۵}=۴+۲۰۰=۲۰۴$$

۴۳ـ گزینه «۲» توجه کنید که نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند.

$$\bar{y}=۲\bar{x}+۳ \Rightarrow \bar{y}=۲\times ۴+۳=۱۱$$

۴۴ـ گزینه «۱» آزمون t و F نتایجی معادل دارند. آماره F در جدول آنالیز واریانس و آماره t برای آزمون ساده شیب خط استفاده می‌شود.

۴۵ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ضریب تعیین خواسته شده است که توان دوم ضریب همبستگی خطی می‌باشد.

$$r=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^۲}\sqrt{\sum(y_i-\bar{y})^۲}}=\frac{۳۰}{\sqrt{۴۰}\sqrt{۱۰۰}}=۰/۴۷\Rightarrow r^۲=۰/۲۲۵$$

۴۶ـ گزینه «۲» توجه کنید که a شیب خط $(\hat{\beta})$ است:

$$y=ax+b \qquad a=\frac{\sum x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^۲-n\bar{x}^۲}=\frac{۱۱۲-۳\times۵\times۸}{۸۳-۳\times۲۵}=\frac{-۸}{۸}=-۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۷ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} y=\hat{\alpha}+\hat{\beta}x \\ x=\hat{\alpha}'+\hat{\beta}'y \end{cases} \Rightarrow \text{ضریب تعیین } R^2=\hat{\beta}\hat{\beta}'$$

توجه کنید که شیب هر دو خط مثبت است پس $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$ قابل قبول است:

$$\begin{cases} y=x+1 \\ x=\frac{1}{2}y-1 \end{cases} \Rightarrow R^2=1\times\frac{1}{2} \Rightarrow r=\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴۸ـ گزینه «۳» توجه کنید که:

خط رگرسیون همواره از نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ می‌گذرد.

$$\begin{cases} \bar{y}=m\bar{x}+\frac{3}{2} \Rightarrow 2=m\times 2+\frac{3}{2} \Rightarrow 2m=\frac{1}{2} \Rightarrow m=\frac{1}{4} \\ \bar{x}=k\bar{y}+1 \Rightarrow 2=k\times 2+1 \Rightarrow 2k=1 \Rightarrow k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\hat{\alpha}+\hat{\beta}x \\ x=\hat{\alpha}'+\hat{\beta}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2} \\ x=\frac{1}{2}y+1 \end{cases} \rightarrow R^2=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2} \rightarrow r=\pm\sqrt{\frac{1}{8}}=\pm\frac{1}{2\sqrt{2}} \overset{K>0,\ m>0}{=\!=\!=} \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۴۹ـ گزینه «۳» معنی‌دار بودن رگرسیون از آزمون F پیروی می‌کند. که توسط جدول آنالیز واریانس بیان می‌شود هر چند که آزمون معنی‌دار بودن شیب خط رگرسیون توسط آزمون t انجام می‌شود.

۵۰ـ گزینه «۴»

$r^2=0/64 \Rightarrow r=\sqrt{0/64}=\pm 0/8$

چون شیب خط (ضریب x) در معادله خط رگرسیونی مثبت است در نتیجه x و y رابطه خطی مثبت دارند و $r=0/8$ قابل قبول است.

۵۱ـ گزینه «۴» **روش اول:** با توجه به این‌که مقدار $\bar{x}$ عدد صحیح نمی‌شود، بکارگیری فرمول زیر مناسب است.

x	y	xy	x^2	y^2
۳	۳	۹	۹	۹
۴	۵	۲۰	۱۶	۲۵
۵	۷	۳۵	۲۵	۴۹
۱۰	۱۷	۱۷۰	۱۰۰	۲۸۹
$\sum x=22$	$\sum y=32$	$\sum xy=234$	$\sum x^2=150$	$\sum y^2=372$

$$r=\frac{\sum xy-\frac{\sum x\sum y}{n}}{\sqrt{(\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{n})(\sum y^2-\frac{(\sum y)^2}{n})}}=\frac{234-\frac{22\times 32}{4}}{\sqrt{(150-\frac{(22)^2}{4})(372-\frac{(32)^2}{4})}}=\frac{58}{\sqrt{29\times 116}}=\frac{58}{\sqrt{29\times 29\times 4}}=\frac{58}{29\times 2}=\frac{58}{58}=1$$

روش دوم: با کمی دقت بین هر زوج (x,y) متوجه خواهیم شد که رابطه $y=2x-3$ بین تمام نقاط (x,y) برقرار است (مقدار هر y، ۳ واحد کمتر از دو برابر x است).

حال از آنجا که شیب خط مثبت و تمام نقاط در رابطه صدق می‌کنند، «ارتباط خطی مستقیم و شدت کامل» خواهد بود. در نتیجه $r_{x,y}=+1$ است.

۵۲ـ گزینه «۴»

x	۳	۴	۵	۱۰	$\sum x=22$	$\bar{x}=5/5$
y	۳	۵	۷	۱۷	$\sum y=32$	$\bar{y}=8$
x^2	۹	۱۶	۲۵	۱۰۰	$\sum x^2=150$	$\bar{x}^2=37/5$
y^2	۹	۲۵	۴۹	۲۸۹	$\sum y^2=372$	$\bar{y}^2=93$
xy	۹	۲۰	۳۵	۱۷۰	$\sum xy=234$	$\overline{xy}=58/5$

$$r_{xy}=\frac{\bar{x}\bar{y}-\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2-\bar{x}^2)(\bar{y}^2-\bar{y}^2)}}$$

$$=\frac{58/5-(5/5)(8)}{\sqrt{(37/5-30/25)(93-64)}}=\frac{14/5}{14/5}=1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵۳ـ گزینه «۳» در رگرسیون چند متغیره خواهیم داشت: $df_r = k = ۸ \quad ; \quad df_e = n - k - ۱ = ۱۲۱ - ۸ - ۱ = ۱۱۲$

۵۴ـ گزینه «۲» همواره نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند نقطه (۲/۵ و ۲/۵) تنها در گزینه (۲) صدق می‌کند.

۵۵ـ گزینه «۳» یکی از مفروضات رگرسیون استقلال خطاها می‌باشد. $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = ۰$

عدم برقراری این فرض خود همبستگی نام دارد و آزمون آن توسط آزمون دوربین ـ واتسون انجام می‌شود.

۵۶ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی ابتدا مقدار r را محاسبه می‌کنیم. ضریب تعیین توان دوم ضریب همبستگی خطی است:

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} SS_y}} \Rightarrow \begin{cases} S_{xy} = n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i) = (۱۰ \times ۲۲۰) - (۵۵)(۵۵) = -۸۲۵ \\ S_{xx} = n\sum x_i^۲ - (\sum x_i)^۲ = (۱۰ \times ۳۸۵) - (۵۵)^۲ = ۸۲۵ \\ SS_y = n\sum y_i^۲ - (\sum y_i)^۲ = (۱۰ \times ۳۸۵) - (۵۵)^۲ = ۸۲۵ \end{cases} \Rightarrow r = \frac{-۸۲۵}{\sqrt{(۸۲۵)^۲}} = -۱ \Rightarrow r^۲ = ۱$$

۵۷ـ گزینه «۴» دامنه آماره دوربین ـ واتسون بین صفر تا ۴ است. دوربین ـ واتسون یک آزمون است که برای ناهمبستگی خطاها استفاده می‌شود.

۵۸ـ گزینه «۲» در معادله رگرسیون نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ صدق می‌کند نقطه $(۵/۵, ۵/۵)$ تنها در خط $\hat{y} = ۱۱ - x$ صدق می‌کند.

۵۹ـ گزینه «۴» در صورتی که آماره دوربین واتسون صفر باشد نشان دهنده عدم وجود خود همبستگی در خطاها می‌باشد.

۶۰ـ گزینه «۳» مقدار $R^۲ = \frac{SSReg}{SST}$ می‌باشد، بنابراین: $\frac{SSReg}{SST} = ۱ \Rightarrow SSReg = SST$.

۶۱ـ گزینه «۲» طبق نکته (۱) در متن کتاب مدرسان شریف $r^۲ = \hat{\beta} \times \hat{\beta}'$ بنابراین $r^۲ = (-۱/۶) \times (-۰/۴) = ۰/۶۴$ اما توجه کنید که شیب دو خط منفی است. بنابراین:

$$\Rightarrow r = \sqrt{۰/۶۴} = \pm ۰/۸ \Rightarrow r = -۰/۸$$

۶۲ـ گزینه «۱» برای آزمون کردن فرضیه $H_۰ : \rho = ۰$ ابتدا آماره آزمون را محاسبه می‌کنیم.

$$t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}} = \frac{\sqrt{۰/۲}\sqrt{۲۲-۲}}{\sqrt{۱-۰/۲}} = ۲/۲۴ \Rightarrow \text{مقدار آماره آزمون} > \text{نقطه بحرانی} \Rightarrow H_۰ \text{ رد می‌شود} \quad ، \quad ۲/۲۴ > ۲/۱۰۱$$

۶۳ـ گزینه «۱» مقادیر a و b را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$b(\text{شیب خط}) = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲} = \frac{۵۶ - ۷ \times ۰}{۲۸ - ۷ \times ۰} = ۲ \qquad a(\text{عرض از مبدأ}) = \bar{y} - b\bar{x} = ۳ - ۲ \times ۰ = ۳$$

۶۴ـ گزینه «۴» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}} = \frac{۰/۸\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۱-۰/۶۴}} = \frac{۳/۲}{۰/۶} = ۵/۳$$

۶۵ـ گزینه «۴» طبق رابطه شیب خط:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \qquad \hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲} = \frac{۱۳۳ - ۴ \times ۷ \times ۵}{۲۱۰ - ۴ \times ۴۹} = \frac{-۷}{۱۴} = -۰/۵$$

۶۶ـ گزینه «۳» رابطه بین ضریب همبستگی (r) و شیب خط رگرسیون $(\hat{b})$ به صورت روبرو است: $r = \hat{\beta}\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} \Rightarrow r = ۶/۳۲\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶۷ـ گزینه «۱» از رابطه ضریب همبستگی خطی به‌صورت $r=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\bar{y})^2}}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases}\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{۶}{۳}=۲\\ \bar{y}=\frac{\sum y_i}{n}=\frac{۹}{۳}=۳\end{cases}$$

x	y	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$
۰	۵	-۲	۲
۲	۳	۰	۰
۴	۱	۲	-۲

$\longrightarrow$

$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$
-۴	۴	۴
۰	۰	۰
-۴	۴	۴
$\sum=-۸$	$\sum=۸$	$\sum=۸$

$$r_{xy}=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2\sum(y-\bar{y})^2}}=\frac{-۸}{\sqrt{۸\times۸}}=\frac{-۸}{۸}=-۱$$

۶۸ـ گزینه «۱»

x	۰	۴	۳	۱	$\sum x=۸$	$\bar{x}=۲$
y	۴	۱	-۱	۰	$\sum y=۴$	$\bar{y}=۱$
xy	۰	۴	-۳	۰	$\sum xy=۱$	$\overline{xy}=\frac{۱}{۴}$
x^2	۰	۱۶	۹	۱	$\sum x^2=۲۶$	$\bar{x}^2=۶/۵$
y^2	۱۶	۱	۱	۰	$\sum y^2=۱۸$	$\bar{y}^2=۴/۵$

$$r_{xy}=\frac{\overline{xy}-\bar{x}.\bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2-\bar{x}^2)(\bar{y}^2-\bar{y}^2)}}$$
$$=\frac{۰/۲۵-(۱)(۲)}{\sqrt{(۶/۵-۴)(۴/۵-۱)}}=\frac{-۱/۷۵}{\sqrt{۸/۷۵}}=\frac{-۱/۷۵}{۵\sqrt{۰/۳۵}}=\frac{-\sqrt{۳۵}}{۱۰}$$

۶۹ـ گزینه «۳» اگر $\alpha=\beta=۰$ باشد یعنی هیچ ارتباط خطی بین X و Y وجود ندارد یعنی ضریب همبستگی خطی $R=۰$ است. بنابراین $R^2=۰$ می‌باشد.

۷۰ـ گزینه «۲» ضریب تعیین تعدیل شده $\bar{R}^2$ ضریب تعیینی می‌باشد که در رگرسیون چند متغیره (که در اینجا k متغیر معرفی شده) بکـار مـی‌رود ایـن ضریب تعیین به صورت روبرو تعریف می‌شود:

$$\bar{R}^2=۱-\frac{(n-۱)}{(n-k)}(۱-R^2)$$

R^2: ضریب تعیین بین چند متغیر می‌باشد.

اکنون برای آنکه $\bar{R}^2$ منفی باشد باید به صورت روبرو عمل کنیم:

$$\bar{R}^2<۰\Rightarrow ۱-\frac{n-۱}{n-k}(۱-R^2)<۰\Rightarrow -\frac{n-۱}{n-k}(۱-R^2)<-۱$$

$$\frac{n-۱}{n-k}(۱-R^2)>۱\Rightarrow \frac{n-۱}{n-k}-\frac{n-۱}{n-k}R^2>۱\Rightarrow -\frac{n-۱}{n-k}R^2>۱-\frac{n-۱}{n-k}\Rightarrow R^2<\frac{n-k-n+۱}{-n+۱}\Rightarrow R^2<\frac{k-۱}{n-۱}$$

۷۱ـ گزینه «۱» درصدی از تغییرات Y که توسط X توضـیح داده مـی‌شـود همـان ضـریب تعیـین اسـت کـه مربـع ضـریب همبسـتگی خطـی مـی‌باشـد. بنابراین $R^2=r^2=(۰/۵)^2=۰/۲۵$ از تغییرات Y تحت تأثیر متغیر X نمی‌باشد. $۱-R^2=۱-۰/۲۵=۰/۷۵$

۷۲ـ گزینه «۴» با نگاهی دقیق به جدول متوجه می‌شویم که با افزایش یک واحد به مقادیر X یک واحد به مقادیر Y نیز اضافه می‌شـود. بنـابراین ضـریب همبستگی خطی کامل و مستقیم است لذا $r=۱$.

۷۳ـ گزینه «۳» ابتدا n را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=۲۰\Rightarrow\frac{\sum x_i}{n}=۲۰\Rightarrow\frac{۱۰۰}{n}=۲۰\Rightarrow ۲۰n=۱۰۰\Rightarrow n=۵$$

در رابطه عرض از مبدأ قرار می‌دهیم:

$$\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=\frac{\sum y_i}{n}-\hat{\beta}\times\frac{\sum x_i}{n}=\frac{۲۰}{۵}-(-۲)\times\frac{۱۰۰}{۵}=۴۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷۴ـ گزینه «۲» ضریب زاویه رگرسیون عبارت است از:

$$\hat{\beta}=\frac{n\sum x_iy_i-(\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^2-(\sum x_i)^2}=\frac{(۴\times۲۰)-(۱۰)(۱۰)}{۴\times۳۰-(۱۰)^2}=\frac{-۲۰}{۲۰}=-۱$$

۷۵ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی $r=\frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}SS_y}}$ مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$S_{xy}=n\sum x_iy_i-(\sum x_i)(\sum y_i)=(۴\times۱۵)-(۸)(۸)=-۴$$

$$S_{xx}=n\sum x_i^2-(\sum x_i)^2=(۴\times۲۲)-(۸)^2=۲۴ \qquad \Rightarrow r=\frac{-۴}{\sqrt{۲۴\times۲۴}}=-۰/۱۶$$

$$SS_y=n\sum y_i^2-(\sum y_i)^2=(۴\times۲۲)-(۸)^2=۲۴$$

۷۶ـ گزینه «۲» با توجه به نکته (۱) مقدار $r^2=\hat{\beta}\times\hat{\beta}'$ بنابراین:

$$r^2=۰/۶۱۹\times۰/۸۰۲=۰/۴۹۶\Rightarrow r=۰/۷$$

۷۷ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. اصلاً $\hat{b}_۰=۰/۴$ می‌شود. کلاً مسئله ایراد دارد.

از رابطه عرض از مبدأ استفاده می‌کنیم:

$$\hat{b}_۰=\bar{y}-\hat{b}_۱\bar{x}\Rightarrow ۰/۲=\frac{۱۵}{۵}-\hat{b}_۱\times\frac{۴۰}{۵}\Rightarrow ۰/۲=۳-۸\hat{b}_۱\Rightarrow\hat{b}_۱=۰/۳۵$$

۷۸ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه $R^2=\frac{SSReg}{SST}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{۷۵}{۱۰۰}=\frac{SSReg}{۲۰۰}\Rightarrow SSReg=۱۵۰\Rightarrow SST=SSR+SSE\Rightarrow SSE=SST-SSR=۲۰۰-۱۵۰=۵۰$$

۷۹ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق رابطه عرض از مبدأ خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha}_۰=\bar{y}-\hat{\beta}_۱\bar{x}=۶-(-۱/۲)(۴)=۱۰/۸$$

۸۰ـ گزینه «۳» ضریب تعیین برابر است با: (توجه کنید رگرسیون چند متغیره است)

$$R^2=\frac{SSReg}{SSReg+SSE}=\frac{۶۰۰}{۶۰۰+۴۰۰}=۰/۶$$

۸۱ـ گزینه «۱» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$F=\frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-۱}}=\frac{\frac{۶۰۰}{۳}}{\frac{۴۰۰}{۴۴-۳-۱}}=\frac{۲۰۰}{۱۰}=۲۰$$

۸۲ـ گزینه «۴» دامنه آماره دوربین ـ واتسون همواره بین صفر تا ۴ است.

۸۳ـ گزینه «۴» اگر در معادله خط رگرسیون به جای $x=۱۰$ را قرار دهیم متوجه می‌شویم که $y=۲۰۰-۸(۱۰)=۱۲۰$ در حالیکه مقدار واقعی آن به ازای $x=۱۰$ طبق گفته صورت مسأله برابر با ۱۳۰ می‌باشد بنابراین متوجه می‌شویم که ضریب همبستگی کامل نیست یعنی: $r=+۱$ یا $r=-۱$ نمی‌باشد از طرفی شیب خط رگرسیون منفی است بنابراین: $-۱<r<۰$.

۸۴ـ گزینه «۲» طبق روابط $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ خواهیم داشت:

$$\hat{\beta}_۰=\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}_۱\bar{x}=۴-\frac{۱۱}{۱۴}\times۲=\frac{۱۷}{۷}\quad\text{(عرض از مبدأ)}$$

$$\hat{\beta}_۱=\frac{\sum x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{۴۳-۴\times۲\times۴}{۳۰-۴\times۴}=\frac{۱۱}{۱۴}\quad\text{(شیب خطا)}$$

۸۵ـ گزینه «۳» دو آزمون $\begin{cases}H_۰:\beta=۰\\H_۱:\beta\neq۰\end{cases}$ و $\begin{cases}H_۰:\rho=۰\\H_۱:\rho\neq۰\end{cases}$ با یکدیگر معادلند هر دو عدم وجود رابطه X و Y را آزمون می‌کنند.

$$t=\frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^2}}=\frac{۰/۸\sqrt{۱۸-۲}}{\sqrt{۱-۰/۶۴}}=\frac{۳/۲}{۰/۶}=۵/۳۳$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸۶ـ گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S_{xy} = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = ۵۷ - ۵\times ۴\times ۳ = -۳ \\ S_{xx} = \sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲ = ۹۰ - ۵\times ۱۶ = ۱۰ \\ SS_y = \sum y_i^۲ - n\bar{y}^۲ = ۵۵ - ۵\times ۹ = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}} = \frac{-۳}{\sqrt{۱۰\times ۱۰}} = -۰/۳$$

۸۷ـ گزینه «۴» رابطه شیب خط به‌صورت روبرو است:

$$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲}$$

۸۸ـ گزینه «۳» تعریف همخطی آن است که بین متغیرهای مستقل (X_i)ها یا عوامل رگرسیونی رابطه و وابستگی وجود دارد و همخطی یک خاصیت نامطلوب است. به وابستگی بین خطاها (e_i) خود همبستگی گویند.

۸۹ـ گزینه «۴» همواره نقطه $(\bar{x},\bar{y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند و این نقطه یعنی $(۴,۱۰)$ فقط در گزینه ۴ صدق می‌کند.

۹۰ـ گزینه «۳» همواره نقطه $(\bar{x}=۳,\bar{y}=۶)$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند که این نقطه فقط در گزینه ۳ صدق می‌کند.

۹۱ـ گزینه «۱» برای آزمون معنی داری از آزمون t به صورت $t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}}$ استفاده می‌کنیم که این مقدار برابر است با:

$$t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}} \Rightarrow t = \frac{۰/۹\sqrt{۲۱-۲}}{\sqrt{۱-۰/۸۱}} = \frac{۳/۹۲۳}{۰/۴۳۵} = ۹ \Rightarrow t = \frac{۰/۹\sqrt{۱۹}}{\sqrt{\frac{۱۹}{۱۰۰}}} = \frac{۰/۹\sqrt{۱۹}}{\frac{\sqrt{۱۹}}{۱۰}} = ۹$$

۹۲ـ گزینه «۴» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی ابتدا مقدار r را به دست آورده سپس مقدار آن را به توان دو می‌رسانیم تا ضریب تعیین به دست آید.

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{(n\sum x_i^۲ - (\sum x_i)^۲)\times(n\sum y_i^۲ - (\sum y_i)^۲)}} = \frac{(۵\times ۵۵) - (۱۵)(۱۵)}{\sqrt{(۵\times ۵۵ - (۱۵)^۲)\times(۵\times ۵۵ - (۱۵)^۲)}} = ۱ \Rightarrow r^۲ = ۱$$

۹۳ـ گزینه «۲» طبق تعریف ضریب تعیین $r^۲ = \frac{SSReg}{SS_T}$ بنابراین $r^۲ = \frac{SSReg}{SS_R + SS_E}$

$$r^۲ = \frac{۳۶۰}{۳۶۰+۴۰} = ۰/۹$$

۹۴ـ گزینه «۲» آماره مناسب برای آزمون ضریب همبستگی را بدست می‌آوریم:

$$t = \frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}} = \frac{۰/۹\times\sqrt{۳۲-۲}}{\sqrt{۱-(۰/۹)^۲}} = \frac{۴/۹۲۹}{۰/۴۳} = ۱۱/۳$$

مقدار آماره آزمون به اندازه کافی بزرگ هست که $H_۰$ رد شود.

۹۵ـ گزینه «۲» مقدار عرض از مبدا و مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow ۲۰ = \frac{۸۰}{n} \Rightarrow n = ۴ \\ \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{۲۰}{۴} - (-۸)\times ۲۰ = ۱۶۵ \end{cases}$$

۹۶ـ گزینه «۴» رابطه شیب خط رگرسیون عبارت است از:

$$b = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=۱}^{n}(X_i - \bar{X})^۲} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} X_i(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=۱}^{n}(X_i - \bar{X})^۲}$$

۹۷ـ گزینه «۱» از رابطه بین شیب و ضریب همبستگی خواهیم داشت:

$$b = r\sqrt{\frac{S_x}{S_y}} = ۰/۹۵\sqrt{\frac{S_x}{S_x}} = ۰/۹۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹۸ـ گزینه «۱» توجه کنید در اینجا مدل بدون شیب خط می‌باشد. یعنی $\hat{b}=0$ می‌باشد $(y=a+bx+\varepsilon_i)$

$$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x} \Rightarrow \hat{a}=\bar{y}$$

۹۹ـ گزینه «۱» با کمک رابطه شیب خط خواهیم داشت:

$$\hat{b}=\frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}=\frac{2n-0}{n}=\frac{2n}{n}=2$$

۱۰۰ـ گزینه «۴» آماره دوربین ـ واتسون آماره‌ای است که خود همبستگی بین خطاها را آزمون می‌کند که یکی از فرض‌های اساسی رگرسیون است. دامنه آماره دوربین ـ واتسون بین ۰ تا ۴ می‌باشد. $d=\frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t-e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}e_t^2}$ تعریف می‌شود و فرض‌های $\begin{cases}H_0:\rho=0\\H_1:\rho\neq 0\end{cases}$ را تست می‌کند میانگین این آماره ۲ می‌باشد یعنی $E(d)=2$ می‌باشد.

۱۰۱ـ گزینه «۳» همواره رابطه بین t و F به صورت $t=\sqrt{F}$ وجود دارد که $t=\sqrt{25}=\pm 5$ از طرفی شیب خط منفی است لذا $t=-5$ می‌باشد.

۱۰۲ـ گزینه «۴» می‌دانیم که برای آزمون $\begin{cases}\beta=0\\\beta\neq 0\end{cases}$ از آماره $t=\frac{b}{S_b}$ استفاده می‌شود. از طرفی $t=\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ لذا:

$$\frac{b}{S_b}=\sqrt{r^2\frac{(n-2)}{1-r^2}} \Rightarrow \frac{0/72}{S_b}=\sqrt{0/36\frac{(66-2)}{(1-0/36)}} \Rightarrow S_b=\frac{0/72}{6}=0/12$$

۱۰۳ـ گزینه «۳» برآورد کننده‌ی دارای کمترین واریانس بهتر است اما دستیابی به آن مقدور نیست.

۱۰۴ـ گزینه «۳» مربع ضریب همبستگی همان ضریب تعیین یعنی R^2 می‌باشد. $R^2=r^2$

۱۰۵ـ گزینه «۲» از آماره $t=\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$r^2=0/64 \Rightarrow r=\sqrt{0/64}=0/8 \Rightarrow t=\frac{0/8\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-0/64}}=\frac{0/8\times 6}{\sqrt{0/36}}=\frac{0/8\times 6}{0/6}=8$$

۱۰۶ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه امید ریاضی استفاده می‌کنیم:

$$Y_i=\alpha+\beta x_i \Rightarrow E(Y_i)=\alpha+\beta x_i$$

۱۰۷ـ گزینه «۳» ضریب زاویه عبارت است از:

$$\hat{\beta}=\frac{n\sum x_i y_i-(\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^2-(\sum x_i)^2}=\frac{(4\times 20)-(10)(10)}{(4\times 30)-(10)^2}=\frac{80-100}{120-100}=-1$$

۱۰۸ـ گزینه «۳» با توجه به آماره آزمون مورد نظر خواهیم داشت:

$$t=\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}=\frac{0/75\sqrt{35-2}}{\sqrt{1-(0/75)^2}}=6/51$$

۱۰۹ـ گزینه «۱» یکی از فرضیات در مدل‌های رگرسیون آن است که خطاها یعنی (ε) دارای میانگین صفر می‌باشند.

۱۱۰ـ گزینه «۲» طبق تعریف این جمله نشانگر ضریب تعیین می‌باشد.

۱۱۱ـ گزینه «۳» توجه کنید که $R^2=r^2$ بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

۱۱۲ـ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\bar{y}=\frac{3+2+4+2}{4}=\frac{11}{4}$$

۱۱۳ـ گزینه «۴» با توجه به تعاریف شاخصها باشد به عنوان شاخص ضمنی قیمت تولید ناخالص ملی می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱۴ـ گزینه «۳» گزینه‌های ۱و۲ غلط هستند به دلیل آنکه در هیچکدام اشاره‌ای به کلمه لگاریتم L_t نکرده است. در حالیکه در معادله رگرسیون $\log L_t$ افزایش می‌یابد. نه خود مقدار L_t از طرفی $\hat{\beta}=۰/۷$ و $S_{\hat{\beta}}=۰/۹$ بنابراین می‌توان برقراری رگرسیون را مورد بررسی قرار داد:

$$\begin{cases} H_۰:\beta=۰ \\ H_۱:\beta\neq ۰ \end{cases} \Rightarrow t=\frac{\hat{\beta}-\hat{\beta}_۰}{S_{\hat{\beta}}}=\frac{۰/۷}{۰/۹}=۰/۷۷۸$$

که مقدار آماره آزمون از مقدار جدول کوچکتر است و بنابراین فرضیه $H_۰$ رد نمی‌شود. یعنی $B=۰$ است و با اطمینان ۹۵٪ رگرسیون برآورد شده معنی‌دار نیست.

۱۱۵ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه معادله خط رگرسیونی که از مبدأ می‌گذرد $Y=\hat{\beta}X$ می‌باشد و از طرفی نقطه $(\bar{X},\bar{Y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند:

$$\bar{Y}=\hat{\beta}\bar{X} \Rightarrow \frac{۱۶}{۱۰}=\hat{\beta}(\frac{۲۰}{۱۰}) \Rightarrow ۲\hat{\beta}=۱/۶ \Rightarrow \hat{\beta}=۰/۸$$

۱۱۶ـ گزینه «۱» طبق رابطه ضریب همبستگی مقادیر را به‌دست می‌آوریم:

x	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۴۰	۸
y	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۴۰	۸
xy	۲۴	۵۰	۶۴	۶۶	۵۶	۲۶۰	۵۲
$x^۲$	۴	۲۵	۶۴	۱۲۱	۱۹۶	۴۱۰	۸۲
$y^۲$	۱۴۴	۱۰۰	۶۴	۳۶	۱۶	۳۶۰	۷۲

$$r=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^۲}-\bar{x}^۲)(\overline{y^۲}-\bar{y}^۲)}}=\frac{۵۲-(۸)(۸)}{\sqrt{(۸۲-۶۴)(۷۲-۶۴)}}=\frac{-۱۲}{۱۲}=-۱$$

۱۱۷ـ گزینه «۱» پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسیون مقدار مجموع مربعات خطا را نشان می‌دهد که از رابطه مقابل محاسبه می‌گردد: $SSE=\sum_{i=۱}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^۲$

۱۱۸ـ گزینه «۲» رابطه شیب خط رگرسیون به‌صورت $\frac{n\sum x_iy_i-(\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^۲-(\sum x_i)^۲}$ می‌باشد. مقادیر صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم و در رابطه مورد نظر قرار می‌دهیم:

$$\hat{\beta}=\frac{۳\times(۵\times۲+۰\times۱۵+۷\times۴)-(۱۲)\times(۲۱)}{۳\times(۵^۲+۰^۲+۷^۲)-(۱۲)^۲}=\frac{۳\times(۳۸)-۲۵۲}{۳\times(۷۴)-۱۴۴}=\frac{-۱۳۸}{۷۸}=-\frac{۲۳}{۱۳}$$

۱۱۹ـ گزینه «۱» با توجه به خواص ضریب همبستگی خطی ضرب عدد ثابت در متغیرها تأثیری در ضریب همبستگی خطی ندارد: $r_{x^*,y^*}=r_{۴x,۲y}$

از طرفی $r_{x,y}=\hat{\beta}\frac{S_x}{S_y}=۲\times\frac{\sqrt{۴}}{\sqrt{۱۶}}=۱ \Rightarrow r_{x^*,y^*}=۱$

۱۲۰ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه آنتروپی خواهیم داشت:

$$H(\alpha)=-\sum_{i=۱}^{n}P_i\log P_i=-P_i\log P_۱-P_۲\log P_۲-P_۳\log P_۳$$

$$=-۰/۴\log ۰/۴-۰/۴\log ۰/۴-۰/۲\log ۰/۲=(-۰/۴)(-۰/۳۹۸)-(۰/۴)-(۰/۳۹۸)-(۰/۲)(-۰/۶۹۹)=۰/۴۵۸۱$$

۱۲۱ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه آماره آزمون مناسب برای تست ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$t=\frac{r\sqrt{n-۲}}{\sqrt{۱-r^۲}}:\begin{cases} r_۱ \text{ برای } t_۱: \frac{۰/۴۱۱۱\sqrt{۱۰-۲}}{\sqrt{۱-(۰/۴۱۱۱)^۲}}=۱/۲۷ \\ r_۲ \text{ برای } t_۲: \frac{۰/۴۲۱۱\sqrt{۱۰-۲}}{\sqrt{۱-(۰/۴۲۱۱)^۲}}=۱/۳۱ \\ r_۳ \text{ برای } t_۳: \frac{۰/۵۶۰۱\sqrt{۱۰-۲}}{\sqrt{۱-(۰/۵۶۰۱)^۲}}=۱/۹۱ \\ r_۴ \text{ برای } t_۴: \frac{۰/۴۲۰۱\sqrt{۱۰-۲}}{\sqrt{۱-(۰/۴۲۰۱)^۲}}=۱/۳۰۹ \end{cases} \Rightarrow t_۳>t_۲>t_۴>t_۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مشاهده می‌شود که مقدار آماره آزمون برای r_3 به اندازه کافی برای رد H_0 بزرگ است یعنی $t > t_{\text{جدول}}$.

۱۲۲ـ گزینه «۳» این روش مجموع مربعات خطا یعنی SSE را حداقل می‌سازد.

۱۲۳ـ گزینه «۲» زمانیکه مقدار آماره دوربین ـ واتسون به طرف صفر متمایل باشد جملات خطا دارای خود همبستگی درجه یک هستند و مستقل بودن آنها رعایت نشده است.

۱۲۴ـ گزینه «۱» مقدار r ضریب همبستگی خطی بین دو متغیر را نشان می‌دهد و b_1 شیب خط رگرسیون را که هر دو باید هم علامت باشند.

۱۲۵ـ گزینه «۱» مقدار آماره دوربین ـ واتسون بین صفر تا ۴ تغییر می‌کند.

۱۲۶ـ گزینه «۱» توجه کنید که H_0 باید حتماً تساوی را در بر بگیرد یعنی به صورت $\leq$ یا $\geq$ یا $=$ باشد. بنابراین دو گزینه ۳ و ۴ غلط است از طرفی ادعا در H_1 قرار می‌گیرد و ادعا این است که درآمد به طور مستقیم و مثبتی با خرید کالای ورزشی رابطه دارد.

$$\begin{cases} H_0 : \beta \leq 0 \\ H_1 : \beta > 0 \end{cases}$$

۱۲۷ـ گزینه «۲» در رگرسیون چند متغیره آماره F عدم برقراری رگرسیون یعنی صفر بودن برآوردهای مدل را تست می‌کند. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k$

۱۲۸ـ گزینه «۴» همه موارد را می‌توان با روش حداقل مربعات خطا برآورد کرد.

۱۲۹ـ گزینه «۲» برای آزمون تأثیر متغیر اضافی بر روی رگرسیون از F جزیی استفاده می‌کنیم.

۱۳۰ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه $r^2 = \hat{\beta}.\hat{\beta}'$ گفته شده در متن کتاب:

$$r^2 = \hat{\beta} \cdot \hat{\beta}' = 0/4 \times 1/6 = 0/64 \Rightarrow r = \pm 0/8$$

از طرفی شیب هر دو خط مثبت است بنابراین $r = +0/80$ قابل قبول است.

۱۳۱ـ گزینه «۳» در آزمون دوربین ـ واتسون که فرضیه‌های آن برای خود همبستگی خطاها بکار می‌رود:

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho > 0 \end{cases}$$

اگر $D_w > du$ باشد فرض صفر رد نمی‌شود. اگر $D_w < dL$ باشد فرض صفر رد می‌شود. اگر $dL \leq D_w \leq du$ باشد آزمون بی‌نتیجه است.

۱۳۲ـ گزینه «۱» از رابطه ضریب زاویه خط رگرسیون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{(4\times 20) - (10)(10)}{(4\times 30) - (10)^2} = \frac{80 - 100}{120 - 100} = \frac{-20}{20} = -1$$

۱۳۳ـ گزینه «۳» بین آماره F و آماره t همواره رابطه $t = \sqrt{F}$ وجود دارد اما توجه کنیدکه شیب خط رگرسیون منفی می‌باشد. بنابراین مقدار منفی، مورد نظر است.

$$t = \sqrt{64} = \pm 8 \Rightarrow t = -8$$

۱۳۴ـ گزینه «۱» وقتی هیچ یک از فرضهای رگرسیونی نقض نشود برآورد کننده های OLS وML هر دو حاصل یکسانی دارند. (فقط در مورد α و β و نه σ^2)

۱۳۵ـ گزینه «۲» همخطی شدید در رگرسیون به مفهوم وابستگی X_i ها(متغیرهای مستقل) با یکدیگر است که باعث افزایش واریانس ضرایب رگرسیونی یعنی $\hat{\beta}_i$ می‌شود و افزایش واریانس به معنای کاهش دقت است.

۱۳۶ـ گزینه «۴» همواره بین آماره F و آماره t در رگرسیون رابطه $t = \sqrt{F}$ وجود دارد ولذا $t = \sqrt{64} = 8$ بنابراین از آماره آزمون $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ استفاده می‌کنیم مقدار r^2 را بدست می‌آوریم:

$$8 = \frac{r\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-r^2}} = 8 = \frac{6r}{\sqrt{1-r^2}} \Rightarrow 8\sqrt{1-r^2} = 6r \Rightarrow 64(1-r^2) = 36r^2 \Rightarrow 64 - 64r^2 = 36r^2 \Rightarrow 100r^2 = 64 \Rightarrow r^2 = R^2 = 0/64$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳۷ـ گزینه «۲» توان دوم ضریب همبستگی خطی برابر با ضریب تعیین می‌باشد. $R^۲ = r^۲$

۱۳۸ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{X}$ مشاهده می‌شود که $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ به یکدیگر وابسته‌اند.

۱۳۹ـ گزینه «۲» برآوردکننده‌ها با بی‌دقتی به دست می‌آیند.

۱۴۰ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت :

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲}\sqrt{\sum y_i^۲ - n\bar{y}^۲}} = \frac{۵۷ - \frac{(۲۰)(۱۵)}{۵}}{\sqrt{۹۰ - ۵(۴)^۲}\sqrt{۵۵ - ۵(۳)^۲}} = \frac{۵۷ - ۶۰}{\sqrt{۹۰ - ۸۰}\sqrt{۵۵ - ۴۵}} = \frac{-۳}{\sqrt{۱۰}\sqrt{۱۰}} = \frac{-۳}{\sqrt{۱۰۰}} = -۰/۳$$

۱۴۱ـ گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\rho} = R = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum x_i^۲ - n\bar{x}^۲}\sqrt{\sum y_i^۲ - n\bar{y}^۲}} = \frac{۳۰۰ - ۴\times۸\times۹}{\sqrt{۲۷۶ - ۴\times۶۴}\sqrt{۳۴۴ - ۴\times۸۱}} = \frac{۱۲}{۲۰} = ۰/۶$$

۱۴۲ـ گزینه «۴» فرض کنید مدل خطی به صورت $y = \hat{\beta}_۰ + \hat{\beta}_۱ x$ باشد در این‌صورت رابطه‌ی $\hat{\beta}_۱$ (شیب خط) با r (ضریب همبستگی) به صورت زیر است:

$$\hat{\beta}_۱ = r\frac{S_y}{S_x} \xrightarrow{S_x^۲ = S_y^۲} \hat{\beta}_۱ = r = ۰/۹۵$$

۱۴۳ـ گزینه «۲» در این مدل همچنان $\hat{\beta}_j$ برآوردگرهای ناریب خواهند ماند.

۱۴۴ـ گزینه «۱» برآورد $\hat{\sigma}^۲ = MSE = \frac{SSE}{n-۲}$ می‌باشد که رابطه $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^۲$ می‌باشد و بنابراین به نظر می‌رسد که گزینه ۳ صحیح است اما توجه کنید که مدل بدون عرض از مبدا است و بنابراین درجه آزادی (۱) است و گزینه (۱) صحیح است.

۱۴۵ـ گزینه «۱» عرض از مبدأ خط رگرسیون بزرگتر خواهد شد.

۱۴۶ـ گزینه «۳» می‌دانیم که روابط عرض از مبدأ و شیب خط رگرسیون به صورت زیر هستند اکنون با توجه به مقادیر $X_۱ = ۰$ و $X_۲ = -۱$ این مقادیر را در خط $y_i = \beta_۰ + \beta_۱ X_i$ قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} y_۱ = \beta_۰ + \beta_۱ \times ۰ = \beta_۰ \\ y_۲ = \beta_۰ - \beta_۱ \Rightarrow \beta_۱ = y_۱ - y_۲ \end{cases}$$

۱۴۷ـ گزینه «۲» با توجه به این که SSE و SSR مقادیرش داده شده بنابراین:

$$SST = SSR + SSE = ۴/۷ + ۲/۵۳ = ۷/۲۳$$

بنابراین تغییرپذیری کل به علت رگرسیون برابر با: $\frac{SSR}{SST}\times۱۰۰$ می‌باشد.

و تغییرپذیری کل به علت خطای پیش‌بینی برابر با: $\frac{SSE}{SST}\times۱۰۰$ می‌باشد.

$$\begin{cases} \frac{SSR}{SST} = \frac{۴/۷}{۷/۲۳}\times۱۰۰ = \%۶۵ \\ \frac{SSE}{SST} = \frac{۲/۵۳}{۷/۲۳}\times۱۰۰ = \%۳۵ \end{cases}$$

۱۴۸ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه بین r و $\hat{\beta}$ خواهیم داشت: $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = ۷ - \frac{۱}{۲}\times۴ = ۷ - ۲ = ۵$; $r = \hat{\beta}\sqrt{\frac{S_{xx}}{S_{yy}}} \Rightarrow r = \hat{\beta} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{۱}{۲}$

مدل به صورت $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ می‌باشد اکنون $x = ۱۰$ را در مدل قرار می‌دهیم:

$$\hat{y} = ۵ + \frac{۱}{۲}\times۱۰ = ۵ + ۵ = ۱۰$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴۹ـ گزینه «۲» از رابطه شیب خط رگرسیون استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\beta}=\frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}=\frac{(5\times 20)+(7\times 15)+(9\times 13)-3\times 7\times 16}{(5^2+7^2+9^2)-3\times(7)^2}=\frac{100+105+117-336}{(25+49+81)-3\times 49}=\frac{322-336}{155-147}=\frac{-14}{8}=-1/75$$

توجه : $\bar{X}=\frac{\sum X_i}{N}=\frac{5+7+9}{3}=\frac{21}{3}=7$　　$\bar{Y}=\frac{\sum \bar{Y}_i}{N}=\frac{20+15+13}{3}=\frac{48}{3}=16$

۱۵۰ـ گزینه «۱» توجه کنید که خط رگرسیون همان $\hat{y}$ است که پراکندگی داده‌ها همان مجموع توان دوم انحرافات است.

۱۵۱ـ گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی استفاده می‌کنیم.

$$r=\frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}\sqrt{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}}=\frac{213-4\times 8\times 7}{\sqrt{282-4\times(8)^2}\sqrt{206-4\times(7)^2}}=\frac{-11}{\sqrt{26}\sqrt{10}}=\frac{-11}{\sqrt{260}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir