



فصل اول

«آمار توصیفی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱- در صورتی که به بزرگ‌ترین عدد یک سری داده مقدار ثابتی اضافه گردد، این افزایش بر کدام معیار، تأثیر نمی‌گذارد؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

(۱) ضریب پراکندگی (۲) میانه (۳) میانگین (۴) واریانس

۲- با فرض در اختیار داشتن $\sum_{i=1}^N |y_i - a|$ به شرط آن که a میانه باشد، همواره حاصل این عبارت است. (مدیریت - سراسری ۸۰)

(۱) حداقل (۲) حداکثر (۳) مقداری بین حداقل و حداکثر (۴) نا مشخص

۳- کشیدگی (Kurtosis) چندکی و گشتاوری توزیع نرمال به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۰)

(۱) (۰, ۰) (۲) (۰/۲۶۳, ۳) (۳) (۰/۲۶۳, ۰/۲۶۳) (۴) (۳, ۳)

۴- کدام نمودار از نوع «تحلیل اکتشافی داده‌ها» (Exploratory Data Analysis) می‌باشد؟ (مدیریت - سراسری ۸۰)

(۱) دایره‌ای (۲) هیستوگرام (۳) پارتو (۴) شاخه و برگ

۵- در جدول زیر دهک دوم برابر چند است؟ (مدیریت - سراسری ۸۰)

CL	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-۷۰
F _i	۵	۱۸	۷

(۱) ۴۸/۲ (۲) ۵۱/۵ (۳) ۵۰/۵۵ (۴) ۶۲/۳۸

۶- در جدول توزیع فراوانی زیر، $\bar{x}$ و میانه به ترتیب (از چپ به راست) کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

x_i	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی	۱۰	۳۰	۱۰	۲۵	۲۵

(۱) (۰, ۰/۵۰) (۲) (۰, ۱/۵) (۳) (۲۵, ۰/۵۰) (۴) (۳۰, ۲۵)

۷- کدام پارامتر پراکندگی برای توزیع فراوانی زیر مناسب‌تر است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

حدود طبقات	۰-۲۰	۲۰-۴۰	۴۰-۶۰	۶۰ و بیشتر
فراوانی	۲۵	۳۵	۳۰	۱۰

(۱) انحراف چارکی (۲) انحراف معیار (۳) ضریب تغییرات (۴) انحراف متوسط از میانگین

۸- با فرض این که داشته باشیم $\sum_{i=1}^3 X_i^2 = ۶$ و $\sum_{i=1}^3 X_i = ۳$ ، ضریب تغییرات کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

(۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۹- کدام عبارت در مورد آمار ناپارامتریک صحیح است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

(۱) هدف در آمار پارامتریک پارامترهای جامعه است.

(۲) در آمار ناپارامتریک ضرورتی ندارد که مشاهدات از توزیع نرمال پیروی کنند.

(۳) جایگاه کاربرد آمار ناپارامتریک ضرورتاً در آمار توصیفی است.

(۴) برآورد روش‌های آمار ناپارامتریک دقیق‌تر از روش‌های آمار پارامتریک است.

۱۰- متغیر تصادفی X دارای میانگین ۵ و واریانس ۹ می‌باشد، میانگین و واریانس $\frac{X-۵}{۳}$ به ترتیب از (راست به چپ) کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

(۱) ۰ و ۱ (۲) ۱ و ۰ (۳) ۵ و ۳ (۴) ۵ و ۹



۱۱- نمرات آزمون درسی با دامنه تغییرات $[0, 20]$ با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۳ محاسبه شده است اگر این نمرات را به دامنه تغییرات $[0, 100]$ تبدیل کنیم درصد ضریب تغییرات نمرات جدید کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰۰

۱۲- واریانس داده‌های آماری ۲۳ و ۲۱ و ۱۹ و ۱۷ و ۱۵ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۳- مجموع مربعات ۱۰ داده آماری برابر $96/4$ و میانگین آنها ۳ می‌باشد، انحراف معیار کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

- (۱) $0/4$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $1/2$

۱۴- در نمودار دایره‌ای فراوانی مطلق ۱۵ با سطحی برابر زاویه ۵۴ درجه نشان داده شده است، فراوانی کل داده‌ها کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

- (۱) ۹۶ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۰

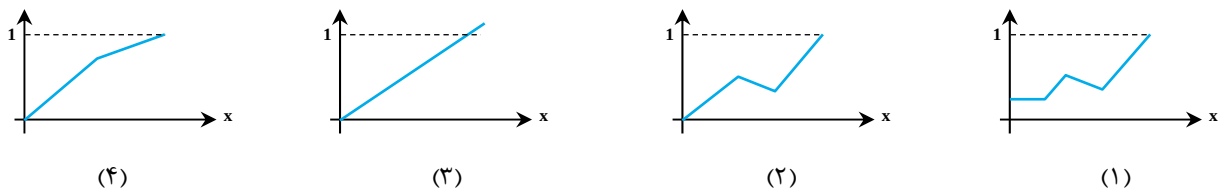
۱۵- در داده‌های آماری ۲۴ و ۵۹ و ۱۱ و ۴۱ و ۱۵ و ۷ و ۳۵ چارک دوم کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۴ (۳) ۴۱ (۴) ۵۹

۱۶- کدام شکل نمودار فراوانی تجمعی نسبی است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)



۱۷- اگر میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی X به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد، میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی $Y = -X + 3$ به ترتیب برابرند با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۲ و ۲- (۲) ۲- و ۲ (۳) ۲ و ۲ (۴) ۲- و ۲-

۱۸- اگر μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار جامعه باشند، ضریب پراکندگی برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) $\frac{\mu}{\sigma} \times 100$ (۲) $\frac{\sigma^2}{\mu} \times 100$ (۳) $\frac{\sigma}{\mu} \times 100$ (۴) $\frac{\mu^2}{\sigma^2} \times 100$

۱۹- برای بیان پراکندگی توزیع فراوانی صفت متغیر که با جدول

X	-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰
N _i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۰)

ارائه می‌شود. کدامیک از اندازه‌های پراکندگی را مناسب می‌دانید؟

- (۱) واریانس توزیع فراوانی‌ها
(۲) دامنه چارکی
(۳) انحراف معیار توزیع فراوانی‌ها
(۴) دامنه توزیع فراوانی‌ها یا ضریب تغییرات

۲۰- جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید. اگر $\mu = 2$ و $N = 28$ باشد، مقادیر a و b عبارتند از:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

- (۱) $a = b = 6$ (۲) $a = 5, b = 7$
(۳) $a = b = 7$ (۴) $a = 4, b = 8$

۲۱- اتومبیلی ۶۰ کیلومتر اول از مسافتی را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت و ۶۰ کیلومتر دوم را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است.

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

برای محاسبه سرعت متوسط اتومبیل، کدام یک از میانگین‌های زیر مناسب است؟

- (۱) حسابی (۲) موزون (۳) همساز (هارمونیک) (۴) هندسی



۲۲- میانگین نمرات آمار و واریانس آن‌ها در دو کلاس به صورت زیر است:

کلاس	۱	۲
تعداد دانشجو N_i	۲۰	۳۰
میانگین نمرات μ_i	۱۵	۱۰
واریانس نمرات σ_i^2	۱۷	۱۲

میانگین و واریانس نمرات کل دانشجویان دو کلاس چقدر است؟

- (۱) ۱۲/۵ و ۲۰ (۲) ۱۲ و ۲۰ (۳) ۱۲/۵ و ۳۵ (۴) ۱۲ و ۳۵

۲۳- در توزیعی با چولگی منفی انتظار می‌رود که کم‌ترین مقدار را داشته باشد.

- (۱) دامنه تغییرات (۲) میانه (۳) میانگین (۴) نما

۲۴- کدام نمودار برای نمایش مشاهدات کمی طبقه بندی نشده به کار می‌رود؟

- (۱) پارتو (۲) چند ضلعی (۳) ریشه و برگ (۴) بافت نگار

۲۵- در حالت چولگی مثبت ($SK > 0$)، کدام رابطه بین میانگین (μ_x)، مد (MO) و میانه (Md) برقرار است؟

- (۱) $MO < Md < \mu_x$ (۲) $MO \leq \mu_x < Md$ (۳) $\mu_x < Md < MO$ (۴) $\mu_x \leq Md \leq MO$

۲۶- بهترین نمایش تصویری برای مقایسه دو مجموعه داده اسمی، کدام است؟

- (۱) جعبه‌ای (۲) بافت نگار (۳) نمودار میله‌ای (۴) چند ضلعی

۲۷- اگر σ_x^2 واریانس $x_1, x_2, \dots, x_N$ باشد. واریانس مشاهدات $(-\frac{x_1}{4} + 3), \dots, (-\frac{x_2}{4} + 3), \dots, (-\frac{x_N}{4} + 3)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}\sigma_x^2$ (۲) $-\frac{1}{4}\sigma_x^2 + 3$ (۳) $\frac{1}{4}\sigma_x^2 + 3$ (۴) $\frac{1}{4}\sigma_x^2$

۲۸- در دانشکده‌ای ۳۰۰ نفر دوره روزانه، ۲۰۰ نفر دوره شبانه دوره کارشناسی و ۱۰۰ نفر در تحصیلات تکمیلی تحصیل می‌کنند. در نمودار

دایره‌ای این اطلاعات زاویه متناظر با ۱۰۰ نفر تحصیلات تکمیلی کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 80° (۳) 90° (۴) 120°

۲۹- در سوال قبل، درصد دانشجویانی که در دوره تکمیلی تحصیل می‌کنند، کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۵ (۳) $\frac{100}{3}$ (۴) $\frac{50}{3}$

۳۰- برای داده‌های مفروض $\begin{array}{c|ccccc} x & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ f & 3 & 4 & 8 & 7 & 5 \end{array}$ مقدار میانه کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

۳۱- اگر میانگین سه عدد ۲۷ باشد، آنگاه میانگین این سه عدد و عدد ۱۹ روی هم کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۸ (۳) ۲۵ (۴) ۲۳

۳۲- واریانس سه عدد ۷۵۱۴۶۰، ۷۵۱۴۶۳، ۷۵۱۴۶۶ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۴۲۰ (۴) ۱۴۶۰

۳۳- اگر برای x متغیر داده‌های آماری داشته باشیم، $\sum f_i x_i = 10000$ ، $\sum f_i = 50$ ، $\sum f_i x_i^2 = 100000$ ، انحراف معیار کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۵۰۰

۳۴- اگر در یک نمونه $\sigma = 10$ و میانگین $\bar{x} = 100$ ، درصد ضریب تغییرات یا ضریب پراکندگی کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰



۳۵- برای اطلاع از عقیده جوانان ۱۹ تا ۲۵ سال در یک شهر در مورد اعتماد به شریک زندگی آینده‌شان از ۱۰۰۰ جوان نظر خواهی شده است. جامعه و نمونه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

- (۱) جامعه: تمام جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.
 (۲) جامعه: تمام جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: پاسخ‌های ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.
 (۳) جامعه: تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: پاسخ‌های ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.
 (۴) جامعه: تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله شهر، نمونه: ۱۰۰۰ جوان که با آن‌ها تماس گرفته شده است.

۳۶- از ده رقم صفر و یک و ... و ۹ به طور مستقل ۵ عدد انتخاب نموده‌ایم. ارقام ۱ و ۶ و ۳ و ۹ و ۴ مشاهده شده‌اند. میانه و میاندامنه کدامند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

- (۱) هر دو ۴ (۲) هر دو ۵ (۳) میانه ۴ و میاندامنه ۵ (۴) میانه ۵ و میاندامنه ۴

۳۷- جدول مقابل نشان می‌دهد که چگونه کارکنان یک اداره به محل کار خود می‌روند. فراوانی نسبی برای کسانی که از اتوبوس یا مینی‌بوس استفاده می‌کنند، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

نوع وسیله	فراوانی
رانندگی شخصی	۲۷
مینی‌بوس	۳۱
اتوبوس	۲۵
سایر	۱۷

- (۱) ۰/۵۳
 (۲) ۰/۵۴
 (۳) ۰/۵۵
 (۴) ۰/۵۶

۳۸- یک تاس سالم را پنج بار به طور مستقل پرتاب کرده‌ایم، مقادیر ۱ و ۲ و ۴ و ۲ و ۶ مشاهده شده‌اند. واریانس نمونه مشاهده شده کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

- (۱) ۲/۹ (۲) ۴ (۳) ۳/۱ (۴) ۳/۲

۳۹- اگر به هر داده‌ی آماری ۲ واحد اضافه کنیم میانگین و واریانس چگونه خواهند شد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

(۱) میانگین و واریانس تغییر نمی‌کند.
 (۲) به میانگین و واریانس ۲ واحد اضافه می‌شود.
 (۳) به میانگین ۲ واحد اضافه می‌شود و واریانس تغییر نمی‌کند.
 (۴) میانگین تغییر نمی‌کند و به واریانس ۴ واحد اضافه می‌شود.

۴۰- اگر در طی یک دوره‌ی دو ساله، نرخ تورم به ترتیب ۲۱ و ۴۴ درصد باشد، میانگین نرخ تورم در طی دوره‌ی مزبور برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد (۸۱))

- (۱) ۳۳ درصد (۲) ۳۲ درصد (۳) ۳۰ درصد (۴) ۳۲/۵ درصد

۴۱- اگر کمیت‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ به دست آمده باشد، کدامیک از روابط زیر صادق است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد (۸۱))

$$\sum x_i = n\bar{x} \quad (۱) \quad \sum (x_i - \bar{x}) = 0 \quad (۲) \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 0 \quad (۳) \quad \sum (x_i - M_d) = 0 \quad (۴)$$

۴۲- توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان می‌شود. چارک اول (Q_1) و چارک سوم (Q_3) کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد (۸۱))

x	-۲	۲-۶	۶-۱۰	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۶-۳۰
n_i	۵	۲۰	۲۵	۵۰	۵۰	۲۵	۲۰	۵

- (۱) $Q_1 = 5/5, Q_3 = 18/5$ (۲) $Q_1 = 12, Q_3 = 20$ (۳) $Q_1 = 10, Q_3 = 18$ (۴) $Q_1 = 4, Q_3 = 24$

۴۳- توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان می‌شود. ضریب چولگی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد (۸۱))

x_i	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	
N_i	۵	۱۵	۳۰	۵۰	۵۰	۳۰	۱۵	۵	= ۲۰۰

- (۱) ۰/۰۳ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۲ (۴) صفر



۴۴- جدول زیر توزیع فراوانی حقوق ماهیانه ۶۰ کارمند یک شرکت را نشان می‌دهد. میانه این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

فاصله طبقات (واحد پول)	۳۰-۵۰	۵۰-۷۰	۷۰-۹۰	۹۰-۱۱۰	۱۱۰-۱۳۰	۷۵/۶ (۲)	۷۷/۴ (۱)
فراوانی	۸	۱۵	۲۵	۸	۴	۷۵ (۴)	۳۰ (۳)

۴۵- در یک مؤسسه به منظور کنترل صحت اسناد صادره، تعداد $n = 100$ سند انتخاب و مورد بررسی قرار گرفت. صفت متغیر X تعداد اشتباه در هر سند می‌باشد. واریانس X برابر است با: (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

x_i تعداد اشتباه	۰	۱	۲	۳	۴	۱/۸ (۲)	۲ (۱)
f_i فراوانی اشتباه	۱۰	۴۰	۴۰	۲۰	۲۰	۱/۵ (۴)	۱/۳۴ (۳)

۴۶- توزیع صفت متغیر X در جامعه‌ای به صورت جدول زیر است. اگر انحراف معیار توزیع فوق $\sigma = 1/8$ باشد، ضریب چولگی پیرسون آن کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

فاصله طبقات	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	$A_S = -0.27$ (۲)	$A_S = -0.87$ (۱)
فراوانی	۱	۱	۵	۳	$A_S = -0.72$ (۴)	$A_S = -0.33$ (۳)

۴۷- در یک توزیع $N = 1000$ و $\sum f_i(x_i - \mu_x)^2 = 5000$ انحراف معیار جامعه ۲ می‌باشد. مقدار ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

۲/۵۳ (۴)	۲/۳۱ (۳)	-۲/۵۳ (۲)	-۲/۶۹ (۱)
----------	----------	-----------	-----------

۴۸- میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ و x_1 برابر ۴ و انحراف معیار آنها برابر $\sqrt{3}$ است میانگین داده‌های $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$ چیست؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

۱۹ (۴)	۷ (۳)	۲۵ (۲)	۱۶ (۱)
--------	-------	--------	--------

۴۹- اگر ضریب تغییرات داده‌های آماری x_1 و $x_2, \dots, x_n$ برابر ۴٪ باشد، ضریب تغییرات داده‌های آماری $2x_1$ و $2x_2, \dots, 2x_n$ چند درصد است؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

$\frac{1}{4}$ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	۲ (۲)	۴ (۱)
-------------------	-------------------	-------	-------

۵۰- جمع نمرات و جمع مربع نمرات دانشجویان یک کلاس ۲۵ نفری به ترتیب عبارتند از: ۴۰۰ و ۶۴۰۰، انحراف معیار نمرات این دانشجویان چیست؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

۴ (۴)	صفر (۳)	۵ (۲)	۱۶ (۱)
-------	---------	-------	--------

۵۱- برای تعیین آن که در ۳۰ روز گذشته، به نسبت، قیمت دلار از ثبات بیش تری برخوردار بوده است یا یورو، استفاده از کدام شاخص آماری مناسب‌تر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

انحراف متوسط	۲ ضریب پراکندگی	۳ ضریب چولگی	۴ واریانس
--------------	-----------------	--------------	-----------

۵۲- فرض کنید شاخص قیمت خرده فروشی از ۲۰۰ در سال ۱۳۷۸ به ۴۵۰ در سال ۱۳۸۰ رسیده باشد. متوسط نرخ تورم سالانه در این فاصله زمانی چقدر بوده است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

۵۰٪ (۱)	۶۲/۵٪ (۲)	۱۲۵٪ (۳)	۱۵۰٪ (۴)
---------	-----------	----------	----------

۵۳- در رسم هیستوگرام (بافت نگار) محور X ها را بر اساس کدام اندازه مندرج می‌کنند؟ (مدیریت - سراسری ۸۲)

فراوانی‌های نسبی	۲ کرانه‌های طبقات	۳ حد وسط طبقات	۴ فراوانی‌های تجمعی
------------------	-------------------	----------------	---------------------

۵۴- میانگین و انحراف معیار حقوق کارکنان در یک بنگاه به ترتیب ۸۰ هزار تومان و ۲۰ هزار تومان است. اگر حقوق‌ها در این بنگاه ۱۲/۵ درصد افزایش یابد، ضریب تغییرات جدید چقدر خواهد شد؟ (مدیریت - سراسری ۸۲)

۱۲/۵ درصد (۱)	۲۰ درصد (۲)	۲۵ درصد (۳)	۴۰ درصد (۴)
---------------	-------------	-------------	-------------

۵۵- خاصیت مهم میانه آن است که: (مدیریت - سراسری ۸۲)

مجموع انحرافات از میانه صفر است.	۲ تعداد انحرافات از میانه حداقل است.
۳ مجذور انحرافات از میانه حداقل است.	۴ مجموع قدر مطلق انحرافات از میانه حداقل است.

۵۶- اتومبیلی مسیری را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت رفته و $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر و باقیمانده را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر برگشته

است. متوسط سرعت این اتومبیل چقدر بوده است؟

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۱۰۲/۸ (۴)

۱۰۱/۴ (۳)

۱۰۰ (۲)

۹۰ (۱)

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۵۷- در توزیع زیر مد کدام است؟

C-L	۳-۵	۶-۸	۹-۱۱	جمع
F _i	۴	۲۰	۱۲	۳۶

۲۰ (۴)

۷/۵ (۳)

۶/۵۳ (۲)

۶/۳۳ (۱)

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۵۸- کدام دسته از فنون آماری زیر بر فرض آزاد از توزیع بنا شده‌اند؟

(۴) استنباطی

(۳) توصیفی

(۲) ناپارامتریک

(۱) پارامتریک

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۵۹- کدام یک از این نمودارها برای تحلیل اکتشافی مشاهدات استفاده می‌شود؟

(۴) بافت نگار

(۳) دایره‌ای

(۲) پارتو

(۱) جعبه‌ای

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۶۰- اگر N_i تعداد جامعه آماری i ، μ_i ، σ_i^2 به ترتیب میانگین و واریانس باشد. واریانس کل این جدول کدام است؟

N_i	۱۰۰	۲۰۰	۷۰۰
μ_i	۸۰	۹۰	۱۰۰
σ_i^2	۱۶۰۰	۲۵۰۰	۲۵۰۰

۲۴۵۴ (۴)

۲۴۱۰ (۳)

۲۲۳۳/۲ (۲)

۲۲۰۰ (۱)

۶۱- جمعیت خانواده‌های یک روستا به صورت زیر است:

جمعیت خانواده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
تعداد	۵	۱۰	۴۰	۲۵	۱۵	۵	۱۰۰

(حسابداری - سراسری ۸۲)

میانگین جمعیت خانواده، چقدر است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳۲/۵ (۲)

۳ (۱)

۶۲- تعداد کارکنان کارخانه‌ای طی چهار سال متوالی عبارتند از: ۱۹۰، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۵۰ متوسط رشد سالانه تعداد کارکنان چند درصد است؟

(حسابداری - سراسری ۸۲)

%۸/۲۰ (۴)

%۷/۴۰ (۳)

%۶/۰۸ (۲)

%۵/۵ (۱)

۶۳- میانگین قد دانش‌آموزان مدرسه‌ای ۱۲۰ سانتی‌متر با واریانس ۱۰۰ است. اگر هر فرد ۱۴٪ قدش در سال آینده بلند شود، میانگین و واریانس قد آن‌ها در سال آینده چقدر خواهد بود؟ (از راست به چپ)

(حسابداری - سراسری ۸۲)

۱۲۹/۹۶، ۱۳۶/۸ (۴)

۱۳۶/۸، ۱۱۴ (۳)

۱۲۰، ۱۱۴ (۲)

۱۰۰، ۱۲۰ (۱)

۶۴- کدام یک از پارامترهای زیر بیشتر تحت تأثیر انحرافات بزرگ است؟

(حسابداری - سراسری ۸۲ و ۸۵)

(۴) انحراف متوسط از میانگین

(۳) انحراف چارکی

(۲) نیم دامنه

(۱) واریانس

(حسابداری - سراسری ۸۲)

۶۵- کدام یک از نمودارهای زیر از نوع تحلیل اکتشافی است؟

(۴) ریشه و برگ

(۳) بافت نگار

(۲) اجایو

(۱) میله‌ای

(حسابداری - سراسری ۸۲)

۶۶- کدام یک از شاخص‌های آماری برای توزیع زیر قابل محاسبه نیست؟

X_i	< ۵	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	≥ ۱۴	جمع
F_i	۳	۱۰	۱۷	۶	۴	۴۰

(۴) چارک اول

(۳) ضریب چولگی گشتاوری

(۲) انحراف چارکی

(۱) میانگین



۶۷- تعبیر ریاضی و مکانیکی میانگین: مهم‌ترین مزیت میانگین آن است که در یک توزیع فراوانی: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) مقدار میانگین نقطه ثقل و جمع جبری گشتاور برابر است.

(۲) مقدار میانگین ثقل از جمع جبری گشتاور بزرگتر است.

(۳) جمع جبری گشتاورها یک سوم نمره‌ها را تشکیل می‌دهد.

(۴) اولاً مقدار میانگین، نقطه ثقل نمره‌ها را تشکیل می‌دهد، ثانیاً جمع جبری گشتاور یا تفاوت نمره‌ها نسبت به میانگین مساوی صفر است.

۶۸- محله‌های شهر به پرتراکم و کم تراکم دسته‌بندی شده‌اند. این نوع دسته‌بندی در کدام سطح از سطوح اندازه‌گیری قرار می‌گیرد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) فاصله‌ای interval (۲) اسمی nominal (۳) ترتیبی ordinal (۴) پیوسته Continuous

۶۹- Percentile (صدک) پنجاهم همان است.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) نما (۲) میانه (۳) میانگین (۴) واریانس

۷۰- مشاور برای تعیین سطح مورد نیاز برای کاربری مسکونی شهری که طرح جامع آنرا در دست تهیه دارد، اطلاعات مربوط به مساحت زمین

بناهای مسکونی موجود شهر و فراوانی آن‌ها را جمع آوری نموده و می‌خواهد برای پیش‌بینی کاربری آتی شهر به جای استفاده از استانداردهای مرسوم از

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

این اطلاعات استفاده کند. این مشاور چه معیاری را مبنای محاسبات خود قرار می‌دهد؟

(۱) نما (mode) (۲) میانه (median) (۳) میانگین (mean) (۴) سرانه‌های مرسوم در شهرسازی

۷۱- در نمونه‌گیری از پارک‌های محله‌ای در یک شهر، توزیع مساحت پارک‌ها به شکل زیر بدست آمده میانه مساحت‌ها چند متر مربع است؟

پارک الف: ۱۶۵۰ متر مربع پارک ب: ۱۴۵۰ متر مربع پارک پ: ۱۴۰۰ متر مربع پارک ت: ۱۵۵۰ متر مربع

پارک ث: ۲۰۰۰ متر مربع پارک ج: ۱۲۵۰ متر مربع پارک چ: ۱۳۵۰ متر مربع

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۴۵۰ (۳) ۱۵۲۱/۴ (۴) ۲۰۰۰

۷۲- در ۸۰ داده آماری طبقه‌بندی شده، فراوانی مطلق طبقه وسط ۱۲ می‌باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه سطح نمایش این طبقه چند درجه است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

(۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۷۳- مجموع ۱۰۰ داده آماری برابر ۱۵۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۶۲۵ می‌باشد، انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

۷۴- اگر میانگین داده‌های آماری جدول زیر برابر ۵ باشد، a کدام است؟

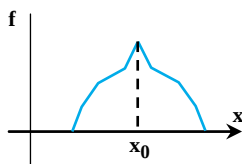
x_i	۳/۵	۴	۴/۵	۵	۵/۵	۶
f_i	۲	a	۲	۱	۲	۳

(۱) ۰ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۷۵- شکل مقابل نمودار فراوانی داده‌های آماری است، اندازه x_0 به طور کامل نمایانگر کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)



(۱) مد - میانگین

(۲) میانه - مد

(۳) میانگین - میانه

(۴) میانگین - میانه - مد

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

۷۶- کدام معیار پراکندگی برای توزیع فراوانی زیر مناسب‌تر است؟

حدود طبقات	۰-۲۰	۲۰-۴۰	۴۰-۶۰	۶۰ و بیشتر
فراوانی	۲۵	۳۵	۲۰	۱۰

(۱) انحراف چارکی (۲) انحراف معیار

(۳) ضریب تغییرات (۴) انحراف متوسط از میانگین



۷۷- اگر واریانس ۴ عدد برابر ۳ و $\sum x_i^2 = 48$ باشد، مطلوب‌ست میانگین اعداد مربوطه: (کلید گرایش‌ها) - آزاد (۸۲)

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۷۸- اگر میانگین و واریانس x به ترتیب ۴ و ۹ باشد، آنگاه میانگین و انحراف معیار $y = \frac{1}{3}x + 2$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلید گرایش‌ها) - آزاد (۸۲)

- (۱) ۳ و ۱/۵ (۲) ۲ و ۱/۵ (۳) ۱/۵ و ۲ (۴) ۳ و ۲

۷۹- برای محاسبه متوسط نرخ رشد تولید ناخالص ملی در ۲۵ سال گذشته از کدام شاخص استفاده می‌شود؟ (علوم اقتصادی (کلید گرایش‌ها) - آزاد (۸۲)

- (۱) میانگین وزنی ساده (۲) میانگین ساده (۳) میانگین هندسی (۴) میانگین هارمونیک

۸۰- دهک‌ها از جمله شاخص‌های: (علوم اقتصادی (کلید گرایش‌ها) - آزاد (۸۲)

- (۱) مرکزی هستند (۲) پراکندگی هستند (۳) همبستگی هستند (۴) میانگین هارمونیک

۸۱- گشتاور مرتبه اول و دوم نسبت به مبدأ صفر به صورت روبرو به دست آمده است: $m_1 = 10$ ، $m_2 = 125$

ضریب تغییرات صفت متغیر x کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلید گرایش‌ها) - آزاد (۸۲)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴) ۳۰

۸۲- توزیع فراوانی‌های صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر بیان شده است:

$x_i - x_{i+1}$	-۲	۲-۶	۶-۱۰	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۶-	
N_i	۵	۲۰	۲۵	۲۵	۵۰	۲۵	۲۰	۵	= ۲۰۰

چارک اول (Q_1) و چارک سوم (Q_3) برای توزیع فوق به ترتیب ۱۰ و ۱۸ می‌باشد. مناسب‌ترین مشخصه پراکندگی کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد (۸۲)

- (۱) ۱۴ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۸۳- درآمد کارکنان یک مؤسسه تولیدی به شرح جدول زیر است. فاصله نیم چارکی (Semi-Interquartile Range) یا انحراف چارکی

(Quartile Dev) توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد (۸۲)

$x_i - x_{i+1}$	-۲۰	۲۰-۳۰	۳۰-۴۰	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-
N_i	۱۰	۴۰	۶۰	۶۰	۴۰	۱۰

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۲۲ (۴) ۱۸

۸۴- توزیع فراوانی صفت متغیر x دارای چولگی ملایم می‌باشد. برای این توزیع فراوانی‌ها، میانگین حسابی $\bar{x} = 20$ و $Me = 35$ است و

نمای (Mod) این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد (۸۲)

- (۱) ۶۵ (۲) ۴۵ (۳) ۷۰ (۴) ۵۰

۸۵- گشتاورهای اولیه برای یک توزیع صفت متغیر به شرح مقابل می‌باشد: $m_1 = 2$ ، $m_2 = 8$ ، $m_3 = 41$

گشتاورهای مرکزی مراتب اول، دوم و سوم برای توزیع فوق چقدر است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد (۸۲)

- (۱) $\mu_1 = 0$ ، $\mu_2 = 6$ ، $\mu_3 = 8$ (۲) $\mu_1 = 0$ ، $\mu_2 = 4$ ، $\mu_3 = 9$
(۳) $\mu_1 = 0$ ، $\mu_2 = 6$ ، $\mu_3 = 0$ (۴) $\mu_1 = 1$ ، $\mu_2 = 2$ ، $\mu_3 = 3$

۸۶- چنانچه واریانس اعداد ۱۶ و $2x_1$ و $2x_2$ و $2x_3$ و $2x_4$ برابر صفر باشد، میانگین اعداد ۴۸ و x_1 و x_2 و x_3 و x_4 چیست؟ (حسابداری - آزاد (۸۲)

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۹/۶

۸۷- میانگین هندسی اعداد ۱ و ۹ و ۵ و ۳ برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد (۸۲)

- (۱) ۴/۵ (۲) ۳/۴۰۸ (۳) ۳۳/۷۵ (۴) ۱۳۵

۸۸- در یک آزمایش خون نتایج زیر بدست آمده است. مد یا نما برابر است با گروه خون: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد (۸۲)

گروه خون	A	B	O	AB
فراوانی	۵۰	۱۰۰	۲۰	۳۰

- (۱) O (۲) B

- (۳) A (۴) AB



- ۸۹- مقیاس اندازه‌گیری اسمی از کدام دسته زیر است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)
(۱) کیفی (۲) کمی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای
- ۹۰- کدام یک از مقیاس‌های اندازه‌گیری زیر کمی است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)
(۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) فاصله‌ای، ترتیبی (۴) فاصله‌ای، کسری
- ۹۱- میانگین نمره‌های دوازده درس دانش‌آموز در امتحان ۱۴/۵ است. اگر نمره یک درس او ۲۰ باشد، میانگین نمره یازده درس دیگر او کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)
(۱) ۱۳ (۲) ۱۳/۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۴/۲
- ۹۲- میانگین ۸ داده برابر ۵ و میانگین ۱۲ داده دیگر برابر ۱۰ است. میانگین کل ۲۰ داده کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)
(۱) ۷/۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) $\frac{۳۲}{۳}$
- ۹۳- برای مقادیر متغیر تصادفی X به شرح روبرو: $X: ۶۰, ۴۰, ۶۰, ۸۰$
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)
(۱) فقط میانگین حسابی و میانه با هم برابرند.
(۲) فقط میانگین حسابی و نما با هم برابرند.
(۳) میانگین حسابی، میانه و نما با هم برابرند.
(۴) فقط میانه و نما با هم برابرند.
- ۹۴- اطلاعات جمع‌آوری شده بر اساس نظرسنجی از مشتریان یک بانک در مورد ساعت مناسب شروع به کار بانک‌ها در محدوده زمانی ساعت ۷ تا ۹ در دست است. کدام شاخص یا شاخص‌های مرکزی برای این تصمیم‌گیری مناسب است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)
(۱) میانگین و میانه (۲) میانه و نما (۳) میانگین (۴) نما
- ۹۵- صادرات کالای خاصی از ۱۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۷۸ به ۱۶۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۸۲ رسیده است. متوسط نرخ رشد سالانه صادرات در این محدوده زمانی چند درصد است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)
(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰
- ۹۶- ضریب تغییرات (C.V.) متغیر X برابر ۰/۲ است. اگر هر یک از مقادیر متغیر تصادفی X را به $a = ۱۰$ تقسیم می‌کنیم، ضریب تغییرات چه مقدار خواهد شد؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)
(۱) $(C.V.) = ۰/۰۲$ (۲) $(C.V.) = ۰/۲$ (۳) $(C.V.) = ۰/۰۴$ (۴) $(C.V.) = ۲$
- ۹۷- اگر $N = ۱۰$ ، $\sum (x_i - \mu_x)^2 = ۷۶۸۰$ و انحراف معیار جامعه برابر ۴ باشد، ضریب کشیدگی کدام است؟
(مدیریت - سراسری ۸۳)
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۹۸- میانه داده‌های جدول زیر کدام است؟
(حسابداری - سراسری ۸۳ و ۸۴ و ۸۸)
(۱) ۱۰ (۲) ۱۳/۵

x_i	۵	۱۲	۱۵	۲۰
f_i	۶	۸	۱۲	۴

(۳) ۱۵ (۴) هیچکدام
- ۹۹- کدام مقیاس برای اندازه‌گیری از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟
(حسابداری - سراسری ۸۳)
(۱) نسبی (۲) اسمی (۳) رتبه‌ای (۴) فاصله‌ای
- ۱۰۰- اگر ضریب چولگی توزیع جامع ۰/۶۶ - باشد، کدام عبارت درباره جامعه مورد مطالعه صحیح است؟
(حسابداری - سراسری ۸۳ و مدیریت - سراسری ۷۰)
(۱) نرمال است. (۲) تقریباً نرمال است. (۳) با جامعه نرمال تفاوت فاحش دارد. (۴) براساس اطلاعات داده شده نمی‌توان قضاوت کرد.
- ۱۰۱- اگر ۸۰ - ۸۹ و ۹۰ - ۹۹ دو طبقه متوالی از یک جدول طبقه‌بندی باشند، فاصله طبقات کدام است؟
(حسابداری - سراسری ۸۳)
(۱) ۱۰ (۲) ۹/۵ - ۱۰ (۳) ۹/۵ (۴) ۹



۱۰۲- با فرض در اختیار داشتن $\sum_{j=1}^N |x_j - a|$ به شرط آنکه a میانه باشد، همواره حاصل این عبارت: (حسابداری - سراسری ۸۳)

(۱) حداقل است.

(۲) حداکثر است.

(۳) (حداکثر + حداقل) $\frac{1}{p}$ است.

۱۰۳- برای اطلاعات آماری چند نوع مقیاس اندازه‌گیری وجود دارد و به ترتیب صعودی قدرت اندازه‌گیری کدامند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

(۱) ۲ نوع با مقیاس اندازه‌گیری کمی و کیفی

(۲) ۴ نوع با مقیاس‌های اندازه‌گیری اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و کسری

(۳) ۴ نوع با مقیاس‌های اندازه‌گیری اسمی، ترتیبی، کسری و فاصله‌ای

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

۱۰۴- «تراکم محله» در کدام سطح قابل اندازه‌گیری است؟

(۱) فقط رتبه‌ای

(۲) فقط اسمی، رتبه‌ای، فاصله‌ای و کسری

(۳) فقط فاصله‌ای

۱۰۵- بیشترین داده آماری ۶۹ و کمترین آن ۲۷ است این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده است، نشان دسته پنجم کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)

(۱) ۴۸

(۲) ۵۱

(۳) ۵۲

(۴) ۵۴

۱۰۶- در ۱۵ داده آماری مجموع داده‌ها برابر ۱۸۰ و مجموع مجزورات داده‌ها ۲۲۵۰ می‌باشد، واریانس کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)

(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۱۰۷- جهت محاسبه متوسط نرخ رشد شاخص قیمت کالاهای مصرفی در ایران در بیست سال گذشته، از کدام شاخص استفاده می‌شود؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

(۱) میانگین هارمونیک

(۲) میانگین هندسی

(۳) میانگین ساده

(۴) میانگین وزنی ساده

۱۰۸- اگر توزیع جامعه از چولگی معقولی برخوردار باشد و میانگین و میانه آن به ترتیب ۶۰ و ۳۰ باشد، آنگاه:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

(۱) میانه از مد بزرگتر است

(۲) میانه از مد کوچکتر است

(۳) میانه با مد برابر است

(۴) هیچ کدام

۱۰۹- توزیع فراوانی‌های صفت متغیر توسط جدول زیر بیان شده است:

$x_i - x_{i-1}$	-۴	۴-۷	۷-۱۱	۱۱-۱۵	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-	
N_i	۵	۱۰	۱۰	۲۵	۲۵	۱۰	۱۰	۵	=۱۰۰

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

مطلوبست مقدار نیم انحراف چارکی (Semi interquartile range)

(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۶

۱۱۰- توزیع صفت متغیر x توسط جدول زیر بیان شده است:

x	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	
N_i	۲۰	۱۰	۱۰	۲۵	۲۵	۱۰	۱۰	=۱۱۰

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

مطلوبست فراوانی تجمعی نسبی صفت متغیر x و کوانتیل (چندک) هفتاد و پنج درصدی توزیع صفت:

$x_{0.75} = 12$

$F(14) = 0.90$

$x_{0.75} = 10.5$

$F(14) = 0.85$

$x_{0.75} = 10$

$F(14) = 0.95$

$x_{0.75} = 11.8$

$F(14) = 0.975$



۱۱۱- فرض کنید وضعیت فروش یک نوع محصول (شیر) در سه بازار مختلف چنان باشد که در جدول زیر به دست آمده است:

بازار	قیمت یک لیتر شیر (بر حسب تومان) X_i	درآمد فروش (تومان) N_i	درآمد فروش $N_i X_i = W_i$ (تومان)
I	۰/۳۰	۱۰۰۰	۳۰۰
II	۰/۳۵	۲۰۰۰	۷۰۰
III	۰/۴	۲۰۰۰	۸۰۰
	-	۵۰۰۰	۱۸۰۰

مطلوبست متوسط هارمونیک قیمت شیر.

(مدیریت بازرگانی و مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

۰/۲۰ (۴)

۰/۳۶ (۳)

۰/۳۵ (۲)

۰/۳۸ (۱)

۱۱۲- توزیع چگالی فراوانی های صفت متغیر در جامعه ای به حجم $N = ۱۰۰۰$ به قرار زیر می باشد:

X	۵-۱۵	۱۵-۲۵	۲۵-۳۵	۳۵-۴۵	۴۵-۵۵
$d_{\Delta x}$	۱۲/۵	۱۵	۳۵	۳۰	۷/۵

متوسط حسابی برای صفت متغیر کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

۳۵/۵ (۴)

۲۷/۵ (۳)

۳۲/۵ (۲)

۳۰/۵ (۱)

۲/۱ و ۲/۱۹ و ۲/۲۳ و ۲/۵۱ و ۲/۸۲

۱۱۳- نرخ رشد سالیانه سود بنگاهی در ۵ سال گذشته به شرح روبرو است:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

کدام یک از مشخص کننده های مرکزی برای محاسبه متوسط نرخ رشد سود سالیانه مناسب است؟

(۴) میانگین هندسی

(۳) میانگین حسابی

(۲) میانگین موزون

(۱) میانه

$$\sum_{i=1}^n x_i = ۱۴۰ \quad \text{و} \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = ۲۰۰۰$$

۱۱۴- از جامعه ای به تعداد $n = ۱۰$ کمیت های زیر به دست آمده است:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

ضریب تغییرات صفت متغیر X چیست؟

%۲۲/۲۲ (۴)

%۲۸/۱۴ (۳)

%۱۶/۱۴ (۲)

%۱۴/۲۸ (۱)

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

۱۱۵- میانگین و واریانس اعداد $x_1, \dots, x_n$ به ترتیب برابر ۴ و ۳ است. میانگین اعداد $x_1^2, \dots, x_n^2$ چیست؟

$4\sqrt{3}$ (۴)

۱۶ (۳)

۱۳ (۲)

۱۹ (۱)

۱۱۶- چنانچه واریانس اعداد ۱۶ و x_1, x_2, x_3, x_4 و $2x_1, 2x_2, 2x_3, 2x_4$ برابر صفر باشد. میانگین اعداد x_1, x_2, x_3, x_4 چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

۱۶ (۴)

۹/۶ (۳)

۲۴ (۲)

۴ (۱)

۱۱۷- طبق محاسبات انجام شده مشخصه های مرکزی میانگین حسابی، میانه و نما به ترتیب ۲ و ۳ و $3/5$ به دست آمده است. نسبت به توزیع صفت

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳ و حسابداری - آزاد ۸۲)

در این جامعه چه قضاوت می کنید؟

(۲) این جامعه دارای چولگی به راست می باشد.

(۱) این جامعه دارای توزیع پخ تر از توزیع نرمال می باشد.

(۴) این جامعه دارای توزیع کشیده تر از نرمال می باشد.

(۳) این جامعه دارای چولگی به چپ می باشد.

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

۱۱۸- کدام یک از گزینه های زیر جزء خواص میانه است؟

$$\sum_{i=1}^S n_i |x_i - Me| \leq \sum_{i=1}^S n_i |x_i - a| \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^S n_i (x_i - Me)^2 \leq \sum_{i=1}^S n_i (x_i - a)^2 \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^S (x_i - Me)^2 \geq \sum_{i=1}^S n_i (x_i - a)^2 \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^S n_i |\bar{x} - Me| \geq \sum_{i=1}^S n_i |x_i - a| \quad (۳)$$



۱۱۹- اگر مقادیر صفت متغیر در مقیاس اسمی (Nominal scales) به دست آمده باشد کدام یک از کمیت‌های زیر می‌تواند به عنوان مشخصه مرکزی به کار گرفته شود؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

(۱) میانگین حسابی (۲) میانه (۳) میانگین هندسی (۴) مُد (نما)

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

۱۲۰- در توزیع $\frac{x_i}{f_i}$ میانگین کدام است؟

(۱) $\frac{3}{1}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{2}$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

۱۲۱- اگر واریانس داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌ها برابر است با:

(۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۲۸ (۴) مشخص نیست

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

۱۲۲- اگر همه داده‌های آماری را چهار برابر کنیم، دامنه تغییرات آن‌ها چند برابر می‌شود؟

(۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) تغییر نمی‌کنند.

۱۲۳- در یک پژوهش شهرسازی در رابطه با مقایسه مساحت خانه‌ها در دو شهر کاشان و شهر کرد، بهتر است از کدام عامل زیر استفاده شود؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

(۱) میانه (۲) نما (۳) میانگین هندسی (۴) میانگین

۱۲۴- تعریف زیر مربوط به کدام گزینه است؟

«اندازه وسطی مقادیر مشاهده، در صورتی که اندازه‌ها را به ترتیب از کوچکترین به بزرگترین مقدار مرتب کرده باشیم.»

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

(۱) میانه (۲) نما (۳) میانگین (۴) حد متوسط

۱۲۵- اگر میانگین مقادیر x برابر 10 و میانگین مقادیر مجزورات x برابر 1000 باشد، واریانس مقادیر x چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

(۱) ۶۰۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۹۰۰

۱۲۶- اگر در جامعه‌ای که دارای 10 مشاهده است $\sum x = 40$ و $\sum x^2 = 200$ باشد، ضریب پراکندگی چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

(۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۲۷- برای یک توزیع نرمال استاندارد شده، شاخص کشیدگی یا اوج α_4 دارای چه کمیتی است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸- در یک تحقیقات، افراد جامعه به طبقات کم درآمد، متوسط و پردرآمد تقسیم‌بندی شده‌اند. کدام نوع مقیاس اندازه‌گیری متغیرها مورد بحث است؟

(مدیریت - سراسری ۸۴)

(۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) فاصله‌ای (۴) نسبتی

۱۲۹- راننده اتومبیلی $\frac{1}{3}$ مسافت موردنظر را با سرعت ثابت 60 کیلومتر در ساعت و بقیه مسافت را با سرعت 80 کیلومتر در ساعت رفته است، سرعت متوسط در این مسافت چند کیلومتر در ساعت است؟

(مدیریت - سراسری ۸۴)

(۱) ۷۰ (۲) $71/5$ (۳) ۷۲ (۴) $73/33$

۱۳۰- در 50 داده آماری میانه $Md = 12$ ، $\sum_{i=1}^{50} x_i = 550$ است، اگر $A = \sum_{i=1}^{50} |x_i - 12|$ و $B = \sum_{i=1}^{50} |x_i - 11|$ آنگاه:

(مدیریت - سراسری ۸۴)

(۱) $A < B$ (۲) $A = B$ (۳) $A > B$ (۴) $A = B - 1$

(مدیریت - سراسری ۸۴)

۱۳۱- در جدول داده‌های آماری مد (Mo) کدام است؟

حدود دسته	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷
فراوانی	۱۸	۲۳	۳۴	۲۵

(۱) $21/90$ (۲) $22/65$

(۳) $22/85$ (۴) $23/15$



۱۳۲- در جدول داده‌های سؤال قبل مقدار میانگین $b - 22/5 = \mu$ است، عدد b کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۸۶ (۲) ۰/۹۲ (۳) ۱/۰۲ (۴) ۱/۱۲

۱۳۳- در ۸۰ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۵ و ۲ محاسبه شده‌اند، اگر به هر یک از داده‌های موجود ۱ واحد افزوده شود، درصد ضریب پراکندگی داده‌های جدید کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۴)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

۱۳۴- کدام مقیاس دارای ویژگی‌های بهترین برای اندازه‌گیری است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

- (۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) نسبتی (۴) فاصله‌ای

۱۳۵- میانگین هندسی اعداد $a, b, 12, 9, 12/5$ و ۶ برابر $9/4$ است، میانگین هندسی a, b کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

- (۱) $27/20$ (۲) $27/40$ (۳) $81/40$ (۴) $81/80$

۱۳۶- در جدول مقابل، چارک سوم کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

حدود دسته	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶
فراوانی	۹	۱۵	۱۸	۱۰

- (۱) $20/3$ (۲) $20/6$ (۳) $21/3$ (۴) $21/7$

۱۳۷- در ۱۰۰ داده آماری $\sum_{i=1}^{100} x_i = 120$ ، $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 400$ است، مقدار $\sum_{i=1}^{100} (x_i - \mu)^2$ کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

- (۱) ۶۴ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۹۶ (۴) ۲۵۶

۱۳۸- در جدول مقابل، مقدار میانگین $a + 15/5 = \mu$ است، عدد a کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

حدود دسته	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰	۲۰-۲۳
فراوانی	۴	۱۰	۱۸	۱۲	۶

- (۱) $0/18$ (۲) $0/36$ (۳) $0/64$ (۴) $0/72$

۱۳۹- در جدول سؤال قبل، اندازه مد (M_0) کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

- (۱) $15/5$ (۲) $15/6$ (۳) $15/7$ (۴) $15/8$

۱۴۰- در یک توزیع با میانگین $12/5$ و انحراف معیار ۳، مقدار میانه $12/7$ محاسبه شده است. ضریب چولگی پیرسون و اختلاف آن با نرمال چگونه است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

- (۱) $0/2$ - و تفاوت اندک (۲) $0/2$ و تفاوت اندک (۳) $0/1$ و تقریباً نرمال (۴) $0/6$ و تفاوت زیاد

۱۴۱- با توجه به جدول طبقه‌بندی، مقدار چارک سوم کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

C-L	۱۰-۲۰	۲۰-۳۰	۳۰-۴۰
F_i	۱۰	۳۰	۲۰

- (۱) ۲۵ (۲) $30/5$ (۳) $32/5$ (۴) ۴۵

۱۴۲- انواع مقیاس‌های (واحدهای اندازه‌گیری) صفات کمی و کیفی متغیرها کدامند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) فاصله‌ای، رتبه‌ای، نسبتی، صفتی (۲) اسمی، فاصله‌ای، نسبتی، مشخصه‌ای
(۳) اسمی، رتبه‌ای، فاصله‌ای، نسبتی (۴) صفتی، مشخصه‌ای، نسبتی و اسمی

۱۴۳- در توزیع درآمد خانوارهای ایران موقعیت میانگین و میانه چگونه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) میانه از میانگین بزرگ‌تر است. (۲) میانگین بزرگ‌تر از میانه است.
(۳) میانه و میانگین تقریباً بر روی هم قرار می‌گیرند. (۴) میانه و میانگین دقیقاً بر روی هم قرار می‌گیرند.

۱۴۴- در یک توزیع آماری مد برابر ۴۰ و میانه برابر ۳۰ می‌باشد کدام عدد برای میانگین آن مورد قبول است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

۱۴۵- در یک نمونه‌گیری از مساحت واحدهای مسکونی یک محله شهری فرضی مقدار چولگی منحنی توزیع آن $SK = -0.24$ شد. در اینصورت می‌توان گفت:

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) منحنی توزیع چوله به چپ دارد و چولگی قانون توزیع زیاد است. (۲) منحنی توزیع صفت چوله به چپ دارد و چولگی قانون توزیع کم است. (۳) منحنی توزیع چوله به راست دارد و چولگی قانون توزیع زیاد است. (۴) منحنی توزیع چولگی کمی دارد.

۱۴۶- محاسبه پارامترها به بستگی دارد.

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) جامعه (۲) جامعه و نمونه (۳) شرایط تحقیق (۴) نمونه

۱۴۷- درصد افزایش سود شرکت‌هایی به صورت ۴/۵، ۴، ۸، ۱۸ و ۳ محاسبه شده است، میانگین هندسی سود این شرکت‌ها کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۷/۵ (۲) ۷ (۳) ۶/۵ (۴) ۶

۱۴۸- اتومبیلی $\frac{2}{3}$ فاصله بین دو شهر را با سرعت ثابت ۷۲ کیلومتر در ساعت و $\frac{1}{3}$ بقیه را با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند.

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

سرعت متوسط این اتومبیل در فاصله بین دو شهر کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۶ (۳) ۶۷/۵ (۴) ۶۸

۱۴۹- سود یک شرکت در ۶ ماهه اول سال به واحد میلیون برابر ۱۰، ۸، ۷، ۶، ۵ می‌باشد ضریب پراکندگی آن (C.V) کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۲۰ (۳) ۰/۲۳ (۴) ۰/۲۵

۱۵۰- در جدول داده‌های مقابل میانگین حسابی $\mu_x = 15 + A$ است. عدد A کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

x_i	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
f_i	۱۲	۱۶	۲۰	۲۷	۱۰

- (۱) ۰/۳۹ (۲) ۰/۴۱

- (۳) ۰/۴۲ (۴) ۰/۴۳

۱۵۱- در ۱۲۵ داده آماری کوچکتری و بزرگترین آنها به ترتیب ۳۱ و ۵۲ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۵۵ درصد داده‌ها نابیشتر از ۴۰ و ۶۷ درصد داده‌ها نابیشتر از ۴۳ باشد، فراوانی طبقه وسط کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۱۵۲- میانگین یک جامعه ۱۲ و مد (Mo) آن ۱۵ می‌باشد، چولگی و میانه آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) چوله به راست و ۱۳ (۲) چوله به راست و ۱۴ (۳) چوله به چپ و ۱۳ (۴) چوله به چپ و ۱۴

۱۵۳- در یک جامعه با میانگین ۱۳ و واریانس ۶/۲۵ و مد ۱۵، ضریب چولگی پیرسون کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۸- (۲) ۰/۴- (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۸

۱۵۴- اگر سه جامعه با تعداد مشاهدات ۲۵، ۳۰ و ۴۵ با میانگین‌های برابر و واریانس آن‌ها به ترتیب ۲/۰۴ و ۳/۱ و ۴ به صورت یک جامعه واحد در نظر گرفته شود. انحراف معیار این جامعه کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۱/۶ (۲) ۱/۷ (۳) ۱/۸ (۴) ۱/۹

۱۵۵- مجموع مجزورات ۳۰ داده آماری ۱۹۵۰ و مجموع این داده‌ها برابر ۲۱۰ می‌باشد، ضریب پراکندگی (C.V) آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۴۳ (۲) ۰/۴۷ (۳) ۰/۵۳ (۴) ۰/۵۷

۱۵۶- در یک توزیع، پارامترهای میانگین و میانه و مد برابر هم‌اند. اگر پراکندگی آن کمتر از پراکندگی توزیع نرمال باشد آنگاه ضریب کشیدگی این توزیع چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) صفر (۲) مثبت (۳) منفی (۴) مثبت یا منفی



۱۵۷- اگر مقادیر دو متغیر x و y به صورت $x: 1, 2, 3, 4$ و $y: 2, 4, 6, 8$ باشند.

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

$$\bar{x} = \bar{y} \quad (۴) \quad \text{var}(x) > \text{var}(y) \quad (۳) \quad \text{var}(x) = \text{var}(y) \quad (۲) \quad \text{var}(y) = 4 \text{var}(x) \quad (۱)$$

۱۵۸- اگر از متغیر x مقادیر متغیر در جدول $\begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline f(x_i) & 1 & 2 & 3 & 2 \end{array}$ را در عدد ۳ ضرب نماییم در این صورت:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

(۱) $\bar{x}$ تغییر نمی‌کند. (۲) $\bar{x}$ کاهش می‌یابد. (۳) $\bar{x}$ افزایش می‌یابد. (۴) $\bar{x}$ سه برابر می‌شود.

۱۵۹- فرمول $\frac{U^2}{Q^2} = \frac{E(X_i - \mu)^2}{(\text{var}(x))^2}$ برای محاسبه:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

(۱) چولگی توزیع به کار می‌رود. (۲) کشیدگی توزیع به کار می‌رود. (۳) پراکندگی متغیر به کار می‌رود. (۴) میانگین قدر مطلق متغیر به کار می‌رود.

۱۶۰- نرخ رشد سالیانه فروش شرکتی در پنج سال قبل به صورت زیر استخراج شده است: $2/1$ و $2/19$ و $2/23$ و $2/51$ و $2/82$ کدام یک از

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۴)

(۱) میانگین حسابی (۲) میانه (۳) میانگین همساز (۴) میانگین هندسی

۱۶۱- اگر در جامعه‌ای واریانس $D(x) = 6$ باشد، انحراف معیار y که بر طبق رابطه $y = 3x - 10$ از صفت x تبعیت می‌کند، برابر است با:

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۴)

(۱) $4/34$ (۲) $2/44$ (۳) $7/34$ (۴) $8/34$

۱۶۲- وزن ۲۵ فرد اندازه‌گیری (کیلوگرم) و نتایج آماری به صورت زیر محاسبه شده است:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

784 واریانس و 20 دامنه و 74 میانه و 73 نما و 70 = میانگین، ضریب تغییرات برابر است با:

(۱) $11/2\%$ (۲) 112% (۳) $0/4\%$ (۴) 40%

۱۶۳- برای توزیع صفت متغیر در جامعه، گشتاورهای مرتبه اول (m_1) و مرتبه دوم (m_2) از مبدأ صفر و گشتاور مرکزی مرتبه سوم (μ_3)، به قرار

$m_1 = 2$ ، $m_2 = 8$ ، $\mu_3 = 0/16$

روبرو به دست آمده است:

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

ضریب چولگی براساس گشتاورها کدام است؟

(۱) 2 (۲) $0/20$ (۳) $0/02$ (۴) $0/04$

۱۶۴- توزیع صفت متغیر در جامعه، توسط جدول فراوانی‌های زیر بیان شده است، چارک سوم (Q_3) برای توزیع صفت متغیر کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

x_i	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸		۱۲ (۲)	۱۳ (۱)
f_i	۰/۱۰	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۱۰	۰/۰۵	$= 1/1$	۱۴ (۴)	۱۱ (۳)

۱۶۵- از جامعه‌ای کمیت‌های $n = 10$ ، $\sum_{i=1}^{10} x_i = 140$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 2000$ در دست است. ضریب تغییرات صفت متغیر x کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۴)

(۱) $14/28\%$ (۲) $28/14\%$ (۳) $23/24\%$ (۴) $16/14\%$

۱۶۶- اگر واریانس قیمت‌ها در سال گذشته 1000 و امسال 10 درصد به قیمت‌ها اضافه شده باشد، مقدار واریانس قیمت‌های امسال چیست؟

(حسابداری - آزاد ۸۴)

(۱) 1000 (۲) 1100 (۳) 1110 (۴) 1210

۱۶۷- اگر دامنه تغییرات داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های آماری $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

$$\frac{x_1 + x_n}{2} \quad (۱) \quad 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 1 \quad (۲) \quad x_n \quad (۳) \quad 2x_1 + 1 \quad (۴)$$



۱۶۸- در یک پژوهش شهرسازی در رابطه با مقایسه مساحت خانه‌ها در دو شهر یزد و سمنان بهتر است از کدام عامل زیر استفاده شود؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

- (۱) میانگین (۲) نما (۳) میانگین هندسی (۴) میانگین حسابی

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷
f	۱	۱	۳	۵	۴	۲

۱۶۹- واریانس داده‌های جدول زیر کدام است؟

- (۱) ۱/۰۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۷۵

۱۷۰- در یک جدول توزیع فراوانی که شامل ۱۰۰ مشاهده است، میانگین ۶ و $\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 = 5000$ است. واریانس این مشاهدات چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۱ (۲) ۱۴ (۳) ۴۴ (۴) ۴۹

۱۷۱- فرض کنید دهک ششم حقوق کارکنان در یک موسسه برابر با ۱۳۵ هزار تومان است. این بدان معنی است که حقوق دریافتی ۴۰ درصد کارکنان:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) بیشتر از ۱۳۵ هزار تومان است. (۲) درست برابر با ۱۳۵ هزار تومان است.

- (۳) کمتر یا مساوی ۱۳۵ هزار تومان است. (۴) ۱۳۵ هزار تومان و بقیه کارکنان بیشتر از ۱۳۵ هزار تومان است.

۱۷۲- در جامعه‌ای با حجم $N = 20$ کمیت‌های زیر محاسبه شده‌اند. ضریب چولگی توزیع (α_3) چقدر است؟

$$\sum (X_i - \mu)^2 = 2000, \sum (X_i - \mu)^3 = -328$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۰/۰۳۲۸ (۲) ۰/۰۱۶۴ (۳) ۰/۰۱۶۴ (۴) ۰/۰۳۲۸

۱۷۳- نرخ رشد تولیدات یک کارخانه تولیدی طی دو سال گذشته به ترتیب ۸۰٪ و ۲۰٪- بوده است. متوسط نرخ رشد تولید سالیانه این کارخانه

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

چقدر است؟

- (۱) ۲۰٪ (۲) ۳۰٪ (۳) ۵۰٪ (۴) ۶۰٪

۱۷۴- در بررسی اثربخشی یک دوره آموزش مدیریت، از یک گروه گواه و یک گروه آزمایش استفاده شده است، گروه فرضیه‌های این نوع تحقیق

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

چگونه‌اند؟

- (۱) همبسته (۲) مستقل (۳) جور شده (۴) توصیفی

۱۷۵- در یک کارگاه ۵ ماشین با سرعت ۴ دور در ثانیه و ۳ ماشین با سرعت ۶ دور در ثانیه کار می‌کنند. سرعت متوسط این ماشین‌ها چند دور در

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

ثانیه است؟

- (۱) ۴/۸۵ (۲) ۴/۷۵ (۳) ۴/۶۳ (۴) ۴/۵۷

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۱۷۶- در داده‌های آماری طبقه‌بندی شده زیر، مد کدام است؟

حدود طبقه	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷	۲۷-۳۰
فراوانی	۷	۱۱	۱۷	۹	۶

- (۱) ۲۱/۹ (۲) ۲۲/۱ (۳) ۲۲/۳ (۴) ۲۲/۵

۱۷۷- در یک توزیع آماری ضریب کشیدگی برابر ۰/۰۸ - محاسبه شده است. پراکندگی این توزیع و منحنی آن چگونه است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

- (۱) تقریباً نرمال - بلندتر از نرمال (۲) تقریباً نرمال - کوتاه‌تر از نرمال
(۳) تفاوت اندکی با نرمال - کوتاه‌تر از نرمال (۴) تفاوت اندکی با نرمال - بلندتر از نرمال



۱۷۸- یک کارمند تعداد نامه‌هایی را که در ۱۰۰ روز دریافت کرده در جدول زیر تنظیم نموده است. میانگین تعداد نامه‌هایی که دریافت کرده است، چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

روز (f_i) فراوانی	x_i (تعداد)
۴۸	۰
۳۲	۱
۱۷	۲
۲	۳
۰	۴
۱	۵

(۱) ۰/۷۰

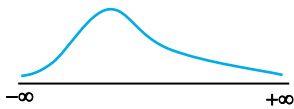
(۲) ۰/۷۷

(۳) ۱/۵

(۴) ۲

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۷۹- وقتی توزیع جامعه به شکل زیر باشد، می‌توان گفت:

(۲) میانگین $\leq$ میانه $\leq$ مد جامعه(۱) میانه جامعه $\leq$ مد جامعه $\leq$ میانگین(۴) مد جامعه $\leq$ میانه $\leq$ میانگین جامعه(۳) میانه $\leq$ میانگین $\leq$ مد جامعه

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۸۰- جدول فراوانی زیر مربوط به تعداد فرزندان ۲۰ خانوار است. فراوانی طبقه سوم چقدر است؟

فراوانی نسبی	طبقه
۰/۱	۱
۰/۲	۲
۰/۶	۳
۰/۱	۴

(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۸۱- تعداد شرکت‌کنندگان در ۸ کلاس آموزش مدیریت به قرار زیر است میانه این ارقام کدام است؟

۲۶ و ۱۸ و ۲۷ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۴ و ۳۰ و ۱۷

(۴) ۲۱/۵

(۳) ۱۸

(۲) ۱۷/۵

(۱) ۱۷

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۸۲- اعداد ۷ و ۸ و ۳ و ۱۵ و ۸ و ۱۱ و ۱ و ۳ و ۶ و ۳ و ۵ مفروض است. نما (مُد) و میانه آن‌ها به ترتیب کدام است؟

(۴) ۸ و ۷

(۳) ۶ و ۸

(۲) ۳ و ۸

(۱) ۶ و ۳

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۸۳- چارک اول (صدک ۲۵ ام) یک سری اعداد برابر ۱۸ است. این عدد به چه معنی می‌باشد؟

(۲) هفتاد و پنج درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ است.

(۱) هیجده تا از داده‌ها از ۲۵ بیشتر است.

(۴) بیست و پنج درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ است.

(۳) هیجده درصد از داده‌ها کمتر از ۲۵ است.

۱۸۴- در ۸۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۹۲ و مجموع مجزورات آن‌ها ۷۲۰ می‌باشد. ضریب پراکندگی ($C.V$) کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

(۴) ۰/۷۵

(۳) ۰/۶۰

(۲) ۰/۵۰

(۱) ۰/۲۵

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۱۸۵- در جدول داده‌های زیر انحراف چارکی کدام است؟

حدود دسته	۱۰-۱۳	۱۳-۱۶	۱۶-۱۹	۱۹-۲۲	۲۲-۲۵
فراوانی	۵	۹	۱۲	۱۰	۴

(۲) ۲/۴

(۱) ۲/۲

(۴) ۲/۸

(۳) ۲/۶

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۱۸۶- میانگین یک جامعه ۱۵/۵ و مد (MO) آن ۱۴ می‌باشد، چولگی و میانه آن کدام است؟

(۴) چوله به راست، ۱۵

(۳) چوله به چپ، ۱۵

(۲) چوله به راست، ۱۴/۵

(۱) چوله به چپ، ۱۴/۵



۱۸۷- در یک توزیع آماری ضریب کشیدگی $E = -0.20$ محاسبه شده است، این توزیع با مقایسه توزیع نرمال چگونه است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

(۲) پراکندگی کمتر - تفاوت اندک

(۱) پراکندگی بیشتر - تفاوت اندک

(۴) پراکندگی کمتر - تقریباً نرمال

(۳) پراکندگی بیشتر - تقریباً نرمال

۱۸۸- تصحیح شپارد در مورد واریانس N داده از متغیر پیوسته در مواردی به کار می‌رود که $N > 1000$ و تابع توزیع فراوانی باشد.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

(۴) 1000 - غیر متقارن

(۳) 1000 - اندکی متقارن

(۲) 100 - غیر متقارن

(۱) 100 - اندکی متقارن

۱۸۹- اگر $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 90$ و $\sum_{i=1}^{20} x_i = 15$ باشد مقدار $\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

(۴) ۴۲۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۳۲۰

(۱) ۲۴۰

۱۹۰- در جدول داده‌های طبقه‌بندی شده مقدار میانگین برابر $4a + 22$ محاسبه شده است، a کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

x_i	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	۲۸-۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

(۲) 0.02

(۱) 0.04

(۴) 0.04

(۳) 0.02

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

x_i	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	۲۸-۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

(۲) $21/6$

(۱) $21/3$

(۴) $22/4$

(۳) $22/1$

۱۹۲- در ۶۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها، برابر ۲۱۰ و مجموع مجزورات آن‌ها ۸۷۰ می‌باشد، ضریب پراکندگی (C.V) کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

(۴) 0.65

(۳) 0.56

(۲) 0.43

(۱) 0.34

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

۱۹۳- کدام نمودار برای نمایش مشاهدات با مقیاس رتبه‌ای مناسب است؟

(۴) جعبه‌ای

(۳) بافت نگار

(۲) چند ضلعی

(۱) دایره‌ای

۱۹۴- اگر میانگین و واریانس Y به ترتیب ۳ و ۹ باشد. میانگین و انحراف معیار $X = \frac{1}{3}Y + 1$ کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

(۴) $E(X) = 2/5, \sigma_X = 1/5$

(۳) $E(X) = 1/5, \sigma_X = 1/5$

(۲) $E(X) = 2/5, \sigma_X = 2/5$

(۱) $E(X) = 1/5, \sigma_X = 2/5$

۱۹۵- توزیع جامعه آماری از چولگی معقولی برخوردار است و میانگین آن ۱۰۰ و میانه آن برابر است با ۱۲۰. مقدار مد چقدر است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۶۰

(۲) ۲۲۰

(۱) ۱۱۰

۱۹۶- اگر $y_t = \frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x}$ باشد. آنگاه انحراف معیار y برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

(۴) $\frac{1}{\sigma_x}$

(۳) σ_x

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۹۷- سود شرکتی در سال ۱۳۸۲، دو میلیون تومان، در سال ۱۳۸۳، چهار میلیون تومان و در سال ۱۳۸۴، سی و دو میلیون تومان بوده است. به طور

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۵)

متوسط این شرکت در هر سال نسبت به سال قبل چند برابر سود داشته است؟

(۴) $\frac{38}{3}$

(۳) ۴

(۲) $\frac{16}{3}$

(۱) ۵

۱۹۸- اگر بخواهیم اطلاعات کیفی را به صورت ترسیمی نشان دهیم کدامیک از گزینه‌های زیر مناسب می‌باشند؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

(۴) میله‌ای

(۳) اوجایو

(۲) پلی‌گون

(۱) هیستوگرام



۱۹۹- توزیع صفت متغیر در جامعه توسط جدول زیر نشان داده شده است:

$x_i - x_{i+1}$	۱-۵	۵-۹	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۱۷-۱۹
n_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

کدامیک از تفاوت‌های زیر در مورد میانگین، میانه و مد این توزیع صحیح است؟

$$M_0 < M_e < \bar{X} \quad (۴)$$

$$\bar{X} < M_0 < M_e \quad (۳)$$

$$\bar{X} = M_0 = M_e \quad (۲)$$

$$\bar{X} > M_0 > M_e \quad (۱)$$

۲۰۰- جدول توزیع فراوانی‌های متغیر x به شرح زیر می‌باشد:

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	
n_i	۱	۱۰	۶	۳	= ۲۰

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

کدامیک از گزینه‌های زیر جدول توزیع فراوانی‌ها براساس چگالی متغیر x است؟

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹
d_i	۱	۱۱	۱۷	۲۰

(۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹
d_i	۰/۰۵	۰/۵	۰/۳	۰/۱۵

(۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹
d_i	۰/۰۵	۰/۵۵	۰/۸۵	۱

(۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹
d_i	۰/۵	۵	۳	۱/۵

(۳)

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۲۰۱- حاصل جمع فراوانی‌ها برای تمامی طبقات همیشه برابر است با:

(۴) تعداد طبقات

(۳) مقداری بین صفر و یک

(۲) تعداد مشاهدات مورد بررسی

(۱)

۲۰۲- وزن به کیلوگرم برای ۲۵ نفر اندازه‌گیری و اطلاعات زیر بدست آمده است:

۲۰ = دامنه، ۷۸۴ = واریانس، ۷۰ = میانگین، ۷۳ = نما، ۷۴ = میانه

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

ضریب تغییرات برابر است با:

(۴) ۴۰٪

(۳) ۱۱/۲٪

(۲) ۱/۱۲۰٪

(۱) ۰/۴٪

۲۰۳- توزیع فراوانی صفت متغیر x در جامعه‌ای به صورت جدول زیر بدست آمده است:

x	۲	۴	۶	۸	۱۰
N_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

اگر فراوانی‌ها را بر ۱۰ تقسیم کنیم، میانگین حسابی چقدر خواهد شد؟

(۴) ۲۰

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۵

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

۲۰۴- صفت متغیر X دارای چولگی ملایم است، کدام یک از روابط بین میانگین، میانه و نما برقرار است؟

$$MO - \bar{X} = 3(\bar{X} - Me) \quad (۴)$$

$$\bar{X} - MO = 3(Me - \bar{X}) \quad (۳)$$

$$\bar{X} - MO = 3(\bar{X} - Me) \quad (۲)$$

$$MO - \bar{X} = 2(Me - \bar{X}) \quad (۱)$$

۲۰۵- کدامیک یک از کمیت‌های زیر در توزیع صفت متغیر کیفی می‌تواند به عنوان مشخصه مرکزی مورد استفاده قرار گیرد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

(۴) نما

(۳) میانگین هندسی

(۲) میانه

(۱) میانگین حسابی

۲۰۶- اگر میانگین و میانه یک جامعه به ترتیب ۲۰ و ۴۰ باشد و توزیع جامعه دارای چولگی قابل قبولی باشد، مد کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۶۰

(۲) ۳۰

(۱) ۸۰

۲۰۷- گشتاورهای مرتبه اول تا چهارم نسبت به مبدا $a = 3$ به صورت زیر استخراج شده‌اند. ضریب کشدگی توزیع چقدر است؟ (حسابداری - آزاد ۸۵)

$$M_1 = 0 \quad M_2 = 1/2 \quad M_3 = 0 \quad M_4 = 3/6$$

(۴) ۲/۱

(۳) ۰/۵

(۲) -۰/۵

(۱) -۱/۵

۲۰۸- کمیت تصادفی x دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و واریانس ۴ است. واریانس $y = 3 + 3x$ برابر است با: (حسابداری - آزاد ۸۵)

(۴) ۶۰

(۳) ۶۴

(۲) ۲۷

(۱) ۳۶



۲۰۹- داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n$ مقادیر میانگین و واریانس به ترتیب ۵ و ۴ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها یک واحد اضافه کنیم درصد ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۵)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

۲۱۰- توزیع فراوانی هزینه متوسط ماهانه خانوارها در جدول زیر داده شده است:

هزینه متوسط	۱۵	۳۵	۶۰	۸۵	۲۱۰	۳۸۰
تعداد خانوارها	۳۲	۴۸	۱۲	۵	۲	۱

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

میانگین هزینه ۲۰٪ از پرخرج‌ترین خانوارها چقدر است؟

۱۰۸/۱۵ (۴)

۹۷/۲۵ (۳)

۴۱/۰۵ (۲)

۱۹/۴۵ (۱)

۲۱۱- تعداد دانشجویان پذیرفته شده در یک دانشکده در پنج سال متوالی به شرح زیر است:

سال‌ها	۱۳۸۴	۱۳۸۳	۱۳۸۲	۱۳۸۱	۱۳۸۰
تعداد	۴۰۰	۳۵۰	۳۱۰	۲۸۰	۱۰۰

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

متوسط درصد (نرخ) رشد سالانه دانشجویان پذیرفته شده در این دانشکده کدام است؟

۵۶٪ (۴)

۵۰٪ (۳)

۴۱٪ (۲)

۳۸٪ (۱)

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

۲۱۲- چارک سوم داده‌های جدول توزیع فراوانی زیر کدام است؟

X	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰
f	۵	۳	۸	۴

$\frac{32}{6}$ (۴)

$\frac{62}{4}$ (۳)

$\frac{32}{3}$ (۲)

$\frac{31}{4}$ (۱)

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

۲۱۳- در جامعه‌ای با حجم $N = 20$ کمیت‌های زیر محاسبه شده‌اند. ضریب چولگی توزیع چقدر است؟

$$\sum (x_i - \mu)^2 = 180, \sum (x_i - \mu)^3 = -180$$

۱ (۴)

۰/۷۷ (۳)

-۰/۳۳ (۲)

-۱ (۱)

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۲۱۴- اولین مرحله در یک تحقیق علمی کدام است؟

تحلیل یافته (۴)

هدف‌گذاری (۳)

جمع‌آوری داده‌ها (۲)

فرضیه‌سازی (۱)

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۲۱۵- فزونی میانگین حسابی از میانگین هندسی داده‌های جدول زیر کدام است؟

x_i	۹	۱۲	۱۶
f_i	۲	۳	۲

۰/۲۵ (۲)

۰/۲۴ (۱)

۰/۲۸ (۴)

۰/۲۷ (۳)

۲۱۶- در یک توزیع فراوانی داده‌ها، چارک‌های اول، دوم و سوم به ترتیب ۲۶، ۶۱ و ۷۶ می‌باشد، نوع توزیع از نظر تقارن نسبت به نرمال چگونه است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

(۱) چوله به راست - تقریباً نرمال (۲) چوله به راست - تفاوت اندک (۳) چوله به چپ - تقریباً نرمال (۴) چوله به چپ - تفاوت اندک

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۲۱۷- واریانس کل داده‌ها، متشکل از سه گروه جدول روبه‌رو کدام است؟

N	۱۰۰	۲۰۰	۷۰۰
μ	۱۴	۱۸	۲۰
σ^2	۵۰	۶۰	۴۰

۴۸/۴ (۱)

۴۷/۵ (۲)

۴۵/۸ (۳)

۴۵ (۴)

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۲۱۸- اگر $N = 20$ ، $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \mu)^4 = 8640$ و واریانس جامعه ۱۲ باشد، ضریب کشیدگی کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



۲۱۹- متوسط ۴ عدد دورقمی ۱۲ و متوسط ۵ عدد دورقمی دیگر نیز ۱۸ می‌باشد، متوسط این ۹ عدد چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$\begin{array}{llll} 13/5 & (1) & 15 & (2) \\ \frac{138}{9} & (3) & \frac{150}{9} & (4) \end{array}$$

۲۲۰- میانگین طول عمر ۲۰ دستگاه، ۱۰ سال و میانگین طول عمر ۱۵ دستگاه دیگر ۱۲ سال می‌باشد در اینصورت میانگین کل نمونه‌ها چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$\begin{array}{llll} 40 & (1) & 18 & (2) \\ 11 & (3) & \frac{380}{35} & (4) \end{array}$$

۲۲۱- ارتفاع چهار منطقه کوهستانی بر حسب متر نسبت به دریا عبارت است از ۱۴۱ و ۱۵۵ و ۱۶۹ و ۱۳۵. واریانس مقادیر مذکور چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$\begin{array}{llll} 170 & (1) & 173 & (2) \\ 176 & (3) & 180 & (4) \end{array}$$

۲۲۲- فراوانی مطلق چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) تکرار هر داده (۲) دسته‌بندی داده‌ها (۳) نسبت فراوانی به تعداد نمونه (۴) ضریبی از فراوانی تجمعی

۲۲۳- جامعه آماری چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) سرشماری جمعیت (۲) تعداد کل اعضای جامعه (۳) نمونه‌گیری تصادفی که در سرشماری بکار می‌رود. (۴) مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء که موضوع مورد مطالعه هستند.

۲۲۴- متغیرها را از این نظر که قابل اندازه‌گیری باشند یا نه، به کدام گروه‌ها تقسیم می‌کنند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) پیوسته - کمی (۲) پیوسته - گسسته (۳) کمی - کیفی (۴) گسسته - کیفی

۲۲۵- کدام یک از متغیرهای زیر کیفی است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) متوسط درجه سالانه شهر (۲) تعداد مسافرین حمل و نقل عمومی شهر (۳) میزان آلودگی هوای شهر (۴) مراقبت از فضای سبز شهر

۲۲۶- متغیرهای تصادفی کمی به کدام دو دسته تقسیم می‌شوند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) اسمی - ترتیبی (۲) ترتیبی - اسمی (۳) گسسته - پیوسته (۴) گسسته - اسمی

۲۲۷- مزیت اطلاعات کمی بر کیفی چیست؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۱) اندازه‌گیری دقیق از موضوع و قابلیت تعمیم نتایج (۲) توصیف دقیق از اطلاعات و قابلیت تفسیر آن (۳) قابلیت تفسیر اطلاعات و نتیجه‌گیری تجریدی (۴) قابلیت دستیابی به برداشت‌های مختلف

۲۲۸- در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۲۴ باشد، فراوانی مطلق دسته چهارم کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

مرکز دسته	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱	۱۵ (۲)	۱۴ (۱)
فراوانی تجمعی	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰	۱۷ (۴)	۱۶ (۳)

۲۲۹- در یک جامعه آماری چارک اول، دوم و سوم به ترتیب ۵۲، ۷۰ و ۸۴ شده است، مقدار انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$\begin{array}{llll} 32 & (1) & 18 & (2) \\ 16 & (3) & 14 & (4) \end{array}$$

۲۳۰- در ۱۰۰ داده آماری با میانگین ۷ مجموع مربعات تمام داده‌ها ۶۵۰۰، $\sum_{i=1}^{100} (x_i - 7)^2 = 192$ ، ضریب چولگی جامعه چند درصد است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$\begin{array}{llll} 4/6 & (1) & 3 & (2) \\ 2/3 & (3) & 2 & (4) \end{array}$$



۲۳۱- در کدام مرحله از آمار، آماره‌ها با نمونه‌های تصادفی محاسبه می‌شوند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) آزاد از توزیع (۲) استنباطی (۳) توصیفی (۴) ناپارامتریک

۲۳۲- وزن محصولات تولید شده در یک شرکت، دارای کدام نوع مقیاس است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) اسمی (۲) رتبه‌ای (۳) فاصله‌ای (۴) نسبی

۲۳۳- در داده‌های جدول روبرو، واریانس بین چارک اول و چارک سوم کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

شاخه	برگ
۰	۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۴
۱	۰ ۰ ۳ ۴ ۶ ۹
۲	۰ ۱ ۲ ۳

(۱) ۲۸

(۲) ۲۸/۵

(۳) ۲۹

(۴) ۲۹/۲۵

۲۳۴- اگر میانگین حسابی ۵۰ داده آماری متقارن برابر ۱۲ باشد، اختلاف میانگین پیراسته $LN = 20$ این داده‌ها از میانگین کل کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) ۵/۰

(۴) ۱

۲۳۵- راننده اتومبیلی $\frac{2}{3}$ مسافتی را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت و $\frac{1}{4}$ این مسافت را با سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت و بقیه مسافت را با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است، سرعت متوسط در این مسافت کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) ۷۸/۶

(۲) ۸۰

(۳) ۸۰/۸

(۴) ۸۲

۲۳۶- چارک اول، دوم و سوم یک جامعه آماری به ترتیب ۳۱، ۷۲ و ۹۵ محاسبه شده است، مقدار انحراف چارکی کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) ۳۲

(۲) ۳۳

(۳) ۳۴

(۴) ۶۴

۲۳۷- کمترین و بیشترین داده‌های آماری ۱۲/۵ و ۳۲/۵ می‌باشد، این داده‌ها در ۴ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. فراوانی تجمعی آن‌ها به ترتیب ۰.۱۰، ۰.۲۹، ۰.۴۵ و ۰.۶۰ می‌باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) ۲۳

(۲) ۲۳/۵

(۳) ۲۴

(۴) ۲۴/۵

۲۳۸- در جدول توزیع فراوانی زیر، چارک سوم کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

x_i	۱۵-۲۰	۲۰-۲۵	۲۵-۳۰	۳۰-۳۵	۳۵-۴۰
f_i	۲۲	۲۸	۱۶	۱۲	۱۴

(۱) ۳۰/۷۵

(۲) ۳۱/۲۵

(۳) ۳۱/۶

(۴) ۳۲/۳

۲۳۹- در داده‌های آماری دسته‌بندی شده با متغیر پیوسته، تعداد داده‌ها خیلی زیاد و تابع توزیع فراوانی اندکی متقارن است. واریانس محاسبه شده با مقایسه واریانس واقعی چگونه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) همواره بیشتر

(۲) همواره کمتر

(۳) دقیقاً برابر

(۴) کمتر یا بیشتر

۲۴۰- در یک توزیع چوله به راست کدام رابطه صحیح است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) $\mu < Md < Mo$ (۲) $Md < Mo < \mu$ (۳) $Mo < Md < \mu$ (۴) $\mu < Mo < Md$

۲۴۱- در یک توزیع نرمال، کشیدگی گشتاوری و کشیدگی صدکی به ترتیب کدام است؟ (از راست به چپ) (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) ۰/۲۶۳، ۰/۲۶۳

(۲) ۳، ۰/۲۶۳

(۳) ۳، ۰/۲۶۳

(۴) ۳، ۳

۲۴۲- میانه و مد یک جامعه آماری به ترتیب ۵۴ و ۷۲ می‌باشد، توزیع جامعه از نظر چولگی معقول است، میانگین کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۱) ۴۵

(۲) ۴۸

(۳) ۶۳

(۴) ۸۱



۲۴۳- اگر $\sum x_i^2 = 2440$, $\sum x_i = 240$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 75$ باشد، ضریب چولگی جامعه چند درصد است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

۲۴۴- در یک توزیع چوله به راست کدام رابطه صحیح است؟

$\mu < MO < Md$ (۴)

$MO < Md < \mu$ (۳)

$Md < MO < \mu$ (۲)

$\mu < Md < MO$ (۱)

۲۴۵- تعداد کارکنان سه گروه متمایز از کارخانه‌ای ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۵۰ نفر است که واریانس نمرات مسئولیت پذیر آنان به ترتیب ۱۲ و ۱۴ و ۹ محاسبه شده

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

است. اگر میانگین‌ها متفاوت باشند کدام عدد برای واریانس نمرات کل این کارکنان مورد قبول است؟

۱۲/۶ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۱۲/۴ (۲)

۱۲/۳ (۱)

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۲۴۶- میانگین هندسی اعداد ۲۵، ۳۰، ۲۴ و ۴۵ کدام است؟

۲۸ (۴)

۳۲ (۳)

۲۶ (۲)

۳۰ (۱)

۲۴۷- قیمت سهام یک کارخانه از ۱۰۰ ریال در سال ۱۳۸۰ به ۳۲۰۰ ریال در سال ۱۳۸۵ افزایش یافته است. متوسط نرخ افزایش قیمت سهام در

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

این دوره چقدر بوده است؟

۱۰۰٪ (۴)

۱۲۵٪ (۳)

۱۲۰٪ (۲)

۸۰٪ (۱)

۲۴۸- از $n = 100$ نفر از کارکنان یک سازمان در رابطه با میزان رضایت شخصی (x) پرسشی شده است. جدول توزیع فراوانی زیر نتایج به دست

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
n_i	۵	۱۲	۲۲	۳۰	۳۱

آمده را نشان می‌دهد.

۵ = خیلی زیاد = ۴ = زیاد = ۳ = متوسط = ۲ = کم = ۱ = خیلی کم

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

اگر مناسب‌ترین مشخص کننده مرکزی را برای این توزیع انتخاب کرده باشید، مقدار آن چقدر است؟

۳/۱۲ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۶ (۱)

۲۴۹- توزیع متغیر تصادفی x شرح زیر می‌باشد. کدامیک از گزینه‌های زیر را برای رسم نمودار هیستوگرام انتخاب می‌کنید؟

(مدیریت صنعتی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۶	۱۶-۲۱	
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۳۵	۱۰	$N = 100$

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۶	۱۶-۲۱
d_i	۵	۵	۱۰	۷	۲

 (۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۶	۱۶-۲۱
n_i	۰/۱۰	۰/۲۵	۰/۳۰	۰/۲۵	۰/۱۰

 (۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۶	۱۶-۲۱
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۳۵	۱۰

 (۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۶	۱۶-۲۱
FC	۱۰	۳۵	۶۵	۹۰	۱۰۰

 (۳)

۲۵۰- نتایج حاصل از یک بررسی نشان می‌دهد که میانگین قد گروهی از ورزشکاران برابر ۱۷۵ سانتیمتر با انحراف معیار ۱۴ سانتیمتر و میانگین وزن

آنها ۷۵ کیلوگرم با انحراف معیار ۱۲ کیلوگرم می‌باشد. برای مقایسه پراکندگی این دو صفت کدامیک از گزینه‌های زیر را صحیح می‌دانید؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

(۱) پراکندگی قد ورزشکاران بیشتر از پراکندگی وزن آنهاست

(۲) پراکندگی قدر ورزشکاران کمتر از پراکندگی وزن آنهاست.

(۳) پراکندگی قد ورزشکاران برابر پراکندگی وزن آنهاست.

(۴) بدلیل عدم وجود سنخیت مقیاس‌های اندازه‌گیری بررسی و مقایسه پراکندگی قد با وزن ممکن نیست.

۲۵۱- توزیع متغیر تصادفی X به شرح زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر را برای رسم نمودار اوجایو انتخاب می‌کنید؟

(مدیریت تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۲۵	۱۰	$N = 100$

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	
FC	۱۰	۳۵	۶۵	۹۰	۱۰۰	(۲)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	
n_i	۱۰	۲۵	۳۰	۲۵	۱۰	(۱)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	
d_i	۵	۱۲/۵	۱۵	۱۲/۵	۵	(۴)

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	
f_i	۰/۱	۰/۲۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۱	(۳)

۲۵۲- جدول توزیع فراوانی صفت متغیر کیفی X (میزان رضایت شغلی) که به صورت سؤال از $n = 100$ نفر از کارکنان یک سازمان پرسیده شده است به صورت زیر می‌باشد:

۱- خیلی کم	۲- کم	۳- متوسط	۴- زیاد	۵- خیلی زیاد	
x_i	۱	۲	۳	۴	۵
n_i	۵	۱۲	۲۲	۳۰	۳۱
					$N = 100$

کدامیک از گزینه‌های زیر را به عنوان بهترین شاخص انتخابی برای نشان دادن مرکز تمرکز این توزیع انتخاب می‌کنید؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

(۱) میانگین (۲) مد (نما) (۳) میانگین هارمونیک (۴) میانه

۲۵۳- در یک بررسی متوسط میزان تولید یک نوع محصول بر حسب تن در کارخانه A دارای میانگین ۵۰۰۰ کیلوگرم در روز با انحراف معیار ۵۰۰ کیلوگرم بوده است در حالیکه میزان تولید بر حسب ارزش در کارخانه B دارای میانگین برابر ۱۵۰۰۰ واحد پولی با انحراف معیار ۱۲۰۰ می‌باشد با استفاده از ضریب تغییرات مشخص نمایید که میزان پراکندگی در کدامیک از دو کارخانه بیشتر است؟ (مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

- پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A بیشتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
- پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A کمتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
- پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A برابر پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.
- پراکندگی میزان تولید بر حسب تن در کارخانه A قابل مقایسه با پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B نیست زیرا دارای یک مقیاس نمی‌باشند.

۲۵۴- میانگین ۱۰۰ داده آماری برابر ۴۰ است اگر عدد ۲۴ را به اشتباه عدد ۴۴ وارد کرده باشیم، آنگاه میانگین صحیح چقدر است؟

(حسابداری - آزاد ۸۶)

۳۹/۸ (۱)	۴۰/۲ (۲)	۳۸ (۳)	۴۲ (۴)
----------	----------	--------	--------

۲۵۵- گشتاورهای مراتب اول، دوم و سوم نسبت به مبدأ $a = 10$ به صورت $M_1 = 2$, $M_2 = 20$, $M_3 = 88$ به دست آمده است. ضریب چولگی توزیع کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۶)

-۰/۲۵ (۱)	۰/۲۵ (۲)	۰/۵ (۳)	-۰/۵ (۴)
-----------	----------	---------	----------

۲۵۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱۴ و ۱۰ و ۸ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۶)

$\frac{\sqrt{5}}{11}$ (۱)	$\frac{11}{\sqrt{5}}$ (۲)	$\frac{5}{11}$ (۳)	$\frac{11}{5}$ (۴)
---------------------------	---------------------------	--------------------	--------------------

۲۵۷- بزرگ‌ترین داده آماری در یک آزمایش ۱۲۰ و کوچکترین آن‌ها ۳۰ می‌باشد. اگر داده‌های ۴۰ و ۴۵ و ۸۵ را به آن‌ها اضافه کنیم دامنه تغییرات چند واحد اضافه می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۶)

۲ (۱)	۴۰ (۲)	۶۰ (۳)	۴ (تغییر نمی‌کند) (۴)
-------	--------	--------	-----------------------

۲۵۸- تعریف شاخص‌های مد، میانه، میانگین به ترتیب عبارتند از:

- جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان - داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) - داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.
- داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد - داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) - جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان
- داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد (اگر داده‌ها مرتب باشد) - داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد - جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان
- داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد - داده‌ای که کمترین فراوانی را دارد - جمع داده‌ها تقسیم بر تعدادشان



۲۵۹- در توزیع نرمال میانگین، میانه و مد جامعه نسبت به یکدیگر چه رابطه‌ای دارند؟
(۱) میانه < مد = میانگین (۲) میانگین < میانه < مد (۳) مد < میانه < میانگین (۴) میانگین = میانه = مد

۲۶۰- در توزیع‌های یک مدی (تک‌نما)، اگر $\bar{x}$ ، میانگین حسابی، MO، مد و Md، میانه باشد، در این صورت کدام رابطه همواره به صورت تجربی برقرار است؟
(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) MO - Md = 3(MO - \bar{x}) \quad (2) Md - \bar{x} = 3(MO - \bar{x}) \quad (3) Md - \bar{x} = 3(Md - MO) \quad (4) \bar{x} - MO = 3(\bar{x} - Md)$$

۲۶۱- در یک آزمون سنجش معلومات، دانش‌آموزان تیزهوش با کد ۱، دانش‌آموزان خوب با کد ۲ و دانش‌آموزان متوسط با کد ۳ نشان داده شده‌اند. در این آزمون از چه نوع مقیاسی برای این انتساب استفاده شده است؟
(محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) فاصله‌ای (۴) نسبتی

۲۶۲- هرگاه در یک نمونه‌گیری حجم نمونه افزایش یابد و مجموع مربعات تفاضل از میانگین ثابت بماند، واریانس چه تغییری می‌کند؟
(محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد. (۳) دو برابر می‌شود. (۴) تغییری نمی‌کند.

۲۶۳- کدام یک از متغیرهای زیر در سطح اسمی اندازه‌گیری می‌شود؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

(۱) دما (۲) تعداد پل‌های منطقه ۳ (۳) مناطق بیست و دوگانه تهران (۴) میزان آلودگی هوا

۲۶۴- «مجموعه‌ای از افراد یا اشیای مورد مطالعه» و «موضوع مورد مطالعه» به ترتیب چه نامیده می‌شوند؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

(۱) جامعه آماری - متغیر تصادفی (۲) جامعه آماری - پارامتر (۳) نمونه آماری - پارامتر (۴) نمونه آماری - متغیر تصادفی

۲۶۵- در جدول داده‌های طبقه‌بندی شده زیر اگر مد جامعه ۲۵/۵ باشد درصد فراوانی نسبی دسته سوم کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

حدود دسته	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-۳۱
فراوانی مطلق	۷	۱۲	α	۱۴

(۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

۲۶۶- میانگین داده‌های آماری در جدول زیر به صورت $25 + A$ است، A کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

حدود دسته	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-۳۱	۳۱-۳۵
فراوانی مطلق	۶	۱۲	۱۵	۹	۸

(۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۶ (۳) ۰/۰۷ (۴) ۰/۰۸

۲۶۷- در ۶۰ مشاهده دسته‌بندی شده، میانه ۲۳، فاصله طبقات ۳ و فراوانی طبقه میانه دار ۱۲ و فراوانی تجمعی طبقه میانه‌دار ۳۸ می‌باشد. حدود دسته میانه‌دار کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

(۱) (۲۱، ۲۴) (۲) (۲۲، ۲۵) (۳) (۲۱/۵، ۲۴/۵) (۴) (۲۲/۵، ۲۵/۵)

۲۶۸- در اندازه‌ی قطر درختان یک باغ، جامعه آماری کدام است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۷۸ و ۸۰)

(۱) قطر درختان (۲) عمر درختان (۳) درختان باغ (۴) درختان باغات مجاور

۲۶۹- میانگین هندسی رشته اعداد ۹۶، ۷۲، ۸، ۲۴ و ۶، کدام است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۲۷۰- انحراف متوسط از میانگین در ۱۲ داده‌ی آماری صفر و میانگین آن‌ها ۱۵ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۱۶ و ۲۴ به آن‌ها اضافه شود. واریانس ۱۵ داده‌ی جدید کدام است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) ۵/۲۴ (۲) ۵/۴۲ (۳) ۶/۱۳ (۴) ۶/۳۱

۲۷۱- در ۱۲۰ داده‌ی آماری، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها به ترتیب ۱۲ و ۵۴ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند به طوری که مقدار دهک ششم برابر ۳۲ و در دسته وسط واقع است. اگر فراوانی مطلق این طبقه ۹ باشد، درصد فراوانی نسبی تجمعی آن کدام است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) ۶۳ (۲) ۶۵ (۳) ۶۸ (۴) ۷۲

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

۲۷۲- کدام پارامتر بیشتر تحت تأثیر انحرافات بزرگ است؟

- (۱) انحراف متوسط از میانگین (۲) انحراف چارکی (۳) نیم دامنه (۴) واریانس

۲۷۳- در ۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۴ داریم $\sum f_i(x_i - 12)^3 = -24$ این توزیع چگونه است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

- (۱) چوله به راست - تقریباً نرمال (۲) چوله به چپ - تقریباً نرمال
(۳) چوله به راست - تفاوت اندک با نرمال (۴) چوله به چپ - تفاوت اندک با نرمال

۲۷۴- در ۵۰ مشاهده با میانگین ۴۰ و واریانس ۲۵ و ۱۰۰ مشاهده دیگر با میانگین ۵۵ و واریانس ۱۶ ترکیب شوند واریانس جامعه‌ی کل کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۴ (۳) ۴۲ (۴) ۶۹

۲۷۵- اگر از داده‌ها عدد $\frac{1}{p}$ کم شود ضریب چولگی چه تغییری خواهد داشت؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

- (۱) بدون تغییر باقی می‌ماند. (۲) به اندازه $\frac{1}{8}$ چولگی آن افزایش می‌یابد.
(۳) به اندازه $\frac{1}{p}$ چولگی آن افزایش می‌یابد. (۴) به اندازه ۵/۰ واحد از ضریب چولگی آن کم می‌شود.

۲۷۶- برای تشخیص آن که در دو هفته گذشته یورو با ثبات‌تر بوده است یا ین ژاپن، کدام شاخص مناسب‌تر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

- (۱) واریانس (۲) میانگین وزنی
(۳) میانگین مجذور خطا (۴) ضریب پراکندگی (ضریب تغییرات)

۲۷۷- توزیع نمرات دانشجویان در دو کلاس A و B دارای میانگین و واریانس مساوی است. وقتی می‌توان نمرات دانشجویان کلاس A را به نسبت

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

بهتر دانست که:

- (۱) ضریب چولگی آن مثبت باشد. (۲) میانه نمرات آن کمتر از میانگین باشد.
(۳) میانگین نمرات آن کمتر از میانه باشد. (۴) میانگین نمرات آن بیشتر از میانه باشد.

۲۷۸- مشاهدات x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 دارای انحراف معیار صفر هستند. آنگاه میانه مشاهدات $(2x_1 + 1), (2x_2 + 1), \dots, (2x_5 + 1)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴) ۳۱

۲۷۹- متغیرهای تصادفی کمی به کدام دو دسته تقسیم می‌شوند؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

- (۱) اسمی - ترتیبی (۲) پیوسته - ترتیبی (۳) گسسته - پیوسته (۴) گسسته - اسمی

۲۸۰- در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۱۶، باشد فراوانی مطلق در دسته چهارم کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

مرکز دسته	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۵	a	۵۸	۷۵

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۱ (۳) ۱۹ (۴) ۱۷

۲۸۱- ۲۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و انحراف معیار ۲ را با ۱۰ داده‌ی آماری با میانگین ۹ و انحراف معیار ۳ در نظر می‌گیریم. واریانس

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

۳۰ داده‌ی موجود کدام است؟

- (۱) ۷/۶ (۲) ۷/۹ (۳) ۸/۱ (۴) ۸/۴

۲۸۲- در جدول توزیع فراوانی دسته‌بندی شده، اگر مد جامعه ۱۶ باشد فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

مرکز دسته	۹-۱۲	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱
فراوانی مطلق	۸	۱۲	۱۵	a

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱



۲۸۳- در ۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ داریم: $\sum_{i=1}^{50} (x_i - 15)^2 = 24$ ، ضریب چولگی و تفاوت جامعه از نظر تقارن با توزیع نرمال چگونه است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

- (۱) ۰/۱۲، تقریباً نرمال (۲) ۰/۰۶، تقریباً نرمال (۳) ۰/۱۲، تفاوت اندک با نرمال (۴) ۰/۰۶، تفاوت اندک با نرمال.

۲۸۴- توزیع صفت متغیر در جامعه توسط جدول فراوانی‌های زیر بیان می‌شود که میانگین توزیع صفت متغیر در جامعه μ است. از این جامعه نمونه‌ای به حجم n انتخاب می‌شود. کدامیک از عبارات‌های زیر خواص مشخصه میانگین حسابی را بیان می‌کند؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

x	x_1	x_2	...	x_s	
f_i	f_1	f_2	...	f_s	= ۱

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = 0 \quad (۴) \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0 \quad (۳) \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 0 \quad (۲) \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0 \quad (۱)$$

۲۸۵- توزیع صفت متغیر در جامعه قرینه است. میانه این توزیع مساوی است با ۱۰ و واریانس مساوی است با ۶۴ ضریب تغییرات برای این توزیع چیست؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

- (۱) ۸ درصد (۲) ۸۸ درصد (۳) ۸۰ درصد (۴) ۱۸ درصد

۲۸۶- هر چه منحنی‌های آماری و ریاضی پخ تر باشند به ترتیب نمایانگر:

(حسابداری - آزاد ۸۷)

- (۱) پراکندگی کمتر، پراکندگی بیشتر هستند. (۲) تصادفی بودن بیشتر، تصادفی بودن کمتر هستند. (۳) تصادفی بودن کمتر و تصادفی بودن بیشتر هستند. (۴) پراکندگی بیشتر، پراکندگی کمتر هستند.

۲۸۷- در نمودار دایره‌ای (PIE CHART) یکی از زاویه‌های مرکزی $a = 90^\circ$ است. چه درصدی از جامعه متناظر با این زاویه است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۷)

- (۱) ۳۰٪ (۲) ۴۵٪ (۳) ۲۵٪ (۴) ۶۰٪

۲۸۸- کدام مقیاس برای اندازه‌گیری از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

- (۱) نسبی (۲) اسمی (۳) فاصله‌ای (۴) رتبه‌ای

۲۸۹- یک هواپیما فاصله ۳ هزار کیلومتری را با سرعت ۶۰۰ کیلومتر در ساعت، فاصله ۵ هزار کیلومتری را با سرعت ۷۵۰ کیلومتر در ساعت و فاصله ۴ هزار کیلومتری را با سرعت ۸۰۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند. سرعت متوسط آن کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

- (۱) ۷۱۵ (۲) ۷۱۷ (۳) ۷۲۰ (۴) ۷۲۵

۲۹۰- میانگین داده‌های پیوسته از جدول زیر کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

حدود دسته	۲۱۶-۲۳۲	۲۳۲-۲۴۸	۲۴۸-۲۶۴	۲۶۴-۲۸۰
فراوانی	۱۶	۲۹	۱۳	۱۲

- (۱) ۲۴۲/۸ (۲) ۲۴۳/۲ (۳) ۲۴۳/۶ (۴) ۲۴۴/۸

۲۹۱- نمرات مسؤولیت‌پذیری کارمندان یک شرکت از صفر تا ۳۰ طبقه‌بندی شده است. انحراف چارکی کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

فاصله طبقات	< 10	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	≥ 26
فراوانی	۴	۸	۱۰	۱۲	۹	۷

- (۱) ۲/۹ (۲) ۴/۶ (۳) ۶/۴ (۴) ۹/۲

۲۹۲- در یک جدول طبقه‌بندی شده چارک اول، دوم سوم به ترتیب ۱۵، ۱۷ و محاسبه شده است، نوع چولگی و از نظر قرینگی، با توزیع نرمال چگونه است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

- (۱) چوله به راست - تفاوت اندک با نرمال (۲) چوله به راست - تفاوت فاحش با نرمال (۳) چوله به چپ - تفاوت اندک با نرمال (۴) چوله به چپ - تقریباً نرمال

۲۹۳- از ۵۰ کارمند بانک، سؤال شده است که «مناسب‌ترین زمان شروع به کار در صبح را چه ساعتی می‌دانید؟» نتایج به دست آمده دارای میانگین ۸/۴۵، میانه ۸/۱۵ و نمای ۷/۱۵ بوده است. براساس این اطلاعات مناسب‌ترین ساعت برای شروع کار بانک‌ها کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) ۷/۱۵ (۲) ۸/۰ (۳) ۸/۱۵ (۴) ۸/۴۵

۲۹۴- میانگین، انحراف معیار و ضریب چولگی سود دو شرکت تجاری A و B در چند سال گذشته به صورت زیر بوده است. بر این اساس:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

A	B
$\mu_A = 10$	$\mu_B = 10$
$\sigma_A = 2$	$\sigma_B = 2$
$\alpha_3 = -1$	$\alpha_3 = +1$

(۱) احتمال سودآوری بیشتر از ۱۰ در شرکت B بیشتر است.

(۲) ریسک سرمایه‌گذاری در شرکت B کمتر است.

(۳) احتمال سودآوری بیشتر از ۱۰ در شرکت A بیشتر است.

(۴) ضریب پراکندگی در شرکت A کمتر است.

۲۹۵- فروش یک فروشگاه در سال گذشته ۸۰٪ افزایش یافته و امسال ۸۰٪ کاهش داشته است. متوسط نرخ رشد فروش سالانه این فروشگاه در این دو سال چند درصد بوده است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) ۴۰٪ کاهش (۲) ۶۰٪ کاهش (۳) ۲۰٪ افزایش (۴) صفر

۲۹۶- راننده اتومبیلی $\frac{1}{3}$ مسافت بین دو شهر را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر در ساعت، $\frac{1}{4}$ این مسافت را با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت، بقیه مسافت را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است. سرعت متوسط این راننده در مسیر بین دو شهر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

(۱) ۹۸/۷ (۲) ۹۹/۳ (۳) ۱۰۱/۶ (۴) ۱۰۲/۳

۲۹۷- در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

فاصله دسته	< 8	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰	≥ 20
فراوانی	۵	۱۲	۱۵	۱۳	۸	۷

(۱) ۳/۱۰ (۲) ۳/۱۵ (۳) ۳/۲۰ (۴) ۳/۲۵

۲۹۸- جدول توزیع فراوانی انحراف از میانگین داده شده است. ضریب چولگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$x - \bar{x}$	-۳	-۱	۰	۱	۳
f	۵	۱۰	۲۰	۱۳	۴

(۱) $-\frac{3}{13\sqrt{2}}$ (۲) $-\frac{2}{13\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{1}{13}$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۲۹۹- کدام عبارت تعریف صفت مشخصه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۲) عنصر مشترک جوامع آماری مختلف

(۱) صفتی که از فردی به فرد دیگر تغییر کند.

(۴) صفت مشترک بین کلیه افراد جامعه

(۳) متمایز کننده عناصر جامعه از یکدیگر

۳۰۰- نسبت میزان بارندگی طی سه سال گذشته به ترتیب $\frac{20}{21}$ ، $\frac{15}{14}$ ، $\frac{245}{432}$ بوده است. میانگین این نسبت‌ها کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{25}{28}$ (۴) $\frac{65}{63}$

۳۰۱- توزیع نمرات مسؤولیت‌پذیری کارکنان یک شرکت در جدول زیر تنظیم شده است. انحراف چارکی کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

نمرات	< 7	۷-۱۰	۱۰-۱۳	۱۳-۱۶	۱۶-۱۹	≥ 19
فراوانی	۷	۹	۱۶	۱۹	۸	۵

(۱) ۲/۴ (۲) ۲/۷

(۳) ۴/۸ (۴) ۵/۴



(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

۲۰۲- با توجه به جدول انحراف داده‌ها از میانگین ضریب چولگی کدام است؟

$x - \bar{x}$	-۵	-۳	-۱	۱	۳	۵
f	۲	۵	۴	۸	۲	۳

$$\frac{6\sqrt{3}}{125} \quad (۴)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{125} \quad (۳)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{27} \quad (۲)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{25} \quad (۱)$$

۲۰۳- در یک مطالعه آماری، میانگین وزن ۳۰ نفر، ۵۵ کیلوگرم و میانگین وزن ۲۰ نفر دیگر، ۶۵ کیلوگرم است. میانگین وزن این دو گروه روی هم چند کیلوگرم است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$۶۴ \quad (۴)$$

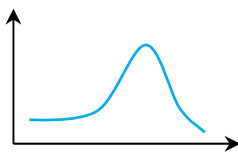
$$۶۰ \quad (۳)$$

$$۵۹ \quad (۲)$$

$$۵۸ \quad (۱)$$

۲۰۴- فرض کنید نمودار داده‌ها در جامعه‌ای به صورت زیر است. در آن صورت در این جامعه همواره کدام رابطه برقرار است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)



(۱) مد جامعه کمتر از میانه جامعه و میانه جامعه از میانگین جامعه کمتر است.

(۲) میانه جامعه کمتر از مد جامعه و مد جامعه از میانگین جامعه کمتر است.

(۳) میانگین جامعه کمتر از میانه جامعه و میانه جامعه از مد جامعه کمتر است.

(۴) میانگین جامعه کمتر از مد جامعه و مد جامعه از میانه جامعه کمتر است.

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۵- اگر کمترین داده برابر ۱۰ و بیشترین داده برابر ۱۸ باشد، میانگین داده‌ها کدام مقدار می‌تواند باشد؟

$$۱۹ \quad (۴)$$

$$۹ \quad (۳)$$

$$۸ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۶- اگر $x = 5 - 2u$ و $S^2 u = 1$ آنگاه $S^2 x$ کدام است؟

$$۴ \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۷- اگر ضریب تغییرات داده‌هایی برابر ۴ باشد و مقدار داده‌ها را دو برابر کنیم، ضریب تغییرات کدام مقدار زیر خواهد بود؟

$$۱۶ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۲۰۸- چنانکه ضریب تغییرات (V) صفت متغیر برای n مشاهده $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ۱۰ درصد باشد، ضریب تغییرات برای $10x_1, 10x_2, 10x_3, \dots, 10x_n$ چقدر می‌تواند باشد؟

$$V_{10x} = 40\% \quad (۴)$$

$$V_{10x} = 5\% \quad (۳)$$

$$V_{10x} = 10\% \quad (۲)$$

$$V_{10x} = 20\% \quad (۱)$$

۲۰۹- نرخ رشد سالیانه فروش شرکتی در ۵ سال گذشته به صورت $2/19, 2/23, 2/51, 2/82$ استخراج شده‌اند. کدامیک از مشخص‌کننده‌ها را برای متوسط نرخ رشد سالیانه مناسب می‌دانید؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

$$(۴) \text{ میانگین هارمونیک}$$

$$(۳) \text{ میانه}$$

$$(۲) \text{ میانگین هندسی}$$

$$(۱) \text{ میانگین حسابی}$$

۲۱۰- اگر برای صفت متغیر (کمیت تصادفی) X مورد نظر متوسط هندسی نیاز باشد ولی متوسط هارمونیک محاسبه شده باشد، در متوسط صفت متغیر کمیت X چه تغییر حاصل می‌شود؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) متوسط صفت X بزرگ‌تر از آن خواهد بود که کمیت X باید داشته باشد.

(۲) برای متوسط صفت X تفاوت نمی‌کند که کدامیک از این میانگین‌ها محاسبه شود.

(۳) متوسط صفت X کوچکتر از آن خواهد بود که کمیت X باید داشته باشد.

(۴) برای متوسط صفت X، به جای متوسط هندسی همواره می‌توان متوسط هارمونیک محاسبه کرد.

۲۱۱- در نظر خواهی راجع به مدیریت یک فروشگاه از چند فروشنده سوال شد و نتیجه این نظر خواهی، توسط جدول زیر بیان شده است:

	۱	۲	۳	۴	۵
x	خیلی ضعیف	ضعیف	متوسط	قوی	خیلی قوی
m_i	۳	۴	۵	۱۰	۸

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

صفت متغیر x در چه نوع از مقیاس (نوع اندازه‌گیری) بیان شده است؟

$$(۴) \text{ اسمی}$$

$$(۳) \text{ فاصله‌ای}$$

$$(۲) \text{ رتبه‌ای (ترتیبی)}$$

$$(۱) \text{ نسبی}$$



۳۱۲- چنانچه در یک توزیع میانه به عنوان مشخصه مرکزی به کار رود، برای پراکندگی این توزیع کدام مشخصه مناسب است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

- (۱) دامنه تغییرات (۲) انحراف معیار (۳) انحراف متوسط (۴) انحراف نیم چارکی

۳۱۳- چنانچه ضریب تغییرات صفت متغیر (V_x) برای نتایج مشاهدات $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ۴ درصد باشد، ضریب تغییرات برای مقادیر

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

$2x_1, 2x_2, 2x_3, \dots, 2x_n$ چه خواهد بود؟

- (۱) ۸ درصد (۲) ۱۶ درصد (۳) ۴ درصد (۴) ۲ درصد

۳۱۴- چنانکه ضریب تغییرات (V_x) صفت متغیر برای $\Pi = 5$ مشاهده $445, 442, 342, 331, 232, 15$ درصد باشد، ضریب تغییرات برای

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

$890, 884, 684, 662, 464$ چقدر می‌تواند باشد؟

- (۱) $V_{10X} = 20\%$ (۲) $V_{10X} = 10\%$ (۳) $V_{10X} = 5\%$ (۴) $V_{10X} = 40\%$

۳۱۵- گشتاور مرتبه دوم و سوم حول میانگین یک توزیع به ترتیب برابر ۶۴ و - می باشد، مقدار ضریب چولگی کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) $-1/5$ (۲) $-0/67$ (۳) $-0/94$ (۴) $-0/75$

۳۱۶- نرخ تورم طی سه سال پنج برابر شده است برای محاسبه میانگین نرخ تورم کدام یک از میانگین‌های زیر مناسب است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

- (۱) حسابی (۲) همساز (هارمونیک) (۳) هندسی (۴) موزون (وزنی)

۳۱۷- میانگین یک نمونه ده‌تایی برابر ۵ شده است. اگر دو مقدار $10, 12$ نیز به داده‌ها اضافه شود. میانگین نمونه جدید برابر است با:

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۱۸- انحراف معیار اعداد $x_1, x_2, x_3, 10$ مساوی صفر است. میانگین اعداد $x_1, x_2, x_3, 30$ برابر است با:

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

- (۱) ۱۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۳۱۹- در ۷۵ داده آماری $\sum_{i=1}^{75} (x_i - 15) = 0$ و $\sum_{i=1}^{75} (x_i - 15)^2 = 432$ می‌باشد. اگر ضریب پراکندگی داده‌های $y_i = \frac{1}{4}x_i + a$ برابر $0/2$ باشد، a

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-1/5$ (۳) $1/5$ (۴) -2

۳۲۰- متغیرهای پیوسته در جدول زیر گروه‌بندی شده‌اند. متغیر ۸۰ درصدی داده‌ها کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

(۱) $26/125$

(۲) $25/625$

(۳) $25/875$

(۴) $26/225$

حدود دسته	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷	۲۷-۳۰
فراوانی	۵	۱۰	۹	۱۱	۸	۷

۳۲۱- در ۴۰ داده آماری مقدار انحراف معیار برابر $2/5$ و $\sum (x_i - \bar{x})^2$ برابر ۶۰ می‌باشد. نوع چولگی آن کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

- (۱) چوله به چپ - تقریباً نرمال (۲) چوله به راست - تفاوت زیاد با نرمال (۳) چوله به راست - تقریباً نرمال (۴) چوله به چپ - تفاوت زیاد با نرمال

۳۲۲- میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب برابر ۵۰ و ۲۰ هزار تومان است. اگر حقوق‌ها در این سازمان به اندازه ۲۵ درصد

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

افزایش یابد، در این صورت ضریب تغییرات حقوق:

- (۱) بیش از ۲۵ درصد افزایش خواهد داشت. (۲) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. (۳) کمتر از ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. (۴) هیچ تغییری نخواهد کرد.

۳۲۳- با تغییر مدیریت در یک کارخانه، فروش در سال اول ۲ بر ابر سال قبل، در سال دوم، سه برابر سال قبل و در سال سوم، چهار برابر سال قبل شده است. به طور متوسط، مقدار فروش از شروع مدیریت جدید چند برابر شده است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

(۴) ۳

(۳) $2\sqrt[3]{3}$

(۲) $\frac{36}{13}$

(۱) $2/5$

۳۲۴- برای دو مقدار x_1 و x_2 ، کمترین مقدار عبارت $\sum_{i=1}^2 (x_i - a)^2$ برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

(۴) $\frac{1}{2}(x_1 - x_2)^2$

(۳) $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)^2$

(۲) صفر

(۱) $x_1^2 + x_2^2$

۳۲۵- اختلاف میانگین هندسی و میانگین حسابی داده‌های مقابل کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

x	۹	۱۲	۱۶
f	۲	۳	۲

(۲) $0/27$

(۱) $0/24$

(۴) $0/28$

(۳) $0/25$

۳۲۶- توزیع نرمات مسئولیت‌پذیری کارکنان یک مجموعه در جدول زیر تنظیم شده است. انحراف چارکی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

نمرات	< 10	$10-12$	$12-14$	$14-16$	$16-18$	≥ 18
فراوانی	۵	۱۰	۷	۱۸	۸	۴

(۲) $2/16$

(۱) $2/12$

(۴) $2/18$

(۳) $2/14$

۳۲۷- در ۴۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها ۱۶۸ و مجموع مجزورات این داده‌ها ۸۰۸ می‌باشد. ضریب پراکندگی این داده‌ها کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

(۴) $0/25$

(۳) $0/42$

(۲) $0/35$

(۱) $0/38$

۳۲۸- در یک توزیع آماری چارک اول $112/4$ و چارک سوم $134/4$ و میانه 121 می‌باشد ضریب چولگی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

(۴) $0/226$

(۳) $0/218$

(۲) $0/224$

(۱) $0/206$

۳۲۹- میانگین هندسی داده‌های ۱۲ و ۵۴ و $6/75$ و ۱۸ و ۲۴ کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

(۲) $15/6$

(۱) $14/4$

۳۳۰- انحراف چارکی در داده‌های آماری طبقه‌بندی شده‌ی زیر کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

فاصله طبقات	< 8	$8-12$	$12-16$	$16-20$	$20-24$	≥ 24
فراوانی مطلق	۴	۱۲	۱۶	۱۸	۹	۵

(۲) $3/77$

(۱) $3/74$

(۴) $3/84$

(۳) $3/82$

۳۳۱- در سه جامعه با تعداد مشاهدات ۹۰ و ۱۱۰ و ۲۰۰ میانگین‌ها متفاوت و واریانس‌ها به ترتیب ۷، ۱۰ و ۹ محاسبه شده‌اند. کدام عدد برای واریانس ترکیب این سه جامعه مورد قبول است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

(۴) $8/59$

(۳) $8/95$

(۲) $8/825$

(۱) $8/775$

۳۳۲- در یک توزیع با ضریب چولگی مثبت، کدام نابرابری برقرار است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

(۴) $\text{مد} < \text{میانگین} < \text{میانه}$

(۳) $\text{مد} < \text{میانه} < \text{میانگین}$

(۲) $\text{میانگین} < \text{میانه} < \text{مد}$

(۱) $\text{میانگین} < \text{میانگین} < \text{مد}$

۳۳۳- برای ۶۰ داده آماری با میانگین ۱۵ داریم: $\sum (x_i - 15)^2 = 300$ و $\sum (x_i - 15)^4 = 4500$ ، ضریب کشیدگی کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۱

(۱) $0/5$

۳۳۴- کدام از عبارات زیر بیان مفهوم گشتاور مرکزی مرتبه h می‌باشد؟ (حسابداری - آزاد ۸۹)

(۱) میانگین توان مرتبه h، تفاضل مقادیر صفت از عدد ثابت دلخواه می‌باشد.

(۲) میانگین توان مرتبه h، تفاضل مقادیر صفت از میانه می‌باشد.

(۳) میانگین توان مرتبه h، تفاضل مقادیر صفت از میانگین حسابی آن متغیر می‌باشد.

(۴) میانگین توان مرتبه h، تفاضل مقادیر صفت از عدد صفر (مبدأ مختصات) می‌باشد.



۳۳۵- صفت متغیر X دارای چولگی ملایم است، کدامیک از روابط زیر بین میانگین، میانه و نما برقرار است؟ (حسابداری - آزاد ۸۹)

(۱) $\bar{x} - mo = 3(\bar{x} - me)$ (۲) $mo - \bar{x} = 2(me - \bar{x})$ (۳) $\bar{x} - mo = 3(me - \bar{x})$ (۴) $mo - \bar{x} = 3(\bar{x} - me)$

۳۳۶- در جامعه‌ای به حجم $N = 10$ کمیت‌های زیر به دست آمده‌اند. ضریب کشیدگی توزیع کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۹)

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 20 \quad \sum (x_i - \bar{x})^3 = 140$$

(۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/75$ (۴) $0/05$

۳۳۷- اگر دهک اول و دهک دهم از داده‌های طبقه‌بندی شده جدول زیر را حذف کنیم، آنگاه میانگین باقیمانده داده‌ها کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

حدود دسته	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷	۲۷-۳۰	۳۰-۳۳	۳۳-۳۶	۲۷/۵ (۲)	۲۷ (۱)
فراوانی	۴	۷	۸	۱۱	۶	۴	۲۸/۵ (۴)	۲۸ (۳)

۳۳۸- انحراف چارکی داده‌های طبقه‌بندی شده در جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

حدود دسته	< 10	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	> 26	۴/۶۳ (۲)	۴/۲۱ (۱)
فراوانی	۶	۱۲	۱۵	۱۴	۸	۵	۴/۸۵ (۴)	۴/۷۱ (۳)

۳۳۹- در ۵۰ داده آماری با میانگین μ و انحراف معیار ۳، مقدار $\sum (x - \mu)^2 = 12231$ می‌باشد. ضریب کشیدگی کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

(۱) $0/02$ (۲) $0/03$ (۳) $0/04$ (۴) $0/05$

۳۴۰- میانگین یک سری مشاهده که شامل ۲۰ مشاهده است، برابر ۱۰۰ و میانگین یک سری مشاهده دیگر که شامل ۳۰ مشاهده است، برابر ۳۰۰ است. میانگین کل این مشاهدات برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

(۱) 200 (۲) 215 (۳) 220 (۴) 250

۳۴۱- اگر $N = 10$ ، $\sum_{i=1}^{10} x_i = 60$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$ باشد، ضریب پراکندگی برابر است با: (حسابداری - آزاد ۹۰)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳۴۲- کدام شاخص گرایش مرکزی برای تعیین حد متوسط داده‌های روبه‌رو مناسب‌تر است؟ (حسابداری - آزاد ۹۰)

(۱) نما (۲) میانه (۳) میانگین (۴) میانگین وزنی

۳۴۳- جدول داده‌های طبقه‌بندی شده زیر را در نظر بگیرید، مد در این جدول کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

فاصله طبقاتی	۲۰-۲۹	۳۰-۳۹	۴۰-۴۹	۴۰/۷۵ (۱)	۴۰/۲۵ (۲)
فراوانی	۳	۶	۷	۴۱/۱ (۳)	۴۲ (۴)

۳۴۴- اطلاعات مربوط به سه جامعه به قرار زیر است، میانگین کل در سه جامعه چیست؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

جامعه	تعداد	میانگین	واریانس	۲۵ (۱)
۱	۱۰	۲۰	۴	۲۲/۵ (۲)
۲	۲۰	۲۵	۵	۲۷ (۳)
۳	۲۰	۳۰	۳	۲۶ (۴)

۳۴۵- در بررسی‌های آماری، کدام بیان درست است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۳)

- (۱) اولین گام در هر تحقیق علمی جمع‌آوری داده‌هاست.
(۲) موضوع آمار توصیفی، تحلیل نمونه است.
(۳) شاخص آماره با سرشماری حاصل می‌شود.
(۴) دقت پارامتر از آماره بیشتر است.



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱- گزینه «۲» به علت اینکه میانه‌ی داده‌ها به مکان داده وسط بستگی دارد، از این رو اضافه کردن به بزرگترین عدد، تأثیری بر مقدار میانه ندارد.

۲- گزینه «۱» طبق خاصیت مهم میانه مجموع قدرمطلق انحراف داده‌ها از میانه همواره حداقل است.

۳- گزینه «۲» کشیدگی چندکی و گشتاوری در توزیع استاندارد به ترتیب ۳ و ۲۶۳/۰ می‌باشد.

۴- گزینه «۴» دو نمودار برای تحلیل اکتشافی داده‌ها عبارتند از: شاخه و برگ و جعبه‌ای.

۵- گزینه «۳» با توجه به طرز محاسبه‌ی چندک‌ها در داده‌های پیوسته خواهیم داشت:

$$N = 30, \quad \frac{2 \times N}{10} = \frac{2 \times 30}{10} = 6$$
 اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی عدد ۶ است، طبقه‌ی دوم است، بنابراین دهک دوم در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

CL	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-۷۰
F_i	۵	۱۸	۷
Fc_i	۵	۲۳	۳۰

$$D_7 = L_i + \left(\frac{\frac{2N}{10} - Fc_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I \Rightarrow D_7 = 50 + \left(\frac{6 - 5}{18} \right) \times 10 = 50.55$$

۶- گزینه «۲» $mo = 0$ زیرا عدد ۰ بیشترین فراوانی را دارد. تعداد داده‌ها برابر با $\sum F_i = 100$ و زوج است.

بنابراین میانه برابر با میانگین حسابی دو عدد وسط است. دقت کنید در ۱۰۰ داده آماری، دو عدد وسط داده‌های ۵۰ام و ۵۱ام است. لذا میانگین این دو را

۳	۲	۱	۰	-۱	x_i
۲۵	۲۵	۱۰	۳۰	۱۰	F_i

$$Me = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{2 + 1}{2} = 1.5$$

بدست می‌آوریم:

۷- گزینه «۱» به دلیل اینکه گزینه‌های دیگر همه به x_i (نشان دسته) ربط دارند و در طبقه‌ی چهارم محاسبه این مقدار امکان‌پذیر نیست، از این رو تنها شاخص مناسب انحراف چارکی است. زیرا محاسبه انحراف چارکی ربطی به مقادیر x_i (نشان دسته‌ها یا مرکز دسته‌ها) ندارد.

۸- گزینه «۲» میانگین و انحراف معیار را محاسبه کرده، در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu_x = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{3}{3} = 1 \\ \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{6}{3} - 1 = 1 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1} = 1 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu_x} = \frac{1}{1} = 1$$

۹- گزینه «۲» در این شاخه از علم آمار نیازی به مشخص بودن توزیع جامعه نیست. از طرفی گزینه (۳) نیز درست است، چون در داده‌های توصیفی فقط ناپارامتریک جواب می‌دهد.

$$y = \frac{X - 5}{3} = \frac{X}{3} - \frac{5}{3}$$

۱۰- گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که داده‌ها (X) در $\frac{1}{3}$ ضرب شده‌اند و از عدد $\frac{5}{3}$ کم شده‌اند.

$$\bar{y} = \frac{\bar{X}}{3} - \frac{5}{3} = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} = 0$$

بنابراین میانگین نیز در $\frac{1}{3}$ ضرب شده و از $\frac{5}{3}$ کم می‌شود.

طبق خاصیت مهم واریانس $Var(ax \pm b) = a^2 \cdot Var(x)$ ، واریانس را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$Var\left(\frac{X}{3} - \frac{5}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot Var(x) = \frac{1}{9} \times 9 = 1$$



۱۱- گزینه «۲» اگر دامنه‌ی تغییرات به صورت $[0, 20]$ باشد در اینصورت:
$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = 15 \\ \sigma = 3 \end{array} \right. \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{3}{15} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20$$

اکنون دامنه‌ی تغییرات به صورت $[0, 100]$ است، یعنی داده‌ها در عدد ۵ ضرب شده‌اند و با توجه به خواص ضریب پراکندگی اگر داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شوند ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند و همان ۲۰ درصد باقی می‌ماند.

$$\Delta x_i \rightarrow \frac{\mu' = 5\mu}{\sigma' = 5\sigma} \Rightarrow CV' = \frac{\mu'}{\sigma'} = \frac{\mu}{\sigma}$$

۱۲- گزینه «۴»

روش اول: داده‌ها تشکیل تصاعد می‌دهند و با توجه به اینکه قدر نسبت $d = 2$ است، واریانس به صورت زیر است:

$$\sigma^2 = \frac{d^2(N^2 - 1)}{12} = \frac{(2)^2(5^2 - 1)}{12} = 8$$

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 8$$

روش دوم:

۱۳- گزینه «۳» مجموع مربعات یعنی $\sum x_i^2 = 96/4$ و میانگین برابر با $\mu = 3$ است. از رابطه‌ی واریانس جامعه استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu_x^2 = \frac{96/4}{10} - (3)^2 = 9/64 - 9 = 0/64 \Rightarrow \sigma = \sqrt{0/64} = 0/8$$

۱۴- گزینه «۲» از رابطه‌ی سهم بر حسب درجه استفاده می‌کنیم:

$$\text{سهم بر حسب درجه} = \frac{F_i}{N} \times 360 \Rightarrow 54 = \frac{15}{N} \times 360 \Rightarrow 54N = 5400 \Rightarrow N = 100$$

۱۵- گزینه «۲» توجه کنید که چارک دوم همان میانه است، بنابراین برای بدست آوردن میانه‌ی این داده‌ها، ابتدا آن‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم:

۷, ۱۱, ۱۵, ۲۴, ۳۵, ۴۱, ۵۹

$$Me = x_4 = 24$$

تعداد داده‌ها $N = 7$ فرد است، بنابراین داده‌ی وسط میانه است.

۱۶- گزینه «۴» نمودار فراوانی تجمعی نسبی باید همیشه به صورت اکیداً صعودی باشد در گزینه‌های ۱ و ۲ نمودارها در قسمتی نزول کرده‌اند، همچنین مجموع فراوانی‌های نسبی برابر با ۱ است ولی در نمودار گزینه‌ی ۳، این مقدار از ۱ بیشتر شده و بنابراین این گزینه نیز غلط است.

۱۷- گزینه «۳» اگر داده‌ها را در عددی ضرب کنیم و با عدد ثابت دیگری جمع کنیم برای میانگین نیز همین اتفاق خواهد افتاد یعنی میانگین نیز در عدد ۱- ضرب شده و با عدد ۲ جمع می‌شود.

اما در مورد واریانس می‌دانیم که اضافه یا کم کردن، تأثیری در مقدار واریانس ندارد، طبق خاصیت $\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \text{Var}(x)$ خواهیم داشت:

$$\text{Var}(-x + 3) = (-1)^2 \times \text{Var}(x) = 1 \times 4 = 4 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{4} = 2$$

۱۸- گزینه «۳» طبق تعریف ضریب پراکندگی (تغییرات) رابطه‌ی آن به صورت $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ است.

۱۹- گزینه «۲» با توجه به اینکه ابتدای توزیع مشخص نیست، بهترین معیار برای اندازه‌های پراکندگی دامنه چارکی است.

تعریف دامنه چارکی: دامنه چارکی وقتی مناسب است که ابتدا یا انتهای توزیع مشخص نباشد و در این صورت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲۰- گزینه «۱» تعداد داده‌ها برابر با $N = 28$ است و مقدار میانگین $\mu = 2$ است:

$$N = \sum F_i \Rightarrow 3 + a + 10 + b + 3 = 28 \Rightarrow a + b = 12$$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{N} \Rightarrow 2 = \frac{3 \times 0 + a \times 1 + 10 \times 2 + b \times 3 + 3 \times 4}{28} \Rightarrow a + 20 + 3b + 12 = 2 \times 28 \Rightarrow a + 3b + 32 = 56 \Rightarrow a + 3b = 24$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 12 \\ a + 3b = 24 \end{cases} \quad \text{تساوی به ازای } a = b = 6 \text{ برقرار است.}$$



۲۱- گزینه «۳» از میانگین هم ساز (هارمونیک) استفاده می‌کنیم، زیرا مقیاس سنجش داده‌ها ترکیبی (کیلومتر در ساعت) است.

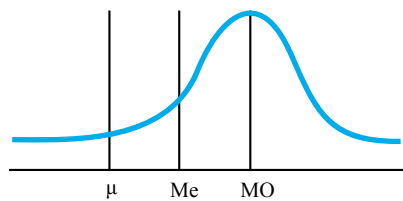
۲۲- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین و واریانس توام خواهیم داشت:

$$N = N_1 + N_2 = 20 + 30 = 50$$

$$\mu = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{(20 \times 15) + (30 \times 10)}{50} = \frac{600}{50} = 12$$

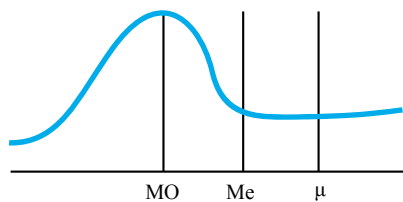
$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{(20 \times 17) + (30 \times 12)}{50} + \frac{20(15 - 12)^2 + 30(10 - 12)^2}{50} = 20$$

۲۳- گزینه «۳» در توزیع با چولگی منفی داریم $MO > Me > \mu$



۲۴- گزینه «۳» در این جا بهترین نمودار، نمودار ریشه و برگ است. بقیه‌ی نمودارهای گفته شده، در داده‌های طبقه‌بندی شده استفاده می‌شود.

۲۵- گزینه «۱» در حالت چولگی مثبت، میانگین بزرگترین است و مقدار مد کوچکترین است.



۲۶- گزینه «۳» داده‌ها اسمی هستند، برای داده‌ها با مقیاس اسمی از نمودارهای کیفی استفاده می‌شود و بقیه‌ی نمودارها برای داده‌های کمی بکار می‌روند.

۲۷- گزینه «۴» با توجه به خاصیت مهم واریانس $(\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(x))$ خواهیم داشت:

$$\text{Var}\left(-\frac{x_i}{2} + 3\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \text{Var}(x_i) = \frac{1}{4} \times \sigma_x^2 = \frac{1}{4} \sigma_x^2$$

$$f_i = \frac{F_i}{n} = \frac{100}{300 + 200 + 100} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

۲۸- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی مورد نظر بر حسب درجه، ابتدا فراوانی نسبی را بدست آورده:

$$f_i = F_i \times 360^\circ = \frac{1}{6} \times 360 = 60^\circ$$

در رابطه مورد نظر قرار می‌دهیم:

۲۹- گزینه «۴» درصد دانشجویان برابر است با فراوانی نسبی آنها ضربدر عدد ۱۰۰:

$$f_i = \frac{F_i}{n} = \frac{100}{300 + 200 + 100} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

$$F_{ci} = f_i \times 100 = \frac{1}{6} \times 100 = \frac{100}{6} = \frac{50}{3}$$

۳۰- گزینه «۲» برای بدست آوردن میانه، ابتدا فراوانی تجمعی را بدست می‌آوریم سپس مقدار $\frac{N}{2}$ را با ستون فراوانی تجمعی مقایسه نموده و اولین

طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $\frac{N}{2}$ است، طبقه‌ی مربوط به میانه است.



x	۲	۳	۴	۵	۶
f	۳	۴	۸	۷	۵
F	۳	۷	۱۵	۲۲	۲۷

$$\frac{n}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$$

$$FC_3 \geq 13.5 \Rightarrow Md = x_3 = 4$$

۳۱- گزینه «۳» میانگین ۳ عدد ۲۷ است، بنابراین جمع این ۳ عدد ۸۱ است. اکنون به جمع این اعداد عدد ۱۹ را اضافه کرده و سپس میانگین می‌گیریم:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 27 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 81 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + 19}{4} = \frac{81 + 19}{4} = 25$$

۳۲- گزینه «۲» توجه: اگر به همه داده‌ها عددی اضافه یا کم کنیم، مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد. بنابراین ابتدا از همه داده‌ها عدد ۷۵۴۶۰ را کم می‌کنیم، با این کار مقدار داده‌ها کوچکتر شده ولی واریانس آنها تغییر نمی‌کند، داده‌ها به صورت زیر هستند:

$$x: 751460, 751463, 751466 \quad y = x - 751460 \Rightarrow y_i = 0, 3, 6$$

$$\mu_y = \frac{0+3+6}{3} = \frac{9}{3} = 3 \quad ; \quad \frac{\sum F_i y_i^2}{N} = \frac{0+9+36}{3} = 15 \quad \text{اکنون مقدار واریانس را برای اعداد ۰ و ۳ و ۶ بدست می‌آوریم:}$$

$$\text{Var}(y) = \frac{\sum F_i y_i^2}{N} - \mu_y^2 = 15 - (3)^2 = 6$$

۳۳- گزینه «۳» برای محاسبه واریانس طبق رابطه‌ی آن مقادیر میانگین و میانگین مربعات داده‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \mu_x^2 = \frac{1}{N} \sum F_i x_i^2 = \frac{10,000,000}{50} = 200,000 \\ \mu_x = \frac{1}{N} \sum F_i x_i = \frac{10,000}{50} = 200 \Rightarrow \bar{x}^2 = 40,000 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum F_i x_i^2}{N} - \mu^2 = 200,000 - 40,000 = 160,000$$

انحراف معیار جذر واریانس است. $\text{انحراف معیار} = \sqrt{160,000} = 400$

۳۴- گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات خواهیم داشت: $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{400}{100} \times 100 = 400$ درصد ضریب تغییرات

۳۵- گزینه «۳» جامعه‌ی آماری مجموعه‌ای از عناصری هستند که دارای حداقل یک ویژگی مشترک باشند. (تمام پاسخ‌های جوانان ۱۹ تا ۲۵ ساله)

نمونه آماری تعداد محدودی از عضوهای جامعه است که خصوصیت جامعه را داشته باشند. (پاسخ ۱۰۰۰ جوان)

۳۶- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای بدست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را مرتب می‌نمائیم. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد داده‌ی وسط و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد میانگین دو داده‌ی وسط را بعنوان میانه در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$1, 3, 4, 6, 9 \Rightarrow Md = 4$$

$$\text{محل چارک اول} = (N+1).P = (5+1) \times \frac{1}{4} = 1.5 \Rightarrow \begin{cases} K=1 \\ r=0.5 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = (1-0.5) \times 1 + 0.5 \times 3 = 2$$

$$\text{محل چارک سوم} = (N+1).P = (5+1) \times \frac{3}{4} = 4.5 \Rightarrow \begin{cases} K=4 \\ r=0.5 \end{cases} \Rightarrow Q_3 = (1-0.5) \times 6 + 0.5 \times 9 = 7.5$$

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1 = 7.5 - 2 = 5.5$$

۳۷- گزینه «۴» طبق رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق $f_i = \frac{F_i}{N}$ و همچنین $N = \sum F_i = 100$ خواهیم داشت:

$$\text{فراوانی نسبی مینی‌بوس یا اتوبوس} = \frac{56}{100} = 0.56 \quad \text{فراوانی مطلق مینی‌بوس یا اتوبوس} = 31 + 25 = 56$$



۳۸- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس نمونه خواهیم داشت:

برای نمونه n به $n-1$ تبدیل می‌شود.

x	۱	۲	۴	۲	۶	$\sum x_i = ۱۵$	$\bar{x} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$
x^2	۱	۴	۱۶	۴	۳۶	$\sum x_i^2 = ۶۱$	

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{۶۱ - ۵ \times (۳)^2}{۵-1} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$$

۳۹- گزینه «۳» اگر به هر داده‌ی آماری a واحد اضافه یا کم نمائیم به مقدار میانگین نیز a واحد اضافه یا کم می‌شود اما مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد.

۴۰- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی میانگین نرخ تورم باید از میانگین هندسی استفاده کنیم:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[۵]{۰/۲۱ \times ۰/۴۴} \approx ۰/۳۰$$

۴۱- گزینه «۲» مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره برابر با صفر است و این بدان مفهوم است که $\sum (x_i - \bar{x}) = ۰$ است.

۴۲- گزینه «۳» ابتدا مقادیر $N \times P$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم سپس مقادیر چارک‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N \times P = ۲۰۰ \times \frac{۱}{۴} = ۵۰ \\ N \times P = ۲۰۰ \times \frac{۳}{۴} = ۱۵۰ \end{cases} ; FC = ۵, ۲۵, ۵۰, ۱۰۰, ۱۵۰, ۱۷۵, ۱۹۵, ۲۰۰$$

$$Q_1 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = ۶ + \left(\frac{۵۰ - ۲۵}{۲۵} \right) \times ۴ = ۱۰ ; Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot p - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = ۱۴ + \left(\frac{۱۵۰ - ۱۰۰}{۵۰} \right) \times ۴ = ۱۸$$

۴۳- گزینه «۴» به سادگی از روی جدول می‌توان تشخیص داد که در بین مشاهدات حالت تقارن وجود دارد چرا که اگر ابتدا به مشاهدات دقت شود تقارن کاملاً مشخص است و دیگر نیاز به محاسبات نیست.

۴۴- گزینه «۲» مراحل به دست آوردن میانه را اجرا می‌کنیم ابتدا مقدار $\frac{N}{2} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰$ را به دست می‌آوریم اکنون مقادیر فراوانی‌های تجمعی را

$$FC_i = ۸, ۲۳, ۴۸, ۵۶, ۶۰$$

محاسبه می‌کنیم:

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۳۰ می‌باشد طبقه‌ی سوم است لذا میانه در طبقه‌ی سوم است:

$$Me = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = ۷۰ + \left(\frac{۳۰ - ۲۳}{۲۵} \right) \times ۲۰ = ۷۵/۶$$

۴۵- گزینه «۲» از رابطه‌ی واریانس نمونه استفاده می‌کنیم:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n f_i x_i \right)^2 \right)$$

$$\sum f_i x_i = ۰ \times ۱۰ + ۱ \times ۴۰ + ۲ \times ۱۰ + ۳ \times ۲۰ + ۴ \times ۲۰ = ۲۰۰$$

$$\sum f_i x_i^2 = ۰^2 \times ۱۰ + ۱^2 \times ۴۰ + ۲^2 \times ۱۰ + ۳^2 \times ۲۰ + ۴^2 \times ۲۰ = ۵۸۰$$

$$S^2 = \frac{1}{۹۹} \left[۵۸۰ - \frac{1}{۱۰۰} (۲۰۰)^2 \right] = ۱/۸$$

۴۶- گزینه «۳» از رابطه‌ی $Sk = \frac{3(\mu - Me)}{\sigma}$ استفاده می‌کنیم، ابتدا میانگین را بدست می‌آوریم:

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{۱ \times ۳ + ۱ \times ۵ + ۵ \times ۷ + ۳ \times ۹}{۱ + ۱ + ۵ + ۳} = ۷$$

$$x_i = \frac{۲+۴}{۲} = ۳, \frac{۴+۶}{۲} = ۵, \frac{۶+۸}{۲} = ۷, \frac{۸+۱۰}{۲} = ۹$$



$$Me = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 6 + \left(\frac{5 - 2}{5} \right) \times 2 = 7/2$$

میانۀ را جداگانه حساب می‌کنیم که در طبقه‌ی سوم است:

$$Sk = \frac{r(\gamma - \gamma/2)}{1/8} = -0/33$$

توجه کنید که مقدار انحراف معیار داده شده است:

$$E = \frac{\mu_f}{\sigma^f} - 3 = \frac{\sum F_i(x_i - \mu)^f}{N} - 3 \Rightarrow E = \frac{5000}{2^4} - 3 = \frac{5}{16} - 3 = -2/69$$

۴۷- گزینه «۱» از رابطه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری خواهیم داشت:

۴۸- گزینه «۴» طبق رابطه‌ی واریانس جامعه به صورت روبرو، مقادیر داده شده را در رابطه‌ی واریانس قرار می‌دهیم

$$Var(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \mu^2$$

$$\begin{cases} \mu = 4 \\ \sigma = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{3})^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - (4)^2 \Rightarrow 3 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 16 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{N} = 16 + 3 = 19$$

۴۹- گزینه «۱» توجه کنید اگر داده‌های آماری در عدد ثابت و مثبتی ضرب شوند ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند بنابراین ضریب تغییرات همان ۴٪ باقی می‌ماند.

۵۰- گزینه «۳» از رابطه‌ی واریانس مقدار واریانس می‌گیریم تا مقدار انحراف معیار به دست آید:

$$Var(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{6400}{25} - \left(\frac{400}{25} \right)^2 = 256 - 256 = 0 \Rightarrow \sigma = 0$$

۵۱- گزینه «۲» یکی از کاربردهای ضریب پراکندگی (ضریب تغییرات) در جایی است که در دو یا چند جامعه‌ی آماری مورد مقایسه، مشاهدات نامتجانس وجود داشته باشد. یعنی از نظر واحد اندازه‌گیری یکسان نباشند. در اینجا واحدهای اندازه‌گیری یکی برحسب دلار و دیگری برحسب یورو است.

۵۲- گزینه «۱»

$$\bar{x}_G = \sqrt{\frac{P_{V9}}{P_{V8}} \cdot \frac{P_{A0}}{P_{V9}}} = \sqrt{\frac{P_{A0}}{P_{V8}}} = \sqrt{\frac{450}{200}} = 1/5$$

راه‌حل اول: برای محاسبه‌ی نرخ تورم از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم:

$$1/5 - 1 = 0/5$$

که نشان دهنده‌ی ۵۰٪ افزایش قیمت به طور متوسط است.

راه‌حل دوم: از رابطه‌ی قیمت در سال n استفاده می‌کنیم:

$$P_n = P_0(1+r)^n \Rightarrow 450 = 200(1+r)^2 \Rightarrow 1+r = \sqrt{\frac{450}{200}} \Rightarrow 1+r = 1/5 \Rightarrow r = 0/5 \xrightarrow{\text{درصد}} 50\%$$

۵۳- گزینه «۲» با توجه به تعریف، بر روی محور X ها کرانه‌های طبقات قرار می‌گیرند.

۵۴- گزینه «۳» باید ابتدا تغییرات میانگین و انحراف معیار را بدست آوریم سپس ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم، توجه کنید حقوق کارکنان قبل از

$$x'_i = x_i + 0/125x_i \Rightarrow \bar{x}' = \bar{x} + 0/125\bar{x} = 80 + (0/125 \times 80) = 90$$

افزایش x_i و بعد از افزایش x'_i می‌باشد.

$$\sigma_{(x_i + 0/125x_i)} = \sigma_{(1/125x_i)} = 1/125 \times \sigma_x = 1/125 \times 20 = 22/5$$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu_x} \times 100 = \frac{22/5}{90} \times 100 = 24\%$$



$$\sum |x_i - Me| = \min$$

۵۵- گزینه «۴» خاصیت مهم میانه گزینه (۴) است یعنی:

۵۶- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی میانگین در داده‌هایی که مقیاس آنها ترکیبی است از میانگین هارمونیک استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f_1 = 1, & x_1 = 100 \\ f_2 = \frac{1}{3}, & x_2 = 80 \\ f_3 = \frac{2}{3}, & x_3 = 120 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{\sum f_i}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \dots + \frac{f_k}{x_k}} = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{100} + \frac{1}{80} + \frac{2}{120}} = 101/4$$

۵۷- گزینه «۳» با توجه به جدول توزیع فراوانی مُد در طبقه‌ی دوم است. $d_1 = F_2 - F_1 = 20 - 4 = 16$, $d_2 = F_2 - F_3 = 20 - 12 = 8$

توجه: حدود طبقات باید واقعی باشند. $Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot I = 5/5 + \left(\frac{16}{16+8}\right) \times 3 = 7/5$

۵۸- گزینه «۲» نرخ اساسی در آمار ناپارامتریک، این است که مشاهدات از توزیع خاصی پیروی کنند. ولی در آمار ناپارامتریک این فرض ضرورتی ندارد. اصطلاحاً گفته می‌شود آمار ناپارامتریک آزاد از توزیع است.

۵۹- گزینه «۱» دو نمودار جعبه‌ای و شاخه و برگ برای تحلیل اکتشافی هستند.

۶۰- گزینه «۴» با توجه به واریانس ادغام شده خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{(100 \times 80) + (200 \times 90) + (700 \times 100)}{100 + 200 + 700} = 96$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{(100 \times 1600) + (200 \times 2500) + (700 \times 2500)}{1000} + \frac{100(80-96)^2 + 200(90-96)^2 + 700(100-96)^2}{1000} = 2454$$

۶۱- گزینه «۱»

جمعیت خانواده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
تعداد (F_i)	۵	۱۰	۴۰	۲۵	۱۵	۵	۱۰۰

تعداد داده‌ها برابر با ۱۰۰ (زوج) می‌باشد است لذا میانگین دو عدد وسط میانه است. توجه کنید که در ۱۰۰ داده‌ی آماری دو عدد وسط داده‌ی ۵۰ام و

$$Me = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$$

داده‌ی ۵۱ام است.

۶۲- گزینه «۴» توجه کنید باید از میانگین هندسی استفاده کنید، ابتدا نسبت‌های رشد را بدست می‌آوریم: $x_1 = \frac{160}{150}$, $x_2 = \frac{180}{160}$, $x_3 = \frac{190}{180}$

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{\frac{160}{150} \times \frac{180}{160} \times \frac{190}{180}} = 1/082 \Rightarrow 1/082 - 1 = 0/082 \Rightarrow 0/082 \times 100 = 8/2 \text{ درصد}$$

بنابراین متوسط رشد سالانه تعداد کارکنان ۸/۲۰ % است.

$$P_n = P_0(1+r)^n \Rightarrow 190 = 150(1+r)^3 \Rightarrow 1+r = \sqrt[3]{\frac{190}{150}} \Rightarrow 1+r = 1/082 \Rightarrow r = 0/082 \xrightarrow{\text{درصد}} r = 8/20\%$$

راه حل دیگر:

۶۳- گزینه «۴» با توجه به اینکه داده‌ها تغییر کرده است، میانگین و واریانس را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم، توجه کنید که x_i ها طول قد دانش‌آموزان

قبل از افزایش و x'_i طول قد آنها بعد از افزایش است. $\bar{x} = 120$, $\sigma_x^2 = 100$



$$x'_i = x_i + 0/14x_i = 1/14x_i \Rightarrow \bar{x}' = 1/14\bar{x} = 1/14 \times 120 = 136/8$$

$$\sigma^2_{(x_i + 0/14x_i)} = \sigma^2_{(1/14x_i)} = (1/14)^2 \sigma^2_x = 1/2996 \times 100 = 129/96$$

۶۴- گزینه «۱» به دلیل آنکه واریانس، انحرافات را به توان ۲ می‌رساند انحرافات بزرگتری بوجود می‌آید. منظور از انحرافات مقادیر $(x_i - \mu)$ هستند که در فرمول واریانس این مقادیر به توان ۲ می‌رسند.

۶۵- گزینه «۴» دو نمودار ریشه و برگ و جعبه‌ای برای تحلیل اکتشافی بکار می‌روند.

۶۶- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی سایر گزینه‌ها به مقدار x_i هر طبقه نیاز داریم در حالیکه در طبقه‌ی اول و آخر این مقدار مشخص نیست.

۶۷- گزینه «۴» میانگین، گرانیگاه یا مرکز ثقل داده‌ها است و به همین دلیل انحراف داده‌ها از میانگین صفر است.

۶۸- گزینه «۳» در اینجا داده‌ها به ترتیب هستند و مقیاس آنها نیز کیفی است.

۶۹- گزینه «۲» صدک پنجاهم داده‌ای است که ۵۰ درصد داده‌ها از آن کوچک‌تر و ۵۰ درصد بزرگتر است که همان تعریف میانه است.

۷۰- گزینه «۱» چون صفت مورد بررسی مساحت بناهای مسکونی است و فراوانی‌ها جمع‌آوری شده است، بهترین شاخص مد است.

۷۱- گزینه «۲» ابتدا داده‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم $1250, 1350, 1400, 1450, 1550, 1650, 2000$

چون تعداد داده‌ها فرد است داده‌ی وسط را بعنوان میانه در نظر می‌گیریم $m_d = 1450$.

۷۲- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی مورد نظر خواهیم داشت:

$$12 = f_i \times 36^\circ = \frac{12}{80} \times 36^\circ = 54^\circ$$

۷۳- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس خواهیم داشت:

$$\sum x_i = 150 \quad ; \quad \sum x_i^2 = 625 \quad ; \quad N = 100$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum x_i \right)^2 = \frac{625}{100} - \left(\frac{150}{100} \right)^2 = 6.25 - (1.5)^2 = 6.25 - 2.25 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

۷۴- گزینه «۱» میانگین برابر با ۵ است بنابراین از برابری تساوی میانگین با عدد ۵ مقدار a را بدست می‌آوریم: (در اینجا f_i فراوانی مطلق است)

x_i	۳/۵	۴	۴/۵	۵	۵/۵	۶	مجموع
f_i	۲	a	۲	۱	۲	۳	$a+10$
$f_i x_i$	۷	$4a$	۹	۵	۱۱	۱۸	$4a+50$

$$\Rightarrow \mu = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4a+50}{a+10} = 5 \Rightarrow 50+5a = 4a+50 \Rightarrow a=0$$

۷۵- گزینه «۴» چون ماکزیمم مقدار نمودار در نقطه x_0 رخ داده است، در نتیجه x_0 مد است؛ اگر نمودار متقارن باشد، مقدار میانه، میانگین و نما با هم برابرند و در نتیجه x_0 میانگین، میانه و نما (مد) است.

۷۶- گزینه «۱» در این جدول، دنباله‌ی انتهایی مشخص نیست و برای چنین جدولهایی انحراف چارکی بهترین معیار است، چرا که برای محاسبه‌ی انحراف معیار، ضریب تغییرات و انحراف متوسط از میانگین به مقدار مرکز دسته‌ها (x_i) احتیاج است ولی در طبقه‌ی آخر این مقدار معلوم نیست.

۷۷- گزینه «۲» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sigma^2 = 3 \\ \sum x_i^2 = 48 \\ \mu = ? \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 \Rightarrow 3 = \frac{48}{4} - \mu^2 \Rightarrow \mu^2 = 12 - 3 = 9 \Rightarrow \mu = \sqrt{9} = 3$$



۷۸- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از خواص میانگین و واریانس استفاده می‌کنیم، داده‌ها در عدد $\frac{1}{4}$ ضرب شده‌اند و با عدد ۲ جمع شده‌اند میانگین

نیز در $\frac{1}{4}$ ضرب شده و با عدد ۲ جمع می‌شود، از خاصیت واریانس به صورت روبرو نیز استفاده می‌کنیم:

$$\bar{y} = \frac{1}{4}\bar{x} + 2 \Rightarrow \bar{y} = \frac{1}{4} \times 4 + 2 = 4$$

$$\text{Var}(ax + b) = a^2 \cdot \text{Var}(x) \Rightarrow \text{Var}\left(\frac{1}{4}x + 2\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \text{Var}(x) = \frac{1}{4} \times 9 = 2.25 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{2.25} = 1.5$$

۷۹- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ‌های تورم، متوسط نرخ‌های رشد و شاخص‌های اقتصادی از میانگین هندسی استفاده می‌شود.

۸۰- گزینه «۱» دهک‌ها مربوط به شاخص‌های مرکزی است.

۸۱- گزینه «۳» با توجه به روابط گشتاورها (حول صفر) و رابطه‌ی ضریب تغییرات که برابر است با: $C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ میانگین و انحراف معیار را بدست

آورده سپس در رابطه‌ی ضریب پراکندگی جاگذاری می‌کنیم.

$$m_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{o})}{N} = \frac{\sum x_i}{N} = \mu = 10, \quad m_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{o})^2}{N} = \frac{\sum x_i^2}{N} = 125$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = m_2 - m_1^2 = 125 - (10)^2 = 25 \Rightarrow \sigma = \sqrt{25} = 5$$

۸۲- گزینه «۳» در جدول‌هایی که ابتدا و انتهای آن مشخص نیست، بهترین شاخص پراکندگی انحراف چارکی است.

۸۳- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. انحراف چارکی از رابطه‌ی $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ بدست می‌آید لذا مقادیر Q_3 و Q_1 را جداگانه بدست می‌آوریم.

$$N \cdot P = 220 \times \frac{1}{4} = 55$$

$$FC_i = 10, 50, 110, 170, 210, 220$$

$$N \cdot P = 220 \times \frac{3}{4} = 165$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۵۵ است طبقه‌ی سوم است، لذا چارک اول در طبقه‌ی سوم قرار دارد و اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۱۶۵ است، طبقه‌ی چهارم است. پس چارک سوم در طبقه‌ی چهارم قرار دارد.

$$Q_1 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 30 + \left(\frac{55 - 50}{60} \right) \times 10 = 30.83$$

$$\Rightarrow \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{49.16 - 30.83}{2} = 9.16$$

$$Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 40 + \left(\frac{165 - 110}{60} \right) \times 10 = 49.16$$

۸۴- گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون $\bar{x} - Me \approx 3(\bar{x} - Me)$ خواهیم داشت:

$$20 - MO = 3(20 - 35) \Rightarrow 20 - MO = -45 \Rightarrow MO = 65$$

۸۵- گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی بین گشتاورها خواهیم داشت:

$$m_1 = \frac{\sum x_i}{N} = 2, \quad \mu_1 = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum x_i^2}{N} = 8, \quad \mu_2 = m_2 - m_1^2 = 8 - 2^2 = 4$$

$$m_3 = \frac{\sum x_i^3}{N} = 41, \quad \mu_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3 = 41 - 3(2)(8) + 2(2)^3 = 9$$



۸۶- گزینه «۲» با توجه به نکات واریانس همانطور که می‌دانیم وقتی واریانس تعدادی عدد، صفر باشد آن اعداد با یکدیگر برابرند یعنی $2X_1 = 2X_2 = 2X_3 = 2X_4 = 16$ بنابراین: $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 8$ لذا میانگین اعداد $X_1, X_2, X_3, X_4, 48$ برابر است با:

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 48}{5} = \frac{8 + 8 + 8 + 8 + 48}{5} = 16$$

۸۷- گزینه «۲» از رابطه‌ی میانگین هندسی مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$G = \sqrt[4]{1 \times 9 \times 5 \times 3} = \sqrt[4]{135} = 3/408$$

۸۸- گزینه «۲» نما (مد) عبارتست از داده‌ای که دارای بیش‌ترین فراوانی باشد. در جدول B بیشترین فراوانی را دارد.

۸۹- گزینه «۱» گزینه‌های ۳ و ۴ خود جز مقیاس‌های کیفی هستند و برای اندازه‌گیری داده‌های کیفی از مقیاس اسمی استفاده می‌نمائیم.

۹۰- گزینه «۴» مقیاس‌های اسمی و ترتیبی برای داده‌های کیفی و مقیاس‌های فاصله‌ای و کسری (نسبتی) برای داده‌های کمی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۹۱- گزینه «۳» حاصل جمع نمرات ۱۲ درس برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \Rightarrow \sum_{i=1}^n X_i = n\bar{X} \Rightarrow \sum_{i=1}^{12} X_i = 12 \times 14/5 = 174$$

از این حاصلجمع نمره‌ی ۲۰ را کم می‌کنیم تا حاصل جمع یازده درس دیگر باقی بماند، اکنون میانگین آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum_{i=1}^{11} X_i = \sum_{i=1}^{12} X_i - 20 = 174 - 20 = 154 \Rightarrow \text{میانگین جدید} = \frac{\sum_{i=1}^{11} X_i}{n} = \frac{154}{11} = 14$$

۹۲- گزینه «۲» از رابطه‌ی میانگین میانگین‌ها استفاده می‌کنیم. میانگین ادغام شده برابر است با:

$$\begin{aligned} n_1 = 8, \quad \bar{X}_1 = 5 \\ n_2 = 12, \quad \bar{X}_2 = 10 \end{aligned} \quad \mu = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2}{n_1 + n_2} = \frac{8 \times 5 + 12 \times 10}{8 + 12} = \frac{40 + 120}{20} = \frac{160}{20} = 8$$

۹۳- گزینه «۳» هر سه شاخص با هم برابرند. $Me = 40, 60, 60, 80 \Rightarrow Me = \frac{60 + 60}{2} = 60$; $MO = 60$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{240}{4} = 60$$

۹۴- گزینه «۴» برای داده‌های کیفی بهترین شاخص مرکزی مد است.

۹۵- گزینه «۲» قیمت در سال n ام را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$P_n = P_0(1+r)^n \Rightarrow 160000 = 100000(1+r)^4 \Rightarrow (1+r)^4 = 16 \Rightarrow (1+r) = 2 \Rightarrow r = 1 \times 100\% = 100\%$$

۹۶- گزینه «۲» طبق خواص ضریب پراکندگی با توجه به اینکه داده‌های قدیم در عددی ثابت ضرب شده‌اند ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند.

۹۷- گزینه «۱» برای محاسبه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری ابتدا گشتاور چهارم را محاسبه کرده سپس در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$E = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\sum (X_i - \mu)^4}{4^4} - 3 = \frac{7680}{4^4} - 3 = \frac{10}{4^4} - 3 = 0$$



۹۸- گزینه «۳» تعداد داده‌ها زوج است، $N = \sum f_i = 6 + 8 + 12 + 4 = 30$ بنابراین میانه برابر میانگین دو داده‌ی وسطی خواهد بود، در سی داده‌ی آماری دو داده‌ی وسط عبارتند از داده‌ی پانزدهم و داده‌ی شانزدهم که هر دو عدد ۱۵ است:

$$N = \sum f_i = 30 \Rightarrow Md = \frac{\frac{x_N + x_{N+1}}{2}}{2} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{15 + 15}{2} = 15$$

زوج است.

۹۹- گزینه «۱» بهترین مقیاس اندازه‌گیری، مقیاس نسبی است. توجه کنید ضعیف‌ترین مقیاس اندازه‌گیری مقیاس اسمی است.

۱۰۰- گزینه «۳» با توجه به تفسیر ضریب چولگی خواهیم داشت: تفاوت فاحش است $|SK| = |-0.66| = 0.66 > 0.5 \Rightarrow$

۱۰۱- گزینه «۱» دو طبقه‌ی متوالی را از یکدیگر کم می‌کنیم: $C - L: 80 - 89, 90 - 99 \Rightarrow$ فاصله طبقات $= 90 - 80 = 10$

۱۰۲- گزینه «۱» طبق خاصیت مهم میانه: $\sum_{i=1}^N |x_i - Md| = \min$

۱۰۳- گزینه «۲» مقیاس کسری (نسبتی) دقیق‌ترین مقیاس اندازه‌گیری است. اسمی $\geq$ رتبه‌ای (ترتیبی) $\geq$ فاصله‌ای $\geq$ نسبتی (نسبی).

۱۰۴- گزینه «۱» تراکم به سه سطح (پرتراکم، با تراکم متوسط و کم تراکم) تقسیم می‌شود. بنابراین بهترین مقیاس رتبه‌ای یا ترتیبی است.

۱۰۵- گزینه «۴» طبقات را مشخص می‌کنیم برای این کار ابتدا فاصله‌ی طبقات را بدست می‌آوریم:

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 69 - 27 = 42$$

طبقات به صورت زیر است:

طبقات	۲۷-۳۳	۳۳-۳۹	۳۹-۴۵	۴۵-۵۱	۵۱-۵۷
نشان x_i					$\frac{51 + 57}{2} = 54$

$$\frac{R}{k} = \frac{42}{7} = 6 = \text{فاصله‌ی هر طبقه}$$

۱۰۶- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی واریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N = 15 \\ \sum x_i = 180 \\ \sum x_i^2 = 2250 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N} \right)^2 = \frac{2250}{15} - \left(\frac{180}{15} \right)^2 = 6$$

۱۰۷- گزینه «۲» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ تورم - نرخهای رشد و شاخص‌های اقتصادی از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۱۰۸- گزینه «۱» از رابطه تجربی پیرسون استفاده کرده و مقدار MO را بدست می‌آوریم:

$$\mu - MO \approx 3(\mu - Me) \Rightarrow 60 - MO = 3(60 - 30) \Rightarrow 60 - MO = 90 \Rightarrow MO = -30$$

۱۰۹- گزینه «۱» برای بدست آوردن نیم انحراف چارکی که برابر با $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ است باید ابتدا Q_3, Q_1 را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N \times P = 100 \times \frac{1}{4} = 25 \\ N \times P = 100 \times \frac{3}{4} = 75 \end{cases} \quad FC_i: 5, 15, 25, 50, 75, 85, 95, 100$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگ‌تر یا مساوی ۲۵ است طبقه‌ی سوم است بنابراین چارک اول در طبقه‌ی سوم قرار دارد و اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگ‌تر یا مساوی ۷۵ است طبقه‌ی پنجم است. بنابراین چارک سوم در طبقه‌ی پنجم قرار دارد.



$$Q_1 = L + \left(\frac{N \times P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 7 + \left(\frac{25 - 15}{10} \right) \times 4 = 11$$

$$Q_2 = L + \left(\frac{N \times P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 15 + \left(\frac{75 - 50}{25} \right) \times 4 = 19$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2 - Q_1}{2} = \frac{19 - 11}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

۱۱۰- گزینه «۲» فراوانی انباشته نسبی برای $x = 14$ عبارت است از:

$$F(14) = \frac{20 + 10 + 10 + 25 + 25 + 10}{110} = 0.90$$

برای بدست آوردن چندک هفتاد و پنج درصدی مقدار $83/25$ بنابرین $(N+1) \times P = (100+1) \times \frac{75}{100} = 83/25$ لذا: $k = 83, r = 0/25$

$$Q_3 = (1-r)x_k + rx_{k+1} \Rightarrow Q_3 = (1-0/25) \times 12 + 0/25 \times 12 = 9 + 3 = 12$$

۱۱۱- گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی میانگین هارمونیک خواهیم داشت:

$$H = \frac{\sum N_i}{\frac{N_1}{x_1} + \frac{N_2}{x_2} + \frac{N_3}{x_3}} = \frac{5000}{\frac{1000}{3} + \frac{2000}{35} + \frac{3000}{4}} = 0.35$$

۱۱۲- گزینه «۱» توجه کنید که در جدول، چگالی فراوانی داده شده است. ابتدا فراوانی‌های مطلق را به دست می‌آوریم، طبق تعریف چگالی فراوانی آنها را بدست می‌آوریم:

$$d_1 = \frac{F_1}{\Delta x_1} \Rightarrow F_1 = 12/5 \times 10 = 125 \quad d_2 = \frac{F_2}{\Delta x_2} \Rightarrow F_2 = 15 \times 10 = 150 \quad d_3 = \frac{F_3}{\Delta x_3} \Rightarrow F_3 = 35 \times 10 = 350$$

$$d_4 = \frac{F_4}{\Delta x_4} \Rightarrow F_4 = 30 \times 10 = 300 \quad d_5 = \frac{F_5}{\Delta x_5} \Rightarrow F_5 = 7/5 \times 10 = 75$$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{125 \times 10 + 150 \times 20 + 350 \times 30 + 300 \times 40 + 75 \times 50}{125 + 150 + 350 + 300 + 75} = 30/5$$

رابطه‌ی میانگین عبارت است از:

۱۱۳- گزینه «۴» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ رشد سود سالیانه از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۱۱۴- گزینه «۱» از رابطه‌ی ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ استفاده می‌کنیم. میانگین و واریانس را بدست آورده سپس در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{140}{10} = 14 \\ \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \mu^2 = \frac{2000}{10} - (14)^2 = 200 - 196 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{2}{14} \times 100 = 14.28\%$$

۱۱۵- گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم، مقادیر داده شده را در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$Var(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 \Rightarrow 3 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (4)^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{N} = 16 + 3 = 19$$

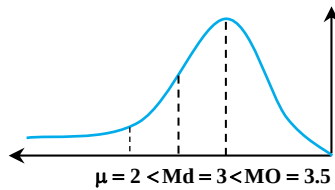
۱۱۶- گزینه «۴» واریانس تعدادی عدد وقتی صفر باشد، آنها با هم برابرند:

$$Var(2x_1, 2x_2, 2x_3, 2x_4, 16) = 0 \Rightarrow 2x_1 = 2x_2 = 2x_3 = 2x_4 = 16$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 8 \Rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4, 16) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 16}{5} = \frac{8 + 8 + 8 + 8 + 16}{5} = 16$$



۱۱۷- گزینه «۳» در اینجا رابطه‌ی $MO > Me > \mu$ برقرار است توزیع داده‌ها به صورت زیر است چولگی به سمت چپ است.



۱۱۸- گزینه «۲» همواره مقدار $\sum F_i |x_i - Me|$ حداقل است. یعنی این مقدار از هر مقدار دیگری کمتر یا مساوی است.

۱۱۹- گزینه «۴» در مقیاس اسمی بهترین مشخصه مرکزی نما است. چرا که شاخص‌های دیگر کمی هستند.

۱۲۰- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی میانگین وزنی خواهیم داشت:

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	مجموع
f_i	۴	۶	۸	۷	۳	۲	$n = 30$
$f_i x_i$	۴	۱۲	۲۴	۲۸	۱۵	۱۲	$\sum f_i x_i = 95$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum f_i x_i = \frac{95}{30} = 3.1\bar{6}$$

۱۲۱- گزینه «۱» چون واریانس داده‌ها برابر با صفر شده است بنابراین همه‌ی داده‌ها با هم برابرند یعنی $x_1 = x_2 = x_3 = 7$ و در نتیجه میانگین چهار داده که همگی ۷ است برابر با ۷ است.

۱۲۲- گزینه «۳» اگر داده‌ها را به ترتیب صعودی بنویسیم داریم و آنها را ۴ برابر کنیم، بزرگترین و کوچکترین داده نیز ۴ برابر خواهد شد:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)} \Rightarrow R = 4x_{(n)} - 4x_{(1)} = 4(x_{(n)} - x_{(1)}) = 4R$$

۱۲۳- گزینه «۴» چون واحد اندازه‌گیری مساحت متر مربع است و مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است برای مقایسه‌ی داده‌ها، میانگین معیار بهتری است.

۱۲۴- گزینه «۱» میانه، حد وسط داده‌ها پس از مرتب کردن است.

$$\begin{cases} \frac{\sum x_i^2}{N} = 1000 \text{ (میانگین مقادیر مجزورات X)} \\ \frac{\sum x_i}{N} = 10 \text{ (میانگین مقادیر X)} \end{cases} \Rightarrow \text{Var}(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = 1000 - 100 = 900$$

۱۲۵- گزینه «۱» مقادیر میانگین و انحراف معیار را بدست آورده و در رابطه ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{200}{10} - \left(\frac{40}{10}\right)^2 = 20 - 16 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{40}{10} = 4 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2}{4} = 0.5$$

۱۲۷- گزینه «۳» در توزیع استاندارد شاخص کشیدگی همواره ۳ است.

۱۲۸- گزینه «۲» بهترین مقیاس، مقیاس ترتیبی است. چرا که در اینجا ترتیب رعایت شده است و صفت به صورت کیفی تعریف شده است.

۱۲۹- گزینه «۳» با توجه به رابطه میانگین هارمونیک خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{\sum F_i}{\frac{F_1}{x_1} + \frac{F_2}{x_2} + \dots + \frac{F_k}{x_k}} = \frac{1+2}{\frac{1}{60} + \frac{2}{80}} = \frac{3}{\frac{4}{240} + \frac{2}{240}} = \frac{3}{\frac{6}{240}} = 72 \rightarrow H = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{60} + \frac{2}{80}} = 72$$



۱۳۰- گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم میانه مقدار A همواره حداقل است. بنابراین A از هر مقدار دیگر کوچکتر است.

۱۳۱- گزینه «۲» مد در طبقه سوم وجود دارد چرا که بیشترین فراوانی مطلق برای طبقه سوم است.

$$MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times I \Rightarrow 21 + \left(\frac{11}{11+9}\right) \times 3 = 22/5 \quad ; \quad d_1 = F_3 - F_2 = 34 - 23 = 11 \quad ; \quad d_2 = F_3 - F_4 = 34 - 25 = 9$$

۱۳۲- گزینه «۳» میانگین جدول را محاسبه می‌کنیم و برابر با مقدار $b - 22/5$ قرار می‌دهیم تا b بدست آید:

$$x_i \text{ مرکز دسته‌ها: } \frac{15+18}{2} = 16/5, \quad \frac{18+21}{2} = 19/5, \quad \frac{21+24}{2} = 22/5, \quad \frac{24+27}{2} = 25/5$$

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{18 \times 16/5 + 23 \times 19/5 + 34 \times 22/5 + 25 \times 25/5}{18 + 23 + 34 + 25} = \frac{297 + 448/5 + 765 + 637/5}{100} = 21/48$$

$$\mu = 22/5 - b \Rightarrow 21/48 = 22/5 - b \Rightarrow b = 1/52$$

۱۳۳- گزینه «۲» با توجه به اینکه به داده‌ها یک واحد اضافه می‌شود، به میانگین نیز ۱ واحد اضافه می‌شود: $C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{2}{6} \times 100 = 33$

ولی توجه کنید که انحراف معیار تغییری نمی‌کند. بنابراین میانگین قبلاً ۵ بوده است و اکنون عدد ۶ است ولی انحراف معیار همان عدد ثابت ۲ باقی می‌ماند.

۱۳۴- گزینه «۳» بهترین مقیاس اندازه‌گیری، مقیاس نسبی است.

۱۳۵- گزینه «۴» برای بدست آوردن میانگین هندسی a و b (یعنی $\sqrt{ab}$) باید از رابطه‌ی میانگین هندسی استفاده کنیم تا به این مقدار برسیم:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{F_1} \dots x_k^{F_k}} \Rightarrow \frac{9}{2} = \sqrt[9]{6 \times 12/5 \times 9 \times 12 \times a \times b} \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۳ می‌رسانیم}} \left(\frac{9}{2}\right)^3 = (\sqrt[9]{8100ab})^3 \Rightarrow \frac{729}{8} = 9 \sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{ab} = \frac{81}{80}$$

۱۳۶- گزینه «۳» بنابراین اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۳۹ است طبقه سوم است، بنابراین چارک سوم در طبقه سوم قرار دارد:

$$N \times P = 52 \times \frac{3}{4} = 39 \quad FC_i: 9, 25, 42, 52 \Rightarrow Q_3 = L + \left(\frac{N.P - FC_{i-1}}{F_i}\right) \cdot I = 18 + \left(\frac{39 - 24}{18}\right) \times 4 = 21/3$$

۱۳۷- گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی واریانس خواهیم داشت: $Var(x) = \sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2 \Rightarrow \sum (x_i - \mu)^2 = N \sigma_x^2$

اکنون σ^2 را محاسبه کرده در تعداد $N = 100$ ضرب می‌کنیم:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu_x^2 = \frac{400}{100} - \left(\frac{120}{100}\right)^2 = 4 - 1/44 = 2/56 \Rightarrow \sum (x_i - \mu_x)^2 = 100 \times 2/56 = 256$$

۱۳۸- گزینه «۲» میانگین جدول را محاسبه می‌کنیم برابر با مقدار $a + 15/5$ قرار می‌دهیم تا مقدار a بدست آید:

$$\mu = 15/5 + a \Rightarrow \mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{4 \times 9/5 + 10 \times 12/5 + 18 \times 15/5 + 12 \times 18/5 + 6 \times 21/5}{4 + 10 + 18 + 12 + 6} = 15/86 \Rightarrow 15/86 = 15/5 + a \Rightarrow a = 0/36$$

۱۳۹- گزینه «۳» طبقه‌ی سوم دارای بیشترین فراوانی مطلق است. بنابراین مد در این طبقه قرار دارد.

$$d_1 = F_3 - F_2 = 18 - 10 = 8 \quad ; \quad d_2 = F_3 - F_4 = 18 - 12 = 6 \quad MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times I = 14 + \left(\frac{8}{8+6}\right) \times 3 = 15/7$$



۱۴۰- گزینه «۱» با توجه به رابطه و تفسیر ضریب چولگی پیروسون خواهیم داشت:

$$Sk = \frac{3(\mu_x - Md)}{\sigma_x} = \frac{3(12/5 - 12/7)}{3} = -0/2$$

$|Sk| = |-0/2| = 0/20 < 0/5$ تفاوت اندک با نرمال دارد.

۱۴۱- گزینه «۳» مراحل محاسبه‌ی چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \sum F_i = 10 + 30 + 20 = 60$$

(۱) ابتدا مقدار $N \times p$ را محاسبه می‌کنیم: $2N \times p = 60 \times \frac{3}{4} = 45$

(۳) اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times p = 45$ می‌باشد طبقه سوم است بنابراین مکان چارک سوم در طبقه سوم قرار دارد.

(۴) از رابطه‌ی مورد نظر چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_3 = \text{حد پایین} + \frac{N \cdot p - FC_{i-1}}{F_i} \times \text{فاصله طبقات} = 30 + \frac{45 - 40}{20} \times 10 = 32/5$$

۱۴۲- گزینه «۳» مقیاس‌های اندازه‌گیری کیفی (اسمی - ترتیبی) و کمی (فاصله‌ای - نسبتی) هستند.

۱۴۳- گزینه «۲» در توزیع درآمد مردم ایران چولگی وجود دارد و اکثر مردم از درآمد پایینی برخوردارند. چولگی به راست است و میانگین بزرگ‌تر از میانه است.

۱۴۴- گزینه «۱» از رابطه‌ی تجربی پیروسون استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} MO = 40 \\ Md = 30 \end{cases} \quad Md < MO$$

$$\mu - MO \approx 3(\mu - Md) \Rightarrow \mu - 40 = 3(\mu - 30) \Rightarrow 2\mu = 50 \Rightarrow \mu = 25$$

چون مقدار نما از میانه بزرگتر است در نتیجه توزیع چوله به چپ است و مقدار میانگین از مد و میانه کوچکتر خواهد بود.

۱۴۵- گزینه «۲» با توجه به تفسیر ضریب چولگی $SK < 0$ است بنابراین چولگی منفی است و چوله به چپ است و همچنین $0/1 < |SK| \leq 0/5$ چولگی توزیع تفاوت کمی با توزیع نرمال دارد و چولگی کم است.

۱۴۶- گزینه «۱» پارامترها در جامعه هستند که محاسبه‌ی آنها بستگی به داده‌های جامعه دارد.

۱۴۷- گزینه «۴» طبق رابطه میانگین هندسی خواهیم داشت:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[4]{4/5 \times 4 \times 8 \times 18 \times 3} = \sqrt[4]{4/5 \times 2^2 \times 2^3 \times 2 \times 3^2 \times 3} = \sqrt[4]{2^5 \times 3^3 \times 9} = \sqrt[4]{2^5 \times 3^5} = 2 \times 3 = 6$$

۱۴۸- گزینه «۳» چون واحد اندازه‌گیری سرعت $\frac{km}{h}$ است و از دو کمیت زمان و مکان تشکیل شده است از میانگین توافقی استفاده می‌کنیم.

x_i	f_i	F_i
۷۲	۲/۳	۲
۶۰	۱/۳	۱
		$n = 3$

$$H = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{3}{\frac{2}{72} + \frac{1}{60}} = 67/5 \rightarrow H = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{72} + \frac{1}{60}} = \frac{135}{2} = 67/5$$

۱۴۹- گزینه «۳» مقادیر میانگین و انحراف معیار را بدست می‌آوریم و در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم.

x_i	۱۰	۸	۷	۶	۶	۵	$\sum x_i = 42$
x_i^2	۱۰۰	۶۴	۴۹	۳۶	۳۶	۲۵	$\sum x_i^2 = 310$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum x_i = \frac{42}{6} = 7$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{310}{6} - (7)^2 = 51/66 - 49 = 2/66 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2/66} \quad ; \quad CV = \frac{\sigma}{\mu} \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{2/66}}{7} = 0/23$$



۱۵۰- گزینه «۲» میانگین را بدست آورده برابر با مقدار $15 + A$ قرار می‌دهیم، A را بدست می‌آوریم:

x_i	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	مجموع
f_i	۱۲	۱۶	۲۰	۲۷	۱۰	۸۵
$f_i x_i$	۶۰	۱۶۰	۳۰۰	۵۴۰	۲۵۰	۱۳۱۰

$$\mu_x = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum f_i x_i = \frac{1310}{85} = 15.41$$

$$\mu = 15 + A \Rightarrow 15 + A = 15.41 \Rightarrow A = 0.41$$

$$N = 125$$

۱۵۱- گزینه «۲» دامنه و تعداد طبقات را داریم، فاصله طبقات را بدست می‌آوریم:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 52 - 31 = 21 \Rightarrow \text{فاصله طبقات} = I = \frac{R}{K} = \frac{21}{7} = 3$$

در نتیجه طبقات بصورت زیر خواهد بود. طبق رابطه $f_i = fC_i - fC_{i-1}$ می‌توانیم فراوانی طبقه‌ی وسط را بدست آوریم، توجه کنید ۷ طبقه داریم پس طبقه وسط طبقه‌ی چهارم است.

حدود طبقات	۳۱-۳۴	۳۴-۳۷	۳۷-۴۰	۴۰-۴۳	۴۳-۴۶	۴۶-۴۹	۴۹-۵۲
f_i	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
fC_i			۵۵%	۶۷%			

$$f_4 = fC_4 - fC_3 = 67\% - 55\% = 12\%$$

$$\Rightarrow F_4 = f_4 \times N = 12\% \times 125 = 15$$

$$\mu - MO = 3(\mu - Md)$$

۱۵۲- گزینه «۳» چولگی سمت چپ است، از رابطه‌ی پیرسون مقدار میانه را بدست می‌آوریم:

$$12 - 15 = 3(12 - Md) \Rightarrow -3 = 36 - 3Md \Rightarrow 3Md = 39 \Rightarrow Md = \frac{39}{3} = 13$$

$$\begin{cases} \mu = 13 \\ \mu = 15 \\ S^2 = 6/25 \end{cases} \Rightarrow Sk = \frac{\mu - MO}{S} = \frac{13 - 15}{\sqrt{6/25}} = \frac{-2}{2/5} = -0.8$$

۱۵۳- گزینه «۱» از ضریب چولگی اول پیرسون استفاده می‌کنیم:

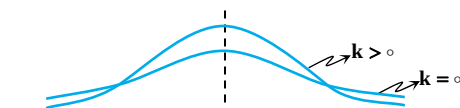
۱۵۴- گزینه «۳» میانگین سه جامعه برابر است بنابراین $\mu_1 - \mu = 0$ است از واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{25 \times 2/0.4 + 30 \times 3/1 + 45 \times 4}{25 + 30 + 45} = 3/24 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3/24} = 1/8$$

۱۵۵- گزینه «۴» میانگین و انحراف معیار را بدست آورده در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \sum x_i = 210 \Rightarrow \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{210}{30} = 7 \\ \sum x_i^2 = 1950 \end{cases}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{1950}{30} - (7)^2 = 65 - 49 = 16 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu_x} = \frac{4}{7} = 0.57$$



۱۵۶- گزینه «۲» پارامترهای مرکزی با هم برابرند بنابراین توزیع متقارن است اکنون به

شکل مقابل توجه کنید.

پراکندگی توزیع کمتر از توزیع نرمال است بنابراین توزیع بلندتر از نرمال است پس ضریب

کشیدگی مثبت است.

۱۵۷- گزینه «۱» از خاصیت واریانس استفاده می‌کنیم، با کمی دقت متوجه می‌شویم که مقادیر متغیر Y دو برابر مقادیر متغیر X هستند. بنابراین طبق

خاصیت مهم واریانس $\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(x)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x: 1, 2, 3, 4 \\ y: 2, 4, 6, 8 \end{cases} \Rightarrow y = 2x \Rightarrow \text{Var}(y) = \text{Var}(2x) = 4 \text{Var}(x) \Rightarrow \text{Var}(y) = 4 \text{Var}(x)$$



۱۵۸- گزینه «۴» داده‌ها را در هر عددی ضرب کنیم میانگین نیز در همان عدد ضرب می‌شود.

۱۵۹- گزینه «۲» این رابطه کشیدگی گشتاوری است که برای کشیدگی توزیع بکار می‌رود. دقت کنید برای ضریب کشیدگی، باید عدد ۳ را از رابطه کسر کرد.

۱۶۰- گزینه «۴» میانگین هندسی برای نرخهای رشد بکار برده می‌شود.

۱۶۱- گزینه «۳» طبق رابطه $\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(x)$. $y = 3x - 10 \Rightarrow \sigma_y^2 = 9\sigma_x^2 = 9 \times 6 = 54 \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{54} = 7.34$

۱۶۲- گزینه «۴» طبق رابطه ضریب تغییرات خواهیم داشت: $\begin{cases} \sigma^2 = 784 \Rightarrow \sigma = \sqrt{784} \\ \mu = 70 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 1000 = \frac{\sqrt{784}}{70} \times 100 = 40\%$

۱۶۳- گزینه «۳» اطلاعات داده شده در مسئله عبارت است از: $m_1 = 2, m_2 = 8, \mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} = 0.16$

توجه کنید انحراف معیار را به صورت روبرو بدست می‌آوریم: $\mu_2 = \sigma^2 = m_2 - m_1^2 = 8 - (2)^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$

از رابطه ضریب چولگی گشتاوری استفاده می‌کنیم: $\Rightarrow Sk = \frac{\mu_3}{(\sigma)^3} = \frac{0.16}{2^3} = 0.02$

۱۶۴- گزینه «۲» ابتدا مقدار $N \times P$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم: $N \times P = 1000 \times \frac{3}{4} = 75$

$$FC_i = 10, 25, 40, 60, 75, 85, 95, 100$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۷۵ است طبقه پنجم است:

$$Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 10 + \left(\frac{75 - 60}{15} \right) \times 2 = 12$$

۱۶۵- گزینه «۱» طبق رابطه ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ مقادیر انحراف معیار و میانگین را بدست آورده و در فرمول ضریب تغییرات قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{140}{10} = 14 \\ \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{2000}{10} - (14)^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} \times 100 = \frac{2}{14} \times 100 = 14.28\%$$

۱۶۶- گزینه «۴» اگر قیمت‌ها در سال گذشته ۱۰۰۰ در نظر گرفته شود ۱۰ درصد عدد ۱۰۰۰ برابر ۱۰۰ است یعنی قیمت امسال ۱۱۰۰ تومان می‌باشد،

مانند این است که قیمت سال گذشته ۱/۱ برابر شده است. x_i قیمت سال گذشته است و y_i قیمت امسال است. $y_i = x_i + 0.10 x_i = 1.1 x_i$

بنابراین از رابطه $\text{Var}(ax + b) = a^2 \cdot \text{Var}(x)$ استفاده می‌کنیم. $\text{Var}(1.1 x_i) = (1.1)^2 \times \text{Var}(x_i) = (1.1)^2 \times 1000 = 1210$

۱۶۷- گزینه «۴» اگر دامنه‌ی تغییرات برابر با صفر باشد، همه‌ی داده‌ها برابر با x_1 است:

$$R = x_n - x_1 = 0 \Rightarrow x_n = x_1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_1 \\ x_3 = x_1 \\ x_4 = x_1 \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow \mu = 2x_1 + 1$$

۱۶۸- گزینه «۴» جدول واحد اندازه‌گیری مساحت متر مربع است و مقیاس آن نسبتی است جهت پس مقایسه بهتر است از میانگین حسابی استفاده نمائیم.

۱۶۹- گزینه «۴» از رابطه‌ی واریانس استفاده می‌کنیم:

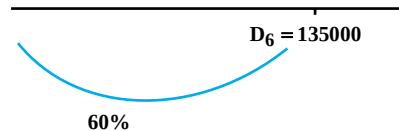
x_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	مجموع
f_i	۱	۱	۳	۵	۴	۲	$N=16$
$f_i x_i$	۲	۳	۱۲	۲۵	۲۴	۱۴	$\sum f_i x_i = 80$
$f_i x_i^2$	۴	۹	۴۸	۱۲۵	۱۴۴	۹۸	$\sum f_i x_i^2 = 428$

$$\mu = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{80}{16} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{428}{16} - (5)^2 = 26.75 - 25 = 1.75$$

$$\begin{cases} N=100 \\ \mu=6 \\ \sum F_i x_i^2 = 5000 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum F_i x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{5000}{100} - 36 = 14$$

۱۷۰- گزینه «۲»



۱۷۱- گزینه «۱» با توجه به شکل روبرو و مقدار دهک ششم برابر با ۱۳۵ هزار تومان است بنابراین

۶۰ درصد از کارکنان ۱۳۵ هزار تومان یا کمتر حقوق می‌گیرند، بنابراین ۴۰ درصد از آنها از ۱۳۵ هزار تومان بیشتر حقوق می‌گیرند.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{2000}{20} = 100 \Rightarrow \sigma = 10$$

۱۷۲- گزینه «۳» واریانس را محاسبه کرده جذر می‌گیریم تا انحراف معیار به‌دست آید:

گشتاور سوم و انحراف معیار را در رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N}}{\sigma^3} = \frac{-328}{10^3} = \frac{-16/4}{1000} = -0.0164$$

۱۷۳- گزینه «۱» تولید را از عدد ۱۰۰ در نظر می‌گیریم این تولید در سال اول به ۱۸۰ و در سال دوم به ۸۰ رسیده است. از میانگین هندسی استفاده

$$G = \sqrt{180 \times 80} = \sqrt{14400} = 120 \Rightarrow 120 - 100 = 20\% \text{ افزایش رشد کرده داریم:}$$

۱۷۴- گزینه «۱» گروه‌های فرضیه این نوع تحقیق هم‌بسته‌اند.

۱۷۵- گزینه «۴» با توجه به اینکه مقیاس داده‌ها دور در ثانیه است از میانگین هارمونیک استفاده می‌کنیم:

$$H = \frac{\sum F_i}{\frac{F_1}{x_1} + \frac{F_2}{x_2} + \dots + \frac{F_k}{x_k}} \Rightarrow H = \frac{5+3}{\frac{5}{4} + \frac{3}{6} + \frac{96}{12}} = \frac{8}{\frac{21}{12}} = \frac{96}{21} = 4.57$$

۱۷۶- گزینه «۳» مد در طبقه‌ی سوم قرار دارد. چرا که بیشترین فراوانی مطلق را دارد.

$$d_1 = F_3 - F_2 = 17 - 11 = 6, \quad d_2 = F_2 - F_1 = 17 - 9 = 8, \quad MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot I = 21 + \left(\frac{6}{6+8} \right) \times 3 = 22.2/28 \approx 22/3$$

$$\begin{cases} |E| < 0.1 \\ E < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تقریباً نرمال و کوتاه‌تر از نرمال}$$

۱۷۷- گزینه «۲» با توجه به تفسیر ضریب کشیدگی خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{48 \times 0 + 32 \times 1 + 17 \times 2 + 2 \times 3 + 0 \times 4 + 1 \times 5}{48 + 32 + 17 + 2 + 0 + 1} = \frac{77}{100} = 0.77$$

۱۷۸- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین خواهیم داشت:



۱۷۹- گزینه «۲» در توزیع‌های چوله به راست میانگین بزرگترین و مد کوچکترین است.

۱۸۰- گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق طبقات:

$$f_3 = \frac{F_3}{N} \Rightarrow 0/6 = \frac{F_3}{20} \Rightarrow F_3 = 20 \times 0/6 = 12$$

۱۸۱- گزینه «۲» برای بدست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب می‌کنیم:

۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۲۶, ۲۷, ۳۰

اکنون تعداد داده‌ها $N = 8$ زوج است. بنابراین میانگین دو عدد وسط میانه است در ۸ داده‌ی آماری دو عدد وسط داده‌های چهارم و پنجم هستند.

$$Me = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{17 + 18}{2} = 17/5$$

۱۸۲- گزینه «۱» مد یا نما عددی است که نسبت به سایر اعداد تکرار بیشتری داشته باشد. با کمی دقت متوجه می‌شویم که عدد ۳ نسبت به سایر اعداد تکرار بیشتری دارد بنابراین نما یا مد برابر با ۳ است: $MO = 3$

برای بدست آوردن میانه ابتدا باید داده‌ها را به صورت غیرنزولی مرتب کرد: ۱۵ و ۱۱ و ۸ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۳ و ۱ اکنون تعداد داده‌ها $N = 11$ فرد می‌باشد بنابراین داده وسط میانه است در یازده داده آماری عدد وسط داده ششم است بنابراین:

$$Me = x_{(6)} = 6$$

۱۸۳- گزینه «۲» چارک اول برابر با ۱۸ است بنابراین ۲۵٪ از داده‌ها کمتر یا مساوی ۱۸ هستند یا ۷۵ درصد از داده‌ها بیشتر از ۱۸ هستند.

۱۸۴- گزینه «۴» برای محاسبه ضریب پراکندگی ابتدا مقدار میانگین و واریانس (انحراف معیار) را محاسبه کرده و در رابطه‌ی ضریب پراکندگی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \sum x_i = 192 \Rightarrow \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{192}{80} = 2/4 \\ \sum x_i^2 = 720 \\ N = 80 \end{cases} \quad \begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{720}{80} - (2/4)^2 = 9 - 5/16 = 3/24 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3/24} = 1/8 \\ CV &= \frac{\sigma}{\mu_x} = \frac{1/8}{2/4} = 0/75 \end{aligned}$$

۱۸۵- گزینه «۴» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ بنابراین ابتدا Q_1 و Q_3 را محاسبه می‌کنیم:

حدود طبقات	۱۰-۱۳	۱۳-۱۶	۱۶-۱۹	۱۹-۲۲	۲۲-۲۵
F_i	۵	۹	۱۲	۱۰	۴
FC_i	۵	۱۴	۲۶	۳۶	۴۰

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۱۰ است طبقه‌ی دوم است بنابراین چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

$$Q_1 \rightarrow P = \frac{1}{4} \rightarrow N.p = 40 \times \frac{1}{4} = 10 \quad ; \quad Q_1 = L_i + \frac{N.p - FC_{i-1}}{F_i} \times I = 13 + \frac{10 - 5}{9} \times 3 = 14/6$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی ۳۰ است چهارم است، بنابراین طبقه‌ی چهارم طبقه‌ی چارک سوم است.

$$Q_3 \rightarrow P = \frac{3}{4} \rightarrow N.p = 40 \times \frac{3}{4} = 30$$

$$Q_3 = 19 + \frac{30 - 26}{10} \times 3 = 20/2 \Rightarrow Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{20/2 - 14/6}{2} = \frac{5/6}{2} = 2/8$$

۱۸۶- گزینه «۴» از رابطه‌ی تجربی پیرسون خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \bar{x} = 15/5 \\ M_O = 14 \end{cases} \Rightarrow \mu - MO \approx 3(\mu - Md) \Rightarrow 15/5 - 14 \approx 3(15/5 - Md) \Rightarrow Md = 15$$

چون مقدار میانگین از نما بیشتر است داده‌ها چوله به سمت راست هستند بنابراین رابطه‌ی زیر بین میانگین، میانه و نما وجود دارد.

$$14 < M_d < 15/5 \quad \text{بنابراین} \quad M_O < M_d < \bar{x}$$



۱۸۷- گزینه «۱» چون مقدار E منفی است در نتیجه پراکندگی توزیع بیش‌تر بوده و نمودار داده‌ها از نمودار نرمال کوتاه‌تر است. و چون مقدار $|E|$ در مقایسه با عدد $5/0$ کمتر است کشیدگی غیرقابل اغماض و تفاوت اندکی با نرمال دارد.

۱۸۸- گزینه «۳» شرایط تصحیح شپارد تقارن و حداقل مقدار N باید 1000 باشد. به علاوه آنکه متغیر نیز باید پیوسته باشد.

I : فاصله طبقات

$$\sigma_c^2 = \sigma^2 - \frac{I^2}{12}$$

۱۸۹- گزینه «۳» طبق اتحاد مربع ابتدا پرانتز را به توان ۲ رسانده سپس Σ (سیگما) را روی جملات اثر می‌دهیم.

یادآوری: $\sum_{i=1}^n c = nc$

$$\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2 = \sum_{i=1}^{20} (4x_i^2 - 12x_i + 9) = 4 \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 12 \sum_{i=1}^{20} x_i + \sum_{i=1}^{20} 9 = 4(90) - 12(15) + (20)(9) = 360$$

۱۹۰- گزینه «۲» میانگین را برابر با $4a + 22$ قرار می‌دهیم لذا ابتدا طبق جدول زیر میانگین را محاسبه می‌کنیم:

حدود دسته	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	۲۸-۳۲	جمع
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶	۵۰
x_i	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶	۳۰	-
$f_i x_i$	۷۰	۲۱۶	۳۹۶	۲۳۴	۱۸۰	۱۰۹۶

$$\mu = \frac{1}{N} \sum f_i x_i = \frac{1096}{50} = 21.92$$

$$22 + 4a = 21.92 \Rightarrow 4a = -0.08 \Rightarrow a = -0.02$$

۱۹۱- گزینه «۲»

حدود دسته	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	۲۸-۳۲
f_i	۵	۱۲	۱۸	۹	۶

برای بدست آوردن مد ابتدا طبقه‌ای که دارای بیش‌ترین فراوانی است را بعنوان طبقه‌ی مد دار در نظر می‌گیریم پس از رابطه‌ی زیر مقدار مد را بدست می‌آوریم:

$$MO = L_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times I \Rightarrow MO = 20 + \frac{6}{9+6} \times 4 = 20 + 1/6 = 21/6$$

$$d_1 = F_3 - F_2 = 18 - 12 = 6, \quad d_2 = F_3 - F_4 = 18 - 9 = 9$$

طبقه‌ی سوم طبقه‌ی مددار است بنابراین:

۱۹۲- گزینه «۲» میانگین و انحراف معیار را بدست می‌آوریم و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sum x_i = 210 \Rightarrow \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{210}{90} = 2.3 \\ \sum x_i^2 = 870 \Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{870}{90} - (2.3)^2 = 14/5 - 12/25 = 2/25 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2/25} = 1/5 \\ N = 90 \\ CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1/5}{2.3} = 0.43 \end{cases}$$

۱۹۳- گزینه «۱» نمودارها به دو دسته‌ی کیفی (برای مقیاس‌های اسمی و رتبه‌ای) و کمی (برای مقیاس‌های فاصله‌ای و نسبی) تقسیم می‌شوند.

۱۹۴- گزینه «۴» از خواص میانگین و واریانس به صورت زیر استفاده می‌کنیم، داده‌ها در $\frac{1}{4}$ ضرب شده و با عدد ۱ جمع شده‌اند بنابراین میانگین نیز در

$$y = ax + b \Rightarrow \bar{y} = a\bar{x} + b \Rightarrow x = \frac{1}{a}y + 1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{a}\bar{y} + 1 = \frac{1}{4}(3) + 1 = \frac{5}{4} = 2.5$$

عدد $\frac{1}{4}$ ضرب شده و با عدد ۱ جمع می‌شود.

جمع و تفریق اثری در واریانس ندارد.

$$y = ax + b \Rightarrow \text{Var}(y) = \text{var}(ax + b) = a^2 \cdot \text{Var}(x) \Rightarrow \text{Var}(x = \frac{1}{4}y + 1) = (\frac{1}{4})^2 \text{Var}(y) = \frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4} = 2.25 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2.25} = 1.5$$



۱۹۵- گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون مقدار مُد را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = 100, \quad Me = 120, \quad MO = ?$$

$$\mu - MO \approx 3(\mu - Me) \Rightarrow (100 - MO) = 3(100 - 120) \Rightarrow 100 - MO = -60 \Rightarrow MO = 100 + 60 = 160$$

۱۹۶- گزینه «۲» داده‌ها (x_t) در $\frac{1}{\sigma_x}$ ضرب شده است بنابراین انحراف معیار یعنی σ_x نیز در $\frac{1}{\sigma_x}$ ضرب می‌شود:

$$y_t = \frac{x_t - \mu_x}{\sigma_x} \Rightarrow \sigma(y_t) = \frac{1}{\sigma_x} \times \sigma_x = 1$$

۱۹۷- گزینه «۳» با توجه به اینکه داده‌ها به صورت مثبت است از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم. توجه کنید که داده‌های مسئله به صورت نسبت نیستند و باید ابتدا نسبت سود هر سال به سال قبل را محاسبه کرد:

$$x_1 = \frac{4}{2}, \quad x_2 = \frac{32}{4}, \quad N = 2 \quad G = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k} = \sqrt{\frac{4}{2} \times \frac{32}{4}} = \sqrt{16} = 4$$

۱۹۸- گزینه «۴» هر سه نمودار دیگر مربوط به داده‌های کمی است.

۱۹۹- گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که توزیع متقارن است، چرا که فراوانی‌ها به صورت متقارن پخش شده است. لذا:

$$\bar{X} = Me = MO$$

۲۰۰- گزینه «۳» چگالی به مفهوم $\frac{\text{فراوانی هر طبقه}}{\text{طول طبقه}}$ است. ابتدا چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$d_i = \frac{F_1}{\Delta x_1}, \frac{F_2}{\Delta x_2}, \frac{F_3}{\Delta x_3}, \frac{F_4}{\Delta x_4} \Rightarrow d_1 = \frac{1}{2} = 0.5, \quad d_2 = \frac{10}{2} = 5, \quad d_3 = \frac{6}{2} = 3, \quad d_4 = \frac{3}{2} = 1.5$$

اکنون جدول به صورت زیر است:

$x_i - x_{i+1}$	۱-۳	۳-۵	۵-۷	۷-۹
d_i	۰/۵	۵	۳	۱/۵

۲۰۱- گزینه «۲» همواره $\sum_{i=1}^k F_i = N$ است. (حاصل جمع فراوانی‌های مطلق برابر با تعداد کل داده‌ها است).

۲۰۲- گزینه «۴» ضریب تغییرات برابر است با:

$$\begin{cases} \mu = 70 \\ \sigma^2 = \sqrt{784} \Rightarrow \sigma = \sqrt{784} \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{784}}{70} \times 100 = 40\%$$

۲۰۳- گزینه «۳» اگر فراوانی‌ها را بر ۱۰ تقسیم کنیم، مقدار فراوانی‌ها به ترتیب روبرو خواهد شد: ۱, ۲, ۴, ۲, ۱. لذا میانگین عبارت است از:

$$\mu = \frac{\sum N_i X_i}{\sum N_i} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 4 \times 6 + 2 \times 8 + 1 \times 10}{1 + 2 + 4 + 2 + 1} = 6$$

۲۰۴- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی تجربی پیرسون $\bar{X} - MO \approx 3(\bar{X} - Me)$ خواهد بود.

۲۰۵- گزینه «۴» در داده‌های کیفی بهترین مشخصه‌ی مرکزی میانما است.

۲۰۶- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی پیرسون $\bar{X} - MO \approx 3(\bar{x} - Me)$ مقدار مُد را محاسبه می‌کنیم.

$$20 - MO = 3(20 - 40) \Rightarrow 20 - MO = -60 \Rightarrow MO = 80$$



۲۰۷- گزینه «۲» گشتاور اول نسبت به مبدأ ۳ صفر است بنابراین:

$$\begin{cases} \mu_1 = \sum (x_i - 3) = 0 \Rightarrow \text{میانگین همان ۳ است چرا که مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره صفر است.} \\ \mu_2 = \sum (x_i - 3)^2 = 1/2 \Rightarrow \text{گشتاور دوم حول میانگین همان واریانس است.} \\ \mu_3 = 3/6 \end{cases}$$

$$\text{ضریب کشیدگی} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} - 3 = \frac{3/6}{(1/2)^3} - 3 = -0.5$$

۲۰۸- گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم واریانس $\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(x)$ خواهیم داشت:

$$\text{Var}(y) = \text{Var}(3x + 3) = (3)^2 \cdot \text{Var}(x) = 9 \times 4 = 36$$

۲۰۹- گزینه «۲» از رابطه‌ی ضریب پراکندگی استفاده می‌کنیم:

با اضافه کردن یک واحد به داده‌ها به میانگین یک واحد اضافه شده و واریانس (انحراف معیار) تغییری نمی‌کند، بنابراین میانگین جدید برابر ۶ و واریانس جدید همان ۴ است در نتیجه:

$$S^2 = 4 \Rightarrow S = \sqrt{4} = 2 \quad ; \quad CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2}{6} \times 100 = 33 \text{ درصد}$$

۲۱۰- گزینه «۳» تعداد کل داده‌ها برابر $N = 100$ است. بنابراین ۲۰٪ از پرخرج‌ترین خانوارها برابر است با $N = 20$ تای خانوار انتهایی لذا از انتهای جدول میانگین‌گیری می‌کنیم:

هزینه متوسط	۶۰	۸۵	۲۱۰	۳۸۰
تعداد خانوار	۱۲	۵	۲	۱

$$\mu = \frac{\sum F_i X_i}{N} = \frac{60 \times 12 + 85 \times 5 + 210 \times 2 + 1 \times 380}{20} = 97/25$$

۲۱۱- گزینه «۲» توجه کنید که به جای X_i ها نسبت‌های رشد قرار داده می‌شود، از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{F_1} \cdot x_2^{F_2} \cdot \dots \cdot x_k^{F_k}} = \sqrt[4]{\frac{280}{100} \times \frac{310}{280} \times \frac{350}{310} \times \frac{400}{350}} = \sqrt[4]{\frac{400}{100}} = \sqrt[4]{4} = 1/41 \Rightarrow G - 1 = 1/41 - 1 = \%41$$

۲۱۲- گزینه «۱» با توجه به طرز محاسبه‌ی چندک‌ها داریم:

$$N \times p = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \quad FC_i = 5, 8, 16, 20$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگ‌تر یا مساوی ۱۵ است طبقه‌ی سوم است بنابراین چارک سوم در طبقه‌ی سوم قرار دارد.

$$Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot p - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 6 + \left(\frac{15 - 8}{8} \right) \times 2 = \frac{31}{4}$$

۲۱۳- گزینه «۲» ابتدا انحراف معیار را محاسبه کرده و سپس گشتاور سوم را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2 = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3 \\ \mu_3 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^3 = \frac{-180}{20} = -9 \end{cases}$$

سپس ضریب چولگی گشتاوری را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-9}{27} = -0.33$$

۲۱۴- گزینه «۳» اولین مرحله در یک تحقیق آماری، هدف‌گذاری است.

۲۱۵- گزینه «۴» با توجه به مقادیر میانگین حسابی و هندسی رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت. توجه کنید فراوانی‌های داده شده فراوانی مطلق هستند و فراوانی‌های نسبی باید بین صفر و یک باشند. حال میانگین‌های حسابی و هندسی را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i} = \frac{9 \times 2 + 12 \times 3 + 16 \times 2}{2 + 2 + 2} = 12/28 \\ G = \sqrt[N]{x_1^{F_1} \cdot x_2^{F_2} \cdot \dots \cdot x_k^{F_k}} = \sqrt[3]{9^2 \times 12^3 \times 16^2} = \sqrt[3]{3^4 \times 2^3 \times 2^6 \times 2^8} = 3 \times 2^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \mu - G = 12/28 - 12 = 0/28$$

۲۱۶- گزینه «۴» ضریب چولگی چارکی را محاسبه می‌کنیم:

$$SKQ = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{76 - 2 \times 61 + 36}{76 - 36} = -0/25$$

ضریب منفی است، بنابراین چولگی به سمت چپ است. از طرفی طبق تفسیر ضریب چولگی $0/5 < |SK| < 1/0$ بنابراین توزیع از نظر تقارن تفاوت اندکی با توزیع نرمال دارد.

۲۱۷- گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\sum N_i \mu_i}{N} = \frac{100 \times 14 + 200 \times 18 + 700 \times 20}{1000} = 19 \\ \sigma^2 &= \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} \\ &= \frac{(100 \times 50) + (200 \times 60) + (700 \times 40)}{1000} + \frac{100(14-19)^2 + 200 \times (18-19)^2 + 700(20-19)^2}{1000} = 45 + 3/4 = 48/4 \end{aligned}$$

۲۱۸- گزینه «۱» ضریب کشیدگی گشتاوری را محاسبه می‌کنیم و مقادیر داده شده را در رابطه‌ی ضریب کشیدگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\frac{\sum (X_i - \mu)^4}{N}}{(12)^2} - 3 = \frac{8640}{20 \times 144} - 3 = 0$$

۲۱۹- گزینه «۳» از میانگین ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\mu_{\text{کل}} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{4 \times 12 + 5 \times 18}{4 + 5} = \frac{48 + 90}{9} = \frac{138}{9}$$

۲۲۰- گزینه «۴» از میانگین ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\mu_{\text{کل}} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{20 \times 10 + 15 \times 12}{20 + 15} = \frac{200 + 180}{35} = \frac{380}{35}$$

۲۲۱- گزینه «۲» داده‌ها بزرگ هستند، تک تک آن‌ها را از عددی کم می‌کنیم و می‌دانیم که این کم کردن تأثیری در واریانس ندارد. چرا که طبق خواص واریانس کم و زیاد کردن اعداد تأثیری در واریانس ندارد بنابراین می‌توانیم عددی دلخواه را از تک تک اعداد کم کنیم. از آن‌ها عدد ۱۵۰ را کم می‌کنیم:

$$X_i - 150 \Rightarrow \begin{cases} 141 - 150 = -9 \\ 155 - 150 = 5 \\ 169 - 150 = 19 \\ 135 - 150 = -15 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{(-9)^2 + (5)^2 + (19)^2 + (-15)^2}{4} - \left(\frac{-9 + 5 + 19 - 15}{4} \right)^2 = \frac{692}{4} = 173$$

۲۲۲- گزینه «۱» فراوانی مطلق به مفهوم تکرار داده‌ها است.

۲۲۳- گزینه «۴» جامعه‌ی آماری، مجموعه‌ای است از افراد یا اشیاء که موضوع مورد مطالعه است.

۲۲۴- گزینه «۳» متغیرهای کمی به صورت عددی و متغیرهای کیفی غیر عددی است.

۲۲۵- گزینه «۴» هر سه گزینه اول متغیرهای کمی هستند.

۲۲۶- گزینه «۳» متغیرهای کمی به دو دسته‌ی گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند.

۲۲۷- گزینه «۱» اطلاعات کمی اندازه‌گیری دقیق از موضوع است.

۲۲۸- گزینه «۲» توجه کنید که فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر همواره برابر با تعداد داده‌ها یعنی N است. طبق گفته‌ی صورت مسئله، درصد فراوانی نسبی

$$\begin{array}{c|ccccc} x_i & 13 & 15 & 17 & 19 & 21 \\ \hline f_i & 5 & 14 & a & 41 & 50 \end{array}$$

دسته‌ی وسط (دسته سوم) برابر با ۲۴ است و همچنین $f_i = \frac{F_i}{N}$ است.

$$f_3 \times 100 = 24 \Rightarrow \frac{F_3}{N} \times 100 = 24 \Rightarrow \frac{F_3}{50} \times 100 = 24 \Rightarrow F_3 = 12$$

با داشتن مقدار a می‌توان فراوانی تجمعی طبقه‌ی سوم را بدست آورد:

$$a = FC_3 = FC_2 + F_2 = 14 + 12 = 26, \quad F_4 = FC_4 - FC_3 = 41 - 26 = 15$$

$$\begin{cases} Q_1 = 52 \\ Q_2 = 70 \\ Q_3 = 84 \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{84 - 52}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

۲۲۹- گزینه «۳» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت روبرو است:

$$\sum (x_i - \gamma)^3 = 192 \Rightarrow \mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N} = \frac{192}{100}$$

۲۳۰- گزینه «۲» ابتدا گشتاور سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{6500}{100} - (7)^2 = 16 \Rightarrow \sigma = \sqrt{16} = 4$$

اکنون واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum (x_i - \gamma)^3}{(\sigma)^3} = \frac{\frac{192}{100}}{64} = 0.3 \times 100 = 3\% \text{ درصد}$$

مقادیر گشتاور سوم و انحراف معیار را در رابطه‌ی ضریب چولگی قرار می‌دهیم:

۲۳۱- گزینه «۲» آمارها در نمونه وجود دارند پس از آمار استنباطی استفاده می‌کنیم. البته چون در صورت سؤال فقط به نمونه‌گیری اشاره شده است هم استنباطی و هم ناپارامتریک جواب تست است و وجه ممیزه‌ی این دو شاخه، نحوه‌ی توزیع داده‌هاست. بنابراین تست اشکال دارد.

۲۳۲- گزینه «۴» مقیاس وزن جزء مقیاس‌های نسبی است.

۲۳۳- گزینه «۴» ابتدا چارک اول و چارک سوم را بدست می‌آوریم، داده‌های نمودار به صورت زیر هستند، شاخه‌ها رقم دهگان و برگ‌ها رقم یکان هستند:

$$1, 1, 1, 2, 2, 4, 10, 10, 13, 14, 16, 19, 20, 21, 22, 23$$

Q_1 Q_3

$$Q_1 \rightarrow P = \frac{1}{4} \Rightarrow (N+1)P = 16 \times \frac{1}{4} = 4 \Rightarrow Q_1 = \frac{2+2}{2} = 2$$

داده‌های بین چارک اول یعنی $Q_1 = 2$ و چارک سوم

یعنی $Q_3 = 19/5$ و سوم به صورت روبرو هستند:

$$Q_3 \rightarrow P = \frac{3}{4} \Rightarrow (N+1)P = 16 \times \frac{3}{4} = 12 \Rightarrow Q_3 = \frac{19+20}{2} = 19/5$$

$$\begin{array}{c|cccccccc} x & 2 & 4 & 10 & 10 & 13 & 14 & 16 & 19 \\ \hline x^2 & 4 & 16 & 100 & 100 & 169 & 196 & 256 & 361 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \sum x = 88, N = 8 \\ \sum x^2 = 1202 \end{array} \right.$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{1202}{8} - \left(\frac{88}{8}\right)^2 = 29/25$$

۲۳۴- گزینه «۲» در صورت سؤال $LN = 20\%$ است و این به مفهوم آن است که از دو طرف داده‌ها $20\% \times N$ داده حذف شوند، سپس باید میانگین

داده‌های باقیمانده محاسبه شود تا میانگین پیراسته بدست آید. اما در این سؤال توجه کنید که توزیع داده‌ها متقارن است یعنی میانگین و میانه و مد هر سه با یکدیگر برابرند از طرفی میانگین برابر با ۱۲ شده است پس میانه و مد هم دوازده هستند. زمانی که میانه برابر با عدد ۱۲ باشد و تعداد داده‌ها هم $N = 50$ زوج باشد، یعنی میانگین دو داده‌ی وسط ۱۲ شده است اکنون اگر $20\% \times 50 = 10$ داده از دو طرف حذف کنیم، ۳۰ داده‌ی دیگر باقی می‌ماند که عدد $N = 30$ نیز مجدداً زوج است و دو عدد وسط تغییری نمی‌کنند و میانگین هنوز ۱۲ باقی می‌ماند چرا که باز هم تقارن حفظ می‌شود. بنابراین اگر میانگین اولیه $\mu = 12$ باشد، میانگین پیراسته نیز $\mu = 12$ است و اختلاف این دو عدد صفر است.



۲۳۵- گزینه «۲» چون واحد سرعت از دو کمیت

اندازه‌گیری مختلف یعنی $\frac{m}{s}$ تشکیل شده است، برای

محاسبه میانگین سرعت از میانگین توافقی استفاده می‌نمایم در نتیجه داریم:

$$x_i: \quad 80 \quad 90 \quad 60$$

$$f_i: \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{12}$$

$$H = \frac{N}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{1}{\frac{\frac{2}{3}}{80} + \frac{\frac{1}{4}}{90} + \frac{\frac{1}{12}}{60}} = \frac{1}{0.0125} = 80$$

$$N = \sum f_i = 1$$

$$\begin{cases} Q_1 = 31 \\ Q_2 = 72 \\ Q_3 = 95 \end{cases} \Rightarrow \text{SIQR} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{95 - 31}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

۲۳۶- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی انحراف چارکی خواهیم داشت:

۲۳۷- گزینه «۱» با توجه به اینکه مقادیر FC_i داده شده است از روی آنها مقادیر F_i را محاسبه کرده، سپس با توجه به مقادیر می‌نی‌مم و ماکسیمم و تعداد طبقات طول هر دسته را بدست آورده و طبقات را به صورت زیر مشخص می‌کنیم، سپس مرکز دسته‌ها را حساب کرده و در رابطه‌ی میانگین قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_{\min} = 12/5 \\ x_{\max} = 32/5 \\ k = 4 \end{cases} \Rightarrow R = x_{\max} - x_{\min} = 32/5 - 12/5 = 20/5 = 4, \quad I = \frac{R}{k} = \frac{20}{4} = 5$$

حدود طبقات	۱۲/۵-۱۷/۵	۱۷/۵-۲۲/۵	۲۲/۵-۲۷/۵	۲۷/۵-۳۲/۵	
x_i	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	
F_i	۱۰	۱۹	۱۶	۱۵	$N = 60$
FC_i	۱۰	۲۹	۴۵	۶۰	

$$x_i = \frac{\text{کران پایین} + \text{کران بالا}}{2}$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum F_i x_i = \frac{1}{60} (10 \times 15 + 19 \times 20 + 16 \times 25 + 15 \times 30) = \frac{1380}{60} = 23$$

$$N = \sum F_i = 92 \quad Q_3 \rightarrow P = \frac{3}{4} \Rightarrow N.p = 92 \times \frac{3}{4} = 69$$

۲۳۸- گزینه «۲»

مقدار بدست آمده را با ستون فراوانی تجمعی مقایسه می‌کنیم، اولین مقدار بزرگتر یا مساوی ۶۹ را انتخاب کرده طبقه‌ی مربوط به آن را طبقه‌ی چارک سوم می‌نامیم.

$$FC_i: 22, 50, 66, 78, 92$$

طبقه‌ی چهارم طبقه‌ی چارک سوم است.

$$Q_3 = L_i + \frac{N.p - FC_{i-1}}{F_i} \times I = 30 + \frac{69 - 66}{12} \times 5 = 31/25$$

۲۳۹- گزینه «۱» واریانس محاسبه شده به روش معمول به دلیل پیوستگی از واریانس واقعی بیشتر است و در این شرایط از واریانس تصحیح شده شپارد استفاده می‌کنیم.

۲۴۰- گزینه «۳» در توزیع‌های چوله به راست، میانگین بیشترین مقدار و مُد کمترین مقدار را خواهد داشت یعنی:

$$Mo < Md < \bar{x}$$

۲۴۱- گزینه «۳» در توزیع نرمال، کشیدگی گشتاوری و کشیدگی صدکی به ترتیب ۳ و ۰/۲۶۳ هستند.

۲۴۲- گزینه «۱» در اینجا $Md < MO$ ، بنابراین چولگی کمی به سمت چپ است و بایستی مقدار $\bar{X}$ از Md کوچکتر باشد یعنی $\bar{x} < 54$ و چون $Md = 54$; $MO = 72$ مقدار آن را از رابطه‌ی تجربی پیرسون محاسبه می‌کنیم:

$$\mu - MO = 3(\mu - Me) \Rightarrow \mu - 72 = 3(\mu - 54) \Rightarrow \mu - 72 = 3\mu - 162 \Rightarrow 2\mu = 162 - 72 = 90 \Rightarrow \mu = 45$$



۲۴۳- گزینه «۱» ابتدا گشتاور سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu_3 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^3 = \frac{75}{40}$$

اکنون انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\mu_x)^2 = \frac{2440}{40} - \left(\frac{240}{40}\right)^2 = 61 - 36 = 25 \Rightarrow \sigma = \sqrt{25} = 5$$

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{75}{40}}{(5)^3} = 0.015 = 1.5\%$$

مقادیر به دست آمده را در رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

۲۴۴- گزینه «۳» در توزیع‌های چوله به راست، مد کوچکترین مقدار در بین شاخص‌های مرکزی است و میانه نیز باید همیشه وسط باشد.

۲۴۵- گزینه «۴» با توجه به واریانس ادغام شده خواهیم داشت :

$$\sigma^2_{\text{کل}} = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{100 \times 12 + 15 \times 14 + 5 \times 9}{100 + 15 + 5} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{375}{30} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N}$$

با توجه به اینکه میانگین‌ها متفاوت است پس میانگین کل نیز عددی متفاوت با آن‌ها است و حاصل عبارت $\frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N}$ هیچ‌گاه صفر نیست و

$$\sigma^2 = \frac{375}{30} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = 12.5 + (\text{مقداری بزرگتر از صفر}) > 0$$

بنابراین واریانس کل، عددی بزرگتر از $12.5 = \frac{375}{30}$ است.

۲۴۶- گزینه «۱» میانگین هندسی این ۴ عدد را با استفاده از رابطه‌ی $G = \sqrt[4]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4}$ بدست می‌آوریم:

$$G = \sqrt[4]{25 \times 30 \times 24 \times 45} = \sqrt[4]{5^2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2^3 \times 3 \times 3^2 \times 5} = \sqrt[4]{5^4 \times 2^4 \times 3^4} = 5 \times 2 \times 3 = 30$$

۲۴۷- گزینه «۴» متوسط نرخ افزایش قیمت با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی بدست می‌آید:

$$P_n = P_0(1+r)^n \Rightarrow 3200 = 100(1+r)^5 \Rightarrow (1+r)^5 = 32 \Rightarrow (1+r)^5 = 2^5 \Rightarrow 1+r = 2 \Rightarrow r = 1 \times 100 = 100\%$$

۲۴۸- گزینه «۳» مناسب‌ترین مشخصه‌ی مرکزی در بین داده‌های کیفی عمومی مد است که در این جا برابر با $MO = 5$ است.

۲۴۹- گزینه «۲» در رسم هسیتوگرام بر روی محورهای از فراوانی‌های مطلق یا از مفهوم چگالی استفاده می‌کنیم که چگالی فراوانی مطلق عبارت است از:

$$d_i = \frac{\text{فراوانی مطلق هر طبقه}}{\text{طول طبقه}}$$

توجه کنید که اگر فاصله‌ی طبقات یکسان نباشد، حتماً از چگالی فراوانی استفاده می‌کنیم.

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\mu_1} \times 100 = \frac{14}{175} \times 100 = 8\%$$

۲۵۰- گزینه «۲» به دلیل عدم وجود سنخیت مقیاسها، باید از ضریب تغییرات استفاده کنیم:

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\mu_2} \times 100 = \frac{12}{75} \times 100 = 16\%$$

پراکندگی قد ورزشکاران کمتر از پراکندگی وزن ورزشکاران است.



۲۵۱- گزینه «۲» در نمودار اجایو فراوانی تجمعی بکار برده می‌شود و بر روی محور y ها فراوانی تجمعی قرار داده می‌شود و فقط گزینه‌ی ۲ فراوانی تجمعی را نشان می‌دهد.

۲۵۲- گزینه «۲» در داده‌های آماری که به صورت کیفی است (مانند نظرسنجی) بهترین شاخص تمرکز مد یا نما است.

۲۵۳- گزینه «۱» ابتدا ضریب تغییرات برای کارخانه‌های A و B را بدست می‌آوریم چرا که میانگین‌ها یکسان نیستند بنابراین باید از ضرایب پراکندگی

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} \times 100 \Rightarrow CV_A = \frac{500}{5000} \times 100 = 10$$

برای مقایسه استفاده کرد:

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} \times 100 \Rightarrow CV_B = \frac{1200}{15000} \times 100 = 8$$

بنابراین پراکندگی میزان تولید در کارخانه A بیشتر از پراکندگی بر حسب ارزش در کارخانه B است.

$$\mu_x = \frac{\sum x_i}{N} \Rightarrow 40 = \frac{\sum x_i}{100} \Rightarrow \sum x_i = 4000$$

۲۵۴- گزینه «۱» میانگین ۱۰۰ داده برابر با ۴۰ بنابراین جمع آنها برابر است با:

اکنون بجای عدد ۲۴ عدد ۴۴ را وارد کرده‌ایم بنابراین ۲۰ واحد اضافه داریم، آن را از جمع ۴۰ داده کم می‌کنیم و سپس میانگین می‌گیریم:

$$\sum x_i - 20 = 4000 - 20 = 3980 \Rightarrow \mu'_x = \frac{3980}{100} = 39.8$$

۲۵۵- گزینه «۱» برای محاسبه ضریب چولگی گشتاوری به گشتاورهای دوم (واریانس) و سوم نیاز داریم، لذا ابتدا طبق رابطه‌ی بین گشتاورها، آنها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$M_r = \frac{\sum (x_i - a)^r}{N} \quad ; \quad \mu_i = \frac{\sum (x_i - \mu_x)^i}{N}$$

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \Rightarrow \begin{cases} \mu_3 = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3 = 88 - 120 + 16 = -16 \\ \mu_2 = \sigma^2 = M_2 - M_1^2 = 20 - 4 = 16 \Rightarrow \sigma = \sqrt{16} = 4 \end{cases} \Rightarrow SK = \frac{-16}{(4)^3} = -0.25$$

۲۵۶- گزینه «۱» مقادیر انحراف معیار و میانگین را بدست می‌آوریم و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{44}{4} = 11 \\ \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{504}{4} - (11)^2 = 126 - 121 = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5} \end{cases}$$

x	8	10	12	14	$\sum x = 44$
x^2	64	100	144	196	$\sum x^2 = 504$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{5}}{11}$$

۲۵۷- گزینه «۴» توجه کنید که داده‌های ۴۰ و ۴۵ و ۸۵ به کل داده‌ها وارد شده‌اند چون داده‌های اضافه شده از ۳۰ کوچکتر و از ۱۲۰ بزرگتر نیستند تأثیری بر دامنه تغییرات که برابر است با $R = \max - \min$ ندارد.

۲۵۸- گزینه «۲» مد: داده‌ای که دارای بیشترین فراوانی است.

میانه: عددی که نیمی از داده‌ها از آن کوچکتر و نیمی دیگر از آن بزرگتراند (داده‌ی وسط در داده‌های مرتب شده)
میانگین: مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها است.

۲۵۹- گزینه «۴» در هر توزیع متقارنی شاخص‌های آماری میانگین، میانه و مد با هم برابرند.

۲۶۰- گزینه «۴» رابطه تجربی پیرسون به صورت $\bar{x} - MO \approx 3(\bar{x} - Me)$ است.

۲۶۱- گزینه «۲» چون افراد به صورت ترتیبی کدگذاری شده‌اند بنابراین مقیاس ترتیبی جواب سؤال می‌باشد.

۲۶۲- گزینه «۲» طبق تعریف واریانس نمونه $S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ صورت کسر ثابت است و مخرج آن افزایش می‌یابد، بنابراین کل کسر کاهش می‌یابد.

۲۶۳- گزینه «۳» مقیاس اندازه‌گیری دما فاصله‌ای، مقیاس اندازه‌گیری میزان آلودگی هوا نسبتی و مقیاس شمارش تعداد پله‌های منطقه نسبتی است.

۲۶۴- گزینه «۲» هر دو تعریف به ترتیب برای جامعه‌ی آماری و پارامتر است.

۲۶۵- گزینه «۲»

حدود دسته	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-۳۱
فراوانی مطلق	۷	۱۲	α	۱۴

مد برابر ۲۵/۵ شده است بنابراین مد در طبقه‌ی سوم (۲۳-۲۷) بوده است چرا که این عدد بین (۲۳-۲۷) است.

$$MO = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times I \Rightarrow 25.5 = 23 + \frac{\alpha - 12}{\alpha - 12 + \alpha - 14} \times 4 \Rightarrow \begin{cases} d_1 = F_p - F_p = \alpha - 12 \\ d_2 = F_p - F_p = \alpha - 14 \\ I = 27 - 23 = 4 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha - 12}{2\alpha - 26} = \frac{25.5 - 23}{4} = \frac{2.5}{4} \Rightarrow 4\alpha - 48 = 5\alpha - 65 \Rightarrow \alpha = 65 - 48 = 17 \Rightarrow F_p = 17, N = \sum F_i = 7 + 12 + 17 + 14 = 50$$

$$f_p = \frac{F_p}{N} \times 100 = \frac{17}{50} \times 100 = 34 \text{ درصد}$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی فراوانی نسبی و فراوانی مطلق خواهیم داشت:

۲۶۶- گزینه «۴» میانگین جدول را بدست می‌آوریم آن را برابر با $A + 25$ قرار می‌دهیم:

حدود دسته	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷	۲۷-۳۱	۳۱-۳۵	مجموع
F_i	۶	۱۲	۱۵	۹	۸	$n = 50$
x_i	۱۷	۲۱	۲۵	۲۹	۳۳	-
$F_i x_i$	۱۰۲	۲۵۲	۳۷۵	۲۶۱	۲۶۴	۱۲۵۴

$$x_i = \frac{\text{کران پایین} + \text{کران بالا}}{2}$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum F_i x_i = \frac{1254}{50} = 25.08 \Rightarrow \bar{x} = 25 + A \Rightarrow A = \bar{x} - 25 = 25.08 - 25 = 0.08$$

۲۶۷- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانه در داده‌های طبقه‌بندی شده، مقادیر گفته شده را در فرمول قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} N = 60 \\ Me = 23 \\ I = 3 \\ F_i = 12 \\ FC_i = 38 \end{cases} \Rightarrow M_d = L_i + \frac{\frac{N}{2} - FC_{i-1}}{F_i} \cdot I \Rightarrow 23 = L_i + \frac{\frac{60}{2} - 26}{12} \times 3 \Rightarrow L_i = 23 - 1 = 22 \Rightarrow (22, 25)$$

توجه کنید که فراوانی تجمعی طبقه‌ی قبل از طبقه‌ی میانه‌دار را از رابطه‌ی $FC_{i-1} = FC_i - F_i = 38 - 12 = 26$ بدست آوردیم.

۲۶۸- گزینه «۳» درختان باغ، جامعه آماری هستند (طبق تعریف جامعه آماری) متغیر تصادفی قطر درخت خواهد بود.



۲۶۹- گزینه «۳» باید طبق رابطه‌ی میانگین هندسی اعداد زیر رادیکال را تجزیه کنیم:

$$G = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N} = \sqrt[5]{96 \times 72 \times 8 \times 24 \times 6} = \sqrt[5]{2^5 \times 3 \times 2^3 \times 3^2 \times 2^3 \times 3 \times 2^3 \times 2 \times 3} = \sqrt[5]{2^{15} \times 3^5} = 2^3 \times 3 = 24$$

۲۷۰- گزینه «۳» مجموع قدرمطلق داده‌ها از میانگین برابر با صفر است ($AD = \frac{\sum |x_i - \mu|}{N} = 0$) بنابراین:

$$x_i = \mu \Rightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_{12} = \mu = 15$$

پس همه‌ی ۱۲ عدد برابر با ۱۵ می‌باشند.

$$\text{میانگین پانزده عدد} = \frac{\text{جمع ۱۲ عدد} + ۲۰ + ۱۶ + ۲۴}{15} = \frac{12 \times 15 + 20 + 16 + 24}{15} = 16$$

$$\text{واریانس پانزده عدد} = \frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - \mu)^2 + (20 - 16)^2 + (16 - 16)^2 + (24 - 16)^2}{15} = \frac{12 \times (15 - 16)^2 + (4)^2 + 0 + (8)^2}{15} = \frac{92}{15} = 6.13$$

۲۷۱- گزینه «۲» ابتدا با توجه به مقادیر min و max و تعداد دسته‌ها فاصله‌ی طبقات را محاسبه کرده سپس طبقات را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_{\min} = 12 \\ x_{\max} = 54 \end{cases} \Rightarrow R = 54 - 12 = 42 \Rightarrow I = \frac{R}{K} = \frac{54 - 12}{7} = 6$$

$$N = 120$$

$$k = 7$$

$$D_f = 32$$

$$F_f = 9$$

حدود طبقات	۱۲-۱۸	۱۸-۲۴	۲۴-۳۰	۳۰-۳۶
F_i				۹

$$D_f = L_i + \frac{N \cdot p - FC_{i-1}}{F_i} \times I$$

$$\Rightarrow 32 = L_i + \frac{(120)(\frac{6}{10}) - FC_{i-1}}{9} \times 6 \Rightarrow 32 = L_i + \frac{72 - FC_{i-1}}{9} \times 6$$

دهک ششم ۳۲ است این مقدار در دسته‌ی چهارم وجود دارد بنابراین، از حل معادله به فراوانی تجمعی طبقه‌ی قبل یعنی طبقه‌ی سوم می‌رسیم.

$$72 - FC_{i-1} = \frac{2 \times 9}{6} = 72 - FC_{i-1} = 3 \Rightarrow FC_{i-1} = 72 - 30 = 69 \Rightarrow FC_3 = 69 \Rightarrow FC_4 = F_f + FC_3 = 9 + 69 = 78$$

$$fC_4 = \frac{FC_4}{N} \times 100 = \frac{78}{120} \times 100 = 65\%$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی بین فراوانی تجمعی نسبی و فراوانی تجمعی، خواهیم داشت:

۲۷۲- گزینه «۴» منظور از انحرافات ($x_i - \mu$) است که در واریانس، این مقادیر به توان ۲ می‌رسد.

$$\sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

۲۷۳- گزینه «۲» ضریب چولگی گشتاوری را به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\sum f_i (x_i - \mu)^3}{\sigma^3} = \frac{-24}{2^3} = -0.6 \Rightarrow Sk < 0, |Sk| < 0.1 \Rightarrow \text{چوله به چپ و توزیع تقریباً نرمال است}$$

۲۷۴- گزینه «۴» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده، داریم:

$$\begin{aligned} N_1 &= 50 & N_2 &= 100 & \mu &= \frac{\sum N_i \mu_i}{\sum N_i} = \frac{5 \times 40 + 10 \times 55}{5 + 10} = \frac{750}{15} = 50 \\ \mu_1 &= 40 & \mu_2 &= 55 & \sigma^2 &= \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{\sum N_i} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{\sum N_i} = \frac{5 \times 25 + 10 \times 16}{5 + 10} + \frac{5(40 - 50)^2 + 10(55 - 50)^2}{5 + 10} = 69 \\ \sigma_1^2 &= 25 & \sigma_2^2 &= 16 \end{aligned}$$



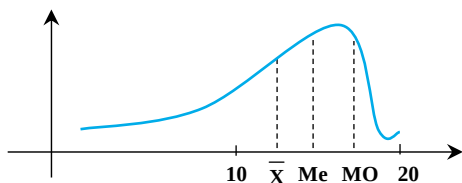
۲۷۵- گزینه «۱» با استفاده از ضریب چولگی گشتاوری خواهیم داشت: (توجه کنید انحراف معیار تغییر نخواهد کرد)

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum F_i (x_i - \mu)^3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum F_i (x_i - \frac{1}{2} - \mu + \frac{1}{2})^3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum F_i (x_i - \mu)^3}{\sigma^3}$$

۲۷۶- گزینه «۴» ضریب پراکندگی شاخصی است که واحد ندارد و برای مقایسه‌ی دو سری از داده‌ها که مقیاس یکسانی ندارند، استفاده می‌شود.

۲۷۷- گزینه «۳» وقتی نمرات بهتر است که شکل به صورت روبرو باشد یعنی

تجمع نمرات خوب در سمت راست باشد یعنی چولگی به سمت چپ باشد:



$$\bar{X} < Me < MO$$

۲۷۸- گزینه «۴» هرگاه انحراف معیار تعدادی داده برابر با صفر باشند آن داده‌ها با هم برابرند بنابراین همه‌ی آنها عدد ۱۵ است لذا $2x_i + 1 = 31$ است.

$$\sigma(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_n = 15 \quad \text{Me}(2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1) = \text{Me}(31, 31, \dots) = 31$$

۲۷۹- گزینه «۳» متغیرهای کیفی به دسته‌های اسمی - ترتیبی و شمارشی و متغیرهای کمی به دو دسته‌ی گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند.

۲۸۰- گزینه «۲» فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر همواره برابر با N است $N = 75$. طبق گفته‌ی صورت مسأله، درصد فراوانی نسبی طبقه‌ی وسط برابر با ۱۶

$$\frac{F_3}{N} \times 100 = 16 \Rightarrow \frac{F_3}{75} \times 100 = 16 \Rightarrow 100 F_3 = 1200 \Rightarrow F_3 = 12 \quad \text{دسته وسط}$$

است یعنی:

از طرفی تفاضل هر دو فراوانی تجمعی متوالی برابر با فراوانی مطلق است.

$$FC_3 - FC_2 = F_3 \Rightarrow a - 25 = 12 \Rightarrow a = 37 \Rightarrow FC_4 - FC_3 = F_4 \Rightarrow 58 - 37 = F_4 \Rightarrow F_4 = 21$$

۲۸۱- گزینه «۱» از رابطه‌ی واریانس ادغام شده استفاده می‌کنیم:

$$\mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{20 \times 12 + 10 \times 9}{10 + 20} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} = \frac{20 \times 4 + 10 \times 9}{30} + \frac{20(12-11)^2 + 10(9-11)^2}{30} = 5/6 + 2 = 7/6$$

۲۸۲- گزینه «۲» مقدار مُد برابر با ۱۶ است این عدد در فاصله‌ی (۱۵-۱۸) یعنی در طبقه‌ی سوم است. با توجه به رابطه‌ی مد در داده‌های طبقه‌بندی

شده خواهیم داشت:

$$d_1 = F_3 - F_2 = 15 - 12 = 3, \quad d_2 = F_3 - F_4 = 15 - a$$

$$MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \times I \quad 16 = 15 + \left(\frac{3}{3 + (15 - a)} \right) \times 3 \Rightarrow 16 = 15 + \frac{9}{18 - a} \Rightarrow 18 - a = 9 \Rightarrow a = 18 - 9 = 9$$

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum (X_i - 15)^3}{N}}{\frac{50}{27}} = \frac{24}{\frac{50}{27}} = 0.06$$

۲۸۳- گزینه «۲» از ضریب چولگی گشتاوری استفاده می‌کنیم:

طبق تفسیر ضریب چولگی تقریباً نرمال $\Rightarrow |SK| < 0.1$.



۲۸۴- گزینه «۱» هر چند گزینه‌ها شبیه به یکدیگر هستند ولی توجه کنید که از جامعه نمونه گرفته شده است، پس میانگین $\bar{X}$ است و مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همواره برابر با صفر است.

$$\sigma^2 = 64 \Rightarrow \sigma = \sqrt{64} = 8$$

۲۸۵- گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{64}}{10} \times 100 = 80\%$$

چون توزیع صفت، متقارن است، میانه و میانگین برابر است:

۲۸۶- گزینه «۴» هر چه منحنی‌های آماری پخ‌تر باشند پراکندگی بیشتر و پراکندگی منحنی ریاضی کمتر است.

۲۸۷- گزینه «۳»

$$\text{درصد} = \frac{f_i}{f_1} \times 360^\circ = \frac{90}{360} \times 360^\circ = 90^\circ = f_i \times 360^\circ \Rightarrow f_i = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

۲۸۸- گزینه «۱» بهترین مقیاس اندازه‌گیری مقیاس نسبی یا نسبتی است.

۲۸۹- گزینه «۳» واحد داده‌ها برحسب $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ هستند، بنابراین از میانگین هارمونیک استفاده کرده مقدار آن را بدست می‌آوریم. توجه کنید که اعداد مسئله بسیار بزرگ هستند برای ساده حل کردن مسئله بدین ترتیب عمل می‌کنیم که $3 + 5 + 4 = 12$ هزار کیلومتر بوده است.

$$H = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_k}{\frac{F_1}{x_1} + \dots + \frac{F_k}{x_k}} = \frac{3 + 5 + 4}{\frac{3}{600} + \frac{5}{750} + \frac{4}{800}} = \frac{12}{\frac{1}{200} + \frac{1}{150} + \frac{1}{200}}$$

$$= \frac{12}{\frac{2}{200} + \frac{1}{150}} = \frac{12}{\frac{1}{100} + \frac{1}{150}} = \frac{12}{\frac{150 + 100}{15000}} = \frac{12 \times 15000}{250} = 12 \times 60 = 720$$

۲۹۰- گزینه «۴» از روش کوتاه (کدگذاری) باید استفاده کنیم چرا که داده‌های مساله بسیار بزرگ هستند و حل مسئله به ماشین حساب نیاز دارد. ابتدا

$$x_1 = \frac{216 + 232}{2} = 224, \quad x_2 = 240, \quad x_3 = 256, \quad x_4 = 272$$

نشان دسته‌ها را به سادگی به دست می‌آوریم:

دقت کنید که فقط کفایت x_1 را بدست آوریم و برای بقیه‌ی مرکز دسته‌ها طول طبقات اضافه می‌شود. اکنون از هر کدام از مرکز دسته‌ها مقدار ۲۲۴

$$Y_i = \frac{X_i - 224}{16} \Rightarrow Y_i : 1, 2, 3, 4 \quad Y_i = 0, 1, 2, 3$$

واحد کم می‌کنیم و حاصل را بر $I = 16$ تقسیم می‌کنیم:

$$\mu_y = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i} = \frac{0 \times 16 + 1 \times 29 + 2 \times 13 + 3 \times 12}{70} = \frac{91}{70} \Rightarrow \mu_x = a + b\mu_y = 224 + 16 \times \frac{91}{70} = 224 + 8 = 232$$

۲۹۱- گزینه «۲» توجه کنید که برای داده‌هایی که پراکندگی آنها در ابتدا و انتها مشخص نیست بهترین شاخص مرکزی برای محاسبه انحراف چارکی است.

$$SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

ابتدا چارک اول و سپس چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$n \times p = 50 \times \frac{1}{4} = 12.5 \quad FC_i : 4, 12, 22, 34, 43, 50$$

چارک اول در طبقه‌ی سوم است

$$Q_1 = L + \left(\frac{n \cdot p - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 14 + \left(\frac{12.5 - 12}{10} \right) \cdot 4 = 14.2$$

اکنون چارک سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$n.p = 50 \times \frac{3}{4} = 37.5$$

$$FC_i : 4, 12, 22, 34, 43, 50$$

چارک سوم در طبقه‌ی پنجم است.

$$Q_3 = L + \left(\frac{n.p - FC_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 22 + \left(\frac{37.5 - 34}{9} \right) \cdot 4 = 23.5$$

$$SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{23.5 - 14.2}{2} = 4.6$$

اکنون انحراف چارکی عبارت است از:

۲۹۲- گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ضریب چولگی چارکی خواهیم داشت: (توجه کنید که از رابطه‌ی ضریب چولگی استفاده می‌کنیم که مربوط به چارک‌ها باشد)

$$SK_Q = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{17 - 30 + 12}{17 - 12} = -0.2$$

$$\begin{cases} SK_Q < 0 \Rightarrow \text{چولگی به سمت چپ است} \\ |SK_Q| < 0.5 \Rightarrow \text{تفاوت با توزیع نرمال اندک است} \end{cases}$$

۲۹۳- گزینه «۱» بهترین شاخص مرکزی در نظرسنجی‌ها مد است که در اینجا برابر با ۷/۱۵ است.

۲۹۴- گزینه «۳» با توجه به تساوی ضریب‌های تغییرات مشاهده می‌کنیم که با توجه به آنها نمی‌توان قضاوت کرد و باید براساس ضریب چولگی قضاوت کنیم. اما توجه کنید که ضریب چولگی A منفی است. یعنی توزیع سود، سمت راست بیشتر است.

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} = \frac{2}{10} = 0.2 ; CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} = \frac{2}{10} = 0.2$$

۲۹۵- گزینه «۱» دقیقاً مانند مثال ۳۶ در فصل اول کتاب، اگر نسبت به سال پایه محاسبه کنیم، در سال گذشته نرخ رشد ۱۸٪ و امسال ۲۰٪ بوده است که با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی خواهیم داشت.

$$G = \sqrt[3]{X_1 \cdot X_2} = \sqrt[3]{18 \times 20} = 60\% \Rightarrow 60\% - 100\% = -40\%$$

بنابراین ۴۰٪ کاهش خواهیم داشت. (به علامت منفی دقت کنید که نشان دهنده‌ی کاهش است).

۲۹۶- گزینه «۲» چون واحد سرعت $\frac{m}{s}$ است و از دو کمیت مختلف مکان و زمان تشکیل شده لذا از میانگین توافقی (هارمونیکی) استفاده می‌کنیم که مقدار آن برابر است با:

x	۱۲۰	۸۰	۱۰۰
f _i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$

$$n = \sum F_i$$

$$H = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{4}} + \frac{5}{\frac{5}{12}}} = \frac{1}{0.01006} = 99.3$$

۲۹۷- گزینه «۴» طبق رابطه‌ی انحراف چارکی ابتدا چارک اول و سوم را بدست می‌آوریم، سپس در رابطه‌ی آن قرار می‌دهیم:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}, \quad n = \sum F_i = 60$$

$$Q_3 \rightarrow P = \frac{3}{4} \Rightarrow n.p = 60 \times \frac{3}{4} = 45$$

چارک سوم در طبقه چهارم قرار دارد ; $FC_i : 5, 17, 32, 45, 53, 60$

$$Q_3 = L_i + \frac{n.p - FC_{i-1}}{f_i} \times I = 14 + \frac{45 - 32}{13} \times 3 = 17$$

$$Q_1 \rightarrow p = \frac{1}{4} \rightarrow n.p = 60 \times \frac{1}{4} = 15$$

چارک اول در طبقه دوم قرار دارد ; $FC_i : 5, 17, 32, 45, 53, 60$

$$Q_1 = L_i + \frac{n.p - FC_{i-1}}{f_i} \times I = 8 + \frac{15 - 5}{12} \times 3 = 10.5$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{17 - 10.5}{2} = 3.25$$

طبق رابطه‌ی انحراف چارکی خواهیم داشت:



۲۹۸- گزینه «۱» از رابطه ضریب چولگی گشتاوری به ترتیب گشتاور سوم و انحراف معیار را بدست آورده خواهیم داشت:

$x - \bar{x}$	-۳	-۱	۰	۱	۳	$\sum$
f	۵	۱۰	۲۰	۱۳	۴	۵۲
$(x - \bar{x})^2$	۹	۱	۰	۱	۹	-
$(x - \bar{x})^3$	-۲۷	-۱	۰	۱	۲۷	-
$f_i(x - \bar{x})^2$	۴۵	۱۰	۰	۱۳	۳۶	۱۰۴
$f_i(x - \bar{x})^3$	-۱۳۵	-۱۰	۰	۱۳	۱۰۸	-۲۴

$$\mu_3 = \frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^3 = \frac{-24}{52} = \frac{-6}{13}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{104}{52}} = \sqrt{2}$$

$$S_k = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{-6}{13}}{(\sqrt{2})^3} = \frac{-3}{13\sqrt{2}}$$

۲۹۹- گزینه «۴» طبق تعریف صفت مشخصه این تعریف را خواهیم داشت.

۳۰۰- گزینه «۱» چون داده‌ها بصورت نسبی است، از میانگین هندسی استفاده می‌نمائیم:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} = \sqrt[21]{\frac{245}{432} \times \frac{15}{14} \times \frac{20}{21}} = 0.833 = \frac{5}{6}$$

۳۰۱- گزینه «۲» مقادیر چارک اول و سوم را به‌دست آورده در رابطه قرار می‌دهیم:

$$SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad Q_1 \rightarrow P = \frac{1}{4} \quad Q_3 \rightarrow P = \frac{3}{4}$$

$$n = \sum f_i = 64 \Rightarrow n.p = 64 \times \frac{3}{4} = 48, \quad n.p = 64 \times \frac{1}{4} = 16 \quad ; \quad FC_i : 7, 16, 32, 51, 59, 64$$

در نتیجه چارک سوم در طبقه‌ی چهارم و چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد.

$$Q = L_i + \frac{n.p - F_{i-1}}{f_i} \times C$$

$$Q_3 = 13 + \frac{48 - 32}{19} \times 3 = 12 + 2/53 = 15/53$$

$$Q_1 = 7 + \frac{16 - 7}{9} \times 3 = 7 + 3 = 10$$

$$\Rightarrow SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{15/53 - 10}{2} = 2/76$$

۳۰۲- گزینه «۴» مقادیر گشتاور سوم و انحراف معیار را جداگانه محاسبه کرده جایگذاری می‌کنیم:

$x - \bar{x}$	-۵	-۳	-۱	۱	۳	۵
f	۲	۵	۴	۸	۲	۳
$(x - \bar{x})^2$	۲۵	۹	۱	۱	۹	۲۵
$(x - \bar{x})^3$	-۱۲۵	-۲۷	-۱	۱	۲۷	۱۲۵

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}} = \frac{3}{\left(\frac{25}{3} \right)^{3/2}} = \frac{6\sqrt{3}}{125}$$

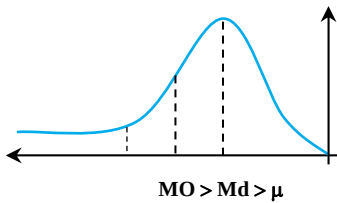
$$\frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^3 = \frac{1}{24} (-2 \times 125 - 5 \times 27 - 4 \times 1 + 8 \times 1 + 2 \times 27 + 3 \times 125) = \frac{48}{24} = 2$$

$$\frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{24} (2 \times 25 + 5 \times 9 + 4 \times 1 + 8 \times 1 + 2 \times 9 + 3 \times 25) = \frac{200}{24} = \frac{25}{3} \Rightarrow \left(\frac{25}{3} \right)^{3/2} = \sqrt{\left(\frac{25}{3} \right)^3}$$

۳۰۳- گزینه «۲» طبق رابطه‌ی میانگین ادغام شده، به‌صورت زیر جایگذاری می‌کنیم:

$$\mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{30 \times 55 + 20 \times 65}{30 + 20} = \frac{1650 + 1300}{50} = \frac{2950}{50} = 59$$

$$N_1 = 30, \mu_1 = 55 \quad ; \quad N_2 = 20, \mu_2 = 65$$



۳۰۴- گزینه «۳» با توجه به شکل، توزیع جامعه چوله به چپ است. توجه کنید که کشیدگی نمودار به سمت چپ و تراکم داده‌ها در سمت راست بیشتر است.

۳۰۵- گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که اگر کمترین داده ۱۰ و بیشترین داده ۱۸ باشد، میانگین باید بین فاصله ۱۰ تا ۱۸ باشد که فقط گزینه ۱ دارای این ویژگی است.

۳۰۶- گزینه «۴» طبق خاصیت مهم واریانس که به صورت روبرو می‌باشد:

$$\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X)$$

$$\text{Var}(\Delta - 2u) = (-2)^2 \times \text{Var}(u) = 4 \times 1 = 4$$

۳۰۷- گزینه «۱» طبق نکته‌ی گفته شده مربوط به ضریب پراکندگی، اگر تک تک داده‌ها را در عدد مثبتی ضرب کنیم ضریب تغییرات هیچ‌گونه تغییری نمی‌کند بنابراین مقدار ضریب تغییرات همان ۴ باقی خواهد ماند.

۳۰۸- گزینه «۲» در صورتیکه داده‌ها در عدد مثبت ضرب شوند، ضریب تغییرات هیچ‌گونه تغییری نمی‌کند، بنابراین ضریب تغییرات جدید همان ۱۰٪ باقی می‌ماند.

۳۰۹- گزینه «۲» برای محاسبه‌ی متوسط نرخ‌های رشد سالیانه از میانگین هندسی کمک می‌گیریم.

۳۱۰- گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی بین میانگین‌ها $\bar{X}_H < \bar{X}_G < \bar{X}$ هنگامی که به جای میانگین هندسی، هارمونیک محاسبه شود در واقع متوسط صفت کوچکتر از آن خواهد بود که کمیت X باید داشته باشد.

۳۱۱- گزینه «۲» صفت مربوطه به صورت کیفی بیان شده است (متوسط - ضعیف - قوی) و همچنین بین آنها رتبه‌بندی انجام گرفته است.

۳۱۲- گزینه «۴» در جدولی که میانه بعنوان مشخصه‌ی مرکزی بکار رود، مرکز دسته‌ای وجود ندارد. بنابراین بهترین شاخص پراکندگی انحراف نیم چارکی است.

۳۱۳- گزینه «۳» اگر تک تک داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شوند، ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند و بنابراین همان ۴ درصد باقی می‌ماند.

۳۱۴- هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چنانچه داده‌ها در عدد مثبتی ضرب شود، ضریب پراکندگی (تغییرات) تغییر نمی‌کند. داده‌های اولیه ۲ برابر شده، بنابراین ضریب تغییرات همان ۱۵٪ باقی می‌ماند.

۳۱۵- گزینه «۴»

$$\begin{cases} SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-6}{2^3} = -0.75 \\ \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \end{cases}$$

گشتاور مرتبه‌ی دوم حول میانگین همان واریانس است از رابطه‌ی ضریب چولگی گشتاوری استفاده کرده خواهیم داشت:

۳۱۶- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی متوسط نرخهای تورم، نرخ رشد و شاخص‌های اقتصادی، از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم.

۳۱۷- گزینه «۲» میانگین نمونه‌ی ده‌تایی برابر با ۵ شده است پس جمع آنها ۵۰ است.

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 5 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 50 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i + 12 + 10 = 50 + 12 + 10 = 72 \Rightarrow n_{\text{new}} = n$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i + 12 + 10}{12} = \frac{72}{12} = 6$$



۳۱۸- گزینه «۴» انحراف معیار چهار عدد X_1, X_2, X_3 و 10 صفر است، بنابراین این اعداد با هم برابرند. پس همه‌ی آنها $X_1 = X_2 = X_3 = 10$ هستند

اکنون میانگین $X_1, X_2, X_3, 10$ یعنی جمع این داده‌ها تقسیم بر تعداد آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{10+10+10+30}{4} = 15$$

۳۱۹- گزینه «۲»

$$\sigma^2(x) = \text{Var}(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^{75} (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{432}{75} = \frac{144}{25} \xrightarrow{\text{بر ۳ تقسیم می‌کنیم}} \frac{144}{25} \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$$

دقت کنید که $\sum_{i=1}^{75} (x_i - 15) = 0$ بنابراین $\mu_x = 15$ می‌باشد.

$$CV(y_i) = CV\left(\frac{1}{2}x_i + a\right) \xrightarrow{\text{از رابطه ضریب تغییرات}} \frac{\sigma\left(\frac{1}{2}x_i + a\right)}{\mu\left(\frac{1}{2}x_i + a\right)} = \frac{2}{10}$$

اکنون طبق رابطه ضریب تغییرات:

$$\xrightarrow{\text{چهار عمل اصلی در صورت و مخرج}} \frac{\frac{1}{2}\sigma(x_i)}{\frac{1}{2}\mu(x_i) + a} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times \frac{12}{5}}{\frac{1}{2} \times 15 + a} = \frac{2}{10}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} \frac{\frac{12}{10}}{\frac{15}{2} + a} = \frac{2}{10} \Rightarrow 12 = 15 + 2a \Rightarrow 2a = 12 - 15 = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} = -1.5$$

۳۲۰- گزینه «۳» منظور از متغیر 80 درصدی همان صدک هشتم است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$FC_i : 5, 15, 24, 35, 43, 50$$

ابتدا مقدار $N \times P = 50 \times 0.8 = 40$ است اکنون فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times P = 40$ می‌باشد طبقه‌ی پنجم است:

$$P = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i}\right) \times I = 24 + \left(\frac{40 - 35}{8}\right) \times 3 = 25 / 875$$

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N}}{\left(\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}\right)^{3/2}} = \frac{\frac{60}{40}}{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = 0.09$$

۳۲۱- گزینه «۳» ابتدا ضریب چولگی را محاسبه کرده سپس طبق تفسیر آن خواهیم داشت:

بنابراین ضریب چولگی مثبت و $|S_k| = |0.09| < 0.1$ و توزیع داده‌ها تقریباً نرمال است.

۳۲۲- گزینه «۴» اگر حقوق کارمندان در ابتدا X_i فرض شود و بعد از افزایش 25% این حقوق‌ها y_i نامیده شود، رابطه بین y_i و x_i به صورت زیر است:

$$y_i = X_i + 25\%X_i = 1.25X_i$$

بنابراین مانند این است که حقوق کارمندان در عدد ثابتی $(1/25)$ ضرب شده اما با توجه به خواص ضریب تغییرات، اگر داده‌ها را در عددی مثبت ضرب کنیم، ضریب پراکندگی تغییری نمی‌کند.

۳۲۳- گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی میانگین هندسی ابتدا نسبت‌های فروش را به دست می‌آوریم:

$$X_1 = \frac{\text{فروش سال اول}}{\text{فروش سال قبل}} = 2$$

$$X_2 = \frac{\text{فروش سال دوم}}{\text{فروش سال اول}} = 3 \Rightarrow G = \sqrt[3]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3} = \sqrt[3]{2 \times 3 \times 4} = \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3 \times 8} = \sqrt[3]{3 \times 2^3} = 2\sqrt[3]{3}$$

$$X_3 = \frac{\text{فروش سال سوم}}{\text{فروش سال دوم}} = 4$$

۳۲۴- گزینه «۴» روش اول: صورت صحیح سوال آن است که مقدار عبارت $\sum_{i=1}^r (x_i - a)^2$ به‌ازای حداقل این عبارت کدام است؟ چرا که حداقل عبارت

به‌ازای $a = \bar{X}$ است. می‌توان این مقدار را نشان داد، اگر از عبارت $\sum_{i=1}^r (x_i - a)^2$ مشتق بگیریم و برابر صفر قرار دهیم داریم:

$$y = \sum_{i=1}^r (x_i - a)^2 \Rightarrow y' = 2 \sum_{i=1}^r (x_i - a) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^r (x_i - a) = 0 \Rightarrow a = \bar{X}$$

و چون مشتق دوم بزرگ‌تر از صفر است، بنابراین در $a = \bar{X}$ کمترین مقدار خود را خواهد گرفت.

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^r (x_i - a)^2 \\ a = \bar{X} \end{cases} \Rightarrow \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^r (x_i^2 - 2x_i\bar{X} + \bar{X}^2) = \sum_{i=1}^r x_i^2 - 2\bar{X} \sum_{i=1}^r x_i + \sum_{i=1}^r \bar{X}^2 = \sum_{i=1}^r x_i^2 - 2\bar{X}^2$$

(نکات میانگین)

روش دوم:

$$\begin{aligned} &= X_1^2 + X_2^2 - 2(\bar{X})(2\bar{X}) + 2\bar{X}^2 = X_1^2 + X_2^2 - 4\bar{X}^2 + 2\bar{X}^2 = X_1^2 + X_2^2 - 2\bar{X}^2 = X_1^2 + X_2^2 - 2\left(\frac{X_1 + X_2}{2}\right)^2 \\ &= X_1^2 + X_2^2 - \cancel{2} \left(\frac{X_1^2 + X_2^2 + \cancel{2}X_1X_2}{\cancel{2}} \right) = X_1^2 + X_2^2 - \frac{X_1^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} - X_1X_2 = \frac{X_1^2}{2} + \frac{X_2^2}{2} - X_1X_2 = \frac{1}{2}(X_1 - X_2)^2 \end{aligned}$$

روش سوم:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r x_i^2 - 2\bar{X}^2 &= (x_1^2 + x_2^2) - 2\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 = (x_1^2 + x_2^2) - \frac{(x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2)}{2} \\ &\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 - 2x_1x_2}{2} = \frac{(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2)}{2} \xrightarrow{\text{جواب}} = \frac{(x_1 - x_2)^2}{2} \end{aligned}$$

۳۲۵- گزینه «۴» میانگین هندسی و حسابی را به‌ترتیب محاسبه می‌کنیم و اختلاف آنها را به دست می‌آوریم:

$$G = \sqrt[r]{x_1^{F_1} \cdot x_2^{F_2} \cdot \dots \cdot x_k^{F_k}} = \sqrt[7]{9^2 \times 12^3 \times 16^2} = \sqrt[7]{3^4 \times 3^3 \times 2^6 \times 2^8} = \sqrt[7]{3^7 \times 2^{14}} = 3 \times 2^2 = 12$$

$$\mu = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i} = \frac{2 \times 9 + 3 \times 12 + 2 \times 16}{2 + 3 + 2} = \frac{18 + 36 + 32}{7} = \frac{86}{7} = 12 \frac{2}{7}$$

$$\text{اختلاف بین میانگین‌ها} = \mu - G = 12 \frac{2}{7} - 12 = 0 \frac{2}{7}$$

۳۲۶- گزینه «۳» برای محاسبه‌ی انحراف چارکی به ترتیب چارک اول و چارک سوم را محاسبه کرده و آن‌ها را در رابطه $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ قرار می‌دهیم:

$$Fc_i = 5, 15, 22, 40, 48, 52 \quad N \times P = 52 \times \frac{1}{4} = 13 \quad \text{محاسبه چارک اول: مقدار}$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times P = 13$ باشد طبقه‌ی دوم است:

$$Q_1 = L + \left(\frac{N \cdot P - Fc_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 10 + \left(\frac{13 - 5}{10} \right) \times 2 = 11 \frac{1}{5}$$

$$Fc_i : 5, 15, 22, 40, 48, 52 \quad N \times p = 52 \times \frac{3}{4} = 39 \quad \text{محاسبه‌ی چارک سوم: مقدار}$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times p = 39$ باشد طبقه‌ی چهارم است:

$$Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot p - Fc_{i-1}}{F_i} \right) \cdot I = 14 + \left(\frac{39 - 22}{18} \right) \times 2 = 15 \frac{11}{9} \Rightarrow \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{15 \frac{11}{9} - 11 \frac{1}{5}}{2} = 2 \frac{1}{14}$$



۳۲۷- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی ضریب پراکندگی داده‌ها به صورت $CV = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$ ، مقادیر انحراف معیار و میانگین را محاسبه می‌کنیم؛ خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{168}{40} = 4.2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{808}{40} - (4.2)^2 = 20.2 - 17.64 = 2.56 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2.56} = 1.6 \Rightarrow CV = \frac{1.6}{4.2} = 0.38$$

۳۲۸- گزینه «۳» توجه کنید که میانه همان چارک دوم است.

$$sk = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{134/4 - 2 \times 121 + 112/4}{134/4 - 112/4} = 0.218$$

۳۲۹- گزینه «۴» میانگین هندسی را طبق رابطه‌ی آن به دست می‌آوریم:

$$G = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N} = \sqrt[5]{12 \times 54 \times 6 / 75 \times 18 \times 24} \stackrel{\text{تجزیه می‌کنیم}}{=} \sqrt[5]{3 \times 2^2 \times 3^3 \times 2 \times 6 / 75 \times 3^2 \times 2 \times 3 \times 2^3} \\ = \sqrt[5]{3^5 \times 3^2 \times 2^5 \times 4 \times 6 / 75} = \sqrt[5]{3^5 \times 3^2 \times 2^5 \times 27} = \sqrt[5]{3^5 \times 3^2 \times 2^5 \times 3^3} = \sqrt[5]{3^5 \times 3^5 \times 2^5} = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

۳۳۰- گزینه «۲» برای محاسبه‌ی انحراف چارکی طبق رابطه $SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ باید چارک اول و چارک سوم را جداگانه محاسبه کرده در رابطه قرار دهیم:

چارک اول: ابتدا مقدار $N \times P = 64 \times \frac{1}{4} = 16$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$FC_i : 4, 16, 32, 50, 59, 64$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times P$ است طبقه‌ی دوم است، پس چارک اول در طبقه‌ی دوم قرار دارد:

$$Q_1 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 8 + \left(\frac{16 - 4}{12} \right) \times 4 = 12$$

چارک سوم: ابتدا مقدار $N \times P = 64 \times \frac{3}{4} = 48$ را محاسبه می‌کنیم سپس فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$FC_i : 4, 16, 32, 50, 59, 64$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $N \times P$ است طبقه‌ی چهارم است پس چارک سوم در طبقه‌ی چهارم قرار دارد.

$$Q_3 = L + \left(\frac{N \cdot P - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 16 + \left(\frac{48 - 32}{18} \right) \times 4 = 19.55$$

$$SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{19.55 - 12}{2} = 3.77 \quad (\text{انحراف چارکی})$$

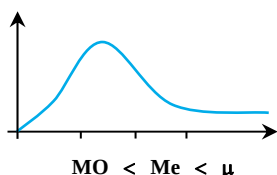
۳۳۱- گزینه «۳» از واریانس کل به صورت روبرو خواهیم داشت:

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \sigma_i^2}{N} + \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu_{\text{کل}})^2}{N}$$

توجه کنید که μ_i ها با یکدیگر متفاوت است، بنابراین μ نیز با آنها متفاوت است پس عبارت دوم در رابطه‌ی بالا یعنی $A = \frac{\sum N_i (\mu_i - \mu)^2}{N} > 0$ همواره مقداری بزرگتر از صفر است، بنابراین:

$$\sigma^2_{\text{کل}} = \frac{90 \times 7 + 110 \times 10 + 200 \times 9}{90 + 110 + 200} + \underbrace{A}_{\text{مقداری بزرگتر از صفر}} = \frac{3530}{400} + A = 8.825 + A$$

جواب باید بزرگتر از ۸/۸۲ باشد چرا که $A > 0$ است. تنها گزینه‌ای که مقدار آن بزرگتر از ۸/۸۲ است گزینه (۳) است.



۳۳۲- گزینه «۲» در توزیع‌هایی که ضریب چولگی آنها مثبت است (چولگی آنها به راست است) رابطه زیر برقرار است:

میانگین < میانه < مد



۳۳۳- گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ی ضریب کشیدگی به صورت $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ مقادیر گشتاور چهارم (μ_4) و واریانس به توان دو یعنی (σ^4) را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{\sum (x_i - \mu)^4}{\underbrace{\left(\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} \right)^2}_{\text{واریانس}}} - 3 = \frac{\frac{4500}{60}}{\left(\frac{300}{60} \right)^2} - 3 = \frac{75}{25} - 3 = 3 - 3 = 0$$

۳۳۴- گزینه «۳» در بیان مفهوم گشتاور مرکزی مقادیر صفت از میانگین حسابی کم می‌شود، نه از مقدار ثابت یا عدد دیگری.

۳۳۵- گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی تجربی پیرسون (میان - میانگین) $3 \approx \text{مُد} - \text{میانگین}$

۳۳۶- گزینه «۲» رابطه‌ی ضریب کشیدگی به صورت $E = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{\sigma^4} - 3$ است و مقدار $\sum (x_i - \bar{x})^4$ داده شده است بنابراین واریانس را بدست

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{20}{10} = 2 \Rightarrow \sigma^4 = 4$$

می‌آوریم در مخرج به توان ۲ می‌رسانیم.

$$E = \frac{\frac{140}{10}}{4} - 3 = \frac{14}{4} - 3 = \frac{14-12}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$$

مقادیر را در رابطه جایگذاری می‌کنیم:

۳۳۷- گزینه «۱» توجه کنید که ابتدا دهک اول و دهک دوم را از داده‌ها حذف می‌کنیم سپس به روش کوتاه یا غیرمستقیم میانگین را محاسبه می‌کنیم اگر کلیه داده‌ها بر روی محور به صورت مقابل باشند دهک اول و دهک دوم یعنی $\frac{1}{10}$ از ابتدای داده‌ها و $\frac{1}{10}$ از انتهای داده‌ها حذف می‌کنیم: $N = \sum F_i = 4 + 7 + 8 + 11 + 6 + 4 = 40$

$$N \times \frac{1}{10} = 40 \times \frac{1}{10} = 4 \quad \text{دهک اول} \quad N \times \frac{1}{10} = 40 \times \frac{1}{10} = 4 \quad \text{دهک دوم}$$

بنابراین ۴ تا داده اول و آخر را حذف کرده که این کار منجر به حذف طبقه اول و آخر می‌شود و جدول به صورت زیر است:

حدود دسته	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷	۲۷-۳۰	۳۰-۳۳
فراوانی	۷	۸	۱۱	۶

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & 22/5 & 25/5 & 28/5 & 31/5 \\ y_i & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array} \quad y_i = \frac{x_i - 28/5}{3} \quad a = 28/5 \quad b = 3$$

به روش کوتاه میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{y} = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i} = \frac{(7 \times -2) + (8 \times -1) + (11 \times 0) + (6 \times 1)}{32} = -\frac{1}{2} \quad \bar{x} = a + b\bar{y} = 28/5 + 3 \times -\frac{1}{2} = 28/5 - 1/5 = 27$$

۳۳۸- گزینه «۱» رابطه‌ی انحراف چارکی به صورت $SIQR = \frac{Q_3 - Q_1}{P}$ است. بنابراین به ترتیب چارکهای اول و سوم را بدست می‌آوریم.

$$1) N \times P = 40 \times \frac{1}{4} = 10; \quad N \times P = 40 \times \frac{3}{4} = 30$$

$$FC_i : 6, 18, 33, 47, 55, 60$$

فراوانی‌های تجمعی را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} Q_1 = L + \left(\frac{NP - FC_{i-1}}{F_i} \right) \times I = 10 + \left(\frac{10 - 6}{12} \right) \times 4 = 13 \\ Q_3 = 18 + \left(\frac{30 - 33}{14} \right) \times 4 = 21/42 \end{cases} \Rightarrow SIQR = \frac{21/42 - 13}{2} = 4/21$$



۳۳۹- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی ضریب کشیدگی خواهیم داشت:

$$E = \frac{\mu_f}{\sigma^f} - 3 = \frac{\sum (x_i - \mu)^f}{N \sigma^f} - 3 = \frac{12231/50}{(3)^4} - 3 = 3/02 - 3 = 0/02$$

۳۴۰- گزینه «۳» اگر $\bar{X}$ میانگین یک نمونه n تایی و $\bar{Y}$ میانگین یک نمونه m تایی باشد، میانگین کل عبارتست از:

$$\frac{n\bar{x} + m\bar{y}}{n + m} = \frac{20(100) + 30(300)}{20 + 30} = \frac{11000}{50} = 220$$

در این سؤال میانگین کل برابر است با:

۳۴۱- گزینه «۲» برای محاسبه‌ی ضریب پراکندگی از رابطه‌ی آن $CV = \frac{\sigma}{\mu}$ استفاده کرده به ترتیب میانگین و انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{N} = \frac{60}{10} = 6 \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{400}{10} - (6)^2 = 40 - 36 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ بنابراین}$$

۳۴۲- گزینه «۲» اگر کمی دقت کنید عدد آخر ۲۲۴ است که عدد بزرگی است و میانگین را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. از طرفی بین نما و میانه، زمانی از نما استفاده می‌کنیم که داده‌ها کیفی باشد پس بهترین شاخص همان میانه است.

۳۴۳- گزینه «۱» طبقه‌ای که بیشترین فراوانی مطلق را دارد انتخاب می‌کنیم. توجه کنید که حدود طبقات واقعی نیست؛ مُد در طبقه سوم قرار دارد:

$$MO = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \times I = 39/5 + \left(\frac{(7-6)}{(7-6) + (7-0)} \right) \times 10 = 39/5 + \left(\frac{1}{1+7} \right) \times 10 = 39/5 + \frac{10}{8} = 39/5 + 1/25 = 40/75$$

۳۴۴- گزینه «۴» رابطه‌ی میانگین کل به صورت زیر است:

$$\mu = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3}{N_1 + N_2 + N_3} = \frac{10 \times 20 + 20 \times 25 + 20 \times 30}{10 + 20 + 20} = \frac{1300}{50} = 26$$

۳۴۵- گزینه «۴» به ترتیب به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم: (۱) اولین گام در هر تحقیق نمی‌تواند جمع‌آوری اطلاعات باشد اولین گام در هر تحقیق مشخص کردن اهداف تحقیق می‌باشد. (۲) موضوع آمار توصیفی با سرشماری است و نه استنباط نمونه‌ای (۳) آمارها به کمک نمونه‌گیری به دست می‌آیند که در آمار استنباطی استفاده می‌شود و نه به صورت سرشماری (۴) پارامتر در بررسی‌های آماری مجهول است و این جمله که دقت آن از آماره بیش‌تر است جمله صحیحی نیست چرا که در بررسی‌های آماری به دنبال استنباط بر روی پارامترها هستیم. ولی این گزینه نسبت به سایر گزینه‌ها صحیح‌تر است.



فصل دوم

«تئوری احتمال»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱- در یک تیراندازی، احتمال این که شخص A به هدف بزند، $\frac{3}{5}$ و احتمال این که شخص B به هدف بزند، برابر $\frac{5}{8}$ است. هر دو نفر به هدف تیراندازی می‌کنند. احتمال این که فقط یک نفر به هدف بزند، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$\frac{4}{65}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{2}{35}$

$\frac{1}{15}$

۲- برای دو حادثه مستقل A و B، $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{4}{5}$ به دست آمده است. احتمال اجتماع دو حادثه A و B چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$\frac{4}{8}$

$\frac{3}{63}$

$\frac{2}{52}$

$\frac{1}{8}$

۳- از ۱۵ لامپ که ۵ عدد آن‌ها غیراستاندارد است، ۳ لامپ را به طور تصادفی با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که هیچ کدام غیر استاندارد نباشد، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$\frac{7}{9}$

$\frac{8}{27}$

$\frac{24}{91}$

$\frac{1}{17}$

۴- از کیسه‌ای که شامل ۵ گلوله سفید و ۳ گلوله سیاه می‌باشد، پشت سر هم به ترتیب یک گلوله سیاه و دو گلوله سفید بیرون آورده شده است. احتمال اینکه پس از سه گلوله فوق یک گلوله سفید بیرون آوریم، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$\frac{1}{3}$

$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{5}{8}$

۵- از بین ۱۰ پزشک که ۳ نفر آن‌ها متخصص هستند، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال این که در بین این سه نفر حداقل یک متخصص انتخاب شود، برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$\frac{17}{24}$

$\frac{6}{10}$

$\frac{4}{10}$

$\frac{7}{24}$

۶- فرض کنید دو تاس به همراه سکه‌ای پرتاب شود. درخت این آزمایش چند شاخه خواهد داشت؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

۷۴

۷۲

۳۸

۱۴

۷- احتمال زنده ماندن یک زن و شوهر در ۲۰ سال آینده به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{4}$ است. احتمال این که در این مدت دست کم یکی از آن‌ها زنده بماند، چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

$\frac{11}{10}$

$\frac{8}{10}$

$\frac{4}{7}$

$\frac{3}{10}$

۸- اگر $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{4}{5}$ و $P(E|A) = \frac{1}{10}$ و $P(E^c|B) = \frac{8}{10}$ ، باشد احتمال E چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

$\frac{35}{10}$

$\frac{3}{30}$

$\frac{18}{10}$

$\frac{11}{10}$

۹- به چند طریق می‌توان ۹ اسباب‌بازی را بین ۴ بچه تقسیم کرد به شرط آن که به کوچک‌ترین بچه ۳ اسباب‌بازی و به هر کدام از بچه‌های دیگر ۲ اسباب‌بازی برسد؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

۷۵۶۰

۵۶۷۴

۱۰۸

۲۷

۱۰- احتمال اشتباه ثبت شدن هر یک از اسناد شرکت $\frac{1}{10}$ است. احتمال آن که، سومین سندی که حسابرسان بررسی می‌کنند، اولین سند اشتباه باشد، چقدر است؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

$\frac{243}{10}$

$\frac{9}{10}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{81}{10}$

۱۱- سه کتاب علمی و ۴ کتاب ادبی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه کنار هم چید به‌طوری‌که کتابهای علمی کنار هم باشند؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی - سراسری ۸۰)

۴۸۰

۷۲۰

۳۶۰

۲۴۰



۱۲- اگر $p(A) = 0/3$, $p(B) = 0/4$ و $P(A \cap B) = 0/2$ باشد، $p(A \cup B)$ برابر است با: (۱) $0/9$ (۲) $0/5$ (۳) $0/7$ (۴) $0/6$ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

۱۳- امتحانی شامل ۲۰ تست ۴ جوابی است. تعداد طرقی که می‌توان به این امتحان پاسخ داد، برابر است با: (۱) P_{20}^4 (۲) C_{20}^4 (۳) 20^4 (۴) 4^{20} (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

۱۴- تعداد قطره‌های یک n ضلعی منظم برابر است با: (۱) $P_n^2 - n$ (۲) C_n^2 (۳) P_n^2 (۴) $C_n^2 - n$ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

۱۵- اگر $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A|B) = \frac{1}{3}$ باشد، $P(A \cup B)$ برابر است با: (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

۱۶- با استفاده از جدول زیر، $P(A|D)$ برابر است با: (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{5}{11}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

	A	B
C	۲	۱
D	۳	۵

۱۷- احتمال اینکه در یک خانواده با ۴ بچه حداقل یک پسر باشد (با فرض مساوی بودن احتمال پسر و دختر) (۱) $\frac{15}{16}$ (۲) $\frac{14}{16}$ (۳) $\frac{12}{16}$ (۴) $\frac{10}{16}$ (حسابداری - آزاد ۸۰)

۱۸- احتمال این که یک مسأله ریاضی را حسن حل کند، $0/4$ و احتمال این که حسین حل کند، $0/5$ است. احتمال این که مسأله حل شود برابر است با: (۱) $0/2$ (۲) $0/7$ (۳) $0/8$ (۴) $0/9$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۱۹- یک شرکت حفاری نفت فقط امکانات لازم برای حفر دو چاه را دارد. اگر در حفر اولین چاه به نفت برسد کار را تمام می‌کند و گرنه چاه دوم را حفر می‌کند. اگر احتمال این که در حفر هر چاه به نتیجه برسد، $0/2$ باشد، احتمال این که شرکت حفاری به نتیجه برسد، کدام است؟ (حفاری چاه‌ها به طور مستقل از هم صورت می‌گیرد). (۱) $0/2$ (۲) $0/8$ (۳) $0/16$ (۴) $0/36$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۲۰- فرض کنید ۵ مهره آبی و ۴ مهره سفید در کیسه اول و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سفید در کیسه دوم باشد. اگر مهره‌ای به تصادف از کیسه اول به دوم انتقال یابد و سپس از کیسه دوم یک مهره انتخاب شود، احتمال آبی بودن آن چیست؟ (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{10}$ (۳) $\frac{41}{90}$ (۴) $\frac{41}{81}$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۲۱- اگر در یک آسانسور، احتمال خرابی زنجیر ۱/۰ و احتمال خرابی موتور ۳/۰ باشد و احتمال خرابی زنجیر یا موتور ۳۵/۰ باشد، احتمال خرابی زنجیر و موتور را حساب کنید. (۱) $0/5$ (۲) $0/15$ (۳) $0/4$ (۴) $0/75$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۲۲- اگر $P(A) = 0/3$ و $P(B) = 0/2$ ، A و B مستقل باشند، $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ برابر است با: (۱) $0/44$ (۲) $0/50$ (۳) $0/56$ (۴) $0/667$ (مدیریت - سراسری ۸۱)

۲۳- احتمال اینکه فردی بیماری خاصی داشته باشد $0/02$ است. آزمایش تشخیص بیماری برای ۹۷/۰ افراد بیمار، مثبت می‌باشد ولی در ۵٪ موارد نیز نتیجه آزمایش افراد سالم مثبت بوده است. اگر نتیجه آزمایش مشخص مثبت بوده باشد، احتمال بیمار بودن او برابر است با: (۱) $0/0684$ (۲) $0/2836$ (۳) $0/2940$ (۴) $0/9310$ (مدیریت - سراسری ۸۱)



۲۴- شرکتی ۸۰۰ کارمند دارد. ۲۰٪ از کارمندان دارای درجات دانشگاهی هستند ولی نیمی از آن‌ها در سمت‌های غیر مدیریتی کار می‌کنند. ۳۰٪ از کارمندان بدون درجات دانشگاهی در سمت‌های مدیریتی قرار دارند. اگر یکی از کارمندان که به طور تصادفی انتخاب شده است، مدیر باشد، احتمال این که دانشگاهی باشد، چقدر است؟

(حسابداری - سراسری ۸۱)

$\frac{0}{42} (4)$

$\frac{0}{34} (3)$

$\frac{0}{29} (2)$

$\frac{0}{17} (1)$

۲۵- اگر $P(A) = \frac{0}{3}$ و $P(B) = \frac{0}{5}$ ، $P(A|B) = \frac{0}{3}$ باشد، می‌توان گفت که A و B هر دو:

(حسابداری - سراسری ۸۱)

(۴) حادثه شرطی هستند.

(۳) ناسازگار هستند.

(۲) وابسته هستند.

(۱) مستقل هستند.

۲۶- در یک جعبه ۱۰ لامپ وجود دارد که دو لامپ آن سوخته است، دو لامپ به تصادف انتخاب کردیم، احتمال آن که هر دو لامپ سالم باشند، کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۱)

$\frac{28}{45} (4)$

$\frac{15}{31} (3)$

$\frac{12}{25} (2)$

$\frac{3}{10} (1)$

۲۷- در کیسه اول دو مهره سفید و سه مهره سیاه و در کیسه دوم ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. یک مهره به تصادف از کیسه اول کشیده و در کیسه دوم می‌اندازیم سپس یک مهره از کیسه دوم به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه این مهره سیاه باشد کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۱)

$\frac{5}{11} (4)$

$\frac{9}{8} (3)$

$\frac{11}{30} (2)$

$\frac{13}{25} (1)$

۲۸- اگر A و B مستقل و $P(A) = \frac{0}{2}$ و $P(A \cap B) = \frac{0}{6}$ باشد، $P(A \cup B)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

$\frac{0}{44} (4)$

$\frac{0}{5} (3)$

$\frac{0}{56} (2)$

$\frac{0}{18} (1)$

۲۹- در داخل بسته‌ای از یک دوجین (۱۲ عدد) جوراب، ۲ عدد آن نقص‌دار (طبق استاندارد نمی‌باشد) است. از بسته فوق ۳ عدد جوراب به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه بین ۳ عدد جوراب ۱ عدد نقص‌دار باشد، چقدر است؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

$\frac{5}{6} (4)$

$\frac{1}{6} (3)$

$\frac{9}{22} (2)$

$\frac{13}{22} (1)$

۳۰- بر روی فاصله (۲، ۲۲) از محور اعداد نقطه‌ای به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه نقطه اقلاً بر روی یکی از فواصل (۴، ۱۰) یا (۶، ۱۲) و یا (۱۰، ۱۶) انتخاب شده باشد، چقدر است؟ (فرض بر این است که احتمال انتخاب شدن نقطه در هر واحد طول فاصله و در هر نقطه‌ای از این فاصله، یکسان است)

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

$\frac{0}{4} (4)$

$\frac{0}{27} (3)$

$\frac{0}{6} (2)$

$\frac{0}{9} (1)$

۳۱- شصت درصد تلفن‌های یک شرکت به تلفنچی A و بقیه به تلفنچی B وصل می‌شود. شخص A از هر ۵۰ تلفن یکی و شخص B از هر ۲۰ تلفن یکی را اشتباه وصل می‌کند. شکایتی در خصوص وصل شدن تلفن به صورت اشتباهی رسیده است. احتمال اینکه شخص A آن را وصل کرده باشد، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$\frac{0}{625} (4)$

$\frac{0}{12} (3)$

$\frac{0}{32} (2)$

$\frac{0}{375} (1)$

۳۲- محصولات کارخانه‌ای به تساوی توسط دو خط تولید A و B تولید می‌شوند. فرض کنید که ۱۰٪ محصولات خط A و ۳۰٪ محصولات خط B معیوب‌اند. اگر کالایی به طور تصادفی از این کارخانه خریداری شود و سالم باشد، چقدر احتمال دارد که این محصولات ساخته خط تولید B باشد؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$\frac{0}{40} (4)$

$\frac{0}{50} (3)$

$\frac{0}{44} (2)$

$\frac{0}{34} (1)$

۳۳- در یک واحد تولیدی ۶۰٪ محصولات درجه یک، ۳۰٪ درجه دو و ۱۰٪ درجه سه می‌باشد. احتمال غیر استاندارد بودن محصولات درجه یک ۰/۰۱، درجه دو ۰/۰۳ و درجه سه ۰/۰۴ می‌باشد. یک واحد محصول که به طور تصادفی از محصولات این واحد تولیدی خریداری شده است غیر استاندارد می‌باشد. احتمال اینکه این محصول انتخاب شده درجه دو باشد، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$\frac{0}{9} (4)$

$\frac{0}{19} (3)$

$\frac{0}{16} (2)$

$\frac{0}{74} (1)$



۳۴- حاصل عبارت $\frac{x!}{(x-1)!}$ برابر است با:

(حسابداری - آزاد ۸۱)

- (۱) x^2 (۲) $x-1$ (۳) x (۴) $x!$

۳۵- هرگاه سه رقم ۷ و ۸ و ۹ را به طور تصادفی کنار یکدیگر قرار دهیم احتمال اینکه عدد ۹۸۷ به دست آید چه مقدار است؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۶- اگر دو حادثه A و B مستقل باشند، $P(A) = 0.5$ و $P(A \cup B) = 0.65$ باشد، احتمال حادثه B چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.3 (۲) 0.4 (۳) 0.15 (۴) 0.25

۳۷- احتمال به صدا درآمدن هر یک از سه آذیر خطر مستقلی که در یک فروشگاه نصب شده‌اند، به هنگام آتش‌سوزی برابر 0.95 است. احتمال

آن که به هنگام بروز آتش‌سوزی حداقل یکی از سه آذیر خطر به صدا درآید، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.15 (۲) 0.95^3 (۳) $1 - (0.05)^3$ (۴) $1 - (0.95)^3$

۳۸- در کارخانه‌ای ۶۰ درصد محصولات توسط شیفت صبح و ۴۰ درصد محصولات توسط شیفت عصر تولید می‌شود. ۵ درصد تولیدات شیفت

صبح و ۱۰ درصد تولیدات شیفت عصر معیوبند. اگر محصولی که به تصادف انتخاب شده است، معیوب تشخیص داده شود، احتمال این که این محصول

توسط شیفت صبح تولید شده باشد، چیست؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۳۹- در کارخانه‌ای احتمال این که ۲ درصد محصولات معیوب باشد 0.5 ، ۴ درصد معیوب باشد، 0.3 و ۶ درصد معیوب باشد 0.2 است. اگر یک

محصول به تصادف انتخاب شود، احتمال این که سالم باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.974 (۲) 0.966 (۳) 0.952 (۴) 0.946

۴۰- به چند طریق می‌توان ۹ نفر کارمند را در یک اتاق ۴ نفره، یک اتاق ۳ نفره و یک اتاق ۲ نفره چیدمان کرد؟ (مدیریت - سراسری ۸۲)

- (۱) 1400 (۲) 1260 (۳) 72 (۴) 24

۴۱- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۵ مهره سفید وجود دارد. اگر سه مهره به تصادف (به صورت با جایگذاری) از این جعبه انتخاب شود،

احتمال آن که مهره‌ها هم‌رنگ نباشند، چقدر است؟ (حسابداری - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.3 (۲) 0.06 (۳) 0.18 (۴) 0.30

۴۲- سیستمی دارای دو جزء است که احتمال کار کردن هر یک از آن‌ها 0.9 است. اگر اجزاء به صورت موازی قرار گرفته باشند و مستقل از

همدیگر کار کنند، احتمال کار کردن سیستم چقدر است؟ (حسابداری - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.10 (۲) 0.81 (۳) 0.90 (۴) 0.99

۴۳- واژه STATISTICS شامل ده حرف است که در آن حروف S و T به ترتیب سه بار تکرار شده‌اند، بنابراین تعداد حالتی که می‌توان از این

کلمات ساخت برابر است با: (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

- (۱) 50400 (۲) 50600 (۳) 55000 (۴) 60000

۴۴- چند عدد بدون صفر بین ۱۰۰ و ۳۰۰ وجود دارد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

- (۱) 144 (۲) 154 (۳) 162 (۴) 172

۴۵- در یک مؤسسه تحقیقاتی ۱۳ نفر مشغول کارند، با کدام احتمال ماه تولد لااقل دو نفر از آنان یکسان است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

- (۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{11}{12}$ (۴) $\frac{12}{13}$



۴۶- در یک مؤسسه مطابق جدول مقابل تعدادی زن و مرد با تحصیلات دانشگاهی و متوسطه کار می‌کنند. چند درصد این کارکنان، زن با تحصیلات متوسطه است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

تحصیلات	مرد	زن
دانشگاهی	۱۸	۱۳
متوسطه	۱۷	۱۶

(۲) ۲۵

(۱) ۲۲/۵

(۴) ۳۲

(۳) ۲۷/۵

۴۷- یک تاس را متوالیاً پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد ۶ این تاس برای اولین بار در پرتاب دوم ظاهر شود، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

$$\frac{6}{36} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{36} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{36} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{36} \quad (۱)$$

۴۸- گوشت‌های مورد نیاز فروشگاه به صورت بسته‌های یک کیلویی توسط ۳ تولیدکننده تأمین می‌شود. اولی ۳۰٪، دومی ۵۰٪ و سومی بقیه گوشت مورد نیاز فروشگاه را تأمین می‌کند. آزمایش نشان داده است که تابحال همواره به طور متوسط ۴٪ گوشت تولیدی تولیدکننده اول ۳٪ گوشت تولیدی تولیدکننده دوم و ۵٪ گوشت تولیدکننده سوم فاسد بوده است. خریداری یک بسته گوشت را از این فروشگاه خریداری کرده است و این گوشت فاسد درآمده است. احتمال این که بسته خریداری شده متعلق به تولیدکننده سوم باشد، چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۲)

$$0/310 \quad (۴)$$

$$0/270 \quad (۳)$$

$$0/290 \quad (۲)$$

$$0/255 \quad (۱)$$

۴۹- مشخص است که ۹۶٪ محصول تولید شده بر طبق استاندارد است. بازرسی، واحد محصول استاندارد را با احتمال ۹۸٪ مرغوب تشخیص می‌دهد و محصول غیراستاندارد را با احتمال ۵٪ مرغوب تشخیص می‌دهد. احتمال این که واحد محصول بازرسی شده استاندارد باشد، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$0/998 \quad (۴)$$

$$0/80 \quad (۳)$$

$$0/90 \quad (۲)$$

$$0/98 \quad (۱)$$

۵۰- در یک کلاس دوره کارشناسی تعداد ۱۰ دانشجوی مرد و ۲۰ دانشجوی زن وجود دارد که نصف هر دو گروه دارای دیپلم ریاضی هستند. اگر از میان آنها فردی انتخاب شود احتمال اینکه هم مرد باشد و هم دارای دیپلم ریاضی چقدر است؟ (حسابداری - آزاد ۸۲)

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

۵۱- از کیسه‌ای که محتوی ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است، ۲ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه دو مهره همرنگ نباشد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)

$$\frac{12}{25} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{25} \quad (۱)$$

۵۲- سه کتاب متمایز ریاضی و چهار کتاب متمایز ادبی را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک قفسه قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی همواره کنار هم باشند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)

$$720 \quad (۴)$$

$$540 \quad (۳)$$

$$360 \quad (۲)$$

$$180 \quad (۱)$$

۵۳- جعبه A شامل ۳ مهره سفید رنگ و ۳ مهره سبز رنگ است. جعبه B شامل ۶ مهره سفید رنگ و ۵ مهره سبز رنگ است. یک مهره به طور تصادفی از جعبه A به جعبه B منتقل می‌شود و سپس یک مهره از جعبه B به طور تصادفی انتخاب می‌شود. احتمال این که این مهره به رنگ سبز باشد، برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$\frac{8}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{6}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{11}{24} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{24} \quad (۱)$$

۵۴- سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه هیچ کدام از شماره‌های ظاهر شده یکسان نباشد چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۳ و محیط‌زیست - سراسری ۸۴)

$$\frac{35}{216} \quad (۴)$$

$$\frac{20}{216} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۱)$$



۵۵- از بین دانشجویان فارغ‌التحصیل رشته مدیریت یک دانشگاه، ۳۰ نفر در آزمون رشته مدیریت و ۲۰ نفر در آزمون رشته حسابداری و ۱۰ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده‌اند، چند نفر از این دانشجویان لااقل در یکی از این دو رشته شرکت کرده‌اند؟ (مدیریت - سراسری ۸۳)

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

۵۶- در خانواده احتمال داشتن فرزند دختر و پسر مساوی است. احتمال اینکه خانواده‌ای که ۳ فرزند دارد، حداقل یک پسر داشته باشد، چقدر است؟ (حسابداری - سراسری ۸۳)

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{6}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) ۱

۵۷- گوشت‌های مورد نیاز فروشگاه به صورت بسته‌های یک کیلویی توسط سه تولیدکننده تأمین می‌شود. اولی ۳۰٪، دومی ۵۰٪ و سومی بقیه گوشت مورد نیاز فروشگاه را تأمین می‌کند. آزمایش نشان داده است که تا به حال همواره به طور متوسط ۴٪ گوشت تولید کننده اول، ۳٪ گوشت تولیدی تولیدکننده دوم و ۵٪ گوشت تولیدی تولید کننده سوم فاسد بوده است.

خریداری یک بسته گوشت را از این فروشگاه خریداری کرده است. احتمال اینکه بسته خریداری شده فاسد باشد چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

- (۱) ۴۷٪ (۲) ۳۷٪ (۳) ۲۸٪ (۴) ۲۷٪

۵۸- در یک کارگاه سه خط تولید وجود دارد که خط تولید اول ۴۰ درصد، خط تولید دوم ۳۰ درصد و خط تولید سوم نیز ۳۰ درصد تولید کارخانه را تشکیل می‌دهند، به طوریکه ۲٪ محصولات تولید شده در خط اول و ۳٪ محصولات تولید شده در خط دوم و ۴٪ محصولات تولید شده در خط سوم نقص دار می‌باشند، به طور تصادفی از محصول تولید شده یک واحد محصول را انتخاب می‌کنیم، واحد انتخاب شده نقص دار تشخیص داده شده است. مطلوبست احتمال اینکه این واحد انتخاب شده نقص دار متعلق به خط تولید دوم باشد. (مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

- (۱) ۰/۳۲۵ (۲) ۰/۳۱۰ (۳) ۰/۳۷۵ (۴) ۰/۳۰۵

۵۹- در سه اداره دولتی جنسیت پرسنل مورد بررسی قرار گرفته و معلوم شده است که در اداره اولی ۲۵٪، دومی ۳۵٪ و سومی ۴۰٪ از کارکنان زن می‌باشند. بین زنان شاغل در اداره اول، دوم و سوم به ترتیب ۵ درصد، ۴ درصد و ۲ درصد درجه دکتری می‌باشند. به طور تصادفی یک کارمند از بین کارمندان سه اداره انتخاب شده است و معلوم شده که زن و دارای درجه دکتری می‌باشد. احتمال اینکه خانم با درجه دکتری کارمند اداره دوم باشد چقدر است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

- (۱) ۳۰٪ (۲) ۴۵٪ (۳) ۲۰٪ (۴) ۴۰٪

۶۰- یک جعبه ۵ مهره قرمز و ۴ مهره سفید دارد. دو مهره به طور متوالی بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. ملاحظه شده که مهره دوم سفید است. احتمال اینکه مهره اول هم سفید باشد چقدر است؟ (حسابداری - آزاد ۸۳)

- (۱) $\frac{3}{6}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۶۱- احتمال وجود نقص در فرایند شکل‌دهی، یخت و لعاب دادن سرامیک‌های تولیدی کارخانه کبیر به ترتیب ۲/۳، ۰/۳، ۰/۱ است. احتمال اینکه سرامیک تولیدی حداقل یک نقص داشته باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۱۷ (۲) ۰/۲۴ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۶

۶۲- در مراجعه به رئیس هر شرکت تجاری، پرسشگری براساس اینکه عدد تصادفی انتخابی توسط وی فرد باشد این سوال را مطرح می‌کند که آیا در نیمه اول سال متولد شده‌اید و اگر زوج باشد می‌پرسد که مالیات قانونی خویش را پرداخت کرده‌اید؟ وی در مراجعه به ۵۰ شرکت در مجموع ۲۰ پاسخ بله دریافت داشته است. چه نسبتی از شرکت‌ها مالیات قانونی خویش را پرداخت کرده‌اند؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۶

۶۳- دو تاس را بطور متوالی پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد تاس دوم حداقل ۲ واحد از عدد تاس اول بیشتر باشد، کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۴)

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{18}$ (۳) $\frac{7}{18}$ (۴) $\frac{11}{36}$

۶۴- دو نفر کارشناس اقتصاد، دو نفر کارشناس حسابداری و دو نفر کارشناس مدیریت به چند طریق می‌توانند دور یک میز گرد بنشینند به طوریکه افراد هر گروه مقابل هم قرار گیرند؟ (مدیریت - سراسری ۸۴)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲



۶۵- از ۹ عدد کالای یکسان موجود در یک کارتن، ۳ عدد معیوب است. ۴ کالا به طور تصادفی از بین آنها برداشته می‌شود. با کدام احتمال لااقل سه کالای برداشته شده سالم است؟
(حسابداری - سراسری ۸۴)

$$(1) \frac{8}{21} \quad (2) \frac{13}{21} \quad (3) \frac{17}{42} \quad (4) \frac{25}{42}$$

۶۶- در یک خانواده دو فرزندی می‌دانیم که یکی از فرزندان پسر است، با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان دختر است؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{2}{3} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{3}{4}$$

۶۷- با جایجایی ارقام موجود ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد شش رقمی زوج حاصل می‌شود؟ (حسابداری - سراسری ۸۴)

$$(1) 15 \quad (2) 20 \quad (3) 30 \quad (4) 45$$

۶۸- اطلاعات روبرو مفروض است:

$$P(B_1) = 0/2, P(B_2) = 0/3, P(B_3) = 0/5$$

$$P(A | B_1) = 0/0.2, P(A | B_2) = 0/0.2, P(A | B_3) = 0/0.5$$

احتمال $P(B_2 | A)$ کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$(1) \frac{3}{4} \quad (2) \frac{6}{35} \quad (3) \frac{1}{16} \quad (4) \frac{2}{33}$$

۶۹- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۵ مهره سفید وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف (با جایگذاری) از این جعبه انتخاب شود. احتمال اینکه مهره‌ها هم‌رنگ نباشد کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$(1) 0/0.3 \quad (2) 0/0.6 \quad (3) 0/1.8 \quad (4) 0/3$$

۷۰- در یک کلاس ۴۰ نفری ۱۵ نفر علاقه‌مند به ادامه تحصیل می‌باشند، ۲۰ نفر به ورزش فوتبال علاقه‌مند می‌باشند، ۵ نفر علاقه‌مند به ادامه تحصیل و علاقه‌مند به ورزش فوتبال می‌باشند، یک نفر از افراد این کلاس را به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه این فرد نه علاقه‌مند به ورزش فوتبال و نه علاقه‌مند به ادامه تحصیل باشد چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$(1) 12/5\% \quad (2) 25\% \quad (3) 37/5\% \quad (4) 75\%$$

۷۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده متوالی هم نیستند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(1) \frac{25}{36} \quad (2) \frac{13}{18} \quad (3) \frac{4}{9} \quad (4) \frac{2}{3}$$

۷۲- در یک مؤسسه احتمال موفقیت با روش جدید آموزش ۶۰ درصد و احتمال هزینه این روش نابیشتر از بودجه پیش‌بینی شده ۵۰ درصد و احتمال تحقق هر دو هدف ۳۵ درصد است. با کدام احتمال، لااقل به یکی از این دو هدف می‌رسیم؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(1) 0/65 \quad (2) 0/70 \quad (3) 0/75 \quad (4) 0/85$$

۷۳- از بین ۶ کارمند کارشناسی ارشد، ۹ کارمند کارشناسی به چند طریق می‌توان گروه‌های ۵ نفری تشکیل داد به طوری که همواره رئیس گروه از کارشناسی ارشد باشد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(1) 3006 \quad (2) 3606 \quad (3) 6006 \quad (4) 6036$$

۷۴- نوعی داروی گیاهی به ۱۰۰ نفر تجویز شده در ۶۰ مورد مفید بوده است. اگر از این نوع دارو به ۵ نفر تجویز شود احتمال اینکه فقط در ۳ مورد مفید باشد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(1) 0/3456 \quad (2) 0/3564 \quad (3) 0/3654 \quad (4) 0/4356$$

۷۵- ظرفی شامل چهار مهره سفید ($w = 4$) و پنج مهره قرمز ($R = 5$) و شش مهره آبی ($B = 6$) می‌باشد. اگر سه مهره به تصادف و با جایگزینی انتخاب شوند احتمال این که اولی سفید، دومی قرمز و سومی آبی باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

$$(1) \frac{8}{225} \quad (2) \frac{24}{225} \quad (3) \frac{120}{225} \quad (4) \frac{1}{10}$$



۷۶- ظرفی شامل ۲۰ تخم مرغ می‌باشد که ۵ عدد آنها فاسد است. اگر به طور تصادفی و بدون جایگزینی سه تخم مرغ را انتخاب نماییم احتمال اینکه هر سه تخم مرغ فاسد باشند برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

$$\frac{15}{800} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{114} \quad (۳)$$

$$\frac{25}{1600} \quad (۲)$$

$$\frac{125}{800} \quad (۱)$$

۷۷- ظرفی شامل هفت مهره سفید و پنج مهره قرمز می‌باشد اگر به روش بدون جایگزینی نمونه‌ای متشکل از ۵ مهره را برگزینیم احتمال این که سه مهره سفید باشد برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

$$0/5 \quad (۴)$$

$$0/44 \quad (۳)$$

$$0/25 \quad (۲)$$

$$0/77 \quad (۱)$$

۷۸- اگر A و B حوادث مستقل از هم باشند و $P(A) = 0/3$ و $P(B) = 0/5$ ، عبارت تست از:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

$$0/80 \quad (۴)$$

$$0/15 \quad (۳)$$

$$0/20 \quad (۲)$$

$$0/65 \quad (۱)$$

۷۹- کدامیک از عبارت زیر همیشه صحیح است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

$$P(A/B) = P(B/A) \quad (۴)$$

$$P(A) + P(B) = 1 \quad (۳)$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) \quad (۲)$$

$$-1 \leq P(E_i) \leq 1 \quad (۱)$$

۸۰- اگر A, B دو حادثه مستقل از هم باشند و $P(A) = 0/05$ و $P(B) = 0/65$ باشد، بنابراین $P(A/B)$ برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

$$0/8 \quad (۴)$$

$$0/65 \quad (۳)$$

$$0/0325 \quad (۲)$$

$$0/05 \quad (۱)$$

۸۱- اگر $P(A) = 0/5$ ، $P(B) = 0/6$ و $P(A \cap B) = 0/3$ باشند، A, B حوادث:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

(۴) مکمل هم هستند.

(۳) مستقل از هم هستند.

(۲) وابسته بهم می‌باشند.

(۱) ناسازگارند

۸۲- در یک سازمانی که از پنج اداره تشکیل شده است، برای انتخاب هیئت مدیره آن از بین ۵ رئیس اداره A, B, C, D, E، نفر را باید انتخاب کنند. با فرض هم احتمال بودن همه آن‌ها، احتمال اینکه ۳ نفر انتخاب شده E, D, B باشند چیست؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

$$P = \frac{1}{10} \quad (۴)$$

$$P = \frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$P = \frac{1}{125} \quad (۲)$$

$$P = \frac{6}{125} \quad (۱)$$

۸۳- از کیسه‌ای که شامل ۵ گلوله قرمز و ۶ گلوله رنگ دیگر است، پشت سر هم ۵ گلوله را به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه بین گلوله‌های انتخاب شده ۲ گلوله یا ۳ گلوله قرمز وجود داشته باشد چیست؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

$$0/5776 \quad (۴)$$

$$0/8221 \quad (۳)$$

$$0/664 \quad (۲)$$

$$0/7576 \quad (۱)$$

۸۴- برای شرکت در سمیناری، از ۴ سازمان کارمندان شرکت می‌کنند. به طوری که ۲۰٪ آن‌ها به سازمان اول، ۳۰٪ به سازمان دوم، ۲۸٪ به سازمان سوم و ۲۲٪ به سازمان چهارم متعلق می‌باشند. از طرفی ۷٪ از کارمندان سازمان اول، ۵٪ از دوم، ۵٪ از سوم و ۴٪ از چهارم مرد می‌باشند. از بین شرکت کنندگان سمینار به طور تصادفی یک نفر را انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه آن مرد باشد چیست؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

$$0/549 \quad (۴)$$

$$0/761 \quad (۳)$$

$$0/518 \quad (۲)$$

$$0/482 \quad (۱)$$

۸۵- از مجموع $A = \{1, 2, \dots, 20\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد یک عدد اول باشد چقدر است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

$$\frac{2}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{40}{90} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۸۶- فرض کنید $P(E) = 0/7$ و $P(F) = 0/6$ و حوادث E, F مستقل باشند. آنگاه $P(E' \cup F)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$0/72 \quad (۴)$$

$$0/58 \quad (۳)$$

$$0/9 \quad (۲)$$

$$0 \quad (۱)$$

۸۷- در پنج بار پرتاب یک سکه سالم، در چند حالت می‌توان دو شیر را مشاهده کرد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$120 \quad (۴)$$

$$60 \quad (۳)$$

$$10 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۱)$$

۸۸- شخصی در جیب خود سه سکه دارد که دو تای آن معمولی و دیگری هر دو روی آن خط است، یکی از سکه‌ها را به تصادف از جیب خود در آورده و پرتاب می‌کند. نتیجه خط است. احتمال اینکه هر دو روی سکه خط باشد. چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$1 \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$



۸۹- پنج رقم ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم احتمال اینکه عدد پنج رقمی حاصل زوج باشد، کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۹۰- در یک جعبه تعداد ۱۰ قطعه مشابه موجود است که ۳ قطعه معیوب است. نمونه‌ای دو تایی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه هر دو قطعه انتخابی معیوب باشد چیست؟

(حسابداری - سراسری ۸۵)

$$\frac{47}{90} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{15} \quad (2)$$

$$\frac{6}{15} \quad (1)$$

۹۱- در کارخانه‌ای ۳ بخش تولیدی وجود دارد. احتمال اینکه بخش اول کالای غیراستاندارد تولید کند ۱۰٪، بخش دوم ۵۰٪ و بخش سوم ۱۰٪ است. تولیدات این بخشها به ترتیب ۴۰٪، ۵۰٪، ۱۰٪ می‌باشد احتمال اینکه یک کالای غیراستاندارد از تولیدات بخش دوم باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۹۲- در کیسه‌ای چهار مهره سفید و شش مهره قرمز وجود دارد، مهره‌ای از کیسه بیرون می‌آوریم و بدون نگاه کردن به رنگ آن، آن را کنار می‌گذاریم، مهره دومی بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$$\frac{4}{10} \quad (4)$$

$$\frac{3}{10} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{3}{9} \quad (1)$$

۹۳- ۱۰۰ نفر که سن آنها در ۴۰ سال است به تصادف انتخاب و آنها را معاینه نموده، جدول زیر حاصل شده است. به شرط ناسالم بودن فرد، احتمال اینکه او سیگاری باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

	سالم	ناسالم
سیگاری	۸	۴۳
غیرسیگاری	۴۲	۷

$$\frac{2}{45} \quad (2)$$

$$\frac{1}{54} \quad (1)$$

$$\frac{4}{86} \quad (4)$$

$$\frac{3}{46} \quad (3)$$

۹۴- در کارخانه‌ای ۳ بخش تولیدی وجود دارد. احتمال اینکه بخش اول کالای غیراستاندارد تولید کند ۱۰٪، بخش دوم ۵۰٪ و بخش سوم ۱۰٪ است. تولیدات این بخشها به ترتیب ۴۰٪، ۵۰٪، ۱۰٪ می‌باشد احتمال اینکه یک کالای غیراستاندارد از تولیدات بخش دوم باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۹۵- به چند طریق می‌توان ۵ گلوله قرمز یکسان، ۳ گلوله سفید یکسان و ۴ گلوله سیاه یکسان را در یک ردیف قرار داد؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$$\frac{12!}{5! \times 4!} \times 3! \quad (4)$$

$$\frac{12!}{5! \times 3! \times 4!} \quad (3)$$

$$5! \times 3! \times 4! \quad (2)$$

$$12! \quad (1)$$

۹۶- از محصولات دو کارخانه متمایز به ترتیب ۲۰ درصد و ۳۰ درصد کالای تولید شده تاریخ تولید ندارند، اگر از هر محصول این دو، یک کالا انتخاب کنیم با کدام احتمال لااقل یکی از کالاها تاریخ تولید دارد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

$$\frac{1}{96} \quad (4)$$

$$\frac{1}{94} \quad (3)$$

$$\frac{1}{92} \quad (2)$$

$$\frac{1}{86} \quad (1)$$

۹۷- سه دستگاه متمایز به ترتیب ۳۰ درصد، ۵۰ درصد و ۲۰ درصد محصولات کارگاهی را تولید می‌کنند. درصد محصولات معیوب این سه دستگاه به ترتیب ۴ و ۳ و ۲ می‌باشد. اگر یکی از محصولات این کارگاه به تصادف انتخاب شود با کدام احتمال این محصول سالم است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$\frac{1}{979} \quad (4)$$

$$\frac{1}{969} \quad (3)$$

$$\frac{1}{952} \quad (2)$$

$$\frac{1}{925} \quad (1)$$

۹۸- به چند طریق حروف کلمه ABADAN را بدون توجه به مفهوم آن به صورت ۴ تایی در یک ردیف کنار هم می‌توان قرار داد؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$72 \quad (4)$$

$$64 \quad (3)$$

$$56 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$



(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

۹۹- اگر $P(A) = 0/2$ و $P(B) = 0/4$ و $P(A \cap B) = 0/4$ باشد آنگاه رویدادهای A و B:

- (۱) وابسته‌اند. (۲) مکمل‌اند. (۳) ناسازگارند. (۴) مستقل‌اند.

 $P(A) = 0/4, P(B) = 0/5, P(A \cup B) = 0/6$

۱۰۰- در جامعه‌ای احتمال حوادث به صورت روبرو بدست آمده است:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

احتمال حادثه A به شرط حادثه B کدام است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/75$ (۳) $0/2$ (۴) $0/3$

۱۰۱- در ساختن یک نوع کالا، ۱۰ درصد آنها معیوب هستند، سه واحد محصول را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه حداقل یکی از آنها

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

سالم باشد چقدر است؟

- (۱) $0/91$ (۲) $0/001$ (۳) $0/999$ (۴) $0/09$

۱۰۲- در یک دانشکده ۶۰٪ دانشجویان پسر و ۴۰٪ دخترند. ۲۵٪ دانشجویان پسر و ۱۰٪ دانشجویان دختر درس آمار گرفته‌اند. اگر

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

دانشجویی که به تصادف انتخاب شده است درس آمار را گرفته باشد، احتمال اینکه این دانشجو پسر باشد چقدر است؟

- (۱) $0/60$ (۲) $0/25$ (۳) $0/78$ (۴) $0/80$

۱۰۳- اگر A و B دو حادثه مستقل از هم باشند و $P(A) = 0/5$ و $P(B) = 0/65$ باشد، $P(A/B)$ برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

- (۱) $0/05$ (۲) $0/325$ (۳) $0/65$ (۴) $0/8$

۱۰۴- چهار غرفه در یک فروشگاه که مستقل از هم کار می‌کنند از نظر تعداد خریدار روزانه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. احتمال اینکه در طول یک

روز مشتری به غرفه اول مراجعه کند $0/6$ ، این احتمال برای غرفه‌های دوم و سوم و چهارم به ترتیب $0/9$ ، $0/8$ و $0/7$ می‌باشد. احتمال اینکه در طول

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

یک روز اقلای یکی از غرفه‌ها مشتری داشته باشد چقدر است؟

- (۱) $0/024$ (۲) $0/976$ (۳) $0/90$ (۴) $0/050$

۱۰۵- مسافر برای خرید بلیط می‌تواند به یکی از ۳ گیشه ایستگاه راه‌آهن مراجعه نماید. احتمال اینکه او به گیشه اول مراجعه نماید. مساوی است با

 $\frac{1}{3}$ ، به گیشه دوم مراجعه نماید مساوی است با $\frac{1}{3}$ و به گیشه سوم مراجعه نماید مساوی با $\frac{1}{6}$ است. احتمال اینکه بلیط در گیشه وجود نداشته باشد بهترتیب برای گیشه اول $\frac{1}{5}$ ، گیشه دوم $\frac{1}{6}$ و گیشه سوم $\frac{1}{8}$ می‌باشد. مسافر به یکی از گیشه‌ها مراجعه کرده و بلیط خریده است. احتمال اینکه مسافر به

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

گیشه اول مراجعه کرده باشد چیست؟

- (۱) $0/812$ (۲) $0/204$ (۳) $0/001$ (۴) $0/589$

۱۰۶- در یک جعبه تعداد ۱۰ قطعه مشابه موجود است که ۳ قطعه معیوب است. نمونه‌ای دوتایی انتخاب می‌شود. احتمال اینکه هر دو قطعه انتخابی

(حسابداری - آزاد ۸۵)

معیوب باشد چیست؟

- (۱) $\frac{6}{15}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{47}{90}$

۱۰۷- یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم احتمال آنکه مجموع اعداد ظاهر شده برابر ۶ یا ۱۲ باشد کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۵)

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشد حاصل $P(A) - P(A') - P(A \cap B)$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۵)

- (۱) $P(B)$ (۲) $P(B')$ (۳) $P(A \cap B')$ (۴) $P(A' \cap B)$

۱۰۹- از میان ۶ زوج متأهل دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال اینکه این دو نفر زن و شوهر باشند کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۵)

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{13}$ (۴) $\frac{3}{11}$



۱۱۰- تعداد دانشجویان کلاس A دو برابر دانشجویان کلاس B است و نسبت دختران در این دو کلاس به ترتیب $\frac{4}{6}$ و $\frac{6}{6}$ است. اگر دختری به تصادف از این دو کلاس انتخاب شود، احتمال اینکه متعلق به کلاس A باشد چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$\frac{4}{86} \quad (4)$$

$$\frac{3}{57} \quad (3)$$

$$\frac{2}{6} \quad (2)$$

$$\frac{4}{4} \quad (1)$$

۱۱۱- اعداد ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ بر روی ۶ مهره یکسان نوشته شده‌اند، اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم با کدام احتمال مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ خواهد بود؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

$$\frac{4}{15} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۱۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد، با کدام احتمال تعداد دفعات پرتاب شده فرد است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

$$\frac{6}{11} \quad (4)$$

$$\frac{5}{11} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۱۳- دستگاه فشارسنج در ۹۰٪ اوقات روزهای بارانی را درست پیش‌بینی می‌کند. همچنین در ۷۰٪ موارد روزهای آفتابی را درست پیش‌بینی می‌کند. می‌دانیم در یک شهر ۴۰٪ روزها هوا بارانی است فرض کنید دستگاه فشارسنج روز شنبه را بارانی پیش‌بینی کند. احتمال اینکه واقعاً باران ببارد چقدر خواهد بود؟

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$90\% \quad (2)$$

$$40\% \quad (1)$$

۱۱۴- در یک جنگل کوچک ۵۰ درخت وجود دارد به‌طوری که ۱۲ درخت سرو، ۸ درخت صنوبر، ۴ درخت کاج و بقیه درخت اقاقیا، ۴ درخت را به تصادف بریده‌ایم احتمال اینکه دقیقاً ۲ درخت سرو و ۲ درخت کاج باشد چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$\frac{396}{\binom{50}{4}} \quad (4)$$

$$\frac{12}{50} \times \frac{4}{50} \quad (3)$$

$$\frac{2}{12} \times \frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{50} \quad (1)$$

۱۱۵- به چند طریق می‌توان ۹ مجسمه متمایز را در ۴ بوستان قرار داد به‌طوری که در بوستان بزرگتر سه مجسمه و در هر یک از بوستان‌های دیگر ۲ مجسمه قرار داده شود؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$6570 \quad (4)$$

$$6750 \quad (3)$$

$$7560 \quad (2)$$

$$7650 \quad (1)$$

۱۱۶- در یک تاس ناسالم احتمال آمدن هر عدد متناسب با خود آن عدد است. در پرتاب این تاس احتمال ظاهر شدن عدد زوج کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (1)$$

۱۱۷- ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۱ را تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال سه رقم متوالی به ترتیب صعودی، در عدد ۵ رقمی حاصل دیده می‌شوند؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{4}{15} \quad (1)$$

۱۱۸- به چند طریق می‌توان فقط به ۱۰ پرسش از ۱۲ پرسش داده شده پاسخ داد به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول اجباری باشد؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

$$140 \quad (4)$$

$$120 \quad (3)$$

$$65 \quad (2)$$

$$56 \quad (1)$$

۱۱۹- ۳۰ درصد مراجعین به یک بیمارستان مبتلا به بیماری نوع A و ۲۰ درصد مبتلا به بیماری نوع B و ۵۰ درصد مبتلا به بیماری نوع C می‌باشند احتمال معالجه کامل این بیماران به ترتیب $\frac{6}{6}$ و $\frac{4}{4}$ و $\frac{3}{3}$ است. بیماری از بیمارستان مرخص می‌شود احتمال سالم بودن وی چقدر است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۶)

$$\frac{4}{41} \quad (4)$$

$$\frac{3}{15} \quad (3)$$

$$\frac{8}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{18} \quad (1)$$



۱۲۰- به چند طریق می‌توان ۸ کارمند را در ۲ اتاق ۳ نفره و یک اتاق دو نفره جا داد؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

(۱) ۵۶۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۵۲۰ (۴) ۵۸۰

۱۲۱- ۳۰ درصد مراجعین به یک بیمارستان مبتلا به بیماری نوع A و ۲۰ درصد مراجعین مبتلا به بیماری نوع B و ۵۰ درصد مبتلا به بیماری نوع C می‌باشند احتمال معالجه کامل این بیماران به ترتیب ۶/۰ و ۴/۰ و ۳/۰ است. بیماری از بیمارستان مرخص می‌شود احتمال سالم بودن وی چقدر است؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

(۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۴۱ (۳) ۰/۰۸ (۴) ۰/۱۵

۱۲۲- در یک جعبه ۶۰ عدد ترانزیستور وجود دارد که ۶ تای آنها نامرغوب است. اگر به تصادف ۴ ترانزیستور از جعبه خارج کنیم. احتمال این که همه آن‌ها نامرغوب باشد چقدر است؟ (حسابداری - آزاد ۸۶)

(۱) $(\frac{6}{60})^4$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{19 \times 29 \times 59}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۳- در یک مسابقه دوچرخه‌سواری ۴۳ دوچرخه سوار قرار است در یک جاده کمربندی دور شهری مسابقه دهند، در چند مورد یا حالت دوچرخه سواران می‌توانند مقام اول، دوم و سوم را کسب نمایند؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

(۱) ۱۲۹ (۲) ۱۷۶۳ (۳) ۱۲۳۴۱ (۴) ۷۴۰۴۶

۱۲۴- در پرتاب دو سکه سالم به هوا احتمال حصول حداقل یک شیر (Head) چند است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۵- ظرفی شامل ۴ مهره سفید و n مهره سیاه است ($n > 1$). دو مهره پی در پی بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. n چقدر باشد تا احتمال اینکه مهره اول سفید و مهره دوم سیاه باشد، برابر $\frac{1}{5}$ شود؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۱۲

۱۲۶- اگر $P(A_1) = \frac{1}{4}$, $P(A_2) = \frac{1}{6}$, $P(B|A_1) = \frac{1}{2}$, $P(B|A_2) = \frac{1}{5}$ باشد، احتمال $P(A_1|B)$ عبارتست از: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

(۱) ۰/۷۲ (۲) ۰/۲۷ (۳) ۰/۱۱ (۴) ۰/۰۳

۱۲۷- ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، به تصادف کنار هم قرار می‌گیرند، با کدام احتمال بین هر دو رقم یکسان دو رقم متمایز قرار می‌گیرند؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

(۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{1}{18}$

۱۲۸- در یک آزمایش مهارت احتمال موفقیت دو نفر به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{4}$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آن دو موفق می‌شوند؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۲۹- ۵ تیم دو نفره بدمینتون در یک مسابقه شرکت می‌کنند. فرض کنید این افراد قرار است دور یک میز طوری قرار بگیرند که نفرات هر تیم در کنار هم قرار داشته باشند، این افراد به چند طریق می‌توانند دور این میز قرار بگیرند؟ (محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) $4! \times 2^4$ (۲) $4! \times 2^5$ (۳) $5! \times 2^4$ (۴) $5! \times 2^5$

۱۳۰- در یک کارخانه قرار است یک نفر استخدام شود. ۴۰٪ افراد مراجعه کننده حداقل مدرک کارشناسی دارند، ۶۰٪ از افراد مراجعه کننده سابقه شغل قبلی دارند، ۱۵٪ از افراد مراجعه کننده حداقل مدرک کارشناسی داشته و سابقه شغل قبلی نیز دارند. احتمال اینکه فردی که استخدام می‌شود قبلاً سابقه شغل نداشته باشد و حداقل مدرک کارشناسی داشته باشد چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) ۱۵٪ (۲) ۲۰٪ (۳) ۲۵٪ (۴) ۶۰٪

۱۳۱- در کیسه A، ۴ مهره سفید و ۶ مهره آبی و در کیسه B، ۷ مهره سفید و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تصادف از یکی از دو کیسه، مهره‌ای بیرون آورده شده و کنار گذاشته می‌شود، (بدون نگاه کردن به رنگ آن) مهره دومی را بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه این مهره سفید باشد، چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) $\frac{4}{20}$ (۲) $\frac{7}{20}$ (۳) $\frac{11}{20}$ (۴) $\frac{5}{39}$



۱۳۲- در یک سالن ورزشی ۴۰ نفر ورزشکار وجود دارند که ۱۰ نفر در حال انجام ورزش والیبال، ۲۵ نفر در حال انجام ورزش فوتبال و بقیه در حال انجام ورزش بسکتبال هستند می‌خواهیم که کمیته ۱۰ نفری انتخاب کنیم به طوری که ۳ نفر از تیم والیبال، ۵ نفر از تیم فوتبال و بقیه بسکتبال باشند، احتمال این رویداد کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{\binom{10}{3} \binom{25}{5} \binom{5}{2}}{\binom{40}{10}} \quad (2) \frac{\binom{10}{3} \binom{25}{5} \binom{5}{2}}{40^{10}} \quad (3) \frac{10! 25! 5!}{40^{10}} \quad (4) \frac{10! 25! 5!}{\binom{40}{10}}$$

۱۳۳- از بین حروف کلمه MANAGEMENT به چند طریق می‌توان سه حرف انتخاب کرد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) 30 \quad (2) 32 \quad (3) 36 \quad (4) 40$$

۱۳۴- از حروف کلمه OPERATOR به چند طریق می‌توان ۴ حرف کنار گذاشت؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

$$(1) 32 \quad (2) 36 \quad (3) 70 \quad (4) 72$$

۱۳۵- شش نفر کارمند را به طور تصادفی در اتاق‌های ۱ نفره، ۲ نفره و ۳ نفره جای می‌دهیم. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر در یک اتاق جای می‌گیرند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{1}{6} \quad (2) \frac{1}{12} \quad (3) \frac{2}{15} \quad (4) \frac{4}{15}$$

۱۳۶- سه ماشین A، B و C به ترتیب ۵۰، ۳۵ و ۱۵ درصد محصولات کارخانه‌ای را تولید می‌کنند. محصولات آن‌ها به ترتیب ۱، ۲ و ۳ درصد معیوب هستند. از میان محصولات این کارخانه یک محصول به تصادف انتخاب می‌کنیم، اگر این محصول معیوب باشد با کدام احتمال با ماشین C تولید شده است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{1}{5} \quad (4) \frac{1}{6}$$

۱۳۷- هر یک از ارقام ۵، ۳، ۲، ۱ را بر روی ۴ گوی یکسان نوشته و در ظرفی ریخته‌ایم. به تصادف یک گوی خارج کرده و با ثبت شماره آن دوباره به ظرف بر می‌گردانیم با تکرار این عمل در سه بار متوالی به ترتیب ارقام عدد سه رقمی حاصل می‌شود، با کدام احتمال در این عدد سه رقمی لاکل یک بار عدد ۲ وجود دارد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{37}{64} \quad (2) \frac{27}{64} \quad (3) \frac{17}{32} \quad (4) \frac{13}{32}$$

۱۳۸- در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک مهره از ظرف خارج کرده و مهره‌ای با رنگ دیگر به داخل ظرف می‌اندازیم، بار دوم مهره دیگری از ظرف خارج می‌کنیم، اگر هر دو مهره خارج شده هم‌رنگ باشند با کدام احتمال هر دو سفید هستند؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) \frac{3}{8} \quad (4) \frac{5}{16}$$

۱۳۹- اگر A و B مستقل، $P(A) = 0/2$ ، $P(A \cap B) = 0/06$ ، باشد، $P(A \cup B)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

$$(1) 0/018 \quad (2) 0/44 \quad (3) 0/5 \quad (4) 0/56$$

۱۴۰- در بازرسی نشان داده شده است که ۹۶ درصد یک کالا بر طبق استاندارد می‌باشد. یک بازرسی ساده، کالای استاندارد را با احتمال ۹۵ درصد مرغوب تشخیص می‌دهد و محصول غیر استاندارد را با احتمال ۸ درصد مرغوب تشخیص می‌دهد. احتمال اینکه کالای بازرسی شده (بازرسی گذشته) استاندارد تشخیص داده شود، چقدر است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

$$(1) 0/918 \quad (2) 0/996 \quad (3) 0/923 \quad (4) 0/890$$

۱۴۱- شش نفر کارشناس مدیریت را به چند طریق می‌توان به ۳ شهر اعزام کرد به طوری که تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$(1) 60 \quad (2) 180 \quad (3) 240 \quad (4) 360$$



۱۴۲- شش نفر دانشجو که دو نفر آنان از گروه مدیریت، دو نفر از گروه حسابداری و دو نفر دیگر از گروه آمار می‌باشند دور یک میز گرد می‌نشینند. با کدام احتمال افراد هم گروه کاملاً مقابل هم قرار می‌گیرند؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{1}{15} \quad (۲) \frac{1}{12} \quad (۳) \frac{1}{8} \quad (۴) \frac{1}{6}$$

۱۴۳- در ظرف اول ۱ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوم ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. به تصادف یک مهره از ظرف اول برداشته بدون رویت در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف دوم دو مهره با هم خارج می‌کنیم، با کدام احتمال هر دو مهره خارج شده سفید است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$(۱) ۰/۱۲ \quad (۲) ۰/۱۸ \quad (۳) ۰/۲۴ \quad (۴) ۰/۳۶$$

۱۴۴- در یک رمز عبور شش رقمی بدون صفر با کدام احتمال دقیقاً سه رقم مضرب ۳ و یک رقم مضرب ۴ می‌باشد؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{320}{81 \times 81} \quad (۲) \frac{640}{81 \times 81} \quad (۳) \frac{80}{27 \times 27} \quad (۴) \frac{160}{27 \times 27}$$

۱۴۵- از ۱۰ پست در یک اداره، می‌خواهند ۳ پست را به علت کمی مراجعه‌کننده حذف کنند. احتمال اینکه پست به خصوصی حذف نشود، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{7}{9} \quad (۲) \frac{7}{10} \quad (۳) \frac{3}{9} \quad (۴) \frac{3}{10}$$

۱۴۶- اگر $A \cup B$ برابر فضای نمونه، $P(A) = ۰/۷$ و $P(B) = ۰/۶$ باشد، مقدار $P(B - A')$ چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$(۱) ۰/۱۸ \quad (۲) ۰/۳ \quad (۳) ۰/۴۲ \quad (۴) ۰/۷$$

۱۴۷- احتمال وجود سفره‌ی زیرزمینی نفتی در مناطق مختلف یک استان $۰/۴$ است. احتمال برخورد چاه حفر شده به نفت حتی در حالت وجود سفره نفتی تنها $۰/۳$ است. اگر یک چاه در این استان به تصادف حفر شود، احتمال عدم برخورد آن به نفت چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$(۱) ۰/۱۲ \quad (۲) ۰/۲۸ \quad (۳) ۰/۳۰ \quad (۴) ۰/۸۸$$

۱۴۸- با حرف کلمه APPLICATION به چند طریق می‌توان یک رمز عبوری سه حرفی ساخت؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$$(۱) ۳۶۰ \quad (۲) ۳۷۸ \quad (۳) ۳۹۹ \quad (۴) ۴۲۰$$

۱۴۹- در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک مهره از ظرف خارج کرده و مهره‌ای با رنگ دیگر با داخل ظرف می‌اندازیم، بار دوم مهره دیگری از ظرف خارج می‌کنیم، اگر هر دو مهره خارج شده هم رنگ باشند با کدام احتمال هر دو سفید هستند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{1}{4} \quad (۲) \frac{1}{3} \quad (۳) \frac{3}{8} \quad (۴) \frac{5}{16}$$

۱۵۰- فرض کنید از یک کلاسی که شامل ۲۰ دانشجو باشد (۱۲ پسر و ۸ دختر) یک کمیته ۵ نفری که شامل ۳ دانشجوی دختر و ۲ دانشجوی پسر می‌باشد، انتخاب نماییم. احتمال چنین پیشامدی کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{\binom{12}{2} \binom{8}{3}}{\binom{20}{5}} \quad (۲) \frac{12! 8!}{2! 20! 3!} \quad (۳) \binom{20}{5} \binom{12}{20} \binom{8}{20} \quad (۴) \binom{20}{5} \left(\frac{3}{8}\right)^3 \left(\frac{2}{12}\right)^2$$

۱۵۱- در کیسه اول ۴ مهره قرمز، ۲ مهره سفید و ۴ مهره آبی وجود دارد و در کیسه دوم ۳ مهره قرمز، ۶ مهره سفید و ۱ مهره آبی وجود دارد. از یکی از کیسه‌ها به تصادفی مهره‌ای بیرون می‌آوریم، احتمال این که مهره سفید باشد، کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{2}{10} \quad (۲) \frac{4}{10} \quad (۳) \frac{6}{10} \quad (۴) \frac{8}{10}$$

۱۵۲- در یک کارخانه ۱۰۰ نفر شاغل هستند که ۵۶ نفر سابقه شغلی بیش از ۵ سال در این کارخانه دارند. همچنین ۴۴ نفر قبلاً در جایی دیگر نیز کار کرده‌اند، همچنین ۱۵ نفر سابقه شغلی بیش از ۵ سال در این کارخانه دارند و قبلاً نیز در جایی دیگر کار کرده‌اند فردی را به تصادف از میان ۱۰۰ نفر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که سابقه شغلی بیش از ۵ سال نداشته باشد و قبلاً نیز در جایی دیگر کار کرده باشد، کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$(۱) \frac{56}{100} \quad (۲) \frac{44}{100} \quad (۳) \frac{29}{100} \quad (۴) \frac{15}{10}$$



۱۵۳- در کارخانه‌ای دو دستگاه مستقل از هم کار می‌کنند. احتمال آنکه هر یک از این دو دستگاه درست کار کند برابر $\frac{3}{4}$ است. احتمال آنکه هر دو کار کنند (درست کار کنند)، چقدر است؟

(حسابداری - آزاد ۸۸)

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{64} \quad (3)$$

$$\frac{2}{16} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

۱۵۴- در جعبه A، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه قرار دارد. از هر یک از این دو جعبه یک مهره بیرون می‌کشیم، احتمال آنکه همرنگ باشند، کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۸)

$$\frac{18}{35} \quad (4)$$

$$\frac{6}{35} \quad (3)$$

$$\frac{12}{35} \quad (2)$$

$$\frac{15}{35} \quad (1)$$

۱۵۵- اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، مقدار $P(A \cap B)$ کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۸)

$$P(A).P(B) - P(A \cup B) \quad (4)$$

$$P(A) + P(B) \quad (3)$$

$$P(A).P(B) \quad (2) \quad P(A) + P(B) - P(A \cup B) \quad (1)$$

۱۵۶- مفهوم «احتمال» کدامیک از گزاره‌های زیر می‌باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

(۱) احتمال نسبت تعداد حالات مساعد در آزمایش بر تعداد حالات نامساعد حادثه در آزمایش گویند.

(۲) اندازه امکان وقوع حادثه را احتمال گویند.

(۳) احتمال عبارت است از شانس وقوع چیزی

(۴) نسبت تعداد حالات کل ممکن به تعداد حالات مساعد را احتمال گویند.

۱۵۷- در موسسه تولیدی دو خط تولیدی مشابه وجود دارد که به ترتیب ۴۰ درصد و ۶۰ درصد کل تولید توسط آنها انجام می‌گیرد. آزمایش‌ها نشان داده است که ۳ درصد از محصول خط اول و ۴ درصد محلول خط دوم معیوب هستند. اگر یک واحد محصول به طور تصادفی انتخاب شود و آن محصول معیوب باشد، احتمال اینکه این واحد محصول از خط دوم انتخاب شده باشد چیست؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

$$\frac{4}{75} \quad (4)$$

$$\frac{3}{25} \quad (3)$$

$$\frac{2}{667} \quad (2)$$

$$\frac{333}{3} \quad (1)$$

۱۵۸- در پرتاب همزمان یک سکه و یک تاس، احتمال آمدن ۵ به شرط ظاهر شدن شیر روی سکه برابر است با:

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۵۹- در یک جامعه درصد گروه خونی نوع A، B، AB، O به ترتیب ۴۰، ۲۰، ۱۰، ۳۰ می‌باشد. اگر دو فرد از این جامعه انتخاب شوند با کدام احتمال فقط گروه خونی یکی از نوع A است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۸)

$$\frac{4}{64} \quad (4)$$

$$\frac{3}{48} \quad (3)$$

$$\frac{2}{24} \quad (2)$$

$$\frac{1}{36} \quad (1)$$

۱۶۰- محصول کارخانه‌ای از دو نوع ماشین A و B برحسب کیفیت خوب و متوسط مطابق جدول زیر تقسیم شده است. احتمال اینکه محصول متوسطی از این کارخانه از نوع B باشد کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

نوع ماشین	نوع محصول	
	متوسط	خوب
A	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
B	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$

$$\frac{4}{6} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{1} \quad (2)$$

$$\frac{6}{6} \quad (1)$$

۱۶۱- با حروف کلمه "SUCCESS" چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$142 \quad (4)$$

$$114 \quad (3)$$

$$124 \quad (2)$$

$$141 \quad (1)$$

۱۶۲- هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را بر روی شش کارت باریک نوشته به‌طور تصادفی در کنار هم قرار می‌دهیم تا عدد شش رقمی حاصل شود. با کدام احتمال عدد حاصل مضرب ۶ یا مضرب ۵ می‌باشد؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$



۱۶۳- سه کارگر A، B و C به ترتیب ۴۰ درصد، ۳۶ درصد و ۲۴ درصد ظروف سرامیک فروشگاهی را تولید می‌کنند. درصد صنایع دستی معیوب این کارگران به ترتیب ۳، ۲ و ۱ می‌باشد. اگر یک ظرف تولیدی معیوب باشد، با کدام احتمال این ظرف معیوب را کارگر C تولید کرده است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$(1) \frac{1}{9} \quad (2) \frac{1}{8} \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{2}{9}$$

۱۶۴- سه کتاب ریاضی و چهار کتاب اقتصاد را در یک ردیف کنار هم قرار می‌دهیم. احتمال اینکه کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های اقتصاد نیز کنار هم قرار بگیرند، برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$(1) \frac{2}{35} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{12}{7!} \quad (4) \frac{1}{6!}$$

۱۶۵- با حروف کلمه STANDARD چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$(1) 576 \quad (2) 606 \quad (3) 596 \quad (4) 612$$

۱۶۶- از محصولات تولیدی یک کارخانه ۴۵ درصد تاریخ مصرف ندارند، ۳۰ درصد برچسب قیمت ندارند و ۲۵ درصد نه تاریخ مصرف دارند و نه برچسب قیمت، ۴ درصد کل محصول معیوب است. اگر کالایی از بین آنها انتخاب شود، با کدام احتمال این کالا تاریخی مصرف و برچسب قیمت دارد و سالم است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$(1) 0/45 \quad (2) 0/50 \quad (3) 0/48 \quad (4) 0/54$$

۱۶۷- هفت مجسمه متمایز را به چند طریف می‌توان در سه پارک مورد نظر به تعداد ۲ و ۲ و ۳ مجسمه قرار داد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$(1) 84 \quad (2) 168 \quad (3) 105 \quad (4) 210$$

۱۶۸- از ظرفی که دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است، ۳ مهره بیرون می‌آوریم. اگر فقط دو مهره از آنها هم‌رنگ باشند، با کدام احتمال ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه خارج شده‌اند؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$(1) \frac{2}{5} \quad (2) \frac{3}{5} \quad (3) \frac{3}{7} \quad (4) \frac{4}{7}$$

۱۶۹- شخصی در سه امتحان پی‌درپی شرکت می‌کند. احتمال قبولی وی در امتحان اول ۰/۶ و احتمال قبولی وی در امتحانات بعدی به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی به ترتیب ۰/۶ یا ۰/۳ است، شرط پذیرش، قبولی حداقل در دو امتحان است، احتمال پذیرش وی کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$(1) 0/405 \quad (2) 0/496 \quad (3) 0/504 \quad (4) 0/512$$

۱۷۰- با استفاده از جدول زیر $P(A|D)$ برابر است با: (حسابداری - آزاد ۸۹)

	A	B
C	۲	۱
D	۳	۵

$$(1) \frac{5}{8} \quad (2) \frac{5}{11} \quad (3) \frac{3}{8} \quad (4) \frac{3}{5}$$

۱۷۱- اگر A و B مستقل و $P(A) = 0/3$ و $P(A \cap B) = 0/06$ باشد، $P(A \cup B)$ برابر است با: (حسابداری - آزاد ۸۹)

$$(1) 0/5 \quad (2) 0/56 \quad (3) 0/44 \quad (4) 0/18$$

۱۷۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = 0/2$ و $P(B) = 0/22$ و $P(B|A) = 0/7$ باشد آنگاه $P(B'|A')$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

$$(1) 0/64 \quad (2) 0/72 \quad (3) 0/84 \quad (4) 0/90$$

۱۷۳- با حروف کلمه «APPLICATION» رمز عبور ۴ حرفی می‌سازیم. در چند رمز آن ممکن است حروف تکراری باشد؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

$$(1) 720 \quad (2) 7 \quad (3) 765 \quad (4) 774$$



۱۷۴- مسئول یک تیم فوتبال می‌داند که احتمال بارندگی 30% درصد است و خطر مصدوم شدن یک بازیکن در زمین خیس 60% درصد بیشتر از زمین معمولی است. اگر خطر مصدوم شدن یک بازیکن در زمین خیس 24% باشد، با کدام احتمال بازیکن مصدوم می‌شود؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

- (۱) $154/0$ (۲) $168/0$ (۳) $177/0$ (۴) $183/0$

۱۷۵- به چند طریق 10 نفر می‌توانند برای بازی والیبال به دو گروه مساوی تقسیم شوند؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

- (۱) 168 (۲) 252 (۳) 126 (۴) 504

۱۷۶- فرض کنید $P(A) = 3/0$ ، $P(B) = 4/0$ و $P(A \cap B') = 1/0$ آنگاه $P(A \cup B')$ چقدر است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

- (۱) $3/0$ (۲) $7/0$ (۳) $5/0$ (۴) $4/0$

۱۷۷- دو نفر تیرانداز به طور مستقل از یکدیگر به یک هدف تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه نفر اول به هدف بزند مساوی $7/0$ و احتمال به هدف خوردن تیر دومی برابر $9/0$ است. احتمال اینکه حداقل یکی از آن‌ها به هدف بزنند چیست؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۲)

- (۱) $50/0$ (۲) $97/0$ (۳) $85/0$ (۴) $65/0$

۱۷۸- مصرف آب در شهری دارای توزیع ناشناخته با میانگین 400 هزار متر مکعب در هر روز است. این احتمال که مصرف آب در این شهر در یکی از روزهای آینده حداقل 500 هزار متر مکعب باشد، کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۳)

- (۱) $4/0$ (۲) $7/0$ (۳) $6/0$ (۴) $8/0$

۱۷۹- به طور متوسط از هر 1000 کالای تولیدی کارخانه‌ای، یک کالا معیوب است. از بین 4000 کالای موجود این کارخانه، احتمال معیوب بودن حداکثر 3 کالا، چند برابر احتمال سالم بودن تمام کالای موجود است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۴)

- (۱) $18 \frac{1}{3}$ (۲) $19 \frac{2}{3}$ (۳) $21 \frac{1}{3}$ (۴) $23 \frac{2}{3}$

۱۸۰- در صورتی که $Y = 5X + 15$ باشد و میانگین و انحراف معیار X را به ترتیب 1 و 2 بگیریم. ضریب پراکندگی نسبی Y برابر کدام است؟ (مدیریت - دکتری ۹۴)

- (۱) $25/0$ (۲) $50/0$ (۳) 1 (۴) 4

۱۸۱- فروش کارخانه آلفا در سال گذشته 91 درصد کاهش و امسال 44 درصد افزایش داشته است. در این صورت متوسط نرخ رشد فروش در این دو سال، چند درصد است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۵)

- (۱) -64 (۲) -8 (۳) 6 (۴) 36

۱۸۲- در 56 داده آماری $\sum (x_i - 15) = 0$ و $\sum (x_i - 15)^2 = 126$ و $\sum (x_i - 15)^2 = -140$ ضریب چولگی آن کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۵)

- (۱) $47/0$ (۲) $26/0$ (۳) $74/0$ (۴) $53/0$

۱۸۳- یک جامعه 15 عضوی با میانگین 12 و انحراف معیار 4 با جامعه دیگر 10 عضوی با میانگین 13 و انحراف معیار 5 ترکیب شده‌اند، واریانس جامعه حاصل کدام است؟ (حسابداری - دکتری ۹۵)

- (۱) $19/72$ (۲) $19/84$ (۳) $19/60$ (۴) $19/48$



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱- گزینه «۳» در اینجا به کلمه‌ی فقط دقت شود.

$$P = P(A - B) + P(B - A) = P(\text{فقط فرد } A \text{ بزند}) + P(\text{فقط فرد } B \text{ بزند}) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A)P(B') + P(B)P(A') = 0/3 \times 0/5 + 0/5 \times 0/7 = 0/5$$

به دلیل مستقل بودن

۲- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/2 + 0/4 - 0/8 = 0/52$$

به دلیل مستقل بودن

۳- گزینه «۳» هیچ کدام غیراستاندارد نباشند یعنی لامپ اول و لامپ دوم و لامپ سوم استاندارد باشند.

$$P(A) = \frac{10}{15} \times \frac{10}{15} \times \frac{10}{15} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

۴- گزینه «۲» پس از بیرون آوردن ۱ گلوله‌ی سیاه و ۲ گلوله‌ی سفید در کیسه ۳ گلوله‌ی سفید و ۲ گلوله‌ی سیاه موجود است، بنابراین احتمال بیرون آوردن یک گلوله‌ی سفید برابر $\frac{3}{5}$ است.

۵- گزینه «۴» به کلمه‌ی حداقل دقت شود، از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$$P = 1 - P(\text{متخصص انتخاب نشود}) = 1 - \frac{C_3^7}{C_3^{10}} = 1 - \frac{\frac{7!}{3!4!}}{\frac{10!}{3!7!}} = 1 - \frac{7!}{10!} \times \frac{3!7!}{4!} = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

۶- گزینه «۳» طبق اصل ضرب داریم:

$$6^m \times 2^n = 6^2 \times 2^1 = 36 \times 2 = 72$$

۷- گزینه «۳» احتمال آنکه دست‌کم یکی از آنها زنده بماند به مفهوم حداقل یک نفر زنده ماندن است که بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{8}{10}$$

روش دوم (روش متمم): هیچکدام زنده نباشد.

$$P(A' \cap B') = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

۸- گزینه «۱» با توجه به قانون احتمال کل و استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(E) = P(A) \times P(E|A) + P(B) \times P(E|B) = P(A) \times P(E|A) + P(B) \times [1 - P(E^c|B)] = 0/3 \times 0/1 + 0/4(1 - 0/8) = 0/11$$

۹- گزینه «۴» طبق قضیه تقسیم n شیء بین k فرد مختلف که به صورت $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$\frac{9!}{3!2!2!2!} = 7560$$

۱۰- گزینه «۱» یعنی دو سند اول صحیح باشند و سند سوم اشتباه باشد:

$$P = P(A') \times P(A') \times P(A) = 0/9 \times 0/9 \times 0/1 = 0/81$$

۱۱- گزینه «۳» ابتدا کتابهای علمی را یک دسته فرض می‌کنیم اکنون ۵ کتاب داریم ۴ کتاب ادبی و یک کتاب علمی که خود کتابهای علمی می‌توانند به ۳! بین خود جایگشت داشته باشند بنابراین:

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

ادبی ادبی ادبی ادبی علمی علمی علمی علمی



۱۲- گزینه «۲» طبق قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cup B) = 0/3 + 0/4 - 0/2 = 0/5$

۱۳- گزینه «۴» هر تست را به ۴ حالت می‌توان جواب داد، تست اول ۴ حالت، تست دوم ۴ حالت، تست سوم ۴ حالت ... تست بیستم ۴ حالت. بنابراین تعداد کل راه‌هایی که می‌توان این ۲۰ تست را پاسخ داد برابر است با:

$$\underbrace{4 \times 4 \times \dots \times 4}_{20 \text{ تا}} = 4^{20}$$

۱۴- گزینه «۴» هر دو رأسی که مجاور نباشند، یک قطر تشکیل می‌دهد C_n^2 اما n تا رأس مجاور داریم که یک یال تشکیل می‌دهند. بنابراین $C_n^2 - n$.

۱۵- گزینه «۴» طبق قضیه‌ی اجتماع $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ اما توجه کنید که در اینجا $P(A \cap B)$ مورد نیاز است که آن را از رابطه‌ی احتمال شرطی بدست می‌آوریم و در رابطه‌ی بالا جاگذاری می‌کنیم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = p(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$

۱۶- گزینه «۱» طبق رابطه‌ی احتمال شرطی جاگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} n(S) = 11 \\ n(A \cap D) = 3 \\ n(D) = 8 \end{cases} \quad P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{8}{11}} = \frac{3}{8}$$

۱۷- گزینه «۱» در خانواده‌ی ۴ فرزندی، فضای نمونه $2^4 = 16$ حالت وجود دارد، از روش مکمل استفاده می‌کنیم.

P (هر چهار فرزند دختر باشند) $= 1 - P$ (هیچ پسری نباشد) $= 1 - P$ (حداقل یک پسر باشد)

$$= 1 - P(GGGG) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۸- گزینه «۲» احتمال آنکه مسئله حل شود به مفهوم آن است که حداقل یکی از دو نفر مسئله را حل کند.

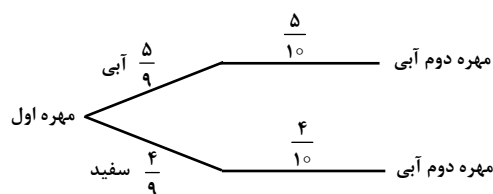
A: پیشامد آن که حسن مسئله را حل کند. و B: پیشامد آن که حسین مسئله را حل کند. توجه کنید A و B مستقلند

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0/4 + 0/5 - (0/4 \times 0/5) = 0/7$$

۱۹- گزینه «۴» برای آنکه حفاری به نتیجه برسد، یا باید حفاری اول به نتیجه برسد و یا اینکه اگر حفاری اول به نتیجه نرسد، باید حفاری دوم به نتیجه برسد که به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$P \text{ (حفاری اول به نتیجه نرسد و حفاری دوم به نتیجه برسد)} + P \text{ (حفاری اول به نتیجه برسد)} = 0/2 + (0/8 \times 0/2) = 0/36$$

۲۰- گزینه «۳» با توجه به قانون احتمال کل به صورت زیر خواهیم داشت:



$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A') = P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')$$

$$= \left(\frac{4}{9} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{10}\right) = \frac{41}{90}$$

B: مهره دوم آبی باشد. A: مهره اول سفید باشد.

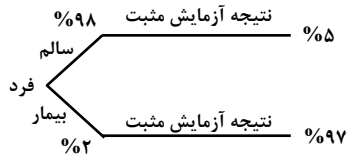
۲۱- گزینه «۱» طبق قضیه‌ی اجتماع به صورت زیر مقادیر داده شده را جاگذاری می‌کنیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/35 = 0/1 + 0/3 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/5$$

۲۲- گزینه «۳» توجه کنید که A و B مستقل‌اند لذا مکمل آنها نیز مستقل است.

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = [1 - P(A)] \times [1 - P(B)] = 0/7 \times 0/8 = 0/56$$

۲۳- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به صورت مقابل است:

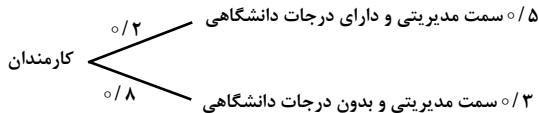


$$P(\text{نتیجه آزمایش مثبت و بیمار باشد} | \text{نتیجه آزمایش مثبت باشد} | \text{بیمار بودن فرد}) = \frac{P(\text{نتیجه آزمایش مثبت باشد})}{P(\text{نتیجه آزمایش مثبت})}$$

$$\frac{P(\text{بیمار}) \cdot P(\text{نتیجه مثبت} | \text{بیمار باشد})}{P(\text{نتیجه مثبت باشد})} = \frac{0.02 \times 0.97}{0.02 \times 0.97 + 0.98 \times 0.05} = 0.2836$$

از احتمال کل $\rightarrow$ (نتیجه مثبت باشد)

۲۴- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{مدیریتی} | \text{درجات دانشگاهی}) = \frac{0.2 \times 0.5}{(0.2 \times 0.5) + (0.3 \times 0.3)} = \frac{0.1}{0.34} = 0.29$$

۲۵- گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی استقلال دو پیشامد و رابطه احتمال شرطی:

از استقلال نتیجه می‌شود

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(A|B) = P(A) = 0.3$$

۲۶- گزینه «۴» ۲ لامپ سوخته، ۸ لامپ سالم است نمونه‌ی برداشته شده نیز ۲ لامپ است. بنابراین طبق رابطه‌ی احتمال کلاسیک خواهیم داشت:

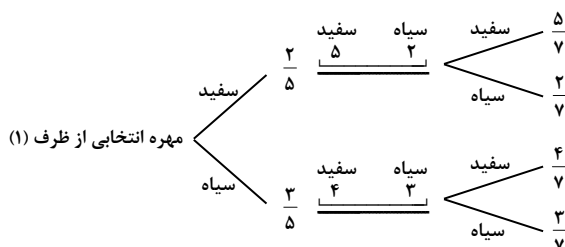
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{28}{45}$$

A: پیشامد اینکه هر دو لامپ سالم باشند.

۲۷- گزینه «۱» طبق قانون احتمال کل و نمودار درختی خواهیم داشت:



$$P(\text{اولی سفید}) = P(\text{اولی سفید} | \text{دومی سیاه}) \times P(\text{اولی سیاه}) + P(\text{اولی سفید} | \text{دومی سفید}) \times P(\text{اولی سفید})$$



$$P(\text{سیاه بودن مهره کیسه دوم}) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{6}{20} + \frac{12}{15} = \frac{13}{35}$$

۲۸- گزینه «۴» با توجه به قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد مقدار $P(A \cup B)$ را محاسبه می‌کنیم توجه کنید که در اینجا A و B مستقل هستند و می‌توان به جای اشتراک این دو پیشامد ضرب آنها را قرار داد تا مقدار $P(B)$ را بدست آوریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow 0.06 = 0.3 \times P(B) \Rightarrow P(B) = 0.2$$

اکنون با بدست آوردن $P(B)$ مقدار $P(A \cup B)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0.3 + 0.2 - (0.3 \times 0.2) = 0.44$$



۲۹- گزینه «۲» بسته‌ی ۱۲ تایی دارای دو جوراب نقص‌دار است لذا ۱۰ عدد سالم است. اکنون به طور کلی ۳ جوراب از ۱۲ جوراب انتخاب می‌شود بنابراین

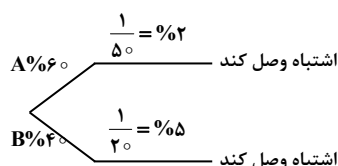
$n(S) = \binom{12}{3}$ ، از طرفی بین ۳ جوراب می‌خواهیم ۱ عدد نقص‌دار باشد و دو عدد دیگر سالم باشد. یعنی $n(A) = \binom{2}{1} \binom{10}{2}$ لذا خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{2}{1} \binom{10}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$$

۳۰- گزینه «۱» از رابطی $P(A) = \frac{\text{طول بازه } A}{\text{کل بازه}}$ استفاده می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{(10-4) + (12-6) + (16-10)}{22-2} = \frac{18}{20} = 0.9$$

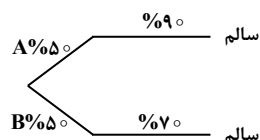
۳۱- گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(A | \text{اشتباه وصل کند}) = P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.6 \times 0.2}{0.6 \times 0.2 + 0.4 \times 0.5} = 0.375$$

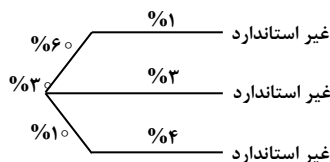
۳۲- گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم. توجه کنید در صورت سؤال احتمال سالم بودن خواسته شده

است که احتمال هر کدام ۹۰٪ و ۷۰٪ است:



$$P(B | \text{سالم}) = \frac{0.5 \times 0.7}{0.5 \times 0.9 + 0.5 \times 0.7} = 0.44$$

۳۳- گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{غیر استاندارد} | \text{درجه دو}) = \frac{0.3 \times 0.3}{0.6 \times 0.1 + 0.3 \times 0.3 + 0.1 \times 0.4} = 0.474$$

۳۴- گزینه «۳» فاکتوریل‌ها را به صورت باز می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x! = x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \\ (x-1)! = (x-1) \cdot (x-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \end{cases}$$

$$\frac{x!}{(x-1)!} = \frac{x \cdot \cancel{(x-1)} \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \dots \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{(x-1)} \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \dots \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = x$$

بنابراین حاصل به صورت روبرو است:

۳۵- گزینه «۱» سه رقم ۷ و ۸ و ۹ به طور تصادفی به $3! = 6$ حالت در یک ردیف مرتب می‌شوند و در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند، اما از این ۶ حالت فقط

یک حالت عدد ۹۸۷ بدست می‌آید. بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

۳۶- گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی اجتماع و استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$0.65 = 0.5 + P(B) - 0.5P(B) \Rightarrow 0.65 - 0.5 = P(B) - 0.5P(B) \Rightarrow 0.15 = P(B)(1 - 0.5) \Rightarrow 0.15 = 0.5P(B) \Rightarrow \frac{0.15}{0.5} = 0.3$$

۳۷- گزینه «۳» به کلمه‌ی حداقل دقت شود. از روش مکمل استفاده می‌کنیم، یعنی ابتدا احتمال آنکه هیچ‌یک از سه آژیر به صدا در نیایند را محاسبه

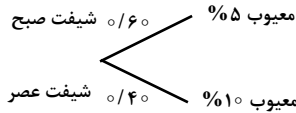
کرده و سپس مکمل آن جواب مسئله است.

A: پیشامد آن که حداقل یکی از سه آژیر خطر به صدا درآید. و A' : پیشامد آن که هیچ یک از سه آژیر خطر به صدا در نیاید.

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - (0.5 \times 0.5 \times 0.5) = 1 - (0.125)$$



۳۸- گزینه «۴» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{معیوب} | \text{شیفت صبح}) = \frac{0.6 \times 0.05}{0.6 \times 0.05 + 0.4 \times 0.1} = \frac{3}{7}$$

۳۹- گزینه «۲» از قانون احتمال کل و قضیه‌ی مکمل استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$P_{(\text{معیوب})} = (0.02 \times 0.5) + (0.04 \times 0.3) + (0.06 \times 0.2) = 0.034 \quad P_{(\text{سالم})} = 1 - P_{(\text{معیوب})} = 1 - 0.034 = 0.966$$

$$\text{تعداد حالات} = \frac{9!}{4!3!2!} = 1260$$

۴۰- گزینه «۲» طبق قضیه‌ی جایگشت با تکرار خواهیم داشت:

۴۱- گزینه «۳» توجه کنید چون با جایگذاری است، ترتیب رنگ مهره‌ها مهم است:

$$P(\text{هم‌رنگ نباشد}) = P(\text{قرمز}) \times P(\text{سبز}) \times P(\text{سفید}) \times 3! = \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{5}{10} \times 6 = 0.18$$

۴۲- گزینه «۴» به دلیل آنکه سیستم موازی است، لذا زمانی سیستم کار می‌کند که حداقل یکی از اجزاء کار کند.

A: پیشامد آن که جزء اول کار کند. B: پیشامد آن که جزء دوم کار کند.

$$P(\text{کارکردن سیستم}) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.9 + 0.9 - (0.9 \times 0.9) = 0.99$$

۴۳- گزینه «۱» تعداد راه‌های جایگشت n شی که n₁ شیء آن از نوع اول و n_k شی آن از نوع k ام باشد برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \dots n_k!} \quad \left(\begin{matrix} 10 \\ 3 \ 3 \ 2 \end{matrix} \right) = \frac{10!}{3! \ 3! \ 2!} = 50400$$

۴۴- گزینه «۳» اعداد بدون صفر بین ۱۰۰ و ۳۰۰، ۳ رقمی هستند که با ارقام ۱ و ۲ و ۹ ساخته می‌شوند و همچنین رقم صدگان آن‌ها نباید

بزرگ‌تر از ۲ باشد، بنابراین برای پر کردن رقم صدگان فقط دو حالت ۱ و ۲ را داریم پس خواهیم داشت:

$$2 \times 9 \times 9 = 162$$

اعداد ۱ یا ۲

۴۵- گزینه «۱» در اینجا نیز چون تعداد افراد بیشتر از تعداد ماه‌های یک سال است، در نتیجه حداقل ۲ نفر در یک ماه متولد شده‌اند. بنابراین پیشامد

خواسته شده یک پیشامد حتمی است و احتمال رخ دادن پیشامد حتمی برابر یک است.

۴۶- گزینه «۲» تعداد کل برابر است با:

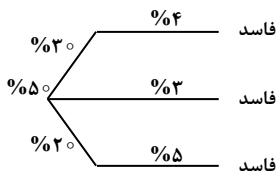
$$n(S) = 18 + 13 + 17 + 16 = 64 \quad P(\text{زن با تحصیل متوسط}) = \frac{n(\text{زن با تحصیل متوسط})}{n(S)} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} \quad ; \quad \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

در پرتاب دوم در پرتاب اول

۴۷- گزینه «۳» اگر اولین ۶ در پرتاب دوم ظاهر شود، یعنی پرتاب اول عددی غیر از ۶ آمده است. در نتیجه خواهیم داشت:

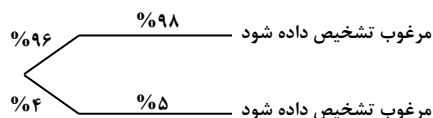
۴۸- گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{فاسد و متعلق به سومی}) = \frac{P(\text{فاسد باشد} | \text{متعلق به سومی})}{P(\text{فاسد بودن})} = \frac{0.3 \times 0.05}{0.3 \times 0.04 + 0.5 \times 0.03 + 0.2 \times 0.05} = 0.27$$



۴۹- گزینه «۴» با توجه به قانون احتمال کل، نمودار درختی آن به صورت زیر است:



$$P(\text{بازرسی شده} \mid \text{استاندارد باشد}) = \frac{96\% \times 98\%}{96\% \times 98\% + 4\% \times 5\%} = 0.998$$

۵۰- گزینه «۴» A: پیشامد مرد بودن و پیشامد B را پیشامد داشتن دیپلم ریاضی در نظر می‌گیریم:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A \mid B) = \frac{15}{30} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

۵۱- گزینه «۳» A: پیشامد اینکه هر دو مهره هم‌رنگ نباشند $\equiv$ یکی سفید و یکی سیاه باشد.

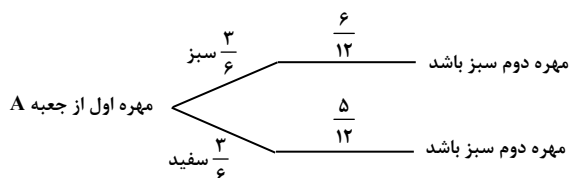
$$n(S): \text{انتخاب ۲ مهره از بین ۵ مهره} = \binom{5}{2}$$

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{2 \times 3}{10} = \frac{3}{5}$$

$$n(A): \text{انتخاب یک مهره سفید} \binom{2}{1} \text{ و انتخاب یک مهره سیاه} \binom{3}{1}$$

۵۲- گزینه «۴» چون می‌خواهیم تمامی کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند آن‌ها را یک کتاب در نظر می‌گیریم که همراه با چهار کتاب ادبی پنج کتاب داریم و راه‌های قرار دادن این ۵ کتاب کنار هم برابر ۵! حالت است و همچنین کتاب‌های ریاضی به ۳! حالت می‌توانند کنار هم در بین خودشان جایگشت داشته باشند؛ بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

۵۳- گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل و نمودار درختی زیر احتمال آنکه مهره‌ی دوم به رنگ سبز باشد، برابر است با:



$$\Rightarrow P(G_2) = \frac{3}{6} \times \frac{6}{12} + \frac{3}{6} \times \frac{5}{12} = \frac{11}{24}$$

$$n(S) = 6^3 = 216$$

۵۴- گزینه «۲» سه تاس را که پرتاب می‌کنیم حالات کل فضای نمونه برابر است با:

اما تعداد حالات مطلوب عبارت است از شش حالت که در تاس اول مشاهده می‌کنیم، در تاس دوم عدد مشاهده شده نباید مانند اولی باشد، لذا ۵ حالت خواهیم داشت و در تاس سوم عدد مشاهده شده نباید مانند اولی و دومی باشد که تعداد حالات آن برابر با ۴ حالت است. بنابراین خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6 \times 5 \times 4}{216} = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$$

$$A \Rightarrow n(A) = 30 \quad \text{رشته مدیریت}$$

۵۵- گزینه «۱» به کلمه‌ی لااقل دقت کنید. از قضیه‌ی اجتماع استفاده می‌کنیم:

$$B \Rightarrow n(B) = 20 \Rightarrow n(A \cup B) = ? \quad \text{رشته حسابداری}$$

$$A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 20 - 10 = 40$$

۵۶- گزینه «۳» روش اول: حالات کل فضای نمونه برابر است با: $n(S) = 2^3 = 8$ حرف g معادل دختر بودن و حرف b معادل پسر بودن است.

$$S = \{ (g, g, g), (g, g, b), (g, b, g), (b, g, g), (b, b, g), (b, g, b), (g, b, b), (b, b, b) \}$$

حالات مطلوب یعنی حداقل یک پسر (یک پسر یا بیشتر):

$$A = \{ (g, g, b), (g, b, g), \dots, (b, b, b) \}$$

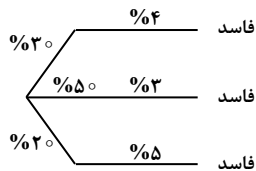
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$



روش دوم: به کلمه‌ی حداقل دقت کنید. از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

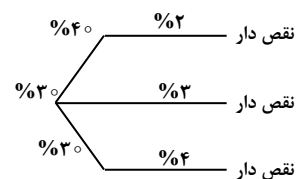
$$P(\text{حداقل یک فرزند پسر}) = 1 - P(\text{اصلاً پسر نباشد}) = 1 - P(\text{هر سه دختر باشند}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

احتمال دختر بودن هر فرزند برابر با $\frac{1}{4}$ می‌باشد بنابراین احتمال اینکه هر سه فرزند دختر باشند برابر با $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ است.



۵۷- گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل، نمودار درختی آن به صورت زیر است:

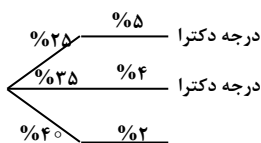
$$P(\text{بسته فاسد باشد}) = 0.3 \times 0.4 + 0.5 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 = 0.37$$



۵۸- گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده کرده و نمودار درختی آن به صورت زیر است:

$$P(\text{نقص دار از خط دوم باشد} | \text{خط دوم}) = \frac{P(\text{نقص دار باشد})}{P(\text{نقص دار باشد} | \text{خط دوم})}$$

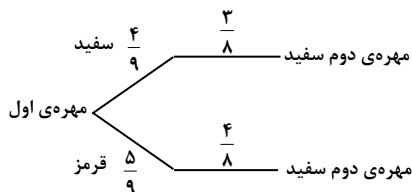
$$= \frac{0.3 \times 0.3}{0.4 \times 0.2 + 0.3 \times 0.3 + 0.3 \times 0.4} = 0.31$$



۵۹- گزینه «۴» طبق قضیه‌ی بیز نمودار درختی آن به صورت زیر است:

$$P(\text{درجه دکترا} | \text{کارمند اداره دوم}) = \frac{0.25 \times 0.4}{0.25 \times 0.5 + 0.35 \times 0.4 + 0.4 \times 0.2} = 0.4$$

۶۰- گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم:



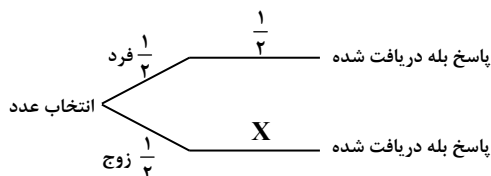
$$P(\text{مهره اول و دوم سفید}) = \frac{P(\text{مهره سفید} | \text{مهره اول سفید})}{P(\text{مهره دوم سفید})}$$

$$= \frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{5}{18}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{8}{18}} = \frac{3}{8}$$

۶۱- گزینه «۳» به کلمه‌ی حداقل دقت شود. از روش مکمل استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال آنکه سرمایه‌های تولیدی هیچ نقضی نداشته باشند را محاسبه

می‌کنیم و در اینصورت مکمل آن جواب مسئله خواهد بود:

$$P(\text{حداقل یک نقض}) = 1 - P(\text{هیچ نقضی نداشته باشد}) = 1 - (0.8 \times 0.7 \times 0.9) = 0.5$$



۶۲- گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز توجه کنید که نسبت کلی کسانی که پاسخ به

گفته‌اند داده شده است و همانطور که در نمودار مشخص است، X مجهول مسئله است.

$$\frac{20}{50} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times X \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{2} X = \frac{2}{5} \Rightarrow X = 0.3$$

$$n(S) = 6^2 = 36$$

۶۳- گزینه «۲» وقتی ۲ تاس را پرتاب می‌کنیم، تعداد حالات کل فضای نمونه برابر است با:

اما حالات مطلوب آن است که عدد تاس دوم حداقل ۲ واحد بیشتر از عدد تاس اول باشد.

$$A = \{(1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,5), (3,6), (4,6)\} ; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$



۶۴- گزینه «۲» هر فرد مدیریت و هر فرد اقتصاد و هر فرد حسابداری به $2!$ حالت می‌توانند جابه‌جا شوند، اما خود دسته‌ها جابجایی ندارند، چراکه میزگرد است و از ابتدا جای افراد دور میز مشخص شده است. بنابراین تعداد حالات برابر است، $2! \times 2! \times 2! = 8$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{3}\binom{3}{1} + \binom{6}{4}\binom{3}{0}}{\binom{9}{4}} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$

۶۵- گزینه «۴» به کلمه‌ی حداقل دقت شود لااقل سه کالا سالم باشد به مفهوم آن است که ۳ کالای برداشته شده سالم و دیگری خراب و یا هر ۴ کالای برداشته شده سالم باشند. تعداد کل حالات نیز انتخاب ۴ کالا از ۹ کالا است.

۶۶- گزینه «۲» می‌دانیم که یکی از فرزندان پسر است. بنابراین فضای نمونه از ۴ حالت به ۳ حالت کم می‌شود، که ما می‌خواهیم لااقل یکی از فرزندان دختر باشد.

$$S = \{(b, g), (g, b), (b, b)\} \\ A = \{(b, g), (g, b)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

۶۷- گزینه «۳» برای زوج بودن این عدد شش رقمی باید یکان زوج باشد (عدد ۲) اکنون ۵ رقم باقیمانده را $(1, 1, 2, 3, 3)$ را در سایر جاها با توجه به قضیه‌ی جایگشت با تکرار جابجایی می‌کنیم.

$$\frac{5!}{2!2!1!} \times \frac{2!}{2!} = \frac{120}{4} \times 1 = 30 \times 1 = 30$$

۵ رقم دیگر با ۵ عدد دیگر حالت ۱

۶۸- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بی‌ز خواهیم داشت:

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A | B_2) \cdot P(B_2)}{P(A | B_1) \cdot P(B_1) + P(A | B_2) \cdot P(B_2) + P(A | B_3) \cdot P(B_3)}$$

$$= \frac{0/02 \times 0/3}{0/02 \times 0/2 + 0/02 \times 0/3 + 0/05 \times 0/5} = \frac{6}{35}$$

۶۹- گزینه «۱» برای اینکه سه مهره هم‌رنگ نباشد به مفهوم آن است که یکی از مهره‌های قرمز انتخاب شود، یکی از مهره‌های سبز انتخاب شود و یکی از مهره‌های سفید و دقت شود که با جایگذاری می‌باشد. احتمال سفید بودن $\frac{5}{10}$ ، احتمال سبز بودن $\frac{2}{10}$ و احتمال قرمز بودن $\frac{3}{10}$ است. بنابراین $\frac{5}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{100}$ (هم‌رنگ نبودن) P که جواب گزینه (۱) می‌باشد.

۷۰- گزینه «۲» اطلاعات صورت مسأله به صورت روبرو است:

$$A: \text{علاقه مند به ادامه تحصیل} \Rightarrow P(A) = \frac{15}{40}$$

$$B: \text{علاقه مند به فوتبال} \Rightarrow P(B) = \frac{20}{40}$$

$$A \cap B: \text{علاقه مند به ادامه تحصیل و فوتبال} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$P(A \cap B) = P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

از قانون دمورگان استفاده می‌کنیم:

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - \left[\frac{15}{40} + \frac{20}{40} - \frac{5}{40} \right] = 1 - \frac{30}{40} = \frac{10}{40} = 0/25 = 25\%$$

۷۱- گزینه «۲» تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب دو تاس برابر $6^2 = 36$ است.

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\} \Rightarrow n(A) = 10$$

و حالاتی که اعداد رو شده متوالی باشند عبارتست از:

$$P(\text{دو عدد متوالی نباشند}) = 1 - P(\text{هر دو متوالی باشند}) = 1 - \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$



۷۲- گزینه «۳» لااقل یکی یعنی $A \cup B$

$$P(A \cap B) = 0/35$$

A: پیشامد موفقیت روش جدید آموزش $P(A) = 0/6$

B: پیشامد هزینه کمتر از بودجه پیش‌بینی $P(B) = 0/5$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/6 + 0/5 - 0/35 = 0/75$$

۷۳- گزینه «۳» ابتدا یکی از کارمندان کارشناسی ارشد را بعنوان رئیس گروه انتخاب می‌کنیم که تعداد حالات آن برابر $\binom{6}{1}$ است. سپس از بین ۵ نفر

باقی‌مانده کارمندان کارشناسی ارشد و ۹ نفر کارمندان کارشناسی ۴ نفر دیگر را انتخاب می‌کنیم که تعداد حالات برابر $\binom{14}{4}$ است. بنابراین:

$$\binom{6}{1} \binom{14}{4} = 6 \times \frac{14!}{4!10!} = \frac{6 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 6006$$

۷۴- گزینه «۱» ۶۰ مورد از ۱۰۰ مورد مفید بوده، پس احتمال موفقیت $0/6$ است و عدم موفقیت $0/4$ است. بنابراین:

$$\binom{5}{3} \times 0/6 \times 0/6 \times 0/6 \times 0/6 \times 0/4 \times 0/4 = 0/3456$$

۷۵- گزینه «۱» توجه کنید که انتخاب با جایگزینی است. بنابراین انتخاب‌ها از یکدیگر مستقلند.

$$P(\text{سومی آبی}) \times P(\text{دومی قرمز}) \times P(\text{اولی سفید}) = \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} \times \frac{6}{15} = \frac{120}{3375} = \frac{8}{225}$$

۷۶- گزینه «۳» به طور کلی برای انتخاب سه تخم مرغ از ۲۰ تخم مرغ داریم $n(S) = \binom{20}{3}$ می‌خواهیم هر سه تخم مرغ فاسد باشند یعنی تعداد حالات

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{1}{114}$$

مطلوب برابر است با: $n(A) = \binom{5}{3}$ بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

۷۷- گزینه «۳» به طور کلی یک نمونه‌ی ۵ تایی از کل مهره‌ها انتخاب می‌کنیم، بنابراین $n(S) = \binom{12}{5}$. اکنون حالات مطلوب انتخاب ۳ مهره‌ی سفید

است. یعنی از بین ۵ مهره‌ی انتخاب شده ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز باشند. $n(A) = \binom{7}{3} \binom{5}{2}$ بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} \binom{5}{2}}{\binom{12}{5}} = \frac{35 \times 10}{792} = 0/44$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

۷۸- گزینه «۱» با توجه به اینکه دو پیشامد A و B مستقلند، بنابراین:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + p(B) - P(A) \times p(B)$$

$$P(A \cup B) = 0/3 + 0/5 - (0/3) \times (0/5) = 0/65$$

$$P(A) + P(A^c) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(A^c)$$

۷۹- گزینه «۲» مجموع احتمال هر پیشامد و احتمال مکمل آن برابر با ۱ است:

۸۰- گزینه «۱» بنابر قانون احتمال شرطی $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ از طرفی دو پیشامد A, B مستقلند بنابراین $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ لذا:

$$P(A|B) = P(A) = 0/05$$



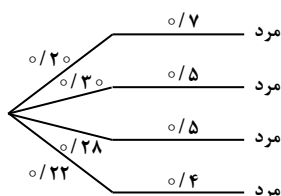
۸۱- گزینه «۳» همانطور که مشاهده می‌شود $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$ بنابراین B, A مستقلند.

۸۲- گزینه «۴» انتخاب ۳ نفر از بین ۵ نفر عبارت است از $n(S) = \binom{5}{3} = 10$ و حالات مطلوب برابر است با انتخاب ۳ نفر از E, D, B که برابر است

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{10} \quad \text{با } n(A) = \binom{3}{3} = 1 \text{ بنابراین:}$$

۸۳- گزینه «۱» کل حالات، انتخاب ۵ گلوله از ۱۱ گلوله است $n(S) = \binom{11}{5}$ حالات مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2}\binom{6}{3} + \binom{5}{3}\binom{6}{2}}{\binom{11}{5}} = \frac{10 \times 20 + 10 \times 15}{462} = 0.7576 \quad \text{بنابراین:}$$



۸۴- گزینه «۲» از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم، نمودار درختی آن به صورت زیر است:

$$P(\text{مرد}) = 0.2 \times 0.7 + 0.3 \times 0.5 + 0.28 \times 0.5 + 0.22 \times 0.4 = 0.518$$

۸۵- گزینه «۴» کل فضای نمونه، ده عضو دارد و حالات مطلوب، مجموعه‌ی B است.

$$A = \{1, 12, \dots, 20\} = S \Rightarrow n(S) = 10 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$B = \{1, 13, 17, 19\} \Rightarrow n(B) = 4$$

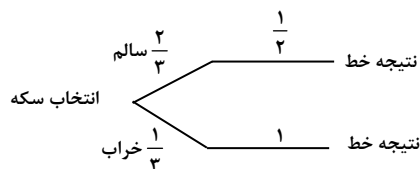
۸۶- گزینه «۴» چون F و E مستقلند هر تابعی از آنها نیز مستقل است، از قضیه‌ی اجتماع نیز استفاده کرده خواهیم داشت:

$$P(E' \cup F) = P(E') + P(F) - P(E' \cap F) \Rightarrow P(E' \cup F) = P(E') + P(F) - P(E'). P(F) \Rightarrow P(E' \cup F) = 0.3 + 0.6 - (0.3 \times 0.6) = 0.72$$

۸۷- گزینه «۲» انتخاب دو حالت از پنج حالت است که به صورت روبرو محاسبه می‌کنیم:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

۸۸- گزینه «۲» از قضیه‌ی بیز استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{سکه خراب باشد} \mid \text{نتیجه خط باشد}) = \frac{P(\text{سکه خراب باشد و نتیجه خط باشد})}{P(\text{نتیجه خط باشد})}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

۸۹- گزینه «۲» کل حالات ساختن عددی ۵ رقمی با تکرار است و حالت مطلوب نیز حالتی است که به اولین رقم سمت راست برابر ۲ باشد و بقیه‌ی ارقام

$$P(A) = \frac{4!}{3! \times 1!} = 0.4 \quad \text{جایگشت داشته باشند و مابقی ارقام از یک رقم ۲ و سه رقم ۱ تشکیل شده است که برابر با } \frac{4!}{3! \times 1!} \text{ است.}$$



۹۰- گزینه «۲» برای آنکه دو قطعه‌ی انتخابی معیوب باشد، باید این نمونه از سه قطعه‌ی معیوب انتخاب شود:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

پس کل حالات انتخاب نمونه‌ای از کل قطعات و حالات مطلوب انتخاب ۲ نمونه از ۳ قطعه‌ی معیوب است.

۹۱- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسئله به صورت زیر است:

$$P(\text{تولید غیراستاندارد} | \text{بخش دوم}) = \frac{P(\text{تولید غیراستاندارد بخش دوم})}{P(\text{تولید غیراستاندارد})}$$

$$= \frac{0.40 \times 0.50}{0.40 \times 0.10 + 0.50 \times 0.50 + 0.10 \times 0.10} = \frac{0.20}{0.25} = \frac{4}{5}$$

۹۲- گزینه «۴» این مسئله، مسئله‌ی خاصی است به نام مدل آوندپولیا. در مسائلی به این فرم که اطلاعاتی از رنگ مهره یا مهره‌های اول به ما داده نشده است ما این قسمت مسئله را در نظر نمی‌گیریم و فرض می‌کنیم که چنین کاری انجام نشده است و احتمال سفید بودن مهره‌ی دوم مانند بیرون آوردن مهره‌ی سفید در همان دفعه‌ی اول است.

$$P(\text{سفید بودن مهره}) = \frac{4}{10}$$

۹۳- گزینه «۴» شرط آن است که فرد ناسالم است؛ بنابراین فضای نمونه به تعداد $50 = 43 + 7$ است. افراد سالم را در نظر نمی‌گیریم. اکنون در بین این ۵۰ نفر تعداد سیگاری‌ها ۴۳ نفر است که $P(A) = \frac{43}{50} = 0.86$

۹۴- گزینه «۲» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسئله به صورت روبرو است:

$$P(\text{تولید غیراستاندارد} | \text{بخش دوم}) = \frac{P(\text{تولید غیراستاندارد بخش دوم})}{P(\text{تولید غیراستاندارد})}$$

$$= \frac{0.50 \times 0.50}{0.40 \times 0.10 + 0.50 \times 0.50 + 0.10 \times 0.10} = \frac{0.25}{0.25} = 1$$

۹۵- گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی جایگشت با تکرار که به صورت $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ است، تعداد حالات برابر است با:

$$\frac{12!}{5! \times 3! \times 4!}$$

۹۶- گزینه «۳»

$$P(A') = \frac{20}{100} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20}{100} = \frac{80}{100}$$

A: پیشامد اینکه محصول کارخانه‌ی اول تاریخ تولید داشته باشد.

$$P(B') = \frac{20}{100} \Rightarrow P(B) = 1 - \frac{30}{100} = \frac{70}{100}$$

B: پیشامد اینکه محصول کارخانه‌ی دوم تاریخ تولید داشته باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حداقل یکی یعنی A یا B یا هر دو که هم ارز $A \cup B$ است بنابراین:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \longrightarrow \text{از استقلال نتیجه می‌شود}$$

از آنجا که انتخاب محصول از کارخانه‌ی اول و دوم مستقل است:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(\text{حداقل یکی از کالاها تاریخ تولید داشته باشد}) = 0.8 + 0.7 - (0.8)(0.7) = 0.94$$



۹۷- گزینه «۳»

درصد سالم	درصد معیوب	میزان تولید	نوع دستگاه
۹۶٪	۴ درصد	۳۰ درصد	A_1
۹۷٪	۳ درصد	۵۰ درصد	A_2
۹۸٪	۲ درصد	۲۰ درصد	A_3

B: پیشامد معیوب بودن

$$P(B) = \sum P(B|A_i).P(A_i) = \frac{4}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{3}{100} \times \frac{50}{100} + \frac{2}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{120+150+40}{10000} = \frac{310}{10000} = 0.031$$

$$P(B') = 1 - 0.031 = 0.969$$

۹۸- گزینه «۴» توجه کنید که ABADAN ۳ حرف تکراری A دارد بنابراین باید به تفکیک حرف تکراری A حالت‌ها را مشخص کنیم. این کلمه ۶ حرف دارد.

$$\binom{4}{4} \times 4! = 24$$

(۱) ابتدا کلماتی ۴ حرفی که با یک حرف A درست شده‌اند مانند ABDN

$$\binom{3}{2} \times \frac{4!}{2!} = 36$$

(۲) کلماتی که ۲ حرف A دارند مانند ABFA یا NABA ...

انتخاب ۲ حرف
از حروف دیگر

$$\binom{3}{1} \times \frac{4!}{3!} = 3 \times 4 = 12$$

(۳) کلماتی که ۳ حرف A دارند مانند ABAA یا NAAA ...

انتخاب یک حرف از
حروف دیگر جایگشت حروف
مشابه A

$$72 = 24 + 36 + 12 = \text{کل حالات}$$

۹۹- گزینه «۱» شرط استقلال دو پیشامد: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ که برقرار نیست. شرط ناسازگاری آن است که $P(A \cap B) = 0$ که در اینجا مشاهده می‌شود که برقرار نیست. دو پیشامد مکمل هستند هرگاه $P(A) = 1 - P(B)$ که در اینجا برقرار نیست.۱۰۰- گزینه «۱» از ارتباط احتمال شرطی استفاده می‌کنیم، ولی ابتدا $P(A \cap B)$ را از قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد بدست می‌آوریم:

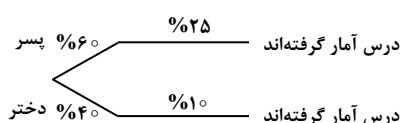
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.6 = 0.4 + 0.5 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

۱۰۱- گزینه «۳» از روش مکمل استفاده می‌کنیم احتمال معیوب بودن برای هر کدام ۱۰٪ است:

$$P(\text{حداقل یکی سالم باشد}) = 1 - P(\text{هیچکدام سالم نباشند}) = 1 - (0.1 \times 0.1 \times 0.1) = 0.999$$

۱۰۲- گزینه «۳» با توجه به قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{درس آمار گرفته} | \text{دانشجو پسر باشد}) = \frac{P(\text{درس آمار گرفته و دانشجو پسر باشد})}{P(\text{درس آمار گرفته})}$$

$$\frac{P(\text{پسر}) \cdot P(\text{درس آمار گرفته} | \text{پسر})}{P(\text{درس آمار گرفته})} = \frac{0.6 \times 0.25}{0.6 \times 0.25 + 0.4 \times 0.1} = 0.78$$



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

۱۰۳- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق رابطه‌ی احتمال شرطی:

$$P(A|B) = P(A) = 0/5$$

اما توجه کنید که دو پیشامد مستقلند. بنابراین $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ لذا خواهیم داشت:

۱۰۴- گزینه «۲» از روش مکمل احتمال استفاده می‌کنیم؛ به کلمه اقلأ توجه کنید:

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(\text{هیچکدام مشتری نداشته باشند}) = 1 - P(\text{اقلأ یکی از غرفه‌ها مشتری داشته باشند})$$

$$= 1 - P(\text{گرفه اول مشتری نداشته باشد و غرفه دوم مشتری نداشته باشد و غرفه سوم مشتری نداشته باشد و غرفه چهارم مشتری نداشته باشد}) = 1 - \left(\frac{4}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}\right) = 0/9976$$

۱۰۵- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با توجه به قانون احتمال کل و قضیه بیز خواهیم داشت:

$$P(\text{در گیشه اول بلیط خریده است} | \text{مراجعه به گیشه اول}) = \frac{P(\text{بلیط خریده است})}{P(\text{بلیط خریده است})}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{7}{8}} = 0/48$$

۱۰۶- گزینه «۲» در جعبه ۱۰ قطعه وجود دارد که ۳ تای آن معیوب است، بنابراین ۷ قطعه سالم داریم. احتمال مورد نظر برابر است با انتخاب ۲ قطعه‌ی معیوب از ۳ قطعه‌ی معیوب و انتخاب ۲ قطعه از ۱۰ قطعه که تعداد کل حالات است:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} \binom{7}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{\frac{3!}{2!(3-2)!}}{\frac{10!}{2!(10-2)!}} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

$$S = \{(1,1), \dots, (6,6)\} \Rightarrow n(S) = 36$$

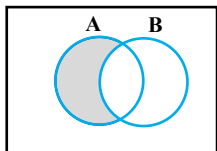
۱۰۷- گزینه «۳» حالات کل فضای نمونه برابر با ۳۶ است.

$$\begin{cases} A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36} \\ B = \{(6,6)\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{36} \end{cases}$$

A: پیشامد اینکه مجموع ۶ باشد.

B: پیشامد اینکه مجموع ۱۲ باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$



$$1 - P(A') - P(A \cap B)$$

۱۰۸- گزینه «۳» شکل به فهم مطلب بهتر کمک می‌کند.

$$1 - P(A') = P(A) \quad P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B')$$

$$A - (A \cap B) = A - B = A \cap B'$$

۱۰۹- گزینه «۱» از رابطه‌ی احتمال کلاسیک خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

A: پیشامد اینکه هر دو نفر زن و شوهر باشند.

$$n(S) = \text{تعداد انتخاب ۲ نفر از بین ۱۲ نفر} = \binom{12}{2}$$

$$n(A) = \text{تعداد انتخاب یک زوج از ۶ زوج} = \binom{6}{1}$$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$



۱۱۰- گزینه «۳» طبق قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:

$$A = \frac{2}{3} \quad \text{دانشجو دختر باشد.} \quad 0/4$$

$$B = \frac{1}{3} \quad \text{دانشجو دختر باشد.} \quad 0/6$$

$$\Rightarrow P(A | \text{دختر | کلاس}) = \frac{0/4 \times \frac{2}{3}}{0/4 \times \frac{2}{3} + 0/6 \times \frac{1}{3}} = 0/57$$

۱۱۱- گزینه «۱» تعداد کل حالات برابر است با:

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15$$

حالات مطلوب عبارت است از آنکه مجموع اعداد، مضرب سه باشد که بصورت زیر است:

$$A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 4), (3, 6), (4, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

ممکن است در بار اول پرتاب مجموع ۷ باشد: e_1
ممکن است در بار دوم پرتاب مجموع ۷ باشد: e_2
:

احتمال	e_1	e_2	e_3	...
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$	$(\frac{5}{6})^2 \times \frac{1}{6}$	...

۱۱۲- گزینه «۴» توجه کنید:

دو تاس را پرتاب کنیم احتمال مجموع (۷) برابر است با: $e_1 : \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$

دو تاس را پرتاب می‌کنیم، احتمال آنکه در بار دوم ۷ بیاید یعنی در بار اول نباید و در بار دوم مجموع ۷ بیاید.

$$P(e_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(e_2) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$P(e_1) + P(e_2) + \dots = \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \dots = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{6}{11}$$

حاصل جمع روبرو یک تصاعد هندسی است.

۱۱۳- گزینه «۴» با توجه به قضیه‌ی بیز نمودار درختی مسأله به صورت روبرو است:

$$P(\text{پیش‌بینی و ریزش باران}) = \frac{P(\text{پیش‌بینی باران})}{P(\text{پیش‌بینی باران})}$$

$$= \frac{0/90 \times 0/40}{0/90 \times 0/40 + 0/30 \times 0/60} = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

۱۱۴- گزینه «۴» طبق رابطه‌ی $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ کل حالات انتخاب ۴ درخت از کل ۵۰ درخت است که برابر با $\binom{50}{4}$ است، اکنون صورت کسر بالا

انتخاب ۲ درخت سرو از ۱۲ درخت سرو و ۲ درخت کاج از ۴ درخت کاج است که تعداد برابر است با:

$$\binom{12}{2} \binom{4}{2} = \frac{12!}{2!10!} \times \frac{4!}{2!2!} = 66 \times 6 = 396$$

$$P(A) = \frac{396}{\binom{50}{4}}$$

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با:

۱۱۵- گزینه «۲» از قضیه‌ی تقسیم n شیء متمایز بین k دسته‌ی مختلف بطوریکه در هر دسته تعداد معلوم است، استفاده می‌کنیم:

$$\binom{9}{3 \ 2 \ 2 \ 2} = \frac{9!}{3!2!2!2!} = 7560$$



x	۱	۲	۳	۴	۵
p(x)	p	۲p	۳p	۴p	۵p

۱۱۶- گزینه «۳» احتمال‌ها متناسب با هر نقطه است؛ بنابراین احتمال هر نقطه را بدست می‌آوریم:

$$\sum f(x) = 1 \Rightarrow p + 2p + 3p + 4p + 5p = 1 \Rightarrow 15p = 1 \rightarrow p = \frac{1}{15}$$

$$A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow p(A) = p(2) + p(4) + p(6) = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{6}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

احتمال زوج بودن به مفهوم آن است که:

۱, ۱, ۲, ۲, ۳

۱۱۷- گزینه «۳»

$$n(s) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!2!} = 10$$

A: پیشامد اینکه ۳ رقم متوالی به ترتیب صعودی باشد یعنی (۱۲۳)

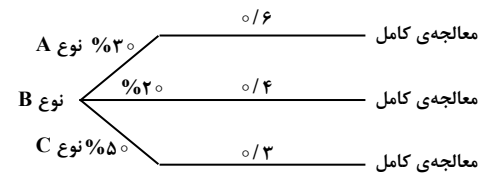
برای محاسبه $n(A)$ حالت ۱۲۳ را یک عدد و ۱ و ۲ و دو عدد جمعاً ۳ عدد در نظر می‌گیریم:

$$n(A) = 3! = 6 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۱۱۸- گزینه «۱» به کلمه‌ی حداقل دقت کنید. ابتدا ۱۲ سؤال را به دو قسمت ۵ سؤال اول و ۷ سؤال دوم تقسیم می‌کنیم، اکنون حداقل ۴ تا از ۵ تای اول یعنی ۴ تا از ۵ تای اول یا هر ۵ تا سؤال از ۵ تای اول را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{4} \binom{7}{6} + \binom{5}{5} \binom{7}{5} = 5 \times 7 + 1 \times 21 = 56$$

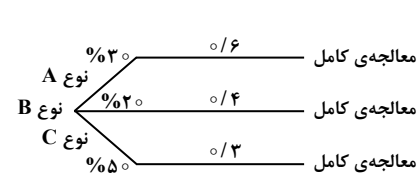
۱۱۹- گزینه «۴» با توجه به قانون احتمال کل و قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:



$$P(\text{سالم بودن}) = 30\% \times 60\% + 20\% \times 40\% + 50\% \times 30\% = 41\%$$

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} = \frac{8!}{3! \times 3! \times 2!} = 560$$

۱۲۰- گزینه «۱» با توجه به رابطه‌ی جایگشت با تکرار خواهیم داشت:



۱۲۱- گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی احتمال متوسط:

$$p(\text{معالجه کامل}) = 60\% \times 30\% + 40\% \times 20\% + 30\% \times 50\% = 41\%$$

۱۲۲- گزینه «۳» برای اینکه چهار ترانزیستور نامرغوب باشند، باید آنها را از شش ترانزیستور نامرغوب انتخاب کنیم:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{4} \binom{54}{0}}{\binom{60}{4}} = \frac{\frac{6!}{4!2!} \times \frac{54!}{0!54!}}{\frac{60!}{4!56!}} = \frac{1}{19 \times 29 \times 59}$$

$$P_{43}^3 = \frac{43!}{40!} = 74 \times 46$$

۱۲۳- گزینه «۴» می‌خواهیم ۳ مقام اول و دوم و سوم از بین ۴۳ نفر با ترتیب انتخاب کنیم:

۱۲۴- گزینه «۲» به کلمه‌ی حداقل توجه کنید حداقل یک شیر تعداد یک بار شیر ظاهر شود با هر دو بار شیر ظاهر شود.

$$S = \{HH, HT, TH, TT\},$$

$$A = \{HT, TH, HH\}$$

$$P(\text{حداقل یک شیر}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

۱۲۵- گزینه «۴»

جایگذاری $n=12$ است.
$$P(\text{مهره‌ی دوم سیاه و مهره‌ی اول سفید}) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4}{n+4} \times \frac{n}{n+4-1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4n}{(n+4)(n+4-1)} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

۱۲۶- گزینه «۱» در احتمال شرطی $P(A_1|B)$ به مقدار $P(A_1 \cap B)$ نیاز داریم که آن را با استفاده از رابطه‌ی $P(B|A_1)$ محاسبه می‌کنیم:

$$P(B|A_1) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(A_1)} \Rightarrow P(A_1 \cap B) = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{100}$$

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{4}{10} \times \frac{2}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{100}} = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{8}{100} + \frac{3}{100}} = \frac{8}{11} = 0.727$$

۱۲۷- گزینه «۳» کل حالات را از قضیه‌ی جایگشت با تکرار استفاده می‌کنیم:

$$\frac{6!}{2!2!2!} = 90 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

۶ حالت

- بین دو عدد ۱ اعداد ۲ یا اعداد ۳
- بین دو عدد ۲ اعداد ۱ یا اعداد ۳
- بین دو عدد ۳ اعداد ۱ یا اعداد ۲

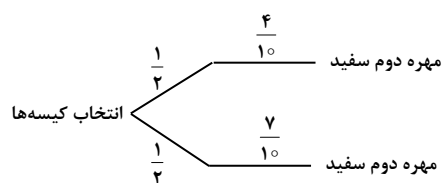
۱۲۸- گزینه «۳» کلمه‌ی حداقل معادل اجتماع بین پیشامدها است:
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

توجه کنید هر دو پیشامد مستقل هستند.

۱۲۹- گزینه «۲» ابتدا این ۵ تیم را به ۴! حالت دور میز مرتب می‌کنیم، اکنون هر تیم خودش به ۲ حالت جایجایی دارد که تعداد کل حالات برابر است با: $4! \times 2^5$

۱۳۰- گزینه «۳» صورت مسئله به صورت زیر است:
$$p(A) = \frac{40}{100} \quad p(A \cap B) = \frac{15}{100} \quad ; \quad p(B) = \frac{60}{100} \quad p(A \cap B') = ?$$

$$p(A \cap B') = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B') = \frac{40}{100} - \frac{15}{100} = \frac{25}{100}$$



۱۳۱- گزینه «۳» از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم، توجه کنید مهره‌ای که بیرون آورده

شده و هیچ اطلاعاتی از رنگ آن به ما داده نشده است، هیچ تأثیری در محاسبه‌ی احتمال ما

ندارد. به نمودار درختی روبرو توجه کنید:

$$\Rightarrow p(\text{مهره دوم سفید باشد}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{11}{20}$$

۱۳۲- گزینه «۱» با توجه به رابطه $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ مقدار کل حالات انتخاب ۱۰ نفر از ۴۰ نفر است که برابر با $\binom{40}{10}$ است و حالات مطلوب نیز انتخاب ۳ نفر از

تیم والیبال و ۵ نفر از تیم فوتبال و بقیه از تیم بسکتبال هستند که برابر است با: $\binom{10}{3} \binom{25}{5} \binom{5}{2}$ بنابراین احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{10}{3} \binom{25}{5} \binom{5}{2}}{\binom{40}{10}}$$

۱۳۳- گزینه «۴» ابتدا حالاتی که حروف انتخابی متمایز باشند را بدست می‌آوریم که برابر است با $\binom{6}{3} = 20$ سپس حالاتی که حروف انتخابی متمایز نیست و دو حرف مشابه و یک حرف از ۵ حرف باقیمانده انتخاب می‌شود مانند MMG یا NMN یا EAE ...

$$M \rightarrow 2 \quad A \rightarrow 2 \quad \text{حروف بدون تکرار: } \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$$

$$N \rightarrow 2 \quad G \rightarrow 1 \quad \text{... (MMN) و (MMA) انتخاب یک حرف از ۵ حرف باقیمانده} \rightarrow M \rightarrow \binom{5}{1} = 5 \rightarrow 2 \text{ حرف مشابه انتخاب شود}$$

$$A \rightarrow \binom{5}{1} = 5 \text{ دو حرف مشابه}$$

$$N \rightarrow \binom{5}{1} = 5 \Rightarrow$$

$$E \rightarrow \binom{5}{1} = 5$$

تکراری‌های A و N و M و E برابر با $4 \times 5 = 20$ حالت می‌باشد

$$\text{تعداد کل} = 20 + 4(5) = 40$$

OPERATOP

۱۳۴- گزینه «۲» توجه کنید در این کلمه حروف O و R هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند.

انتخاب ۴ حروف از ۶ حرف T و A و R و E و P و O برابر است با $\binom{6}{4} = 15$ ، انتخاب ۲ حرف O و ۲ حرف از ۵ حرف دیگر $\binom{5}{2} \binom{2}{2} = 10$ ، انتخاب ۲ حرف

حرف R و ۲ حرف از ۵ حرف دیگر $\binom{5}{2} \binom{2}{2} = 10$ ، انتخاب ۲ حرف R و ۲ حرف O $\binom{2}{2} \binom{2}{2} = 1$ کل حالات $15 + 10 + 10 + 1 = 36$

۱۳۵- گزینه «۴» دو نفر خاص را یک نفر در نظر گرفته و از آنجا که آن‌ها نمی‌توانند در اتاق یک‌نفره باشند، دو حالت خواهیم داشت:

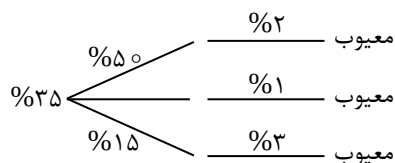
$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \ 1 \ 2 \end{pmatrix}$ دو نفر در اتاق ۳ نفره قرار گیرند، بایستی یک‌نفر نیز برای اتاق ۳ نفره انتخاب کرد یا $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \ 3 \end{pmatrix}$ دو نفر در اتاق دو نفره قرار گیرند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1 \ 3} + \binom{4}{1 \ 1 \ 2}}{\binom{6}{1 \ 2 \ 3}} = \frac{4 + 12}{60} = \frac{4}{15}$$

تعداد کل حالات برابر است با تقسیم ۶ نفر به زیر مجموعه‌های تک عضوی، دو عضوی و سه عضوی

$$\binom{6}{1 \ 2 \ 3} = \frac{6!}{1! \ 2! \ 3!} = 60$$

۱۳۶- گزینه «۲»



B: معیوب بودن

A_j : تولید بوسیله کارخانه سالم

$$P(A_j | B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B | A_j) \cdot P(A_j)}{\sum_{j=1}^n P(B | A_j) P(A_j)}$$

$$P(A_3 | B) = \frac{\frac{15}{100} \times \frac{3}{100}}{\frac{2}{100} \times \frac{500}{100} + \frac{1}{100} \times \frac{35}{100} + \frac{3}{100} \times \frac{15}{100}} = \frac{\frac{45}{10000}}{\frac{10000}{10000} + \frac{35}{10000} + \frac{45}{10000}} = \frac{45}{180} = \frac{1}{4}$$

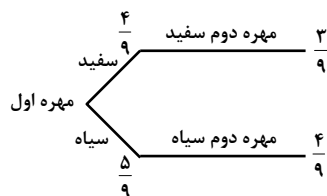
با توجه به قضیه‌ی نیرو نمودار درختی خواهیم داشت:



۱۳۷- گزینه «۱» به کلمه‌ی لااقل دقت کنید. از روش مکمل استفاده می‌کنیم. ابتدا کل اعداد ۳ رقمی که می‌توان ساخت برابر است با $4 \times 4 \times 4 = 64$ اکنون اعدادی که لااقل یکبار عدد ۲ وجود دارد و برابر است با: $64 - 3 \times 3 \times 3 = 64 - 27 = 37$ اعداد سه رقمی که ۲ ندارند - کل حالات

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{37}{64}$$

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:



۱۳۸- گزینه «۳» هر دو مهره‌ی خارج شده هم‌رنگ باشند به مفهوم آن است که مهره‌ی اول و مهره‌ی دوم سفید و یا هر دو مهره سیاه باشند:

$$P(\text{هر دو سفید و هر دو هم‌رنگ باشند}) = \frac{P(\text{هر دو سفید} | \text{هر دو هم‌رنگ باشند})}{P(\text{هر دو هم‌رنگ باشند})}$$

$$= \frac{P(\text{هر دو سفید باشند})}{P(\text{اولی سفید} | \text{دومی سفید}) \times P(\text{اولی سفید}) + P(\text{اولی سیاه} | \text{دومی سفید}) \times P(\text{اولی سیاه})} = \frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{9}}{\frac{4}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9}} = \frac{12}{12+20} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

۱۳۹- گزینه «۲» از اینکه A و B مستقلند می‌توان نتیجه گرفت $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و به راحتی مقدار $P(B)$ بدست می‌آید:

$$0/06 = 0/3 \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0/06}{0/3} = 0/2$$

از طرفی طبق قضیه‌ی اجتماع خواهیم داشت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/3 + 0/2 - 0/06 = 0/44$$

۱۴۰- گزینه «۲» با توجه به قانون احتمال کل و قضیه‌ی بیز به صورت زیر خواهیم داشت:

$$P(\text{کالا مرغوب تشخیص داده شود}) = 0/96 \times 0/95 + 0/04 \times 0/8 = 0/9152$$

$$P(\text{مرغوب باشد و استاندارد باشد} | \text{مرغوب تشخیص داده شود}) = \frac{0/96 \times 0/95}{0/9152} = 0/996$$

۱۴۱- گزینه «۴» برای آنکه تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند، می‌توانیم به شهر اول یکی، به شهر دوم دو نفر و به شهر سوم سه نفر را اعزام کنیم

$$\frac{6!}{3!2!1!} \times 3! = 360$$

که خود این حالات به ۳! حالت جایگشت دارند. از جایگشت با تکرار استفاده می‌کنیم، خواهیم داشت:

۱۴۲- گزینه «۱» ابتدا کل حالات عبارت است از چیدمان شش نفر دور یک میزگرد که برابر است با $5! = (6-1)!$ اکنون حالات مطلوب عبارت است از افراد هم‌گروه که روبروی هم باشند که هر گروه به ۲! جایجایی با فرد هم‌گروه روبروی خودش خواهد داشت بنابراین:

$$P(A) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{2! \times 2! \times 2!}{5!} = \frac{2 \times 2 \times 2}{120} = \frac{1}{15}$$

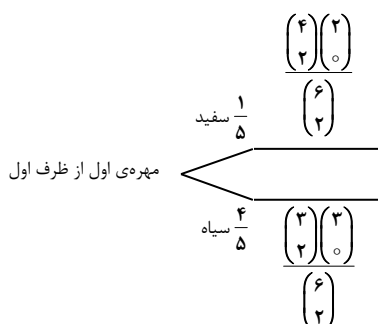
۱۴۳- گزینه «۳» طبق نمودار درختی و قانون احتمال کل به صورت

روبرو خواهیم داشت. ابتدا مهره‌ی اول ظرف اول با احتمال $\frac{1}{5}$ سفید

و با احتمال $\frac{4}{5}$ سیاه است برای آنکه دو مهره‌ی دوم سفید باشد، باید

احتمال‌های ظرف دوم را محاسبه کنیم:

$$\Rightarrow P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{5} \times \frac{6}{15} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{15} = 0/24$$



دو مهره‌ی برداشته شده از ظرف دوم سفید باشند
دو مهره‌ی برداشته شده از ظرف دوم سفید باشند



۱۴۴- گزینه «۲» ارقام بدون صفر عبارتند از $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ اکنون برای آن که سه رقم مضرب ۳ باشد ابتدا به $\binom{6}{3} = 20$ حالت سه رقم

انتخاب می‌کنیم. برای آن که مضرب ۳ $\{3, 6, 9\}$ باشند اکنون به $\binom{3}{1} = 3$ حالت برای مضرب ۴ یعنی $\{4, 8\}$ انتخاب می‌کنیم، دو رقم باقی‌مانده هم که نباید مضرب‌های ۳ و ۴ باشند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{3} \times 3 \times 3 \times 3 \times \binom{3}{1} \times 2 \times 4 \times 4}{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9} = \frac{640}{81 \times 81}$$

۱۴۵- گزینه «۲» پست بخصوصی را که خواهان عدم حذفش هستیم، کنار می‌گذاریم. اکنون می‌خواهیم از بین ۹ پست ۳ تای آنها حذف شود.

$$P(A) = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{7}{10}$$

۱۴۶- گزینه «۲» توجه کنید که $P(A \cup B) = 1$ چرا که $A \cup B$ کل فضای نمونه است و $n(S) = 10$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 1 = 0/6 + 0/7 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/3$$

۱۴۷- گزینه «۴» $P(\text{عدم برخورد به نفت}) = 1 - P(\text{برخورد به نفت}) = 1 - 0/4 \times 0/3 = 0/88$

$N \rightarrow 1$

$O \rightarrow 1$

$A \rightarrow 2$ بدون حرف تکراری $P_A^1 = \frac{8!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$

(۱) رمزهایی که تکرار ندارند مانند (APC یا LIP ...)

(۲) رمزهایی که ۲ حرف A دارند. $A \rightarrow P_1^1 \times 3 = 21$, $P \rightarrow P_1^1 \times 3 = 21$, $I \rightarrow P_1^1 \times 3 = 21$

(۳) رمزهایی که ۲ حرف P دارند.

$L \rightarrow 1$

(۴) رمزهایی که ۲ حرف I دارند.

$I \rightarrow 2$

کل حالات: $336 + 3(21) = 399$

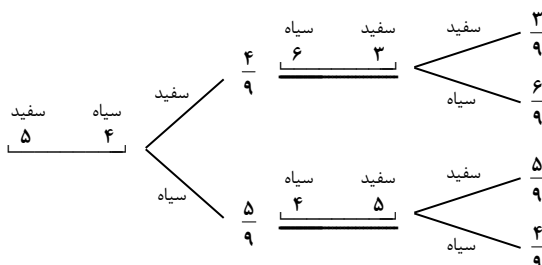
$C \rightarrow 1$

$T \rightarrow 1$

۱۴۹- گزینه «۳» طبق قضیه‌ی بیز و نمودار درختی خواهیم داشت:

A: پیشامد هر دو مهره سفید باشند

B: هر دو هم‌رنگ باشند



$P(A \cap B) = P(\text{هر دو سفید و هر دو هم‌رنگ})$

$$= P(\text{هر دو سفید}) = \frac{3}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{81}$$

$$P(B) = P(\text{هر دو هم‌رنگ}) = P(\text{هر دو سفید}) + P(\text{هر دو سیاه}) = \left(\frac{3}{9} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{9}\right) = \frac{12 + 20}{81} = \frac{32}{81}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{12}{81}}{\frac{32}{81}} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$



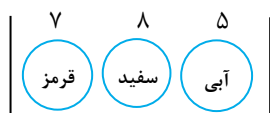
۱۵۰- گزینه «۱» از رابطه احتمال کلاسیک استفاده می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$n(S) = \binom{20}{5} \quad \Rightarrow \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{حالات مساعد}}{\text{کل حالات}} = \frac{\binom{12}{2} \binom{8}{3}}{\binom{20}{5}}$$

انتخاب ۵ نفر از ۲۰ نفر: $n(S) = \binom{20}{5}$

انتخاب ۳ دختر از ۸ دختر و ۲ پسر از ۱۲ پسر: $n(A) = \binom{12}{2} \binom{8}{3}$

۱۵۱- گزینه «۲» توجه کنید که احتمال انتخاب هر دو کیسه برابر با $\frac{1}{4}$ است و همچنین این انتخاب تصادفی است. پس در اینجا مانند مدل آوند پولیا



۵ مهره آبی، ۸ مهره سفید و ۷ مهره قرمز داریم که احتمال سفید بودن برابر است با:

$$P(\text{سفید}) = \frac{\text{تعداد مهره‌های سفید}}{\text{کل مهره‌ها}} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$$

۱۵۲- گزینه «۳» پیشامدهای B و $A \cap B$ را به صورت زیر تعریف کرده و سپس مقدار احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.

$$B: \rightarrow P(B) = \frac{44}{100} \quad \text{قبلاً در جایی دیگر کار کرده‌اند}$$

$$A \cap B: \rightarrow P(A \cap B) = \frac{15}{100} \quad \text{سابقه شغلی بیش از ۵ در این کارخانه و قبلاً در جایی دیگر کار کرده‌اند}$$

(سابقه شغلی بیش از ۵ در این کارخانه نداشته و قبلاً در جایی دیگر کار کرده)

$$= P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{44}{100} - \frac{15}{100} = \frac{29}{100}$$

۱۵۳- گزینه «۲» طبق تعریف استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = 0.16$$

۱۵۴- گزینه «۴» مهره‌ها هم‌رنگ باشند به مفهوم آن است که:

$$P(\text{مهره جعبه دوم سفید و مهره جعبه اول سفید}) + P(\text{مهره جعبه دوم سیاه و مهره جعبه اول سیاه}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{6}{35} + \frac{12}{35} = \frac{18}{35}$$

۱۵۵- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

اگر دو پیشامد ناسازگار باشند $P(A \cap B) = 0$ است. دو پیشامد ناسازگار به مفهوم آن است که نتوانند همزمان رخ دهند که هیچ گزینه‌ای صحیح نیست.

۱۵۶- گزینه «۲» طبق تعریف احتمال، اندازه‌ی امکان وقوع حادثه را احتمال گویند.

۱۵۷- گزینه «۲» طبق قضیه‌ی بیز خواهیم داشت:

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A | B_2)}{P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)}$$

خط اول: β_1

خط دوم: β_2

معیوب بودن محصول: A

معیوب: A (با شاخه‌های ۳٪ و ۴٪)

معیوب: $\beta_1: 40\%$

معیوب: $\beta_2: 60\%$

$$= \frac{0.06 \times 0.04}{0.04 \times 0.03 + 0.06 \times 0.04} = \frac{0.0024}{0.0012 + 0.0024} = 0.667$$

۱۵۸- گزینه «۴» با توجه به اینکه پیشامد آمدن ۵ ربطی به ظاهر شدن شیر ندارد و این دو پیشامد مستقل هستند لذا:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = P(\text{پیشامد ۵ آمدن}) \times P(\text{ظاهر شدن شیر}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$



۱۵۹- گزینه «۲»

$$A = \{(A, B)(A, AB)(A, O)\}$$

$$P(A) = P(A, B) + P(A, AB) + P(A, O)$$

$$= 0/4 \times 0/2 + 0/4 \times 0/1 + 0/4 \times 0/3$$

$$= 0/8 + 0/4 + 0/12 = 0/24$$

x_i	F_{ei}	f_i
A	۴۰	۰/۴
B	۲۰	۰/۲
AB	۱۰	۰/۱
O	۳۰	۰/۳

$$P(B | \text{محصول متوسط}) = \frac{P(B \text{ و متوسط})}{P(\text{محصول متوسط})} = \frac{0/3}{0/2 + 0/3} = \frac{3}{5} = 0/6$$

۱۶۰- گزینه «۴»

۱۶۱- گزینه «۳» برای حل این مسئله باید ابتدا متوجه شویم که رمزهای چهارحرفی که می‌توان تولید کرد به چه صورت هستند، سپس هر دسته را جداگانه شمارش کنیم:

۱- رمزهایی که حروف تکراری ندارند مانند SUC E یا UCES یا ...

پس حروف تکراری را یکی در نظر می‌گیریم یعنی اکنون حروف ما S, U, C, E هستند که تعداد رمزهایی چهارحرفی با این چهار حرف برابر با

$$P_4^4 = \frac{4!}{(4-4)!} = 24 \text{ می‌باشند.}$$

۲- رمزهایی که تکرار آن با ۲ تا S هستند مانند SSUE یا SUSE یا ...

$$\binom{4}{2} \times \underbrace{6}_{\text{حروف دیگر جایگاه S}} = \frac{4!}{2!(4-2)!} \times 6 = 6 \times 6 = 36$$

توجه کنید دو تا S می‌توانند در جایگاه‌های مختلفی قرار گیرند:

۳- رمزهایی که دو تا تکرار C دارند :

$$\binom{4}{2} \times \underbrace{6}_{\text{حروف دیگر جایگاه S}} = \frac{4!}{2! \times 2!} \times 6 = 36$$

۴- رمزهایی که ۳ حرف S دارند :

$$\binom{4}{3} \times \underbrace{3}_{\text{حروف دیگر جایگاه S}} = \frac{4!}{3! \times 1!} \times 3 = 12$$

۵- آنهاییکه ۲ تا C و ۲ تا S دارند تعداد آن‌ها ۶ تا است.

$$\binom{4}{2} \times 1 \times 1 \times \binom{2}{2} \times 1 \times 1 = 6$$

جایگاه برای C ها جایگاه برای S ها

$$24 + 36 + 36 + 12 + 6 = 114$$

اکنون کل حالات را با یکدیگر جمع می‌کنیم :

۱۶۲- گزینه «۲» توجه کنید اعدادی بر ۶ بخش پذیر هستند که جمع آن‌ها بر ۳ بخش پذیر باشد و رقم یکان آن‌ها نیز زوج باشند و اعدادی بر ۵ بخش پذیر هستند که رقم یکان آن‌ها ۵ یا ۰ باشد. در اینجا جمع ارقام ۱ تا ۶ برابر با ۲۱ است.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

بنابراین شرط جمع بر ۳ بخش پذیری برقرار است، اکنون سایر شروط را بررسی می‌کنیم، یعنی شرط آن که زوج باشد و شرط بخش پذیری بر ۵:

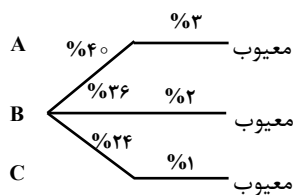
$$A: p(A) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{\begin{matrix} \text{○○○○○○} \\ ۵ \ ۴ \ ۳ \ ۲ \ ۱ \ ۳ \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{○○○○○○} \\ ۶ \ ۵ \ ۴ \ ۳ \ ۲ \ ۱ \end{matrix}} \rightarrow \text{زوج باشد} = \frac{3}{6}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$B: p(B) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{\begin{matrix} \text{○○○○○○} \\ ۵ \ ۴ \ ۳ \ ۲ \ ۱ \ ۱ \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{○○○○○○} \\ ۶ \ ۵ \ ۴ \ ۳ \ ۲ \ ۱ \end{matrix}} \rightarrow \text{عدد ۵ باشد} = \frac{1}{6}$$



۱۶۳- گزینه «۱» با توجه به قضیه‌ی بیز و نمودار درختی خواهیم داشت:



$$P(\text{کارگر} \mid \text{معیوب}) = \frac{P(\text{معیوب و کارگر})}{P(\text{معیوب})} = \frac{0.03 \times 0.40 + 0.02 \times 0.36 + 0.01 \times 0.24}{0.03 \times 0.40 + 0.02 \times 0.36 + 0.01 \times 0.24} = \frac{1}{9}$$

۱۶۴- گزینه «۱» ابتدا تعداد کلی حالات عبارت است از مرتب کردن ۳ کتاب ریاضی و ۴ کتاب اقتصاد در کنار یکدیگر بدون هیچ محدودیتی که همان چیدمان ۷ کتاب در کنار یکدیگر است $n(S) = 7!$ اکنون حالات مطلوب آن است که کتاب‌های ریاضی در کنار یکدیگر و کتاب‌های اقتصاد نیز در کنار

یکدیگر قرار گیرند که تعداد حالات برابر است با:

$$n(A) = 3! \times 4! \times 2! ; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 4! \times 2!}{7!} = \frac{2}{35}$$

۱۶۵- گزینه «۲» این کلمه دارای حروف تکراری A و D است، کلماتی که می‌توان ساخت به ۳ دسته تقسیم می‌کنیم:

$$p_6^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

(۱) آنهایی که تکراری نیستند:

$$\begin{cases} A \text{ تکرار: } \binom{4}{2} \times p_4^2 = 6 \times \frac{5!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120 \\ D \text{ تکرار: } \binom{4}{2} \times p_4^2 = 6 \times \frac{5!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120 \end{cases}$$

(۲) آنهایی که دو تکرار A با دو تکرار D دارند:

$$\binom{4}{2} \times 1 = 6$$

(۳) آنهایی که دو تکرار A و دو تکرار D دارند:

$$360 + 120 + 120 + 6 = 606$$

کل حالات برابر است با:

۱۶۶- گزینه «۳»

$$A: \Rightarrow p(A) = 0/45 \Rightarrow \text{تاریخ مصرف ندارند}$$

$$B: \Rightarrow p(B) = 0/30 \Rightarrow \text{برچسب قیمت ندارند}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0/45 + 0/30 - 0/25 = 0/5 ; p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0/5 = 0/5$$

$$p(\text{مطلوب}) = 0/96 \times 0/5 = 0/48$$

۴ درصد کالا معیوب است بنابراین ۹۶ درصد کالاها سالم هستند.

۱۶۷- گزینه «۴» راه‌های تقسیم n شیء متمایز بین k دسته‌ی مختلف به طوری که در دسته‌ی اول n_1 تا در دسته‌ی دوم n_2 تا و ... در دسته‌ی k ام n_k تا دریافت کند برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} = \frac{7!}{2! 2! 3!} = 210$$

۱۶۸- گزینه «۳» راه حل تستی: وقتی ۳ مهره بیرون می‌آوریم و فقط دو مهره هم‌رنگ است یعنی «دو مهره‌ی سفید و دیگری سیاه است» یا «دو مهره‌ی سیاه و دیگری سفید است»:

$$\text{سیاه و دیگری سفید است} = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 6 \times 5 + 10 \times 4 = 30 + 40 = 70$$

$$= \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{5!}{1! 4!} + \frac{5!}{2! 3!} \times \frac{4!}{1! 3!} = 6 \times 5 + 10 \times 4 = 30 + 40 = 70$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{حالات کل}} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

$$\text{حالات مطلوب} = \text{دو مهره‌ی سفید و دیگری سیاه} = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 6 \times 5 = 30$$



۱۶۹- گزینه «۳» A: قبولی در امتحان اول

B: قبولی در امتحان دوم به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی

C: قبولی در امتحان سوم به شرط قبولی یا رد در امتحان قبلی

$$P = P(ABC') + P(AB'C) + P(A'BC) + P(ABC) \\ = \left(\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{4}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10}\right) = \frac{144}{1000} + \frac{72}{1000} + \frac{72}{1000} + \frac{216}{1000} = \frac{504}{1000} = 0.504$$

۱۷۰- گزینه «۳» با استفاده از رابطه‌ی احتمال شرطی $P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$ خواهیم داشت:

$$P(A \cap D) = \frac{3}{11}, P(D) = \frac{8}{11} \\ P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{8}{11}} = \frac{3}{8}$$

بنابراین:

۱۷۱- گزینه «۳» A و B مستقل هستند بنابراین $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ است پس می‌توانیم به کمک رابطه‌ی بالا $P(B)$ را بدست آوریم:

$$0.06 = 0.3 \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0.06}{0.3} = 0.2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.2 - 0.06 = 0.44$$

اکنون از قضیه‌ی اجتماع دو پیشامد استفاده می‌کنیم:

۱۷۲- گزینه «۴» طبق رابطه‌ی احتمال شرطی:

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} \Rightarrow P(B'|A') \xrightarrow{\text{قانون دموگان}} \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(A)} = \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)}$$

توجه کنید همه‌ی مقادیر کسر بالا را داریم به جز $P(A \cap B)$ که می‌توان از رابطه‌ی $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ این مقدار را بدست آورد و در کسر بالا

$$P(A|B) = P(A) \times P(B|A) = 0.2 \times 0.7 = 0.14$$

جایگذاری کرد.

$$P(B'|A') = \frac{1 - (0.2 + 0.22 - 0.14)}{1 - 0.2} = \frac{0.72}{0.8} = 0.9$$

بنابراین:

۱۷۳- گزینه «۴» رمزهایی دارای حروف تکراری هستند که در آنها ۲ تا "A" یا ۲ تا "P" یا ۲ تا "I" باشند، ترتیب قرار گرفتن آنها مهم نیست، به طور مثال:

A, A, P, C و A, C, P, A و A, P, P, I و I, I, P, A

ابتدا دو جایگاه را برای حروف تکراری انتخاب می‌کنیم برای A یا P یا I بقیه حروف در دو جایگاه دیگر ۶×۷ حالت (بقیه حروف یعنی اگر دو تا A قرار دهیم تکراری نباشند)

$$\binom{4}{2} \times \underbrace{3}_{\substack{\text{P یا A} \\ \text{یا I}}} \times \underbrace{7}_{\substack{\text{حروف} \\ \text{دیگر}}} \times \underbrace{6}_{\substack{\text{حروف} \\ \text{دیگر}}} = 6 \times 3 \times 7 \times 6 = 756$$

جایگاه‌ها برای حروف تکراری

اما توجه کنید که تکراری‌ها می‌توانند به صورت سه مدل AAPP یا AAII یا PPII نیز باشد که خود این مدل‌ها هر کدام به ۶ حالت جابه‌جایی دارند:

$$\binom{4}{2} \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 6$$

جایگاه

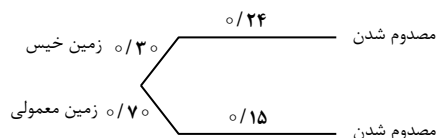
مثلاً مدل AAPP می‌تواند به صورت‌های PAPA یا APAP یا PPAA و یا ... باشد بنابراین: $756 + 6 + 6 + 6 = 774$ کل حالات

۱۷۴- گزینه «۳» اگر احتمال مصدوم شدن در زمین خیس را P_1 معرفی کنیم و احتمال مصدوم شدن در زمین معمولی را P_2 معرفی کنیم، آنگاه:

$$\begin{cases} P_1 = 0.24 \\ P_2 = \frac{0.24}{1/6} = 0.15 \end{cases} \Rightarrow P_1 = P_2 + 0.06 \Rightarrow 1/6 P_2 = 0.24 \Rightarrow P_2 = 0.15$$



با استفاده از نمودار درختی خواهیم داشت:



$$\Rightarrow P(\text{مصدوم شدن}) = 0.30 \times 0.24 + 0.70 \times 0.15 = 0.072 + 0.105 = 0.177$$

۱۷۵- گزینه «۳» از قضیه‌ی اول در فصل ۲ کتاب مدرسان شریف استفاده می‌کنیم. توجه کنید که جابه‌جایی دو تیم تفاوتی نمی‌کند و ۲! مخرج به خاطر

$$\frac{10!}{5! \times 5!} = \frac{252}{2} = 126$$

عدم جابه‌جایی دو تیم است.

۱۷۶- گزینه «۲» از رابطه‌ی اجتماع دو پیشامد استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = 0.3 + 0.6 - 0.1 = 0.8 \\ P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.4 = 0.6 \end{cases}$$

۱۷۷- گزینه «۲» توجه کنید که دو پیشامد A و B مستقل‌اند:

$$P(A) = 0.7, P(B) = 0.9, P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.7 \times 0.9 = 0.63$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.9 - 0.63 = 0.97$$

۱۷۸- گزینه «۴» با توجه به آن که توزیع جامعه نامعلوم است و $E(X) = 400/000$ است از نابرابری مارکوف خواهیم داشت:

$$p(x \geq c) \leq \frac{E(x)}{c} \Rightarrow p(x \geq 500/000) \leq \frac{400/000}{500/000} = 0.8$$

۱۷۹- گزینه «۴» در اینجا ابتدا با یک توزیع دوجمله‌ای سروکار داریم که باید آن را به دلیل بزرگ بودن $n = 4000$ و کوچک بودن $P = \frac{1}{1000}$ با

پواسون تقریب بزنیم $\lambda = np = 4000 \times \frac{1}{1000} = 4$ اکنون خواسته مسئله آن است که $P(X \leq 3)$ چند برابر $P(X = 0)$ است که در اینجا X تعداد

کالاها می‌باشد. (توجه کنید که وقتی همه کالاها سالم است یعنی $X = 0$)

$$P(X \leq 3) = ? P(X = 0) \Rightarrow \frac{P(X \leq 3)}{P(X = 0)} = \frac{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 0)}$$

$$\frac{\frac{e^{-4} \cdot 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^1}{1!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^2}{2!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^3}{3!}}{\frac{e^{-4} \cdot 4^0}{0!}} = \frac{e^{-4} + 4e^{-4} + 8e^{-4} + 10.66e^{-4}}{e^{-4}} = \frac{23.66e^{-4}}{e^{-4}} = 23.66 \approx 24$$

۱۸۰- گزینه «۲» ضریب پراکندگی نسبی Y عبارت است از: $\frac{\sigma_y}{\mu_y}$ بنابراین انحراف معیار Y و میانگین Y را به دست می‌آوریم:

$$E(y) = 5E(x) + 15 = 5 + 15 = 20$$

$$\sigma(y) = \sigma(5x + 15) = (5)\sigma(x) = 5 \times 2 = 10$$

اکنون مقادیر به دست آمده را در فرمول ضریب پراکندگی Y به صورت $\frac{\sigma_y}{\mu_y} = \frac{10}{20} = 0.5$ قرار می‌دهیم.

۱۸۱- گزینه «۱» اگر سال پایه ۱۰۰٪ در نظر گرفته شود، ۹۱ درصد کاهش برابر است با: ۹٪ و ۴۴ درصد افزایش برابر با ۱۴۴٪ می‌باشد. اکنون متوسط

نرخ رشد در دو سال برابر است با:

$$G = \sqrt{x_1 \times x_2} = \sqrt{144 \times 9} = 36\%, \quad \text{نرخ رشد سالیانه } G - 1 = 36\% - 100\% = -64\%$$



۱۸۲- گزینه «۳» با توجه به صورت سؤال $N = ۵۶$ و طبق خاصیت مهم میانگین ($\sum (x_i - \mu) = ۰$) مقدار $\mu = ۱۵$ می‌باشد. بنابراین واریانس و گشتاور سوم را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{۱۲۶}{۵۶} = ۲/۲۵ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۲۵} = ۱/۵ = \frac{۳}{۲}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N} = \frac{-۱۴۰}{۵۶} = \frac{-۵}{۲}$$

مقادیر به دست آمده را در فرمول ضریب چولگی گشتاوری قرار می‌دهیم:

$$SK = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{-۵}{۲}}{\frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{-۵}{۲}}{\frac{۲۷}{۸}} = \frac{-۴۰}{۵۴} = -۰/۷۴$$

۱۸۳- گزینه «۲» مشخصات جامعه اول به صورت $\mu_1 = ۱۲$ ، $\sigma_1 = ۴$ و $N_1 = ۱۵$ و مشخصات جامعه دوم به صورت $\mu_2 = ۱۳$ ، $\sigma_2 = ۵$ و $N_2 = ۱۰$ می‌باشد. برای به دست آوردن واریانس کل، ابتدا باید میانگین کل را به دست آوریم:

$$\mu = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2}{N_1 + N_2} = \frac{(۱۵ \times ۱۲) + (۱۰ \times ۱۳)}{۱۵ + ۱۰} = ۱۲/۴$$

اکنون فرمول واریانس ادغام شده (کل) به صورت زیر است:

$$\sigma^2 = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2} + \frac{N_1(\mu_1 - \mu)^2 + N_2(\mu_2 - \mu)^2}{N_1 + N_2} = \frac{(۱۵ \times ۱۶) + (۱۰ \times ۲۵)}{۱۵ + ۱۰} + \frac{۱۵(۱۲ - ۱۲/۴)^2 + ۱۰(۱۳ - ۱۲/۴)^2}{۱۵ + ۱۰} = ۱۹/۶ + ۰/۲۴ = ۱۹/۸۴$$

فصل سوم

«متغیرهای تصادفی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱- تابع چگالی احتمال $f(x)$ که توزیع احتمال یک متغیر تصادفی پیوسته را توصیف می‌کند، کدام ویژگی را ندارد؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$P(X=a) \neq 0, a \text{ به ازای هر نقطه مانند}$$

$$f(x) \geq 0 \text{ تابع چگالی مثبت یا صفر است.}$$

۳) مساحت کل زیر منحنی چگالی برابر یک است.

۴) سطح زیر منحنی چگالی بین a و b برابر است با $P(a < X < b)$.

۲- تابع احتمال متغیر تصادفی به صورت زیر داده شده است. مقدار k کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{k} & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 4$$

$$(3) \quad 8 \quad (4) \quad 16$$

۲- اگر X, Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند و $E(X) = 3, E(Y) = 2$ باشند، کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

۴) هر سه صحیح است.

$$E(XY) = 6$$

$$E(X+Y) = 5$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0$$

(مدیریت - سراسری ۸۰)

۴- متغیر تصادفی X با تابع چگالی $\{f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}k \mid 0 \leq x \leq 1\}$ تعریف شده است. مقدار k چقدر است؟

$$(4) \quad 3$$

$$(3) \quad 2$$

$$(2) \quad 1$$

$$(1) \quad \frac{1}{3}$$

(حسابداری - سراسری ۸۰)

۵- با توجه به جدول احتمال توأم زیر، احتمال A به شرط B چقدر است؟

	B	$\bar{B}$
A	?	۰/۲۰
$\bar{A}$	۰/۱۰	۰/۵۰

$$(1) \quad 0/040$$

$$(3) \quad 0/333$$

۶- اگر برای متغیر تصادفی X تابع چگالی به صورت $\{f(x) = \frac{1}{8} \mid -3 \leq x \leq 5\}$ تعریف شده باشد، $E(X)$ کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۰)

$$(4) \quad \frac{5}{8}$$

$$(3) \quad \frac{3}{8}$$

$$(2) \quad \frac{1}{4}$$

$$(1) \quad 1$$

(حسابداری - سراسری ۸۰)

۷- مقدار کوواریانس تابع احتمال توأم زیر چقدر است؟

y \ x	0	1
-1	0/۳۰	0/۳۰
0	0/۳۰	0/۱۰

$$(1) \quad \text{صفر}$$

$$(3) \quad -0/30$$

۸- متغیر تصادفی X دارای میانگین ۵ و واریانس ۹ می‌باشد. میانگین و واریانس $\frac{X-5}{3}$ به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

$$(4) \quad 9 \text{ و } 5$$

$$(3) \quad 3 \text{ و } 5$$

$$(2) \quad 0, 1$$

$$(1) \quad 1, 0$$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

۹- در تابع احتمال جدول مقابل امید ریاضی X کدام است؟

x_i	0	1	2	3
P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

$$(1) \quad 1$$

$$(3) \quad 1/5$$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

۱۰- تابع $f(x) = kx; 2 \leq x \leq 7$ یک تابع احتمال است، k کدام است؟

$$(4) \quad 0/25$$

$$(3) \quad 0/05$$

$$(2) \quad 0/04$$

$$(1) \quad 0/02$$



۱۱- در توزیع احتمالی با تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, $x \in \mathbb{R}$ مقدار $P(0 \leq X \leq 1)$ کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4\pi}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{2\pi}$

۱۲- اگر $f(x) = \frac{1}{8}x$; $0 \leq x \leq 4$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X باشد، امید ریاضی X کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

- (۱) ۲ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $2/5$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۳- در بازه $[0, 1]$ دو عدد به‌طور تصادفی اختیار می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع آن دو بزرگ‌تر از $\frac{1}{3}$ است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{7}{8}$

۱۴- اگر $\text{cov}(X, Y) = 4$ باشد، $\text{cov}(2Y, -1 + 3X, 2)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۲۴ (۴) ۲۴

۱۵- اگر $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1250$ و $\sigma = 5$ باشد، μ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۲۵

۱۶- چنانچه تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X , $0 \leq x \leq 1$, $f(x) = 2x$ باشد، $P(0 < X < 0/3)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۰۹

۱۷- در توزیع احتمال $E(X)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۰/۴ (۲) ۲/۵ (۳) ۰/۷ (۴) ۲

۱۸- اگر X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و $\text{Var}(X) = 2$ و $\text{Var}(Y) = 3$ باشد، واریانس $Z = X - 2Y + 1$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳

۱۹- در تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2, & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{سایر مقادیر } x \end{cases}$ مقدار a برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

- (۱) $-\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $-\frac{9}{5}$ (۴) $\frac{9}{5}$

۲۰- توزیع احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط جدول

x	۲	۴	۶	۸	۱۰	
$P_X(x)$	۰/۱	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۰/۱	= ۱

بیان شده است. مقدار تابع توزیع برای $x = \sqrt{37}$ کدام است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۰)

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۷ (۳) ۰/۹ (۴) ۰/۳

۲۱- اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند $\text{Var}(X - Y)$ با کدام رابطه داده شده است؟

(حسابداری - آزاد ۸۰)

- (۱) $\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)$ (۲) $\text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$

- (۳) $E(X^2) + E(Y^2)$, امید ریاضی است. (۴) $\text{Var}(X) - \text{Var}(Y)$

۲۲- در مورد دو متغیر تصادفی X و Y و صحت رابطه امید ریاضی $E\left(\frac{X}{Y}\right) = \frac{E(X)}{E(Y)}$ می‌توان گفت: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

(۱) وقتی صادق است که X و Y مستقل باشند. سایر مقادیر

(۳) وقتی صادق است که ناهمبسته باشند.

(۴) هیچ رابطه‌ی منطقی منجر به این تساوی نمی‌شود.

۲۳- توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y توسط جدول زیر بیان شده است، میانگین شرطی Y بر حسب $X = 6$ کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

Y \ X	۲	۳	۴	۵	
۴	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۲۰
۶	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۰۵	۰/۵۰
۸	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۳۰
	۰/۰۲۰	۰/۳۵	۰/۲۳	۰/۱۲	۱

(۱) ۴/۲

(۲) ۳/۸

(۳) ۳/۵

(۴) ۳

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۲۴- جدول توزیع احتمال توأم زیر را در نظر بگیرید، کوواریانس X و Y برابر است با:

X \ Y	-۱	۰
-۱	۰/۱۵	۰/۱۵
۱	۰/۲۵	۰/۲۵

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) ۰/۵

(۴) ۱

(مدیریت - سراسری ۸۱)

۲۵- تابع چگالی احتمال X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{c^2} & 0 \leq x \leq c \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$ است. c چه مقدار باشد تا این که $\sigma_x^2 = 2$ گردد.

(۴) $c = 9$

(۳) $c = 6$

(۲) $c = 4$

(۱) $c = 2$

۲۶- جدول بازده زیر در خصوص سه فرآیند تولید با توجه به سه سطح تقاضا داده شده است. ارزش اطلاعات کامل کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۱)

فرآیندهای تولیدی (استراتژی)	سطوح تقاضا		
	کم ($P_1 = 0/1$)	متوسط ($P_2 = 0/5$)	زیاد ($P_3 = 0/4$)
A	۷۰۰	۱۲۰۰	۲۰۰۰
B	۸۰۰	۱۲۰۰	۱۸۰۰
C	۱۰۰۰	۱۲۵۰	۶۰۰

(۴) ۱۵۲۵

(۳) ۱۴۷۰

(۲) ۶۵

(۱) ۵۵

(حسابداری - سراسری ۸۱)

۲۷- اگر $\sigma_x^2 = \frac{1}{3}$ و $\sigma_y^2 = \frac{2}{3}$ و $\sigma_{(x+y)}^2 = \frac{5}{6}$ باشند، آن‌گاه کدام عبارت در خصوص کوواریانس صحیح است؟

(۴) $-\frac{1}{6}$

(۳) $-\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۲۸- اگر تابع چگالی متغیر تصادفی پیوسته X ، ضابطه $f(x) = \frac{a}{x^2}$ و $1 \leq x \leq 2$ باشد، مقدار a کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۱)

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۹- چنانچه متغیر تصادفی پیوسته‌ی X معرف طول عمر لامپی باشد که بین صفر تا ۱۶۰ ساعت کار می‌کند احتمال این که لامپ مزبور دقیقاً

۸۰ ساعت کار کند برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

(۱) صفر

(۲) ۰/۵

(۳) این احتمال را تا زمانی که تابع چگالی X مشخص نباشد نمی‌توان محاسبه کرد.

(۴) این احتمال را تا زمانی که میانگین و واریانس X مشخص نباشد نمی‌توان محاسبه کرد.



۳۰- در صورت صادق بودن کدامیک از شرایط زیر دو متغیر تصادفی X و Y مستقل هستند؟

(۱) $E(XY) = E(X)E(Y)$ (۲) $COV(X, Y) = 0$ (۳) $\rho(X, Y) = 0$ (۴) $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$

۳۱- اگر $\sigma_x^2 = 1$ و $\sigma_y^2 = 1$ و $COV(X, Y) = 1$ باشد. واریانس $X + Y$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- تابع توزیع متغیر تصادفی X به قرار زیر بیان می‌شود. احتمال اینکه متغیر تصادفی X یکی از مقادیر خود را در اشتراک فاصله $(0, 4)$ و $(2, 6)$ اختیار کند، کدام است؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x^2}{24} & 0 < x \leq 5 \\ 1 & 5 < x \end{cases}$$

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۳- تابع چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع $\phi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \cos x & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x \end{cases}$ بیان می‌شود. تابع توزیع کمیت تصادفی

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \cos^2 x & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} < x \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \sin x & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} < x \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \sin^2 x & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} < x \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ -\sin x & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \frac{\pi}{2} < x \end{cases}$$

۳۴- تابع چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می‌شود. واریانس متغیر تصادفی X کدام است؟

$$\phi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x}{12} & 1 < x \leq 5 \\ 0 & 5 < x \end{cases}$$

(۱) ۴ (۲) $1/136$ (۳) $2/378$ (۴) $1/067$

۳۵- اگر متغیر تصادفی X دارای میانگین μ و انحراف معیار σ باشد، میانگین و انحراف معیار $Y = X - \frac{\mu}{\sigma}$ چقدر خواهد بود؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

(۱) $\mu, 1$ (۲) $0, 1$ (۳) $\mu - \frac{\mu}{\sigma}, \sigma$ (۴) $\mu - \frac{\mu}{\sigma}, \sigma^2 + \frac{\mu^2}{\sigma^2}$

۳۶- جدول توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر است. مقدار امید ریاضی شرطی $E(X | Y = 1)$ برابر با:

y \ x	x			y
	0	1	2	
0	0/48	0/16	0/16	0/15
1	0/09	0/03	0/03	0/09
2	0/03	0/01	0/01	0/08

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{80}$

۳۷- تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ در دامنه $(0, 2)$ تعریف شده است. مقدار میانه چیست؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

(۱) $\pm\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$



(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

۳۸- اگر میانگین و انحراف معیار X برابر ۲ باشد، میانگین X^2 چقدر است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

۳۹- اگر تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت $f(x) = \begin{cases} k(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ باشد، $E(X)$ کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

 $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

۴۰- اگر تابع توزیع احتمال تجمعی متغیر تصادفی X به صورت زیر باشد، مقدار k چقدر است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{k}(x-1)^2 & 1 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \end{cases}$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۸ (۴)

۴۱- یک شرکت بیمه، بیمه‌نامه‌ای می‌نویسد که اگر در طول سال پیشامد A اتفاق افتد، بایستی مبلغ یک میلیون ریال به بیمه شونده پرداخت نماید. شرکت بیمه برآورد کرده است که احتمال روی دادن پیشامد A در طول یکسال برابر با $1/10$ است. چنانچه شرکت بیمه بخواهد متوسط سودش از فروش این بیمه‌نامه‌ها 100 هزار ریال باشد، کدام یک از مقادیر زیر را به عنوان حق بیمه (مبلغی که بیمه شونده به شرکت بیمه می‌پردازد) انتخاب خواهد کرد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

۹۰۰۰۰۰۰ ریال (۴)

۵۰۰۰۰۰۰ ریال (۳)

۲۰۰۰۰۰۰ ریال (۲)

۱۰۰۰۰۰۰ ریال (۱)

(حسابداری - سراسری ۸۲)

۴۲- در تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{8}x$, $0 < x < 4$ صدک ۸۰ چقدر است؟

۱۲/۸۲ (۴)

۳/۵۸ (۳)

۳/۲۰ (۲)

۲/۳۸ (۱)

۴۳- جدول بازده زیر را در نظر بگیرید:

گزینه	حالات طبیعی		
	$P(s_1) = 0/2$	$P(s_2) = 0/3$	$P(s_3) = 0/5$
a_1	۳۵۰	۹۰۰	۱۸۸۰
a_2	-۲۰۰	۱۲۰۰	۱۶۰۰
a_3	-۵۰۰	۷۰۰	۲۵۰۰

(مدیریت - سراسری ۸۲)

براساس روش EMV (ارزش مورد انتظار پولی) گزینه بهینه کدام است؟

 a_2, a_1 (۴) a_1 (۳) a_2 (۲) a_3 (۱)

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

۴۴- ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که:

- (۱) بالاترین درجه همبستگی مثبت را تعیین می‌کند.
- (۲) تغییرات متقابل چندین متغیر را تعیین می‌کند.
- (۳) در حالت مختلف ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت و محدود معین می‌کند.
- (۴) در ازای کاهش مقدار یک متغیر مقدار متغیر دیگر افزایش می‌یابد.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

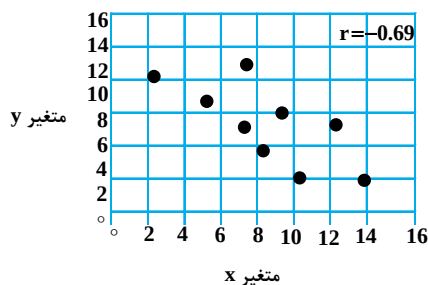
۴۵- همبستگی یک روش آماری است و موضوع آن اندازه‌گیری و بررسی:

- (۱) یک شاخص آماری است که درجات مختلف ارتباط را تعیین می‌کند.
- (۲) میزان تناسب با ارتباط متقابل میان تغییرات در متغیر وابسته می‌باشد.
- (۳) رابطه بین X و Y در معادلات خطی ساده را نشان می‌دهد.
- (۴) در معادلات خطی دو متغیره ساده بکار می‌رود.



۴۶- شکل زیر را که نمایشی از پراکنش نمره‌های یک آزمون است در نظر بگیرید. رابطه بین دو متغیر X و Y :

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)



(۱) بین X و Y ارتباطی وجود ندارد.

(۲) مبین همبستگی کامل است.

(۳) مبین همبستگی منفی و ناکامل است.

(۴) یک همبستگی مثبت و کامل وجود دارد.

۴۷- اگر واریانس متغیر تصادفی X برابر ۳ باشد، آنگاه واریانس متغیر وابسته $y_i = \frac{1}{4}x_i - 1$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۴۸- واریانس متغیرهای تصادفی X و Y ، ۵۰ است. اگر X و Y مستقل از هم باشند، آنگاه انحراف معیار $(X - Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

$$\text{صفر} \quad (۴)$$

$$۲۵۰۰ \quad (۳)$$

$$۱۰ \quad (۲)$$

$$۱۰۰ \quad (۱)$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

۴۹- در صورتی دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از هم می‌باشند که:

$$E(X, Y) = E(X) \cdot E(Y) \quad (۴)$$

$$\text{COV}(X, Y) = 0 \quad (۳)$$

$$\rho(X, Y) = 0 \quad (۲)$$

$$f(x, y) = f(x) \cdot f(y) \quad (۱)$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

۵۰- اگر $\text{COV}(X, Y) = ۴$ باشد، آنگاه $\text{COV}(۲ + ۴X, ۳ + ۳Y)$ برابر است با:

$$۴۸ \quad (۴)$$

$$۱۲ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

۵۱- تابع توزیع کمیت تصادفی X به صورت $0 \leq x \leq 2$ به صورت $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2 + x}{6} & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$ بیان شده است، امید ریاضی متغیر تصادفی X برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$\frac{36}{44} \quad (۲)$$

$$\frac{44}{36} \quad (۱)$$

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۲)

۵۲- تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X به قرار زیر است. تابع توزیع آن کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}} & 0 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$3 - e^{-\frac{x}{5}} \quad (۲)$$

$$\frac{x}{e^{-\frac{x}{5}}} \quad (۱)$$

$$1 - e^{-\frac{x}{5}} \quad (۴)$$

$$2 + e^{-\frac{x}{5}} \quad (۳)$$

۵۳- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر است. احتمال این که کمیت تصادفی مقدار خود را در فاصله $(\frac{2}{5})$ و (۱) یا (۳) اختیار کند، چیست؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۲)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^4}{256} & 0 \leq x < 4 \\ 1 & 4 \leq x \end{cases}$$

$$0/3164 \quad (۱)$$

$$0/3125 \quad (۲)$$

$$0/3201 \quad (۳)$$

$$0/3035 \quad (۴)$$



(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۲)

۵۴- تابع چگالی کمیت تصادفی X به شکل زیر بیان شده است. امید ریاضی این کمیت تصادفی کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^3}{64} & 0 \leq x < 4 \\ 0 & 4 \leq x \end{cases}$$

(۱) $2/8$ (۲) $1/6$ (۳) $3/2$ (۴) $3/6$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ax^2 & 0 \leq x < 2 \\ 0 & 2 \leq x \end{cases}$$

۵۵- اگر تابع چگالی احتمال‌های کمیت x ، توسط تابع $0 \leq x < 2$ ، بیان شده باشد، مقدار ثابت a چه عددی است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$

۵۶- برای کمیت تصادفی X در مسأله قبل، احتمال این که کمیت تصادفی مقدار خود را در فاصله $(1, 2)$ اختیار کند، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$\frac{7}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{6}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{15}{16} \quad (۱)$$

۵۷- ۲ کمیت تصادفی X و Y با هم بر طبق قانون یکنواخت با تابع چگالی احتمال‌های $0 \leq x \leq 1$ ، $0 \leq y \leq 1$ ، $\varphi_{X,Y}(x,y) = x+y$ توزیع می‌شود. احتمال این که X مقدار کوچک‌تر از $\frac{1}{4}$ و Y مقدار بزرگ‌تر از $\frac{1}{4}$ اختیار کند، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$\frac{25}{66} \quad (۴)$$

$$\frac{21}{64} \quad (۳)$$

$$\frac{31}{92} \quad (۲)$$

$$\frac{11}{32} \quad (۱)$$

۵۸- متغیرهای تصادفی X و Y از یکدیگر مستقل هستند. چنانچه واریانس‌های آنها به ترتیب $2/5$ و 6 باشد، انحراف معیار $(2X - 3Y)$ کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۲)

$$23 \quad (۴)$$

$$-13 \quad (۳)$$

$$16 \quad (۲)$$

$$8 \quad (۱)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

۵۹- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به شکل روبرو است:

(حسابداری - آزاد ۸۲)

میانگین تابع $Y = X^2$ چقدر است؟

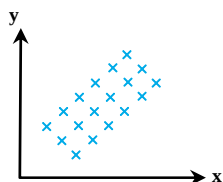
$$0/625 \quad (۴)$$

$$\frac{13}{40} \quad (۳)$$

$$1/125 \quad (۲)$$

$$\frac{5}{40} \quad (۱)$$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)

۶۰- دیاگرام پراکندگی زیر چه همبستگی را بین دو متغیر X و Y نشان می‌دهد؟

(۱) همبستگی خطی مثبت

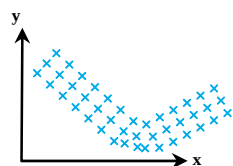
(۲) همبستگی غیر خطی

(۳) همبستگی خطی منفی

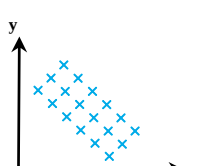
(۴) همبستگی آشکاری وجود ندارد

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۲)

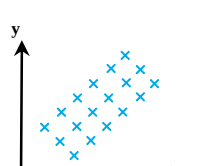
۶۱- کدام یک از دیاگرام‌های پراکندگی زیر همبستگی غیر خطی را نشان می‌دهد؟



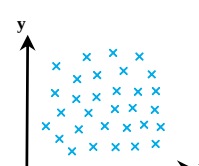
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)



۶۲- در صورتی که $P_X(X) = \frac{|x|+1}{5}$ تابع احتمال متغیر تصادفی ناپیوسته X باشد و $x = -1, 0, 1$ باشد، آنگاه امید ریاضی و واریانس X به ترتیب

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

از راست به چپ برابر است:

$$\frac{4}{25}, \frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5}, 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{5}, 1 \quad (2)$$

$$\frac{4}{5}, 0 \quad (1)$$

۶۳- چگالی احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{900}x & 0 < x \leq 30 \\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$ بیان شده است. احتمال این که متغیر تصادفی مقدار

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

خود را در فاصله $(5, 10)$ اختیار کند، چقدر است؟

$$\frac{92}{900} \quad (4)$$

$$\frac{75}{900} \quad (3)$$

$$\frac{70}{900} \quad (2)$$

$$\frac{65}{900} \quad (1)$$

۶۴- تابع توزیع (تجمعی احتمال) متغیر تصادفی X به قرار $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{11}{25}x^2 - 2x & 0 < x \leq 5 \\ 1 & 5 < x \end{cases}$ است. تابع چگالی متغیر تصادفی X کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$f(x) = \frac{22}{25}x - 2 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{11}{50}x + 2 \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{11}{75}x^3 - x^2 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{11}{25}x - 2 \quad (1)$$

(مدیریت - سراسری ۸۳)

۶۵- اگر $\sigma_y = 3, \sigma_x = 5, \text{COV}(X, Y) = 10$ باشد، ضریب همبستگی کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

(مدیریت - سراسری ۸۳)

۶۶- برای $\{f(x) = e^{-x} | x \geq 0\}$ احتمال اینکه X مقداری بین ۱ تا ۳ را بگیرد، چقدر است؟

$$0/4650 \quad (4)$$

$$0/3181 \quad (3)$$

$$0/2325 \quad (2)$$

$$0/1353 \quad (1)$$

۶۷- متغیر تصادفی X می‌تواند یکی از سه مقدار ۵، ۴، و ۳ را انتخاب کند که احتمال آنها به ترتیب $0/2, 0/5, 0/3$ است. اگر میانگین متغیر

(مدیریت - سراسری ۸۳)

تصادفی X برابر ۶ باشد، مقدار σ_x چقدر است؟

$$10 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(حسابداری - سراسری ۸۳)

۶۸- اگر $E(Y) = 1, E(X) = 2$ و X و Y مستقل باشند، کدام مورد صحیح است؟

$$E(X+Y) = 3 \quad (4)$$

$$E(XY) = 2 \quad (3)$$

$$\text{COV}(X, Y) = 0 \quad (2)$$

$$\text{COV}(X, Y) = 0 \quad (1)$$

(حسابداری - سراسری ۸۳)

۶۹- متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال زیر است، اگر امید ریاضی X برابر $3/4$ باشد، σ_x چقدر است؟

x	۳	۲	x_3	جمع
$f(x)$	$0/2$	$0/5$	P_3	۱

$$5 \quad (2)$$

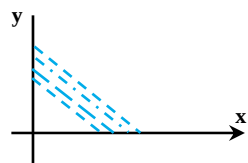
$$0/3 \quad (4)$$

$$6 \quad (1)$$

$$1 \quad (3)$$

۷۰- نمودار مقابل اندازه‌های دو صفت X و Y (دیاگرام پراکنش) در یک جامعه است، همبستگی آن دو چگونه است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)



(۱) مستقیم

(۲) معکوس

(۳) معکوس و کامل

(۴) مستقیم و کامل

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

۷۱- اگر $\sigma_x^2 = 3$ و $\sigma_y^2 = 2$ و $\text{COV}(X, Y) = -1$ باشد، آنگاه σ_{x+y}^2 برابر است با:

$$6 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

۷۲- اگر $\text{COV}(X, Y) = 6$ باشد، آنگاه $\text{COV}(3+X, 1+2Y)$ برابر است با:

$$18 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$



۷۳- تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X توسط تابع $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{2}{900}x & 0 < x \leq 30 \\ 0 & 30 < x \end{cases}$ بیان شده است. مطلوبست احتمال اینکه متغیر تصادفی مقدار خود را در فاصله $(5, 10)$ اختیار نماید.

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

$$\frac{92}{900} \quad (4)$$

$$\frac{65}{900} \quad (3)$$

$$\frac{70}{900} \quad (2)$$

$$\frac{75}{900} \quad (1)$$

۷۴- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر می‌باشد، مطلوبست تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X ؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^4}{10,000} & 0 < x \leq 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases}$$

$$\frac{x^3}{2500} \quad (2)$$

$$\frac{x^5}{5000} \quad (1)$$

$$\frac{x^3}{5000} \quad (4)$$

$$\frac{x^2}{5000} \quad (3)$$

۷۵- تابع احتمال‌های کمیت تصادفی X توسط جدول زیر بیان شده است، مطلوبست امید ریاضی کمیت تصادفی X ؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

x	۴	۵	۶	۷	۸
P(x)	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۲

$$6/2 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5/8 \quad (2)$$

$$6/9 \quad (1)$$

۷۶- تابع چگالی احتمال‌های متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می‌شود؛ تابع توزیع متغیر تصادفی X کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{40}{81}x^3 - 2x & 0 < x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{10}{81}x^4 - x^2 \quad (2)$$

$$F(x) = \frac{120}{81}x^2 - 2 \quad (1)$$

$$F(x) = \frac{10}{81}x^2 + 2 \quad (4)$$

$$F(x) = \frac{10}{81}x^3 + x \quad (3)$$

۷۷- تابع توزیع متغیر تصادفی X به قرار زیر می‌باشد؛ احتمال اینکه متغیر تصادفی X مقادیر خود را در فواصل $(3, 4)$ یا $(4, 5)$ اختیار کند کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{1}{25}x^2 & 0 < x \leq 5 \\ 1 & 5 < x \end{cases}$$

$$\frac{16}{25} \quad (2)$$

$$\frac{17}{25} \quad (1)$$

$$\frac{19}{25} \quad (4)$$

$$\frac{18}{25} \quad (3)$$

۷۸- تابع چگالی متغیر تصادفی X به قرار زیر است؛ امید ریاضی متغیر تصادفی X کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{2}{25}x & 0 < x \leq 5 \\ 0 & 5 < x \end{cases}$$

$$1/4 \quad (1)$$

$$0/8 \quad (2)$$

$$1/8 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۷۹- تابع چگالی مشترک دو کمیت تصادفی X و Y توسط تابع $\varphi(x, y) = x + y$ بیان شده است. توزیع حاشیه‌ای X کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$\varphi(x) = y + \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\varphi(x) = x + \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = x + \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = y + \frac{1}{2} \quad (1)$$

۸۰- تابع چگالی مشترک دو کمیت تصادفی X و Y توسط تابع $\varphi(x, y) = x + y$ بیان شده است. توزیع حاشیه‌ای Y کدام است؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$\varphi(y) = y + \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\varphi(y) = x + \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\varphi(y) = y + \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\varphi(y) = x + \frac{1}{3} \quad (1)$$



۸۱- در یک توزیع دو بعدی نرمال کوواریانس $\text{COV}(X, Y) = 2$ ، واریانس صفت X برابر ۲۵ و انحراف معیار صفت Y برای ۶ است. ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y کدام است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- (۱) $0/76$ (۲) $0/66$ (۳) $-0/66$ (۴) $-0/76$

۸۲- تابع توزیع کمیت تصادفی X به شکل $0 < x < 3$ $F(x) = \frac{1}{3}(-x^3 + 5x^2 - 3x)$ بیان شده است. نما یا مد این توزیع چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- (۱) $1/33$ (۲) $1/66$ (۳) $2/33$ (۴) $2/66$

۸۳- تابع چگالی احتمال برای کمیت تصادفی X به صورت $1 < x < 4$ $\varphi(x) = \frac{3x+1}{3}$ تعریف شده است. امید ریاضی کمیت تصادفی X چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- (۱) $2/35$ (۲) $2/9$ (۳) $3/38$ (۴) $1/46$

۸۴- متغیرهای تصادفی X و Y از یکدیگر مستقل هستند. اگر واریانس‌های آنها به ترتیب ۲/۵ و ۶ باشد، انحراف معیار $(2X - 3Y)$ چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- (۱) ۸ (۲) -13 (۳) ۲۳ (۴) ۱۶

۸۵- تابع توزیع صفت متغیر X توسط تابع $1 < x \leq 2$ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$ بیان شده است. تابع چگالی احتمال‌های متغیر پیوسته X کدام یک

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

از گزینه‌های زیر است؟

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases} \quad (1) \quad \varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases}$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x + \frac{1}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases} \quad (4) \quad \varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x - x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases} \quad (3)$$

x	۲	۴	۶	۸
$P_X(x)$	$0/2$	$0/3$	$0/3$	$0/2$

۸۶- قانون توزیع احتمال‌های کمیت تصادفی X به توسط جدول روبرو بیان شده است:

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

امید ریاضی کمیت تصادفی X ($E(X)$) و واریانس آن کدام یک از گزینه‌های زیر هستند؟

- $E(X) = 4/5$ $D(X) = 4/2$ (۲) $E(X) = 4/5$ $D(X) = 3$ (۱)
- $E(X) = 4$ $D(X) = 5$ (۴) $E(X) = 5$ $D(X) = 4/2$ (۳)

(حسابداری - آزاد ۸۳)

۸۷- متغیر تصادفی X ، تابع چگالی به صورت $-\infty < x < \infty$ $f(x) = \frac{c}{x^2 + 1}$ دارد مقدار c برابر است با:

- (۱) $\frac{2\pi}{14}$ (۲) $\frac{1}{\pi}$ (۳) $\frac{2}{\pi}$ (۴) $\frac{\pi}{7}$

۸۸- تابع چگالی متغیر تصادفی X با رابطه $-3 < x < 6$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{81} & -3 < x < 6 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ داده شده است. تابع چگالی متغیر $U = \frac{1}{3}(12 - X)$ کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۳)

$$\begin{cases} \frac{(17-3u)^2}{27}, 2 < u < 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} \frac{(15-3u)^2}{27}, 2 < u < 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{(11-3u)^2}{27}, 2 < u < 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} \frac{(12-3u)^2}{27}, 2 < u < 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (1)$$



۸۹- متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت با تابع چگالی $P(X=x) = c(\frac{1}{3})^x, x=1,2,3$ دارد. امید ریاضی آن یعنی $E(X)$ کدام می‌باشد؟

(حسابداری - آزاد ۸۳)

$$E(X) = \frac{5}{7} \quad (۴)$$

$$E(X) = \frac{11}{7} \quad (۳)$$

$$E(X) = 1 \quad (۲)$$

$$E(X) = \frac{13}{7} \quad (۱)$$

۹۰- اگر Y, X دو متغیر تصادفی باشند با تابع چگالی مشترک: $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{4} + xy & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ تابع چگالی متغیر X کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۳)

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} + x, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۴) \quad f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{x}{3}, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۳) \quad f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{x}{2}, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۲) \quad f_1(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} + \frac{x}{2}, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۱)$$

۹۱- تابع چگالی مشترک دو متغیر تصادفی X, Y چنین داده شده است $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{96}xy & 0 < x < 4, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ احتمال اینکه $X \leq 2$ باشد،

(حسابداری - آزاد ۸۳)

کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

۹۲- برای دو متغیر تصادفی X و Y تابع چگالی مشترک به صورت $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{21}(2x+y) & 2 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ داده شده است.

(حسابداری - آزاد ۸۳)

مطلوبست احتمال اینکه $Y \geq 2$.

$$\frac{35}{32} \quad (۴)$$

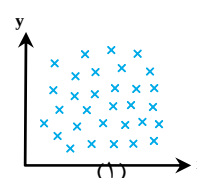
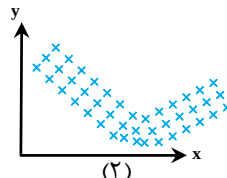
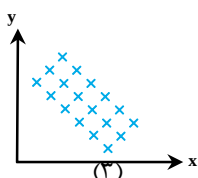
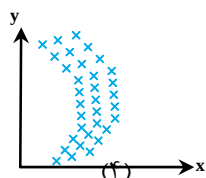
$$\frac{32}{35} \quad (۳)$$

$$\frac{23}{35} \quad (۲)$$

$$\frac{35}{37} \quad (۱)$$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۳)

۹۳- کدام یک از دیاگرام‌های پراکندگی زیر همبستگی خطی منفی را نشان می‌دهد؟



۹۴- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت زیر داده شده است. احتمال $P(1 \leq X \leq 3)$ چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

۹۵- اگر کمیت تصادفی X بصورت مقابل توزیع شده باشد: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$ میانگین و واریانس آن برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$$\text{Var}(X) = \frac{9}{12}, E(X) = \frac{71}{10} \quad (۴) \quad \text{Var}(X) = \frac{12}{3}, E(X) = 5 \quad (۳) \quad \text{Var}(X) = \frac{20}{3}, E(X) = 5 \quad (۲) \quad \text{Var}(X) = \frac{81}{12}, E(X) = \frac{9}{2} \quad (۱)$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

۹۶- تابع احتمال توام (مشترک) زیر را در نظر بگیرید، کوواریانس X, Y عبارت است از:

	y	0	10
x			
-2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	

$$-\frac{10}{3} \quad (۱)$$

$$-\frac{20}{3} \quad (۲)$$

$$-5 \quad (۳)$$

$$\text{صفر} \quad (۴)$$



۹۷- شانه تخم‌مرغ‌های ۶ تایی به قیمت ۶۰۰ تومان و شانه‌های تاریخ گذشته آن به قیمت ۴۰۰ تومان عرضه می‌شود. اگر تابع احتمال تخم‌مرغ‌های سالم در شانه تاریخ گذشته به صورت زیر باشد، احتمال آنکه خرید آن مقرون به صرفه باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$$f(x) = \begin{cases} \binom{6}{x} \frac{1}{64} & x = 0, 1, \dots, 6 \\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{7}{64} \\ (2) & \frac{16}{64} \\ (3) & \frac{28}{64} \\ (4) & \frac{39}{64} \end{array}$$

(مدیریت - سراسری ۸۴)

x	0	1	2	3
f(x)	0/2	0/3	0/4	0/1

۹۸- در تابع احتمال مقابل، امید ریاضی $(2X-1)$ چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 1/4 \\ (2) & 1/6 \\ (3) & 2/4 \\ (4) & 1/8 \end{array}$$

(حسابداری - سراسری ۸۴)

x	0	1	2	3
f(X=x)	0/1	0/26	α	$3\alpha-1$

۹۹- به ازای کدام مقدار α جدول مقابل می‌تواند توزیع احتمال متغیر تصادفی X باشد؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 0/32 \\ (2) & 0/41 \\ (3) & 0/44 \\ (4) & 0/56 \end{array}$$

(حسابداری - سراسری ۸۴)

x \ y	-1	0	1
1	0/1	0/2	0/3
2	0/25	0/15	0

۱۰۰- دو متغیر مستقل X, Y با توزیع توأم جدول مقابل داده شده است. $E(X.Y)$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & -0/3 \\ (2) & -0/2 \\ (3) & 0/2 \\ (4) & 0/3 \end{array}$$

(حسابداری - سراسری ۸۴)

۱۰۱- تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ است. $P(x > \frac{1}{2})$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{1}{2} \\ (2) & \frac{2}{3} \\ (3) & \frac{1}{4} \\ (4) & \frac{3}{4} \end{array}$$

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

۱۰۲- به ازای کدام مقدار k ، $f(x) = \begin{cases} k(e^{-x}) & 0 < x < \infty \\ 0 & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ یک تابع احتمال است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 1 \\ (2) & \frac{1}{2} \\ (3) & \frac{1}{3} \\ (4) & \frac{1}{4} \end{array}$$

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

۱۰۳- برای $\{f(x) = e^{-x} \mid x \geq 0\}$ احتمال این که X مقداری بین ۱ تا ۳ را بگیرد چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & e^{-2} \\ (2) & e^{-3} - e^{-1} \\ (3) & e^{-1} - e^{-3} \\ (4) & e^{-3} \end{array}$$

۱۰۴- متغیر تصادفی X از پیشامدهایی به شکل دنباله $\{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$ تشکیل شده است. اگر $P(a_k) = P(b_k) = \frac{A}{(k+1)(k+2)}$ باشد، مقدار A کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{1}{4} \\ (2) & \frac{1}{2} \\ (3) & 1 \\ (4) & 2 \end{array}$$

۱۰۵- جعبه‌ای شامل ۳ مهره با شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ است. دو مهره با جایگذاری خارج می‌کنیم. X شماره اولین مهره و Y شماره بزرگترین عدد بین دو مهره است. $P(X > 1 \mid Y = 3)$ برابر است با: (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{4}{5} \\ (2) & \frac{3}{5} \\ (3) & \frac{2}{5} \\ (4) & \frac{1}{5} \end{array}$$

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

۱۰۶- اگر X و Y شماره‌های ظاهر شده در پرتاب دو تاس باشند واریانس $3Y + 5 + X$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{175}{6} \\ (2) & \frac{115}{6} \\ (3) & \frac{140}{12} \\ (4) & \frac{80}{12} \end{array}$$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

۱۰۷- در تابع احتمال سوال قبل، $COV(X, Y)$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 0/85 \\ (2) & 0/15 \\ (3) & -0/85 \\ (4) & -0/15 \end{array}$$



۱۰۸- در بررسی ۵ پروژه، مطالعات X تعداد پروژه‌های مورد قبول است که توزیع احتمال آن به صورت زیر پیش‌بینی شده است، $P(X \geq 2)$ کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$P(x)$	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	α

(۲) ۰/۵۵

(۱) ۰/۴۵

(۴) ۰/۷

(۳) ۰/۶

۱۰۹- در بررسی ۵ پروژه مطالعاتی X تعداد پروژه‌های مورد قبول است که توزیع احتمال آن به صورت زیر پیش‌بینی شده است. $P(X \geq 2)$ کدام است؟
(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$P_X(x)$	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	α

(۲) ۰/۵۵

(۱) ۰/۴۵

(۴) ۰/۷

(۳) ۰/۶

۱۱۰- اگر جدول توزیع احتمال مشترک دو متغیر تصادفی X و Y به قرار جدول زیر باشد $E(X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

$x \backslash y$	۱	۲	۳	
۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۴
۲	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳
۳	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳
	۰/۴	۰/۳	۰/۳	۱

(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۱/۹

(۴) قابل محاسبه نیست

۱۱۱- اگر تابع احتمال یک متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و غیر} \end{cases}$ باشد $E(X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{3}$

۱۱۲- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت روبرو می‌باشد $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{9} & 0 < x < 3 \\ 0 & \text{و غیر} \end{cases}$ مقدار $P(1 < X < 2)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

(۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۱) $\frac{7}{27}$

۱۱۳- تعداد دفعات خاموشی‌های برق در روز برای یک شهر (X) و احتمالات مربوط به آن به صورت زیر می‌باشد:

x	۰	۱	۲	۳
$f(x)$	۰/۸	۰/۱۵	۰/۰۴	۰/۰۱

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

میانگین و انحراف معیار برای تعداد دفعات خاموشی برابر است با:

(۴) ۱/۲۵, ۱/۲۵

(۳) ۰/۸, ۰

(۲) ۰/۵۷۷, ۰/۲۶

(۱) ۵/۷۷, ۲/۱۶

۱۱۴- تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $a < x < b$ $\varphi_X(x) = \frac{1}{b-a}$ بیان شده است. تابع توزیع کمیت تصادفی X کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

(۴) $\frac{x^3}{b-a}$ $a < x < b$ (۳) $\frac{x-a}{b-a}$ $a < x < b$ (۲) $\frac{x^2}{b-a}$ $a < x < b$ (۱) $\frac{1-e^{-x}}{b-a}$ $a < x < b$

۱۱۵- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار زیر می‌باشد: احتمال اینکه کمیت تصادفی X یکی از مقادیر خود را در اشتراک فاصله (۰,۴), (۲,۶) اختیار کند کدام است؟
(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x^2}{24} & 1 < x \leq 5 \\ 1 & 5 < x \end{cases}$$

(۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$



۱۱۶- تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $1 < x \leq 5$ $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x}{12} & 1 < x \leq 5 \\ 0 & 5 < x \end{cases}$ بیان می‌شود. امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

(۴) $4/273$

(۳) $3/846$

(۲) $3/444$

(۱) $2/541$

۱۱۷- تابع چگالی احتمال برای کمیت تصادفی X به صورت $1 \leq x \leq 4$ $\varphi(x) = \frac{3x+1}{30}$ بیان شده است: امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۴)

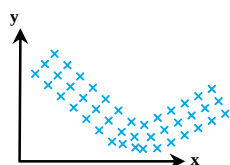
(۴) $2/9$

(۳) $2/35$

(۲) $3/38$

(۱) $1/46$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

۱۱۸- دیاگرام پراکندگی زیر چه همبستگی را بین دو متغیر X و Y نشان می‌دهد؟

(۱) همبستگی خطی مثبت

(۲) همبستگی خطی منفی

(۳) همبستگی غیر خطی

(۴) همبستگی آشکاری وجود ندارد.

۱۱۹- اگر $f(y) = cy^2$ برای $0 \leq y \leq 2$ و در بقیه نقاط $f(y) = 0$ باشد، برای مقادیری از $f(y)$ که در آن تابع چگالی معنی‌دار و معتبر باشد، مقدار c کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

(۴) $\frac{8}{3}$

(۳) 2

(۲) $\frac{3}{8}$

(۱) صفر

۱۲۰- تابع چگالی مربوط به طول عمر یک قطعه الکترونیکی به صورت زیر می‌باشد، میانگین طول عمر این قطعه چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$$

(۲) 0

(۱) ∞

(۴) 20

(۳) 1

۱۲۱- تابع احتمالی متغیر تصادفی X به صورت زیر است. متغیر $Y = X^2$ را در نظر بگیرید. مقدار ضریب همبستگی $\rho(X, Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

(۲) 0

(۱) -1

(۴) 1

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۱۲۲- دو متغیر مستقل X, Y با تابع احتمال مقابل داده شده‌اند، α کدام است؟

x \ y	۱	۲	۳
۰	$0/12$	$0/2$	$0/8$
۲	$0/18$	α	β

(۱) $0/12$

(۲) $0/2$

(۳) $0/25$

(۴) $0/3$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۱۲۳- اگر $\text{cov}(X, Y) = 0$ باشد، کدام بیان برای رابطه X, Y صحیح است؟

(۴) الزاماً مستقل

(۳) رابطه غیر خطی یا مستقل

(۲) رابطه غیر خطی

(۱) رابطه خطی

۱۲۴- اگر تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}(4x - x^2) & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$ باشد، $P(X > 2)$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{5}{9}$

(۲) $\frac{14}{27}$

(۱) $\frac{16}{27}$



۱۲۵- مقدار c در عبارت $f(x) = \begin{cases} c(1+x) & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$ چقدر باشد تا $f(x)$ یک تابع چگالی شود؟ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۲۶- فرض کنید X تعداد شیرهایی است که در پرتاب ۳ سکه همگن به دست می‌آید. امید ریاضی متغیر $Y = \frac{1}{X-4}$ ، کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

- (۱) $-\frac{17}{32}$ (۲) $-\frac{15}{32}$ (۳) $\frac{15}{32}$ (۴) $\frac{17}{32}$

۱۲۷- تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ است. $E(X^2)$ چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) ۱

۱۲۸- تابع احتمال توأم (X, Y) به صورت $P(0,0) = 0/3$, $P(0,1) = 0/1$, $P(1,0) = 0/2$, $P(1,1) = 0/4$ است. امید ریاضی شرطی متغیر X به شرط $Y = 1$ ، کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۲۹- توزیع توأم دو متغیر تصادفی X و Y برابر است با: $P(X=x, Y=y) = \frac{1}{16}$ ، مقدار کوواریانس X و Y کدام است؟ $x = 1, 2, 3, 4$
 $y = 1, 2, 3, 4$ (محیط زیست - سراسری ۸۵)

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۳۰- تابع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y در جدول زیر است. $COV(X, Y)$ برابر کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

$y \backslash x$	۲	۴	۶
۰	۰/۲	۰/۰۸	۰/۱۲
۱	۰/۳	۰/۱۲	۰/۱۸

- (۱) $-0/5$
(۲) $-0/4$
(۳) ۰
(۴) $0/5$

۱۳۱- به ازای کدام مقدار k تابع $f(X) = \frac{2x+k}{25}$, $x = 1, 2, 3, 4, 5$ می‌تواند تابع احتمال این متغیر تصادفی باشد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۳۲- در یک جدول تابع احتمال، اگر $E(X) = 2$, $E(X^2) = 5/5$ باشد، مقدار $var(-2X+1)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۳- برای دو متغیر تصادفی X و Y داریم: $E(X) = 1/2$, $E(Y) = 2/1$, $E(XY) = 2/7$ و Y نسبت به X همبستگی دارد؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

- (۱) مستقیم (۲) معکوس (۳) غیر خطی (۴) مستقل از هم

۱۳۴- اگر $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 90$ و $\sum_{i=1}^{20} x_i = 15$ باشد، مقدار $\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۲۰

۱۳۵- اگر X و Y مستقل از یکدیگر باشند و واریانس آنها برابر با ۵ باشد. آنگاه انحراف معیار $(Y - X)$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰ (۳) ۵۰ (۴) صفر



۱۳۶- X به عنوان یک متغیر تصادفی معرف طول عمر لامپی است که بین ۵۰ تا ۲۰۰ ساعت کار می‌کند. احتمال اینکه لامپ دقیقاً ۱۰۰ ساعت کار کند برابر است با:

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۵)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) $\frac{3}{25}$ (۴) $\frac{4}{75}$

۱۳۷- تابع $f(x) = ax^2$ مفروض است. مقدار a چقدر باشد تا تابع مذکور در دامنه $(0, 1)$ تابع چگالی باشد.

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۵)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۸- تابع چگالی احتمال کمیت تصادفی X به صورت زیر تعریف شده است، احتمال اینکه کمیت تصادفی X مقادیر کمتر از ۲ اختیار کند، چیست؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}(2x+1) & 0 < x < 3 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۵)

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) صفر (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۹- توزیع مشترک دو متغیر تصادفی X و Y توسط جدول زیر بیان می‌شود، توزیع شرطی Y بر حسب $x = 12$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

$y \backslash x$	۲	۴	۶	۸	$P(X=x)$
۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۳۰
۱۲	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۴۰
۱۴	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۳۰
$P(Y=y)$	۰/۲۰	۰/۴۰	۰/۲۵	۰/۱۵	۱

$y \backslash x$	۲	۴	۶	۸
۱۰	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵

$y \backslash x$	۲	۴	۶	۸
۱۲	۰/۲۵	۰/۵	۰/۴	۰/۳۳

$y \backslash x$	۲	۴	۶	۸
۱۴	۰/۲	۰/۴۰	۰/۲۵	۰/۱۵

$y \backslash x$	۲	۴	۶	۸
۱۰	۰/۱۲۵	۰/۵	۰/۲۵	۰/۱۲۵

۱۴۰- چگالی متغیر تصادفی X توسط تابع زیر بیان می‌شود؛ امید ریاضی متغیر تصادفی X کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{3x^2}{1000} & 0 < x \leq 10 \\ 0 & 10 < x \end{cases}$$

(۱) $\frac{5}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{8}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۱۴۱- تابع توزیع صفت متغیر X به توسط تابع $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$ بیان شده است. تابع چگالی احتمال‌های متغیر پیوسته X کدام

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2}x & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases} \quad (۲)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x + \frac{1}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases} \quad (۴)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2} & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases} \quad (۱)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2}x - x & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases} \quad (۳)$$



۱۴۲- چنانچه کوواریانس دو متغیر X و Y برابر ۲۱- و واریانس آنها به ترتیب برابر ۸۱ و ۴۹ باشد، ضریب تبیینی چیست؟ (حسابداری - آزاد ۸۵)

$0/1089 (1)$
 $0/1089 (2)$
 $-0/33 (3)$
 $0/33 (4)$

۱۴۳- کمیت تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین 20 و واریانس 4 است. واریانس $Y = 3 + 3X$ برابر است با: (حسابداری - آزاد ۸۵)

$36 (1)$
 $27 (2)$
 $64 (3)$
 $60 (4)$

۱۴۴- تابع چگالی احتمال $f(x) = kx^2$ با $0 \leq x \leq 3$ تعریف شده است. مقدار k چیست؟ (حسابداری - آزاد ۸۵)

$1/9 (1)$
 $1/3 (2)$
 $3 (3)$
 $9 (4)$

۱۴۵- توزیع احتمال مشترک دو متغیر تصادفی X, Y به صورت زیر است. کوواریانس (Y, X) کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

	Y	0	1	2	
X					
0		0/2	0/3	0/1	0/4 (1)
1		0/1	0/2	0/1	0/12 (2)
					0/24 (3)
					0/36 (4)

۱۴۶- امید ریاضی متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال زیر چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$
 $\frac{4}{3} (2)$
 $\frac{1}{2} (1)$
 $\frac{1}{3} (4)$
 $\frac{2}{3} (3)$

۱۴۷- فرض کنید متغیر تصادفی X در فاصله $(0, 1)$ دارای تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد. اگر $Y = X^2$ باشد، کوواریانس X, Y برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$1 (4)$
 $\frac{1}{4} (3)$
 $\frac{1}{12} (2)$
 $0 (1)$

۱۴۸- دو جعبه هر یک شامل ۳ مهره است که از یک تا سه شماره گذاری شده است. یک مهره به تصادف از هر جعبه انتخاب شده است. اگر متغیر تصادفی X نشان دهنده اختلاف بین اعداد دو مهره باشد، میانگین و واریانس X به ترتیب کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$\frac{4}{9} \text{ و } \frac{8}{9} (1)$
 $\frac{12}{9} \text{ و } \frac{8}{9} (2)$
 $\frac{4}{9} \text{ و } \frac{8}{9} (3)$
 $\frac{44}{81} \text{ تا } \frac{8}{9} (4)$

۱۴۹- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{سایر } x \end{cases}$ است. اگر واریانس X برابر $\frac{4}{3}$ باشد، ضریب تغییرات X کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$\frac{\sqrt{3}}{6} \times 100 (4)$
 $\frac{2\sqrt{3}}{4} \times 100 (3)$
 $\frac{4}{\sqrt{3}} \times 100 (2)$
 $\frac{2}{3\sqrt{3}} \times 100 (1)$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۱۵۰- در توزیع احتمال توأم روبه‌رو، $\text{cov}(X, Y)$ کدام است؟

$x \backslash y$	0	1	2
1	0	0/1	0/2
3	0/3	0/4	0

$-0/56 (1)$
 $-0/46 (2)$
 $0 (3)$
 $0/64 (4)$

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۱۵۱- در عبارت $f(x) = \begin{cases} a(\frac{1+x}{2}) & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{سایر } x \end{cases}$ مقدار a چقدر باشد تا $f(x)$ یک چگالی باشد؟

$\frac{4}{21} (4)$
 $\frac{17}{21} (3)$
 $\frac{21}{17} (2)$
 $\frac{21}{4} (1)$



(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۱۵۲- جدول زیر مفروض است. اگر $R = X^2 + Y^2$ باشد، $\sqrt{E(R)}$ چقدر است؟

$y \backslash x$	۰	۱
۰	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$
۱	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
۲	$\frac{3}{10}$	۰

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۵۳- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{در جای دیگر} \end{cases}$ تابع چگالی متغیر تصادفی X باشد، واریانس این متغیر تصادفی کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

(۴) $1/5$

(۳) $1/25$

(۲) $0/75$

(۱) $0/25$

۱۵۴- اگر $P(X=x) = \frac{1}{x^2+x}, x \in N$ تابع احتمال متغیر تصادفی X باشد، $P(2 \leq X \leq 19)$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

(۴) $0/63$

(۳) $0/54$

(۲) $0/45$

(۱) $0/36$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

۱۵۵- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{25}, x=1,2,3,4,5$ باشد، مقدار $E(X)$ کدام است؟

(۴) $3/8$

(۳) $2/7$

(۲) $3/6$

(۱) $3/5$

۱۵۶- بین X و Y رابطه $Y = 6X - 20$ برقرار است اگر میانگین X برابر با ۲۹ باشد، میانگین Y کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

(۴) ۱۹۴

(۳) ۱۷۴

(۲) ۱۵۲

(۱) ۸/۷

۱۵۷- تابع چگالی $f(x)$ به صورت $f(x) = \begin{cases} a+bx^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ تعریف شده است، اگر امید ریاضی آن برابر $\frac{2}{3}$ باشد، a و b کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

(۴) $a=2, b=\frac{2}{3}$

(۳) $a=\frac{1}{3}, b=2$

(۲) $a=2, b=\frac{1}{3}$

(۱) $a=\frac{2}{3}, b=2$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۱۵۸- اگر $COV(X, Y) = 4$ باشد، $COV(2+3X, 3+2Y)$ برابر است با:

(۴) ۲۶

(۳) ۲۲

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

۱۵۹- اگر کمیت‌های تصادفی X و Y مستقل از هم و به ترتیب دارای واریانس‌های ۳ و ۵ باشند، واریانس کمیت تصادفی $Z = 2X - Y$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۷

(۲) ۱۰

(۱) ۷

۱۶۰- توزیع مشترک در متغیر تصادفی گسسته X و Y به شرح زیر می‌باشد. اگر $E(X) = 15$ و $E(Y) = 15$ باشد مقدار کوواریانس کدامیک از

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

گزینه‌های زیر است؟

$y \backslash x$	۱۰	۲۰	
۱۰	۰/۴	۰/۱	۰/۵
۲۰	۰/۱	۰/۴	۰/۵
	۰/۵	۰/۵	

(۱) ۲۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۵

(۴) ۱۲

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

۱۶۱- یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $f(x) = \frac{x}{6}$ برای $x=1,2,3$ می‌باشد. امید ریاضی X برابر است با:

(۴) $0/333$

(۳) $2/333$

(۲) $0/500$

(۱) ۲

۱۶۲- متغیرهای تصادفی X و Y مستقل از یکدیگر در صورتیکه واریانس‌های آنها به ترتیب $2/5$ و ۶ باشد، انحراف معیار $(2X - 3Y)$ عبارتست از:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۶۴

(۱) ۱۲



۱۶۳- توزیع کمیت تصادفی گسسته X توسط جدول زیر بیان می‌شود: احتمال این که $X = 4$ ، مجهول است. احتمال این که $X = 7$ ، مجهول است. ولی آن احتمال دو برابر احتمال $X = 7$ است. این احتمال‌های مجهول کدام هستند؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$P(X = x_i)$	$0/02$	$0/10$	?	$0/25$	$0/15$	?	$0/10$

$$P(X = 4) = 0/15, \quad P(X = 7) = 0/30 \quad (۱)$$

$$P(X = 4) = 0/10, \quad P(X = 7) = 0/20 \quad (۲)$$

$$P(X = 4) = 0/14, \quad P(X = 7) = 0/28 \quad (۳)$$

$$P(X = 4) = 0/16, \quad P(X = 7) = 0/32 \quad (۴)$$

۱۶۴- کدام یک از گزاره‌های زیر مفهوم تابع توزیع $(F_X(x))$ می‌باشد. (مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

(۱) احتمال این که کمیت تصادفی X ، مقدار بزرگتر از عدد حقیقی x را اختیار نماید، یعنی $P(X > x) = F_X(x)$ را تابع توزیع نامند.

(۲) احتمال این که تمامی مقادیر ممکن کمیت تصادفی، کوچکتر از عدد حقیقی x باشند را تابع توزیع کمیت تصادفی گویند. یعنی

$$P[(-\infty < X < +\infty) < x] = F_X(x)$$

(۳) احتمال اینکه کمیت تصادفی X ، مقدار کوچکتر از عدد حقیقی x را اختیار نماید، یعنی $P(X < x) = F_X(x)$ را تابع توزیع نامیده می‌شود.

(۴) احتمال اینکه کمیت تصادفی X مقدار خاص مساوی با x را اختیار نماید، یعنی $P(X = x) = F_X(x)$ را تابع توزیع نامند.

۱۶۵- کدام یک از توابع زیر تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X می‌باشد؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{2}{4}x & 0 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases} \quad \varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{2}{4}x & 0 < x \leq 1 \\ 0 & 1 < x \end{cases} \quad \varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}x & 0 < x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases} \quad \varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}x & 0 < x \leq 4 \\ 0 & 4 < x \end{cases}$$

۱۶۶- کدام یک از توابع زیر «تابع توزیع» کمیت تصادفی X می‌باشد؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^4}{4} & 0 < x \leq 4 \\ 1 & 4 < x \end{cases} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \end{cases} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^3}{3} & 0 < x \leq 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} & 0 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$

۱۶۷- تابع توزیع کمیت تصادفی X ، توسط تابع $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 < x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$ بیان شده است. احتمال اینکه کمیت تصادفی X ، یکی از مقادیر خود را در فاصله $(0, 1)$ اختیار کند، کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$P(0 < X < 1) = 0/25 \quad (۴)$$

$$P(0 < X < 1) = 0/95 \quad (۳)$$

$$P(0 < X < 1) = 0/75 \quad (۲)$$

$$P(0 < X < 1) = 0/5 \quad (۱)$$

۱۶۸- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{4x+5}{k} & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ تابع چگالی احتمال باشد، مقدار k کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۶)

$$\frac{1}{26} \quad (۴)$$

$$26 \quad (۳)$$

$$18 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{18} \quad (۱)$$

۱۶۹- اگر خطای توزین دارویی در یک عطاری دارای تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{4} & -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ باشد. در این صورت احتمال این که خطای

توزین دارو از $0/1$ تجاوز نکند، کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۶)

$$0/2 \quad (۴)$$

$$0/02 \quad (۳)$$

$$0/05 \quad (۲)$$

$$0/5 \quad (۱)$$

۱۷۰- فرض کنید $Var(X) = 8$ ، $Var(Y) = 2$ و ضریب همبستگی $\rho(X, Y) = \frac{1}{4}$ باشند، مقدار $Var(X - 2Y)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$14 \quad (۴)$$

$$8 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$



۱۷۱- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت روبرو است: مقدار $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{4} & 1 < x < 5 \\ f(x) = 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۱۷۲- تابع توزیع کمیت تصادفی پیوسته X (طول زمان کار دستگاه تا وقتی که از کار بیفتد) به قرار ذیل می‌باشد. احتمال اینکه دستگاه در طول

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

زمان $X \geq T$ از کار بیفتد چقدر است؟ $F(x) = 1 - \exp(-\frac{x}{T})$ $0 < x \leq \infty$

 $\frac{e^{-1}}{T}$ (۴) $1 - e^{-1}$ (۳) e^{-1} (۲) e (۱)

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

۱۷۳- به ازای کدام مقدار a ، تابع $0, 1, 2, 3, 4$ و $x = 0$ یک تابع احتمال است؟ $P(X=x) = \frac{\binom{4}{x}}{3a+1}$

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

۱۷۴- در تابع احتمال توام دو متغیر تصادفی X, Y ، مقدار کوواریانس کدام است؟

x \ y	۱	۴
	۱	۴
۰	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
۵	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

 $\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۱) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$ (۳)

۱۷۵- دو متغیر تصادفی X و Y دارای ضریب همبستگی $\rho_{XY} = 0/45$ و $\mu_X = 100$ و $\mu_Y = 100$ و $\sigma_X = 10$ و $\sigma_Y = 8$ می‌باشند. واریانس

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

 $D = 2X - Y$ چقدر است؟

۴۷۴ (۴)

۴۶۴ (۳)

۴۲۴ (۲)

۳۷۴ (۱)

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

۱۷۶- جدول توزیع دو متغیری رو به رو مفروض است. در مورد وضعیت متغیرهای X و Y چه می‌توان گفت؟

Y \ X	۱	۲	۳
	۱	۲	۳
۰	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{7}{20}$
۱	$\frac{1}{20}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{9}{20}$

(۱) دو متغیر تصادفی X و Y به یکدیگر وابسته می‌باشند و همبستگی X و Y منفی است.(۲) دو متغیر تصادفی X و Y به یکدیگر وابسته می‌باشند و همبستگی X و Y مثبت است.(۳) دو متغیر تصادفی X و Y نسبت به یکدیگر مستقل هستند و همبستگی بین X و Y وجود ندارد.(۴) دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از یکدیگرند اما همبستگی بین آنها وجود دارد.

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

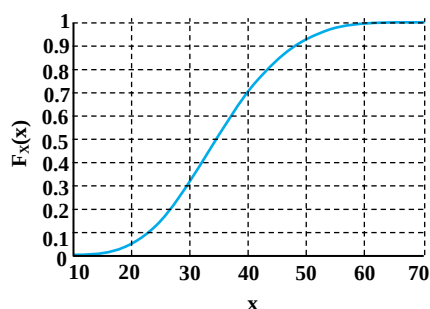
۱۷۷- مقدار $\text{Cov}(X - Y, X + Y)$ ، کدام است؟

(۱) $\text{Var}(X) - \text{Var}(Y)$ (۲) $\text{Var}(X + Y) - \text{Var}(X - Y)$ (۳) $\text{Var}(X - Y) - \text{Var}(X + Y)$ (۴) $\text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$

۱۷۸- تابع تجمعی توزیع متغیر پیوسته تصادفی X در شکل زیر نشان داده شده است. احتمال اینکه X دارای مقداری بیش از ۳۰

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

باشد $P(X > 30)$ حدوداً برابر است با:



۰/۳ (۱)

۰/۷ (۲)

۰/۹ (۳)

۱ (۴)



۱۷۹- چنانچه $n = 20$, $\sum x_i^2 = 85$, $\sum x_i = 30$ باشد، حاصل عبارت $\sum (x_i - \bar{x})^2$ کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۷۰ (۴) ۸۲

۱۸۰- تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است. واریانس X کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

x	-۱	۱	۳	۵
$f(x)$	۰/۲	۰/۳	α	۰/۱

(۱) ۱/۲۶ (۲) ۲/۴۶
(۳) ۳/۱۲ (۴) ۳/۳۶

۱۸۱- امید ریاضی متغیر تصادفی X با تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & 1 < x < 3 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

(۱) ۱/۹۸ (۲) ۲ (۳) ۲/۱۶ (۴) ۲/۲۴

۱۸۲- در تابع احتمال

x	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	۰/۱	۰/۱۵	۰/۵	۰/۲۵

امید ریاضی $(X-1)^2$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) ۰/۶۵ (۲) ۰/۷ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۰/۸

۱۸۳- اگر $E(X) = 4/5$, $E(X^2) = 24$ باشد، واریانس $(-2X+1)$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۲ (۴) ۰/۸

۱۸۴- اگر $V(X+Y) = V(X-Y)$ باشد، کدام بیان برای رابطه بین X و Y صحیح است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) استقلال (۲) رابطه‌ی غیر خطی (۳) رابطه‌ی غیر خطی یا استقلال (۴) رابطه‌ی وجود ندارد

۱۸۵- متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی به صورت $f(x) = \begin{cases} ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ است. a کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۸۶- در مورد دو متغیر مستقل کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

(۱) کوواریانسشان مخالف صفر است. (۲) ناهمبسته‌اند. (۳) استقلال خطی ندارند. (۴) مانع‌الجمع‌اند.

۱۸۷- اگر $\text{var}(X) = 9$, $\text{var}(Y) = 2$ و $\text{COV}(X, Y) = -3$ باشد، واریانس $Z = -\frac{1}{3}X - 2Y + 18$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

(۱) ۷۷ (۲) ۸۷ (۳) ۸۵ (۴) ۵

۱۸۸- یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $f(x) = \frac{x}{6}$ for $x = 1, 2, 3$ می‌باشد ارزش مورد انتظار X برابر است با: (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۷)

(۱) ۰/۳۳۳ (۲) ۲/۳۳۳ (۳) ۰/۵ (۴) ۲

۱۸۹- تابع چگالی احتمال‌های کمیت تصادفی X با قانون نمایی $\phi(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $0 < x < \infty$ می‌باشد تابع توزیع کمیت تصادفی X کدام است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

(۱) $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ (۲) $F_X(x) = e^{-\lambda x} - 1$ (۳) $F_X(x) = e^{-\lambda x}$ (۴) $F_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} - 1$



۱۹۰- داده‌های زیر نشانگر توزیع احتمال برای تقاضای روزانه کالای A در یک فروشگاه می‌باشد تقاضای روزانه مورد انتظار برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

تقاضا	احتمال
۰	۰/۱
۱	۰/۲
۲	۰/۳
۳	۰/۲
۴	۰/۲

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۲/۲ (۴)

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

۱۹۱- با توجه به سؤال قبل، احتمال داشتن تقاضا برای حداقل دو واحد از کالای A برابر است با:

۰/۳ (۴)

۰/۷ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۶ (۱)

۱۹۲- تابع زیر متغیر تصادفی X به صورت $-2 < x \leq 2$ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & -2 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$ است. تابع چگالی احتمال آن کدام است؟ (محیط زیست - آزاد ۸۷)

$$\phi(x) = \frac{x^2}{8} \quad (۴)$$

$$\phi(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} - \frac{12}{8} \quad (۳)$$

$$\phi(x) = \frac{x}{4} \quad (۲)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{4} \quad (۱)$$

۱۹۳- اگر متغیر تصادفی X در فاصله $(a=2, b=10)$ بر طبق قانون مستطیلی (یکنواخت) با تابع چگالی $\phi(x) = \frac{1}{8}, 2 < x < 10$ توزیع شده باشد.

احتمال اینکه X در آزمایش مقداری مساوی با $\frac{a+b}{2}$ اختیار کند، کدام است؟ (محیط زیست - آزاد ۸۷)

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{80} \quad (۳)$$

$$\text{صفر} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

۱۹۴- در جدول توزیع احتمال زیر، $\text{Var}(\frac{1}{2}X - 2)$ کدام است؟

x	-۲	۰	۲	۴	۵
f(x)	۰/۱	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۲

۱/۲۵ (۲)

۱/۲۱ (۱)

۱/۴۱ (۴)

۱/۳۵ (۳)

۱۹۵- اگر $\text{var}(X) = 3$ و $\text{var}(Y) = 4$ و $\text{cov}(X, Y) = -1$ باشند، آنگاه واریانس $Z = 2X - Y + 1$ چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۱۹۶- تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی X بصورت $2 < x \leq 10$ $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{96} & 2 < x \leq 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases}$ داده شده است. میانه متغیر تصادفی X، کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$\sqrt{6} \quad (۴)$$

$$\sqrt{48} \quad (۳)$$

$$\sqrt{96} \quad (۲)$$

$$\sqrt{52} \quad (۱)$$

۱۹۷- مقدار m در تابع $f(x) = \frac{m}{\sqrt{x}}$ برای $0 \leq x \leq 1$ چقدر باشد تا f(x) یک تابع چگالی احتمال باشد؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

۲ (۴)

۳/۲ (۳)

۱ (۲)

۱/۲ (۱)

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

۱۹۸- اگر $\text{var}(-2X + 1) = 5$ ، $E(X) = 1/5$ باشد $E(X - 2)^2$ کدام است؟

۳/۲۵ (۴)

۱/۷۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)



(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$y \backslash x$	-۲	۰	۳
۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲۵
۲	۰/۱۵	۰/۳	۰

۱۹۹- در توزیع توأم جدول مقابل، کوواریانس کدام است؟

- (۱) $-۰/۴۱۲۵$
 (۲) $-۰/۰۱۲۵$
 (۳) $-۰/۰۱۴۵$
 (۴) $۰/۲۴۲۵$

۲۰۰- به ازای مقداری از k تابع $f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$ یک تابع چگالی احتمال است. امید ریاضی x کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۱- تابع زیر مفروض است، مقدار a را چنان بیابید که $f(x)$ یک چگالی احتمال باشد؟

$$f(x) = \begin{cases} a + \frac{1}{4}x & -2 \leq x \leq 0 \\ a - \frac{1}{4}x & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

- (۱) -۲
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۲

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۲- در جدول مقابل، a چه مقدار باشد تا $E(X) = 4$ باشد؟

x	۳	a	۱۰	۱۴
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	b	$\frac{4}{10}$

(۲) ۸

(۱) ۶

(۴) -۱۳

(۳) ۱۳

(حسابداری - آزاد ۸۸)

۲۰۳- به ازای کدام مقدار a تابع $x = 5, 6, 7, \dots$ $P(X=x) = ap(1-p)^{(x-5)}$ یک تابع احتمال است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) ۴

۲۰۴- تابع چگالی کمیت تصادفی X توسط تابع $x = 2 \leq x < 4$ $\varphi_X(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - 6 & 2 \leq x < 4 \\ 0 & x < 2 \\ 0 & 4 \leq x \end{cases}$ بیان می‌شود. کدامیک از عبارتهای زیر تابع توزیع

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

کمیت تصادفی x می‌باشد؟

$$F_X(x) = 15 - 3x + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{12}x^3 \quad 2 \leq x < 4 \quad (2)$$

$$F_X(x) = 5 - 6x + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{12}x^3 \quad 2 \leq x < 4 \quad (1)$$

$$F_X(x) = 5 + 6x + \frac{9}{4}x^2 + \frac{3}{12}x^3 \quad 2 \leq x < 4 \quad (4)$$

$$F_X(x) = -5 + 6x - \frac{9}{4}x^2 + \frac{3}{12}x^3 \quad 2 \leq x < 4 \quad (3)$$

۲۰۵- تابع توزیع کمیت تصادفی x ، $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ (x-2)^2 & 2 < x \leq 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$ می‌باشد. کدامیک از توابع زیر تابع چگالی کمیت تصادفی X می‌باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ 4x - 8 & 2 < x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ 4x - 4x^2 + \frac{1}{3}x^3 & 2 < x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ x^3 + x^2 + 4 & 2 < x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases} \quad (4)$$

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ 2(x-2) & 2 < x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases} \quad (3)$$



۲۰۶- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $2 < x \leq 3$ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ (x-2)^2 & 2 < x \leq 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$ می‌باشد، امید ریاضی کمیت تصادفی X کدامیک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

$$E(X) = \frac{8}{3} \quad (4)$$

$$E(X) = \frac{9}{4} \quad (3)$$

$$E(X) = \frac{10}{3} \quad (2)$$

$$E(X) = \frac{11}{4} \quad (1)$$

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

۲۰۷- کدامیک از تعاریف زیر مفهوم همبستگی را بین دو کمیت تصادفی X و Y بیان می‌کند؟

(۱) بستگی بین امید ریاضی $(E(X))$ یکی از کمیت‌های تصادفی (X) با کمیت تصادفی دیگر $(E(Y))$ را همبستگی بین کمیت تصادفی X و Y گویند.

(۲) بستگی بین امید ریاضی $(E(X))$ یکی از کمیت‌های تصادفی (X) با امید ریاضی کمیت تصادفی دیگر $(E(Y))$ را همبستگی X و Y گویند.

(۳) بستگی بین دو کمیت X و Y را همبستگی بین X و Y گویند.

(۴) بستگی بین دو کمیت تصادفی X و Y را همبستگی بین X و Y گویند.

۲۰۸- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $0 < x < \infty$ $F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$ می‌باشد (تابع توزیع Weibull)، تابع چگالی کمیت تصادفی X کدامیک از توابع زیر است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

$$\rho_X(x) = c^2 x^c e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \quad 0 < x < \infty \quad (2)$$

$$\rho_X(x) = cx^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \quad 0 < x < \infty \quad (1)$$

$$\rho_X(x) = x^{2c} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \quad 0 < x < \infty \quad (4)$$

$$\rho_X(x) = \frac{cx^{c-1}}{b^c} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \quad 0 < x < \infty \quad (3)$$

۲۰۹- تابع توزیع کمیت تصادفی X به قرار $0 < x < \infty$ $F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$ می‌باشد، امید ریاضی کمیت تصادفی X کدامیک از عبارات زیر می‌باشد؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

$$E(X) = \left(\frac{X}{b}\right)^c \quad (4)$$

$$E(X) = b(c-1)! \quad (3)$$

$$E(X) = b^2 c! \quad (2)$$

$$E(X) = b(c+1)! \quad (1)$$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

۲۱۰- کوواریانس:

(۴) می‌تواند مثبت یا منفی باشد

(۳) باید بین صفرو یک باشد

(۲) باید مثبت باشد.

(۱) باید بین -۱ و ۱ باشد.

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

۲۱۱- دو حادثه X, Y مستقل از هم می‌باشند اگر:

$$P(y) = P(x|y) \quad (4)$$

$$P(y|x) = p(y) \quad (3)$$

$$P(x|y) = 1 \quad (2)$$

$$P(y|x) = p(x) \quad (1)$$

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

۲۱۲- در مورد دو متغیر مستقل کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۴) مانع الجمع اند.

(۳) کوواریانس آنها مخالف صفر است

(۲) ناهمبسته اند

(۱) همبسته اند

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

۲۱۳- اگر متغیرهای X و Y مستقل از هم باشند، $E\left(\frac{XY}{Y}\right)$ برابر است با:

$$\frac{2E(X)}{E(Y)} \quad (4)$$

$$2E(X)E\left(\frac{1}{Y}\right) \quad (3)$$

$$E(X)E\left(\frac{1}{Y}\right) \quad (2)$$

$$2E(X)E(Y) \quad (1)$$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

۲۱۴- تابع احتمال توأم دو متغیر X و Y به صورت زیر است. مقدار کوواریانس کدام است؟

$x \backslash y$	-۱	۲	۵
۲	۰/۲	۰/۳	۰
۴	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵

$$1/45 \quad (1)$$

$$1/25 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (3)$$

$$1/65 \quad (4)$$

۲۱۵- اگر کمیت تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال به صورت $f(x) = 5e^{-5x}$ ، $x > 0$ باشد، دهک هشتم توزیع کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$8e^{-8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \ln(5) \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \ln(8) \quad (2)$$

$$5e^{-5} \quad (1)$$



۲۱۶- اگر $\text{COV}(X, Y) = 0$ باشد آنگاه رابطه بین X و Y چگونه است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

- (۱) رابطه غیر خطی یا مستقل از هم (۲) مستقل از هم (۳) رابطه غیر خطی (۴) رابطه‌ای وجود ندارد

۲۱۷- امید ریاضی متغیر تصادفی X برابر $3/5$ و امید ریاضی X^2 برابر $14/5$ محاسبه شده است، $\text{var}(-2X + 5)$ کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

- (۱) ۹ (۲) $7/5$ (۳) $8/5$ (۴) ۶

۲۱۸- تابع چگالی احتمال به صورت $f(x) = \begin{cases} k(16x - x^2) & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$ داده شده است. عدد k کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

- (۱) $1/8$ (۲) $1/16$ (۳) $1/32$ (۴) $1/64$

۲۱۹- به ازای کدام مقدار a تابع $P(X = x) = \frac{\binom{5}{x}}{a}$ یک تابع احتمال است؟ $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۲۲۰- اگر $E(X) = 3/5$ و $E(X^2) = 14/5$ باشد. $\text{var}(-2X + 3)$ کدام است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

- (۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۲۲۱- متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x + k) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ داده شده است. با تعیین k مقدار $P(0 \leq X < \frac{1}{2})$ کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

- (۱) $1/2$ (۲) $1/3$ (۳) $7/12$ (۴) $5/12$

۲۲۲- اگر صفت متغیر X با واریانس $D(x) = 9$ توزیع شده باشد، در اینصورت انحراف معیار کمیت تصادفی Y که برطبق رابطه $y = 4x - 3$ از کمیت x تبعیت می‌کند، کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۹)

- (۱) $\delta_y = 6$ (۲) $\delta_y = 24$ (۳) $\delta_y = \sqrt{39}$ (۴) $\delta_y = 12$

۲۲۳- تابع چگالی احتمال‌ها برای کمیت تصادفی X به صورت $0 < x < 3$ ، $\phi(x) = \frac{2x+3}{18}$ بیان شده است. امید ریاضی کمیت تصادفی X کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۹)

- (۱) ۲ (۲) $1/5$ (۳) $2/3$ (۴) $1/75$

۲۲۴- میانگین طول مربع‌هایی برابر ۱۲ و ضریب پراکندگی آن‌ها 0.25 می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

- (۱) ۱۴۸ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۴۹ (۴) ۱۵۳

۲۲۵- در یک شرکت تولیدی با بررسی تقاضاهای ماهانه و احتمالات مربوط $E(X) = 25$ و $E(X^2) = 733$ محاسبه شده است. $\text{var}(\frac{X-4}{6})$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۴

۲۲۶- تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} a(4x - x^2) & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{سایر جا} \end{cases}$ است. امید ریاضی X کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

- (۱) $5/4$ (۲) $7/4$ (۳) $11/6$ (۴) $13/8$

۲۲۷- اگر تابع توزیع مشترک متغیرهای تصادفی X و Y به صورت روبرو بیان شده باشد: $\phi(x, y) = \frac{1}{6}(x - y)$ ، $0 \leq x \leq 2$ ، $0 \leq y \leq 1$

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

$\phi(y | x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2(x - y)}{2x - 1}$ (۲) $\frac{x - y}{x + y}$ (۳) $\frac{2x + y}{x - y}$ (۴) $\frac{x + y}{2(x - y)}$



۲۲۸- فرض کنید $\text{COV}(X, Y) = -3$ ، $\text{var}(X) = 9$ ، $\text{var}(Y) = 16$ باشد. اگر $Z = 2X - 3Y$ و $U = X + Y$ باشد، مقدار $\text{COV}(Z, U)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

- (۱) -27 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) -3

۲۲۹- فرض کنید متغیر تصادفی پیوسته X ، دارای تابع چگالی $f(x) = kx^2$ ؛ $-1 < x < 4$ است. مقدار k و $P(-1 < X < 1)$ به ترتیب برابرند با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

- (۱) $\frac{1}{15}$ ، $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{65}$ ، $\frac{2}{65}$ (۳) $\frac{3}{65}$ ، $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$

۲۳۰- اگر تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X بصورت $F(x) = x(x^2 - 6x + 1)$ بیان شده باشد، نمای این توزیع کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 5 (۴) 7

۲۳۱- دهک هفتم برای توزیع $f(x) = 3e^{-3x}$ ؛ $x > 0$ را محاسبه کنید؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

- (۱) $\ln 3$ (۲) $\ln 9$ (۳) $\frac{3}{\ln 0/3}$ (۴) $-\frac{\ln 0/3}{3}$

۲۳۲- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمالی $1 < x < a$ $f(x) = \frac{1}{12}x$ در این شرایط گزینه صحیح برابر $E(X)$ کدام است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

- (۱) $\frac{1-a^2}{36}$ (۲) $\frac{a^3-1}{36}$ (۳) $\frac{31}{9}$ (۴) $\frac{125}{36}$

۲۳۳- چنانچه جامعه‌ای نرمال نباشد، فاصله $\mu \pm 3\sigma$ حداقل شامل چند درصد داده‌ها است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۳)

- (۱) 75% (۲) 99.7% (۳) 94.4% (۴) 88.8%

۲۳۴- در داده‌های آماری x_i به صورت $12, 9, 11, 15, 12, 9, 7, 10, 16$ به ازای کدام مقدار a از داده‌های مفروض حاصل $\sum |x_i - a|$ کمترین مقدار است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۵)

- (۱) 11 (۲) 9 (۳) 12 (۴) 10

۲۳۵- میانگین و واریانس داده‌های x_i به ترتیب 12 و $6/25$ می‌باشند، ضریب پراکندگی داده‌های $y_i = 2x_i + 1$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۵)

- (۱) $0/18$ (۲) $0/2$ (۳) $0/24$ (۴) $0/15$

۲۳۶- اگر $x_1, \dots, x_n$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه با میانگین $\bar{x}$ و واریانس S_x^2 باشد و اگر فرض کنیم $y_i = \frac{x_i - a}{b}$ که در آن a, b و $i = 1, 2, \dots, n$

(علوم اقتصادی - دکتری ۹۵)

مقادیر ثابتی هستند، نسبت $\frac{\bar{y}}{S_y^2}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{\bar{x}}{bS_x^2}$ (۲) $\frac{b\bar{x}}{S_x^2}$ (۳) $\frac{\bar{x} - a}{bS_x^2}$ (۴) $\frac{b\bar{x} - ab}{S_x^2}$

۲۳۷- فرض کنید $x_1, \dots, x_{10}$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه است، به طوری که $\sum x_i = 150$ و ضریب تغییرات این نمونه برابر $\frac{1}{3}$ باشد، آنگاه

(علوم اقتصادی - دکتری ۹۵)

فاصله $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ عبارت است از:

- (۱) $(5, 25)$ (۲) $(-35, 65)$ (۳) $(10, 20)$ (۴) $(-75, 105)$



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱- گزینه «۱» برای متغیر پیوسته همواره مقدار احتمال در نقطه صفر است.

۲- گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال مقدار k را بدست می‌آوریم.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^4 \frac{x}{k} dx = 1 \Rightarrow \left[\frac{x^2}{2k} \right]_0^4 = 1 \Rightarrow k = 8$$

۳- گزینه «۴» هر سه گزینه به دلیل استقلال دو متغیر تصادفی X و Y صحیح می‌باشد.

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 3 + 2 = 5$$

$$E(XY) = E(X)E(Y) = 3 \times 2 = 6 \quad ; \quad COV(X, Y) = 0$$

۴- گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال k را محاسبه می‌کنیم:

$$\int_0^1 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}k \right) dx = 1 \Rightarrow \left[\frac{2}{6}x^2 + \frac{1}{3}kx \right]_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3}k = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}k = \frac{2}{3} \Rightarrow k = 2$$

۵- گزینه «۴» توجه کنید که جمع کل احتمال‌ها باید برابر با ۱ است. بنابراین مقدار احتمال اشتراک را بصورت زیر محاسبه می‌کنیم، سپس از احتمال

شرطی استفاده کرده خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = 1 - (0/2 + 0/1 + 0/5) = 0/2 \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0/2}{0/3} = 0/667$$

۶- گزینه «۱» طبق خاصیت امید ریاضی، داریم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x) dx = \int_{-3}^5 \frac{1}{16}x dx = \left[\frac{1}{32}x^2 \right]_{-3}^5 = \frac{25}{16} - \frac{9}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

۷- گزینه «۴» از رابطه کوواریانس استفاده کرده داریم:

$$E(X) = \sum x P_X(x) = -1 \times 0/6 + 0 \times 0/4 = -0/6$$

$$E(Y) = \sum y P_Y(y) = 0 \times 0/6 + 1 \times 0/4 = 0/4$$

$$E(XY) = \sum \sum xy f(x, y) = (-1 \times 0 \times 0/3) + (-1 \times 1 \times 0/3) + (0 \times 0 \times 0/3) + (0 \times 1 \times 0/1) = -0/3$$

$$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0/3 - (0/6 \times 0/4) = -0/3 - (-0/24) = -0/6$$

$x \backslash y$	0	1	$P(X=x)$
-1	0/30	0/30	0/60
0	0/30	0/10	0/40
$P(Y=y)$	0/6	0/4	1

۸- گزینه «۱» طبق روابط امید ریاضی و واریانس (یادآوری: $Var(aX \pm b) = a^2 \cdot Var(X)$) خواهیم داشت:

$$E\left(\frac{X-5}{3}\right) = \frac{1}{3}E(X) - \frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times 5 - \frac{5}{3} = 0 \quad ; \quad Var\left(\frac{X-5}{3}\right) = \frac{1}{9}Var(X) = \frac{1}{9} \times 9 = 1$$

۹- گزینه «۳» صورت سؤال غلط است چرا که باید جمع احتمال‌های جدول احتمال برابر با ۱ باشد در حالیکه در اینجا جمع احتمالات بیش از یک می‌باشد.

x	0	1	2	3
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} > 1$$

۱۰- گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ می‌باشد بنابراین:

$$\int_0^1 kx dx = 1 \Rightarrow \left[\frac{k}{2}x^2 \right]_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{k}{2}(1^2 - 0) = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{0/5} = 0/5$$

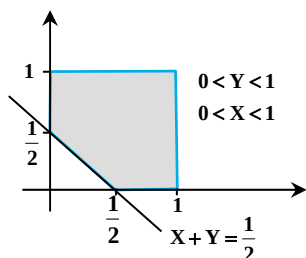
۱۱- گزینه «۱» برای محاسبه احتمال بر روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \Rightarrow P(0 \leq x \leq 1) = \int_0^1 \frac{1}{\pi(1+x^2)} dx = \frac{1}{\pi} \left[\tan^{-1}(x) \right]_0^1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{4} - 0 \right) = \frac{1}{4}$$



۱۲- گزینه «۴» طبق رابطه امید ریاضی پیوسته :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx \rightarrow E(X) = \int_0^4 x \cdot \frac{1}{8} dx = \left[\frac{1}{24} x^2 \right]_0^4 = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$$



۱۳- گزینه «۴» توجه کنید $P(X+Y > \frac{1}{2})$ یک منطقه با یک قسمت پیوسته است:

$$P(X+Y > \frac{1}{2}) = \frac{\text{مساحت هاشور خورده}}{\text{مساحت کل مربع}} = \frac{(1 \times 1) - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{1 \times 1} = \frac{3}{4}$$

۱۴- گزینه «۴» طبق خاصیت مهم کوواریانس خواهیم داشت:

$$\text{COV}(aX + b, cY + d) = ac \text{ COV}(X, Y)$$

بنابراین:

$$\text{COV}(2 + 2X, -1 + 2Y) = 2 \times 2 \text{COV}(X, Y) = 6 \times 4 = 24$$

۱۵- گزینه «۳» طبق رابطه واریانس به راحتی مقدار μ را بدست می‌آوریم کفایت در رابطه واریانس مقادیر داده شده را جایگذاری کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2 \Rightarrow (\Delta)^2 = \frac{1250}{10} - \mu^2 \Rightarrow \mu^2 = 125 - 25 = 100 \Rightarrow \mu = \sqrt{100} = 10$$

۱۶- گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری کرده و مقدار احتمال را بدست می‌آوریم:

$$P(0 < X < 0.3) = \int_0^{0.3} 2x dx = \frac{2x^2}{2} \Big|_0^{0.3} = 0.09$$

۱۷- گزینه «۴» طبق تعریف امید ریاضی یک متغیر گسسته که بصورت $E(X) = \sum x \cdot P(X=x)$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$E(X) = (1 \times 0.3) + (2 \times 0.4) + (3 \times 0.3) = 2$$

۱۸- گزینه «۲» از رابطه مهم واریانس - کوواریانس که بصورت زیر می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$(\text{Var}(aX + bY + c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2ab \text{COV}(X, Y)) \text{ یادآوری:}$$

توجه کنید که دو متغیر مستقلند، بنابراین $\text{COV}(X, Y) = 0$ است. $\text{Var}(X - 2Y + 1) = (1)^2 \text{Var}(X) + (-2)^2 \text{Var}(Y) - 0 = 1 \times 2 + 4 \times 3 = 14$

۱۹- گزینه «۱» طبق خاصیت مهم تابع چگالی احتمال مقدار انتگرال تابع چگالی احتمال برابر با ۱ است:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_0^3 (ax^2 + 2)dx = 1 \Rightarrow \left(\frac{ax^3}{3} + 2x \right) \Big|_0^3 = 1 \Rightarrow \frac{27a}{3} + 6 = 1 \Rightarrow 9a + 6 = 1 \Rightarrow 9a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$$

۲۰- گزینه «۲» طبق تعریف تابع توزیع به صورت روبرو خواهیم داشت:

$$F(x) = P(X \leq x) \Rightarrow F(\sqrt{37}) = P(X \leq \sqrt{37}) = P(X \leq 6.08) = 0.1 + 0.3 + 0.3 = 0.7$$

۲۱- گزینه «۲» با توجه به خاصیت واریانس کوواریانس یعنی رابطه $\text{Var}(aX \pm bY + c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2ab \text{COV}(X, Y)$

خواهیم داشت: (توجه کنید که دو متغیر مستقل هستند بنابراین $\text{COV}(X, Y) = 0$)

$$\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2\text{COV}(X, Y) \Rightarrow \text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 0 = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$$

۲۲- گزینه «۴» اگر X و Y از هم مستقل باشند، $\frac{1}{Y}$ و X نیز مستقل می‌باشند، پس:

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) = E\left(X \times \frac{1}{Y}\right) = E(X) \times E\left(\frac{1}{Y}\right) \neq \frac{E(X)}{E(Y)}$$

۲۳- گزینه «۳» طبق رابطه امید شرطی خواهیم داشت:

$$E(Y | X = 6) = \frac{\sum y \cdot P(y | X = 6)}{P(X = 6)}$$

$$E(Y | X = 6) = \frac{(2 \times 0.05) + (3 \times 0.20) + (4 \times 0.20) + (5 \times 0.05)}{0.05 + 0.20 + 0.20 + 0.05} = \frac{1.75}{0.5} = 3.5$$



۲۴- گزینه «۲» توجه کنید که باید احتمال‌های حاشیه‌ای یا کناری را بدست آوریم.

$$E(X) = \sum x P_X(x) = (-1) \times 0/5 + (0 \times 0/5) = -0/5$$

$$E(Y) = \sum y P_Y(y) = (-1) \times 0/3 + (1 \times 0/7) = 0/4$$

$$E(XY) = \sum xy f(x, y) = (-1) \times (-1) \times 0/15 - 1 \times 0 \times 0/15 + 1 \times (-1) \times 0/35 + 1 \times 0 \times 0/35 = -0/2$$

$$\text{COV}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0/2 - (-0/5)(0/4) = 0$$

	X	-1	0	P(y)
Y	-1	0/15	0/15	0/30
	1	0/35	0/35	0/70
	P _X (x)	0/50	0/50	1

راه حل دیگر: دو متغیر تصادفی X و Y مستقل از یکدیگرند، زیرا توزیع توأم آن‌ها برابر با حاصلضرب توزیع‌های حاشیه‌ای است. بنابراین، کوواریانس X و Y برابر صفر است. با کمی دقت متوجه می‌شویم $f_{X,Y}(X, Y) = f_X(x)f_Y(y)$ خواهد بود.

۲۵- گزینه «۳» طبق رابطه واریانس ابتدا امید ریاضی X^2 و سپس امید ریاضی X را بدست می‌آوریم:

$$E(X^2) = \int_0^c \frac{2x^2}{c^2} dx = \frac{x^3}{c^2} \Big|_0^c = \frac{c^3}{c^2} = c \quad ; \quad E(X) = \int_0^c \frac{2x}{c^2} dx = \frac{x^2}{c^2} \Big|_0^c = \frac{c^2}{c^2} = 1 \Rightarrow \text{var}(X) = \sigma_X^2 = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$\sigma_X^2 = 2 \Rightarrow \frac{c^3}{c^2} - \left(\frac{c^2}{c^2}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{c^3}{c^2} - \frac{c^4}{c^4} = 2 \Rightarrow \frac{9c^3 - 18c^4}{18} = 2 \Rightarrow c^3 = 36 \Rightarrow c = 6$$

اکنون در رابطه واریانس قرار می‌دهیم:

۲۶- گزینه «۴» طبق رابطه گفته شده در متن کتاب: ارزش اطلاعات کامل $1525 = 0/1 \times 1000 + 0/5 \times 1250 + 0/4 \times 2000$

۲۷- گزینه «۴» طبق رابطه واریانس کوواریانس مقدار کوواریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{var}(aX \pm bY \pm c) = a^2 \cdot \text{var}(X) + b^2 \text{var}(Y) \pm 2ab\text{COV}(X, Y)$$

$$\sigma_{(X+Y)}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\text{Cov}(X, Y) \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 2\text{COV}(X, Y)$$

$$\Rightarrow 2\text{COV}(X, Y) = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow 2\text{COV}(X, Y) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{COV}(X, Y) = -\frac{1}{6}$$

$$f(x) = \frac{a}{x^2} \quad 1 \leq x \leq 2$$

۲۸- گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_1^2 \frac{a}{x^2} dx = 1 \Rightarrow a \int_1^2 x^{-2} dx = 1 \Rightarrow a \left[\frac{x^{-1}}{-1} \right]_1^2 = 1 \Rightarrow \left[-\frac{a}{x} \right]_1^2 = 1 \Rightarrow \left[-\frac{1}{2}a + a \right] = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2$$

۲۹- گزینه «۱» به دلیل آنکه متغیر تصادفی پیوسته است احتمال در نقطه خاصی مفهوم ندارد. در متغیرهای تصادفی پیوسته احتمال بر روی بازه‌های

عددی تعریف می‌شود و احتمال در یک نقطه برابر با صفر است: $P(X=a) = 0$

۱) $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$

۳۰- گزینه «۴» توجه کنید که اگر X و Y مستقل باشند می‌توان چهار رابطه روبرو را نتیجه گرفت:

۲) $\text{COV}(X, Y) = 0$

ولی برعکس نمی‌توان نتیجه گرفت که اگر رابطه (۱) یا (۲) یا (۳) برقرار باشند X و Y مستقلند.

۳) $\rho(X, Y) = 0$

گاهی امید وجود ندارد، در صورتی که وجود داشته باشد شرط ۱ برقرار است.

۴) $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$

و شرط استقلال دو متغیر تصادفی از نظر آماری فقط برقراری رابطه (۴) می‌باشد.

۳۱- گزینه «۴» از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می‌کنیم این رابطه به این صورت بود که:

$$\text{Var}(aX + bY + c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab\text{COV}(X, Y)$$

$$\text{Var}(X + Y) = (1)^2 \text{Var}(X) + (1)^2 \text{Var}(Y) + 2 \times 1 \times 1 \times \text{COV}(X, Y) \Rightarrow \text{Var}(X + Y) = 1 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 1 \times 1 = 4$$

$$P(2 < X < 4) = \frac{(4)^2}{24} - \frac{(2)^2}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

۳۲- گزینه «۳» اشتراک فاصله (۰, ۴). عبارت است از فاصله (۲, ۴) بنابراین:



۳۳- گزینه «۱» از رابطه تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته استفاده کرده خواهیم داشت:

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \cos t dt = \sin t \Big|_0^x = \sin x \quad 0 < x \leq \frac{\pi}{2}$$

۳۴- گزینه «۲» از رابطه $\text{Var}(x) = E(x^2) - (E(x))^2$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X^2) = \int_1^5 x^2 \cdot \frac{x}{12} dx = \int_1^5 \frac{x^3}{12} dx = \frac{x^4}{48} \Big|_1^5 = 13$$

$$E(X) = \int_1^5 x \cdot \frac{x}{12} dx = \int_1^5 \frac{x^2}{12} dx = \frac{x^3}{36} \Big|_1^5 = 3/44 \quad \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 13 - (3/44)^2 \approx 1/136$$

۳۵- گزینه «۳» با توجه به خاصیت‌های میانگین (امیدریاضی) و واریانس خواهیم داشت:

$$E(Y) = E(X - \frac{\mu}{\sigma}) = E(X) - \frac{\mu}{\sigma} = \mu - \frac{\mu}{\sigma}$$

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(X - \frac{\mu}{\sigma}) = \text{Var}(X) = \sigma^2 \Rightarrow \sigma = \text{انحراف معیار}$$

۳۶- گزینه «۱» ابتدا تابع احتمال شرطی $P_X(x | Y=1)$ را به دست می‌آوریم:

$$P_X(x | Y=1) = \frac{P(x, 1)}{P(Y=1)} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(x | Y=1) & \frac{P(0,1)}{P_Y(1)} & \frac{P(1,1)}{P_Y(1)} & \frac{P(2,1)}{P_Y(1)} \end{array}; \quad P(Y=1) = 0/09 + 0/03 + 0/03 = 0/15$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(x | Y=1) & \frac{0/09}{0/15} = 0/6 & \frac{0/03}{0/15} = 0/2 & \frac{0/03}{0/15} = 0/2 \end{array} \Rightarrow E(X | Y=1) = 0 \times 0/6 + 1 \times 0/2 + 2 \times 0/2 = 0/6 = \frac{3}{5}$$

۳۷- گزینه «۴» مقدار میانه از رابطه $F_X(me) = \frac{1}{2}$ به دست می‌آید اما دقت کنید که میانه منحصر بفرد است و در اینجا $0 < X < 2$ بنابراین میانه باید

$$\int_0^{me} \frac{1}{2} t dt = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{t^2}{4} \Big|_0^{me} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{me^2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow me = \pm \sqrt{2} \Rightarrow me = \sqrt{2} \text{ قابل قبول است مثبت باشد.}$$

۳۸- گزینه «۲» طبق رابطه واریانس مقادیر داده شده را جایگذاری می‌کنیم:

$$E(X) = \mu = 2, \quad \sigma_X = 2 \Rightarrow \text{Var}(X) = 4$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2 \Rightarrow 4 = E(X^2) - 4 \Rightarrow E(X^2) = 8$$

۳۹- گزینه «۳» ابتدا مقدار ثابت k را بدست می‌آوریم:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 k(1-x) dx = 1 \Rightarrow k(x - \frac{x^2}{2}) \Big|_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}k = 1 \Rightarrow k = 2$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$f(x) = 2(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_0^1 2(x - x^2) dx = 2(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

۴۰- گزینه «۴» ابتدا از تابع توزیع تجمعی مشتق‌گیری می‌کنیم تا تابع چگالی احتمال بدست آید: $1 \leq x < 3$

$$f(x) = F'(x) = \frac{3}{k}(x-1)^2$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_1^3 \frac{3}{k}(x-1)^2 dx = 1 \Rightarrow \frac{3}{k} \int_1^3 (x^2 - 2x + 1) dx = 1$$

$$\frac{3}{k} (\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x) \Big|_1^3 = 1 \Rightarrow \frac{3}{k} ((\frac{1}{3} \times 27 - 9 + 3) - (\frac{1}{3} \times 1 - 1 + 1)) = 1 \Rightarrow \frac{3}{k} (3 - \frac{1}{3}) = 1 \Rightarrow \frac{3}{k} \times \frac{8}{3} = 1 \Rightarrow k = 8$$



راه حل دیگر: واضح است که X یک متغیر تصادفی پیوسته است. بنابراین تابع توزیع آن پیوسته است بنابراین $\frac{1}{k}(x-1)^3|_{x=3}=1 \Rightarrow \frac{1}{k}=1 \Rightarrow k=1$

۴۱- گزینه «۲» با توجه به رابطه حق بیمه و سود خواهیم داشت:

$$100000 = 200000 - (0/1 \times 1000000) \Rightarrow \text{حق بیمه} = 100000$$

۴۲- گزینه «۳» با توجه به رابطه تابع توزیع خواهیم داشت:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{16} t^2 dt = \frac{1}{48} t^3 \Big|_0^x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{48} x^3 \Rightarrow P(X \leq C) = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$$

$$F(x) = \frac{100}{1000} \Rightarrow \frac{1}{48} x^3 = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 3/58$$

$$\int_0^C \frac{1}{16} x dx = \frac{100}{1000} \Rightarrow \frac{1}{32} x^2 \Big|_0^C = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{C^2}{32} = \frac{1}{10} \Rightarrow C = 3/58$$

راه حل دیگر:

۴۳- گزینه «۱» با توجه به رابطه ارزش مورد انتظار پولی:

$$EMV(a_1) = 0/2 \times 350 + 0/3 \times 900 + 0/5 \times 1880 = 1280$$

$$EMV(a_2) = 0/2 \times (-200) + 0/3 \times 1200 + 0/5 \times 1600 = 1120$$

$$EMV(a_3) = 0/2 \times (-500) + 0/3 \times 700 + 0/5 \times 2500 = 1360$$

$EMV(a_3)$ بیشتر از دو گزینه دیگر است در نتیجه a_3 گزینه بهینه خواهد بود.

۴۴- گزینه «۳» ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت اندازه گیری می کند.

۴۵- گزینه «۲» در واقع همبستگی میزان تناسب یا ارتباط متقابل را نشان می دهد که توان دوم ضریب همبستگی خطی که در فصل های بعد توضیح داده می شود. میزان تغییرات Y را نسبت به X نشان می دهد.

۴۶- گزینه «۳» از آن جا که $r = -0/69$ گردیده است مبین همبستگی منفی و ناکامل بین X و Y است و همچنین از روی نمودار پراکنش که خط داده شده دارای شیب منفی است نیز چنین چیزی مشهود است.

$$Var(Y) = Var\left(\frac{1}{2}X - 1\right) = Var\left(\frac{1}{2}X\right) = \frac{1}{4} Var(X) = \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

۴۷- گزینه «۳»

طبق خواص واریانس اگر به تک تک داده ها عددی اضافه یا کم کنیم. مقدار واریانس تغییری نخواهد کرد و اگر تمام داده ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم مقدار واریانس در مجذور آن عدد ضرب می شود.

۴۸- گزینه «۲» از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می کنیم که بصورت زیر است:

$$Var(aX \pm bY + c) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 Var(Y) \pm 2abCOV(X, Y)$$

توجه کنید (X, Y) مستقل هستند و بنابراین: $COV(X, Y) = 0$

$$Var(X - Y) = (1)^2 Var(X) + (-1)^2 Var(Y) + 2(-1) \times (1)COV(X, Y) = 50 + 50 - 0 = 100 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{100} = 10$$

۴۹- گزینه «۱» شرط استقلال دو متغیر تصادفی، آن است که احتمال توأم آنها برابر حاصلضرب احتمال های کناری آنها شود ولی اگر دو متغیر تصادفی، مستقل باشند می توان هر چهار گزینه را نتیجه گرفت.

۵۰- گزینه «۴» طبق رابطه مهم کوواریانس که به صورت $COV(aX + b, cY + d) = a.c.CO V(X, Y)$ می باشد خواهیم داشت:

$$COV(2 + 4X, 3 + 3Y) = 4 \times 3 \times COV(X, Y) = 4 \times 3 \times 4 = 48$$



۵۱- گزینه «۱» روش اول: برای محاسبه امید ریاضی یک متغیر پیوسته از رابطه $E(X) = \int x \cdot f(x) dx$ استفاده می‌کنیم، اما قبل از آن توجه کنید که

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \begin{cases} \frac{2x+1}{6} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

تابع توزیع داده شده است و باید ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست آوریم. بنابراین از تابع توزیع مشتق می‌گیریم:

اکنون طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_0^2 x \cdot f(x) dx = \int_0^2 x \cdot \left(\frac{2x+1}{6}\right) dx = \frac{1}{6} \int_0^2 (2x^2 + x) dx = \frac{1}{6} \left(\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^2 = \frac{1}{6} \left(\frac{16}{3} + 2\right) = \frac{44}{36}$$

روش دوم: با توجه به نکته‌ی گفته شده چون X یک تابع همواره مثبت می‌باشد، بنابراین داریم:

$$E(X) = \int_0^2 1 - \left(\frac{2x+1}{6}\right) dx = \frac{1}{6} \left(\int_0^2 (6 - 2x - 1) dx\right) = \frac{1}{6} \left(6x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^2 = \frac{1}{6} \left(\frac{44}{6}\right) = \frac{44}{36}$$

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{6} e^{-\frac{t}{\Delta}} dt = -e^{-\frac{t}{\Delta}} \Big|_0^x = 1 - e^{-\frac{x}{\Delta}}$$

۵۲- گزینه «۴» برای بدست آوردن تابع توزیع از رابطه $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ استفاده می‌کنیم:

$$P(\{\omega | 1 < X(\omega) < 2/\Delta\} \cup \{\omega | 2 < X(\omega) < 3\}) = P(1 < X < 3) = F(3) - F(1) = \frac{\lambda 1}{256} - \frac{1}{256} = \frac{\lambda 0}{256} = 0/3125$$

۵۳- گزینه «۲»

$$E(X) = \int_0^4 x \cdot \frac{x^3}{64} dx = \int_0^4 \frac{x^4}{64} dx = \frac{x^5}{320} \Big|_0^4 = 3/2$$

۵۴- گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ خواهیم داشت:

$$\int_0^2 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^2 ax^2 dx = 1 \Rightarrow \frac{ax^3}{3} \Big|_0^2 = 1 \Rightarrow \frac{\lambda a}{3} = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{\lambda}$$

۵۵- گزینه «۱» با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$P(1 < X < 2) = \int_1^2 \frac{3}{\lambda} x^2 dx = \frac{x^3}{\lambda} \Big|_1^2 = 1 - \frac{1}{\lambda} = \frac{\gamma}{\lambda}$$

۵۶- گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

۵۷- گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال توأم، انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(X < \frac{1}{4}, Y > \frac{1}{4}) = \int_0^{\frac{1}{4}} \int_{\frac{1}{4}}^1 (x+y) dy dx = \int_0^{\frac{1}{4}} \left(xy + \frac{y^2}{2}\right) \Big|_{\frac{1}{4}}^1 dx = \int_0^{\frac{1}{4}} \left[(x + \frac{1}{4}) - (\frac{x}{4} + \frac{1}{32})\right] dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{4}} \left(\frac{3}{4}x + \frac{15}{32}\right) dx = \frac{3x^2}{8} + \frac{15}{32}x \Big|_0^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{32} + \frac{15}{64} = \frac{21}{64}$$

۵۸- گزینه «۱» از خاصیت واریانس - کوواریانس $(\text{Var}(aX \pm bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2 \text{COV}(X, Y))$ استفاده می‌کنیم و توجه کنید

$$\text{Var}(2X - 3Y) = (2)^2 \text{Var}(X) + (3)^2 \text{Var}(Y) - 2 \times 2 \times 3 \text{COV}(X, Y)$$

که دو متغیر مستقلند بنابراین کوواریانس برابر صفر است.

$$= 4 \times 2/5 + 9 \times 6 = 64 \Rightarrow \text{انحراف معیار } (2X - 3Y) = \sqrt{64} = 8$$

۵۹- گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی یک تابع که به صورت روبرو است

$$E(X^3) = \int_0^1 x^3 \left(x + \frac{1}{4}\right) dx = \int_0^1 \left(x^4 + \frac{1}{4}x^3\right) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{16} \Big|_0^1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{16} = \frac{13}{80}$$

مقدار امید ریاضی $Y = X^3$ را بدست می‌آوریم:



۶۰- گزینه «۱» چون شیب نمودار رسم شده مثبت است، نمودار صعودی است و می‌توان یک خط راست بر نمودار برازش داد.

۶۱- گزینه «۴» چون نمی‌توان یک خط راست را طوری رسم نمود که همه داده‌ها را شامل شود اما برای این منظور می‌توان یک منحنی درجه دوم رسم کرد. پس همبستگی خطی نیست.

۶۲- گزینه «۱» از روابط امید ریاضی و واریانس مقادیر آنها را بدست می‌آوریم:

$$E(X) = \sum_{x=-1}^1 x \times P(X=x) = -1 \times \frac{|-1|+1}{5} + 0 \times \frac{|0|+1}{5} + 1 \times \frac{|1|+1}{5} = -\frac{2}{5} + 0 + \frac{2}{5} = 0$$

مقدار امید ریاضی را بدست می‌آوریم:

$$E(X^2) = \sum_{x=-1}^1 x^2 \times P(X=x) = (-1)^2 \times \frac{|-1|+1}{5} + (0)^2 \times \frac{|0|+1}{5} + (1)^2 \times \frac{|1|+1}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

مقدار $E(X^2)$ را بدست می‌آوریم:

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \Rightarrow Var(X) = \frac{4}{5} - (0)^2 = \frac{4}{5}$$

تا در رابطه واریانس قرار دهیم:

$$P(5 < x < 10) = \int_5^{10} \frac{2}{900} x dx = \frac{2}{900} \left[\frac{x^2}{2} \right]_5^{10} = \frac{100}{900} - \frac{25}{900} = \frac{75}{900}$$

۶۳- گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

$$F'(x) = f(x) = \frac{22}{25} x - 2, \quad 0 < x \leq 5$$

۶۴- گزینه «۴» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_Y \cdot \sigma_X} = \frac{10}{5 \times 3} = \frac{2}{3}$$

۶۵- گزینه «۳» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی بین دو متغیر تصادفی، خواهیم داشت:

$$P(1 < X < 3) = \int_1^3 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_1^3 = e^{-1} - e^{-3} = 0.3181$$

۶۶- گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

X	۴	۵	X_3
P	$0/5$	$0/2$	P_3

۶۷- گزینه «۴» ابتدا توجه کنید که جمع احتمال‌ها برابر با یک می‌باشد.

$$\sum P(X=x) = 1 \Rightarrow 0/5 + 0/2 + P_3 = 1 \Rightarrow P_3 = 0/3$$

بنابراین P_3 به سادگی بدست می‌آید. اکنون امید ریاضی را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X) = 6 \Rightarrow 4 \times 0/5 + 5 \times 0/2 + 0/3 X_3 = 6 \Rightarrow 0/3 X_3 = 3 \Rightarrow X_3 = 10$$

۶۸- گزینه «۴» به دلیل آنکه دو متغیر مستقل می‌باشند هر سه گزینه صحیح می‌باشد.

۶۹- گزینه «۱» جمع احتمال‌های تابع احتمال برابر با یک می‌باشد. بنابراین:

$$\sum P(X=x) = 1 \Rightarrow 0/2 + 0/5 + P_3 = 1 \Rightarrow 0/7 + P_3 = 1 \Rightarrow P_3 = 0/3$$

$$E(X) = 3/4 \Rightarrow 3 \times 0/2 + 2 \times 0/5 + 0/3 X_3 = 3/4 \Rightarrow 0/3 X_3 = 1/8 \Rightarrow X_3 = 6$$

۷۰- گزینه «۲» چون شیب خط منفی است در نتیجه X و Y رابطه معکوس دارند.

$$Var(aX \pm bY + c) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y) \pm 2ab COV(X, Y)$$

۷۱- گزینه «۱» از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$Var(X+Y) = (1)^2 \times Var(X) + (1)^2 \times Var(Y) + 2 \times 1 \times 1 \times COV(X, Y)$$

$$Var(X+Y) = (1)^2 \times 3 + (1)^2 \times 2 + 2 \times (1) \times (-1) = 3$$



۷۲- گزینه «۳» طبق خاصیت مهم کوواریانس که صورت $\text{COV}(aX \pm b, cY \pm d) = ac\text{COV}(X, Y)$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$\text{COV}(3 + X, 1 + 2Y) = 1 \times 2 \times \text{COV}(X, Y) = 1 \times 2 \times 6 = 12$$

۷۳- گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(5 < X < 10) = \int_5^{10} \frac{2x}{900} dx = \frac{x^2}{900} \Big|_5^{10} = \frac{100}{900} - \frac{25}{900} = \frac{75}{900}$$

۷۴- گزینه «۲» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{10000} \right) = \frac{4x^3}{10000} = \frac{x^3}{2500}, \quad 0 \leq X \leq 10$$

۷۵- گزینه «۴» از رابطه $E(X) = \sum x \cdot P(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \sum x \cdot P(x) = 4 \times 0/1 + 5 \times 0/2 + 6 \times 0/3 + 7 \times 0/2 + 8 \times 0/2 = 6/2$$

۷۶- گزینه «۲» تابع توزیع از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x \left(\frac{4}{81} t^3 - 2t \right) dt = \frac{1}{81} t^4 - t^2 \Big|_0^x = \frac{1}{81} x^4 - x^2$$

۷۷- گزینه «۱» با توجه به رابطه احتمال و تابع توزیع خواهیم داشت:

$$P(1 < X < 3) + P(4 < X < 5) = (F(3) - F(1)) + (F(5) - F(4)) = \left(\frac{9}{25} - \frac{1}{25} \right) + \left(\frac{25}{25} - \frac{16}{25} \right) = \frac{8}{25} + \frac{9}{25} = \frac{17}{25}$$

۷۸- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_0^5 x \cdot \frac{2}{75} x dx = \int_0^5 \frac{2}{75} x^2 dx = \frac{2x^3}{75} \Big|_0^5 = 3/3$$

۷۹- گزینه «۳» از تابع چگالی توأم نسبت به y انتگرال گیری می‌کنیم تا چگالی کنار X به دست آید:

$$f(x) = \int_0^1 (x+y) dy = xy + \frac{y^2}{2} \Big|_0^1 = x + \frac{1}{2}, \quad 0 < X < 1$$

۸۰- گزینه «۲» از تابع توأم نسبت به X انتگرال گیری می‌کنیم تا چگالی کناری Y به دست آید:

$$f(y) = \int_0^1 (x+y) dx = \frac{x^2}{2} + xy \Big|_0^1 = y + \frac{1}{2}$$

۸۱- گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)}} = \frac{20}{\sqrt{25 \times 36}} = 67\%$$

۸۲- گزینه «۲» نما جایی است که مقدار احتمال را ماکزیمم می‌کند بنابراین ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست می‌آوریم سپس آن را ماکزیمم می‌کنیم:

$$f(x) = F'(x) = -x^2 + \frac{10}{3}x - 1 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{10}{3} = 0 \Rightarrow -2x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{6} = 1/67$$

$$f''(x) = -2$$

مشتق دوم نیز باید گرفته شود، پس داریم:

چون کوچک‌تر از صفر است، پس تقعر رو به پایین است، بنابراین ماکزیمم می‌باشد.

۸۳- گزینه «۱» از رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_1^4 x \cdot \frac{3x+1}{30} dx = \int_1^4 \frac{3x^2+x}{30} dx = \frac{1}{30} \left(x^3 + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = \frac{1}{30} (72 - 1/5) = 2/35$$



۸۴- گزینه «۱» از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می‌کنیم توجه کنید که متغیرها مستقلند لذا $\text{COV}(X, Y) = 0$ می‌باشد.

$$\text{Var}(2X - 3Y) = (2)^2 \text{Var}(X) + (-3)^2 \text{Var}(Y) = 4 \times 2/5 + 9 \times 6 = 64 \Rightarrow \text{انحراف معیار } (2X - 3Y) = \sqrt{64} = 8$$

۸۵- گزینه «۲» با توجه به اینکه متغیر تصادفی پیوسته است از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \frac{2x-1}{2} = x - \frac{1}{2} \quad 1 < x \leq 2$$

۸۶- گزینه «۳» با توجه به رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی گسسته:

$$E(X) = \sum x \cdot P_X(x) = 2 \times 0/2 + 4 \times 0/3 + 6 \times 0/3 + 8 \times 0/2 = 5$$

$$E(X^2) = (2^2) \times 0/2 + (4^2) \times 0/3 + (6^2) \times 0/3 + (8^2) \times 0/2 = 0/8 + 4/8 + 10/8 + 12/8 = 29/2$$

امید ریاضی X^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \Rightarrow \text{Var}(X) = 29/2 - (5)^2 = 4/2$$

در رابطه واریانس قرار می‌دهیم:

۸۷- گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{x^2 + 1} dx = 1 \Rightarrow c \cdot \text{Arctag} x \Big|_{-\infty}^{\infty} = 1 \Rightarrow c \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = 1 \Rightarrow \frac{2c\pi}{2} = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\pi}$$

۸۸- گزینه «۱» روش اول: از روش تابع توزیع استفاده می‌کنیم، تابع توزیع U را نوشته و آن را به تابع توزیع X تبدیل می‌کنیم. سپس مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی U بدست آید:

$$F(u) = P(U \leq u) = P\left(\frac{1}{3}(12 - X) \leq u\right) = P\left(4 - \frac{X}{3} \leq u\right) = P\left(-\frac{X}{3} \leq u - 4\right) = P\left(\frac{X}{3} \geq 4 - u\right)$$

$$= P(x \geq 12 - 3u) = 1 - P(X \leq 12 - 3u) = 1 - F_X(12 - 3u) \Rightarrow F(u) = 1 - F_X(12 - 3u) \Rightarrow \frac{dF(u)}{du} = \frac{d(1 - F_X(12 - 3u))}{du}$$

$$\Rightarrow f(u) = 3f_X(12 - 3u) \Rightarrow f(u) = 3 \times \frac{(12 - 3u)^2}{81} \Rightarrow f(u) = \frac{(12 - 3u)^2}{27} \quad 2 < u < 5$$

روش دوم: طبق روش معکوس داریم:

$$u = \frac{1}{3}(12 - x) \Rightarrow 3u = 12 - x \Rightarrow x = 12 - 3u \Rightarrow dx = -3du$$

$$\Rightarrow f_U(u) = \begin{cases} \frac{(12 - 3u)^2}{27} & 2 < u < 5 \\ 0 & \text{و.و} \end{cases}$$

۸۹- گزینه «۳» ابتدا مقدار C را به دست می‌آوریم، مجموع احتمالات تابع احتمال برابر با ۱ می‌باشد:

$$\sum_{x=1}^3 c \left(\frac{1}{2}\right)^x = 1 \Rightarrow c \left(\frac{1}{2}\right)^1 + c \left(\frac{1}{2}\right)^2 + c \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \Rightarrow \frac{C}{2} + \frac{C}{4} + \frac{C}{8} = 1 \Rightarrow \frac{4C + 2C + C}{8} = 1 \Rightarrow C = \frac{8}{7}$$

اکنون امید ریاضی متغیر تصادفی X را با توجه به رابطه $E(X) = \sum_{x=1}^3 x \cdot P(X=x)$ به دست می‌آوریم:

$$E(X) = \sum_{x=1}^3 x \cdot P(X=x) = 1 \times \frac{8}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 2 \times \frac{8}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{8}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{11}{2}$$

۹۰- گزینه «۱» روی تغییرات Y از تابع چگالی توام انتگرال گیری می‌کنیم تا تابع کناری X بدست آید:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_0^1 \left(\frac{3}{4} + xy \right) dy = \frac{3}{4}y + \frac{xy^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{3}{4} + \frac{x}{2} \quad 0 < x < 1$$



۹۱- گزینه «۳» ابتدا تابع کناری متغیر X را محاسبه کرده سپس روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_1^5 \frac{1}{96} xy dy = \frac{1}{96} x \cdot \frac{y^2}{2} \Big|_1^5 = \frac{12x}{96} \quad 0 < x < 4; \quad P(X \leq 2) = \int_0^2 \frac{12x}{96} dx = \frac{6x^2}{96} \Big|_0^2 = \frac{24}{96} = \frac{1}{4}$$

۹۲- گزینه «۲» ابتدا تابع چگالی کناری Y را بدست می‌آوریم، سپس روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

$$f_Y(y) = \int_2^6 \frac{1}{210} (2x + y) dx = \frac{1}{210} (x^2 + yx) \Big|_2^6 = \frac{1}{210} (36 + 6y - 4 - 2y) = \frac{1}{210} (4y + 32) \quad 0 \leq y \leq 5$$

$$P(Y \geq 2) = \int_2^5 \frac{1}{210} (4y + 32) dy = \frac{1}{210} (2y^2 + 32y) \Big|_2^5 = \frac{1}{210} ((50 + 160) - (8 + 64)) = \frac{23}{35}$$

۹۳- گزینه «۳» شکل ۱ عدم همبستگی و شکل‌های ۲ و ۴ همبستگی غیرخطی را نشان می‌دهند.

۹۴- گزینه «۳» روی فاصله خواسته شده انتگرال می‌گیریم ولی توجه کنید که بین فاصله $(2, 3)$ احتمال صفر است:

$$P(1 \leq X \leq 3) = P(1 \leq X \leq 2) + P(2 \leq X \leq 3) = P(1 \leq X \leq 2) + 0 = P(1 \leq X \leq 2) = \int_1^2 \frac{1}{2} x dx = \frac{x^2}{4} \Big|_1^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$E(X) = \sum x P(X=x) = \sum_{x=1}^9 x \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \times \frac{9 \times 10}{2} = 5$$

۹۵- گزینه «۲» طبق رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$E(X^2) = \sum x^2 P(X=x) = \sum_{x=1}^9 x^2 \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \times \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = \frac{95}{3} \quad \text{امید ریاضی } X^2 \text{ را بدست می‌آوریم:}$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{95}{3} - 25 = \frac{20}{3}$$

$$\sum_{x=1}^n x = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{x=1}^n x^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

توجه:

۹۶- گزینه «۱» طبق رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$E(XY) = 0 \times (-2) \times \frac{1}{6} + 0 \times 2 \times \frac{1}{3} + 1 \times (-2) \times \frac{1}{3} + 1 \times 2 \times \frac{1}{6} = \frac{-40}{6} + \frac{20}{6} = \frac{-20}{6}$$

$$E(X) = (-2) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) + 2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 0, \quad E(Y) = 0 \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 5$$

$$\text{COV}(X, Y) = E(XY) - E(X) \times E(Y) = \frac{-20}{6} - 0 \times 5 = \frac{-20}{6} = \frac{-10}{3}$$

۹۷- گزینه «۱» چون شانه‌ی سالم ۶۰۰ تومان است. پس هر تخم‌مرغ سالم ۱۰۰ تومان قیمت دارد حال خرید شانه‌ی تاریخ گذشته وقتی با صرفه است

که از ۴۰۰ تومان بیشتر تخم‌مرغ داشته باشد، پس برای آنکه مقرون به صرفه باشد باید ۵ یا ۶ تخم‌مرغ سالم در شانه تاریخ گذشته باشد، بنابراین داریم:

$$P(X=5) + P(X=6) = \binom{6}{5} \times \frac{1}{64} + \binom{6}{6} \times \frac{1}{64} = \frac{7}{64}$$

$$E(X) = 0 \times 0/2 + 1 \times 0/3 + 2 \times 0/4 + 3 \times 0/1 = 1/4$$

۹۸- گزینه «۴» طبق خاصیت خطی امید ریاضی به صورت روبرو خواهیم داشت:

$$E(2X-1) = 2E(X) - 1 = 2 \times 1/4 - 1 = 1/8$$

$y \backslash x$	1	2	3	P(y)
1	$\frac{1}{9}$	0	0	$\frac{1}{9}$
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{3}{9}$
3	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{5}{9}$
P(x)	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	1



۱۰۶- گزینه «۱»

$y \backslash x$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	$P(y)$
۱	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	...			$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$
۲	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	...			$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$
۳							
۴	$\vdots$	$\vdots$				$\vdots$	$\vdots$
۵							
۶	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	...			$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$
$P(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	...			$\frac{1}{6}$	۱

توجه بسیار مهم: هرگاه احتمال‌های توأم جدول دو متغیره یکسان باشند (در اینجا همه $\frac{1}{36}$ هستند) آنگاه X و Y مستقل بوده و $COV(X, Y) = 0$ خواهد شد.

طبق رابطه $Var(aX \pm bY \pm C) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y) \pm 2ab COV(X, Y)$

$$E(X) = E(Y) = \sum xP(x) = \sum_{x=1}^6 x \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \sum_{x=1}^6 x = \frac{1}{6} \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{6 \times 7}{2} = \frac{7}{2}$$

$$E(X^2) = E(Y^2) = \sum x^2 P(x) = \frac{1}{6} \sum_{x=1}^6 x^2 = \frac{1}{6} \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{1}{6} \times \frac{6 \times 7 \times 8}{6} = \frac{91}{6}$$

$$Var(X) = Var(Y) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{91}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{182 - 147}{12} = \frac{35}{12}$$

$$Var(X + 3Y + 5) = Var(X) + 9 Var(Y) = \frac{35}{12} + 9 \times \frac{35}{12} = \frac{10 \times 35}{12} = \frac{175}{6} \quad (\text{کوواریانس صفر است}).$$

۱۰۷- گزینه «۴» مقادیر $E(XY)$ و مقادیر $E(X)$ و مقادیر $E(Y)$ را بدست می‌آوریم:

$y \backslash x$	۰	۱	۲	$f(y)$
۰	$0/05$	$0/2$	$0/1$	$0/35$
۱	$0/15$	$0/3$	$0/2$	$0/65$
$f(x)$	$0/2$	$0/5$	$0/3$	

$$E(X) = \sum xf(x) = (0)(0/2) + (1)(0/5) + (2)(0/3) = 0 + 0/5 + 0/6 = 1/6$$

$$E(Y) = \sum yf(y) = (0)(0/35) + (1)(0/65) = 0/65$$

$$E(XY) = (0)(1)(0/3) + (1)(2)(0/2) = 0/3 + 0/4 = 0/7$$

$$COV(X, Y) = E(XY) - E(X).E(Y) = 0/7 - (1/6)(0/65) = -0/15$$

۱۰۸- گزینه «۴» مجموع احتمالات برابر با ۱ است بنابراین α را به دست می‌آوریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$P(x)$	$0/1$	$0/2$	$0/25$	$0/1$	$0/2$	$\alpha = 0/15$

$$\sum P(x) = 1$$

$$\begin{cases} \sum P(x) = 1 \rightarrow 0/1 + 0/2 + 0/25 + 0/1 + 0/2 + \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 0/15 \\ P(X \geq 2) = 0/25 + 0/1 + 0/2 + 0/15 = 0/7 \end{cases}$$

به روش روبه‌رو بدون دانستن مقدار α هم می‌توانستیم $P(X \geq 2)$ را پیدا می‌کنیم.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0/2 - 0/1 = 0/7$$

۱۰۹- گزینه «۴» بدون بدست آوردن α مقدار احتمال مکمل را بدست می‌آوریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$f(x)$	$0/1$	$0/2$	$0/25$	$0/1$	$0/2$	α

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [f(0) + f(1)] = 1 - [0/2 + 0/1] = 1 - 0/3 = 0/7$$

۱۱۰- گزینه «۳» طبق خاصیت امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X) = \sum x \cdot P(X = x) \Rightarrow E(X) = 1 \times 0/4 + 2 \times 0/3 + 3 \times 0/3 = 1/9$$



۱۱۱- گزینه «۴» طبق رابطه امید ریاضی یک متغیر پیوسته خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \Rightarrow E(X) = \int_0^1 x \times 2x^2 dx = \int_0^1 2x^3 dx = \frac{2x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۱۱۲- گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(1 < X < 2) = \int_1^2 \frac{x^2}{9} dx = \frac{1}{9} \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{9} \times \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{1}{9} \times \left(\frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} \right) = \frac{7}{27}$$

$$E(X) = \sum x \cdot f(x) = 0 \times 0/8 + 1 \times 0/15 + 2 \times 0/4 + 3 \times 0/1 = 0/26$$

۱۱۳- گزینه «۲»

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \Rightarrow E(X^2) = 0^2 \times 0/8 + 1^2 \times 0/15 + 2^2 \times 0/4 + 3^2 \times 0/1 = 0/4$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 0/4 - (0/26)^2 = 0/3324 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{0/3324} = 0/577$$

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \Rightarrow F(x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{x-a}{b-a} \quad a < x < b$$

۱۱۴- گزینه «۳» تابع توزیع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \frac{x}{12} \quad 1 \leq x \leq 5$$

۱۱۵- گزینه «۴» ابتدا تابع چگالی احتمال را به دست می‌آوریم

روی فواصل خواسته شده از تابع چگالی انتگرال گیری می‌کنیم:

$$p(\{0 < X < 4\} \cap \{2 < X < 6\}) = P(2 < X < 4) = F(4) - F(2) = \frac{16}{24} - \frac{4}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

۱۱۶- گزینه «۲» از رابطه امید ریاضی $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_1^5 x \cdot \frac{x}{12} dx = \int_1^5 \frac{x^2}{12} dx = \frac{x^3}{36} \Big|_1^5 = \frac{125}{36} - \frac{1}{36} = \frac{124}{36} = 3/44$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \Rightarrow$$

۱۱۷- گزینه «۳» از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم.

$$E(X) = \int_1^4 x \cdot \frac{3x+1}{30} dx = \int_1^4 \frac{3x^2+x}{30} dx = \frac{1}{30} \int_1^4 (3x^2+x) dx = \frac{1}{30} \left(x^3 + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = \frac{1}{30} \left[\left(4^3 + \frac{4^2}{2} \right) - \left(1^3 + \frac{1^2}{2} \right) \right] = 2/35$$

۱۱۸- گزینه «۳» همبستگی وجود دارد اما از نوع غیرخطی.

۱۱۹- گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y) dy = 1 \Rightarrow \int_0^2 cy^2 dy = 1 \Rightarrow \frac{cy^3}{3} \Big|_0^2 = 1 \Rightarrow \frac{8c}{3} = 1 \Rightarrow c = \frac{3}{8}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_0^{\infty} x \times \frac{10}{x^2} dx = 10 \text{Ln}x \Big|_0^{\infty} = \infty$$

۱۲۰- گزینه «۱» طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

۱۲۱- گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\rho(X, Y) = \rho(X, X^2) = \frac{\text{COV}(X, X^2)}{\sqrt{\text{var}(X)} \sqrt{\text{var}(X^2)}}$$



طبق رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست می‌آوریم و در رابطه ضرب همبستگی خطی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} E(X) = (-2) \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 0 \\ E(X^2) = (-2)^2 \times \frac{1}{4} + (0)^2 \times \frac{1}{2} + (2)^2 \times \frac{1}{4} = 2 \\ E(X^3) = (-2)^3 \times \frac{1}{4} + (0)^3 \times \frac{1}{2} + (2)^3 \times \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{COV}(X, X^2) &= E(X \cdot X^2) - E(X) \times E(X^2) \\ &= E(X^3) - E(X) \times E(X^2) = 0 \\ &\Rightarrow \rho(X, X^2) = 0 \end{aligned}$$

صورت صفر است پس مقدار کسر صفر است.

۱۲۲- گزینه «۴» رابطه مستقل بودن X و Y را برای نقاط $(2, 2)$ امتحان می‌کنیم:

$$P(2, 2) = P(2)P(2) \Rightarrow \alpha = (\alpha + 0/2)(0/18 + \alpha + \beta)$$

$$\sum \sum P(x, y) = 1 \Rightarrow 0/12 + 0/2 + 0/08 + 0/18 + \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 0/42$$

$$\Rightarrow \alpha = (0/18 + 0/42)(\alpha + 0/2) \Rightarrow \alpha = 0/6\alpha + 0/12 \Rightarrow 0/4\alpha = 0/12 \Rightarrow \alpha = 0/3$$

۱۲۳- گزینه «۳» از صفر بودن کوواریانس نمی‌توانیم الزاماً به استقلال دو متغیر پی ببریم.

۱۲۴- گزینه «۱» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(X > 2) = \int_2^4 \frac{1}{9} (4x - x^2) dx = \left. \frac{4x^2}{18} - \frac{x^3}{27} \right|_2^4 = \left(\frac{4 \times (4)^2}{18} - \frac{4^3}{27} \right) - \left(\frac{4 \times (2)^2}{18} - \frac{(2)^3}{27} \right) = \left(\frac{64}{18} - \frac{64}{27} \right) - \left(\frac{16}{18} - \frac{8}{27} \right) = \frac{48}{18} - \frac{56}{27} = \frac{16}{27}$$

۱۲۵- گزینه «۱» بنابر قانون اول تابع چگالی احتمال پیوسته داریم که:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_2^4 c(1+x) dx = 1 \Rightarrow c \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^4 = 1 \Rightarrow c \left(4 + \frac{16}{2} - 2 - \frac{4}{2} \right) = 1 \Rightarrow 8c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{8}$$

۱۲۶- گزینه «۲» ابتدا تابع احتمال متغیر تصادفی X را به دست می‌آوریم سپس به محاسبه‌ی امید ریاضی تابعی از X خواهیم پرداخت.

$$n(S) = 2^3 = 8 \text{ فضای نمونه}$$

x	هر سه خط ۰	یک شیر و دو خط ۱	دو شیر و یک خط ۲	هر سه شیر ۳	
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\sum P(x) = 1$
$y = \frac{1}{x-4}$	$\frac{1}{0-4} = -\frac{1}{4}$	$\frac{1}{1-4} = -\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2-4} = -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3-4} = -1$	

$$E(Y) = \sum \frac{1}{x-4} P(x) = \left(-\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{3} \right) \times \frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{2} \right) \times \frac{3}{8} + (-1) \times \frac{1}{8} = -\frac{1}{32} - \frac{1}{8} - \frac{3}{16} - \frac{1}{8} = -\frac{15}{32}$$

۱۲۷- گزینه «۱» بنابر قانون امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^1 x^2 \cdot x dx + \int_1^2 x^2 (2-x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_0^1 + \left[\frac{2}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 \right]_1^2 = \frac{1}{4} + \left(\frac{2 \times 8}{3} - \frac{16}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{14}{3} - \frac{14}{4} = \frac{28-21}{6} = \frac{7}{6}$$



۱۲۸- گزینه «۴» ابتدا با توجه به مقادیر احتمال توأم داده شده جدول توزیع احتمال توأم (X, Y) را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$y \backslash x$	۰	۱	$P(y)$
۰	۰/۳	۰/۲	۰/۵
۱	۰/۱	۰/۴	۰/۵
$P(x)$	۰/۴	۰/۶	۱

$$E(X | Y = 1) = \sum_x xP(x | Y = 1) = \sum_x x \frac{P(X = x, Y = 1)}{P(Y = 1)}$$

$$= \frac{0 \times P(X = 0, Y = 1) + 1 \times P(X = 1, Y = 1)}{P(Y = 1)} = \frac{1 \times 0/4}{0/5} = \frac{4}{5}$$

۱۲۹- گزینه «۲» با توجه به مقادیر احتمال توأم داده شده، به ازاء تمامی مقادیر (x, y) احتمال توأم (x, y) برابر $\frac{1}{16}$ است.

$y \backslash x$	۱	۲	۳	۴	$P(y)$
۱	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
۲	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
۳	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
۴	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	۱

نکته: هرگاه تمامی مقادیر احتمال توأم (x, y) در جدول یکسان باشند به عبارت دیگر احتمال به طور یکسان (یکنواخت) بین همه مقادیر توأم (x, y) توزیع شده باشد، X و Y مستقل بوده و $COV(X, Y) = 0$ است.

دقت کنید که رابطه $\frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \Rightarrow f(x, y) = f(x)f(y)$ به ازای همه مقادیر (X, Y) برقرار است.

۱۳۰- گزینه «۳» راه حل اول: از رابطه کوواریانس $COV(X, Y) = E(XY) - E(X).E(Y)$ مقادیر را بدست می‌آوریم:

$y \backslash x$	۲	۴	۶	$f(x)$
۰	۰/۲	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۴
۱	۰/۳	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۶
$f(y)$	۰/۵	۰/۲	۰/۳	

$$E(XY) = \sum_x \sum_y xyf(x, y)$$

$$= (1)(2)(0/2) + (1)(4)(0/12) + (1)(6)(0/18) = 0/6 + 0/48 + 1/18 = 2/16$$

$$E(X) = \sum_x xf(x) = (0)(0/4) + (1)(0/6) = 0/6, \quad E(Y) = \sum_y yf(y) = (2)(0/5) + (4)(0/2) + (6)(0/3) = 1 + 0/8 + 1/8 = 3/6$$

$$\Rightarrow COV(X, Y) = 2/16 - (0/6)(3/6) = 2/16 - 2/16 = 0$$

راه حل دوم: با کمی دقت واضح است که X و Y مستقلند پس $COV(X, Y)$.

۱۳۱- گزینه «۱» طبق رابطه تابع احتمال خواهیم داشت:

$$\sum_{x=1}^5 f(x) = 1 \Rightarrow \frac{2(1)+k}{25} + \frac{2(2)+k}{25} + \frac{2(3)+k}{25} + \frac{2(4)+k}{25} + \frac{2(5)+k}{25} \Rightarrow \frac{2+k+4+k+6+k+8+k+10+k}{25} = 1$$

$$\Rightarrow 5k + 30 = 25 \Rightarrow 5k = -5 \Rightarrow k = -1$$

۱۳۲- گزینه «۳» طبق فرمول واریانس و خاصیت مهم واریانس خواهیم داشت:

$$\text{var}(-2X + 1) = \text{var}(-2X) = 4 \text{var}(X) = 4 \times 1/5 = 4/5$$

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E^2(X) = 5/5 - (2)^2 = 5/5 - 4 = 1/5$$

۱۳۳- گزینه «۱» برای سنجش رابطه بین دو متغیر تصادفی X و Y از کوواریانس استفاده می‌کنیم در نتیجه:

$$COV(X, Y) = E(XY) - E(X).E(Y) = 2/7 - (1/2)(2/1) = 0/14$$

چون مقدار کوواریانس بزرگ‌تر از صفر است X و Y رابطه مستقیم دارند.



۱۳۴- گزینه «۳» از خواص $\sum$ استفاده می‌کنیم:

$$\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2 = \sum_{i=1}^{20} (4x_i^2 - 12x_i + 9) = 4 \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 12 \sum_{i=1}^{20} x_i + \sum_{i=1}^{20} 9 = 4 \times 90 - 12 \times 15 + 20 \times 9 = 360 - 180 + 180 = 360$$

$$\begin{cases} \sum_x (ax^2 + bx + c) = a \sum x^2 + b \sum x + \sum c \\ \sum_{x=1}^n a = na \end{cases}$$

یادآوری: قوانین $\sum$

۱۳۵- گزینه «۲» از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$\text{Var}(aX \pm bY \pm c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2ab \text{COV}(X, Y)$$

$$\text{Var}(Y - X) = (1)^2 \text{Var}(Y) + (-1)^2 \text{Var}(X) - 2 \text{COV}(X, Y)$$

توجه کنید که (X, Y) مستقلند بنابراین $\text{COV}(X, Y) = 0$ بنابراین:

$$\text{Var}(Y - X) = 50 + 50 = 100 \Rightarrow \text{انحراف معیار } (y - x) = \sqrt{100} = 10$$

۱۳۶- گزینه «۲» متغیر تصادفی X پیوسته است. $P(X = 100) = 0$

$$\int_0^1 ax^2 dx = 1 \Rightarrow \frac{ax^3}{3} \Big|_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = 3$$

۱۳۷- گزینه «۳» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$P(X < 2) = \int_0^2 \left(\frac{x}{6} + \frac{1}{12} \right) dx = \frac{x^2}{12} + \frac{1}{12} x \Big|_0^2 = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{1}{2}$$

۱۳۸- گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده انتگرال گیری می‌کنیم:

۱۳۹- گزینه «۴» طبق رابطه توزیع شرطی به ازای Y های مختلف احتمالها را بدست می‌آوریم. توجه کنید $P(y | X = a)$ یا $P(x | Y = b)$ یک جدول

احتمال می‌باشد نه یک عدد حقیقی بین صفر و یک

y	۲	۴	۶	۸
$P(y X = 12) = \frac{P(X = 12, Y = y)}{P(X = 12)}$	$\frac{0/05}{0/4} = 0/125$	$\frac{0/2}{0/4} = 0/5$	$\frac{0/1}{0/4} = 0/25$	$\frac{0/05}{0/4} = 0/125$

۱۴۰- گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی استفاده کرده خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \Rightarrow E(X) = \int_0^{10} x \cdot \frac{3x^2}{1000} dx = \frac{3}{1000} \int_0^{10} x^3 dx = \frac{3}{1000} \times \frac{x^4}{4} \Big|_0^{10} = 7/5$$

۱۴۱- گزینه «۱» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x) = F'(x) = \frac{2x-1}{2} = x - \frac{1}{2} \quad 1 \leq x \leq 2$$

۱۴۲- گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{-21}{\sqrt{49} \sqrt{81}} = \frac{-21}{7 \times 9} = -0/33 \Rightarrow \rho^2 = 0/1089$$

به توان دوم ضریب همبستگی ضریب تبیینی گویند.

۱۴۳- گزینه «۱» با توجه به خاصیت مهم واریانس $(\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X))$ خواهیم داشت:

$$\text{Var}(3 + 2X) = (2)^2 \text{Var}(X) = 9 \times 4 = 36$$



۱۴۴- گزینه «۱» انتگرال تابع چگالی برابر با ۱ می‌باشد بنابراین:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_0^3 kx^2 dx = \frac{kx^3}{3} \Big|_0^3 = 1 \Rightarrow \frac{k3^3}{3} = 1 \Rightarrow \frac{27k}{3} = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{9}$$

۱۴۵- گزینه «۳» با توجه به رابطه و خاصیت کوواریانس خواهیم داشت:

$$E(Y) = 0 + 1 \times 0/5 + 2 \times 0/2 = 0/9, E(X) = 0 + 1 \times 0/4 = 0/4$$

$$E(X.Y) = 0 \times 0 \times 0/2 + 0 \times 1 \times 0/3 + 0 \times 2 \times 0/1 + 0 \times 1 \times 0/1 + 1 \times 1 \times 0/2 + 2 \times 1 \times 0/1 = 0/4$$

$$COV(X, Y) = E(X.Y) - E(X) \times E(Y) = 0/4 - 0/4 \times 0/9 = 0/4 \Rightarrow COV(2X, 3Y) = 6 \cdot COV(X, Y) = 0/24$$

۱۴۶- گزینه «۴» با توجه به رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x \cdot x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

۱۴۷- گزینه «۱» کوواریانس دو متغیر را محاسبه می‌کنیم با انجام محاسبات مربوط به $E(X)$ و $E(X^2)$ ملاحظه می‌شود که این دو مقدار صفر هستند.

$$COV(X, X^2) = E(X.X^2) - E(X) \times E(X^2) = E(X^3) - E(X) \times E(X^2) = 0$$

۱۴۸- گزینه «۴» کل فضای نمونه عبارت است از:

$$S = \{(1,1), (2,1), (3,1), (1,2), (2,2), (3,2), (1,3), (2,3), (3,3)\}$$

$X=x$	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$

$$E(X^2) = (0)^2 \times \frac{3}{9} + (1)^2 \times \frac{4}{9} + (2)^2 \times \frac{2}{9} = \frac{12}{9}$$

$$E(X) = \sum x.P(X=x) = 0 \times \frac{3}{9} + 1 \times \frac{4}{9} + 2 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}, \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{12}{9} - \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{44}{81}$$

۱۴۹- گزینه «۱» طبق رابطه ضریب تغییرات خواهیم داشت:

$$\sigma^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}; \mu = \int_1^5 x.f(x)dx = \int_1^5 x \cdot \frac{1}{4} dx = \int_1^5 \frac{x}{4} dx = \frac{x^2}{8} \Big|_1^5 = \frac{25}{8} - \frac{1}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}}}{3} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \times 100$$

۱۵۰- گزینه «۲» مقادیر $E(X)$ و $E(Y)$ و $E(XY)$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم از رابطه کوواریانس مقدار آن را بدست آوریم:

$x \backslash y$	0	1	2	$f(y)$
1	0	0/1	0/2	0/3
3	0/3	0/4	0	0/7
$f(x)$	0/3	0/5	0/2	

$$COV(X, Y) = E(X.Y) - E(X).E(Y) \Rightarrow \begin{cases} E(XY) = 1 \times 1 \times 0/1 + 2 \times 1 \times 0/2 + 1 \times 3 \times 0/4 = 1/7 \\ E(X) = 0 \times 0/3 + 1 \times 0/5 + 2 \times 0/2 = 0/9 \\ E(Y) = 1 \times 0/3 + 3 \times 0/7 = 2/7 \end{cases}$$

$$COV(X, Y) = 1/7 - (0/9)(2/7) = -0/46$$

۱۵۱- گزینه «۴» بنابر قانون اول تابع چگالی احتمال پیوسته خواهیم داشت که:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_1^4 a \left(\frac{1+x}{2} \right) dx = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} \left(4 + \frac{16}{2} - 1 - \frac{1}{2} \right) = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} \times \frac{21}{2} = 1 \Rightarrow a = \frac{4}{21}$$



۱۵۲- گزینه «۲»

y \ x	۰	۱	P(y)
۰	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$
۱	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$
۲	$\frac{3}{10}$	۰	$\frac{3}{10}$
P(x)	$\frac{6}{10}$	$\frac{4}{10}$	۱

$$E(R) = E(X^2 + Y^2) = E(X^2) + E(Y^2) = \frac{4}{10} + \frac{16}{10} = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow \sqrt{E(R)} = \sqrt{2}$$

$$E(X^2) = \sum x^2 P(x) = 0^2 \times \frac{6}{10} + 1^2 \times \frac{4}{10} = \frac{4}{10}$$

$$E(Y^2) = \sum y^2 P(y) = 0^2 \times \frac{3}{10} + 1^2 \times \frac{4}{10} + 2^2 \times \frac{3}{10} = \frac{16}{10}$$

۱۵۳- گزینه «۲» از رابطه $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ استفاده می‌کنیم مقادیر $E(X)$ و $E(X^2)$ را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_1^4 x \cdot \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_1^4 = \frac{1}{6} (16 - 1) = \frac{15}{6}$$

$$\Rightarrow \text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{63}{9} - \left(\frac{15}{6}\right)^2 = 7 - \frac{25}{4} = \frac{3}{4}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = \int_1^4 x^2 \cdot \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_1^4 = \frac{1}{9} (64 - 1) = \frac{63}{9}$$

۱۵۴- گزینه «۲» مقادیر احتمال‌های مورد انتظار را در تابع احتمال قرار می‌دهیم: $p(2 \leq x \leq 19) = \sum_{x=2}^{19} \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{380} = \frac{9}{45}$

۱۵۵- گزینه «۴» ابتدا تابع احتمال را می‌توانیم به صورت جدول احتمال بنویسیم:

x	۱	۲	۳	۴	۵
f(x)	۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۲	۰/۲۸	۰/۳۶

$$E(X) = \sum_{x=1}^5 x \cdot f(x) = 0/04 + 0/24 + 0/6 + 1/12 + 1/8 = 3/8$$

$$E(Y) = 6E(X) - 20 = 6 \times 29 - 20 = 154$$

۱۵۶- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه خطی امید ریاضی استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

۱۵۷- گزینه «۳» از رابطه امید ریاضی یک متغیر پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} = \int_0^1 x(a + bx^2) dx \Rightarrow \frac{2}{3} = \int_0^1 (ax + bx^3) dx \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{ax^2}{2} + \frac{bx^4}{4} \Big|_0^1 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{a}{2} + \frac{b}{4} \Rightarrow \frac{4a}{2} + \frac{3b}{4} = 2$$

با جایگذاری گزینه‌ها در معادله به جواب $b = 2$, $a = \frac{1}{3}$ می‌رسیم. اگر دو گزینه بود که صدق می‌کرد آنگاه یک معادله دیگری می‌توانیم به صورت

$$\int_a^b f(x) dx = 1$$

تشکیل دهیم که بر حسب a و b می‌باشد و از حل دو معادله و دو مجهول حاصل، a و b را بدست آوریم.

۱۵۸- گزینه «۲» از خواص کوواریانس استفاده کرده خواهیم داشت:

$$\text{COV}(aX + b, cY + d) = a \cdot c \text{COV}(X, Y) \Rightarrow \text{COV}(3X + 2, 2Y + 3) = 2 \times 3 \times \text{COV}(X, Y) = 6 \times 4 = 24$$

۱۵۹- گزینه «۳» از رابطه واریانس - کوواریانس (فرمول طلایی دو بعدی) استفاده می‌کنیم. توجه کنید که دو متغیر تصادفی مستقل هستند یعنی $\text{COV}(X, Y) = 0$

$$\text{Var}(aX \pm bY + c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2ab \text{COV}(X, Y)$$

$$\text{Var}(2X - Y) = (2)^2 \times \text{Var}(X) + (-1)^2 \text{Var}(Y) - 0 \Rightarrow \text{Var}(2X - Y) = 4 \times 3 + 1 \times 5 = 12 + 5 = 17$$



۱۶۰- گزینه «۳» با توجه به رابطه کوواریانس ابتدا مقدار

$E(X.Y)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X.Y) = \sum \sum x.y \times P(x,y) = (1 \times 1 \times 0 \times 0 / 4) + (1 \times 2 \times 0 \times 0 / 1) + (2 \times 0 \times 1 \times 0 / 1) + (2 \times 0 \times 2 \times 0 / 4) \\ = 40 + 20 + 20 + 160 = 240 \Rightarrow COV(X, Y) = 240 - (15)(15) = 15$$

۱۶۱- گزینه «۳» طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی گسسته خواهیم داشت:

$$E(X) = \sum x.f(x) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{2}{6} + 3 \times \frac{3}{6} = 2/33$$

۱۶۲- گزینه «۳» از رابطه واریانس - کوواریانس (فرمول طلایی دو بعدی) که به صورت زیر می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$Var(aX \pm bY + C) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y) \pm 2ab COV(X, Y)$$

توجه کنید که دو متغیر تصادفی مستقلند. بنابراین کوواریانس بین آنها صفر است:

$$Var(2X - 3Y) = (2)^2 Var(X) + (-3)^2 Var(Y) + 0 \Rightarrow Var(2X - 3Y) = 4 \times 2/5 + 9 \times 6 = 64$$

$$2X - 3Y = \sqrt{64} = 8 \quad \text{انحراف معیار}$$

۱۶۳- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق صورت سوال $P(X=4) = 2P(X=7)$ و $P(X=4) + P(X=7) = 0/38$ بنابراین:

$$2P(X=7) = 0/38$$

$$P(X=7) = \frac{0/38}{2} = 0/19 \quad \text{و لذا } P(X=7) = 0/19$$

۱۶۴- گزینه «۳» تابع توزیع به مفهوم آن است که احتمال متغیر تصادفی X کوچکتر یا مساوی از عدد حقیقی x باشد.

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

۱۶۵- گزینه «۲» خاصیت تابع چگالی احتمال یعنی $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ را باید برای گزینه‌ها، روی دامنه آنها امتحان کنیم: این خاصیت فقط در گزینه ۲ صادق است.

$$1) \int_0^4 \frac{1}{4} x dx = \frac{x^2}{8} \Big|_0^4 = 2 \quad 2) \int_0^2 \frac{1}{4} x dx = \frac{x^2}{8} \Big|_0^2 = 0.5 \quad 3) \int_0^1 \frac{1}{4} x dx = \frac{x^2}{8} \Big|_0^1 = 0.125 \quad 4) \int_0^2 \frac{1}{4} x dx = \frac{x^2}{8} \Big|_0^2 = 0.5$$

۱۶۶- گزینه «۳» تابع توزیع یک متغیر تصادفی پیوسته باید پیوسته باشد یعنی حد این تابع با مقدار تابع در نقطه مورد نظر برابر باشد که این خاصیت

$$\lim_{x \rightarrow 1} F(x) = F(1)$$

فقط در گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 2} F(x) \neq F(2)$$

مثلاً در گزینه «۱» این رابطه برقرار نیست.

۱۶۷- گزینه «۴» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی، احتمال انتگرال گیری می‌کنیم بنابراین ابتدا تابع چگالی احتمال را بدست می‌آوریم:

$$P(0 < X < 1) = F(1) - F(0) = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4} = 0.25 \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \frac{1}{4} \left(\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (2x+1)dx \right) = \frac{1}{4} \left(x^2 + x \right) \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \neq 1$$

۱۶۸- گزینه «۲» طبق خاصیت تابع چگالی انتگرال تابع چگالی احتمالی همواره برابر با ۱ است.

$$\int_0^2 \frac{4x+5}{k} dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{k} \int_0^2 (4x+5)dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{k} \left(\frac{4x^2}{2} + 5x \right) \Big|_0^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{k} (8 + 10) = 1 \Rightarrow \frac{18}{k} = 1 \Rightarrow k = 18$$

۱۶۹- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. روی فاصله خواسته شده باید از تابع چگالی احتمال انتگرال گیری کنیم بنابراین:

$$p(x \leq 0/1) = \int_{-\frac{1}{2}}^{0/1} \frac{2x+1}{4} dx = \frac{1}{4} \int_{-\frac{1}{2}}^{0/1} (2x+1)dx = \frac{1}{4} \left(\frac{2x^2}{2} + x \right) \Big|_{-\frac{1}{2}}^{0/1} = \frac{1}{4} \left((0/1)^2 + (0/1) - \left(+\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \right) = 0/9$$



۱۷۰- گزینه «۳» از رابطه واریانس - کوواریانس (فرمول طلایی دو بعدی) استفاده می‌کنیم:

$$\text{Var}(X - 2Y) = \text{Var}(X) + 4\text{Var}(Y) - 4\text{COV}(X, Y)$$

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \times \sqrt{\text{Var}(Y)}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \text{COV}(X, Y) = 2 \Rightarrow \text{Var}(X - 2Y) = 8 + 4 \times 2 - 4 \times 2 = 8$$

۱۷۱- گزینه «۳» فاصله خواسته شده و فاصله تعریف شده بر روی تابع چگالی احتمال را مقایسه می‌کنیم، روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی

$$P(2 \leq X \leq 6) = P(2 \leq X \leq 5) = \int_2^5 \frac{1}{4} dx = \frac{x}{4} \Big|_2^5 = \frac{5}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$$

انتگرال گیری می‌کنیم:

$$P(X \geq T) = 1 - P(X < T) = \int_T^\infty \frac{1}{T} e^{-\frac{x}{T}} dx = -e^{-\frac{x}{T}} \Big|_T^\infty = e^{-1}$$

۱۷۲- گزینه «۲» روی فاصله خواسته شده از تابع چگالی انتگرال گیری می‌کنیم:

۱۷۳- گزینه «۲» مجموع احتمالات همواره برابر با ۱ می‌باشد.

$$\sum_{x=0}^4 P(X=x) = 1 \Rightarrow \frac{\binom{4}{0}}{3a+1} + \frac{\binom{4}{1}}{3a+1} + \frac{\binom{4}{2}}{3a+1} + \frac{\binom{4}{3}}{3a+1} + \frac{\binom{4}{4}}{3a+1} = 1 \Rightarrow \frac{16}{3a+1} = 1 \Rightarrow 3a+1=16 \Rightarrow 3a=15 \Rightarrow a=5$$

$$\text{COV}(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$$

۱۷۴- گزینه «۱» با کمک رابطه کوواریانس خواهیم داشت:

$$E(X \cdot Y) = 1 \times 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times 5 \times \frac{1}{3} + 4 \times 0 \times \frac{1}{3} + 4 \times 5 \times \frac{1}{6} = 5$$

$$\begin{cases} E(X) = 0 \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{3}) + 5 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = \frac{5}{2} \\ E(Y) = 1 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) + 4 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{COV}(X, Y) = 5 - (\frac{5}{2})(\frac{5}{2}) = 5 - \frac{25}{4} = -\frac{5}{4}$$

۱۷۵- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\text{Var}(2X - Y) = 4\text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 4\text{COV}(X, Y)$$

از رابطه واریانس - کوواریانس استفاده می‌کنیم که به صورت روبرو است:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \Rightarrow \text{COV}(X, Y) = \frac{45}{100} \times 10 \times 8 = 36$$

بنابراین در این رابطه به $\text{COV}(X, Y)$ نیاز داریم:

$$\Rightarrow \text{Var}(2X - Y) = 4 \times (10)^2 + (8)^2 - 4 \times 36 = 320$$

۱۷۶- گزینه «۱» برای قضاوت در مورد مستقل بودن دو متغیر تصادفی باید رابطه $P(x, y) = P(x) \cdot P(y)$ را آزمایش کنیم توجه کنید اگر X و Y

مستقل باشند کوواریانس صفر است ولی عکس این مطلب همواره درست نیست اگر $\text{COV}(X, Y) = 0$ باشد نمی‌توان به صورت قطعی قضاوت کرد که دو متغیر تصادفی مستقلند.

$$P(1,0) \stackrel{?}{=} P_X(1) \cdot P_Y(0) \Rightarrow P(1,0) = \frac{1}{20}, P_X(1) = \frac{1}{20} + 0 = \frac{1}{20}, P_Y(0) = \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{7}{20} = \frac{10}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20} \neq \frac{1}{20} \times \frac{10}{20} \Rightarrow P(1,0) \neq P_X(1) \cdot P_Y(0) \Rightarrow$$

X و Y نمی‌توانند مستقل باشند

بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ غلط هستند اکنون در مورد همبستگی آن‌ها باید علامت ضریب همبستگی را تعیین کرد کفایت کوواریانس را به دست آوریم

$$\text{COV}(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$$

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \cdot \sqrt{\text{Var}(Y)}} \quad \text{چرا که}$$

$$E(X \cdot Y) = 1 \times 0 \times \frac{1}{20} + 2 \times 0 \times \frac{2}{20} + 3 \times 0 \times \frac{7}{20} + 1 \times 1 \times 0 + 2 \times 1 \times \frac{10}{20} + 3 \times 1 \times 0 = 1$$



$$E(X) = 1 \times \left(\frac{1}{20} + 0\right) + 2 \times \left(\frac{2}{20} + \frac{10}{20}\right) + 3 \times \left(\frac{7}{20} + 0\right) = \frac{46}{20}$$

$$E(Y) = 0 \times \left(\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{7}{20}\right) + 1 \times \left(0 + \frac{10}{20} + 0\right) = \frac{10}{20}$$

$$\text{COV}(X, Y) = 1 - \frac{46}{20} \times \frac{10}{20} = \frac{-3}{20}$$

علامت کوواریانس منفی است بنابراین علامت ضریب همبستگی نیز منفی می‌باشد.

۱۷۷- گزینه «۱» از روابط کوواریانس استفاده می‌کنیم:

$$\text{COV}(X - Y, X + Y) = \text{COV}(X, Y) - \text{COV}(Y, X) - \text{COV}(Y, Y) + \text{COV}(X, X)$$

$$\text{COV}(X - Y, X + Y) = \text{Var}(X) - \text{COV}(Y, X) + \text{COV}(X, Y) - \text{COV}(Y, Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y)$$

۱۷۸- گزینه «۲» شکل تابع توزیع را نشان می‌دهد که به راحتی می‌توان از آن استفاده کرد:

$$P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - F_X(30) = 1 - 0/3 = 0/3$$

۱۷۹- گزینه «۱»

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 85 - \frac{(30)^2}{20} = 85 - 45 = 40$$

اثبات:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) = \sum x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + \sum \bar{x}^2 = \sum x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$\sum (ax + by) = a \sum x + b \sum y \quad \sum_{i=1}^n a = na \quad \text{یادآوری: قوانین}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \rightarrow \sum x_i = n\bar{x} \quad \text{توجه: } \bar{x} \text{ یک عدد ثابت است و از } \sum \text{ بیرون می‌آید. همچنین می‌دانیم:}$$

۱۸۰- گزینه «۴» ابتدا طبق خاصیت تابع احتمال مقدار α را بدست می‌آوریم سپس طبق رابطه واریانس $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ مقادیر $E(X^2)$ و $(E(X))^2$ را بدست می‌آوریم:

x	-1	1	3	5	$\sum$
f(x)	0/2	0/3	0/4	0/1	-
x.f(x)	-0/2	0/3	1/2	0/5	1/8
$x^2 f(x)$	0/2	0/3	3/6	2/5	6/6

$$\sum f(x) = 1 \Rightarrow 0/2 + 0/3 + \alpha + 0/1 = 1 \Rightarrow \alpha = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X) = (6/6) - (1/8)^2 = 3/36$$

$$E(X^2) = \sum x^2 f(x) = 6/6$$

$$E(X) = \sum x f(x) = 1/8$$

۱۸۱- گزینه «۳» طبق رابطه امید ریاضی به صورت $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx$ خواهیم داشت:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & 1 < x < 3 \\ 0 & \text{و.و} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_1^3 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_1^3 = \frac{1}{12} (27 - 1) = \frac{26}{12} = 2/17$$

۱۸۲- گزینه «۴» ابتدا مقادیر $(x-1)^2$ را بدست می‌آوریم:

x	-1	0	1	2
f(x)	0/1	0/15	0/5	0/25
x-1	-2	-1	0	1
$(x-1)^2$	4	1	0	1

$$E((X-1)^2) = \sum (x-1)^2 . f(x)$$

$$= 4 \times 0/1 + 1 \times 0/15 + 1 \times 0/25 = 0/4 + 0/15 + 0/25 = 0/8$$



۱۸۳- گزینه «۱» از رابطه مهم $\text{Var}(aX \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X)$ استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = 4/5$$

$$E(X^2) = 24$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X) = 24 - (4/5)^2 = 24 - 16/25 = 584/625 = 3/75$$

$$\text{Var}(-2X + 1) = \text{Var}(-2X) = (-2)^2 \text{Var}(X) = 4 \times 3/75 = 12/25 = 15$$

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{COV}(X, Y)$$

۱۸۴- گزینه «۳» همانطور که می‌دانیم:

$$\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2\text{COV}(X, Y)$$

$$\text{COV}(X, Y) = 0$$

در نتیجه زمانی تساوی رخ می‌دهد که داشته باشیم:

که صفر شدن کواریانس به دلیل عدم وجود رابطه خطی یا به دلیل وجود استقلال دو متغیر رخ می‌دهد.

$$f(x) = \begin{cases} a e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow a \int_0^{+\infty} e^{-x} dx = 1 \Rightarrow a \left[-\frac{1}{x} e^{-x} \right]_0^{+\infty} = 1 \Rightarrow a \left(\frac{1}{x} \right) = 1 \Rightarrow a = 2$$

۱۸۵- گزینه «۴»

۱۸۶- گزینه «۲» دو متغیر تصادفی مستقل ناهمبسته‌اند معلوم نیست که استقلال خطی دارند یا ندارند و کواریانسشان همواره صفر است.

۱۸۷- گزینه «۴» از رابطه واریانس - کواریانس (فرمول طلایی دو بعدی) به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{Var}(aX \pm bY + c) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) \pm 2ab \text{COV}(X, Y)$$

$$\text{Var}\left(-\frac{1}{3} \times 2Y + 18\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \text{Var}(X) + (-2)^2 \text{Var}(Y) - 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)(2) \times (-3) \Rightarrow \text{Var}\left(-\frac{1}{3}X - 2Y + 18\right) = \frac{1}{9} \times 9 + 4 \times 2 - 4 = 5$$

$$E(X) = \sum x \cdot f(x) = E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x \cdot \frac{x}{6} = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{2}{6} + 3 \times \frac{3}{6} = 2/3$$

۱۸۸- گزینه «۲» با توجه به اینکه متغیر گسسته است:

۱۸۹- گزینه «۱» طبق رابطه تابع توزیع برای یک متغیر تصادفی پیوسته آن را بدست می‌آوریم:

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \Rightarrow F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

۱۹۰- گزینه «۴» تقاضای روزانه مورد انتظار همان امید ریاضی می‌باشد.

$$E(X) = \sum x \cdot P(X=x) = 0 \times 0/1 + 1 \times 0/2 + 2 \times 0/3 + 3 \times 0/2 + 4 \times 0/2 = 2/2$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0/3 + 0/2 + 0/2 = 0/7$$

۱۹۱- گزینه «۳» به کلمه حداقل دقت کنید.

۱۹۲- گزینه «۱» اگر از تابع توزیع یک متغیر پیوسته در نقاطی که تابع مشتق پذیر باشد مشتق بگیریم تابع چگالی احتمال به دست می‌آید:

$$\frac{d}{dx} F(x) = f(x) \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}$$

۱۹۳- گزینه «۲» در متغیرهای تصادفی پیوسته احتمال در نقطه برابر با صفر است.

۱۹۴- گزینه «۱» با بهره‌گیری از خواص واریانس (فرمول طلایی آمار) به محاسبه‌ی مقدار خواسته شده می‌پردازیم. در حل این مسئله از رابطه‌ی

$$\text{Var}\left(\frac{1}{4}X - 2\right) = \frac{1}{4^2} \cdot \text{Var}(X) \quad \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad \text{Var}(aX - b) = a^2 \cdot \text{Var}(X) \quad \text{استفاده می‌کنیم. بنابراین:}$$

$$E(X)^2 = (-2)^2 \cdot (0/1) + (0)^2 \cdot (0/15) + (2)^2 \cdot (0/3) + (4)^2 \cdot (0/25) + (5)^2 \cdot (0/2) = 0/4 + 1/2 + 4 + 5 = 10/6, \quad E(X) = 2/4$$

$$\text{Var}(X) = 10/6 - (2/4)^2 = 4/84 \Rightarrow \text{Var}\left(\frac{1}{4}X - 2\right) = \frac{1}{4^2} \times 4/84 = 1/21$$



۱۹۵- گزینه «۳» با توجه به خاصیت واریانس - کوواریانس (فرمول طلایی دو بعدی) خواهیم داشت:

$$\text{Var}(2X - Y + 1) = (2)^2 \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2 \cdot 2 \cdot \text{COV}(X, Y) = 4 \times 3 + 4 + 4 = 20$$

۱۹۶- گزینه «۱» با توجه به اینکه $F_X(me) = \frac{1}{2}$ خواهیم داشت:

$$\frac{(me)^2 - 4}{96} = \frac{1}{2} \Rightarrow (me)^2 = 52 \Rightarrow me = \pm \sqrt{52}$$

که با توجه به اینکه X مقادیر مثبت اختیار می‌کند $me = \sqrt{52}$ قابل قبول است.

۱۹۷- گزینه «۱» با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_0^1 \frac{m}{\sqrt{x}} dx = 1 \Rightarrow 2m x^{\frac{1}{2}} \Big|_0^1 = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۱۹۸- گزینه «۲» از رابطه واریانس استفاده می‌کنیم، به صورت روبرو خواهیم داشت:

$$\text{Var}(aX \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X) \Rightarrow \text{Var}(-2X + 1) = (-2)^2 \cdot \text{Var}(X) = 4 \times (E(X^2) - E^2(X))$$

$$\Rightarrow 5 = 4 \times (E(X^2) - (1/5)^2) \Rightarrow 5 = 4(E(X^2)) - 9 \Rightarrow 4E(X^2) = 14 \Rightarrow E(X^2) = \frac{14}{4} = 3.5$$

$$\text{از طرفی: } E(X - 2)^2 = E(X^2) - 4E(X) + 4 = 3.5 - 4 \times 1/5 + 4 = 1/5$$

۱۹۹- گزینه «۱» مقادیر $E(X)$ ، $E(XY)$ و $E(Y)$ را بدست آورده، در رابطه کوواریانس که به صورت می‌باشد جایگذاری می‌کنیم:

$y \backslash x$	-۲	۰	۳	$f(y)$
۱	$0/1$	$0/2$	$0/25$	$0/55$
۲	$0/15$	$0/3$	۰	$0/45$
$f(x)$	$0/25$	$0/5$	$0/25$	

$$E(XY) = (1)(-2)(0/1) + (1)(3)(0/25) + (2)(-2)(0/15) = -0/2 + 0/75 - 0/6 = -0/5$$

$$E(X) = \sum x f(x) = (-2)(0/25) + (3)(0/25) = -0/5 + 0/75 = 0/25$$

$$E(Y) = \sum y f(y) = (1)(0/55) + (2)(0/45) = 0/55 + 0/9 = 1/45$$

$$\text{COV}(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = -0/5 - (0/25)(1/45) = -0/4125$$

۲۰۰- گزینه «۴» با توجه به اینکه $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ می‌باشد ابتدا k را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{و.و} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow k \int_0^4 x^2 dx = 1 \Rightarrow k \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^4 = 1 \Rightarrow k \left[\frac{64}{3} - 0 \right] = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{64}$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی متغیر پیوسته خواهیم داشت:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64} x^2 & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{و.و} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^4 x \cdot \frac{3}{64} x^2 dx = \frac{3}{64} \int_0^4 x^3 dx = \frac{3}{64} \times \frac{1}{4} x^4 \Big|_0^4 = \frac{3}{256} [256] = 3$$

۲۰۱- گزینه «۳» با توجه به خاصیت تابع چگالی متغیر تصادفی پیوسته می‌دانیم که انتگرال روی کل بازه آن برابر یک است: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ بنابراین از

تابع چگالی احتمال انتگرال گیری می‌کنیم و این انتگرال را مساوی ۱ قرار می‌دهیم تا مقدار مجهول a به دست آید:

$$\int_{-2}^0 \left(a + \frac{1}{4}x\right) dx + \int_0^2 \left(a - \frac{1}{4}x\right) dx = 1 \Rightarrow \left[ax + \frac{1}{8}x^2\right]_{-2}^0 + \left[ax - \frac{x^2}{8}\right]_0^2 = 1$$

$$\left[0 - (-2a + \frac{(-2)^2}{8})\right] + \left[2a - \frac{2^2}{8} - 0\right] = 1 \Rightarrow 2a - \frac{1}{2} + 2a - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



۲۰۲- گزینه «۴» جمع احتمال‌های تابع احتمال باید برابر با ۱ باشد. از این رابطه b به دست می‌آید:

x	۳	a	۱۰	۱۴	
$P(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	b	$\frac{4}{10}$	$\sum P(x) = 1$

$$\sum_x P(x) = 1 \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{3}{10} + b + \frac{4}{10} = 1 \quad b = \frac{2}{10}$$

طبق رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی گسسته به صورت زیر خواهیم داشت:

$$E(X) = 4 \Rightarrow \sum_x xp(x) = 4 \Rightarrow 3 \times \frac{1}{10} + a \times \frac{3}{10} + 10 \times \frac{2}{10} + 14 \times \frac{4}{10} = 4 \Rightarrow \frac{3}{10}a = 4 - \frac{79}{10} \Rightarrow \frac{3}{10}a = -\frac{39}{10} \Rightarrow a = \frac{-39}{3} = -13$$

۲۰۳- گزینه «۳» طبق خاصیت تابع احتمال، مجموع احتمالات برابر با ۱ است:

$$\sum_x P(X=x) = 1 \Rightarrow \sum_{x=\Delta}^{\infty} ap(1-rp)^{(x-\Delta)} = 1$$

$$a(p(1-rp)^{(\Delta-\Delta)} + p(1-rp)^{(\Delta-\Delta)} + p(1-rp)^{(\Delta-\Delta)} + \dots) = 1$$

این حاصل جمع یک تصاعد هندسی می‌باشد که جمع یک تصاعد هندسی برابر با $(S_n = \frac{\text{جمله اول}}{\text{قدر نسبت}})$ می‌باشد.

$$a \times \frac{P(1-rp)^{(\Delta-\Delta)}}{1-(1-rp)} = 1 \Rightarrow \frac{a \times p}{rp} = 1 \Rightarrow a = r$$

بنابراین (البته شرط $0 \leq P \leq 1$ الزامی است):

۲۰۴- گزینه «۱» برای بدست آوردن تابع توزیع باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \Rightarrow F(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x \left(-\frac{3}{4}t^2 + \frac{9}{2}t - 6\right)dt \Rightarrow F(x) = -\frac{3}{4} \frac{t^3}{3} + \frac{9}{2} \frac{t^2}{2} - 6t \Big|_{\frac{1}{2}}^x$$

$$= \left(-\frac{3x^3}{12} + \frac{9}{4}x^2 - 6x\right) - \left(-\frac{3}{4} + \frac{9}{4} \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{1}{2}\right) = -\frac{3x^3}{12} + \frac{9}{4}x^2 - 6x + 5$$

۲۰۵- گزینه «۳» از تابع توزیع مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(x) = F'(x) = 2(x-2) \quad 2 < x \leq 3$$

۲۰۶- گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_{\frac{1}{2}}^3 x \cdot (2(x-2))dx = 2 \int_{\frac{1}{2}}^3 (x^2 - 2x)dx = 2 \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right]_{\frac{1}{2}}^3 = 2 \left[\left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \right] = 2 \left[0 - \left(-\frac{1}{6}\right) \right] = \frac{1}{3}$$

۲۰۷- گزینه «۴» همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y همان بستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y است.

۲۰۸- گزینه «۳» همانطور که در متن کتاب مدرس‌ان شریف گفته شد برای بدست آوردن تابع چگالی یک متغیر تصادفی پیوسته از روی تابع توزیع، باید از

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \Rightarrow f(x) = F'(x) = \frac{c}{b^c} \cdot x^{c-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

تابع توزیع مشتق‌گیری کنیم یعنی:

۲۰۹- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ابتدا برای بدست آوردن امید ریاضی تابع چگالی احتمال X را بدست می‌آوریم برای بدست آوردن تابع چگالی

$$f(x) = F'(x) = \frac{c}{b^c} \cdot x^{c-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

احتمال از تابع توزیع مشتق می‌گیریم:

$$\Rightarrow E(X) = \int_0^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_0^{\infty} x \cdot \frac{c}{b^c} x^{c-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} dx = \frac{c}{b^c} \int_0^{\infty} x^c \cdot e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} dx = (b^c)^{\frac{1}{c}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) = b \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)$$



۲۱۰- گزینه «۴» کوواریانس معیاری است برای نشان دادن ارتباط بین دو متغیر تصادفی که می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۲۱۱- گزینه «۳» طبق رابطه احتمال شرطی و همچنین استقلال دو پیشامد خواهیم داشت:

$$P(y|x) = \frac{P(y \cap x)}{P(x)} = \frac{P(y) \times P(x)}{P(x)} = P(y)$$

۲۱۲- گزینه «۲» دو متغیر تصادفی مستقل دارای کوواریانس صفر و ناهمبسته‌اند.

۲۱۳- گزینه «۳» با توجه به استقلال Y, X هر تابعی از آنها نیز مستقل‌اند یعنی $\frac{1}{Y}, 2X$ مستقلند.

$$E(2X) \cdot E\left(\frac{1}{Y}\right) = 2E(X) \cdot E\left(\frac{1}{Y}\right)$$

۲۱۴- گزینه «۳» با توجه به رابطه کوواریانس که به صورت $COV(x, y) = E(xy) - E(x) \cdot E(y)$ می‌باشد مقادیر $E(XY)$ و $E(X)$ و $E(Y)$ را بدست می‌آوریم:

$$E(XY) = \sum \sum x \cdot y \cdot P(x, y) = -1 \times 2 \times 0/2 + (-1) \times 4 \times 0/1 + 2 \times 2 \times 0/3 + 5 \times 2 \times 0 + 2 \times 4 \times 0/15 + 5 \times 4 \times 0/25 = 6/6$$

$$E(X) = \sum x \cdot P(x) = -1 \times (0/2 + 0/1) + 2 \times (0/3 + 0/15) + 5(0 + 0/25) = 1/15$$

$$E(Y) = \sum y \cdot P(y) = 2 \times (0/2 + 0/3 + 0) + 4 \times (0/1 + 0/15 + 0/25) = 3$$

$$COV(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = 6/6 - 3(1/15) = 1/10$$

۲۱۵- گزینه «۳» طبق تعریف مقادیر دهک‌ها در توزیع‌های پیوسته $P(X \leq c) = 0/8$. بنابراین مقدار احتمال را با توجه به تابع چگالی احتمال پیوسته

$$P(X \leq c) = \int_0^c \Delta e^{-\Delta x} dx = 0/8 \Rightarrow -e^{-\Delta x} \Big|_0^c = 0/8$$

محاسبه کرده برابر با $0/8$ قرار می‌دهیم:

$$1 - e^{-\Delta c} = 0/8 \Rightarrow e^{-\Delta c} = 0/2 \Rightarrow -\Delta c = \ln 0/2 \Rightarrow \Delta c = -\ln 0/2 \Rightarrow \Delta c = \ln(0/2)^{-1}$$

$$\Delta c = \ln \frac{1}{0/2} \Rightarrow \Delta c = \ln(\Delta) \Rightarrow c = \frac{1}{\Delta} \ln(\Delta)$$

۲۱۶- گزینه «۱» اگر کوواریانس بین دو متغیر تصادفی صفر شود بین دو متغیر تصادفی رابطه غیر خطی یا استقلال وجود دارد.

۲۱۷- گزینه «۱» طبق رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \Rightarrow \text{Var}(-2X - 5) = (-2)^2 \cdot \text{Var}(X) = 4(E(X^2) - (E(X))^2) = 4(14/5 - (3/5)^2) = 9$$

۲۱۸- گزینه «۴» طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ می‌باشد بنابراین:

$$\int_0^4 k(16x - x^3) dx = 1 \Rightarrow k \left(8x^2 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^4 = 1 \Rightarrow k(128 - 64) = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{64}$$

۲۱۹- گزینه «۲» طبق خاصیت تابع احتمال باید مجموع احتمال‌ها برابر با ۱ باشد $\sum_x P(X=x) = 1$

$$\sum_{x=0}^5 \frac{\binom{5}{x}}{a} = 1 \Rightarrow \frac{\binom{5}{0}}{a} + \frac{\binom{5}{1}}{a} + \frac{\binom{5}{2}}{a} + \frac{\binom{5}{3}}{a} + \frac{\binom{5}{4}}{a} + \frac{\binom{5}{5}}{a} = 1 \Rightarrow \frac{\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{a} = 1$$

اکنون طبق نکته گفته در متن درس $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ بنابراین حاصل صورت کسر بالا برابر است با $2^5 = 32$

$$\Rightarrow \frac{32}{a} = 1 \Rightarrow a = 32$$



۲۲۰- گزینه «۴» ابتدا از رابطه واریانس خواهیم داشت:

$$\text{Var}(aX \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X) \Rightarrow \text{Var}(-2X + 3) = (-2)^2 \times \text{Var}(X) = 4(E(X^2) - (E(X))^2) = 4(14/5 - (3/5)^2) = 4 \times 2/25 = 9$$

۲۲۱- گزینه «۴» ابتدا طبق خاصیت تابع چگالی احتمال $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ مقدار K را بدست می‌آوریم. بنابراین:

$$\int_0^1 \left(\frac{2x}{3} + \frac{k}{3} \right) dx = 1 \Rightarrow \frac{2x^2}{6} + \frac{kx}{3} \Big|_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{2}{6} + \frac{k}{3} = 1 \quad \frac{k}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = 2$$

$$P(0 \leq X < \frac{1}{2}) = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} (2x + 2) dx = \frac{2x^2}{6} + \frac{2x}{3} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

از طرفی طبق رابطه $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$ خواهیم داشت:

۲۲۲- گزینه «۴» از خاصیت مهم انحراف معیار به صورت روبرو $\sigma(ax \pm b) = |a| \cdot \sigma_x$ استفاده می‌کنیم:

$$\sigma(4x - 3) = 4 \cdot \sigma_x = 4 \times 3 = 12 \Rightarrow \sigma_y = 12$$

توجه کنید که در صورت سوال $D(x) = \sigma_x^2 = 9$ داده شده که باید از آن جذر گرفته شود و سپس در رابطه بالا به جای σ_x قرار می‌دهیم.

۲۲۳- گزینه «۴» از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده می‌کنیم:

$$E(X) = \int_0^3 x \cdot f(x) dx = \int_0^3 x \cdot \left(\frac{2x+3}{18} \right) dx = \frac{1}{18} \int_0^3 (2x^2 + 3x) dx = \frac{1}{18} \left(\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \frac{1}{18} \left(18 + \frac{27}{2} \right) = 1 + \frac{27}{36} = 1 + \frac{3}{4} = 1.75$$

۲۲۴- گزینه «۴» اگر مساحت مربع‌ها را S فرض کنیم و طول مربعها را L فرض کنیم در اینصورت: $(\text{طول})^2 = \text{مساحت مربع}$

$$S = L^2 \Rightarrow E(S) = E(L^2) = ?$$

$$\text{Var}(L) = E(L^2) - E^2(L) \Rightarrow E(L^2) = \text{Var}(L) + E^2(L) \Rightarrow E(L^2) = (3)^2 + (12)^2 = 9 + 144 = 153$$

اما طبق رابطه واریانس:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \Rightarrow 0.25 = \frac{\sigma}{12} \Rightarrow \sigma = 12 \times 0.25 = 3 \Rightarrow \sigma^2 = \text{Var}(L) = (3)^2 = 9$$

یادآوری و توجه:

۲۲۵- گزینه «۱» طبق خاصیت مهم واریانس به صورت:

$$\text{Var}\left(\frac{X-4}{6}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \text{Var}(X) = \frac{1}{36} \text{Var}(X) = \frac{1}{36} (E(X^2) - E^2(X)) = \frac{1}{36} (733 - (25)^2) = \frac{1}{36} \times 108 = 3$$

۲۲۶- گزینه «۲» توجه کنید که باید ابتدا مقدار a را بدست آوریم. با توجه به خاصیت تابع چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\int_0^3 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^3 a(4x - x^2) dx = 1 \Rightarrow a \int_0^3 (4x - x^2) dx = 1 \Rightarrow a \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 1$$

$$a(18 - 9) = 1 \Rightarrow 9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9}$$

اکنون طبق رابطه امید ریاضی خواهیم داشت:

$$E(X) = \int_0^3 x \cdot f(x) dx = \int_0^3 x \cdot \frac{1}{9} (4x - x^2) dx = \frac{1}{9} \int_0^3 (4x^2 - x^3) dx = \frac{1}{9} \left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^3 = \frac{1}{9} \left(36 - \frac{81}{4} \right) = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$



۲۲۷- گزینه «۱» $\phi(y|x)$ تابع شرطی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(y|x) = \frac{\phi(x, y)}{\phi(x)}, \quad \phi(x) = \int_y \phi(x, y) dy \quad (x \text{ کناری})$$

$$\phi(x) = \int_0^1 \frac{1}{6}(x-y) dy = \frac{2x-1}{12}; \quad \phi(y|x) = \frac{\frac{1}{6}(x-y)}{\frac{1}{12}(2x-1)} = \frac{2(x-y)}{2x-1}$$

در این سؤال داریم:

۲۲۸- گزینه «۱» می‌دانیم که $\text{COV}(U+V, T) = \text{COV}(U, T) + \text{COV}(V, T)$ حال داریم:

$$\text{COV}(Z, U) = \text{COV}(2X - 3Y, X + Y) = 2\text{COV}(X, X) + 2\text{COV}(X, Y) - 3\text{COV}(Y, X) - 3\text{COV}(Y, Y)$$

$$\frac{\text{COV}(X, X) = \text{Var}(X)}{\text{COV}(X, Y) = \text{COV}(Y, X)} \rightarrow 2\text{Var}(X) - \text{COV}(X, Y) - 3\text{Var}(Y) = 2(9) - (-3) - 3(16) = -27$$

۲۲۹- گزینه «۲» از ویژگی تابع چگالی احتمال، k را به دست می‌آوریم:

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-1}^4 kx^2 dx = \frac{k}{3} x^3 \Big|_{-1}^4 = \frac{k}{3} (64 + 1) = \frac{65}{3} k = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{65}$$

$$P(-1 < X < 1) = \int_{-1}^1 \frac{3}{65} x^2 dx = \frac{1}{65} x^3 \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{65}$$

در نتیجه $k = \frac{3}{65}$ بنابراین گزینه ۲ یا ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\partial}{\partial x} F(x) = 3x^2 - 12x + 1$$

۲۳۰- گزینه «۱» U مد توزیع اگر $f(u) \geq f(x)$ که در آن $f(\circ)$ تابع چگالی است.

$$\Rightarrow 6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

حال ماکزیمم $f(x)$ را با مشتق گرفتن بدست می‌آوریم.
اما توجه کنید که این سؤال نادرست است زیرا خاصیت اصلی $F(x)$ رعایت نشده است یعنی $0 < F(x) < 1$ نمی‌باشد مثلاً در نقاطی که در بازه $(-\infty, 0)$ یا $(0, 17, 5/8)$ منفی است بنابراین سه گزینه اول مردود است و $F(7) > 1$ است.

۲۳۱- گزینه «۴» دهک هفتم مقداری است که احتمال اعداد کمتر از آن $0/7$ باشد.

$$P(X < c) = 0/7, \quad P(X < c) = \int_0^c 3e^{-3x} dx = 1 - e^{-3c} = 0/7 \Rightarrow e^{-3c} = 0/3 \Rightarrow -3c = \ln 0/3 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \ln 0/3$$

۲۳۲- گزینه «۳» به راحتی متوجه می‌شویم که گزینه‌های (۱) و (۲) غلط هستند چرا که a قابل محاسبه است و این گزینه‌ها برحسب a هستند بنابراین ابتدا باید مقدار مجهول a بدست آید.

$$\int f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_1^a \frac{1}{12} x dx = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{24} \Big|_1^a = 1 \quad \frac{a^2}{24} - \frac{1}{24} = 1 \Rightarrow a^2 - 1 = 24$$

اکنون با توجه به مقدار a محاسبه شده مقدار امید ریاضی را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X) = \int x.f(x) dx = \int_1^5 x \cdot \frac{1}{12} x dx = \int_1^5 \frac{x^2}{12} dx = \frac{x^3}{36} \Big|_1^5 = \frac{125}{36} - \frac{1}{36} = \frac{124}{36} = \frac{31}{9}$$

۲۳۳- گزینه «۴» در توزیع غیرنرمال $88/8\%$ از داده در فاصله $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ است.



۲۳۴- گزینه «۱» این سؤال دقیقاً مانند مثال ۴۹ فصل اول کتاب آمار و احتمالات مدرس‌ان شریف می‌باشد.

$$\sum |x_i - Me| = \min$$

یکی از خواص مهم میانه آن است که مجموع قدرمطلق انحراف داده‌ها از میانه همواره حداقل است:

از این خاصیت استفاده کرده و به راحتی متوجه می‌شویم که a باید میانه داده‌های مورد نظر باشد. برای به دست آوردن میانه، ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$7, 9, 9, 10, 11, 12, 12, 15, 16$$

با توجه به اینکه تعداد داده‌ها $N = 9$ فرد است، بنابراین میانه داده وسط یعنی پنجمین داده است که همان مقدار a می‌باشد: $a = Me = x_5 = 11$

۲۳۵- گزینه «۲» این سؤال مانند سؤال ۳۵۳ و ۳۹۳ کنکور سراسری ۸۹ و ۹۲ است. (در فصل اول)

$$CV(2x_i + 1) = \frac{\sigma(2x_i + 1)}{\mu(2x_i + 1)}$$

فرمول ضریب پراکندگی را برای y_i می‌نویسیم:

اکنون برای صورت و مخرج از تأثیر چهار عمل اصلی بر میانگین و انحراف معیار استفاده می‌کنیم:

$$\sigma(ax \pm b) = |a| \sigma(x) \quad , \quad \mu(ax \pm b) = a\mu(x) \pm b$$

$$CV(2x_i + 1) = \frac{2\sigma(x_i)}{2\mu(x_i) + 1}$$

این دو خاصیت را اعمال می‌کنیم:

در اینجا میانگین ۱۲ می‌باشد. بنابراین مخرج $2 \times 12 + 1 = 25$ می‌شود؛ اما برای صورت با توجه به اینکه واریانس $\sigma^2 = 6/25$ است، $\sigma(x) = \sqrt{6/25}$ که برابر با $\sigma = 2/5$ می‌باشد و صورت هم $2 \times 2/5 = 4/5$ می‌شود.

$$CV(2x_i + 1) = \frac{2 \times 2/5}{2 \times 12 + 1} = \frac{4/5}{25} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$y_i = \frac{x_i - a}{b} \Rightarrow \bar{y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$$

۲۳۶- گزینه «۴» برای به دست آمدن مقدار $\bar{y}$ از y_i میانگین گیری می‌کنیم:

دقت شود که میانگین عددهای ثابت a و b خود آنها هستند. دقت شود که اضافه و کم کردن تأثیری در واریانس ندارد:

$$S_y^2 = S^2 \left(\frac{x_i - a}{b} \right) \xrightarrow{= a^2 S^2(x_i)} \frac{1}{b^2} S^2(x_i) = S_y^2 = \frac{S_x^2}{b^2}$$

$$\frac{\bar{y}}{S_y^2} = \frac{\frac{\bar{x} - a}{b}}{\frac{S_x^2}{b^2}} = \frac{b\bar{x} - ab}{S_x^2}$$

اکنون مقدار $\frac{\bar{y}}{S_y^2}$ برابر است با:

۲۳۷- گزینه «۱» با محاسبه میانگین و انحراف معیار این فاصله را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{150}{10} = 15 \quad (\text{میانگین نمونه})$$

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{S}{15} \Rightarrow S = 5$$

اکنون مقادیر داده شده را در این فاصله قرار می‌دهیم:

$$\bar{x} - 2S = 15 - 2 \times 5 = 15 - 10 = 5 \quad , \quad \bar{x} + 2S = 15 + 2 \times 5 = 15 + 10 = 25$$



فصل چهارم

«توزیع‌های خاص آماری»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱- در کدام یک از موارد زیر توزیع پواسن تقریب خوبی برای توزیع دو جمله‌ای است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$(۱) n=25 \text{ و } p=0/04 \quad (۲) n=50 \text{ و } p=0/28 \quad (۳) n=60 \text{ و } p=0/58 \quad (۴) n=150 \text{ و } p=0/93$$

۲- در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر ۵ و واریانس برابر $\frac{15}{4}$ است. مقدار $P(X=0)$ در این توزیع برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$(۱) \left(\frac{1}{4}\right)^{20} \quad (۲) \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \quad (۳) \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \quad (۴) \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$$

۳- در یک توزیع نرمال با میانگین $\mu=10$ و واریانس $\sigma^2=9$ ، احتمال این که $(X < 7)$ باشد، تقریباً چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$(۱) 0/68 \quad (۲) 0/16 \quad (۳) 0/32 \quad (۴) 0/5$$

۴- اگر احتمال به ثمر رسیدن طرح‌های اقتصادی ۵۵٪ باشد، احتمال به ثمر رسیدن ۴ طرح از ۵ طرح اقتصادی، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$(۱) 0/09 \quad (۲) 0/21 \quad (۳) 0/44 \quad (۴) 0/8$$

۵- از ۱۵ لامپ که ۵ عدد آن‌ها غیر استاندارد است، ۳ لامپ را بطور تصادف با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که هیچ کدام غیر استاندارد نباشند، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$(۱) \frac{1}{27} \quad (۲) \frac{24}{91} \quad (۳) \frac{8}{27} \quad (۴) \frac{7}{9}$$

۶- متغیرهای تصادفی $X_1, X_2, \dots, X_n$ مستقل از هم، هر یک بر طبق قانون نرمال استاندارد توزیع می‌شوند، تابع چگالی احتمال

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$Y = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \text{ کدام است؟}$$

$$(۱) \chi^2 \text{ با } n-1 \text{ درجه آزادی} \quad (۲) \chi^2 \text{ با } n \text{ درجه آزادی} \quad (۳) t^2 \text{ با } n \text{ درجه آزادی} \quad (۴) t \text{ با } n-1 \text{ درجه آزادی}$$

۷- به طور متوسط ۳۰ مشتری در ساعت به یک شعبه بانک طبق فرآیند پواسن مراجعه می‌کنند. احتمال این که در نیم ساعت یک مشتری مراجعه کند، چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

$$(۱) 15e^{-30} \quad (۲) 15e^{-15} \quad (۳) 30e^{-3} \quad (۴) 60e^{-30}$$

۸- توزیع X نرمال با میانگین ۲۵ است اگر $P(X \geq 5) = 0/9772$ باشد، مقدار انحراف معیار کدام است؟ (راهنمایی: $I = \int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = 0/228$)

(مدیریت - سراسری ۸۰)

$$(۱) 4 \quad (۲) 5 \quad (۳) 9 \quad (۴) 10$$

۹- کدام عبارت در مورد آمار ناپارامتریک صحیح است؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

- (۱) هدف در آمار ناپارامتریک پارامترهای جامعه است.
(۲) در آمار ناپارامتریک ضرورتی ندارد که مشاهدات از توزیع نرمال پیروی کند.
(۳) جایگاه کاربرد آمار ناپارامتریک ضرورتاً در آمار توصیفی است.
(۴) برآورد روش‌های آمار ناپارامتریک دقیقتر از روش‌های آمار پارامتریک است.

۱۰- اگر تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $\{f(x) = \frac{1}{8} | -3 \leq x \leq 5\}$ تعریف شده باشد. $E(X)$ کدام است؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

$$(۱) 1 \quad (۲) \frac{1}{4} \quad (۳) \frac{3}{8} \quad (۴) \frac{5}{8}$$

۱۱- در صورتی که یک توزیع دو جمله‌ای دارای ۱۰۰ تکرار باشد و احتمال موفقیت در هر تکرار ۰/۱ باشد، بهترین توزیع برای تقریب احتمال‌های

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۰)

$$(۱) \text{نمایی} \quad (۲) \text{نرمال} \quad (۳) \text{پواسن} \quad (۴) \text{یکنواخت}$$



۱۲- اگر اندازه دو عضو از جامعه نرمالی ۱۳ و ۱۹ و اندازه این دو برحسب متغیر استاندارد، صفر و ۳ باشد، میانگین و انحراف معیار به ترتیب (از چپ به راست) کدامند؟

(حسابداری - سراسری ۸۰ و ۸۳)

$$(۴) ۳ و ۱۹$$

$$(۳) ۲ و ۱۳$$

$$(۲) ۳ و ۶$$

$$(۱) ۱۹ و ۲$$

۱۳- احتمال اثر مفید دارویی بر نوعی بیماری $\frac{8}{10}$ است، احتمال اینکه سومین داروی تجویز شده اولین داروی بی اثر باشد، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

$$(۴) \frac{64}{10}$$

$$(۳) \frac{128}{10}$$

$$(۲) \frac{256}{10}$$

$$(۱) \frac{384}{10}$$

۱۴- ۵۰ درصد افراد یک جامعه‌ای دیپلم دارند، اگر ۵ نفر از بین این افراد انتخاب شوند با کدام احتمال ۲ نفر از آنان فاقد دیپلم‌اند؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۰)

$$(۴) \frac{15}{32}$$

$$(۳) \frac{8}{32}$$

$$(۲) \frac{9}{32}$$

$$(۱) \frac{10}{32}$$

۱۵- ۹۰ درصد لامپ‌های تولیدی شرکتی سالم‌اند. اگر به‌طور تکراری و تصادفی یک لامپ از بین آن‌ها اختیار کنیم، با کدام احتمال برای اولین بار پس از ۴ آزمایش معیوب است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

$$(۴) \frac{2187}{10}$$

$$(۳) \frac{729}{10}$$

$$(۲) \frac{54}{10}$$

$$(۱) \frac{9}{10}$$

۱۶- یک سکه سالم را ۳۶ بار پرتاب می‌کنیم، تعداد روی سکه را که ظاهر می‌شوند X می‌نامیم. انحراف معیار متغیر تصادفی کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

$$(۴) ۶$$

$$(۳) ۴$$

$$(۲) ۳$$

$$(۱) ۲$$

۱۷- اگر توزیع X نرمال، با میانگین ۶۰ و انحراف معیار ۵ باشد، «در تابع نرمال $f(x)$ می‌دانیم $\int_{-\infty}^{1/5} f(z)dz = \frac{9332}{10}$ و

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

$P(X \leq a) = \frac{668}{10}$ مقدار a کدام است؟

$$(۴) \frac{67}{5}$$

$$(۳) \frac{62}{5}$$

$$(۲) \frac{52}{5}$$

$$(۱) \frac{47}{5}$$

۱۸- در توزیع نرمال احتمال اینکه متغیر تصادفی در فاصله دو انحراف معیار از میانگین باشد، تقریباً برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۰)

$$(۴) ۹۹ \text{ درصد}$$

$$(۳) ۷۵ \text{ درصد}$$

$$(۲) ۶۸ \text{ درصد}$$

$$(۱) ۹۵ \text{ درصد}$$

۱۹- اگر در توزیع دو جمله‌ای $n = 20$ و $p = \frac{3}{10}$ باشد، نمودار تابع احتمال آن به چه شکلی خواهد بود؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$(۴) \text{ متقارن}$$

$$(۳) \text{ چوله به چپ}$$

$$(۲) \text{ چوله به راست}$$

$$(۱) \text{ یک نمایی}$$

۲۰- در یک توزیع پواسن اگر $P(X=1) = P(X=2)$ باشد، آن گاه مقدار $P(X=0)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$(۴) e^{-2}$$

$$(۳) e^{-1}$$

$$(۲) 2e^{-2}$$

$$(۱) \frac{1}{2}$$

۲۱- احتمال این که در ۲ بار تیراندازی، حداقل یک تیر به هدف اصابت کند، مساوی $\frac{84}{10}$ است. احتمال اصابت تیر به هدف در هر بار چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$(۴) \frac{42}{10}$$

$$(۳) \frac{16}{10}$$

$$(۲) \frac{6}{10}$$

$$(۱) \frac{4}{10}$$

۲۲- اگر در توزیع F درجه آزادی صورت یک باشد، آن گاه این توزیع معادل است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$(۴) \text{ مجذور توزیع نرمال استاندارد}$$

$$(۳) \text{ مجذور توزیع } t$$

$$(۲) \text{ توزیع نرمال استاندارد}$$

$$(۱) \text{ توزیع } \chi^2$$

۲۳- در صورتی که در محموله‌ای که ۱۲ کالا دارد ۴ تای آن معیوب باشد، اگر دو کالا به تصادف از آن انتخاب شود، احتمال این که هر دو کالا سالم

(مدیریت - سراسری ۸۱)

باشد، چه میزان می‌شود؟

$$(۴) \frac{18}{20}$$

$$(۳) \frac{24}{55}$$

$$(۲) \frac{56}{33}$$

$$(۱) \frac{14}{33}$$

۲۴- متغیر تصادفی X دارای توزیع دو جمله‌ای $(\frac{1}{3}, 1)$ است، در این صورت واریانس متغیر تصادفی $Y = \frac{X}{10}$ برابر است با:

(مدیریت - سراسری ۸۱)

$$(۴) \frac{2}{90}$$

$$(۳) \frac{2}{3}$$

$$(۲) \frac{2}{9}$$

$$(۱) \frac{1}{30}$$



۲۵- بر اساس تجربه مشخص شده است که یک تلفنچی ۴ درصد از تلفن‌ها را اشتباه وصل می‌کند. اگر روزی ۱۵۰ تلفن وصل کرده باشد، احتمال این که بیش از یک شماره را اشتباه وصل کرده باشد، کدام است؟ (مدیریت - سراسری (۸۱))

- (۱) $6e^{-6}$ (۲) $1 - 7e^{-6}$ (۳) $1 - e^{-6}$ (۴) $1 - 5e^{-6}$

۲۶- توزیع X نرمال با انحراف معیار ۱۰ می‌باشد. اگر $P(X \geq 100) = 0.975$ باشد، مقدار میانگین چقدر است؟ (مدیریت - سراسری (۸۱))

$$\left(\int_{1/96}^4 f(z) dz = 0.25 \right) \text{ راهنمایی:}$$

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰/۴ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۱۹/۶

۲۷- از یک جامعه ۴۰۰۰ نفره یک نمونه تصادفی ۴۰ تایی انتخاب شده است. در این حالت تابع احتمال متغیر تصادفی X ، کدام است؟ (حسابداری - سراسری (۸۱))

- (۱) هندسی (۲) دو جمله‌ای (۳) فوق هندسی (۴) هم فوق هندسی و هم دو جمله‌ای

۲۸- فرض کنید در شکل زیر متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت دارد، c را به نحوی پیدا کنید که $P(x \leq c) = 0.6$ باشد. (حسابداری - سراسری (۸۱))



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۲۹- توزیع متغیر تصادفی X نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر $P(X \geq x) = 0.495$ باشد، مقدار x چقدر است؟ (حسابداری - سراسری (۸۱))

$$\left(\int_{-4}^{-1/65} f(z) dz = 0.495 \right) \text{ راهنمایی:}$$

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۳/۵ (۳) ۱۱۶/۵ (۴) ۱۴۰

۳۰- عمر لامپ‌های تولید شده دارای توزیع نرمال بوده و ۹۲/۵٪ آن‌ها بیش از ۲۱۶۰ ساعت کار می‌کنند، همچنین ۳/۹۲٪ عمری بیش از ۱۷۰۴۰ ساعت دارند. میانگین و انحراف معیار عدد لامپ‌ها چقدر است؟ ($Z_7 = 1/76, Z_1 = -1/44$) (حسابداری - سراسری (۸۱))

- (۱) $\mu = 8656, \sigma = 4850$ (۲) $\mu = 9840, \sigma = 4852$ (۳) $\mu = 11880, \sigma = 4621$ (۴) $\mu = 8856, \sigma = 4650$

۳۱- نمرات درس ریاضیات در آزمون کارشناسی ارشد در رشته مدیریت دارای توزیع نرمال، با میانگین ۴۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر نمره داوطلبی ۶۵ باشد، نمره این داوطلب در توزیع نرمال استاندارد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری (۸۱))

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۳۲- در توزیع نرمال $N(100, 5)$ ، احتمال $P(110 < X < 115)$ برابر است با: ($S_{-3}^2 = 0.9973, S_{-2}^2 = 0.9545$) (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

- (۱) ۰/۰۲۱۴ (۲) ۰/۲۰۱۴ (۳) ۰/۲۱۴۰ (۴) ۰/۲۵

۳۳- در توزیع نرمال $N(150, 5)$ ، طول نقاط عطف منحنی تابع چگالی احتمال، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری (۸۱))

- (۱) ± 5 (۲) ۱۵۵، ۱۴۵ (۳) ۱۷۵، ۱۲۵ (۴) ۱۶۰، ۱۴۰

۳۴- در انباری ۴۰ حلقه لاستیک وجود دارد که ۵ حلقه‌ی آن معیوب است. نمونه‌ای مرکب از ۴ حلقه به یک مشتری ارسال می‌شود اگر احتمال معیوب بودن یک حلقه لاستیک برابر ۰/۳۵۸ باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر برای تعریف متغیر تصادفی و تابع احتمال آن صحیح است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد (۸۱))

- (۱) تعداد لاستیک‌های معیوب در نمونه - توزیع فوق هندسی
(۲) تعداد لاستیک‌های معیوب یا سالم در نمونه - توزیع دو جمله‌ای
(۳) تعداد لاستیک‌های معیوب در جامعه - توزیع دو جمله‌ای
(۴) معیوب یا سالم بودن لاستیک - توزیع فوق هندسی

۳۵- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمایی با پارامتر $\lambda = 5$ توزیع می‌شود. تابع توزیع کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد (۸۱))

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-5x} & 0 \leq x \end{cases} \quad (۴) \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-10x} & 0 \leq x \end{cases} \quad (۳) \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 5e^{-5x} & 0 \leq x \end{cases} \quad (۲) \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2 - e^{-10x} & 0 \leq x \end{cases} \quad (۱)$$



۳۶- در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای با توزیع نرمال تابع نمونه‌ای با قانون t - استیودنت با درجه آزادی $v = n - 1$ تعریف می‌شود. امید ریاضی این توزیع کدام است؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

$$1(4)$$

$$n(3)$$

$$n-1(2)$$

$$0(1)$$

۳۷- احتمال اصابت موشکی به یک جنگنده $0/30$ است. با اصابت یک موشک جنگنده سقوط خواهد کرد. احتمال اینکه در پرتاب پنجمین موشک جنگنده سقوط کند، چقدر است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$0/05(4)$$

$$0/072(3)$$

$$(0/7)^5(2)$$

$$(0/3)^5(1)$$

۳۸- اگر X دارای توزیع پواسون با پارامتر ۱۶ باشد، ضریب تغییرات آن برابر است با:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$\frac{1}{16}(4)$$

$$0/25(3)$$

$$1(2)$$

$$4(1)$$

۳۹- اگر $P(z \leq -2) = 0/0228$ در توزیع نرمال استاندارد باشد و X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ بوده و $P(X \geq 5) = 0/9772$ باشد، انحراف معیار X کدام است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$15(4)$$

$$10(3)$$

$$5(2)$$

$$\text{صفر}(1)$$

۴۰- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین 120 و انحراف معیار 20 باشد و $P(X \leq a) = 0/0668$ باشد و $\int_{-6}^{1/5} f(z)dz = 0/9332$ باشد مقدار a کدام است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$170(4)$$

$$150(3)$$

$$90(2)$$

$$85(1)$$

۴۱- در یک توزیع نرمال $6/94$ درصد اقلام زیر مشخصه‌ای با مقدار 35 و $89/07$ درصد اقلام زیر 63 می‌باشد. میانگین و انحراف معیار این توزیع کدام است؟ راهنمایی $P(z/p = 0/0694) = -1/48$ ، $P(z/p = 0/8907) = 1/23$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$\sigma = 10/33, \mu = 50/3(4)$$

$$\sigma = 5/03, \mu = 10/33(3)$$

$$\sigma = 4/93, \mu = 10/33(2)$$

$$\sigma = 4/93, \mu = 1/23(1)$$

۴۲- متغیر تصادفی X بر طبق توزیع نرمال با میانگین 100 و انحراف معیار 5 توزیع شده است. تابع چگالی متغیر تصادفی $Y = 2X - 10$ کدام است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-210)^2}{100}}(4) \quad \varphi(y) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-190)^2}{100}}(3) \quad \varphi(y) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-190)^2}{200}}(2) \quad \varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-190)^2}{50}}(1)$$

۴۳- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۱)

(۱) بیش از پنج درصد از مشاهدات بین دو یا سه برابر انحراف معیار بالای میانگین قرار گرفته‌اند.

(۲) بیش از پنج درصد از مشاهدات در ورای ۲ انحراف معیار بالای میانگین قرار دارند.

(۳) کمتر از پنجاه درصد ملاحظات در فاصله یک انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

(۴) کمتر از یک درصد ملاحظات در ورای ۳ انحراف معیار بالای میانگین قرار دارند.

۴۴- اگر اندازه دو عضو از جامعه‌ای نرمال 26 و 38 باشد و اندازه این دو عضو بر حسب z مساوی -1 و 3 باشد، میانگین و واریانس کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۱)

$$16 \text{ و } 23(4)$$

$$3 \text{ و } 23(3)$$

$$3 \text{ و } 29(2)$$

$$9 \text{ و } 29(1)$$

۴۵- جعبه‌ای حاوی ۷ فیوز است که سه تای آن‌ها سالم است. سه فیوز به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شوند، احتمال آن که دقیقاً ۲ تای آن‌ها سالم باشد، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$\frac{1}{7}(4)$$

$$\frac{12}{35}(3)$$

$$\frac{3}{35}(2)$$

$$\frac{4}{35}(1)$$

۴۶- مسافران هواپیما به صورت تصادفی و به تعداد ۵ نفر در هر دقیقه وارد فرودگاه می‌شوند. احتمال این که در دقیقه خاصی هیچ مسافری به فرودگاه وارد نشود، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$(2/718)^{-5}(4)$$

$$\frac{5}{2/718}(3)$$

$$\frac{5}{(2/718)^5}(2)$$

$$(2/718)^5(1)$$



۴۷- فرض کنید X دارای توزیع نرمال با میانگین 50 است. اگر $P(X \leq 62) = 0.9332$ و $Z_{0.0668} = 1/5$ باشد، σ_X چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۴۸- یک سیستم مخابراتی از ۴ جزء تشکیل شده است که هر کدام به طور مستقل با احتمال 90% کار می‌کنند. کل سیستم فعال خواهد بود اگر حداقل نیمی از اجزاء آن کار کند. احتمال آن که سیستم کار نکند چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.0037 (۲) 0.01 (۳) 0.19 (۴) 0.9963

۴۹- مشتری‌های یک مغازه مطابق یک فرآیند پواسن با میانگین 20 نفر در ساعت برای خرید به مغازه مراجعه می‌کنند. احتمال این که مغازه دار مجبور شود بیش از ۵ دقیقه برای مراجعه اولین مشتری منتظر بماند چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۲)

- (۱) $\frac{-5}{e^3}$ (۲) e^{-20} (۳) $1 - e^{-\frac{5}{3}}$ (۴) $1 - e^{-20}$

۵۰- اظهار نظر حسابرسان راجع به حساب‌های شرکتی ممکن است، قبول، مردود و مشروط باشد، در سال پیش 20% ، 30% ، 50% نظرها به ترتیب قبول، مردود و مشروط بوده است. شش شرکت به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند. میانگین و واریانس شرکت‌های مشروط به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(مدیریت - سراسری ۸۲)

- (۱) $(1/2 \text{ و } 1/2)$ (۲) $(1/8 \text{ و } 1/2)$ (۳) $(3 \text{ و } 1/5)$ (۴) $(3 \text{ و } 3)$

۵۱- احتمال این که هر پرتاب بازیکنی به هدف بخورد 80% است. احتمال این که سومین پرتابی که به هدف می‌خورد، پنجمین پرتاب وی باشد، چقدر است؟

(حسابداری - سراسری ۸۲)

- (۱) 0.123 (۲) 0.512 (۳) 0.64 (۴) 0.991

۵۲- توزیع X نرمال با میانگین 100 و انحراف معیار 10 است. اگر $P(X \geq x) = 0.0228$ باشد. مقدار x چقدر است؟

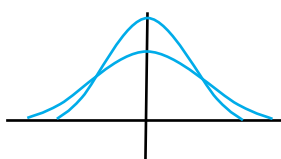
(حسابداری - سراسری ۸۲)

$$\left(\int_{-4}^{-2} f(z) dz = 0.0228 \right) \text{ (راهنمایی:)}$$

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

۵۳- در شکل، دو تابع چگالی احتمال برای دو توزیع متفاوت نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد این دو منحنی صحیح می‌باشد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)



- (۱) واریانس در هر دو توزیع یکسان است اما میانگین فراوانی آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.
(۲) میانگین فراوانی در هر دو توزیع یکسان است اما واریانس آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.
(۳) میانگین فراوانی در هر دو توزیع یکسان است اما نمره Z (نمره استاندارد) آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.
(۴) نمره Z (نمره استاندارد) آن‌ها در هر دو توزیع یکسان است اما میانگین فراوانی آن‌ها با یکدیگر فرق دارد.

۵۴- در یک توزیع احتمال نرمال، میانگین برابر است با و مساحت زیر منحنی برابر است با

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

- (۱) صفر - نیم (۲) صفر - یک
(۳) یک - نمره Z (۴) یک - واحد بکار گرفته شده مانند مترمربع، کیلوگرم و ...

۵۵- متغیر تصادفی X با میانگین 12 و انحراف معیار $\frac{3}{4}$ به صورت یک توزیع نرمال، تبدیل شده است. عدد Z نرمال متناظر $x = 15$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۶- یک تاس را متوالیاً پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد ۶ این تاس برای اولین بار در پرتاب دوم ظاهر شود، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۲)

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{4}{36}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{6}{36}$



۵۷- تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = e^{-x}, x \geq 0$ تعریف شده است. امید ریاضی X برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) e (۴) $1-e$

۵۸- دنباله متغیرهای تصادفی با توزیع‌های کای دو یکسان و با درجه‌های آزادی k ، مستقل از هم توزیع شده‌اند. توزیع

حاصل جمع $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۲)

- (۱) توزیع نرمال با امید ریاضی k و واریانس $2k$ (۲) توزیع گاما با پارامترهای $\alpha = k$ و $\beta = k$
(۳) توزیع گاما با پارامترهای $\alpha = n$ و $\beta = 2n$ (۴) توزیع کی دو با درجه آزادی nk

۵۹- متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو نقطه‌ای توزیع می‌شود. احتمال این که در ۴ آزمایش تکراری مستقل از این متغیر ۳ بار نتیجه $x = 1$ به

دست آید، (در سه آزمایش $x = 1$ مشاهده شود) چقدر است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

x	۰	۱	
$P_X(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$= 1$

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{64}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{3}{32}$

۶۰- تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی X با قانون هندسی $M_X(t) = \frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$ می‌باشد. امید ریاضی آن کدام است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲ و دولتی آزاد ۸۵ و صنعتی - آزاد ۸۷)

- (۱) $\frac{1}{p^2}$ (۲) $\frac{1}{p}$ (۳) $\frac{1}{(1-p)^2}$ (۴) $\frac{1}{1-p}$

۶۱- متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو جمله‌ای با پارامتر $n = 10$ ، $p = 0.4$ توزیع می‌شود. واریانس متغیر تصادفی X کدام است؟

(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

- (۱) ۴ (۲) 0.24 (۳) $2/4$ (۴) ۶

۶۲- براساس اطلاعات موجود در قسمت کنترل کیفیت کارخانه‌ای، ده درصد محصولات تولیدی معیوب است. احتمال اینکه در یک بازرسی، سومین

کالای بازرسی شده اولین کالای معیوب باشد، چقدر است؟ (حسابداری - آزاد ۸۲)

- (۱) 0.009 (۲) 0.09 (۳) 0.081 (۴) 0.3

۶۳- اگر در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۲ و ۲ باشد، احتمال $P(X=0)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

- (۱) $(0.2)^X$ (۲) $(0.2)^n$ (۳) $(0.8)^n$ (۴) $(0.8)^{n-X}$

۶۴- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی ۱۵ و واریانس ۶۴ توزیع شده است. اگر متغیر تصادفی Y براساس معادله

$Y = \frac{1}{4}X + 25$ از متغیر X محاسبه گردد، آنگاه تابع چگالی احتمالی متغیر تصادفی Y عبارت است از: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

- (۱) $f(y) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-100)^2}{32}}$ (۲) $f(y) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-100)^2}{16}}$ (۳) $f(y) = \frac{1}{16\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-150)^2}{64}}$ (۴) $f(y) = \frac{1}{16\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-75)^2}{32}}$

۶۵- در ساختن یک نوع کالا، مشخص گردیده که ۱۰ درصد آنها غیر استاندارد می‌باشد. از محصولات تولید شده، تعداد ۲ واحد محصول را به طور

تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که حداقل یکی از محصولات استاندارد باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳ و سراسری ۷۷)

- (۱) 0.09 (۲) 0.18 (۳) 0.81 (۴) 0.99

۶۶- واریانس متغیر تصادفی X با تابع چگالی $\{f(x) = \frac{2}{3} | -1 < x < \frac{1}{3}\}$ کدام است؟ (مدیریت - سراسری ۸۳)

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۶۷- در هر خانواده احتمال داشتن فرزند دختر و پسر مساوی است. احتمال این که خانواده‌ای که ۳ فرزند دارد، حداقل یک پسر داشته باشد، چقدر است؟

(حسابداری - سراسری ۸۳)

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{6}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) ۱



۶۸- در توزیع پواسن λ چیست؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

(۱) میانگین است.

(۲) انحراف معیار است.

(۳) مقدار احتمال پیش‌آمد برگزیده است.

(۴) مقداری است که پس از محاسبه احتمال وقوع حادثه به دست می‌آید.

۶۹- برای استفاده از توزیع پواسن بهتر است λ کدام مقادیر را بگیرد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

(۱) $\lambda > 0$

(۲) $10 \geq \lambda \geq 0$

(۳) $20 \geq \lambda \geq 10$

(۴) $30 \geq \lambda \geq 0$

۷۰- در منحنی نرمال در فاصله $\bar{X} \pm 1S$ (در فاصله یک انحراف معیار از میانگین) چند درصد فراوانی‌ها قرار می‌گیرند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

(۱) ۲۰٪

(۲) ۲۸٪/۱۴

(۳) ۴۷٪/۱۲

(۴) ۶۸٪/۲۶

۷۱- در تابع نرمال در فاصله $\bar{X} \pm 0.5S$ (نیم انحراف معیار بالا و پایین میانگین) چند درصد فراوانی‌ها قرار می‌گیرند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳ و ۸۴)

(۱) ۱۳٪/۲۴

(۲) ۲۰٪

(۳) ۳۸٪

(۴) ۶۸٪/۲۶

۷۲- ده درصد از تولیدات یک شرکت معیوب است اگر ۴ نمونه از این تولیدات برداریم با کدام احتمال فقط یک کالا معیوب است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)

(۱) ۰/۲۷۳۶

(۲) ۰/۲۷۵۴

(۳) ۰/۲۸۲۶

(۴) ۰/۲۹۱۶

۷۳- میانگین نمرات ۳۰۰ دانشجو ۱۴/۴ با انحراف معیار ۱/۶ یک توزیع نرمال است، نمره چند دانشجو کمتر از ۱۲ می‌باشد؟ ($S_0^{1/5} = 0/433$)

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)

(۱) ۱۸

(۲) ۲۰

(۳) ۲۳

(۴) ۲۵

۷۴- اگر $P(Z \leq -2) = 0/0228$ و X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ و $P(X \geq 5) = 0/9772$ باشد، انحراف معیار X کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

(۱) ۱۵

(۲) ۱۰

(۳) صفر

(۴) ۵

۷۵- اگر نمره دو درس از جامعه نرمالی ۱۳ و ۱۹ باشد و برحسب Z برابر با ۱- و ۳ باشد، میانگین و انحراف معیار آن برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

(۱) ۱۶ و ۱

(۲) ۱۶ و ۳

(۳) ۱۴/۵ و ۱

(۴) ۱۴/۵ و ۱/۵

۷۶- متغیر تصادفی X برطبق قانون دو جمله‌ای با تابع احتمال $P(X) = C_{10}^X (0/25)^X (0/75)^{10-X}$ توزیع شده است. مد این توزیع کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

(۱) ۷/۵

(۲) ۲

(۳) ۱۰

(۴) ۴

۷۷- متغیرهای تصادفی X_1, X_2, X_3, X_4 مستقل از هم هر یک بر طبق قانون نرمال با امیدهای ریاضی:

$E(X_1) = 10$ $E(X_2) = 4$ $E(X_3) = 20$ $E(X_4) = 6$

و با واریانسهای یکسان $\sigma^2 = 4$ توزیع شده‌اند. مطلوبست توزیع حاصل جمع چهار متغیر تصادفی با توزیع‌های نرمال فوق.

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

(۱) توزیع نرمال با امید ریاضی ۲۰ و با واریانس ۴

(۲) توزیع نرمال با امید ریاضی ۳۰ و با واریانس ۸

(۳) توزیع نرمال با امید ریاضی ۴ و با واریانس ۲

(۴) توزیع نرمال با امید ریاضی ۴۰ و با واریانس ۱۶

۷۸- چنانچه در یک کارخانه وزن بسته‌های تولیدی بر طبق قانون نرمال توزیع شده باشد و وزن دو بسته ۱۳ و ۱۵۶ باشد و از تبدیل آنها به توزیع

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

نرمال استاندارد مقادیر ۱/۵- و ۳/۵ به دست آید، امید ریاضی و انحراف معیار وزن بسته‌ها چیست؟

(۱) ۱۳۷/۸ و ۲۷/۰۴

(۲) ۱۳۷/۸ و ۵/۲

(۳) ۱۳۵/۶ و ۵/۲

(۴) ۱۳۵/۶ و ۲۷/۰۴

۷۹- بر اساس اطلاعات موجود در قسمت کنترل کیفیت کارخانه‌ای، ده درصد محصولات تولیدی معیوب است. احتمال اینکه در یک بازرسی، سومین

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

کالای بازرسی شده، اولین کالای معیوب باشد چقدر است؟

(۱) ۰/۰۹

(۲) ۰/۰۸۱

(۳) ۰/۰۰۹

(۴) ۰/۸۱



۸۰- فرض کنید احتمال اینکه یک موشک به هواپیما اصابت کند مساوی با $\frac{5}{10}$ است، احتمال اینکه در پرتاب دوم، موشک هواپیما را منهدم کند.

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

۰/۰۶۲۵ (۴)

۰/۶۲۵ (۳)

۰/۲۵۶ (۲)

۰/۰۲۶۵ (۱)

۸۱- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال توزیع می‌شود. امید ریاضی و میانه در این توزیع دارای چه مناسباتی هستند؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

(۱) هر دو با پارامتر μ منطبق هستند.

(۲) میانه از پارامتر μ بزرگتر و امید ریاضی کوچکتر از آن است.

(۳) هر دو از پارامتر μ کوچکتر هستند.

(۴) امید ریاضی از پارامتر μ بزرگتر و میانه کوچکتر از آن است.

۸۲- X در جامعه‌ای بر طبق قانون پواسون توزیع شده است. از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n = 10$ به طریق بازگردان انتخاب می‌شود، قانون توزیع

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

حاصل جمع در نمونه فوق کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

(۴) قانون توزیع دو جمله‌ای

(۳) قانون توزیع پواسون

(۲) قانون توزیع نرمال

(۱) قانون توزیع نمایی

۸۳- متغیر تصادفی X تابع چگالی به صورت $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ دارد. واریانس آن چقدر می‌باشد؟ (حسابداری - آزاد ۸۳)

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۸۴- متغیر تصادفی X توزیع یکنواخت با تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ دارد. میانگین μ و واریانس σ^2 آن عبارت هستند از:

(حسابداری - آزاد ۸۳)

$\sigma^2 = \frac{1}{6}(b-a)^2$ $\mu = \frac{(a+b)}{3}$ (۲)

$\sigma^2 = \frac{1}{12}(b-a)^2$ $\mu = \frac{1}{2}(a+b)$ (۱)

$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{6}$ $\mu = \frac{1}{3}(a+b)$ (۴)

$\sigma^2 = \frac{1}{12}(b+a)^2$ $\mu = \frac{1}{2}(a+b)$ (۳)

۸۵- بررسی‌ها نشان می‌دهد از هر ۱۰ دانشجوی مشاهده شده در محوطه خوابگاه‌های دانشجویی یک نفر غیرساکن است. اگر ۴ نفر به تصادف

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

انتخاب شود، احتمال اینکه حداقل یکی از آنها غیرساکن باشد چقدر است؟

۰/۳۴۴ (۴)

۰/۵۹۲ (۳)

۰/۰۶۵ (۲)

۰/۶۵۶ (۱)

۸۶- اگر توزیع نمرات دانشجویان در یک کلاس ۵۰ نفری تقریباً نرمال باشد و آنهایی که نمره‌ای کمتر از $\mu - \sigma$ گرفته‌اند مردود اعلام شوند، حدود

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

چند نفر در این کلاس مردود اعلام خواهند شد؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

۸۷- متوسط تعداد اشتباهات تایپی در یک صفحه از یک کتاب برابر با ۳ است. احتمال اینکه در دو صفحه حداقل یک اشتباه رخ دهد چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$3e^{-3}$ (۴)

$1 - 3e^{-3}$ (۳)

$1 - e^{-3}$ (۲)

$1 - e^{-6}$ (۱)

۸۸- مدت زمانی که دانشجویان صرف پاسخگویی به سوالات یک آزمون خاص می‌کنند دارای توزیع نرمال با میانگین ۶۰ دقیقه و انحراف معیار ۱۰

دقیقه است. اگر ۱۰۰ دانشجو در این آزمون شرکت کرده باشند، احتمال اینکه حداقل ۵۵ نفر بیشتر از ۶۰ دقیقه وقت صرف آزمون کرده باشند، چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

۰/۵۵ (۴)

۰/۱۶ (۳)

۰/۴۵ (۲)

۰/۳۴ (۱)

۸۹- نمره استاندارد شده دانشجویی در درس اقتصاد خرد برابر ۰/۸ و در درس آمار برابر ۰/۵ است. اگر نمرات درس اقتصاد خرد ۱۰٪ و نمرات

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

درس آمار ۲۰٪ افزایش داده شوند، نمرات استاندارد شده وی به ترتیب در درس اقتصاد خرد و آمار چقدر خواهد شد؟

۰/۷, ۰/۹ (۴)

۰/۴۲, ۰/۷۳ (۳)

۰/۵, ۰/۸ (۲)

۰/۶, ۰/۸۸ (۱)



۹۰- احتمال اینکه هر پرتاب بازیکنی به هدف اصابت کند $\frac{2}{3}$ است، احتمال اینکه سومین پرتابی که به هدف اصابت می‌کند پنجمین پرتاب وی باشد،

(مدیریت - سراسری ۸۴)

کدام است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & \frac{16}{81} & (۲) & \frac{8}{81} \\ (۳) & \frac{16}{27} & (۴) & \frac{8}{27} \end{array}$$

۹۱- توزیع نمرات دانشجویان یک دانشکده با میانگین ۱۴ و واریانس $\frac{2}{25}$ یک توزیع نرمال است. اگر یک دانشجو از بین آنان به تصادف انتخاب

(مدیریت - سراسری ۸۴)

شود با کدام احتمال نمره بالاتر از ۱۷ خواهد داشت؟ ($S_0^2 = 0/4772$)

$$\begin{array}{llll} (۱) & 0/2886 & (۲) & 0/456 \\ (۳) & 0/114 & (۴) & 0/228 \end{array}$$

۹۲- از ۹ عدد کالای یکسان موجود در یک کارتن، ۳ عدد معیوب است، ۴ کالا به طور تصادفی از بین آنها برداشته می‌شود، با کدام احتمال لااقل سه

(حسابداری - سراسری ۸۴)

کالای برداشته شده سالم است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & \frac{8}{21} & (۲) & \frac{13}{21} \\ (۳) & \frac{17}{42} & (۴) & \frac{25}{42} \end{array}$$

۹۳- اگر X دارای یک توزیع پواسون و احتمال آن در دو نقطه $x=1$ و $x=2$ یکسان باشد، $P(X < 1)$ کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{llll} (۱) & e^{-1} & (۲) & e^{-2} \\ (۳) & \frac{e^{-1}}{2} & (۴) & \frac{e^{-2}}{2} \end{array}$$

۹۴- نسبت خرابی کالا در یک کارخانه برابر $0/01$ است، احتمال این که در ۱۰۰ کالا حداکثر یک کالای خراب وجود داشته باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{llll} (۱) & e^2 & (۲) & e^{-2} \\ (۳) & 2e & (۴) & 2e^{-1} \end{array}$$

۹۵- تعداد افرادی که وارد یک بانک می‌شوند دارای توزیع پواسون با متوسط ۴ مشتری در دقیقه است. احتمال این که زمان بین ورود دو مشتری

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

بیش از دو دقیقه باشد کدام است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & \frac{1}{4} e^{-4} & (۲) & e^{-4} \\ (۳) & e - 6 & (۴) & e^{-8} \end{array}$$

۹۶- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۲ است $E(X^4)$ کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{llll} (۱) & 6 & (۲) & 12 \\ (۳) & 16 & (۴) & 18 \end{array}$$

۹۷- در یک آزمایش برنولی احتمال پیروزی $\frac{3}{4}$ است. اگر این آزمایش ۲۷ بار تکرار شود انحراف معیار آن کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{llll} (۱) & 1/5 & (۲) & 1/75 \\ (۳) & 2/25 & (۴) & 2/5 \end{array}$$

۹۸- در صورتی که میانگین درآمد جامعه‌ای ۳۰۰۰۰۰ تومان در ماه و انحراف معیار توزیع درآمد ۱۲۵۰۰۰ تومان باشد و توزیع درآمد همانند توزیع

طبیعی باشد و بخواهیم از درآمدهای دو انحراف معیار به پائین میانگین را مورد حمایت قرار دهیم، از چه درآمدهای به پائین‌تر (برحسب تومان در ماه) مورد

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای ۸۳ و ۸۴)

حمایت قرار می‌گیرند؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & 50000 & (۲) & 75000 \\ (۳) & 100000 & (۴) & 150000 \end{array}$$

۹۹- نمرات درس ریاضی نرمال، با میانگین $14/5$ و انحراف معیار $2/5$ است. با کدام احتمال نمره یک دانشجوی انتخابی بیشتر از ۱۶ می‌باشد؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(S_0^{0/6} = 0/2257)$$

$$\begin{array}{llll} (۱) & 0/2257 & (۲) & 0/2743 \\ (۳) & 0/4514 & (۴) & 0/7257 \end{array}$$

۱۰۰- در یک توزیع، پارامترهای میانگین و میانه و مد برابر هم‌اند. اگر پراکندگی آن کمتر از پراکندگی نرمال باشد، آنگاه ضریب کشیدگی این توزیع

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

چگونه است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & \text{صفر} & (۲) & \text{مثبت} \\ (۳) & \text{منفی} & (۴) & \text{مثبت یا منفی} \end{array}$$

۱۰۱- در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت $\frac{2}{3}$ است، اگر این آزمایش ۷۲ بار تکرار شود، انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$\begin{array}{llll} (۱) & 4 & (۲) & 6 \\ (۳) & 8 & (۴) & 12 \end{array}$$



۱۰۲- مدت زمان لازم برای تعمیر یک سیستم دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۴ دقیقه و واریانس ۱۶ است، تعمیر کار ادعا می‌کند که مدت زمان تعمیر حداکثر یک ساعت است. احتمال خطای این ادعا کدام است؟ $(P(0 \leq Z \leq 1/5) = 0/4332)$ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۴۳۳۲ (۲) ۰/۲۱۶۱ (۳) ۰/۱۳۳۶ (۴) ۰/۰۶۶۸

۱۰۳- نوعی داروی گیاهی به ۱۰۰ نفر تجویز شده، در ۶۰ مورد مفید بوده است. اگر از این نوع دارو به ۵ نفر تجویز شود احتمال اینکه فقط در ۳ مورد مفید باشد کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۳۴۵۶ (۲) ۰/۳۵۶۴ (۳) ۰/۳۶۵۴ (۴) ۰/۴۳۵۶

۱۰۴- اگر ۳٪ تولیدات یک شرکت ناقص باشند و از میان ۴ واحد از تولیدات شرکت یک واحد را به تصادف انتخاب نماییم احتمال این که ناقص باشد برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

- (۱) ۰/۲ (۲) تقریباً ۱۱٪ (۳) ۰/۱ (۴) تقریباً ۲۵٪

۱۰۵- با افزایش حجم نمونه و میل نمودن آن به سمت بی‌نهایت ($n \rightarrow \infty$) توزیع‌های χ^2 و t و F به سمت: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

- (۱) توزیع پواسون میل می‌نماید. (۲) توزیع دو جمله‌ای میل می‌نماید. (۳) توزیع یکنواخت میل می‌نماید. (۴) توزیع نرمال میل می‌نماید.

۱۰۶- در آزمایش پرتاب تاس قرینه بر روی زمین صاف و سخت حادثه A با احتمال $p = \frac{1}{6}$ می‌تواند واقع شود، $n = 5$ بار تکرار می‌شود. احتمال اینکه در این آزمایش‌ها حادثه A (مثلاً وقوع رویه دو خال) به تعداد $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ بار واقع شود به قرار زیر می‌باشد:

$$P_0 = C_5^0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^5, P_1 = C_5^1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^4, P_2 = C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P_3 = C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2, P_4 = C_5^4 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^1, P_5 = \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^0$$

تابع احتمال به عنوان الگوی ریاضی این آزمایش‌ها کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) تابع احتمال فوق هندسی (۲) تابع احتمال پواسن (۳) تابع احتمال دو جمله‌ای (۴) تابع احتمال هندسی

۱۰۷- کوانتیل (چندک) ۹۰ درصدی توزیع t استودنت با درجه آزادی $v = 11$ ($t_{0/90;11}$) کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) ۱/۲۵۴۶ (۲) ۱/۲۵۲۵ (۳) ۱/۳۶۳۴ (۴) ۲/۰۱۲۵

۱۰۸- کوانتیل (چندک) ۹۵ درصدی توزیع متغیر تصادفی χ^2 با درجه آزادی $v = 5$ ($\chi_{0/95;5}^2$) کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) ۸/۰۴۵ (۲) ۱۴/۱۲۲ (۳) ۱۳/۸۲۱ (۴) ۱۱/۰۷۱

۱۰۹- در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای با توزیع نرمال تابع نمونه‌ای با قانون t استودنت با درجه آزادی $v = n - 1$ تعریف می‌شود. امید ریاضی این توزیع کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) صفر (۲) $n - 1$ (۳) n (۴) ۱

۱۱۰- در یک کارخانه بسته‌بندی مواد غذایی، وزن بسته‌ها بر طبق قانون نرمال توزیع شده‌اند. چنانچه وزن دو بسته ۱۳۰ و ۱۵۶ باشد و از تبدیل آنها به توزیع نرمال استاندارد، مقادیر $-1/5$ و $3/5$ به دست آید، امید ریاضی و انحراف معیار وزن بسته‌ها کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۴)

- (۱) ۱۳۵/۶ و ۱۳۵/۴ (۲) ۱۳۵/۶ و ۵/۲ (۳) ۱۳۷/۸ و ۲۷/۰۴ (۴) ۱۳۷/۸ و ۵/۲

۱۱۱- توزیع پواسون با $\lambda = 25$ مفروض است. چنانچه $n = 625$ باشد مقدار انحراف معیار توزیع کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۴)

- (۱) ۰/۰۴ (۲) ۲۵ (۳) ۵ (۴) $\frac{1}{125}$

۱۱۲- در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر ۶ و انحراف معیار برابر ۲ است. مقدار $P(X > 0)$ برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۱ (۲) $\left(\frac{1}{3}\right)^{18}$ (۳) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{18}$ (۴) $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$

۱۱۳- اگر X دارای توزیع $N(\mu, 100)$ باشد و داشته باشیم $P(X > 124) = 0/05$ ، $Z_{0/05} = 1/65$ آنگاه مقدار μ برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۱۴۰/۵ (۲) ۱۲۱/۹ (۳) ۱۰۷/۵ (۴) ۱۰۴/۵



۱۱۴- در یک توزیع پاسکال احتمال شکست $\frac{5}{6}$ است. اگر X تعداد آزمایش‌های برنولی در این توزیع باشد، $E(X)$ برای پیشامد دوازدهمین موفقیت کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۱۱۵- در یک شرکت ۵۰ درصد کارکنان تحصیلات کارشناسی، ۴۰ درصد تحصیلات کاردانی و ۱۰ درصد تحصیلات متوسطه دارند، اگر ۶ نفر به طور تصادفی از بین آنان انتخاب شود با کدام احتمال مقطع تحصیلی آنها ۳ کارشناسی، ۲ کاردانی و ۱ نفر متوسطه است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۰/۲۴ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۰/۱۶ (۲)

۰/۱۲ (۱)

۱۱۶- در یک توزیع نرمال با میانگین ۳۲ و واریانس ۴ تقریباً چند درصد داده‌ها بین دو عدد ۳۸ و ۲۶ قرار می‌گیرند؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۹۹/۷ (۴)

۹۵/۴ (۳)

۹۲/۳ (۲)

۸۹/۶ (۱)

۱۱۷- فرض کنید Z_1 تا Z_k متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد صفر و یک باشند، آنگاه $\sum_{i=1}^k Z_i^2$ کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

(۴) نرمال

(۳) فیشر

(۲) استیودنت

(۱) کای - مربع

۱۱۸- متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال $\binom{10}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ ؛ $x = 0, 1, 2, \dots, 10$ است، امید ریاضی X عبارتست از: (محیط زیست - سراسری ۸۵)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

۲ (۱)

۱۱۹- آمار نوزادان نشان می‌دهد که احتمال پسر بودن یک نوزاد ۵۰٪ می‌باشد، احتمال این که در یک خانواده ۴ فرزندی فقط یک پسر به دنیا آمده باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۰/۷۵ (۴)

۰/۷ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۱۲۰- معمولاً ۸۰٪ کالای تولید شده در یک کارخانه به طور استاندارد تولید می‌شود. از کالاهای تولید شده ۳ کالا را انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این ۳ کالا معیوب باشند، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۰/۹۸۲ (۴)

۰/۵۱۲ (۳)

۰/۴۸۸ (۲)

۰/۰۰۸ (۱)

۱۲۱- معمولاً به طور متوسط در هر ۴ دقیقه ۲ نفر وارد یک فروشگاه می‌شوند. احتمال آن که در یک دقیقه دقیقاً یک نفر وارد شود چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$4e^{-4}$ (۴)

$2e^{-2}$ (۳)

e^{-1} (۲)

$\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}$ (۱)

۱۲۲- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین -۱ و واریانس ۴ می‌باشد. احتمال این که X بین -۱ تا ۳ باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۰/۹۷۷۲ (۴)

۰/۵۷۷۲ (۳)

۰/۴۷۷۲ (۲)

۰/۰۲۲۸ (۱)

۱۲۳- در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت $\frac{3}{4}$ است، اگر این آزمایش ۱۹۲ بار تکرار شود انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۱۲۴- در کدام توزیع میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی برابر یکدیگرند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

(۴) فوق هندسی

(۳) برنولی

(۲) پاسکال

(۱) پواسون

$\left(S_{-\infty}^{-1/25} = 0/1056 \right)$

۱۲۵- در یک توزیع نرمال با میانگین ۷۲ و واریانس ۱۶ مقدار $P(67 \leq X \leq 77)$ کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۰/۷۸۸۸ (۴)

۰/۷۸۸۶ (۳)

۰/۷۸۶۸ (۲)

۰/۷۶۸۸ (۱)

۱۲۶- درجه آزادی یک توزیع کای - دو برابر ۵ می‌باشد، واریانس این توزیع کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۲/۵ (۴)

$\sqrt{10}$ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱)



۱۲۷- دانشجویی به ۶ پرسش دو گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد احتمال پاسخ درست هر پرسش $\frac{3}{5}$ است. احتمال اینکه دقیقاً به ۲ پرسش

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

جواب درست دهد کدام است؟

$$\frac{432}{5^6} \quad (4)$$

$$\frac{432}{5^5} \quad (3)$$

$$\frac{216}{5^6} \quad (2)$$

$$\frac{216}{5^5} \quad (1)$$

۱۲۸- در توزیع دو جمله‌ای احتمال موفقیت آزمایش برنولی $\frac{3}{5}$ است، نمودار احتمال آن به چه شکلی است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد

(۳) متقارن

(۲) چوله به چپ

(۱) چوله به راست

۱۲۹- تیراندازی ۸۰ درصد از تیرهای خود را به هدف می‌زند، احتمال اینکه چهارمین تیر وی، اولین تیر او باشد که به هدف برخورد می‌کند، کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$0/0192 \quad (4)$$

$$0/0128 \quad (3)$$

$$0/0064 \quad (2)$$

$$0/0032 \quad (1)$$

۱۳۰- در یک توزیع نرمال با میانگین ۴۴ و واریانس $6/25$ ، عدد استاندارد Z نظیر $x = 48$ کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$0/64 \quad (4)$$

$$0/96 \quad (3)$$

$$1/6 \quad (2)$$

$$1/8 \quad (1)$$

۱۳۱- در یک توزیع نرمال با میانگین ۲۱ داریم $P(X \geq 9) = 0/9332$ اگر $P(Z < -1/5) = 0/668$ باشد، انحراف معیار کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$12 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۳۲- در چه شرایطی توزیع t استودنت به توزیع نرمال گرایش می‌یابد.

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

(۲) درجه آزادی کاهش یابد.

(۱) تعداد مشاهدات به ۳۰ نزدیک شود.

(۴) درجه آزادی به ۳۰ نزدیک شود.

(۳) درجه آزادی افزایش یابد.

۱۳۳- اگر $X \sim N(2, 4)$ توزیع شده باشد، مقدار x که با مقدار استاندارد شده $Z = -3$ متناظر باشد برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

$$1 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

۱۳۴- متغیرهای تصادفی $X_1, X_2, \dots, X_n$ مستقل از هم بر طبق قانون دو نقطه‌ای با پارامتر $p = 0/2$ توزیع می‌شوند. قانون توزیع حاصل جمع

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

متغیرهای تصادفی فوق کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

(۴) کای دو

(۳) دو جمله‌ای

(۲) نرمال

(۱) دو نقطه‌ای

۱۳۵- با توجه به تابع احتمالی نمایی روبرو میانگین X برابر است با: $x \geq 0$ $f(x) = \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}}$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

$$1000 \quad (4)$$

$$100 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$0/10 \quad (1)$$

۱۳۶- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۵ و انحراف معیار ۲ است. اگر $Y = X - 2$ باشد. $P(Y \geq 3)$ چیست؟

(حسابداری - آزاد ۸۵)

$$0/5 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$0/0228 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۳۷- متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن توزیع شده است. تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۵)

$$M_X(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} \quad (4)$$

$$M_X(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} \quad (3)$$

$$M_X(t) = e^{t(\lambda - 1)} \quad (2)$$

$$M_X(t) = e^{\lambda(t - 1)} \quad (1)$$

۱۳۸- از ۱۰۰ لامپ که ۲۰ عدد آن غیر استاندارد است. به طور تصادفی ۵ لامپ انتخاب می‌شود. متغیر تصادفی X عبارت است از تعداد لامپ‌های

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

غیراستاندارد بین ۵ لامپ انتخاب شده. واریانس متغیر تصادفی X عبارتست از:

$$0/95 \quad (4)$$

$$0/8 \quad (3)$$

$$0/77 \quad (2)$$

$$0/15 \quad (1)$$

۱۳۹- ده درصد تراشه‌های تولیدی کارخانه‌ای معیوب است. اگر یک نمونه تصادفی ۳ تایی از این تراشه‌ها انتخاب شود، احتمال مشاهده حداقل یک

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

تراشه معیوب چند درصد است؟

$$77 \quad (4)$$

$$73 \quad (3)$$

$$27 \quad (2)$$

$$23 \quad (1)$$



۱۴۰- به طور متوسط در هر شبانه‌روز ۱۲ تصادف در یک شهر اتفاق می‌افتد. احتمال اینکه در ۶ ساعت حداکثر یک تصادف اتفاق بیفتد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$(1) 1 - e^{-3} \quad (2) 1 - 3e^{-3} \quad (3) 4e^{-3} \quad (4) 3e^{-3}$$

۱۴۱- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases}$ است. اگر واریانس X برابر $\frac{4}{3}$ باشد، ضریب تغییرات X کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

$$(1) \frac{2}{3\sqrt{3}} \times 100 \quad (2) \frac{4}{\sqrt{3}} \times 100 \quad (3) \frac{2\sqrt{3}}{4} \times 100 \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{6} \times 100$$

۱۴۲- وزنه‌برداری در هر آزمون می‌تواند سه نوع امتیاز A, B, C را به ترتیب با احتمالات $0/5, 0/3, 0/2$ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت‌بار آزمون امتیازات وی دو بار A ، دو بار B و سه بار C باشد، کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

$$(1) 0/378 \quad (2) 0/756 \quad (3) 0/168 \quad (4) 0/378$$

۱۴۳- در تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ میانگین X کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 4$$

۱۴۴- در یک توزیع دو جمله‌ای میانگین برابر $\frac{8}{3}$ و حجم نمونه برابر ۱۶ می‌باشد، واریانس چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$(1) \frac{16 \times 8}{3} \quad (2) \frac{16}{3} \quad (3) \frac{20}{9} \quad (4) \sqrt{\frac{20}{9}}$$

۱۴۵- متوسط تعداد دفعاتی که در ۱۰ بار پرتاب یک سکه سالم خط خواهیم داشت عبارتست از: (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$(1) 2 \quad (2) 5 \quad (3) 7 \quad (4) 10$$

۱۴۶- نمره‌های امتحانی یک کلاس از توزیع نرمال با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۴ تبعیت می‌کند. از این کلاس دو نفر انتخاب شده است، احتمال این که جمع نمرات این دو حداقل ۳۰ باشد چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$(1) 0 \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) 1$$

۱۴۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰ و واریانس ۱۶ باشد، اگر احتمال کران پایین مقدار X برابر با ۰/۱۵۹ باشد، مقدار X چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$(1) 16 \quad (2) 14 \quad (3) 12 \quad (4) 8$$

۱۴۸- در یک توزیع نرمال با میانگین ۴۷ و واریانس ۶۴، اگر به هر مقدار متغیر تصادفی ۵ واحد افزوده شود آنگاه چند درصد داده‌های جدید بیشتر از ۵۲ خواهد شد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$(1) 48 \quad (2) 50 \quad (3) 52 \quad (4) 55$$

۱۴۹- در یک توزیع نرمال با میانگین ۱۷/۲ و واریانس ۱۶، داده نظیر صدک پنجاه و ششمین کدام است؟ $P(Z < -0/15) = 0/44$ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$(1) 18/4 \quad (2) 16/6 \quad (3) 18/2 \quad (4) 17/8$$

۱۵۰- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 1 < x < 4 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$ تابع چگالی متغیر تصادفی X باشد، واریانس این متغیر تصادفی کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۶)

$$(1) 0/25 \quad (2) 0/75 \quad (3) 1/25 \quad (4) 1/5$$

۱۵۱- در یک توزیع نرمال با انحراف معیار ۵ داریم $P(X \geq 9/8) = 0/67$ و $P(Z < -0/44) = 0/33$ میانگین این توزیع کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

$$(1) 8 \quad (2) 9 \quad (3) 11 \quad (4) 12$$



۱۵۲- تیراندازی باید ۶ تیر به هدف شلیک کند، احتمال برخورد به داخل دایره وسط، بین دو دایره و خارج دو دایره به ترتیب $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{1}$ است. احتمال اینکه از این ۶ تیر، ۳ تیر به وسط و ۲ تیر بین دو دایره و ۱ تیر به خارج اصابت کند کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{36}$

۱۵۳- از هر ۱۰۰ هزار واحد کالای موجود ۱۲۵ واحد آن معیوبند، اگر ۱۶۰۰ واحد از این کالا انتخاب شود احتمال اینکه ۴ عدد آن معیوب باشد، کدام است؟ ($e^{-2} = \frac{1}{135}$)

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{1}{21}$

۱۵۴- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن با میانگین ۲ باشد $P(X > 0)$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

- (۱) $1 - e^{-2}$ (۲) e^{-2} (۳) e^2 (۴) $1 - e^{-2}$

۱۵۵- تابع چگالی متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید صفر و واریانس ۴ توزیع شده است. قانون توزیع متغیر تصادفی $Y = 2X + 5$ کدام است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

- (۱) نرمال استاندارد (۲) نرمال (۳) نمایی (۴) گاما

۱۵۶- متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن با پارامتر $\lambda = 1$ توزیع می‌شود احتمال اینکه در یک آزمایش این متغیر تصادفی مقدار ۲ را اختیار کند چیست؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

- (۱) $\frac{1}{153}$ (۲) $\frac{1}{367}$ (۳) $\frac{1}{184}$ (۴) $\frac{1}{112}$

۱۵۷- متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو جمله‌ای $B_i(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ توزیع شده است. $x = 0, 1, 2, \dots, 100$ $B_i = (100, \frac{3}{4}) = C_{100}^x (\frac{3}{4})^x (\frac{1}{4})^{100-x}$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{60}$ (۴) $\frac{1}{40}$

۱۵۸- اگر متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن دارای تابع احتمال روبرو باشد:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

$$P(x, \lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

واریانس آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\lambda}$ (۲) $\frac{1}{\lambda}$ (۳) λ (۴) λ^2

۱۵۹- توزیع صفت متغیر چیست؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

- (۱) توزیع صفت متغیر عبارتست از تعیین صفت متغیر برای هر یک از اعضای جامعه
- (۲) توزیع صفت متغیر تابعی است که مجموعه دامنه تعریف صفت متغیر را بر جامعه حجم گروه‌ها یعنی بر مجموعه فراوانی‌ها منعکس می‌نماید. به عبارت دیگر قاعده‌ایست که بر هر حالت یا مقدار صفت متغیر یک فراوانی را نسبت می‌دهد.
- (۳) توزیع صفت متغیر جامعه را از نظر کمی (با روش کمی) با توجه به کیفیت اعضاء در مکان و زمان معین مطالعه می‌کند.
- (۴) اگر اشیاء و یا نمودها اقلاً نسبت به یک صفت یا خاصیت گرد هم آورده شوند یا در تجسم گرد هم در نظر گرفته شوند گوییم یک توزیع صفت متغیر تعریف شده است.

۱۶۰- زمان مونتاژ یک کالا دارای توزیع یکنواخت بین ۶ و ۱۰ دقیقه می‌باشد، تابع چگالی احتمال دارای چه مقداری بین ۶ و ۱۰ می‌باشد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

- (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) ۵ (۴) صفر

۱۶۱- اگر متغیر تصادفی X تعداد تصادفاتی باشد که در روز جمعه رخ می‌دهد، توزیع احتمال آن برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

- (۱) دو جمله‌ای (۲) پواسن (۳) یکنواخت (۴) نرمال

۱۶۲- یک متغیر تصادفی پیوسته دارای توزیع یکنواخت بین a و b می‌باشد، تابع چگالی احتمال بین a و b برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

- (۱) $b - a$ (۲) $a - b$ (۳) صفر (۴) $\frac{1}{b - a}$



۱۶۳- متغیر تصادفی بر طبق قانون نرمال با پارامتر $\mu = 5$ و $\sigma^2 = 16$ توزیع می‌شود. کوانتیل ۸۰ درصدی آن توزیع، کدامیک از اعداد زیر می‌باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$X_{0.80} = 93/368 \quad (4)$$

$$X_{0.80} = 83/368 \quad (3)$$

$$X_{0.80} = 63/368 \quad (2)$$

$$X_{0.80} = 53/368 \quad (1)$$

۱۶۴- کوانتیل ۹۵ درصدی تابع نمونه‌ای χ^2 ، دقیقاً مساوی با ۵/۹۹۱ است. امید ریاضی و واریانس این تابع نمونه‌ای کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$E\chi^2 = 2, \sigma_{\chi^2}^2 = 4 \quad (4) \quad E\chi^2 = 3/4, \sigma_{\chi^2}^2 = 4/4 \quad (3) \quad E\chi^2 = 1/8, \sigma_{\chi^2}^2 = 1/6 \quad (2) \quad E\chi^2 = 2/2, \sigma_{\chi^2}^2 = 4/4 \quad (1)$$

۱۶۵- احتمال آنکه دانه نوعی لوبیا جوانه بزند. ۸/۰ است. اگر ۴ دانه از این لوبیا را بکاریم، احتمال آنکه فقط سه تای آن جوانه بزند کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۶)

$$0/1032 \quad (4)$$

$$0/8332 \quad (3)$$

$$0/4096 \quad (2)$$

$$0/2496 \quad (1)$$

۱۶۶- احتمال موفقیت یک عمل جراحی $\frac{4}{5}$ است. احتمال اینکه در ۵ مورد از این عمل ۴ مورد آن موفقیت آمیز باشد برابر است با:

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۶)

$$\left(\frac{4}{5}\right)^4 \quad (4)$$

$$\frac{64}{125} \quad (3)$$

$$\frac{14}{225} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

۱۶۷- توزیع یکنواخت $\alpha < x < \beta$ را در نظر بگیرید، $E(X^2)$ عبارتست از:

$$\frac{(\alpha + \beta)^2}{4} \quad (4)$$

$$\frac{(\alpha - \beta)^2}{12} \quad (3)$$

$$\frac{\beta^3 - \alpha^3}{(\beta - \alpha)} \quad (2)$$

$$\frac{\beta^3 - \alpha^3}{2(\beta - \alpha)} \quad (1)$$

۱۶۸- ظرفیت هواپیمایی ۳۶۰ نفر است ولی برای ۴۰۰ نفر جا رزرو می‌شود. تعداد مسافرانی که جا رزرو کرده ولی برای پرواز حاضر نمی‌شوند به

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

طور متوسط ۴۰ نفر در هر پرواز است. احتمال اینکه همه ۴۰۰ نفر برای پرواز حاضر شوند چقدر است؟

$$0/9360 \quad (4)$$

$$0/1360 \quad (3)$$

$$0/9400 \quad (2)$$

$$0/1400 \quad (1)$$

۱۶۹- به طور متوسط در هر دو دقیقه یک نفر وارد کتابخانه مرکزی می‌شوند. احتمال اینکه در ۵ دقیقه بعد، حداقل یک نفر وارد کتابخانه شوند برابر

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

است با:

$$1 - e^{-2/5} \quad (4)$$

$$1 - e^{-10} \quad (3)$$

$$e^{-10} \quad (2)$$

$$e^{-2/5} \quad (1)$$

۱۷۰- در یک توزیع نرمال با میانگین ۱۵/۲۱ و واریانس ۹، داده نظیر شصت و سومین صدک آن کدام است؟ $(P(Z < -0/33) = 0/37)$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

$$16/2 \quad (4)$$

$$16/4 \quad (3)$$

$$16/3 \quad (2)$$

$$15/9 \quad (1)$$

۱۷۱- تعداد مشتری‌هایی که به یک فروشگاه مراجعه می‌کنند دارای توزیع پواسون با میانگین ۳ مشتری در هر دقیقه است. با کدام احتمال در

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

۸۰ ثانیه‌ی اول حداقل ۲ مشتری مراجعه می‌کنند؟ $(e^{-4} = 0/18)$

$$0/910 \quad (4)$$

$$0/870 \quad (3)$$

$$0/895 \quad (2)$$

$$0/915 \quad (1)$$

۱۷۲- در ۱۲۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده نمودار بافت نگار فراوانی مطلق متقارن است. مجموع این داده‌ها ۸۴۰ و مجموع مربعات آنها ۶۱۵۰

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

می‌باشد، تقریباً ۹۵ درصد داده‌ها در کدام بازه است؟

$$(5, 10) \quad (4)$$

$$(4, 10) \quad (3)$$

$$(5, 9) \quad (2)$$

$$(4, 9) \quad (1)$$

۱۷۳- شصت درصد افراد شرکت‌کننده در یک آزمون قبول شده‌اند. اگر X تعداد افراد قبول شده در هر انتخاب ۹۶ نفری باشد، انحراف معیار X

(حسابداری و مدیریت - سراسری ۸۷)

کدام است؟

$$7/2 \quad (4)$$

$$5/4 \quad (3)$$

$$3/6 \quad (2)$$

$$4/8 \quad (1)$$

۱۷۴- معمولاً ۸۰٪ کالای تولید شده در یک شرکت تولیدی به طور سالم تولید می‌شود، احتمال این که در یک نمونه ۲۰ تایی حداکثر یک کالای

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

معیوب وجود داشته باشد، چقدر است؟

$$\left(\frac{5}{24}\right) \times (0/20)^{19} \quad (4)$$

$$\left(\frac{24}{5}\right) \times (0/80)^{19} \quad (3)$$

$$\left(\frac{5}{24}\right) \times (0/80)^{19} \quad (2)$$

$$\left(\frac{24}{5}\right) \times (0/20)^{19} \quad (1)$$



۱۷۵- آزمونی چهار جوابی، دارای ۲۰ سوال است. شخصی به طور شانسی پاسخ‌ها را علامت می‌زند. اگر X نشان‌دهنده تعداد جواب‌های درست باشد، احتمال این که حداکثر به ۹ سؤال جواب درست دهد از کدام رابطه باید محاسبه شود؟

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$\begin{aligned} (1) & \sum_{x=0}^9 \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x} \\ (2) & \sum_{x=0}^9 \binom{20}{x} (0/75)^x (0/25)^{20-x} \\ (3) & \sum_{x=0}^9 \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x} \\ (4) & \sum_{x=9}^{20} \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x} \end{aligned}$$

۱۷۶- در سؤال قبل، احتمال این که حداقل ۳ جواب غلط داشته باشد، چیست؟

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$\begin{aligned} (1) & \sum_{x=3}^{20} \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x} \\ (2) & \sum_{x=0}^{17} \binom{20}{x} (0/75)^x (0/25)^{20-x} \\ (3) & \sum_{x=3}^{20} \binom{20}{x} (0/75)^x (0/25)^{20-x} \\ (4) & \sum_{x=0}^{17} \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x} \end{aligned}$$

۱۷۷- در یک توزیع دو جمله‌ای واریانس توزیع $\frac{2}{3}$ میانگین آن می‌باشد، حجم نمونه چقدر باشد تا میانگین جامعه برابر ۲۰ باشد؟

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) 20 \quad (2) 40 \quad (3) 50 \quad (4) 60$$

۱۷۸- یک نوع بیماری با احتمال p افراد را مبتلا می‌کند. اگر n نفر را به طور تصادفی انتخاب کنیم توزیع تعداد افراد مبتلا است و امید ریاضی آن برابر است با

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) \text{فوق هندسی، } np \quad (2) \text{فوق هندسی، } n(1-p) \quad (3) \text{دو جمله‌ای، } np \quad (4) \text{دو جمله‌ای، } n(1-p)$$

۱۷۹- برای بررسی تعداد تخم‌مرغ‌های فاسد از محصولات یک مرغداری، هرگاه بدانیم به طور متوسط در هر شانه تخم‌مرغ ۱ عدد تخم‌مرغ فاسد وجود دارد، احتمال این که در یک شانه دقیقاً ۳ تخم‌مرغ فاسد وجود داشته باشد، چقدر است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) 3e^3 \quad (2) \frac{e}{3!} \quad (3) 3e^{-3} \quad (4) \frac{e^{-1}}{3!}$$

۱۸۰- احتمال جوانه زدن نوعی بذر $\frac{4}{5}$ است. اگر ۵ عدد بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال فقط دو بذر جوانه می‌زند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) 0/128 \quad (2) 0/0924 \quad (3) 0/0512 \quad (4) 0/064$$

۱۸۱- احتمال موفقیت در یک آزمایش برنولی $\frac{3}{5}$ است، اگر X تعداد موفقیت‌ها در هر ۲۴ مشاهده باشد، انحراف معیار X کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) 1/2 \quad (2) 1/44 \quad (3) 2/4 \quad (4) 2/56$$

۱۸۲- در توزیع دو جمله‌ای $n = 4000$ و $p = 0/015$ است. در تبدیل آن به توزیع پواسون، پارامتر توزیع کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) 6 \quad (2) 3/6 \quad (3) 3 \quad (4) 2/4$$

۱۸۳- نرمات ریاضی، دارای توزیع نرمال با میانگین $14/5$ و انحراف معیار $1/5$ می‌باشد اگر فردی از بین داوطلبان به تصادف انتخاب شود با کدام احتمال نمره وی بین $14/5$ و 17 است؟ $(P(Z < -1/67) = 0/048)$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

$$(1) 0/452 \quad (2) 0/476 \quad (3) 0/524 \quad (4) 0/548$$

۱۸۴- سود شرکتی دارای توزیع یکنواخت بین ۲- و ۵ واحد پول است. واریانس سود این شرکت کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۷)

$$(1) 4/08 \quad (2) 4/21 \quad (3) 3/85 \quad (4) 3/58$$

۱۸۵- کیسه‌ای حاوی ۱۲ مهره قرمز و ۸ مهره سفید است. سه مهره بدون جایگذاری از کیسه خارج می‌شود. توزیع احتمال تعداد مهره‌های قرمز کدام یک است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

$$(1) \text{فوق هندسی} \quad (2) \text{پواسون} \quad (3) \text{یکنواخت} \quad (4) \text{دو جمله‌ای}$$



۱۸۶- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین 20 و انحراف معیار 5 است. احتمال این که متغیر تصادفی X مقادیر بیش از 10 را اختیار کند چقدر است؟ (فرض کنید مقدار رها شده در دنباله راست توزیع Z از جدول برای عدد 2 برابر 0.9772 است.) (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

(۱) 0.0228 (۲) 0.6587 (۳) 0.3413 (۴) 0.9772

۱۸۷- اگر مقدار z در سمت چپ میانگین در توزیع احتمال نرمال استاندارد شده قرار گیرد این مقدار: (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۷)

(۱) مثبت است. (۲) صفر است. (۳) هر مقداری بین $-\infty$ و $+\infty$ می‌باشد. (۴) منفی است.

۱۸۸- متغیر تصادفی X بر طبق قانون پواسن روبرو توزیع می‌شود:

$$P_X(x) = \frac{16^x e^{-16}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ضریب تغییرات برای این توزیع کدام است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

(۱) 100% (۲) 25% (۳) 400% (۴) 50%

۱۸۹- متغیر تصادفی دارای توزیع کای دو می‌تواند (مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

(۱) هر مقداری بین -1 تا 1 باشد. (۲) هر مقداری بین $-\infty$ تا $+\infty$ باشد. (۳) هر مقداری بین $-\infty$ تا $+\infty$ باشد. (۴) هر مقداری بزرگتر از صفر باشد.

۱۹۰- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی $\mu = 100$ و انحراف معیار $\sigma = 5$ توزیع شده است و متغیر تصادفی Y بر طبق رابطه $Y = 2X + 5$ از متغیر تصادفی X تبعیت دارد. قانون توزیع متغیر تصادفی Y کدام است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۷)

(۱) توزیع نرمال با امید ریاضی 250 و واریانس 50 می‌باشد. (۲) توزیع نرمال با امید ریاضی 100 و واریانس 5 می‌باشد. (۳) توزیع نرمال با امید ریاضی 205 و واریانس 100 می‌باشد. (۴) توزیع نرمال با امید ریاضی 200 و واریانس 25 می‌باشد.

۱۹۱- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین 40 و انحراف معیار 2 است مقدار معادل $x = 44$ در توزیع نرمال استاندارد کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۷)

(۱) 1 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 4

۱۹۲- به طور متوسط در هر دقیقه 10 نفر با یک مرکز مخابرات تماس می‌گیرند، با کدام احتمال در 30 ثانیه اول 4 نفر تماس می‌گیرند؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

(۱) 0.168 (۲) 0.182 (۳) 0.192 (۴) 0.203

۱۹۳- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع کای دو (χ^2) با درجه آزادی 25 باشد، ضریب تغییرات این متغیر تصادفی کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) 2 (۲) 2.5 (۳) 20 (۴) $20\sqrt{2}$

۱۹۴- در یک توزیع دو جمله‌ای $E(X) = 9$ و $\text{Var}(X) = 6$ است. مقدار $P(X \geq 1)$ برابر است با: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $1 - (\frac{1}{3})^{27}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $1 - (\frac{2}{3})^{27}$

۱۹۵- پنج درصد یک محموله 20 تایی از لامپ‌های روشنایی معیوب است. اگر یک مشتری 2 لامپ را خریداری کند، احتمال اینکه حداقل یکی از لامپ‌ها سالم باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) 0.1 (۲) 0.5 (۳) 0.9 (۴) 1

۱۹۶- در یک امتحان ورودی کارشناسی ارشد، امتیاز شرکت‌کنندگان دارای توزیع نرمال با میانگین 75 و انحراف معیار 10 است. چه درصدی از شرکت‌کنندگان دارای امتیازی بیش از 85 می‌باشند؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) تقریباً 16% (۲) تقریباً 8% (۳) تقریباً 5% (۴) تقریباً $2/5\%$

۱۹۷- ضریب کشیدگی یا اوج تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X که متقارن است $\alpha_4 = 2$ است. احتمال اینکه متغیر تصادفی X متغیری در فاصله دو انحراف معیار به طرفین میانگین را اختیار کند، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) حداقل 95% (۲) بیشتر از 95% (۳) تقریباً 95% (۴) کمتر از 95%



۱۹۸- تعداد ۱۰۰ متقاضی به فروشگاه‌های مراجعه می‌کنند، احتمال آنکه هر یک خریدی را انجام دهند $\frac{1}{8}$ است. احتمال آنکه حداقل ۸۴ نفر خریدی را انجام دهند تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{47}$

۱۹۹- به طور متوسط با توزیع پواسون در هر دقیقه ۸ اتومبیل از محلی در بزرگراه می‌گذرند. احتمال اینکه در ۳۰ ثانیه لااقل ۳ اتومبیل بگذرند کدام است؟ ($e^{-4} = 0.018$) (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

(۱) 0.766 (۲) 0.792 (۳) 0.812 (۴) 0.823

۲۰۰- تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $x \geq 0$; $f(x) = e^{-x}$ است، واریانس X کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) e

۲۰۱- در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت ۹۸ درصد است، اگر X تعداد موفقیت‌ها در ۲۵ بار تکرار این آزمایش باشد، انحراف معیار آن کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۱) 0.49 (۲) 0.52 (۳) 0.63 (۴) 0.7

۲۰۲- صفحه هدف متشکل از سه رنگ قرمز، سبز و زرد است. احتمال اصابت تیر به این رنگ‌ها به ترتیب $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ است. از شش تیرها شده که به صفحه اصابت کنند با کدام احتمال ۲ تیر به ناحیه قرمز، ۱ تیر به ناحیه سبز و ۳ تیر به ناحیه زرد برخورد می‌کند؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۱) 0.018 (۲) 0.36 (۳) 0.45 (۴) 0.72

۲۰۳- اگر $F_{0.1,4,8} = 2/8$ باشد، مقدار $F_{0.9,8,4}$ کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۱) 0.357 (۲) 0.753 (۳) $1/42$ (۴) $2/41$

۲۰۴- فرض کنید X_1, X_2 متغیرهای تصادفی مستقل با تابع چگالی احتمال روبرو باشند، $0 < \theta < 1$; $x = 0, 1$; $P(X=x) = \theta^x(1-\theta)^{1-x}$ در آن صورت $E(X_1^2 \cdot X_2^2)$ برابر است با: (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

(۱) θ^2 (۲) θ^4 (۳) $(1-\theta)^4$ (۴) $\theta^2(1-\theta)^2$

۲۰۵- تجربه قبلی در مورد یک آزمون بیانگر این است که در مدت ۶۰ ثانیه ۲ سوال پاسخ داده می‌شود. احتمال این که در مدت ۳۰ ثانیه دو سؤال جواب داده شود، چقدر است؟ (برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

(۱) $\frac{1}{e}$ (۲) $\frac{2}{e}$ (۳) $\frac{1}{2e}$ (۴) $\frac{e}{3}$

۲۰۵- دو متغیر تصادفی Y_1, Y_2 با قانون توزیع χ^2 روبرو توزیع می‌شوند: حاصل جمع این دو متغیر تصادفی $(Y_1 + Y_2)$ چه توزیعی خواهد داشت؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) $Y_1 + Y_2 \sim N(17, 34)$ (۲) $Y_1 + Y_2 \sim \chi^2(7)$ (۳) $Y_1 + Y_2 \sim \chi^2(17)$ (۴) $Y_1 + Y_2 \sim N(17, 17)$

۲۰۷- از جامعه مورد مطالعه، نمونه‌ای به طریق بازگردان انتخاب می‌شود. توزیع احتمال وقوع حالت A از صفت متغیر، بر طبق چه قانونی خواهد بود؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) پواسن (۲) دو جمله‌ای (۳) فوق هندسی (۴) هندسی

۲۰۸- تابع توزیع متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمایی به قرار $0 < x < \infty$ می‌باشد، امید ریاضی متغیر تصادفی X کدامیک از عبارتهای زیر می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) $E(X) = \lambda$ (۲) $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ (۳) $E(X) = \frac{1}{\lambda^2}$ (۴) $E(X) = \lambda^2$

۲۰۹- تعداد روزهایی که طول می‌کشد تا یک خانه بفروش برسد دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۶ روز می‌باشد. بعلاوه ۹۵ درصد از خانه‌ها بین ۴۰ تا ۷۲ روز طول می‌کشد تا بفروش روند. انحراف معیار تعداد روزهایی که طول می‌کشد تا خانه‌ها بفروش روند برابر است با: (مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

(۱) $\sqrt{8}$ روز (۲) ۱۶ روز (۳) ۸ روز (۴) ۴ روز



(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

۲۱۰- اگر انحراف معیار برای یک توزیع پواسون ۳ باشد میانگین توزیع برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۹ (۴) هیچکدام

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

۲۱۱- تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X به قرار $M_X(t) = e^{\frac{t^2}{2} + 9t + 50}$ می‌باشد، تابع چگالی، متغیر تصادفی X ، کدامیک از توابع زیر می‌باشد؟

$$\varphi_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{2}} \quad (۴) \quad \varphi_X(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{2}} \quad (۳) \quad \varphi_X(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{18}} \quad (۲) \quad \varphi_X(x) = \frac{1}{9\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{9}} \quad (۱)$$

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

۲۱۲- دو متغیر تصادفی Y_1 و Y_2 با قانون توزیع χ^2 مستقلاً توزیع می‌شوند $Y_1 \sim \chi^2(12)$ و $Y_2 \sim \chi^2(5)$ حاصل جمع این دو متغیر تصادفی $(Y_1 + Y_2)$ چه توزیعی خواهد داشت؟

$$Y_1 + Y_2 \sim N(17, 17) \quad (۴) \quad Y_1 + Y_2 \sim \chi^2(17) \quad (۳) \quad Y_1 + Y_2 \sim \chi^2(17) \quad (۲) \quad Y_1 + Y_2 \sim N(17, 34) \quad (۱)$$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

۲۱۳- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نمایی توزیع می‌شود:تابع توزیع متغیر تصادفی X کدامیک از توابع زیر می‌باشد؟

$$F_X(x) = \lambda^c e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty \quad (۲) \quad F_X(x) = e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty \quad (۱) \\ F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty \quad (۴) \quad F_X(x) = e^{-2\lambda x} \quad 0 < x < \infty \quad (۳)$$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

۲۱۴- اگر کیفیت اشیاء تولید شده (X) در خط تولید به صورت مرغوب (حالت A) و نامرغوب (حالت $\bar{A}$) در نظر گرفته شده باشد، متغیر تصادفی X که کیفیت اشیاء تولید شده می‌باشد «برطبق چه قانون» توزیع خواهد شد؟

- (۱) توزیع دو جمله‌ای (۲) توزیع نمایی (۳) توزیع دو نقطه‌ای (۴) توزیع هندسی

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

۲۱۵- بر مبنای اطلاعات واحد کنترل کیفیت (دفتر فنی) مؤسسه تولیدی، ۱۰ درصد از محصولات تولید شده ناقص‌داراست. احتمال اینکه در یک بازرسی، سومین واحد کالای بازرسی شده، اولین کالای ناقص باشد، چیست؟

- (۱) ۰/۰۸۱ (۲) ۰/۰۹ (۳) ۰/۰۰۹ (۴) ۰/۳

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

۲۱۶- کدامیک از توزیع صفت‌های متغیر (متغیرهای تصادفی) سه پارامتر دارند:

- (۱) توزیع فوق هندسی (۲) توزیع دو جمله‌ای (۳) توزیع نرمال (۴) توزیع پواسن

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

۲۱۷- تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X_i که بر طبق قانون نرمال مستقلاً توزیع می‌شود، به قرار $M_{X_i}(t) = e^{\frac{t^2}{2} + 9t + 100}$ می‌باشد، قانون توزیع حاصل جمع $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ کدامیک از عبارتهای زیر می‌باشد:

$$\rho_X(x) = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-400)^2}{72}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (۲) \quad \rho_X(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{4(x-100)^2}{18}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (۱) \\ \rho_X(x) = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-400)^2}{36}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (۴) \quad \rho_X(x) = \frac{1}{9\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-410)^2}{18}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (۳)$$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

۲۱۸- اگر انحراف معیار برای توزیع پواسن ۴ باشد، میانگین توزیع برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱۶ (۴) $\sqrt{2}$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

۲۱۹- با توجه به تابع احتمال متغیر تصادفی نمایی X ، $x \geq 0$ ، $f(x) = \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}}$ ، میانگین X برابر است با:

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰ (۴) $\frac{1}{100}$

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

۲۲۰- تکرارهای برنولی مستقل کدام توزیع است؟

- (۱) پواسن (۲) نرمال (۳) فوق هندسی (۴) دو جمله‌ای



۲۲۱- در آزمایشگاهی از ۶۰ دانه کاشته شده نوعی بذر، ۴۸ دانه جوانه زده‌اند اگر ۳ دانه از این نوع بذر کاشته شود با کدام احتمال فقط ۲ دانه از آن‌ها جوانه می‌زنند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۸)

$$0/416 \quad (4)$$

$$0/286 \quad (3)$$

$$0/372 \quad (2)$$

$$0/384 \quad (1)$$

۲۲۲- رنگ چشم ۸۰ درصد از اهالی منطقه‌ای میشی است اگر ۵ نفر به تصادف از این جمعیت انتخاب شوند با کدام احتمال فقط رنگ چشم ۳ نفر از آنان میشی است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۸)

$$0/0512 \quad (4)$$

$$0/1024 \quad (3)$$

$$0/01024 \quad (2)$$

$$0/0512 \quad (1)$$

۲۲۳- فرض کنید تعداد تصادفات منجر به مرگ در طول هفته دارای توزیع پواسن باشد. اگر تعداد تصادفات در ۱۰ هفته پیاپی برابر با ۱, ۲, ۳, ۴, ۱, ۲, ۳, ۴ باشد، احتمال مشاهده کدام مقدار در طول هفته بیشتر است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

$$0 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۲۲۴- به طور متوسط در هر ساعت ۴ نفر به یک پارک مراجعه می‌کنند. در صورتی که تعداد مراجعین به پارک از توزیع پواسن پیروی کند احتمال اینکه در طول نیم ساعت هیچ مراجعه‌ای به پارک نداشته باشیم برابر است با:

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

$$e^{-4} \quad (4)$$

$$e^2 \quad (3)$$

$$e^{-2} \quad (2)$$

$$e^{-1} \quad (1)$$

۲۲۵- تیمی ۵ مسابقه دارد، احتمال برد و باخت و مساوی در هر بازی به ترتیب ۴/۰, ۲۵/۰, ۳۵/۰ است. با کدام احتمال ممکن است این تیم ۳ برد و یک باخت و یک مساوی داشته باشد؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$0/128 \quad (4)$$

$$0/108 \quad (3)$$

$$0/112 \quad (2)$$

$$0/124 \quad (1)$$

۲۲۶- در توزیع پواسن، انحراف معیار برابر ۲ می‌باشد. اگر در این توزیع احتمال $P(X=0) = 0/18$ باشد آنگاه $P(X=3)$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$0/204 \quad (4)$$

$$0/108 \quad (3)$$

$$0/186 \quad (2)$$

$$0/192 \quad (1)$$

۲۲۷- واریانس متغیر تصادفی X با تابع چگالی یکنواخت $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & -1 < x < 5 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$ کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$3/6 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۲۲۸- نمرات دانشجویان دارای توزیع نرمال با میانگین ۶۳/۶ می‌باشد. ۲۰ درصد این دانشجویان نمرات بیشتر یا مساوی ۷۲ دارند، اگر $P(Z \leq 0/74) = 0/8$ ، انحراف معیار کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$12 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۲۲۹- احتمال موفقیت در یک آزمایش برنولی ۶۰ درصد است، اگر ۹۶ بار این آزمایش تکرار شود انحراف معیار تعداد موفقیت‌ها در این توزیع کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$2/4 \quad (4)$$

$$3/6 \quad (3)$$

$$3/2 \quad (2)$$

$$4/8 \quad (1)$$

۲۳۰- در کدام توزیع امید ریاضی مربع انحراف معیار است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$t \text{ استودنت} \quad (4)$$

$$\text{کای} - \text{دو} \quad (3)$$

$$\text{برنولی} \quad (2)$$

$$\text{پواسن} \quad (1)$$

۲۳۱- در یک توزیع نرمال اندازه دو مقدار ۳۳ و ۲۴ بر حسب متغیر استاندارد Z برابر ۲ و -۱ می‌باشد، میانگین این جامعه کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$27 \quad (4)$$

$$26/5 \quad (3)$$

$$26 \quad (2)$$

$$25/5 \quad (1)$$

۲۳۲- واریانس عدد $F_{0/9,5,7}$ برابر کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$F_{0/9,7,5} \quad (4)$$

$$F_{0/1,7,5} \quad (3)$$

$$F_{0/1,5,7} \quad (2)$$

$$F_{0/0,5,7,5} \quad (1)$$

۲۳۳- کمیت تصادفی X بر طبق قانون دوجمله‌ای با تابع احتمال زیر توزیع شده است، مد (Mode) این توزیع کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۹)

$$P(x, \frac{1}{p}) = C_p^x (\frac{1}{p})^x (\frac{1}{p})^{4-x}$$

$$2 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$x = 0, 1, 2, 3, 4$$



۲۳۴- در یک توزیع پواسون، $P(X=2) = \frac{2}{15} P(X=5)$ است. میانگین این توزیع کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

۲۳۵- متغیر تصادفی X با تابع توزیع احتمال $1 \leq x \leq \infty$ ؛ $F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ x^2 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$ بیان شده است. احتمال اینکه در ۴ آزمایش مستقل، X درست ۳ بار

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

مقادیر خود را بین $(\frac{3}{8}, \frac{5}{8})$ اختیار کند، کدام است؟(۴) $\frac{9}{64}$ (۳) $\frac{7}{64}$ (۲) $\frac{5}{64}$ (۱) $\frac{3}{64}$

۲۳۶- فاصله زمانی تا وقوع k امین حادثه دارای چه توزیعی است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

(۴) نرمال

(۳) نمایی

(۲) گاما

(۱) بتا

۲۳۷- اگر در توزیع پواسن $P(X=0) = P(X=1)$ باشد، $E(X^2)$ کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۳۸- متغیر تصادفی X دارای توزیع کای اسکور χ^2_8 با درجه آزادی ۸ است، ضریب تغییرات این متغیر تصادفی (بر حسب درصد) کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۰۰

(۲) ۵۰

(۱) ۲۵

۲۳۹- توزیع مجموع دو متغیر نرمال مستقل کدام است؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

(۴) t استیودنت

(۳) فیشر

(۲) کای - مربع

(۱) نرمال

۲۴۰- درجه آزادی یک توزیع کای - مربع ۵ است میانگین و واریانس آن از چپ به راست کدام است؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

(۴) $(5, 5)$ (۳) $(10, 5)$ (۲) $(10, 10)$ (۱) $(5, 10)$

۲۴۱- چنانچه متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن باشد و $P(X=1) = P(X=2)$ و $p(x=0) = 4x - p(x)$ برابر است با: (حسابداری - آزاد ۹۰)

(۴) $e^{-6}(1 + \frac{6^4}{4!})$ (۳) $e^{-5}(1 + \frac{1}{6!})$ (۲) $e^{-6}(1 + \frac{1}{4!})$ (۱) e^{-6}

۲۴۲- طول عمر هر دستگاه کامپیوتر دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۷۰۰ ساعت می‌باشد. اگر آزمایشگاهی ۲۰ دستگاه کامپیوتر داشته باشد،

احتمال اینکه حداقل یک دستگاه از آن‌ها قبل از ۱۷۰۰ ساعت خراب شود، برابر است با: (حسابداری - آزاد ۹۰)

(۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $1 - e^{-20}$ (۱) $1 - e^{-5}$

۲۴۳- فرض کنید متغیر تصادفی x دارای تابع توزیع تجمعی به فرم $f(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ است. واریانس این متغیر تصادفی چیست؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

(۴) λ (۳) λ^2 (۲) $\frac{1}{\lambda}$ (۱) $\frac{1}{\lambda^2}$

۲۴۴- طبق اطلاعات قبلی از بین افرادی که هر ساله به استخدام سازمانی در می‌آیند، $\frac{1}{6}$ آن‌ها قبل از دو سال کار سازمان را ترک می‌کنند، $\frac{1}{3}$ آن‌ها کارایی

متوسط و $\frac{1}{3}$ آنان کارایی خوب دارند. اگر ۵ نفر استخدام شوند، با کدام احتمال ۲ نفر کارایی خوب و ۲ نفر متوسط و یک نفر سازمان را ترک می‌کند؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۲)

(۴) $\frac{5}{36}$ (۳) $\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{3}{20}$ (۱) $\frac{2}{15}$



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱- گزینه «۱» چون $n = 25$ بزرگ و $p = 0.04$ کوچک هستند و $np = 25 \times 0.04 = 1 < 5$ می‌باشد. این گزینه می‌تواند تقریب خوبی برای توزیع دوجمله‌ای باشد. هر کدام از دو شرط $(p \leq 0.05, n \geq 20)$ یا $(p \leq 0.01, n \geq 100)$ برقرار باشد تقریب خوبی نمی‌باشد.

۲- گزینه «۴» با توجه به روابط میانگین و واریانس در توزیع دوجمله‌ای ابتدا به صورت زیر مقادیر n و p را محاسبه می‌کنیم، سپس با توجه به تابع احتمال دوجمله‌ای مقدار $P(X=0)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = npq \xrightarrow{np=5} 5q = \frac{15}{4} \Rightarrow q = \frac{3}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{4} \Rightarrow P(X=0) = \binom{20}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$$

$$E(X) = \mu = np \Rightarrow \frac{1}{4}n = 5 \Rightarrow n = 20$$

۳- گزینه «۲» با توجه به اینکه توزیع نرمال است، متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم:

$$P(X < 7) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{7 - 10}{\sqrt{9}}\right) = P(Z < -1) = 0.1587 \sim 0.16$$

۴- گزینه «۲» با یک توزیع دوجمله‌ای روبرو هستیم که با توجه به تابع احتمال این توزیع خواهیم داشت:

$$n = 5, \quad p = 0.55, \quad q = 1 - p = 1 - 0.55 = 0.45 \quad f(x) = C_n^x p^x q^{n-x} \Rightarrow f(4) = C_5^4 (0.55)^4 (0.45)^1 = 0.21$$

۵- گزینه «۳» توجه کنید نمونه‌گیری با جایگذاری است بنابراین توزیع دو جمله‌ای است:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=0) = \binom{3}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$p = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, \quad n = 3$$

۶- گزینه «۲» با توجه به رابطه بین توزیع‌های آماری خواهیم داشت:

$$X_i \sim N(0, 1) \rightarrow X_i^2 \sim \chi_{(1)}^2 \rightarrow Y = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi_{(n)}^2$$

۷- گزینه «۲» ابتدا مقدار λ را در توزیع پواسون محاسبه کرده، سپس در تابع احتمال مقدار $P(X=1)$ را بدست می‌آوریم:

توجه کنید که متوسط 30 مشتری در یک ساعت بیان شده است و احتمال در نیم ساعت خواسته شده است:

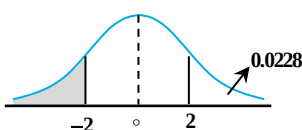
$$\begin{array}{cc} \text{نفر} & 30 \\ \text{ساعت} & 1 \end{array} \quad \Rightarrow \lambda = \frac{30}{2} = 15 \Rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=1) = \frac{e^{-15} \times 15^1}{1!} = 15e^{-15}$$

۸- گزینه «۴» با توجه به اینکه با یک توزیع نرمال روبرو هستیم، ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم، سپس از تقارن توزیع نرمال استفاده کرده، خواهیم داشت:

$$P(X \geq 5) = 0.9772 \Rightarrow P(X \geq 5) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{5 - 25}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{-20}{\sigma}\right) = 0.9772$$

$$\int_{-2}^5 f(z) dz = 0.9772 \Rightarrow \int_{-2}^{+\infty} f(z) dz = 0.9772 \Rightarrow \int_{-2}^{+\infty} f(z) dz = 1 - 0.0228 = 0.9772$$

$$-2 = \frac{-20}{\sigma} \Rightarrow \sigma = 10$$



۹- گزینه «۲» در آمار ناپارامتریک توزیع جامعه مشخص نیست. و لزومی ندارد توزیع مشاهدات نرمال باشد.



۱۰- گزینه «۱» در اینجا تابع چگالی احتمال برابر یک عدد $\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ است، بنابراین تابع چگالی توزیع یکنواخت پیوسته است با پارامترهای: $a = -3$, $b = 5$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{\lambda} & -3 \leq x \leq 5 \\ E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1 \end{cases}$$

روش اول:

روش دوم: امید ریاضی را از طریق محاسبه به روش معمول به دست می‌آوریم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(f)dx = \int_{-3}^5 x \cdot \frac{1}{\lambda} dx = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_{-3}^5 = \frac{1}{16} (25 - 9) = 1$$

۱۱- گزینه «۳» چون $n > 20$ بزرگ و $p = 0/1 < 0/1$ کوچک و $np = 100 \times 0/1 = 1 < 5$ است. بهترین توزیع برای تقریب توزیع دو جمله‌ای پواسون است.

۱۲- گزینه «۳» با توجه به اندازه‌های داده شده از رابطه استاندارد استفاده می‌کنیم و بصورت روبرو خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_1 = 13 \\ x_2 = 19 \\ z_1 = 0 \\ z_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{13 - \mu}{\sigma} \Rightarrow \mu = 13 \\ 3 = \frac{19 - \mu}{\sigma} = 3\sigma = 6 \Rightarrow \sigma = 2 \end{cases}$$

۱۳- گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت، توزیع هندسی است:

$$P(\text{بی‌اثر بودن}) = 1 - P(\text{اثر داشتن}) = 1 - 0/8 = 0/2 \Rightarrow q = 1 - p = 1 - 0/2 = 0/8$$

$$P(X=x) = pq^{x-1} = 0/2 \times (0/8)^{3-1} = 0/2 \times 0/64 = 0/128$$

۱۴- گزینه «۱» احتمال دیپلم نداشتن $p = \frac{1}{4}$, $n = 5$ و توزیع دوجمله‌ای است:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{10}{32}$$

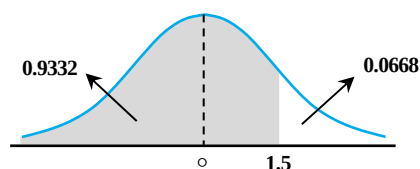
۱۵- گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است توزیع هندسی است:

$$P(X=x) = pq^{x-1} \Rightarrow P(X=4) = 0/1 \times (0/9)^3 = 0/0729$$

۱۶- گزینه «۲» آزمایشی دو حالتی $n = 36$ بار مستقلاً تکرار شده است بنابراین توزیع دو جمله‌ای است:

$$P(\text{ظاهر شدن روی سکه}) = \frac{1}{4} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}, n = 36$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{npq} = \sqrt{36 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = \sqrt{9} = 3$$



$$X \sim N(\mu = 60, \sigma^2 = 5^2)$$

$$(1) P(X \leq a) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{a - 60}{5}\right) = 0/0668$$

$$(2) \int_{-\infty}^{1/5} f(z)dz = P(Z \leq 1/5) = 0/9332$$

(طبق راهنمایی مسئله)

$$\rightarrow P(Z > 1/5) = 1 - 0/9332 = 0/0668$$

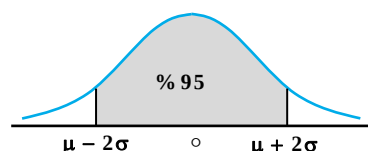
$$(1), (2) \frac{a - 60}{5} = -(1/5) \rightarrow a = 52/5$$

با توجه به رابطه $P(Z < A) = P(Z > B) \rightarrow A = -B$ داریم:

۱۸- گزینه «۱» بطور کلی همواره داریم (در توزیع نرمال):

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = P(-2 < \frac{X - \mu}{\sigma} < 2)$$

$$= P(-2 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -2) = 0/95$$





۱۹- گزینه «۲» در توزیع دو جمله‌ای اگر $p > 0.5$ ، نمودار احتمال مربوطه چوله به چپ است اگر $p < 0.5$ ، نمودار احتمال مربوطه چوله به راست است و اگر $p = 0.5$ نمودار احتمال دوجمله‌ای متقارن است.

۲۰- گزینه «۴» با توجه به رابطه داده شده مقدار احتمال‌ها را در نقاط $X=1$ و $X=2$ محاسبه کرده، آنها را با هم برابر قرار داده و λ را محاسبه می‌کنیم، سپس با استفاده از تابع احتمال پواسون مقدار احتمال $X=0$ را محاسبه می‌کنیم: چرا که همواره $\lambda > 0$ می‌باشد.

$$P(X=1) = P(X=2) \Rightarrow \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^2}{2!} \Rightarrow 2\lambda = \lambda^2 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \text{ یا } \lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 2$$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=0) = \frac{e^{-2} \times 2^0}{0!} = e^{-2}$$

۲۱- گزینه «۲» با توجه به اینکه مقدار احتمال حداقل یک تیر به هدف اصابت کند برابر با 0.84 می‌باشد، می‌توان رابطه این جمله را بصورت زیر نوشت و مقدار p را بدست آورد. توجه کنید مقدار حداقل اصابت کردن یک تیر داده شده است.

$$P(X \geq 1) = \binom{2}{1} p(1-p)^1 + \binom{2}{2} p^2(1-p)^0 = 0.84 \quad P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \text{ مقدار } p \text{ مجهول است.}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{n}{0} p^0 q^{n-0} = 1 - q^n = 0.84$$

$$\Rightarrow 1 - q^2 = 0.84 \Rightarrow q^2 = 0.16 \Rightarrow q = \sqrt{0.16} = 0.4 \Rightarrow p = 1 - q = 1 - 0.4 = 0.6$$

۲۲- گزینه «۳» توجه کنید که همواره بین توزیع‌های T و F رابطه روبرو وجود دارد: یعنی توزیع F با درجات آزادی 1 و n همان مجذور توزیع t با n درجه آزادی است.

۲۳- گزینه «۱» توزیع فوق هندسی می‌باشد چرا که نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد و $N=12$; $M=8$; $n=2$

$$f_X(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \Rightarrow f_X(2) = \frac{\binom{8}{2} \binom{12-8}{2-2}}{\binom{12}{2}} = \frac{\binom{8}{2} \binom{4}{0}}{\binom{12}{2}} = \frac{\frac{8!}{2!6!} \times \frac{4!}{0!4!}}{\frac{12!}{2!10!}} = \frac{28 \times 1}{66} = \frac{14}{33}$$

۲۴- گزینه «۴» توجه کنید که در توزیع دوجمله‌ای داده شده $n=10$ و $p=\frac{1}{3}$ می‌باشد و با توجه به واریانس دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad X \sim B(n, p) \Rightarrow X \sim B(10, \frac{1}{3}) \Rightarrow n=10, \quad p=\frac{1}{3} \Rightarrow \text{Var}(X) = npq = 10 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{9}$$

طبق رابطه مهم واریانس $\text{Var}(aX \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X)$ خواهیم داشت:

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}\left(\frac{X}{10}\right) = \frac{\text{Var}(X)}{10^2} = \frac{\frac{20}{9}}{100} = \frac{20}{900} = \frac{2}{90}$$

۲۵- گزینه «۲» در اینجا با یک توزیع دوجمله‌ای روبرو هستیم که می‌توان آن را با توزیع پواسون تقریب زد چرا که $(n \geq 100, p < 0.1)$ می‌باشد.

$$p = 0.04, n = 150 \Rightarrow \lambda = np = 150 \times 0.04 = 6$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X=1) - P(X=0) = 1 - \left(\frac{e^{-6} \times 6^1}{1!} + \frac{e^{-6} \times 6^0}{0!} \right) = 1 - 7e^{-6}$$

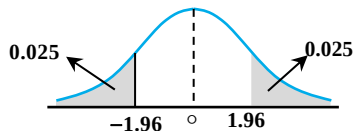


۲۶- گزینه «۴» ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده استفاده می‌کنیم. به شکل توجه کنید:

$$P(X \geq 100) = 0.975 \Rightarrow P(Z \geq \frac{100 - \mu}{10}) = 0.975 \Rightarrow P(Z < \frac{100 - \mu}{10}) = 0.025$$

$$\Rightarrow -1.96 = \frac{100 - \mu}{10} \Rightarrow \mu = 119.6$$

$$\int_{1/96}^4 f(z) dz = P(Z \geq 1/96) = 0.025 \Rightarrow P(Z \leq -1/96) = 0.025$$



۲۷- گزینه «۴» با توجه به اینکه نسبت $\frac{n}{N} = \frac{40}{4000} = 0.01 < 0.05$ می‌توانیم هم از توزیع فوق‌هندسی و هم از توزیع دو جمله‌ای استفاده کنیم.

۲۸- گزینه «۱» با توجه به تابع چگالی احتمال توزیع یکنواخت پیوسته خواهیم داشت:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{b-0} \Rightarrow b = 5$$

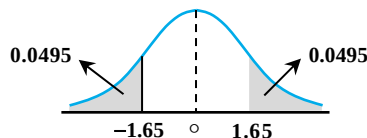
$$P(X \leq c) = 0.6 \Rightarrow \int_0^c \frac{1}{5} dx = 0.6 \Rightarrow \frac{1}{5} x \Big|_0^c = 0.6 \Rightarrow \frac{c}{5} = 0.6 \Rightarrow c = 3$$

۲۹- گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X نرمال است ابتدا آن را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده و تقارن توزیع نرمال استفاده می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$P(X \geq x) = 0.0495 \Rightarrow P(Z \geq \frac{x-100}{10}) = 0.0495$$

$$\Rightarrow 1/65 = \frac{x-100}{10} \Rightarrow x = 116.5$$

$$\int_{-4}^{-1/65} f(z) dz = \int_{1/65}^4 f(z) dz = 0.0495 \Rightarrow P(Z \geq 1/65) = 0.0495$$

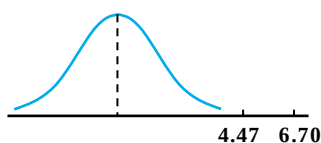


۳۰- گزینه «۴» با توجه به اعداد داده شده در صورت مسئله، روابط زیر را خواهیم داشت که آنها را استاندارد کرده و مقادیر μ و σ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(X > 2160) = 0.925 \\ P(X > 17040) = 0.0392 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(Z > \frac{2160 - \mu}{\sigma}) = 0.925 \\ P(Z > \frac{17040 - \mu}{\sigma}) = 0.0392 \end{cases} \xrightarrow{\text{طبق راهنمایی مسئله}} \begin{cases} -1/44 = \frac{2160 - \mu}{\sigma} \\ 1/76 = \frac{17040 - \mu}{\sigma} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mu - 1/44\sigma = 2160 \\ \mu + 1/76\sigma = 17040 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3/2\sigma = 14880 \Rightarrow \sigma = 4650 \\ \mu = 2160 + (1/44 \times 4650) = 8856 \end{cases}$$

۳۱- گزینه «۴» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:

$$X \sim N(40, 100) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{x - 2}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{65 - 40}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$$


۳۲- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد. اگر توزیع نرمال $N(100, 5)$ باشد داریم:

$$P(110 < X < 115) = P\left(\frac{110 - 100}{\sqrt{5}} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{115 - 100}{\sqrt{5}}\right) = P\left(\frac{10}{\sqrt{5}} < Z < \frac{15}{\sqrt{5}}\right)$$

$$= P(4/47 < Z < 6/70) = 0$$

۳۳- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. بطور کلی در توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ نقاط عطف برابر $\mu \pm \sigma$ است:

$$\mu \pm \sigma = 150 \pm \sqrt{5} \rightarrow 150 \pm \sqrt{5}$$



$$\mu \pm \sigma = 150 \pm 5 = 145, 155$$

احتمالا طرح به جای استفاده از $\sigma^2 = 5$ از $\sigma = 5$ استفاده کرده است که :

۳۴- گزینه «۱» توجه کنید که تفاوت توزیع دو جمله‌ای و توزیع فوق هندسی در آن است که نمونه‌ای که از کل جامعه گرفته می‌شود در آزمایشها مستقل یا غیر مستقل باشند (با جایگذاری یا بدون جایگذاری) در اینجا با کمی دقت متوجه می‌شویم که فرم سؤال یک توزیع فوق هندسی می‌باشد که نمونه‌ای مرکب از ۴ حلقه بدون جایگذاری برای مشتری ارسال می‌شود. متغیر تصادفی و تابع احتمال آن بصورت زیر است:

$$P(X=x) = \frac{\binom{5}{x} \binom{35}{4-x}}{\binom{40}{4}} \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad X: \text{تعداد لاستیکهای معیوب در نمونه}$$

۳۵- گزینه «۴» برای تابع احتمالی نمایی $f(x) = \beta e^{-\beta x}$ تابع توزیع به صورت $F(x) = 1 - e^{-\beta x}$ می‌باشد بنابراین:

$$F(x) = 1 - e^{-5x}$$

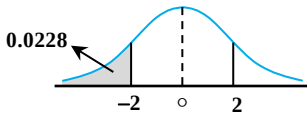
۳۶- گزینه «۱» در توزیع t مقدار میانگین برابر با صفر است.

۳۷- گزینه «۳» یک توزیع هندسی (تعداد آزمایشها تا رسیدن به اولین موفقیت) با ویژگیهای $p = 0/3$ و $X = 5$ می‌باشد:

$$P(X=x) = pq^{x-1} = 0/3 \times (0/7)^{5-1} = 0/072$$

۳۸- گزینه «۳» ضریب تغییرات برابر است با $CV = \frac{\sigma}{\mu}$ از طرفی در توزیع پواسون:

$$E(X) = \text{Var}(X) = \lambda \quad \begin{cases} \text{Var}(X) = 16 \Rightarrow \sigma = \sqrt{16} = 4 \\ \mu = E(X) = 16 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{4}{16} = 0/25$$



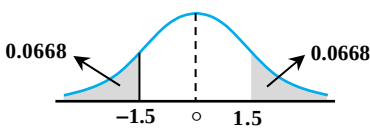
۳۹- گزینه «۳» ابتدا مقدار $P(X \geq 5) = 0/9772$ را استاندارد می‌کنیم. به شکل زیر توجه کنید:

$$P(X \geq 5) = 0/9772 \Rightarrow P(Z \geq \frac{5-20}{\sigma}) = 0/9772 \Rightarrow P(Z \geq \frac{-20}{\sigma}) = 0/9772$$

$$\begin{cases} P(Z \geq \frac{-20}{\sigma}) = 0/9772 \\ P(Z \geq -2) = 1 - 0/0228 = 0/9772 \end{cases} \Rightarrow \frac{-20}{\sigma} = -2 \Rightarrow \sigma = 10 \quad \text{از طرفی } 1 - P(Z \geq -2) = P(Z \leq -2) = 0/0228 \text{ لذا:}$$

۴۰- گزینه «۲» ابتدا مقدار $P(X \leq a) = 0/0668$ را استاندارد می‌کنیم:

از طرفی طبق گفته مسئله به شکل توجه کنید:



$$\begin{aligned} P(Z < 1/5) &= 0/9332 \Rightarrow 1 - P(Z \geq 1/5) = 0/9332 \\ \Rightarrow P(Z \geq 1/5) &= P(Z \leq -1/5) = 0/0668 \\ \frac{a-120}{20} &= -1/5 \Rightarrow a-120 = -30 \Rightarrow a = 90 \end{aligned}$$

۴۱- گزینه «۴» طبق گفته مسئله خواهیم داشت که از طرفی طبق راهنمایی $P(Z | P = 0/0694) = -1/48$ و $P(Z | P = 0/8907) = 1/23$:

$$\begin{cases} P(X \leq 35) = 6/94 \\ P(X \leq 63) = 89/07 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(Z \leq \frac{35-\mu}{\sigma}) = 6/94 \\ P(Z \leq \frac{63-\mu}{\sigma}) = 89/07 \end{cases}$$

اکنون آنها را استاندارد کرده و با توجه به راهنمایی مسئله خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P(Z \leq \frac{35-\mu}{\sigma}) = 6/94 \Rightarrow \frac{35-\mu}{\sigma} = -1/48 \\ P(Z \leq \frac{63-\mu}{\sigma}) = 89/07 \Rightarrow \frac{63-\mu}{\sigma} = 1/23 \end{cases} \Rightarrow \frac{35-\mu}{\sigma} - \frac{63-\mu}{\sigma} = -1/48 - 1/23 = -2/71$$



$$\Rightarrow \frac{-28}{\sigma} = -2/71 \Rightarrow \sigma = \frac{-28}{-2/71} = 10/33 \Rightarrow \frac{35-\mu}{10/33} = -1/48 \Rightarrow 35-\mu = -15/29 \Rightarrow \mu = 50/3$$

۴۲- گزینه «۲» از روش معکوس استفاده می‌کنیم:

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{d}{dy} g^{-1}(y) \right| \Rightarrow y = 2x - 10 \Rightarrow 2x = y + 10 \Rightarrow x = \frac{y+10}{2} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{2}$$

$$\text{از طرفی: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-100)^2}$$

$$f_Y(y) = f_X\left(\frac{y+10}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{50}\left(\frac{y+10}{2}-100\right)^2} = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-190)^2}{200}}$$

۴۳- گزینه «۴» در توزیع‌های متقارن ۹۵٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ قرار دارند. ۶۸٪ در فاصله $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ قرار دارند و ۹۹/۷٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ قرار دارند.

۴۴- گزینه «۱» از رابطه استاندارد استفاده می‌کنیم و میانگین و انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = 38, \quad x_2 = 26, \quad z_1 = 3, \quad z_2 = -1 \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \\ Z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 = \frac{38 - \mu}{\sigma} \\ -1 = \frac{26 - \mu}{\sigma} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu = 29 \\ \sigma = 3 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu = 29 \\ \sigma^2 = 9 \end{array} \right.$$

$$N = 7; \quad M = 3; \quad n = 2$$

۴۵- گزینه «۳» توزیع فوق هندسی است چرا که نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد:

$$P(X=x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \Rightarrow P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{7-3}{3-2}}{\binom{7}{3}} = \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{3 \times 4}{35} = \frac{12}{35}$$

$$\lambda = 5, \quad x = 0$$

۴۶- گزینه «۴» با توجه به توزیع پواسون و مقادیر X و λ خواهیم داشت:

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=0) = \frac{e^{-5} \times 5^0}{0!} = \frac{e^{-5}}{1} = (2/718)^{-5}$$

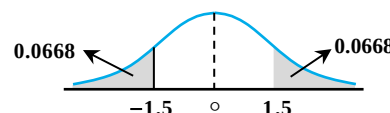
۴۷- گزینه «۱» با توجه به اینکه متغیر X دارای توزیع نرمال است ابتدا آن را استاندارد کرده سپس از رابطه داده شده استفاده می‌کنیم. با توجه به تقارن

$$P(X \leq 62) = 0/9332 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{62-50}{\sigma}\right) = 0/9332 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) = 0/9332$$

توزیع نرمال خواهیم داشت:

$$\text{از طرفی: } P(Z > 1/5) = 0/0668 \Rightarrow 1 - P(Z \leq 1/5) = 0/0668 \Rightarrow P(Z \leq 1/5) = 0/9332$$

$$\text{بنابراین: } \frac{12}{\sigma} = 1/5 \Rightarrow \sigma = 8$$



۴۸- گزینه «۱» از تابع احتمال دو جمله‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم. توجه کنید برای آنکه سیستم کار نکند باید تعداد سیستم‌هایی که کار نمی‌کند

$$p = 0/1, \quad q = 0/9; \quad n = 4$$

از نصف بیشتر باشد (طبق صورت مسئله)

$$P(X > 2) = P(X=3) + P(X=4) = \binom{4}{3} (0/1)^3 (0/9) + \binom{4}{4} (0/1)^4 (0/9)^0 = 0/037$$

X : تعداد اجزایی که کار نکند



۴۹- گزینه «۱» در توزیع پواسون ابتدا مقدار λ را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید، مغازه‌دار مجبور باشد برای ورود اولین مشتری بیش از ۵ دقیقه منتظر بماند، مانند آن است که در ۵ دقیقه اول هیچ مشتری وارد نشود. متوسط مشتری‌ها را در ۵ دقیقه محاسبه می‌کنیم:

X : تعداد مشتری‌ها در ۵ دقیقه

$$\begin{array}{l} 60 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 \\ \lambda = \frac{5}{3} \end{array} \Rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=0) = \frac{e^{-\frac{5}{3}} \times \lambda^0}{0!} = e^{-\frac{5}{3}}$$

۵۰- گزینه «۳» در توزیع چند جمله‌ای هر یک از متغیرها به تنهایی خود دارای توزیع دوجمله‌ای می‌باشند، لذا در اینجا بصورت زیر خواهیم داشت:

$$E(X) = n.p \Rightarrow E(X) = 6 \times 0/5 = 3 \quad P(\text{مشروط}) = 50\% = 0/5$$

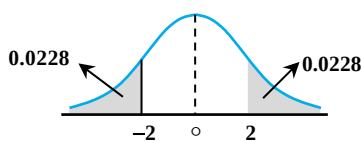
$$\text{Var}(X) = n.p.q \Rightarrow \text{Var}(X) = 6 \times 0/5 \times 0/5 = 1/5$$

۵۱- گزینه «۱» با یک توزیع دوجمله‌ای منفی (پاسکال) روبرو هستیم. مقدار احتمال خواسته شده را با توجه به تابع احتمال آن محاسبه می‌کنیم:

$$f_X(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r}, \quad p = 0/8, \quad x = 5, \quad r = 3 \quad f_X(5) = \binom{4}{2} \left(\frac{1}{8}\right)^3 \left(\frac{7}{8}\right)^2 = 6 \times \frac{512}{1000} \times \frac{4}{100} = 0/123$$

X : تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به ۳امین موفقیت

۵۲- گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X یک متغیر تصادفی نرمال است ابتدا آن را استاندارد می‌کنیم، سپس از رابطه داده شده و تقارن توزیع نرمال استاندارد خواهیم داشت:



$$P(X \geq x) = P(Z \geq \frac{x-100}{10}) = 0/0228$$

$$\int_{-2}^{\infty} f(z) dz = \int_2^{\infty} f(z) dz = 0/0228 \Rightarrow P(Z \geq 2) = 0/0228$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{x-100}{10} \Rightarrow x = 120$$

۵۳- گزینه «۲» پراکندگی داده‌ها همان عرض نمودار است که نشان دهنده واریانس می‌باشد.

۵۴- گزینه «۲» منظور از توزیع احتمالی نرمال، توزیع نرمال استاندارد است که دارای میانگین صفر و واریانس یک است.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \xrightarrow[Z \sim N(0,1)]{Z = \frac{x-\mu}{\sigma}} Z \sim N(0,1)$$

نرمال استاندارد

$$X \sim N(12, \frac{9}{4}) \Rightarrow Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{15-12}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 \quad \text{۵۵- گزینه «۲» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:}$$

۵۶- گزینه «۳» تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است:

$$P(X=x) = pq^{x-1} \Rightarrow P(X=2) = \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{2-1} = \frac{5}{36} \quad p = \frac{1}{6} \Rightarrow q = 1-p = 1-\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۵۷- گزینه «۱» می‌توانیم از رابطه امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته استفاده کنیم و امید ریاضی متغیر را بطور مستقیم حساب کنیم:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} dx = \dots$$

اما با کمی دقت متوجه می‌شویم تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی نمایی با پارامتر (۱) می‌باشد و نیازی به محاسبه انتگرال جزء به جزء بالا

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1} = 1$$

نیست. در توزیع نمایی:



۵۸- گزینه «۴» حاصل جمع n متغیر کای - دو مجدداً توزیع کای - دو می‌باشد که درجات آزادی آن با یکدیگر جمع می‌شوند: $\sum_{i=1}^n \chi^2_{(k)} = \chi^2_{(nk)}$

۵۹- گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دوجمله‌ای با ویژگی‌های $n=4$ و $x=3$ و $p=\frac{1}{4}$ و $q=\frac{3}{4}$ روبرو هستیم چرا که یک آزمایش دو

نقطه‌ای ۴ بار مستقلاً تکرار شده است:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=3) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{64}$$

۶۰- گزینه «۲» در توزیع هندسی $E(X) = \frac{1}{p}$ می‌باشد و نیازی به دانستن تابع مولد گشتاور نیست هر چند که می‌توان از تابع مولد گشتاور مشتق گرفت

تا امید ریاضی بدست آید.

۶۱- گزینه «۳» در توزیع دوجمله‌ای $Var(X) = n \times p \times q$ می‌باشد بنابراین $Var(X) = 10 \times 0.4 \times 0.6 = 2.4$

۶۲- گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم که در این توزیع هندسی $p=0.1$ می‌باشد احتمال مورد نظر را با استفاده از تابع احتمال محاسبه می‌کنیم:

$$P(X=x) = pq^{x-1} \Rightarrow P(X=3) = 0.1 \times (1-0.1)^{3-1} = 0.081$$

۶۳- گزینه «۲» از رابطه میانگین و واریانس توزیع دوجمله‌ای استفاده کرده و مقادیر q و p را محاسبه می‌کنیم، سپس در تابع احتمال دوجمله‌ای مقدار

$$\begin{cases} E(X) = np = 20 \\ Var(X) = n \times p \times q \Rightarrow \sqrt{n \times p \times q} = 2 \Rightarrow \sqrt{20 \times q} = 2 \Rightarrow 20 \times q = 4 \Rightarrow q = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow p = \frac{4}{5} \end{cases}$$

احتمال $X=0$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=0) = \binom{n}{0} \left(\frac{4}{5}\right)^0 \left(\frac{1}{5}\right)^n = \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

۶۴- گزینه «۱» روش اول: از روش تابع توزیع استفاده می‌کنیم:

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P\left(\frac{1}{2}X + 25 \leq y\right) = P\left(\frac{1}{2}X \leq y - 25\right) = P(X \leq 2y - 50) = F_X(2y - 50) \Rightarrow F_Y(y) = F_X(2y - 50)$$

اکنون از دو طرف نسبت به Y مشتق می‌گیریم تا تابع چگالی احتمال بدست آید:

$$f(y) = 2f_X(2y - 50) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \times e^{\frac{-1}{128}(2y-50)^2} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{32}(y-25)^2}$$

روش دوم: امید ریاضی و واریانس Y را بدست می‌آوریم و در تابع چگالی احتمال نرمال قرار می‌دهیم:

$$E(Y) = \frac{1}{2}E(X) + 25 = \frac{1}{2} \times 150 + 25 = 100$$

$$\Rightarrow f_Y(y) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(y-100)^2}{32}}$$

$$Var\left(\frac{1}{2}X + 25\right) = \frac{1}{4}Var(X) = \frac{1}{4}(64) = 16 \Rightarrow \sigma_Y = 4$$

۶۵- گزینه «۴» از تابع احتمال توزیع دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم. توجه کنید که احتمال غیر استاندارد بودن ۱۰٪ است سپس احتمال استاندارد

$$X \sim \text{bin}(2, 0.90)$$

بودن ۹۰٪ می‌باشد. به کلمه حداقل توجه کنید بنابراین از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{2}{0} \times \left(\frac{90}{100}\right)^0 \times \left(\frac{10}{100}\right)^2 = 1 - 0.01 = 0.99$$



۶۶- گزینه «۲» توجه کنید تابع چگالی داده شده، تابع چگالی متغیر تصادفی یکنواخت پیوسته می‌باشد که واریانس آن بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{\left(\frac{1}{2} + 1\right)^2}{12} = \frac{3}{16}$$

۶۷- گزینه «۳» آزمایشی دو حالتی (پسر یا دختر بودن) به تعداد $n = 3$ بار تکرار شده است با یک توزیع دو جمله‌ای با ویژگی‌های $p = \frac{1}{2}$ و $n = 3$

روبرو هستیم توجه کنید احتمال حداقل یک پسر خواسته شده است. از روش مکمل استفاده می‌کنیم: $x = 0, 1, 2, \dots, n$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۶۸- گزینه «۱» در توزیع پواسون میانگین و واریانس و پارامتر توزیع با یکدیگر برابرند.

۶۹- گزینه «۱» در خود توزیع پواسون بهترین انتخاب $\lambda > 0$ است.

۷۰- گزینه «۴» در توزیع‌های متقارن ۶۸٪ داده‌های درباره $(\bar{X} - S, \bar{X} + S)$ قرار دارند.

۹۵٪ داده‌ها در بازه $(\bar{X} - 2S, \bar{X} + 2S)$ قرار دارند. ۹۹٪ داده‌ها در بازه $(\bar{X} - 3S, \bar{X} + 3S)$ قرار دارند.

$$P(\bar{X} - S < X < \bar{X} + S) = P\left(\frac{\bar{X} - S - \bar{X}}{S} < \frac{X - \bar{X}}{S} < \frac{\bar{X} + S - \bar{X}}{S}\right)$$

$$\Rightarrow P(-1 < Z < 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) = 0.8423 - 0.1577 = 0.6846 \times 100 = 68.46\%$$

$$X \sim N(0, 1) \quad P(\bar{X} - \frac{1}{2}S < X < \bar{X} + \frac{1}{2}S) = P\left(-\frac{1}{2} < \frac{X - \bar{X}}{S} < \frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2} < Z < \frac{1}{2}\right) \quad \text{۷۱- گزینه «۳»}$$

$$= P(Z < \frac{1}{2}) - P(Z < -\frac{1}{2}) = 0.6915 - 0.3085 = 0.3830 \times 100 = 38.3\%$$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad \text{۷۲- گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای است بنابراین مقادیر را در تابع احتمال قرار می‌دهیم:}$$

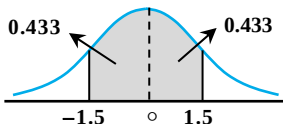
$$p = \frac{1}{10}, q = \frac{9}{10}, n = 4 \Rightarrow P(X = 1) = f(1) = \binom{4}{1} \left(\frac{1}{10}\right) \left(\frac{9}{10}\right)^3 = \frac{4 \times 9^3}{10^4} = 0.2916 \quad X: \text{تعداد تولیدات معیوب در نمونه ۴ تایی}$$

۷۳- گزینه «۲» احتمال نمرات کمتر از ۱۲ را محاسبه می‌کنیم و در تعداد دانشجویان ضرب می‌کنیم:

$$X \sim N(\mu = 14/4, \sigma^2 = (1/6)^2)$$

$$P(X < 12) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{12 - 14/4}{1/6}\right)$$

$$= P(Z < -1/5) = 0.5 - 0.433 = 0.067 = 0.067 \times 300 = 20.1 \approx 20$$



۷۴- گزینه «۲» ابتدا متغیر تصادفی X را استاندارد می‌کنیم:

$$P(X \geq 5) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{5 - 2.5}{\sigma}\right) = 0.9772 \Rightarrow P(Z \geq \frac{-2.5}{\sigma}) = 0.9772$$

از احتمال ممکن در تابع نرمال استاندارد استفاده می‌کنیم و جهت نامساوی را تغییر می‌دهیم:

$$P(Z \geq \frac{-2.5}{\sigma}) = 1 - P(Z \leq \frac{-2.5}{\sigma}) = 0.9772 \Rightarrow P(Z \leq \frac{-2.5}{\sigma}) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$



از آنجا که در صورت مسأله $P(Z \leq -2) = 0.0228$ داده شده مقدار بدست آمده بالا یعنی $P(Z \leq -\frac{20}{\sigma})$ را با این مقدار مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(Z \leq -\frac{20}{\sigma}) = 0.0228 \\ P(Z \leq -2) = 0.0228 \end{cases} \Rightarrow \frac{-20}{\sigma} = -2 \Rightarrow \sigma = 10$$

۷۵- گزینه «۴» از استاندارد کردن دو متغیر نرمال استفاده کرده و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} \\ Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = \frac{13 - \mu}{\sigma} \\ 3 = \frac{19 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\sigma = 13 - \mu \\ 3\sigma = 19 - \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\sigma = 6 \Rightarrow \sigma = \frac{6}{4} = 1.5 \\ -\sigma = 13 - \mu \Rightarrow \frac{-6}{4} = 13 - \mu \Rightarrow \mu = 14.5 \end{cases}$$

۷۶- گزینه «۲» در توزیع دو جمله‌ای محتمل‌ترین تعداد وقوع حادثه (MO) از رابطه $np - q \leq MO \leq np + p$ بدست می‌آید در اینجا تنها عدد

$$10 \times 0.25 - 0.75 < MO < 10 \times 0.25 + 0.25 \Rightarrow 1.75 < MO < 2.75$$

صحیح بین دو مقدار روبرو عدد ۲ می‌باشد.

بنابراین $MO = 2$ است توجه کنید که $p = 0.25$ و $q = 0.75$ و $n = 10$ می‌باشد.

۷۷- گزینه «۴» حاصلجمع متغیرهای تصادفی نرمال باز هم نرمال است:

$$Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \Rightarrow E(Y) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) + E(X_4) \Rightarrow E(Y) = 10 + 4 + 20 + 6 = 40$$

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \text{Var}(X_3) + \text{Var}(X_4) = 4 + 4 + 4 + 4 = 16$$

۷۸- گزینه «۲» از رابطه استاندارد شده متغیرهای نرمال استفاده می‌کنیم:

$$Z_1 = -1/5; X_1 = 130; Z_2 = 3/5; X_2 = 156$$

دو معادله و دو مجهول داریم بنابراین:

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} \\ Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1/5 = \frac{130 - \mu}{\sigma} \\ 3/5 = \frac{156 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1/5\sigma = 130 - \mu \\ 3/5\sigma = 156 - \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1/5\sigma + 1/5\sigma = 156 - 130 \Rightarrow 5\sigma = 26 \Rightarrow \sigma = 5.2 \\ -1/5 \times 5.2 = 130 - \mu \Rightarrow \mu = 130 + 7/8 = 137/8 \end{cases}$$

۷۹- گزینه «۲» از رابطه توزیع هندسی استفاده می‌کنیم چرا که تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت مطرح شده است:

$$P(X = x) = pq^{x-1} \Rightarrow P(X = 3) = 0.1 \times (0.9)^{3-1} = 0.081$$

۸۰- گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم.

$$P(X = x) = Pq^{x-1} \Rightarrow P(X = 2) = 0.5 \times (0.5)^{2-1} = 0.25$$

X: تعداد پرتاب‌ها تا انهدام هواپیما

۸۱- گزینه «۱» توزیع نرمال یک توزیع متقارن است میانگین، میانه و مد آن در یک نقطه بر یکدیگر منطبقند.

۸۲- گزینه «۳» حاصل جمع n متغیر تصادفی مستقل پواسون باز هم دارای توزیع پواسون می‌باشد.

۸۳- گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی احتمال نمایی با پارامتر ۲ می‌باشد بنابراین:

$$f(X) = \beta e^{-\beta x} \quad x > 0 \Rightarrow \text{Var}(X) = \frac{1}{\beta^2} \Rightarrow \text{Var}(x) = \frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

توجه:

۸۴- گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع چگالی احتمال داده شده یک تابع چگالی احتمال یکنواخت بین (a,b) می‌باشد، بنابراین:

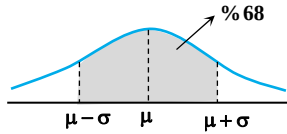
$$E(x) = \frac{a+b}{2}, \quad \text{Var}(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$



۸۵- گزینه «۴» با توجه به توزیع دو جمله‌ای که نمونه‌ای ۴ تایی اختیار شده است مقدار احتمال حداقل را از روش مکمل محاسبه می‌کنیم:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad ; \quad P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{4}{0} (0/1)^0 (0/9)^4 = 0/344$$

۸۶- گزینه «۲» همواره در توزیع نرمال ۶۸ درصد از داده‌ها در فاصله $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ قرار دارد که در اینجا مقدار کمتر از $\mu - \sigma$ خواسته شده است، می‌توان با کمک شکل و تقارن توزیع نرمال بیان کرد که این مقدار ۱۶ درصد می‌باشد، یا می‌توانیم این مقدار را بصورت استاندارد شده بصورت زیر محاسبه کنیم:



$$P(X < \mu - \sigma) = P(Z < \frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma}) = P(Z < -1) = 0/242$$

$$\text{نفر} = 0/242 \times 50 = 12$$

۸۷- گزینه «۱» ابتدا در توزیع پواسون مقدار λ را محاسبه می‌کنیم، سپس از روش مکمل مقدار احتمال حداقل یک اشتباه را محاسبه می‌کنیم، توجه کنید در توزیع پواسون همواره برای محاسبه‌ی احتمال حداقل باید از روش مکمل استفاده شود.

$$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & \lambda = 6 \end{matrix} \Rightarrow P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{e^{-6} \times 6^0}{0!} = 1 - e^{-6}$$

۸۸- گزینه «۳» ابتدا احتمال اینکه یک نفر بیشتر از ۶۰ دقیقه صرف آزمون کرده باشد را بدست می‌آوریم. توجه کنید که X مدت زمان پاسخگویی دانشجو می‌باشد و دارای توزیع نرمال است بنابراین احتمال اینکه یک دانشجو آزمون را در بیش از ۶۰ دقیقه پاسخ دهد برابر با $\frac{1}{4}$ است.

$$P(X > 60) = P(Z > \frac{60 - 60}{10}) = P(Z > 0) = \frac{1}{2}$$

اکنون اگر T را تعداد دانشجویانی که زمان پاسخگویی آنها بیشتر از ۶۰ دقیقه شده تعریف کنیم، T دارای توزیع دو جمله‌ای $T \sim B(100, \frac{1}{4})$ خواهد بود و برای محاسبه $P(T \geq 55)$ از تقریب توزیع نرمال استفاده می‌کنیم چرا که $n = 100$ و $p = \frac{1}{4}$ است و $np = 100 \times \frac{1}{4} = 25 > 5$ می‌باشد:

$$P(T \geq 55) = P\left(\frac{T - np}{\sqrt{npq}} \geq \frac{55 - 100 \times \frac{1}{4}}{\sqrt{100 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}}}\right) = P(Z > 1) = 0/242$$

۸۹- گزینه «۲» زمانی که به نمرات اقتصاد خرد ۱۰ درصد اضافه شود، میانگین و انحراف معیار نمرات جدید هم ۱۰ درصد بیشتر از میانگین و انحراف معیار نمرات اولیه خواهد بود. بنابراین در متغیر استاندارد هیچ تغییری ایجاد نمی‌شود، این مطلب برای درس آمار نیز صحیح می‌باشد.

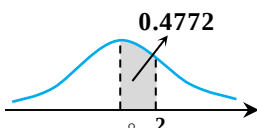
$$\begin{matrix} x'_1 \rightarrow 1/1x_1 \\ x'_2 \rightarrow 1/2x_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \mu'_1 = 1/1\mu_1 \\ \mu'_2 = 1/2\mu_2 \end{cases}, \begin{cases} \sigma'_1 = 1/1\sigma_1 \\ \sigma'_2 = 1/2\sigma_2 \end{cases}$$

۹۰- گزینه «۱» در این سوال باید از توزیع دو جمله‌ای منفی (پاسکال) استفاده کنیم:

$$X = 5, r = 3, p = \frac{2}{3} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r} \Rightarrow P(X=5) = \binom{5-1}{3-1} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \times \frac{8}{243} = \frac{16}{81}$$

۹۱- گزینه «۴» با توجه به اینکه متغیر تصادفی نرمال می‌باشد آن را استاندارد کرده و با استفاده از مساحت داده شده مقدار احتمال را محاسبه می‌کنیم:



$$X \sim N(14, 2/25)$$

$$P(X > 17) = P(Z > \frac{17 - 14}{\sqrt{2/25}}) = P(Z > 2) = 0/05399 = 0/04601$$

۹۲- گزینه «۴» با توجه به شرایط این سؤال باید از توزیع فوق هندسی استفاده کنیم زیرا نمونه‌گیری بدون جایگذاری می‌باشد. در تابع احتمال این توزیع خواهیم داشت:

$$P(X=x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \Rightarrow P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) = \frac{\binom{6}{3} \binom{3}{1}}{\binom{9}{4}} + \frac{\binom{6}{4} \binom{3}{0}}{\binom{9}{4}} = \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$

۹۳- گزینه «۲» در تابع پواسون احتمال‌های $X=1$ و $X=2$ را برابر قرار می‌دهیم:

$$P(X < 1) = P(X=0) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-2} 2^0}{0!} = e^{-2} \quad P(X=1) = P(X=2) \rightarrow \frac{e^{-\lambda} \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!} \rightarrow \lambda = 2$$

۹۴- گزینه «۴» احتمال موفقیت (خرابی کالا) برابر با $p=0/01$ است بنابراین توزیع تعداد موفقیت در نمونه $(n=100)$ دو جمله‌ای است با:

هرگاه در توزیع دو جمله‌ای $np=100 \times 0/01=1 \leq 10$ و $n=100 \geq 100$ باشد تقریب آن به پواسون با $\lambda=np=1$ مناسب است.

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = \sum_{x=0}^1 \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-1} 1^0}{0!} + \frac{e^{-1} 1^1}{1!} = 2e^{-1} \quad \lambda=1, \text{ تعداد کالاهای خراب در نمونه } x:$$

۹۵- گزینه «۴» هرگاه توزیع تعداد اتفاقات در واحد زمان پواسون با پارامتر λ باشد، توزیع زمان بین دو اتفاق متوالی نمایی با همان پارامتر λ خواهد بود. $\lambda=4$ متوسط مشتری در یک دقیقه

X : نمایی $(\lambda=4)$ زمان بین دو اتفاق متوالی

$$P(X > 2) = \int_2^{\infty} f(x) dx = \int_2^{\infty} 4e^{-4x} dx = [-e^{-4x}]_2^{\infty} = e^{-8}$$

$$\begin{cases} E(Z) = 0 \\ E(Z^m) = \frac{(m)!}{m!} \end{cases}$$

۹۶- گزینه «۲» نکته: اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد باشد آنگاه:

$$X \sim N(\mu=0, \sigma^2=2) \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-0}{\sqrt{2}} = \frac{X}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z^4 = \frac{X^4}{4}$$

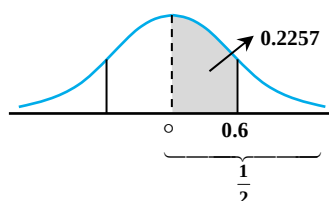
بنابراین در این سؤال خواهیم داشت:

$$E(Z^4) = E\left(\frac{X^4}{4}\right) = \frac{m=2}{4} \frac{4!}{2^2 2!} = 3 \Rightarrow E(X^4) = 3 \times 4 = 12$$

۹۷- گزینه «۳» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار کنیم توزیع X یعنی تعداد موفقیت‌ها دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای میانگین و واریانس به صورت روبرو هستند:

$$E(X) = n.p \quad \text{var}(X) = n.p.q = 27 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = 5/0625 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\text{var}(X)} = \sqrt{5/0625} = 2/25$$

۹۸- گزینه «۱» نکته: توزیع طبیعی همان توزیع نرمال است.



۹۹- گزینه «۲» احتمال نمره بیشتر از ۱۶ را استاندارد می‌کنیم به مقدار داده شده در صورت سؤال و شکل توجه کنید:

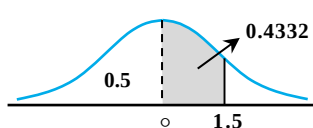
$$P(X > 16) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{16-14/5}{2/5}\right) = P\left(Z > \frac{1/5}{2/5}\right) = P(Z > 0/5) = \frac{1}{2} - 0/2257 = 0/2743$$

۱۰۰- گزینه «۳» ضریب کشیدگی منفی است.



۱۰۱- گزینه «۱» اگر آزمایش برنولی را بیش از یک بار انجام دهیم توزیع X یعنی تعداد موفقیت‌ها، دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای داریم:
 $q = 1 - p$

$$E(X) = n.p \quad ; \quad \text{Var}(X) = n.p.q = (۷۲) \times \left(\frac{۲}{۳}\right) \times \left(\frac{۱}{۳}\right) = ۱۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{۱۶} = ۴$$



۱۰۲- گزینه «۴» خطای تعمیرکار آن است که مدت زمان تعمیر حداکثر یک ساعت نباشد یعنی بزرگتر از ۶۰ دقیقه باشد که این احتمال را با توجه به توزیع نرمال، استاندارد می‌کنیم:

$$P(X \geq ۶۰) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{۶۰ - ۵۴}{۴}\right) = P(Z \geq \frac{۶}{۴}) = P(Z \geq ۱.۵) = ۰.۵ - ۰.۴۳۳۲ = ۰.۰۶۶۸$$

۱۰۳- گزینه «۱» با توجه به اینکه جامعه محدود است ($N = ۱۰۰$) و پیش‌فرض نمونه‌گیری بدون جایگذاری است، احتمال موفقیت (مفید بودن) ثابت نبوده و توزیع تعداد موفقیت در نمونه فوق هندسی است با:

تقریب فوق هندسی به دو جمله‌ای: هرگاه در توزیع فوق هندسی $\frac{n}{N} < ۰.۰۵$ باشد تقریب آن به دو جمله‌ای مناسب خواهد بود. در این سؤال نیز

$$p = \frac{M}{N} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۰.۶, n = ۵ \quad \text{اما بهتر است از تقریب دو جمله‌ای استفاده کنیم با:} \quad \frac{n}{N} = \frac{۵}{۱۰۰}$$

$$P(X = ۳) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \binom{۵}{۳} (۰.۶)^۳ (۰.۴)^۲ = ۰.۳۴۵۶$$

۱۰۴- گزینه «۲» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دو جمله‌ای با ویژگی‌های $p = ۳\%$, $n = ۴$, $x = ۱$ روبرو هستیم.

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow p(X = ۱) = \binom{۴}{۱} \left(\frac{۳}{۱۰۰}\right)^1 \left(\frac{۹۷}{۱۰۰}\right)^۳ \approx ۱۱\%$$

۱۰۵- گزینه «۴» طبق قضیه حد مرکزی هر سه توزیع به توزیع نرمال میل می‌کنند.

۱۰۶- گزینه «۳» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک توزیع دو جمله‌ای روبرو هستیم چرا که آزمایشی را n بار تکرار کرده است که احتمال‌های هر

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = ۰, ۱, ۲, \dots, n \quad \text{نقطه نیز مطابق با تابع احتمال دو جمله‌ای است:}$$

۱۰۷- گزینه «۳» با کمک جدول خواهیم داشت: $t_{۰.۰۵, ۱۱} = ۱/۳۶۳۴$. توجه کنید در امتحان دانشگاه آزاد جدول‌ها به سؤالات، پیوست می‌باشند.

۱۰۸- گزینه «۴» با کمک جدول خواهیم داشت: $\chi^2_{۰.۰۵, ۵} = ۱۱/۰۷۱$. توجه کنید در امتحان دانشگاه آزاد جدول‌ها به سؤالات، پیوست می‌باشند.

۱۰۹- گزینه «۲» امید ریاضی متغیر تصادفی t همواره برابر صفر است.

۱۱۰- گزینه «۴» از روابط استاندارد شده دو متغیر نرمال استفاده می‌کنیم:

$$Z_1 = -۱/۵, Z_2 = ۳/۵, X_1 = ۱۳۰, X_2 = ۱۵۶$$

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} \\ Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵ = \frac{۱۳۰ - \mu}{\sigma} \\ ۳/۵ = \frac{۱۵۶ - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵\sigma = ۱۳۰ - \mu \\ ۳/۵\sigma = ۱۵۶ - \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱/۵\sigma = ۱۳۰ - \mu \\ -۳/۵\sigma = -۱۵۶ + \mu \\ -۵\sigma = -۲۶ \Rightarrow \sigma = +۵/۲ \Rightarrow \mu = ۱۳۷/۸ \end{cases}$$

۱۱۱- گزینه «۳» در توزیع پواسون $\lambda = ۲۵$ $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ بنابراین $\sqrt{۲۵} = ۵$ انحراف معیار

۱۱۲- گزینه «۴» با توجه به رابطه میانگین و واریانس در یک توزیع دو جمله‌ای ابتدا n و p را بدست می‌آوریم، سپس از روش مکمل مقدار احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم، میانگین برابر با ۶ می‌باشد بنابراین:

$$E(X) = np = ۶$$

$$\sqrt{n \times p \times q} = ۲ \xrightarrow{np=۶} \sqrt{۶q} = ۲ \Rightarrow ۶q = ۴ \Rightarrow q = \frac{۲}{۳} \Rightarrow p = \frac{۱}{۳}, n = ۱۸$$

انحراف معیار برابر با ۲ می‌باشد، بنابراین:



$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X > 0) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{18}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^{18} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$$

۱۱۳- گزینه «۳» با توجه به اینکه متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال است ابتدا آن را استاندارد کرده و با توجه به رابطه داده شده مقدار میانگین را

$$\begin{cases} P(X > 124) = 0.05 \Rightarrow P(Z > \frac{124 - \mu}{10}) = 0.05 \Rightarrow \frac{124 - \mu}{10} = 1.65 \Rightarrow 124 - \mu = 16.5 \Rightarrow \mu = 107.5 \\ P(Z > 1.65) = 0.05 \end{cases}$$
 بدست می‌آوریم:

۱۱۴- گزینه «۴» توجه کنید که احتمال شکست داده شده است $q = 0.6$ بنابراین احتمال موفقیت برابر با $p = 0.4$ می‌باشد. طبق رابطه امید ریاضی

$$E(X) = \frac{r}{p} = \frac{12}{\frac{4}{10}} = 30$$
 توزیع دو جمله‌ای منفی خواهیم داشت:

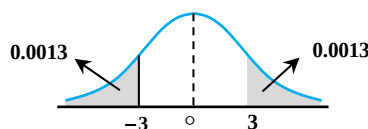
$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} \cdot p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$
 توزیع چند جمله‌ای است که تابع احتمال آن به صورت

می‌باشد در اینجا $p_1 = 0.5$ و $p_2 = 0.4$ و $p_3 = 0.1$ می‌باشد و $x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = 1$ است:

$$P(X_1 = 3, X_2 = 2, X_3 = 1) = \frac{6!}{3! 2! 1!} \times (0.5)^3 \times (0.4)^2 \times (0.1)^1 = 0.12$$

۱۱۶- گزینه «۴» با توجه به اینکه متغیر تصادفی یک متغیر تصادفی نرمال است آن را استاندارد کرده و از مساحت داده شده استفاده می‌کنیم. صورت سؤال

مقداری که در شکل هاشور خورده است را به ما داده است:



$$\begin{aligned} P(26 < X < 38) &= P\left(\frac{26 - 32}{2} < Z < \frac{38 - 32}{2}\right) = P(-3 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < -3) \\ &= 1 - 2P(Z < -3) = 1 - 2 \times 0.0013 = 0.9974 \end{aligned}$$

۱۱۷- گزینه «۱» رابطه بین توزیع نرمال استاندارد و توزیع کای دو به صورت زیر می‌باشد:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z_i^2 \sim \chi_{(1)}^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^k Z_i^2 \sim \chi_{(k)}^2$$

متغیر تصادفی نرمال استاندارد به توان ۲ همان کای دو با یک درجه آزادی است و مجموع چند توزیع کای دو با جمع درجات آزادی می‌باشد.

$$n = 10, p = q = \frac{1}{2} \Rightarrow E(X) = np = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$
 ۱۱۸- گزینه «۳» از فرم تابع احتمال می‌توان متوجه شد که توزیع دو جمله‌ای است:

$$119- \text{گزینه «۱» احتمال بدنیامدن پسر } P = \frac{1}{2} \text{ می‌باشد تعداد تکرار } n = 4 \text{ می‌باشد توزیع دوجمله‌ای است:}$$

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=1) = \binom{4}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$n = 3, q = 0.8 \Rightarrow p = 1 - q = 1 - 0.8 = 0.2$$
 ۱۲۰- گزینه «۱» احتمال استاندارد بودن یک کالا $P = 0.8$ می‌باشد و $n = 3$ می‌باشد:

توجه کنید X : تعداد کالاهای معیوب می‌باشد و احتمال استاندارد بودن داده شده است:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=3) = \binom{3}{3} \times (0.2)^3 \times (0.8)^0 = 1 \times (0.2)^3 \times 1 = 0.008$$



۱۲۱- گزینه «۱» توزیع تعداد اتفاقات در واحد زمان پواسون با پارامتر λ است. و در توزیع پواسون امید و واریانس توزیع با پارامتر آن λ برابر است.

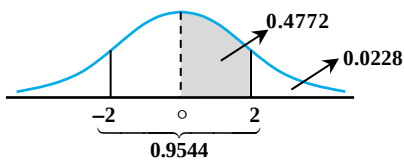
دقیقه ۴ نفر ۲

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; \quad x=0,1,\dots$$

$$\lambda = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(X=1) = \frac{e^{-\frac{1}{2}} (\frac{1}{2})^1}{1!} = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}}$$

۱۲۲- گزینه «۲» احتمال داده شده را استاندارد می‌کنیم:



$$X \sim N(\mu = -1, \sigma^2 = 4)$$

$$P(-1 < X < 2) = P\left(\frac{-1 - (-1)}{2} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{2 - (-1)}{2}\right) = P(0 < Z < 2) = 0.4772$$

۱۲۳- گزینه «۲» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار نمائیم و متغیر تصادفی X نشان دهنده تعداد موفقیتها باشد X دارای توزیع دو جمله‌ای خواهد بود و در توزیع دو جمله‌ای واریانس به صورت روبرو خواهد بود:

$$n = 192, \quad p = \frac{3}{4}, \quad q = 1 - p = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}; \quad \sigma = \sqrt{\text{var}(X)} = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{(192) \times (\frac{3}{4}) \times (\frac{1}{4})} = \sqrt{36} = 6$$

$$E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$$

۱۲۴- گزینه «۱» توزیع پواسون تنها توزیعی می‌باشد که میانگین و واریانس آن با هم برابر و مساوی λ است:

$$X \sim N(72, 16); \quad S_{-\infty}^{1/25} = 0.1056 \Rightarrow P(Z < -1/25) = 0.1056$$

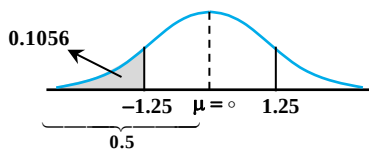
۱۲۵- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه زیر X را به Z تبدیل می‌نمائیم که Z دارای توزیع نرمال استاندارد است.

$$\Rightarrow P(67 \leq X \leq 77) = P\left(\frac{67 - 72}{4} \leq \frac{X - 72}{\sigma} \leq \frac{77 - 72}{\sigma}\right) = P\left(-\frac{5}{4} < Z < \frac{5}{4}\right)$$

$$= P(-1/25 < Z < 1/25) \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} 2 \cdot S_{-1/25}^0 = 2(0.3944) = 0.7888$$

$$S_{-1/25}^0 = S_{-\infty}^0 - S_{\infty}^{-1/25} = 0.5 - 0.1056 = 0.3944$$



$$X \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow \begin{cases} E(X) = n \\ \sigma_X^2 = 2n \rightarrow \text{Var}(\chi_{(n)}^2) = 2 \times 5 = 10 \end{cases}$$

۱۲۶- گزینه «۱» در توزیع کای - دو خواهیم داشت:

۱۲۷- گزینه «۳» چون حالات ممکن پاسخ به سوالات دو حالتی است (درست، غلط) و به بیش از یک سوال جواب می‌دهیم در نتیجه توزیع دو جمله‌ای خواهد بود یعنی:

$$P(x) = f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x=0,1,2,\dots,n \quad n=6 \quad p=\frac{3}{5} \quad q=1-p=\frac{2}{5}$$

$$f(x) = \binom{6}{x} \left(\frac{3}{5}\right)^x \left(\frac{2}{5}\right)^{6-x} \Rightarrow P(X=2) = f(2) = \binom{6}{2} \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{432}{5^5}$$

۱۲۸- گزینه «۱» چون احتمال موفقیت p کمتر از 0.5 است توزیع جامعه چوله به راست خواهد بود اگر $p = 0.5$ باشد توزیع متقارن و اگر $p > 0.5$ باشد چوله به چپ خواهد بود، در اینجا $p = 0.3 < 0.5$ بنابراین توزیع جامعه چوله به راست خواهد بود.

۱۲۹- گزینه «۲» روش اول: توزیع هندسی می‌باشد چرا که تعداد آزمایش‌ها تا رسیدن به اولین موفقیت بررسی می‌شود:

$$f(x) = p q^{x-1} = (0.8)(0.2)^3 = 0.064$$

روش دوم: زمانی چهارمین تیر تیرانداز اولین تیر به هدف خورده خواهد بود که ۳ تیر قبلی به هدف نخورده باشد یعنی حالت FFFT رخ داده باشد که احتمال آن برابر است با:

$$(0.2)(0.2)(0.2)(0.8) = 0.064$$



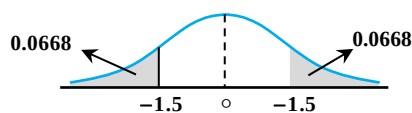
۱۳۰- گزینه «۲» طبق رابطه استاندارد خواهیم داشت:

$$X \sim N(44, 6/25) ; x = 48 ; \mu = 44, \sigma^2 = 6/25$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{48 - 44}{\sqrt{6/25}} = \frac{4}{2/5} = 10/6$$

۱۳۱- گزینه «۲» ابتدا احتمال متغیر را استاندارد می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(X \geq 9) = 0/9332 \Rightarrow P(Z \geq \frac{9-21}{\sigma}) = 0/9332 \Rightarrow P(Z \geq \frac{-12}{\sigma}) = 0/9332 \\ P(Z < -1/5) = 0/0668 \Rightarrow P(Z > -1/5) = 1 - 0/0668 = 0/9332 \\ \Rightarrow \frac{-12}{\sigma} = -1/5 \Rightarrow \sigma = \frac{12}{1/5} = 8 \end{cases}$$



اکنون این مقدار استاندارد شده را با مقدار داده شده مقایسه می‌کنیم. به شکل توجه کنید:

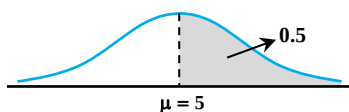
۱۳۲- گزینه «۴» در شرایطی توزیع t به نرمال نزدیک می‌شود که درجه آزادی آن به عدد ۳۰ نزدیک شود.

$$-3 = \frac{x - 20}{2} \Rightarrow x - 20 = -6 \Rightarrow x = 14$$

۱۳۳- گزینه «۱» با توجه به استاندارد یک متغیر نرمال $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ خواهیم داشت:

۱۳۴- گزینه «۳» حاصل جمع متغیرهای تصادفی برنولی دارای توزیع دو جمله‌ای است. در واقع تکرار یک آزمایش برنولی، آزمایش دو جمله‌ای را بوجود می‌آورد.

۱۳۵- گزینه «۲» در هر تابع نمایی به فرم $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ خواهیم داشت $E(X) = \frac{1}{\lambda}$. بنابراین در این تابع چگالی $E(X) = \frac{1}{10}$.



۱۳۶- گزینه «۴» مقدار احتمال $Y \geq 3$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$Y = X - 2 \Rightarrow P(Y \geq 3) = P(X - 2 \geq 3) = P(X \geq 5) = \frac{1}{2}$$

۱۳۷- گزینه «۳» با توجه به رابطه توزیع پواسون تابع مولد گشتاور آن به صورت $M_X(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}$ می‌باشد.

۱۳۸- گزینه «۲» متغیر تصادفی X تعریف شده یک متغیر تصادفی فوق هندسی است انتخاب بدون جایگذاری است:

$$N = 100, M = 20, n = 5$$

$$\text{Var}(X) = \frac{nM}{N} \times \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \times \left(1 - \frac{M}{N} \right) = \frac{5 \times 20}{100} \times \left(\frac{100-5}{99} \right) \times \left(1 - \frac{20}{100} \right) = \frac{95}{99} \times \frac{80}{100} = 0/77$$

۱۳۹- گزینه «۲» از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم و به روش مکمل احتمال حداقل $X=1$ را محاسبه می‌کنیم (به کلمه حداقل توجه کنید)

$$\begin{matrix} P = 0/1 \\ n = 3 \end{matrix} \quad P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{3}{0} (0/1)^0 (0/9)^3 = 1 - 0/27 = 0/73 \approx 73\%$$

۱۴۰- گزینه «۳» متغیر تصادفی X (تعداد تصادفات در ۶ ساعت) دارای توزیع پواسون است، ابتدا مقدار λ را محاسبه می‌کنیم.

تصادف ساعت

$$\begin{matrix} 24 \\ 6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 12 \\ \lambda = 3 \end{matrix} \Rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = e^{-3} + 3e^{-3} = 4e^{-3}$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{5-1} = \frac{1}{4}, a=1, b=5$$

۱۴۱- گزینه «۱» در این سوال X دارای توزیع یکنواخت پیوسته با ویژگی‌های روبرو است:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+5}{2} = 3, \sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(5-1)^2}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \rightarrow \sigma = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

روش اول:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 100 = \frac{2}{3\sqrt{3}} \times 100$$

(ضریب تغییرات)

$$E(X) = \int_1^5 xf(x)dx = \int_1^5 x \cdot \frac{1}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^5 = -\frac{1}{5} + 1 = \frac{4}{5} = 0.8$$

روش دوم: به دست آوردن امید ریاضی از روش مستقیم:

۱۴۲- گزینه «۱» توزیع چند جمله‌ای است که $p_1 = 0.5$ و $p_2 = 0.3$ و $p_3 = 0.2$ و $X_1 = 2, X_2 = 2, X_3 = 3$

$$P(X_1 = 2, X_2 = 2, X_3 = 3) = \frac{7!}{2!2!3!} \times (0.5)^2 (0.3)^2 (0.2)^3 = 0.0378$$

$$E(x) = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

۱۴۳- گزینه «۳» تابع چگالی داده شده، تابع چگالی توزیع نمایی می‌باشد که امید ریاضی آن به صورت روبرو است:

۱۴۴- گزینه «۳» در توزیع دوجمله‌ای میانگین $E(X) = np$ می‌باشد و واریانس $Var(X) = npq$ است:

$$E(X) = np = \frac{1}{3} \xrightarrow{n=16} 16p = \frac{1}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{48} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{1}{48} = \frac{47}{48}$$

$$Var(X) = npq = 16 \times \frac{1}{48} \times \frac{47}{48} = \frac{47}{144}$$

۱۴۵- گزینه «۲» توزیع دوجمله‌ای است چرا که آزمایشی دو حالتی را $n = 10$ بار تکرار کرده‌ایم:

$$n = 10, p = q = \frac{1}{2} \quad E(X) = np = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

متوسط تعداد پرتاب‌ها ۵

$$X_1 \sim N(\mu = 15, \sigma^2 = 4^2) \rightarrow X_1 + X_2 \sim N(\mu = 30, \sigma^2 = 32)$$

۱۴۶- گزینه «۳» احتمال مورد نظر را استاندارد می‌کنیم:

$$E(X_1 + X_2) = 15 + 15 = 30, \quad Var(X_1 + X_2) = 16 + 16 = 32$$

$$P(X_1 + X_2 \geq 30) = P\left(\frac{X_1 + X_2 - \mu_{X_1+X_2}}{\sigma_{X_1+X_2}} \geq \frac{30 - 30}{\sqrt{32}}\right) = P(Z \geq 0) = \frac{1}{2}$$

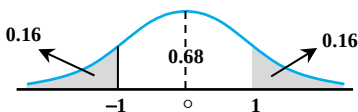
تذکره: جمع جبری متغیرهای تصادفی نرمال مستقل خود یک متغیر تصادفی نرمال است.

$$X \sim N(\mu = 10, \sigma^2 = 16)$$

۱۴۷- گزینه «۲» ابتدا احتمال خواسته شده را استاندارد می‌کنیم:

$$(1) P(X > 16) = 0.159 \approx 0.16 \rightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{16 - 10}{\sqrt{16}}\right) = 0.16 \rightarrow P\left(Z > \frac{6}{4}\right) \approx 0.16$$

یادآوری:



$$(2) P(Z > 1) = P(Z < -1) = 0.16$$

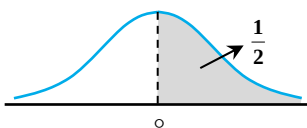
$$(1), (2) \rightarrow \frac{X - 10}{4} = 1 \rightarrow X = 10 + 4 = 14$$

حال با توجه به نکته $P(Z > a) = P(Z > b) \rightarrow a = b$ داریم:

$$X \sim N(47, 64)$$

۱۴۸- گزینه «۲»

اگر X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، $X + a$ نیز دارای توزیع نرمال با میانگین $\mu + a$ و واریانس σ^2 خواهد بود بنابراین:



$$Y = X + 5 \sim N(\mu = 47 + 5 = 52, \sigma^2 = 64)$$

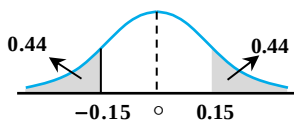
$$P(Y > 52) = P\left(\frac{Y - \mu}{\sigma} > \frac{52 - 52}{8}\right) = P(Z > 0) = \frac{1}{2} = 0.5 \times 100 = 50\%$$

درصد

$$X \sim N(17/2, 16)$$

۱۴۹- گزینه «۴»

صدک ۵۶ ام یعنی داده‌ای که ۵۶ درصد داده‌ها از آن کوچک‌تر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$P(X < a) = 0.56 \rightarrow P\left(\frac{X - 17/2}{\sigma} < \frac{a - 17/2}{4}\right) = 0.56 \quad (1)$$

$$P(Z < -a) = 1 - P(Z < a) \Rightarrow P(Z < -0.15) = 0.44$$

$$\Rightarrow P(Z < 0.15) = 1 - P(Z < -0.15) = 1 - 0.44 = 0.56 \quad (2)$$

$$(1), (2) \quad \begin{cases} P(Z < \frac{a - 17/2}{4}) = 0.56 \\ P(Z < 0.15) = 0.56 \end{cases} \Rightarrow \frac{a - 17/2}{4} = 0.15 \Rightarrow a - 17/2 = 0.6 \Rightarrow a = 17/8$$

$$a = 1, b = 4$$

۱۵۰- گزینه «۲» در این سؤال X دارای توزیع یکنواخت پیوسته با پارامترهای روبرو:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3} \quad 1 < x < 4$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(4-1)^2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$$

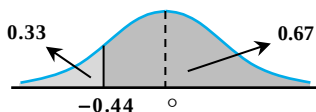
روش اول:

روش دوم: محاسبه واریانس به روش مستقیم است.

$$\sigma_x^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = \int_1^4 x^2 \cdot \frac{1}{3} dx - \left(\int_1^4 x \cdot \frac{1}{3} dx\right)^2 = \left[\frac{1}{9} x^3\right]_1^4 - \left(\frac{1}{6} [x^2]_1^4\right)^2 = \left(\frac{1}{9}(64-1)\right) - \left(\frac{1}{6}(16-1)\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$P(X > 9/8) = 0.67 \Rightarrow P(Z > \frac{9/8 - \mu}{\sigma}) = 0.67$$

۱۵۱- گزینه «۴» احتمال مورد نظر را استاندارد می‌کنیم:



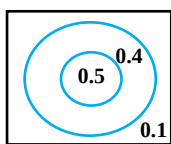
اکنون طبق صورت مسئله $P(Z < -0.44) = 0.33$ (به شکل توجه کنید)،

یعنی $P(Z > -0.44) = 1 - 0.33 = 0.67$ می‌باشد:

بنابراین مقدار استاندارد شده را با مقدار هاشور خورده مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P(Z > \frac{9/8 - \mu}{\sigma}) = 0.67 \\ P(Z > -0.44) = 0.67 \end{cases} \Rightarrow \frac{9/8 - \mu}{\sigma} = -0.44 \Rightarrow 9/8 - \mu = -2/2 \Rightarrow \mu = 9/8 + 2/2 = 12$$

۱۵۲- گزینه «۱» توزیع چند جمله‌ای می‌باشد که تابع احتمال آن به صورت زیر است:



$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} \cdot p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

$$\frac{6!}{3! 2! 1!} (0.5)^3 (0.4)^2 (0.1)^1 = 6 \times 0.002 = 0.12$$

۱۵۳- گزینه «۱» در اصل توزیع، توزیع فوق هندسی می‌باشد اما چون مقدار n بزرگ است به توزیع دو جمله‌ای تبدیل می‌شود و از آنجا که مقدار p

نسبت به n کوچک است توزیع دو جمله‌ای را بوسیله توزیع پواسون تقریب می‌زنیم: ($n \geq 100, np < 10$):

$$n = 1600$$

$$p = \frac{125}{100000} = 0.00125 \Rightarrow \lambda = n.p = (0.00125)(1600) = 2$$

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow f(4) = \frac{e^{-2} \cdot 2^4}{4!} = \frac{(0.135)(16)}{24} = 0.09 \quad (e^{-2} = 0.135 \text{ : مسئله})$$

۱۵۴- گزینه «۴» در توزیع پواسن $E(X) = \text{var}(X) = \lambda = 2$ می‌باشد اکنون احتمال مورد نظر را با توجه به تابع احتمال آن بدست می‌آوریم:

$$P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = 1 - \frac{e^{-2} \times 2^0}{0!} = 1 - e^{-2}$$



۱۵۵- گزینه «۲» هر ترکیب خطی از متغیرهای تصادفی نرمال باز هم دارای توزیع نرمال است:

$$E(Y) = E(2X + 5) = 2E(X) + 5 = 2 \times 0 + 5 = 5$$

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(2X + 5) = (2)^2 \times \text{Var}(X) = 4 \times 4 = 16 \quad (\text{Var}(aX \pm b) = a^2 \cdot \text{Var}(X))$$

۱۵۶- گزینه «۳» طبق قانون احتمال پواسون مقدار $\lambda = 1, X = 2$ می‌باشد:

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X = 2) = \frac{e^{-1} \times 1^2}{2!} = 0.184$$

۱۵۷- گزینه «۲» با توجه به رابطه واریانس توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{var}(X) = n.p.q = 100 \times 0.4 \times 0.6 = 24 \\ q = 1 - p = 1 - 0.4 = 0.6 \end{cases}$$

۱۵۸- گزینه «۳» در هر توزیع پواسون $E(X) = \text{var}(X) = \lambda$ می‌باشد. توجه کنید که انحراف معیار برابر $\sqrt{\lambda}$ می‌باشد.

۱۵۹- گزینه «۲» توزیع یک صفت قاعده‌ایست که حالات صفت و مقادیر فراوانی یا احتمال‌های آنها را نشان می‌دهد.

۱۶۰- گزینه «۲» تابع چگالی احتمال یکنواخت بین فاصله $6 < X < 10$ عبارت است از: $f(x) = \frac{1}{10 - 6} = \frac{1}{4}$ که برابر با $f(x) = \frac{1}{4}$ می‌باشد.

۱۶۱- گزینه «۲» تعداد اتفاقات در یک فاصله زمانی تعریف متغیر تصادفی پواسون می‌باشد.

۱۶۲- گزینه «۴» برای یک متغیر تصادفی پیوسته یکنواخت خواهیم داشت:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۱۶۳- گزینه «۱» کوانتیل ۸۰ درصدی یعنی مقدار احتمال‌های کوچک‌تر یا مساوی ۸۰ درصد. ابتدا متغیر را استاندارد می‌کنیم:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(X \leq x) = 0.8 \Rightarrow P(Z \leq \frac{x - 50}{4}) = 0.8 \Rightarrow \frac{x - 50}{4} = 0.84 \Rightarrow x \approx 53.36$$

مقدار ۰/۷۸۸ را از جدول مشاهده می‌کنیم در امتحان دانشگاه آزاد جداول ضمیمه سؤالات می‌باشند.

۱۶۴- گزینه «۴» طبق تعریف کوانتیل‌ها خواهیم داشت:

$$P(\chi^2 < 5.991) = 0.95$$

با کمی دقت به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که گزینه «۴» صحیح است چرا که در توزیع کای - دو امید ریاضی برابر با درجه آزادی توزیع می‌باشد و واریانس برابر با ۲ برابر درجه آزادی است. درجه آزادی نمی‌تواند به صورت اعشاری باشد و تنها گزینه «۴» این ویژگی را دارد:

$$X \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow \begin{cases} E(\chi^2_{(n)}) = n \\ \text{Var}(\chi^2_{(n)}) = 2n \end{cases}$$

۱۶۵- گزینه «۲» توزیع دو جمله‌ای می‌باشد مقادیر $x = 3$ و $q = 1 - p = 0.2$ و $n = 4$ و $p = 0.8$ را در تابع احتمال قرار می‌دهیم. مقدار احتمال

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

موفقیت برای هر دانه $p = 0.8$ و تعداد تکرار آن $n = 4$ داده شده است:

X : تعداد موفقیت‌ها در n بار آزمایش

$$P(X = 3) = f(3) = \binom{4}{3} (0.8)^3 (0.2) = 0.4096$$

۱۶۶- گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای می‌باشد مقادیر $x = 4$ و $q = 1 - p = \frac{1}{5}$ و $p = \frac{4}{5}$ و $n = 5$ را در تابع احتمال قرار می‌دهیم:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$



مقدار احتمال موفقیت در هر عمل $p = \frac{4}{5}$ و تعداد تکرار آن $n = 5$ داده شده است:

$$P(X=4) = f(4) = \binom{5}{4} \left(\frac{4}{5}\right)^4 \times \frac{1}{5} = 5 \times \frac{4^4}{5^5} = \left(\frac{4}{5}\right)^4$$

X: تعداد موفقیت‌ها در n بار آزمایش

۱۶۷- گزینه «۱» با توجه به رابطه واریانس خواهیم داشت:

در توزیع یکنواخت پیوسته مقدار $E(X) = \frac{\alpha + \beta}{2}$ و $Var(X) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$ می‌باشد این مقادیر را در رابطه واریانس قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \frac{(\beta - \alpha)^2}{12} &= E(X^2) - \frac{(\alpha + \beta)^2}{4} \Rightarrow E(X^2) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12} + \frac{(\alpha + \beta)^2}{4} = \frac{\beta^2 - 2\alpha\beta + \alpha^2}{12} + \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta}{4} \\ &= \frac{\beta^2 - 2\alpha\beta + \alpha^2 + 3\alpha^2 + 3\beta^2 + 6\alpha\beta}{12} = \frac{4\alpha^2 + 4\beta^2 + 4\alpha\beta}{12} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta}{3} = \frac{(\beta^3 - \alpha^3)}{3(\beta - \alpha)} \end{aligned}$$

۱۶۸- گزینه «۲» با توجه به تابع احتمال توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت که احتمال آنکه فردی جا رزرو کند و برای پرواز حاضر شود $p = \frac{360}{400} = 0.9$

می‌باشد و $n = 400$

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=400) = \binom{400}{400} \left(\frac{360}{400}\right)^{400} \left(\frac{40}{400}\right)^0 = (0.9)^{400}$$

X: تعداد مسافرانی که جا رزرو کرده‌اند و حاضر شده‌اند:

۱۶۹- گزینه «۴» در توزیع پواسون ابتدا مقدار λ را محاسبه کرده سپس مقادیر احتمال را از تابع احتمال پواسون بدست می‌آوریم:

توجه کنید که در صورت سؤال ابتدا مقیاس ۲ دقیقه داده شده است و سپس مقیاس ۵ دقیقه. همچنین به کلمه حداقل دقت کنید:

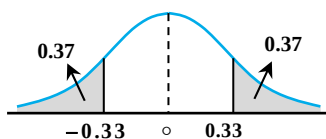
نفر دقیقه

$$\begin{aligned} 2 \quad 1 \\ 5 \quad \lambda = 2/5 \end{aligned} \Rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{e^{-2/5} \times (2/5)^0}{0!} = 1 - e^{-2/5}$$

۱۷۰- گزینه «۴» داده‌ی نظیر شصت و سومین صدک به صورت $P(X < a) = 0.63$ محاسبه می‌گردد، اکنون این احتمال را استاندارد می‌کنیم

$$X \sim N(15/21, 9) \Rightarrow P(X < a) = 0.63 \Rightarrow P\left(Z < \frac{a - 15/21}{3}\right) = 0.63$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \geq \frac{a - 15/21}{3}\right) = 0.63 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a - 15/21}{3}\right) = 1 - 0.63 = 0.37 \quad (1)$$



اکنون مقدار داده شده در مسئله را بر روی شکل مشخص می‌کنیم:

$$P(Z < -0.33) = 0.37 \Rightarrow P(Z > 0.33) = 0.37 \quad (2)$$

روابط ۱ و ۲ را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{a - 15/21}{3}\right) = 1 - 0.63 = 0.37 \\ P(Z > 0.33) = 0.37 \end{cases} \Rightarrow \frac{a - 15/21}{3} = 0.33 \Rightarrow a - 15/21 = 0.99 \Rightarrow a = 16/2$$

۱۷۱- گزینه «۴» با توجه به توزیع پواسون ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم سپس با کمک تابع احتمال توزیع پواسون مقدار احتمال مربوط را محاسبه می‌کنیم:

به کلمه حداقل توجه کنید، از روش مکمل استفاده می‌کنیم:

$$X \sim P(3)$$

مشتري ثانیه

$$\begin{aligned} 60 \quad 3 \\ 80 \quad \lambda = 4 \end{aligned} \quad P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - \frac{e^{-4} \times 4^0}{0!} - \frac{e^{-4} \times 4^1}{1!} = 1 - 0.018 - 0.073 = 0.91$$



۱۷۲- گزینه «۳» در توزیع‌های متقارن ۹۵٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ قرار دارد. بنابراین ابتدا μ و σ را بدست می‌آوریم:

$$\sum_{i=1}^{120} X_i = 840 \Rightarrow \mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{840}{120} = 7, \quad \sum_{i=1}^{120} X_i^2 = 6150$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{6150}{120} - 49 = 2/25 \Rightarrow \sigma = 1/5 \Rightarrow (\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma) = (7 - 2 \times 1/5, 7 + 2 \times 1/5) = (4, 10)$$

۱۷۳- گزینه «۱» احتمال در یک آزمون $p = 60\%$ است با توجه به تعریف متغیر تصادفی X با یک توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای $n = 96$ و $p = 60\%$ زیر هستیم:

$$p = 60\% \Rightarrow q = 1 - p = 1 - 60\% = 40\%$$

$$\text{Var}(X) = npq = 96 \times 0.6 \times 0.4 = 96 \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = 23.04 \Rightarrow \sigma = \sqrt{npq} = 4/8$$

۱۷۴- گزینه «۳» احتمال سالم بودن یک کالا داده شده است بنابراین احتمال معیوب بودن $p = 20\%$ است و $n = 20$. توزیع دو جمله‌ای است:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad X: \text{تعداد کالاهای معیوب}$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{20}{0} (0/2)^0 (0/8)^{20} + \binom{20}{1} (0/2)^1 (0/8)^{19}$$

$$= 1 \times 1 \times (0/8)^{20} + 20 \times 0/2 \times (0/8)^{19} = \frac{24}{5} \times (0/8)^{19}$$

۱۷۵- گزینه «۳» احتمال درست پاسخ گفتن $p = \frac{1}{4}$ است که $n = 20$ بار تکرار شده است. توزیع دو جمله‌ای است:

$$n = 20, p = \frac{1}{4} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad \text{به کلمه حداکثر دقت کنید:}$$

$$P(X \leq 9) = P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 9) = \sum_{x=0}^9 \binom{20}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x} = \sum_{x=0}^9 \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x}$$

۱۷۶- گزینه «۴» از آنجائیکه در این سؤال گفته شده است در سؤال قبل بنابراین شرایط مسأله قبل را باید در اینجا نیز ثابت در نظر داشت یعنی تعریف متغیر تصادفی X به صورت تعداد جواب‌های صحیح است و اگر بخواهیم حداقل ۳ جواب غلط باشد باید حداکثر ۱۷ جواب درست بدهیم، سؤال بسیار دوپهلوی مطرح شده است:

$$\begin{cases} P(\text{درست جواب دادن}) = \frac{1}{4} = p \\ P(\text{غلط جواب دادن}) = \frac{3}{4} = q \end{cases} \Rightarrow P(X \leq 17) = P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 17) \Rightarrow P(X \leq 17)$$

$$\Rightarrow P(X \leq 17) = \sum_{x=0}^{17} \binom{20}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x} = \sum_{x=0}^{17} \binom{20}{x} (0/25)^x (0/75)^{20-x}$$

۱۷۷- گزینه «۴» در توزیع دو جمله‌ای امید ریاضی و واریانس به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} E(X) = np \\ \text{Var}(X) = npq \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} np = 20 \\ npq = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{2}{3} \Rightarrow p = 1 - q = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$nP = 20 \Rightarrow n \times \frac{1}{3} = 20 \Rightarrow n = 60$$

۱۷۸- گزینه «۳» احتمال ابتلا به بیماری p می‌باشد و متغیر تصادفی X تعداد افراد مبتلا در نمونه n تایی می‌باشد که تعریف متغیر تصادفی دو جمله‌ای می‌باشد و امید ریاضی توزیع دو جمله‌ای $E(X) = np$ می‌باشد.

۱۷۹- گزینه «۴» توزیع تعداد اتفاقات نادر در واحد زمان یا مکان پواسون است و پارامتر توزیع پواسون (λ) با میانگین (متوسط) و واریانس توزیع برابر است.

X : تعداد تخم‌مرغ‌های فاسد در یک شانه

$\lambda = 1$ متوسط فاسدها در یک شانه

$$\Rightarrow P(X=3) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-1} 1^3}{3!} = \frac{e^{-1}}{3!}$$

۱۸۰- گزینه «۳» توزیع دو جمله‌ای است بنابراین مقادیر مورد نظر را در تابع احتمال مربوطه قرار می‌دهیم. توجه کنید که احتمال جوانه زدن هر بذر

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} ; \quad n=5, \quad p=\frac{4}{5}, \quad q=1-p=\frac{1}{5}, \quad x=2 \quad p=\frac{4}{5} \text{ و تعداد تکرار آن } n=5 \text{ می‌باشد:}$$

$$\Rightarrow f(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{4}{5}\right)^x \left(\frac{1}{5}\right)^{5-x} \Rightarrow P(X=2) = f(2) = \binom{5}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 0.0512$$

۱۸۱- گزینه «۳» اگر آزمایش برنولی را بیش از یکبار تکرار نمائیم و متغیر تصادفی X نشان دهنده تعداد موفقیت‌ها باشد X دارای توزیع دو جمله‌ای

$$\text{است و در توزیع دو جمله‌ای مقدار واریانس به صورت روبرو می‌باشد:} \quad \text{Var}(X) = n.p.q \quad n=24, \quad p=\frac{3}{5}, \quad q=1-p=\frac{2}{5}$$

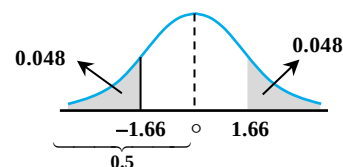
$$\text{Var}(X) = (24) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = 5.76 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{5.76} = 2.4$$

۱۸۲- گزینه «۱» اگر در توزیع دو جمله‌ای مقدار n بزرگ $(n \geq 30)$ و p به صفر نزدیک باشد $(n > 100, np < 10)$ به جای آن از توزیع پواسون با

پارامتر $\lambda = n.p$ استفاده می‌نمائیم.

$$\lambda = n.p = 4000 \times 0.0015 = 6$$

۱۸۳- گزینه «۱» متغیر را استاندارد کرده سپس از مقدار داده شده استفاده می‌کنیم:



$$\mu = 14/5 \quad \sigma = 1/5$$

$$P(14/5 < X < 17) = P\left(\frac{14/5 - 14/5}{\sigma} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{17 - 14/5}{1/5}\right) = P(0 < Z < 1/67)$$

$$= 0.5 - 0.048 = 0.452$$

$$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

۱۸۴- گزینه «۱» هرگاه X دارای توزیع یکنواخت در فاصله (a, b) باشد داریم:

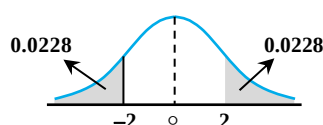
$$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(5 - (-2))^2}{12} = \frac{49}{12} = 4.08$$

حال در این سؤال X دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(-2, 5)$ است بنابراین:

۱۸۵- گزینه «۱» انتخاب مهره بدون جایگذاری از کیسه تعداد موفقیت‌ها در آزمایش غیر مستقل را یادآوری می‌کند که توزیع فوق هندسی می‌باشد.

۱۸۶- گزینه «۴» برای محاسبه احتمال در توزیع نرمال باید ابتدا متغیر تصادفی را استاندارد کنیم:

$$P(X > 10) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{10 - 20}{5}\right) = P(Z > -2)$$



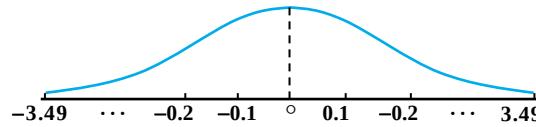
از طرفی در صورت مسئله گفته شده است که $P(Z > 2) = 0.0228$ بنابراین با توجه به شکل توزیع نرمال

استاندارد مقدار $P(Z > -2)$ بالا را بدست می‌آوریم:

$$P(Z > -2) = 1 - P(Z \leq -2) = 1 - 0.0228 = 0.9772$$



۱۸۷- گزینه «۴» در توزیع نرمال استاندارد که میانگین آن صفر است مقادیر به صورت شکل زیر خواهند بود.



۱۸۸- گزینه «۲» با توجه به رابطه ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ در توزیع پواسون $\text{var}(X) = E(X) = \lambda$ می‌باشد بنابراین:

$$\text{Var}(X) = E(X) = 16 \Rightarrow \sigma = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{16}}{16} \times 100 = 25\%$$

۱۸۹- گزینه «۴» متغیر تصادفی کای - دو دارای دامنه‌ای به صورت $[0, +\infty)$ می‌باشد.

۱۹۰- گزینه «۳» ترکیب خطی از متغیرها نرمال بازهم نرمال است پس کفایت از خواص امید ریاضی و واریانس مقادیر آنها را بدست آوریم:

$$E(Y) = 2E(X) + 5 = 2 \times 100 + 5 = 205 \quad \text{Var}(Y) = \text{Var}(2X + 5) = (2)^2 \text{Var}(X) = 4 \times (5)^2 = 100$$

۱۹۱- گزینه «۳» متناظر استاندارد شده برابر است با: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{44 - 40}{2} = \frac{4}{2} = 2$ $X \sim N(40, 4) \Rightarrow \mu = 40, \sigma^2 = 4, X = 44$

۱۹۲- گزینه «۲» با توجه به این که با یک توزیع پواسون روبرو هستیم ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم سپس احتمال موردنظر را از تابع احتمال به دست می‌آوریم:

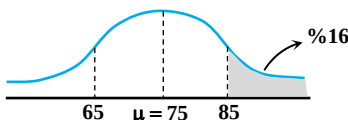
$$\begin{aligned} \text{نفر ثانیه} & \quad 60 \quad 10 \\ 30 \quad \lambda = 5 & \Rightarrow P(X=4) = \frac{e^{-5} \cdot 5^4}{4!} = 0.182 \end{aligned}$$

۱۹۳- گزینه «۴» در توزیع کای دو خواهیم داشت: $E(\chi^2_{(n)}) = n \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{50}}{25} \Rightarrow CV = 20\sqrt{2}\%$ $\text{Var}(\chi^2_{(n)}) = 2n$

۱۹۴- گزینه «۴» با توجه به روابط میانگین و واریانس در توزیع دو جمله‌ای:

$$\begin{aligned} E(X) = 9 & \Rightarrow n.p = 9 \\ \text{Var}(X) = 6 & \Rightarrow n.p.q = 6 \Rightarrow 9q = 6 \Rightarrow q = \frac{2}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{3} \Rightarrow n = 27 \\ P(X \geq 1) & = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{27}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^{27} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{27} \end{aligned}$$

۱۹۵- گزینه «۴» ۵ درصد یک محموله ۲۰ تایی یعنی ۱ عدد لامپ معیوب می‌باشد و ۱۹ تای باقیمانده سالم می‌باشند حال اگر مشتری ۲ لامپ خریداری کند با توجه به معیوب بودن تنها یک لامپ با احتمال ۱ دیگری سالم است.



۱۹۶- گزینه «۱» در توزیع نرمال تقریباً ۶۸٪ از داده‌ها در فاصله $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ قرار دارد.

۱۹۷- گزینه «۴» شاخص کشیدگی $\alpha_4 = 2$ از توزیع متقارن $\alpha_4 = 3$ کمتر است پس توزیع کوتاه‌تر است پس در فاصله گفته شده مساحت کمتر است.

۱۹۸- گزینه «۲» از تقریب توزیع دو جمله‌ای به کمک نرمال استفاده می‌کنیم.

$$P(X \geq 84) = P\left(Z > \frac{84 - n.p}{\sqrt{npq}}\right) = P\left(Z > \frac{84 - 100 \times \frac{1}{10}}{\sqrt{100 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10}}}\right) = P(Z > 1) = 16\%$$



۱۹۹- گزینه «۱» ابتدا مقدار λ را بدست آورده از روش مکمل مقدار مورد نظر را بدست می‌آوریم:

$$\lambda = E(X) = 8 \quad \text{ثانیه } 60$$

$$\lambda = 4 \quad \text{ثانیه } 30$$

$$P(X=x) = f(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - [f(2) + f(1) + f(0)] = 1 - \left[\frac{e^{-4} 4^2}{2!} + \frac{e^{-4} 4^1}{1!} + \frac{e^{-4} 4^0}{0!} \right] = 1 - e^{-4} [\lambda + 4 + 1]$$

$$= 1 - 13e^{-4} = 1 - 13(0.018) = 0.766$$

۲۰۰- گزینه «۲» طبق رابطه واریانس مقادیر $E(X)$ و $E(X^2)$ را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = e^{-x} \quad x \geq 0 \quad \text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

روش اول:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx = [-x e^{-x} - e^{-x}]_0^{+\infty} = 1$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx = -x^2 e^{-x} \Big|_0^{+\infty} + 2 \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx = \boxed{\begin{matrix} u = x^2 \rightarrow du = 2x dx \\ dv = e^{-x} \rightarrow v = -e^{-x} \end{matrix}}$$

$$[-x^2 e^{-x} + 2x e^{-x} - 2e^{-x}]_0^{+\infty} = 2 \Rightarrow \text{var}(X) = E(X^2) - E^2(X) = 2 - (1)^2 = 1$$

روش دوم: تابع $x > 0$ یک تابع چگالی نمائی با پارامتر $\lambda = 1$ می‌باشد که در توزیع نمائی داریم:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} = 1 \quad ; \quad \text{var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} = 1$$

۲۰۱- گزینه «۴» توزیع دو جمله‌ای و در توزیع دو جمله‌ای مقدار واریانس به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$p = 0.98 \quad ; \quad q = 1 - p = 1 - 0.98 = 0.02$$

$$\text{var}(X) = npq = 25 \times \frac{98}{100} \times \frac{2}{100} = 0.49 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{0.49} = 0.7$$

قرمز	0.5
سبز	0.3
زرد	0.2

۲۰۲- گزینه «۲» با یک توزیع چند جمله‌ای روبرو هستیم:

$$\frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k} \quad \left(\begin{matrix} 6 \\ 2 \ 1 \ 3 \end{matrix} \right) (0.5)^2 (0.3)^1 (0.2)^3 = 0.036$$

۲۰۳- گزینه «۱» در توزیع F رابطه $F_{\alpha, df_1, df_2} = \frac{1}{F_{1-\alpha, df_2, df_1}}$ برقرار است: $F_{0.05, 4, 8} = \frac{1}{F_{0.95, 8, 4}} = \frac{1}{2.58} = 0.387$

۲۰۴- گزینه «۱» توجه کنید تابع احتمال داده شده تابع احتمال متغیر تصادفی برنولی می‌باشد:

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline P(x) & 1-\theta & \theta \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} x^2 & 0^2 & 1^2 \\ \hline P(x^2) & 1-\theta & \theta \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} x^2 & 0 & 1 \\ \hline P(x^2) & 1-\theta & \theta \end{array} \Rightarrow E(X_1^2) = E(X_2^2) = 0 \times (1-\theta) + 1 \times \theta = \theta$$

$$E(X_1^2 \cdot X_2^2) = E(X_1 \cdot X_2) \stackrel{\text{مستقل } X_2, X_1}{=} E(X_1)E(X_2) = \theta \cdot \theta = \theta^2$$

نکته: در توزیع برنولی $E(X^n) = E(X)$

۲۰۵- گزینه «۳» توجه کنید که دو سوال در ۶۰ ثانیه پاسخ داده شده است ولی در مدت ۳۰ ثانیه پرسیده شده است، لذا:

سوال ثانیه

$$\begin{array}{cc} 60 & 2 \\ 30 & \lambda = 1 \end{array} \Rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow P(X=2) = \frac{e^{-1} 1^2}{2!} = \frac{e^{-1}}{2} = \frac{1}{2e}$$



۲۰۶- گزینه «۳» حاصل جمع دو توزیع کای - دوی مستقل باز هم کای - دو با جمع درجات آزادی می‌باشد.

۲۰۷- گزینه «۲» منظور از نمونه‌گیری به طریق بازگردان نمونه‌گیری با جایگذاری می‌باشد که در توزیع دو جمله‌ای این مدل نمونه‌گیری را خواهیم داشت.

۲۰۸- گزینه «۲» تابع توزیع داده شده مربوط به توزیع نمایی می‌باشد بنابراین در توزیع نمایی با تابع چگالی به فرم $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ مقدار متوسط یا میانگین یا امید ریاضی برابر است با:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

۲۰۹- گزینه «۳» به طور کلی در توزیع‌های متقارن ۹۵ درصد از داده‌ها بین $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ قرار دارد:

$$(\mu - 2\sigma) = 40 \Rightarrow 56 - 2\sigma = 40 \Rightarrow \sigma = 8, \quad \mu + 2\sigma = 72$$

۲۱۰- گزینه «۳» در توزیع پواسون $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ بنابراین اگر انحراف معیار ۳ باشد واریانس برابر با امید ریاضی برابر با پارامتر توزیع (λ) و برابر با ۹ می‌باشند.

۲۱۱- گزینه «۲» با توجه به اینکه مولد گشتاور داده شده تابع مولد گشتاور نرمال می‌باشد بصورت زیر با تابع مولد گشتاور نرمال (μ, σ^2) آن را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} M_X(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2} \\ M_X(t) = e^{\frac{\Delta_0 t + \frac{9}{2}t^2}{2}} \end{cases} \Rightarrow \mu = \Delta_0, \sigma^2 = 9 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{18}}$$

۲۱۲- گزینه «۲» حاصل جمع دو توزیع کای - دوی مستقل باز هم توزیع کای - دو می‌باشد با جمع درجات آزادی آنها. $\chi^2_{(5)} + \chi^2_{(12)} \sim \chi^2_{(5+12=17)}$

۲۱۳- گزینه «۴» طبق رابطه تابع توزیع یک متغیر تصادفی پیوسته خواهیم داشت:

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty$$

۲۱۴- گزینه «۳» مانند توزیع برنولی می‌باشد که همان توزیع دو نقطه‌ای می‌باشد.

۲۱۵- گزینه «۱» با کمی دقت متوجه خواهیم داشت که با یک توزیع هندسی روبرو هستیم:

$$P(X=x) = pq^{x-1} \Rightarrow P(X=3) = (0/1)(1-0/1)^{3-1} = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{1000} = 0/081$$

۲۱۶- گزینه «۱» در توزیع فوق هندسی سه پارامتر داریم: حجم جامعه N و تعداد صفت مورد مطالعه M و حجم نمونه برابر با n می‌باشد.

۲۱۷- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از روش تابع مولد گشتاور استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} M_Y(t) &= E(e^{tY}) = E(e^{t(X_1+X_2+X_3+X_4)}) = E(e^{tX_1+tX_2+tX_3+tX_4}) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \cdot M_{X_3}(t) \cdot M_{X_4}(t) = [M_{X_1}(t)]^4 \\ &= (e^{\frac{100t + \frac{9}{2}t^2}{2}})^4 = e^{\frac{400t + 36t^2}{2}} = e^{200t + 18t^2} \sim N(\mu = 400, \sigma^2 = 36) \end{aligned}$$

توجه: تابع مولد گشتاور نرمال به صورت $e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$ می‌باشد.

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-400)^2}{72}} \quad \text{بنابراین:} \quad f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$$

۲۱۸- گزینه «۳» در توزیع پواسون واریانس و میانگین و پارامتر توزیع یعنی λ با یکدیگر برابرند بنابراین:

$$\sigma_X = 4 \Rightarrow \sigma_X^2 = 16 \Rightarrow E(X) = \text{Var}(X) = \lambda = 16$$



۲۱۹- گزینه «۳» در توزیع نمایی به فرم $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ مقدار امید ریاضی برابر با $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ می‌باشد، بنابراین:

$$E(X) = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10$$

۲۲۰- گزینه «۴» از تکرار متغیرهای مستقل برنولی متغیر دوجمله‌ای وجود می‌آید.

۲۲۱- گزینه «۱» توزیع دو جمله‌ای است با مشخصات روبرو:

$$p = \frac{\text{تعداد موفقیت‌ها}}{\text{تعداد کل}} = \frac{48}{60} = 0.8, n = 3$$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=2) = f(2) = \binom{3}{2} (0.8)^2 (0.2)^1 = 3 \times \frac{64}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{384}{1000} = 0.384$$

۲۲۲- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. توزیع دو جمله‌ای است با مشخصات روبرو:

$$p = \frac{80}{100} = 0.8, q = 1 - p = 0.2, n = 5$$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \Rightarrow P(X=2) = f(2) = \binom{5}{2} (0.8)^3 (0.2)^2 = \frac{5!}{2!3!} \times \frac{8 \times 8 \times 8}{100 \times 100} \times \frac{2 \times 2}{10 \times 10} = \frac{2048}{10000} = 0.2048$$

۲۲۳- گزینه «۲» بیش‌ترین احتمال را داده‌ای دارا می‌باشد که دارای فراوانی بیشتری باشد یعنی نمای داده‌های داده شده که در اینجا ۱ و ۳ دارای بیش‌ترین فراوانی می‌باشد.

۲۲۴- گزینه «۲» از آنجا که مطلوب تعداد مراجعین در نیم ساعت است ابتدا λ را محاسبه می‌کنیم که تعداد $\lambda = 2$ می‌شود. بنابراین:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-2} 2^x}{x!} \Rightarrow P(X=0) = f(0) = \frac{e^{-2} 2^0}{0!} = e^{-2}$$

۴ برای یک ساعت $\lambda = 4$

۲۲۵- گزینه «۲» طبق توزیع چند جمله‌ای خواهیم داشت:

$$x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = 1 \quad P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

$$P(X_1 = 3, X_2 = 1, X_3 = 1) = \frac{5!}{3!1!1!} \times \left(\frac{4}{10}\right)^3 \times \left(\frac{25}{100}\right)^1 \times \left(\frac{35}{100}\right)^1 = \frac{1}{1000} \times \frac{4 \times 4 \times 4}{1000} \times \frac{1}{10} \times \frac{35}{100} = \frac{112}{10000} = 0.112$$

۲۲۶- گزینه «۱» در توزیع پواسون $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ بنابراین اگر انحراف معیار ۲ باشد واریانس برابر با ۴ می‌باشد بنابراین $\lambda = 4$ از طرفی طبق گفته مسئله احتمال در نقطه صفر برابر ۰/۰۱۸ است.

$$P(X=0) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-4} \times 4^0}{0!} = 0.018 \Rightarrow e^{-4} = 0.018 \Rightarrow P(X=3) = \frac{e^{-4} \times 4^3}{3!} = 0.192$$

۲۲۷- گزینه «۱» می‌دانیم که واریانس متغیر تصادفی یکنواخت پیوسته از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(5 - (-1))^2}{12} = \frac{36}{12} = 3$$

۲۲۸- گزینه «۲» طبق داده‌های مسئله نمرات دانشجویان $X \sim N(63/6, \sigma^2)$ از طرفی $P(X \geq 72) = 0.20$ بنابراین ابتدا این احتمال را استاندارد می‌کنیم:

$$\begin{cases} P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{72-63/6}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{8/4}{\sigma}\right) = 0.20 \Rightarrow \frac{8/4}{\sigma} = 0.84 \Rightarrow \sigma = 10 \\ P(Z \leq 0.84) = 0.8 \Rightarrow P(Z > 0.84) = 0.20 \end{cases}$$

۲۲۹- گزینه «۱» از رابطه انحراف معیار توزیع دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{16 \times 0.7 \times 0.4} = 4/8$$

۲۳۰- گزینه «۱» گزینه‌ها را یک به یک مورد بررسی قرار می‌دهیم:

$$E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$$

(۱) در توزیع پواسون :

$$E(X) = p, \text{Var}(X) = pq$$

(۲) در توزیع برنولی :

$$E(x) = \text{Var}(X) = \text{درجه آزادی}$$

(۳) در توزیع کای - دو :

$$E(T) = 0, \text{Var}(T) = \text{بستگی به درجه آزادی دارد.}$$

(۴) توزیع t :

۲۳۱- گزینه «۴»

$$\begin{cases} x_1 = 33, x_2 = 24 \\ z_1 = 2, z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \\ z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = \frac{33 - \mu}{\sigma} \\ -1 = \frac{24 - \mu}{\sigma} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله و دو مجهول}} 2 = \frac{33 - \mu}{\mu - 24}$$

$$\Rightarrow 2\mu - 48 = 33 - \mu \Rightarrow 3\mu = 81 \Rightarrow \mu = \frac{81}{3} = 27$$

$$F_{\alpha, df_1, df_2} = \frac{1}{F_{1-\alpha, df_2, df_1}} \Rightarrow F_{0.05, 5, 7} = \frac{1}{F_{0.95, 7, 5}}$$

۲۳۲- گزینه «۳» در توزیع فیشر رابطه روبرو برقرار است:

۲۳۳- گزینه «۲» همانطوریکه در متن کتاب نیز گفته شد محتملترین پیشامد در توزیع دوجمله‌ای برابر با $[p(n+1)]$ می‌باشد که در اینجا $p = \frac{1}{4}$ و

$$\left[\frac{1}{4} \cdot (4+1)\right] = \left[\frac{1}{4} \times 5\right] = \left[2/5\right] = 2 \quad n = 4 \text{ می‌باشد.}$$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

۲۳۴- گزینه «۲» در توزیع پواسون تابع احتمال به صورت روبرو است:

$$P(X=5) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^5}{5!} \quad \text{احتمال در نقطه ۵:}$$

$$P(X=2) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!} \quad \text{احتمال در نقطه ۲:}$$

$$\Rightarrow \frac{e^{-\lambda} \lambda^5}{5!} = \frac{1}{15} \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!} \Rightarrow \lambda^5 = 8\lambda^2 \Rightarrow \lambda^3 = 8 \Rightarrow \lambda = 2$$

$$E(X) = \text{Var}(X) = \lambda = 2$$

از طرفی در توزیع پواسون میانگین و واریانس و پارامتر توزیع یعنی λ با هم برابرند بنابراین:

۲۳۵- گزینه «۱» ابتدا با کمک تابع توزیع احتمال مقدار قرار گرفتن متغیر تصادفی X در فاصله $(\frac{3}{8}, \frac{5}{8})$ را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که با یک توزیع دو

جمله‌ای روبرو هستیم که $n = 4$ و $X = 3$ می‌باشد.

$$P = P\left(\frac{3}{8} < X < \frac{5}{8}\right) = F_X\left(\frac{5}{8}\right) - F_X\left(\frac{3}{8}\right) = \left(\frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{16}{64} - \frac{9}{64} = \frac{7}{64}$$

توجه کنید تابع داده شده تابع توزیع تجمعی است.

اکنون مقدار احتمال بدست آمده را در توزیع دو جمله‌ای قرار می‌دهیم:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(X=3) = \binom{4}{3} \left(\frac{16}{64}\right)^3 \left(\frac{48}{64}\right)^1 = \cancel{4} \times \frac{1}{\cancel{4}} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{\cancel{4}} \times \frac{12 \times \cancel{4}}{64} = \frac{3}{64}$$

۲۳۶- گزینه «۲» طول فاصله زمانی بین وقایع متوالی در توزیع پواسون دارای توزیع نمایی است اما طول زمان بین زمان صفر و لحظه‌ای که α امین اتفاق رخ می‌دهد دارای توزیع گاما می‌باشد.



۲۳۷- گزینه «۳» توزیع پواسون با پارامتر λ به صورت $P(X=x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$ است پس:

$$\left. \begin{aligned} P(X=0) &= e^{-\lambda} \frac{\lambda^0}{0!} = e^{-\lambda} \\ P(X=1) &= e^{-\lambda} \frac{\lambda^1}{1!} = \lambda e^{-\lambda} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{P(X=0)=P(X=1)} e^{-\lambda} = \lambda e^{-\lambda} \Rightarrow \lambda = 1$$

همچنین در توزیع پواسون امید ریاضی و واریانس برابر است: $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ $E(X^2) = \text{Var}(X) + (E(X))^2 = 1 + 1 = 2$

۲۳۸- گزینه «۲» ضریب تغییرات X عبارت از $CV = \frac{\sqrt{\text{Var}(X)}}{E(X)}$ و اگر $Y \sim \chi_n^2$ آنگاه $E(Y) = n$ و $\text{Var}(Y) = 2n$ لذا در این سؤال چون $X \sim \chi_{(8)}^2$

$$E(X) = 8, \text{Var}(X) = 16 \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{16}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$$

بنابراین ضریب تغییرات ۵۰ درصد است.

۲۳۹- گزینه «۲» همواره هر ترکیب خطی مستقل از متغیرهای نرمال، نرمال است. اگر $X_i \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_i, \sigma_i^2) \Rightarrow \sum_{i=1}^k X_i \sim N(\sum_{i=1}^k \mu_i, \sum_{i=1}^k \sigma_i^2)$

۲۴۰- گزینه «۱» با توجه به این که در توزیع کای - مربع میانگین همان درجه آزادی و واریانس دو برابر درجه آزادی است بنابراین:

$$X \sim \chi_{(5)}^2 \Rightarrow \begin{cases} E(X) = 5 \\ \text{Var}(X) = 2 \times 5 = 10 \end{cases}$$

۲۴۱- گزینه «۴» ابتدا تساوی را با توجه به تابع احتمال پواسون قرار می‌دهیم:

$$2P(X=1) = P(X=2); P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow 2 \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!} \Rightarrow \lambda = 2 \times 3 = 6$$

$$P(X=0) + P(X=4) = \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} + \frac{e^{-6} \times 6^4}{4!} = e^{-6} \left(1 + \frac{6^4}{4!}\right)$$

اکنون $P(X^2 - 4X = 0)$ به مفهوم $P(X(X-4) = 0)$ است و یعنی:

$$f(x) = \frac{1}{1700} e^{-\frac{x}{1700}} \quad x > 0$$

۲۴۲- گزینه «۲» طول عمر هر دستگاه کامپیوتر را X معرفی کرده، بنابراین:

$$Y \sim B(20, P) \Rightarrow P(Y=y) = \binom{20}{y} P^y (1-P)^{20-y}$$

اما اگر تعداد کامپیوترهایی که طول عمر آنها قبل از ۱۷۰۰ ساعت باشد Y معرفی کنیم:

می‌باشد. یعنی Y دارای توزیع دوجمله‌ای است توجه کنید که باید P را جداگانه محاسبه کنیم.

$$P = P(X < 1700) = \int_0^{1700} \frac{1}{1700} e^{-\frac{x}{1700}} dx = -e^{-\frac{x}{1700}} \Big|_0^{1700} = (-e^{-\frac{1700}{1700}} + e^0) = (-e^{-1} + 1) = 1 - e^{-1}$$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y < 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{20}{0} \cdot (1 - e^{-1})^0 (e^{-1})^{20} = 1 - e^{-20}$$

اکنون در سؤال $P(Y \geq 1)$ خواسته شده است:

۲۴۳- گزینه «۱» با کمی دقت متوجه می‌شویم که تابع توزیع داده شده مربوط به متغیر تصادفی نمایی با چگالی $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ می‌باشد که در این

توزیع میانگین $\frac{1}{\lambda}$ و واریانس $\frac{1}{\lambda^2}$ می‌باشد.

۲۴۴- گزینه «۴» با توجه به احتمال‌های داده شده $P_1 = \frac{1}{6}$ و $P_2 = \frac{1}{3}$ و $P_3 = \frac{1}{2}$ است. از توزیع چندجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3) = \frac{n!}{x_1! x_2! x_3!} P_1^{x_1} P_2^{x_2} P_3^{x_3}$$

$$P(X_1 = 2, X_2 = 2, X_3 = 1) = \frac{5!}{2! 2! 1!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 30 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3 \times 3} \times \frac{1}{2 \times 2} = \frac{5}{36}$$



فصل پنجم

«نمونه‌گیری و توزیع‌های نمونه‌ای»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱- یک برآوردکننده بدون تورش (نااریب) برای واریانس جامعه (σ_x^2) کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (X_i - \mu_x)^2}{n-1} \quad (۴) \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum (X_i - \sigma_x)^2}{n-1} \quad (۳) \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (۲) \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum (X_i - \mu_x)^2}{n} \quad (۱)$$

۲- اگر تعداد نمونه ۶۲۵ و انحراف معیار آن‌ها ۳/۵ باشد، خطای معیار جامعه کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

○/۱۲ (۱) ○/۱۴ (۲) ○/۱۵ (۳) ○/۲۱ (۴)

۳- بین گزاره‌های زیر کدام گزاره نادرست است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

- (۱) در نمونه‌گیری از جامعه دلخواه با میانگین μ و انحراف معیار σ توزیع $\bar{X}$ به n بستگی ندارد.
- (۲) در نمونه‌گیری از جامعه دلخواه با میانگین μ و انحراف معیار σ وقتی n بزرگ است توزیع $\bar{X}$ نرمال است.
- (۳) در نمونه‌گیری از جامعه نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ توزیع $\bar{X}$ نرمال است.
- (۴) در نمونه‌گیری از جامعه نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ نوع توزیع $\bar{X}$ به حجم n بستگی ندارد.

۴- در یک شهر، مخارج ماهیانه خانوارها دارای میانگین ۷۰ هزار تومان با انحراف معیار ۱۵ هزار تومان است. در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از این خانوارها، احتمال این که میانگین مخارج به دست آمده کمتر از ۶۷ هزار تومان باشد، چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$P(0 < Z < 2) = 0/۴۷۷۲ \quad , \quad P(0 < Z < 1) = 0/۳۴۱۳$$

○/۰۲ (۱) ○/۰۳ (۲) ○/۳۴ (۳) ○/۴۷ (۴)

۵- اگر توزیع جامعه نرمال باشد، احتمال این که واریانس یک نمونه تصادفی ۹ تایی بیشتر از ۱/۵ برابر واریانس جامعه باشد، کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$P(\chi^2 > 20) \quad (۱) \quad P(\chi^2 > 12) \quad (۲) \quad P(\chi^2 > 13/5) \quad (۳) \quad P(\chi^2 > 1/5) \quad (۴)$$

۶- از جمعیت فعال یک شهر بزرگ، یک نمونه تصادفی ۱۶۰۰ تایی انتخاب شده است و معلوم شده که ۳۲۰ نفر از آن‌ها بیکارند. برآورد نرخ بیکاری در این شهر و انحراف معیار آن به ترتیب کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$0/001, 0/20 \quad (۱) \quad 0/16, 0/15 \quad (۲) \quad 0/01, 0/20 \quad (۳) \quad 0/001, 0/15 \quad (۴)$$

۷- انحراف معیار توزیع جامعه ۲۰ و انحراف معیار توزیع میانگین نمونه n تایی، ۲ می‌باشد، n چقدر است؟ (مدیریت - سراسری ۸۱)

۱۰ (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۸- صدا و سیما در نظر دارد که بر اساس یک نمونه‌گیری تصادفی، متوسط زمانی را که ساکنان منطقه به خصوصی روزانه صرف تماشای تلویزیون می‌کنند، برآورد کند. برآورد کلی آن است که متوسط زمان تماشای تلویزیون تحت تأثیر سن ساکنین منطقه است. کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری برای این پژوهش مناسب است؟ (مدیریت - سراسری ۸۱)

$$(۱) \text{ خوشه‌ای} \quad (۲) \text{ نمونه‌گیری گروهی} \quad (۳) \text{ تصادفی ساده} \quad (۴) \text{ نمونه‌گیری با جایگذاری}$$

۹- در یک جامعه آماری که از نظر یک صفت، ناهمگن می‌باشد، کدام روش نمونه‌گیری مناسب است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۱)

$$(۱) \text{ خوشه‌ای} \quad (۲) \text{ گروهی (طبقه‌بندی)} \quad (۳) \text{ تصادفی ساده} \quad (۴) \text{ منظم (سیستماتیک)}$$

۱۰- اگر بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای $(\sigma_{\bar{x}})$ بر اساس حجم نمونه $n = ۶۴$ از جامعه‌ای که دارای انحراف معیار ۶ است به نصف کاهش یابد، حجم نمونه باید چند شود؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$۱۲۸ \quad (۱) \quad ۱۸۲ \quad (۲) \quad ۲۵۶ \quad (۳) \quad ۳۲۰ \quad (۴)$$

۱۱- احتمال این که میانگین یک نمونه ۶۴ تایی از جامعه‌ای که دارای میانگین ۹۰ و انحراف معیار ۸ است، کمتر از ۸۸ باشد، چند درصد است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

۲/۵ (۱) ۵ (۲) ۴۵ (۳) ۴۷/۵ (۴)

۱۲- در یک نمونه‌گیری تصادفی به حجم $n > 1$ از جامعه‌ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ_x^2 ، توزیع نمونه‌ای $(\bar{X} - \mu)$ کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$(1) (\bar{X} - \mu) \sim \chi^2_{\alpha, (n-1)} \quad (2) (\bar{X} - \mu) \sim N(\mu, \sigma_{(\bar{X}-\mu)}^2) \quad (3) (\bar{X} - \mu) \sim N(0, \frac{\sigma_x^2}{n}) \quad (4) (\bar{X} - \mu) \sim N(0, \frac{\sigma_{\bar{X}}^2}{n})$$

۱۳- بهره هوشی دانش آموزان دبیرستانی دارای توزیعی نامشخص با میانگین 120 و واریانس 64 است. دامنه‌ای که حداقل $\frac{3}{4}$ دانش‌آموزان از لحاظ

(حسابداری - آزاد ۸۲)

بهره هوشی در آن قرار گیرند، کدام است؟

$$(1) 104 \text{ و } 136 \quad (2) 112 \text{ و } 128 \quad (3) 184 \text{ و } 56 \quad (4) 144 \text{ و } 96$$

۱۴- دو متغیر تصادفی مستقل X و Y دارای توزیع نرمال با میانگین‌های یکسان و واریانس‌های به ترتیب برابر با 8 و 4 می‌باشند. بر اساس دو نمونه تصادفی به اندازه‌های 16 از جامعه (متغیر) X و 8 از جامعه (متغیر) Y برآورد کننده‌های میانگین دو جامعه به ترتیب $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ به دست آمد. توزیع $(\bar{X} - \bar{Y})$ کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$(1) (\bar{X} - \bar{Y}) \sim N(0, 12) \quad (2) (\bar{X} - \bar{Y}) \sim N(0, 1) \quad (3) (\bar{X} - \bar{Y}) \sim N(0, 4) \quad (4) (\bar{X} - \bar{Y}) \sim N(0, 8)$$

۱۵- اگر میانگین هزینه مصرفی ماهیانه خانوارهای شهری 210 هزار تومان با انحراف معیار 40 هزار تومان باشد، چه نسبتی از خانوارهای شهر دارای هزینه مصرفی 130 تا 290 هزار تومان هستند؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$(1) 68\% \quad (2) 95\% \quad (3) 89\% \quad (4) 75\% \text{ حداقل}$$

۱۶- در یک جامعه آماری که از نظر صفت مورد نظر ناهمگن است، کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری مناسب است؟

(مدیریت - سراسری ۸۳)

$$(1) \text{سیستماتیک} \quad (2) \text{تصادفی ساده} \quad (3) \text{تصادفی گروهی} \quad (4) \text{هر سه مورد}$$

۱۷- از قاعده چی‌بی‌شف در کدام مورد زیر برای برآورد μ_x استفاده می‌شود؟

(مدیریت - سراسری ۸۳)

$$(1) \text{توزیع } \bar{X} \text{ نرمال باشد.} \quad (2) \text{توزیع } \bar{X} \text{ نامعلوم باشد.} \quad (3) \text{توزیع جامعه آماری نرمال باشد.} \quad (4) \text{توزیع } \bar{X} \text{ از نوع } t \text{ استودنت باشد.}$$

۱۸- از یک جامعه با توزیع نامشخص که برای آن امید ریاضی و واریانس وجود دارد، نمونه‌ای به حجم n انتخاب می‌شود. برای اینکه در نمونه انتخاب شده میانگین نمونه $(\bar{X})$ توزیع نرمال داشته باشد. حجم نمونه از نظر اصولی چه اندازه باید در نظر گرفته شود.

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

$$(1) \text{حجم نمونه بزرگتر از } 30 \text{ باشد.} \quad (2) \text{حجم نمونه باید از } 100 \text{ بزرگتر باشد.} \quad (3) \text{حجم نمونه باید بی‌نهایت باشد.} \quad (4) \text{حجم نمونه باید بزرگتر از } 150 \text{ باشد.}$$

۱۹- در یک کارخانه کمپوت‌سازی میانگین وزن محصولات 250 گرم و واریانس آن $2/25$ محاسبه شده است، طبق قانون چی‌بی‌شف وزن حداقل 64 درصد از این نوع محصولات در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(مدیریت - سراسری ۸۴)

$$(1) 245 \text{ و } 255 \quad (2) 245 \text{ و } 246 \quad (3) 252/5 \text{ و } 247/5 \quad (4) 252/5 \text{ و } 247/5$$

۲۰- توزیع نرمات ارزشیابی یک سازمان نرمال است. با میانگین $14/5$ و انحراف معیار 6 ، اگر یک نمونه 25 نفری از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال میانگین نرمات ارزشیابی آنان بین 16 و 13 است؟ $(S_0^{1/25} = 0/3944)$

(حسابداری - سراسری ۸۴)

$$(1) 0/3944 \quad (2) 0/6056 \quad (3) 0/7888 \quad (4) 0/8944$$

۲۱- اگر بدانیم $0/4$ افراد جامعه به آقای X رای می‌دهند در یک نمونه‌گیری چند نفر را مورد پرسش قرار بدهیم (به‌طور متوسط) تا 20 رای برای X داشته باشیم؟

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$(1) 50 \quad (2) 80 \quad (3) 100 \quad (4) 160$$

۲۲- در صورتی که میانگین درآمد جامعه‌ای $300,000$ تومان در ماه و انحراف معیار توزیع درآمد $150,000$ تومان و توزیع درآمد همانند توزیع طبیعی باشد و بخواهیم از درآمدهای $1/5$ انحراف معیار به پایین میانگین را مورد حمایت قرار دهیم و به آن‌ها یارانه پرداخت نماییم، از چه درآمدهای به پایین‌تر (بر حسب تومان در ماه) مورد حمایت قرار می‌گیرند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

$$(1) 50,000 \quad (2) 75,000 \quad (3) 100,000 \quad (4) 150,000$$

۲۳- میانگین نرمات دانشجویان یک دانشگاه $14/5$ و انحراف معیار آن 4 می‌باشد، میانگین نرمات یک نمونه‌ی تصادفی 100 نفره از آنان بیشتر از 15 است، عدد نرمال Z کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

$$(1) 0/25 \quad (2) 1/25 \quad (3) 1/5 \quad (4) 2/5$$



۲۴- میانگین و واریانس نمرات مسئولیت پذیری کارمندان یک مؤسسه به ترتیب ۷۲ و ۱۶ بوده است. حداقل $\frac{8}{9}$ نمرات مسئولیت پذیری این

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۴)

$$(۱) (۵۸, ۸۶) \quad (۲) (۶۰, ۸۴) \quad (۳) (۶۲, ۸۲) \quad (۴) (۶۴, ۸۰)$$

۲۵- فرض کنید μ و σ^2 به ترتیب میانگین و واریانس یک جامعه نامتناهی و $\bar{X}$ میانگین یک نمونه از یک جامعه باشد. آنگاه امید ریاضی $\bar{X}$ برابر μ

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

و واریانس $\bar{X}$ برابر $\frac{\sigma^2}{n}$ است اگر:

(۱) توزیع نرمال باشد.

(۲) واحدهای نمونه مستقل و هم توزیع باشند.

(۳) توزیع جامعه متقارن باشد.

(۴) حجم نمونه بیشتر از ۳۰ باشد.

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

۲۶- کدامیک از گزینه‌های زیر دارای توزیع χ^2 می‌باشند.

$$(۱) \frac{(n-1)\sigma^2}{S^2} \quad (۲) \frac{(n-2)\sigma^2}{S^2} \quad (۳) \frac{(n-1)S}{\sigma} \quad (۴) \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

۲۷- کدام یک از عبارت‌های زیر تعریف مفهوم تابع نمونه‌ای (statistic) است؟

(۱) هر تابع توزیع از مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.

(۲) هر قانون توزیع فقط مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.

(۳) هر تابعی فقط از متغیرهای نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.

(۴) هر تابع فقط از چگالی احتمال‌های مشخصه نمونه را تابع نمونه‌ای نامند.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۴)

۲۸- انتخاب روش نمونه‌گیری به کدام یک از موارد زیر بستگی دارد؟

(۱) موضوع مورد بررسی، هزینه، زمان و دقت نتایج حاصله (سطح اطمینان)

(۲) شرایط جامعه آماری، هزینه

(۳) انتخاب روش‌های متفاوت بسته به نظر کارشناس مربوطه است و در نتایج حاصله تفاوت چندانی ندارد.

(۴) موضوع مورد بررسی

۲۹- متوسط قیمت هر کتاب درسی ۲۳۰۰ ریال با انحراف معیار ۶۰۰ ریال می‌باشد. با فرض نامعلوم بودن توزیع جامعه، حداقل ۷۵ درصد قیمت

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

کتابهای درسی بین چه مقداری قرار دارد؟

$$(۱) ۱۱۰۰ تا ۳۵۰۰ \quad (۲) ۵۰۰ تا ۴۱۰۰ \quad (۳) ۱۲۰۰ تا ۲۳۰۰ \quad (۴) ۱۷۰۰ تا ۲۹۰۰$$

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

۳۰- وقتی که حجم نمونه‌ای را ۴ برابر می‌کنیم در این صورت مقدار انحراف معیار میانگین نمونه :

(۱) دو برابر می‌شود. (۲) ۴ برابر می‌شود. (۳) نصف می‌شود. (۴) تغییر نمی‌کند.

۳۱- وزن افراد در یک جامعه آماری از توزیع نرمال با میانگین ۷۵ و انحراف معیار ۱۰ کیلوگرم تبعیت می‌کند. یک گروهی تصادفی شامل ۲۵ نفر

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

انتخاب شده است. امید ریاضی و واریانس متوسط وزن این ۲۵ نفر به ترتیب برابر است با: $(E(\bar{X}), \text{Var}(\bar{X}))$

$$(۱) (۳, ۴) \quad (۲) (۳, ۱۰) \quad (۳) (۷۵, ۴) \quad (۴) (۷۵, ۱۰)$$

۳۲- میانگین و واریانس نمرات داوطلبین در یک آزمون به ترتیب ۶۰ و ۱۶ می‌باشد. طبق قانون چپ بی شف، انتظار دارید حداقل چند درصد نمرات

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

داوطلبین بین ۵۰ و ۷۰ قرار گیرد؟

$$(۱) ۶۴ \quad (۲) ۷۵ \quad (۳) ۷۸ \quad (۴) ۸۴$$

۳۳- در یک جامعه ۴۰۱ عضوی با واریانس ۵ یک نمونه ۸۱ تایی انتخاب می‌شود. انحراف معیار توزیع میانگین این نمونه کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۵)

$$(۱) \frac{\sqrt{5}}{9} \quad (۲) \frac{5}{9} \quad (۳) \frac{4}{9} \quad (۴) \frac{2}{9}$$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

۳۴- اگر $\bar{p}$ برآوردگر p در نمونه‌های n تایی از جامعه N عضوی باشد، $\sigma_{\bar{p}}^2$ کدام است؟

$$(۱) \frac{p(1-p)}{n} \quad (۲) \frac{p(1-p)}{N} \quad (۳) np(1-p) \quad (۴) \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{N}$$



۳۵- کمیت تصادفی X بر طبق قانون نامعلوم با امید ریاضی μ و واریانس σ^2 توزیع شده است. از این جامعه نمونه‌ای به حجم n که به اندازه کافی بزرگ

می‌باشد انتخاب شده است بر اساس نتایج مشاهدات تابع نمونه‌ای (آماره) (statistic) به صورت روبرو تعریف می‌شود:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{\sum X_i}{n}$$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

تابع توزیع نمونه‌ای فوق دارای چه توزیعی است؟

- (۱) نامعلوم (۲) نرمال (۳) t -استودنت (۴) کای اسکور

۳۶- احتمال این‌که واریانس یک نمونه تصادفی ۳۶ تایی از جامعه نرمالی کمتر از واریانس مربوط به آن جامعه باشد کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

- (۱) $P(F_{(1, 36)} < 6)$ (۲) $P(F_{(1, 36)} < 5)$ (۳) $P(\chi^2_{(36)} < 36)$ (۴) $P(\chi^2_{(36)} < 35)$

۳۷- احتمال این‌که میانگین به دست آمده از یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از جامعه‌ای که دارای میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۰ است کمتر از ۴۸

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

باشد، چند درصد است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۴۵ (۴) ۴۷/۵

۳۸- تعداد مشتریانی که روزانه به یک فروشگاه مراجعه می‌کنند دارای میانگین ۲۴ و انحراف معیار ۴ نفر می‌باشد. در یک روز خاص، احتمال اینکه

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

بین ۱۶ تا ۳۲ مشتری به فروشگاه مراجعه کنند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۶۸ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۰/۹۵

۳۹- اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم با واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از

(حسابداری و مدیریت - سراسری ۸۶)

یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۴۰- طبق قانون چی‌بی‌شف انتظار می‌رود ۸۴ درصد مشاهدات در دامنه (۷۲، ۸۸) قرار گیرند، مقدار انحراف معیار این مشاهدات کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

- (۱) ۲/۴ (۲) ۳/۲ (۳) ۳/۶ (۴) ۴/۲

۴۱- وزن بسته‌های شکر از توزیع نرمال با میانگین ۲ کیلوگرم و انحراف معیار ۲۰۰ گرم تبعیت می‌کند. از این بسته‌ها تعداد ۹ بسته را انتخاب

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

می‌کنیم احتمال این‌که متوسط وزن بسته‌ها حداقل ۲/۲ کیلوگرم باشد، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۰۱۳ (۲) ۰/۰۲۳ (۳) ۰/۰۰۲۳ (۴) ۰/۰۱۳

۴۲- کدام عبارت صحیح است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

- (۱) برای نمونه‌های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است.
(۲) برای نمونه‌های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری بزرگتر است.
(۳) برای نمونه‌های بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است.
(۴) برای نمونه‌های بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری بزرگتر است.

۴۳- اگر توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ دارای واریانس ۴ و انحراف معیار جامعه آماری ۱۲ باشد، حجم نمونه کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۶)

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۶۴

۴۴- تعداد اتومبیل‌های فروخته شده توسط یک شرکت در ماه دارای میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۰ دستگاه است. احتمال اینکه میانگین به

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

دست آمده از یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی کمتر از ۴۸ دستگاه باشد، چقدر است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۴۵ (۴) ۴۷/۵

۴۵- جامعه‌ای با میانگین ۳۰ و انحراف معیار ۵ را در نظر بگیرید. حداقل چه درصدی از مشاهدات در فاصله ۱۵ تا ۴۵ قرار می‌گیرد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

- (۱) ۰/۶۱ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۸۳ (۴) ۰/۸۹

۴۶- در کدام مورد، قانون چی‌بی‌شف برای تخمین μ_X به کار می‌رود؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۷)

- (۱) توزیع $\bar{X}$ نرمال (۲) توزیع $\bar{X}$ غیرنرمال یا نامشخص (۳) توزیع جامعه آماری نرمال (۴) توزیع $\bar{X}$ ، t استیودنت



۴۷- واریانس $\bar{X}$ (میانگین در نمونه) وقتی که نمونه‌گیری بدون جایگذاری و $n > 5\%N$ (که n حجم نمونه و N حجم جامعه) باشد، برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

$$\frac{\sigma^2}{n} \quad (۴)$$

$$\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}} \quad (۳)$$

$$\frac{S^2}{n} \quad (۲)$$

$$\frac{N-n}{N-1} \times \frac{\sigma^2}{n} \quad (۱)$$

۴۸- کدام یک از گزینه‌های زیر نشان دهنده توزیع کای دو می‌باشد؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۷)

$$(n-1) \frac{\sigma}{S} \quad (۴)$$

$$(n-1) \frac{S}{\sigma} \quad (۳)$$

$$(n-1) \frac{S^2}{\sigma^2} \quad (۲)$$

$$(n-1) \frac{\sigma^2}{S^2} \quad (۱)$$

۴۹- وقتی که جامعه‌ای دارای توزیع احتمال نرمال باشد، توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ دارای توزیع احتمال نرمال می‌باشد برای: (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۷)

(۱) فقط حجم نمونه زیاد (۲) هر حجم نمونه (۳) فقط حجم نمونه کوچک (۴) فقط حجم نمونه 30° یا بیشتر

۵۰- برای تخمین فاصله اطمینان μ وقتی که انحراف معیار جامعه مشخص و حجم نمونه بزرگ باشد توزیع مناسب: (مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

(۱) توزیع t با درجه آزادی n می‌باشد.

(۲) توزیع t با درجه آزادی $n-1$ می‌باشد.

(۳) توزیع t با درجه آزادی $n-2$ می‌باشد.

(۴) توزیع نرمال می‌باشد.

۵۱- در تخمین میانگین جامعه، حجم نمونه $n = 64$ ، انحراف معیار نمونه $\sigma = 16$ است. خطای معیار (Standard error) کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - آزاد ۸۷)

$$4 \quad (۴)$$

$$8 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

۵۲- در یک آزمون مهارت میانگین و واریانس نمرات به ترتیب ۷۵ و ۶۴ بوده است، بنابر قانون چیبی‌شف انتظار می‌رود حداقل چند درصد نمرات بین دو عدد ۶۳ و ۸۷ قرار گیرد. (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$65 \quad (۴)$$

$$55 \quad (۳)$$

$$50 \quad (۲)$$

$$45 \quad (۱)$$

۵۳- توزیع نمرات آزمون داوطلبان، نرمال با میانگین ۷۲ و انحراف معیار ۱۲ می‌باشد. از این جامعه یک نمونه n تایی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه میانگین نمره ارزشیابی آنها حداقل ۶۹ باشد برابر 0.9772 است. می‌دانیم $P(Z \geq 2) = 0.0228$ ، مقدار n کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$100 \quad (۴)$$

$$81 \quad (۳)$$

$$64 \quad (۲)$$

$$36 \quad (۱)$$

۵۴- متوسط دستمزد روزانه کارگران یک کارخانه 10 هزار تومان با انحراف معیار یک هزار تومان است. چه نسبتی از کارگران دارای دستمزد روزانه بیشتر از 12 هزار تومان یا کمتر از 8 هزار تومان هستند؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$75\% \quad (۴)$$

$$75\% \text{ حداکثر} \quad (۳)$$

$$25\% \quad (۲)$$

$$25\% \text{ حداکثر} \quad (۱)$$

۵۵- طول عمر باطری‌های تولیدی کارخانه آلفا دارای توزیع نرمال با میانگین 200 ساعت و انحراف معیار 30 ساعت است. احتمال اینکه میانگین طول عمر باطری‌ها در یک نمونه تصادفی 36 تایی بین 190 تا 210 ساعت باشد، تقریباً چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$95\% \quad (۴)$$

$$68\% \quad (۳)$$

$$32\% \quad (۲)$$

$$25\% \quad (۱)$$

۵۶- در یک کارگاه، مطالعه بر روی عمل کرد 20 کارگر نشان می‌دهد، مدت زمان انتظار برای تکمیل عملیات تولیدی دارای میانگین $9/8$ و انحراف معیار $1/2$ دقیقه است. طبق قانون چیبی‌شف، حداقل 36 درصد مشاهدات در کدام فاصله زمانی قرار می‌گیرد؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$$(8/6, 11) \quad (۴)$$

$$(8/3, 11/3) \quad (۳)$$

$$(8/2, 11/4) \quad (۲)$$

$$(7/4, 12/2) \quad (۱)$$

۵۷- نمونه‌های 50 تایی از یک جامعه 626 عضوی با واریانس 200 انتخاب می‌شود، انحراف معیار توزیع میانگین نمونه کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

$$2/16 \quad (۴)$$

$$2/5 \quad (۳)$$

$$1/92 \quad (۲)$$

$$1/85 \quad (۱)$$

۵۸- اگر $\bar{X}_1$ میانگین نمونه‌ای به حجم 48 با واریانس 15 و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه‌ای به حجم 36 با واریانس 9 از دو جامعه مستقل باشند، انحراف معیار $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ ، کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۱)$$



۵۹- یک نمونه تصادفی ۹ تایی از یک جامعه ۶۵ عضوی با واریانس ۱۴، انتخاب می‌شود، انحراف معیار توزیع میانگین نمونه کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

$$1/43 \quad (4)$$

$$1/34 \quad (3)$$

$$1/25 \quad (2)$$

$$1/16 \quad (1)$$

۶۰- از یک جامعه متناهی به حجم N یک نمونه به حجم n بدون جایگذاری و از یک جامعه متناهی دیگر به حجم N یک نمونه تصادفی به حجم n با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. نسبت واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری به بدون جایگذاری عبارتست از:

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$\frac{N-n}{N-1} \quad (4)$$

$$\frac{N-1}{N-n} \quad (3)$$

$$\frac{N-n}{N} \quad (2)$$

$$\frac{n}{N} \quad (1)$$

۶۱- از یک جامعه آماری نرمال با میانگین ۱۵ و انحراف معیار ۳ یک نمونه تصادفی به حجم ۹ اختیار شده است احتمال این‌که میانگین نمونه از ۱۸ بیشتر باشد، کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$0/9987 \quad (4)$$

$$0/4487 \quad (3)$$

$$0/0013 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

۶۲- توزیع نمونه‌ای $\bar{X}$ دارای انحراف معیار ۲ است. اگر انحراف معیار جامعه آماری ۱۲ باشد، مقدار n کدام است؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$144 \quad (4)$$

$$72 \quad (3)$$

$$36 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۶۳- فرض کنید $\bar{X}_1$ میانگین نمونه‌ای به حجم n_1 و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه‌ای به حجم n_2 از دو جامعه مستقل با واریانس برابر باشند، مقدار $\text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ عبارتست از:

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \quad (4)$$

$$\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) \quad (3)$$

$$\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) \quad (2)$$

$$\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \quad (1)$$

۶۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع برنولی به صورت روبرو باشد طبق قضیه حد مرکزی کدام آماره به سمت توزیع نرمال استاندارد می‌رود؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$\frac{(\bar{X} - \theta)}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n-1}}} \quad (4)$$

$$\frac{(\bar{X} - \theta)}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - n\theta)}{\sqrt{\theta(1-\theta)}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - n\theta)}{\sqrt{\theta(1-\theta)}} \quad (1)$$

۶۵- حجم نمونه در یک مطالعه چقدر باشد تا توزیع میانگین نمونه‌ای با توزیع داده‌ها یکسان باشد؟ (N حجم جامعه است)

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$(4) \text{ بیشتر از } 30 \text{ باشد.}$$

$$n = 30 \quad (3)$$

$$n = N \quad (2)$$

$$n = 1 \quad (1)$$

۶۶- کدامیک از عبارتهای زیر «قانون قوی اعداد بزرگ برنولی» می‌باشد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - \frac{\sum p_i}{N}\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - p\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (1)$$

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left|\frac{N_A}{N} - p\right| \rightarrow 0\right) = 1 \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - p_A\right| \geq \varepsilon\right) = 1 \quad (3)$$

۶۷- کدامیک از عبارتهای زیر بیان «قانون قوی اعداد بزرگ برنولی» می‌باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - p\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - a\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - \frac{\sum p_A}{N}\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad (3)$$

۶۸- کدامیک از عبارتهای زیر «قانون اعداد بزرگ خاصیت چپ بی شف ضعیف» می‌باشد؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad a_i = E(X_i) \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - a\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad a = E(X_i) \quad (1)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - \phi_A\right| < \varepsilon\right) = 1 \quad \phi_A = P(A) \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - a\right| \geq \varepsilon\right) = 1 \quad a = E(X_i) \quad (3)$$



(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

۶۹- اگر $n > 50$ باشد، واریانس $\bar{X}$ برابر است با:

$$\frac{\sigma^2}{n} \quad (۴) \quad \frac{\sigma^2}{N} \quad (۳) \quad \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}} \quad (۲) \quad \frac{N-n}{N-1} \times \frac{\sigma^2}{n} \quad (۱)$$

۷۰- انحراف معیار یک صفت در جامعه برابر ۱/۲۴ و خطای معیار میانگین برابر ۰/۶۲ است. حجم نمونه چقدر است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

$$۱۶ \quad (۱) \quad ۸ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۲ \quad (۴)$$

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

۷۱- اگر حجم نمونه را دو برابر کنیم تأثیر آن بر میانگین نمونه‌ای به صورت زیر است؟

(۱) واریانس را کاهش می‌دهد. (۲) مقدار آن را کاهش می‌دهد. (۳) مقدار آن را افزایش می‌دهد. (۴) واریانس را افزایش می‌دهد.

۷۲- اگر انحراف معیار ارتفاع درختان در یک منطقه برابر ۲۵ سانتی‌متر باشد. یک نمونه تصادفی به حجم ۱۰۰ از این جامعه انتخاب کنیم

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

مقدار $P(|\bar{X} - \mu| \leq 2/5)$ برابر است با:

$$۰/۹۵ \quad (۱) \quad ۰/۶۸ \quad (۲) \quad ۰/۳۴ \quad (۳) \quad ۰/۴۷۵ \quad (۴)$$

۷۳- از یک جامعه ۹۷ عضوی با واریانس ۶، نمونه‌های ۱۶ تایی انتخاب می‌کنیم. انحراف معیار توزیع میانگین نمونه، کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

$$۰/۶۵۲۵ \quad (۱) \quad ۰/۵۶۷۵ \quad (۲) \quad ۰/۵۶۲۵ \quad (۳) \quad ۰/۶۵۷۵ \quad (۴)$$

۷۴- از جامعه‌ای با میانگین ۷۲ و واریانس ۱۲، به‌طور تصادفی نمونه ۶۴ عضوی، انتخاب می‌کنیم انحراف معیار میانگین کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$۱/۲۵ \quad (۱) \quad ۱/۷۵ \quad (۲) \quad ۱/۵ \quad (۳) \quad ۱/۸ \quad (۴)$$

۷۵- در یک توزیع آماری پیوسته دارای چولگی شدید، مقدار نمونه حداقل چقدر باشد تا برای آماره $\bar{X}$ بتوان تقریب نرمال به کاربرد؟

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۹)

$$۳۰ \quad (۱) \quad ۵۰ \quad (۲) \quad ۶۰ \quad (۳) \quad ۱۰۰ \quad (۴)$$

۷۶- میانگین و واریانس نمرات مسئولیت‌پذیری کارکنان یک سازمان به ترتیب ۷۲ و ۹ محاسبه شده است. بنابر قانون چسبی بی‌شش چند درصد

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۰)

نمرات کارکنان در بازه (۶۷ و ۷۷) قرار دارد؟

$$۵۴ \quad (۱) \quad ۶۴ \quad (۲) \quad ۷۳ \quad (۳) \quad ۸۴ \quad (۴)$$



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱- گزینه «۱» منظور از σ_X^2 در گزینه‌ها S_X^2 است که به اشتباه σ_X^2 آمده است:

$$E(S^2) = E(S^2) = \sigma^2$$

تنها آماره‌های نااریب برای واریانس جامعه عبارتند از:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n} = \frac{\sum X_i^2}{n} - (\mu)^2$$

هرگاه μ جامعه معلوم باشد (برآوردکننده بهتری است)

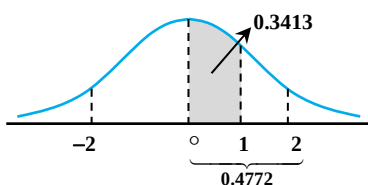
$$S_2^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right]$$

هرگاه μ جامعه نامعلوم باشد. (پیش‌فرض است).

$$\begin{cases} S_{\bar{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} = \frac{3/5}{\sqrt{625}} = \frac{3/5}{25} = 0/14 \\ S_X = 3/5, n = 625 \end{cases}$$

۲- گزینه «۲» منظور از خطای معیار جامعه همان انحراف (خطای) معیار میانگین نمونه است.

۳- گزینه «۱» توجه کنید که اگر n به اندازه کافی بزرگ باشد، توزیع نرمال است و در صورتی که n کوچک باشد، توزیع نرمال حاصل نمی‌شود. در جوامع غیر نرمال با واریانس معلوم توزیع $\bar{X}$ به مقدار n بستگی دارد در صورتی که $n \geq 30$ باشد طبق قضیه حد مرکزی توزیع نمونه‌ای $\bar{X}$ نرمال است.



۴- گزینه «۱» با توجه به رابطه توزیع نمونه‌ای میانگین آن را استاندارد کرده و مقادیر احتمال را بدست می‌آوریم:

$$P(\bar{X} < 67) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{67 - 70}{\frac{15}{\sqrt{100}}}\right) = P(Z < -2) = P(Z > 2) = 0/0228$$

$$P(0 < Z < 2) = 0/4772 \Rightarrow P(Z > 2) = 0/5 - 0/4772 = 0/0228$$

۵- گزینه «۲» با توجه به رابطه داده شده توزیع کای دو را می‌سازیم:

$$P(S^2 > 1/5 \sigma^2) = P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > 1/5 \times \frac{(n-1)\cancel{\sigma^2}}{\cancel{\sigma^2}}\right) = P(\chi_{(n-1)}^2 > 1/5 \times (n-1)) = P(\chi_{(8)}^2 > 1/5 \times 8) = P(\chi_{(8)}^2 > 4)$$

$$\begin{cases} n = 1600, x = 320 \\ \bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{320}{1600} = 0/2 \end{cases} \Rightarrow \hat{\sigma}(\bar{p}) = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0/2 \times 0/8}{1600}} = 0/01$$

۶- گزینه «۳» از رابطه انحراف معیار نسبت نمونه استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = \frac{20}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 100$$

۷- گزینه «۴» در اینجا توجه کنید که از انحراف معیار میانگین نمونه استفاده شود:

۸- گزینه «۲» به دلیل آنکه جامعه تحت تأثیر سن افراد است پس جامعه ناهمگن است و در جوامعی که از نظر صفت ناهمگن هستند از نمونه‌گیری گروهی استفاده می‌شود.

۹- گزینه «۲» همانطور که در متن درس هم گفته شد زمانی که جامعه آماری از نظر صفت ناهمگن باشد بهترین روش نمونه‌گیری روش گروهی است.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{64}} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{3}{4}$$

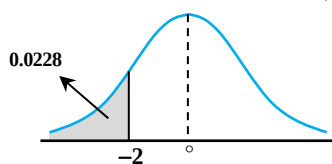
۱۰- گزینه «۳» با توجه به رابطه واریانس میانگین نمونه خواهیم داشت:

$$\frac{\sigma_{\bar{X}}}{2} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 256$$

می‌خواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای به نصف کاهش یابد:



۱۱- گزینه «۱» با توجه به رابطه توزیع نمونه‌ای میانگین آن را استاندارد کرده و مقدار احتمال را به دست می‌آوریم:



$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 90, \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{64}} = 1$$

$$P(\bar{X} < 88) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} < \frac{88 - 90}{1}\right) = P(Z < -2) = 0.0228 \xrightarrow{\text{درصد}} \approx 2.28\%$$

۱۲- گزینه «۳» چون $\bar{X}$ دارای توزیع نرمال است هر رابطه خطی از آن نیز دارای توزیع نرمال می‌باشد، بنابراین امید ریاضی و واریانس را به دست آورده

$$\begin{cases} E(\bar{X} - \mu) = E(\bar{X}) - \mu = \mu - \mu = 0 \\ \text{Var}(\bar{X} - \mu) = \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \end{cases} \Rightarrow (\bar{X} - \mu) \sim N(0, \frac{\sigma_X^2}{n})$$

خواهیم داشت:

۱۳- گزینه «۱» به دلیل آن که توزیع نامشخص است از نامساوی چپ بی‌ش استفاده می‌کنیم.

$$P(|\bar{X} - \mu| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{X} - k\sigma = 120 - 2 \times 8 = 104 \\ \bar{X} + k\sigma = 120 + 2 \times 8 = 136 \end{cases}$$

۱۴- گزینه «۲» با توجه به نرمال بودن $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ و روابط امید ریاضی و واریانس خواهیم داشت:

$$E(\bar{X} - \bar{Y}) = E(\bar{X}) - E(\bar{Y}) = 0$$

$$\text{Var}(\bar{X} - \bar{Y}) = \text{Var}(\bar{X}) + \text{Var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2} = \frac{8}{16} + \frac{4}{8} = 1 \Rightarrow \bar{X} - \bar{Y} \sim N(0, 1)$$

۱۵- گزینه «۴» با توجه به این که توزیع جامعه معلوم نیست از رابطه چپ بی‌ش استفاده می‌کنیم:

$$P(|\bar{X} - \mu_X| \leq k\sigma_{\bar{X}}) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$\bar{X} - k\sigma_{\bar{X}} = 130 \Rightarrow 210 - 40k = 130 \Rightarrow 40k = 80 \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\bar{X} + k\sigma_{\bar{X}} = 290$$

۱۶- گزینه «۳» بهترین روش نمونه‌گیری، در جوامعی که صفت مورد نظر ناهمگن است، روش تصادفی گروهی می‌باشد.

۱۷- گزینه «۲» می‌دانیم که در شرایط زیر از قضیه دوم چپ بی‌ش استفاده می‌شود:

۱- توزیع جامعه را ندانیم. هرگاه جامعه غیر نرمال، واریانس معلوم و $n \leq 30$ باشد.

۲- هرگاه مقدار حداقل و یا حداکثر احتمال را در توزیعی نامعلوم بخواهیم از قضیه چپ بی‌ش استفاده می‌کنیم.

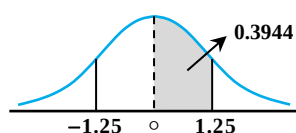
۱۸- گزینه «۱» در آمار $n > 30$ بزرگ تلقی می‌شود و می‌توان در چنین مواردی توزیع $\bar{X}$ را تقریباً نرمال در نظر گرفت.

۱۹- گزینه «۳» بنابر نامساوی چپ بی‌ش خواهیم داشت:

$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = \frac{36}{100} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{6}{10} \Rightarrow k = 1.67$$

$$\begin{cases} \mu - k\sigma = 250 - 1.67 \times 1.5 = 247.5 \\ \mu + k\sigma = 250 + 1.67 \times 1.5 = 252.5 \end{cases}$$

۲۰- گزینه «۳» با توجه به اینکه توزیع نمونه‌ای میانگین نمونه بصورت $\bar{X} \sim N(14/5, \frac{36}{25})$ می‌باشد مقدار احتمال را استاندارد می‌کنیم.



$$\begin{cases} P(13 < \bar{X} < 16) = P\left(\frac{13 - 14/5}{\frac{6}{5}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{16 - 14/5}{\frac{6}{5}}\right) \\ P(-1/25 < Z < 1/25) = 2P(0 < Z < 1/25) = 2 \times 0.3944 = 0.7888 \end{cases}$$



۲۱- گزینه «۱» از رابطه نسبت مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$E(X) = np = 20 \Rightarrow n \times 0.4 = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{0.4} = 50$$

۲۲- گزینه «۲» از مقدار $(\mu - 1/5\sigma)$ کمتر را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = 300,000$$

$$\sigma = 150,000$$

$$\mu - 1/5\sigma = 300,000 - (1/5) \times (150,000) = 300,000 - 30,000 = 270,000$$

۲۳- گزینه «۲» از رابطه توزیع استاندارد استفاده می‌کنیم:

$$\mu = 14/5$$

$$\sigma_x = 4$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{15 - 14/5}{0.4} = \frac{0.5}{0.4} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{100}} = 0.4$$

۲۴- گزینه «۲» طبق قضیه چیبی‌شف مقدار k را بدست می‌آوریم:

$$P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) = 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$\mu = 72, \sigma = 4 \Rightarrow \mu \pm k\sigma = \mu \pm 3\sigma = 72 \pm 12 \Rightarrow (60, 84)$$

۲۵- گزینه «۲» اگر واحدهای نمونه مستقل و هم توزیع باشند می‌توانیم از خواص امید ریاضی و واریانس استفاده کنیم:

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{\sum X_i}{n}\right) = \frac{1}{n} E(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} [E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) + \dots + E(X_n)] = \frac{1}{n} [\mu + \mu + \dots + \mu] = \frac{1}{n} \times n\mu = \mu$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \text{var}\left(\frac{\sum X_i}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \text{var}(\sum X_i) = \frac{1}{n^2} \sum \text{var}(X_i) = \frac{1}{n^2} [\text{var}(X_1) + \text{var}(X_2) + \dots + \text{var}(X_n)] =$$

$$\frac{1}{n^2} [\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2] = \frac{1}{n^2} \times n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

۲۶- گزینه «۴» همواره $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ می‌باشد.

۲۷- گزینه «۳» طبق تعریف، آماره، هر تابعی از نمونه تصادفی می‌باشد که به هیچ پارامتر مجهولی بستگی نداشته باشد.

۲۸- گزینه «۲» انتخاب روش به شرایط جامعه آماری و هزینه‌ها ربط دارد.

۲۹- گزینه «۱» به دلیل نامعلوم بودن توزیع از نامساوی چیبی‌شف استفاده می‌کنیم:

$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = 2$$

$$\begin{cases} \mu - k\sigma = 2300 - 2 \times 600 = 1100 \\ \mu + k\sigma = 2300 + 2 \times 600 = 3500 \end{cases}$$

۳۰- گزینه «۳» با توجه به رابطه انحراف معیار میانگین نمونه:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{\text{برای } n=4 \text{ برابر می‌کنیم}} \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{4n}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow$$

انحراف معیار میانگین نمونه نصف می‌شود.

۳۱- گزینه «۳» توزیع وزن افراد دارای توزیع نرمال است با پارامترهای:

$$X \sim N(\mu = 75, \sigma^2 = 10^2)$$

$$E(\bar{X}) = \mu = 75 \Rightarrow \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{10^2}{25} = \frac{100}{25} = 4$$



۳۲- گزینه «۴» طبق قانون چسبی‌شف خواهیم داشت:

$$P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

$$\mu - k\sigma = 50 \Rightarrow 60 - 4k = 50 \Rightarrow 4k = 10 \Rightarrow k = 2.5 \Rightarrow \mu + k\sigma = 70 \Rightarrow 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{(2.5)^2} = 1 - \frac{1}{6.25} = 0.84$$

حداقل نمره ۸۴ درصد داوطلبین بین ۵۰ و ۷۰ خواهد بود.

۳۳- گزینه «۴» انحراف معیار میانگین نمونه برابر است با (نمونه‌گیری بدون جایگذاری است)

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{401-11}{401-1}} \times \sqrt{\frac{5}{11}} = \sqrt{\frac{390}{400}} \times \frac{\sqrt{5}}{9} = \sqrt{\frac{1600}{400}} \times \frac{1}{9} = \sqrt{4} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۳۴- گزینه «۱» X: تعداد صفت مورد نظر در جامعه دوجمله‌ای است.

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{X}{n} \quad (\text{نرخ در نمونه}) \\ E(\bar{P}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{E(X)}{n} = \frac{np}{n} = p \\ \sigma_{\bar{P}}^2 = \sigma^2\left(\frac{X}{n}\right) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma_X^2 = \frac{1}{n^2} npq = \frac{pq}{n} = \frac{p(1-p)}{n} \end{cases}$$

توجه کنید که اگر روش نمونه‌گیری، بدون جایگذاری باشد ضریب تصحیح $\frac{N-n}{N-1}$ در واریانس $\bar{P}$ ضرب می‌شود.

۳۵- گزینه «۲» میانگین هر توزیعی با توجه به قضیه حد مرکزی دارای توزیع نرمال می‌باشد.

۳۶- گزینه «۴» با توجه به رابطه بین واریانس نمونه و واریانس جامعه توزیع کای دو را می‌سازیم، دو طرف عبارت اول را در مقدار $\left(\frac{n-1}{\sigma^2}\right)$ ضرب می‌کنیم،

توجه کنید که سمت چپ دارای توزیع کای دو با درجه آزادی $n-1$ است.

$$P(S^2 < \sigma^2) = P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{35 \cancel{\sigma^2}}{\cancel{\sigma^2}}\right) = P(\chi^2_{(35)} < 35)$$

۳۷- گزینه «۱» به اندازه کافی بزرگ است و لذا با توجه به توزیع نمونه‌ای میانگین و قضیه حد مرکزی خواهیم داشت:

$$P(\bar{X} < 48) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{48 - 50}{\frac{10}{\sqrt{100}}}\right) = P\left(Z < \frac{48 - 50}{10}\right) = P(Z < -2) \approx 2.5\%$$

۳۸- گزینه «۳» از نامساوی چسبی‌شف استفاده می‌کنیم:

$$P(16 < X < 32) = P(|X - 24| < 8) \geq 1 - \frac{1}{4} = 0.75$$

$$P(|X - \mu| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \quad ; \quad k\sigma = 8 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2$$

۳۹- گزینه «۲» از توزیع نمونه‌ای تفاضل میانگین‌های دو نمونه استفاده می‌کنیم که واریانس آنها به صورت زیر می‌باشد، توجه کنید که دو نمونه مستقل‌اند لذا کواریانس برابر با صفر است.

$$\sigma_{(\bar{X} - \bar{Y})}^2 = \text{Var}(\bar{X}) + \text{Var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} = \frac{9}{100} + \frac{4}{25} = \frac{25}{100} \Rightarrow \sigma_{\bar{X} - \bar{Y}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0.5$$



$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{84}{100} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = 0.16 \Rightarrow k = 2.5$$

۴۰- گزینه «۲» طبق قانون چیبی شف بصورت روبرو خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \mu - K\sigma &= 72 \\ \mu + K\sigma &= 88 \end{aligned} \Rightarrow 2k\sigma = 16 \Rightarrow 2 \times 2.5 \times \sigma = 16 \Rightarrow \sigma = 3.2$$

$$X \sim N(\mu = 2, \sigma^2 = (0.2)^2)$$

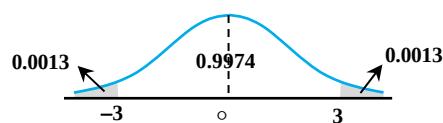
۴۱- گزینه «۱» وزن بسته‌های شکر دارای توزیع نرمال با پارامترهای روبرو است:

دقت کنید که میانگین و انحراف معیار باید بر طبق یک واحد (مقیاس) باشند به عبارت دیگر چون میانگین بر حسب کیلوگرم است پس انحراف معیار نیز

$$\sigma = 200 \text{ gr} = \frac{200}{1000} = 0.2 \text{ kg}$$

باید بر حسب کیلوگرم شود:

$$P(\bar{X} \geq 2.2) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq \frac{2.2 - 2}{\frac{0.2}{\sqrt{9}}}\right) = P\left(Z \geq \frac{0.2}{\frac{0.2}{3}}\right) = P(Z \geq 3) = 0.0044$$



به شکل دقت کنید:

۴۲- گزینه «۱» با توجه به مطلب گفته شده در فصل به صورت زیر :

$$\text{Var}(\bar{X}) = \begin{cases} \frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری بدون جایگذاری} \\ \frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری با جایگذاری} \end{cases}$$

می‌دانیم که $\frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n} < \frac{\sigma^2}{n}$ ضریب تصحیح واریانس، همواره عددی بین صفر و یک است بنابراین واریانس میانگین نمونه را کوچکتر خواهد کرد:

و می‌دانیم در صورتی که تعداد نمونه نسبت به جامعه کوچک باشد یعنی $(\frac{n}{N} \leq 0.05)$ باشد از ضریب تصحیح واریانس $\frac{N-n}{N-1}$ در شرایط نمونه‌گیری

بدون جایگذاری چشم‌پوشی شده و با حالت با جایگذاری برابر خواهد شد. بنابراین:

برای نمونه‌های کوچک واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری از واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری کوچکتر است و برای نمونه‌ای بزرگ واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری با واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری برابر است.

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = 4 \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = 2$$

۴۳- گزینه «۳» از واریانس میانگین نمونه استفاده کرده خواهیم داشت:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = \frac{12}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 6 \Rightarrow n = 36$$

۴۴- گزینه «۱» توزیع جامعه نامعلوم است اما $n > 30$ می‌باشد طبق قضیه حد مرکزی توزیع میانگین نمونه نرمال است.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu = 50, \frac{\sigma^2}{n} = \frac{(10)^2}{100}\right)$$

$$P(\bar{X} < 48) = P\left(Z < \frac{48 - 50}{\frac{10}{\sqrt{100}}}\right) = P(Z < -2) = 0.0244 = 2.44\%$$

$$P(15 < X < 45) = P(|X - 30| < 15) \geq 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} = 0.89, \quad K = 3$$

۴۵- گزینه «۴» از قضیه چیبی شف استفاده می‌کنیم:

۴۶- گزینه «۲» از قانون چیبی شف زمانی استفاده می‌شود که توزیع جامعه نامعلوم و یا توزیع میانگین نامشخص باشد.

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \times \frac{\sigma^2}{n}$$

۴۷- گزینه «۱» زمانیکه نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد:



۴۸- گزینه «۲» طبق تعریف همواره $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$ می‌باشد.

۴۹- گزینه «۲» به دلیل اینکه توزیع خود جامعه نرمال است توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}$ نیز بدون توجه به حجم نمونه نرمال است.

۵۰- گزینه «۴» زمانی که انحراف معیار جامعه معلوم باشد برای فاصله اطمینان از آزمون نرمال استفاده می‌کنیم.

$$s_{\bar{X}} = \frac{a}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{64}} = \frac{16}{8} = 2$$

۵۱- گزینه «۱» خطای معیار عبارتست از انحراف معیار میانگین نمونه $(S_{\bar{X}})$ و داریم:

$$P(|\bar{X} - E(X)| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

۵۲- گزینه «۳» طبق رابطه چیبی‌شف که به صورت روبرو داریم مقدار k را به دست می‌آوریم:

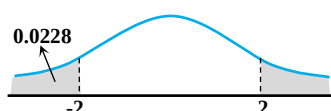
$$\Rightarrow \mu - k\sigma = 63 \Rightarrow 75 - 8k = 63 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \mu + k\sigma = 87 \Rightarrow 75 + 8k = 87$$

$$\%(1 - \frac{1}{(\frac{3}{2})^2}) = 55\%$$

بنابراین حداقل احتمال برابر با $\%(1 - \frac{1}{k^2})$ می‌باشد که این مقدار برابر است با:

۵۳- گزینه «۲» ابتدا میانگین نمونه را استاندارد می‌کنیم سپس آن را با مقدار احتمال استاندارد شده مقایسه می‌کنیم و مقدار n را محاسبه می‌کنیم: (به شکل توجه کنید)



$$P(\bar{X} > 69) = P(Z > \frac{69 - 72}{\frac{12}{\sqrt{n}}}) = 0.0228$$

$$P(Z > 2) = P(Z < -2) = 0.0228$$

$$P(Z < \frac{-\sqrt{n}}{4}) = 0.0228$$

$$P(Z < -2) = 0.0228 \Rightarrow -\frac{\sqrt{n}}{4} = -2 \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

۵۴- گزینه «۱» با توجه به نامساوی چیبی‌شف به دلیل آنکه گفته شده بیشتر از ۱۲ هزار تومان "یا" کمتر از ۸ هزار تومان این احتمال حداکثر است.

$$P(X > 12) + P(X < 8) = P(|X - 10| \geq 2) \leq \frac{1}{k^2} = \frac{1}{4}, \quad \sigma = 1 \Rightarrow k\sigma = k$$

۵۵- گزینه «۴» با توجه به $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ مقدار آن را استاندارد کرده خواهیم داشت:

$$P(190 < \bar{X} < 210) = P(\frac{190 - 200}{\frac{30}{\sqrt{36}}} < Z < \frac{210 - 200}{\frac{30}{\sqrt{36}}}) = P(-2 < Z < 2) = 95\%$$

۵۶- گزینه «۳» طبق قضیه چیبی‌شف $P(\bar{X} - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{k^2} = 0.96 \Rightarrow \frac{1}{k^2} = 1 - 0.96 = 0.04 \Rightarrow k = 1/25$

$$\mu \pm k\sigma \Rightarrow (9/8 - (1/25)(1/2), 9/8 + (1/25)(1/2)) = (8/3, 11/3)$$

۵۷- گزینه «۲» هرگاه یک نمونه n تایی از یک جامعه که حجم آن مشخص و برابر با N عضو که دارای میانگین μ_X و واریانس مشخص σ_X^2 است

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{50}} \cdot \sqrt{\frac{626-50}{625}} = 1/92$$

انتخاب شود انحراف معیار توزیع میانگین نمونه برابر خواهد بود با:

(توجه کنید نمونه‌گیری بدون جایگذاری است)

$$\begin{cases} \text{Var}(\bar{X}_1) = 15 \\ n_1 = 48 \end{cases} ; \begin{cases} \text{Var}(\bar{X}_2) = 9 \\ n_2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \text{Var}(\bar{X}_1) + \text{Var}(\bar{X}_2)$$

۵۸- گزینه «۴»

چون $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ مستقلند در نتیجه کوواریانس آنها صفر است.



$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \begin{cases} \sigma_{\bar{X}_1}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n} = \frac{15}{48} \\ \sigma_{\bar{X}_2}^2 = \frac{\sigma_2^2}{n} = \frac{9}{36} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{15}{48} + \frac{9}{36}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

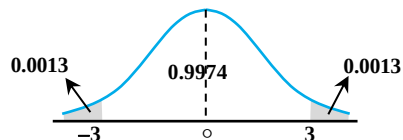
۵۹- گزینه «۱» از رابطه انحراف معیار، میانگین نمونه استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{\sqrt{14}}{3} \times \sqrt{\frac{65-9}{65-1}} = 1/167 \approx 1/16$$

۶۰- گزینه «۳» در نمونه‌ای به حجم n از جامعه‌ای N تایی واریانس میانگین نمونه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Var}(\bar{X}) = \begin{cases} \frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری بدون جایگذاری} \\ \frac{\sigma^2}{n} & \text{نمونه‌گیری با جایگذاری} \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{واریانس میانگین نمونه‌ای با جایگذاری}}{\text{واریانس میانگین نمونه‌ای بدون جایگذاری}} = \frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}} = \frac{N-1}{N-n}$$

۶۱- گزینه «۲» با توجه به اینکه توزیع میانگین نمونه نرمال است آن را به صورت زیر استاندارد می‌کنیم:



$$X \sim N(\mu = 15, \sigma^2 = 3^2)$$

$$P(\bar{X} > 18) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{18 - 15}{\frac{3}{\sqrt{9}}}\right) = P(Z > 3) = 0.0013$$

۶۲- گزینه «۲» از رابطه واریانس میانگین نمونه استفاده می‌کنیم و در رابطه جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sigma_{\bar{X}} = 2 \\ \sigma = 12 \end{cases} \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = \frac{12}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 6 \Rightarrow \boxed{n = 36}$$

۶۳- گزینه «۴» از رابطه $\text{Var}(a\bar{X}_1 \pm b\bar{X}_2) = a^2 \text{Var}(\bar{X}_1) + b^2 \text{Var}(\bar{X}_2) \pm 2ab \text{COV}(\bar{X}_1, \bar{X}_2)$ استفاده می‌کنیم و توجه کنید که به دلیل آنکه دو نمونه مستقل اند کواریانس صفر است:

$$\begin{cases} \text{Var}(4\bar{X}_1 - 3\bar{X}_2) = 4^2 \text{Var}(\bar{X}_1) + (-3)^2 \text{Var}(\bar{X}_2) = 16 \frac{\sigma^2}{n_1} + 9 \frac{\sigma^2}{n_2} = \sigma^2 \left(\frac{16}{n_1} + \frac{9}{n_2} \right) \\ \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \end{cases}$$

۶۴- گزینه «۳» قضیه حد مرکزی بیان می‌داشت که توزیع میانگین نمونه نرمال است $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ با توجه به اینکه تابع احتمال داده شده یک تابع برنولی است میانگین و واریانس آن به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X \sim B(1, \theta) \rightarrow \begin{cases} \mu = E(X) = \theta \\ \sigma^2 = \text{Var}(X) = \theta(1 - \theta) \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{X} - \theta}{\sqrt{\frac{\theta(1 - \theta)}{n}}}$$

۶۵- گزینه «۱» با توجه به اینکه اشاره‌ای به نوع توزیع جامعه نشده است توزیع میانگین نمونه به صورت زیر است:

$$\begin{cases} E(\bar{X}) = \mu \text{ (میانگین جامعه)} \\ \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \xrightarrow{n=1} \text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2 \text{ (واریانس جامعه)} \end{cases}$$

پس تنها در صورتی که تعداد نمونه‌ها $(n = 1)$ باشد توزیع میانگین نمونه با توزیع داده‌ها (جامعه) یکی می‌شود.



۶۶- گزینه «۱» همواره طبق تعریف قانون قوی اعداد بزرگ برنولی:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - p\right| < \varepsilon\right) = 1$$

۶۷- گزینه «۲» طبق تعریف احتمال آنکه قدرمطلق تفاضل فراوانی نسبی یک حادثه از احتمالش کوچکتر از هر عدد مثبتی مانند ε باشد با افزایش n برابر

با ۱ است:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{N_A}{N} - p\right| < \varepsilon\right) = 1$$

۶۸- گزینه «۲» قانون اعداد بزرگ خاصیت چپ بی شف به صورت روبرو تعریف می‌شود:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left[\left|\frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum a_i}{n}\right| < \varepsilon\right] = 1$$

۶۹- گزینه «۱» در صورتیکه $n > 0.5N$ باشد خواهیم داشت:

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \times \frac{\sigma^2}{n}$$

۷۰- گزینه «۳»

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{\sigma_x}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{1/24}{0/62} = 2 \Rightarrow n = 2^2 = 4$$

۷۱- گزینه «۱» با توجه به رابطه $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ با بزرگ‌تر شدن مخرج واریانس نمونه‌ای کوچک می‌شود.

۷۲- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. $n = 100$ بزرگ است پس از توزیع نرمال استفاده می‌کنیم.

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq 2/5) = P(Z \leq \frac{2/5}{-2/5}) = P(Z \leq 1) = 0/84$$

۷۳- گزینه «۳» با توجه به صورت مسئله: $N = 97$, $\sigma^2 = 6$, $n = 16$

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n} = \frac{97-16}{97-1} \times \frac{6}{16} = \frac{81}{96} \times \frac{6}{16} = \frac{81}{16 \times 16} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{81}{16 \times 16}} = \frac{9}{16} = 0/5625$$

۷۴- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه‌ی انحراف معیار استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{12}{64}} = \frac{\sqrt{12}}{8}$$

ولی اگر انحراف معیار برابر با ۱۲ باشد که به نظر می‌رسد منظور طراح نیز همین بوده است:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{64}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1/5 \quad (\text{گزینه ۳})$$

۷۵- گزینه «۱» با توجه به قضیه حد مرکزی، کاربرد حداقل نمونه ۳۰ تایی باعث ایجاد تقارن در توزیع $\bar{X}$ می‌گردد.

۷۶- گزینه «۲» نامساوی چپ بی شف به صورت روبرو است:

$$P(\mu - K\sigma \leq X \leq \mu + K\sigma) \geq 1 - \frac{1}{K^2}$$

$$\begin{cases} \mu - K\sigma = 67 \\ \mu + K\sigma = 77 \end{cases} \Rightarrow 77 - 3K = 67 \Rightarrow K = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{K^2} = 1 - \frac{1}{(\frac{5}{3})^2} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \times 100 = 64\%$$

بنابراین حداقل ۶۴٪ از داده‌ها در این فاصله قرار می‌گیرند.

فصل ششم

«نظریه برآورد»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

کدام یک از موارد زیر در مورد فاصله اطمینان یک پارامتر آماری مصداق ندارد؟ هر قدر ، طول فاصله اطمینان کمتر می‌شود.

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) حجم نمونه بیشتر باشد. (۲) واریانس تخمین زننده نقطه‌ای کمتر شود.
(۳) واریانس جامعه آماری کمتر شود. (۴) ضریب اطمینان بالاتر رود.

در یک نمونه تصادفی به حجم $n = 400$ از خانوارهای ساکن در شهر تهران مشخص شد که ۸۰ خانوار دارای اتومبیل هستند. فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی خانوارهای ساکن در شهر تهران که دارای اتومبیل هستند، کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) $0.16 - 0.24$ (۲) $0.18 - 0.22$ (۳) $0.14 - 0.26$ (۴) $0.15 - 0.25$

اگر بخواهیم نسبت افراد بیکار در یک شهر بزرگ را با خطای ۱٪ و ضریب اطمینان ۹۵٪ برآورد کنیم، در صورت فقدان هر نوع اطلاع دیگر، حجم نمونه مناسب چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) ۱۰۰۰۰ (۲) ۵۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۵۰۰

در یک نمونه تصادفی ۳ تایی از کارمندان یک شرکت، حقوق ماهیانه پرداختی ۹۱، ۸۹ و ۹۰ هزار تومان بوده است. فاصله اطمینان ۹۰٪ برای میانگین حقوق ماهیانه کارمندان این شرکت کدام است؟ ($t = 2/9$).

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) $90 \pm \frac{2/9}{\sqrt{3}}$ (۲) $91 \pm \frac{0/97}{3\sqrt{3}}$ (۳) $90 \pm 0/97$ (۴) $90 \pm \frac{5/8}{3\sqrt{3}}$

برآوردکننده ناریب برای پارامتر θ هستند. ضریب a چقدر باشد تا آماره $T = 2U_1 + aU_2$ یک برآوردکننده ناریب برای پارامتر θ باشد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

برآوردکننده‌ای بهتر است که دارای کم‌ترین باشد.

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

- (۱) اریب (تورش) (۲) انحراف معیار (۳) میانگین مجذور خطا (۴) خطا

اگر بخواهیم متوسط درآمد خانوارها را در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$ و حداکثر خطا $\epsilon = 0.01$ در یک شهر تخمین بزنیم. به فرض این که واریانس جامعه برابر ۰/۲۵ باشد، حجم نمونه لازم کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

- (۱) ۱۹۲۰۸ (۲) ۲۴۰۱ (۳) ۴۸۰۲ (۴) ۹۶۰۴

اگر یک نمونه تصادفی $X_1, X_2, \dots, X_n$ از یک جامعه با میانگین μ و واریانس σ^2 گرفته شده باشد، تخمین زننده زیر در مقایسه با $\bar{X}$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$\hat{\mu} = \frac{2}{n(n+1)} (X_1 + 2X_2 + 3X_3 + \dots + nX_n) \quad \text{چگونه است؟}$$

- (۱) کاراتر از $\bar{X}$ است. (۲) تخمین زننده با تورش از μ است.

(۳) تخمین زننده بدون تورش است و نسبت به $\bar{X}$ کارایی بیشتری دارد. (۴) تخمین زننده بدون تورش است و نسبت به $\bar{X}$ کارایی کمتری دارد.

در ساختن فاصله اطمینان برای میانگین، اگر حجم نمونه افزایش پیدا کند، کدام عبارت درست است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

- (۱) طول فاصله اطمینان کاهش می‌یابد. (۲) طول فاصله اطمینان افزایش می‌یابد.
(۳) طول فاصله اطمینان بدون تغییر می‌ماند. (۴) واریانس نمونه‌ای، S^2 ، افزایش می‌یابد.

به منظور برآورد میانگین یک جامعه نرمال با واریانس ۴، در نظر است یک نمونه تصادفی انتخاب گردد. اگر دقت برآورد ۰/۴ باشد، حجم نمونه تحقیق در سطح خطای ۵٪، کدام است؟

(حسابداری - سراسری ۸۱)

- (۱) ۹۴ (۲) ۹۷ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۳



۱۱- نمونه‌ای به اندازه‌ی n از جامعه‌ی نرمالی انتخاب شده است و براساس نمونه، برآورد کننده‌ی واریانس به صورت $S^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2$ تعریف شده است. امید ریاضی آن کدام است؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

$$\sigma^2 \quad (1) \quad \frac{\sigma^2}{n} \quad (2) \quad \frac{(n-1)\sigma^2}{n} \quad (3) \quad n\sigma^2 \quad (4)$$

۱۲- در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال با پارامتر مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ ، میانگین حسابی $\bar{x} = 50$ بدست آمده است. خطای حد ممکن (ع) با احتمال اعتماد 95% در ارزیابی پارامتر μ کدام است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

$$1/96 \quad (1) \quad 3/92 \quad (2) \quad 2/33 \quad (3) \quad 1/64 \quad (4)$$

۱۳- از جامعه‌ای نرمال با واریانس 100 و در سطح $\alpha = 5\%$ نمونه‌ای با چه حجمی انتخاب کنیم تا حداکثر خطای حدی از $1/4$ تجاوز نکند؟ (حسابداری - آزاد ۸۱)

$$392 \quad (1) \quad 196 \quad (2) \quad 98 \quad (3) \quad 49 \quad (4)$$

۱۴- برآورد کننده‌ی بدون توری از پارامتر θ جامعه‌ای که دارای تابع چگالی احتمال زیر است کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2}{\theta} & 0 \leq x \leq \theta \\ f(x) = 0 & \text{برای سایر مقادیر } x \end{cases} \quad \begin{matrix} \hat{\theta} = X - 2 \quad (1) \\ \hat{\theta} = \frac{1}{2}X \quad (2) \\ \hat{\theta} = X \quad (4) \\ \hat{\theta} = 2X \quad (3) \end{matrix}$$

۱۵- مقدار فروش یک شرکت تجاری که دارای توزیع نرمال است، در یک نمونه تصادفی ۳ تایی 20 ، 22 و 21 میلیون تومان بوده است. فاصله اطمینان $1-\alpha$ درصد برای میانگین فروش کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$21 \pm \frac{2}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad (1) \quad 21 \pm \frac{2}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad (2) \quad 21 \pm z_{\alpha/2} / \sqrt{2} \quad (3) \quad 21 \pm z_{\alpha/2} / \sqrt{3} \quad (4)$$

۱۶- به منظور برآورد نسبت خاصی در جامعه با خطای 10% درصد و ضریب اطمینان 95% درصد، حداقل حجم نمونه مناسب چقدر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$$30 \quad (1) \quad 80 \quad (2) \quad 100 \quad (3) \quad 400 \quad (4)$$

۱۷- برای تخمین میانگین μ در جامعه‌ای با واریانس σ^2 نمونه‌ای تصادفی به حجم 3 را انتخاب کرده و سه تخمین‌زن زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\text{i) } W_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{6} \quad \text{ii) } W_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6} \quad \text{iii) } W_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲) X_1 و X_2 و X_3 مقادیر مشاهده شده در نمونه می‌باشند. آن‌گاه:

(۱) W_1 و W_2 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_3 نسبت به W_1 کارآتر است.

(۲) W_1 و W_2 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_3 نسبت به W_2 کارآتر است.

(۳) W_1 و W_2 و W_3 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند.

(۴) W_1 و W_2 تخمین‌زن‌های بدون تورش برای μ هستند و W_3 نسبت به W_1 کارآتر است.

۱۸- از جامعه‌ای که متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ توزیع شده است. برای تخمین پارامتر μ نمونه تصادفی n تایی انتخاب می‌شود، اگر دقت برآورد ± 2 باشد، و میزان سطح اطمینان 95% باشد، حجم نمونه (n) چقدر است؟

$$\text{(راهنمایی: } \int_{-4}^{-2} f(y) dy = 0.025 \text{ و } \int_{-4}^{-1/96} f(z) dz = 0.025 \text{)}$$

$$97 \quad (1) \quad 100 \quad (2) \quad 112 \quad (3) \quad 400 \quad (4)$$

۱۹- اگر تعداد نمونه $n = 5$ ، میانگین و انحراف معیار نمونه به ترتیب 50 و $1/581$ باشد، و جامعه آماری نرمال باشد، مقدار خطای نمونه‌گیری (ع)

$$\text{(حسابداری - سراسری ۸۲) (راهنمایی: } Z_{0.025} = 1/96, t_{0.025} = 2/776 \text{)}$$

$$1/39 \quad (1) \quad 1/96 \quad (2) \quad 4/38 \quad (3) \quad 6/21 \quad (4)$$

۲۰- اگر بخواهیم بهترین برآورد کننده را از بین برآورد کننده‌های اریب و نا اریب انتخاب کنیم، معیار گزینش عبارت خواهد بود از: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

$$\begin{matrix} (1) \text{ کمترین میانگین مجذور خطا} \\ (2) \text{ کمترین واریانس} \\ (3) \text{ نا اریب بودن} \\ (4) \text{ نا اریب بودن و نا اریب بودن مجانبی} \end{matrix}$$

۲۱- اگر بخواهیم نرخ بیکاری در جامعه را در سطح معنی‌دار $\alpha = 0.05$ با حداکثر خطای تخمین $e = 0.01$ برآورد کنیم، حجم نمونه انتخابی چقدر باید باشد؟
(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

$$(Z_{0.025} = 2)$$

$$100 (4)$$

$$500 (3)$$

$$10000 (2)$$

$$5000 (1)$$

۲۲- از خط تولید کارگاهی که اجزای ماشینی خاص را تولید می‌کند، نمونه تصادفی به حجم $n = 64$ واحد انتخاب و صفت X برای آنها اندازه‌گیری گردید. متوسط و واریانس X برای نمونه $\bar{x} = 33$ و $s^2 = 256$ به دست آمده است. فاصله اعتماد با احتمال $\gamma = 1 - \alpha = 0.90$ برای متوسط واقعی کدام است؟
(مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$(30/61, 38/71) (4)$$

$$(18/64, 40/31) (3)$$

$$(34/21, 46/76) (2)$$

$$(29/71, 36/29) (1)$$

۲۳- قیمت کالایی در سطح شهر دارای توزیع نرمال است. این کالا در سه مغازه که به تصادف انتخاب شده است دارای قیمت‌های ۲۴، ۲۵ و ۲۶ تومان بوده است. فاصله اطمینان $1 - \alpha$ درصد برای میانگین قیمت این کالا در سطح شهر کدام است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$25 \pm \frac{\sqrt{2}}{3} Z_{\alpha/2} (4)$$

$$25 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} (3)$$

$$25 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} Z_{\alpha/2} (2)$$

$$25 \pm \frac{\sqrt{2}}{3} t_{\alpha/2, 2} (1)$$

۲۴- حداقل حجم نمونه مناسب برای تخمین نسبت افرادی که در انتخابات آینده شرکت می‌کنند با خطای ۲ درصد و ضریب اطمینان ۹۵٪ تقریباً چقدر است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$10000 (4)$$

$$7500 (3)$$

$$5000 (2)$$

$$2500 (1)$$

۲۵- معاون اداری مالی دانشگاهی بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از دانشجویان مشاهده کرده است که ۸۰ نفر از آنها از کمک هزینه تحصیلی استفاده می‌کنند. فاصله اطمینان ۹۰ درصدی نسبت واقعی دانشجویانی که از کمک هزینه تحصیلی استفاده می‌کنند، کدام است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$0.8 \pm 0.0822 (4)$$

$$0.8 \pm 0.0520 (3)$$

$$0.8 \pm 0.0784 (2)$$

$$0.8 \pm 0.0658 (1)$$

۲۶- از یک جامعه یک نمونه ۶۴ عضوی با انحراف معیار ۴ و میانگین $11/02$ انتخاب شده است با ۹۵ درصد اطمینان میانگین در کدام فاصله است؟
(سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی - سراسری ۸۳)

$$(10, 12/04) (4)$$

$$(10, 12/22) (3)$$

$$(10/04, 12) (2)$$

$$(10/22, 11/82) (1)$$

۲۷- تعداد حجم نمونه انتخابی جهت محاسبه نرخ بیکاری جامعه در سطح اطمینان ۹۵٪ و خطای ۱٪ تقریباً برابر است با:
(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

$$1,000 (4)$$

$$10,000 (3)$$

$$100,000 (2)$$

$$1,000,000 (1)$$

۲۸- به منظور مطالعه دستمزد کارگران ساختمانی روزمزد، در یک روز معین از بین آنها $n = 16$ کارگر به طور تصادفی انتخاب می‌شود: فاصله اعتماد با احتمال اعتماد $1 - \alpha = \gamma$ برای میانگین دستمزد روزانه کارگران ساختمانی، با فرض اینکه در نمونه انتخاب شده میانگین دستمزد روزانه $\bar{x} = 200$ تومان و $s^2 = 1600$ تومان به دست آمده باشد کدام است؟
(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$(155/3, 244/7) (4)$$

$$(102/3, 217/6) (3)$$

$$(167/1, 255/9) (2)$$

$$(144/4, 245/8) (1)$$

۲۹- از نمونه‌ای به حجم $n = 25$ ، میانگین نمونه $\bar{x} = 40$ و انحراف معیار $s = 5$ به دست آمده است. اگر توزیع جامعه نرمال باشد. تخمین فاصله‌ای برای میانگین جامعه (μ) در سطح $\alpha = 5\%$ کدام است؟
(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

$$35 \text{ و } 45 (4)$$

$$38/04 \text{ و } 41/96 (3)$$

$$36/16 \text{ و } 43/84 (2)$$

$$39/8 \text{ و } 40/2 (1)$$

۳۰- در سطح اعتماد $1 - \alpha = \gamma$ کدام یک از فواصل اعتماد ذیل کوتاه‌تر است؟
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$$\bar{X} - Z_{\gamma\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\gamma\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (2)$$

$$\bar{X} - Z_{\gamma\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\gamma\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (1)$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (4)$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (3)$$

۳۱- اگر بخواهیم نرخ بیکاری را در سطح معنی‌دار بودن $\alpha = 0.05$ و حداکثر حاشیه خطای $e = 0.01$ برآورد کنیم حجم نمونه لازم با فرض $\sigma^2 = 0.25$ چقدر بایستی باشد (برای متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z داریم: $P(Z > 1/96) = 0.025$)
(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

$$38416 (4)$$

$$9604 (3)$$

$$4900 (2)$$

$$49 (1)$$



۳۲- از جامعه‌ای که متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ توزیع شده است. برای تخمین پارامتر μ نمونه تصادفی n تایی انتخاب می‌شود، اگر دقت برآورد ± 2 باشد و میزان سطح اطمینان ۹۵٪ باشد حجم نمونه (n) چقدر است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

$$\int_{-f}^{-2} f(y)dy = 0.22, \int_{-f}^{-1/96} f(z)dz = 0.25 \quad (\text{راهنمایی})$$

۱۱۲ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۷ (۲)

۴۰ (۱)

۳۳- اگر انحراف معیار جامعه ۱۶ و میزان خطای برآورد ۴ باشد، حداقل تعداد نمونه لازم برای بدست آوردن فاصله‌ی اطمینان ۹۵٪ میانگین کدام است؟ ($Z_{\alpha/2} = 1/96$ است) (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

۱۰۰ (۴)

۹۶ (۳)

۶۴ (۲)

۶۱/۵ (۱)

۳۴- در جامعه‌ای به حجم ۱۰ نمونه‌های تصادفی بدون جایگذاری به حجم ۴ را در نظر می‌گیریم. در این نمونه‌های ممکن، هر واحد جامعه چند بار تکرار می‌شود؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۴)

۸۴ (۴)

۱۲۶ (۳)

۲۱۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۳۵- تقاضا برای کالای X که دارای توزیع نرمال است طی ۳۶ روز دارای میانگین نمونه‌ای $\bar{X} = 50$ و انحراف معیار $s = 5$ به دست آمده است. تخمین فاصله‌ای برای میانگین جامعه (μ) در سطح $\alpha = 5\%$ کدام است؟ (حسابداری - آزاد ۸۴)

۴۸/۳۷ و ۵۱/۶۳ (۴)

۴۶/۴۷ و ۵۳/۷۵ (۳)

۴۹/۴۵ و ۵۰/۵۵ (۲)

۴۷/۴۷ و ۵۲/۶۹ (۱)

۳۶- از جامعه‌ای دارای توزیع نرمال با واریانس 50 و در سطح $\alpha = 5\%$ نمونه‌ای با چه حجمی انتخاب کنیم تا حداکثر خطای حدی از $1/4$ تجاوز نکند. (حسابداری - آزاد ۸۴)

۴۹ (۴)

۳۹۲ (۳)

۱۹۶ (۲)

۹۸ (۱)

۳۷- برای تخمین نسبت موفقیت‌ها در جامعه‌ای، دو نمونه تصادفی مستقل به حجم‌های n_1, n_2 از جامعه گرفته و برآورد $\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$ پیشنهاد شده است که در آن X_1, X_2 تعداد موفقیت‌ها در نمونه اول و دوم است. کمیت انتظاری (امید ریاضی) این برآورد کننده کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$\frac{2p}{n_1 + n_2} \quad (۴)$$

$$\frac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2} \quad (۳)$$

$$\frac{2\mu_X}{n_1 + n_2} \quad (۲)$$

p (۱)

۳۸- اگر بخواهیم نرخ بیکاری را در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$ و حداکثر حاشیه خطای $e = 0.01$ برآورد کنیم، حجم نمونه لازم تقریباً چقدر باید باشد؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

۴۰۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰۰ (۳)

۵۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۳۹- فاصله اطمینان $1 - \alpha$ برای واریانس جامعه‌ای با توزیع نرمال چیست؟ (α برای دنباله راست توزیع تعریف شده است) (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2} < \sigma^2 < \frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2} \quad (۲)$$

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2} \quad (۴)$$

$$\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2} < \sigma^2 < \frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2} \quad (۱)$$

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2} \quad (۳)$$

۴۰- یک نمونه تصادفی متشکل از ۶۴ لامپ نشان می‌دهد که عمر متوسط نمونه ۳۵۰ ساعت است. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای متوسط طول عمر واقعی لامپ‌ها با فرض $\sigma_X = 100$ عبارت است از: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

۳۲۵/۵ تا ۳۷۴/۵ (۴)

۲۵۰/۵ تا ۴۴۹/۵ (۳)

۱۵۴ تا ۵۴۶ (۲)

۱۵۰ تا ۵۵۰ (۱)

۴۱- کدام یک از برآوردها از واریانس جامعه، نارایب (بدون تورش) می‌باشند؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

$$S^2 = (\bar{X} - \mu)^2 \quad (۴)$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n} \quad (۳)$$

$$S^2 = \frac{n(\bar{X} - \mu)^2}{n-1} \quad (۲)$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n-1} \quad (۱)$$

۴۲- انحراف معیار یک جامعه ۱۰ و میزان خطای برآورد آن ۲/۵ باشد. حداقل تعداد نمونه لازم برای فاصله اطمینان ۹۰٪ میانگین کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

$$P(Z < -1/64) = 0/05$$

$$56 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

$$81 \quad (2)$$

$$64 \quad (1)$$

۴۳- اگر $\bar{P}$ آماره p در نمونه‌های n تایی از جامعه N عضو باشد، σ_p^2 کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

$$\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{N} \quad (4)$$

$$np(1-p) \quad (3)$$

$$\frac{p(1-p)}{N} \quad (2)$$

$$\frac{p(1-p)}{n} \quad (1)$$

۴۴- صفت متغیر تصادفی در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ مجهول و با واریانس $\sigma^2 = 40$ توزیع می‌شود. به منظور ارزیابی پارامتر μ با حداکثر خطای ممکنه $\epsilon = 4$ ، با احتمال اعتماد $1 - \alpha = 0/95$ چه حجم نمونه‌ای مورد نیاز است؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

$$n = 15 \quad (4)$$

$$n = 5 \quad (3)$$

$$n = 20 \quad (2)$$

$$n = 10 \quad (1)$$

۴۵- بر اساس میانگین حسابی ($\bar{X}$) در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال $N(\mu = ?, \sigma^2 = 40)$ فاصله اعتماد برای پارامتر μ با احتمال

اعتماد $1 - \alpha = 0/95$ به صورت $(\bar{L}, \bar{I}) = (85, 95)$ بدست آمده است. کدامیک از گزینه‌های زیر در رابطه با مقدار پارامتر μ در جامعه صحیح است؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

$$\mu = 98 \quad (4)$$

$$\mu = 96 \quad (3)$$

$$\mu = 86 \quad (2)$$

$$\mu = 84 \quad (1)$$

۴۶- در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال با پارامتر مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ میانگین حسابی $\bar{x} = 50$ بدست آمده است. خطای

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

حدی ممکن (ϵ) با احتمال اعتماد $0/95$ در ارزیابی پارامتر μ کدام است؟

$$1/64 \quad (4)$$

$$2/33 \quad (3)$$

$$1/96 \quad (2)$$

$$3/92 \quad (1)$$

۴۷- برای برآورد میانگین یک جامعه نرمال، حجم نمونه چقدر باید باشد تا حداکثر خطای برآورد برابر $\frac{1}{4}$ انحراف معیار جامعه باشد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$(Z_{0/025} \approx 2)$$

$$64 \quad (4)$$

$$52 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

۴۸- برآورد فاصله‌ای مجموع متوسط وزن مسافر (μ_1) و بار همراه وی (μ_2) در یک پرواز براساس یک نمونه تصادفی n_1 تایی از مسافران و یک

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳ و ۸۶)

نمونه تصادفی n_2 تایی مستقل از بار همراه مسافران کدام است؟

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}, r} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad (2)$$

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad (1)$$

$$(\mu_1 + \mu_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}, r} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \quad (4)$$

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad (3)$$

۴۹- نمرات یک نمونه تصادفی ۳ تایی از دانشجویان کلاسی که دارای توزیع نرمال است ۱۶، ۱۵ و ۱۷ بوده است. فاصله اطمینان ۹۰٪ برای میانگین

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

نمرات دانشجویان کدام است؟ ($t \approx 3$)

$$13/7 - 18/3 \quad (4)$$

$$0/402 - 0/598 \quad (3)$$

$$14/3 - 17/7 \quad (2)$$

$$15/3 - 16/7 \quad (1)$$

۵۰- بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از نوزادان تازه متولد شده، ۵۰ نفر پسر بوده‌اند. فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی پسران متولد

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

شده کدام است؟ ($Z_{0/025} = 1/96, Z_{0/05} = 1/64$)

$$0/4918 - 0/5082 \quad (4)$$

$$0/402 - 0/598 \quad (3)$$

$$0/4903 - 0/5097 \quad (2)$$

$$0/418 - 0/582 \quad (1)$$

۵۱- اگر $\hat{\theta}$ برآوردکننده پارامتر θ با اریب (تورش) $k\theta + 5$ باشد، کدام برآوردکننده زیر نااریب (بدون تورش) است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$(k+1)\hat{\theta} + \frac{5}{k+1} \quad (4)$$

$$\frac{\hat{\theta}}{k} - \frac{5}{k+1} \quad (3)$$

$$\frac{\hat{\theta} - 5}{k+1} \quad (2)$$

$$\frac{\hat{\theta} - 5}{k} \quad (1)$$

۵۲- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال باشد. اگر واریانس جامعه نصف شود آن‌گاه طول فاصله اطمینان: (محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$2 \text{ برابر می‌شود.} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \text{ برابر می‌شود.} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ برابر می‌شود.} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \text{ برابر می‌شود.} \quad (1)$$



۵۳- در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی از تولیدات کارخانه‌ای ۸۹ کالا سالم و بقیه معیوب هستند. یک بازه ۹۰٪ برای نسبت تولیدات سالم عبارتست از: ($Z_{0.95} = 1/64, Z_{0.975} = 1/96$)

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

$$0.89 \pm 1/96 \sqrt{\frac{0.89 \times 0.11}{100}} \quad (4) \quad 0.89 \pm 1/96 \sqrt{\frac{0.89 \times 0.11}{99}} \quad (3) \quad 0.89 \pm 1/64 \sqrt{\frac{0.89 \times 0.11}{100}} \quad (2) \quad 0.89 \pm 1/64 \sqrt{\frac{0.89 \times 0.11}{99}} \quad (1)$$

۵۴- سه تخمین‌زننده $T_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$ و $T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3$ و $T_3 = \frac{1}{8}X_1 + \frac{2}{8}X_2 + \frac{5}{8}X_3$

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

وجود دارند. کدام رابطه بین واریانس آن‌ها برقرار است؟

$$\text{Var}(T_2) < \text{Var}(T_3) < \text{Var}(T_1) \quad (2)$$

$$\text{Var}(T_1) < \text{Var}(T_2) < \text{Var}(T_3) \quad (1)$$

$$\text{Var}(T_2) < \text{Var}(T_1) < \text{Var}(T_3) \quad (4)$$

$$\text{Var}(T_2) < \text{Var}(T_1) < \text{Var}(T_3) \quad (3)$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۵۵- برای ساختن فاصله اطمینان برای واریانس از توزیع استفاده می‌شود.

$$\chi^2 \quad (4)$$

$$Z \quad (3)$$

$$t \quad (2)$$

$$F \quad (1)$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۵۶- برای مقایسه دو واریانس از چه آزمونی استفاده می‌شود؟

$$\chi^2 \quad (4)$$

$$F \quad (3)$$

$$t \quad (2)$$

$$Z \quad (1)$$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

۵۷- کدام یک از گزینه‌های زیر دارای توزیع F می‌باشد؟

$$\text{هیچکدام} \quad (4)$$

$$(n-1) \frac{S}{\sigma} \quad (3)$$

$$(n-1) \frac{S_1}{S_2} \quad (2)$$

$$\frac{S_1}{S_2} \quad (1)$$

۵۸- یک نمونه تصادفی ۱۰۰ نفری از بین رای دهندگان یک شهر انتخاب و مشخص شده است که ۸۰٪ آنها به کاندیدی A رأی می‌دهند. یک

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

فاصله اطمینان ۹۰٪ برای نسبت افراد در جامعه که به A رأی خواهند داد برابر است با: ($Z_{0.95} = 1/64$)

$$(0.88 \text{ تا } 0.92) \quad (4)$$

$$(0.895 \text{ تا } 0.905) \quad (3)$$

$$(0.83 \text{ تا } 0.97) \quad (2)$$

$$(0.4 \text{ تا } 0.6) \quad (1)$$

۵۹- اگر بخواهیم نسبت افراد باسواد یک جامعه را با خطای ۰/۰۲ ± و ضریب اطمینان ۹۵٪ برآورد کنیم، تقریباً چه حجم نمونه‌ای مناسب است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$7500 \quad (4)$$

$$5000 \quad (3)$$

$$2500 \quad (2)$$

$$1000 \quad (1)$$

۶۰- وام مسکن پرداختی به یک نمونه تصادفی ۳ تایی از مشتریان بانک که دارای توزیع نرمال است، ۱۶، ۱۵ و ۱۷ میلیون تومان بوده است. فاصله

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

اطمینان $1-\alpha$ برای میانگین وام پرداختی بانک چقدر است؟

$$16 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad (4)$$

$$16 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} t_{\alpha/3, 3} \quad (3)$$

$$16 \pm \frac{Z_{\alpha}}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$16 \pm Z_{\alpha} \sqrt{3} \quad (1)$$

۶۱- فرض کنید $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ دو برآوردگر مستقل نارایب از پارامتر μ می‌باشند. به علاوه انحراف معیار $\hat{\mu}_1$ پنج برابر $\hat{\mu}_2$ است. با ترکیب $\hat{\mu}_1$ و $\hat{\mu}_2$ سه

برآوردگر بصورت روبرو برای برآورد μ پیشنهاد شده است:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

این برآوردگرها به ترتیب کارایی (از راست به چپ) عبارتند از:

$$W_1, W_3, W_2 \quad (4)$$

$$W_3, W_1, W_2 \quad (3)$$

$$W_2, W_1, W_3 \quad (2)$$

$$W_1, W_2, W_3 \quad (1)$$

۶۲- اگر توزیع x نرمال بوده و دو تخمین‌زننده $S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ و $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n}$ برای تخمین σ_x^2 موردنظر باشد، به ازای $n=10$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

ضریب کارایی (نسبت واریانس $\hat{\sigma}^2$ به S^2) چیست؟

$$1/1 \quad (4)$$

$$0/9 \quad (3)$$

$$0/81 \quad (2)$$

$$0/19 \quad (1)$$

۶۳- به منظور برآورد میانگین جامعه براساس یک نمونه تصادفی سه تایی، دو برآورد کننده A، B زیر پیشنهاد شده است. برای تشخیص آنکه کدام

یک برآورد کننده بهتری است، چه ملاکی کفایت می‌کند؟

$$B = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} + 2, \quad A = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{2}$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$\text{واریانس} + \text{تورش} \quad (4)$$

$$\text{واریانس} + (\text{تورش})^2 \quad (3)$$

$$\text{واریانس} \quad (2)$$

$$\text{تورش} \quad (1)$$

۶۴- برای تخمین نسبت موفقیت‌ها در جامعه‌ای دو نمونه تصادفی مستقل به حجم n_1, n_2 از جامعه گرفته شده و برآورد کننده زیر پیشنهاد شده

است که در آن X_1, X_2 تعداد موفقیت‌ها در نمونه اول و دوم است. کمیت انتظاری (امید ریاضی) این برآورد کننده کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$(1) p \quad (2) \mu_x \quad (3) \frac{p}{2n_1n_2} \quad (4) \frac{(n_1+n_2)\mu_x}{n_1+n_2}$$

۶۵- دو برآورد کننده $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ با ویژگی‌های زیر برای برآورد پارامتر θ پیشنهاد شده است: $\text{Var}(\hat{\theta}_2) = 5$ و $E(\hat{\theta}_2 - \theta) = 9$ و $\text{Var}(\hat{\theta}_1) = 6$ و $E(\hat{\theta}_1 - \theta) = 0$ آن‌گاه:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

(۱) $\hat{\theta}_2$ مناسب‌تر است چون کارا تر است. (۲) $\hat{\theta}_1$ مناسب‌تر است زیرا یک برآورد کننده نارایب (بدون تورش) است.

(۳) $\hat{\theta}_1$ مناسب‌تر است چون میانگین مجذور خطای آن (MSE) کمتر است. (۴) $\hat{\theta}_2$ مناسب‌تر است چون میانگین مجذور خطای آن (MSE) کمتر است.

۶۶- فرض کنید یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۱۶ انتخاب شده است و میانگین نمونه‌ای برابر با ۱۰ است. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین جامعه کدام است؟ ($Z_{0.025} = 2$)

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) 10 \pm \frac{8}{5} \quad (2) 10 \pm 2 \times \frac{16}{5} \quad (3) 10 \pm \frac{32}{25} \quad (4) 10 \pm \frac{16}{25}$$

۶۷- فردی برای جمع‌آوری اطلاعات و برآورد میانگین صفت در یک جامعه بزرگ با واریانس $\sigma^2 = 25$ چه تعداد نمونه باید انتخاب نماید تا با ۹۵٪ اطمینان خطای برآورد حداکثر ۱ باشد؟ ($Z_{0.025} = 2$)

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) 79 \quad (2) 85 \quad (3) 90 \quad (4) 100$$

۶۸- در یک نمونه تصادفی به حجم $n = 125$ از محصولات یک کارخانه دیده شده است که ۲۵ کالای تولیدی به‌طور غیر استاندارد تولید شده است. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت کالاهای معیوب تولیدی در یک کارخانه عبارتست از؟ ($Z_{0.025} = 2$)

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$(1) \frac{1}{5} \pm \frac{20}{125\sqrt{5}} \quad (2) \frac{1}{5} \pm \frac{125 \times 2}{\sqrt{125}} \quad (3) \frac{1}{5} \pm \frac{20}{5\sqrt{5}} \quad (4) \frac{1}{5} \pm \frac{125}{\sqrt{5}}$$

۶۹- یک برآورد کننده نارایب برای σ_x^2 کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$(1) \frac{\sum (X_i - \mu_x)^2}{n} \quad (2) \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (3) \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-2} \quad (4) \frac{\sum (X_i - \mu_x)^2}{n-1}$$

۷۰- برای تشخیص مناسب بودن برآورد کننده $\hat{\theta}$ برای پارامتر θ کدام یک از موارد زیر ملاک عمل است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$(1) E(\hat{\theta}) \quad (2) E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2 \quad (3) E(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (4) E(\hat{\theta}) + \text{var}(\hat{\theta})$$

۷۱- در میان تولیدات یک کارخانه معمولاً تعدادی کالای معیوب یافت می‌شود. اگر θ نسبت کالای معیوب باشد و در یک نمونه ۳۶ تایی ۶ کالای معیوب موجود باشد یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای θ عبارتست از: ($Z_{1-\alpha} = Z_{0.975} \approx 2$)

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$(1) \frac{1}{6} \pm \frac{1}{18} \sqrt{5} \quad (2) \frac{1}{6} \pm \frac{1}{18} \sqrt{\frac{5}{6}} \quad (3) \frac{5}{6} \pm \frac{1}{18} \sqrt{5} \quad (4) \frac{15}{6} \pm \frac{1}{18} \sqrt{\frac{5}{6}}$$

۷۲- احتمال موفقیت در یک آزمایش حدود ۵۰ درصد است. حجم نمونه را چقدر انتخاب کنیم تا با ۹۵ درصد اطمینان خطای برآورد برای این احتمال از ۰/۰۵ تجاوز نکند؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - آزاد ۸۸)

$$(1) 100 \quad (2) 200 \quad (3) 400 \quad (4) 600$$

۷۳- منظور از میانگین مجذور خطا $[MSE(\hat{\beta})]$ چیست؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$(1) MSE(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2 \quad (2) MSE(\hat{\beta}) = \text{Var}(\hat{\beta}) + (\hat{\beta} \text{ تورش})^2 \quad (3) MSE(\hat{\beta}) = \text{Var}(\hat{\beta}) + (\hat{\beta} \text{ رایب})^2 \quad (4) MSE(\hat{\beta}) = E[\beta - E(\hat{\beta})]^2$$



۷۴- اگر آماره $T(X) = \sum_{i=1}^n a_i X_i$ یک تابع خطی از نتایج مشاهدات مستقل و $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ برقرار باشد، واریانس با کدام یک از شرایط ذیل حداقل می‌شود؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n \quad (۲)$$

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n \quad (۱)$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (۴)$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \frac{1}{n} \quad (۳)$$

۷۵- اگر سه قطعه زمین مربعی شکل A، B و C به ابعاد ۷، ۵ و ۱ متر با قطعه زمینی که به ۳ قطعه‌ی یکسان مربعی تقسیم شده تعویض شود، ابعاد زمین‌های مساوی چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$۵ \quad (۴)$$

$$۲/۵ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۷۶- اگر تخمین زننده $\tilde{X} = \frac{X_{\min} + X_{\max}}{2}$ و میانگین نمونه‌ای $\bar{X}$ در نمونه‌ای به حجم n با توزیع نرمال با امید ریاضی μ و واریانس σ^2

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

تعریف شده باشد، نسبت کارایی $\left(\frac{\text{var}(\bar{X})}{\text{var}(\tilde{X})}\right)$ عبارتست از:

$$\frac{n}{\sqrt{2}} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{n}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{n} \quad (۲)$$

$$\frac{n}{2} \quad (۱)$$

۷۷- تخمین حداکثر درست‌نمایی واریانس (σ^2) در جامعه‌ای با توزیع نرمال مبتنی بر نمونه‌ای به حجم n برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n+1} \quad (۴)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (۲)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (۱)$$

۷۸- از جامعه‌ای با توزیع نرمال نمونه‌ای به حجم n = ۳ انتخاب کرده‌ایم. چنانچه مشاهدات نمونه ۱۶، ۱۵ و ۱۷ باشد، فاصله اطمینان $1-\alpha$ برای میانگین جامعه عبارت است از:

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

$$16 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} t_{\alpha/2, 2} \quad (۴)$$

$$16 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} z_{\alpha/2} \quad (۳)$$

$$16 \pm \sqrt{3} z_{\alpha/2} \quad (۲)$$

$$16 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad (۱)$$

۷۹- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از یک جامعه با میانگین μ باشد. برآوردگر $\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot X_i$ برای μ را در نظر

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

بگیرید. مقدار اریبی $\hat{\mu}$ برابر است با:

$$\mu \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1 \right) \quad (۴)$$

$$\mu^2 \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1 \right)^2 \quad (۳)$$

$$\mu \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

۸۰- دو برآوردگر S^2 و $\tilde{\sigma}^2$ به صورت زیر مفروض است. کدام گزینه در مورد واریانس این دو برآوردگر صحیح است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{و} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$\text{Var}(\tilde{\sigma}^2) \neq \text{Var}(S^2) \quad (۴)$$

$$\text{Var}(\tilde{\sigma}^2) = \text{Var}(S^2) \quad (۳)$$

$$\text{Var}(\tilde{\sigma}^2) < \text{Var}(S^2) \quad (۲)$$

$$\text{Var}(\tilde{\sigma}^2) > \text{Var}(S^2) \quad (۱)$$

۸۱- اگر انحراف معیار جامعه ۲۰ و میزان دقت برآورد ۵ باشد حداقل تعداد نمونه لازم برای بدست آوردن فاصله اطمینان ۹۵ درصدی کدام است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

$$۶۲ \quad (۴)$$

$$۳۴۷ \quad (۳)$$

$$۱۵۷ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$

۸۲- بازاریابی در صدد بررسی و برآورد قدرت خرید ساکنان یک محله تهران است او ناچار باید یک نمونه تصادفی ده‌تایی از بین خریداران انتخاب و قدرت خرید را برای هر یک از آنها اندازه‌گیری کند. قدرت خرید ساکنان محله از توزیع نرمال برخوردار است، برای تخمین میانگین قدرت خرید از چه توزیعی استفاده می‌شود.

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

$$\text{توزیع } t \text{ با } ۹ \text{ درجه آزادی} \quad (۴)$$

$$\text{توزیع نرمال استاندارد} \quad (۳)$$

$$\text{توزیع } t \text{ با } ۱۰ \text{ درجه آزادی} \quad (۲)$$

$$\text{توزیع } t \text{ با } ۸ \text{ درجه آزادی} \quad (۱)$$



(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

۸۳- در ساختن فاصله اطمینان برای میانگین یک جامعه نرمال کدام عبارت زیر غلط است؟

- (۱) با افزایش ضریب اطمینان دقت نیز افزایش می‌یابد.
 (۲) با افزایش ضریب اطمینان طول بازه اطمینان افزایش می‌یابد.
 (۳) با افزایش حجم نمونه دقت افزایش می‌یابد.
 (۴) با افزایش پراکندگی طول فاصله اطمینان افزایش می‌یابد.

۸۴- در ۶۰ داده آماری طبقه‌بندی شده داریم $\sum f_i(x_i - 12) = 0$ ، $\sum f_i(x_i - 12)^2 = 240$ و $\sum f_i(x_i - 12)^3 = 2760$ ، ضریب کشیدگی

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۳)

گشتاوری آن کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $-0/125$ (۳) $0/125$ (۴) $-0/25$

۸۵- در یک جامعه آماری به حجم $n = 50$ ، پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر به دست آمده‌اند. ضریب چولگی توزیع کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۵)

$$\sum (x - \bar{x})^2 = 1800, \sum (x - \bar{x})^3 = -500$$

- (۱) $-\frac{10}{36}$ (۲) $-\frac{10}{216}$ (۳) $-\frac{216}{36}$ (۴) $-\frac{216}{10}$



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱- گزینه «۴» در فاصله اطمینان هرچه ضریب اطمینان بالاتر رود طول فاصله اطمینان بیشتر می‌شود.

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{10}{400} = 0.025, \quad Z_{0.025} = 1.96$$

۲- گزینه «۱» طبق رابطه فاصله اطمینان برای نسبت خواهیم داشت:

$$\bar{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \Rightarrow 0.025 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.025 \times 0.975}{400}} = 0.025 \pm 0.0096 = (0.0154, 0.0346) \Rightarrow 0.015 - 0.034$$

$$n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{\frac{p}{e^2}} = \frac{(1.96)^2}{\frac{0.025}{0.01}} = 15000$$

۳- گزینه «۱» در چنین شرایطی فرض می‌کنیم $p = \frac{1}{2}$ باند و حداقل حجم نمونه را محاسبه می‌کنیم.

۴- گزینه «۱» حجم نمونه $n = 3$ می‌باشد، و واریانس قابل محاسبه است. توجه کنید که حجم نمونه کوچک و واریانس جامعه نامعلوم از توزیع t استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{91 + 89 + 90}{3} = 90, \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1+1+0}{2} = 1, \quad \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 90 \pm 2.77 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 90 \pm \frac{2.77}{\sqrt{3}}$$

البته این سوال را به شرط نرمال بودن توزیع جامعه حل کردیم گرچه در صورت سوال از آن صحبتی به میان نیامده است.

۵- گزینه «۲» دو برآوردکننده u_1 و u_2 برای θ ناریب‌اند هرگاه $E(u_1) = E(u_2) = \theta$

حال طبق صورت مسئله می‌خواهیم آماره T برای θ ناریب باشد بنابراین باید $E(T) = \theta$ باشد این تساوی را برقرار می‌کنیم:

$$E(T) = E(2u_1 + au_2) = 2E(u_1) + aE(u_2) = 2\theta + a\theta = \theta \Rightarrow \theta(2+a) = \theta \Rightarrow 2+a=1 \Rightarrow a=-1$$

۶- گزینه «۳» در بین دو برآوردکننده دلخواه (اریب و ناریب) برآوردکننده‌ای بهتر (کارا تر) است که MSE (میانگین مجذور خطا) کمتری داشته باشد یعنی دارای حداقل واریانس و اریبی باشد.

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2 = \left(\frac{Z_{0.025} \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.5}{0.01} \right)^2 = 9604$$

۷- گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه در توزیع استاندارد خواهیم داشت:

۸- گزینه «۴» مقدار اریبی و واریانس را بدست می‌آوریم:

$$E(\hat{\mu}) = E\left[\frac{1}{n(n+1)}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + \dots + nX_n)\right] = \frac{1}{n(n+1)}[E(X_1) + 2E(X_2) + \dots + nE(X_n)]$$

$$= \frac{1}{n(n+1)}[\mu + 2\mu + 3\mu + \dots + n\mu] = \frac{1}{n(n+1)}[(1+2+3+\dots+n)\mu] = \frac{1}{n(n+1)} \times \frac{n(n+1)}{2} \times \mu = \mu$$

بنابراین برآوردگر $\hat{\mu}$ ناریب است.

$$\text{Var}(\hat{\mu}) = \text{Var}\left[\frac{1}{n(n+1)}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + \dots + nX_n)\right] = \frac{1}{n^2(n+1)^2}[\text{Var}(X_1) + \text{Var}(2X_2) + \dots + \text{Var}(nX_n)]$$

$$= \frac{1}{n^2(n+1)^2}[\sigma^2 + 4\sigma^2 + 9\sigma^2 + \dots + n^2\sigma^2]$$

$$= \frac{1}{n^2(n+1)^2}[(1+4+9+\dots+n^2)\sigma^2] = \frac{1}{n^2(n+1)^2} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \times \sigma^2 = \frac{(2n+1)}{6n(n+1)}\sigma^2$$

اکنون واریانس روبرو به ازا $n > 1$ بزرگتر از واریانس $\bar{X}$ یعنی $\frac{\sigma^2}{n}$ است بنابراین این برآوردگر کارایی کمتری نسبت به $\bar{X}$ دارد.

۹- گزینه «۱» با توجه به رابطه زیر، اگر حجم نمونه افزایش پیدا کند، مقدار $(Z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ کوچکتر می‌شود و بنابراین طول فاصله اطمینان کاهش می‌یابد.

$$\bar{X} \pm e = \bar{X} \pm Z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکته: هرچه تعداد نمونه زیاد شود، دقت اندازه‌گیری نیز بالا می‌رود، بنابراین واریانس کم می‌شود.

۱۰- گزینه «۲» با توجه به رابطه حجم نمونه خواهیم داشت:

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96, \quad n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma}{e} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 2}{0.4} \right)^2 = 96.04 \approx 97$$

$$E\left(\frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2\right) = \sigma^2 \Rightarrow E\left(\sum (X_i - \bar{X})\right) = (n-1)\sigma^2 \Rightarrow E(S^2) = \sigma^2$$

۱۱- گزینه «۱»

۱۲- گزینه «۲» با استفاده از رابطه حجم نمونه خواهیم داشت:

$$e = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{25}} = 3.92 \quad 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96 \quad 13- \text{گزینه «۲» از رابطه حجم نمونه استفاده می‌کنیم} \quad n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \times \sigma^2}{e^2}$$

$$n = \frac{(1.96)^2 \times 100}{(1/4)^2} = 196$$

$$14- \text{گزینه «۴» اصلاً تابع چگالی نیست} \quad \int_0^{\theta} \frac{2}{\theta} dx = \frac{2}{\theta} x \Big|_0^{\theta} = 2 \neq 1 \quad \text{پس سوال غلط است.}$$

۱۵- گزینه «۲» حجم نمونه کوچک و واریانس جامعه (σ^2) نامعلوم است لذا از توزیع t استفاده می‌کنیم. با فرض نرمال بودن توزیع جامعه:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{20+22+21}{3} = 21; \quad s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1+1+0}{3-1} = 1; \quad \bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 21 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\frac{\alpha}{2}, 2}$$

۱۶- گزینه «۳» در حالتی که هیچ اطلاعاتی در مورد نسبت‌ها نداشته باشیم مقدار آنها را برابر با $\frac{1}{3}$ می‌گیریم تا بهترین حجم نمونه بدست آید. اگر

$$\bar{p} = \bar{q} = \frac{1}{2} \quad \text{باشد حداقل حجم نمونه برابر است با:}$$

$$e = 0.1, \quad 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \bar{p} \bar{q}}{e^2} = \frac{1.96^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{(0.1)^2} = \frac{1}{0.01} = 100$$

$$T = \frac{\sum a_i X_i}{d} \xrightarrow{\text{در شرایطی که } \sum a_i = d} E(T) = \mu$$

۱۷- گزینه «۲» آماره T برای μ نارایب است، هرگاه:

$$\left. \begin{array}{l} W_1: 1+1+1 \neq 6 \text{ اریب} \\ W_2: 1+2+3 = 6 \text{ نارایب} \\ W_3: 1+1+1 = 3 \text{ نارایب} \end{array} \right\} \rightarrow W_2, W_3 \text{ نارایبند}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^r X_i}{r} \quad \text{همیشه کاراترین برآوردکننده نارایب برای } \mu \text{ است. در این سؤال هم } \bar{X} = W_2 = \frac{1+2+3}{3} \text{ است بنابراین از } W_2 \text{ کاراتر است.}$$



۱۸- گزینه «۱» با توجه به رابطه حجم نمونه مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma}{e} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 10}{2} \right)^2 = 96.04 \approx 97$$

۱۹- گزینه «۲» از آنجائیکه حجم نمونه کوچک بوده و واریانس جامعه نیز نامعلوم می‌باشد از توزیع t استفاده می‌کنیم:

$$e = t_{0.025} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.776 \times \frac{1/\sqrt{581}}{\sqrt{5}} = 1.96$$

۲۰- گزینه «۱» اگر شرط ناریبی نباشد از معیار میانگین مربعات خطا استفاده می‌کنیم.

۲۱- گزینه «۲» در محاسبه حجم نمونه زمانیکه نسبتها داده نشود بهترین حجم نمونه به ازای $\bar{p} = \bar{q} = \frac{1}{2}$ حاصل می‌شود از رابطه حجم نمونه برای

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 2 \quad ; \quad n = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}})^2}{4e^2} \Rightarrow n = \frac{2^2}{4 \times (0.01)^2} = 10000$$

نسبت استفاده می‌کنیم:

۲۲- گزینه «۱» $1 - \alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.05} = 1.645$

$$33 \pm 1.645 \times \frac{16}{\sqrt{3}} = (29.71, 36.29) \quad \bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$$

فاصله اطمینان به صورت محاسبه می‌گردد. با جایگذاری مقادیر در آن خواهیم داشت:

۲۳- گزینه «۳» حجم نمونه کوچک و مقدار واریانس نمونه از رابطه S^2 به دست می‌آید. بنابراین از توزیع t استفاده می‌کنیم: (با فرض نرمال بودن توزیع جامعه)

$$\bar{X} = \frac{25 + 24 + 26}{3} = 25$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{X})^2 = \frac{(25-25)^2 + (24-25)^2 + (26-25)^2}{3-1} = 1$$

$$\Rightarrow \bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 25 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\frac{\alpha}{2}, 2}$$

۲۴- گزینه «۱» با فرض $Z_{0.025} = 2$ ، طبق رابطه حجم نمونه محافظه کارانه‌ترین حجم نمونه زمانی بدست می‌آید که $\bar{p} = \bar{q} = \frac{1}{2}$ باشد.

$$n = \frac{\bar{p}\bar{q}}{e^2} Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 = \frac{\frac{1}{4} \times (2)^2}{(0.02)^2} = 2500$$

۲۵- گزینه «۱» طبق رابطه فاصله اطمینان برای نسبت داریم:

$$\bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{Q}}{n}} = 0.8 \pm 1.645 \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{100}} = 0.8 \pm 0.0658$$

۲۶- گزینه «۲» جامعه نامعین، واریانس جامعه نامعلوم و $n \geq 30$ است پس فاصله اطمینان μ عبارت است از: $\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{S^2}{n})$

$$\begin{cases} \mu: \bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} = 11.02 \pm 1.96 \frac{4}{\sqrt{64}} = 11.02 \pm 0.98 = (10.04, 12) \\ n = 64, \bar{X} = 11.02, S = 4, 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05, \frac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow Z_{0.025} = 1.96 \end{cases}$$

۲۷- گزینه «۳» حداقل حجم نمونه جهت تخمین نسبتها زمانی که آنها در سؤال داده نشده باشند به ازای $\bar{p} = \bar{q} = \frac{1}{2}$ بدست می‌آید:

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \bar{p} \bar{q}}{e^2} = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{e^2} = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{e^2} = \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4e^2}$$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 2, \quad n = \frac{2^2}{4 \times (0.1)^2} = 10,000$$

۲۸- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با فرض نرمال بودن توزیع جامعه و مقدار خطای $\alpha = 0.05$ این سؤال را حل می‌کنیم بنابراین:

از رابطه $\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ استفاده می‌کنیم:

$$200 \pm 2.131 \times \frac{40}{\sqrt{16}} = (200 - 21.31, 200 + 21.31) = (178.69, 221.31)$$

۲۹- گزینه «۳» از رابطه $\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ استفاده می‌کنیم توجه کنید:

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96$$

$$(40 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{25}}, 40 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{25}}) = (38.04, 41.96)$$

۳۰- گزینه «۴» توجه کنید که برای اینکه فاصله اطمینان میانگین جامعه کوتاهترین باشد کفایت فاصله اطمینان به صورت متقارن باشد و مجموع خطاها هم α شود و فقط گزینه (۴) این ویژگی‌ها را دارد.

۳۱- گزینه «۳» با توجه به رابطه حجم نمونه در توزیع استاندارد خواهیم داشت:

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \sigma^2}{e^2} = \frac{(1.96)^2 \times 0.25}{(0.01)^2} = 9604$$

۳۲- گزینه «۲» طبق گفته مسئله دقت برآورد $e = 2$ و واریانس 100 می‌باشد بنابراین انحراف معیار 100 است مقادیر را در فرمول حجم نمونه قرار می‌دهیم:

$$e = 2, \sigma^2 = 100 \rightarrow \sigma = 10 \quad 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$$

$$e = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 1.96 \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 1.96 \frac{10}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 5 \times 1.96 = 9.8 \Rightarrow n = 9604 \approx 97$$

۳۳- گزینه «۱» تعداد نمونه همواره عدد طبیعی است. بنابراین $n = 62$ می‌باشد.

$$\begin{cases} \sigma_x = 16 \\ e = 4 \end{cases} \quad n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma_x^2}{e^2} = \frac{(1.96)^2 (16)^2}{16} = 61.47$$

۳۴- گزینه «۴» مطلوب سؤال این است که واحد بخصوصی چندبار در نمونه‌ها ظاهر می‌شود پس تعداد حالاتی که این واحد در نمونه باشد را می‌شماریم:

$$\binom{1}{1} \binom{9}{3} = 84$$

۳۵- گزینه «۴» توجه کنید که در اینجا انحراف معیار نمونه یعنی S داده شده است. و باید از توزیع t استفاده کنیم ولی به دلیل آنکه $n = 36 > 30$ می‌باشد از قضیه حد مرکزی و از توزیع Z استفاده می‌کنیم.

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}} \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96 \Rightarrow 50 \pm 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{36}}$$

$$\Rightarrow (50 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{36}}, 50 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{36}}) = (48.37, 51.63)$$



۳۶- گزینه «۱» از رابطه حجم نمونه استفاده می‌کنیم:

$$n = \frac{\sigma^2 \times Z_{\alpha/2}^2}{e^2} ; \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96 \Rightarrow n = \frac{50 \times (1.96)^2}{(0.04)^2} = 98$$

۳۷- گزینه «۱» شرط نا اریبی را امتحان می‌کنیم، یعنی امید ریاضی $\hat{p}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\hat{p} = \frac{\frac{n_1}{n_1+n_2} X_1 + \frac{n_2}{n_1+n_2} X_2}{\frac{n_1}{n_1+n_2} + \frac{n_2}{n_1+n_2}} = \frac{n_1 \frac{X_1}{n_1} + n_2 \frac{X_2}{n_2}}{n_1 + n_2} \Rightarrow E(\hat{p}) = \frac{n_1 E\left(\frac{X_1}{n_1}\right) + n_2 E\left(\frac{X_2}{n_2}\right)}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 p + n_2 p}{n_1 + n_2} = \frac{p(n_1 + n_2)}{n_1 + n_2} = p$$

۳۸- گزینه «۳» وقتی هیچ اطلاعی از مقدار نسبت در جامعه نداریم آن را برابر با $\frac{1}{2}$ در نظر می‌گیریم. بنابراین حداقل حجم نمونه به ازای $\bar{p} = \bar{q} = \frac{1}{2}$

$$n = \frac{\frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \bar{p} \times \bar{q}}{e^2}}{\left(\frac{0.01}{0.01}\right)^2} = \frac{1.96^2 \times \frac{1}{4}}{(0.01)^2} = 10000 \quad Z_{0.025} \approx 2$$

حاصل می‌گردد، با توجه به رابطه حجم نمونه برای نسبت داریم:

۳۹- گزینه «۴» به دلیل آنکه α در دنباله راست توزیع است، $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$ بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

$$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = (350 \pm 1.96 \times \frac{100}{\sqrt{100}}) = (325/5, 374/5) \quad Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96 \text{ توجه کنید که}$$

۴۱- گزینه «۳» آماره‌های زیر برای واریانس جامعه نااریب هستند:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n} = \frac{\sum X_i^2}{n} - (\mu)^2 \quad \text{هرگاه } \mu \text{ جامعه معلوم باشد}$$

$$S_2^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \quad \text{هرگاه } \mu \text{ جامعه نامعلوم باشد.}$$

$$1 - \alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \quad Z_{\alpha/2} = 1.64 \quad \sigma_x = 10 \quad e = 0.05$$

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{e^2} \Rightarrow n \geq \frac{(1.64)^2 (100)}{(0.05)^2} = 64$$

$$\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

۴۳- گزینه «۱» واریانس نسبت نمونه به صورت روبرو می‌باشد:

$$n = \frac{(1.96)^2 \times 40}{(0.04)^2} \approx 100 \quad n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{\varepsilon^2}$$

۴۴- گزینه «۱» با توجه به رابطه حجم نمونه خواهیم داشت:

۴۵- سؤال غلط است. زیرا فاصله اطمینان قطعی ندارد بنابراین هر مقداری می‌تواند μ واقعی جامعه باشد.

۴۶- گزینه «۱» روش اول: از رابطه حجم نمونه استفاده کرده خواهیم داشت:

$$n = \frac{\sigma^2 Z_{\alpha/2}^2}{e^2} \Rightarrow 25 = \frac{100 \times (1.96)^2}{e^2} \Rightarrow e^2 = 4 \times (1.96)^2 = 15.366 \Rightarrow e = 3.92$$

روش دوم:

$$e = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1/96 \times \frac{10}{\sqrt{5}} = 3/92$$

۴۷- گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه براساس توزیع استاندارد خواهیم داشت:

$$e = \frac{1}{4} \sigma \Rightarrow n = \frac{Z_{\alpha}^2 \times \sigma^2}{e^2} = (2)^2 \times 16 = 64$$

۴۸- گزینه «۱» توجه کنید که در گزینه ۴ در برآورد فاصله‌ای از پارامتر استفاده شده است، درحالی‌که ما در فاصله اطمینان به دنبال تخمین پارامتر می‌باشیم.

$$\bar{x} = \frac{17+15+16}{3} = 16$$

۴۹- گزینه «۲» نمونه کوچک است و واریانس جامعه نامعلوم، از توزیع T استفاده می‌کنیم:

$$s^2 = \frac{(17-16)^2 + (15-16)^2 + (16-16)^2}{3-1} = 1 \Rightarrow s = 1 \quad \bar{X} \pm t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 16 \pm 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 14/3 - 17/3$$

۵۰- گزینه «۳» در فاصله اطمینان نسبت از توزیع Z استفاده می‌شود:

$$\bar{P} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{Q}}{n}} \Rightarrow \frac{50}{100} \pm 1/96 \times \sqrt{\frac{1/2 \times 1/2}{100}} = \frac{1}{2} \pm 1/96 \times \frac{1}{20} = 0/402 - 0/598$$

$$E(\hat{\theta}) - \theta = k\theta + \delta$$

۵۱- گزینه «۲» ابتدا رابطه مربوط به ارببی را در نظر می‌گیریم:

حال از آنجا که شرط ناریبی برآوردکننده دلخواه T برای پارامتر θ برابری $E(T) = \theta$ است، کافی است در رابطه بالا θ را به سمت راست تساوی برده و بقیه مقادیر را به سمت چپ، داخل امید ریاضی قرار دهیم تا برآوردکننده ناریب T مشخص شود. به این روش حل دقت کنید روش مهمی است:

$$E(\hat{\theta}) - \theta = \theta k + \delta \Rightarrow E(\hat{\theta}) - \delta = \theta k + \theta \Rightarrow E(\hat{\theta} - \delta) = (k+1)\theta \Rightarrow E\left(\frac{\hat{\theta} - \delta}{k+1}\right) = \theta$$

$$\text{طول فاصله} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ برابر می‌شود.} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{2}} = 2Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow[\sigma \rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{2}}]{\text{واریانس جامعه نصف}} 2e = 2Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{طول فاصله} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$X: n = 100, \text{ تعداد کالاهای سالم در نمونه}$$

۵۳- گزینه «۲» از فاصله اطمینان نسبت استفاده می‌کنیم:

$$\alpha = 0/1 \rightarrow Z_{\alpha/2} = Z_{0/05} = Z_{0/95} = 1/64$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{89}{100} = 0/89, \bar{q} = 0/11; \quad p: \bar{P} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{Q}}{n}} = 0/89 \pm 1/64 \sqrt{\frac{0/89 \times 0/11}{100}}$$

۵۴- گزینه «۱»

راه حل تستی: همواره $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ و واریانس میانگین از واریانس هر برآورد کننده ناریب دیگری کمتر است.

بنابراین در این سؤال که $T_1 = \frac{\sum_{i=1}^3 X_i}{3} = \bar{X}$ است. از T_2 و T_3 واریانس کمتری خواهد داشت و تنها در گزینه‌ی (۱)، $\text{Var}(T_1)$ از بقیه کوچکتر است. بنابراین جواب تست گزینه (۱) است.



راه حل تشریحی: واریانس‌ها را محاسبه کرده و با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$\text{Var}(T_1) = \frac{1}{9}(\text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \text{Var}(X_3)) = \frac{1}{9}(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2) = \frac{\sigma^2}{3}$$

$$\text{Var}(T_2) = \frac{1}{16}\text{Var}(X_1) + \frac{1}{16}\text{Var}(X_2) + \frac{4}{16}\text{Var}(X_3) = \frac{6}{16}\sigma^2 = \frac{3}{8}\sigma^2$$

$$\text{Var}(T_3) = \frac{1}{64}\text{Var}(X_1) + \frac{4}{64}\text{Var}(X_2) + \frac{25}{64}\text{Var}(X_3) = \frac{30}{64}\sigma^2 = \frac{15}{32}\sigma^2$$

$$\text{Var}(T_1) = \frac{\sigma^2}{3} < \text{Var}(T_2) = \frac{3}{8}\sigma^2 < \text{Var}(T_3) = \frac{15}{32}\sigma^2$$

دقت کنید که به‌طور پیش‌فرض در این‌گونه مسائل X_i ها از یکدیگر مستقل و از جامعه‌ای با میانگین μ و واریانس σ^2 انتخاب شده‌اند.

۵۵- گزینه «۴» برای ساختمان فاصله اطمینان برای واریانس از توزیع χ^2 استفاده می‌کنیم.

۵۶- گزینه «۳» برای مقایسه واریانس دو جامعه از آماره آزمون $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ استفاده می‌کنیم.

۵۷- گزینه «۴» هیچکدام از گزینه‌ها دارای توزیع F نمی‌باشند توجه کنید که $\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F$

۵۸- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\hat{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \Rightarrow 0.8 \pm 1.65 \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{100}} = (0.734, 0.866)$$

۵۹- گزینه «۲» با توجه به رابطه حجم نمونه برای نسبت $\hat{p} = \hat{q} = \frac{1}{2}$ خواهیم داشت $(Z_{0.025} \approx 2)$:

$$n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \times \hat{p}\hat{q}}{e^2} = \frac{2^2}{4 \times (0.5 \times 0.5)^2} = 2500$$

۶۰- گزینه «۴» توجه کنید که $n < 30$ و واریانس جامعه هم معلوم نیست.

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \times \frac{S}{\sqrt{n}} \Rightarrow 16 \pm t_{\frac{\alpha}{2}, 2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۶۱- گزینه «۱» برای مقایسه کارایی، واریانس‌ها را بدست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم هر کدام کوچکتر بود آن برآوردگر کاراتر است:

$$E(\hat{\mu}) = \mu, \quad \sigma(\hat{\mu}) = \Delta \sigma(\hat{\mu})$$

$$E(\hat{\mu}) = \mu$$

$$\text{Var}(W_1) = \frac{1}{4}\text{Var}(\hat{\mu}) + \frac{1}{4}\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{1}{4}\text{Var}(\hat{\mu}) + \frac{(\Delta)^2}{4}\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{26}{4}\text{Var}(\hat{\mu})$$

$$\Rightarrow \text{Var}(W_2) < \text{Var}(W_3) < \text{Var}(W_1)$$

$$\text{Var}(W_2) = \frac{16}{25}\text{Var}(\hat{\mu}) + \frac{1}{25}\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{16}{25}\text{Var}(\hat{\mu}) + \frac{(\Delta)^2}{25}\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{41}{25}\text{Var}(\hat{\mu})$$

$$\text{Var}(W_3) = \text{Var}(\hat{\mu})$$

۶۲- گزینه «۴» از توزیع S^2 و σ^2 استفاده می‌کنیم و واریانس‌های آن را بدست می‌آوریم:

$$S^2 \text{ برای } \frac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-1)}^2 \sim \chi_{(10-1)}^2 \sim \chi_9^2 \Rightarrow \text{Var}(\chi_9^2) = 2 \times 9 = 18$$

$$\Rightarrow \text{ضریب کارایی} = \frac{20}{18} = 1.1$$

$$\hat{\sigma}^2 \text{ برای } \frac{n \cdot S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n)}^2 \sim \chi_{10}^2 \Rightarrow \text{Var}(\chi_{10}^2) = 2 \times 10 = 20$$

۶۳- گزینه «۳» بهترین معیار برای انتخاب دو برآوردکننده میانگین مجذور خطاها یا همان MSE می‌باشد، که رابطه آن به صورت:

$$MSE(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + (\text{تورش})^2$$

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{E(X_1)}{n_1} + \frac{E(X_2)}{n_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{n_1 p}{n_1} + \frac{n_2 p}{n_2} \right) = p \quad \text{۶۴- گزینه «۱» از } \hat{p} \text{ امید می‌گیریم:}$$

۶۵- گزینه «۴» می‌دانیم در بین دو برآوردکننده دلخواه (اریب یا ناریب) برآوردکننده‌ای بهتر (کاراتر) است که MSE کمتری داشته باشد. در این سؤال با توجه به این که $\hat{\theta}_1$ ناریب است و $\hat{\theta}_2$ اریب است از معیار MSE برای انتخاب مناسب بودن آماره استفاده می‌کنیم:

$$E(\hat{\theta}_1 - \theta) = 0 \Rightarrow E(\hat{\theta}_1) = \theta \Rightarrow \hat{\theta}_1 \text{ ناریب است} \Rightarrow E(\hat{\theta}_1) = 0$$

$$E(\hat{\theta}_2 - \theta) = 6 \Rightarrow E(\hat{\theta}_2) = \theta + 6 \Rightarrow E(\hat{\theta}_2) = E(\hat{\theta}_1) - \theta = \theta + 6 - \theta = 6$$

$$MSE(\hat{\theta}_1) = \text{Var}(\hat{\theta}_1) + (\text{اریبی})^2 = 90 + 0 = 90$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) = \text{Var}(\hat{\theta}_2) + (\text{اریبی})^2 = 50 + 6^2 = 86$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) = 86 < MSE(\hat{\theta}_1) = 90 \quad \text{با توجه به این که } MSE(\hat{\theta}_2) \text{ کمتر است در نتیجه } \hat{\theta}_2 \text{ مناسب‌تر است.}$$

۶۶- گزینه «۱» توزیع جامعه نرمال و واریانس جامعه معلوم است سپس n هر چه باشد توزیع $\bar{X}$ نرمال خواهد بود و از رابطه‌ی زیر برای بدست آوردن فاصله اطمینان استفاده می‌کنیم.

$$\mu: \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 10 \pm 2 \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = 10 \pm \frac{4}{5} \quad ; \quad \bar{x} = 10, \sigma^2 = 16, n = 25, 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05, Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 2$$

۶۷- گزینه «۴» طبق گفته مسئله مقادیر را در فرمول حجم نمونه قرار می‌دهیم:

$$\sigma^2 = 25, e = 1, 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05, Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 2 \quad e = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 = 2 \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 10 \Rightarrow n = 100$$

۶۸- گزینه «۱» طبق فاصله اطمینان نسبت در جامعه

$$n = 125 \quad \text{و تعداد افراد (کالا) دارای صفت مورد نظر } X: \quad 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05, Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 2$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}, \quad \bar{q} = \frac{4}{5} \quad ; \quad p \in \bar{p} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}} = \frac{1}{5} \pm 2 \sqrt{\frac{\frac{1}{5} \times \frac{4}{5}}{125}} = \frac{1}{5} \pm 2 \frac{\frac{2}{5}}{5\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \pm \frac{4}{25\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \pm \frac{20}{125\sqrt{5}}$$

۶۹- گزینه «۱» با توجه به رابطه گفته شده و توزیع کای دو خواهیم داشت:

$$\frac{nS^2}{\sigma_x^2} \sim \chi^2(n) \Rightarrow E\left(\frac{nS^2}{\sigma_x^2}\right) = n, S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \quad E(S^2) = \sigma_x^2 \Rightarrow E\left(\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n}\right) = \sigma_x^2$$

۷۰- گزینه «۳» دقیقاً تعریف میانگین مربعات خطا می‌باشد که بهترین معیار دقت می‌باشد.

۷۱- گزینه «۱» یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت جامعه به صورت $\bar{P} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{Q}}{n}}$ می‌باشد. مقادیر $\bar{P}$, $\bar{Q}$ و $Z_{\alpha/2}$ را محاسبه کرده در رابطه

فاصله اطمینان قرار می‌دهیم:

تعداد کالای معیوب در نمونه X:



$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05, \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = Z_{0.975} = 2$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \Rightarrow \bar{q} = 1 - \bar{p} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \bar{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}} = \frac{1}{6} \pm 2 \sqrt{\frac{\frac{1}{6} \times \frac{5}{6}}{36}} = \frac{1}{6} \pm 2 \frac{\sqrt{5}}{36} = \frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{5}}{18}$$

۷۲- گزینه «۳» اطمینان ۹۵٪ است بنابراین خطا $\alpha = 5\%$ است پس نصف خطا $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ است.

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$Z_{0.025} = 1.96 \approx 2 \quad e = 0.05$$

$$n \geq \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot p(1-p)}{e^2} = \frac{2^2 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}}{(0.05)^2} = 400$$

۷۳- گزینه «۱ و ۳» طبق تعریف میانگین مربعات خطا مقدار آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$MSE(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \text{Var}(\hat{\beta}) + (E(\hat{\beta}) - \beta)^2 = \text{Var}(\hat{\beta}) + (\hat{\beta} - \text{تورش})^2 = 3 \text{ گزینه ۳}$$

در گزینه (۲) (تورش $\hat{\beta}$) توان دوم ندارد.

۷۴- گزینه «۳» برای حداقل شدن واریانس باید ابتدا واریانس $T(X)$ را بدست آوریم:

$$\text{Var}(T(X)) = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(a_i X_i) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(X_i) \Rightarrow (\text{فرض می‌شود } \text{Var}(X_i) = \sigma^2)$$

اکنون برای آنکه این مقدار حداقل شود باید $\sum_{i=1}^n a_i^2$ حداقل شود که می‌دانیم زمانی این مجموع حداقل است که $a_1 = a_2 = \dots = a_n = \frac{1}{n}$

برآوردهای حاصل از این ترکیب خطی همه ناریباند و همان‌طور که می‌دانیم $\bar{X}$ در بین آنها کمترین واریانس را دارد پس گزینه ۳ صحیح است.

۷۵- گزینه «۴» ابتدا مساحت ۳ زمین A و B و C را محاسبه می‌کنیم (زمین مربعی است)

$$S_A = (7)^2 = 49$$

$$S_B = (5)^2 = 25 \Rightarrow S_A + S_B + S_C = 49 + 25 + 1 = 75$$

$$S_C = (1)^2 = 1$$

بنابراین کل مساحت ۳ مربع 75 m^2 می‌باشد اکنون می‌خواهیم زمینی را با این ۳ زمین تعویض کنیم پس باید به ۳ مربع که هر کدام 25 m^2 مساحت دارند تقسیم شود بنابراین هر مربع طولی به اندازه ۵ m خواهد داشت.

۷۶- گزینه «۲» واریانس $\bar{X}$ و $\tilde{X}$ را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \\ \text{Var}(\tilde{X}) = \text{Var}\left(\frac{X_{\min} + X_{\max}}{2}\right) = \frac{1}{4} \text{Var}(X_{\min}) + \frac{1}{4} \text{Var}(X_{\max}) = \frac{\sigma^2}{4} + \frac{\sigma^2}{4} = \frac{2\sigma^2}{4} = \frac{\sigma^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\frac{\sigma^2}{2}} = \frac{2}{n}$$

۷۷- گزینه «۱» برآورد حداکثر درست نمایی واریانس (σ^2) واریانس نمونه‌ای $S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ می‌باشد. هر چند این واریانس اریب است.

۷۸- گزینه «۱» زمانی که واریانس جامعه نامعلوم و حجم جامعه کوچک است فاصله اطمینان $(1 - \alpha)^{100}$ درصدی برای میانگین به صورت زیر است:

$$\bar{X} \pm t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right)} \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow \begin{cases} \bar{X} = \frac{15 + 16 + 17}{3} = 16 \\ s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = 1 \Rightarrow S = 1 \end{cases} \Rightarrow 16 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\frac{\alpha}{2}, 2}$$

روش تستی: توجه کنید در این سؤال $n = 3$ می‌باشد. بنابراین توزیع t می‌باشد پس دو گزینه (۲) و (۳) رد می‌شوند همچنین می‌دانیم درجه آزادی $(n - 1)$ است یعنی درجه آزادی ۲ می‌باشد پس گزینه ۴ نیز رد می‌شود.



۷۹- گزینه «۴» اگر T برآوردگر اریب θ باشد مقدار اریبی $E(T) - \theta$ است. در این سؤال اریبی برابر است با:

$$E(\hat{\mu}) - \mu = E\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i X_i\right) - \mu = \sum_{i=1}^n \alpha_i E(X_i) - \mu = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu - \mu = \mu \sum_{i=1}^n \alpha_i - \mu = \mu \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1\right)$$

۸۰- گزینه «۱» می‌دانیم که $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ بنابراین داریم:

$$\text{Var}\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) = \frac{(n-1)^2}{\sigma^4} \text{Var}(S^2) = 2(n-1) \Rightarrow \text{Var}(S^2) = \frac{2}{n-1} \sigma^4$$

$$\text{Var}\left(\frac{n\tilde{\sigma}^2}{\sigma^2}\right) = \frac{n^2}{\sigma^4} \text{Var}(\tilde{\sigma}^2) = 2(n-1) \Rightarrow \text{Var}(\tilde{\sigma}^2) = \frac{2n^2}{(n-1)^2} \sigma^4$$

۸۱- گزینه «۴» از رابطه حجم نمونه در کتاب استفاده می‌کنیم:

$$n = \frac{\sigma^2 \cdot Z_{\alpha/2}^2}{e^2}$$

مقادیر داده شده را در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96 \quad n = \frac{(1.96)^2 \times (1/96)^2}{(0.05)^2} = 61.46 \approx 62$$

۸۲- گزینه «۴» با توجه به اینکه واریانس کل جامعه نامعلوم است و حجم نمونه نیز از ۳۰ کمتر است، بنابراین از توزیع t با $n-1 = 10-1 = 9$ درجه آزادی استفاده می‌کنیم.

۸۳- گزینه «۱» با افزایش ضریب اطمینان دقت افزایش نمی‌یابد.

۸۴- گزینه «۲» از فرمول ضریب کشیدگی استفاده می‌کنیم:

$$E = \frac{\mu_f}{\sigma^f} - 3 = \frac{\frac{\sum f_i(x_i - 12)^3}{N}}{\left(\frac{\sum f_i(x_i - 12)^2}{N}\right)^{1/2}} - 3 = \frac{\frac{276/6}{6/6}}{\left(\frac{24/6}{6/6}\right)^{1/2}} - 3 = \frac{46}{16} - 3 = \frac{46-48}{16} = -\frac{2}{16} = -0.125$$

۸۵- گزینه «۲» فرمول ضریب چولگی به صورت زیر است:

$$SK = \frac{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{N}}{\sigma^3}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{N} = \frac{-500}{50} = -10$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{1800}{50} = 36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{36} = 6$$

$$SK = \frac{-10}{(6)^3} = \frac{-10}{216}$$

گشتاور سوم و انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

مقدار واریانس را به دست می‌آوریم:

مقادیر را جایگذاری می‌کنیم:

توجه کنید که طراح با بی‌دقتی از نمادها استفاده کرده است.

فصل هفتم

«آزمون فرض‌های آماری»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱- آماره آزمون فرضیه برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص دارای کدام توزیع است؟ (۱) F (۲) t (۳) χ^2 (۴) Z (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

۲- در دو جامعه نرمال با واریانس‌های نامعلوم ولی یکسان، آماره آزمون برای مقایسه میانگین‌ها، دارای چه توزیعی است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)
F با درجه آزادی $n_1 - 1$ و $n_2 - 1$ (۱) t با درجه آزادی $n_1 + n_2$ (۲) t با درجه آزادی $n_1 + n_2 - 2$ (۳) t با درجه آزادی $n_1 + n_2 - 1$ (۴)

۳- می‌خواهیم فرض $H_0: \mu_1 = \mu_2$ را در مقابل $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ آزمون کنیم. براساس کدام یک از فاصله‌های اطمینان (۹۵٪) که مربوط به $\mu_1 - \mu_2$ است، می‌توان فرض H_0 را با $\alpha = 0.05$ رد کرد؟ (۱) (۰, ۱۵) (۲) (-۴, ۱/۲) (۳) (-۶, ۶) (۴) (۲/۵, ۳/۸) (علوم اقتصادی - سراسری ۸۰)

۴- ادعا شده است که حداقل ۶۰ درصد تولیدات یک کارخانه معیوبند. به منظور بررسی این ادعا، نمونه‌ای تصادفی از بین تولیدات به تعداد ۱۰۰ کالا انتخاب شده است. آماره آزمون حاصل از نمونه $Z = -4$ شده است. در سطح اطمینان ۹۵٪:
(۱) H_1 رد می‌شود. (۲) H_1 پذیرفته می‌شود.
(۳) H_0 تأیید می‌شود. (۴) قبول ادعا، بستگی به مقدار بحرانی دارد. (مدیریت - سراسری ۸۰)

۵- فرضیه صفر بیان می‌کند که «فرآیند جدید، به خوبی فرآیند قدیمی است». خطای نوع اول (α) به معنی آن است که نتیجه بگیریم:
(۱) فرآیند قدیمی بهتر است، در حالی که چنین نیست.
(۲) فرآیند جدید خوب است، در حالی که چنین هم هست.
(۳) فرآیند قدیمی بهتر است، در حالی که چنین هم هست.
(۴) فرآیند جدید به همان خوبی فرآیند قدیمی است در حالی که چنین نیست. (مدیریت - سراسری ۸۰)

۶- رابطه بین خطای نوع اول (α) و دقت برآورد در ساختن یک فاصله اطمینان چگونه است؟ (۱) خطی (۲) معکوس (۳) مستقیم (۴) خطی مستقیم (حسابداری - سراسری ۸۰)

۷- در آزمون فرضیه، وقتی که سطح معنی‌دار کاهش می‌یابد (در صورت ثابت بودن سایر شرایط):
(۱) توان آزمون کاهش می‌یابد. (۲) توان آزمون افزایش می‌یابد.
(۳) خطای نوع اول افزایش می‌یابد. (۴) خطای نوع دوم کاهش می‌یابد. (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۸- اگر $\begin{cases} H_0: p = \frac{1}{2} \\ H_1: p \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ و از بین ۱۰۰ آزمایش، ۵۹ موفقیت مشاهده شده باشد، آماره آزمون و نتیجه آزمون $\alpha = 0.05$ ، کدام است؟

(۱) H_0 رد می‌شود. (۲) H_0 و $1/8$ رد می‌شود. (۳) H_0 و $1/84$ رد نمی‌شود. (۴) H_0 و $1/8$ رد نمی‌شود. (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

۹- ادعا شده است که در شهر (الف) افرادی که از فروشگاه‌های زنجیره‌ای خرید می‌کنند، بیشتر از افراد خرید کننده از فروشگاه‌های زنجیره‌ای در شهر (ب) هستند. آماره آزمون این فرضیه کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$(1) \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \quad (2) \frac{n_1 - n_2}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} \quad (3) \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \quad (4) \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

۱۰- ادعا شده است که ریسک شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران کمتر از ۱۰۰۰ ریال است. فرضیه صفر آماری، کدام است؟ (حسابداری - سراسری ۸۱)
 $H_0: \sigma_X^2 < 1000$ (۴) $H_0: \sigma_X \geq 1000$ (۳) $H_0: \sigma_X = 1000$ (۲) $H_0: \sigma_X^2 \leq 1000$ (۱)

۱۱- در صورت ثابت بودن سایر عوامل، در کدامیک از موارد زیر توان آزمون افزایش می‌یابد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)
(۱) خطای نوع اول بیشتر شود (۲) آزمون دو دامنه باشد (۳) خطای نوع اول کمتر شود (۴) سطح اطمینان بیشتر شود



۱۲- برای آزمون فرض صفر یکسان بودن میانگین‌ها در دو جامعه نرمال با واریانس‌های یکسان و نامعلوم و با نمونه‌های کوچک، آماره‌ی آزمون بر طبق چه قانونی توزیع می‌گردد؟ (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

(۱) F (۲) نرمال (۳) t (۴) χ^2

۱۳- کدامیک از تعاریف زیر، تعریف مفهوم «ملاک آزمون» می‌باشد؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

- (۱) هر قاعده‌ای یا دستوری که براساس آن نسبت به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.
- (۲) هر تابع نمونه‌ای (Statistic) که براساس آن به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.
- (۳) هر تابعی که براساس آن نسبت به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.
- (۴) هر مشخص کننده عددی توزیع صفت متغیر مورد آزمون که براساس آن به درستی یا عدم درستی فرضیه آماری می‌توان قضاوت کرد.

۱۴- در دو نمونه‌ای یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای μ_1 و σ_1^2 و μ_2 و σ_2^2 انتخاب شده‌اند تخمین σ_1^2 و σ_2^2 به ترتیب $s_1^2 = 12$ و $s_2^2 = 8$ بدست آمده است و براساس آنها فرضیه اولیه $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$: H_0 در سطح احتمال معنی‌دار بودن $\alpha = 0.05$ ، در برابر فرضیه $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$: H_1 آزمون می‌شود. کدامیک از قضاوت‌های زیر درست است؟ (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

- (۱) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود.
- (۲) فرضیه H_1 به اثبات می‌رسد.
- (۳) فرضیه H_1 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.
- (۴) فرضیه H_0 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۱۵- می‌خواهیم فرض صفر $\sigma^2 = 5$: H_0 را در برابر فرض مقابل $\sigma^2 > 5$: H_1 برای جامعه‌ای که توزیع آن نرمال است آزمون نماییم. برای این منظور نمونه‌ای به حجم ۱۲ از جامعه فوق گرفته و میانگین و واریانس آن به ترتیب $\bar{x} = 13/1$ و $s^2 = 7$ محاسبه شده است. با توجه به این که اگر متغیر تصادفی W دارای توزیع کای مربع با درجه آزادی ۱۱ باشد، آنگاه $P(W \geq 19/68) = 0.05$ است، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (سطح معنی‌دار را ۵ درصد در نظر بگیرید). (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

- (۱) فرض صفر را رد می‌کنیم.
- (۲) فرض صفر را رد نمی‌کنیم.
- (۳) با توجه به مشاهدات نمونه، احتمال رد فرض صفر عملاً صفر است.
- (۴) اطلاعات کافی در نمونه برای انجام آزمون واریانس وجود ندارد.

۱۶- اگر میانگین واقعی وزن قوطی‌هایی که توسط یک دستگاه اتوماتیک پر می‌شود $396/7$ با انحراف معیار ۱۶ گرم باشد، خطای نوع دوم آزمون فرضیه زیر که براساس یک نمونه تصادفی ۶۴ تایی با خطای نوع اول ۵ درصد انجام می‌گیرد، چقدر است؟ ($Z_{0.05} = 1/65$) (علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 400 \\ H_1 : \mu < 400 \end{cases}$ (۱) ۰/۹۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۵۰ (۴) ۰/۰۵

۱۷- برای آزمون استقلال سطوح A و B، از دو متغیر تصادفی در یک آزمایش، جدول توافقی زیر حاصل شده است. مقدار آماره آزمون برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

		B		
		B ₁	B ₂	
A	A ₁	۳۰	۲۰	۲۰ (۱)
	A ₂	۲۰	۳۰	۵ (۲)
				۴ (۳)
				۰/۸ (۴)

۱۸- اگر $n_1 = 120$ و $n_2 = 100$ باشد و نسبت موفقیت در نمونه‌ها، ۰/۶۰ و ۰/۵۰ باشد، مقدار آماره آزمون برای بررسی H_0 کدام است؟

(مدیریت - سراسری ۸۲)

(۱) -۲/۰۷ (۲) -۲/۳۵ (۳) ۱/۴۹ (۴) ۲/۵۷

۱۹- کدام عبارت در مورد H_0 و H_1 صحیح نیست؟ (حسابداری - سراسری ۸۲)

- (۱) H_0 و H_1 نقیص یکدیگرند.
- (۲) همواره ادعا در H_1 قرار می‌گیرد.
- (۳) در H_0 همواره باید $y \leq$ یا $y \geq$ قرار گیرد.
- (۴) فرض بر درستی H_0 است مگر خلاف آن ثابت شود.

۲۰- در یک فرضیه، مفهوم (Concept) (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

- (۱) دارای یک ارزش ثابت است.
- (۲) تصویر ذهنی است که مستقیماً قابل مشاهده باشد.
- (۳) تصویر ذهنی است که ممکن است مستقیماً قابل مشاهده باشد یا نباشد.
- (۴) قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد.



۲۱- شهرداری شهری طرح تفصیلی پیشنهادی مشاور را قبل از تصویب آن در مراجع ذیصلاح در معرض دید و اظهار نظر عموم قرار داده است. نظرات برخی از ساکنین مناطق ۳ گانه شهر در جدول مقابل ارائه گردیده است. از چه آزمونی برای بررسی اینکه آیا تفاوتی بین نظرات ساکنین و محل سکونت آن‌ها وجود دارد یا خیر، استفاده شود و درجه آزادی (df) این آزمون چند است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

ساکنین منطقه ۱	ساکنین منطقه ۲	ساکنین منطقه ۳	جمع
۱۸۰	۴۲۰	۶۰۰	۱۲۰۰
۱۱۰	۱۷۰	۳۲۰	۶۰۰
۲۹۰	۵۹۰	۹۲۰	۱۸۰۰

$$df = 4, z$$

$$df = 2, (\chi^2) \text{ کای دو}$$

$$df = 6, F$$

$$df = 6, t$$

۲۲- در ساخت فرضیه به روش کلاسیک کدام مرحله طی می‌شود؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

- (۱) از سطح مفاهیم به سطح درک عینی (مشاهدات)
- (۲) از سطح عینی به سطح درک و تعریف مفاهیم
- (۳) از جمع‌آوری داده تا حذف خطاهای اندازه‌گیری
- (۴) از حذف خطاهای اندازه‌گیری تا جمع‌آوری و تحلیل داده

۲۳- در آزمون فرضیه $H_0: \theta = \theta_0$ در برابر فرضیه $H_1: \theta \neq \theta_0$ با یک ملاک آزمون خاص، راجع به پارامتر θ متعلق به متغیر تصادفی X ، مقادیر $\alpha = 0.05$ ، $\beta = 0.10$ می‌باشد، توان ملاک کدام است؟ (مدیریت صنعتی، تکنولوژی و فناوری اطلاعات - آزاد ۸۲)

$$0.90 \text{ (۴)}$$

$$0.10 \text{ (۳)}$$

$$0.5 \text{ (۲)}$$

$$0.95 \text{ (۱)}$$

۲۴- به منظور قضاوت راجع به نسبت باسوادها (p) در یک منطقه روستایی نمونه‌ای به حجم $n = 200$ نفر انتخاب و بر اساس آن فاصله اعتماد نمونه با احتمال اعتماد $1 - \alpha = 0.99$ به دست آمده است: $(0.40, 0.60)$ نسبت به فرضیه $H_0: p = 0.50$ در برابر فرضیه مقابل $H_1: p \neq 0.50$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۲)

- (۱) فرضیه مقابل H_1 می‌توان پذیرفت
- (۲) فرضیه H_0 را در این سطح احتمال نمی‌توان رد کرد
- (۳) فرضیه H_0 در این سطح احتمال رد می‌شود
- (۴) در این سطح احتمال نمی‌توان هیچ نوع قضاوتی کرد

۲۵- یک نمونه تصادفی ۱۴۴ تایی از جامعه نرمال دارای انحراف معیار $6/2$ با احتمال ۹۹ درصد است. خطای ماکسیمم را حساب کنید. عدد استاندارد ۲/۵۷۵. (محیط زیست - آزاد ۸۲)

$$1/17 \text{ (۴)}$$

$$1/2 \text{ (۳)}$$

$$1/42 \text{ (۲)}$$

$$1/33 \text{ (۱)}$$

۲۶- با ثابت نگه داشتن اندازه نمونه، احتمال اشتباه نوع اول فقط در صورتی کاهش می‌یابد که: (محیط زیست - آزاد ۸۲)

- (۱) احتمال خطای نوع دوم کاهش یابد.
- (۲) طول ناحیه در H_0 کاهش می‌یابد.
- (۳) احتمال خطای نوع دوم افزایش یابد.
- (۴) طول ناحیه در H_0 افزایش یابد.

۲۷- اگر میانگین واقعی مقدار نوشابه ریخته شده به درون شیشه‌ها در کارخانه‌ای ۳۲۴ با انحراف معیار ۱۲ سی‌سی باشد، خطای نوع دوم آزمون زیر براساس یک نمونه تصادفی ۳۶ تایی با خطای نوع اول ۲/۵ درصد تقریباً کدام است؟ $(Z_{0.025} = 1/96 \approx 2)$ $H_1: \mu < 324$; $H_0: \mu \geq 324$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$0.975 \text{ (۴)}$$

$$0.84 \text{ (۳)}$$

$$0.16 \text{ (۲)}$$

$$0.025 \text{ (۱)}$$

۲۸- در بررسی نسبت افراد مبتلا به یک بیماری، فرضیه $H_0: p \leq 0.2$ را در مقابل $H_1: p > 0.2$ آزمون می‌کنیم. برای این منظور نمونه‌ای تصادفی به حجم ۱۰۰ نفر از جامعه مورد مطالعه انتخاب و مشاهده گردید که ۳۰ نفر از آنان مبتلا به بیماری هستند. مقدار آماره (ملاک) آزمون کدام یک از مقادیر زیر است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$5 \text{ (۴)}$$

$$4/34 \text{ (۳)}$$

$$2/5 \text{ (۲)}$$

$$2/17 \text{ (۱)}$$

۲۹- برای $n = 14$ ، $s^2 = 75$ فرضیه $H_0: \sigma^2 \geq 100$ را در مقابل فرضیه $H_1: \sigma^2 < 100$ در سطح تشخیص $\alpha = 0.01$ آزمون می‌کنیم. در صورتی که فرض شود جامعه‌ای که نمونه تصادفی از آن انتخاب می‌شود نزدیک به نرمال است. کدام یک از موارد زیر درست است؟ (کمیت بحرانی از جدول ۴/۱۰۷ است.) (علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$\chi^2 = 9/75 \text{ (۲) و در نتیجه } H_0 \text{ رد می‌شود.}$$

$$\chi^2 = 0/75 \text{ (۱) و در نتیجه } H_0 \text{ رد نمی‌شود.}$$

$$\chi^2 = 0/75 \text{ (۴) و در نتیجه } H_0 \text{ رد می‌شود.}$$

$$\chi^2 = 9/75 \text{ (۳) و در نتیجه } H_0 \text{ رد نمی‌شود.}$$



۳۰- در جوامع نرمال برای آزمون فرضیه‌های زیر براساس اطلاعات نمونه در صورتی که $n_1 + n_2 < 30$ (مجموع اندازه‌های دو نمونه تصادفی کمتر از ۳۰) باشد، به ترتیب از راست به چپ از کدام ملاک‌های آزمون استفاده می‌شود؟
 i) $H_0: \mu_1 = \mu_2$; ii) $H_1: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$F, t \quad (1) \quad F, Z \quad (2) \quad \chi^2, t \quad (3) \quad \chi^2, Z \quad (4)$$

۳۱- در نظر است فرضیه سالم بودن یک سکه را آزمون کنیم. سکه را ۵۰ بار آزمایش (پرتاب) می‌کنیم که ۳۰ بار شیر مشاهده می‌کنیم. در سطح خطای ۵ درصد درباره فرض سالم بودن سکه چه می‌توان گفت؟ (کمیت بحرانی ۲/۷۰۶).

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

$$(1) \text{ رد می‌شود چون } \chi^2 = 4/25 \text{ است.} \quad (2) \text{ رد می‌شود چون } F = 3/75 \text{ است.} \\ (3) \text{ قبول می‌شود چون } \chi^2 = 2 \text{ است.} \quad (4) \text{ قبول می‌شود چون } \chi^2 = 2/57 \text{ است.}$$

۳۲- براساس نمونه‌های تصادفی ۴ تایی از ۳ جامعه که دارای توزیع نرمال اند، اطلاعات زیر به دست آمده است:

$$\bar{x}_1 = 110, \bar{x}_2 = 100, \bar{x}_3 = 120, s_1^2 = 180, s_2^2 = 220, s_3^2 = 200$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۳)

کمیت (ملاک) آماره آزمون برابری میانگین در این سه جامعه چیست؟

$$\chi_{1,1}^2 = 2 \quad (1) \quad F_{7,9} = 2 \quad (2) \quad F_{7,9} = 3 \quad (3) \quad F_{9,2} = 3 \quad (4)$$

(مدیریت - سراسری ۸۳)

۳۳- در کدام یک از موارد زیر نمی‌توان آزمون فرض آماری را برگزار کرد؟

$$(1) \text{ از سرشماری استفاده شده باشد.} \quad (2) \text{ حجم نمونه کمتر از } 30 \text{ باشد.} \\ (3) \text{ نمونه به روش تصادفی منظم انتخاب شده باشد.} \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

۳۴- می‌خواهیم ببینیم آیا بین متغیرهای کیفی X و Y رابطه وجود دارد یا خیر. متغیر کیفی X دارای سه سطح و متغیر Y دارای ۴ سطح است. درجه آزادی برای آزمون کدام است؟

(مدیریت - سراسری ۸۳)

$$1 \quad (1) \quad 7 \quad (2) \quad 12 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

(حسابداری - سراسری ۸۳)

۳۵- در کدام مورد، نباید از آزمون فرض استفاده کرد؟

$$n = 10 \quad (1) \quad n < 30 \quad (2) \quad n \geq 30 \quad (3) \quad \text{سرشماری} \quad (4)$$

(حسابداری - سراسری ۸۳)

۳۶- سطح زیر منحنی H_0 در آزمون فرض آماری همواره برابر است با:

$$(1) \text{ خطای نوع اول} \quad (2) \text{ خطای نوع دوم} \quad (3) \text{ توان آزمون} \quad (4) \text{ سطح اطمینان آزمون}$$

۳۷- در یک آزمایش دو گروه مرد و زن شرکت کرده‌اند. تعداد مردان ۱۱۰ و تعداد زنان ۱۶۰ نفر می‌باشد. به منظور آزمون تفاوت میانگین‌ها مقدار z محاسبه شده برابر با ۲/۲۱ می‌باشد. کدام یک از نتایج زیر صحیح است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

$$(1) \text{ فرض } H_1 \text{ پذیرفته نمی‌شود.} \quad (2) \text{ فرض } H_0 \text{ تثبیت می‌شود.} \\ (3) \text{ فرض } H_0 \text{ با اطمینان } 99 \text{ درصد رد می‌شود.} \quad (4) \text{ فرض } H_0 \text{ با اطمینان } 95 \text{ درصد رد می‌شود.}$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

۳۸- آماره مناسب جهت آزمون فرضیه برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص دارای توزیع:

$$F \text{ است} \quad (1) \quad t \text{ است} \quad (2) \quad \chi^2 \text{ است} \quad (3) \quad Z \text{ است} \quad (4)$$

۳۹- متغیر تصادفی X بر طبق قانون دو نقطه‌ای توزیع شده است. به منظور آزمون فرضیه $H_0: p = 0/5$ ، نمونه‌ای به حجم $n = 100$ انتخاب شده و میانگین مشاهدات $\frac{m}{n} = 0/4$ به دست آمده است، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد فرضیه H_0 صحیح است؟ ($\alpha = 0/05$) (مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

$$(1) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد می‌شود.} \quad (2) \text{ فرضیه } H_0 \text{ را نمی‌توان ثابت کرد.} \quad (3) \text{ فرضیه } H_0 \text{ ثابت می‌شود.} \quad (4) \text{ فرضیه } H_0 \text{ را نمی‌توان رد کرد.}$$

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

۴۰- فرضیه آماری چیست؟

$$(1) \text{ گزاره‌ای است راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر در جامعه.} \quad (2) \text{ فرضیه‌ای است راجع به امید ریاضی توزیع صفت متغیر.} \\ (3) \text{ فرضیه‌ای است راجع به گشتاورهای صفت متغیر تصادفی در جامعه.} \quad (4) \text{ گزاره‌ای است راجع به واریانس جامعه.}$$

۴۱- در آزمون فرضیه اولیه (H_0) در برابر فرضیه مقابل (H_1) توان ملاک $\pi = 0/975$ به دست آمده است. احتمال خطای دوم کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

$$0/95 \quad (1) \quad 0/25 \quad (2) \quad 0/99 \quad (3) \quad 0/05 \quad (4)$$



۴۲- کدام یک از تعاریف زیر تعریف ملاک حساسیت آزمون (تابع توان) می باشد؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

- ۱) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار نگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) نادرست باشد.
- ۲) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار گیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) درست باشد.
- ۳) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار نگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) درست باشد.
- ۴) احتمال اینکه تابع نمونه‌ای آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد به شرط آنکه فرضیه اولیه (H_0) نادرست باشد.

۴۳- دقت کار دستگاه اتومات توسط واریانس‌های اندازه‌ی اشیاء تولید شده در این دستگاه کنترل می شود که نباید از $\sigma^2 = 0.1$ تجاوز نماید فرض بر اینست که اندازه اشیاء (تولید شده) طبق قانون نرمال توزیع شود از این دستگاه به طور تصادفی $n = 25$ شیء به عنوان نمونه انتخاب می گردد.

با فرض اینکه $\sigma^2 = 0.2$ به دست آمده باشد نسبت به فرضیه $\sigma^2 = 0.1$: H_0 چه قضاوتی می توان کرد؟

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

- ۱) فرضیه اولیه (H_0) را نمی توان رد کرد.
- ۲) فرضیه مقابل (H_1) رد می شود.
- ۳) فرضیه اولیه (H_0) رد می شود.
- ۴) فرضیه مقابل (H_1) اثبات می شود.

۴۴- به منظور مقایسه نسبت واحدهای نقص دار (غیر استاندارد) در دو خط تولید کارگاهی، نمونه ای به حجم $n_1 = 100$ از خط تولید اول و از خط تولید دوم نمونه ای به حجم $n_2 = 300$ محصول انتخاب می شود.

مطلوبست: آزمون فرضیه اینکه «نسبت واحدهای نقص دار تولید شده در دو خط تولید، یکسان باشد» به فرض اینکه در نمونه انتخاب شده از خط اول ۱۱ واحد و در نمونه انتخاب شده از خط دوم ۶۹ واحد نقص دار وجود داشته باشد. (در سطح احتمال $\alpha = 0.05$)

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۳)

- ۱) فرضیه اینکه «نسبت واحدهای نقص دار یکسان است» رد نمی شود.
- ۲) فرضیه اینکه «نسبت واحدهای نقص دار یکسان است» اثبات می شود.
- ۳) فرضیه اینکه «نسبت واحدهای نقص دار یکسان هستند» رد می شود.
- ۴) با این نتایج مشاهدات هیچ نوع قضاوتی نمی توان کرد.

۴۵- کدام یک از عبارات زیر تعریف خطای نوع اول (α) است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- ۱) احتمال رد کردن فرضیه H_1 وقتی که غلط است.
- ۲) احتمال رد کردن فرضیه H_0 وقتی که درست است.
- ۳) احتمال رد کردن فرضیه H_0 وقتی که غلط است.
- ۴) احتمال رد کردن فرضیه H_1 وقتی که درست است.

۴۶- ادعا شده که امید ریاضی کمیته تصادفی با توزیع نرمال برابر ۵۵ است ($\mu = 55$). با استفاده از نمونه، تخمین فاصله‌ای برای پارامتر μ ، به صورت (۵۷-۵۱) به دست آمده است. در مورد ادعای یاد شده چگونه باید قضاوت کرد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۳)

- ۱) فرضیه H_0 رد می شود.
- ۲) فرضیه H_0 را نمی توان رد کرد
- ۳) فرضیه H_1 پذیرفته می شود.
- ۴) قضاوت میسر نیست.

۴۷- بر اساس میانگین حسابی ($\bar{X}$) در نمونه‌ای به حجم $n = 25$ از جامعه نرمال ($\sigma^2 = 40$, $\mu = ?$) $N(\mu = ?)$ فاصله اعتماد برای پارامتر μ با احتمال اعتماد $1 - \alpha = 0.95$ برای نمونه نمایان شده به صورت $(\bar{L}, \bar{U}) = (58, 95)$ به دست آمده است. نسبت به فرضیه اولیه $\mu = 48$: H_0 در جامعه چه ادعایی می توان کرد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۳)

- ۱) فرضیه اول (H_0) را نمی توان رد کرد
- ۲) فرضیه مقابل (H_1) رد می شود.
- ۳) فرضیه مقابل (H_1) ثابت می شود.
- ۴) فرضیه اولیه (H_0) رد می شود.

۴۸- به منظور مقایسه هزینه مسکن خانوارها در ۵ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای به حجم ۶ به طور تصادفی از خانوارهای منطقه انتخاب شده است و براساس این مشاهدات جدول آنالیز واریانس به صورت زیر به دست آمده است. مقدار عددی F آزمون برابر است با:

(محیط زیست - آزاد ۸۳)

منبع تغییرات	SS	df	MS	F
بین گروه‌ها	۶/۴			
داخل گروه‌ها				
کل	۶۸/۹			

۱) ۰/۶۴

۲) ۲/۵

۳) ۱/۶

۴) ۱/۶۴

۴۹- ادعا شده است که اکثریت افراد در جامعه‌ای موافق قانون کنترل آلودگی هوا هستند. نمونه‌ای ۱۰۰ تایی از افراد این جامعه به طور تصادفی انتخاب کرده‌ایم و ملاحظه شده که ۵۵ نظر موافق قانون مزبور می باشند. در آزمون فرضیه برای پذیرفتن یا رد این ادعا آماره آزمون برابر است با:

(محیط زیست - آزاد ۸۳)

۱) ۴

۳) ۱/۵

۲) ۱/۷۵

۲) ۱



۵۰- برای مقایسه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B, A براساس نتایج مشاهدات در دو نمونه n_1 و n_2 ملاک آزمون برابر $z = 1/99$ به دست آمده است که در ناحیه بحرانی قرار گرفته است. کدام گزینه زیر درست است؟ (محیط زیست - آزاد ۸۳)

- (۱) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B, A یکسان نیستند رد می‌شود.
- (۲) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B, A یکسان هستند رد می‌شود.
- (۳) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B, A یکسان نیستند رد نمی‌شود.
- (۴) فرضیه اینکه نسبت سیگاری‌ها در دو جامعه B, A یکسان هستند رد نمی‌شود.

۵۱- برای آزمون فرضیه یکسان بودن میانگین دو جامعه نرمال با واریانس‌های یکسان و نامعلوم و با حجم کم نمونه‌ها، ملاک آزمون کننده چیست؟ (محیط زیست - آزاد ۸۳)

- (۱) توزیع نرمال
- (۲) توزیع χ^2
- (۳) توزیع t
- (۴) توزیع فیشر

۵۲- برای آزمون برابری متوسط هزینه‌های خانوارها در پنج منطقه، از هر یک از این مناطق، نمونه‌ای به حجم ۶ خانوار بطور تصادفی انتخاب شده و براساس آن $SST = 68/9$, $SSE = 62/5$ بدست آمده است. مقدار عددی آماره آزمون عبارتست از: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۱۰
- (۲) ۰/۶۴
- (۳) ۱/۵۶
- (۴) ۹/۷۶

۵۳- اگر میانگین واقعی مقدار قهوه ریخته شده داخل شیشه‌ها توسط یک دستگاه اتوماتیک $596/7$ گرم با انحراف معیار ۱۴ گرم باشد، خطای نوع دوم آزمون فرضیه روبرو براساس یک نمونه تصادفی ۴۹ تایی با خطای نوع اول ۵ درصد کدام است؟ $(Z_{0/05} = 1/65)$ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۰/۴۵
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۰/۰۵
- (۴) ۰/۹۵

۵۴- یک قنادی آجیل مورد نیاز خود را با ترکیب ۴۰ درصد بادام ($p_1 = 0/4$) و ۴۰ درصد پسته ($p_2 = 0/4$) و ۲۰ درصد گردو ($p_3 = 0/2$) سفارش داده است. خریدار به هنگام تحویل گرفتن محموله آجیل، نمونه‌ای به حجم $n = 200$ را به طور تصادفی انتخاب می‌کند. این نمونه حاوی ۶۰ بادام، ۱۲۰ پسته و ۲۰ گردو است. مقدار عددی آماره آزمون برای قبول محموله (خوبی برازش) عبارت است از: (علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

- (۱) ۹
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۵۰

۵۵- ادعا شده است که متوسط دستمزد در بخش خصوصی حداقل ۲۰ هزار تومان است. برای بررسی این ادعا یک نمونه ۶۴ نفره از کارکنان بخش خصوصی انتخاب شده است که میانگین و انحراف معیار آن به ترتیب ۲۲ و ۵ هزار تومان است کدام گزینه صحیح است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

- (۱) ادعا تأیید می‌شود.
- (۲) ادعا رد می‌شود.
- (۳) H_1 تأیید می‌شود.
- (۴) اطلاعات برای اظهارنظر کامل نیست.

۵۶- می‌خواهیم فرض $H_0: p = \frac{1}{3}$ را آزمون کنیم. اگر آماره آزمون به شکل $A = \frac{3 \cdot [\hat{p} - \frac{1}{3}]}{\sqrt{\frac{1}{3}}}$ باشد تعداد نمونه‌ها چند تاست؟ (محیط زیست - سراسری ۸۴)

- (۱) ۳۰
- (۲) ۹۹
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۰۰۰

۵۷- آماره F برای مقایسه واریانس دو جامعه وقتی به کار می‌رود که هر دو جامعه دارای توزیع مستقل باشند. (محیط زیست - سراسری ۸۴)

- (۱) F
- (۲) N
- (۳) t
- (۴) χ^2

۵۸- برای تعیین رابطه دو صفت که هر یک به صورت ترتیبی در چهار ستون و سه ردیف در ماتریسی قرار گرفته‌اند از مجذور خی استفاده شده است. درجه آزادی چه مقدار است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) ۱
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۱۲

۵۹- در یک آزمایش دو گروه خانم‌ها و آقایان شرکت کرده‌اند تعداد آقایان ۱۰۰ و تعداد خانم‌ها ۱۵۰ نفر بوده است. به منظور آزمون تفاوت میانگین‌ها مقدار z محاسبه شده برابر با ۱/۹۸ می‌باشد. کدام یک از نتایج زیر صحیح است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

- (۱) فرض H_0 تثبیت می‌شود.
- (۲) فرض H_0 با اطمینان ۹۹ درصد رد می‌شود.
- (۳) فرض H_0 با اطمینان ۹۵ درصد رد می‌شود.
- (۴) فرض H_0 پذیرفته نمی‌شود.



۶۰- در صورتیکه فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب: $H_0: \mu \geq 80$ و $H_1: \mu < 80$ و مقادیر بدست آمده بر اساس محاسبات $n = 16$ ، $\bar{x} = 75/76$ و $s = 8/246$ باشد تقریباً P-value برابر است با:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

- (۱) $-0/025$ (۲) $0/525$ (۳) $0/025$ (۴) $-0/525$

۶۱- میانگین عمر لاستیک های شرکت عاج برابر 30000 کیلومتر می باشد. با استفاده از یک تکنولوژی جدید تولیدی، اعتقاد بر اینست که میانگین عمر لاستیک ها بهبود یافته است. فرضیه ها برای این ادعا برابر است با:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

- (۱) $H_0: \mu \leq 30000$ $H_1: \mu > 30000$ (۲) $H_0: \mu \geq 30000$ $H_1: \mu < 30000$ (۳) $H_0: \mu < 30000$ $H_1: \mu \geq 30000$ (۴) $H_0: \mu > 30000$ $H_1: \mu \leq 30000$

۶۲- قسمتی از اطلاعات بدست آمده از خروجی کامپیوتری جدول ANOVA در زیر داده شده است:

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F
Between Treatments SSR	256			32
Within treatment (Error) SSE			4	
Total SST	400			

درجه آزادی مربوط به SSE برابر است با:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

- (۱) ۳۶ (۲) ۲ (۳) ۱۲۸ (۴) ۳۸

۶۳- در صورتیکه فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب: $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ حداقل یکی از میانگین ها فرق دارد: H_1 و مقادیر بدست آمده بر اساس محاسبات به شرح زیر باشد: $SSTR = 6750$, $SSE = 8000$, $n_T = 20$ مقدار عددی تابع نمونه ای محاسبه شده برای آزمون فرضیه فوق برابر است با:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

- (۱) $1/18$ (۲) $0/84$ (۳) $4/5$ (۴) $4/22$

۶۴- قسمتی از اطلاعات به دست آمده از خروجی کامپیوتری جدول ANOVA در زیر داده شده است. درجه آزادی مربوط به SSE برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

Source of Variation	sum of Squares	Degrees of Freedom	Mea Square	F
treatments SSR	64			8
Withintreatment (Error) SSE				2
Total SST	100			

۶۵- در صورتی که فرضیه اولیه و مقابل به ترتیب

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

حداقل یکی از میانگین ها فرق دارد: H_1

$$SSTR = 6750, SSE = 8000, n_T = 20$$

و مقادیر به دست آمده بر اساس محاسبات به شرح روبرو باشد:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

با فرض نرمال بودن توزیع جامعه های فوق، در سطح $\alpha = 0/05$ مقدار به دست آمده از جدول برابر است با:

- (۱) $2/87$ (۲) $3/24$ (۳) $4/08$ (۴) $8/7$

۶۶- برای به حداقل رساندن توأم احتمال های خطای نوع اول (α) و خطای نوع دوم (β) کدام یک از گزینه های زیر صحیح می باشد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

(۱) با افزایش n احتمال های هر دو خطا توأمأ کاهش می یابد.

(۲) با کاهش احتمال خطای نوع اول، احتمال خطای نوع دوم نیز کاهش می یابد.

(۳) با کاهش احتمال خطای نوع دوم، احتمال خطای نوع اول نیز کاهش می یابد.

(۴) با کاهش n (حجم نمونه) احتمال های هر دو خطا، توأمأ کاهش می یابد.



۶۷- براساس نمونه انتخاب شده از جامعه‌ای با توزیع نرمال که دارای پارامتر μ مجهول می‌باشد، فاصله اعتماد یا احتمال اعتماد $0/95$ به قرار زیر به دست آمده است:

$$(120/45, 180/65)$$

اگر به منظور آزمون فرضیه $H_0: \mu = 111/40$ از این فاصله اعتماد به عنوان ملاک آزمون فرضیه استفاده گردد، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) فرضیه اولیه رد می‌شود. (۲) فرضیه اولیه رد نمی‌شود.
(۳) فرضیه اولیه به اثبات می‌رسد. (۴) با این فاصله اعتماد نمونه نسبت به فرضیه اولیه نمی‌توان قضاوت کرد.

۶۸- در دو نمونه یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ انتخاب شده‌اند، تخمین σ_1^2, σ_2^2 به ترتیب $s_1^2 = 8, s_2^2 = 12$ به دست آمده است و براساس آنها فرضیه اولیه $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ در سطح احتمال معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$ ، در برابر فرضیه $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ آزمون می‌شود. کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟ (مدیریت دولتی - آزاد ۸۴)

- (۱) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود. (۲) فرضیه H_1 به اثبات می‌رسد.
(۳) فرضیه H_1 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد. (۴) فرضیه H_0 را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.

۶۹- بر آزمون تساوی دو واریانس کدامیک از توزیع‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (محیط زیست - آزاد ۸۴)

- (۱) توزیع Z (۲) توزیع t (۳) توزیع (کای دو) χ^2 (۴) توزیع F

۷۰- در یک آزمون آماری که α خطای نوع اول و β خطای نوع دوم است. (محیط زیست - آزاد ۸۴)

- (۱) همواره $\alpha + \beta = 1$
(۲) معمولاً α بیشتر از $0/95$ است
(۳) α و β هنگامی کوچک می‌شوند که اندازه نمونه بزرگ باشد
(۴) اگر $\alpha = 0/05$ آنگاه $\beta < 0/95$

۷۱- به منظور بررسی اختلاف بین میانگین بهره‌وری پنج واحد تولیدی نمونه‌هایی به حجم ۲۵ استخراج شده و نتایج ذیل به دست آمده است. مقدار

$$\text{آماره آزمون کدام است؟ } 500 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2, \quad n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = 200$$

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۱۲ (۴) ۲

۷۲- صاحب یک کارخانه ادعا می‌کند حداقل ۸۰٪ مردم، محصول کارخانه او را ترجیح می‌دهند. در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی، بیش از چند نفر باید کالای وی را ترجیح دهند تا در سطح $\alpha = 0/05$ ادعای صاحب کارخانه پذیرفته شود. ($Z_{0/05} = 1/65$) (علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

- (۱) ۶۴ (۲) ۷۳ (۳) ۷۹ (۴) ۸۶

۷۳- اگر فرض کنیم نسبت ضایعات یک کارخانه تولیدی حداقل ۱۰٪ (ده درصد) است آنگاه فرضیه H_0 برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) $H_0: p < 0/10$ (۲) $H_0: p \geq 0/10$ (۳) $H_0: p \leq 0/10$ (۴) $H_0: p < 0/9$

۷۴- چهل و یک نفر از یک نمونه ۶۰ نفری مخالف طرح ایجاد کارخانه در یک منطقه شهر می‌باشند. آیا به طور کلی تفاوتی بین گروه‌های موافق و مخالف طرح وجود دارد. فرضیه H_0 برای تست آزمون فوق برابر است با:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

- (۱) $H_0: p = 0/5$ (۲) $H_0: p = 5$ (۳) $H_0: \mu = 0/5$ (۴) $H_0: \mu = 5$

۷۵- مدیر یک نمایشگاه اتومبیل در نظر دارد که پرداخت پاداش بیشتر به کارکنان را جهت افزایش فروش در دستور کار قرار دهد. در حال حاضر میانگین فروش هر فروشنده پنج ماشین در ماه است. کدامیک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده آزمون اثر این پاداش است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

- (۱) $H_0: \mu < 5$ $H_1: \mu \leq 5$ (۲) $H_0: \mu > 5$ $H_1: \mu > 5$ (۳) $H_0: \mu > 5$ $H_1: \mu \leq 5$ (۴) $H_0: \mu \geq 5$ $H_1: \mu < 5$

۷۶- احتمال رد کردن فرضیه غلط H_0 برابر است با:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

- (۱) $1 - \alpha$ (۲) $1 - \beta$ (۳) β (۴) α

۷۷- ادعا شده است که نسبت ضایعات در کارخانه‌ای حداکثر ۲۰ درصد است. فرضیه H_0 کدام است؟ (مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

- (۱) $p \geq 0/2$ (۲) $p < 0/20$ (۳) $p > 0/20$ (۴) $p \leq 0/2$



(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

۷۸- با توجه به جدول ANOVA، فرضیه H_0 برای جدول فوق کدام است؟

Source of Variation	Sum of squares	Degrees of Freedom	Square Mean	F
Between Treatment	۲۰۷۳/۶	۴		
Between Blocks	۶۰۰۰	۵	۱۲۰۰	
Error		۲۰	۲۸۸	
Total		۲۹		

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 \quad (۲)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \quad (۱)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{20} \quad (۴)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 \quad (۳)$$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

$$۲۸/۸ \quad (۴)$$

$$۰/۴۳۲ \quad (۳)$$

$$۴/۱۷ \quad (۲)$$

$$۱/۸ \quad (۱)$$

۸۰- میانگین حقوق فارغ‌التحصیلان رشته مدیریت ۳۷۰۰۰ \$ در سال ۱۳۸۲ بوده است. در سال ۱۳۸۳ یک نمونه ۴۸ تایی از فارغ‌التحصیلان میانگینی برابر ۳۸۱۰۰ \$ با انحراف معیار ۵۲۰۰ \$ را نشان داده است. برای آزمون این ادعا که فارغ‌التحصیلان سال ۸۳ میانگین درآمدی بیشتر از میانگین حقوق فارغ‌التحصیلان سال ۸۲ را دارند، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 37000 \\ H_1: \mu &< 37000 \end{aligned} \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\leq 37000 \\ H_1: \mu &> 37000 \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 37000 \\ H_1: \mu &\neq 37000 \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq 37000 \\ H_1: \mu &< 37000 \end{aligned} \quad (۱)$$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۸۱- مقدار درجه آزادی در توزیع کای دو برای آزمون مستقل بودن از طریق کدامیک از عبارات زیر بدست می‌آید؟

$$(۲) \text{ (تعداد ستون‌ها منهای یک) (تعداد سطرها منهای یک)}$$

$$(۱) \text{ (تعداد سطرها) (تعداد ستون‌ها)}$$

$$n-1 \quad (۴)$$

$$k-1 \quad (۳)$$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۸۲- هنگامیکه P-Value برای آزمون فرضیه بکار می‌رود، فرضیه H_0 رد می‌شود، اگر:

$$P\text{-Value} < \beta \quad (۴)$$

$$P\text{-Value} < 1 - \alpha \quad (۳)$$

$$\alpha < P\text{-Value} \quad (۲)$$

$$P\text{-Value} < \alpha \quad (۱)$$

۸۳- در آزمون فرضیه $H_0: \mu = \mu_0$ احتمال معنی دار بودن ۰/۰۵ در نظر گرفته شده است و به فرض اینکه $\mu = ۷۲$ درست بوده باشد، تابع توان مساوی با ۰/۱۷ $\pi(۷۲) =$ بدست آمده است. خطای نوع دوم کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

$$۰/۰۵ \quad (۴)$$

$$۰/۹۵ \quad (۳)$$

$$۰/۸۳ \quad (۲)$$

$$۰/۱۷ \quad (۱)$$

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

۸۴- در آزمون فرضیه اولیه (H_0) احتمال معنی دار بودن ۰/۰۵ در نظر گرفته شده است. احتمال خطای نوع اول کدام است؟

$$۰/۰۵ \quad (۴)$$

$$۰/۰۲۵ \quad (۳)$$

$$۰/۱۰ \quad (۲)$$

$$۰/۹۵ \quad (۱)$$

۸۵- متغیر تصادفی X بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = ۱۰۰$ توزیع شده است. ادعا می‌شود که میانگین جامعه برابر با ۸۰ است. برای این منظور نمونه‌ای به حجم $n = ۱۶$ به طور تصادفی انتخاب و $\bar{X} = ۷۵$ بدست آمده است. به فرض اینکه نقطه بحرانی در سطح معنی‌دار بودن ۰/۰۵، کوانتیل ۱/۹۶ باشد، کدام یک از قضاوت‌های در زیر در مورد ادعای فوق صحیح است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

$$(۲) \text{ فرضیه } H_0 \text{ پذیرفته می‌شود.}$$

$$(۱) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد نمی‌شود.}$$

$$(۴) \text{ فرضیه مقابل (جانشین) رد می‌شود.}$$

$$(۳) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد و فرضیه مقابل (جانشین) پذیرفته می‌شود.}$$

۸۶- برای ارزیابی یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه، به طور تصادفی تعداد ۴۰۰ نفر از جامعه اول و ۲۰۰ نفر از جامعه دوم انتخاب می‌کنیم. ملاحظه می‌شود که تعداد ۸۰ نفر در نمونه اول و ۶۰ نفر در نمونه دوم بی‌سواد بوده‌اند. در مورد آزمون یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه چه قضاوتی می‌کنید.

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۵)

$$(۱) \text{ فرضیه یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد می‌شود.}$$

$$(۲) \text{ فرضیه یکسان بودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد نمی‌شود.}$$

$$(۳) \text{ فرضیه یکسان نبودن نسبت بی‌سوادی در دو جامعه رد می‌شود.}$$

$$(۴) \text{ نسبت به این فرضیه نمی‌توان قضاوت کرد.}$$



۸۷- در یک نمونه‌گیری تصادفی ساده حجم نمونه برای برآورد نسبت یک متغیر در جامعه با حداکثر اشتباه برآورد ۵ درصد و اطمینان ۹۵ درصد برای متغیری که گمان می‌رود نسبت آن در جامعه برابر ۵۰ درصد باشد تقریباً برابر است با:

(محیط زیست - آزاد ۸۵)

(۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰

۸۸- به منظور مقایسه هزینه خوراک خانوارها در ۳ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای به حجم ۱۰ خانوار به طور تصادفی انتخاب می‌شود و براساس نتایج مشاهدات جدول تحلیل واریانس به صورت زیر به دست می‌آید. مقدار عددی آماره آزمون کدام است؟ (علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

منبع تغییرات	درجه آزادی	مجموع مجذور انحرافات
رویه	-	-
خطا	-	۵۴
جمع	-	۶۰/۴

(۱) ۱/۳

(۲) ۱/۸

(۳) ۱/۶

(۴) ۲/۵

۸۹- برای آزمون برابری میانگین‌های دو جامعه نرمال مستقل با واریانس‌های برابر، نتایج زیر از نمونه‌های انتخاب شده از این دو جامعه به دست آمده‌اند. مقدار آماره آزمون برابر است با:

جامعه اول	$n_1 = 18$	$\bar{x}_1 = 17$	$s_1^2 = 15$
جامعه دوم	$n_2 = 18$	$\bar{x}_2 = 15$	$s_2^2 = 17$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$\frac{17}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{34\sqrt{2}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{17\sqrt{17}}{4} \quad (۲)$$

$$12/75 \quad (۱)$$

عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۲	۸	۱۱	۱۳	۹	۷

۹۰- در ۶۰ بار پرتاب یک تاس نتایج روبرو حاصل شده است:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

$$2/8 \quad (۴)$$

$$1/7 \quad (۳)$$

$$0/28 \quad (۲)$$

$$0/17 \quad (۱)$$

آماره آزمون برای آزمون فرضیه H_0 مبنی بر همگن بودن تاس کدام است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۹۱- در یک آزمون فرض خطای نوع اول عبارتست از:

(۱) احتمال رد فرض H_0 در صورتی که فرض H_1 درست باشد.

(۲) احتمال رد فرض H_0 در صورتی که فرض H_0 درست باشد.

(۳) احتمال پذیرش فرض H_0 در صورتی که فرض H_0 غلط باشد.

(۴) احتمال پذیرش فرض H_1 در صورتی که فرض H_1 غلط باشد.

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۹۲- کدام عبارت، صحیح است؟

(۱) جمع خطای نوع اول و دوم مساوی یک است.

(۲) خطای نوع دوم برابر است با یک منهای توان آزمون

(۴) خطای نوع دوم برابر است با یک منهای خطای نوع اول

(۳) خطای نوع اول برابر است با یک منهای توان آزمون

۹۳- در یک نمونه‌گیری ۳۰ محل دیده شده است که ۱۸ محل به موقع زباله‌های خود را خارج از منزل قرار می‌دهند. برای آزمون $H_0: p = \frac{1}{4}$

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$\sqrt{\frac{5}{6}} \quad (۴)$$

$$-\sqrt{\frac{6}{5}} \quad (۳)$$

$$-\sqrt{\frac{5}{6}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \quad (۱)$$

۹۴- اطلاعات زیر مربوط به دو جامعه می‌باشد، با فرض نرمال بودن توزیع X در دو جامعه، آماره آزمون مربوط به فرض تساوی واریانس‌های دو جامعه کدام است؟ (محیط زیست - سراسری ۸۶)

جامعه اول	جامعه دوم
$n_1 = 20$	$n_2 = 30$
$\bar{x}_1 = 50$	$\bar{x}_2 = 60$
$s_1 = 6$	$s_2 = 10$

$$0/36 \quad (۱)$$

$$0/5 \quad (۲)$$

$$0/6 \quad (۳)$$

$$0/83 \quad (۴)$$



(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۹۵- جدول پیش‌بینی زیر مفروض است، تحت فرض استقلال، جدول مورد انتظار کدام است؟

		A				A				A				A	
		۱	۲			۱	۲			۱	۲			۱	۲
B	۱	۱۰	۱۰	B	۱	۶	۱۴	B	۱	۱۰	۱۰	B	۱	۱۴	۶
	۲	۲۰	۶۰		۲	۲۴	۵۶		۲	۲۵	۵۰		۲	۵۶	۲۴
		۱۰۰													
		(۴)				(۳)				(۲)				(۱)	

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۹۶- کدامیک از موارد زیر در رابطه با آزمون فرض صحیح نمی‌باشد؟

- ۱) اگر H_0 در سطح اطمینان ۵٪ رد شود در سطح اطمینان ۱٪ نیز رد می‌شود.
- ۲) اگر H_0 در سطح اطمینان ۵٪ رد شود ممکن است در سطح اطمینان ۱٪ نیز رد می‌شود.
- ۳) اگر H_0 در سطح اطمینان ۱٪ رد شود ممکن نیست در سطح اطمینان ۵٪ نیز رد شود.
- ۴) اگر H_0 در سطح اطمینان ۱٪ رد شد در سطح اطمینان ۵٪ حتماً رد می‌شود.

۹۷- ادعا شده است که نرخ تورم (p) در کشور ایران در سال ۱۳۸۵ حداکثر ۱۲٪ است. برای آزمون این ادعا فرضیه‌های آماری عبارتند از:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 H_0: p < 12\% & H_0: p > 12\% & H_0: p \leq 12\% & H_0: p \geq 12\% \\
 H_a: p \geq 12\% & H_a: p \leq 12\% & H_a: p > 12\% & H_a: p < 12\%
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} (۴) \\ (۳) \\ (۲) \\ (۱) \end{array}$$

۹۸- محتویات ۲۶ قوطی قهوه، انحراف معیاری برابر ۰/۶ گرم را نشان داده است. ما علاقمندیم که تعیین کنیم آیا واریانس جامعه به صورت معنی‌داری بیشتر از ۰/۳ می‌باشد مقدار آماره به دست آمده برابر است با:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 1/2/4 & 3/0 & 31/2 & 27/39(1)
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} (۴) \\ (۳) \\ (۲) \\ (۱) \end{array}$$

۹۹- محتویات ۲۶ قوطی قهوه، انحراف معیاری برابر ۰/۰۶ را نشان داده است، علاقمندیم که تعیین کنیم آیا واریانس جامعه به صورت معنی‌داری بیشتر از ۰/۰۳ می‌باشد؟ فرضیه صفر برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 \sigma^2 > 0/0/3 & \sigma^2 \leq 0/0/3 & \sigma^2 > 0/0/3 & \sigma^2 \leq 0/0/3
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} (۴) \\ (۳) \\ (۲) \\ (۱) \end{array}$$

۱۰۰- به ده نفر دو نوع نوشابه عرضه شده است، سه نفر نوشابه اول و پنج نفر نوشابه دوم را ترجیح دادند و دو نفر بی تفاوت بودند، برای مشخص کردن این که آیا ترجیحات افراد برای دو نوع نوشابه برابر هستند توزیع احتمال متناسب این مسئله برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 \text{نرمال} & \text{دو جمله‌ای} & -t \text{ استودنت} & \text{پواسن}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۲) \\ (۳) \\ (۴) \end{array}$$

۱۰۱- با توجه به اطلاعات روبرو: $n_T = 20$, $SSE = 8000$, $SSTR = 6750$, $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ مقدار آماره برای آزمون فرضیه برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 0/22(1) & 4/22(2) & 0/84(3) & 4/5(4)
 \end{array}$$

۱۰۲- به ده نفر دو نوع نوشابه عرضه شده است سه نفر نوشابه نوع اول، پنج نفر نوشابه نوع دوم را ترجیح دارند و دو نفر نیز بی تفاوت بودند، برای مشخص کردن اینکه آیا دو نوع نوشابه از نظر ترجیحات این افراد برابر هستند آزمون H_0 برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 H_0: p = 0/5(1) & H_0: \mu = 5(2) & H_0: \mu = 0/5(3) & H_0: p = 5(4)
 \end{array}$$

۱۰۳- برای مقایسه سه گروه با داشتن جمعاً ۱۵ مشاهده و $SSTR = 64$ و $SSE = 96$ مقدار آماره مربوطه برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 0/667(1) & 4(2) & 8(3) & 32(4)
 \end{array}$$

۱۰۴- ادعا شده است که راندمان یک خط تولید در کارخانه‌ای ۸۰ تن در روز می‌باشد. به منظور آزمون این ادعا در ۲۵ روز مختلف محصول تولید شده اندازه‌گیری گردید. در سطح احتمال $\alpha = 0/05$ ، به فرض این که میانگین محصول تولید شده در روز $\bar{x} = 76$ تن و تخمین‌زن واریانس ۲۵ تن مربع به دست آمده باشد، کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{llll}
 (۱) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد می‌شود.} & (۲) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد نمی‌شود.} & (۳) \text{ فرضیه } H_0 \text{ پذیرفته می‌شود.} & (۴) \text{ فرضیه } H_1 \text{ اثبات می‌شود.}
 \end{array}$$

۱۰۵- در نمونه‌هایی یکی به حجم $n_1 = 5$ و دیگری $n_2 = 6$ که هر یک از جامعه‌های نرمال مربوط به خود با پارامترهای μ'_1 و σ'^2_1 و μ'_2 و σ'^2_2 انتخاب شده‌اند، تخمین σ'^2_1 و σ'^2_2 به ترتیب $s'^2_1 = 12$ و $s'^2_2 = 8$ بدست آمده است و بر اساس آن‌ها فرضیه اولیه $H_0: \sigma'^2_1 = \sigma'^2_2$ در سطح معنی‌دار بودن $\alpha = 0/05$ ، در برابر فرضیه $H_1: \sigma'^2_1 \neq \sigma'^2_2$ آزمون می‌شود. کدام یک از قضاوت‌های زیر درست است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

$$\begin{array}{ll}
 (۱) \text{ فرضیه } H_0 \text{ رد و فرضیه مقابل پذیرفته می‌شود.} & (۲) \text{ فرضیه } H_0 \text{ را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.} \\
 (۳) \text{ فرضیه } H_1 \text{ اثبات می‌شود.} & (۴) \text{ فرضیه } H_1 \text{ را نمی‌توان در این سطح احتمال رد کرد.}
 \end{array}$$



۱۰۶- در یک فرایند بسته‌بندی زعفران، برای آزمون این که میانگین وزن بسته‌ها کمتر از ۳ گرم است، فرضیه صفر و مقابل کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$\begin{aligned} H_0: \mu > 3 \\ H_1: \mu < 3 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu = 3 \\ H_1: \mu < 3 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu \geq 3 \\ H_1: \mu < 3 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu \leq 3 \\ H_1: \mu > 3 \end{aligned} \quad (1)$$

۱۰۷- مدیر یک بانک ادعا کرده است ۵۰ درصد مشتریان او علاوه بر حساب پس‌انداز، دارای حساب‌های دیگری نیز هستند. در نمونه‌ای تصادفی به

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

حجم $n = 100$ ، ۴۵ درصد مشتریان حساب‌های دیگر داشته‌اند. مقدار آماره آزمون برابر است با:

$$10 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-10 \quad (1)$$

۱۰۸- به منظور آزمون برابری میانگین هزینه‌های مصرفی خانوارها در سه شهر مختلف، یک نمونه تصادفی ۴ تایی از هر شهر انتخاب شده و اطلاعات

روبرو به دست آمده است. کمیت آماره آزمون چقدر است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

$$F_{7,3} = 2 \quad (4)$$

$$F_{7,9} = 2 \quad (3)$$

$$F_{7,9} = 3 \quad (2)$$

$$\chi^2_{(7)} = 3 \quad (1)$$

۱۰۹- در آزمون فرض مقایسه نسبت موفقیت در دو جامعه‌ی آماری اگر $n_1 = 120$ ، $n_2 = 100$ ، $p_1 = 0/6$ ، $p_2 = 0/5$ باشند، مقدار آماره آزمون

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۷)

برای آزمون فرض $H_0: p_1 \leq p_2$ ، کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{5}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

۱۱۰- فردی برای جمع‌آوری اطلاعات و برآورد میانگین صفت در یک جامعه بزرگ با واریانس $\sigma^2 = 25$ چه تعداد نمونه باید انتخاب نماید تا با ۹۵٪

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

اطمینان خطای برآورد حداکثر ۱ باشد؟ ($Z_{0/025} = 2$)

$$100 \quad (4)$$

$$90 \quad (3)$$

$$85 \quad (2)$$

$$79 \quad (1)$$

۱۱۱- براساس تعریف، توان یک آزمون عبارت است از:

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

(۱) احتمال خطای نوع اول (۲) احتمال خطای نوع دوم (۳) یک منهای احتمال خطای نوع اول (۴) یک منهای احتمال خطای نوع دوم

۱۱۲- در یک آزمون فرضیه وقتی که سطح معنی‌داری کاهش می‌یابد، به شرط این که سایر شرایط ثابت باقی بماند:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

(۱) خطای نوع دوم بیشتر می‌شود. (۲) خطای نوع دوم کمتر می‌شود. (۳) خطای نوع اول بیشتر می‌شود. (۴) توان آزمون بیشتر می‌شود.

۱۱۳- میانگین عمر لامپ‌های شرکت نور برابر ۳۲۰۰ ساعت است. به خاطر استفاده از تکنولوژی و مواد جدید عقیده بر این است که میانگین عمر

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۷)

لامپ‌ها افزایش یافته است کدامیک از گزینه‌های زیر معرف تست فرضیه فوق می‌باشد:

$$\begin{aligned} H_0: \mu \leq 3200 \\ H_1: \mu > 3200 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu = 3200 \\ H_1: \mu \neq 3200 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu < 3200 \\ H_1: \mu \geq 3200 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu \geq 3200 \\ H_1: \mu < 3200 \end{aligned} \quad (1)$$

۱۱۴- کدامیک از روابط زیر بیان رابطه بین مفهوم توان آزمون ملاک (π) و احتمال خطای نوع دوم (β) را منعکس می‌کند؟ (α احتمال خطای

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

نوع اول)

$$\frac{\beta}{\alpha} = \pi \quad (4)$$

$$\beta = \pi + 1 \quad (3)$$

$$\pi = 1 - \beta \quad (2)$$

$$\beta = \pi + \alpha - 1 \quad (1)$$

۱۱۵- به منظور آزمون یکسان بودن واریانس‌های σ_1^2 و σ_2^2 در دو توزیع نرمال توسط دو نمونه به حجم n_1 و n_2 ، تابع نمونه‌ای

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۷)

(Test Statistic) کدام است؟

$$K(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n_1}) = \frac{\chi^2_{(n_1)} / S_1^2}{\chi^2_{(n_2)} / S_2^2} \quad (2)$$

$$K(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n_2}) = \frac{\chi^2_{(n_1)}}{\chi^2_{(n_2)}} \quad (1)$$

$$K(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n_2}) = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (4)$$

$$K(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n_2}) = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3)$$



۱۱۶- دو جامعه با پارامترهای مجهول مفروضند. به منظور مقایسه پراکندگی این توزیع‌های نرمال از هر یک از جامعه‌ها، نمونه‌ای به حجم $n_i = 11$ ($i = 1, 2$) انتخاب شده است و براساس آنها مجموع مجذورات تفاضل‌های مقادیر صفت از میانگین خود به قرار زیر بدست آورده است:

$$\sum_{i=1}^n (x_{1j} - \bar{x})^2 = 24, \quad \sum_{j=1}^n (x_{2j} - \bar{x})^2 = 96$$

نسبت به فرضیه یکسان بودن واریانس‌های این دو جامعه در سطح احتمال $\alpha = 0.05$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟
 (۱) فرضیه یکسان بودن واریانس‌ها پذیرفته می‌شود.
 (۲) فرضیه یکسان بودن واریانس‌ها رد می‌شود.
 (۳) فرضیه یکسان بودن واریانس‌ها را نمی‌توان رد کرد.
 (۴) در این سطح احتمال نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۱۷- در آزمون فرضیه‌ها، فرضیه H_0 رد می‌شود اگر:

$$(1) \alpha < P - \text{Value} \quad (2) P - \text{Value} < \alpha \quad (3) P - \text{Value} = \alpha \quad (4) P - \text{Value} = \frac{\alpha}{2}$$

۱۱۸- از یک نمونه تصادفی ۱۰۰ نفری، چهل نفر مخالف طرح ایجاد کارخانه می‌باشند آیا به طور کلی تفاوتی بین گروه‌های موافق و مخالف طرح وجود دارد؟ فرضیه H_0 برای تست آزمون فوق برابر است با:

$$(1) H_0: p = 0.5 \quad (2) H_0: \mu = 5 \quad (3) H_0: p = 0.5 \quad (4) H_0: \mu = 5$$

۱۱۹- با توجه به اطلاعات داده شده که در آن ۱۴ مشاهده از هر کدام از چهار جامعه مستقل به دست آمده است مقدار F برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۷)

source of variation	sum of squares	df	meansquare	F
Between treatments	60	3		3 (1)
within treatments	260	2		2 (2)
		1		3 (3)
		4		4 (4)

$$H_0: \mu \geq 100$$

$$H_1: \mu < 100$$

۱۲۰- وقتی که آزمون فرض روبرو را در سطح α مورد بررسی قرار دهیم:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

$$(1) < -Z_{\alpha} \quad (2) < 100 \quad (3) < -Z_{\frac{\alpha}{2}} \quad (4) > Z_{\alpha}$$

۱۲۱- دانشگاه A اعلام نموده است که حداقل سی درصد از دانشجویان در رشته مدیریت تحصیل می‌کنند. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

$$(1) H_0: p < 0.3 \quad (2) H_0: p \leq 0.3 \quad (3) H_0: p \geq 0.3 \quad (4) H_0: p > 0.3$$

$$(1) H_1: p \geq 0.3 \quad (2) H_1: p > 0.3 \quad (3) H_1: p < 0.3 \quad (4) H_1: p \leq 0.3$$

۱۲۲- در تجزیه و تحلیل واریانس که کل حجم نمونه برابر n_T و تعداد جامعه‌های مستقل k باشند، $(MStr)$ برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

$$(1) \frac{SStr}{n_T} \quad (2) \frac{SStr}{n_T - 1} \quad (3) \frac{SStr}{k} \quad (4) \frac{SStr}{k - 1}$$

۱۲۳- در آزمون فرضیه اولیه (H_0) سطح احتمال معنی‌دار بودن 0.05 انتخاب شده است. احتمال خطای نوع اول (α) کدام است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۷)

$$(1) 0.95 \quad (2) 0.025 \quad (3) 0.05 \quad (4) 0.975$$

۱۲۴- متغیر تصادفی X برطبق قانون نرمال با امید ریاضی μ و واریانس $\sigma^2 = 100$ توزیع شده است. ادعا می‌شود که میانگین جامعه با ۸۰ است. برای این منظور نمونه‌ای به حجم $n = 16$ به طور تصادفی انتخاب و $\bar{X} = 75$ به دست آمده است. به فرض این که نقطه بحرانی در سطح معنی‌دار بودن ۵٪، کوانتیل $1/96$ باشد، کدام یک از قضاوت‌های زیر در مورد ادعای فوق صحیح است؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۷)

(۱) فرضیه H_0 رد نمی‌شود.

(۲) فرضیه H_0 رد و فرضیه مقابل (جانشین) پذیرفته می‌شود.

(۳) فرضیه H_0 پذیرفته می‌شود.

(۴) فرضیه مقابل (جانشین) رد می‌شود.



۱۲۵- در آزمون $p = 0.05$: H_0 اگر نسبت مشاهده شده $\hat{p} = 0.4$ باشد. حداقل نمونه‌ای که لازم است تا این اختلاف را در سطح 0.05 معنی‌دار نشان دهد تقریباً برابر است با:

(محیط زیست - آزاد ۸۷)

(۴) ۴۰۰

(۳) ۱۰۰

(۲) ۵۰

(۱) ۲۵

۱۲۶- در مقایسه میانگین چند جامعه به روش آنالیز واریانس کدامیک از پیش فرض‌های زیر غیرضروری است؟

(محیط زیست - آزاد ۸۷)

(۴) تساوی نمونه‌ها

(۳) تساوی واریانس‌ها

(۲) تصادفی بودن نمونه‌ها

(۱) نرمال بودن توزیع

۱۲۷- برای آزمون برابری میانگین‌های دو جامعه مستقل نرمال با واریانس‌های نامعلوم، نتایج زیر از نمونه‌های مستقل بدست آمده است. مقدار آماره این آزمون برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

$$n_1 = 5 \quad n_2 = 7$$

$$\bar{x}_1 = 171 \quad \bar{x}_2 = 162$$

$$s_1^2 = 70 \quad s_2^2 = 120$$

$$(2) \frac{9}{10\sqrt{12}}$$

$$(4) \frac{9\sqrt{35}}{10\sqrt{12}}$$

$$(1) \frac{9\sqrt{35}}{\sqrt{1090}}$$

$$(3) \frac{9}{\sqrt{1090}}$$

۱۲۸- در آزمون فرضیه‌های آماری هر چه اختلاف بین مقدار پیشنهادی در H_0 و مقدار واقعی آن بیشتر باشد، توان آزمون:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۲) بیشتر است.

(۱) کمتر است.

(۴) فقط در آزمون‌های یک طرفه بیشتر است.

(۳) فقط در آزمون‌های دوطرفه کمتر است.

۱۲۹- سطح زیر منحنی H_0 در آزمون فرض آماری همواره برابر کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۸)

(۴) سطح اطمینان آزمون

(۳) وابسته به تعریف H_0

(۲) خطای نوع دوم

(۱) خطای نوع اول

۱۳۰- یک جدول توافقی از ۳ ردیف و ۴ ستون تشکیل شده است، تعداد درجات آزادی آن کدام است؟

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۳۱- در آزمون فرض آماری، توان یک آزمون یعنی

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

(۴) احتمال خطای نوع دوم

(۳) احتمال خطای نوع اول

(۲) یک منهای احتمال خطای نوع دوم

۱۳۲- برای اینکه احتمال خطای نوع اول (α) و نوع دوم (β) با هم کاهش یابد چه باید کرد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۲) حجم نمونه را باید کاهش داد.

(۱) حجم نمونه را باید افزایش داد.

(۴) توان آزمون ملاک را باید افزایش داد.

(۳) تابع نمونه آزمون را باید تغییر دهیم.

۱۳۳- کدامیک از عبارت‌های زیر رابطه‌ای بین احتمال خطای نوع اول (α) و احتمال نوع دوم (β) می‌باشد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

$$(4) \lim_{\beta \rightarrow 0} \alpha = 0$$

$$(3) \lim_{\beta \rightarrow 0} \alpha = 1$$

$$(2) \lim_{\alpha \rightarrow 0} \beta = 0$$

$$(1) \lim_{\alpha \rightarrow 0} \beta = 1$$

۱۳۴- کدامیک از تعریف‌های زیر «فرضیه آماری» می‌باشد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) جواب هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری می‌گویند.

(۲) گزاره‌ی راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری می‌گویند.

(۳) هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر (یا کمیت تصادفی) را فرضیه آماری می‌گویند.

(۴) حدس زیرکانه‌ای که محقق راجع به چگونگی همبستگی‌ها در علم آمار پیش می‌کشد فرضیه آماری نامیده می‌شود.

۱۳۵- کدامیک از تعاریف زیر خطای نوع دوم را بیان می‌کند؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) فرضیه اولیه (H_0) غلط است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد می‌شود.

(۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد می‌شود.

(۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است و براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه H_0 رد نمی‌شود.

(۴) فرضیه جانشین (فرضیه Alternative - H_1) درست نیست، فرضیه H_0 رد می‌شود.



۱۳۶- کدامیک از تعاریف زیر، احتمال خطای نوع اول (α) را بیان می‌کند؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

- (۱) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، فرضیه اولیه (H_0) رد می‌شود.
- (۲) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.
- (۳) احتمال اینکه فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را رد می‌کنیم.
- (۴) احتمال اینکه فرضیه جانشین (فرضیه H_1 - Alternative) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.

۱۳۷- میانگین صفت متغیر (کمیت تصادفی) X برای دو جامعه به ترتیب $\mu' = ۵/۰۰۱$ ، $\mu'' = ۵/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱$ می‌باشد.

نسبت به فرضیه اولیه «دو توزیع برابر هستند»: H_0 در برابر فرضیه مقابل «دو توزیع برابر نیستند»: H_1

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

چه قضاوت می‌کنید؟

- (۱) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً برابر هستند.
- (۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.
- (۳) دو توزیع در دو جامعه کاملاً متفاوت می‌باشد.
- (۴) براساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۳۸- صفت متغیر در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی مجهول μ توزیع می‌شود. از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n = ۲$ انتخاب شده و

براساس آن تخمین فاصله‌ای $(۱۲/۸, ۲۲/۸)$ برای پارامتر μ توسط تخمین‌زن فاصله‌ای که با احتمال اعتماد $۱ - \alpha = ۰/۹۵$ بدست آمده است، محاسبه شده است. نسبت به فرضیه اولیه $\mu = ۲۲/۷$: H_0 چه قضاوتی می‌توان کرد؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه H_0 در این سطح احتمال α رد می‌شود.
- (۲) در این سطح احتمال α فرضیه H_0 اثبات می‌شود.
- (۳) با این حجم نمونه، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.
- (۴) فرضیه H_0 را در این سطح احتمال α نمی‌توان رد کرد.

۱۳۹- اگر آزمون فرضیه ای که تست می‌کنید دو دامنه باشد. کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند توان تست را افزایش دهد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) افزایش α
- (۲) کاهش حجم نمونه
- (۳) افزایش β
- (۴) هیچکدام از گزینه‌ها

۱۴۰- کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) α نشان احتمال خطای نوع دوم است.
- (۲) α و β بطور مستقیم با هم ارتباط دارند.
- (۳) محقق احتمال خطای نوع اول را کنترل می‌کند.
- (۴) فرضیه مقابل باید دارای علامت مساوی باشد.

۱۴۱- کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) $H_0: \bar{X} \leq ۱۷۰$
- (۲) $H_0: \mu > ۱۷۰$
- (۳) $H_1: \mu = ۱۷۰$
- (۴) $H_0: \mu \leq ۱۷۰$
- (۱) $H_1: \bar{X} > ۱۷۰$
- (۲) $H_1: \mu \leq ۱۷۰$
- (۳) $H_1: \mu = ۱۷۰$
- (۴) $H_1: \mu > ۱۷۰$

۱۴۲- اگر P-value در یک آزمون دو دامنه کمتر از α باشد.

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه H_0 نباید رد شود.
- (۲) آزمون یک دامنه باید مورد استفاده قرار گیرد.
- (۳) برای نتیجه گیری اطلاعات بیشتری مورد نیاز است.
- (۴) فرضیه H_0 باید رد شود.

۱۴۳- در سطح $\alpha = ۰/۰۵$ یک آزمون فرضیه مورد بررسی می‌باشد این بدان معنی می‌باشد که:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) پنج درصد شانس وجود دارد که فرضیه H_0 صحیح است.
- (۲) حداکثر پنج درصد شانس وجود دارد که H_0 رد خواهد شد.
- (۳) پنج درصد شانس وجود دارد که فرضیه مقابل صحیح است.
- (۴) پنج درصد شانس وجود دارد که خطای نوع دوم رخ داده است.

۱۴۴- برای تست کردن تفاوت بین میانگین‌های دو جامعه وابسته فرضیه H_0 برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) $\mu_D = ۰$
- (۲) $\mu_D = ۲$
- (۳) $\mu_D < ۰$
- (۴) $\mu_D > ۰$

۱۴۵- برای آزمون مربوط به واریانس یک جامعه، کدامیک از گزینه‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) آزمون t
- (۲) آزمون F
- (۳) آزمون χ^2
- (۴) آزمون Z

۱۴۶- با توجه به نرمال بودن جامعه‌ها، قبل از انجام تست آنالیز واریانس یک عاملی باید تست برابری واریانس‌ها انجام شود یک روش برای انجام این کار:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

- (۱) تست Hartley می‌باشد
- (۲) تست F می‌باشد
- (۳) تست χ^2 می‌باشد
- (۴) تست Tucky-Kramer می‌باشد

McNemar ()

(۱) احتمال قرار گرفتن تابع نمونه‌ای آزمون در مکمل ناحیه بحرانی

(۳) توسط تابع توان آزمون

(۱) حدس، سوال‌های زیر کانه‌ای، راجعه به چگونگی، توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی)، را فرضیه آماری گویند.

(۲) هر گزاره راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی) را که درستی یا نادرستی آن مشخص نیست فرضیه آماری گویند.

(۳) جواب سوال‌های زیر کانه، راجعه به چگونگی توزیع صفت متغیر (کمیت تصادفی)، را فرضیه آماری گویند.

(۴) حدس، زیرکانه، جامع به «روش همستگی»، را فرضیه آماری، نامند.

(۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی براساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.

۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.

(۳) فرضیه حاشیبن: (فرضیه Alternative - H_1) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.

۴) فرضیه اولیه (H_0) غلط است و لم بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.

(۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.

(۱) فرضیه H_0 رد می‌شود.

(۴) با این حجم نمونه نمی‌توان در مورد فرضیه H_0 قضاوت کرد.

(۳) فرضیه H_0 اثبات می‌شود.

(۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی، بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.

(۲) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن را می‌پذیریم.

(۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن را رد می‌کنیم.

۴) فرضیه حاشیه: (فرضیه Alternative - H_1) غلط است و کم به اساس نمونه انتخاب شده آن را می پذیریم.

۱۵۳- توسط توزیع صفت متغیر X در دو جامعه، میانگین این دو صفت به صورت روبرو بدست آمده است: $\mu' = 4$, $\mu'' = 4 / \text{ooooooooooooo}$

H_0 : «دو توزیع صفت X در این دو جامعه یکسان هستند»

نسبت به فرضیه اولیه:

H_1 : «دو توزیع صفت X در این دو جامعه کاملاً متفاوتند»

در برابر فرضیه مقابل:

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

چه قضاوتی می‌توان کرد؟

(۲) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.

(۱) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً برابرند.

(۴) دو توزیع در این دو جامعه کاملاً متفاوت هستند.

(۳) براساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۵۴- کدامیک از تعریف های زیر «فرضیه آماری» می باشد؟
(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

(۱) جواب هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی را فرضیه آماری گویند.

(۲) هر سوال راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر (یا کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.

(۳) گزاره ای راجع به چگونگی توزیع صفت متغیر (یا کمیت تصادفی) را فرضیه آماری گویند.

(۴) حدس: زیرکانه ای که محقق راجع به جگونگی، همستگی، ها در علم آمار پیش کشد فرضیه آماری نامیده می شود.

**۱۵۵- کدامیک از تعاریف زیر خطای نوع اول است؟**

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن را می‌پذیریم.
- (۲) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن، رد می‌شود.
- (۳) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن را رد می‌کنیم.
- (۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 - Alternative) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده آن را می‌پذیریم.

۱۵۶- کدامیک از تعاریف زیر احتمال خطای نوع دوم (β) را بیان می‌کند؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.
- (۲) فرضیه اولیه (H_0) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.
- (۳) فرضیه اولیه (H_0) درست است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد نمی‌شود.
- (۴) فرضیه جانشین (فرضیه H_1 - Alternative) غلط است ولی بر اساس نمونه انتخاب شده، آن رد می‌شود.

۱۵۷- میانگین صفت متغیر (کمیت تصادفی) X برای دو جامعه، به ترتیب $\mu' = ۵/۰۰۰۰۰۰۰۱$ و $\mu'' = ۵/۰۰۱$ می‌باشند.

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

نسبت به فرضیه اولیه «هر دو توزیع برابر هستند»: H_0 در برابر فرضیه مقابل «دو توزیع برابر نیستند»: H_1 چه قضاوتی می‌کنید؟

- (۱) دو توزیع در دو جامعه کاملاً متفاوت می‌باشند.
- (۲) دو توزیع در این دو جامعه تقریباً برابر هستند.
- (۳) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.
- (۴) بر اساس این نتایج، نسبت به فرضیه H_0 نمی‌توان قضاوت کرد.

۱۵۸- صفت متغیر در جامعه بر طبق قانون نرمال با امید ریاضی مجهول μ توزیع می‌شود. از این جامعه نمونه‌ای به حجم $n=۲۵$ انتخاب شده و بر اساس آن تخمین فاصله‌ای (۵۷/۴ و ۲۷/۴) برای پارامتر μ توسط تخمین زن فاصله‌ای که با احتمال اعتماد $\alpha = ۰/۹۵$ بدست آمده است، محاسبه شده است. نسبت به فرضیه اولیه $\mu = ۵۸/۴$ چه قضاوتی می‌توان کرد؟

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد.
- (۲) فرضیه H_0 اثبات می‌شود.
- (۳) با این حجم نمونه نمی‌توان در مورد فرضیه H_0 قضاوت کرد.
- (۴) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۵۹- اگر آزمون فرضیه‌ای که مورد مطالعه می‌باشد یک آزمون دو دامنه باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند تست را افزایش دهد؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) کاهش حجم نمونه
- (۲) افزایش α
- (۳) افزایش β
- (۴) کاهش α

۱۶۰- کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) محقق احتمال خطای نوع اول را کنترل می‌کند.
- (۲) α نشان دهنده‌ی احتمال خطای نوع دوم است.
- (۳) α و β بطور مستقیم با هم ارتباط دارند.
- (۴) فرضیه مقابل باید حتماً دارای علامت مساوی باشد.

۱۶۱- اگر P -value در یک آزمون دو دامنه کمتر از α باشد؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) فرضیه H_0 رد نمی‌شود.
- (۲) آزمون یک دامنه باید مورد استفاده قرار گیرد.
- (۳) برای تصمیم‌گیری اطلاعات بیشتری نیاز است.
- (۴) فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۶۲- اگر مفروضات مربوط با آنالیز واریانس یک عاملی برقرار نباشد، از کدامیک از آزمون‌های زیر می‌توان استفاده نمود؟ (مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) Friedman
- (۲) Tukey
- (۳) Kruskal-Wallis
- (۴) Frisher

۱۶۳- روش حداقل مربعات، کدامیک از موارد زیر را حداقل می‌کند؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) SSR
- (۲) SSE
- (۳) MSR
- (۴) همه موارد

۱۶۴- برای آزمون $H_0: \mu \geq ۳۰$ در مقابل $H_1: \mu < ۳۰$ کدامیک از گزینه‌های زیر بر مبنای حجم نمونه ۳۶ قویترین شواهد را برای رد کردن H_0 ارائه می‌دهد؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) $\bar{X} = ۲۸, s = ۶$
- (۲) $\bar{X} = ۲۷, s = ۴$
- (۳) $\bar{X} = ۳۲, s = ۲$
- (۴) $\bar{X} = ۲۶, s = ۹$

۱۶۵- برای آزمون تفاوت بین میانگین‌های دو جامعه مستقل از هم با توزیع‌های نرمال و قوی‌تیکه $n_1 = ۱۴, n_2 = ۱۸$ باشد، درجه آزادی برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

- (۱) ۳۲
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۱
- (۴) ۲۸



۱۶۶- برای آزمون برابری واریانس یک جامعه با یک عدد، از کدامیک از توزیع‌های زیر می‌توان استفاده کرد؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

$$Z(۴)$$

$$F(۳)$$

$$t(۲)$$

$$\chi^2(۱)$$

۱۶۷- اگر فرضیه ای در سطح معنی‌داری $\alpha = ۰/۰۵$ رد نشود، در مورد فرضیه مذکور در سطح معنی دار $(\alpha = ۰/۰۱)$ می‌توان گفت:

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

- (۱) حتماً رد می‌شود (۲) حتماً رد نمی‌شود (۳) نمی‌توان اظهار نظر کرد (۴) بستگی به حجم نمونه دارد.

۱۶۸- در یک کارگاه تولیدی از ۴۰ نفر کارگر و ۱۰ نفر کارمند در مورد وضع بهداشت محل کار به‌طور تصادفی سؤال شده است. با استفاده از

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

فراوانی مورد انتظار، آماره «کای دو» کدام است؟

$$۲/۷۵(۱)$$

$$۲/۲۵(۲)$$

$$۲(۳)$$

$$۳(۴)$$

	کارمند	کارگر
راضی	۷	۱۸
ناراضی	۳	۲۲

۱۶۹- به‌منظور مقایسه هزینه مواد غذایی خانوارها در ۴ منطقه، از هر یک از این مناطق نمونه‌ای تصادفی به حجم $n = ۵$ خانوار انتخاب شده است.

براساس نتایج مشاهدات، مجموع مربعات بین گروهی (تیمارها) برابر ۱۲ و مجموع مربعات درون گروهی (خطاها) برابر با ۳۲ به‌دست آمده است. مقدار

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

عددی آماره آزمون عبارتست از:

$$F_{۳,۱۶} = ۲(۴)$$

$$F_{۳,۱۶} = \frac{۱۰}{۳}(۳)$$

$$F_{۱۶,۳} = ۰/۰۵(۲)$$

$$F_{۱۶,۳} = \frac{۳}{۱۰}(۱)$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

۱۷۰- برای هر سطح معنی‌داری و اندازه نمونه‌ای، مقدار بحرانی توزیع t :

- (۱) برابر صفر است. (۲) همیشه بزرگتر از مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد.

- (۳) برابر با مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد. (۴) همیشه کوچکتر از مقدار بحرانی توزیع Z می‌باشد.

۱۷۱- اگر اختلاف بین مقدار $\mu_۱$ و $\mu_۰$ که به‌ترتیب در فرضیه صفر و یک بیان شده‌اند $(H_۱: \mu = \mu_۱, H_۰: \mu = \mu_۰)$ با $\Delta\mu$ بیان شود، توان

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۹)

آزمون:

- (۱) با افزایش $\Delta\mu$ کاهش می‌یابد. (۲) مستقل از $\Delta\mu$ است. (۳) با افزایش $\Delta\mu$ افزایش می‌یابد. (۴) با $\sqrt{\Delta\mu}$ متناسب است.

۱۷۲- روابط عمومی شهرداری ادعا می‌کند که ۸۰ درصد مردم از عمل کرد کارکنان شهرداری راضی‌اند. یک نمونه ۴۰۰ تایی از مردم انتخاب شده

که ۷۵ درصد آنان از عملکرد شهرداری راضی‌اند. آماره آزمون برای بررسی صحت این ادعا کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

$$۱/۷۵(۴)$$

$$-۲/۵(۳)$$

$$۱/۲۵(۲)$$

$$-۱/۵(۱)$$

۱۷۳- برای آزمون برابری واریانس دو جامعه که بر طبق قانون نرمال توزیع شده‌اند اطلاعات زیر در دست می‌باشد:

$$S_۱ = ۳, n_۱ = ۳۰ \quad S_۲ = ۴, n_۲ = ۴۰ \quad \text{جامعه دوم:} \quad S_۲ = ۴, n_۲ = ۴۰$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

مقدار عددی آماره آزمون عبارتست از:

$$F = \frac{۹}{۱۶}(۴)$$

$$F = \frac{۳}{۴}(۳)$$

$$F = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۴}}(۲)$$

$$F = \frac{\frac{۳}{۰}}{\frac{۴}{۴۰}}(۱)$$

۱۷۴- به‌منظور آزمون فرضیه در خصوص شکل توزیع متغیر تصادفی X ، نمونه‌ای به حجم $n = ۱۰۰$ انتخاب شده و نتایج زیر به دست آمده است:

x_i	۱	۲	۳	۴
فراوانی	۲۰	۳۰	۲۴	۲۶

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

مقدار عددی آماره آزمون و درجه آزادی برای فرضیه یکنواختی توزیع کدام است؟

$$۲ \text{ و } ۱/۲۸(۴)$$

$$۳ \text{ و } ۳/۰۶(۳)$$

$$۲ \text{ و } ۲/۳۵(۲)$$

$$۳ \text{ و } ۲/۰۸(۱)$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

۱۷۵- در آزمون فرضیه $H_۰$ در مقابل $H_۱$ ، قدرت یا توان آزمون عبارتست از احتمال:

- (۱) عدم رد $H_۰$ به شرطی که $H_۰$ صحیح باشد. (۲) عدم رد $H_۰$ به شرطی که $H_۱$ صحیح باشد.

- (۳) رد $H_۰$ صحیح به شرط نادرست بودن $H_۱$ (۴) رد $H_۰$ نادرست به شرط صحیح بودن $H_۱$



۱۷۶- در یک آزمون تحلیل واریانس (ANOVA)، ۵ مشاهده در هر یک از سه تیمار (رویه) وجود دارد. در این حالت درجه آزادی در صورت و مخرج توزیع F به ترتیب برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

(۴) ۳ و ۱۲

(۳) ۳ و ۱۵

(۲) ۲ و ۱۲

(۱) ۴ و ۲

۱۷۷- نمونه خون ۶ بیمار در آزمایشگاه آزمایش شده است نتایج به شرح زیر است:

آزمایشگاه I	۱/۸	۲/۱	۲/۳	۲	۲/۱	۲
آزمایشگاه II	۱/۲	۱/۴	۱/۵	۱/۱	۱/۸	۱/۵

(علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

مقدار آماره آزمون برای آزمون $\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$ کدام است؟

(۴) $Z = 6/15$ (۳) $t = 6/15$ (۲) $Z = 7/14$ (۱) $t = 7/14$

۱۷۸- در تحلیل واریانس یک عامله، اگر تعداد تیمارها ۳ و $SST = 50$ و $SSE = 18$ باشد، $SS(TR)$ با کدامیک از گزینه‌های زیر برابر است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

(۴) ۶۶

(۳) ۳۲

(۲) ۶۸

(۱) ۳۶

۱۷۹- پنج قطعه یکبار با یک ترازو و همان پنج قطعه بار دیگر با ترازوی دیگر وزن شده‌اند و نتایج زیر حاصل شده است. مقدار آماره آزمون برای آزمون جهت مقایسه میانگین‌های وزنی که دو ترازو نشان می‌دهند برابر است با:

(حسابداری - آزاد ۹۰)

(۲) $2\sqrt{10}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{10}$ (۳) $\frac{5}{3}$

	قطعه ۱	قطعه ۲	قطعه ۳	قطعه ۴	قطعه ۵
ترازوی A	۱۱۰	۹۹	۱۱۲	۸۵	۹۹
ترازوی B	۱۱۲	۱۰۱	۱۱۳	۸۸	۱۰۱

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

۱۸۰- در یک مسأله آزمون فرض آماری کدام گزینه صحیح نیست؟

(۲) ادعاهای مطرح شده همواره در فرض صفر قرار می‌گیرند.

(۱) با افزایش α ناحیه بحرانی بزرگ‌تر می‌شود.(۴) با افزایش حجم نمونه و ثابت بودن مابقی پارامترها α کاهش می‌یابد.

(۳) جهت ناحیه بحرانی هم جهت با فرض مقابل است.

۱۸۱- در مقایسه واریانس‌ها در دو جامعه نرمال، یک فاصله اطمینان با ضریب ۹۹ درصد برای نسبت واریانس‌ها به صورت $(0/7, 1/5)$ به دست آمده است با اطمینان ۹۹ درصد چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

(۲) واریانس جامعه دوم از جامعه اول بزرگ‌تر است.

(۱) واریانس جامعه اول از دوم بزرگ‌تر است.

(۴) نیاز به جدول f می‌باشد.

(۳) واریانس‌ها مساوی‌اند.

۱۸۲- در انجام آزمون $H_0: P_1 = P_2$ مقدار آماره آزمون عبارت است از $Z = -2/5$ ، مقدار χ^2_α در آزمون همگونی کای - مربع چقدر است؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

(۴) ۲/۵

(۳) ۶/۲۵

(۲) ۱۰/۱۴

(۱) ۲/۷

(مدیریت - دکتری ۹۴)

۱۸۳- کدام آزمون، همتای ناپارامتریک آزمون ضریب همبستگی پیرسون است؟

(۴) استقلال مربع کا

(۳) u من - ویتنی

(۲) علامت زوجی

(۱) میانه

(مدیریت - دکتری ۹۴)

۱۸۴- کدام آزمون، برای «تحلیل واریانس یک عامله فیشر» همتای ناپارامتریک است؟

(۴) فریدمن

(۳) ویلکاکسون

(۲) کروسکال - والیس

(۱) کلموگروف - اسمیرنف

(مدیریت - دکتری ۹۵)

۱۸۵- انجام تحلیل واریانس یک عامله (one way-ANOVA) برای انجام کدام آزمون فرضی به کار می‌رود؟

(۲) تساوی نسبت‌ها k جامعه مستقل

(۱) تساوی میانه k جامعه مستقل

(۴) تساوی واریانس k جامعه مستقل

(۳) تساوی میانگین k جامعه مستقل



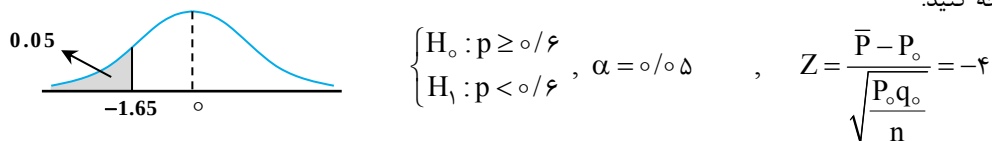
پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱- گزینه «۳» طبق تعریف، آماره آزمون مربوط به برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص، دارای توزیع χ^2 می‌باشد.

۲- گزینه «۴» به دلیل آنکه واریانس دو جامعه نامعلوم است، توزیع T می‌باشد. که در آن درجه آزادی ادغام شده برابر با $(n_1 + n_2 - 2)$ است. توجه کنید که واریانس‌ها یکسانند.

۳- گزینه «۴» چون $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ می‌باشد و عدد صفر فقط در فاصله $(\frac{3}{8})$ و $(\frac{2}{5})$ قرار نمی‌گیرد، در نتیجه فرض H_0 یا $\alpha = 0.05$ رد می‌شود.

۴- گزینه «۲» با توجه به داده‌های صورت مسأله که به صورت زیر می‌باشند، مقدار آماره آزمون در ناحیه بحرانی (قسمت هاشور خورده) قرار می‌گیرد. بنابراین فرضیه صفر رد می‌شود. به شکل توجه کنید:



ناحیه بحرانی: $Z < -Z_{\alpha}$; $Z_{\alpha} = 1.65$

۵- گزینه «۱» رد H_0 : یعنی فرآیند قدیمی بهتر است: $\Rightarrow \alpha = P(H_0 \text{ درست باشد} | \text{رد } H_0)$
 $\begin{cases} H_0: \text{فرآیند جدید به خوبی فرآیند قدیمی است.} \\ H_1: \text{فرآیند جدید به خوبی فرآیند قدیمی نیست.} \end{cases}$

۶- گزینه «۲» طبق تعریف دقت برآورد و احتمال خطای نوع اول رابطه آنها با هم معکوس است.

۷- گزینه «۱» سطح معنی‌داری همان احتمال خطای نوع اول (α) می‌باشد با کاهش α مقدار β افزایش و مقدار توان آزمون کاهش می‌یابد.

۸- گزینه «۴» مراحل تشکیل آزمون فرض‌ها را به ترتیب اجرا می‌کنیم:

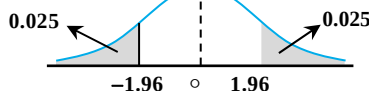
$$(1) \quad \begin{cases} H_0: p = \frac{1}{2} \\ H_1: p \neq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{تشکیل فرضیه‌ها})$$

$$(2) \quad \alpha = 0.05 \quad (\text{سطح معنی‌داری})$$

(۳) آماره آزمون مناسب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} n &= 100 \\ x &= 59 \\ \bar{p} &= \frac{x}{n} = \frac{59}{100} = 0.59 \\ \Rightarrow Z &= \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.59 - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})}{100}}} = 1.8 \end{aligned}$$

(۴) ناحیه بحرانی به صورت روبرو است: $|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} ; Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = Z_{0.025} = 1.96$



(۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار عددی آماره آزمون (1.8) در ناحیه بحرانی (قسمت هاشور خورده) قرار نمی‌گیرد، بنابراین فرضیه صفر رد نمی‌شود.

۹- گزینه «۱» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} ; \quad \hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

$$\begin{cases} H_0: p_1 \geq p_2 \\ H_1: p_1 < p_2 \end{cases}$$

۱۰- گزینه «۳» توجه کنید که تساوی همواره در H_0 قرار دارد، H_0 و H_1 همواره مکمل یکدیگرند.

$$\begin{cases} H_0: \sigma_x \geq 1000 \\ H_1: \sigma_x < 1000 \end{cases}$$

در مباحث مالی انحراف معیار همان ریسک است.



۱۱- گزینه «۱» توان آزمون برابر با $1 - \beta$ می‌باشد و برای آنکه افزایش یابد باید β کاهش پیدا کند از طرفی α و β معکوس یکدیگرند و برای آنکه β کاهش یابد باید α یعنی احتمال خطای نوع اول افزایش یابد. توجه کنید α و توان آزمون رابطه مستقیم دارند.

۱۲- گزینه «۳» هر دو شرایط برای استفاده از آزمون t وجود دارد اول اینکه واریانسهای دو جامعه نامعلوم هستند و دوم حجم نمونه‌ها کوچک است.

۱۳- گزینه «۲» آماره آزمون تابعی است از نمونه تصادفی که برای قضاوت نسبت به درستی یا عدم درستی ساخته می‌شود.

۱۴- گزینه «۴» مراحل تشکیل آزمون فرض‌ها را به ترتیب اجرا می‌کنیم:

(۲) $\alpha = 0.05$ (سطح معنی داری)

(۱) تشکیل فرضیه‌ها:
$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

(۳) آماره آزمون مناسب به صورت روبرو محاسبه می‌شود:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \Rightarrow F = \frac{12}{8} = 1.5$$

(۴) ناحیه بحرانی به صورت روبرو است:

$$F > F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} \quad \text{یا} \quad F < F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$$

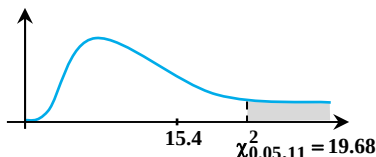
$$F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} = F_{0.025, 4, 5} = F_{0.025, 4, 5} = 7.39 \Rightarrow F_{0.975, 4, 5} = \frac{1}{F_{0.025, 5, 4}} = \frac{1}{7.39} = 0.1353$$

(۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار عددی آماره آزمون (1.5) در ناحیه بحرانی (قسمت هاشور خورده) قرار نمی‌گیرد، بنابراین فرضیه صفر رد نمی‌شود.

۱۵- گزینه «۲» فرضیه‌های آزمون به صورت روبرو می‌باشند. مقدار آماره آزمون را بدست آورده و با ناحیه بحرانی مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 5 \\ H_1: \sigma^2 > 5 \end{cases}, \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(12-1)(7)}{5} = \frac{77}{5} = 15.4, \quad \chi_{0.05, 11}^2 = 19.68$$

چون $15.4 < 19.68$ ، بنابراین مقدار عددی آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار نگرفته است، لذا فرض صفر را رد نمی‌کنیم.



۱۶- گزینه «۳» طبق رابطه گفته شده برای محاسبه خطای نوع دوم خواهیم داشت:

$$1 - \beta = F\left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} - Z_\alpha\right) = F\left(\frac{400 - 396/7}{\frac{16}{\sqrt{64}}} - 1/65\right) = P(Z \leq 1/65 - 1/65) = P(Z \leq 0) = \frac{1}{2}$$

۱۷- گزینه «۳» ابتدا مقادیر 0_{ij} و e_{ij} را که در آماره آزمون وجود دارند محاسبه کرده سپس مقدار آماره آزمون به صورت زیر بدست می‌آید:

$$e_{11} = \frac{50 \times 50}{100} = 25, e_{12} = \frac{50 \times 50}{100} = 25, e_{21} = \frac{50 \times 50}{100} = 25, e_{22} = \frac{50 \times 50}{100} = 25$$

	B_1	B_2	جمع
A_1	30 (25)	20 (25)	50
A_2	20 (25)	30 (25)	50
جمع	50	50	100

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(e_{ij} - o_{ij})^2}{e_i}$$

$$\chi^2 = \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(30-25)^2}{25} = 4$$

$$Z = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}} = \frac{0.6 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{120} + \frac{0.5 \times 0.5}{100}}} = 1/49$$

۱۸- گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:



۱۹- گزینه «۲» هر سه گزینه ۱، ۳ و ۴ صحیح می‌باشد ولی در گزینه ۲ باید H_0 تساوی را در بر داشته باشد.

۲۰- گزینه «۳» تعریف مفهوم در گزینه (۳) آورده شده است.

۲۱- گزینه «۳» با یک جدول توافقی روبرو هستیم از آزمون کای دو استفاده می‌کنیم:

$$df = (n-1)(m-1) = (3-1)(2-1) = 2$$

۲۲- گزینه «۱» ساخت فرضیه به روش کلاسیک است.

۲۳- گزینه «۴» رابطه بین خطای نوع دوم و توان آزمون عبارت است از:

$$\pi = 1 - \beta = 1 - 0/10 = 0/90$$

۲۴- گزینه «۲» به توجه به اینکه فاصله اطمینان (۰/۶۰ و ۰/۴۰) مقدار فرضیه $H_0: p = 0/50$ را در بر می‌گیرد نمی‌توان فرضیه H_0 را رد کرد.

۲۵- گزینه «۱» از رابطه دقت برآورد استفاده می‌کنیم:

$$e = z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2/575 \cdot \frac{6/2}{\sqrt{144}} = 1/33$$

۲۶- گزینه «۳» چون همواره خطای نوع اول و دوم با هم رابطه عکس دارند بنابراین با کاهش خطای نوع اول، خطای نوع دوم افزایش پیدا می‌کند.

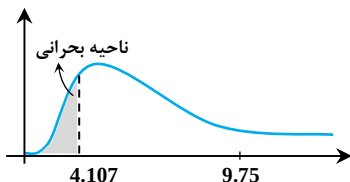
۲۷- گزینه «۲» طبق رابطه توان آزمون و خطای نوع دوم:

$$k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{324 - 330}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = -3 \quad ; \quad Z_{0/05} = 2 \quad \beta = P(z > k - z_{\alpha}) = P(z > +3 - 2) = P(Z > +1) = 0/16$$

۲۸- گزینه «۲» آماره آزمون مناسب برای نسبت در یک جامعه بصورت زیر می‌باشد که مقادیر داده شده را در آن قرار می‌دهیم:

$$Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0/3 - 0/2}{\sqrt{\frac{0/2 \times 0/8}{100}}} = 2/5, \quad \bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{30}{100} = 0/3$$

۲۹- گزینه «۳» مقدار آماره آزمون (۹/۷۵) بزرگتر از نقطه بحرانی می‌باشد، در نتیجه H_0 رد نمی‌شود.



$$\begin{cases} \chi^2_{obs} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{13 \times 75}{100} = 9/75 \\ \chi^2_{13, 0/05} = \text{نقطه بحرانی} = 4/107 \end{cases}$$

۳۰- گزینه «۱» برای تساوی میانگین دو جامعه با نمونه‌های کوچک از آماره t برای برابری واریانس دو جامعه از آماره F استفاده می‌کنیم.

۳۱- گزینه «۳» توجه کنید که در آزمون نیکویی برازش آماره آزمون دارای توزیع کای دو می‌باشد.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(30 - 25)^2}{25} + \frac{(20 - 25)^2}{25} = 2 \quad e_i = np_i = 50 \times \frac{1}{5} = 25 \Rightarrow 2 < 2/706 \Rightarrow H_0 \text{ قبول می‌شود}$$

۳۲- گزینه «۲» برای آزمون برابری میانگین در چند جامعه (سه جامعه) از آنالیز واریانس (آماره آزمون F) استفاده می‌کنیم و با توجه به داده‌های مسئله از رابطه آنالیز واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{k-1, k(n-1)} = \frac{n \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2}{\frac{\sum S_i^2}{k}} \rightarrow F_{2,9} = \frac{4}{3-1} \frac{[(110-110)^2 + (100-110)^2 + (120-110)^2]}{\frac{180+220+200}{3}} = 2 \\ \bar{x}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k} = \frac{110+100+120}{3} = \frac{330}{3} = 110, k=3, n=4 \end{cases}$$



۳۳- گزینه «۱» در آزمون فرض به نمونه احتیاج داریم، درحالی که در سرشماری همه اعضای جامعه آماری بررسی می‌شوند و نیازی به آزمون نیست زیرا مقدار پارامتر مشخص است.

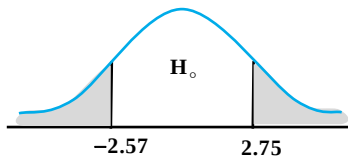
۳۴- گزینه «۴» درجه آزادی مناسب در جداول توافقی برابر است با: $(3-1)(4-1) = 6$

۳۵- گزینه «۴» سرشماری به مفهوم بررسی همه اعضای جامعه است درحالی‌که در آزمون فرض از جزئی از جامعه (نمونه) به کل جامعه می‌رسیم.

۳۶- گزینه «۴» سطح زیر منحنی توزیع در فضایی که H_0 مورد قبول قرار می‌گیرد، برابر با سطح اطمینان آزمون می‌باشد.

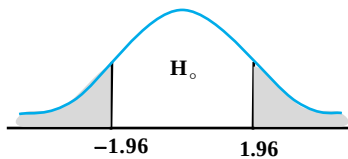
۳۷- گزینه «۴»

$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$



$$H_0 \text{ پذیرفته} \quad \alpha = 0.01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.005 \Rightarrow Z_{0.005} = 2.57$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96$$



$$Z = 2.21 \text{ محاسبه شده} \quad H_0 \text{ رد می‌شود}$$

در سطح ۰/۹۹ H_0 پذیرفته و در سطح ۰/۹۵ H_0 رد می‌شود.

۳۸- گزینه «۳» برای مقایسه واریانس در یک جامعه با عدد خاص از آزمون χ^2 و برای مقایسه واریانس‌های دو جامعه از آزمون F استفاده می‌کنیم.

$$Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.4 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}} = -2$$

۳۹- گزینه «۱» از آماره آزمون مناسب استفاده می‌کنیم:

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \quad ; \quad |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \quad \text{ناحیه بحرانی}$$

مقدار $|Z| = 2 > 1.96$ پس H_0 رد می‌شود.

۴۰- گزینه «۱» فرضیه آماره به طور کلی راجع به چگونگی توزیع می‌باشد.

۴۱- گزینه «۲» رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم عبارت است از: $\pi = 1 - \beta \Rightarrow \beta = 1 - \pi = 1 - 0.975 = 0.025$

۴۲- گزینه «۴» تابع توان یعنی رد به درستی H_0 یعنی آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار بگیرد به شرط آنکه H_0 نادرست باشد.

$$\chi^2_{\alpha, n-1} = 39/36 \quad ; \quad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{24 \times 0.2}{0.1} = 48 \quad \text{آماره آزمون مناسب برابر است با: } 48$$

مقدار آماره آزمون از نقطه بحرانی بیشتر است لذا H_0 رد می‌شود.

$$\begin{cases} H_0 : P_1 = P_2 \\ H_1 : P_1 \neq P_2 \end{cases} \quad (\text{فرضیه آزمون})$$

۴۴- گزینه «۳» آماره مناسب عبارت است:

$$Z = \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2}{\sqrt{\frac{\bar{P}_1 q_1}{n_1} + \frac{\bar{P}_2 q_2}{n_2}}} = \frac{\frac{11}{100} - \frac{69}{300}}{\sqrt{\frac{0.11 \times 0.89}{100} + \frac{0.23 \times 0.77}{300}}} = -3.03 \Rightarrow |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \quad H_0 \text{ رد می‌شود.}$$

۴۵- گزینه «۲» طبق تعریف خطای نوع اول: احتمال رد H_0 در حالی‌که H_0 درست باشد.

۴۶- گزینه «۲» فاصله اطمینان بدست آمده $(51 - 55)$ مقدار $\mu = 55$ را در برمی‌گیرد لذا فرضیه تساوی $\mu = 55$ را نمی‌توان رد کرد.

۴۷- گزینه «۴» فاصله اطمینان داده شده مقدار $\mu = 84$ را در بر نمی‌گیرد لذا فرضیه $\mu = 48$: H_0 رد می‌شود.

۴۸- گزینه «۱»

$$SS = SST - SS(\text{بین گروهها}) = ۶۸/۹ - ۶/۴ = ۶۲/۵$$

$$df(\text{بین گروهها}) = k - 1 = ۵ - 1 = ۴$$

$$df(\text{داخل گروهها}) = k(n - 1) = ۵(۶ - 1) = ۲۵$$

$$M.S(\text{بین گروهها}) = \frac{SS(\text{داخل گروهها})}{df(\text{بین گروهها})} = \frac{۶/۴}{۴} = ۱/۶$$

$$\Rightarrow F = \frac{MS(\text{بین گروهها})}{MS(\text{داخل گروهها})} = \frac{۱/۶}{۲/۵} = ۵/۶۴$$

$$M.S(\text{داخل گروهها}) = \frac{SS(\text{داخل گروهها})}{df(\text{داخل گروهها})} = \frac{۶۲/۵}{۲۵} = ۲/۵$$

۴۹- گزینه «۴» آماره آزمون برای نسبت عبارت است از:

$$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\frac{۵۵}{۱۰۰} - \frac{۵۰}{۱۰۰}}{\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{۱۰۰}}} = ۱$$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{۵۵}{۱۰۰} \quad p_0 = \frac{۵۰}{۱۰۰} \Rightarrow q_0 = 1 - \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۵۰}{۱۰۰}$$

۵۰- گزینه «۲» چون ملاک آزمون در ناحیه بحرانی قرار گرفته شده است بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.۵۱- گزینه «۳» واریانس جامعه نامعلوم و حجم جامعه کم است پس هر دو شرط برای استفاده از توزیع t مهیا است.

۵۲- گزینه «۲» از روابط جدول آنالیز واریانس خواهیم داشت:

$$SS_{Tr} = SST - SSE = ۶۸/۹ - ۶۲/۵ = ۶/۴$$

$$MStr = \frac{SS_{Tr}}{k-1} = \frac{۶/۴}{۴} = ۱/۶, \quad MSE = \frac{SSE}{k(n-1)} = \frac{۶۲/۵}{۲۵} = ۲/۵ \Rightarrow F = \frac{۱/۶}{۲/۵} = ۵/۶۴$$

۵۳- گزینه «۲» طبق رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم که در متن کتاب گفته شده:

$$k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{۵۹۶/۷ - ۶۰۰}{\frac{۱۴}{\sqrt{۴۹}}} = -۱/۶۵$$

$$\beta = P(Z < -k + Z_\alpha) = P(Z < ۰) = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta^* = 1 - \beta = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{توان آزمون} = 1 - \beta \Rightarrow \beta = 1 - F(Z_\alpha + \frac{\mu_1 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}) = 1 - F(1/۶۵ + \frac{۵۹۶/۷ - ۶۰۰}{\frac{۱۴}{۷}}) = 1 - F(۰) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۵۴- گزینه «۳» آماره مناسب برای آزمون نیکویی برازش دارای توزیع کای دو می‌باشد:

o_i	۶۰	۱۲۰	۲۰
p_i	۰/۴	۰/۴	۰/۲
$e_i = n.p_i$	۸۰	۸۰	۴۰

$$\Rightarrow \chi^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(۲۰)^2}{۸۰} + \frac{(۴۰)^2}{۸۰} + \frac{(۲۰)^2}{۴۰} = ۵ + ۲۰ + ۱۰ = ۳۵$$

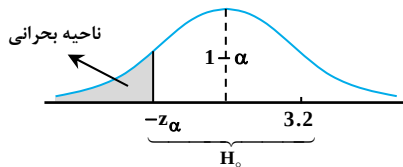
۵۵- گزینه «۱» مراحل آزمون فرضیه را به ترتیب انجام می‌دهیم:

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq ۲۰ \\ H_1: \mu < ۲۰ \end{cases} \quad (۱) \quad \text{(تشکیل فرضیهها)}$$

$$\alpha = ۵\% \quad (۲) \quad \text{(سطح معنی‌داری)}$$

۳ با فرض نرمال بودن توزیع جامعه، واریانس جامعه نامعلوم و $n = ۶۴ > ۳۰$ است بنابراین توزیع $\bar{X}$ نرمال خواهد بود و بنابر آماره آزمون میانگین داریم:

$$\bar{x} = ۲۲, s = ۵, n = ۶۴, \mu = ۲۰ \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{۲۲ - ۲۰}{\frac{۵}{\sqrt{۶۴}}} = \frac{۲ \times ۸}{۵} = ۳/۲$$



(۴) با توجه به مقدار آماره آزمون و فرضیه‌ها، درصد اطمینان تقریباً هرچه باشد فرض H_0 قبول می‌شود یعنی ادعا پذیرفته می‌شود. زیرا که $Z = 3/2$ مثبت بوده ولی آزمون دامنه به چپ است. بنابراین:

۵۶- گزینه «۳» آماره آزمون را به شکل آماره آزمون برای نسبت در می‌آوریم سپس مقدار n به راحتی به دست می‌آید:

$$\begin{cases} H_0: p = \frac{1}{3} \\ H_1: p \neq \frac{1}{3} \end{cases} \quad Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\bar{p} - \frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}}{n}}} = \frac{3\sqrt{n}(\bar{p} - \frac{1}{3})}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times (\bar{p} - \frac{1}{3})}{\sqrt{2}} \Rightarrow 3\sqrt{n} = 3 \Rightarrow \sqrt{n} = 1 \Rightarrow n = 1$$

۵۷- گزینه «۲» در صورتی که دو جامعه دارای توزیع نرمال باشند برای مقایسه واریانس آنها داریم: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ (آماره آزمون) $\Rightarrow \begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$

۵۸- گزینه «۲» درجه آزادی این توزیع به صورت روبرو است: $df = (n-1)(m-1) = (4-1)(3-1) = 3 \times 2 = 6$

۵۹- گزینه «۳» آماره آزمون Z را با مقادیر $\alpha = 1\%$ و $\alpha = 5\%$ مقایسه می‌کنیم:
محاسبه شده $Z = 1/98$
 H_0 رد می‌شود $\Rightarrow |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$ ناحیه بحرانی

$$1 - \alpha = 0/99 \Rightarrow \alpha = 0/01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0/005 \Rightarrow Z_{0/005} = 2/57 \quad 1/98 < 2/57 \Rightarrow H_0 \text{ رد نمی‌شود}$$

$$1 - \alpha = 0/95 \Rightarrow \alpha = 0/05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0/025 \Rightarrow Z_{0/025} = 1/96 \quad 1/98 > 1/96 \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

۶۰- گزینه «۳» طبق تعریف مقدار P - خواهیم داشت: $P\text{-Value} = P(t < \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}) = p(t < \frac{75/76 - 80}{\frac{1/246}{\sqrt{16}}}) = p(t_{15} < -2/01) \approx 0/025$

توجه: گزینه‌های ۱ و ۴ به راحتی قابل حذف کردن هستند چرا که احتمال نمی‌تواند مقداری منفی باشد.

۶۱- گزینه «۱» ادعا مبنی بر این است که تکنولوژی جدید باعث افزایش میانگین طول عمر لاستیک‌ها شده است. بنابراین فرضیه‌ها به صورت می‌باشد: $\begin{cases} H_0: \mu \leq 30000 \\ H_1: \mu > 30000 \end{cases}$

۶۲- گزینه «۱» همانطور که در جدول مشاهده می‌شود $SST = 400$, $SSR = 256$, $MSE = 4$ می‌باشد:

$$SSE = SST - SSR = 400 - 256 = 144$$

$$MSE = \frac{SSE}{df_e} \Rightarrow 4 = \frac{144}{df_e} \Rightarrow df_e = \frac{144}{4} = 36$$

$$F = \frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}} \Rightarrow F = \frac{\frac{256}{4-1}}{\frac{144}{16-4}} = \frac{85/3}{12} = 7/1$$

$$N - K = 20 - 4 = 16$$

۶۳- گزینه «۳» مقدار آماره آزمون $F = \frac{SSR}{SSE} \times \frac{N-K}{k-1}$ را بدست می‌آوریم:

۶۴- گزینه «۴» با توجه به جدول مقدار $F = 8$, $MSE = 2$, $SST = 100$, $SSR = 64$ می‌باشد.

$$MSE = \frac{SSE}{dfe} \Rightarrow 2 = \frac{SST - SSR}{dfe} \Rightarrow 2 = \frac{100 - 64}{dfe} \Rightarrow dfe = \frac{36}{2} = 18$$



۶۵- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. مقدار آماره آزمون مناسب F به صورت $F = \frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}}$ می‌باشد. بنابراین:

$$F = \frac{\frac{SSR}{k-1}}{\frac{SSE}{N-k}} \Rightarrow F = \frac{\frac{6750}{4-1}}{\frac{8000}{20-4}} = \frac{2250}{500} = 4/5$$

۶۶- گزینه «۱» β, α با هم رابطه معکوس دارند بنابراین فقط با افزایش حجم نمونه هر دو β, α با هم کاهش می‌یابند.

۶۷- گزینه «۱» در فاصله اطمینان داده شده مقدار μ_0 در بر گرفته نشده است لذا H_0 رد می‌شود.

۶۸- گزینه «۴» مقدار آماره آزمون $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ می‌باشد بنابراین $F = \frac{12}{8} = 1/5$ مقدار نقطه بحرانی در جدول عبارت است از:

$$F_{\alpha, n_1-1, n_2-1} = F_{0/05, 4, 5} = 7/39$$

ناحیه بحرانی: اگر $F > F_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$ فرضیه H_0 رد می‌شود. بنابراین چون $1/5 < 7/39$ است پس H_0 رد نمی‌شود.

۶۹- گزینه «۴» آماره آزمون مناسب به صورت روبرو است که تحت فرض صفر دارای توزیع F می‌باشد.

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

۷۰- گزینه «۳» برای کاهش همزمان α و β باید حجم نمونه افزایش یابد.

۷۱- گزینه «۳» توجه کنید که مقادیر داده شده مجموع مربعات تیمار (SStr) و مجموع مربعات (SSE) خطا می‌باشد. به راحتی میانگین مربعات را بدست می‌آوریم با تقسیم آنها بر هم آماره آزمون F برابر است با:

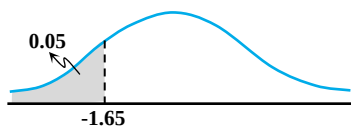
$$\begin{aligned} SS_{Tr} = 200 &\Rightarrow MStr = \frac{SS_{Tr}}{K-1} = \frac{200}{4} = 50 \\ SSE = 500 &\Rightarrow MSE = \frac{SSE}{k(n-1)} = \frac{500}{5 \times 24} = 4/17 \\ \Rightarrow F &= \frac{MStr}{MSE} = \frac{50}{4/17} = 12 \end{aligned}$$

۷۲- گزینه «۲» در آزمون نسبت یک جامعه آماره آزمون مناسب صورت زیر می‌باشد، توجه کنید که در این سؤال مقدار آماره آزمون Z داده شده است و

$$\bar{P} = \frac{X}{n} \text{ مسئله نسبت نمونه را می‌خواهد یعنی}$$

$$\begin{cases} H_0: p \geq 0/8 \\ H_1: p < 0/8 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\frac{100}{100} - 0/8}{\sqrt{\frac{0/8 \times 0/2}{100}}} = -Z_{0/05} = -1/65$$

$$\frac{\frac{X}{100} - 0/8}{0/04} = -1/65 \Rightarrow X - 80 = -6/6 \Rightarrow X = 80 - 6/6 = 73/4$$



۷۳- گزینه «۲» فرضیه H_0 باید همواره تساوی را در بر گیرد. بنابراین $P \geq 0/10$: H_0 می‌باشد.

۷۴- گزینه «۱» فرضیه H_0 باید تساوی را برای نسبت دربرگیرد لذا $\begin{cases} H_0: p = 0/5 \\ H_1: p \neq 0/5 \end{cases}$ خواهد بود. ضمناً نسبت همواره عددی بین صفر و یک است پس

گزینه ۲ قطعاً غلط است.



۷۵- گزینه «۲» فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0: \mu \leq 5 \\ H_1: \mu > 5 \end{cases}$ می‌باشد. همیشه تساوی در H_0 قرار دارد.

۷۶- گزینه «۲» مقدار احتمال رد کردن فرضیه غلط H_0 همان مقدار توان آزمون یعنی $1 - \beta$ می‌باشد.

$$\begin{cases} H_0: p \leq 0.2 \\ H_1: p > 0.2 \end{cases}$$

۷۷- گزینه «۴» توجه کنید که فرضیه H_0 باید تساوی را دربرداشته باشد بنابراین

۷۸- گزینه «۳» توجه کنید که درجه آزادی بین تیمارها $k = 5 \Rightarrow k - 1 = 4$ بنابراین میانگین ۵ تیمار مورد آزمون قرار گرفته است.

۷۹- گزینه «۱» آماره آزمون F را محاسبه می‌کنیم.

$$MStr = \frac{SStr}{K-1} = \frac{2073/6}{4} = 518.4 \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{518.4}{288} = 1.8$$

۸۰- گزینه «۳» فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0: \mu \leq 37000 \\ H_1: \mu > 37000 \end{cases}$ می‌باشد. چرا که H_0 باید تساوی داشته باشد ادعا در H_1 قرار می‌گیرد.

۸۱- گزینه «۲» درجه آزادی برابر است با $(r-1)(c-1)$

۸۲- گزینه «۱» اگر $P\text{-value} < \alpha$ در این صورت H_0 رد می‌شود.

۸۳- گزینه «۲» رابطه بین توان آزمون و خطای نوع دوم عبارت است از:

$$\pi = 1 - \beta \Rightarrow 0.17 = 1 - \beta \Rightarrow \beta = 1 - 0.17 = 0.83$$

۸۴- گزینه «۴» سطح احتمال معنی‌دار بودن همان مقدار α می‌باشد.

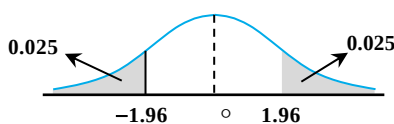
۸۵- گزینه «۳» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

(۱) $\begin{cases} H_0: \mu = 80 \\ H_1: \mu \neq 80 \end{cases}$ (تشکیل فرضیه‌ها)

(۲) $\alpha = 5\%$ (سطح معنی‌داری)

(۳) آماره آزمون مناسب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{X} = 75, \mu_0 = 80, \sigma = 10, n = 16 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{75 - 80}{\frac{10}{\sqrt{16}}} = -2$$



(۴) ناحیه بحرانی به صورت روبه‌رو است:

(۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار آماره آزمون

۲- در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.

۸۶- گزینه «۱» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

(۱) $\begin{cases} H_0: p_1 = p_2 \\ H_1: p_1 \neq p_2 \end{cases}$ (تشکیل فرضیه‌ها)

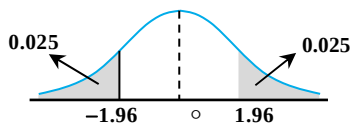
(۲) $\alpha = 5\%$ (سطح معنی‌داری)

(۳) آماره آزمون مناسب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{60}{200} = 0.3$$

$$\text{نسبت بی‌سوادان در نمونه اول } p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{80}{400} = 0.2$$

$$Z = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1 \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \bar{q}_2}{n_2}}} = \frac{0.2 - 0.3}{\sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{400} + \frac{0.3 \times 0.7}{200}}} = -2.63$$



$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

۴) ناحیه بحرانی به صورت روبه‌رو است:

۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار آماره آزمون $-2/63$ در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود. از همان ابتدا هم معلوم بود زیرا مقدار مشاهده شده $2/55$ کمتر از ادعا بود.

$$n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \hat{p} \cdot \hat{q}}{e^2} = \frac{2^2 \times \frac{1}{4}}{(\frac{5}{100})^2} = 400$$

۸۷- گزینه «۲» از رابطه حجم نمونه برای نسبت استفاده می‌کنیم:

۸۸- گزینه «۳» مجموع مجذورات خطا و مجموع مجذور کل داده شده است بنابراین می‌توانیم مجموع مجذور تیمارها را بدست آوریم:

$$SSt = SST - SSE = 60/4 - 54 = 6/4 \quad \left\{ \begin{array}{l} MStr = \frac{6/4}{2} = 3/2 \\ MSE = \frac{54}{3 \times 9} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{3/2}{2} = 1/6$$

۸۹- گزینه «۱» آماره آزمون مناسب برای برابری میانگین‌های دو جامعه بصورت زیر می‌باشد:

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \Rightarrow s_p = \sqrt{\frac{(18 - 1) \times 15 + (18 - 1) \times 17}{18 + 18 - 2}} = 4 \quad ; \quad t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{170 - 153}{4 \times \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{1}{18}}} = 12/75$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

۹۰- گزینه «۴» از آزمون نیکویی برازش ساده استفاده می‌کنیم.

$$e_i = n \cdot p_i = 60 \times \frac{1}{6} = 10 \Rightarrow \chi^2 = \frac{(12 - 10)^2}{10} + \frac{(8 - 10)^2}{10} + \frac{(11 - 10)^2}{10} + \dots + \frac{(7 - 10)^2}{10} = 2/8$$

۹۱- گزینه «۲» خطای نوع اول عبارت است از رد فرضیه H_0 در حالی که این فرضیه درست باشد در این سؤال صحیح‌تر آن است که سؤال پرسیده شود احتمال خطای نوع اول عبارت است از: $\alpha = P(H_0 \text{ درست باشد} | \text{ارد}) \Rightarrow \alpha = P(\text{خطای نوع اول})$

۹۲- گزینه «۲» طبق تعریف خطای نوع دوم و ارتباط آن با توان آزمون: توان آزمون $1 - \beta \Rightarrow \beta = 1 - \text{توان آزمون}$

$$\bar{p} = \frac{x}{n} = \frac{18}{30} = \frac{6}{10} = 0/6, \quad X: \text{تعداد محل‌های مورد نظر} \quad n = 30 \quad \text{۹۳- گزینه «۱»}$$

$$\begin{cases} H_0: p = \frac{1}{2} \\ H_1: p \neq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{آماره آزمون: } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0/6 - 0/5}{\sqrt{\frac{0/5 \times 0/5}{30}}} = \frac{0/1\sqrt{30}}{0/5} = \frac{\sqrt{30}}{5} = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \quad \text{آماره آزمون: } F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{6^2}{10^2} = \frac{36}{100} = 0/36 \quad \text{۹۴- گزینه «۱» آماره آزمون مناسب برای برابری واریانس‌ها عبارت است از:}$$

۹۵- گزینه «۴» یادآوری: در آزمون استقلال دو پیشامد (χ^2 مضاعف) جدول داده‌های مشاهده شده O_{ij} (جدول پیشابندی) به ما داده خواهد شد و سپس e_{ij} یعنی مقادیر مورد انتظار را به دست آورده و از روی آن‌ها آماره آزمون را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

B \ A	۱	۲
۱	$\frac{20 \times 30}{100} = 6$	$\frac{20 \times 70}{100} = 14$
۲	$\frac{80 \times 30}{100} = 24$	$\frac{80 \times 70}{100} = 56$

$$\chi^2 \text{ آماره آزمون} = \sum \sum \frac{(O_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$$e_{ij} = \frac{o_{i.} \times e_{.j}}{n}$$

e_{ij} ها با توجه به رابطه روبرو در جدول مقابل به دست آمده‌اند:



۹۶- گزینه «۱» گزینه ۱ صحیح نیست چرا که اگر H_0 در سطح ۵٪ رد شود در سطح احتمال ۱٪ ممکن است رد نشود.

$$H_0: p \leq 12\% \quad , \quad H_1: p > 12\%$$

۹۷- گزینه «۲» توجه کنید که H_0 باید همواره تساوی را در بگیرد.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{25 \times (0/6)^2}{0/3} = 30$$

۹۸- گزینه «۳» در آزمون $\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq 0/3 \\ H_1: \sigma^2 > 0/3 \end{cases}$ مقدار آماره آزمون برابر است با:

۹۹- گزینه «۱» ادعا مبنی بر این است که واریانس جامعه بیش از ۰/۰۰۳ است. بنابراین فرضیه‌ها به صورت $\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq 0/003 \\ H_1: \sigma^2 > 0/003 \end{cases}$ می‌باشند.

۱۰۰- گزینه «۲» بهترین توزیع احتمال برای مقایسه نسبت‌ها توزیع دو جمله‌ای است.

۱۰۱- گزینه «۴» مقادیر میانگین مربعات و مقادیر درجه آزادی را محاسبه می‌کنیم تا آماره F را حاصل شود.

$$\begin{aligned} SS_{Tr} = 6750 &\Rightarrow MStr = \frac{SS_{Tr}}{k} = \frac{6750}{3} = 2250 \\ SSE = 8000 &\Rightarrow MSE = \frac{SSE}{N-k} = \frac{8000}{16} = 500 \\ \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} &= \frac{2250}{500} = 4/5, \quad n_T = N - K = k(n-1) \end{aligned}$$

۱۰۲- گزینه «۱» برای مقایسه نسبت ترجیحات دو گروه از نسبت استفاده می‌کنیم بنابراین $H_0: p = 0/5$ می‌باشد.

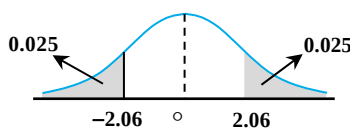
۱۰۳- گزینه «۲» برای بدست آوردن آماره F ابتدا باید میانگین مربعات را بدست آوریم:

$$\begin{cases} MStr = \frac{SS_{Tr}}{K-1} \Rightarrow MStr = \frac{64}{3-1} = 32 \\ MSE = \frac{SSE}{N-k} \Rightarrow MSE = \frac{96}{15-3} = 8 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{32}{8} = 4$$

۱۰۴- گزینه «۱» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

(۱) $\begin{cases} H_0: \mu = 80 \\ H_1: \mu \neq 80 \end{cases}$ (تشکیل فرضیه‌ها) (۲) $\alpha = 5\%$ (سطح معنی‌داری) (۳) آماره آزمون مناسب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} = 76, \mu_0 = 80, s = 5, n = 25 \Rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{76 - 80}{\frac{5}{\sqrt{25}}} = -4$$



(۴) ناحیه بحرانی به صورت روبه‌رو است: $|t| > t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}$

(۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار آماره آزمون -۴ در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۰۵- گزینه «۱» آماره مناسب برای آزمون $\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$ عبارتست از $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{12}{8} = 1/5$

نقطه بحرانی به صورت $F_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$ که مقدار آماره آزمون در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین H_0 رد می‌شود.

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 3 \\ H_1: \mu < 3 \end{cases}$$

۱۰۶- گزینه «۲» توجه کنید که همواره H_0 باید تساوی را در بگیرد.



۱۰۷- گزینه «۲» آماره آزمون مناسب برای نسبت عبارت است از:

$$\begin{cases} H_0: p = 0.5 \\ H_1: p < 0.5 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.45 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}} = -1$$

۱۰۸- گزینه «۳» مقادیر مجموع مربعات و میانگین مربعات را محاسبه کرده سپس مقدار آماره F را محاسبه می‌کنیم:

$$SS_{Tr} = \sum n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 = 4 \times (110 - 110)^2 + 4(100 - 110)^2 + 4(120 - 110)^2 = 800 \Rightarrow MStr = \frac{SS_{Tr}}{k-1} = \frac{800}{3-1} = 400$$

$$SSE = \sum (n_i - 1) S_i^2 = 3 \times 180 + 3 \times 220 + 3 \times 200 = 1800 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{k(n-1)} = \frac{1800}{3(4-1)} = 200$$

$$F = \frac{MStr}{MSE} \sim F_{k-1, k(n-1)} = F_{2, 9} = 2$$

۱۰۹- گزینه «۴» آماره آزمون برای مقایسه دو نسبت عبارت است از:

$$Z = \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2}{\sqrt{\frac{\bar{P}_1 \bar{Q}_1}{n_1} + \frac{\bar{P}_2 \bar{Q}_2}{n_2}}} = \frac{0.6 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{120} + \frac{0.5 \times 0.5}{100}}} = \frac{0.1}{0.067} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$n = \frac{(Z_{\alpha} \cdot \sigma)^2}{e^2} = \frac{4 \times 25}{1} = 100$$

۱۱۰- گزینه «۴» طبق رابطه حجم نمونه مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$1 - \beta = \text{توان آزمون}$$

۱۱۱- گزینه «۴» طبق تعریف توان آزمون و خطای نوع دوم:

۱۱۲- گزینه «۱» در آزمون فرضیه سطح معنی‌داری همان α می‌باشد که با کاهش α مقدار β افزایش می‌یابد چرا که α و β با یکدیگر رابطه معکوس دارند.

۱۱۳- گزینه «۴» ادعا در H_1 قرار می‌گیرد و خلاف آن در H_0 و همچنین H_0 باید تساوی را در برگیرد:

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 3200 \\ H_1: \mu > 3200 \end{cases}$$

۱۱۴- گزینه «۲» بین توان آزمون (π) و احتمال خطای نوع دوم همواره رابطه $\pi = 1 - \beta$ برقرار است.

۱۱۵- گزینه «۳» برای مقایسه واریانس‌های دو جامعه از آماره $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ استفاده می‌شود.

۱۱۶- گزینه «۲» مقدار آماره آزمون $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} S_1^2 = \frac{\sum (x_{1j} - \bar{x}_j)^2}{n_1 - 1} \Rightarrow s_1^2 = \frac{24}{11-1} = 2/4 \\ S_2^2 = \frac{\sum (x_{2j} - \bar{x}_j)^2}{n_2 - 1} \Rightarrow s_2^2 = \frac{96}{11-1} = 9/6 \end{cases} \Rightarrow F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 0.25$$

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1} = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1}} = \frac{1}{3/72} = 0.27$$

مقدار آماره آزمون $F = 0.25$ از مقدار جدول $F_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1} = 3/72$ کوچکتر است چون $0.25 < 0.27$ پس H_0 رد می‌شود.

۱۱۷- گزینه «۲» با توجه به تعریف مقدار P-Value زمانی فرضیه H_0 رد می‌شود که: $P\text{-Value} < \alpha$.

۱۱۸- گزینه «۳» فرضیه H_0 بر روی نسبت موافقان و مخالفان بسته می‌شود بنابراین: $H_0: p = 0.5$.



۱۱۹- گزینه «۴» ابتدا درجه آزادی‌ها سپس مقدارهای میانگین مربعات و در پایان هم آماره F را محاسبه می‌کنیم:

$$df_{tr} = k - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow MStr = \frac{SStr}{df_{tr}} = \frac{60}{3} = 20$$

$$df_e = k(n - 1) = 4(14 - 1) = 52 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{df_e} = \frac{260}{52} = 5$$

$$\Rightarrow F = \frac{MStr}{MSE} = \frac{20}{5} = 4$$

۱۲۰- گزینه «۱» ناحیه بحرانی عبارت است از: $-Z_{\alpha}$ مقدار آماره آزمون. توجه کنید که آزمون یک دامنه به چپ است.

$$\begin{cases} H_0: p \geq 0.30 \\ H_1: p < 0.30 \end{cases}$$

۱۲۱- گزینه «۳» توجه کنید که H_0 همواره تساوی را در بر می‌گیرد:

۱۲۲- گزینه «۴» در جدول آنالیز واریانس $MStr = \frac{SStr}{k - 1}$ می‌باشد.

۱۲۳- گزینه «۳» سطح معنی‌داری همان مقدار α می‌باشد که در اینجا $\alpha = 5\% = 0.05$ سطح معنی‌دار بودن.

۱۲۴- گزینه «۲» مراحل انجام آزمون فرضیه‌ها را انجام می‌دهیم:

$$(1) \begin{cases} H_0: \mu = 80 \\ H_1: \mu \neq 80 \end{cases} \quad (\text{تشکیل فرضیه‌ها})$$

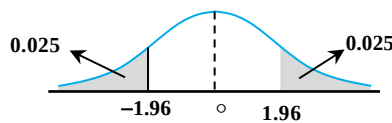
$$(2) \alpha = 5\% \quad (\text{سطح معنی‌داری})$$

$$\bar{X} = 75, \mu_0 = 80, \sigma = 10, n = 16 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{75 - 80}{\frac{10}{\sqrt{16}}} = -2$$

$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

(۳) آماره آزمون مناسب به صورت روبرو محاسبه می‌شود:

(۴) ناحیه بحرانی به صورت روبرو است:



(۵) نتیجه‌گیری و مقایسه مقدار آماره آزمون و ناحیه بحرانی: با توجه به این که مقدار آماره آزمون -2 در ناحیه بحرانی قرار دارد بنابراین فرضیه H_0 رد می‌شود.

$$\begin{cases} H_0: p = 0.5 \\ H_1: p \neq 0.5 \end{cases} \quad Z = \frac{\bar{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{\frac{4}{10} - \frac{5}{10}}{\sqrt{\frac{\frac{5}{10} \times \frac{5}{10}}{10}}} = \frac{-0.1}{\sqrt{0.5}}$$

۱۲۵- گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

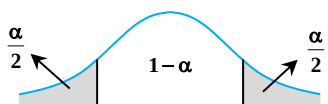
$$|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow 0.2\sqrt{n} > 2 \Rightarrow \sqrt{n} > 10 \Rightarrow n \geq 100 \quad Z_{0.025} \approx 2$$

۱۲۶- گزینه «۴» هر سه گزینه اول جزء فرض‌های اصلی در آنالیز واریانس می‌باشند. ولی لزومی بر تساوی نمونه‌های گرفته شده نیست.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{171 - 162}{\sqrt{\frac{70}{5} + \frac{120}{7}}} = \frac{9\sqrt{35}}{\sqrt{1090}}$$

۱۲۷- گزینه «۱» اگر واریانس دو جامعه نامعلوم باشد.

۱۲۸- گزینه «۲» با توجه به اینکه احتمال مقدار پیشنهادی پذیرفته شود خیلی کمتر است (خطای نوع دوم) بنابراین توان آزمون بیشتر است.



۱۲۹- گزینه «۴» سطح زیر منفی H_0 برابر با $1 - \alpha$ است که $1 - \alpha$ ، سطح اطمینان آزمون می‌باشد.

۱۳۰- گزینه «۳» درجه آزادی جدول توافقی برابر است با: $(r-1)(c-1) = (3-1) \times (4-1) = 2 \times 3 = 6$

۱۳۱- گزینه «۲» $1 - \beta =$ (احتمال خطای نوع دوم) $1 - \text{توان آزمون}$

۱۳۲- گزینه «۱» احتمال خطای نوع اول (α) و احتمال خطای نوع دوم (β) معکوس یکدیگرند با کاهش یکی از آنها دیگری افزایش می‌یابد ولی برای کاهش هر دو بطور همزمان باید حجم نمونه را افزایش داد.

۱۳۳- گزینه «۳» در آزمون فرض $\alpha + \beta \leq 1$ اما توجه کنید که خطای نوع اول خیلی مهمتر از خطای نوع دوم تلقی می‌گردد بنابراین در عمل ما α را ثابت فرض کرده و β ای را انتخابی می‌کنیم که کوچکتر باشد پس ما α را حرکت نمی‌دهیم.

۱۳۴- گزینه «۲» در آزمون فرض چگونگی توزیع صفت متغیر یا کمیت تصادفی مطرح می‌شود.

۱۳۵- گزینه «۳» طبق تعریف خطای نوع دوم فرضیه H_0 را می‌پذیریم (رد نمی‌شود) در حالیکه این فرض غلط است.

۱۳۶- گزینه «۱» طبق تعریف خطای نوع اول فرضیه H_0 را رد می‌کنیم در حالیکه H_0 درست است.

۱۳۷- گزینه «۴» براساس این تغییرات نمی‌توان قضاوت کرد باید موضوع مورد بررسی مشخص باشد ممکن است حتی این تغییر کم بین دو میانگین مؤثر باشد و هم ممکن است با موضوع مورد بررسی تغییرات ناچیز تأثیری در مسئله نداشته باشد.

۱۳۸- گزینه «۴» در فاصله اطمینان داده شده فرضیه H_0 وجود دارد در واقع این فاصله اطمینان مقدار $22/7$: H_0 را در بر می‌گیرد و این به مفهوم آن است که با احتمال ۹۵٪ مقدار H_0 را نمی‌تواند رد کرد.

۱۳۹- گزینه «۱» توان آزمون برابر با $1 - \beta$ می‌باشد هرچقدر β کاهش یابد توان افزایش می‌یابد اما برای کاهش β باید α افزایش یابد.

۱۴۰- گزینه «۳» یکی از مراحل انجام آزمون فرضیه آن است که محقق احتمال خطای نوع اول یعنی α را کنترل کند.

۱۴۱- گزینه «۴» توجه کنید که فرضهای آماری همواره بر روی پارامترها تعریف می‌شوند پارامترهای جامعه عبارتند از μ و σ^2 و p از طرفی فرضیه صفر همواره باید به صورت $\leq$ یا $\geq$ بیان شود.

۱۴۲- گزینه «۴» در آزمون دو دامنه اگر $P\text{-Value} > \alpha$ در اینصورت H_0 رد نمی‌شود و اگر مقدار $P\text{-Value} < \alpha$ باشد فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۴۳- گزینه «۳» در آزمون فرضیه α به مفهوم خطای نوع اول است و بدین صورت تعریف می‌شود که: احتمال رد کردن فرضیه صفر در حالیکه این فرضیه درست باشد

اکنون اگر $\alpha = 5\%$ باشد یعنی با احتمال ۵٪ فرضیه صفر رد می‌شود و فرضیه مقابل قبول می‌شود.

۱۴۴- گزینه «۱» برای آزمون تفاوت دو میانگین فرضیه به صورت $\begin{cases} H_0: \mu_d = 0 \\ H_1: \mu_d \neq 0 \end{cases}$ می‌باشد.

۱۴۵- گزینه «۳» برای آزمون واریانس یک جامعه از آماره χ^2 استفاده می‌کنیم.

۱۴۶- گزینه «۱» قبل از انجام تست آنالیز واریانس یکی از شرایط تست برابری واریانس‌ها با یکدیگر است که از آزمونی به نام آزمون هارتلی کمک می‌گیریم.

۱۴۷- گزینه «۲» آزمون کروسکال - والیس معادل با آنالیز واریانس یک عاملی می‌باشد در آزمون کروسکال والیس لازم نیست که میانگین نمونه‌ها دارای توزیع نرمال باشند.

۱۴۸- گزینه «۴» حساسیت این تابع تعریف سطح معنی‌داری (α) می‌باشد که مکمل ناحیه بحرانی می‌باشد.



۱۴۹- گزینه «۲» هر گزاره راجع به توزیع صفت متغیر جامعه را فرضیه آماری گویند.

۱۵۰- گزینه «۴» طبق تعریف خطای نوع دوم فرضیه H_0 رد نمی‌شود در حالی که این فرضیه غلط است.

۱۵۱- گزینه «۱» با توجه به اینکه فاصله اطمینان مقدار $H_0: \mu = 58/4$ را در بر نمی‌گیرد. می‌توان بیان کرد با احتمال ۹۵٪ فرضیه H_0 رد می‌شود.

۱۵۲- گزینه «۱» طبق تعریف خطای نوع اول فرضیه H_0 را رد می‌کنیم در حالیکه H_0 درست است.

۱۵۳- گزینه «۳» موضوع مورد بررسی باید مشخص باشد ممکن است این تغییر جزئی تأثیرگذار باشد و ممکن است مؤثر نباشد.

۱۵۴- گزینه «۳» کاملترین تعریف همان گزینه سوم می‌باشد.

۱۵۵- گزینه «۲» خطای نوع اول به مفهوم رد فرضیه H_0 است در حالیکه این فرضیه درست است.

۱۵۶- گزینه «۲» خطای نوع دوم به مفهوم پذیرش فرضیه H_0 است در حالیکه H_0 غلط است.

۱۵۷- گزینه «۴» اطلاعات کافی نیست. باید اطلاعاتی در مورد پراکندگی دو جامعه در دست باشد.

۱۵۸- گزینه «۴» این برآورد فاصله‌ای H_0 را در بر نمی‌گیرد می‌توان با اعتماد ۹۵٪ فرضیه H_0 را رد کرد.

۱۵۹- گزینه «۲» توان آزمون برابر با $1 - \beta$ می‌باشد برای افزایش آن باید β کاهش یابد و برای کاهش مقدار β باید α افزایش یابد.

۱۶۰- گزینه «۱» خطای نوع اول همواره توسط محقق کنترل می‌شود.

۱۶۱- گزینه «۴» در آزمون دو دامنه مقدار P-Value با $\frac{\alpha}{2}$ مقایسه می‌شود اگر مقدار P-Value از $\frac{\alpha}{2}$ کوچکتر باشد فرضیه H_0 رد می‌شود و اگر

بزرگ‌تر بود فرضیه H_0 رد نمی‌شود. در اینجا اگر P-Value از α کمتر باشد نمی‌توان قضاوت کرد که آیا از $\frac{\alpha}{2}$ کوچکتر یا بزرگ‌تر است به طور مثال

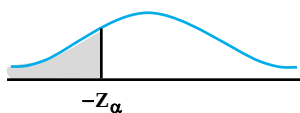
اگر P-Value = ۰/۰۴ و $\alpha = ۰/۰۵$ باشد مقدار P-Value از α کوچکتر و از $\frac{\alpha}{2} = ۰/۰۲۵$ بزرگ‌تر است.

۱۶۲- گزینه «۳» اگر مفروضاتی از جمله نرمال بودن برقرار نباشد از آزمون‌های ناپارامتری استفاده می‌کنیم. یعنی آزمون کروسکال - وایس

۱۶۳- گزینه «۲» در روش حداقل مربعات، مربعات خطا که همان SSE می‌باشد حداقل خواهد شد.

۱۶۴- گزینه «۲» با توجه به فرضیه H_1 ناحیه بحرانی یعنی جایی که H_0 رد می‌شود

به صورت مقابل است که هاشور خورده است.



هرچقدر آماره آزمون منفی‌تر باشد بیشتر در ناحیه بحرانی قرار می‌گیرد و فرضیه H_0 قوی‌تر رد می‌شود. در گزینه «۲» آماره آزمون از همه کوچکتر است:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{27 - 30}{\frac{4}{6}} = \frac{-18}{4} = -4/5$$

۱۶۵- گزینه «۲» درجه آزادی آماره مربوطه برابر با $n_1 + n_2 - 2 = 30$ می‌باشد. (البته شرط برابری واریانس‌ها لازم است)

۱۶۶- گزینه «۱» در آزمون $\begin{cases} \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$ از آماره آزمون χ^2 استفاده می‌کنیم ولی برای برابری واریانس دو جامعه از آماره F استفاده می‌کنیم.

۱۶۷- گزینه «۲» پس $P\text{-Value} > 0.05 > 0.01$ بوده که رد نشده و چون $P\text{-Value} > 0.05 > 0.01$ پس در سطح معنی‌داری ۰/۰۱ هم رد نمی‌شود.

۱۶۸- گزینه «۳» با توجه به آماره کای دو مقادیر فراوانی‌های مورد انتظار را به دست می‌آوریم:

$$\chi^2 = \frac{\sum \sum (o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \Rightarrow \begin{cases} o_{11} = 7, o_{12} = 18, o_{21} = 3, o_{22} = 22 \\ e_{11} = \frac{25 \times 10}{50} = 5, e_{12} = \frac{25 \times 40}{50} = 20, e_{21} = \frac{25 \times 10}{50} = 5, e_{22} = \frac{25 \times 40}{50} = 20 \end{cases}$$

$$\chi^2 = \frac{\sum \sum (o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(7-5)^2}{5} + \frac{(18-20)^2}{20} + \frac{(3-5)^2}{5} + \frac{(22-20)^2}{20} = \frac{4}{5} + \frac{4}{20} + \frac{4}{5} + \frac{4}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

۱۶۹- گزینه «۴» با کمی دقت متوجه می‌شویم که با یک تحلیل واریانس روبرو هستیم مقدار آماره آزمون فرضیه به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \\ H_1: \mu_i \neq \mu_j \end{cases}$$

برای حداقل یک (i, j) $i, j = 1, 2, 3, 4$

$$F = \frac{MS_{tr}}{MSE} = \frac{\frac{SS_{tr}}{k-1}}{\frac{SSE}{k(n-1)}} \sim F_{k-1, k(n-1)} \Rightarrow F = \frac{\frac{12}{4-1}}{\frac{32}{4(5-1)}} = \frac{4}{2} = 2, df_{tr} = k-1 = 3, df_e = k(n-1) = 4(5-1) = 16$$

۱۷۰- گزینه «۳» توزیع t در دنباله‌های خود کشیده‌تر از توزیع نرمال است و در قسمت‌های مرکزی کوتاه‌تر از توزیع نرمال است. به طور مثال اگر به جداول این دو توزیع مراجعه شود مشاهده خواهد شد که:

$$P(Z > 1/96) = 0.025 \quad P(t > 2/26) = 0.025$$

۱۷۱- گزینه «۳» هر چقدر اختلاف بین H_0 و H_1 بیشتر شود در واقع نشان می‌دهد که با جدیت می‌توان این اختلاف را نشان داد و این یعنی توان آزمون افزایش می‌یابد.

۱۷۲- گزینه «۳» طبق آماره آزمون مناسب خواهیم داشت:

$$\begin{cases} H_0: p = 0.08 \\ H_1: p \neq 0.08 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.075 - 0.08}{\sqrt{\frac{0.08 \times 0.92}{400}}} = -2/5$$

۱۷۳- گزینه «۴» آماره آزمون برای آزمون $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ از دو جامعه مستقل با میانگین مجهول به صورت ذیل است:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{9}{16}$$

بنابراین آماره آزمون در این سؤال برابر است با:

۱۷۴- گزینه «۱» فرضیه یکنواختی توزیع یعنی برابری احتمال همه مقادیر بنابرین $P(X_i = i) = \frac{1}{4}$ $i = 1, 2, 3, 4$ بنابرین جدول را به صورت زیر کامل

$$e_i = nP(X_i = i) = \frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

می‌کنیم که در آن O_i مقدار مشاهده شده و e_i مقدار مورد انتظار است:

x_i	۱	۲	۳	۴	n
o_i	۲۰	۳۰	۲۴	۲۶	۱۰۰
e_i	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۱۰۰

توجه کنید درجه آزادی تعداد سطوح منهای یک است $(4-1=3)$.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(24-25)^2}{25} + \frac{(26-25)^2}{25} = 2.08$$

آماره آزمون عبارتست از:



۱۷۵- گزینه «۴» خطای نوع اول رد به ناحق H_0 ، خطای نوع دوم قبول به ناحق H_0 است بنابراین توان آزمون رد صحیح فرض H_0 است.

۱۷۶- گزینه «۲» درجه آزادی تیمار $k-1$ و درجه آزادی خطا $k(n-1)$ است که k تعداد تیمار و n تعداد مشاهدات هر تیمار است پس $k-1=2$ و $k(n-1)=12$ و درجه آزادی آزمون به صورت $(2,12) = (k-1, k(n-1))$ است.

۱۷۷- گزینه «۳» با توجه به اینکه حجم نمونه‌ها کوچک است بنابراین توزیع t می‌باشد آماره آزمون مناسب به صورت زیر است مقادیر را از جدول داده

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n_1 - 1} = 0/16 \\ S_2^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n_2 - 1} = 0/24 \end{array} \right. \quad t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{2/05 - 1/41}{\sqrt{\frac{(0/16)^2}{6} + \frac{(0/24)^2}{6}}} = 6/15$$

شده محاسبه کرده در آماره قرار می‌دهیم:

۱۷۸- گزینه «۳» در تحلیل واریانس $SST = SS(TR) + SSE$ بنابراین:

$$SS(TR) = SST - SSE = 50 - 32 = 18$$

۱۷۹- گزینه «۲» با توجه به اینکه پنج قطعه یک بار با ترازوی A و بار دیگر همان پنج قطعه با ترازوی B وزن شده است از آماره آزمون زوجی استفاده می‌کنیم:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad d_i : Y_i - X_i : 2, 2, 1, 3, 2$$

به ترتیب $\bar{d}$ و S_d را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{2+2+1+3+2}{5} = \frac{10}{5} = 2 \quad ; \quad S_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1} = \frac{22 - 5 \times (2)^2}{5-1} = \frac{1}{4}$$

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{1/4}}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = \frac{2}{1/\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$$

بنابراین آماره آزمون

۱۸۰- گزینه «۲» ادعاهای مطرح شده همواره در فرض مقابل قرار دارند مگر آن که تساوی داشته باشند که آن‌ها را در H_0 قرار می‌دهیم.

۱۸۱- گزینه «۳» با توجه به اینکه $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in (0/7, 1/5)$ است. بنابراین این فاصله اطمینان عدد ۱ را در بر گرفته است که نشان می‌دهد با اطمینان

$$99 \text{ درصد } \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \Rightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ است.}$$

۱۸۲- گزینه «۳» در آزمون $P_1 = P_2$ همواره $Z^2 \equiv \chi_\alpha^2$ یعنی $\chi_\alpha^2 = (-2/5)^2$ و برابر با ۶/۲۵ می‌باشد.

۱۸۳- گزینه «۴» می‌توان با استفاده از میزان عدد χ^2 می‌توان همبستگی بین دو متغیر در مقیاس‌های اسمی یا فاصله‌ای را سنجید که این آزمون معادل ناپارامتریک ضریب همبستگی پیرسون است.

۱۸۴- گزینه «۲» تحلیل واریانس یا آنالیز واریانس یکطرفه (یک راهه) که دارای آماره آزمون به صورت $F = \frac{MS_{tr}}{MS_E}$ می‌باشد، دارای توزیع فیشر است اگر

در آمار ناپارامتری بخواهیم همین آزمون را انجام دهیم، آزمونی به نام کروسکال - والیس وجود دارد.

۱۸۵- گزینه «۳» در آنالیز واریانس یک‌راهه همسانی K میانگین مستقل بررسی می‌شود که فرضیه‌های آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_j \quad (i, j) \text{ به ازای حداقل یک} \end{array} \right.$$

فصل هشتم

«رگرسیون و همبستگی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱- براساس نمونه تصادفی ۲۷ تایی، مدل رگرسیون برآورد شده است. آزمون فرضیه $H_0: \beta = 0$ در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.05$:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X, R^2 = 0.36 \quad (\text{علوم اقتصادی - سراسری } 80)$$

(۱) قابل رد نیست. (۲) رد نمی‌شود زیرا مقدار t محاسبه شده $1/5388$ و کمتر از ۲ می‌باشد.

(۳) رد می‌شود زیرا مقدار t محاسبه شده $3/75$ و بیشتر از ۲ می‌باشد. (۴) براساس اطلاعات فوق قابل انجام نیست.

۲- در خط رگرسیون $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ کدام یک از فروض زیر نادرست است؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

(۱) عبارت تابع خطی، مدل مناسب، رابطه‌ای است که بین متغیرهای X و Y برقرار است.

(۲) زیر مجموعه مقادیر Y که در ارتباط با مقدار معین X می‌باشند به طور نرمال توزیع شده‌اند.

(۳) مقادیر X دارای توزیع نیست، بلکه مقادیر ثابت‌اند، بدین معنی که X متغیر ریاضی بوده و متغیر تصادفی نمی‌باشد.

(۴) عبارت تابع غیرخطی، مدل مناسب غیرخطی، رابطه‌ایست که بین متغیرهای X و Y برقرار است.

۳- اگر داشته باشیم $Cov(X, Y) = -18$ و $\sigma_X^2 = 16$ و $\sigma_Y^2 = 25$ ، چند درصد تغییرات Y به وسیله X بیان نمی‌شود؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

۹۰ (۴)

۸۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۰ (۱)

۴- کدام عبارت از مزایای دیاگرام پراکنش محسوب نمی‌شود؟

(مدیریت - سراسری ۸۰)

(۱) علت رابطه دو متغیر را شناسایی می‌کند.

(۲) قوت رابطه دو متغیر را نشان می‌دهد.

(۳) علامت ضریب همبستگی را معلوم می‌کند.

(۴) طبیعت رابطه X و Y (خطی یا منحنی) را معلوم می‌کند.

۵- فرض کنید که کوواریانس بین دو متغیر X و Y مساوی ۳۲ است. اگر $\sigma_X^2 = 64$ و $\sigma_Y^2 = 25$ باشد، چند درصد از تغییرات Y توسط متغیر

مستقل X بیان می‌شود؟

(حسابداری - سراسری ۸۰)

۰/۸۰ (۴)

۰/۶۴ (۳)

۰/۰۴ (۲)

۰/۰۲ (۱)

۶- ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y از جدول مقابل کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

x	۱	۲	۴	۱
y	۳	۲	۵	۲

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{6}{7}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

۷- اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند به طوری که $\bar{x} = 4$ و $\bar{y} = 5$ و $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 10$ و $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -15$ باشد، معادله خط

رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۰)

$$y = -\frac{2}{3}x + 1 \quad (4)$$

$$y = \frac{3}{2}x - 5 \quad (3)$$

$$y = \frac{2}{3}x + 5 \quad (2)$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 11 \quad (1)$$

۸- در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام رابطه بین ضریب همبستگی X و Y در نمونه (r) و ضریب تعیین R^2 وجود دارد؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

$$R^2 = \frac{S_x^2}{S_y^2} \quad (4)$$

$$R^2 = \frac{S_X}{S_Y} \quad (3)$$

$$R^2 = \sqrt{r} \quad (2)$$

$$R^2 = r^2 \quad (1)$$

۹- اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر 0.90 و ضریب همبستگی بین دو متغیر دیگر برابر با 0.30 باشد، همبستگی دو متغیر اول «چند برابر

قوی‌تر» از دو متغیر دوم است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۱)

(۴) دوازده

(۳) نه

(۲) شش

(۱) سه

۱۰- اگر $Cov(X, Y) = 32/4$ و $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = 36$ باشد، ضریب تعیین (تشخیص) چقدر است؟

(مدیریت - سراسری ۸۱)

۰/۹۰ (۴)

۰/۸۱ (۳)

۰/۷۲ (۲)

۰/۶۴ (۱)



(حسابداری - سراسری ۸۱)

۱۱- با استفاده از اطلاعات زیر معادله رگرسیون کدام است؟

$$\sum y_i = 50, \sum x_i = 75, n = 25, \sum y_i^2 = 228, \sum x_i y_i = 30, \sum x_i^2 = 625$$

$$\hat{Y} = 8/7 - 0/6X \quad (4)$$

$$\hat{Y} = 5/8 - 0/3X \quad (3)$$

$$\hat{Y} = 2/9 - 0/15X \quad (2)$$

$$\hat{Y} = 2/9 - 0/3X \quad (1)$$

۱۲- در سریهای زمانی چهار مؤلفه اصلی وجود دارد. اول روند کلی، دوم تغییرات فصلی و سوم تغییرات ادواری است، چهارمین آن کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۱)

(۴) تغییرات نامنظم

(۳) تغییرات اصلی

(۲) تغییرات کلی

(۱) تغییرات جزئی

۱۳- رابطه‌ی بین متغیرهای Y و X خطی است و داده‌های نمونه به شرح زیر در دست است:

$$\sum x_i y_i = 1150, \bar{x} = 5, \bar{y} = 10, n = 20, \sum x_i^2 = 550$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

مقدار پیش‌بینی شده‌ی Y به ازای x برابر است با:

$$13 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

۱۴- برای بررسی همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y، نمونه‌ای به اندازه n = 10 از جامعه‌ی نرمالی انتخاب کرده و براساس نتایج مشاهدات

$$\sum x_i = 30, \sum y_i = 40, \sum x_i^2 = 234, \sum y_i^2 = 196, \sum x_i y_i = 160$$

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۱)

برآورد ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی X و Y کدام است؟

$$0/65 \quad (4)$$

$$0/85 \quad (3)$$

$$0/45 \quad (2)$$

$$0/55 \quad (1)$$

۱۵- به منظور آزمون $H_0: \rho = 0$ در سطح احتمال معنی‌داری $\alpha = 0/05$ در برابر فرضیه $H_1: \rho \neq 0$ در نمونه‌ای به حجم $n = 100$ از جامعه نرمالدو بعدی، تخمین ضریب همبستگی خطی بدست آمده و براساس آن تابع نمونه‌ای $t = 2/02$ محاسبه شد. کدامیک از قضاوت‌های زیر درست است؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۱)

(۴) فرضیه H_1 را نمی‌توان رد کرد.(۳) فرضیه H_0 رد می‌شود.(۲) فرضیه H_1 را می‌پذیریم.

$$\hat{x}_y = 8/3 - 0/4y \quad \text{و} \quad \hat{y}_x = 4/2 - 1/6x$$

۱۶- معادلات رگرسیون Y بر حسب X و X بر حسب Y عبارتند از:

(حسابداری - آزاد ۸۱)

ضریب همبستگی بین دو متغیر x و y کدام است؟

$$-0/64 \quad (4)$$

$$0/68 \quad (3)$$

$$-0/8 \quad (2)$$

$$0/8 \quad (1)$$

۱۷- اگر کوواریانس دو متغیر تصادفی X و Y برابر ۳۶- و واریانس X برابر ۶۴ و واریانس Y برابر ۲۵ باشد، چند درصد از تغییرات Y به وسیله X

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۲)

توضیح داده می‌شود؟

$$95\% \quad (4)$$

$$90\% \quad (3)$$

$$85\% \quad (2)$$

$$81\% \quad (1)$$

(مدیریت - سراسری ۸۲)

۱۸- اگر $\frac{x}{y} = \frac{5}{20}, \frac{7}{15}, \frac{9}{13}$ موردنظر باشد. شیب معادله رگرسیون خطی کدام است؟

$$-2/70 \quad (4)$$

$$-2/00 \quad (3)$$

$$-1/75 \quad (2)$$

$$-1/00 \quad (1)$$

(حسابداری - سراسری ۸۲)

۱۹- شیب خط رگرسیون $y = a + bx$ چقدر است؟

$$1/21 \quad (2)$$

$$0/31 \quad (1)$$

$$2/2 \quad (4)$$

$$1/8 \quad (3)$$

x	0	1	3	4	5
y	0	2	5	9	11

۲۰- در تحلیل رگرسیونی چند متغیره چگونه می‌توان همبستگی رشته‌ای (Serial Correlation) را تشخیص داد؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۲) از طریق آزمون F

(۱) از طریق آزمون t

(۴) از طریق آزمون دوربین - واتسون (DW)

(۳) از طریق ماتریس همبستگی

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

۲۱- در تحلیل رگرسیونی ساده ضریب تعیین (R^2) بیانگر چیست؟

(۱) ضریب تعیین درصد تغییرات متغیر مستقل که توسط متغیر وابسته توضیح داده می‌شود را نشان می‌دهد.

(۲) ضریب تعیین میزان همبستگی بین متغیر وابسته و متغیر مستقل را نشان می‌دهد.

(۳) ضریب تعیین درصد تغییرات متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل توضیح داده می‌شود را نشان می‌دهد.

(۴) ضریب همبستگی بین متغیر وابسته و متغیر مستقل است.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

۲۲- در رگرسیون دو متغیره رابطه R و (r_{xy}, r_{yx}) چگونه است؟

$$(1) R^2 = r_{xy}^2 + r_{yx}^2 \text{ در صورتی که همبستگی درونی متغیرهای مستقل برابر با یک باشد.}$$

$$(2) R^2 = r_{xy}^2 + r_{yx}^2 \text{ در صورتی که همبستگی درونی متغیرهای مستقل برابر با صفر باشد.}$$

$$(3) \text{ در صورتی که رابطه متغیر مستقل دوم با متغیر وابسته (Y) منفی باشد تساوی } R^2 = r_{xy}^2 + r_{yx}^2 \text{ برقرار خواهد بود.}$$

(۴) در هیچ زمانی با یکدیگر ارتباطی ندارند.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

۲۳- همبستگی یک روش آماری است و موضوع آن اندازه‌گیری و بررسی:

(۱) یک شاخص آماری است که درجات مختلف ارتباطها را تعیین می‌کند.

(۲) میزان تناسب یا ارتباط متقابل میان تغییرات در متغیر وابسته می‌باشد.

(۳) رابطه بین X و Y در معادلات خطی ساده را نشان می‌دهد.

(۴) در معادلات خطی دو متغیره ساده به کار می‌رود.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

۲۴- ضریب همبستگی یک شاخص آماری است که:

(۱) بالاترین درجه همبستگی مثبت را تعیین می‌کند.

(۲) تغییرات متقابل چندین متغیر را بیان می‌کند.

(۳) در حالات مختلف ارتباط میان دو متغیر وابسته را در یک مقیاس ثابت و محدود معین می‌کند.

(۴) در ازای کاهش مقدار یک متغیر، مقدار متغیر دیگر افزایش می‌یابد.

۲۵- واحدهای مسکونی با مساحت بالای ۲۰۰ مترمربع بر حجم ترافیک معابر اطراف تأثیر معکوس دارند. در فرضیه فوق رابطه بین متغیرها رابطه‌ای

..... است.

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) نامفهوم (۲) بدیهی (۳) متقارن (۴) متباین

۲۶- افزایش سرانه مسکونی منجر به کاهش سرانه فضای سبز می‌شود. در فرضیه فوق کدام متغیر وابسته و کدام مستقل است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۲)

(۱) متغیر وابسته = سرانه فضای سبز، متغیر مستقل = سرانه مسکونی

(۲) متغیر وابسته = سرانه مسکونی، متغیر مستقل = سرانه فضای سبز

(۳) متغیر وابسته = افزایش تراکم مسکونی، متغیر مستقل = کاهش تراکم فضای سبز

(۴) متغیر وابسته = تراکم فضای سبز، متغیر مستقل = تراکم مسکونی

۲۷- ضریب همبستگی بین X و Y برابر با 0.70 است. چند درصد از تغییرات Y تحت تأثیر تغییرات X نمی‌باشد؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

(۱) 0.51 (۲) 0.49 (۳) 0.70 (۴) 0.30 ۲۸- اگر رگرسیون‌های خطی X و Y به صورت $y = 100 + 1/92x$ و $x = 40 + 0/42y$ باشد، آنگاه ضریب همبستگی r_{xy} برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۲)

(۱) 0.8064 (۲) 0.8980 (۳) 0.9880 (۴) 0.889 ۲۹- اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر 0.6 و بین دو متغیر دیگر 0.3 باشد، می‌توان گفت همبستگی دو متغیر اول «چند برابر قوی‌تر» از دو

(مدیریت - سراسری ۸۳)

متغیر دوم است؟

(۱) دو برابر (۲) سه برابر (۳) چهار برابر (۴) نه برابر

(مدیریت - سراسری ۸۳)

۳۰- از مدل نمو ساده برای پیش‌بینی در چه نوع سری‌های زمانی استفاده می‌شود.

(۱) سری‌های زمانی که تغییرات منظم دارند.

(۲) سری‌های زمانی که تغییرات فصلی دارند.

(۳) سری‌های زمانی که تغییرات دوره‌ای دارند.

(۴) سری‌های زمانی که تغییرات فصلی و نامنظم دارند.

(مدیریت - سراسری ۸۳)

۳۱- اگر $COV(X, Y) = 10$ ، $\sigma_x = 5$ و $\sigma_y = 3$ باشد، ضریب همبستگی کدام است؟(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) هیچ کدام۳۲- در یک رگرسیون سه متغیره مستقل R^2 که در برنامه SPSS به نام Rsquare نامیده می‌شود، نشاندهنده چیست؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

(۱) همبستگی متغیر وابسته با دو متغیر اصلی

(۲) همبستگی ساده متغیر وابسته با سه متغیر مستقل

(۳) نقش سه متغیر مستقل در پدید آمدن واریانس متغیر وابسته

(۴) همبستگی درونی بین متغیر اول مستقل با دو متغیر مستقل دیگر است.



(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

۳۳- در رگرسیون دو متغیره مستقل مقدار SST برابر است با:

$$\sum x_1^2 \quad (1) \quad \sum y^2 \quad (2) \quad \sum x_1 y + \sum x_2 y \quad (3) \quad \sum x_1^2 + \sum x_2^2 \quad (4)$$

۳۴- تابع خط رگرسیون $Y' = 245 + 11/57X$ رابطه مقدار بارندگی در سال بر حسب سانتی‌متر و مقدار محصول سالیانه جای بر حسب تن را در شش سال گذشته نشان می‌دهد،

در صورتی که $\sum y^2 = 42333$ و $\sum xy = 3240$ باشد مقدار SSReg کدام است؟

(یادآوری: در بعضی از منابع آماری به جای $\sum y^2$ از رابطه $\sum (Y - \bar{Y})^2$ و به جای $\sum xy$ از رابطه $\sum (x - \bar{x})(Y - \bar{Y})$ استفاده می‌شود)

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

$$3748/7 \quad (1) \quad 35485 \quad (2) \quad 37486/8 \quad (3) \quad 42333 \quad (4)$$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

۳۵- در رگرسیون تک متغیره $\sum (Y - \bar{Y})^2$ کدام یک از موارد زیر را نشان می‌دهد؟

$$SS_{\text{rag}} \quad (1) \quad SS_{\text{Reg}} \quad (2)$$

$$SST \quad (3) \quad \text{نسبت واریانس } Y \text{ به واریانس باقیمانده‌ها} \quad (4)$$

۳۶- در رگرسیون چند متغیره اگر بین متغیرهای مستقل همبستگی شدید وجود داشته باشد به آن پدیده چه می‌گویند؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۳)

$$\text{خود همبستگی} \quad (1) \quad \text{ضریب تعیین} \quad (2) \quad \text{ضریب همبستگی} \quad (3) \quad \text{همخطی} \quad (4)$$

۳۷- اگر $S_{xx} = 12$ و $SS_{xy} = 15$ و $\bar{x} = 2$ ، $\bar{y} = 3$ معادله خط رگرسیون کدام است؟ (سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۳)

$$y = -3x + 3 \quad (1) \quad y = 1/5x \quad (2) \quad y = 0/8x + 1/4 \quad (3) \quad y = 1/25x + 0/5 \quad (4)$$

۳۸- اگر $COV(X, Y) = 18$ و $\sigma_x = \sigma_y = 3$ و $\bar{x} = \bar{y} = 2$ باشد، مقدار پیش‌بینی y به ازای $x = 5$ برابر است با: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۳)

$$8 \quad (1) \quad 7 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

۳۹- توزیع مشترک دو صفت متغیر X و Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول توزیع شده است. به منظور مطالعه بستگی بین این دو صفت، نمونه‌ای با حجم $n = 5$ انتخاب و کمیت‌های روبرو به دست آمده است:

$$\sum x_i = 20 \quad \sum y_j = 10 \quad \sum x_i^2 = 102 \quad \sum x_i y_j = 52$$

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۳)

معادله همبستگی Y بر حسب X کدام است؟

$$\bar{y}_x = 0/18 - 0/5x \quad (1) \quad \bar{y}_x = -0/18 + 0/54x \quad (2) \quad \bar{y}_x = 1/8 + 0/4x \quad (3) \quad \bar{y}_x = -1/8 + 0/4x \quad (4)$$

۴۰- در یک جامعه نرمال دو بعدی، ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی Y, X مساوی $0/92$ به دست آمده است. چند درصد تغییرات y توسط x بیان می‌شود؟

(محیط زیست - آزاد ۸۳)

$$92 \quad (1) \quad 84/64 \quad (2) \quad 81/24 \quad (3) \quad 9/5 \quad (4)$$

۴۱- اگر $y = 1 - 2/5x$ تخمین یک خط رگرسیون بوده و ضریب تعیین برابر $0/81$ باشد، ضریب همبستگی برابر است با: (محیط زیست - آزاد ۸۳)

$$0/19 \quad (1) \quad -0/19 \quad (2) \quad -0/9 \quad (3) \quad 0/9 \quad (4)$$

۴۲- اگر شیب خط رگرسیون برابر -10 باشد و $\sum x_i = 100$ ، $n = 5$ و $\sum y_i = 20$ مقدار ثابت خط رگرسیون برابر است با: (محیط زیست - آزاد ۸۳)

$$220 \quad (1) \quad 110 \quad (2) \quad 204 \quad (3) \quad 106 \quad (4)$$

۴۳- اگر معادله خط رگرسیون $y = 2x + 3$ باشد و $\bar{x} = 4$ باشد، میانگین y برابر است با: (محیط زیست - آزاد ۸۳)

$$3 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

۴۴- در یک رگرسیون دو متغیره اگر آماره t مربوط به شیب در ناحیه بحرانی قرار گیرد در خصوص آماره F و نتیجه آزمون کدام گزینه صحیح است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۴)

(۱) مقدار آماره F نیز در ناحیه بحرانی قرار گرفته و H_0 رد می‌شود.

(۲) آماره F در ناحیه بحرانی قرار گرفته و H_0 رد می‌شود.

(۳) آماره F در ناحیه بحرانی قرار نگرفته و بین متغیرهای مستقل و وابسته رابطه وجود دارد.

(۴) آماره F در ناحیه بحرانی قرار نگرفته و بین متغیرهای مستقل و وابسته رابطه وجود ندارد.

۴۵- شرکت صنعتی را بطور تصادفی انتخاب و تولید سالانه (Y) و میزان نیروی کار (X) استفاده شده است را برای هر یک از این شرکت‌ها

بدست آورده‌ایم. نتایج روبرو حاصل شده است: $\sum_{i=1}^{22} (y_i - \bar{y})^2 = 100$, $\bar{y} = 20$, $\sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})^2 = 40$, $\bar{x} = 10$, $\sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 30$

در رگرسیون $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ چند درصد از تغییرات Y را می‌توان توسط تغییرات در X توضیح داد؟

(۴) ۰/۳

(۳) ۰/۱۸

(۲) ۰/۱۵

(۱) ۰/۵۴

(حسابداری - سراسری ۸۴)

۴۶- معادله خط رگرسیون بین دو متغیر Y, X در جدول مقابل به صورت $y = ax + b$ است، شیب a کدام است؟

x	۳	۵	۷
y	۹	۱۰	۵

(۲) -۱

(۱) -۱/۲۵

(۴) ۱/۲۵

(۳) ۱

۴۷- اگر خط همبستگی Y بر حسب X و خط همبستگی X بر حسب Y به ترتیب $y = x + 1$ و $x = \frac{1}{4}y - 1$ باشند، ضریب همبستگی بین X و Y

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(محیط زیست - سراسری ۸۴)

۴۸- اگر $y = mx + \frac{3}{4}$ و $x = ky + 1$ معادلات خطوط رگرسیون بوده و $\bar{x}, \bar{y} = 2$ باشد، $r_{x,y}$ برابر است با:

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

۴۹- تست معنی‌دار بودن رگرسیون با کدام یک صورت می‌گیرد؟

(۴) مجذور خی χ^2

(۳) Ftest

(۲) Ztest

(۱) ttest

۵۰- اگر $y = -64/2 + 1/2x$ تخمین یک رابطه‌ی رگرسیونی خطی و ۶۴ درصد تغییرات y قابل استناد به تغییرات x باشد، ضریب همبستگی

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

کدام است؟

(۴) ۰/۸

(۳) ۰/۴

(۲) -۰/۴

(۱) -۰/۸

x	۳	۴	۵	۱۰
y	۳	۵	۷	۱۷

۵۱- مقادیر عددی دو متغیر X و Y به شرح روبرو است:

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۵۲- مقادیر عددی دو متغیر X و Y بشرح

x	۳	۴	۵	۱۰
y	۳	۵	۷	۱۷

 است. ضریب همبستگی بین X و Y کدام است؟

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۴)

(۴) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۵۳- برای آزمون مدل رگرسیونی که دارای هشت متغیر مستقل و ۱۲۱ مشاهده است، درجات آزادی برای پیدا کردن مقدار F از جدول برابر است با:

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

(۴) ۷ و ۱۲۰

(۳) ۸ و ۱۱۲

(۲) ۷ و ۱۲۱

(۱) ۸ و ۱۲۱

۵۴- توزیع مشترک دو متغیر X, Y موردنظر است. اطلاعات زیر بر اساس محاسبات انجام شده بر حسب نمونه انتخاب شده بشرح زیر بدست آمده

است: $\sum x = 10$, $\sum x^2 = 30$, $\sum xy = 20$, $\sum y = 10$, $\sum y^2 = 30$, $n = 4$

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

معادله رگرسیون برابر است با:

(۴) $\hat{y} = 1 - 5x$ (۳) $\hat{y} = -1 + x$ (۲) $\hat{y} = 5 - x$ (۱) $\hat{y} = 5 + 5x$

۵۵- در مفروضات مدل رگرسیون مقادیر خطاها (e) فرض می‌شوند. کدامیک از گزینه‌های ذیل را برای جای خالی انتخاب می‌کنید.

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

(۴) -۱

(۳) مستقل

(۲) وابسته

(۱) صفر



۵۶- توزیع مشترک دو صفت متغیر X, Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده است. به منظور مطالعه بستگی بین دو صفت، نمونه‌ای با حجم $n = 10$ انتخاب و کمیت‌های زیر بدست آمده است:

$$\sum x = 55 \quad \sum x^2 = 385 \quad \sum xy = 220$$

$$\sum y = 55 \quad \sum y^2 = 385$$

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

کدامیک از گزینه‌های زیر نمایانگر ضریب تعیین است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) ۰/۵

(۱) ۰/۷۵

(مدیریت صنعتی و تکنولوژی - آزاد ۸۴)

۵۷- دامنه آزمون دوربین - والتسون (Durbin-Warson) بین:

(۴) صفر تا ۴ می‌باشد.

(۳) $-\infty$ تا $+\infty$

(۲) صفر تا ۱ می‌باشد.

(۱) ۱ تا -۱ می‌باشد.

۵۸- توزیع مشترک دو صفت متغیر X و Y بر طبق قانون نرمال دو بعدی با پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده است، به منظور مطالعه بستگی بین دو صفت، نمونه‌ای با حجم $n = 10$ انتخاب و کمیت‌های زیر بدست آمده است:

$$\sum x = 55 \quad \sum x^2 = 385 \quad \sum xy = 220$$

$$\sum y = 55 \quad \sum y^2 = 385$$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

معادله رگرسیون Y بر حسب X کدام است؟

$$\hat{y} = 1 - 5/5x \quad (۴)$$

$$\hat{y} = 5/5 + 11x \quad (۳)$$

$$\hat{y} = 11 - x \quad (۲)$$

$$\hat{y} = -1 + x \quad (۱)$$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

۵۹- کدامیک از مقادیر زیر نشان دهنده عدم وجود خود همبستگی در آزمون دوربین - واتسون (Durbin - Watson) می‌باشد؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۴)

۶۰- در تجزیه و تحلیل رگرسیون و همبستگی اگر $r^2 = 1$ باشد، بنابراین داریم:

$$SS_{Reg} = SSE \quad (۴)$$

$$SS_{Reg} = SST \quad (۳)$$

$$SSE = 1 \quad (۲)$$

$$SSE = SST \quad (۱)$$

۶۱- معادلات رگرسیون Y بر حسب X و X بر حسب Y عبارتند از: $\hat{y}_x = 4/2 - 1/6x$ و $\hat{x}_y = 8/3 - 0/4y$ ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y چیست؟

(۴) ۰/۶۴

(۳) -۰/۶۴

(۲) -۰/۸

(۱) ۰/۸

۶۲- برای یک الگوی رگرسیون خطی ساده $\bar{y}_x = \beta_0 + \beta_1 x$ و $n = 22$ ، $R^2 = 0/2$ مفروض است، چنانچه نقطه بحرانی $t_{0/975,20} = 2/101$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر در رابطه با فرضیه $H_0: \rho = 0$ صحیح است.

(حسابداری - آزاد ۸۴)

(۱) فرضیه H_0 رد می‌شود. (۲) فرضیه H_0 رد نمی‌شود. (۳) فرضیه H_0 را نمی‌توان رد کرد. (۴) فرضیه H_0 پذیرفته می‌شود.

۶۳- فرض کنید در یک مسئله برازش رگرسیونی، مقادیر زیر براساس یک نمونه تصادفی به حجم $n = 7$ به دست آمده‌اند. برآورد حداقل مربعات خطای مقادیر a و b در معادله رگرسیونی $Y = a + bX + \varepsilon$ به ترتیب کدامند؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

(۴) ۵ و ۲۱

(۳) ۵ و ۳

(۲) ۲ و ۲۱

(۱) ۲ و ۳

۶۴- براساس یک نمونه تصادفی $n = 18$ تایی، ضریب همبستگی بین Y, X برابر $r = 0/8$ محاسبه شده است. مقدار آماره آزمون برای آزمون صفر بودن ضریب همبستگی جامعه برابر است با:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۵)

(۴) ۵/۳

(۳) ۱/۳۹

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۵)

۶۵- در جدول مقابل شیب خط رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟

x	y
۵	۸
۶	۳
۱۰	۴
۷	۵

(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۴

(۳) -۰/۴

(۴) -۰/۵

۶۶- در یک مطالعه معادله خط رگرسیون عبارت است از $y = 23/91 + 6/22x$ ، در این صورت ضریب همبستگی بین X و Y ، کدام است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۵)

$$6/22 \sqrt{\frac{SS_y}{SS_x}} \quad (۴)$$

$$6/22 \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{SS_y}{SS_x}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} \quad (۱)$$



(سنجش از دور و سیستم اطلاعاتی جغرافیایی - سراسری ۸۵)

x	۰	۲	۴
y	۵	۳	۱

۶۷- ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y از جدول مقابل کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) ۰
(۴) ۱

(طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۵)

x	۰	۴	۳	۱
y	۴	۱	-۱	۰

۶۸- در جدول مقابل ضریب همبستگی بین دو متغیر X و Y کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{35}}{10}$
(۲) $-\frac{\sqrt{14}}{5}$
(۳) $\frac{\sqrt{5}}{14}$
(۴) $\frac{\sqrt{7}}{10}$

۶۹- اگر در معادله رگرسیونی $Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$ فرض کنیم که $\alpha = \beta = 0$ است آنگاه ضریب تعیین R^2 برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) ۱
(۲) $0 < R^2 < 1$
(۳) صفر
(۴) $R^2 < 0$

۷۰- ضریب تعیین تعدیل شده $\bar{R}^2$ در معادله رگرسیونی با n شاهد و k متغیر توضیحی هنگامی منفی است که: (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) $R^2 < 0$
(۲) $R^2 < \frac{k-1}{n-1}$
(۳) $R^2 > \frac{k-1}{n-1}$
(۴) $R^2 < \frac{n-1}{k-1}$

۷۱- ضریب همبستگی بین X و Y برابر است با ۰/۵۰. چند درجه از تغییرات Y تحت تأثیر تغییرات X نمی‌باشد. (علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) ۰/۷۵
(۲) ۰/۵۰
(۳) ۰/۲۵
(۴) ۰/۹۵

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

۷۲- اگر داشته باشیم $\frac{Y}{X} \begin{matrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{matrix}$ آنگاه ضریب همبستگی بین X و Y برابر است با:

- (۱) صفر
(۲) ۰/۵
(۳) -۰/۵
(۴) ۱

۷۳- اگر شیب معادله رگرسیونی ۲- باشد و $\sum x_i = 100$ و $\sum y_i = 20$ و $\bar{x} = 20$ باشد آنگاه مقدار ثابت یا عرض از مبدأ معادله برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۵)

- (۱) ۲۲
(۲) ۱۲۰
(۳) ۴۴
(۴) ۱۱۰

۷۴- در یک جامعه نرمال دو بعدی اطلاعات زیر در مورد متغیر وابسته Y و متغیر مستقل X بدست آمده است:

$$\sum x = 10, \sum y = 10, \sum x^2 = 30, \sum y^2 = 30, \sum xy = 20, n = 4$$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

ضریب زاویه تابع رگرسیون برابر است با:

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۵
(۴) $\frac{1}{2}$

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۵)

۷۵- ضریب همبستگی دو متغیر X و Y در جدول زیر کدام است؟

X	۱	۱	۲	۴
Y	۱	۲	۴	۱

- (۱) ۰/۲۴
(۲) -۰/۱۶۷
(۳) ۰/۱۶۷
(۴) -۰/۲۴

۷۶- اگر معادلات رگرسیون خطی Y بر حسب X و X بر حسب Y به شرح زیر باشد:

$$\bar{y}_x = 13/35 + 0/619x; \quad \bar{x}_y = 1/665 + 0/802y$$

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

برآورد ضریب همبستگی (r)، برای X و Y کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

- (۱) ۰/۵۰
(۲) ۰/۷۰
(۳) ۰/۳۸
(۴) ۰/۶۴

Y	۱	۲	۳	۴	۵
X	۳	۷	۵	۱۱	۱۴

۷۷- با توجه به جدول روبرو:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۵)

ضریب b_1 در معادله رگرسیون $\hat{y} = 0/2 - b_1x$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۳/۶
(۴) ۲/۶

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۷۸- برای یک رگرسیون چند متغیره اگر $SST = 200$ و ضریب تعیین ۷۵ درصد باشد. مقدار SSE برابر است با:

- (۱) ۱۵۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۵۰



۷۹- در مسئله فوق، عرض از مبدأ، برای معادله رگرسیون برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۰/۹۸ (۳) ۰/۷۷ (۴) ۰/۹۶

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۸۰- در یک مدل رگرسیون خطی با استفاده از ۴۴ مشاهده نتایج روبرو حاصل شده است:

$$SSR = ۶۰۰ \quad SSE = ۴۰۰$$

$$\hat{y} = ۲۹ + ۱۸x_1 + ۴۳x_2 + ۸۷x_3$$

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

- (۱) ۰/۶۶۷ (۲) ۰/۳۳۶ (۳) ۰/۶۰۰ (۴) ۰/۴۰۰

ضریب تغییرات برابر است با:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۸۱- در مسئله فوق برای آزمون فرضیه مدل، مقدار F بدست آمده برابر است با:

- (۱) ۲۰ (۲) ۱/۵ (۳) ۰/۶۰ (۴) اطلاعات کافی در اختیار نمی‌باشد.

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۵)

۸۲- دامنه تحت Durbin - Watson بین:

- (۱) ۱ تا ۰ (۲) -∞ تا +∞ (۳) ۱ تا -۱ (۴) ۰ تا ۴

۸۳- معادله رگرسیون $y = ۲۰۰ - ۸x$ مفروض است. چنانچه مقدار واقعی y به ازای $x = ۱۰$ برابر ۱۳۰ باشد. ضریب همبستگی کدام است؟

(حسابداری - آزاد ۸۵)

- (۱) $۰ < r < ۱$ (۲) $r = ۱$ (۳) $r = -۱$ (۴) $-۱ < r < ۰$

۸۴- در یک نمونه‌گیری به حجم $n = ۴$ ، نتایج زیر حاصل شده‌اند:

$$\sum x_i y_i = ۴۳ ; \sum x_i = ۸ ; \sum y_i = ۱۶ ; \sum y_i^2 = ۷۴ ; \sum x_i^2 = ۳۰$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

در معادله رگرسیون $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ، برآورد حداقل مربعات خطای β_0, β_1 به ترتیب عبارتند از:

- (۱) $\frac{۱۱}{۱۴}, \frac{۲۳}{۷}$ (۲) $\frac{۱۱}{۱۴}, \frac{۱۷}{۷}$ (۳) $\frac{۱۷}{۱۳}, \frac{۳۵}{۲۶}$ (۴) $\frac{۵۲}{۱۳}, \frac{۱۷}{۱۳}$

$$\hat{Y} = ۱۵ + ۱/۷X, R^2 = ۰/۶۴$$

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۶)

۸۵- رابطه Y, X براساس یک نمونه تصادفی ۱۸ تایی به صورت روبرو برآورد شده است:

آماره آزمون t برای آزمون فرضیه $\beta = ۰$ ، یعنی عدم وجود رابطه بین Y, X کدام است؟

- (۱) ۲/۴۶ (۲) ۳/۱۲ (۳) ۵/۳۳ (۴) ۶/۰۵

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۶)

۸۶- ضریب همبستگی بین دو متغیر در جدول روبرو، کدام است؟

- (۱) ۰/۳ (۲) -۰/۳ (۳) -۰/۲ (۴) ۰/۲

x	۲	۳	۴	۵	۶
y	۳	۵	۱	۴	۲

۸۷- در رگرسیون خطی $Y = a + bX$ اگر $\hat{b}$ برآورد کننده کمترین توان دوم خطا برای b باشد، با نصف کردن تعداد مشاهدات و دو برابر کردن

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

دامنه مشاهدات خطای معیار $\hat{b}$ ، چقدر تغییر می‌کند؟

- (۱) نصف می‌شود. (۲) دو برابر می‌شود. (۳) چهار برابر می‌شود. (۴) تغییری پیدا نمی‌کند.

(محیط زیست - سراسری ۸۶)

۸۸- منظور از هم خطی در رگرسیون این است که:

- (۱) مطابقت دو خط رگرسیونی با یکدیگر برقرار است. (۲) بین عوامل رگرسیونی رابطه و وابستگی وجود دارد. (۳) تطابق خط رگرسیون واقعی جامعه با برآورد آن خط وجود دارد. (۴) بین خطاهای رگرسیونی وابستگی وجود دارد.

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

۸۹- چنانچه $\bar{X} = ۴$ و $\bar{Y} = ۱۰$ باشد، کدام معادله زیر می‌تواند معادله خط رگرسیون باشد؟

- (۱) $Y = ۱۰ + ۲X$ (۲) $Y = ۲ + ۱۰X$ (۳) $Y = ۱۰ + ۴X$ (۴) $Y = ۲ + ۲X$

۹۰- از یک نمونه‌گیری اطلاعات $\sigma_{xy} = ۰/۹$ و $\sigma_x = \sqrt{۲}$ و $\sigma_y = \sqrt{۸}$ و $\bar{y} = ۶$ و $\bar{x} = ۳$ و $\hat{Y} = a + bX$ به دست آمده است، معادله خط رگرسیونی

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

برابر است با:

- (۱) $\hat{Y} = ۱/۸ + ۰/۶X$ (۲) $\hat{Y} = -۰/۶ + ۱/۸X$ (۳) $\hat{Y} = ۰/۶ + ۱/۸X$ (۴) $\hat{Y} = ۱/۸ - ۰/۶X$

۹۱- رابطه تورم (P) و حجم پول (M) بر اساس آمار سری ۲۱ ساله به صورت $R^2 = ۰/۸۱$ ، $P = ۵ + ۰/۰۰۲M$ است، در آزمون معنی‌داری ضرایب،

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۶)

آماره t مربوط به M برابر است با:

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۹۰

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

۹۲- با توجه به اطلاعات زیر برای Y (متغیر وابسته) و X (متغیر مستقل) ضریب تعیین برابر است با:

x	۱	۲	۳	۴	۵		(۲) ۱	(۱) ۵/۰
y	۱	۲	۳	۴	۵		(۴) ۱	(۳) صفر

۹۳- در تجزیه و تحلیل رگرسیون چند متغیره که دارای پنج متغیر مستقل و سی مشاهده می‌باشد مقادیر $SS_{Reg} = ۳۶۰$ و $SSE = ۴۰$ به دست آمده است، ضریب تبیینی برابر است با:

(مدیریت صنعتی - آزاد ۸۶)

- (۱) ۵/۸ (۲) ۹/۰ (۳) ۲۵/۰ (۴) ۱۵/۰

۹۴- نمونه‌ای به حجم $n = ۳۲$ از جامعه‌ای که توزیع مشترک دو متغیر تصادفی، نرمال باشد، بر اساس نتایج مشاهدات در نمونه تخمین ضریب همبستگی پیرسن $r = ۰/۹$ به دست آمده است. ادعا شده است که ضریب همبستگی در جامعه $\rho = ۰$ باشد نسبت به ادعای فوق چه قضاوتی می‌توان کرد؟

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۶)

- (۱) ادعای فوق پذیرفته می‌شود. (۲) ادعای فوق رد می‌شود. (۳) ادعای فوق اثبات می‌شود. (۴) ادعای فوق رد نمی‌شود.

(حسابداری - آزاد ۸۶)

۹۵- اگر شیب معادله رگرسیون ۸- باشد و $\sum x_i = ۸۰$, $\bar{x} = ۲۰$, $\sum y_i = ۲۰$ باشد ثابت معادله کدام است؟

- (۱) ۱۶۴ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۵۵ (۴) ۱۵۴

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

۹۶- در معادله رگرسیون $E(Y|X) = \alpha + \beta X$ تخمین حداقل مربعات خطا از پارامتر β عبارتست از:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n X_i(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (۴) \quad b = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (۳) \quad b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum X_i^2} \quad (۲) \quad b = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \quad (۱)$$

۹۷- ضریب همبستگی بین Y , X در یک نمونه تصادفی به حجم n برابر $r = ۰/۹۵$ می‌باشد. با فرض $s_X^2 = s_Y^2$ شیب خط رگرسیون Y بر روی X عبارت است از:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۷)

- (۱) ۰/۹۵ (۲) ۰/۹۰ (۳) ۰/۱۰ (۴) ۰/۰۵

۹۸- در یک مدل رگرسیون به صورت $Y_i = a + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$ مقدار برآورد a از روش کمترین مربعات خطا کدام است؟

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

$$\bar{y} \quad (۱) \quad \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (۲) \quad \frac{\sum y_i}{\sum y_i^2} \quad (۳) \quad \frac{\sum (y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (۴)$$

۹۹- فرض کنید مدل رگرسیونی به صورت $Y_i = a + bX_i + e_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ و شرایط زیر برقرار است. مقدار برآورد b چقدر است؟

$$\sum x_i y_i = ۲n, \sum y_i = ۳n, \sum x_i^2 = n, \bar{x} = ۰$$

(محیط زیست - سراسری ۸۷)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۱۰۰- کدام یک از موارد زیر در مورد آماره d (آماره دوربین- واتسن) (Durbin-Watson) صحیح است. (دقت کنید که ρ ضریب خود همبستگی جملات اختلال یا اختلال در گزینه‌ها می‌باشد).

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

- (۱) $E(d) = 2 - 2\rho$ (۲) d برآورد کننده سازگار است ولی ناریب بودن آن را نمی‌توان ثابت کرد. (۳) $\text{Plim } d = 2 - 2\rho$ (۴) $E(d) = 2$

۱۰۱- رابطه بین مقدار تقاضا (Q) و قیمت (P) به صورت روبرو برآورد شده است:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

- (۱) $+5$ (۲) $-0/1$ (۳) -5 (۴) $+0/1$

۱۰۲- رابطه بین مصرف (C) و درآمد قابل تصرف (Y_d) بر اساس نمونه‌ای با حجم $n = ۶۶$ به صورت $\hat{C}_i = ۶ + ۰/۷۲Y_{di}$ برآورد شده است. اگر ضریب همبستگی بین مصرف و درآمد قابل تصرف $۰/۶$ باشد، خطای معیار (Standard Error) میل نهایی به مصرف برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

- (۱) ۱/۲ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۰۹ (۴) ۰/۱۲



(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

۱۰۳- کدام یک از برآوردکننده‌های زیر بهترین است؟

- BLUE (۱) (۲) ناریب (۳) دارای کوچکترین واریانس (۴) دارای کارایی مطلق

۱۰۴- در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام رابطه زیر بین ضریب همبستگی (r) و ضریب تعیین (R^2) وجود دارد:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

$$R^2 = \sqrt{r} \quad (1) \quad R^2 = \frac{S_x}{S_y} \cdot r \quad (2) \quad R^2 = r^2 \quad (3) \quad R^2 = \frac{S_x^2}{S_y^2} \cdot r \quad (4)$$

۱۰۵- در یک معادله رگرسیون دو متغیره (با عرض از مبدأ) که از داده‌های آماری ۳۸ سال گذشته برآورد شده، ضریب تعیین برابر ۶۴ درصد محاسبه گردیده است. آماره مربوط به آزمون فرضیه $H_0: \beta = 0$ برابر است با:

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

- (۱) ۲۰ (۲) ۸ (۳) ۱۶/۲ (۴) ۴/۰۵

۱۰۶- اگر X متغیر مستقل و Y متغیر وابسته، و α و β عرض از مبدأ و ضریب زاویه یک معادله رگرسیون دو متغیره باشند و تمام مفروضات اساسی رگرسیون نیز برآورد شده باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(علوم اقتصادی (کلیه گرایش‌ها) - آزاد ۸۷)

$$E(\bar{Y}) = \alpha + \beta X_i \quad (1) \quad E(\bar{Y}) = \bar{Y} \quad (2) \quad E(\bar{X}) = \bar{X} \quad (3) \quad E(\bar{X}) = \mu_X \quad (4)$$

۱۰۷- اطلاعات زیر در مورد متغیر وابسته (Y) و متغیر مستقل (X) مقدار ضریب زاویه تابع رگرسیون برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۷)

$$\begin{aligned} \sum x &= 10 & \sum x^2 &= 30 & (1) & 1 \\ \sum y &= 10 & \sum y^2 &= 30 & (2) & \text{صفر} \\ \sum xy &= 20 & & & (3) & -1 \\ n &= 4 & & & (4) & 5 \end{aligned}$$

۱۰۸- اگر ضریب همبستگی نمونه پیرسون (r) برابر ۷۵/۰، و حجم نمونه ۳۵ باشد مقدار آماره برای تست فرضیه صفر برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۷)

- (۱) ۸/۶ (۲) ۸۸/۱ (۳) ۶/۵ (۴) ۲/۵

۱۰۹- در مدل رگرسیون چند متغیره، فرض بر این است که خطاها (ε) یک متغیر تصادفی دارای میانگین:

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۷)

- (۱) صفر می‌باشد. (۲) -۱ می‌باشد. (۳) ۱ می‌باشد. (۴) هر عددی می‌تواند باشد.

۱۱۰- مقداری از متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل تبیین می‌شود، این جمله نشانگر کدام مفهوم زیر است؟

(حسابداری - آزاد ۸۷)

- (۱) ضریب همبستگی (۲) ضریب تعیین (۳) گشتاور (۴) توزیع شرطی

۱۱۱- در رگرسیون دو متغیره ضریب تعیین:

(محیط زیست - آزاد ۸۷)

- (۱) به ضریب همبستگی و b بستگی ندارد. (۲) با مجذور ضریب x در رابطه $y = a + bx$ برابر است. (۳) با مجذور ضریب همبستگی برابر است. (۴) با حاصل ضرب b در ضریب همبستگی برابر است.

۱۱۲- برای دو صفت Y, X در جدول روبه‌رو، معادله خط رگرسیون کدام است؟

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۸)

$$\begin{aligned} \hat{y} &= 0.2x + 2.2 \quad (1) & \hat{y} &= -0.2x + 3.8 \quad (2) \\ \hat{y} &= 0.3x + 1.8 \quad (3) & \hat{y} &= -0.3x + 4.2 \quad (4) \end{aligned}$$

۱۱۳- شاخص ضمنی قیمت تولید ناخالص ملی چه نوع شاخص قیمتی است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

- (۱) اج ورت (۲) پاشه (۳) فیشر (۴) لاسپیرس

۱۱۴- تابع تولید $\log Q_t = 0.12 + 0.7 \log L_t + e_t$ ، در کوتاه مدت با استفاده از ۲۲ مشاهده برآورد شده است. اعداد داخل پرانتز انحراف معیار

ضرایب است. در این صورت می‌توان گفت:

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

- (۱) یک درصد افزایش در L سبب ۰/۷ درصد افزایش در تولید می‌شود. (۲) یک واحد افزایش در L سبب ۰/۷ واحد افزایش در تولید می‌شود. (۳) با اطمینان ۹۵٪ رگرسیون برآورد شده معنی‌دار نیست. (۴) با اطمینان ۹۵٪ سطح متأثر از مقدار L است.

۱۱۵- برای خط رگرسیون ساده مقیدی که از مبدا مختصات می‌گذرد، اطلاعات $\sum xy = 480$ ، $\sum y = 16$ و $\sum x = 20$ براساس یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی داده شده است. شیب خط رگرسیون کدام است؟

(علوم اقتصادی - سراسری ۸۸)

(۴) اطلاعات داده شده کافی نیست.

(۳) ۰/۸

(۲) ۱/۲۵

(۱) ۲/۷۵

(سنجش از دور و سیستم اطلاعات جغرافیایی - سراسری ۸۸)

x	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
y	۱۲	۱۰	۸	۶	۴

۱۱۶- ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y کدام است؟

(۲) ۰/۹

(۱) -۱

(۴) ۰/۲

(۳) -۰/۸

۱۱۷- در رگرسیون خطی $y = ax + b$ پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسیون به وسیله کدام یک از عبارات زیر بهتر توصیف می‌شود؟
 میانگین نمونه‌ها و $\hat{y}$: برآورد مقدار y

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

$$\sum_{i=1}^n (y_i + \hat{y}_i)^2 \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i + \bar{y})^2 \quad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (۱)$$

۱۱۸- داده‌های جدول مقابل مفروض است. برآورد شیب خط رگرسیون کدام است؟

x	۵	۰	۷
y	۲	۱۵	۴

(۲) $-\frac{23}{13}$ (۱) $\frac{23}{13}$

(۴) -۱

(۳) ۱

۱۱۹- فرض کنید برآورد خط رگرسیون Y برحسب X برابر است با $y = 2x + 4$. اگر $X^* = 4X$ و $Y^* = 2Y$ باشد، در آن صورت ضریب همبستگی بین دو متغیر y^* و x^* کدام است؟ ($S_y^2 = 16$, $S_x^2 = 4$)

(برنامه‌ریزی محیط زیست - سراسری ۸۸)

(۴) -۱

(۳) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

۱۲۰- نتیجه آزمایش α توسط جدول زیر بیان می‌شود. آنتروپی این آزمایش کدام است؟

x	A_1	A_2	A_3
$P_X(x)$	۰/۴	۰/۴	۰/۲

(۲) $H(a) = 0/6681$ (۱) $H(\alpha) = 0/4681$ (۴) $H(\alpha) = 0/4581$ (۳) $H(\alpha) = 0/5681$

۱۲۱- چهار نمونه مستقل از هم، هر یک به حجم $n_i = 10$ از جامعه نرمال دو متغیره (X, Y) انتخاب شده و ضریب همبستگی خطی r_{xy} در این نمونه‌ها به صورت روبرو بدست آمده‌اند:

 $r_1 = 0/4111$, $r_2 = 0/4211$, $r_3 = 0/5601$, $r_4 = 0/4201$ کدامیک از این‌ها دست کم در سطح احتمال $\alpha = 0/10$ معنی‌دار بوده، فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را رد می‌کند؟

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۸۸)

(۱) مقدار عددی تابع نمونه‌ای I_1 فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد نمی‌کند.(۲) مقدار عددی تابع نمونه‌ای I_2 فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد می‌کند.(۳) مقدار عددی تابع نمونه‌ای I_3 فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد می‌کند.(۴) مقدار عددی تابع نمونه‌ای I_4 فرضیه عدم وجود همبستگی خطی را در جامعه رد نمی‌کند.

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

۱۲۲- روش حداقل مربعات خطا، کدامیک از موارد زیر را حداقل می‌نماید.

(۴) تمامی موارد

(۳) SSE

(۲) SST

(۱) SSR

۱۲۳- اگر نتیجه آزمون Durbin-Watson عددی نزدیک به صفر باشد کدامیک از مفروضات زیر رعایت نشده است؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

(۴) هیچکدام از موارد

(۳) برابری واریانس‌ها

(۲) مستقل بودن خطاها

(۱) نرمال بودن خطاها

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

۱۲۴- در یک مسئله رگرسیون خطی ساده r و b_1

(۲) ممکن است دارای علامات مخالف باشند.

(۱) باید دارای علائم یکسان باشند

(۴) باید برابر باشند.

(۳) باید دارای علائم مخالف باشند

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

۱۲۵- برای تست Durbin-Watson چه منطقه بحرانی وجود دارد؟

(۴) ۵

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴



۱۲۶- در یک مدل رگرسیون که رابطه بین درآمد و خرید کالای ورزشی را نشان می‌دهد فرضیه H_0 مناسب برای نشان دادن اینکه درآمد بطور مستقیم و مثبتی با خرید کالای ورزشی رابطه دارد کدامیک از گزینه‌ها می‌باشد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

$$H_0: \beta > 0 \quad (۴)$$

$$H: \beta \neq 0 \quad (۳)$$

$$H_0: \beta = 0 \quad (۲)$$

$$H_0: \beta \leq 0 \quad (۱)$$

۱۲۷- تست F در رگرسیون چند متغیره کدامیک از گزینه‌های زیر را تست می‌نماید؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad (۲)$$

$$H_0: \beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_k \neq 0 \quad (۱)$$

$$H_0: \beta_1 > \beta_2 > \beta_k \quad (۴)$$

$$H_0: \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k = 0 \quad (۳)$$

۱۲۸- کدامیک از مدل‌های زیر را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات خطا بطور رضایت بخشی تخمین زد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

(۴) تمامی مدل‌های ذکر شده

$$Y = \beta_0 X^\beta \quad (۳)$$

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 \quad (۲)$$

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 \quad (۱)$$

۱۲۹- برای تعیین کردن اینکه آیا یک متغیر اضافی تأثیر معنی‌داری بر روی مدل رگرسیون دارد کدامیک از آزمون‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

(مدیریت فناوری اطلاعات - آزاد ۸۸)

$$\chi^2 \text{ تست} \quad (۴)$$

$$Z \text{ تست} \quad (۳)$$

$$F \text{ تست} \quad (۲)$$

$$t \text{ تست} \quad (۱)$$

۱۳۰- معادله همبستگی خطی بین دو صفت X و Y با توزیع نرمال دو متغیره، به صورت $\bar{y}_x = 4 + 1/6x$ و $\bar{x}_y = 10 + 0/4y$ می‌باشد. ضریب

(مدیریت دولتی - آزاد ۸۸)

همبستگی r_{xy} کدام است؟

$$0/81 \quad (۴)$$

$$0/8 \quad (۳)$$

$$0/48 \quad (۲)$$

$$0/9 \quad (۱)$$

۱۳۱- در تست Durbin Watson چند منطقه بحرانی وجود دارد؟

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

$$2 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

۱۳۲- اگر X و Y به ترتیب متغیرهای مستقل و وابسته باشند با توجه به اطلاعات زیر ضریب زاویه معادله رگرسیون برابر است با:

(مدیریت تکنولوژی - آزاد ۸۸)

$$\sum xy = 20 \quad \sum x = 10 \quad \sum y = 10 \quad \sum x^2 = 30 \quad \sum y^2 = 30 \quad n = 4$$

$$5 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$-1 \quad (۱)$$

۱۳۳- تابع تقاضای کالایی به صورت $F = 64$ و $Q_t = 400 - 0/5P_t$ برآورد شده است. آماره آزمون برابری صفر ضریب زاویه برابر است با:

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

$$-20 \quad (۴)$$

$$-8 \quad (۳)$$

$$+20 \quad (۲)$$

$$+8 \quad (۱)$$

۱۳۴- اگر هیچ فرضی از فرض‌های اساس رگرسیون نقض نشده باشد در مورد برآورد کننده‌های OLS و ML ضرایب زاویه و عرض از مبدأ کدام یک

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) نتایج حاصل از هر دو روش یکسان (برابر) است.

(۲) برآورد کننده‌های OLS قدری بهترند.

(۳) برآورد کننده‌های ML قدری بهترند.

(۴) برآورد کننده‌های ML بهترند، ولی به علت ضرورت فرض نرمال بودن در استخراج برآورد کننده‌ها از روش OLS نتایج بهتری ارائه می‌دهد.

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

۱۳۵- همخطی شدید باعث بروز کدام یک از مشکلات زیر می‌شود؟

(۲) کاهش دقت برآورد کننده‌ها

(۱) عدم توانایی برآورد ضرایب زاویه به صورت مجزا

(۴) کاهش واریانس ضرایب

(۳) غلط محاسبه شدن واریانس‌های ضرایب

۱۳۶- در یک رگرسیون دو متغیره حجم نمونه $n=38$ و $F=64$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد مقدار ضریب تعیین (R^2) صحیح است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

$$0/64 \quad (۴)$$

$$0/36 \quad (۳)$$

$$8 \quad (۲)$$

$$0/8 \quad (۱)$$

۱۳۷- در یک مدل رگرسیون دو متغیره کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد رابطه بین ضریب همبستگی (r) و ضریب تعیین (R^2) صحیح است؟

(علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

$$R^2 = \frac{s_x^2}{s_y^2} r^2 \quad (۴)$$

$$R^2 = \frac{s_x}{s_y} r \quad (۳)$$

$$R^2 = r^2 \quad (۲)$$

$$R^2 = \sqrt{r} \quad (۱)$$

۱۳۸- اگر $\hat{\beta}$ و $\hat{\alpha}$ برآوردهای عرض از مبدأ و ضریب زاویه یک معادله رگرسیون دو متغیره باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد آنها صادق است؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

- (۱) کوواریانس بین آنها صفر است (۲) ناهمبسته‌اند (۳) همبسته‌اند (۴) مستقل‌اند

۱۳۹- اگر در یک رگرسیون چند متغیره متغیر وابسته با وقفه ظاهر شود و فرض دیگری از فرض‌های اساسی رگرسیون نقض نشود، برآوردهای OLS دارای کدام یک از ویژگی‌های زیر است؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۸۸)

- (۱) ناریب و سازگار (۲) اریب و سازگار (۳) اریب و ناسازگار (۴) مطلقاً کارا و مجاناً کار

۱۴۰- ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y در جدول زیر کدام است؟ (مدیریت و حسابداری - سراسری ۸۹)

x	۲	۳	۴	۵	۶
y	۴	۲	۵	۱	۳

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۲۵
(۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۳

۱۴۱- ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y کدام است؟ (طراحی و برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای - سراسری ۸۹)

x	۵	۹	۱۱	۷
y	۸	۱۲	۱۰	۶

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۶
(۳) ۰/۵ (۴) ۰/۴

۱۴۲- ضریب همبستگی بین X و Y در یک نمونه تصادفی به حجم n برابر ۰/۹۵ است. با فرض $S_x^2 = S_y^2$ ، شیب خط رگرسیون Y روی X عبارت است از: (علوم اقتصادی - سراسری ۹۰)

- (۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۹ (۴) ۰/۹۵

۱۴۳- اگر در الگوی رگرسیون چند متغیره علی‌رغم اینکه فرض برابری واریانس‌ها برقرار نیست، از فرمول برآورد حداقل مربعات معمولی (OLS) برای برآورد ضرایب رگرسیون (β_j ها) استفاده شود، آنگاه کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

- (۱) $\hat{\beta}_j$ ها بهترین برآوردگر خطی نخواهند بود. (۲) $\hat{\beta}_j$ ها ناریب نخواهند بود.
(۳) آزمون t برای $\beta_j = 0$: Π_0 اعتبار نخواهد داشت. (۴) فاصله اطمینان از ضریب اطمینان تعیین شده برخوردار نخواهد بود.

۱۴۴- در مدل رگرسیون خطی ساده که از مبدا می‌گذرد یک برآورد کننده ناریب برای σ^2 واریانس خطا عبارتست از: (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

$$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (۱) \quad \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1} \quad (۲) \quad \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-2} \quad (۳) \quad \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-2} \quad (۴)$$

۱۴۵- در یک الگوی رگرسیون ابتدا Y را روی x_2 رگرسیون و سپس x_1 را روی x_2 رگرسیون می‌کنیم. اگر مانده‌های Y روی x_2 را روی مانده‌های x_1 رگرسیون کنیم آنگاه: (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

- (۱) عرض از مبدا بزرگتر از صفر خواهد بود. (۲) عرض از مبدا کوچکتر از صفر خواهد بود.
(۳) عرض از مبدا بزرگتر از صفر کوچکتر از یک خواهد بود. (۴) عرض از مبدا صفر خواهد بود.

۱۴۶- در الگوی رگرسیون $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ $i = 1, 2$ (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

$$X_1 = 0 \quad X_2 = -1$$

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad \text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad \text{COV}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$$

برآوردگر حداقل مربعات معمولی (OLS) β_0 و β_1 عبارتند از:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= y_1 \quad \hat{\beta}_0 = y_2 \quad (۱) \\ \hat{\beta}_1 &= y_1 - y_2 \quad \hat{\beta}_0 = y_1 \quad (۲) \\ \hat{\beta}_1 &= 2y_2 \quad \hat{\beta}_0 = 2y_1 + y_2 \quad (۳) \end{aligned}$$

۱۴۷- در یک الگوی رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ فرض کنید $SSE = 2/53$ و $SSR = 4/7$ باشد در این شرایط از تغییرپذیری کل به علت رگرسیون روی x و به علت خطای پیش‌بینی می‌باشد (ارقام از راست به چپ) (علوم اقتصادی - آزاد ۹۰)

- (۱) ۰%-۴۰% (۲) ۰%-۳۵% (۳) ۰%-۳۵% (۴) ۰%-۴۰%



۱۴۸- فرض کنید x سن یک کودک بر حسب ماه و Y وزن او بر حسب کیلوگرم باشد. در یک نمونه تصادفی از متغیر تصادفی وابسته Y در ازای

مقادیر X داریم: $\bar{x} = 4$, $\bar{y} = 7$, $S_x = S_y$, $r = \frac{1}{4}$

(حسابداری - آزاد ۹۰)

به ازای $x = 10$ مقدار پیش‌بینی شده برای Y عبارت است از:

(۴) ۲ کیلوگرم

(۳) ۱۰ کیلوگرم

(۲) ۷ کیلوگرم

(۱) ۵ کیلوگرم

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

۱۴۹- براساس این داده‌ها شیب خط رگرسیون کدام است؟

(۲) $-1/75$

(۱) $-1/50$

(۴) $-2/75$

(۳) $-2/50$

(مدیریت بازرگانی - آزاد ۹۰)

۱۵۰- پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسیون به وسیله کدام یک از این عبارات بهتر توصیف می‌شود؟

(۴) $\sum (y + \bar{y})^2$

(۳) $\sum (y - \bar{y})^2$

(۲) $\sum (y + \hat{y})^2$

(۱) $\sum (y - \hat{y})^2$

(مدیریت و حسابداری - سراسری ۹۱)

۱۵۱- ضریب همبستگی بین دو صفت X و Y از جدول زیر کدام است؟

(۲) $\frac{-11}{\sqrt{260}}$

(۱) $\frac{-11}{\sqrt{240}}$

(۴) $\frac{-9}{\sqrt{260}}$

(۳) $\frac{-7}{\sqrt{220}}$

X	۵	۷	۸	۱۲
Y	۹	۸	۵	۶



پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱- گزینه «۳» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0/6\sqrt{25}}{\sqrt{1-0/36}} = 3/75 \quad \left\{ \begin{array}{l} H_0 \text{ رد می‌شود.} \Rightarrow 3/75 > 2 \Rightarrow t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} : \text{ناحیه بحرانی} \\ t_{0/025, 25} = 2 \end{array} \right.$$

۲- گزینه «۳» هر سه فرض دیگر جزء فروض رگرسیونی است که در متن کتاب مدرس‌ان شریف گفته شده است.

۳- گزینه «۲» ضریب تعیین، توان دوم ضریب همبستگی است.

$$\rho = \frac{\text{COV}(x, y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{-18}{5 \times 4} = -0/9 \Rightarrow \rho^2 = (-0/9)^2 = 0/81 \Rightarrow 1 - 0/81 = 0/19$$

۴- گزینه «۱» این نمودار علت رابطه دو متغیر را نشان نمی‌دهد بلکه رابطه بین X و Y را از نظر شدت همبستگی نشان می‌دهد.

۵- گزینه «۳» طبق تعریف ضریب تعیین ابتدا ضریب همبستگی را بدست می‌آوریم. می‌دانیم که ضریب تعیین توان دوم ضریب همبستگی خطی می‌باشد.

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{32}{8 \times 5} = 0/8, \quad r^2 = (0/8)^2 = 0/64 = \text{ضریب تعیین}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{8}{4} = 2 \\ \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{12}{4} = 3 \end{array} \right. \quad r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \text{ از رابطه ضریب همبستگی خطی استفاده می‌کنیم:}$$

x	y	(x - $\bar{x}$)	(y - $\bar{y}$)	(x - $\bar{x}$)(y - $\bar{y}$)	(x - $\bar{x}$) ²	(y - $\bar{y}$) ²
1	3	-1	0	0	1	0
2	2	0	-1	0	0	1
4	5	2	2	4	4	4
1	2	-1	-1	1	1	1
		$\sum = 5$	$\sum = 6$	$\sum = 5$	$\sum = 6$	$\sum = 6$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{5}{\sqrt{6 \times 6}} = \frac{5}{6}$$

۷- گزینه «۱» ابتدا شیب خط رگرسیون را به‌دست می‌آوریم:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-15}{10} = -\frac{3}{2} \quad (\text{شیب خط})$$

با توجه به این که معادله خط رگرسیون برآورد شده از نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ عبور می‌کند، عرض از مبدأ به‌دست می‌آید:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \Rightarrow \hat{\alpha} = 5 - \left(-\frac{3}{2}\right) \times 4 = 5 + 6 = 11 \quad (\text{عرض از مبدأ})$$

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = 11 + \frac{-3}{2}x \quad (\text{معادله خط رگرسیون})$$

راه حل تستی: با توجه به این که معادله خط رگرسیون از نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ می‌گذرد، نقطه $(\bar{x} = 4, \bar{y} = 5)$ را در گزینه‌ها امتحان می‌کنیم و مشاهده می‌شود که فقط در گزینه ۱ صدق می‌کند.

۸- گزینه «۱» ضریب تعیین، توان دوم ضریب همبستگی می‌باشد.



۹- گزینه «۳» توجه کنید برای مقایسه شدت همبستگی دو متغیر از ضریب تعیین استفاده می‌کنیم: بنابراین ابتدا آنها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (0/90)^2 = 0/81 \\ r_2^2 &= (0/30)^2 = 0/09 \end{aligned} \Rightarrow \frac{0/81}{0/09} = 9$$

۱۰- گزینه «۳» ابتدا ضریب همبستگی خطی را به دست می‌آوریم تا بتوانیم مقدار ضریب تعیین را بیان کنیم:

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{32/4}{6 \times 6} = 0/9 \quad ; \quad \rho^2 = (0/9)^2 = 0/81$$

۱۱- گزینه «۱» $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ را به دست می‌آوریم تا معادله خط را بنویسیم:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{(25 \times 30) - (75 \times 50)}{(25 \times 625) - (75)^2} = \frac{-3000}{10000} = -0/3$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X} = \frac{\sum Y_i}{n} - \hat{\beta} \times \frac{\sum X_i}{n} = \frac{50}{25} - (-0/3 \times \frac{75}{25}) = 2/9 \quad \hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X \Rightarrow \hat{Y} = 2/9 - 0/3 X$$

راه حل تستی: نقطه $(\bar{X} = 3, \bar{Y} = 2)$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند تنها گزینه مورد نظر گزینه (۱) است.

۱۲- گزینه «۴» چهارمین مؤلفه اصلی در سری‌های زمانی تغییرات نامنظم است.

۱۳- گزینه «۴» ابتدا معادله خط رگرسیون یا همان معادله خط پیش‌بینی را به دست می‌آوریم:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{20 \times 1150 - (20 \times 5) \times (20 \times 10)}{20 \times 550 - (100)^2} = \frac{3000}{1000} = 3$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} = 10 - 3 \times 5 = -5 \Rightarrow \bar{y} = -5 + 3x$$

$$\hat{y} = -5 + 3 \times 6 = 13$$

اکنون در خط پیش‌بینی مقدار $X = 6$ را قرار می‌دهیم:

۱۴- گزینه «۱» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} = R = r &= \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}} \sqrt{S_{yy}}} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \\ &= \frac{(10 \times 160) - (30)(40)}{\sqrt{(10 \times 234) - (30)^2} \sqrt{(10 \times 196) - (40)^2}} = \frac{400}{\sqrt{1440} \sqrt{360}} = \frac{400}{720} = 0/55 \end{aligned}$$

۱۵- گزینه «۳» با استفاده از آماره مناسب $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ مقدار آن برابر است با: $t = 2/02$ از طرفی نقطه بحرانی عبارت است از: $t_{\alpha/2, n-2} = 1/98$ که

مقدار جدول $t > t_{\alpha/2, n-2}$ بنابراین H_0 رد می‌شود.

۱۶- گزینه «۲» طبق نکته ۱ گفته شده در متن کتاب اگر رگرسیون Y بر حسب X به صورت $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ و رگرسیون X بر حسب Y به صورت $\hat{x} = \alpha' + \beta'y$ باشد. $r^2 = \hat{\beta} \times \hat{\beta}'$ بنابراین:

$$r^2 = (-0/4)(-1/6) = 0/64 \Rightarrow r = \pm\sqrt{0/64} = \pm 0/8$$

در اینجا توجه کنید که شیب هر دو خط رگرسیون منفی می‌باشد بنابراین: $r = -0/8$ قابل قبول می‌باشد.

۱۷- گزینه «۱» درصد تغییرات Y به وسیله X توسط ضریب تعیین معلوم می‌شود. بنابراین ضریب همبستگی خطی را به دست می‌آوریم تا ضریب تعیین

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{-36}{8 \times 5} = -0/9 \quad \text{ضریب تعیین} = \rho^2 = (0/9)^2 = 0/81$$

مشخص گردد.

۱۸- گزینه «۲» معادله شیب به صورت روبرو است:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{(3 \times 322) - (21 \times 48)}{(3 \times 155) - (21)^2} = \frac{-42}{24} = -1/75$$

۱۹- گزینه «۴» طبق رابطه شیب خط رگرسیون خواهیم داشت:

$$\hat{b} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{(5 \times 108) - (13 \times 27)}{(5 \times 51) - (13)^2} = \frac{189}{86} = 2/2$$

۲۰- گزینه «۴» همبستگی رشته‌ای همبستگی بین خطاها می‌باشد که به آن خود همبستگی گفته می‌شود. مهمترین آزمون برای تشخیص آن، آزمون دوربین - واتسون می‌باشد.

۲۱- گزینه «۳» طبق تعریف ضریب تعیین، درصد تغییرات متغیر وابسته که توسط متغیر مستقل توضیح داده می‌شود همان R^2 می‌باشد.

۲۲- گزینه «۲» اگر $r_{12} = 0$ (همبستگی بین دو متغیر مستقل X_1 و X_2) باشد، ضریب تعیین از حاصل جمع مربعات ضرائب همبستگی ساده بین متغیر Y با هر یک از متغیرهای X_1 و X_2 تعیین می‌شود:

$$\xrightarrow{r_{12}=0} R^2 = r_{X_1Y}^2 + r_{X_2Y}^2$$

۲۳- گزینه «۲» ضریب همبستگی شاخصی است بدون واحد که علاوه بر تعیین جهت و نوع ارتباط دو متغیر تصادفی، شدت ارتباط آن‌ها را از جهت کامل یا ناقص بودن مشخص می‌کند و از طریق مجذور آن $R^2 = r_{X,Y}^2$ می‌توانیم ضریب تعیین را به دست آوریم که معیاری برای تعیین تغییرات متغیر وابسته Y نسبت به متغیر مستقل X است.

۲۴- گزینه «۳» ضریب همبستگی شاخصی است بدون واحد که در بازه محدود $-1 \leq r \leq 1$ بوده که علاوه بر تعیین جهت (مستقیم، معکوس) و نوع ارتباط (خطی، غیر خطی)، شدت ارتباط خطی دو متغیر را (فقط از جهت کامل یا ناقص بودن) نشان می‌دهد.

۲۵- گزینه «۴» چون بین دو متغیر تأثیر معکوس وجود دارد، ضریب همبستگی ($r < 0$) منفی است و با مجذور آن می‌توان ضریب تعیین (تبیین) را مشخص کرد. بنابراین رابطه بین واحد مسکونی و ترافیک معابر می‌تواند متباین (تبیین شده) باشد.

۲۶- گزینه «۱» متغیر وابسته تحت تأثیر مستقیم متغیر مستقل قرار دارد، در واقع تغییر (افزایش یا کاهش) در متغیر مستقل باعث تغییر (افزایش یا کاهش) در متغیر وابسته خواهد شد. بنابراین افزایش سرانه مسکونی منجر به (باعث) کاهش سرانه فضای سبز می‌شود: متغیر وابسته = سرانه فضای سبز، متغیر مستقل = سرانه مسکونی است.

۲۷- گزینه «۱» درصد تغییرات Y که تحت تأثیر متغیر X هستند تعریف ضریب تعیین می‌باشد که این ضریب برابر است با مربع ضریب همبستگی خطی (R^2). بنابراین ۴۹٪ از تغییرات Y تحت تأثیر متغیر مستقل X هستند. ولی در سؤال پرسیده شده است که چند درصد تحت تأثیر نیستند. بنابراین:

$$R^2 = (0/70)^2 = 0/49$$

$$1 - 0/49 = 0/51 = 51\%$$

۲۸- گزینه «۲» طبق نکته (۱) گفته شده در متن $r^2 = \hat{\beta} \times \hat{\beta}'$ بنابراین $r^2 = (1/92) \times (0/42) = 0/8064$ لذا: $r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0/8064} = 0/8980$

۲۹- گزینه «۳» ۴ برابر قوی‌تر است، چرا که ضریب تعیین‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم: $r_1^2 = 0/3 \Rightarrow r_1 = 0/5477$ ، $r_2^2 = 0/36 \Rightarrow r_2 = 0/6$

۳۰- گزینه «۱» سری‌های زمانی که تغییرات منظم دارند.

۳۱- گزینه «۳» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی:

$$\rho = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{10}{5 \times 3} = \frac{2}{3}$$

۳۲- گزینه «۳» مقدار ضریب تعیین نشان دهنده نقش متغیرهای مستقل در ساخت متغیر وابسته است. (به متن درس مراجعه کنید)

۳۳- گزینه «۲» در رگرسیون دو متغیره مقدار SST همان مجموع مربعات متغیر پاسخ وابسته است.

$$SST = \sum y_i^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

۳۴- گزینه «۳»

$$S_{xy} = \sum xy = 3240 \quad ; \quad SS_{Reg} = \hat{\beta}_1 S_{xy} \Rightarrow SS_{Reg} = 11/57 \times 3240 = 37486/8$$

۳۵- گزینه «۳» مجموع مربعات متغیر پاسخ همان SST است.

۳۶- گزینه «۴» به این پدیده همخطی گویند. در صورتی که بین مؤلفه‌های خطا یعنی e_i ها همبستگی وجود داشته باشد به آن خود همبستگی گویند. برای مشخص کردن پدیده همخطی از روش‌های متعددی استفاده می‌شود مانند VIF (ضریب عامل تورم واریانس) و برای تشخیص خود همبستگی از آزمون دوربین - واتسون استفاده می‌کنیم.

۳۷- گزینه «۴» در معادله خط رگرسیون $y = \alpha + \beta x$ داریم:

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1/25$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = 3 - (1/25)(2) = 3 - 2/5 = 0/5 \quad ; \quad y = 0/5 + 1/25x$$

۳۸- گزینه «۱» توجه: سوال غلط است چرا که همواره $-1 \leq \rho \leq 1$ ولی اگر به صورت غلط حل کنی. از رابطه بین $\hat{\beta}$ و r استفاده می‌کنیم تا $\hat{\beta}$ را محاسبه کنیم سپس مقدار $\hat{\alpha}$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم معادله خط رگرسیون (معادله خط پیش‌بینی) را محاسبه کنیم:

$$\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} = \frac{18}{3 \times 3} = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{\beta} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \Rightarrow \hat{\beta} = 2 \times \frac{3}{3} = 2 \\ \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = 2 - 2 \times 2 = -2 \end{array} \right. \Rightarrow \hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = -2 + 2x$$

اکنون در خط پیش‌بینی مقدار y را به ازای $x = 5$ محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{y} = -2 + 2 \times (5) = 8$$

۳۹- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ در معادله رگرسیون صدق می‌کند اما نقطه $(4, 2)$ در هیچ معادله‌ای صدق نمی‌کند.۴۰- گزینه «۲» تغییرات Y که توسط X بیان می‌شود تعریف ضریب تغییرات است که $R^2 = r^2 = (0/92)^2 = 84/64\%$

۴۱- گزینه «۳» ضریب تعیین برابر با $R^2 = 0/81$ است بنابراین $R = r = \pm 0/9$ اما از طرفی شیب خط رگرسیون $-2/5$ می‌باشد، لذا $r = -0/9$ قابل قبول می‌باشد چرا که شیب منفی نشان دهنده ارتباط منفی است.

۴۲- گزینه «۳» طبق رابطه عرض از مبدأ خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = \frac{20}{5} - (-10) \cdot \frac{100}{5} = 4 + 200 = 204$$

۴۳- گزینه «۲» توجه کنید که نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند.

$$\bar{y} = 2\bar{x} + 3 \Rightarrow \bar{y} = 2 \times 4 + 3 = 11$$

۴۴- گزینه «۱» آزمون t و F نتایجی معادل دارند. آماره F در جدول آنالیز واریانس و آماره t برای آزمون ساده شیب خط استفاده می‌شود.

۴۵- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ضریب تعیین خواسته شده است که توان دوم ضریب همبستگی خطی می‌باشد.

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{30}{\sqrt{40} \sqrt{100}} = 0/47 \Rightarrow r^2 = 0/225$$

۴۶- گزینه «۲» توجه کنید که a شیب خط $(\hat{\beta})$ است:

$$y = ax + b \quad a = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{112 - 3 \times 5 \times 8}{83 - 3 \times 25} = \frac{-8}{8} = -1$$



۴۷- گزینه «۴»

$$\begin{cases} y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \\ x = \hat{\alpha}' + \hat{\beta}'y \end{cases} \Rightarrow R^2 = \hat{\beta}\hat{\beta}' \text{ ضریب تعیین}$$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x = \frac{1}{2}y - 1 \end{cases} \Rightarrow R^2 = 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

توجه کنید که شیب هر دو خط مثبت است پس $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$ قابل قبول است:

۴۸- گزینه «۳» توجه کنید که:

خط رگرسیون همواره از نقطه $(\bar{x}, \bar{y})$ می‌گذرد.

$$\begin{cases} \bar{y} = m\bar{x} + \frac{r}{2} \Rightarrow r = m \times 2 + \frac{r}{2} \Rightarrow 2m = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{4} \\ \bar{x} = k\bar{y} + 1 \Rightarrow r = k \times 2 + 1 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \\ x = \hat{\alpha}' + \hat{\beta}'y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2}y + 1 \end{cases} \rightarrow R^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{1}{8}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \frac{K > 0}{m > 0} \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۴۹- گزینه «۳» معنی‌دار بودن رگرسیون از آزمون F پیروی می‌کند. که توسط جدول آنالیز واریانس بیان می‌شود هر چند که آزمون معنی‌دار بودن شیب خط رگرسیون توسط آزمون t انجام می‌شود.

$$r^2 = 0/64 \Rightarrow r = \sqrt{0/64} = \pm 0/8$$

۵۰- گزینه «۴»

چون شیب خط (ضریب X) در معادله خط رگرسیونی مثبت است در نتیجه X و Y رابطه خطی مثبت دارند و $r = 0/8$ قابل قبول است.۵۱- گزینه «۴» روش اول: با توجه به این که مقدار $\bar{x}$ عدد صحیح نمی‌شود، بکارگیری فرمول زیر مناسب است.

x	y	xy	x ²	y ²
۳	۳	۹	۹	۹
۴	۵	۲۰	۱۶	۲۵
۵	۷	۳۵	۲۵	۴۹
۱۰	۱۷	۱۷۰	۱۰۰	۲۸۹
$\sum x = 22$	$\sum y = 32$	$\sum xy = 234$	$\sum x^2 = 150$	$\sum y^2 = 372$

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n})(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n})}} = \frac{234 - \frac{22 \times 32}{4}}{\sqrt{(150 - \frac{(22)^2}{4})(372 - \frac{(32)^2}{4})}} = \frac{58}{\sqrt{29 \times 116}} = \frac{58}{\sqrt{29 \times 29 \times 4}} = \frac{58}{29 \times 2} = \frac{58}{58} = 1$$

روش دوم: با کمی دقت بین هر زوج (X, Y) متوجه خواهیم شد که رابطه $y = 2x - 3$ بین تمام نقاط (X, Y) برقرار است (مقدار هر Y، ۳ واحد کمتر از دو برابر X است).

حال از آنجا که شیب خط مثبت و تمام نقاط در رابطه صدق می‌کنند، «ارتباط خطی مستقیم و شدت کامل» خواهد بود. در نتیجه $r_{X,Y} = +1$ است.

۵۲- گزینه «۴»

x	۳	۴	۵	۱۰	$\sum x = 22$	$\bar{x} = 5/5$
y	۳	۵	۷	۱۷	$\sum y = 32$	$\bar{y} = 8$
x ²	۹	۱۶	۲۵	۱۰۰	$\sum x^2 = 150$	$\bar{x}^2 = 37/5$
y ²	۹	۲۵	۴۹	۲۸۹	$\sum y^2 = 372$	$\bar{y}^2 = 93$
xy	۹	۲۰	۳۵	۱۷۰	$\sum xy = 234$	$\bar{xy} = 58/5$

$$r_{xy} = \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)(\bar{y}^2 - \bar{y}^2)}} = \frac{58/5 - (5/5)(8)}{\sqrt{(37/5 - 30/5)(93 - 64)}} = \frac{14/5}{14/5} = 1$$



۵۳- گزینه «۳» در رگرسیون چند متغیره خواهیم داشت: $df_r = k = 8$; $df_e = n - k - 1 = 121 - 8 - 1 = 112$

۵۴- گزینه «۲» همواره نقطه $(\bar{X}, \bar{Y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند نقطه $(2/5, 2/5)$ تنها در گزینه «۲» صدق می‌کند.

۵۵- گزینه «۳» یکی از مفروضات رگرسیون استقلال خطاها می‌باشد. $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$

عدم برقراری این فرض خود همبستگی نام دارد و آزمون آن توسط آزمون دوربین - واتسون انجام می‌شود.

۵۶- گزینه «۴» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی ابتدا مقدار r را محاسبه می‌کنیم. ضریب تعیین توان دوم ضریب همبستگی خطی است:

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} \Rightarrow \begin{cases} S_{xy} = n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i) = (10 \times 220) - (55)(55) = -825 \\ S_{xx} = n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 = (10 \times 385) - (55)^2 = 825 \\ S_{yy} = n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 = (10 \times 385) - (55)^2 = 825 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{-825}{\sqrt{(825)^2}} = -1 \Rightarrow r^2 = 1$$

۵۷- گزینه «۴» دامنه آماره دوربین - واتسون بین صفر تا ۴ است. دوربین - واتسون یک آزمون است که برای ناهمبستگی خطاها استفاده می‌شود.

۵۸- گزینه «۲» در معادله رگرسیون نقطه $(\bar{X}, \bar{Y})$ صدق می‌کند نقطه $(5/5, 5/5)$ تنها در خط $\hat{y} = 11 - x$ صدق می‌کند.

۵۹- گزینه «۴» در صورتی که آماره دوربین واتسون صفر باشد نشان دهنده عدم وجود خود همبستگی در خطاها می‌باشد.

۶۰- گزینه «۳» مقدار $R^2 = \frac{SS_{Reg}}{SST}$ می‌باشد، بنابراین: $SS_{Reg} = SST \Rightarrow \frac{SS_{Reg}}{SST} = 1$.

۶۱- گزینه «۲» طبق نکته (۱) در متن کتاب مدرسان شریف $r^2 = \hat{\beta} \times \hat{\beta}'$ بنابراین $r^2 = (-1/6) \times (-0/4) = 0/64$ اما توجه کنید که شیب دو خط منفی است. بنابراین: $\Rightarrow r = \sqrt{0/64} = \pm 0/8 \Rightarrow r = -0/8$

۶۲- گزینه «۱» برای آزمون کردن فرضیه $H_0: \rho = 0$ ابتدا آماره آزمون را محاسبه می‌کنیم.

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0/2\sqrt{22-2}}{\sqrt{1-0/2}} = 2/24 \Rightarrow \text{مقدار آماره آزمون} > \text{نقطه بحرانی} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود} , \quad 2/24 > 2/101$$

۶۳- گزینه «۱» مقادیر a و b را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{56 - 7 \times 0}{28 - 7 \times 0} = 2 \quad a = \bar{y} - b\bar{x} = 3 - 2 \times 0 = 3 \quad (\text{عرض از مبدأ})$$

۶۴- گزینه «۴» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0/8\sqrt{16}}{\sqrt{1-0/64}} = \frac{3/2}{0/6} = 5/3$$

۶۵- گزینه «۴» طبق رابطه شیب خط:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \quad \hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{133 - 4 \times 7 \times 5}{210 - 4 \times 49} = \frac{-7}{14} = -0/5$$

۶۶- گزینه «۳» رابطه بین ضریب همبستگی (r) و شیب خط رگرسیون $(\hat{b})$ به صورت روبرو است:

$$r = \hat{\beta} \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} \Rightarrow r = 6/32 \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{-\lambda}{\sqrt{\lambda \times \lambda}} = \frac{-\lambda}{\lambda} = -1$$

x	0	4	3	1	$\sum x = 8$	$\bar{x} = 2$
y	4	1	-1	0	$\sum y = 4$	$\bar{y} = 1$
xy	0	4	-3	0	$\sum xy = 1$	$\overline{xy} = \frac{1}{4}$
x^2	0	16	9	1	$\sum x^2 = 26$	$\overline{x^2} = 6.5$
y^2	16	1	1	0	$\sum y^2 = 18$	$\overline{y^2} = 4.5$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} \\ = \frac{0/25 - (1)(2)}{\sqrt{(6/5 - 4)(4/5 - 1)}} = \frac{-1/5}{\sqrt{1/5}} = \frac{-1/5}{\sqrt{0.2}} = \frac{-\sqrt{0.2}}{1}$$

$$\bar{R}^r = 1 - \frac{(n-1)}{(n-k)}(1 - R^r)$$

ضریب تعیین به صورت روبرو تعریف می‌شود:

اکنون برای آنکه $\bar{R}^r$ منفی باشد باید به صورت روبرو عمل کنیم:

$$\frac{n-1}{n-k}(1-R^r) > 1 \Rightarrow \frac{n-1}{n-k} - \frac{n-1}{n-k}R^r > 1 \Rightarrow -\frac{n-1}{n-k}R^r > 1 - \frac{n-1}{n-k} \Rightarrow R^r < \frac{n-k-n+1}{-n+1} \Rightarrow R^r < \frac{k-1}{n-1}$$

$R^2 = r^2 = (0/5)^2 = 0/25$ بنابر این $1 - R^2 = 1 - 0/25 = 0/75$ از تغییرات Y تحت تأثیر متغیر X نمی باشد.

$$\overline{X} = \gamma_0 \Rightarrow \frac{\sum X_i}{n} = \gamma_0 \Rightarrow \frac{1 \circ 0}{n} = \gamma_0 \Rightarrow \gamma_0 n = 1 \circ 0 \Rightarrow n = \Delta$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = \frac{\sum y_i}{n} - \hat{\beta} \times \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{10} - (-2) \times \frac{100}{10} = 42$$

www.modaresanesharif.ac.ir



۷۴- گزینه «۲» ضریب زاویه رگرسیون عبارت است از:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{(4 \times 20) - (10)(10)}{4 \times 30 - (10)^2} = \frac{-20}{20} = -1$$

۷۵- گزینه «۲» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$ مقدار آن را بدست می‌آوریم:

$$S_{xy} = n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i) = (4 \times 15) - (8)(8) = -4$$

$$S_{xx} = n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 = (4 \times 22) - (8)^2 = 24 \quad \Rightarrow r = \frac{-4}{\sqrt{24 \times 24}} = -0.16$$

$$S_{yy} = n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 = (4 \times 22) - (8)^2 = 24$$

۷۶- گزینه «۲» با توجه به نکته (۱) مقدار $r^2 = \hat{\beta} \times \hat{\beta}'$ بنابراین:

$$r^2 = 0.619 \times 0.802 = 0.496 \Rightarrow r = 0.7$$

۷۷- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. اصلاً $\hat{b}_0 = 0/4$ می‌شود. کلاً مسئله ایراد دارد.

از رابطه عرض از مبدأ استفاده می‌کنیم:

$$\hat{b}_0 = \bar{y} - \hat{b}_1 \bar{x} \Rightarrow 0/2 = \frac{15}{5} - \hat{b}_1 \times \frac{40}{5} \Rightarrow 0/2 = 3 - 8\hat{b}_1 \Rightarrow \hat{b}_1 = 0/35$$

۷۸- گزینه «۴» با توجه به اینکه $R^2 = \frac{SS_{Reg}}{SST}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{75}{100} = \frac{SS_{Reg}}{200} \Rightarrow SS_{Reg} = 150 \Rightarrow SST = SSR + SSE \Rightarrow SSE = SST - SSR = 200 - 150 = 50$$

۷۹- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق رابطه عرض از مبدأ خواهیم داشت:

$$\hat{\alpha}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 6 - (-1/2)(4) = 10/8$$

۸۰- گزینه «۳» ضریب تعیین برابر است با: (توجه کنید رگرسیون چند متغیره است)

$$R^2 = \frac{SS_{Reg}}{SS_{Reg} + SSE} = \frac{600}{600 + 400} = 0.6$$

۸۱- گزینه «۱» آماره آزمون مناسب عبارت است از:

$$F = \frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-1}} = \frac{\frac{600}{3}}{\frac{400}{44-3-1}} = \frac{200}{10} = 20$$

۸۲- گزینه «۴» دامنه آماره دوربین - واتسون همواره بین صفر تا ۴ است.

۸۳- گزینه «۴» اگر در معادله خط رگرسیون به جای $X = 10$ را قرار دهیم متوجه می‌شویم که $y = 200 - 8(10) = 120$ در حالیکه مقدار واقعی آن به $X = 10$ طبق گفته صورت مسأله برابر با 130 می‌باشد بنابراین متوجه می‌شویم که ضریب همبستگی کامل نیست یعنی: $r = +1$ یا $r = -1$ نمی‌باشد از طرفی شیب خط رگرسیون منفی است بنابراین: $-1 < r < 0$.

۸۴- گزینه «۲» طبق روابط $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ خواهیم داشت:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{43 - 4 \times 2 \times 4}{30 - 4 \times 4} = \frac{11}{14} \quad \hat{\beta}_0 = \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 4 - \frac{11}{14} \times 2 = \frac{17}{7}$$

۸۵- گزینه «۳» دو آزمون $\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} H_0: \beta = 0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases}$ با یکدیگر معادلند هر دو عدم وجود رابطه X و Y را آزمون می‌کنند.

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.8 \sqrt{18-2}}{\sqrt{1-0.64}} = \frac{3/2}{0.6} = 5/3$$



۸۶- گزینه «۲» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S_{xy} = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = 57 - 5 \times 4 \times 3 = -3 \\ S_{xx} = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 = 90 - 5 \times 16 = 10 \\ SS_y = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2 = 55 - 5 \times 9 = 10 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}} \sqrt{S_{yy}}} = \frac{-3}{\sqrt{10 \times 10}} = -0.3$$

۸۷- گزینه «۴» رابطه شیب خط به صورت روبرو است:

$$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

۸۸- گزینه «۳» تعریف همخطی آن است که بین متغیرهای مستقل (X_i) ها یا عوامل رگرسیونی رابطه و وابستگی وجود دارد و همخطی یک خاصیت نامطلوب است. به وابستگی بین خطاها (e_i) خود همبستگی گویند.

۸۹- گزینه «۴» همواره نقطه $(\bar{X}, \bar{Y})$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند و این نقطه یعنی $(4, 10)$ فقط در گزینه ۴ صدق می‌کند.

۹۰- گزینه «۳» همواره نقطه $(\bar{X} = 3, \bar{Y} = 6)$ در معادله خط رگرسیون صدق می‌کند که این نقطه فقط در گزینه ۳ صدق می‌کند.

۹۱- گزینه «۱» برای آزمون معنی داری از آزمون t به صورت $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ استفاده می‌کنیم که این مقدار برابر است با:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \Rightarrow t = \frac{0.9\sqrt{21-2}}{\sqrt{1-0.81}} = \frac{3/923}{0.435} = 9 \Rightarrow t = \frac{0.9\sqrt{19}}{\sqrt{100}} = \frac{0.9\sqrt{19}}{\sqrt{100}} = 9$$

۹۲- گزینه «۴» طبق رابطه ضریب همبستگی خطی ابتدا مقدار r را به دست آورده سپس مقدار آن را به توان دو می‌رسانیم تا ضریب تعیین به دست آید.

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \times (n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}} = \frac{(5 \times 55) - (15)(15)}{\sqrt{(5 \times 55 - (15)^2) \times (5 \times 55 - (15)^2)}} = 1 \Rightarrow r^2 = 1$$

۹۳- گزینه «۲» طبق تعریف ضریب تعیین $r^2 = \frac{SS_{Reg}}{SS_T}$ بنابراین $r^2 = \frac{SS_{Reg}}{SS_R + SS_E} = \frac{360}{360 + 40} = 0.9$

۹۴- گزینه «۲» آماره مناسب برای آزمون ضریب همبستگی را بدست می‌آوریم:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.9 \times \sqrt{32-2}}{\sqrt{1-(0.9)^2}} = \frac{4/929}{0.43} = 11/3$$

مقدار آماره آزمون به اندازه کافی بزرگ هست که H_0 رد شود.

۹۵- گزینه «۲» مقدار عرض از مبدا و مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 20 = \frac{80}{n} \Rightarrow n = 4 \\ \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{20}{4} - (-8) \times 20 = 165 \end{cases}$$

۹۶- گزینه «۴» رابطه شیب خط رگرسیون عبارت است از:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

۹۷- گزینه «۱» از رابطه بین شیب و ضریب همبستگی خواهیم داشت:

$$b = r \sqrt{\frac{S_x}{S_y}} = 0.95 \sqrt{\frac{S_x}{S_x}} = 0.95$$



۹۸- گزینه «۱» توجه کنید در اینجا مدل بدون شیب خط می‌باشد. یعنی $\hat{b} = 0$ می‌باشد $(y = a + bx + \varepsilon_i)$ $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \Rightarrow \hat{a} = \bar{y}$

۹۹- گزینه «۱» با کمک رابطه شیب خط خواهیم داشت:

$$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{2n - 0}{n} = \frac{2n}{n} = 2$$

۱۰۰- گزینه «۴» آماره دوربین - واتسون آماره‌ای است که خود همبستگی بین خطاها را آزمون می‌کند که یکی از فرض‌های اساسی رگرسیون است. دامنه

آماره دوربین - واتسون بین ۰ تا ۴ می‌باشد. $d = \frac{\sum_{t=1}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$ تعریف می‌شود و فرض‌های $\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{cases}$ را تست می‌کند میانگین این آماره ۲ می‌باشد

یعنی $E(d) = 2$ می‌باشد.

۱۰۱- گزینه «۳» همواره رابطه بین t و F به صورت $t = \sqrt{F}$ وجود دارد که $t = \sqrt{25} = \pm 5$ از طرفی شیب خط منفی است لذا $t = -5$ می‌باشد.

۱۰۲- گزینه «۴» می‌دانیم که برای آزمون $\begin{cases} \beta = 0 \\ \beta \neq 0 \end{cases}$ از آماره $t = \frac{b}{S_b}$ استفاده می‌شود. از طرفی $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ لذا:

$$\frac{b}{S_b} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \Rightarrow \frac{0/22}{S_b} = \frac{0/22}{\sqrt{1-(0/36)}} \Rightarrow S_b = \frac{0/22}{6} = 0/12$$

۱۰۳- گزینه «۳» برآورد کننده‌ی دارای کمترین واریانس بهتر است اما دستیابی به آن مقدور نیست.

۱۰۴- گزینه «۳» مربع ضریب همبستگی همان ضریب تعیین یعنی R^2 می‌باشد. $R^2 = r^2$

۱۰۵- گزینه «۲» از آماره $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$r^2 = 0/64 \Rightarrow r = \sqrt{0/64} = 0/8 \Rightarrow t = \frac{0/8\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-0/64}} = \frac{0/8 \times 6}{\sqrt{0/36}} = \frac{0/8 \times 6}{0/6} = 8$$

۱۰۶- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. از رابطه امید ریاضی استفاده می‌کنیم:

۱۰۷- گزینه «۳» ضریب زاویه عبارت است از:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{(4 \times 20) - (10)(10)}{(4 \times 30) - (10)^2} = \frac{80 - 100}{120 - 100} = -1$$

۱۰۸- گزینه «۳» با توجه به آماره آزمون مورد نظر خواهیم داشت:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0/75\sqrt{35-2}}{\sqrt{1-(0/75)^2}} = 6/51$$

۱۰۹- گزینه «۱» یکی از فرضیات در مدل‌های رگرسیون آن است که خطاها یعنی (ε) دارای میانگین صفر می‌باشند.

۱۱۰- گزینه «۲» طبق تعریف این جمله نشانگر ضریب تعیین می‌باشد.

۱۱۱- گزینه «۳» توجه کنید که $R^2 = r^2$ بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

۱۱۲- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\bar{y} = \frac{3+2+4+2}{4} = \frac{11}{4}$$

۱۱۳- گزینه «۴» با توجه به تعاریف شاخصها باشد به عنوان شاخص ضمنی قیمت تولید ناخالص ملی می‌باشد.

۱۱۴- گزینه «۳» گزینه‌های ۱ و ۲ غلط هستند به دلیل آنکه در هیچکدام اشاره‌ای به کلمه لگاریتم L_t نکرده است. در حالیکه در معادله رگرسیون $\log L_t$ افزایش می‌یابد. نه خود مقدار L_t از طرفی $\hat{\beta} = 0/7$ و $S_{\hat{\beta}} = 0/9$ بنابراین می‌توان برقراری رگرسیون را مورد بررسی قرار داد:

$$\begin{cases} H_0: \beta = 0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{S_{\hat{\beta}}} = \frac{0/7}{0/9} = 0/7778$$

که مقدار آماره آزمون از مقدار جدول کوچکتر است و بنابراین فرضیه H_0 رد نمی‌شود. یعنی $B = 0$ است و با اطمینان ۹۵٪ رگرسیون برآورد شده معنی‌دار نیست.

۱۱۵- گزینه «۳» با توجه به اینکه معادله خط رگرسیونی که از مبدأ می‌گذرد $Y = \hat{\beta}X$ می‌باشد و از طرفی نقطه $(\bar{X}, \bar{Y})$ در معادله خط رگرسیون

$$\bar{Y} = \hat{\beta}\bar{X} \Rightarrow \frac{16}{10} = \hat{\beta}\left(\frac{20}{10}\right) \Rightarrow 2\hat{\beta} = 1/6 \Rightarrow \hat{\beta} = 0/8$$

صدق می‌کند:

۱۱۶- گزینه «۱» طبق رابطه ضریب همبستگی مقادیر را به دست می‌آوریم:

x	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۴۰	۸
y	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۴۰	۸
xy	۲۴	۵۰	۶۴	۶۶	۵۶	۲۶۰	۵۲
x ^۲	۴	۲۵	۶۴	۱۲۱	۱۹۶	۴۱۰	۸۲
y ^۲	۱۴۴	۱۰۰	۶۴	۳۶	۱۶	۳۶۰	۷۲

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} = \frac{52 - (8)(8)}{\sqrt{(82 - 64)(72 - 64)}} = \frac{-12}{12} = -1$$

۱۱۷- گزینه «۱» پراکندگی مشاهدات حول خط رگرسیون مقدار مجموع مربعات خطا را نشان می‌دهد که از رابطه مقابل محاسبه می‌گردد: $SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$

۱۱۸- گزینه «۲» رابطه شیب خط رگرسیون به صورت $\frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$ می‌باشد. مقادیر صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم و در

$$\hat{\beta} = \frac{3 \times (5 \times 2 + 0 \times 15 + 7 \times 4) - (12) \times (21)}{3 \times (5^2 + 0^2 + 7^2) - (12)^2} = \frac{3 \times (38) - 252}{3 \times (74) - 144} = \frac{-138}{78} = -\frac{23}{13}$$

رابطه مورد نظر قرار می‌دهیم:

۱۱۹- گزینه «۱» با توجه به خواص ضریب همبستگی خطی ضرب عدد ثابت در متغیرها تأثیری در ضریب همبستگی خطی ندارد: $r_{x^*, y^*} = r_{x, y}$

$$r_{x, y} = \hat{\beta} \frac{S_x}{S_y} = 2 \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = 1 \Rightarrow r_{x^*, y^*} = 1$$

از طرفی

۱۲۰- گزینه «۴» با توجه به رابطه آنترپی خواهیم داشت: $H(\alpha) = -\sum_{i=1}^n P_i \log P_i = -P_1 \log P_1 - P_2 \log P_2 - P_3 \log P_3$

$$= -0/4 \log 0/4 - 0/4 \log 0/4 - 0/2 \log 0/2 = (-0/4)(-0/398) - (0/4) - (0/398) - (0/2)(-0/699) = 0/4581$$

۱۲۱- گزینه «۳» با توجه به رابطه آماره آزمون مناسب برای تست ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} : \begin{cases} r_1 \text{ برای } t_1: \frac{0/4111\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0/4111)^2}} = 1/27 \\ r_2 \text{ برای } t_2: \frac{0/4211\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0/4211)^2}} = 1/31 \\ r_3 \text{ برای } t_3: \frac{0/5601\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0/5601)^2}} = 1/91 \\ r_4 \text{ برای } t_4: \frac{0/4201\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0/4201)^2}} = 1/309 \end{cases} \Rightarrow t_3 > t_2 > t_4 > t_1$$



مشاهده می‌شود که مقدار آماره آزمون برای t_0 به اندازه کافی برای رد H_0 بزرگ است یعنی جدول $t > t_0$.

۱۲۲- گزینه «۳» این روش مجموع مربعات خطای یعنی SSE را حداقل می‌سازد.

۱۲۳- گزینه «۲» زمانیکه مقدار آماره دوربین - واتسون به طرف صفر متمایل باشد جملات خطا دارای خود همبستگی درجه یک هستند و مستقل بودن آنها رعایت نشده است.

۱۲۴- گزینه «۱» مقدار r ضریب همبستگی خطی بین دو متغیر را نشان می‌دهد و b_1 شیب خط رگرسیون را که هر دو باید هم علامت باشند.

۱۲۵- گزینه «۱» مقدار آماره دوربین - واتسون بین صفر تا ۴ تغییر می‌کند.

۱۲۶- گزینه «۱» توجه کنید که H_0 باید حتماً تساوی را در بر بگیرد یعنی به صورت $\leq$ یا $\geq$ باشد. بنابراین دو گزینه ۳ و ۴ غلط است از طرفی ادعا در H_1 قرار می‌گیرد و ادعا این است که درآمد به طور مستقیم و مثبتی با خرید کالای ورزشی رابطه دارد.

$$\begin{cases} H_0: \beta \leq 0 \\ H_1: \beta > 0 \end{cases}$$

۱۲۷- گزینه «۲» در رگرسیون چند متغیره آماره F عدم برقراری رگرسیون یعنی صفر بودن برآوردهای مدل را تست می‌کند. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$

۱۲۸- گزینه «۴» همه موارد را می‌توان با روش حداقل مربعات خطا برآورد کرد.

۱۲۹- گزینه «۲» برای آزمون تأثیر متغیر اضافی بر روی رگرسیون از F جزیی استفاده می‌کنیم.

۱۳۰- گزینه «۳» با توجه به رابطه $r^2 = \hat{\beta} \cdot \hat{\beta}'$ گفته شده در متن کتاب:

$$r^2 = \hat{\beta} \cdot \hat{\beta}' = 0.4 \times 1/6 = 0.64 \Rightarrow r = \pm 0.8$$

از طرفی شیب هر دو خط مثبت است بنابراین $r = +0.8$ قابل قبول است.

۱۳۱- گزینه «۳» در آزمون دوربین - واتسون که فرضیه‌های آن برای خود همبستگی خطاها بکار می‌رود:

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho > 0 \end{cases}$$

اگر $D_W > du$ باشد فرض صفر رد نمی‌شود. اگر $D_W < dL$ باشد فرض صفر رد می‌شود. اگر $dL \leq D_W \leq du$ باشد آزمون بی‌نتیجه است.

۱۳۲- گزینه «۱» از رابطه ضریب زاویه خط رگرسیون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{(4 \times 20) - (10)(10)}{(4 \times 30) - (10)^2} = \frac{80 - 100}{120 - 100} = \frac{-20}{20} = -1$$

۱۳۳- گزینه «۳» بین آماره F و آماره t همواره رابطه $t = \sqrt{F}$ وجود دارد اما توجه کنید که شیب خط رگرسیون منفی می‌باشد. بنابراین مقدار منفی، مورد نظر است.

$$t = \sqrt{64} = \pm 8 \Rightarrow t = -8$$

۱۳۴- گزینه «۱» وقتی هیچ یک از فرضیه‌های رگرسیونی نقض نشود برآورد کننده‌های OLS و ML هر دو حاصل یکسانی دارند. (فقط در مورد α و β نه σ^2)

۱۳۵- گزینه «۲» همخطی شدید در رگرسیون به مفهوم وابستگی X_1 ها (متغیرهای مستقل) با یکدیگر است که باعث افزایش واریانس ضرایب رگرسیونی یعنی $\hat{\beta}_1$ می‌شود و افزایش واریانس به معنای کاهش دقت است.

۱۳۶- گزینه «۴» همواره بین آماره F و آماره t در رگرسیون رابطه $t = \sqrt{F}$ وجود دارد و لذا $t = \sqrt{64} = 8$ و بنابراین از آماره آزمون $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ استفاده

می‌کنیم مقدار r^2 را بدست می‌آوریم:

$$8 = \frac{r\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-r^2}} = 8 = \frac{6r}{\sqrt{1-r^2}} \Rightarrow 8\sqrt{1-r^2} = 6r \Rightarrow 64(1-r^2) = 36r^2 \Rightarrow 64 - 64r^2 = 36r^2 \Rightarrow 100r^2 = 64 \Rightarrow r^2 = R^2 = 0.64$$

۱۳۷- گزینه «۲» توان دوم ضریب همبستگی خطی برابر با ضریب تعیین می‌باشد. $R^2 = r^2$

۱۳۸- گزینه «۳» با توجه به رابطه $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$ مشاهده می‌شود که $\hat{\beta}$ و $\hat{\alpha}$ به یکدیگر وابسته‌اند.

۱۳۹- گزینه «۲» برآوردکننده‌ها با بی‌دقتی به دست می‌آیند.

۱۴۰- گزینه «۴» با توجه به رابطه ضریب همبستگی خطی خواهیم داشت :

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \sqrt{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}} = \frac{57 - \frac{(20)(15)}{5}}{\sqrt{90 - 5(4)^2} \sqrt{55 - 5(3)^2}} = \frac{57 - 60}{\sqrt{90 - 80} \sqrt{55 - 45}} = \frac{-3}{\sqrt{10} \sqrt{10}} = \frac{-3}{\sqrt{100}} = -0.3$$

۱۴۱- گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\rho} = R = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \sqrt{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}} = \frac{300 - 4 \times 8 \times 9}{\sqrt{276 - 4 \times 64} \sqrt{344 - 4 \times 81}} = \frac{12}{20} = 0.6$$

۱۴۲- گزینه «۴» فرض کنید مدل خطی به صورت $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ باشد در این صورت رابطه‌ی $\hat{\beta}_1$ (شیب خط) با r (ضریب همبستگی) به صورت زیر است:

$$\hat{\beta}_1 = r \frac{S_y}{S_x} \xrightarrow{S_x^2 = S_y^2} \hat{\beta}_1 = r = 0.95$$

۱۴۳- گزینه «۲» در این مدل همچنان $\hat{\beta}_j$ برآوردگرهای ناریب خواهند ماند.

۱۴۴- گزینه «۱» برآورد $\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2}$ می‌باشد که رابطه $SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ می‌باشد و بنابراین به نظر می‌رسد که گزینه ۳ صحیح است

اما توجه کنید که مدل بدون عرض از مبدا است و بنابراین درجه آزادی (۱) است و گزینه (۱) صحیح است.

۱۴۵- گزینه «۱» عرض از مبدا خط رگرسیون بزرگتر خواهد شد.

۱۴۶- گزینه «۳» می‌دانیم که روابط عرض از مبدا و شیب خط رگرسیون به صورت زیر هستند اکنون با توجه به مقادیر $X_1 = 0$ و $X_2 = -1$ این مقادیر را در خط $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$ قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} y_1 = \beta_0 + \beta_1 \times 0 = \beta_0 \\ y_2 = \beta_0 - \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = y_1 - y_2 \end{cases}$$

$$SST = SSR + SSE = 4/7 + 2/53 = 7/23$$

۱۴۷- گزینه «۲» با توجه به این که SSE و SSR مقادیرش داده شده بنابراین:

بنابراین تغییرپذیری کل به علت رگرسیون برابر با: $\frac{SSR}{SST} \times 100$ می‌باشد.

$$\begin{cases} \frac{SSR}{SST} = \frac{4/7}{7/23} \times 100 = 65\% \\ \frac{SSE}{SST} = \frac{2/53}{7/23} \times 100 = 35\% \end{cases}$$

و تغییرپذیری کل به علت خطای پیش‌بینی برابر با: $\frac{SSE}{SST} \times 100$ می‌باشد.

۱۴۸- گزینه «۳» با توجه به رابطه بین r و $\hat{\beta}$ خواهیم داشت: $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = 7 - \frac{1}{7} \times 4 = 7 - 2 = 5$; $r = \hat{\beta} \sqrt{\frac{S_{xx}}{S_{yy}}} \Rightarrow r = \hat{\beta} = \frac{1}{7} \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{1}{7}$

$$\hat{y} = 5 + \frac{1}{7} \times 10 = 5 + 5 = 10$$

مدل به صورت $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ می‌باشد اکنون $x = 10$ را در مدل قرار می‌دهیم:



۱۴۹- گزینه «۲» از رابطه شیب خط رگرسیون استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum X_i^2 - n \bar{X}^2} = \frac{(5 \times 20) + (7 \times 15) + (9 \times 13) - 3 \times 7 \times 16}{(5^2 + 7^2 + 9^2) - 3 \times (7)^2} = \frac{100 + 105 + 117 - 336}{(25 + 49 + 81) - 3 \times 49} = \frac{322 - 336}{155 - 147} = \frac{-14}{8} = -1/75$$

$$\text{توجه: } \bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{5+7+9}{3} = \frac{21}{3} = 7 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{20+15+13}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

۱۵۰- گزینه «۱» توجه کنید که خط رگرسیون همان $\hat{Y}$ است که پراکندگی داده‌ها همان مجموع توان دوم انحرافات است.

۱۵۱- گزینه «۲» از رابطه ضریب همبستگی خطی استفاده می‌کنیم.

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum y_i^2 - n \bar{y}^2}} = \frac{213 - 4 \times 8 \times 7}{\sqrt{282 - 4 \times (8)^2} \sqrt{206 - 4 \times (7)^2}} = \frac{-11}{\sqrt{26} \sqrt{10}} = \frac{-11}{\sqrt{260}}$$