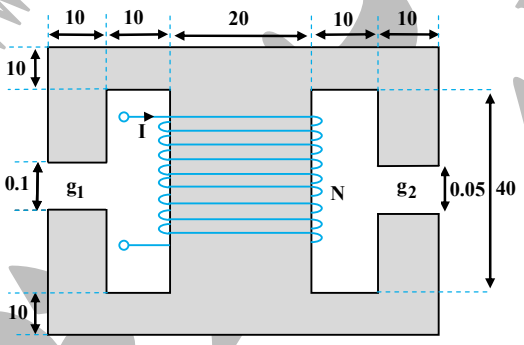
فصل اول

«مدارهای مغناطیسی»

تست‌های تألیفی فصل اول ــ مبحث مقدمات و اصول اولیه در تحلیل مدارات مغناطیسی

مثال۱: در مدار مغناطیسی شکل زیر کلیه ابعاد برحسب سانتیمتر داده شده‌اند. اگر ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی در تمامی قسمت‌های هسته برابر ۲۰۰۰ بوده، عمق هسته در همه جا ۱cm، تعداد دور سیم‌پیچی ۳۶۲۵ دور و جریان عبوری از آن ۰/۱A باشد چگالی میدان مغناطیسی در فواصل هوایی g_1 و g_2 به ترتیب چند تسلا می‌باشند؟ (جهت راحتی در محاسبات $\mu_0 = 10^{-6}\ \frac{H}{m}$ فرض شود)



۱) $0/5T - 0/2T$

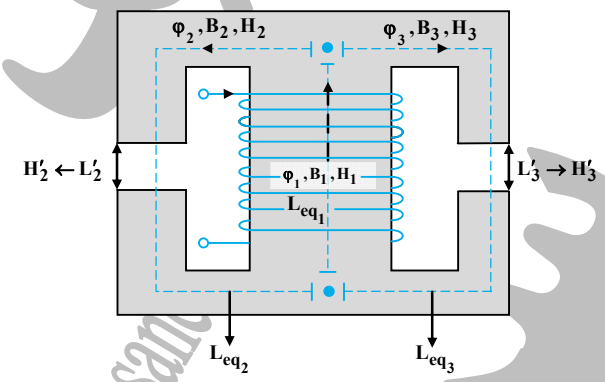
۲) $0/3T - 0/2T$

۳) $0/5T - 0/3T$

۴) $0/3T - 0/3T$

پاسخ: گزینه «۲» شاید به عنوان اولین مثال مطرح شده در این کتاب (که با دید کنکوری نوشته شده است) بیان مسئله‌ای طولانی کمی ناامیدکننده بوده و یا از حوصله یک داوطلب کنکور خارج باشد. اما این مثال از دید آموزشی جهت درک مفاهیم شاخه، قطعه شاخه، گره، KVL و KCL مغناطیسی بسیار مهم است. توصیه می‌کنم این مثال را بدون توجه (یا ترس) از راه‌حل نسبتاً طولانی آن حل نموده و چگونگی به دست آوردن طول متوسط و سطح مقطع هر قطعه شاخه را به خوبی مرور نمایید.

مدار مغناطیسی داده شده اولاً دارای رفتاری خطی است زیرا ضریب نفوذ مغناطیسی آن در همه جا **ثابت** و برابر ۲۰۰۰ بوده و ثانیاً دارای سه شاخه، پنج قطعه شاخه و دو گره است. پس می‌توان به صورت شکل مقابل رسم و نام‌گذاری نمود.



$$\left.\begin{array}{l} \text{در حلقه سمت چپ}: +V_{m_1} + V_{m_2} + V'_{m_2} = NI \\ \text{در حلقه سمت راست}: +V_{m_1} + V_{m_3} + V'_{m_3} = NI \\ \text{در گره بالایی}: \varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} +H_1 L_{eq_1} + H_2 L_{eq_2} + H'_2 L'_2 = NI \\ +H_1 L_{eq_1} + H_3 L_{eq_3} + H'_3 L'_3 = NI \\ \mu_0\mu_r H_1 A_1 - \mu_0\mu_r H_2 A_2 - \mu_0\mu_r H_3 A_3 = 0 \end{cases}$$

با توجه به مقادیر داده شده در صورت مسئله و صرف نظر کردن از طول فواصل هوایی در محاسبه L_{eq_2} و L_{eq_3} داریم:

$$L_{eq_1} = 40 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2} = 50\,cm \quad , \quad L_{eq_2} = L_{eq_3} = \frac{20}{2} + 10 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2} + 40 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2} + 10 + \frac{20}{2} = 100\,cm$$

$$L'_2 = L_{g_1} = 0/1\,cm \quad , \quad L'_3 = L_{g_2} = 0/05\,cm \quad , \quad A_1 = 20\times 1 = 20\,cm^2 \quad , \quad A_2 = A_3 = 10\times 1 = 10\,cm^2$$

با جایگذاری مقادیر فوق در معادلات KML به دست آمده در قبل داریم:

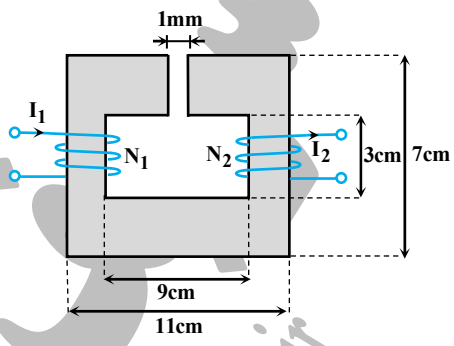
$$\begin{cases} (H_1\times 0/5) + (H_2\times 1) + (H'_2\times 0/001) = 3625\times 0/1 \\ (H_1\times 0/5) + (H_3\times 1) + (H'_3\times 0/0005) = 3625\times 0/1 \\ (10^{-6}\times 2000\times H_1\times 20\times 10^{-4}) - (10^{-6}\times 2000\times H_2\times 10\times 10^{-4}) - (10^{-6}\times 2000\times H_3\times 10\times 10^{-4}) = 0 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $H'_2 = \mu_r H_2 = 2000 H_2$ و $H'_3 = \mu_r H_3 = 2000 H_3$ است می‌توان معادلات بالا را به صورت زیر ساده و حل نمود:

$$\begin{cases} ۰/۵H_۱ + ۳H_۲ = ۳۶۲/۵ \\ ۰/۵H_۱ + ۲H_۳ = ۳۶۲/۵ \\ ۲H_۱ - H_۲ - H_۳ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_۱ = ۱۲۵\dfrac{A}{m} \\ H_۲ = ۱۰۰\dfrac{A}{m} \\ H_۳ = ۱۵۰\dfrac{A}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_{g_۱} = B_۲ = \mu_۰\mu_r H_۲ = ۰/۲T \\ B_{g_۲} = B_۳ = \mu_۰\mu_r H_۳ = ۰/۳T \end{cases}$$

همانطور که در ابتدای حل نیز تأکید شد، عموماً تست‌های کنکور به اندازه این مثال حجیم نبوده و به علت تک شاخه بودن اکثر تست‌ها نیازی به حل دو معادله و مجهول نیست لذا حل فوق را تا نوشتن معادلات جلو برده اما زمانی برای حل دستگاه معادلات نگذارید. ضمناً در قسمت بعدی این تست را با روش دیگری که دارای محاسبات کمتری است مجدداً حل می‌کنیم.

مثال ۲: در مدار مغناطیسی شکل زیر عمق هسته در همه جای آن یکسان است. اگر مشخصه مغناطیسی هسته به صورت $B = ۰/۰۲\sqrt{H}$ باشد، چند آمپر جریان از سیم‌پیچ $N_۲$ در جهت نشان داده شده عبور نماید تا چگالی میدان مغناطیسی در فاصله هوایی برابر ۱T گردد. (جهت سادگی محاسبات $\mu_۰ = ۱۰^{-۶}\frac{H}{m}$ فرض می‌شود)



$$\begin{cases} N_۱ = ۵۰۰ \text{ دور} \\ N_۲ = ۲۵۰ \text{ دور} \\ I_۱ = ۳A \end{cases}$$

۱) ۴A
۲) ۱A
۳) −۴A
۴) −۱A

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» هسته داده شده دارای یک شاخه و ۳ قطعه شاخه است. قطعه اول مربوط به فاصله هوایی، دومی ساق‌های چپ و راست که باریک‌ترند و سومی نیز مربوط به ساق‌های بالا و پایین که پهن‌ترند می‌باشد. با توجه به جهت جریان‌ها که سبب ایجاد تزویج منفی شده می‌توان KML را به صورت مقابل نوشت: $N_۱I_۱ - N_۲I_۲ = H_۱L_۱ + H_۲L_۲ + H_{ag}L_{ag}$

ساق بالا و پایین دارای سطح مقطع (و جنس) یکسان بوده لذا یک قطعه شاخه هستند که چگالی میدان مغناطیسی آن‌ها نیز مشابه فاصله هوایی برابر ۱T است. لذا:

$$B_۱ = B_{ag} = ۱T \xrightarrow[B=۰/۰۲\sqrt{H}]{\text{مشخصه مغناطیسی}} H_۱ = \left(\frac{B_۱}{۰/۰۲}\right)^۲ = ۲۵۰۰ A.Turn$$

ساق‌های چپ و راست نیز یک قطعه شاخه را تشکیل می‌دهند و چون سطح مقطع آن‌ها نصف ساق‌های بالا و پایین است چگالی میدان مغناطیسی در آن‌ها **دو برابر** ساق‌های بالا و پایین است، لذا:

$$B_۲ = ۲B_۱ = ۲T \xrightarrow{B=۰/۰۲\sqrt{H}} H_۲ = \left(\frac{B_۲}{۰/۰۲}\right)^۲ = ۱۰۰۰۰ A.Turn$$

فاصله هوایی نیز دارای چگالی میدان مغناطیسی ۱T بوده و همواره رفتاری خطی دارد لذا داریم:

$$B_{ag} = ۱T \xrightarrow{B_{ag}=\mu_۰H_{ag}} H_{ag} = \frac{B_{ag}}{\mu_۰} = \frac{۱}{۱۰^{-۶}} = ۱۰^۶ A.Turn$$

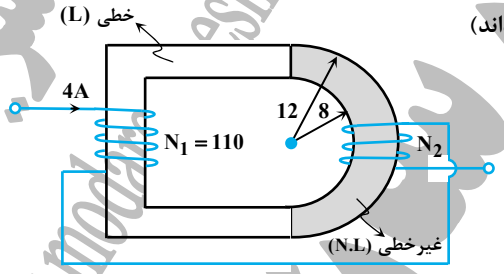
با توجه به ابعاد و اندازه‌های داده شده می‌توان طول متوسط هر قطعه شاخه را به صورت زیر به دست آورد:

$$L_۱ = \left(\frac{۹+۱۱}{۲}\right)\times ۲ = ۲۰cm = ۰/۲m \quad , \quad L_۲ = \left(\frac{۷+۳}{۲}\right)\times ۲ = ۱۰cm = ۰/۱m \quad , \quad L_{ag} = ۱mm = ۱\times ۱۰^{-۳}\ m$$

با جایگذاری در معادله KVL مغناطیسی داریم:

$$(۵۰۰\times ۳) - (۲۵۰\times I_۲) = (۲۵۰۰\times ۰/۲) + (۱۰۰۰۰\times ۰/۱) + (۱۰^۶ \times ۱\times ۱۰^{-۳}) \Rightarrow I_۲ = -۴A$$

مثال ۳: در مدار مغناطیسی شکل زیر قسمت خطی دارای طول متوسط $60cm$ بوده و ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی آن 1000 است. در قسمت غیرخطی رابطه B و H به صورت $B=0/01\sqrt{\pi H}$ می‌باشد. تعداد دور سیم‌پیچ N_2 چقدر باشد تا چگالی میدان در ناحیه‌ی خطی مدار برابر $1/2T$ گردد؟ (ضریب نفوذ مغناطیسی هوا $1/2\times10^{-6}\ \frac{H}{m}$ فرض شده و ابعاد برحسب سانتیمتر بیان شده‌اند)



۱) ۲۵۰
۲) ۴۰۰
۳) ۳۰۰
۴) ۱۵۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در ناحیه‌ی خطی رابطه بین B و H همواره به صورت $B=\mu H$ است. لذا داریم:

$$H_L=\frac{B_L}{\mu_0\mu_r}=\frac{1/2}{1/2\times10^{-6}\times10^3}=1000\frac{A}{m}$$

با توجه به برابری سطح مقطع در هر دو ناحیه خطی و غیرخطی، چگالی میدان در این دو ناحیه یکسان خواهد بود. از طرفی با توجه به رابطـه $B-H$ داده شده برای ناحیه غیرخطی داریم:

$$B_{N.L}=0/01\sqrt{\pi H_{N.L}}\Rightarrow H_{N.L}=\frac{B_{N.L}^2}{0/01^2.\pi}=\frac{1/2^2}{0/01^2\times\pi}=\frac{14400}{\pi}\frac{A}{m}$$

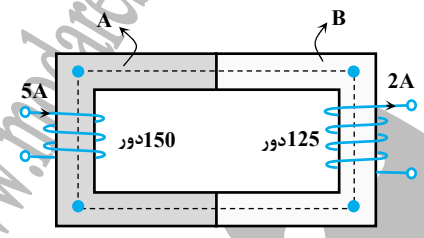
با جایگذاری مقادیر شدت میدان و طول متوسط قطعه شاخه‌های نواحی خطی و غیرخطی در رابطه KVL مغناطیسی داریم:

$$N_1I_1\pm N_2I_2=H_L.L_L+H_{N.L}L_{N.L}$$

با توجه به جهت جریان و پیچش سیم‌بندی‌ها دیده می‌شود که تزویج بین این دو سیم‌بندی مثبت است لذا با جایگذاری داریم:

$$(110\times4)+(N_2\times4)=(1000\times0/6)+(\frac{14400}{\pi}\times\frac{2\pi}{2}\times10\times10^{-2})\Rightarrow N_2=400\ \text{دور}$$

مثال ۴: در مدار مغناطیسی شکل زیر قطعات A و B هر دو دارای مشخصه‌ی مغناطیسی غیرخطی بوده و مشخصات آن‌ها به صورت معادلات زیر داده شده‌انـد. اگر سطح مقطع در همه‌جا یکسان فرض شده و طول متوسط هر دو قطعه یکسان و برابر ۱ متر باشد چگالی میدان مغناطیسی در هسته A چند تسلا می‌گردد؟



$$B_A=0/02\sqrt{H_A}\quad,\quad B_B=0/01\sqrt{H_B}$$

۱) $0/3T$
۲) $0/1T$
۳) $0/2T$
۴) $0/4T$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به KVL مغناطیسی و وجود تزویج منفی بین سیم‌پیچ‌ها داریم:

$$\sum_{k=1}^{2}N_kI_k=\sum_{j=1}^{2}H_jL_j\Rightarrow N_1I_1-N_2I_2=H_AL_A+H_BL_B$$

با جایگذاری Hها برحسب Bها داریم:

$$(150\times5)-(125\times2)=(\frac{B_A^2}{0/02^2}\times1)+(\frac{B_B^2}{0/01^2}\times1)$$

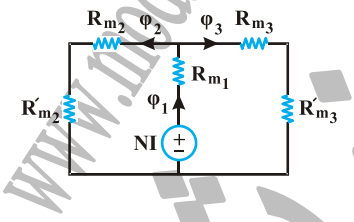
از آنجایی که کل مدار مغناطیسی فقط یک شاخه بوده و سطح مقطع نیز در همه جای آن یکسان است، لذا $B_A=B_B$ می‌باشد. در نتیجه:

$$500=(0/25\times10^4\ B_A^2\times1)+(10^4\ B_A^2\times1)\Rightarrow500=1/25\times10^4\ B_A^2\Rightarrow B_A=\sqrt{\frac{500}{1/25\times10^4}}=0/2T$$

مثال ۵: **مدار مغناطیسی مربوط به مثال «۱» را در نظر گرفته و مجدداً میدان مغناطیسی در فواصل هوایی را به کمک روش رلوکتانسی محاسبه نمایید.**

۱) $0/5T-0/2T$ ۲) $0/3T-0/2T$ ۳) $0/5T-0/3T$ ۴) $0/3T-0/3T$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» این مثال نیز که در واقع همان مثال «۱» است دارای همان مشکل پرحجمی، است اما همانطور که قبلاً گفته شد از دید آموزشی مهم است. لذا حل آن را با خیالی آسوده جلو ببرید (!). مدار مشابه الکتریکی مربوط به مدار مغناطیسی داده شده در مثال «۱» را می‌توان به صورت زیر رسم نموده و با توجه به ابعاد و اندازه‌های آن رلوکتانس هر شاخه را به صورت زیر محاسبه نمود:



$$R_{m_1}=\frac{L_{eq_1}}{\mu_0\mu_r A_1}=\frac{50\times10^{-2}}{10^{-6}\times2000\times20\times10^{-4}}=125\ \frac{kA}{Wb}$$

$$R_{m_2}=\frac{L_{eq_2}}{\mu_0\mu_r A_2}=\frac{100\times10^{-2}}{10^{-6}\times2000\times10\times10^{-4}}=500\ \frac{kA}{Wb}=R_{m_3}$$

$$R'_{m_2}=\frac{L'_2}{\mu_0 A_2}=\frac{0/1\times10^{-2}}{10^{-6}\times10\times10^{-4}}=1000\ \frac{kA}{Wb}$$

$$R'_{m_3}=\frac{L'_3}{\mu_0 A_3}=\frac{0/05\times10^{-2}}{10^{-6}\times10\times10^{-4}}=500\ \frac{kA}{Wb}$$

حال که مقادیر رلوکتانس‌ها به دست‌آمده مانند هر مدار الکتریکی می‌توان از روش‌های مختلفی تحلیل نمود. در اینجا از دو روش استفاده می‌کنیم.

روش اول: استفاده از معادلات حلقه و گره:

$$\left.\begin{array}{l}\text{در حلقه سمت چپ}: NI=R_{m_1}\varphi_1+R_{m_2}\varphi_2+R'_{m_2}\varphi_2\\ \text{در حلقه سمت راست}: NI=R_{m_1}\varphi_1+R_{m_3}\varphi_3+R'_{m_3}\varphi_3\\ \text{در گره بالا}: \varphi_1=\varphi_2+\varphi_3\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}3625\times0/1=(125\varphi_1+500\varphi_2+1000\varphi_2)\times10^3\\ 3625\times0/1=(125\varphi_1+500\varphi_3+500\varphi_3)\times10^3\\ \varphi_1=\varphi_2+\varphi_3\end{cases}$$

با حل سه معادله و سه مجهول فوق داریم:

$$\Rightarrow\begin{cases}\varphi_1=0/5\ mWb\\ \varphi_2=0/2\ mWb\\ \varphi_3=0/3\ mWb\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}B_{g_1}=B_2=\frac{\varphi_2}{A_2}=\frac{0/2\times10^{-3}}{10\times10^{-4}}=0/2\ T\\ B_{g_2}=B_3=\frac{\varphi_3}{A_3}=\frac{0/3\times10^{-3}}{10\times10^{-4}}=0/3\ T\end{cases}$$

روش دوم: ساده‌سازی مدار با استفاده از سری و موازی نمودن رلوکتانس‌ها:

برای این منظور باید ابتدا مقاومت یا رلوکتانس کل را از دید منبع تولیدکننده آمپر دور (منبع موجود در شاخه (۱)) به دست آورد لذا:

$$R_{eq}=R_{m_1}+[(R_{m_3}+R'_{m_3})\,\|\,(R_{m_2}+R'_{m_2})]=125+[(500+500)\,\|\,(500+1000)]=725\ \frac{kA}{Wb}$$

با توجه به این رلوکتانس، فوران کل تولیدی سیم‌بندی (φ_1) برابر است با:

$$\varphi_1=\frac{NI}{R_{eq}}=\frac{3625\times0/1}{725\times10^3}=0/5mWb$$

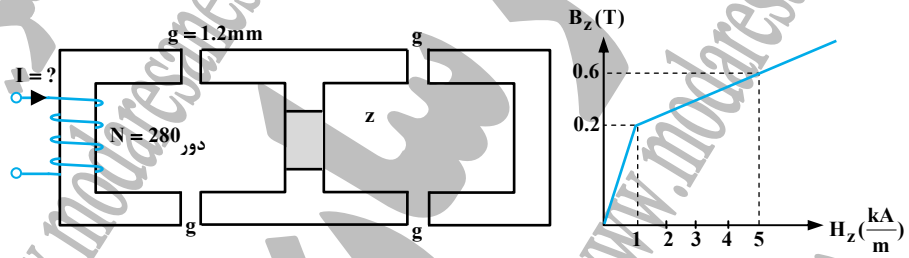
با استفاده از رابطه تقسیم فوران که شبیه رابطه تقسیم جریان در مدارات الکتریکی است داریم:

$$\varphi_2=\frac{R_{m_3}+R'_{m_3}}{(R_{m_3}+R'_{m_3})+(R_{m_2}+R'_{m_2})}\varphi_1=\frac{(500+500)}{(500+500)+(500+1000)}\times0/5=0/2mWb$$

از آنجائیکه $\varphi_1=\varphi_2+\varphi_3$ است لذا $\varphi_3=0/5-0/2=0/3mWb$ می‌شود. پس از محاسبه این سه مقدار مانند روش قبلی با تقسیم مقادیر φ_2 و φ_3 بر سطح مقطع شاخه‌های مربوطه B_{g_1} و B_{g_2} برابر مقادیر قبلی به دست می‌آیند. یعنی $B_{g_1}=0/2T$ و $B_{g_2}=0/3T$ است.

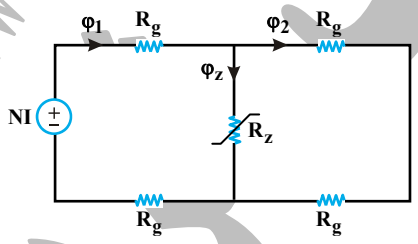
با مقایسه حل این مثال با مثال «۱» دیده می‌شود که در مدارهای مغناطیسی خطی استفاده از روش رلوکتانسی ساده‌تر است.

مثال ۶: در مدار مغناطیسی شکل زیر از قطعه غیرخطی Z به طول ۰/۸m و با مشخصه مغناطیسی داده شده فوران ۰/۲Wb عبور می‌کند. اگر ضریب نفوذ مغناطیسی در سایر قسمت‌های هسته مغناطیسی بی‌نهایت فرض شده و سطح مقطع در همه‌جا ۰/۵m² باشد، جریان عبوری از سیم‌پیچ ۲۸۰ دوری چند آمپر است؟ (جهت سادگی $\pi = 3$ فرض شود)



۱) ۵
۲) ۲۰
۳) ۱۴
۴) ۱۷

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به مدار مغناطیسی داده شده، مدار مشابه الکتریکی به صورت زیر قابل ترسیم است. در این مدار دقت شود که چون قطعه شاخه (Z) غیرخطی است از مقاومت غیرخطی جهت نمایش آن استفاده شده است.



$$\varphi_z = 0/2\text{Wb} \Rightarrow B_z = \frac{\varphi_z}{A} = \frac{0/2}{0/5} = 0/4\text{T} \xrightarrow{\text{منحنی}} H_z = 3\frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

با توجه به شدت میدان بدست آمده در قطعه غیرخطی از آنجاییکه طول آن ۰/۸m است داریم:

$$\theta_z = H_z L_z = 3000 \times 0/8 = 2400\text{A}$$

با توجه به اینکه قطعه غیرخطی با شاخه سمت راست موازی است پس افت پتانسیل دو سر شاخه سمت راست نیز برابر همین مقدار است لذا:

$$\varphi_2 = \frac{\theta_z}{R_g + R_g} = \frac{\theta_z}{2R_g} = \frac{2400}{2 \times \frac{1/2 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 0/5}} = \frac{2400}{4000} = 0/6\,\text{Wb}$$

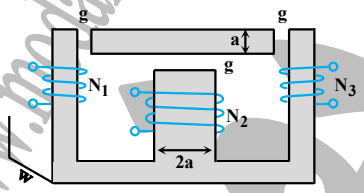
با نوشتن KCL مغناطیسی (یا KFL) در گره بالا داریم:

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_z = 0/6 + 0/2 = 0/8\text{Wb}$$

اگر در حلقه سمت چپ KVL مغناطیسی (یا KML) بنویسیم داریم:

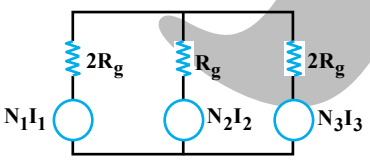
$$NI = 2R_g\varphi_1 + \theta_z \Rightarrow 280I = (4000 \times 0/8) + 2400 \Rightarrow I = 20\text{A}$$

مثال ۷: در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی‌نهایت بوده و تعداد دور سیم‌پیچ‌ها یکسان است. در این صورت نسبت $\frac{L_{23}}{L_{33}}$ با توجه به پارامترهای داده شده روی شکل کدام است؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) $\frac{3}{4}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به ابعاد و اندازه فواصل هوایی، مدار مشابه الکتریکی به صورت زیر قابل ترسیم است. واضح است که سطح مقطع فاصله هوایی وسط دو برابر فواصل هوایی چپ و راست است، لذا مقاومت مغناطیسی آن نصف فواصل هوایی کناری است.



$$L_{23} = \frac{\lambda_3}{I_2}\Big|_{I_1, I_3 = 0} = \frac{N_3 \times \frac{1}{2} \times \frac{N_2 I_2}{2R_g}}{I_2} = \frac{N_2 N_3}{4R_g}$$

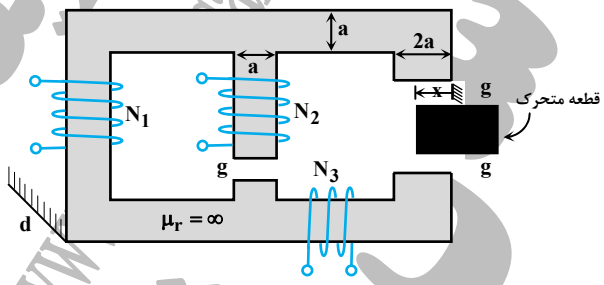
$$L_{33} = \frac{N_3^2}{R_{eq_3}} = \frac{N_3^2}{(2R_g \,||\, R_g) + 2R_g} = \frac{3N_3^2}{8R_g}$$

با توجه به یکسان بودن تعداد دورها نسبت $\frac{L_{23}}{L_{33}}$ برابر است با:

$$\frac{L_{23}}{L_{33}} = \frac{\frac{N_2 N_3}{4R_g}}{\frac{3N_3^2}{8R_g}} = \frac{2}{3}\frac{N_2}{N_3} \xrightarrow{N_2 = N_3} \frac{L_{23}}{L_{33}} = \frac{2}{3}$$

تست‌های تألیفی فصل اول ــ مبحث محاسبه اندوکتانس سیم‌پیچ‌ها

مثال ۱: در مدار مغناطیسی شکل زیر چنانچه قطعه متحرک موجود در بازوی سمت راست هسته بتواند حرکت کند بطوری‌که متغیر x نشان داده شده در مدار را تغییر دهد، کدام گزینه زیر در خصوص اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچ‌ها صحیح‌تر است؟ (ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی‌نهایت فرض شده و از پراکندگی شار در فواصل هوایی صرف‌نظر می‌گردد)



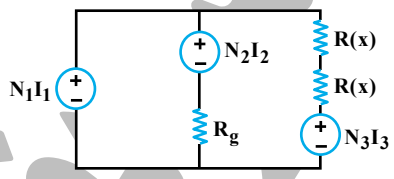
۱) با حرکت قطعه متحرک و در نتیجه افزایش x اندوکتانس $L_{۱۳}$ افزایش می‌یابد.

۲) با حرکت قطعه متحرک و در نتیجه کاهش x اندوکتانس $L_{۱۳}$ افزایش می‌یابد.

۳) با حرکت قطعه متحرک در هر صورت اندوکتانس $L_{۱۲}$ افزایش می‌یابد.

۴) با حرکت قطعه متحرک در هر صورت اندوکتانس $L_{۱۲}$ کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» مدار مشابه الکتریکی این سیستم مغناطیسی به صورت مقابل قابل ترسیم است. در این سیستم فقط سه مقاومت مغناطیسی یکی ناشی از فاصله هوایی وسطی و دو تا مربوط به فواصل هوایی بالا و پایین قطعه متحرک وجود دارند که البته مقاومت مغناطیسی اولی ثابت بوده اما دو مقاومت دیگر تابعی از موقعیت قطعه متحرک (x) هستند



به طوری که $R_g = \frac{g}{\mu_\circ A_۲} = \frac{g}{\mu_\circ a.d}$ و $R(x) = \frac{g}{\mu_\circ A_۳} = \frac{g}{\mu_\circ x.d}$ می‌باشد.

حال که مقاومت‌های مغناطیسی به دست آمده‌اند، می‌توان اندوکتانس‌های مختلف را به دست آورد. در این خصوص باید دقت نمود که به دلیل وجود شاخه اتصال کوتاه (شاخه سمت چپ) اندوکتانس متقابل بین سیم‌بندی‌های $N_۲$ و $N_۳$ دوری صفر است $(L_{۲۳} = L_{۳۲} = \circ)$، لذا با تغییر x این اندوکتانس‌ها تغییر نمی‌کنند. در خصوص $L_{۱۲}$ داریم:

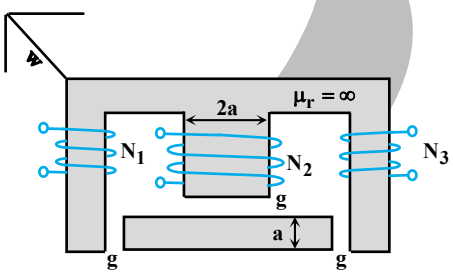
$$\varphi_{۱۲}\Big|_{I_۲ = I_۳ = \circ} = \frac{N_۱ I_۱}{R_g} \Rightarrow \lambda_۲\Big|_{I_۲ = I_۳ = \circ} = \frac{N_۱ N_۲ I_۱}{R_g} \Rightarrow L_{۱۲} = \frac{N_۱ N_۲ \mu_\circ A_۲}{g} = \frac{N_۱ N_۲ \mu_\circ \alpha.d}{g} = L_{۲۱}$$

طبق این رابطه $L_{۱۲}$ مستقل از x بوده لذا با تغییر x ثابت می‌ماند. در خصوص $L_{۱۳}$ داریم:

$$\varphi_{۱۳}\Big|_{I_۲ = I_۳ = \circ} = \frac{N_۱ I_۱}{۲R(x)} \Rightarrow L_{۱۳} = \frac{N_۱ N_۳}{\frac{۲g}{\mu_\circ A_۳}} = \frac{N_۱ N_۳ \mu_\circ A_۳}{۲g} = \frac{N_۱ N_۳ \mu_\circ x d}{۲g}$$

طبق این رابطه دیده می‌شود که با افزایش x اندوکتانس متقابل $L_{۱۳}$ افزایش می‌یابد.

مثال ۲: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر تعداد دور سیم‌پیچ $N_۳$ دو برابر تعداد دور سیم‌پیچ‌های $N_۱$ و $N_۲$ باشند، نسبت $\frac{L_{۲۳}}{L_{۱۲}}$ برابر کدام گزینه است؟



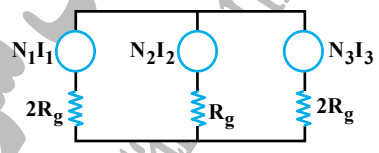
۱) ۲

۲) ۳

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مدار مغناطیسی داده شده می‌توان مدار مشابه الکتریکی را به صورت مقابل ترسیم نمود. همان‌طور که از شکل مدار مغناطیسی پیدا است سطح مقطع فواصل هوایی سمت راست و چپ نصف سطح مقطع شاخه وسط است و طول فواصل هوایی یکسان است، لذا مقاومت مغناطیسی این دو فاصله هوایی دو برابر فاصله هوایی وسط است.



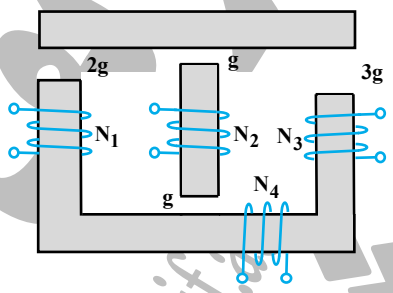
$$L_{12}=\frac{\lambda_2}{I_1}\Big|_{I_2=I_3=0}=\frac{N_2\varphi_{12}}{I_1}\Big|_{I_2=I_3=0}=\frac{N_2(\varphi_1\frac{2R_g}{2R_g+R_g})}{I_1}=\frac{N_2\frac{N_1I_1}{(2R_g\,||\,R_g)+2R_g}\times\frac{2R_g}{2R_g+R_g}}{I_1}=\frac{N_1N_2}{4R_g}$$

$$L_{23}=\frac{\lambda_3}{I_2}\Big|_{I_1=I_3=0}=\frac{N_3\varphi_{23}}{I_2}\Big|_{I_1=I_3=0}=\frac{N_3(\varphi_2\times\frac{1}{2})}{I_2}=\frac{N_3\frac{N_2I_2}{(2R_g\,||\,2R_g)+R_g}\times\frac{1}{2}}{I_2}=\frac{N_2N_3}{4R_g}$$

نسبت موردنظر برابر است با:

$$\frac{L_{23}}{L_{12}}=\frac{N_2N_3}{N_1N_2}=\frac{N_3}{N_1}\xrightarrow{N_3=2N_1}\frac{L_{23}}{L_{12}}=2$$

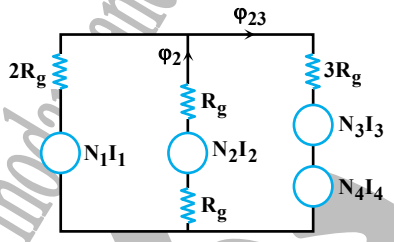
مثال ۳: در مدار مغناطیسی شکل زیر سطح مقطع هسته در همه جا یکسان و برابر A بوده و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آن بی‌نهایت فرض می‌شود. اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچ‌های ۲ و ۳ در این مدار کدام گزینه است؟



۱) $\frac{N_2N_3\mu_0A}{2g}$　　۲) $\frac{N_2N_3\mu_0A}{8g}$

۳) $\frac{N_2N_3\mu_0A}{3g}$　　۴) $\frac{N_2N_3\mu_0A}{g}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» مدار مشابه الکتریکی این سیستم مغناطیسی با توجه به ابعاد فواصل هوایی به صورت مقابل قابل ترسیم است. برای محاسبه L_{23} ابتدا باید درصدی از شار مغناطیسی تولیدی سیم‌بندی (۲) که از سیم‌بندی (۳) عبور می‌کند را به صورت زیر محاسبه نمود:



$$\varphi_2=\frac{N_2I_2}{R_{eq_2}}=\frac{N_2I_2}{(3R_g\,||\,2R_g)+R_g+R_g}=\frac{5N_2I_2}{16R_g}$$

$$\Rightarrow\varphi_{23}=\frac{2R_g}{5R_g}\times\frac{5N_2I_2}{16R_g}=\frac{1}{8}\frac{N_2I_2}{R_g}$$

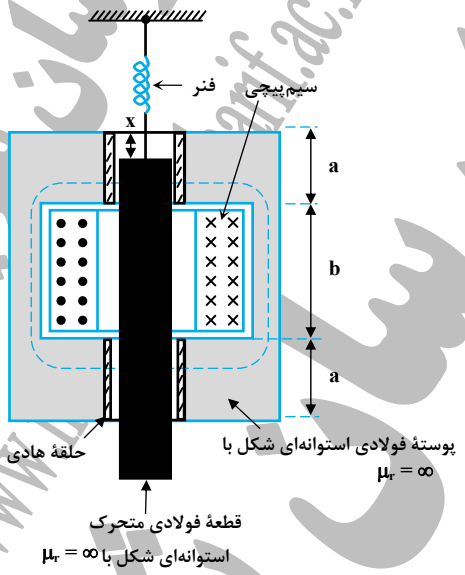
با توجه به شار به‌دست آمده، شار دور سیم‌پیچ (۳) ناشی از تحریک سیم‌پیچ (۲) و در نتیجه اندوکتانس متقابل این دو سیم‌پیچ برابر است با:

$$\lambda_3=N_3\varphi_{23}=\frac{N_3N_2I_2}{8R_g}\Rightarrow L_{32}=\frac{N_2N_3}{8R_g}$$

از آنجایی‌که مبنای محاسبات مقاومت مغناطیسی شاخه وسط (R_g) بوده و $R_g=\frac{g}{\mu_0A}$ است، می‌توان نوشت:

$$L_{23}=\frac{N_2N_3\mu_0A}{8g}$$

مثال ۴: شکل مقابل نمایش یک رله الکترومغناطیسی است که از یک قسمت متحرک و یک قسمت ثابت با استوانه‌های متحدالمرکز تشکیل شده است، فاصله هوائی در همه جا یکنواخت و برابر t است، قطر متوسط هسته متحرک برابر d است، رلوکتانس کلیه قسمت‌های آهنی صفر فرض می‌شود. اندوکتانس این رله در وضعیت $x = 0$ برابر است با:



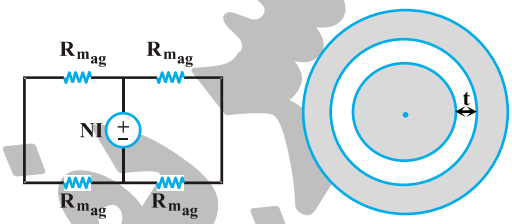
۱) $L = \frac{N^2 \mu_0 \pi a d}{2t}$

۲) $L = \frac{N^2 \mu_0 \pi a^2 d}{t}$

۳) $L = \frac{N^2 \mu_0 \pi a d}{t}$

۴) $L = \frac{N^2 \mu_0 \pi a^2 d^2}{t}$

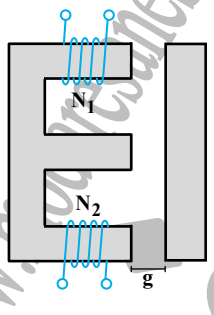
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» دید از بالا و مدار معادل الکتریکی این رله را می‌توان به صورت شکل‌های روبرو رسم نمود، در رسم مدار مشابه دقت شود که به دلیل بی‌نهایت بودن ضریب نفوذ مغناطیسی هسته رلوکتانس آن صفر بوده و فقط رلوکتانس فواصل هوایی لحاظ می‌گردند.



با توجه به ابعاد هر فاصله هوایی و با اعمال تقریب‌های مناسب می‌توان سطح مقطع، رلوکتانس و در نهایت اندوکتانس سیم‌پیچی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{cases} A_{av} = \frac{1}{2} \times \pi d \times a = \frac{\pi d}{2} a \\ L_{av} = t \end{cases} \Rightarrow R_{mag} = \frac{t}{\mu_0 \frac{\pi d a}{2}} = \frac{2t}{\mu_0 \pi d a} \Rightarrow L = \frac{N^2}{R_{eq}} = \frac{N^2}{R_{mag}} \Rightarrow L = \frac{N^2 \mu_0 \pi a d}{2t}$$

مثال ۵: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر سطح مقطع هسته در همه جا یکسان بوده و ضریب نفوذ قسمت‌های آهنی بی‌نهایت فرض شود، نسبت $\frac{L_{22}}{L_{12}}$ کدام است؟



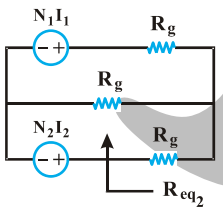
۱) $\frac{N_2}{N_1}$

۲) $\frac{1}{2}\frac{N_1}{N_2}$

۳) $\frac{N_1}{N_2}$

۴) $\frac{2N_2}{N_1}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به بی‌نهایت بودن ضریب نفوذ مغناطیسی قسمت‌های آهنی، مدار مشابه الکتریکی به صورت زیرقابل رسم می‌باشد که در آن فقط رلوکتانس فواصل هوایی لحاظ شده است:



$$\begin{cases} L_{22} = \frac{N_2^2}{R_{eq_2}} \\ R_{eq} = (R_g \| R_g) + R_g = \frac{3}{2} R_g \end{cases} \Rightarrow L_{22} = \frac{2N_2^2}{3R_g}$$

برای محاسبه L_{21} باید ابتدا شار تولیدی سیم‌پیچی دوم و سهم سیم‌پیچی اول از این شار را محاسبه نمود، لذا با غیرفعال نمودن منبع $N_1 I_1$ شار سیم‌پیچی دوم به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\varphi_۲=\frac{N_۲I_۲}{R_{eq_۲}}=\frac{N_۲I_۲}{\frac{۳}{۲}R_g}\Rightarrow\varphi_{۲۱}=\varphi_۲\frac{R_g}{R_g+R_g}=\frac{N_۲I_۲}{۳R_g}$$

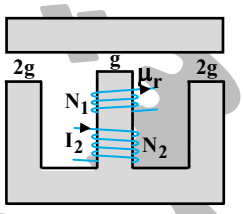
شار دور سیم‌پیچی دوم و اندوکتانس متقابل بین دو سیم‌پیچی برابر است با:

$$\lambda_۲=N_۱\varphi_{۲۱}=\frac{N_۱N_۲I_۲}{۳R_g}\Rightarrow L_{۱۲}=\frac{\lambda_۲}{I_۲}=\frac{N_۱N_۲}{۳R_g}$$

با توجه به این دو مقدار داریم:

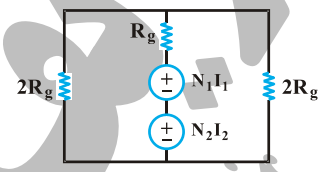
$$\frac{L_{۲۲}}{L_{۱۲}}=\frac{\frac{۲N_۲^۲}{۳R_g}}{\frac{N_۱N_۲}{۳R_g}}=\frac{۲N_۲}{N_۱}$$

مثال ۶: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت بوده و سطح مقطع هسته نیز در همه جا یکسان باشد. اندوکتانس متقابل بین دو سیم‌پیچی کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}\frac{\mu_\circ AN_۱N_۲}{g}$
۲) $\frac{\mu_\circ AN_۱N_۲}{g}$
۳) $\frac{۱}{۲}\frac{\mu_\circ AN_۱N_۲^۲}{g}$
۴) $\frac{\mu_\circ AN_۱N_۲^۲}{g}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مدار مغناطیسی داده شده مدار مشابه الکتریکی به صورت زیر قابل رسم است:



$$R_{eq_۱}=(۲R_g\,||\,۲R_g)+R_g=۲R_g$$

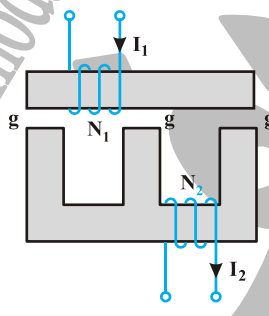
مقاومت $R_{eq_۱}$ از دید منبع (یا سیم‌پیچی) اول به دست آمده است لذا با غیرفعال نمودن سیم‌پیچی دوم داریم:

$$\varphi_۱=\frac{N_۱I_۱}{R_{eq_۱}}=\frac{N_۱I_۱}{۲R_g}$$

چون هر دو سیم‌بندی روی یک شاخه قرار دارند لذا کل فوران تولیدی سیم‌بندی اول، سیم‌بندی دوم را در بر می‌گیرد، لذا:

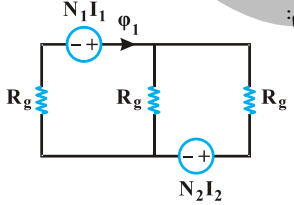
$$\varphi_{۲۱}=\varphi_۱=\frac{N_۱I_۱}{۲R_g}\Rightarrow\lambda_۲=N_۲\varphi_{۲۱}=\frac{N_۱N_۲I_۱}{۲R_g}\Rightarrow L_{۱۲}=\frac{\lambda_۲}{I_۱}=\frac{N_۱N_۲}{۲R_g}\Rightarrow L_{۱۲}=\frac{\mu_\circ AN_۱N_۲}{۲g}$$

مثال ۷: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر تعداد دور سیم‌پیچی‌ها یکسان و برابر N بوده و از افت آمپر دور در هسته صرف‌نظر شود کدام گزینه بیانگر ماتریس اندوکتانس این مدار است؟



۱) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{۳g}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$
۲) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{g}\begin{bmatrix}\frac{۲}{۳} & \frac{۱}{۳}\\ ۳ & \frac{۲}{۳}\end{bmatrix}$
۳) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{۳g}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$
۴) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{g}\begin{bmatrix}۲ & ۰/۵\\ ۰/۵ & ۲\end{bmatrix}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در تمامی سیستم‌های فیزیکی در صورتی که از پراکندگی شار صرف‌نظر شود همواره $L_{ij}=L_{ji}$ بوده پس قطر فرعی ماتریس اندوکتانس باید دارای درایه‌های یکسان باشند لذا گزینه‌های ۱ و ۲ حتماً غلط می‌باشند. با رسم مدار مشابه الکتریکی داریم:



$$R_{eq_۱}=R_g+(R_g\,||\,R_g)=\frac{۳}{۲}R_g\Rightarrow L_{۱۱}=\frac{N_۱^۲}{\frac{۳}{۲}R_g}=\frac{۲N_۱^۲}{۳R_g}=\frac{۲}{۳}\frac{N_۱^۲\mu_\circ A}{۳g}$$

برای محاسبه اندوکتانس‌های متقابل، ابتدا باید شار تولیدی سیم‌پیچی اول را محاسبه نمود، لذا با غیرفعال کردن سیم‌پیچی دوم داریم:

$$\varphi_1 = \frac{N_1 I_1}{R_{eq_1}} = \frac{N_1 I_1}{\frac{3}{2}R_g} = \frac{2}{3}\frac{N_1 I_1}{R_g}$$

برای محاسبه L_{12} ابتدا باید شار دربرگیرنده سیم‌بندی دوم ناشی از جریان یا شار سیم‌بندی اول را به صورت زیر محاسبه نمود.

$$\varphi_{21} = \frac{R_g}{R_g + R_g}\varphi_1 = \frac{1}{2}\varphi_1 = \frac{1}{3}\frac{N_1 I_1}{R_g} \Rightarrow \lambda_2 = N_2\varphi_{21} = \frac{1}{3}\frac{N_1 N_2 I_1}{R_g} \Rightarrow L_{12} = \frac{\lambda_2}{I_1} = \frac{1}{3}\frac{N_1 N_2}{R_g} = \frac{1}{3}\frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{g} = \frac{N^2 \mu_0 A}{3g} = L_{21}$$

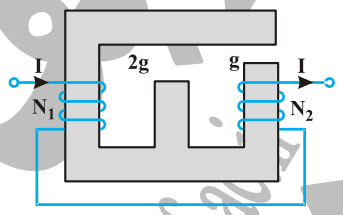
با توجه به تقارن شکل داریم:

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{\frac{3}{2}R_g} = \frac{2}{3}\frac{N_2^2 \mu_0 A}{g} = \frac{2N^2 \mu_0 A}{3g}$$

پس ماتریس اندوکتانس به صورت زیر است:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2N^2\mu_0 A}{3g} & \frac{N^2\mu_0 A}{3g} \\ \frac{N^2\mu_0 A}{3g} & \frac{2N^2\mu_0 A}{3g} \end{bmatrix} = \frac{N^2\mu_0 A}{3g}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

مثال ۸: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر تعداد دور سیم‌پیچی دوم دو برابر سیم‌بندی اول باشد کدام گزینه زیر بیانگر معادله شار دور سیم‌پیچی اول است. (از افت آمپر دور در هسته طرف‌نظر شود)

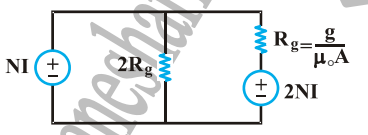


۱) $-\frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 A}{g}I$

۲) $\frac{7}{2}\frac{N^2\mu_0 A}{g}I$

۳) $-2\frac{N^2\mu_0 A}{g}I$

۴) $\frac{5}{4}\frac{N^2\mu_0 A}{g}I$



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مدار مغناطیسی داده شده از آنجائیکه از افت آمپر دور در هسته صرف‌نظر شده است رلوکتانس هسته صفر بوده لذا مدار مشابه الکتریکی به صورت زیر رسم می‌شود ضمناً معادله شار دور سیم‌بندی اول نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\lambda_1 = L_{11}I_1 - L_{12}I_2 = (L_{11} - L_{12})I$$

دلیل استفاده از علامت منفی در این رابطه وجود تزویج منفی بین دو سیم‌بندی N_1 و N_2 است یعنی از آنجائیکه شار تولیدی سیم‌بندی اول هنگام عبور از سیم‌بندی دوم با شار سیم‌بندی دوم مخالفت می‌کند تزویج بین دو سیم‌بندی منفی است. طبق این رابطه برای محاسبه شار دور موردنظر باید اندوکتانس‌های خودی و متقابل سیم‌پیچی اول را محاسبه نمود. برای این منظور داریم:

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_{eq_1}} = \frac{N^2}{2R_g \,||\, R_g} = \frac{3}{2}\frac{N^2}{R_g}$$

همچنین اندوکتانس متقابل بین دو سیم‌پیچی به صورت زیر به دست می‌آید:

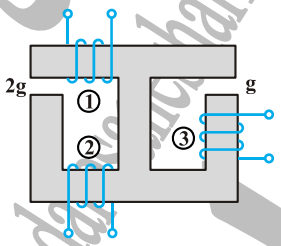
$$\varphi_1 = \frac{N_1 I_1}{R_{eq_1}} = \frac{NI}{\frac{2}{3}R_g} = \frac{3}{2}\frac{NI}{R_g} \Rightarrow \varphi_{21} = \varphi_1\frac{2R_g}{R_g + 2R_g} = \frac{3}{2}\frac{NI}{R_g}\times\frac{2}{3} = \frac{NI}{R_g}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = N_2\varphi_{21} = 2N.\frac{NI}{R_g} = \frac{2N^2 I}{R_g} \Rightarrow L_{12} = \frac{\lambda_2}{I} = \frac{2N^2}{R_g}$$

با توجه به این مقادیر داریم:

$$\lambda_1 = (\frac{3}{2}\frac{N^2}{R_g} - \frac{2N^2}{R_g})I = -\frac{1}{2}\frac{N^2}{R_g}I = -\frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 A}{g}I$$

مثال ۹: در مدار مغناطیسی شکل زیر تعداد دور سیم‌پیچی‌ها یکسان بوده و جریان‌های برابر از آنها عبور می‌کنند. اگر ضریب نفوذ مغناطیسی قسمت‌های مغناطیسی بی‌نهایت فرض شود دترمینان ماتریس اندوکتانس کدام است؟



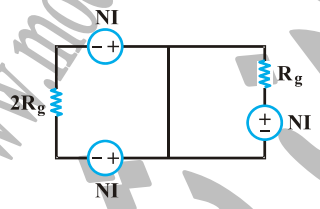
۱) صفر

۲) $\frac{N^2}{2R_g}-\frac{N^4}{3R_g}$

۳) $\frac{N^4}{2R_g}-\frac{N^2}{3R_g}$

۴) $\frac{2N^2}{R_g}-\frac{3N^3}{5R_g}$

پاسخ: گزینه «۱» سیم‌پیچی‌های (۱) و(۲) از مدار مغناطیسی در یک شاخه واقع شده‌اند لذا کل فوران سیم‌بندی اول از سیم‌بندی دوم عبور می‌کند. یعنی کوپلینگ بین دو سیم‌بندی کامل (۱۰۰%) بوده که این امر موجب برابری مخرج در روابط محاسبه اندوکتانس‌های خودی و متقابل سیم‌پیچی‌های (۱) و (۲) می‌گردد لذا با توجه به برابری تعداد دورها مقادیر $L_{11}=L_{12}=L_{21}=L_{22}$ می‌باشند. از طرفی به دلیل وجود شاخه اتصال کوتاه هیچ تزویجی بین سیم‌پیچی (۳) با سیم‌پیچی‌های (۱) و (۲) وجود ندارد، یعنی $L_{13}=L_{23}=0$ می‌گردد، پس داریم:



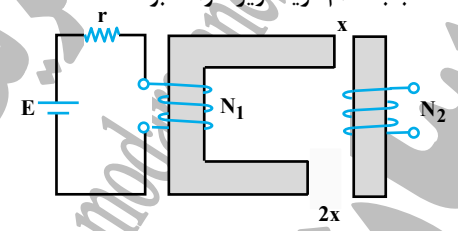
$$L=\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L_{33} \end{bmatrix} \quad , \quad L_{11}=L_{22}=L_{12}=L_{21}=\frac{N^2}{2R_g} \quad , \quad L_{33}=\frac{N^2}{R_g}$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه و محاسبه دترمینان دیده می‌شود که:

$$\det(L)=0$$

تست‌های تألیفی فصل اول ــ مبحث محاسبه ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌ها

مثال ۱: شکل زیر یک مبدل الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که جهت تبدیل سطح ولتاژ DC (ترانسفورمر DC) به کار می‌رود. اگر بخواهیم ولتاژ مدار باز در سیم‌بندی N_2 دوری ۵ برابر ولتاژ ورودی (E) باشد، معادله سرعت حرکت قسمت متحرک متناسب با کدام گزینه زیر خواهد بود؟ $(N_1 = N_2 = N)$



۱) $(\frac{rx}{N})^2$ ۲) $r(\frac{x}{N})^2$

۳) $\frac{r}{N}x^2$ ۴) $\frac{rx}{N}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید معادله شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌بندی N_2 دوری را به دست آورده و سپس با توجه به قانون القاء ولتاژ فاراده از این معادله نسبت به متغیر مستقل x مشتق گرفت:

$$\begin{cases} e_2 = -N_2\frac{d\varphi}{dt} = -N_2\frac{d\varphi}{dx}.\frac{dx}{dt} \\ \varphi = \frac{N_1 I_1}{3R_x} \xrightarrow{R_x=\frac{x}{\mu_\circ A}} \frac{N_1 I_1 \mu_\circ A}{3x} \xrightarrow{I_1=\frac{E}{r}} \varphi = \frac{N_1 E \mu_\circ A}{3rx} \end{cases}$$

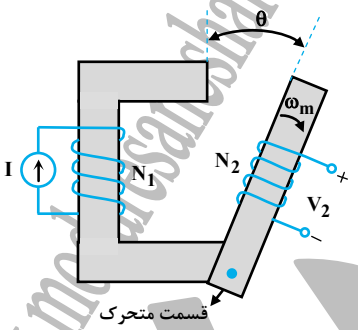
با جایگذاری φ از معادله دوم در معادله اول داریم:

$$e_2 = -N_2\frac{d\varphi}{dt} = -N_2\frac{d\varphi}{dx}.\frac{dx}{dt} = -N_2\frac{d}{dx}(\frac{N_1 E\mu_\circ A}{3rx}).\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{V} \Rightarrow e_2 = +N_2\frac{N_1 E\mu_\circ A}{3rx^2}.V = 5E$$

با استخراج سرعت (V) از رابطه فوق با توجه به برابری تعداد دورها $(N_1 = N_2 = N)$ داریم:

$$V = \frac{15rx^2}{N^2\mu_\circ A} \Rightarrow V \sim r(\frac{x}{N})^2$$

مثال ۲: در مدار مغناطیسی شکل زیر جریان در سیم‌پیچ N_1 ثابت و دو سر سیم‌پیچ دوم باز است. قسمت متحرک با سرعت ω_m حرکت می‌کند در صورتیکه مقاومت مغناطیسی مدار به صورت $R = R_\circ + R_1\theta$ باشد، ولتاژ V_2 در سیم‌پیچ دوم برابر است با: (از شار پراکندگی صرفنظر می‌شود)



۱) $\frac{N_2^2 I\omega_m}{(R_\circ + R_1\theta)^2}$ ۲) $\frac{\omega_m N_2(N_2 - N_1)IR_1}{(R_\circ + R_1\theta)^2}$

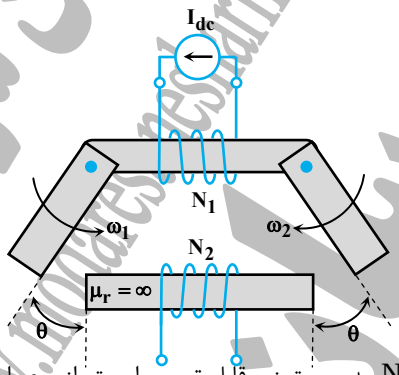
۳) $\frac{N_1 N_2 IR_1\omega_m}{(R_\circ + R_1\theta)^2}$ ۴) $\frac{N_1 N_2 IR_1}{(R_\circ + R_1\theta)^2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون در مدار مغناطیسی داده شده هیچ انشعابی وجود ندارد (مدار تک حلقه است) فوران در همه جا یکسان است لذا:

$$\varphi = \frac{NI}{R_m} = \frac{N_1 I}{R_\circ + R_1\theta} \Rightarrow V_2 = -N_2\frac{d\varphi}{dt} = -N_2\frac{d\varphi}{d\theta}.\frac{d\theta}{dt} = -N_2\omega_m\frac{d\varphi}{d\theta} = -N_2\omega_m\frac{N_1 I(-R_1)}{(R_\circ + R_1\theta)^2} \Rightarrow V_2(\theta) = \frac{N_1 N_2 IR_1\omega_m}{(R_\circ + R_1\theta)^2}$$

یادآوری: در حرکت‌های دورانی $\omega_m = \frac{d\theta}{dt}$ بوده که ω_m سرعت زاویه‌ای گردش یا چرخش جسم برحسب رادیان بر ثانیه است.

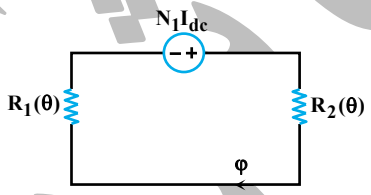
مثال ۳: در مدار مغناطیسی شکل زیر بازوهای عمودی با سرعت زاویه‌ای ω_1 و ω_2 بسته می‌شوند، اگر مقاومت مغناطیسی فواصل هوایی متناسب با زاویه θ به صورت $R(\theta) = R.\theta$ باشد. معادله ولتاژ القایی در سیم‌بندی N_2 دوری کدام است؟



۱) $\frac{N_1N_2I_{dc}}{R^2\theta^2}(\omega_1-\omega_2)$　　۲) $\frac{N_1N_2I_{dc}}{R\theta^2}(\omega_1-\omega_2)$

۳) $\frac{N_1N_2I_{dc}}{4R^2\theta^2}(\omega_1+\omega_2)$　　۴) $\frac{N_1N_2I_{dc}}{4R\theta^2}(\omega_1+\omega_2)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» مدار مشابه الکتریکی این سیستم مغناطیسی با توجه به مدار باز بودن سیم‌پیچ N_2 به صورت زیر قابل ترسیم است. از روی این مدار می‌توان شار مغناطیسی عبوری از سیم‌پیچ N_2 را به صورت زیر محاسبه نمود.



$$\varphi = \frac{N_1I_{dc}}{R_1(\theta)+R_2(\theta)} = \frac{N_1I_{dc}}{R\theta_1+R\theta_2}$$

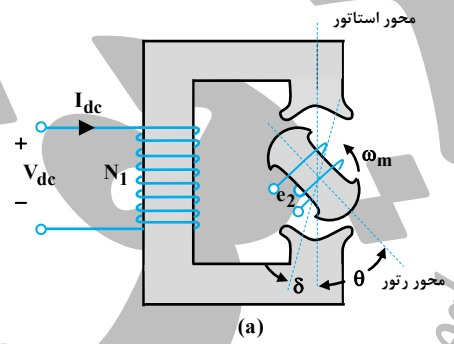
حال‌که شار مغناطیسی عبوری از سیم‌پیچ N_2 به دست آمده است با توجه به قانون فاراده داریم:

$$e_2(t) = -N_2\frac{d\varphi(t)}{dt} = -N_2\left(\frac{d\varphi}{d\theta_1}\frac{d\theta_1}{dt}+\frac{d\varphi}{d\theta_2}\frac{d\theta_2}{dt}\right)$$

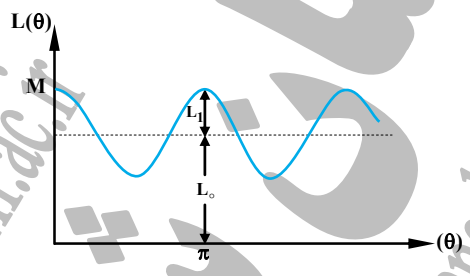
از فیزیک پایه می‌دانیم در حرکت دورانی $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ است لذا $\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$ و $\frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2$ می‌باشد. حال کافی است از معادله φ یک مرتبه برحسب θ_1 و یک مرتبه برحسب θ_2 مشتق گرفت:

$$e_2(t) = -N_2\left(\frac{-RN_1I_{dc}}{(R\theta_1+R\theta_2)^2}.\omega_1+\frac{-RN_1I_{dc}}{(R\theta_1+R\theta_2)^2}.\omega_2\right) \Rightarrow e_2(t) = \frac{N_1N_2RI_{dc}}{(R\theta_1+R\theta_2)^2}(\omega_1+\omega_2) = \frac{N_1N_2I_{dc}}{4R\theta^2}(\omega_1+\omega_2)$$

مثال ۴: در یک سیستم الکترومکانیکی مطابق شکل **(a)** رتور با سرعت زاویه‌ای ω_m می‌چرخد. سیم‌پیچ N_1 حامل جریان مستقیم I_{dc} است. تغییرات اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچ استاتور و سیم پیچ رتور در حین گردش رتور نیز در شکل **(b)** نشان داده شده است. ولتاژ القاء شده مدار باز بر روی سیم پیچی رتور برابر است با:



(a)



(b)

۱) $e_2 = -2\omega_m L_0 I_{dc}\sin(2\omega_m t+2\delta)$　　۲) $e_2 = -\omega_m L_1 I_{dc}\sin(2\omega_m t+2\delta)$

۳) $e_2 = -2\omega_m L_1 I_{dc}\sin(2\omega_m t+2\delta)$　　۴) صفر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به منحنی تغییرات داده شده از آنجائی که دوره تناوب برابر π است معادله اندوکتانس متقابل بین سیم‌بندی‌ها به صورت زیر فرموله می‌گردد:

$$L_{sr}(\theta) = L_0 + L_1\cos 2\theta$$

در این رابطه θ مقدار لحظه‌ای زاویه رتور بوده که با توجه به زاویه اولیه آن یعنی δ و سرعت زاویه‌ای آن یعنی ω_m به صورت $\theta = \omega_m t+\delta$ قابل بیان است. با توجه به مقدار لحظه‌ای θ می‌توان معادله اندوکتانس را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$L_{sr}(\theta) = L_0 + L_1\cos(2\omega_m t+2\delta)$$

همچنین با توجه به رابطه $\lambda = L(\theta)I$ داریم:

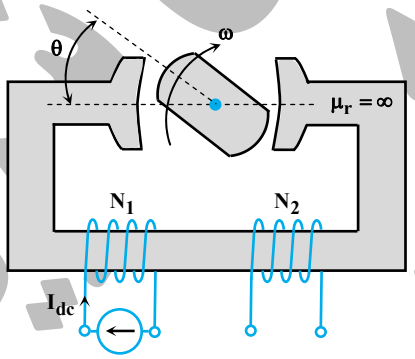
$$\begin{bmatrix}\lambda_s\\ \lambda_r\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_{ss} & L_{sr}\\ L_{rs} & L_{rr}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_s\\ I_r\end{bmatrix} \Rightarrow \lambda_r = L_{rs}I_s + L_{rr}I_r$$

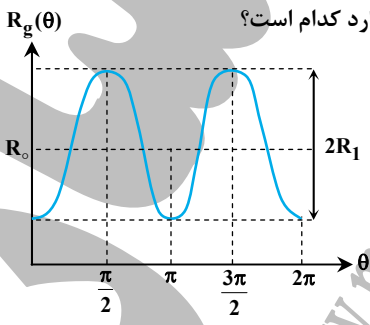
با توجه به مدار باز بودن روتور $I_r = 0$ بوده و چون ورودی DC است لذا $I_s = I_{dc}$ است پس داریم:

$$e_r = \frac{d\lambda_r}{dt} = \frac{d}{dt}(L_{rs}(\theta)I_{dc}) = L_{rs}\frac{dI_{dc}}{dt} + I_{dc}\frac{dL_{rs}(\theta)}{dt} = 0 + I_{dc}\frac{d}{dt}[L_0 + L_1\cos(2\omega_m t + 2\delta)]$$

$$\Rightarrow e_r = -2I_{dc}\omega_m L_1 \sin(2\omega_m t + 2\delta)$$

مثال ۵: شکل زیر یک مبدل ولتاژ مکانیکی را نشان می‌دهد که در آن با چرخش قسمت متحرک ولتاژی در سیم‌پیچ N_2 القاء می‌گردد. اگر تغییرات رلوکتانس هر فاصله هوایی از این سیستم به صورت منحنی سینوسی داده شده باشد، دامنه ولتاژ القایی در سیم‌پیچ N_2 هنگامی که قسمت متحرک در موقعیت زاویه $\theta = \frac{\pi}{4}$ قرار دارد کدام است؟





۱) $\frac{2N_1N_2I_{dc}R_1}{R_0^2}\omega$ ۲) $\frac{N_1N_2I_{dc}R_1}{R_0^2}\omega$ ۳) $\frac{4N_1N_2I_{dc}R_1^2}{R_0}\omega$ ۴) $\frac{2N_1N_2I_{dc}R_1^2}{R_0}\omega$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به منحنی داده شده از آنجا که دامنه موج، R_1 و زمان تناوب آن π بوده ضمناً یک افست (شیفت) به اندازه R_0 نیز دارد، معادله‌ی تغییرات رلوکتانس هر فاصله هوایی به صورت مقابل خواهد بود:

$$R_g(\theta) = R_0 - R_1\cos 2\theta$$

همین‌طور می‌توان معادله شار مغناطیسی جاری‌شده در هسته را با توجه به دو فاصله هوایی موجود در مدار به صورت زیر نوشت:

$$\varphi = \frac{N_1I_{dc}}{2R_g(\theta)} = \frac{N_1I_{dc}}{2(R_0 - R_1\cos 2\theta)}$$

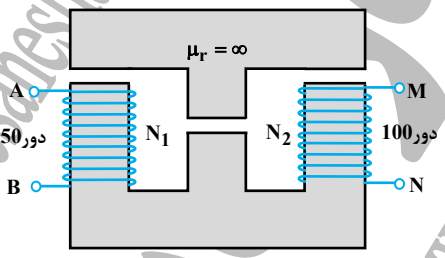
با توجه به قانون القاء ولتاژ فاراده داریم:

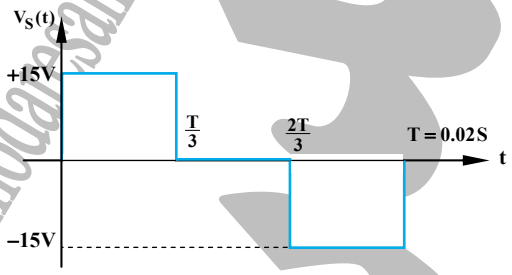
$$e_2(t) = -N_2\frac{d\varphi}{dx} = -N_2\frac{d\varphi}{d\theta}.\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} = -N_2\frac{d}{d\theta}\left(\frac{N_1I_{dc}}{2(R_0 - R_1\cos 2\theta)}\right)\times\omega = -\frac{1}{2}N_1N_2I_{dc}\omega\left[\frac{-2R_1\sin 2\theta}{(R_0 - R_1\cos 2\theta)^2}\right]$$

با جایگذاری $\theta = \frac{\pi}{4}$ در معادله‌ی فوق داریم:

$$e_2\Big|_{\theta=\frac{\pi}{4}} = \frac{N_1N_2I_{dc}R_1}{R_0^2}.\omega$$

مثال ۶: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر دو سر B ، A از سیم پیچ شماره یک را به دو سر یک منبع ولتاژ $V_s(t)$ با تغییراتی مطابق شکل زیر متصل نماییم، شکل موج لحظه‌ای ولتاژ القاء شده در دو سر N ، M از سیم‌پیچ شماره دو چگونه خواهد بود؟ (از مقاومت الکتریکی سیم‌پیچ‌ها صرفنظر می‌شود.)





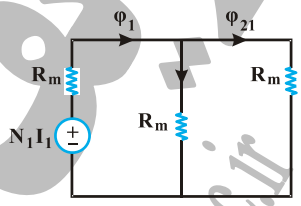
۱) مشابه شکل موج $V_S(t)$ با دامنه‌ای برابر ۵ ولت.

۲) از هر نظر عینا مشابه شکل موج $V_S(t)$.

۳) مشابه شکل موج $V_S(t)$ با دامنه‌ای برابر $\frac{۲۰}{۳}$ ولت.

۴) مشابه شکل موج $V_S(t)$ با دامنه‌ای $\sqrt{N_۱N_۲}$ برابر دامنه شکل موج $V_S(t)$.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» رلوکتانس هسته صفر بوده و با فرض یکی بودن اندازه فواصل هوایی می‌توان مدار معادل را به صورت شکل زیر رسم نمود: (دقت شود که چون سیم‌بندی $N_۲$ مدار باز است به علت صفر بودن نیروی محرکه مغناطیسی آن در مدار معادل مدل نمی‌شود)



$$\varphi_{۲۱} = \frac{\varphi_۱}{۲}$$

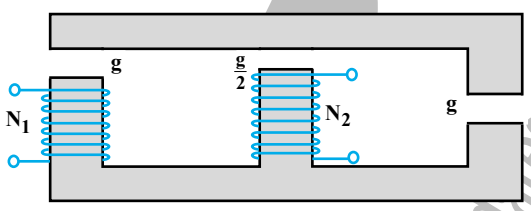
$$\begin{cases} V_{MN}(t) = N_۲ \frac{d\varphi_{۲۱}(t)}{dt} = N_۲ \frac{d}{dt}(\frac{\varphi_۱(t)}{۲}) \Rightarrow V_{MN}(t) = \frac{۱}{۲} N_۲ \frac{d\varphi_۱(t)}{dt} \\ V_{AB}(t) = V_S(t) = N_۱ \frac{d\varphi_۱(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d\varphi_۱(t)}{dt} = \frac{V_S(t)}{N_۱} \end{cases}$$

از دو معادله فوق داریم:

$$V_{MN}(t) = \frac{۱}{۲} N_۲ \times \frac{V_S(t)}{N_۱} \Rightarrow V_{MN}(t) = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times \frac{V_S(t)}{۱۵۰} = \frac{V_S(t)}{۳}$$

یعنی شکل موج ولتاژ القاء شده در دو سر M و N مشابه $V_S(t)$ بوده فقط دامنه آن $\frac{۱}{۳}$ (یعنی برابر با ۵ ولت) می‌شود. (دقت شود که اگر شاخه وسطی در مدار مغناطیسی موجود نبود این مدار شبیه به یک ترانسفورماتور دو سیم‌پیچه می‌باشد از آنجائیکه در این گونه ترانسفورماتورها همواره نسبت ولتاژ سیم‌بندی‌ها برابر نسبت تعداد دور آن‌ها است پس $\frac{V_{MN}}{V_{AB}} = \frac{N_۲}{N_۱}$ شده لذا $V_{MN} = ۱۰\,V$ می‌گردید)

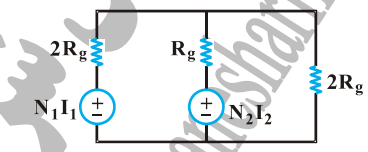
مثال ۷: در مدار مغناطیسی شکل زیر از مقاومت الکتریکی سیم پیچ‌ها صرفنظر شده است. در حالت اول سیم‌پیچ شماره (۲) باز بوده و به سیم‌پیچ شماره (۱) یک منبع ولتاژ سینوسی با دامنه و فرکانس معین وصل می‌شود. در حالت دوم همین منبع به سیم‌پیچ شماره (۲) وصل شده و سیم‌پیچ شماره (۱) باز است. دامنه جریان در حالت دوم $\frac{۱}{۳}$ دامنه جریان در حالت اول است. نسبت $\frac{N_۱}{N_۲}$ (نسبت دورهای سیم‌پیچ‌ها) برابر است با: (سطح مقطع هسته همه جا یکنواخت است و از اغتشاش شار در فواصل هوائی صرفنظر می‌شود.)



۱) $\frac{۱}{۲}$　　۲) ۱

۳) $\frac{۲}{۳}$　　۴) ۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حالت کلی مدار مشابه الکتریکی این سیستم به صورت شکل زیر قابل رسم است. در این مدار در حالت اول فقط سیم‌بندی N_1 تحریک شده و N_2 فاقد جریان است (یعنی $N_2I_2 = 0$) لذا:



$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_{eq_1}} = \frac{N_1^2}{\frac{8}{3}R_g} \Rightarrow \vec{V}_1 = j\omega L_{11}\vec{I}_1 + \underbrace{j\omega L_{12}\vec{I}_2}_{=0} \Rightarrow |\vec{I}_1| = \frac{V}{L_{11}\omega} = \frac{8VR_g}{3\omega N_1^2}$$

در حالت دوم فقط سیم‌بندی N_2 تحریک شده و N_1 فاقد جریان است (یعنی $N_1I_1 = 0$) لذا:

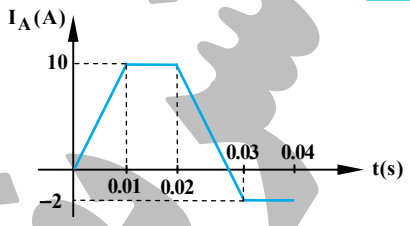
$$L_{22} = \frac{N_2^2}{R_{eq_2}} = \frac{N_2^2}{2R_g} \Rightarrow \vec{V}_2 = j\omega L_{22}\vec{I}_2 + \underbrace{j\omega L_{21}\vec{I}_1}_{=0} \Rightarrow |\vec{I}_2| = \frac{V}{L_{22}\omega} = \frac{2VR_g}{\omega N_2^2}$$

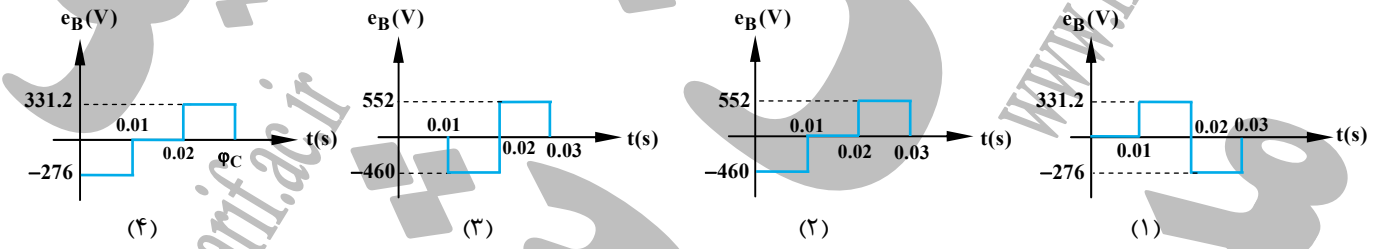
با توجه به اینکه $\frac{|\vec{I}_2|}{|\vec{I}_1|} = \frac{1}{3}$ داریم:

$$\frac{2VR_g}{\omega N_2^2} = \frac{1}{3} \times \frac{8VR_g}{3\omega N_1^2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{2}{3}$$

توجه: چون در هر مرحله فقط یکی از سیم‌بندی‌ها تحریک شده لذا تزویج صفر است.

مثال ۸: دو کلاف A و B سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه یک ترانسفورماتور با هسته هوایی بوده که در آن ۶۰% فلوی تولید شده هر کلاف با کلاف دیگر پیوند می‌خورد. جریان ۱A در کلاف A شار متوسط ۲/۳mWb تولید می‌کند. در صورتیکه جریانی با شکل موج داده شده از کلاف A عبور نماید، شکل موج تغییرات ولتاژ القا شده در کلاف B، کدام گزینه خواهد بود؟ (تعداد دورهای کلاف B معادل ۲۰۰ دور بوده و فلوی عبوری همه دورها یکسان فرض می‌شود)





☑ **پاسخ:** گزینه «۴» هر یک آمپر جریان در کلاف A ، ۲/۳ میلی‌وبر شار تولید می‌کند پس با فرض خطی بودن سیستم:

الف) جریان ۱۰A شاری به میزان $23\,mWb = 10 \times 2/3$ تولید نموده و ۶۰% آن، کلاف دوم را قطع می‌کند لذا:

$$\varphi_{BA} = \%60 \times \varphi_A = 0/6 \times 23 = 13/8\ mWb \Rightarrow \lambda_B = N_B\varphi_{BA} = 200 \times 13/8 \times 10^{-3} = 2760 \times 10^{-3}\ (Wb.Turn)$$

ب) به طور مشابه جریان ۲A شاری به میزان $-4/6\,mWb = -2 \times 2/3$ تولید نموده لذا:

$$\varphi_{BA} = \%60 \times \varphi_A = 0/6 \times -4/6 = -2/76 mWb \Rightarrow \lambda_B = 200 \times (-2/76 \times 10^{-3}) = -552 \times 10^{-3}\ (Wb.Turn)$$

با توجه به تغییرات خطی جریان می‌توان رابطه ولتاژ القایی را به صورت مقابل نوشت:

$$e_B = -\frac{d\lambda_B}{dt} = -\frac{\Delta\lambda_B}{\Delta t}$$

در فاصله زمانی $0 < t < 0/01s$ داریم:

$$e_B = -\frac{\Delta\lambda_B}{\Delta t} = -\frac{2760 \times 10^{-3} - 0}{0/01 - 0} = -276\ V$$

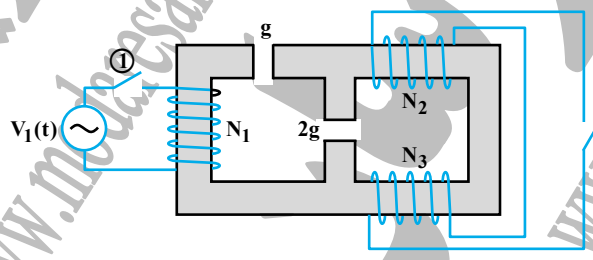
در فاصله زمانی $0/01 < t < 0/02s$ داریم:

$$e_B = -\frac{2760 \times 10^{-3} - 2760 \times 10^{-3}}{0/02 - 0/01} = 0\ V$$

در فاصله زمانی $0/02 < t < 0/03s$ داریم:

$$e_B = -\frac{-552 \times 10^{-3} - 2760 \times 10^{-3}}{0/03 - 0/02} = 331/2\ V$$

مثال ۹: در مدار مغناطیسی شکل زیر با فرض یکسان بودن سطح مقطع هسته در همه جا و صفر بودن مقاومت اهمی سیم‌بندی‌ها اگر در حالت اول کلید (۱) بسته و (۲) باز باشد جریان سیم‌بندی اول I_1 است. در حالت دوم اگر هر دو کلید (۱) و (۲) بسته باشند جریان سیم‌بندی اول I'_1 است در این صورت نسبت $\frac{|\vec{I}'_1|}{|\vec{I}_1|}$ کدام است؟ (در تمامی حالات فرض شود که ولتاژ تغذیه سیم‌بندی N_1 به صورت $V_1(t) = V_m \sin \omega t$ است.)



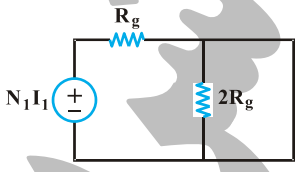
۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۲

۳) $\frac{1}{3}$

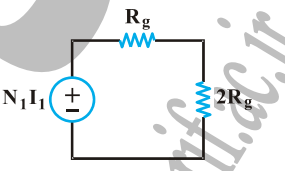
۴) ۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در حالت اول که کلید (۱) بسته و کلید (۲) باز است سیم‌بندی‌های دوم و سوم غیرفعال هستند، لذا با توجه به مدار معادل رسم شده اندوکتانس و جریان حالت دائمی سیم‌بندی اول به صورت زیر می‌گردد:



$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_g} \Rightarrow |\vec{I}_1| = \frac{V_1}{\omega L_{11}} = \frac{V_1}{\omega \frac{N_1^2}{R_g}} = \frac{R_g V_1}{\omega N_1^2}$$

در حالت دوم که هر دو کلید (۱) و (۲) بسته است سیم‌بندی‌های دوم و سوم که با یکدیگر سری هستند اتصال کوتاه شده لذا شاخه مربوطه از نظر مغناطیسی مدار باز می‌شوند پس مدار مشابه به صورت زیر قابل رسم است. با توجه به این مدار مشابه اندوکتانس جدید سیم‌بندی اول (L'_{11}) و جریان حالت دائمی آن (I'_1) عبارتند از:

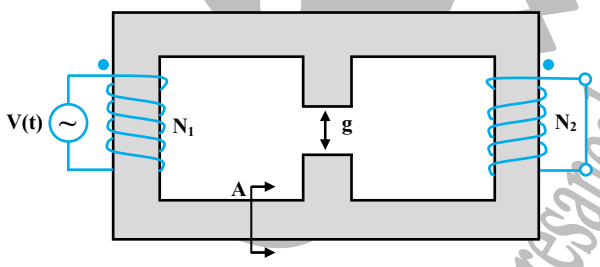


$$L'_{11} = \frac{N_1^2}{3R_g} \Rightarrow |\vec{I}'_1| = \frac{V_1}{\omega L'_{11}} = \frac{V_1}{\omega \frac{N_1^2}{3R_g}} = \frac{3R_g V_1}{\omega N_1^2}$$

مجهول تست نسبت $\frac{|\vec{I}'_1|}{|\vec{I}_1|}$ است، لذا:

$$\frac{|\vec{I}'_1|}{|\vec{I}_1|} = \frac{\frac{3R_g V_1}{\omega N_1^2}}{\frac{R_g V_1}{\omega N_1^2}} = 3$$

مثال ۱۰: در سیستم الکترومغناطیسی شکل زیر مقاومت سیم‌پیچ‌ها ناچیز بوده و هسته ایده‌آل است. سطح مقطع هسته در کل مسیر یکنواخت و معادل A است. اگر سیم‌پیچی شماره (۱) به منبع سینوسی $V(t)=V\sin(\omega t)$ وصل شود و سیم‌پیچی شماره (۲) اتصال کوتاه گردد، جریان موثر اتصال کوتاه در شرایط ماندگار (Steady State) در سیم‌پیچی شماره (۱) برابر است با:



۱) بی‌نهایت

۲) $\frac{V.g}{N_2^2 A \omega \mu_0}$

۳) $\frac{V.g}{\mu_0 N_1 N_2 A \omega}$

۴) $\frac{V.g}{N_1^2 A \omega \mu_0}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» اگر چه به راحتی می‌توان توسط مطلبی که در تست قبل به کار گرفته شد این تست را حل نمود اما به عنوان اثبات مطلب قبلی به صورت زیر این تست را تحلیل می‌کنیم.

در این مدار مغناطیسی چون سیم‌پیچ شماره «۲» اتصال کوتاه شده است ولتاژ دو سر آن صفر است و چون از مقاومت سیم‌پیچ‌ها صرف نظر شده است داریم:

$$V_۲(t)=e_۲(t)+\underbrace{R_۲i_۲(t)}_{=۰}=۰\Rightarrow V_۲(t)=e_۲(t)=-N_۲\frac{d\varphi_۲(t)}{dt}=۰\Rightarrow\frac{d\varphi_۲(t)}{dt}=۰\Rightarrow\varphi_۲(t)=C$$

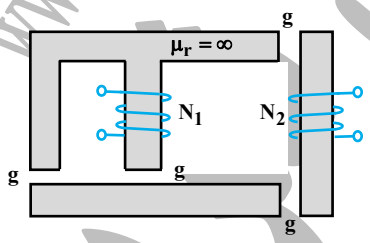
یعنی باید شار عبوری از سیم‌پیچی $N_۲$ مقدار ثابتی باشد، از طرفی چون ورودی سینوسی است لذا $\varphi_۲(t)$ نمی‌تواند ثابت باشد پس رابطه فوق فقط به ازاء $C=۰$ برقرار است. یعنی هیچ شاری از سیم‌پیچی دوم عبور نکند به عبارتی شاخه مربوط به این سیم‌پیچی از نظر مغناطیسی مدار باز می‌گردد که در این صورت تمامی فوران از فاصله هوایی عبور می‌کند لذا:

$$R_{eq}=R_g=\frac{g}{\mu_۰A}\Rightarrow L_{۱۱}=\frac{N_۱^۲}{R_{eq}}=\frac{N_۱^۲\mu_۰A}{g}\Rightarrow|\vec{I}_۱|=\frac{V}{L_{۱۱}\omega}=\frac{V.g}{N_۱^۲\mu_۰A\omega}$$

مثال ۱۱: در مدار مغناطیسی شکل زیر هر دو سیم‌پیچ تحریک‌کننده دارای تعداد دور یکسانی هستند. این مدار را در دو حالت زیر آزمایش می‌کنیم. نسبت جریان عبوری از سیم‌پیچ‌های تحریک‌شده در آزمایش اول به آزمایش دوم کدام است؟

آزمایش اول: سیم‌پیچ $N_۱$ به منبع متناوب سینوسی متصل و سیم‌پیچ $N_۲$ اتصال کوتاه گردد.

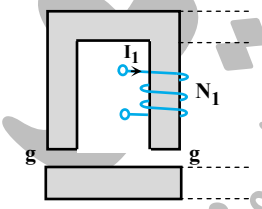
آزمایش دوم: سیم‌پیچ $N_۲$ به همان منبع سینوسی متصل و سیم‌پیچ $N_۱$ اتصال کوتاه گردد.



۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) ۱

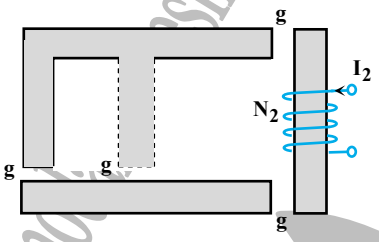
۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در آزمایش اول به علت اتصال کوتاه شدن سیم‌پیچ $N_۲$، شاخه‌ی مغناطیسی سمت راست از نظر مغناطیسی به صورت مدار باز درمی‌آید، لذا می‌توان شکل مدار را به صورت روبه‌رو تصور نمود. در این صورت فقط یک سیم‌پیچ داریم پس اگر دامنه ولتاژ تغذیه V و فرکانس آن ω باشد جریان عبوری از سیم‌پیچ با توجه به اندوکتانس خودی آن به صورت زیر قابل محاسبه است.



$$\vec{I}_۱=\frac{\vec{V}}{j\omega L_{۱۱}}=\frac{\vec{V}}{j\omega\frac{N_۱^۲}{۲R_g}}$$

در آزمایش دوم به علت اتصال کوتاه شدن سیم‌پیچ $N_۱$ شاخه‌ی مغناطیسی وسط از نظر مغناطیسی مدار باز می‌گردد، لذا با توجه به ثابت بودن ولتاژ منبع تغذیه نسبت به حالت قبل داریم:

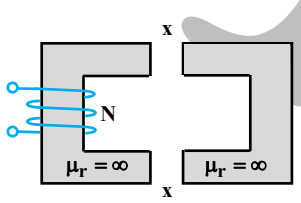


$$\vec{I}_۲=\frac{\vec{V}}{j\omega L_{۲۲}}=\frac{\vec{V}}{j\omega\frac{N_۲^۲}{۳R_g}}$$

نسبت این دو جریان با توجه به برابری تعداد دورها برابر است با:

$$\frac{|\vec{I}_۱|}{|\vec{I}_۲|}=\frac{۲}{۳}$$

مثال ۱۲: در مدار مغناطیسی شکل زیر با اعمال ولتاژ $V_۱(t)=V_m\sin\omega t$ به سیم‌پیچ تحریک، شدت میدان مغناطیسی در هر یک از فواصل هوایی $H_۱$ و دامنه جریان منبع $I_۱$ می‌باشد. مدار مغناطیسی دیگری که تعداد دور سیم‌پیچ تحریک و طول هر یک از فواصل هوایی آن دو برابر و ابعاد خطی هسته آن نیز $\sqrt{۲}$ برابر این مدار است را در نظر بگیرید. با اعمال $V_۲(t)=۲V_m\cos\frac{\omega}{۲}t$ به سیم‌بندی تحریک این مدار، مقادیر H و I در آن نسبت به مدار اول چه تغییری می‌کنند؟



۱) $I_۲=\frac{۱}{۴}I_۱$ و $H_۲=H_۱$ ۲) $I_۲=I_۱$ و $H_۲=۲H_۱$

۳) $I_۲=I_۱$ و $H_۲=\frac{۱}{۲}H_۱$ ۴) $I_۲=۲I_۱$ و $H_۲=۲H_۱$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در تحریک متناوب سینوسی $V_{rms} = ۴/۴۴Nf\varphi$ می‌باشد، لذا می‌توان نوشت:

$$\varphi \sim \frac{V}{N.f} \xrightarrow{B=\frac{\varphi}{A}} B \sim \frac{V}{N.f.A} \xrightarrow{H=\frac{B}{\mu}} H \sim \frac{V}{NfA\mu_\circ} \xrightarrow{I=\frac{۲H.x}{N}} I \sim \frac{V.x}{fA\mu_\circ N^۲}$$

با توجه به روابط H و I داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{V_۱}{V_۲}\frac{x_۱}{x_۲}\frac{f_۲}{f_۱}\frac{A_۲}{A_۱}\left(\frac{N_۲}{N_۱}\right)^۲ \qquad \frac{H_۱}{H_۲} = \frac{V_۱}{V_۲}\frac{f_۲}{f_۱}\frac{A_۲}{A_۱}\frac{N_۲}{N_۱}$$

طبق اطلاعات صورت تست برای دو حالت موردنظر داریم:

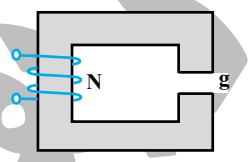
$$V_۲ = ۲V_۱ \;,\; \omega_۲ = \frac{۱}{۲}\omega_۱ \Rightarrow f_۲ = \frac{۱}{۲}f_۱ \;,\; A_۲ = ۲A_۱ \;,\; N_۲ = ۲N_۱ \;,\; x_۲ = ۲x_۱$$

با جایگذاری این مقادیر در روابط فوق داریم:

$$I_۲ = I_۱ \;,\; H_۲ = ۲H_۱$$

ممکن است این سؤال پیش آید که معادله جریان (I) چگونه به دست آمده است. در پاسخ کافی است یک KML در حلقه مدار مغناطیسی نوشته و با توجه به یکسان بودن مشخصه دو فاصله هوایی معادله جریان (I) را به دست آورد.

مثال ۱۳: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر دامنه ولتاژ تغذیه ۲ برابر، فرکانس تغذیه نصف و تعداد دور سیم‌پیچ تحریک‌کننده ۳ برابر گردد، چگالی شار حداکثر، شدت میدان مغناطیسی حداکثر در فاصله هوایی و دامنه جریان عبوری از سیم‌پیچ چه تغییری می‌کنند؟



۱) چگالی $\frac{۴}{۳}$ برابر، شدت میدان $\frac{۴}{۳}$ برابر، جریان $\frac{۴}{۹}$ برابر

۲) چگالی $\frac{۴}{۳}$ برابر، شدت میدان $\frac{۳}{۴}$ برابر، جریان $\frac{۴}{۹}$ برابر

۳) چگالی ثابت، شدت میدان ثابت، جریان $\frac{۴}{۳}$ برابر

۴) چگالی $\frac{۲}{۳}$ برابر، شدت میدان $\frac{۲}{۳}$ برابر، جریان $\frac{۴}{۳}$ برابر

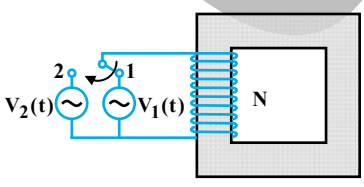
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید روابط مربوط به B_{max}، H_{max} و I_{rms} را برحسب متغیرهای مستقل موردنظر مسئله، یعنی برحسب V_{rms}، f و N به دست آورد. لذا داریم:

$$V_{rms} = ۴/۴۴NfB_{max}A \Rightarrow B_{max} \sim \frac{V_{rms}}{N.f}$$

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu_\circ} = \frac{V_{rms}}{\mu_\circ Nf} \Rightarrow H_{max} \sim \frac{V_{rms}}{N.f} \quad , \quad I_{rms} = \frac{V_{rms}}{j\omega L} = \frac{V_{rms}}{j\omega\frac{N^۲}{R_g}} \Rightarrow I_{rms} \sim \frac{V_{rms}}{f.N^۲}$$

به کمک این سه رابطه از آنجایی که **V_{rms} دو برابر، f نصف و N نیز ۳ برابر شده**، می‌توان فهمید که B_{max} و H_{max} هر دو $\frac{۴}{۳}$ برابر شده در حالی‌که I_{rms} (و یا I_{max}) نسبت به حالت قبل $\frac{۴}{۹}$ برابر می‌گردد.

مثال ۱۴: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر سطح مقطع هسته در همه جای آن یکسان بوده و کلید در وضعیت ۱ باشد چگالی میدان مغناطیسی در هسته ۰/۸T است. با تغییر کلید از وضعیت ۱ به وضعیت ۲ چگالی میدان مغناطیسی هسته برابر چند تسلا می‌شود؟



$V_1(t) = 100\cos(20t + 30^\circ)$

$V_2(t) = 100\cos(40t + 30^\circ)$

۱) ۱/۶

۲) ۱/۲

۳) ۰/۴

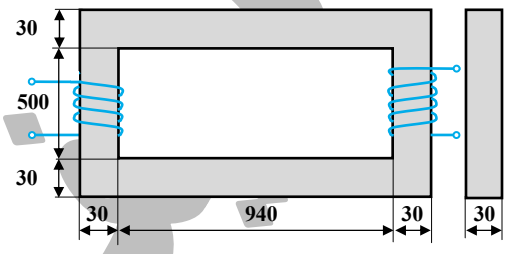
۴) ۰/۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با صرف‌نظر کردن از مقاومت اهمی سیم‌پیچی طبق رابطه $V_{max}=E_{max}=N\omega B_{max}A$ چگالی میدان به صورت $B_{max}=\frac{V_{max}}{N\omega A}$ به دست می‌آید. این رابطه نشان می‌دهد که در تغذیه سینوسی چگالی میدان حداکثر در هسته متناسب با ولتاژ حداکثر بوده اما با عکس فرکانس تغذیه متناسب است، پس داریم:

$$\frac{B_{max_1}}{B_{max_2}}=\frac{V_{max_1}}{V_{max_2}}\frac{\omega_2}{\omega_1}\xrightarrow{\text{در ولتاژ ثابت}}\frac{B_{max_1}}{B_{max_2}}=\frac{\omega_2}{\omega_1}\Rightarrow\frac{0/8}{B_{max_2}}=\frac{40}{20}\Rightarrow B_{max_2}=0/4T$$

دیده می‌شود که با افزایش فرکانس، چگالی میدان کاهش یافته است. از این مطلب در قسمت بعدی که تحلیل تلفات در هسته‌های مغناطیسی است استفاده زیادی می‌شود لذا آن را به خوبی یاد بگیرید.

مثال ۱۵: در یک ترانسفورماتور تکفاز مطابق شکل زیر که کلیه ابعاد برحسب میلیمتر است، رابطه بین چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی در هسته به صورت $H=B-\frac{1}{6}B^3$ داده شده است. سیم‌پیچ اولیه به ولتاژ سینوسی با فرکانس ۵۰ هرتز و مقدار حداکثر 180π ولت وصل می‌شود. اگر چگالی شار ماکزیمم (B_{max}) در هسته۲ تسلا باشد، جریان موثر ورودی برحسب میلی آمپر چقدر است؟



۱) $\sqrt{2}$

۲) $2\sqrt{5}$

۳) $5\sqrt{2}$

۴) $\sqrt{5}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چون ولتاژ تغذیه مدار سینوسی است با صرف‌نظر کردن از مقاومت اهمی سیم‌بندی‌ها داریم:

$$\begin{cases}V_{max}=E_{max}=2\pi fN\varphi_{max}\\ \varphi_{max}=B_{max}A=2\times(30\times10^{-3})^2=1/8\times10^{-3}\ Wb\end{cases}\Rightarrow N=\frac{180\pi}{2\pi\times50\times1/8\times10^{-3}}=1000\ \text{دور}$$

همچنین با توجه به ابعاد مدار مغناطیسی طول متوسط هسته برابر است با: $L_{av}=(2\times970)+(2\times530)=3000\,mm=3m$

از آنجائیکه تحریک مدار متغیر با زمان است باید از مقادیر لحظه‌ای B و H استفاده نمود لذا با فرض سینوسی بودن چگالی میدان مغناطیسی (ناشی از سینوسی بودن ولتاژ تغذیه) داریم:

$$B=B_{max}\sin\omega t\xrightarrow{\text{معادله B–H}}H=B_{max}\sin\omega t-\frac{1}{6}(B_{max}\sin\omega t)^3=B_{max}\sin\omega t-\frac{1}{6}B_{max}^3\sin^3\omega t$$

با استفاده از بسط مربوط به $\sin^3\omega t$ داریم: (توجه: $\sin^3x=\frac{3}{4}\sin x-\frac{1}{4}\sin3x$)

$$H=B_{max}\sin\omega t-\frac{1}{6}B_{max}^3\left(\frac{3}{4}\sin\omega t-\frac{1}{4}\sin3\omega t\right)$$

$$=\left(B_m-\frac{1}{8}B_{max}^3\right)\sin\omega t+\frac{1}{24}B_{max}^3\sin3\omega t\xrightarrow{B_m=2T}H=\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin3\omega t$$

در تحریک سینوسی باید از مقادیر مؤثر (rms) استفاده نمود لذا:

$$H_{rms}=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{\frac{10}{18}}=\frac{\sqrt{5}}{3}\ \frac{A}{m}$$

با توجه به قانون آمپر یا همان KVL مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$H_{rms}.L_{av}=Ni_{rms}\Rightarrow i_{rms}=\frac{H_{rms}.L_{av}}{N}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}\times3}{1000}=\sqrt{5}\ mA$$

تست‌های تألیفی فصل اول ــ مبحث تلفات انرژی در مدارهای مغناطیسی

مثال ۱: تلفات فوکو و هیسترزیس یک مدار مغناطیسی جریان متناوب در ولتاژ و فرکانس نامی بترتیب برابر $۳۰۰W, ۲۵۰W$ است در صورتیکه ولتاژ نامی و نیز فرکانس تغذیه را دو برابر کنیم تلفات مغناطیسی چند برابر می‌شود؟

۱) تقریباً سه برابر می‌شود.　　۲) تغییری نمی‌کند.　　۳) تقریباً دو برابر می‌شود.　　۴) تقریباً چهار برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» از آنجائیکه در دو آزمایش داده شده $\frac{V}{f}$ ثابت مانده است (زیرا هر دو مقدار V و f دو برابر شده‌اند) داریم:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{P_{h_1}}{P_{h_2}}=\frac{f_1}{f_2}\Rightarrow\frac{۳۰۰}{P_{h_2}}=\frac{f_1}{۲f_1}\Rightarrow P_{h_2}=۶۰۰W\\&\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}}=(\frac{f_1}{f_2})^۲\Rightarrow\frac{۲۵۰}{P_{f_2}}=(\frac{f_1}{۲f_1})^۲\Rightarrow P_{f_2}=۱۰۰۰W\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{P_{c_1}}{P_{c_2}}=\frac{P_{h_1}+P_{f_1}}{P_{f_2}+P_{f_2}}=\frac{۳۰۰+۲۵۰}{۱۰۰۰+۶۰۰}\simeq\frac{۱}{۳}$$

مثال ۲: از دو آزمایش بی‌باری بر روی یک مدار مغناطیسی AC (نظیر ترانسفورماتور تکفاز) نتایج زیر حاصل شده است. تلفات هسته این مدار مغناطیسی در $۵۰Hz$ ، $۲۴۰V$ چند وات است؟

$$\begin{cases}۱۹۰V\ ,\ ۴۰Hz\ ,\ ۴۰W\\ ۲۹۰V\ ,\ ۶۰Hz\ ,\ ۷۵W\end{cases}$$

۱) ۶۳/۵　　۲) ۵۳/۷۵　　۳) ۵۶/۲۵　　۴) ۶۰/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون در هر سه آزمایش نسبت $\frac{V}{f}=\frac{۱۹۰}{۴۰}=\frac{۲۹۰}{۶۰}=\frac{۲۴۰}{۵۰}=۴/۸$ مقدار ثابتی است لذا B_{max} ثابت است پس داریم:

$$P_{mag}=A_hf+A_ff^۲\Rightarrow\begin{cases}۴۰=A_h\times۴۰+A_f\times۴۰^۲\\ ۷۵=A_h\times۶۰+A_f\times۶۰^۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_h=\frac{۱}{۲}\\ A_f=\frac{۱}{۸۰}\end{cases}\Rightarrow P_{mag}\Big|_{\substack{f=۵۰Hz\\V=۲۴۰V}}=(\frac{۱}{۲}\times۵۰)+(\frac{۱}{۸۰}\times۵۰^۲)=۵۶/۲۵W$$

مثال ۳: دو مدار مغناطیسی ۱ و ۲ هر دو دارای هسته با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بی‌نهایت بوده و تعداد دور سیم‌پیچ تحریک آن‌ها نیز برابر است. مدار مغناطیسی ۱ دارای طول متوسطی به اندازه ۲ برابر طول متوسط مدار مغناطیسی ۲ بوده و در عین حال سطح مقطع مدار مغناطیسی ۲ نصف مدار مغناطیسی ۱ است. اگر سیم‌پیچ تحریک هر دو مدار مغناطیسی به منبع ولتاژ مشابه با دامنه و فرکانس یکسان متصل شوند، کدام گزینه زیر صحیح‌تر است؟

۱) تلفات هسته مدار ۱، ۴ برابر مدار ۲ بوده و جریان بی‌باری مدار ۱ نیز ۴ برابر مدار ۲ است.

۲) تلفات هسته مدار ۱، ۴ برابر مدار ۲ بوده و جریان تلفات هسته مدار ۱ نیز ۴ برابر مدار ۲ است.

۳) تلفات هسته این دو مدار با یکدیگر برابر بوده اما جریان مغناطیس‌کننده مدار ۱ دو برابر مدار ۲ است.

۴) تلفات هسته و جریان مغناطیس‌کننده این دو مدار با یکدیگر برابر هستند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چون ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بی‌نهایت است، لذا تلفات هیسترزیس صفر خواهد بود اما تلفات فوکو وجود دارد. لذا:

$$P_c=P_f=V_{core}(Bf)^۲\Rightarrow\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}}=\frac{V_{core_1}}{V_{core_2}}(\frac{B_1f_1}{B_2f_2})^۲$$

از طرفی چون طول و سطح مقطع مدار ۱ دو برابر طول و سطح مقطع مدار ۲ است می‌توان گفت حجم هسته ۱ چهار برابر هسته ۲ بوده و چگالی میدان مغناطیسی مدار ۱ نصف مدار ۲ است. پس داریم:

$$\left.\begin{aligned}&A_1=۲A_2\Rightarrow B_1=\frac{۱}{۲}B_2\\&A_1=۲A_2\ ,\ L_{av_1}=۲L_{av_2}\Rightarrow V_{core_1}=۴V_{core_2}\\&f_1=f_2\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}}=۱$$

بنابراین تلفات هسته هر دو مدار یکسان است از طرفی چون ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی‌نهایت است، جریان مغناطیس‌کننده هر دو مدار همواره صفر می‌باشد.

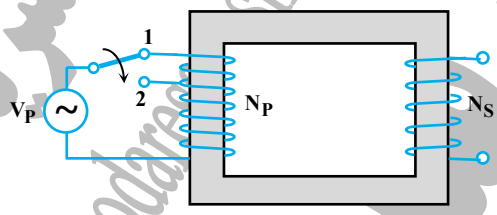
مثال ۴: در ترانسفورماتور تک‌فاز شکل زیر سیم‌بندی اولیه به سیستم تغییردهنده سرک (Tap Changer) متصل است. در بارهای کم کلید تغییردهنده سرک در موقعیت ۱ قرار دارد، اگر در بارهای زیاد به منظور تثبیت ولتاژ خروجی کلید به موقعیت ۲ برود به طوری که ۲۰% از تعداد دور را از مدار خارج کند، تلفات آهنی ترانسفورماتور چه تغییری می‌کند؟ ($P_f \sim B^2f^2$ و $P_h \sim B^2f$ فرض گردد.)

۱) ۵۶/۲۵ درصد کم می‌شود.

۲) ۶۴ درصد کم می‌شود.

۳) ۵۶/۲۵ درصد زیاد می‌شود.

۴) ۶۴ درصد زیاد می‌شود.



☑ **پاسخ:** گزینه «۳» سیستم تغییردهنده سرک مربوط به مبحث ترانسفورمرها بوده که در فصل چهارم مختصراً بررسی خواهد شد که البته دانستن اصول عملکرد و کاربرد آن در این تست نیاز نیست لذا این تست را به صورت یک مدار مغناطیسی ساده که در آن تعداد دور سیم‌بندی تحریک تغییر می‌کند بررسی می‌کنیم. با توجه به روابط داده شده برای P_h و P_f داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_h \sim B^2 f \xrightarrow{B\sim \frac{V}{Nf}} P_h \sim \frac{V_P^2}{N_P^2.f} \\ P_f \sim B^2 f^2 \xrightarrow{B\sim \frac{V}{N.f}} P_f \sim \frac{V_P^2}{N_P^2} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{در ولتاژ و فرکانس ثابت}} \frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{P_{h_1}}{P_{h_2}} = \left(\frac{N_{P_2}}{N_{P_1}}\right)^2$$

با تغییر وضعیت کلید ۲۰% از تعداد دور از مدار خارج شده لذا $N_{P_2} = 0/8 N_{P_1}$ می‌گردد، در نتیجه:

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{P_{h_1}}{P_{h_2}} = (0/8)^2 = 0/64$$

یعنی $P_{f_2} = 1/5625 P_{f_1}$ و $P_{h_2} = 1/5625 P_{h_1}$ می‌گردد. یعنی هر کدام از دو تلف ۵۶/۲۵% زیاد شده پس تلفات آهنی که مجموع این دو تلف است نیز ۵۶/۲۵% زیاد می‌شود.

مثال ۵: در خصوص تلفات هسته در مدارات مغناطیسی کدام گزینه زیر صحیح است؟ (فرض شود ثابت اشتاین متز برابر ۲ است)

۱) اگر فقط فرکانس تغذیه زیاد شود تلفات کل هسته زیاد می‌شود.

۲) اگر فقط ولتاژ تغذیه زیاد شود فقط تلفات فوکو زیاد می‌شود.

۳) افزایش تعداد دور سیم‌بندی تحریک مدار سبب کاهش تلفات هسته می‌شود.

۴) افزایش سطح مقطع هسته سبب افزایش تلفات هسته می‌شود.

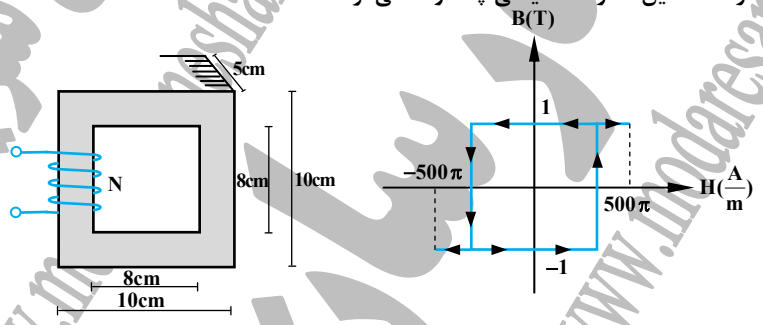
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» جهت بررسی تأثیر عوامل مختلف روی تلفات‌ها بهتر است روابط مربوطه را به صورت زیر بازنویسی کنیم. (جهت سادگی، ثابت اشتاین متز برابر ۲ فرض می‌شود)

$$\left\{\begin{array}{l} P_{fe} = P_f + P_h = K_f B^2 f^2 + K_h B^2 f \\ B = \frac{\varphi}{A} = \frac{V}{4/44NfA} \end{array}\right. \Rightarrow P_{fe} = K_f \left(\frac{V}{4/44NfA}\right)^2 .f^2 + K_h \left(\frac{V}{4/44NfA}\right)^2 f \Rightarrow P_{fe} = \underbrace{K_F \frac{V^2}{N^2A^2}}_{\text{تلفات فوکو}} + \underbrace{K_H \frac{V^2}{N^2A^2f}}_{\text{تلفات هیسترزیس}}$$

طبق این رابطه:

- اگر فقط f زیاد شود (V و A و N ثابت) تلفات فوکو ثابت مانده اما تلفات هیسترزیس کم می‌شود، پس تلفات کل کاهش می‌یابد، لذا گزینه (۱) صحیح نیست.
- اگر فقط V زیاد شود (f و A و N ثابت) هر دو تلفات فوکو و هیسترزیس زیاد می‌شوند، لذا گزینه (۲) صحیح نیست.
- اگر فقط A زیاد شود (f و N و V ثابت) هر دو تلفات فوکو و هیسترزیس کاهش یافته لذا تلفات کل هسته کاهش می‌یابد. لذا گزینه (۴) صحیح نیست.
- اگر فقط N زیاد شود (f و A و V ثابت) هر دو تلفات فوکو و هیسترزیس کاهش یافته در نتیجه تلفات کل هسته کاهش می‌یابد. لذا گزینه (۳) صحیح است.

مثال ۶: مشخصه مغناطیسی مدار مغناطیسی شکل زیر بصورت داده شده می‌باشد، اگر سیم‌پیچ این مدار توسط یک منبع سینوسی با معادله $V(t)=۱۰۰\cos ۵۰۰t$ تغذیه گردد تلفات هیسترزیس ایجاد شده در هسته این مدار مغناطیسی چند وات می‌گردد؟



۱) ۴۵
۲) ۹۰
۳) ۱۸۰
۴) ۲۷۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه تلفات هیسترزیس ابتدا باید سطح حلقه هیسترزیس که بیانگر چگالی انرژی تلف شده در مدار مغناطیسی می‌باشد را محاسبه نمود، چون این حلقه بصورت یک مستطیل داده شده می‌توان نوشت:

$$D_{fld}=(۵۰۰\pi-(-۵۰۰\pi))\times(۱-(-۱))=۲۰۰۰\pi\ \frac{j}{m^۳}$$

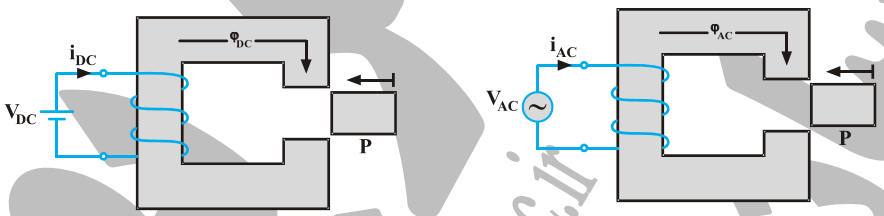
حال باید حجم هسته‌ی مدار مغناطیسی را محاسبه نمود، برای این منظور با توجه به ابعاد داده شده داریم:

$$\begin{cases} L_{av}=[\frac{۱}{۲}(۸+۱۰)]\times ۴=۳۶\,cm \\ A=\frac{۱}{۲}(۱۰-۸)\times ۵=۵\,cm^۲ \end{cases} \Rightarrow V_{core}=L_{av}.A=۳۶\times ۵=۱۸۰\,cm^۳=۱۸۰\times ۱۰^{-۶}\ m^۲$$

از طرفی طبق معادله ولتاژ تغذیه دیده می‌شود که فرکانس ورودی $f=\frac{\omega}{۲\pi}=\frac{۲۵۰}{\pi}Hz$ است لذا:

$$P_h=D_{fld}.f.V_{core}=۲۰۰۰\pi\times\frac{۲۵۰}{\pi}\times۱۸۰\times۱۰^{-۶}=۹۰\,W$$

مثال ۷: در اشکال زیر هر دو سیستم از نظر مغناطیسی و تعداد دور سیم‌بندی‌ها یکسان بوده فقط سیستم (۱) از طریق منبع AC با دامنه حداکثر $\sqrt{۲}V_m$ و سیستم (۲) از طریق منبع DC با دامنه $V_{DC}=V_m$ تغذیه می‌شود اگر قطعه مغناطیسی P در هر دو شکل به سمت چپ حرکت نموده و در فاصله هوایی قرار گیرد جریان سیم‌بندی هر شکل و فوارن هسته چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) i_{AC} کاهش ـ φ_{AC} کاهش ـ i_{DC} کاهش ـ φ_{DC} افزایش
۲) i_{AC} افزایش ـ φ_{AC} افزایش ـ i_{DC} ثابت ـ φ_{DC} کاهش
۳) i_{AC} کاهش ـ φ_{AC} ثابت ـ i_{DC} ثابت ـ φ_{DC} افزایش
۴) i_{AC} افزایش ـ φ_{AC} ثابت ـ i_{DC} ثابت ـ φ_{DC} افزایش

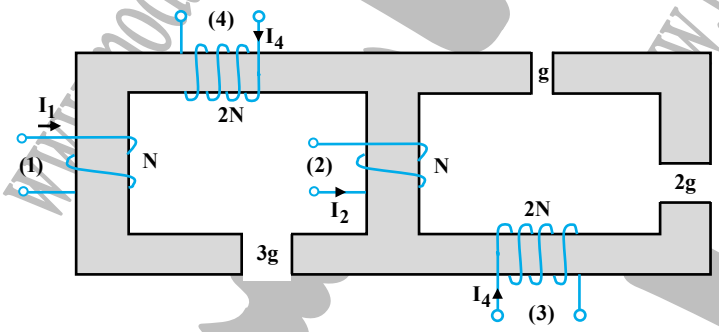
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» بر عکس حالتی که در بالا تحلیل گردید در مدارات با تغذیه AC با کاهش طول فاصله هوایی جریان تغذیه کاهش یافته اما فوران آن ثابت می‌ماند زیرا فوران به دامنه ولتاژ تغذیه وابسته است. در مدارات با تغذیه DC با کاهش طول فاصله هوایی جریان تغذیه ثابت می‌ماند زیرا این جریان فقط به ولتاژ تغذیه و مقاومت اهمی سیم‌بندی بستگی دارد همین‌طور با کاهش طول فاصله هوایی به دلیل کاهش رلوکتانس فوران افزایش می‌یابد.

«آزمون‌های خودسنجی فصل اول»

آزمون (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : A**

۱ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر $L_{۲۳}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲\mu_{\circ}N^{۲}A}{۳g}$

۲) $\frac{\mu_{\circ}N^{۲}A}{۲g}$

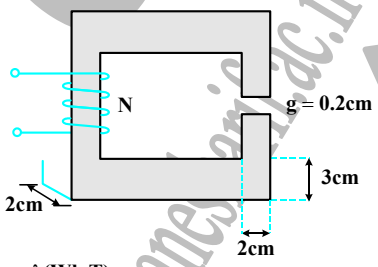
۳) $\frac{۲\mu_{\circ}NA}{۳g}$

۴) $\frac{\mu_{\circ}NA}{۲g}$

۲ـ در یک هسته مغناطیسی تعداد دور سیم‌بندی ۲۰۰ دور و سطح مقطع $۵۰۰mm^{۲}$ بوده و تا چگالی میدان $۰/۸T$ رلوکتانس آن صفر است. حداکثر دامنه موج مستطیل شکلی که دارای فرکانس $۵۰Hz$ است، چقدر باشد تا چگالی شار از $۰/۸T$ تجاوز نکند؟

۱) ۳۲V ۲) ۶۴V ۳) ۸V ۴) ۱۶V

۳ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر در نظر گرفتن اثر پراکندگی شار در فاصله هوایی چند درصد اندوکتانس سیم‌پیچ را تغییر می‌دهد؟ (ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت فرض گردد.)



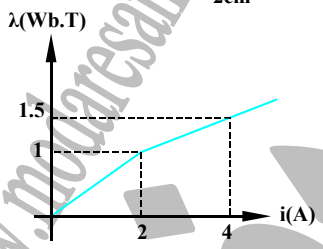
۱) ۲۱% افزایش می‌دهد.

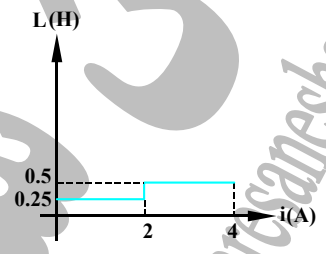
۲) ۲۱% کاهش می‌دهد.

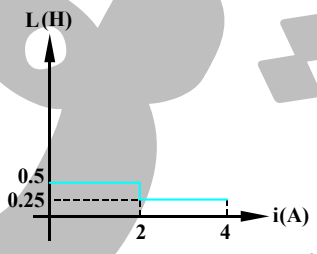
۳) ۱۰% افزایش می‌دهد.

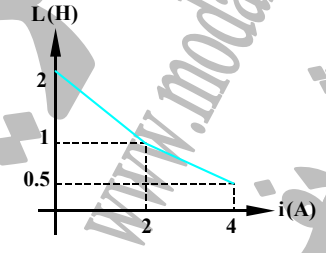
۴) ۱۰% کاهش می‌دهد.

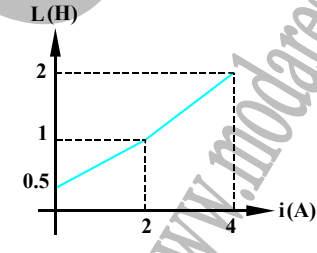
۴ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک هسته مغناطیسی به صورت شکل زیر داده شده است. پیرامون این هسته یک سیم‌پیچ N دوری پیچیده شده است. کدام گزینه منحنی تغییرات اندوکتانس این سیم‌بندی را نسبت به تغییرات جریان عبوری از آن نشان می‌دهد؟



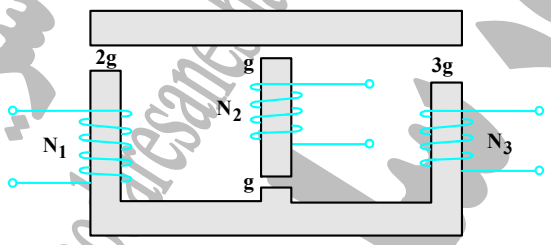
۱)


۲)


۳)


۴)


۵ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت و سطح مقطع آن در همه جا ثابت و برابر A فرض می‌شود. $L_{۲۳}$ در این مدار برابر کدام گزینه است؟



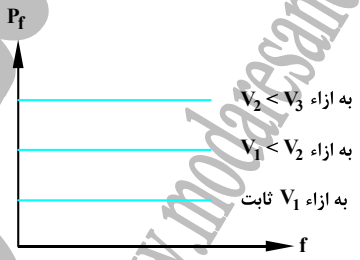
۱) $\frac{۱}{g}N_۲N_۳\mu_۰A$

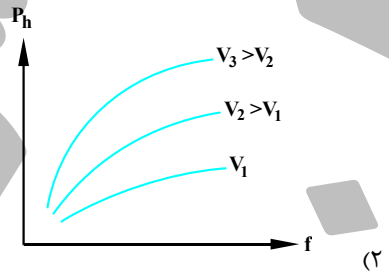
۲) $\frac{۱}{۸g}N_۲N_۳\mu_۰A$

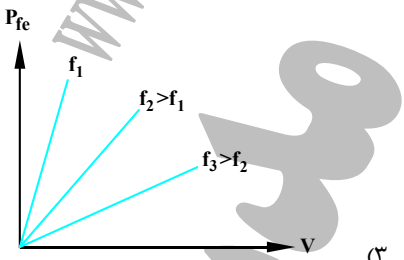
۳) $\frac{۵}{۶g}N_۲N_۳\mu_۰A$

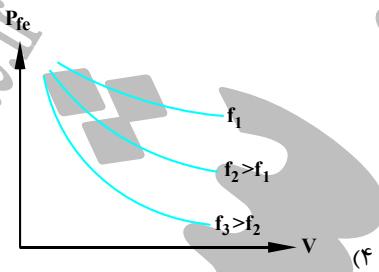
۴) $\frac{۳}{۷g}N_۲N_۳\mu_۰A$

۶ـ در یک مدار مغناطیسی دامنه ولتاژ و همینطور فرکانس اعمالی به سیم‌پیچ تحریک‌کننده در چند مرحله تغییر می‌نماید. کدام گزینه زیر در خصوص تلفات این مدار مغناطیسی صحیح است؟ (ثابت اشتاین متز برابر ۲ فرض شود)

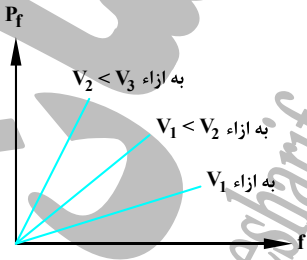
۱)


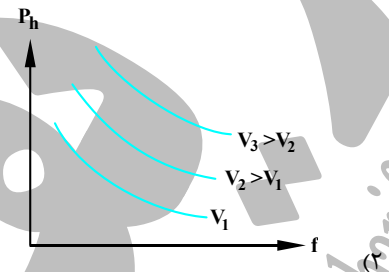
۲)


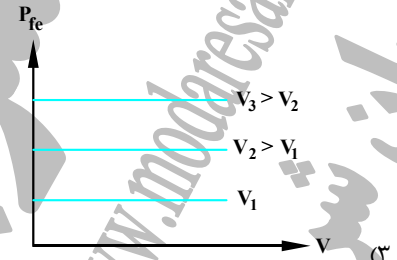
۳)


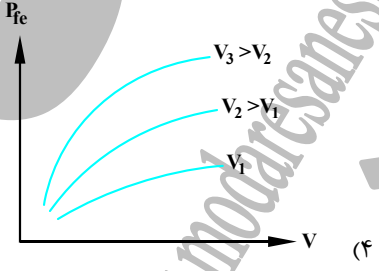
۴)


۷ـ در یک مدار مغناطیسی دامنه ولتاژ و همینطور فرکانس اعمالی سیم‌پیچ تحریک‌کننده در چند مرحله تغییر می‌کند. کدام گزینه زیر در خصوص تلفات این مدار مغناطیسی صحیح است؟ (ثابت اشتاین متز برابر ۲ فرض شود)

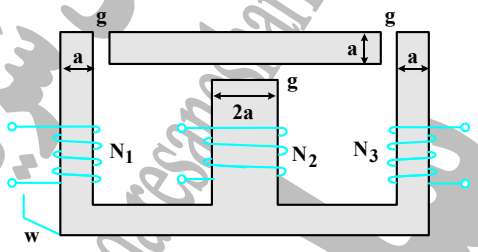
۱)


۲)


۳)


۴)


۸ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بی‌نهایت بوده و تعداد دور سیم‌پیچ‌ها یکسان است. در این صورت اندوکتانس خودی سیم‌پیچ N_2 چند برابر اندوکتانس متقابل سیم‌پیچ‌ها N_2 و N_3 است؟



۱) ۴

۲) $\frac{۱}{۲}$

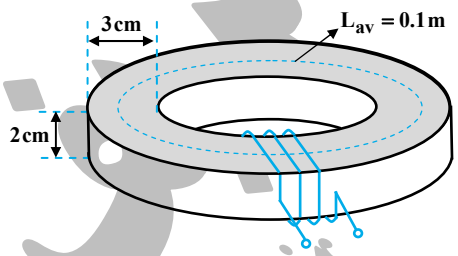
۳) ۲

۴) ۳

۹ـ یک ترانسفورمر تکفاز ۴۰۰V و ۵۰Hz را به منبع ۲۴۰V و ۳۰Hz متصل می‌نماییم. تلفات‌های فوکو و هیسترزیس چند درصد تغییر می‌نمایند؟

۱) ۶۰٪ − ۳۶٪ ۲) ۵۰٪ − ۶۴٪ ۳) ۴۰٪ − ۶۴٪ ۴) ۴۰٪ − ۶۰٪

۱۰ـ در چنبره شکل زیر تعداد دور پیچک برابر ۲۵۰ دور و ضریب نفوذ نسبی هسته برابر ۵۰۰۰ است. چنانچه فرکانس تغذیه سیم بندی ۴۰۰Hz باشد مقدار موثر ولتاژ اعمالی به سیم‌پیچ چند ولت باشد تا چگالی میدان در هسته برابر ۱/۵T گردد؟ (مقاومت سیم‌بندی قابل اغماض است).



۱) ۴۰۰V

۲) ۲۵۰V

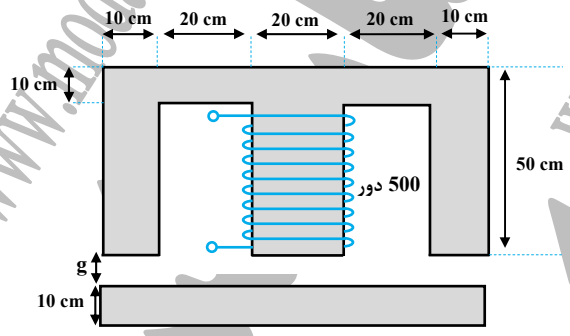
۳) ۱۳۸V

۴) ۴۳۱V

آزمون (۲)

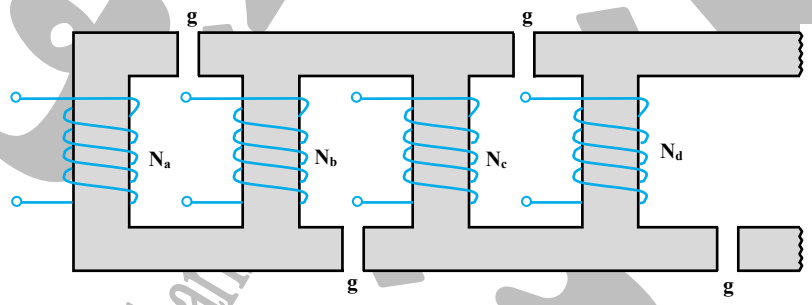
تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : B**

۱ـ در آهنربای الکتریکی شکل زیر مقاومت مغناطیسی هسته تا چگالی شار $1/4T$ قابل صرفنظر کردن است. حداکثر طول فاصله هوایی چقدر باشد تا توسط جریان $20A$ چگالی شار $1/4T$ حاصل شود؟ (عمق هسته در همه جا یکسان فرض شود)



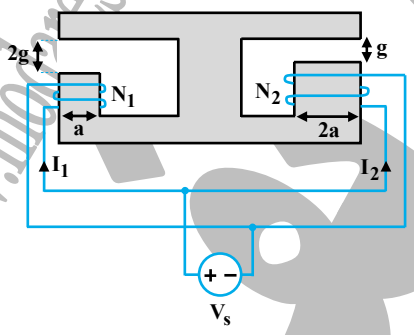
۱) ۶mm
۲) ۴/۵mm
۳) ۳mm
۴) ۱/۵mm

۲ـ هسته ایده‌آل شکل زیر تا بی‌نهایت ادامه دارد. چنانچه L_{aa} اندوکتانس خودی سیم‌پیچ a و L_{ab} اندوکتانس متقابل بین دو سیم‌پیچ‌های a و b باشند کدامیک از روابط زیر صحیح است؟



۱) $L_{aa} = (N_a N_b N_c ...) L_{ab}$
۲) $L_{aa} = \frac{N_a}{N_b} L_{ab}$
۳) $L_{aa} = \frac{N_b}{N_a} L_{ab}$
۴) $L_{aa} = \sqrt{N_a N_b N_c ...} L_{ab}$

۳ـ در مدار مغناطیسی زیر، ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بسیار بزرگ و مقاومت سیم‌پیچ‌ها ناچیز است در این صورت $\frac{|\vec{I}_2|}{|\vec{I}_1|}$ کدام است؟



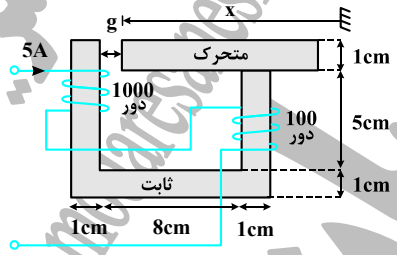
۱) $4(\frac{N_1}{N_2})^2$
۲) $\frac{1}{4}(\frac{N_2}{N_1})^2$
۳) $4(\frac{N_2}{N_1})^2$
۴) $\frac{1}{4}(\frac{N_1}{N_2})^2$

۴ـ آزمایش‌های زیر روی یک ترانسفورمر تکفاز انجام شده است در این صورت P_{fe_2} چقدر خواهد بود؟

آزمایش \ پارامترها	$V_1^{(V)}$	$f_1^{(Hz)}$	$P_c^{(W)}$
آزمایش اول	۲۴۰	۴۰	۱۰۰
آزمایش دوم	۱۸۰	۳۰	۷۰
آزمایش سوم	۳۰۰	۵۰	P_{fe_2}

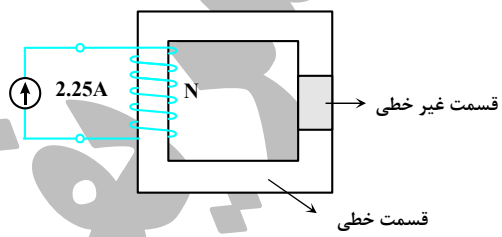
۱) ۱۲۰W
۲) ۱۳۴W
۳) ۱۴۰W
۴) ۱۴۴W

۵ـ مدار مغناطیسی شکل زیر دارای هسته‌ای با مشخصه غیرخطی است، به طوری که رابطه بین چگالی میدان و شدت میدان مغناطیسی در آن به صورت $B = ۰/۰۱\sqrt{H}$ است. اگر قسمت متحرک هسته بتواند در راستای محور x حرکت کند، به ازاء چه مقداری از g چگالی میدان ۱ T در فاصله هوایی ایجاد می‌گردد؟ جهت سادگی محاسبات $\mu_۰ = ۱۰^{-۶}\ \frac{H}{m}$ فرض گردد و طول فاصله هوایی بسیار ناچیز است.



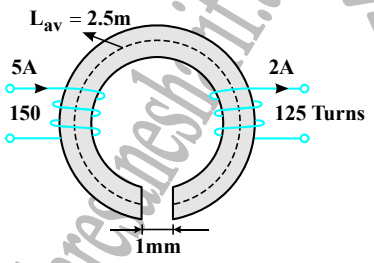
۱) ۲/۵ mm
۲) ۱/۵ mm
۳) ۵ mm
۴) ۳ mm

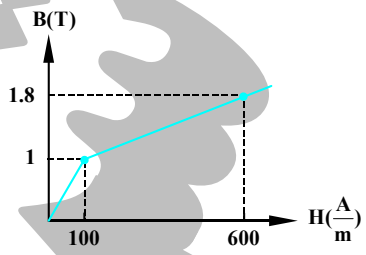
۶ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر سطح مقطع در همه جا $۵cm^۲$ است. هسته دارای دو قسمت بوده بطوریکه قسمت خطی دارای طول متوسط ۲۰cm و ضریب نفوذ مغناطیسی $۱۰^{-۳}\ \frac{H}{m}$ است. در قسمت غیرخطی، مشخصه مغناطیسی بصورت $\varphi = \frac{۰/۱\theta_m}{\theta_m - ۲۰}$ (بر حسب mWb) است. اگر بخواهیم چگالی میدان در ناحیه خطی ۱ T باشد چند دور سیم‌پیچ تحریک نیاز داریم؟



۱) ۲۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۱۰۰

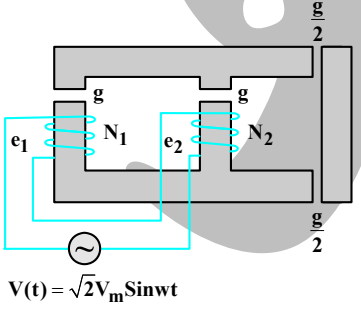
۷ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر جریان عبوری از سیم‌پیچ‌های تحریک‌کننده ۵A و ۲A باشند چگالی شار فاصله هوایی چند تسلا است؟ $(\mu_۰ = ۱۰^{-۶}\ \frac{H}{m})$





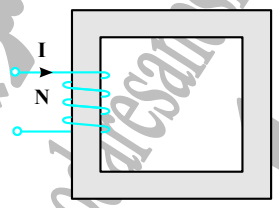
۱) ۰/۲T
۲) ۰/۴T
۳) ۰/۸T
۴) ۱T

۸ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر نسبت ولتاژ القایی در سیم‌پیچ $N_۱$ دوری به سیم‌پیچ $N_۲$ دوری کدام است؟ ضریب نفوذ مغناطیسی هسته در همه جای آن بی‌نهایت فرض می‌شود و سطح مقطع نیز در همه جا یکسان است.



۱) $\frac{۲N_۱^۲ - N_۱N_۲}{۲N_۲^۲ - N_۱N_۲}$
۲) $\frac{N_۱^۲ + ۳N_۱N_۲}{N_۲^۲ + ۳N_۱N_۲}$
۳) $\frac{۳N_۱^۲ - ۲N_۱N_۲}{۳N_۲^۲ - ۲N_۱N_۲}$
۴) $\frac{۲N_۱^۲ + ۲N_۱N_۲}{۳N_۲^۲ + ۲N_۱N_۲}$

۹ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر ابعاد خطی هسته ۲ برابر شود و دامنه ولتاژ تغذیه و فرکانس آن هر دو نصف شوند شدت میدان مغناطیسی در هسته و جریان عبوری از سیم‌پیچ تحریک چند برابر می‌شوند؟ (مشخصه مغناطیسی هسته خطی فرض شود)



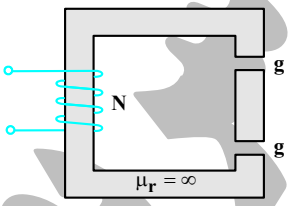
۱) شدت میدان و جریان هر دو $\frac{۱}{۲}$ می‌شوند.

۲) شدت میدان $\frac{۱}{۴}$ و جریان $\frac{۱}{۲}$ می‌شوند.

۳) شدت میدان $\frac{۲}{۳}$ و جریان $\frac{۱}{۵}$ می‌شوند.

۴) شدت میدان و جریان هر دو $\frac{۲}{۳}$ می‌شوند.

۱۰ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر دامنه ولتاژ تغذیه نصف، فرکانس تغذیه دو برابر و تعداد دور سیم‌پیچ $\frac{۱}{۳}$ گردد و همزمان طول هر یک از فواصل هوایی ۲ برابر شود، شدت میدان مغناطیسی حداکثر و دامنه جریان منبع چه تغییری می‌کنند؟



۱) شدت میدان و جریان هر دو ۲۵٪ کاهش می‌یابند.

۲) شدت میدان ۲۵٪ کاهش یافته و جریان ۳۰۰٪ کاهش می‌یابد.

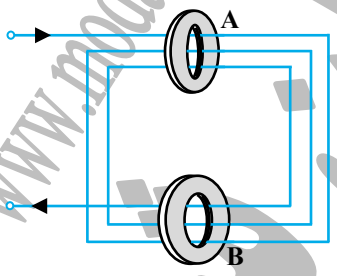
۳) شدت میدان و جریان هر دو ۲۰٪ کاهش می‌یابند.

۴) شدت میدان ۲۵٪ کاهش یافته و جریان ۴۵۰٪ رشد می‌نماید.

آزمون (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : C**

۱ـ یک پیچک N دوری در روی دو هسته چنبره‌ای مطابق شکل زیر پیچیده شده است. هسته A دارای قطر متوسط ۲۰mm و سطح مقطع ۲۰۰ mm^2 بوده و هسته B دارای قطر متوسط ۶۰mm و سطح مقطع ۵۰۰ mm^2 است. اگر ضریب نفوذ نسبی هردو هسته برابر ۱۰۰۰ بوده و جریان سیم‌پیچی ۶A و شار دور سیم‌بندی ۰/۲Wb باشد تعداد دور سیم‌بندی چقدر است؟

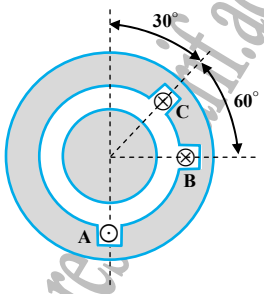


۱) ۱۹۰
۲) ۹۵
۳) ۴۷/۵
۴) ۴۷۵

۲ـ یک هسته مغناطیسی با سطح مقطع یکنواخت $10cm^2$ از دو قسمت خطی و غیرخطی تشکیل شده و یک سیم‌پیچ ۵۰ دور بر روی آن قرار دارد. طول مسیر خطی ۲۰cm، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آن $\mu = 1200\times10^{-4}\ \frac{H}{m}$ و رابطه شار مغناطیسی (φ_m) و افت پتانسیل اسکالر مغناطیسی (V_m) در قطعه مغناطیسی غیرخطی به صورت $\varphi_m = (V_m + 0/025V_m^2)\times10^{-4}$ است. در این صورت اگر جریان عبوری از سیم‌بندی 1A باشد چگالی شار ایجاد شده در هسته چند تسلا است؟

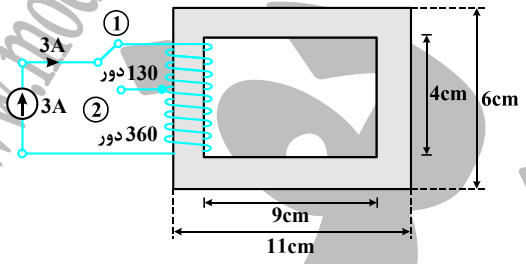
۱) 1T ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۷۵

۳ـ در ماشین الکتریکی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت و طول فاصله هوایی بسیار کوچک است. یکبار از هادی‌های A و B و بار دیگر هادی‌های A و C جریانی برابر I عبور می‌کند، نسبت حداقل چگالی میدان در حالت دوم به حداقل چگالی میدان در حالت اول کدام است؟



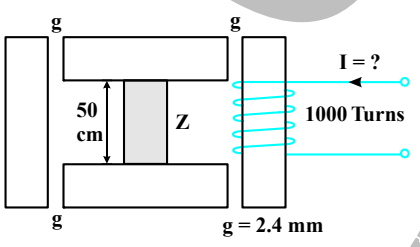
۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{9}{7}$

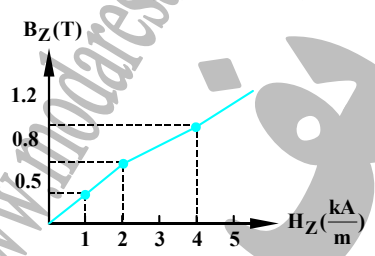
۴ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر مشخصه اشباع به صورت $B = 0/02\sqrt{H}$ فرض می‌گردد. اگر کلید از وضعیت ۱ به ۲ تغییر نماید، اندوکتانس ورودی چقدر تغییر می‌نماید؟



۱) ۴۷% کم می‌شود.
۲) ۵۳% کم می‌شود.
۳) ۶۳% کم می‌شود.
۴) ۳۷% کم می‌شود.

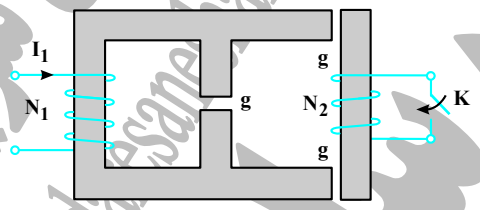
۵ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی در همه جای هسته مغناطیسی (بجز ناحیه غیرخطی z) بی‌نهایت فرض شده و سطح مقطع نیز در همه جا ثابت و برابر $10cm^2$ است. قطعه غیرخطی z دارای طول متوسط 5cm بوده و مشخصه مغناطیسی آن به صورت منحنی داده شده است. اگر بخواهیم شار عبوری از قطعه غیرخطی 1mWb باشد چند آمپر باید از سیم‌پیچ تحریک ۱۰۰۰ دوری مدار عبور داد؟ ($\pi \simeq 3$)





۱) ۵
۲) ۳
۳) ۷
۴) ۱۰

۶ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر کلید K به مدت طولانی باز بوده است. اگر این کلید بسته شود جریان عبوری از سیم‌پیچی N_1 در حالت دائمی چند برابر خواهد شد؟



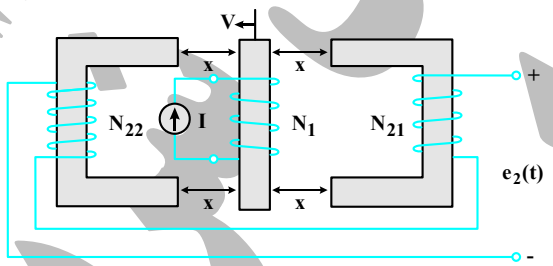
۱) $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود

۲) $\frac{۱}{۲}$ برابر می‌شود

۳) ۱/۵ برابر می‌شود

۴) دو برابر می‌شود

۷ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته در همه جا بی‌نهایت فرض می‌شود. سطح مقطع هسته نیز در تمامی شاخه‌ها یکسان و برابر A است. اگر شاخه وسط با سرعت خطی V به سمت چپ حرکت کند معادله ولتاژ $e_2(t)$ با پلاریته نشان داده شده در حین حرکت کدام است؟



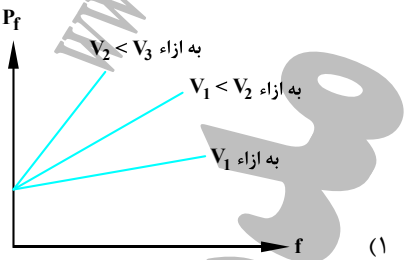
۱) $\frac{۱}{۲}N_۱\mu_۰A\frac{V}{x}(N_{۲۲}+۲N_{۲۱})$

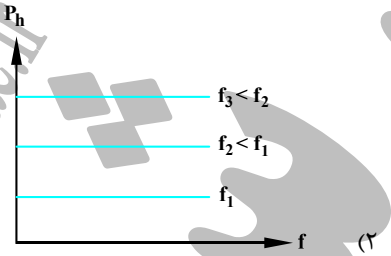
۲) $\frac{۱}{۲}N_۱\mu_۰A\frac{V}{x}(N_{۲۲}-۲N_{۲۱})$

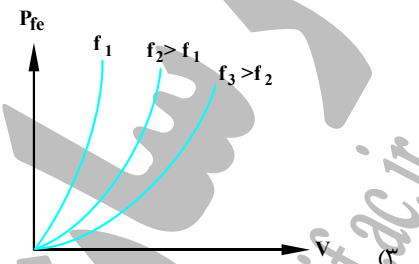
۳) $\frac{۱}{۲}N_۱\mu_۰A\frac{V}{x}(N_{۲۲}+N_{۲۱})$

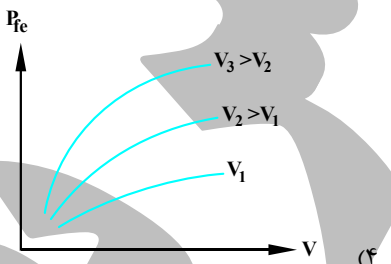
۴) $\frac{۱}{۲}N_۱\mu_۰A\frac{V}{x}(N_{۲۲}-N_{۲۱})$

۸ـ در یک مدار مغناطیسی دامنه ولتاژ و همینطور فرکانس اعمالی به سیم‌پیچ تحریک‌کننده در چند مرحله تغییر می‌کند. کدام گزینه زیر در خصوص تلفات این مدار مغناطیسی صحیح است؟ (ثابت اشتاین متز برابر ۲ فرض می‌شود)

۱)


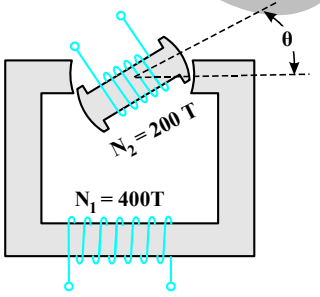
۲)


۳)


۴)


۹ـ در شکل زیر دو آزمایش مدار باز صورت گرفته است. در هر دو آزمایش رتور در یک موقعیت مفروض ساکن است و فرکانس نیز ۵۰ Hz است. با توجه به نتایج داده شده ماتریس اندوکتانس این سیستم کدام است؟ (از مقاومت اهمی سیم‌پیچ‌ها صرف‌نظر شده است)

	$V_s(V)$	$I_s(A)$	$V_r(V)$	$I_r(A)$
آزمایش (۱) ـ رتور مدار باز است	۶۲/۸	۱	۲۵/۱۲	۰
آزمایش (۲) ـ استاتور مدار باز است		۰	۳۱/۴	۲/۵



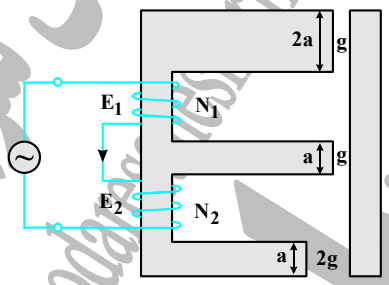
۱) $\begin{bmatrix} ۰/۱ & ۰/۰۸ \\ ۰/۰۸ & ۰/۰۲ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۰/۱ & ۰/۰۶ \\ ۰/۰۶ & ۰/۰۲ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۰/۲ & ۰/۰۶ \\ ۰/۰۶ & ۰/۰۴ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۰/۲ & ۰/۰۸ \\ ۰/۰۸ & ۰/۰۴ \end{bmatrix}$

۱۰ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر عمق هسته در همه جا یکسان و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بی‌نهایت فرض می‌شود. اگر از مقاومت اهمی سیم‌پیچ‌ها صرف‌نظر شود، با فرض $N_2 = 2N_1$ نسبت $\frac{|\bar{E}_1|}{|\bar{E}_2|}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) ۱

پاسخنامه آزمون‌های خودسنجی فصل اول

پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۱»	۲ـ گزینه «۳»	۳ـ گزینه «۱»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۲»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۲»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۳»	۱۰ـ گزینه «۱»

پاسخنامه آزمون (۲)

۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۲»
۶ـ گزینه «۴»	۷ـ گزینه «۲»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۴»

پاسخنامه آزمون (۳)

۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۳»	۳ـ گزینه «۱»	۴ـ گزینه «۴»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۴»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۴»	۱۰ـ گزینه «۳»

فصل دوم

«اصول تبدیل انرژی الکترومکانیکی»

تست‌های تألیفی فصل دوم ــ مبحث اصول اولیه و بررسی مبدل‌های یک تحریکه

مثال ۱: منحنی $(\lambda - i)$ یک مدار مغناطیسی مطابق شکل زیر است. برای نقطه b انرژی W_{fld} و کوانرژی W'_{fld} مدار بترتیب کدامیک از مقادیر زیر هستند:

۱) ۱/۵ ژول و ۱/۵ ژول

۲) ۱/۲۵ ژول و ۱/۷۵ ژول

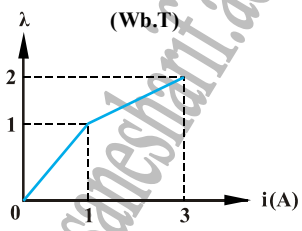
۳) ۱/۱ ژول و ۱/۹ ژول

۴) ۰/۸ ژول و ۱/۲ ژول

پاسخ: گزینه «۲» در این شکل نیز منحنی $\lambda - i$ به ازاء یک x خاص (که مشخص نیست) داده شده است لذا از آنجایی که سطح بالای منحنی $\lambda - i$ انرژی و سطح زیر منحنی $\lambda - i$ همان کوانرژی ذخیره شده در میدان است داریم:

$$W_{fld} = (\frac{1}{2}\times 1) + (\frac{1+2}{2}\times 0/5) = 1/25 \text{ j} \quad , \quad W'_{fld} = (\frac{1}{2}\times 1) + (\frac{1+1/5}{2}\times 1) = 1/75 \text{ j}$$

مثال ۲: در یک مدار مغناطیسی مشخصه شار دور ــ جریان به صورت شکل زیر داده شده است، نسبت انرژی ذخیره شده در مدار در بازه جریان ۰A تا ۱A به انرژی ذخیره شده در آن در بازه جریان ۱A تا ۳A کدام است؟



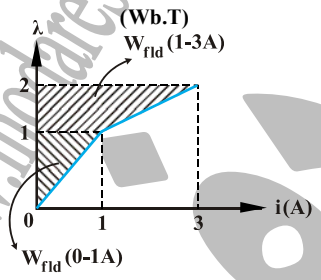
۱) ۴

۲) ۰/۲۵

۳) ۰/۵

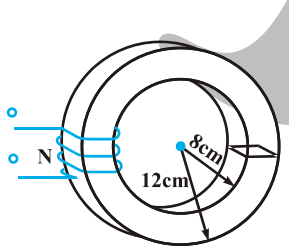
۴) ۲

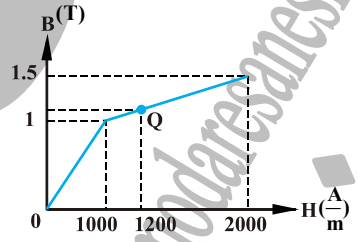
پاسخ: گزینه «۲» انرژی ذخیره شده همواره برابر سطح بالای منحنی $\lambda - I$ می‌باشد لذا داریم:



$$\frac{W_{fld}(0-1A)}{W_{fld}(1-3A)} = \frac{\frac{1}{2}\times 1\times 1}{\frac{(1+3)}{2}\times 1} = 0/25$$

مثال ۳: در مدار مغناطیسی شکل زیر با مشخصه اشباع داده شده انرژی ذخیره شده کل در نقطه کار Q چند میلی ژول است. (سطح مقطع هسته را مربع فرض نموده و جهت سادگی محاسبات $\pi = 3$ فرض شود)





۱) ۱۴۶

۲) ۲۹۲

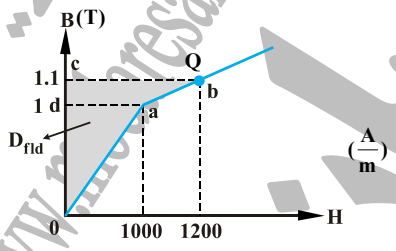
۳) ۵۸۵

۴) ۱۱۷۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی برابر سطح بالای منحنی $\lambda - I$ است، اما چون منحنی داده شده مربوط به $B-H$ است لذا ابتدا سطح بالای آن را که همان چگالی انرژی ذخیره شده می‌باشد به دست آورده و سپس با ضرب نمودن در حجم متوسط هسته انرژی مغناطیسی کل به دست می‌آید. دقت شود که چون نقطه کار در میان منحنی داده شده باید سطح بالای منحنی را تا نقطه کار محاسبه نمود.

معادله پاره‌خط دوم: $B-1=\frac{1/5-1}{2000-1000}(H-1000) \Rightarrow B=5\times10^{-4}H+0/5$

با توجه به $H=1200\frac{A}{m}$ در نقطه کار داده شده داریم:



$$H=1200\frac{A}{m} \Rightarrow B=(5\times10^{-4}\times1200)+0/5=1/1T$$

$$D_{fld}=S_{oabcdo}=(\frac{1000\times1}{2})+(\frac{(1000+1200)\times0/1}{2})=610\frac{j}{m^3}$$

حجم هسته نیز برابر است با:

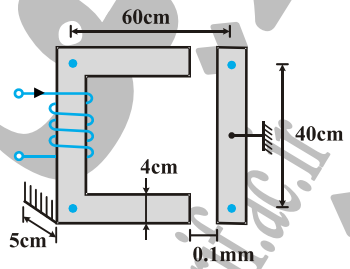
$$V_c=L_{av}\times A=2\pi r_{av}\times A=2\pi(\frac{r_1+r_2}{2})\times A=2\pi(\frac{8+12}{2})\times(12-8)^2=960cm^3$$

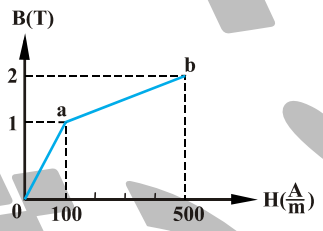
با توجه به این حجم و چگالی انرژی به دست آمده داریم:

$$W_{fld}=D_{fld}.V_c=610\times(960\times10^{-6})=585/6mj$$

مثال ۴: در مدار مغناطیسی شکل زیر جوشن در وضعیت باز خود محکم شده و اجازه حرکت ندارد. اگر مشخصه مغناطیسی هسته به صورت داده شده باشد و جریان سیم‌پیچی طوری تنظیم شود که چگالی میدان در فاصله هوایی برابر ۱/۲T گردد. مجموع انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی چند میلی ژول است. ($\mu_0=1/2\times10^{-6}\frac{H}{m}$)

۱) ۴۳۲
۲) ۷۲
۳) ۳۱۲
۴) ۵۵۲

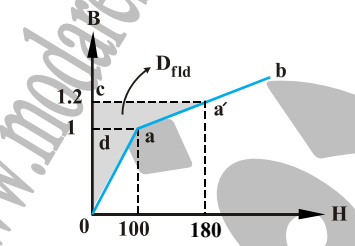




☑ **پاسخ:** گزینه «۴» انرژی ذخیره شده در این مدار مغناطیسی از دو قسمت تشکیل شده است، یکی در فاصله هوایی ($W_{fld_{ag}}$) و دیگری در هسته (W_{fld_c}) لذا باید این دو انرژی را محاسبه و با یکدیگر جمع نمود. دقت شود که چون مشخصه $B-H$ داده شده است باید ابتدا با محاسبه سطح بالای آن چگالی انرژی را محاسبه نمود:

معادله خط ab: $B-1=\frac{2-1}{500-100}(H-100) \Rightarrow B=\frac{1}{400}H+\frac{3}{4}$

با توجه به اینکه چگالی میدان در مقدار ۱/۲T ثابت نگاه داشته شده داریم:



$$B=1/2T \Rightarrow 1/2=\frac{1}{400}H+\frac{3}{4} \Rightarrow H=180\frac{A}{m}$$

$$D_{fld_c}=S_{oaa'cdo}=(\frac{1\times100}{2})+(\frac{(100+180)\times0/2}{2})=78\frac{j}{m^3}$$

حجم هسته نیز برابر است با:

$$V_c=(2\times(60+40))\times(5\times4)\times10^{-6}=4\times10^{-3}\ m^3$$

با ضرب کردن این حجم در چگالی انرژی داریم:

$$W_{fld_c}=D_{fld_c}.V_c=78\times4\times10^{-3}=0/312\,j$$

برای محاسبه انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی چون همواره منحنی مغناطیسی فاصله هوایی به صورت خطی است می‌توان از روابط ساده‌ای که قبلاً نیز معرفی شده به صورت زیر استفاده نمود:

$$V_{ag}=2\times(L_{ag}.A)=2(0/1\times10^{-3}\times(4\times5\times10^{-4})=4\times10^{-7}\ m^3$$

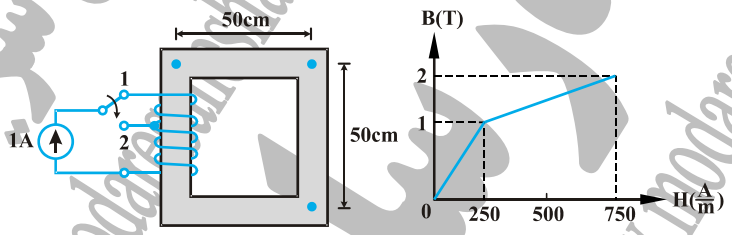
با جایگذاری این حجم در رابطه $W_{fld_{ag}}$ داریم:

$$W_{fld_{ag}}=\frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_0}V_{ag}=\frac{1}{2}\times\frac{1/2^2}{1/2\times10^{-6}}\times4\times10^{-7}=0/24\,j$$

حال کافی است مجموع انرژی ذخیره شده در هسته و فاصله هوایی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$W_{fld}=W_{fld_c}+W_{fld_{ag}}=0/312+0/24=0/552j=552mj$$

مثال ۵: در مدار مغناطیسی شکل زیر سیم‌پیچی دارای دو سرک (tap) است به طوریکه یکی روی ۱۰۰۰ دور و دیگری روی ۵۰۰ دور است. اگر کلید K از وضعیت ۱ به ۲ تغییر حالت پیدا کند تغییرات انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی چند میلی ژول می‌گردد. (سطح مقطع هسته را همه‌جا برابر $10\,cm^2$ فرض کنید.)



۱) ۳۷۵
۲) ۱۸۷/۵
۳) -۳۷۵
۴) -۱۸۷/۵

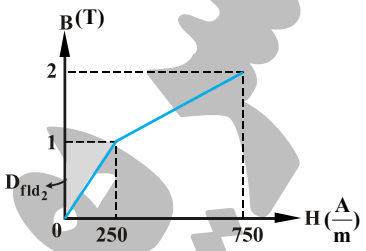
پاسخ: گزینه «۳» اگر کلید در وضعیت (۱) قرار داشته باشد، شدت میدان مغناطیسی در هسته برابر است با:

$$H=\frac{NI}{L_{av}}=\frac{1000\times1}{2\times(50+50)\times10^{-2}}=500\frac{A}{m}$$

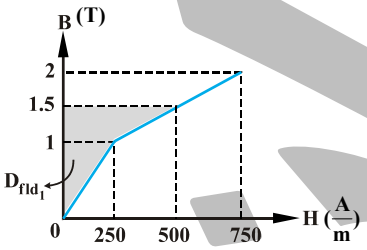
و به طور مشابه اگر کلید در وضعیت (۲) قرار داشته باشد، شدت میدان مغناطیسی در هسته برابر است با:

$$H=\frac{500\times1}{2(50+50)\times10^{-2}}=250\frac{A}{m}$$

با اعمال این اعداد به منحنی $B-H$ داریم:



«منحنی B-H در وضعیت ۲»



«منحنی B-H در وضعیت ۱»

$$D_{fld_1}=(\frac{1\times250}{2})+(\frac{250+500}{2}\times0/5)=312/5\frac{j}{m^3}$$

$$D_{fld_2}=\frac{1\times250}{2}=125\frac{j}{m^3}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده چگالی انرژی بین دو حالت برابر است با:

$$\Delta D_{fld}=D_{fld_2}-D_{fld_1}=125-312/5=-187/5\frac{j}{m^3}$$

$$\Delta W_{fld}=\Delta D_{fld}.V_c=-187/5\times(2\times(50+50)\times10\times10^{-6}))=-375\,mj$$

این انرژی در هنگام تغییر حالت کلید موجب ایجاد جرقه در آن می‌شود.

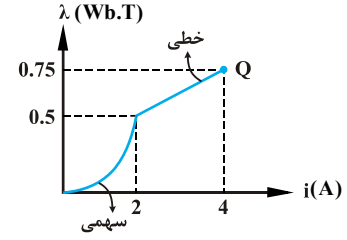
مثال ۶: در یک هسته فرومغناطیسی رابطه شار دور ـ جریان به طور تقریبی به صورت $\lambda = N\varphi = 4(i)^{\frac{1}{3}}$ می‌باشد. در صورتیکه N تعداد حلقه‌های هادی روی هسته فرومغناطیسی و i جریان عبوری از هادی‌ها باشد، انرژی ذخیره شده در سیستم مغناطیسی، وقتی که جریان i برابر ۸A است چند ژول می‌شود؟

۱) ۸　　۲) ۴　　۳) ۱۶　　۴) ۱۲

پاسخ: گزینه «۳» همانطور که ذکر شد در حالت کلی $\lambda=\lambda(i,x)$ می‌باشد اما معادله داده شده در صورت تست به صورت $\lambda=\lambda(i)$ داده شده یعنی به ازاء یک x ثابت ارائه شده پس با این رابطه مشکلی نداریم. برای حل تست باید سطح بالای نمودار $\lambda-i$ را که همان انرژی ذخیره شده در میدان است به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{cases}W_{fld}=\int_0^{\lambda} id\lambda\\ \lambda=4\,i^{\frac{1}{3}}\Rightarrow d\lambda=\frac{4}{3}i^{-\frac{2}{3}}di\end{cases}\Rightarrow W_{fld}=\int_0^{i} i(\frac{4}{3}i^{-\frac{2}{3}}di)=\int_0^{8}\frac{4}{3}i^{\frac{1}{3}}di=i^{\frac{4}{3}}\Big|_0^{8}=16\ j$$

مثال ۷: مشخصه شار دور ـ جریان در یک مدار مغناطیسی به صورت شکل زیر داده شده است. شبه انرژی ذخیره شده در این مدار مغناطیسی در نقطه کار داده شده چند ژول است؟



۱) $\frac{19}{12}$
۲) $\frac{11}{12}$
۳) $\frac{13}{12}$
۴) $\frac{17}{12}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید معادله λ برحسب i را در بازه‌های داده شده به دست آورد. برای این منظور با توجه به اینکه در بازه $0-2A$ منحنی به صورت سهمی بوده و مقادیر حدی آن $(0-0)$ و $(2-0/5)$ در دسترس است می‌توان نوشت:

$$\text{فرم کلی سهمی } \lambda = ai^2 \xrightarrow{i=2 \Rightarrow \lambda=0/5} 0/5 = a\times 2^2 \Rightarrow a=\frac{1}{8} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{8}i^2$$

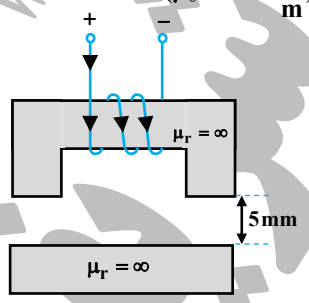
به طور مشابه در قسمت دوم یعنی بازه $2-4A$ که تابع خطی است، داریم:

$$\lambda - 0/5 = \frac{0/75-0/5}{4-2}(i-2) \Rightarrow \lambda = 0/125i + 0/25$$

با توجه به معادلات به دست آمده و استفاده از رابطه کلی محاسبه کوانرژی داریم:

$$W'_{fld} = \int_0^4 \lambda di = \int_0^2 \frac{1}{8}i^2 di + \int_2^4 (0/125i + 0/25)di = \frac{1}{24}i^3\Big|_0^2 + (\frac{0/125}{2}i^2 + 0/25i)\Big|_2^4 = \frac{19}{12}\ j$$

مثال ۸: در آهنربای الکتریکی زیر سطح مقطع مربع شکل و برابر $6\times 6\ cm^2$ است، اگر تعداد دور سیم‌پیچ ۳۰۰ دور و مقاومت آن ۶ اهم باشد، با اعمال ولتاژ DC با دامنه ۱۲۰ ولت به دو سر سیم پیچی، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی چند ژول می‌شود؟ $(\mu_0 \simeq 10^{-6}\ \frac{H}{m})$



۱) ۱۲/۹۶
۲) ۶/۴۸
۳) ۳/۲۴
۴) ۱/۶۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون رلوکتانس مدار مغناطیسی فقط شامل فاصله هوایی است مدار خطی (بدون اشباع) بوده پس می‌توان از روابط مربوط به مدارات خطی استفاده نمود لذا با استفاده از رابطه مربوطه داریم:

$$W_{fld} = \frac{1}{2}\frac{B_{ag}^2}{\mu_0}V_{ag}$$

$$B_{ag} = \frac{\varphi_{ag}}{A} = \frac{NI}{R_{ag}A} = \frac{\mu_0 NI}{2g} = \frac{10^{-6}\times 300\times 20}{2\times 5\times 10^{-3}} = 0/6\ T$$

$$I = \frac{V_{DC}}{R_e} = \frac{120}{6} = 20\ A$$

$$\Rightarrow W_{fld} = \frac{1}{2}\times\frac{0/6^2}{10^{-6}}\times(2\times 6\times 6\times 10^{-4}\times 5\times 10^{-3}) = 6/48\ j$$

مثال ۹: در مثال قبل اگر بجای منبع DC یک منبع سینوسی با دامنه مؤثر $120\ V$ و فرکانس $50\ Hz$ به سیم بندی اعمال شود، انرژی ذخیره شده در میدان چقدر می‌شود؟ ($\pi = 3$ فرض شود)

۱) $6/48\ j$ ۲) $2/83\ j$ ۳) $11/34\ j$ ۴) $1/78\ j$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در تحریک متناوب اندوکتانس سیم‌بندی نیز روی جریان عبوری آن تأثیر می‌گذارد لذا باید مقدار آن را محاسبه نمود پس:

$$L = \frac{N^2}{R_{ag}} = \frac{N^2\mu_0 A_{ag}}{2g} = \frac{300^2\times 10^{-6}\times 6\times 6\times 10^{-4}}{2\times 5\times 10^{-3}} = 32/4\ mH$$

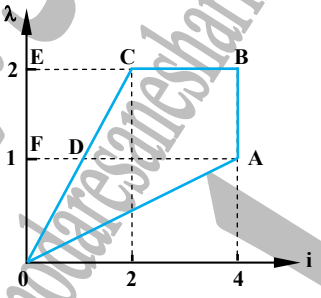
با توجه به این اندوکتانس محاسبه شده و مقاومت اهمی داده شده در مثال قبل امپدانس سیم‌بندی برابر است با:

$$\vec{Z} = R_e + j2\pi fL = 6 + j(2\pi\times 50\times 32/4\times 10^{-3}) = 6 + j9/72\ \Omega$$

$$|\vec{I}_{rms}| = \frac{|\vec{V}_{rms}|}{|\vec{Z}|}\frac{120}{\sqrt{6^2+9/72^2}} = 10/5\ A \Rightarrow B_{rms_{ag}} = \frac{\varphi_{rms}}{A} = \frac{NI_{rms}}{R_{ag}A} = \frac{\mu_0 NI_{rms}}{2g} = \frac{10^{-6}\times 300\times 10/5}{2\times 5\times 10^{-3}} = 0/315\ T$$

$$W_{fld} = \frac{1}{2}\frac{B_{rms_{ag}}^2}{\mu_0}V_{ag} = \frac{1}{2}\times\frac{0/315^2}{10^{-6}}\times(2\times(6\times 6\times 10^{-4})\times 5\times 10^{-3}) = 1/78\ j$$

مثال ۱۰: دوره تبدیل انرژی در یک رله الکترومکانیکی برای حالت‌های باز و بسته جوشن به صورت شکل زیر می‌باشد، در این صورت راندمان تبدیل انرژی برای دوره OABCO کدام است؟



۱) ۱

۲) ۰/۶۶

۳) ۰/۵

۴) ۰/۳۳

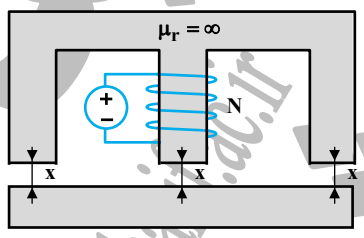
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در یک سیکل کاری داریم:

$$\left.\begin{aligned} W_{mech} &= S_{OABCDO} = [(۴+۲)\times\frac{۱}{۲}\times۲] - (\frac{۱}{۲}\times۴\times۱) = ۴\ j \\ W_{fld} &= S_{ODCEFO} = (\frac{۱}{۲}\times۲\times۲) = ۲\ j \end{aligned}\right\} \Rightarrow W_{elec} = W_{mech} + W_{fld} = ۴+۲ = ۶\ j$$

با توجه به تعریف راندمان تبدیل انرژی می‌توان نوشت:

$$R = \frac{W_{mech}}{W_{elec}} = \frac{۴}{۶} = ۰/۶۶$$

مثال ۱۱: در سیستم الکترومغناطیسی شکل زیر کلیه قطعات آهنی ایده‌آل فرض می‌شوند. اگر فرض شود که فاصله هوائی x به طور خیلی سریع (سرعت بی‌نهایت) از مقدار $x_۱$ به $x_۲$ تقلیل یابد، رابطه بین شدت جریان سیم‌پیچی تحریک در وضعیت اولیه $x_۱$ و در اثنای قرارگرفتن سیستم در وضعیت $x_۲$ برابر است با:



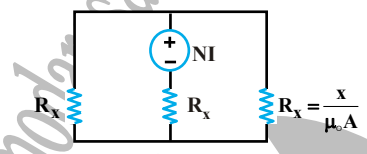
۱) $\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{x_۱}{x_۲}$

۲) $\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{\sqrt{x_۱}+۱}{\sqrt{x_۲}+۱}$

۳) $\frac{I_۲}{I_۱} = \sqrt{x_۱ x_۲}$

۴) $\frac{I_۲}{I_۱} = \sqrt{\frac{x_۱}{x_۲}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مدار معادل سیستم مغناطیسی داده شده که به صورت زیر قابل رسم است می‌توان اندوکتانس سیم‌پیچی را محاسبه نمود:



$$L = \frac{N^۲}{R_{eq}} = \frac{N^۲}{\frac{۳}{۲}R_x} = \frac{۲}{۳}\frac{\mu_\circ A N^۲}{x}$$

چون حرکت قسمت متحرک بسیار سریع فرض شده است لذا شار دور سیم‌پیچی ثابت می‌ماند پس:

$$\lambda_۱ = \lambda_۲ \Rightarrow L_۱ I_۱ = L_۲ I_۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳}\frac{\mu_\circ A N^۲}{x_۱} I_۱ = \frac{۲}{۳}\frac{\mu_\circ A N^۲}{x_۲} I_۲ \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{x_۱}{x_۲}$$

مثال ۱۲: اگر معادله انرژی ذخیره شده در یک سیستم الکترومغناطیسی یک تحریکه به صورت $W_{fld} = (۲+x)\sqrt{i}$ باشد. معادله نیروی وارد بر قسمت متحرک این سیستم کدام است؟

۱) $i^{\frac{۲}{۳}}$

۲) $i^{\frac{۳}{۲}}$

۳) $-۲\sqrt{i}$

۴) $۲\sqrt{i}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چون W_{fld} برحسب i و x است و نه x و λ نمی‌توان به طور مستقیم مشتق‌گیری نمود، پس ابتدا باید فرمت W_{fld} داده شده را استاندارد و سپس نیرو را محاسبه نمود. برای این منظور داریم:

$$i = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda} = \frac{\partial W_{fld}}{\partial i}\frac{di}{d\lambda} \Rightarrow i = (۲+x)\frac{۱}{۲\sqrt{i}}\cdot\frac{di}{d\lambda} \Rightarrow d\lambda = \frac{(۲+x)}{۲} i^{-\frac{۳}{۲}} di \Rightarrow \lambda = \frac{(۲+x) i^{-\frac{۱}{۲}}}{-\frac{۱}{۲}\times۲} = \frac{-(۲+x)}{\sqrt{i}}$$

حال که رابطه بین λ و i مشخص شده است می‌توان در معادله W_{fld} داده شده در صورت تست به جای $\sqrt{i}$ از معادله λ جایگذاری نمود. لذا داریم:

$$W_{fld} = (2+x)\frac{-(2+x)}{\lambda} = -\frac{(2+x)^2}{\lambda}$$

حال که معادله W_{fld} در فرمت استاندارد به دست آمده است با یک مشتق‌گیری ساده می‌توان معادله نیرو را به صورت زیر به دست آورد:

$$F_e = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = -\frac{2}{\lambda}(2+x) \xrightarrow{\text{جایگذاری } \lambda \text{ برحسب } i} F_e = 2\sqrt{i}$$

دقت شود که پس از محاسبه رابطه $\lambda - i$ می‌توان W'_{fld} را برحسب x و i محاسبه کرده و با مشتق‌گیری نسبت به x مقدار نیرو را یافت؛ در این‌صورت پاسخ نیز مستقیماً برحسب i به دست می‌آید (با توجه به اینکه تمام گزینه‌ها برحسب i هستند این روش نیز مناسب به نظر می‌رسد).

مثال ۱۳: در یک سیستم الکترومغناطیسی یک تحریکه معادله انرژی ذخیره شده در سیستم به صورت $W_{fld}(i,x) = xi^3$ داده شده است معادله‌ی نیروی وارد بر قسمت متحرک کدام است؟

۱) $2xi^3$ ۲) $2i^2$ ۳) $\frac{1}{2}i^3$ ۴) $2i^2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله W_{fld} داده شده برحسب i و x است لذا نمی‌توان به طور مستقیم از آن استفاده نمود، پس ابتدا از روی آن W'_{fld} را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور باید رابطه λ و i را مشخص نمود:

$$i = \frac{dW_{fld}}{d\lambda} = \frac{dW_{fld}}{di}\frac{di}{d\lambda} \Rightarrow i = 3xi^2\frac{di}{d\lambda} \Rightarrow d\lambda = 3xidi \xrightarrow{\int} \lambda = \frac{3}{2}xi^2$$

حال که رابطه λ و i به دست آمده است می‌توان W'_{fld} (و یا W_{fld}) را در فرمت استاندارد مقابل به دست آورد: $W'_{fld} = \int \lambda di = \int \frac{3}{2}xi^2 di = \frac{3}{6}xi^3$

پس از محاسبه شبه انرژی نیرو با مشتق‌گیری از شبه انرژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{3}{6}i^3 = \frac{i^3}{2}$$

مثال ۱۴: در یک سیستم الکترومکانیکی یک تحریکه انرژی ذخیره شده در میدان برحسب متغیر جریان (i) و زاویه دوران (θ) به‌صورت $W_{fld} = \frac{i^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{\sin 6\theta}}$ داده شده است، در این صورت گشتاور وارد بر قسمت متحرک چگونه است؟

۱) $\frac{\lambda^3}{3}\cos 6\theta$ ۲) $2\lambda^3\cos 6\theta$ ۳) $\frac{-\lambda^3}{3}\cos 6\theta$ ۴) $-2\lambda^3\cos 6\theta$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» فرمت داده شده در رابطه W_{fld} به صورت غیراستاندارد می‌باشدپس باید ابتدا آن را به فرم استاندارد تبدیل نموده لذا داریم:

$$i = \frac{dW_{fld}(i,\theta)}{di}\frac{di}{d\lambda} = \frac{3}{2}\frac{i^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin 6\theta}}\frac{di}{d\lambda} \Rightarrow d\lambda = \frac{1}{2}\frac{i^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin 6\theta}}di \xrightarrow{\int} \lambda = \frac{i^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin 6\theta}} \Rightarrow i^{\frac{1}{2}} = \lambda\sqrt{\sin 6\theta}$$

$$\Rightarrow i = \lambda^2\sin 6\theta \Rightarrow W_{fld} = \int id\lambda = \int \lambda^2\sin 6\theta d\lambda = \frac{1}{3}\lambda^3\sin 6\theta \Rightarrow T_e = \frac{-\partial W_{fld}(\lambda,\theta)}{\partial\theta} = -2\lambda^3\cos 6\theta \ (N.m)$$

روش دوم: روش دوم بیان شده در مثال ۱۶، در این مثال و به طور کلی در مسائلی از این قبیل می‌تواند به کار رود.

مثال ۱۵: در یک سیستم الکترومکانیکی یک تحریکه دورانی بدون تلفات، انرژی الکترومغناطیسی توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$W_{fld}(i,\theta)=\sqrt[3]{i.\theta}$$

در زمان t داریم: $T=-\frac{1}{8}N.m \quad , \quad \theta=8^\circ \quad , \quad i(t)=1\ A$

مقدار عددی $|\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}|$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{20}\ \frac{\text{وبر دور}}{\text{درجه مکانیکی}}$ ۲) $\frac{1}{24}\ \frac{\text{وبر دور}}{\text{درجه مکانیکی}}$ ۳) $\frac{1}{12}\ \frac{\text{وبر دور}}{\text{درجه مکانیکی}}$ ۴) $\frac{1}{10}\ \frac{\text{وبر دور}}{\text{درجه مکانیکی}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» فرمت داده شده برای W_{fld} غیراستاندارد است لذا باید آن را به فرمت استاندارد تبدیل نمود. برای این منظور در جریان ثابت داریم:

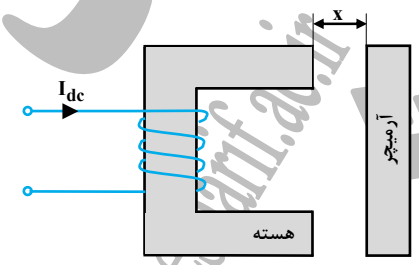
$$T_e=\frac{\partial}{\partial\theta}(W_{elec}-W_{fld})=\frac{\partial}{\partial\theta}(i\lambda-W_{fld})$$

چون i ثابت است با مشتق‌گیری داریم:

$$T_e=i\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}-\frac{1}{3}i^{\frac{1}{3}}\theta^{-\frac{2}{3}}\Rightarrow -\frac{1}{8}=1\times\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}-\frac{1}{3}(1)^{\frac{1}{3}}(8)^{-\frac{2}{3}}\Rightarrow\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}=-\frac{1}{8}+\frac{1}{12}=-\frac{1}{24}\Rightarrow|\frac{\partial\lambda}{\partial\theta}|=\frac{1}{24}(\frac{Wb.T}{^\circ m})$$

این مسئله را می‌توان با روش بیان شده در تست قبل نیز حل نمود. روی این روش حل نیز کمی فکر کنید!

مثال ۱۶: معادله شار پیوندی (λ) برحسب جریان (i) در مدار مغناطیسی رله شکل زیر به صورت $\lambda=\frac{4}{(x+1)}[\sqrt{i}+i^{\frac{1}{3}}]$ داده شده است. نیروی وارد به آرمیچر به ازای $x=1\ m$ و $i=1\ A$ برابر است با:



۱) $-\frac{17}{12}N$ ۲) $-\frac{12}{17}N$ ۳) $\frac{17}{12}N$ ۴) $\frac{12}{17}N$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به معادله $\lambda=\lambda(i,x)$ داده شده می‌توان شبه انرژی مدار را به صورت زیر به دست آورد:

$$W'_{fld}=\int\lambda di=\int\frac{4}{x+1}(\sqrt{i}+i^{\frac{1}{3}})di=\frac{4}{x+1}(\frac{2}{3}i^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{4}i^{\frac{4}{3}})$$

با مشتق‌گیری از معادله شبه انرژی به دست آمده نسبت به x نیروی وارده به قسمت متحرک به صورت زیر قابل محاسبه است: (دقت شود که فرمت شبه انرژی به دست آمده در قسمت قبلی استاندارد بوده لذا نیازی به تبدیل نداریم)

$$F_{e_{av}}=\frac{\partial W'_{fld}}{\partial x}=-\frac{4}{(x+1)^2}[\frac{2}{3}i^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{4}i^{\frac{4}{3}}]\Big|_{x=1m,i=1A}=-\frac{17}{12}N$$

مثال ۱۷: معادله شار دور ـ جریان در یک مبدل یک تحریکه به صورت $\lambda(i,x)=xi^2+i\sin x$ داده شده است. نیروی پدیدآمده در این مبدل به ازای $x=0$ و $i=1A$ چند نیوتن است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{1}{2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» نیرو را می‌توان از مشتق انرژی یا شبه انرژی (نسبت به جابه‌جایی) به دست آورد. در این مسئله چون λ برحسب i داده شده است بهتر است نیرو را از شبه انرژی به دست آوریم. لذا داریم:

$$W'_{fld}(i,x)=\int\lambda di=\int(xi^2+i\sin x)di=x\frac{i^3}{3}+\frac{i^2}{2}\sin x$$

با مشتق‌گیری نسبت به x داریم:

$$F_e=\frac{\partial W'_{fld}}{\partial x}=\frac{i^3}{3}+\frac{i^2}{2}\cos x\Rightarrow F_e\Big|_{\substack{x=0\\i=1A}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}\ N$$

مثال ۱۸: در یک مبدل الکترومکانیکی یک تحریکه معادله شار دور ـ جریان مدار به صورت $\lambda = ai^{۲}(x-b)^{۲}$ داده شده است. اگر مقادیر $a,b > ۰$ فرض شوند با افزایش x از صفر تا مقدار نهایی خود انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی این مبدل چگونه تغییر خواهد نمود؟

۱) همواره با افزایش x، کاهش می‌یابد.
۲) همواره با افزایش x، افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» هدف بررسی W_{fld} است، لذا باید سطح بالای منحنی $\lambda - i$ را به دست آورد. برای این منظور طبق تعریف داریم:

$$\begin{cases} W_{fld} = \int i d\lambda \\ \lambda = ai^{۲}(x-b)^{۲} \Rightarrow \dfrac{d\lambda}{di} = ۲ai(x-b)^{۲} \end{cases} \Rightarrow W_{fld} = \int i(۲ai(x-b)^{۲})di \Rightarrow W_{fld} = \frac{۲}{۳}ai^{۳}.(x-b)^{۲}$$

طبق معادله به دست آمده به ازای $x = ۰$ همواره $W_{fld} > ۰$ بوده و با افزایش x از صفر تا $x = b$ مقدا W_{fld} کاهش یافته (و در $x = b$ به صفر رسیده) و سپس برای $x > b$ افزایش می‌یابد. (اگر معادله W_{fld} را برحسب x ترسیم کنید، می‌توانید درک بهتری پیدا کنید)

مثال ۱۹: مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل یک تحریکه با معادله $\lambda = ۰/۱x\sqrt{i}$ داده شده است. به ازای چه مقداری از x نیروی وارده بر قسمت متحرک این مبدل حداکثر می‌گردد؟

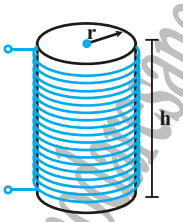
۱) $x = ۰$
۲) $x = \frac{۱}{۲}$
۳) $x = \sqrt{۲}$
۴) به ازای تمامی $x \neq ۰$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا باید معادله نیروی ایجاد شده را محاسبه و سپس شرایط حداکثر شدن آن را به دست آورد. با توجه به مشخصه داده شده شبه انرژی مدار و نیروی ایجاد شده به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$W'_{fld} = \int \lambda di = \int (۰/۱x\sqrt{i})di = \frac{۱}{۱۵}xi^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{۱}{۱۵}i^{\frac{۳}{۲}}$$

ملاحظه می‌گردد نیروی وارده بر جوشن، مستقل از مقدار x داده شده در معادله $\lambda - i$ بوده و نسبت به آن همواره ثابت است. یعنی به ازای هر $x \neq ۰$ مقدار F_e ثابت است. پس می‌توان گفت به ازاء تمامی مقادیر x، نیرو حداکثر است.

مثال ۲۰: یک سولنوئید دارای هسته هوایی با ارتفاع h و شعاع r مطابق شکل زیر دارای N دور سیم‌بندی حامل جریان i است نیروی شعاعی که تمایل دارد سولنوئید را بترکاند، توسط کدام رابطه زیر قابل محاسبه است؟



۱) $\frac{۱}{۲}\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h}$
۲) $\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h}\pi r^{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{\pi h}$
۴) $\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h}\pi r$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به اینکه هسته سولنوئید داده شده هوا است انرژی ذخیره شده در آن عبارت است از:

$$\left.\begin{aligned} W_{fld} &= \frac{۱}{۲}\frac{B^{۲}}{\mu_{۰}}V_c \\ B &= \mu_{۰}H = \mu_{۰}\frac{NI}{h} \\ V_c &= \pi r^{۲}h = \text{حجم استوانه} \end{aligned}\right\} \Rightarrow W_{fld} = \frac{۱}{۲}\frac{\mu_{۰}^{۲}(NI)^{۲}}{\mu_{۰}h^{۲}}\pi r^{۲}h = \frac{۱}{۲}\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h}\pi r^{۲}$$

طبق این معادله دیده می‌شود که انرژی ذخیره شده در میدان تابعی از (r,i) است، یعنی به صورت $W_{fld}(i,r)$ قابل بیان است لذا با توجه به روش انرژی داریم:

$$F_e = -\frac{\partial W_{fld}(i,r)}{\partial r} = -\frac{۱}{۲}\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h} \times \pi \times ۲r = -\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h}\pi r \quad (N)$$

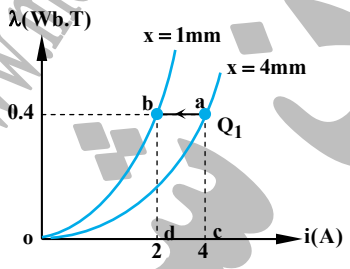
توجه: اگر فشار روی سطح سولنوئید (P_e) خواسته شود چون $P_e = \frac{F_e}{A}$ می‌باشد باید مساحت جانبی سولنوئید (A) را به دست آورد در این صورت:

$$A = ۲\pi rh \Rightarrow P_e = \frac{۱}{۲}\mu_{۰}\frac{(NI)^{۲}}{h^{۲}} \quad (\frac{N}{m^{۲}})$$

مثال ۲۱: مشخصه شار دور ـ جریان در یک مبدل الکترومکانیکی با معادله $\lambda = \frac{1}{10x} i^2$ داده شده است که در آن x برحسب میلی‌متر لحاظ شده است. اگر قسمت متحرک این مبدل، بسیار سریع از موقعیت $x = 4mm$ و جریان $i = 4A$ به موقعیت $x = 1mm$ حرکت کند، نیروی متوسط پدیدآمده در حین حرکت چند نیوتن است؟

۱) $\frac{1000}{9}$　　۲) $\frac{1600}{9}$　　۳) $\frac{800}{9}$　　۴) $\frac{1200}{9}$

پاسخ: گزینه «۲» مشخصه $\lambda - i$ با توجه به معادله داده شده به صورت زیر قابل ترسیم است.



از آنجایی که مقادیر x و i در نقطه کار اولیه مشخص است می‌توان λ را در این نقطه کار به دست آورد و **چون حرکت بسیار سریع است پس λ ثابت بوده یعنی λ به دست آمده در نقطه برخورد نیز همان λ نقطه کار اولیه است** لذا داریم:

$$\lambda\Big|_{x=4mm} = \lambda\Big|_{x=1mm} = \frac{1}{10\times4}\times4^2 = 0/4\,Wb.T$$

حال که λ در نقطه برخورد قسمت متحرک به قسمت ساکن به دست آمده است می‌توان جریان سیم‌پیچ تحریک مبدل را در این نقطه به صورت زیر به دست آورد:

$$\lambda\Big|_{x=1mm} = \frac{1}{10\times1}\times i^2 = 0/4\,Wb.T \Rightarrow i = 2A$$

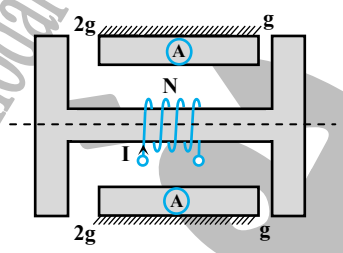
تا اینجا مختصات نقاط موردنظر در مشخصه $\lambda - i$ را به دست آوردیم، حال برای محاسبه نیروی متوسط پدید آمده باید کار مکانیکی در حین حرکت را که همان سطح محصور بین دو منحنی است به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta W_{mech} = S_{obdo} + S_{abdea} - S_{oacdo} = \int_0^2 \frac{1}{10} i^2 di + (2\times0/4) - \int_0^4 \frac{1}{40} i^2 di = \frac{8}{15}\,J$$

با توجه به کار مکانیکی به دست آمده نیروی متوسط پدید آمده برابر است با:

$$F_{e_{av}} = \frac{\Delta W_{mech}}{\Delta x} = \frac{\frac{8}{15}}{(4-1)\times10^{-3}} = \frac{1600}{9}\ N$$

مثال ۲۲: در مدار سیستم الکترومغناطیسی شکل زیر هسته A در جای خود محکم شده و قابلیت حرکت ندارد. اما هسته H شکل وسط قادر است در راستای محور خود به چپ یا راست حرکت کند، با اعمال جریان به سیم‌پیچ تحریک این سیستم در خصوص نیروی پدید آمده کدام گزینه زیر صحیح‌تر است؟



۱) هسته H شکل با نیرویی که متناسب با $\frac{I^2}{g}$ است به سمت راست حرکت می‌کند.

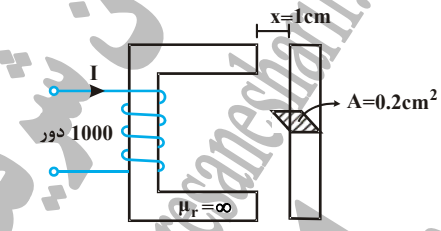
۲) هسته H شکل با نیرویی که متناسب با $\frac{I}{g}$ است به سمت چپ حرکت می‌کند.

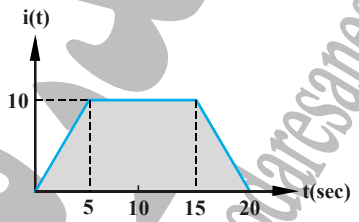
۳) هسته H شکل با نیرویی که متناسب با $I\frac{2}{g}$ است به سمت چپ حرکت می‌کند.

۴) هسته H شکل حرکت نکرده و ساکن می‌ماند.

پاسخ: گزینه «۴» به دلیل ثابت بودن مجموع مقاومت مغناطیسی هر یک از شاخه‌های بالا و پایین نیرویی در شکل پدید نمی‌آید، زیرا در صورتی که هسته H شکل در راستای محور خود به هر سمتی حرکت کند رلوکتانس کل بدون تغییر باقی می‌ماند، پس هسته حرکت نمی‌کند (زیرا هسته در جهتی حرکت می‌کند که رلوکتانس کل دیده شده از دو سر سیم‌بندی کاهش یابد).

مثال ۲۳: در رله الکترومغناطیسی شکل زیر اگر شکل موج جریان تغذیه رله به صورت داده شده باشد، اندازه نیروی وارد بر جوشن در لحظه $t = ۱۸sec$ چند نیوتن است؟ $(\mu_\circ = ۱\circ^{-۶}\ \frac{H}{m})$





۱) ۱/۲
۲) ۰/۴
۳) ۱/۶
۴) ۰/۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به اینکه نیرو در لحظه $t = ۱۸sec$ خواسته شده کافی است معادله پاره‌خط سوم را نوشت اما جهت تحلیل کلی در اینجا معادله نیرو را در تمامی بازه زمانی محاسبه می‌کنیم. برای این منظور ابتدا باید معادله جریان را با توجه به منحنی آن به صورت زیر به دست آورد:

$$i(t) = \begin{cases} ۲t & t < ۵ \\ ۱\circ & ۵ < t < ۱۵ \\ -۲t + ۴\circ & ۱۵ < t < ۲\circ \end{cases}$$

با توجه به خطی بودن سیستم، نیروی وارد بر جوشن برابر است با:

$$\begin{cases} F_e = \frac{۱}{۲} I^۲ \frac{dL(x)}{dx} \\ L(x) = \frac{N^۲}{R(x)} = \frac{N^۲}{\frac{۲x}{\mu_\circ A}} = \frac{\mu_\circ N^۲ A}{۲x} \Rightarrow \frac{dL(x)}{dx} = \frac{\mu_\circ N^۲ A}{۲} \frac{-۱}{x^۲} \xrightarrow{\text{جایگذاری مقادیر}} \frac{dL(x)}{dx} = -\circ/۱ \end{cases} \Rightarrow F_e = \frac{۱}{۲} I^۲ \times (-\circ/۱) = -\circ/\circ۵ I^۲$$

حال باید به جای متغیر جریان در معادله فوق از ضابطه به دست آمده برای $i(t)$ استفاده نمود، در این صورت داریم:

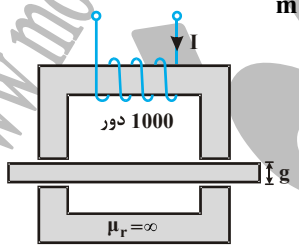
$$F_e = -\circ/\circ۵ I^۲ \Rightarrow F_e = \begin{cases} -\circ/۲t^۲ & t < ۵ \\ -۵ & ۵ < t < ۱۵ \\ -(\circ/۲t^۲ - ۸t + ۸\circ) & ۱۵ < t < ۲\circ \end{cases}$$

در $t = ۱۸sec$ داریم:

$$F\Big|_{t=۱۸sec} = -[\circ/۲ \times ۱۸^۲ - (۸ \times ۱۸ + ۸\circ)] = -\circ/۸N$$

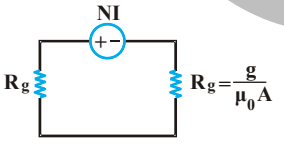
توجه شود که اگر بخواهیم این مسئله را سریع‌تر حل کنیم همانطور که ذکر شد کافی است فقط مقدار جریان را در $t = ۱۸sec$ یافته و در معادله $F_e = -\circ/\circ۵ I^۲$ اما در اینجا از دید آموزشی بهتر است کل مسئله تحلیل شود.

مثال ۲۴: شکل زیر یک گیره مغناطیسی را نشان می‌دهد که در آن جهت اعمال نیرو به اجسامی که در بین فاصله هوایی آن قرار دارد از نیروی مغناطیسی استفاده می‌شود. اگر یک تخته دو لایه چوبی به ضخامت $g = ۱cm$ بین فواصل هوایی قرار گیرد چند آمپر از سیم‌بندی عبور کند تا نیروی $۱۱/۲۵N$ به تخته اعمال شود. (سطح مقطع هسته را در همه جا $۲\circ cm^۲$ فرض نموده و ضریب نفوذ مغناطیسی هوا را $۱\circ^{-۶}\ \frac{H}{m}$ لحاظ کنید)



۱) ۱/۵A
۲) ۲/۵A
۳) ۱A
۴) ۲A

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اینکه ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت بوده و از آنجائیکه چوب جزء مواد غیرمغناطیسی (مانند هوا) می‌باشد. مدار معادل به صورت زیر قابل رسم است:

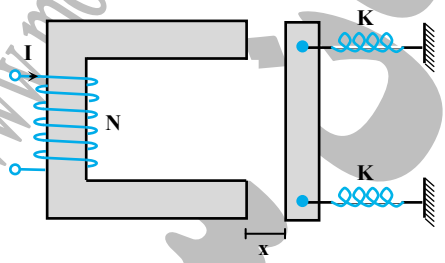


$$L(g) = \frac{N^۲}{۲R_g} = \frac{\mu_\circ N^۲ A}{۲g} \Rightarrow F_e = \frac{۱}{۴} I^۲ \frac{dL(g)}{dg} = \frac{۱}{۴} I^۲ \mu_\circ N^۲ A \frac{-۱}{g^۲}$$

برای تولید $11/25N$ داریم: (دقت شود که علامت منفی رابطه فوق بیانگر جهت نیروی القایی است که همواره در جهت کاهش فاصله هوایی عمل می‌کند لذا در محاسبه اندازه جریان آن را لحاظ نمی‌کنیم.)

$$11/25=\frac{1}{4}I^2\times10^{-6}\times1000^2\times20\times10^{-4}\times\frac{+1}{(10^{-2})^2}\Rightarrow I=1/5A$$

مثال ۲۵: **در رله الکترومغناطیسی شکل زیر تعداد دور سیم‌بندی تحریک ۱۰۰۰، سطح مقطع هسته $2cm^2$ و طول اولیه هر یک از فواصل هوایی $5mm$ است. اگر ثابت فنرها $10000\frac{N}{m}$ باشند با اعمال جریان DC با دامنه $5A$ طول فواصل هوایی چه تغییری می‌کند؟ ($\mu_0\simeq10^{-6}\frac{H}{m}$ فرض گردد.)**



۱) به صفر می‌رسد.
۲) به نصف مقدار اولیه می‌رسد.
۳) هیچ تغییری نمی‌کند.
۴) به یک سوم مقدار اولیه می‌رسد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» طبق قوانین فیزیک پایه شرط تعادل نیروها در قطعه متحرک به‌صورت مقابل است: $|F_{e_1}+F_{e_2}|=|F_{k_1}+F_{k_2}|$

چون نیروهای وارد بر قطعه متحرک هم‌جهت بوده و فقط یک سیم‌بندی تحریک داریم، می‌توان به راحتی از رابطه زیر نیرو را به دست آورد:

$$\begin{cases}F_{e_1}+F_{e_2}=\frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx}\\ L=\frac{N^2}{R_{eq}}=\frac{N^2\mu_0A}{2x}\end{cases}\Rightarrow|F_{e_1}+F_{e_2}|=\frac{1}{2}\times\frac{5^2\times1000^2\times10^{-6}\times2\times10^{-4}}{2}\times\frac{-1}{(5\times10^{-3})^2}=50N$$

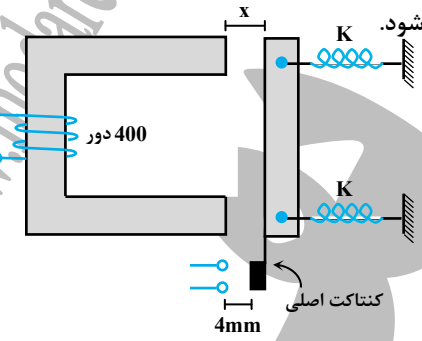
نیروی کششی ناشی از فنرها نیز با توجه به رابطه مقابل قابل محاسبه است: $|F_{k_1}+F_{k_2}|=2K\Delta x=2\times10000\times\Delta x=20000\Delta x$

با جایگذاری رابطه نیروی کششی در رابطه تعادل نیروها داریم:

$$50=20000\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{50}{20000}=0/0025m=2/5mm$$

یعنی میزان جابه‌جایی فنرها که برابر میزان جابه‌جایی قطعه متحرک است برابر $2/5mm$ می‌باشد، لذا می‌توان گفت طول فواصل هوایی به نصف مقدار اولیه می‌رسد.

مثال ۲۶: **در رله الکترومغناطیسی شکل زیر به ازای چه جریانی رله عمل کرده و با کاهش طول فاصله هوایی خود موجب بسته شدن کنتاکت اصلی می‌گردد؟ ثابت فنرها را $1\frac{kN}{m}$ و سطح مقطع هسته را $2cm^2$ در نظر بگیرید. ضمناً $\mu_0=10^{-6}\frac{H}{m}$ فرض شود.**



۱) $2A$
۲) $3A$
۳) $4A$
۴) $5A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» پس از اعمال جریان، قطعه متحرک در جایی متوقف می‌شود که نیروی رلوکتانسی فواصل هوایی با نیروی کششی عکس‌العمل فنرها برابر گردند، لذا شرط تعادل عبارت است از:

$$|F_{e_1}+F_{e_2}|=|F_{k_1}+F_{k_2}|$$

چون نیروی رلوکتانسی هر دو فاصله هوایی در یک جهت بوده و ناشی از یک سیم‌پیچ است می‌توان مجموع آن‌ها را توسط رابطه زیر به دست آورد:

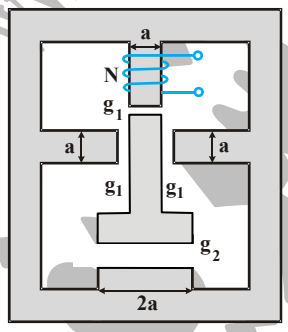
$$\begin{cases}|F_{e_1}+F_{e_2}|=\frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx}\\ L=\frac{N^2}{R_{eq}}=\frac{N^2\mu_0A}{2x}\end{cases}\Rightarrow|F_{e_1}+F_{e_2}|=\frac{1}{2}I^2\frac{N^2\mu_0A}{2}\frac{1}{x^2}$$

از طرفی نیروی عکس‌العمل فنرها نیز از رابطه مقابل قابل محاسبه است: $|F_{k_1}+F_{k_2}|=2K\Delta x$

با جایگذاری روابط در معادله تعادل نیروها داریم: (دقت شود که فنرها باید به اندازه ۴mm باز شوند تا کنتاکت رله ببندد لذا $\Delta x = 4mm$ بوده و ضمناً نیروی رلوکتانسی فواصل هوایی نیز که تابعی از x می‌باشد باید به ازای $x = 4mm$ به دست آید، زیرا قسمت متحرک هسته نیز به اندازه ۴mm حرکت می‌کند).

$$\begin{cases}\frac{1}{2}I^2\frac{N^2\mu_0 A}{2x^2}=2K\Delta x\\ x=4\times10^{-3}\\ \Delta x=4\times10^{-3}\\ N=400\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{2}\times I^2\times\frac{400^2\times10^{-6}\times2\times10^{-4}}{2\times(4\times10^{-3})^2}=2\times1000\times4\times10^{-3}\Rightarrow I=4A$$

مثال ۲۷: در سیستم مغناطیسی شکل زیر عمق هسته در همه جا یکسان می‌باشد. اگر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته در همه جا بی‌نهایت فرض شده و از پراکندگی فوران و وزن هسته صرف‌نظر شود رابطه بین g_1 و g_2 چگونه باشد تا هسته وسطی به صورت معلق در هوا قرار گیرد؟



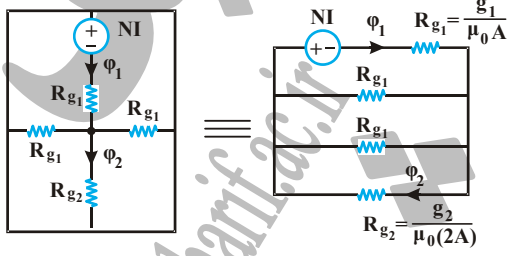
۱) $g_2+(2g_1+g_2)^3=0$

۲) $g_1^2-(2g_1+g_2)^3=0$

۳) $g_1^2+2g_1g_2+g_2^2=0$

۴) $g_1^2-2(g_1+g_2)^3=0$

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به مدار مغناطیسی داده شده و مفروضات مسئله مدار معادل الکتریکی به صورت روبرو قابل رسم است. در این شکل در حالت کلی ۴ نیروی رلوکتانسی تولید می‌شوند. دو نیرو مربوط به فواصل هوایی سمت چپ و راست بوده که به دلیل برابری فوران‌ها و برابری رلوکتانس‌ها این دو نیرو یکدیگر را خنثی نموده لذا قطعه وسطی هیچگاه به سمت چپ یا راست حرکت نمی‌کند اما دو نیروی دیگر نیز ناشی از فواصل هوایی بالا و پایین تولید می‌شوند از آنجاییکه شار عبوری از این دو فاصله هوایی برابر یکدیگر نیست.



لذا در صورتی نیروی بالا کشنده ناشی از فاصله هوایی بالا برابر نیروی پایین کشنده ناشی از فاصله هوایی پایین می‌شود که یک تعامل بین اندازه شارها و اندازه رلوکتانس دو فاصله هوایی مذکور برقرار باشد لذا با نوشتن معادلات نیروهای بالا کشنده (F_{e_1}) و پایین کشنده (F_{e_2}) شرط تعادل را به صورت $F_{e_1}=F_{e_2}$ معرفی می‌نماییم. یعنی در صورت برقراری این شرط قطعه وسطی به طور معلق در هوا باقی می‌ماند. برای این منظور با توجه به اینکه تمامی شاخه‌های مدار معادل رسم شده موازی یکدیگرند می‌توان φ_2 را به صورت زیر برحسب φ_1 به دست آورد.

$$\varphi_1=\frac{NI}{R_{eq}}\Rightarrow\varphi_2=\frac{\frac{1}{2}R_{g_1}}{\frac{1}{2}R_{g_1}+R_{g_2}}\varphi_1=\frac{\frac{1}{2}\frac{g_1}{2\mu_0 A}}{\frac{1}{2}\frac{g_1}{2\mu_0 A}+\frac{g_2}{\mu_0 2A}}\varphi_1\Rightarrow\varphi_2=\frac{g_1}{g_1+g_2}\varphi_1$$

نیروی پدید آمده جهت کاهش رلوکتانس فاصله هوایی بالایی برابر است با:

$$F_{e_1}=-\frac{1}{2}\varphi_1^2\frac{dR_{g_1}}{dg_1}=-\frac{1}{2}\varphi_1^2\frac{1}{\mu_0 A}$$

و به طور مشابه در فاصله هوایی پایین داریم:

$$F_{e_2}=-\frac{1}{2}\varphi_2^2\frac{dR_{g_2}}{dg_2}=-\frac{1}{2}\varphi_2^2\frac{1}{2\mu_0 A}$$

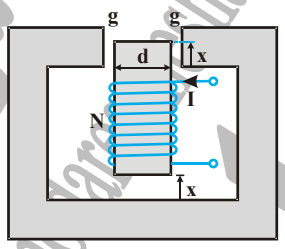
اگر بخواهیم هسته وسطی به صورت معلق در هوا بماند، باید $F_{e_1}=F_{e_2}$ باشد لذا:

$$F_{e_1}=F_{e_2}\Rightarrow-\frac{1}{2}\varphi_1^2\frac{1}{\mu_0 A}=-\frac{1}{2}\varphi_2^2\frac{1}{2\mu_0 A}\Rightarrow\varphi_1^2=\frac{1}{2}\varphi_2^2$$

با توجه به رابط بین φ_1 و φ_2 داریم:

$$\varphi_1^2=\frac{1}{2}\left(\frac{g_1}{g_1+g_2}\varphi_1\right)^2\Rightarrow1=\frac{1}{2}\frac{g_1^2}{(g_1+g_2)^2}\Rightarrow g_1^2-2(g_1+g_2)^2=0$$

مثال ۲۸: در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر از وزن قطعه متحرک وسطی صرف‌نظر شده و ضریب نفوذ مغناطیسی در همه جای هسته بی‌نهایت فرض شود، به ازاء چه مقداری از x نیروی خالص وارد بر قطعه متحرک وسطی صفر می‌شود؟ (عمق هسته در همه جای آن یکسان فرض شود)



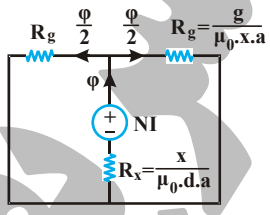
۱) $x = ۲\sqrt{gd}$

۲) $x = \sqrt{gd}$

۳) $x = \frac{\sqrt{gd}}{۲}$

۴) $x = \sqrt{\frac{gd}{۲}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» **روش اول:** در حالت کلی به قطعه وسطی ۵ نیرو وارد می‌شود، که یک نیروی قائم به سمت پایین در جهت کاهش فاصله هوایی x دو نیروی قائم به سمت بالا جهت افزایش سطح مقطع x (کاهش رلوکتانس‌های بالایی) و دو نیروی مختلف‌الجهت به سمت طرفین در جهت کاهش فاصله هوایی g که این دو نیروی اخیر به دلیل یکسان بودن همدیگر را خنثی می‌کنند پس اگر بخواهیم شرایط صفر شدن نیروی خالص به قطعه را به دست آوریم باید روی سه نیروی باقی‌مانده بررسی کنیم، مدار معادل شکل داده شده با فرض عمق a برای هسته به صورت زیر قابل رسم است:



$F_{e_۱}$ نیروی بالا کشنده هر فاصله هوایی $= -\frac{۱}{۲}(\frac{\varphi}{۲})^۲ \frac{dR_g}{dx} = -\frac{۱}{۸}\varphi^۲ \frac{g}{\mu_\circ a}\frac{-۱}{x^۲}$

$F_{e_۲}$ نیروی پایین کشنده $= -\frac{۱}{۲}\varphi^۲ \frac{dR_x}{dx} = -\frac{۱}{۲}\varphi^۲ \frac{۱}{\mu_\circ .d.a}$

شرط صفر شدن نیروهای وارد بر قطعه متحرک عبارت است از:

$$|۲F_{e_۱}| = |F_{e_۲}| \Rightarrow |۲(-\frac{۱}{۸}\varphi^۲ \frac{-g}{\mu_\circ .a.x^۲})| = |-\frac{۱}{۲}\varphi^۲ \frac{۱}{\mu_\circ d.a}| \Rightarrow x = \sqrt{\frac{gd}{۲}}$$

روش دوم: همانطور که ذکر گردید در حالتی که نیروی مقاوم در مبدل وجود ندارد نقطه تعادل جایی است که رلوکتانس دیده شده توسط سیم‌پیچ حداقل گردد، لذا ابتدا معادله رلوکتانس دیده شده توسط سیم‌پیچ را نوشته و سپس با مشتق‌گیری نقطه حداقل آنرا محاسبه می‌کنیم.

برای این منظور با توجه به مدار معادل به دست آمده می‌توان نوشت:

$$R_{eq}(x) = R_x + (R_g \,||\, R_g) = \frac{x}{\mu_\circ .d.a} + \frac{۱}{۲}\frac{g}{\mu_\circ .x.a}$$

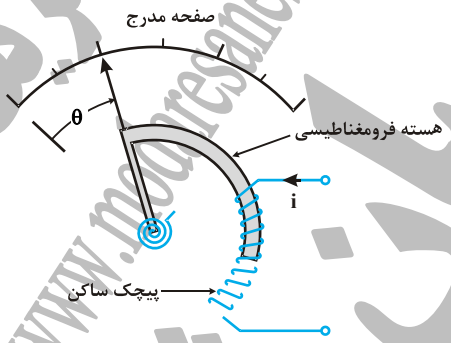
$$\frac{dR_{eq}(x)}{dx} = \circ \Rightarrow \frac{۱}{\mu_\circ .d.a} + \frac{g}{۲\mu_\circ .a}\frac{-۱}{x^۲} = \circ \Rightarrow x = \sqrt{\frac{gd}{۲}}$$

توجه شود که اگر بخواهیم مطمئن شویم که نقطه به دست آمده، نقطه حداقل است باید از آزمون مشتق دوم استفاده نمود یعنی مشتق دوم $R_{eq}(x)$ را در نقطه به دست آمده محاسبه نمود، اگر این مشتق مثبت شود نقطه بدست آمده حداقل است یعنی:

$$\frac{d^۲R_{eq}(x)}{dx^۲} = \frac{g}{\mu_\circ .x^۳ .a}\Big|_{x=\sqrt{\frac{gd}{۲}}} > \circ$$

چون مشتق دوم مثبت شده پس $x = \sqrt{\frac{gd}{۲}}$ نقطه حداقل است.

مثال ۲۹: شکل زیر ساختمان ساده شده یک آمپرمتر از نوع آهن نرم گردان را نشان می‌دهد. ضریب خودالقایی سیم‌پیچی این دستگاه به صورت $L = ۱۰ + ۲۰\pi\theta$ برحسب میکروهانری بیان می‌شود. مقاومت سیم‌پیچی $۹۰\,m\Omega$ و ثابت فنر نیز $۶\times۱۰^{-۵}\ \frac{N.m}{rad}$ می‌باشند. اگر عقربه در زاویه ۶۰° نسبت به حالت اولیه خود قرار گیرد چه جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد؟ (گشتاور مقاوم فنر از رابطه $T = K\theta$ به دست می‌آید)



۱) ۱A ماکزیمم

۲) ۱A مؤثر

۳) ۲A ماکزیمم

۴) $\sqrt{۲}$A مؤثر

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با اعمال جریان به سیم‌بندی تحریک این آمپرمتر گشتاور ایجاد شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_e = \frac{۱}{۲}i^۲\frac{dL(\theta)}{d\theta} = \frac{۱}{۲}i^۲(۲۰\pi\times۱۰^{-۶}) = ۱۰\pi\times۱۰^{-۶}\,i^۲$$

چون جریان عبوری از دستگاه متناوب سینوسی است لذا: $T_e(t) = ۱۰\pi\times۱۰^{-۶}(i_{max}\sin\omega t)^۲ = ۱۰\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲\sin^۲\omega t$

مقدار متوسط این گشتاور با استفاده از بسط $\sin^۲\omega t$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_e(t) = ۱۰\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲\left(\frac{۱-\cos ۲\omega t}{۲}\right) \Rightarrow T_{e_{av}} = ۵\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲$$

سیم‌پیچی (پیچک ساکن) دستگاه این گشتاور متوسط را تولید نموده و در عوض فنر نیز گشتاور مقاوم $T = K\theta$ را تولید می‌کند عقربه در جایی می‌ایستد که این دو گشتاور یکسان شوند یعنی: $T_{e_{av}} = ۵\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲ = K\theta = ۶\times۱۰^{-۵}\,\theta$

با توجه به اینکه عقربه دستگاه ۶۰° منحرف شده داریم: (دقت شود که همواره در محاسبات این درس از واحد rad برای زاویه استفاده می‌شود)

$$\theta = ۶۰^\circ = \frac{\pi}{۳}rad \Rightarrow ۵\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲ = ۶\times۱۰^{-۵}\times\frac{\pi}{۳} \Rightarrow i_{max}^۲ = ۴ \Rightarrow i_{max} = ۲A \Rightarrow i_{rms} = \frac{i_{max}}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}A$$

مثال ۳۰: اگر از دستگاه اندازه‌گیری مثال قبل به عنوان یک ولت‌متر استفاده کنیم زمانی که عقربه دستگاه ۹۰° از مقدار اولیه خود جابجا شده چند میلی ولت ولتاژ متناوب $۱۵۰\,Hz$ را نشان می‌دهد؟ (جهت راحتی در محاسبات $\pi = ۳$ فرض شود)

۱) $۹۰\,mV$ ماکزیمم ۲) $۹۰\,mV$ مؤثر ۳) $۹۰\sqrt{۶}\,mV$ ماکزیمم ۴) $۹۰\sqrt{۶}\,mV$ مؤثر

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در اینجا باید ابتدا به ازاء انحراف ۹۰° جریان عبوری از سیم‌بندی را محاسبه نمود لذا مانند حل مثال قبل جریان عبوری از سیم‌بندی در $\theta = ۹۰^\circ = \frac{\pi}{۲}$ برابر است با:

$$T_{e_{av}} = ۵\pi\times۱۰^{-۶}\,i_{max}^۲ = ۶\times۱۰^{-۵}\,\theta \Rightarrow ۵\pi\times۱۰^{-۶}\times i_{max}^۲ = ۶\times۱۰^{-۵}\times\frac{\pi}{۲} \Rightarrow i_{max} = \sqrt{۶}A \Rightarrow i_{rms} = \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۲}}A = \sqrt{۳}\,A$$

از دید مداری دستگاه مورد بحث یک مدار RL است که اندوکتانس آن در $\theta = \frac{\pi}{۲}$ برابر است با:

$$L = ۱۰ + ۲۰\pi\theta \xrightarrow{\theta=\frac{\pi}{۲}} L = ۱۰ + ۲۰\pi\times\frac{\pi}{۲} = ۱۰ + ۱۰\pi^۲ = ۱۰۰\,\mu H$$

با توجه به فرکانس ولتاژ اعمالی و مقاومت اهمی سیم‌بندی داریم:

$$\begin{cases} X_L = L.۲\pi f = (۱۰۰\times۲\pi\times۱۵۰)\times۱۰^{-۶} = ۰/۰۹\Omega \\ R_L = ۹۰\,m\Omega = ۰/۰۹\Omega \end{cases} \Rightarrow |\vec{Z}| = \sqrt{R_L^۲ + X_L^۲} = \sqrt{۰/۰۹^۲ + ۰/۰۹^۲} = ۰/۰۹\sqrt{۲}\Omega$$

از این امپدانس جریان مؤثر $\sqrt{۳}$ آمپری عبور می‌کند لذا: $V_{rms} = |\vec{Z}|.I_{rms} = ۰/۰۹\sqrt{۲}\times\sqrt{۳} = ۰/۰۹\sqrt{۶} = ۹۰\sqrt{۶}\ mV$

تست‌های تألیفی فصل دوم ــ مبحث بررسی مبدل‌های چندتحریکه و انواع گشتاور تولیدی در ماشین‌های گردان

مثال۱: در یک مدار مغناطیسی با دو تحریک معادله شبه انرژی ذخیره شده در میدان به صورت $W'_{fld}(i_1,i_2,x)=\frac{2x+0/8}{x+0/1}i_1\sqrt{i_2}$ داده شده است مقدار انرژی میدان مغناطیسی در حالتی که $x=0/5m$ و $i_2=1A$ و $i_1=3A$ است چند ژول است؟

۱) $6j$　　۲) $12j$　　۳) $16j$　　۴) $18j$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» همانطور که ذکر گردید در سیستم‌های مغناطیسی چند تحریکه داریم:

$$W_{fld}+W'_{fld}=\sum_{i=1}^{m}\lambda_i I_i \xrightarrow{\text{در سیستم دو تحریکه}} W_{fld}+W'_{fld}=\lambda_1 I_1+\lambda_2 I_2$$

شار دور سیم‌پیچ‌ها در چنین مداری تابعی از جریان‌ها و جابجایی قطعه متحرک بوده و مانند سیستم‌های یک تحریکه از مشتق شبه انرژی بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$\lambda_1(i_1,i_2,x)=\left.\frac{\partial W'_{fld}(i_1,i_2,x)}{\partial i_1}\right|_{i_2,x=\text{ثابت}}=\frac{\partial}{\partial i_1}\left(\frac{2x+0/8}{x+0/1}i_1\sqrt{i_2}\right)=\left.\frac{2x+0/8}{x+0/1}\sqrt{i_2}\right|_{\substack{i_2=1\\x=0/5}}=3\,Wb$$

$$\lambda_2(i_1,i_2,x)=\left.\frac{\partial W'_{fld}(i_1,i_2,x)}{\partial i_2}\right|_{i_1,x=\text{ثابت}}=\frac{\partial}{\partial i_2}\left(\frac{2x+0/8}{x+0/1}i_1\sqrt{i_2}\right)=\left.\frac{2x+0/8}{x+0/1}\frac{i_1}{2\sqrt{i_2}}\right|_{\substack{i_1=3\\i_2=1\\x=0/5}}=4/5\ Wb$$

همچنین با جایگذاری مقادیر در معادله شبه انرژی داده شده داریم:

$$W'_{fld}(i_1,i_2,x)=\left.\frac{2x+0/8}{x+0/1}i_1\sqrt{i_2}\right|_{\substack{i_1=3\\i_2=1\\x=0/5}}=9\ j$$

حال می‌توان انرژی ذخیره شده را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$W_{fld}+W'_{fld}=\lambda_1 i_1+\lambda_2 i_2 \Rightarrow W_{fld}=(\lambda_1 i_1+\lambda_2 i_2)-W'_{fld} \Rightarrow W_{fld}(3,1,0/5)=[(3\times3)+(4/5\times1)]-9=4/5\ j$$

مثال۲: در یک مدار مغناطیسی با دو تحریک، معادله شبه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی به صورت $W'_{fld}=\frac{x+0/1}{2x+0/1}i_1^2 i_2$ بیان می‌گردد.

مقدار انرژی ذخیره شده در میدان در هنگامی که $x=0/2m$ ، $i_1=i_2=2A$ است چند ژول است؟

۱) $2/4$　　۲) $4/8$　　۳) $9/6$　　۴) $7/2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید مقادیر شار دور ناشی از هر یک از سیم‌بندی‌های تحریک را در نقطه کار موردنظر به دست آورد. لذا داریم:

$$\lambda_1=\frac{\partial W'_{fld}}{\partial i_1}=\left.\frac{x+0/1}{2x+0/1}i_2\times 2i_1\right|_{\substack{i_1=i_2=2A\\x=0/2m}}=4/8\,Wb.Turn \quad , \quad \lambda_2=\frac{\partial W_{fld}}{\partial i_2}=\left.\frac{x+0/1}{2x+0/1}i_1^2\right|_{\substack{i_1=2A\\x=0/2}}=2/4\,Wb.Turn$$

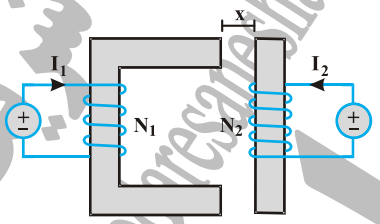
همچنین شبه انرژی مدار نیز در نقطه کار موردنظر به صورت مقابل قابل محاسبه است:

$$W'_{fld}\Big|_{\substack{i_1=i_2=2A\\x=0/2m}}=\frac{0/2+0/1}{0/4+0/1}\times 2^2\times 2=4/8\ J$$

حال که شبه انرژی و مقادیر λها در نقطه کار موردنظر در دسترس است می‌توان انرژی را از رابطه کلی زیر محاسبه نمود:

$$W_{fld}+W'_{fld}=\lambda_1 i_1+\lambda_2 i_2 \Rightarrow W_{fld}+4/8=(4/8\times2)+(2/4\times2) \Rightarrow W_{fld}=9/6\ J$$

مثال ۳: در سیستم مغناطیسی دو تحریکه شکل زیر معادله اندوکتانس‌های خودی و متقابل داده شده‌اند، اگر از مقاومت اهمی سیم‌بندی‌ها صرف‌نظر شده و جریان عبوری از سیم‌بندی‌ها به ترتیب $i_1 = 20\,A$ و $i_2 = 15A$ باشند، با تغییر طول فاصله هوایی از $0/1m$ به $0/2m$ انرژی الکتریکی هر منبع چند وات ثانیه می‌گردد؟



$$L_{11} = 1 + \frac{2}{x}$$
$$L_{22} = 2 + \frac{2}{x}$$
$$L_{12} = L_{21} = \frac{2}{x}$$

۱) -1200 و 250
۲) -1000 و 750
۳) 750 و -250
۴) 250 و -250

پاسخ: گزینه «۲» همان‌طور که بیان شد برای محاسبه انرژی الکتریکی هر منبع در سیستم‌های دو تحریکه مانند سیستم‌های یک تحریکه ابتدا شار دور هر سیم‌پیچ را محاسبه می‌کنیم. در این خصوص باید دقت نمود که در سیستم مغناطیسی داده شده با توجه به جهت پیچش سیم‌پیچ‌ها و جهت جریان آن‌ها تزویج بین دو سیم‌پیچ منفی است (زیرا فوران دو سیم‌پیچ عکس یکدیگرند). در این صورت نیروی پدید آمده دافعه بوده و برای مدل کردن این امر باید مقدار i_2 را به صورت منفی در معادله اعمال نمود:

$$\lambda_1(i_1,i_2,x) = L_{11}(x)i_1 + L_{12}(x)i_2 = (1+\frac{2}{x})(20) + (\frac{2}{x})(-15) = 20 + \frac{10}{x}$$

$$\lambda_2(i_1,i_2,x) = L_{22}(x)i_2 + L_{21}(x)i_1 = (2+\frac{2}{x})(-15) + (\frac{2}{x})(20) = -30 + \frac{10}{x}$$

با توجه به این مقادیر و روابط مربوط به انرژی الکتریکی هر منبع داریم:

$$W_{elec_1}(i_1,i_2,x) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i_1 d\lambda_1(i_1,i_2,x) = i_1\lambda_1(i_1,i_2,x)\Big|_{x_1}^{x_2} = 20(20+\frac{10}{x})\Big|_{0/1}^{0/2} = -1000\,W.S = -1000\,j$$

$$W_{elec_2}(i_1,i_2,x) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i_2 d\lambda_2(i_1,i_2,x) = i_2\lambda_2(i_1,i_2,x)\Big|_{x_1}^{x_2} = -15(-30+\frac{10}{x})\Big|_{0/1}^{0/2} = 750\,W.S = 750\,j$$

توجه شود که انرژی خالص ورودی در این تست برابر $W_{elec_1} + W_{elec_2} = -1000 + 750 = -250\,W.S$ است.

مثال ۴: در یک مبدل الکترومکانیکی دو تحریکه مقادیر اندوکتانس‌های خودی و متقابل دو سیم پیچی به صورت زیر داده شده‌اند:

$$L_{11} = 0/3 + 0/1\cos 4\theta_r \quad , \quad L_{22} = 1/5 + 0/6\cos 4\theta_r \quad , \quad L_{12} = 0/4\cos 2\theta_r$$

سیم پیچی اول به منبعی با جریان سینوسی با معادله $i_1(t) = 5\sqrt{2}\cos 50t$ و سیم‌پیچ دوم به منبعی با جریان DC با دامنه $4A$ متصل شده است. گشتاور متوسط تولیدی در این ماشین در $\theta_r = 60^\circ$ چند $N.m$ است؟

۱) $9/6\sqrt{3}$ ۲) $2/6\sqrt{3}$ ۳) $3/9\sqrt{3}$ ۴) $4/1\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه «۴» از آنجایی که جریان‌های تحریک DC و سینوسی هستند می‌توان به‌طور مستقیم گشتاور متوسط را به صورت زیر به دست آورد:

$$T_{e_{av}} = \frac{1}{2}I_{rms}^2\frac{dL_{11}}{d\theta_r} + \frac{1}{2}I_{dc}^2\frac{dL_{22}}{d\theta_r} + I_{rms}.I_{dc}\frac{dL_{12}}{d\theta_r} = \frac{1}{2}\times(\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}})^2\times(-0/4\sin 4\theta_r)\Big|_{\theta_r=60^\circ} + \frac{1}{2}(4)^2(-2/4\sin 4\theta_r)\Big|_{\theta_r=60^\circ}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times 4(-0/8\sin 2\theta_r)\Big|_{\theta_r=60^\circ} = 4/1\sqrt{3}\,N.m$$

مثال ۵: در یک سیستم الکترومکانیکی دو تحریکه ماتریس اندوکتانس به صورت زیر داده شده است. اگر معادله جریان عبوری از سیم‌بندی اول و دوم به صورت $i_1(t) = 10\sin\omega t$ و $i_2(t) = 5\cos(\omega t - 30^\circ)$ باشد. مقدار متوسط نیروی جاذبه ایجاد شده در این مبدل هنگامی که $x = 0/5m$ است چند نیوتن می‌باشد؟

$$L = \begin{bmatrix} 1+\frac{2}{x} & \frac{2}{x} \\ \frac{2}{x} & 2+\frac{2}{x} \end{bmatrix}$$

۱) $1500\,N$ ۲) $3500\,N$
۳) $2500\,N$ ۴) $1000\,N$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» از آنجایی که جریان‌های تحریک هر دو سینوسی و **هم‌فرکانس** می‌باشند می‌توان مقدار متوسط نیرو را به صورت یک‌ضرب از رابطه زیر به دست آورد. دقت شود که چون نیروی جاذبه خواسته شده است علامت i_2 را مثبت فرض می‌کنیم.

$$F_{av}=\frac{1}{2}i_{rms_1}^2\frac{dL_{11}}{dx}+\frac{1}{2}i_{rms_2}^2\frac{dL_{22}}{dx}+i_{rms_1}i_{rms_2}\cos\alpha\frac{dL_{12}}{dx}$$

در رابطه فوق α اختلاف زاویه بین دو جریان است. برای به دست آوردن این اختلاف زاویه بهتر است هر دو جریان را به یک فرم یعنی هر دو سینوسی یا هر دو کسینوسی نوشته شود لذا با بازنویسی i_2 به صورت $i_2=10\sin\omega t=10\cos(\omega t-90^\circ)$ و مقایسه با معادله i_1 دیده می‌شود که $\alpha=60^\circ$ است. با جایگذاری سایر پارامترها داریم:

$$F_{av}=\frac{1}{2}\times(\frac{10}{\sqrt{2}})^2\times\frac{-2}{x^2}\Big|_{x=0/5m}+\frac{1}{2}\times(\frac{5}{\sqrt{2}})^2\times\frac{-2}{x^2}\Big|_{x=0/5m}+(\frac{10}{\sqrt{2}})\times(\frac{5}{\sqrt{2}})\times\cos60^\circ\times\frac{-2}{x^2}\Big|_{x=0/5m}\Rightarrow F_{av}=350N$$

مثال ۶: در یک سیستم مغناطیسی دو تحریکه ماتریس اندوکتانس به صورت زیر داده شده است. اگر از مقاومت اهمی سیم‌بندی‌های این سیستم صرف‌نظر شده و جریان عبوری از سیم‌بندی‌ها به ترتیب دارای دامنه‌های $I_1=4A$ و $I_2=2A$ باشند نیروی دافعه بین دو سیم‌بندی چند نیوتن است؟

$$L=\begin{bmatrix}1+\frac{x}{2} & 1-3x\\ 1-3x & 2+3x\end{bmatrix}$$

۱) ۱۴　　۲) ۱۰

۳) ۲۴　　۴) ۳۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» همانطور که در متن درسنامه اثبات شد، نیروی پدید آمده در سیستم‌های دو تحریکه از رابطه زیر قابل استخراج است فقط باید دقت نمود که چون نیروی دافعه خواسته شده، باید یکی از جریان‌ها را با علامت منفی اعمال نمود:

$$F_e=\frac{1}{2}I_1^2\frac{dL_{11}(x)}{dx}+\frac{1}{2}I_2^2\frac{dL_{22}(x)}{dx}+I_1I_2\frac{dL_{12}(x)}{dx}=[\frac{1}{2}I_1^2\frac{d}{dx}(1+\frac{x}{2})]+[\frac{1}{2}I_2^2\frac{d}{dx}(2+3x)]+[I_1I_2\frac{d}{dx}(1-3x)]$$

$$\Rightarrow F_e=\frac{1}{2}(4)^2(\frac{1}{2})+\frac{1}{2}(-2)^2(3)+(4)(-2)(-3)=34N$$

مثال ۷: در مثال قبل اگر به جای جریان‌های DC جریان‌های AC هم فرکانس با دامنه حداکثری برابر همان مقادیر DC به سیم‌بندی‌ها اعمال گردد حداکثر نیروی متوسط دافعه بین دور سیم‌پیچی برابر چند نیوتن می‌شود؟

۱) ۳۴　　۲) ۱۴　　۳) ۱۷　　۴) ۷

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به اینکه دامنه حداکثر جریان‌ها مانند حالت DC است، معادله جریان عبوری از هر سیم‌بندی به صورت $i_1(t)=4\sin\omega t$ و $i_2(t)=2\sin\omega t$ است. با اعمال این مقادیر به معادله نیروی القایی داریم:

$$F_e(t)=\frac{1}{2}[(4\sin\omega t)^2\frac{d}{dx}(1+\frac{x}{2})]+\frac{1}{2}[(-2\sin\omega t)^2\frac{d}{dx}(2+3x)]+[(4\sin\omega t)(-2\sin\omega t)\frac{d}{dx}(1-3x)]\Rightarrow F_e(t)=34\sin^2\omega t\ \ N$$

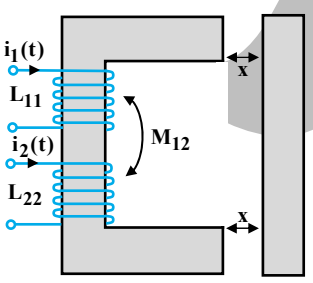
با استفاده از بسط $\sin^2\omega t$ داریم:

$$F_e(t)=34(\frac{1-\cos\omega t}{2})=17-17\cos2\omega t\ \ N\Rightarrow F_{e_{av}}=17N$$

در اینجا نیز می‌توان نیروی متوسط را بصورت مستقیم از رابطه زیر بدست آورد:

$$F_{e_{av}}=\frac{1}{2}\times(\frac{4}{\sqrt{2}})^2\frac{d}{dx}(1+\frac{x}{2})+\frac{1}{2}(\frac{-2}{\sqrt{2}})^2\frac{d}{dx}(2+3x)+(\frac{4}{\sqrt{2}})(\frac{-2}{\sqrt{2}})\cos0^\circ\frac{d}{dx}(1-3x)=17N$$

مثال ۸: در رله مغناطیسی شکل مقابل: $i_2(t)=I_{m_2}\sin\omega_2 t$ و $M_{12}=\frac{K_3}{X}$ و $L_{22}=\frac{K_2}{X}$ و $L_{11}=\frac{K_1}{X}$ و $i_1(t)=I_{m_1}\sin\omega_1 t$



است. شرایط تولید نیروی القایی حداقل و حداکثر در این سیستم کدام است؟

۱) اگر $\omega_1=\omega_2$ باشد نیرو حداقل و اگر $\omega_1\neq\omega_2$ باشد نیرو حداکثر است.

۲) اگر $\omega_1=\omega_2$ باشد نیرو حداکثر و اگر $\omega_1\neq\omega_2$ باشد نیرو حداقل است.

۳) اگر $\omega_1=\omega_2$ باشد نیرو صفر و اگر $\omega_1\neq\omega_2$ باشد نیرو حداقل است.

۴) اگر $\omega_1=\omega_2$ باشد نیرو حداکثر و اگر $\omega_1\neq\omega_2$ باشد نیرو صفر است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به رابطه مربوط به نیروی القایی (و با توجه به مثبت بودن تزویج) داریم:

$$F_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{dx} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{dx} + i_1 i_2 \frac{dM_{12}}{dx} = \frac{1}{2} I_1^2 \sin^2 \omega_1 t \left[\frac{-K_1}{x^2}\right] + \frac{1}{2} I_2^2 \sin^2 \omega_2 t \left[-\frac{K_2}{x^2}\right] + I_1 I_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t \left[-\frac{K_3}{x^2}\right]$$

$$= -\frac{1}{x^2}\left[\frac{K_1 I_1^2}{4}(1-\cos 2\omega_1 t) + \frac{K_2 I_2^2}{4}(1-\cos 2\omega_2 t) + \frac{K_3 I_1 I_2}{2}[\cos(\omega_1-\omega_2)t - \cos(\omega_1+\omega_2)t]\right]$$

طبق این رابطه می‌توان گفت اگر $\omega_1 = \omega_2$ باشد نیروی القایی حداکثر و اگر $\omega_1 \neq \omega_2$ باشد نیروی القایی حداقل است.

مثال ۹: اندوکتانس‌های خودی و متقابل در یک سیستم الکترومغناطیسی دو تحریکه بصورت زیر داده شده‌اند:

$$L_{11} = \frac{1+6x}{2x} \qquad L_{12} = L_{21} = \frac{1}{2x} \qquad L_{22} = \frac{1+4x}{2x}$$

در این معادلات x برحسب متر است. در صورتیکه دو سیم‌پیچ به طور موازی به منبع ولتاژ $V(t) = 220\cos(250t)$ (بر حسب ولت) وصل شوند، به ازاء $x = 0/5$ متر مقدار متوسط نیروی مغناطیسی برابر است با:

۱) $-0/16\,N$ ۲) $-0/8\,N$ ۳) $-0/04\,N$ ۴) $-0/02\,N$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به اندوکتانس‌های داده شده ماتریس اندوکتانس این سیستم به صورت زیر قابل بیان است:

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \frac{1+6x}{2x} & \frac{1}{2x} \\ \frac{1}{2x} & \frac{1+4x}{2x} \end{bmatrix} \xrightarrow{x=0/5} \underline{L} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{L}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} & \frac{-1}{11} \\ \frac{-1}{11} & \frac{4}{11} \end{bmatrix}$$

از آنجایی که جریان هر سیم‌پیچی، انتگرال ولتاژ آن می‌باشد و با توجه به این که $V_{L_1}(t) = V_{L_2}(t) = 220\cos 250t\,(v)$ داریم:

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = L^{-1}\begin{bmatrix} \int v_{L_1} dt \\ \int v_{L_2} dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} & \frac{-1}{11} \\ \frac{-1}{11} & \frac{4}{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \int 220\cos 250t\,dt \\ \int 220\cos 250t\,dt \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_1(t) = 0/16\sin 250t\ (A) \\ i_2(t) = 0/24\sin 250t\ (A) \end{cases}$$

مشتق اندوکتانس‌ها نسبت به جابجایی به ازاء $x = 0/5$ متر به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\left.\frac{dL_{11}}{dx}\right|_{x=0/5} = \frac{-1}{2x^2} = -2 \qquad \left.\frac{dL_{22}}{dx}\right|_{x=0/5} = -\frac{1}{2x^2} = -2 \qquad \left.\frac{dL_{12}}{dx}\right| = \left.\frac{dL_{21}}{dx}\right| = -\frac{1}{2x^2} = -2$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله نیروی القایی داریم:

$$F_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{dx} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dx}$$

$$F_e = \frac{1}{2}[(0/16)^2 \sin^2 250t \times (-2)] + \frac{1}{2}[(0/24)^2 \sin^2 250t \times (-2)] + [(0/16 \times 0/24)\sin^2 250t \times (-2)] = -0/16\sin^2 250t\ (N)$$

در اینجا نیز نیروی القایی متغیر با زمان بوده لذا مقدار متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F_e = -0/16\left[\frac{1-\cos(2\times 250t)}{2}\right] \Rightarrow F_{e_{av}} = -0/08\ (N)$$

مثال ۱۰: گشتاور رلوکتانسی در ماشین‌های دوار تحت کدامیک از شرایط زیر تولید می‌شود:

۱) فاصله هوایی بین رتور و استاتور یکنواخت نباشد.

۲) مقاومت مغناطیسی دیده شده توسط سیم‌بندی استاتور با چرخش رتور تغییر کند.

۳) مقاومت مغناطیسی دیده شده توسط سیم‌بندی رتور با چرخش رتور تغییر کند.

۴) مقاومت مغناطیسی دیده شده توسط سیم‌بندی عمل کننده با چرخش رتور تغییر کند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» اگر سیم‌بندی تحریک‌کننده یا عمل‌کننده روی استاتور نصب باشد گزینه ۲ و اگر روی رتور نصب باشد گزینه ۳ صحیح است. اما گزینه ۴ که حالتی کلی را بیان نموده همواره صحیح است.

مثال ۱۱: در یک ماشین الکتریکی گردان معادله گشتاور ایجاد شده به صورت $T(i_s,i_r,\theta)=i_s i_r$ می‌باشد. در مورد خصوصیات این ماشین کدام گزینه صحیح است؟

۱) استاتور و رتور این ماشین هر دو قطب برجسته هستند.
۲) استاتور و رتور هر دو استوانه‌ای هستند.
۳) استاتور استوانه‌ای و رتور قطب برجسته است.
۴) استاتور قطب برجسته و رتور استوانه‌ای است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» معادله کلی گشتاور در سیستم‌های دو تحریکه به صورت زیر است:

$$T(i_s,i_r,\theta)=\frac{1}{2}i_s^2\frac{dL_{ss}(\theta)}{d\theta}+\frac{1}{2}i_r^2\frac{dL_{rr}(\theta)}{d\theta}+i_s i_r\frac{dL_{sr}(\theta)}{d\theta}$$

با مقایسه این معادله با معادله داده شده در صورت تست دیده می‌شود که جملات اول و دوم صفر بوده اما چون i_s و i_r مخالف صفر هستند (چون در معادله صورت تست وجود دارند) پس حتماً $\frac{dL_{rr}}{d\theta}=\frac{dL_{ss}}{d\theta}=0$ هستند که بیانگر صاف یا استوانه‌ای بودن استاتور و رتور هستند.

مثال ۱۲: در یک ماشین الکتریکی دوار، معادلات اندوکتانس‌های خودی رتور و استاتور به صورت زیر داده شده‌اند، در خصوص نوع استاتور و رتور این ماشین کدام گزینه صحیح است؟

$$L_{rr}=0/3\ H \quad , \quad L_{ss}=0/2+0/1\cos 4\theta\ H$$

۱) رتور قطب برجسته ـ استاتور قطب صاف ـ ۴ قطب
۲) رتور قطب صاف ـ استاتور قطب برجسته ـ ۲ قطب
۳) رتور و استاتور هر دو قطب برجسته ـ ۴ قطب
۴) رتور و استاتور هر دو قطب صاف ـ ۲ قطب

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون با تغییر θ (میزان جابه‌جایی زاویه‌ای رتور) اندوکتانس استاتور (L_{ss}) تغییر می‌کند، در واقع $\frac{dL_{ss}}{d\theta}\neq 0$ است پس رتور از نوع برجسته بوده و چون اندوکتانس رتور (L_{rr}) مستقل از θ داده شده، و یا $\frac{dL_{rr}}{d\theta}=0$ است استاتور قطب صاف است. ضمناً ضریب θ نیز همواره تعداد قطب‌های ماشین را نشان داده پس ماشین ۴ قطب است.

مثال ۱۳: در یک ماشین استوانه‌ای ضریب القاء متقابل بین سیم پیچی‌های روتور و استاتور به صورت $M_{sr}=40\times10^{-3}\cos\theta_r$ است. اگر این ماشین در حالات زیر تحریک شود گشتاور متوسط حالت سکون (راه‌اندازی) به ازاء $\theta_0=30^\circ$، سرعتی که در آن گشتاور متوسط تولید می‌شود و حداکثر گشتاور متوسط را بدست آورید؟

الف) جریان مستقیم $5A$ از هر دو سیم‌پیچی استاتور و روتور بگذرد.

ب) هر دو سیم‌پیچی استاتور و روتور سری شده و جریان متناوب با مقدار مؤثر $5A$ از آنها عبور کنند.

ج) جریان استاتور $i_s=5\sqrt{2}\cos(120\pi t+30^\circ)$ و جریان روتور $i_r=5\sqrt{2}\cos(50\pi t+60^\circ)$ باشد.

☑ **پاسخ:** ماشین داده شده از نوع استوانه است، لذا فقط گشتاور الکترومغناطیسی می‌تواند در آن تولید شود.

الف)

$$T_e=i_s i_r\frac{dM_{sr}}{d\theta_r}=I_s I_r\,[-40\times10^{-3}\sin\theta_r]$$

$$T_e=I_s I_r[-40\times10^{-3}\sin(\omega_m t+\theta_0)]$$

از آنجائیکه $\theta_r=\omega_m t+\theta_0$ است داریم:

در حالت سکون $\omega_m=0$ است لذا گشتاور متوسط برابر می‌شود با:

$$T_{e_{av_{st}}}=I_s I_r[-40\times10^{-3}\sin\theta_0]\xrightarrow{\theta_0=30^\circ}T_{e_{av_{st}}}=-0/5\ N.m$$

گشتاور متوسط غیرصفر فقط به ازاء $\omega_m=0$ رخ می‌دهد و مقدار حداکثر آن زمانی رخ می‌دهد که فاز اولیه (θ_0) برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد و در این صورت داریم:

$$T_{e_{av_{max}}}=I_s I_r(-40\times10^{-3})=-1\ N.m$$

ب) با توجه به جریان‌ها داریم:

$$i_s=i_r=5\sqrt{2}\cos\omega t\ A\Rightarrow T_e=i_s i_r\frac{dM_{sr}}{d\theta_r}=(5\sqrt{2})^2\cos^2\omega t[-40\times10^{-3}\sin(\omega_m t+\theta_0)]\ N.m$$

$$\Rightarrow T_e=\frac{2}{2}[-\sin(\omega_m t+\theta_0)-\frac{1}{2}\sin[(\omega_m+2\omega)t+\theta_0]-\frac{1}{2}\sin[(\omega_m-2\omega)t+\theta_0]]\ N.m$$

در حالت سکون $\omega_m = 0$ است و گشتاور متوسط برابر است با: $T_{e_{st_{av}}} = -\sin\theta_0 \xrightarrow{\theta_0=30^\circ} T_{e_{st_{av}}} = -0/5\ \text{N.m}$

بجز حالت سکون، در حالت حرکت نیز گشتاور متوسط غیرصفر فقط به ازاء $\omega_m = \pm 2\omega$ رخ می‌دهد و مقدار حداکثر آن برابر است با:

$$T_{e_{av_{max}}} = \frac{2}{2\times 2} = 0/5\ \text{N.m}$$

ج) با توجه به معادلات جریان‌ها داریم: $T_e = i_s i_r \frac{dM_{sr}}{d\theta_r} = 5\sqrt{2}\cos(120\pi t + 30^\circ)\times 5\sqrt{2}\cos(50\pi t + 60^\circ)[-40\times 10^{-3}\sin(\omega_m t + \theta_0)]$

$$= \frac{2}{4}[\cos[(\omega_m + 170\pi)t + \theta_0] - \cos[(\omega_m - 170\pi)t - \theta_0] + \sin[(\omega_m + 70\pi)t + \theta_0 + 30^\circ] + \sin[(\omega_m - 70\pi)t + \theta_0 - 30^\circ]]$$

در حالت سکون $\omega_m = 0$ است و گشتاور برابر است با:

$$T_{e_{st}} = \frac{2}{4}[\cos(170\pi t + \theta_0) - \cos(170\pi t - \theta_0) + \sin(70\pi t + \theta_0 + 30^\circ) + \sin(70\pi t + 30^\circ - \theta_0)] \Rightarrow T_{e_{av_{st}}} = 0$$

بجز حالت سکون، در حالت کار دائمی گشتاور متوسط غیرصفر به ازاء $\omega_m = \pm 170\pi$ و یا $\omega_m = \pm 70\pi$ رخ می‌دهد و مقدار حداکثر آن برابراست با:

$$T_{e_{av_{max}}} = \frac{2}{4} = 0/5\ \text{N.m}$$

دیده می‌شود که اگر فرکانس تغذیه استاتور و رتور یکی نباشد گشتاور راه‌اندازی صفر می‌شود (این مطلب در مبحث موتورهای القایی مهم است)

مثال ۱۴: ضرایب خودالقایی و القاء متقابل دو سیم پیچی که بر روی استاتور و روتور یک مبدل انرژی الکترومکانیکی بسته شده‌اند بصورت زیر است:

$$L_{ss} = 0/2\,\text{mH} \quad , \quad L_{rr} = 0/1\,\text{mH} \quad , \quad M_{sr} = 0/05\cos\theta_r\ \text{mH}$$

θ_r زاویه بین محورهای دو سیم‌پیچی است. چنانچه دو سیم‌پیچی سری بسته شده و حامل جریان $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$ باشند، مقدار گشتاور متوسط اعمال شده بر روتور به ازاء $I = 10\,A$ و $\theta_r = 90^\circ$ برابر کدام گزینه زیر است؟

۱) $5\,\text{mN.m}$ ۲) $10\,\text{mN.m}$ ۳) $15\,\text{mN.m}$ ۴) $50\,\text{mN.m}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» از آنجایی که L_{rr} و L_{ss} مستقل از θ_r هستند لذا ماشین استوانه‌ای است و فقط گشتاور الکترومغناطیسی در آن موجود است:

$$T_e = i_s i_r \frac{dM_{sr}}{d\theta_r} = 2I^2\sin^2\omega t(-0/05\sin\theta_r)\times 10^{-3} = I^2(1-\cos 2\omega t)(-0/05\sin\theta_r)\times 10^{-3} \xrightarrow{I=10A,\theta_r=90^\circ}$$

$$T_e = (-5 + 5\cos 2\omega t)\times 10^{-3} \Rightarrow T_{e_{av}} = 5\ \text{mN.m}$$

مقدار متوسط این گشتاور برابر است با:

مثال ۱۵: در یک سیستم مغناطیسی دو تحریکه اندوکتانس خودی و متقابل سیم‌بندی‌ها به ترتیب $L_{11} = L_{22} = 2H$ و $L_{12} = L_{21} = \cos\theta$ هستند. هر دو سیم‌بندی به طور موازی به ولتاژ $v(t) = 500\sin 314t$ وصل می‌شوند. گشتاور متوسط سیستم به ازای $\theta = 30^\circ$ برابر است با:

۱) $-0/133\,\text{Nm}$ ۲) $-0/077\,\text{Nm}$ ۳) $+0/077\,\text{Nm}$ ۴) $+0/133\,\text{Nm}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون اندوکتانس‌های خودی سیم‌بندی‌ها مستقل از θ است لذا دراین سیستم فقط گشتاور الکترومغناطیسی تولید می‌شود. یعنی:

$$T_e = i_1 i_2 \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

با توجه به اندوکتانس‌ها و ولتاژ داده شده می‌توان در حوزه زمان یا در حوزه فازور یا در حوزه لاپلاس جریان‌ها را محاسبه نموده و در رابطه فوق قرار داد. در مثال‌های قبلی بیشتر از حوزه زمان استفاده شد اما اینجا از حوزه فازور استفاده می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} V &= j\omega(2)I_1 + j\omega(\cos\theta)I_2 \\ V &= j\omega(\cos\theta)I_1 + j\omega(2)I_2 \end{aligned} \Rightarrow (2-\cos\theta)I_1 = (2-\cos\theta)I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

یعنی جریان هر دو سیم‌پیچ برابر است. البته از ابتدا نیز مشخص بود زیرا از آنجایی که اندوکتانس‌های خودی و متقابل و ولتاژ هر دو سیم‌پیچ یکی است جریان هر دو سیم‌پیچی حتماً برابر می‌باشند. با توجه به این مورد داریم:

$$I_1 = I_2 = \frac{V}{j\omega(2+\cos\theta)} = \frac{500\sin\omega t}{\omega(2+\cos\theta)}$$

$$T_e = -\left(\frac{500\sin\omega t}{\omega(2+\cos\theta)}\right)^2\sin\theta = -\frac{500^2\sin^2\omega t}{\omega^2(2+\cos\theta)^2}\sin\theta = -\frac{500^2\sin\theta}{2\omega^2(2+\cos\theta)^2} - \frac{500^2\sin\theta}{2\omega^2(2+\cos\theta)^2}\cos(2\omega t)$$

مقدار متوسط ترم دوم برابر صفر است لذا:

$$T_{e_{av}} = -\frac{500^2\sin\theta}{2\omega^2(2+\cos\theta)^2} \xrightarrow{\theta=30^\circ} T_{e_{av}} = -0/077\ \text{N.m}$$

مثال ۱۶: در یک ماشین استوانه‌ای ۶ قطبی اگر استاتور با جریان $i_s(t)=i_{s_{max}}\cos(100\pi t+30^\circ)$ و رتور با جریان $i_r(t)=i_{r_{max}}\cos(75\pi t)$ تغذیه شود رتور با چه سرعت‌هایی می‌تواند گردش نماید؟

۱) $\pm 2000\,rpm$　　۲) $1750\,rpm$ و $250\,rpm$　　۳) $1750\,rpm$ و $-2500\,rpm$　　۴) $\pm 1500\,rpm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در ماشین‌های استوانه‌ای با P قطب گشتاور غیرصفر در شرایط مقابل رخ می‌دهد: $|\omega_m|=\frac{2}{P}|\omega_s\pm\omega_r|$

با توجه به معادلات i_s و i_r دیده می‌شود که $\omega_s=100\pi$ و $\omega_r=75\pi$ است. لذا:

$$|\omega_m|=\frac{2}{6}|100\pi\pm 75\pi|=\frac{250\pi}{3},\frac{175\pi}{3}\ \frac{rad}{s}$$

با تبدیل این سرعت‌ها به rpm داریم:

$$\omega_m=2\pi\frac{N_m}{60}\xrightarrow{\omega_m=\frac{250}{3}\pi,\frac{175}{3}\pi}N_m=2500\,rpm\ ,1750\,rpm$$

مثال ۱۷: در یک ماشین استوانه‌ای تغییرات اندوکتانس متقابل بین رتور و استاتور به صورت $L_{sr}(\theta_r)=0/02\cos\theta_r$ بوده و رتور در لحظه اول در زاویه 30° قرار دارد. سیم‌بندی‌های استاتور و رتور با یکدیگر سری شده و با جریان مستقیم $10\,A$ تغذیه می‌شوند. گشتاور ایجاد شده و سرعت حالت دائمی ماشین کدام است؟

۱) $2N.m$ و $0\frac{rad}{s}$　　۲) $2N.m$ و $100\frac{rad}{s}$　　۳) $1N.m$ و $0\frac{rad}{s}$　　۴) $1N.m$ و $100\frac{rad}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» طبق مطالب بیان شده در ماشین‌های استوانه‌ای اگر رتور و استاتور هر دو حامل جریان DC باشند ماشین به صورت یک کارانداز یا رله DC عمل نموده و حرکت دورانی مداوم نخواهد داشت لذا سرعت حالت دائمی صفر است اما در خصوص گشتاور با توجه به رابطه مربوطه داریم:

$$T_{e_{av}}=-I_sI_rM_{sr_{max}}\sin\theta_0=-10\times10\times0/02\sin30^\circ=-1N.m$$

مثال ۱۸: در یک ماشین استوانه‌ای دو قطبی تغییرات اندوکتانس متقابل بین رتور و استاتور با معادله $M_{sr}(\theta_r)=0/01\sqrt{3}\cos\theta_r$ داده شده است. اگر استاتور این ماشین با جریان $i_s(t)=50\cos(100\pi t)$ و رتور آن با جریان $i_r(t)=12\cos(10\pi t+50^\circ)$ تغذیه شود گشتاور متوسط و سرعت گردش رتور برابر کدام گزینه است؟ (فرض شود که رتور در حالت اولیه در زاویه 10° قرار دارد).

۱) $55rps$ و 45 ـ $2/25N.m$　　۲) $\pm 55rps$ ـ $2/25N.m$

۳) $55rps$ و 45 ـ $4/5N.m$　　۴) $\pm 55rps$ ـ $4/5N.m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به متناوب بودن جریان‌های تغذیه و برابر نبودن فرکانس آن‌ها، ماشین مورد بحث به صورت آسنکرون کار نموده و گشتاور متوسط آن برابر است با:

$$T_{e_{av}}=-\frac{1}{4}i_{s_{max}}i_{r_{max}}M_{sr_{max}}\sin(\theta_0+\alpha)=-\frac{1}{4}\times50\times12\times0/01\sqrt{3}\sin(10+50)=-2/25N.m$$

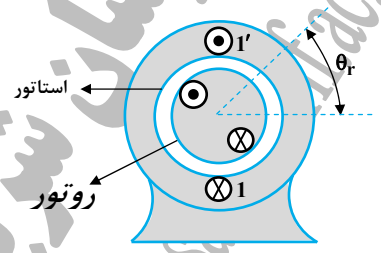
با توجه به شرط تولید گشتاور در ماشین‌های آسنکرون می‌توان نوشت:

$$\omega_m=\omega_s\pm\omega_r=100\pi\pm10=110\pi\frac{rasd}{s}\quad و\quad 90\pi\ \frac{rad}{s}$$

با تبدیل به سرعت‌ها به rps داریم:

$$\omega_m=2\pi n_m\xrightarrow{110\pi,90\pi}n_m=55\ rps\quad و\quad 45\ rps$$

مثال ۱۹: جریان در هادی‌های روتور و استاتور ماشینی مطابق شکل زیر عبارتست از:



$i_s = I_s \cos \omega_s t$ (استاتور)

$i_r = I_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$ (روتور)

در طی کار پایدار (STEADY - STATE) سرعت روتور ثابت بوده و $\theta_r = \omega_m t + \theta_r(\circ)$ است که در آن $\theta_r(\circ)$ زاویه روتور نسبت به محور d در لحظه $t = \circ$ است. هرگاه $\omega_1 = \omega_2 \neq \circ$ باشد تحت کدام شرایط گشتاور متوسط ماشین صفر نیست؟

۱) $\begin{cases} \varphi_r \neq \frac{k\pi}{2},\ \theta_r(\circ) \neq k'\pi,\ \omega_m = \circ \\ (k = 1,2,\ldots),(k' = \circ,1,2,\ldots) \\ \varphi_r \neq \theta_r(\circ),\ \omega_m = 2\omega_1 \\ \varphi_r \neq -\theta_r(\circ),\ \omega_m = -2\omega_1 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} \varphi_r \neq \pi, \theta_r(\circ) \neq k'\pi, \omega_m = \circ \\ (k' = \circ,1,2,\ldots) \\ \varphi_r \neq \theta_r(\circ), \omega_m = 2\omega_1 \\ \varphi_r \neq -\theta_r(\circ), \omega_m = -2\omega_1 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} \varphi_r \neq \frac{k\pi}{2}, \theta_r(\circ) = \circ, \omega_m = \circ \\ (k = 1,2,\ldots) \\ \varphi_r \neq \theta_r(\circ), \omega_m = 2\omega_1 \\ \varphi_r \neq -\theta_r(\circ), \omega_m = -2\omega_1 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} \varphi_r \neq \frac{k\pi}{2}, \theta_r(\circ) = k'\pi, \omega_m = \circ \\ (k = 1,2,\ldots),(k' = \circ,1,2,\ldots) \\ \varphi_r \neq \theta_r(\circ), \omega_m = 2\omega_1 \\ \varphi_r \neq -\theta_r(\circ), \omega_m = -2\omega_1 \end{cases}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون روتور و استاتور هر دو استوانه کامل هستند لذا L_{ss} و L_{rr} ثابت و $M_{sr} = M_\circ \cos\theta_r$ است، به عبارتی دیگر فقط گشتاور الکترومغناطیسی وجود دارد لذا داریم:

$$T_e = i_s i_r \frac{dM_{sr}}{d\theta_r} = I_s I_r \cos(\omega_s t)\cos(\omega_r t + \varphi_r)[-M_\circ \sin\theta_r]$$

با توجه به اینکه $\theta_r = \omega_m t + \theta_r(\circ)$ است و با تبدیل حاصلضرب‌ها به حاصل جمع داریم:

$$T_e = -\frac{1}{4} M_\circ I_s I_r [\sin(\omega_m t + 2\omega_s t + \theta_r(\circ) + \varphi_r) + \sin(\omega_m t - 2\omega_s t + \theta_r(\circ) - \varphi_r) + \sin(\omega_m t + \theta_r(\circ) + \varphi_r) + \sin(\omega_m t + \theta_r(\circ) - \varphi_r)]$$

برای اینکه گشتاور متوسط غیرصفر شود باید:

الف) اگر $\omega_m = \circ$ باشد:

$$T_{e_{av}} = -\frac{1}{2} M_\circ I_s I_r (\sin(\theta_r(\circ) + \varphi_r) + \sin(\theta_r(\circ) - \varphi_r))$$

یعنی باید دو ترم سینوسی مخالف صفر باشد به عبارتی:

$$\sin(\theta_r(\circ) + \varphi_r) + \sin(\theta_r(\circ) - \varphi_r) \neq \circ \Rightarrow \begin{cases} \theta_r(\circ) \neq k'\pi \\ \varphi_r \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

از اینجا پیداست که گزینه (۱) صحیح است اما برای کامل شدن حل داریم:

ب) اگر $\omega_r = 2\omega_s$ باشد داریم:

$$T_{e_{av}} = -\frac{1}{4} M_\circ I_s I_r \sin(\theta_r(\circ) - \varphi_r) \Rightarrow \sin(\theta_r(\circ) - \varphi_r) \neq \circ \Rightarrow \theta_r(\circ) \neq \varphi_r$$

ج) اگر $\omega_r = -2\omega_s$ باشد داریم:

$$T_{e_{av}} = -\frac{1}{4} M_\circ I_s I_r \sin(\theta_r(\circ) + \varphi_r) \Rightarrow \sin(\theta_r(\circ) + \varphi_r) \neq \circ \Rightarrow \theta_r(\circ) \neq -\varphi_r$$

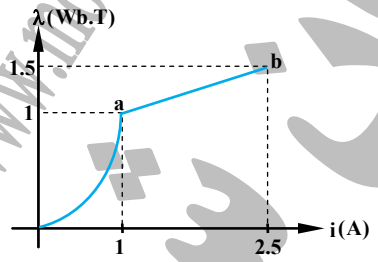
www.modaresanesharif.ac.ir مدرسان شریف

«آزمون‌های خودسنجی فصل دوم»

آزمون (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : A**

۱ـ در یک مدار مغناطیسی، منحنی شار دور ـ جریان به صورت شکل زیر است، برای نقطه b انرژی (W_{fld}) و کوانرژی (W'_{fld}) به ترتیب کدام است؟



$0 < i < 1 \Rightarrow \lambda = i^2$

۱) $3/5\,j - 0/25\,j$
۲) $0/25\,j - 3/5\,j$
۳) $1/55\,j - 2/2\,j$
۴) $2/2\,j - 1/55\,j$

۲ـ در یک ماشین دو تحریکه که استاتور و روتور آن هر دو قطب صافند و سیم‌پیچ‌های آنها به صورت سری بسته شده و حامل جریان مستقیم ۱A می‌باشند، $M_{12} = \cos\theta_r\,(mH)$ است. به ازاء $\theta_r = 90^\circ$ گشتاور اعمال شده به روتور برابر است با:

۱) $0/5\ mN.m$　　۲) $-2\,mN.m$　　۳) $-1\,mN.m$　　۴) $2\,mN.m$

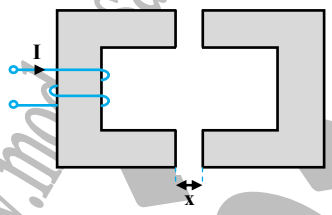
۳ـ در یک مدار مغناطیسی دو فاصله هوایی سری به طول ۲mm و ۱mm موجود است. نسبت انرژی ذخیره شده در این دو فاصله هوایی برابر است با:

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) $\frac{1}{4}$

۴ـ منحنی $(\lambda - i)$ یک مدار مغناطیسی با دو قطعه خط گذرنده از نقاط $(1, 1/5)$ و $(2, 2/5)$ تقریب زده می‌شود. انرژی ذخیره شده در مدار و شبه انرژی آن برابر است با:

۱) $2/75j - 2/25j$　　۲) $2/25j - 2/75j$　　۳) $1/5j - 5j$　　۴) $5j - 1/5j$

۵ـ در رله الکترومغناطیسی شکل زیر هسته مغناطیسی ایده‌آل است، اگر شار در فاصله هوایی ۱mWb باشد انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی چقدر است؟(طول فاصله هوایی ۱۰mm و سطح مقطع هسته ۵×۵ cm است.)

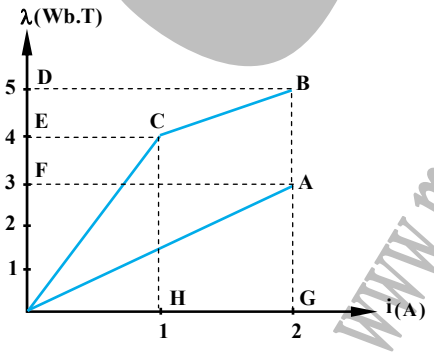


۱) $0/6\,j$
۲) $1/5\,j$
۳) $1/2\,j$
۴) $3/1\,j$

۶ـ در یک سیستم الکترومغناطیسی یک تحریکه $\lambda = (3+x)\sqrt{i}$ است. نیروی وارد بر قسمت متحرک به ازاء جریان ۱A چقدر است؟

۱) $\frac{4}{3}N$　　۲) $\frac{1}{3}N$　　۳) $\frac{2}{3}N$　　۴) $\frac{8}{3}N$

۷ـ در منحنی زیر که مربوط به یک مبدل الکترومکانیکی است اگر عضو متحرک به آرامی از وضعیت باز به وضعیت بسته برود بازده تبدیل انرژی در یک دوره کامل چقدر است؟



۱) ۰/۵
۲) ۰/۸۷۵
۳) ۰/۱۷۵
۴) ۰/۶۱۱

۸ـ اگر معادله گشتاور ایجاد شده در یک ماشین الکتریکی بفرم $T = i_s^2 \sin\theta + 0/1 i_s i_r$ باشد در خصوص شکل قطب‌های این ماشین کدام گزینه صحیح است؟

۱) استاتور صاف ـ رتور برجسته ۲) هر دو صاف ۳) استاتور برجسته ـ رتور صاف ۴) هر دو برجسته

۹ـ در یک سیستم الکترومغناطیسی اندوکتانس‌های خودی و متقابل استاتور و رتور به صورت زیر داده شده‌اند. در خصوص این سیستم کدام گزینه صحیح‌تر است؟

$$\begin{cases} L_{rr} = 0/25 + 0/15\cos 6\theta \\ L_{ss} = 0/1 \end{cases}$$

۱) این سیستم یک ماشین DC ۶ قطب است. ۲) این سیستم یک ماشین القایی ۶ قطب است.

۳) این سیستم یک ماشین سنکرون ۱۲ قطب است. ۴) این سیستم نمی‌تواند مربوط به یک ماشین گردان باشد.

۱۰ـ در یک موتور رلوکتانسی تکفاز اندوکتانس سیم‌پیچ تحریک توسط معادله زیر بیان می‌گردد:

$$L(\theta) = 0/3 + 0/025\cos 4\theta - 0/01\cos 8\theta$$

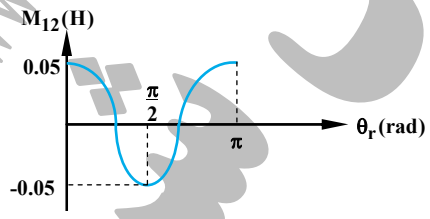
اگر این ماشین توسط یک منبع AC با فرکانس $60\,Hz$ تغذیه گردد حداقل سرعتی که در آن گشتاور پایدار ایجاد می‌گردد چند $\frac{rad}{s}$ است؟

۱) $\pm 60\pi$ ۲) $\pm 50\pi$ ۳) $\pm 25\pi$ ۴) $\pm 30\pi$

آزمون (۲)

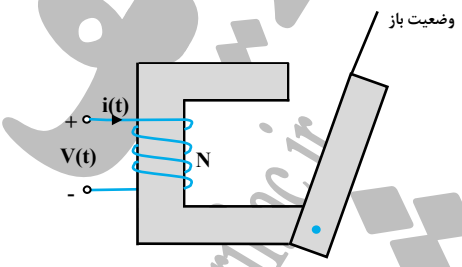
تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : B**

۱ـ در یک وسیله تبدیل انرژی الکترومکانیکی دو سیم‌پیچی واقع شده است که در آن ضرایب القاء خودی به صورت $L_{11} = 0/2\ mH$ و $L_{22} = 0/1\ mH$ و ضریب القاء متقابل به صورت منحنی زیر است. اگر دو سیم‌پیچی سری شده و به جریان $i(t) = \frac{I}{\sqrt{2}}\sin\omega t$ وصل شوند مقدار گشتاور متوسط اعمال شده به روتور به ازاء $I = 10A$ و $\theta_r = 45^\circ$ کدام است؟



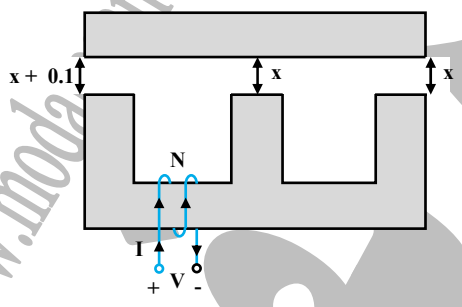
۱) ۲/۵ mN.m
۲) ۵ mN.m
۳) صفر
۴) ۳/۵ mN.m

۲ـ در رله الکترومغناطیسی ساده شکل زیر، تغییر شار دربرگیرنده λ بر حسب جریان i و جابجایی x از وضعیت باز توسط رابطه $\lambda = i\sqrt{x}$ بیان می‌شود، در این صورت رابطه نیروی مغناطیسی تولیدی در این رله کدام است؟



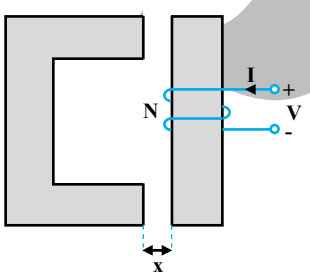
۱) $\frac{\lambda^2}{4\sqrt{x^3}}$
۲) $\frac{\lambda^2}{16\sqrt{x}}$
۳) $\frac{\lambda}{\sqrt[3]{x}}$
۴) $\frac{\lambda}{16\sqrt{x^3}}$

۳ـ در مجموعهٔ الکترومکانیکی زیر، ضریب نفوذ ماده مغناطیسی بسیار بزرگ بوده و سطح مقطع شاخه‌ها در همه جا برابر A است. اگر فاصله x به صفر تقلیل یابد معادله نیروی پدید آمده در مجموعه کدام است؟



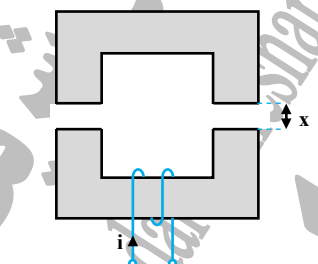
۱) $5\mu_0 N^2 A I^2$
۲) $-50 N^2 \mu_0 A I^2$
۳) $50\frac{N^2}{\mu_0} A I^2$
۴) $-5\frac{N^2}{\mu_0} A I^2$

۴ـ در رله الکترومغناطیسی شکل زیر اگر هسته ایده‌آل بوده و از پراکندگی و شکفتگی فوران صرف‌نظر گردد با فرض اینکه سطح مقطع هسته در همه جا یکسان است. نیروی وارد بر جوشن برابر است با:



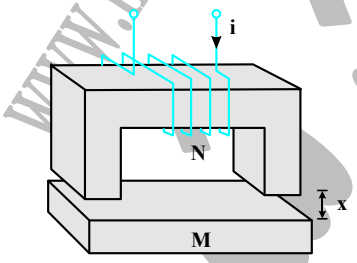
۱) $\frac{1}{4}\frac{K}{x^2} I^2$
۲) $-\frac{1}{4}\frac{K}{x^2} I^2$
۳) $\frac{1}{4}\frac{K}{x} I^2$
۴) $-\frac{1}{4}\frac{K}{x} I^2$

۵ـ در رله الکترومغناطیسی شکل زیر هسته ایده‌آل بوده و جوشن از x_1 به x_2 $(x_2 < x_1)$ می‌رود در حالی که جریان سیم‌پیچی در $2A$ ثابت می‌ماند. اگر $L(x_1) = 0/5\ H$ و $L(x_2) = 1H$ باشد، انرژی مکانیکی خروجی برابر است با:



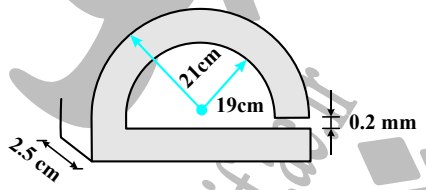
۱) $4\ j$
۲) $2\ j$
۳) $1\ j$
۴) $0/5\ j$

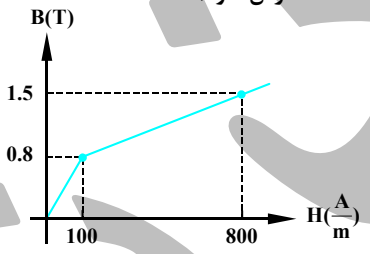
۶ـ یک جرثقیل مغناطیسی مطابق شکل زیر مفروض است. اگر جرم بار M ، سطح مقطع هسته A و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته و بار بی‌نهایت فرض گردد، حداقل جریان مورد نیاز جهت بلند کردن بار کدام است؟ (شتاب جاذبه زمین g می‌باشد)



۱) $\frac{x}{N}\sqrt{Mg}$
۲) $\frac{2x}{N}\sqrt{\frac{Mg}{\mu_0 A}}$
۳) $\frac{x^2}{N}\sqrt{\frac{Mg}{\mu_0 A}}$
۴) $\frac{x^2}{N}\sqrt{\frac{Mg}{\mu_0 A}}$

۷ـ در سیستم الکترومغناطیسی شکل زیر جریان سیم‌پیچی طوری تنظیم شده که چگالی میدان در فاصله هوایی $1T$ گردد. تقریباً چند میلی ژول انرژی در این سیستم ذخیره شده است؟ ($\mu_0 = 10^{-6}\ \frac{H}{m}$ و $\pi = 3$ فرض شود)





۱) ۷۲
۲) ۹۱
۳) ۱۲۳
۴) ۴۷

۸ـ در یک مبدل الکترومکانیکی، معادله شار دور سیم‌پیچ برحسب جریان آن در موقعیت‌های باز و بسته جوشن به صورت زیر داده شده است:

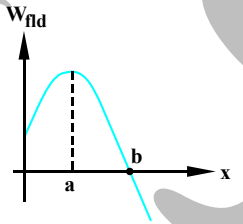
موقعیت باز $\rightarrow : \lambda = i$

موقعیت بسته $\rightarrow : \lambda = \begin{cases} 3i & 0 < i < 1A \\ 3 & i > 1A \end{cases}$

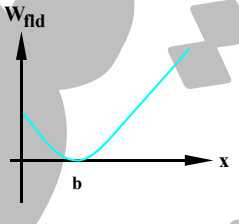
اگر در وضعیت بسته $i = 1A$ بوده و مبدل طوری بسته شود که همواره حاصلضرب $\lambda.i$ ثابت باشد. کار مکانیکی در طی حرکت چند ژول است؟

۱) $3\text{Ln}\sqrt{2}$
۲) $\text{Ln}\sqrt{2}$
۳) $\text{Ln}\sqrt{3}$
۴) $2\text{Ln}\sqrt{3}$

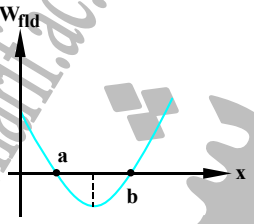
۹ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل یک تحریکه به صورت $\lambda = ai^2(x-b)^2$ است. اگر مقادیر $a, b > 0$ فرض شوند کدام گزینه زیر تغییرات انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی این مبدل را هنگامی که x از صفر تا مقدار نهایی خود تغییر می‌نماید نشان می‌دهد؟



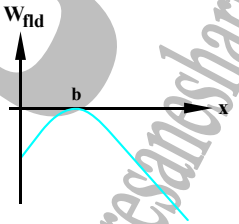
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۰ـ معادله شبه انرژی در یک سیستم دو تحریکه به صورت $W'_{fld} = \frac{x + 0/1}{2x + 0/2} i_1^2 \sqrt{i_2}$ است. مقدار انرژی ذخیره‌شده در این مبدل در نقطه کار $i_1 = 2A$ ، $i_2 = 4A$ و $x = 0/5m$ چند ژول است؟

۱) $4j$
۲) $3j$
۳) $6j$
۴) $2j$

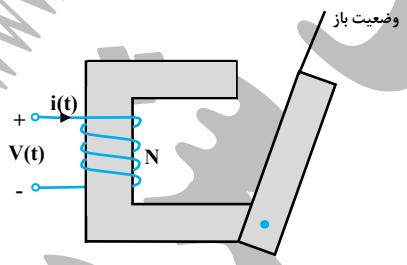
آزمون (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : C**

۱ـ در رله الکترومغناطیسی شکل زیر مشخصه $\lambda - i$ به صورت: ۱) در موقعیت باز برای تمام مقادیر جریان i : $\lambda = ۰/۰۴i$ ، ۲) در موقعیت بسته:

$$\begin{cases} \lambda = ۰/۰۶i & ۰ \le i \le ۲ \\ \lambda = ۱/۲ + ۰/۰۳(i - ۲۰) & i > ۲ \end{cases}$$

است، اگر آرمیچر از وضعیت باز به وضعیت بسته برسد، مقدار متوسط نیروی مغناطیسی چقدر است؟ (طول فاصله هوایی ۲cm است و فرض می‌شود که در طی حرکت آرمیچر جریان در ۴A ثابت بماند)



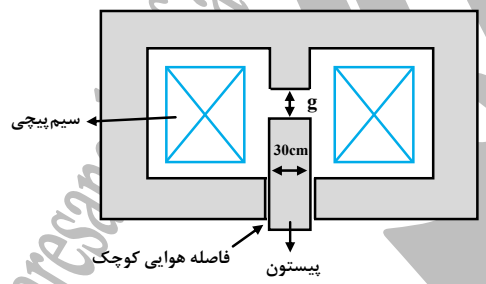
۱) ۲۰ N

۲) ۳۲ N

۳) ۶۰ N

۴) ۵۰ N

۲ـ در شکل زیر یک سیم‌پیچ و پیستون مغناطیسی نشان داده شده است، عمق هسته در همه جا یکسان و برابر ۱۰cm بوده و سیم‌پیچ ۵۰۰ دوری آن حامل جریان ۲A است. فرض کنید مقاومت مغناطیسی سیستم توسط فاصله هوایی g تعیین شده و از پراکندگی شار نیز صرف‌نظر می‌شود، اگر پیستون به آرامی حرکت کند به طوری که فاصله هوایی از $g = ۲cm$ به $g = ۰/۵\ cm$ برسد، کار مکانیکی انجام شده چقدر است؟ (ضریب نفوذ مغناطیسی خلأ $۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{H}{m}$ فرض شود)



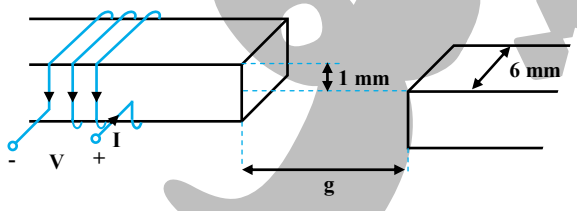
۱) ۲ j

۲) ۲/۷ j

۳) ۰/۱۷ j

۴) ۰/۲ j

۳ـ در شکل زیر قسمت متحرک یک سیستم تبدیل انرژی آمده است که در آن یکی از قطبها به اندازه ۱mm به طور محوری (در جهت محور عمودی) جابجا شده است. اگر طول فاصله هوایی g در مقدار ۳mm ثابت نگه داشته شود نیرویی که درصدد هم محور کردن قسمت‌های ساکن و متحرک می‌باشد را بدست آورید. (چگالی شار فاصله هوایی برابر ۰/۸ T فرض شود)



۱) ۹ N

۲) ۱۳/۵ N

۳) ۴/۵ N

۴) ۱۸ N

۴ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل الکترومکانیکی با معادله $\lambda = \frac{۱}{۲۰x} i^۲$ داده شده است که در آن x برحسب میلی‌متر است. اگر قسمت متحرک این مبدل بسیار آرام از $x = ۵\ mm$ و $i = ۲A$ به موقعیت $x = ۱\ mm$ حرکت کند نیروی متوسط پدید آمده در حین حرکت چند نیوتن است؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$　　۲) $\frac{۸۰}{۳}$　　۳) $\frac{۱۱۰}{۳}$　　۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۵ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل به صورت $\lambda(i,x)=xi^{۲}+isin(x-۰/۱)$ (x بر حسب میلیمتر) داده شده است. به ازاء چه مقداری از x نیروی وارده بر قسمت متحرک حداکثر می‌گردد؟

۱) $۰/۲mm$ ۲) $۰/۹mm$ ۳) $۰/۱mm$ ۴) $۰/۸mm$

۶ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل یک تحریکه به صورت $\lambda(i,x)=Ki\sin(\frac{x}{a})\pi-xi$ داده شده است. معادله نیروی وارد بر جوشن این مبدل کدام است؟

۱) $\frac{i^{۲}}{۲}(\frac{K}{a}\cos(\frac{x\pi}{a})-۱)$ ۲) $\frac{K}{۲}i^{۲}(\cos(\frac{x}{a}\pi)-۱)$ ۳) $\frac{K\pi}{۲}i^{۲}(\cos(\frac{x}{a}\pi)-۱)$ ۴) $\frac{i^{۲}}{۲a}(\frac{K\pi}{a}\cos(\frac{x\pi}{a})-۱)$

۷ـ مشخصه شار دور ـ جریان یک مبدل دو تحریکه به این صورت داده شده است $\begin{cases}\lambda_۱=x^{۲}i_۱^{۲}+xi_۲\\ \lambda_۲=x^{۲}i_۲^{۲}+xi_۱\end{cases}$. معادله نیروی ایجاد شده در این مبدل کدام است؟

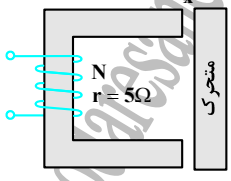
۱) $\frac{۲}{۳}x(i_۱^{۲}+i_۲^{۲})+i_۱i_۲$ ۲) $\frac{۲}{۲}x(i_۱^{۲}+i_۲)^{۲}+۲i_۱i_۲$ ۳) $\frac{۲}{۳}x(i_۱^{۳}\times+i_۲^{۳})+i_۱i_۲$ ۴) $\frac{۲}{۳}x(i_۱^{۳}+i_۲^{۳})+۲i_۱i_۲$

۸ـ مشخصه شار دور – جریان یک مبدل الکترومکانیکی به‌صورت $i=I_{۰}\frac{a\lambda+b\lambda^{۳}}{۱+cx}$ داده شده است که در آن $I_{۰}$ ، a ، b و c مقادیر ثابتی هستند. معادله نیروی وارد بر قسمت متحرک این مبدل کدام است؟

۱) $I_{۰}\frac{a}{۲}\lambda^{۲}\frac{-c}{(۱+cx)^{۲}}$ ۲) $I_{۰}\frac{b}{۴}\lambda^{۲}\frac{c}{(۱+cx)^{۲}}$

۳) $I_{۰}(\frac{a}{۲}\lambda^{۲}+\frac{b}{۴}\lambda^{۴})\frac{-c}{(۱+cx)^{۲}}$ ۴) $I_{۰}(\frac{a}{۲}\lambda^{۲}+\frac{b}{۴}\lambda^{۴})\frac{۱}{(۱+cx)^{۲}}$

۹ـ مشخصه شار دور ـ جریان مبدل الکترومکانیکی شکل زیر هنگامی که عضو متحرک در موقعیت‌های باز و بسته قرار دارد به صورت داده شده است. در حالت اول منبع ولتاژ DC با دامنه $۵V$ به سیم‌پیچ اعمال شده و پس از طی شدن گذرای الکتریکی اجازه حرکت به عضو متحرک داده می‌شود. در حالت دوم یک منبع جریان $۱A$ به سیم‌پیچی اعمال شده و پس از طی شدن گذرای الکتریکی اجازه حرکت به عضو متحرک داده می‌شود. نیروی متوسط ایجاد شده در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟



باز $\lambda=i$

بسته $\lambda=\begin{cases}۳i & ۰<i<۱A\\ ۳ & i>۱A\end{cases}$

۱) ۴ برابر ۲) ۱ برابر ۳) ۲ برابر ۴) ۳ برابر

۱۰ـ معادله انرژی ذخیره شده در یک مبدل به صورت $W_{fld}(i,x)=(۱+x)\sqrt{i^{۳}}$ است. اگر این مبدل از $x=۰/۱۵m$ به $x=۰/۳m$ به طور سریع حرکت کند چند میلی ژول کار مکانیکی ضمن حرکت صورت گرفته است؟ ($\lambda(۰/۱۵)=۱/۵$ فرض شود)

۱) ۱۲ ۲) ۲۸ ۳) ۳۵ ۴) ۲۰

پاسخنامه آزمون‌های خودسنجی فصل دوم

پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۴» ۲ـ گزینه «۳» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۱» ۵ـ گزینه «۴»
۶ـ گزینه «۳» ۷ـ گزینه «۱» ۸ـ گزینه «۱» ۹ـ گزینه «۱» ۱۰ـ گزینه «۴»

پاسخنامه آزمون (۲)

۱ـ گزینه «۱» ۲ـ گزینه «۱» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۲» ۸ـ گزینه «۳» ۹ـ گزینه «۳» ۱۰ـ گزینه «۳»

پاسخنامه آزمون (۳)

۱ـ گزینه «۴» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۳» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۴» ۷ـ گزینه «۴» ۸ـ گزینه «۳» ۹ـ گزینه «۴» ۱۰ـ گزینه «۴»

www.modaresaneshrif.ac.ir
مدرسان شریف

فصل سوم

«ماشین‌های الکتریکی جریان مستقیم (DC)»

تست‌های تألیفی فصل سوم ـ مبحث اصول کار و ساختمان ماشین‌های جریان مستقیم / بررسی مولد تحریک مستقل

مثال۱: یک ماشین DC شش قطب شامل ۳۰۰ هادی بوده و از هر هادی از آرمیچر آن جریان ۸۰A عبور می‌کند. اگر شار هر قطب ۰/۰۱۵Wb و سرعت ماشین ۱۸۰۰rpm باشد. مطلوب است محاسبه جریان کل آرمیچر ـ نیروی محرکه القایی در آرمیچر ـ قدرت ایجاد شده در آرمیچر و گشتاور الکترومغناطیسی، اگر: الف) سیم‌پیچی آرمیچر موجی ساده باشد. ب) سیم‌پیچی آرمیچر حلقوی ساده باشد.

پاسخ: الف ـ در سیم‌پیچی موجی ساده تعداد مسیر موازی جریان همواره برابر ۲ است. جریان هر هادی (که همواره در تمامی سیم‌پیچی‌ها برابر جریان هر مسیر موازی است) $I_1 = 80\,A$ است پس از آنجائیکه جریان کل آرمیچر برابر است با جریان هر مسیر از سیم‌پیچی ضرب در تعداد مسیرهای سیم‌پیچی پس $I_a = aI_1 = 2\times 80 = 160\,A$ است. لذا:

$$E_a = \frac{P}{a}Z\varphi\frac{N}{60} = \frac{6}{2}\times 300\times 0/015\times\frac{1800}{60} = 405V \Rightarrow P_e \text{ یا } P_{ag} = E_aI_a = 405\times 160 = 64800W$$

$$P_e = T_e.\omega \Rightarrow T_e = \frac{P_e}{\omega} = \frac{64800}{2\pi\times\frac{1800}{60}} = 343/5N.m$$

ب ـ در سیم‌پیچی حلقوی ساده تعداد مسیر موازی جریان همواره برابر تعداد قطب‌ها است. لذا داریم:

$$a = P = 6 \Rightarrow I_a = aI_1 = 6\times 80 = 480\,A$$

$$E_a = \frac{6}{6}\times 300\times 0/015\times\frac{1800}{60} = 135V \Rightarrow P_e = 135\times 480 = 64800W \Rightarrow T_e = \frac{64800}{2\pi\times\frac{1800}{60}} = 343/5N.m$$

دیده می‌شود که مقدار قدرت و گشتاور تولیدی آرمیچر **مستقل از نوع سیم‌پیچی** آرمیچر است. اگر چه مقادیر ولتاژ و جریان تولیدی آن شدیداً وابسته به نوع سیم‌پیچی آرمیچر است.

مثال۲: یک ماشین الکتریکی جریان مستقیم دو قطب که سیم‌پیچی آرمیچر آن حلقوی ساده است با سرعت ۱۰۰۰rpm می‌چرخد. اگر تعداد هادی‌های القاء شونده ۶۰۰ عدد و نیروی محرکه الکتریکی القایی در آن ۲۴۰ ولت باشد، فوران زیر هر قطب چند وبر است؟

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۰۲۴ ۴) ۰/۴۸

پاسخ: گزینه «۳» منظور از تعداد هادی‌های القاء شونده همان تعداد کل هادی‌های آرمیچر می‌باشد. همین‌طور چون سیم‌پیچی آرمیچر حلقوی ساده است پس $a = P = 2$ می‌شود. ضمناً چون سرعت برحسب rpm داده شده باید رابطه E_a را برحسب N نوشت، لذا:

$$E_a = \frac{P}{a}Z\varphi\frac{N}{60} = 240 = \frac{2}{2}\times 600\times\varphi\times\frac{100}{60} \Rightarrow \varphi = 0/024Wb$$

مثال۳: یک ماشین جریان مستقیم ۴ قطب دارای ۳۰۰ عنصر القاشونده است. اگر فوران زیر هر قطب آن ۰/۰۵ وبر بوده و در هر دقیقه ۱۰۰۰ دور بچرخد، ولتاژ ۵۰۰ ولت در آرمیچر القاء می‌شود. نوع سیم‌پیچی آن چیست؟

۱) موجی ساده ۲) موجی مرکب دوگانه ۳) حلقوی ساده ۴) حلقوی مرکب دوگانه

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به رابطه ولتاژ القایی داریم:

$$E_a = \frac{P}{a}Z\varphi\frac{N}{60} \Rightarrow 500 = \frac{4}{a}\times 300\times 0/05\times\frac{1000}{60} \Rightarrow a = 2$$

چون $a = 2$ به دست آمده سیم‌پیچی موجی ساده است. (در حلقوی ساده چون ماشین ۴ قطب است $a = 4$ می‌شود)

مثال ۴: یک ماشین ۴ قطبی به صورت موجی ساده سیم‌پیچی شده است. اگر این ماشین در مجموع دارای ۳۰۰ دور سیم‌پیچی باشد و فلوی زیر هر قطب ۰/۰۱ وبر بوده و جریان هر مسیر موازی ۱۰ آمپر باشد گشتاور القایی در آرمیچر چند N.m است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۴۰　　۲) ۲۰　　۳) ۱۰　　۴) ۵

پاسخ: گزینه «۱» در صورت تست به جای تعداد هادی‌های آرمیچر تعداد دور سیم‌پیچی آن داده شده است، از آنجاییکه هر دور از سیم‌پیچی دارای ۲ هادی است در کل تعداد هادی‌ها برابر $2\times300=600$ است. لذا: $Z=2\times300=600$ و $a=2$

همین‌طور جریان هر مسیر موازی $10A$ است لذا جریان کل آرمیچر برابر است با:

$$I_a = I_1 \times a = 10\times2 = 20A \Rightarrow T_e = \frac{P}{a} Z\varphi \frac{I_a}{2\pi} = \frac{4}{2}\times600\times0/01\times\frac{20}{2\pi} = 40N.m$$

مثال ۵: یک ماشین جریان مستقیم ۶ قطب با سیم‌پیچی موجی ساده دارای ۳۰۰ هادی آرمیچر است. شار زیر قطب این ماشین ۰/۰۱ وبر و در هر مسیر موازی آرمیچر ۱۵A جریان برقرار بوده و با سرعت ۱۰۰ رادیان بر ثانیه می‌گردد. گشتاور الکترو مغناطیسی آن چند نیوتن متر است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۱۵　　۲) ۴۵　　۳) ۵۰　　۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینه «۲» چون سیم‌پیچی موجی ساده است $a=2$ لذا:

$$a=2 \Rightarrow I_a = I_1 \times a = 15\times2 = 30A \Rightarrow T_e = \frac{6}{2}\times300\times0/01\times\frac{30}{2\pi} = 45N.m$$

مثال ۶: یک ماشین جریان مستقیم ۴ قطب در آرمیچر دارای ۱۲۰ دور سیم‌پیچی است. اگر شار زیر قطب ۰/۰۱ وبر و جریان هر هادی ۲ آمپر باشد گشتاور ایجاد شده چند نیوتن‌متر است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۶/۴　　۲) ۳/۲　　۳) ۱/۶　　۴) نوع سیم‌پیچی باید مشخص شود.

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به تعداد دور سیم‌پیچی آرمیچر تعداد هادی‌های آن برابر $2\times120=240$ می‌باشد همین‌طور می‌توان جریان آرمیچر را برحسب جریان هر هادی (I_1) و تعداد مسیرها به صورت زیر نوشت:

$$I_a = a\times I_1 = a\times2 \quad و \quad Z = 2N = 2\times120 = 240 \text{ هادی} \Rightarrow T_e = \frac{P}{a} Z\varphi \frac{I_a}{2\pi} \Rightarrow \frac{4}{a}\times240\times0/01\times\frac{a\times2}{2\pi} = 3/2N.m$$

دیده می‌شود زمانی که جریان هر هادی (یا هر مسیر) از سیم‌پیچی آرمیچر داده می‌شود نیازی به دانستن نوع سیم‌پیچی نیست.

مثال ۷: یک مولد DC دو قطبی در سرعت نامی و با جریان تحریک نامی ولتاژ بی‌باری ۲۰۰ ولت تولید می‌نماید، اگر جاروبک‌ها را به طرف یکدیگر و هر کدام را به اندازه 30° تغییر مکان دهیم با فرض اینکه توزیع فضایی میدان مغناطیسی زیر هر قطب تقریباً سینوسی باشد، در این حالت ولتاژ بی‌باری تقریباً برابر است با:

۱) ۱۰۰V　　۲) ۱۸۵V　　۳) ۱۷۳V　　۴) ۱۰۵V

پاسخ: گزینه «۳» چنانچه هر جاروبک 30° از محل اصلی خود جابجا شود زاویه بین دو جاروبک برابر $\theta = 180^\circ - (2\times30^\circ) = 120^\circ$ خواهد شد لذا:

$$E_{a_2} = E_{a_1}\sin\frac{\theta}{2} \Rightarrow E_{a_2} = 200\times\sin(\frac{120^\circ}{2}) \Rightarrow E_{a_2} = 173/2V$$

مثال ۸: یک مولد DC در یک سرعت ثابت با فوران ثابت دارای ۱۰۰ ولت ولتاژ القایی در سیم‌پیچی آرمیچر خود است. اگر سرعت ۲۰ درصد کاهش و شار ۲۰ درصد افزایش یابد مقدار E_a چقدر می‌شود؟

۱) ۱۰۰V　　۲) ۱۸۰V　　۳) ۵۹V　　۴) ۹۶V

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به کاهش ۲۰% سرعت و فوران نسبت به حالت قبل می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} N_2 = 0/8N_1 \\ \varphi_2 = 1/2\varphi_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1}{N_2}\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \Rightarrow \frac{100}{E_{a_2}} = \frac{N_1}{0/8N_1}\times\frac{\varphi_1}{1/2\varphi_1} \Rightarrow E_{a_2} = 96V$$

مثال۹: در یک مولد جریان مستقیم ولتاژ القایی آرمیچر ۱۵۰V است. اگر شار ۲۰% کاهش یابد سرعت مولد چقدر تغییر نماید تا ولتاژ القایی ثابت بماند؟

۱) ۲۰% افزایش ۲) ۲۰% کاهش ۳) ۲۵% افزایش ۴) ۲۵% کاهش

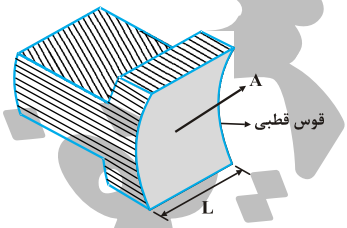
☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به کاهش ۲۰% شار می‌توان نوشت $\varphi_2 = 0/8\varphi_1$. از طرفی چون می‌خواهیم ولتاژ القایی ثابت بماند $E_{a_2} = E_{a_1}$ لحاظ می‌شود. لذا:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} \Rightarrow 1 = \frac{N_1 \times \varphi_1}{N_2 \times 0/8\varphi_1} \Rightarrow \frac{N_1}{0/8N_2} = 1 \Rightarrow N_2 = \frac{1}{0/8}N_1 = 1/25N_1$$

یعنی باید سرعت ۲۵% افزایش یابد تا ۲۰% کاهش شار را جبران نموده و در نتیجه ولتاژ القایی در آرمیچر ثابت بماند.

مثال۱۰: آرمیچر یک ماشین جریان مستقیم ۶ قطب با سیم‌پیچ رویهم دارای ۱۲۰ هادی، قطر ۱۰۰cm و طول ۳۰cm است. اگر نسبت قوس قطب به گام ۰/۷ و چگالی شار متوسط در فاصله هوایی زیر هر قطب $\frac{5}{7}$T باشد. گشتاور تولیدی آن به ازای جریان ۵۰A آرمیچر چقدر است؟

۱) ۳۵Nm ۲) ۵۸Nm ۳) ۷۵Nm ۴) ۱۵۰Nm



☑ **پاسخ :** گزینه «۳» برای محاسبه گشتاور القایی باید فوران تولیدی توسط هر قطب را محاسبه نمود. برای این منظور از آنجاییکه چگالی میدان زیر هر قطب در دسترس است کافی است سطح مقطع هر قطب(A) را محاسبه نمود تا با استفاده از رابطه $\varphi = B.A$ فوران را بدست آورد. برای محاسبه سطح مقطع هر قطب باید قوس هر قطب را در طول یا پهنای هر قطب که همواره برابر طول آرمیچر است ضرب نمود یعنی:

$$A = \text{قوس قطب} \times L$$

از طرفی در صورت تست نسبت قوس قطب به گام قطب داده شده است پس با محاسبه گام قطبی می‌توان قوس قطبی را محاسبه نمود. گام قطبی نیز همواره برابر نسبت محیط کل آرمیچر ($2\pi r$) به تعداد قطب‌ها است لذا:

$$\text{گام قطبی} = \frac{2\pi r}{P} = \frac{2\pi \times 50 \times 10^{-2}}{6} = \frac{\pi}{6}m \Rightarrow \frac{\text{قوس قطب}}{\text{گام قطب}} = 0/7 \Rightarrow \text{قوس قطب} = \frac{\pi}{6} \times 0/7 = \frac{7\pi}{60}m$$

حال که قوس قطب به دست آمده داریم:

$$A = \text{قوس قطب} \times L = \frac{7\pi}{60} \times 30 \times 10^{-2} = \frac{7\pi}{200}m^2 \Rightarrow \varphi = B.A = \frac{5}{7} \times \frac{7\pi}{200} = \frac{\pi}{40}Wb$$

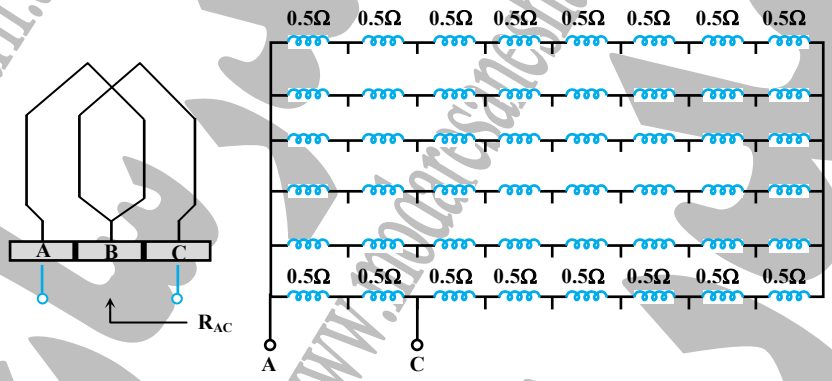
از طرفی سیم‌پیچی آرمیچر بصورت حلقوی (ساده) بوده لذا $a = P = 6$ در نظر گرفته شده است. با جایگذاری سایر مقادیر در رابطه گشتاور داریم:

$$T_e = \frac{P}{a}Z\varphi\frac{I_a}{2\pi} = \frac{6}{6} \times 120 \times \frac{\pi}{40} \times \frac{50}{2\pi} = 75N.m$$

مثال۱۱: آرمیچر ۶ قطبی یک ماشین DC دارای سیم‌پیچ رویهم (Lap) با ۴۸ تیغه کموتاتور و تعداد کافی جاروبک است. درصورتی که مقاومت هر کلاف ۰/۵Ω باشد، مقاومت آرمیچر بین دو تیغه‌ای که با دو نوار عایقی میکا از هم جدا شده‌اند، چند اهم است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{9}{8}$ ۳) $\frac{19}{24}$ ۴) $\frac{2}{3}$

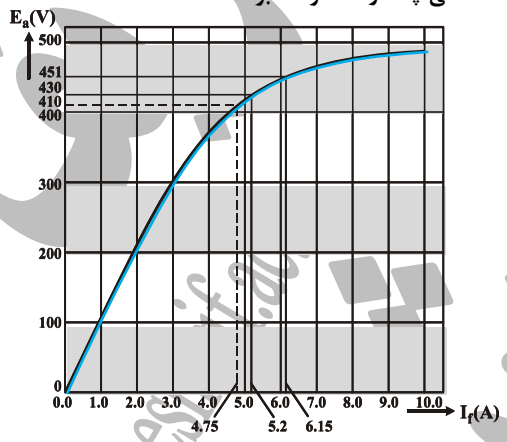
☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در سیم‌پیچی‌های یک طبقه معمولاً تعداد کلاف‌ها، تعداد شیارها و تعداد تیغه‌های کموتاتور هر سه با یکدیگر برابرند. لذا در این آرمیچر ۴۸ کلاف وجود دارد و چون سیم‌پیچی حلقوی ساده است پس $a = P = 6$ مسیر موازی موجود بوده و در هر مسیر نیز $\frac{48}{6} = 8$ کلاف بصورت سری قرار گرفته‌اند. از طرفی مقاومت هر کلاف نیز ۰/۵Ω است لذا مقاومت هر مسیر موازی $0/5 \times 8 = 4\Omega$ است.



با توجه به این توضیحات مقاومت معادل بین دو تیغه‌ای که توسط **دو نوار عایق** جدا شده‌اند، برابر است با:

$$R_{AC}=\frac{(\frac{۴}{۵}+۳)\times ۱}{\frac{۴}{۵}+۳+۱}=\frac{۱۹}{۲۴}\Omega$$

مثال ۱۲: در یک مولد تحریک مستقل $R_f=۲۰\Omega$ ، $R_{adj}=۴۵\Omega$ ، $R_a=۰/۰۵\Omega$ است. اگر ولتاژ اعمالی به دو سر تحریک این مولد ۴۰۰V بوده و مشخصه مغناطیسی آن در سرعت نامی بصورت زیر باشد، ولتاژ خروجی آن در بی‌باری و در سرعت نامی چند ولت خواهد بود؟



۱) ۴۰۰
۲) ۴۱۳
۳) ۴۳۰
۴) ۴۵۱

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» منحنی مشخصه بی‌باری داده شده نشان می‌دهد که به ازاء هر مقدار از جریان عبوری از سیم‌پیچی تحریک ولتاژ القایی در آرمیچر چند ولت می‌شود، لذا باید در ابتدا جریان عبوری از سیم‌پیچی تحریک را یافت پس داریم:

$$I_f=\frac{V_f}{R_f+R_{adj}}=\frac{۴۰۰}{۲۰+۴۵}=۶/۱۵A\xrightarrow{\text{منحنی بی‌باری}}E_a=۴۵۱V\Rightarrow V_{t_{NL}}=E_a=۴۵۱V$$

مثال ۱۳: در «مثال قبل» اگر بخواهیم ولتاژ بی‌باری به ۴۱۰ ولت کاهش یابد، مقاومت مدار تحریک باید چه تغییری نماید؟

۱) ۶۴/۲Ω افزایش　　۲) ۶۴/۲Ω کاهش　　۳) ۱۹/۲Ω افزایش　　۴) ۱۹/۲Ω کاهش

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» طبق منحنی بی‌باری داده شده به منظور القاء ۴۱۰V در آرمیچر، نیاز به جریان تحریک ۴/۷۵A است. لذا باید مقاومت تنظیم کننده تحریک آنقدر افزایش یابد تا جریان تحریک از ۶/۱۵A موجود به ۴/۷۵A کاهش یابد، پس داریم:

$$\Rightarrow R_{adj}=\frac{۴۰۰}{۴/۷۵}\xrightarrow{\text{منحنی بی‌باری}}R_{adj}\simeq ۶۴/۲\Omega\ E_a=۴۱۰V\longrightarrow I_f=۴/۷۵A\Rightarrow ۴/۷۵=\frac{۴۰۰}{۲۰+R_{adj}}\Rightarrow ۲۰+R_{adj}=\frac{۴۰۰}{۴/۷۵}$$

لذا باید مقاومت تنظیم کننده تحریک به اندازه $۱۹/۲\Omega=۴۵-۶۴/۲$ افزایش یابد.

مثال ۱۴: در یک مولد تحریک مستقل منحنی بی‌باری توسط رابطه $E_a = ۶ + ۱۰۰\sqrt{I_f}$ بیان شده است. اگر این مولد یک بار ۲۰۰۰W را در ولتاژ ۲۰۰V تغذیه نموده و مقاومت تحریک ۵۵Ω و مقاومت آرمیچر ۰/۶Ω باشد، ولتاژ دو سر تحریک چند ولت خواهد بود؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۲۲۰ ۴) ۱۹۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» این تست مشابه تست قبل بوده با این تفاوت که به جای منحنی مشخصه بی‌باری، معادله مشخصه بی‌باری داده شده است. لذا مانند تست قبل ابتدا باید ولتاژ القایی در آرمیچر را با توجه به مشخصات بار و مولد به صورت مقابل محاسبه نمود: $I_L = \frac{P_۲}{V_t} = \frac{۲۰۰۰}{۲۰۰} = ۱۰A = I_a$

$E_a = V_t + R_a I_a = ۲۰۰ + ۰/۶ \times ۱۰ = ۲۰۶V$ و $E_a = ۶ + ۱۰۰\sqrt{I_f} \Rightarrow ۲۰۶ = ۶ + ۱۰۰\sqrt{I_f} \Rightarrow I_f = ۴A$

با توجه به این جریان تحریک ولتاژ دو سر تحریک برابر است با: $V_f = R_f I_f = ۵۵ \times ۴ = ۲۲۰V$

مثال ۱۵: ولتاژ ترمینال یک مولد تحریک مستقل در حالی که با سرعت ۲۰۰۰ دور در دقیقه می‌چرخد برابر ۲۴۰ ولت است. در این مولد عکس‌العمل آرمیچر ۲ ولت، جریان آرمیچر ۲۰ آمپر و مقاومت آرمیچر ۰/۵ اهم هستند. اگر سرعت چرخش به ۱۵۰۰ دور در دقیقه کاهش یابد نیروی محرکه القایی چند ولت می‌شود؟

۱) ۲۵۲ ۲) ۳۳۶ ۳) ۱۸۹ ۴) ۲۴۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید در سرعت ۲۰۰۰rpm موجود ولتاژ القایی در آرمیچر را به دست آورده و سپس برای کاهش سرعت به ۱۵۰۰rpm مقدار آنرا اصلاح نمود، لذا: $E_{a_۱} = V_t + R_a I_{a_۱} + \varepsilon = ۲۴۰ + (۰/۵ \times ۲۰) + ۲ \Rightarrow E_{a_۱} = ۲۵۲V$

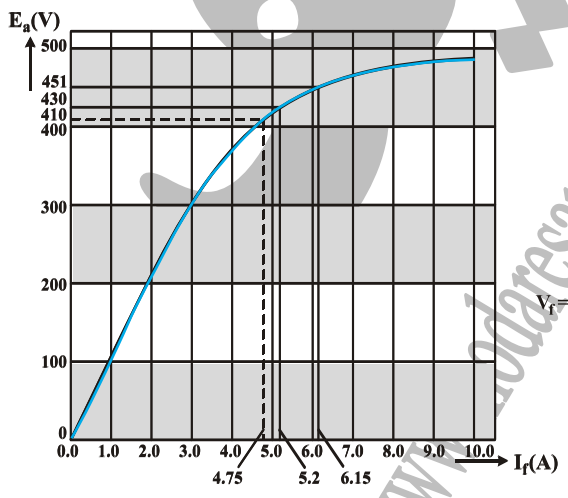
چون حرفی از تغییر شار زده نشده فوران ثابت فرض می‌شود، پس می‌توان نوشت: $\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}} = \frac{N_۱}{N_۲} \Rightarrow \frac{۲۵۲}{E_{a_۲}} = \frac{۲۰۰۰}{۱۵۰۰} \Rightarrow E_{a_۲} = ۱۸۹V$

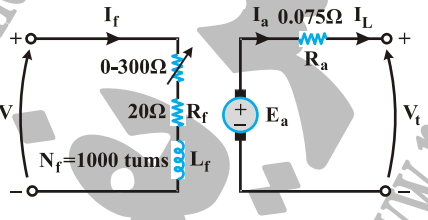
مثال ۱۶: در یک مولد تحریک مستقل که در شرایط بی‌باری با ولتاژ نامی در حال کار است، اگر مقاومت مدار تحریک را نصف کنیم کدام گزینه زیر اتفاق می‌افتد؟

۱) ولتاژ ترمینال‌های ماشین دو برابر می‌شود.
۲) ولتاژ ترمینال‌های ماشین نصف می‌شود.
۳) ولتاژ ترمینال‌های ماشین افزایش می‌یابد.
۴) ولتاژ ترمینال‌های ماشین کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در مولدهای تحریک مستقل طبق رابطه $I_f = \frac{V_f}{R_f}$ با نصف شدن R_f دامنه I_f دو برابر می‌شود. اما چون مدار مغناطیسی ماشین غیرخطی بوده و ماشین نیز با ولتاژ نامی در حال کار است (یعنی نقطه کار آن در حدود ناحیه زانویی است) پس دو برابر شدن I_f نمی‌تواند فوران φ را دو برابر کند، بلکه فوران فقط قدری زیاد می‌شود. در نتیجه ولتاژ ترمینال‌ها که در بی‌باری برابر ولتاژ القایی در آرمیچر است، فقط کمی افزایش خواهند یافت (حدود ۱۰% تا ۲۰% افزایش می‌یابند).

مثال ۱۷: در مولد تحریک مستقل شکل زیر مشخصات خروجی آن عبارتند از : ۱۷۲kW, ۴۳۰V, ۱۸۰۰rpm و مشخصه مغناطیسی آن به صورت نشان داده شده است. چنانچه رئوستای میدان در ۶۳Ω قرار گرفته و سرعت در ۱۶۰۰rpm تثبیت و یک مقاومت یک اهمی نیز به ترمینال‌های خروجی متصل شود، ولتاژ خروجی تقریباً چند ولت خواهد بود؟





۱) ۴۳۰
۲) ۳۸۲
۳) ۴۰۰
۴) ۳۵۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» دقت شود که در این تست مشخصه بی‌باری در سرعت ۱۸۰۰rpm داده شده اما مجهول تست مربوط به سرعت ۱۶۰۰rpmاست لذا نمی‌توان از این منحنی به صورت مستقیم استفاده نمود، پس ابتدا باید ولتاژ القایی را در سرعت ۱۸۰۰rpm به دست آورد. برای این منظور داریم:

$$I_f=\frac{V_f}{R_f+R_{adj}}=\frac{۴۳۰}{۲۰+۶۳}=۵/۲A \xrightarrow{\text{منحنی}} E_a\Big|_{N=۱۸۰۰rpm}=۴۳۰V=E_{a_۱}$$

حال باید این ولتاژ القایی را به ازاء شرایط کاری جدید (سرعت جدید) به صورت زیر تغییر داد:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{N_۱}{N_۲}\Rightarrow\frac{۴۳۰}{E_{a_۲}}=\frac{۱۸۰۰}{۱۶۰۰}\Rightarrow E_{a_۲}\Big|_{N=۱۶۰۰rpm}=۳۸۲V$$

یعنی ولتاژ القایی در مولد در سرعت ۱۶۰۰rpm برابر ۳۸۲V است. با توجه به اینکه یک مقاومت ۱Ω به ترمینال‌ها متصل شده با نوشتن تقسیم ولتاژ بین این مقاومت و مقاومت آرمیچر داریم:

$$V_t=\frac{R_L}{R_a+R_L}E_{a_۲}=\frac{۱}{۱+۰/۰۷۵}\times۳۸۲=۳۵۵/۳V$$

مثال۱۸: در یک مولد تحریک مستقل $R_a=۰/۱۵\Omega$ ، $N=۱۰۰۰rpm$ ، $I_f=۲A$ ، $V_t=۱۲۵V$ و $I_{a_n}=۸۰A$ است. اگر جریان آرمیچر به ۷۵% مقدار نامی کاهش یابد، در سرعت ثابت جریان تحریک چه تغییری کند تا ولتاژ ترمینال ثابت باقی بماند؟ (مدار مغناطیسی ماشین را خطی فرض نمایید)

۱) ۵% کاهش　　۲) ۲/۵% کاهش　　۳) ۵% افزایش　　۴) ۲/۵% افزایش

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با کاهش بار روی مولد به علت کاهش افت ولتاژهای داخلی ولتاژ ترمینال‌ها افزایش می‌یابند، برای تثبیت این ولتاژ باید با کاهش جریان تحریک (در هنگام کاهش بار)، فوران و در نتیجه ولتاژ القایی در آرمیچر را کاهش داد. پس باید ببینیم چه مقدار باید از جریان تحریک کاست لذا:

$$E_{a_۱}=V_t+R_aI_a=۱۲۵+(۰/۱۵\times۸۰)=۱۳۷V$$

$$I_{a_۲}=۰/۷۵I_{a_۱}=۰/۷۵\times۸۰=۶۰A\Rightarrow E_{a_۲}=۱۲۵+(۰/۱۵\times۶۰)=۱۳۴V$$

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{N_۱}{N_۲}\frac{I_{f_۱}}{I_{f_۲}}\Rightarrow\frac{۱۳۷}{۱۳۴}=\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰۰}\times\frac{۲}{I_{f_۲}}\Rightarrow I_{f_۲}=۱/۹۵A\Rightarrow\Delta I_f=۲-۱/۹۵\Rightarrow\Delta I_f=۰/۰۵A$$

یعنی جریان تحریک باید ۰/۰۵A کاهش یابد. در نتیجه جریان تحریک باید به اندازه $\frac{\Delta I_f}{I_f}\times۱۰۰=\frac{۰/۰۵}{۲}\times۱۰۰=۲/۵\%$ کاهش یابد.

مثال۱۹: در یک مولد تحریک مستقل، سرعت چرخش در بار نامی ۱۰kW و ۲۰۰V برابر ۱۰۰۰rpm است. اگر $R_a=۰/۵\Omega$ بوده و بار مولد ۲۰% کاهش یابد، با فرض ثابت ماندن جریان تحریک سرعت چقدر تغییر نماید تا ولتاژ ترمینال ثابت بماند؟

۱) ۲/۲% کاهش　　۲) ۲/۲% افزایش　　۳) ۲۲% کاهش　　۴) ۲۲% افزایش

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در مسئله قبل برای تثبیت ولتاژ از کنترل جریان تحریک استفاده شد، اما می‌توان از کنترل سرعت نیز استفاده نمود. برای این منظور کافی است همزمان با کاهش بار، سرعت مولد نیز کاهش یابد، لذا باید میزان این کاهش را محاسبه نمود. در حالت اول داریم:

$$I_{a_۱}=I_L=\frac{P_۲}{V_t}=\frac{۱۰۰۰۰}{۲۰۰}=۵۰A\Rightarrow E_{a_۱}=V_t+R_aI_{a_۱}=۲۰۰+(۰/۵\times۵۰)=۲۲۵V$$

با کاهش ۲۰% بار خروجی، جریان آرمیچر نیز ۲۰% کاهش می‌یابد لذا:

$$P_۲=۰/۸P_۱=۰/۸\times۱۰۰۰۰=۸۰۰۰W\Rightarrow I_{a_۲}=\frac{۸۰۰۰}{۲۰۰}=۴۰A\Rightarrow E_{a_۲}=۲۰۰+(۰/۵\times۴۰)=۲۲۰V$$

با توجه به رابطه بین ولتاژهای القایی و سرعت داریم:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{N_۱I_{f_۱}}{N_۲I_{f_۲}}\Rightarrow\frac{۲۲۵}{۲۲۰}=\frac{۱۰۰۰}{N_۲}\times۱\Rightarrow N_۲=۹۷۸rpm$$

یعنی سرعت مولد باید در حدود ۲۲rpm کاهش یابد و یا به صورت درصدی داریم:

$$\text{درصد تغییر سرعت}=\frac{۱۰۰۰-۹۷۸}{۱۰۰۰}\times۱۰۰=۲/۲\%$$

یعنی باید سرعت ۲/۲% کاهش یابد تا ولتاژ ترمینال ثابت بماند. (دقت شود که تنظیم سرعت مولدها با این دقت امکان‌پذیر نمی‌باشد لذا در عمل جهت تثبیت ولتاژ از همان روش مطرح شده در مسئله قبل یعنی کنترل فوران که روش عملی‌تر است استفاده می‌شود.)

مثال ۲۰: یک مولد DC تحریک جداگانه به یک شبکه با ولتاژ ثابت $۲۵۰V$ متصل و تحریک آن نیز از منبع $۲۵۰V$ مجزا تغذیه می‌شود. سرعت این مولد را چند درصد تغییر دهیم تا توان خروجی از $۲۵۰kW$ به $۵۰۰kW$ افزایش یابد؟ (مقاومت آرمیچر $۰/۰۱\Omega$ بوده و از اثر عکس‌العمل آرمیچر صرفنظر می‌شود).

۱) ۳/۸ افزایش ۲) ۳/۸ کاهش ۳) ۲/۱ افزایش ۴) ۲/۱ کاهش

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون مولد به یک شبکه با ولتاژ ثابت وصل است، لذا ولتاژ ترمینال با تغییر سرعت تغییر نمی‌کند پس در حالت اول می‌توان نوشت:

$$I_{L_۱}=\frac{P_۱}{V_{t_۱}}=\frac{۲۵۰\times۱۰^۳}{۲۵۰}=۱۰۰۰\,A=I_{a_۱}\Rightarrow E_{a_۱}=V_{t_۱}+R_aI_{a_۱}=۲۵۰+(۰/۰۱\times۱۰۰۰)=۲۶۰\,V$$

اگر بخواهیم توان تزریقی مواد به $۵۰۰kW$ افزایش یابد، باید:

$$I_{L_۲}=\frac{P_۲}{V_{t_۲}}=\frac{۵۰۰\times۱۰^۳}{۲۵۰}=۲۰۰۰A=I_{a_۲}\Rightarrow E_{a_۲}=V_{t_۲}+R_aI_{a_۲}=۲۵۰+(۰/۰۱\times۲۰۰۰)=۲۷۰\,V$$

در مولدهای تحریک مستقل، فوران مستقل از سرعت چرخش است، لذا:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{\omega_۱}{\omega_۲}\Rightarrow\frac{۲۶۰}{۲۷۰}=\frac{\omega_۱}{\omega_۲}\Rightarrow\omega_۲=۱/۰۳۸\,\omega_۱$$

یعنی باید سرعت به اندازه $۱/۰۳۸-۱=۰/۰۳۸=۳/۸\%$ افزایش یابد. (مشاهده می‌شود که تغییر سرعت در مولدهایی که با شبکه‌های بزرگ موازی هستند موجب تغییر شدید جریان یا توان تولیدی آنها می‌شود، به طوریکه ممکن است به مولد آسیب برساند در این تست با تغییر ۱۰ولتی در ولتاژ القایی حدود $۱۰۰۰A$ جریان تولیدی زیاد شده که البته کم بودن مقاومت آرمیچر نیز در این امر بی‌تأثیر نیست.)

مثال ۲۱: مشخصه مغناطیسی یک مولد با تحریک مستقل در سرعت نامعلوم N به صورت $E_a=\frac{۱۵۰I_f}{I_f+۱}$ بوده و مقاومت مدار تحریک آن ۵۰Ω، تنظیم‌کننده آن $۰<R_{adj}<۲۵۰\Omega$ و ولتاژ اعمالی به تحریک $۳۰۰V$ است. در حالت اول مولد را با سرعت $۱۵۰۰rpm$ چرخانده و تنظیم‌کننده را روی ۱۰۰Ω ثابت می‌کنیم. در حالت دوم اگر سرعت را به $۱۶۰۰rpm$ افزایش و تنظیم‌کننده را روی ۲۵۰Ω تنظیم کنیم، ولتاژ خروجی بی‌باری چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۲۰% افزایش می‌یابد. ۲) ۲۰% کاهش می‌یابد. ۳) ۲۵% افزایش می‌یابد. ۴) ۲۵% کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه تغییرات ولتاژ باید از رابطه نسبت ولتاژها استفاده نمود، لذا ابتدا نسبت شارها را در دو حالت داده شده به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}R_{adj_۱}=۱۰۰\Omega\Rightarrow I_{f_۱}=\frac{۳۰۰}{۵۰+۱۰۰}=۲A\\ R_{adj_۲}=۲۵۰\Omega\Rightarrow I_{f_۲}=\frac{۳۰۰}{۵۰+۲۵۰}=۱A\end{cases}\Rightarrow\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}=\frac{\hat{E}_{a_۱}}{\hat{E}_{a_۲}}=\frac{\frac{۱۵۰\times۲}{۲+۱}}{\frac{۱۵۰\times۱}{۱+۱}}=\frac{۱۰۰}{۷۵}$$

سرعت مربوط به دو حالت مورد بحث نیز در صورت مسئله داده شده است، لذا:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{\varphi_۱N_۱}{\varphi_۲N_۲}\Rightarrow\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}}=\frac{۱۰۰}{۷۵}\times\frac{۱۵۰۰}{۱۶۰۰}\Rightarrow E_{a_۲}=۰/۸E_{a_۱}$$

یعنی ولتاژ القایی ۲۰% کاهش می‌یابد.

مثال ۲۲: در یک مولد تحریک مستقل $۲۵۰v$ مقاومت آرمیچر $۰/۲\Omega$ است. این مولد جهت تغذیه بار $۲۰kW$ باید با سرعت $۱۰۰۰rpm$ دوران کند. اگر به یکباره مولد بی‌بار گردد به منظور تثبیت ولتاژ ترمینال‌ها در همان مقدار نامی، سرعت گردش مولد باید چه تغییری نماید؟

۱) ۶% افزایش ۲) ۱۱% افزایش ۳) ۶% کاهش ۴) ۱۱% کاهش

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید ولتاژ القایی در آرمیچر را در بار نامی به دست آورد. لذا داریم:

$$I_a=I_L=\frac{۲۰۰۰۰}{۲۵۰}=۸۰A\Rightarrow E_{a_{FL}}=۲۵۰+(۰/۲\times۸۰)=۲۶۶v$$

چنانچه مولد بی‌بار شود می‌خواهیم ولتاژ ترمینال‌ها در $۲۵۰v$ ثابت بماند. لذا داریم:

$$E_{a_{NL}}=V_{t_{NL}}=۲۵۰v$$

با توجه به رابطه نسبت ولتاژهای القایی و توجه به این نکته که در مولد تحریک مستقل جریان تحریک و در نتیجه شار مغناطیسی نسبت به تغییرات سرعت ثابت است، داریم:

$$\frac{E_{a_{NL}}}{E_{a_{FL}}}=\frac{\omega_{NL}}{\omega_{FL}}\frac{\varphi_{NL}}{\varphi_{FL}}\Rightarrow\frac{۲۵۰}{۲۶۶}=\frac{\omega_{NL}}{\omega_{FL}}\times۱\Rightarrow\omega_{NL}=۰/۹۴\,\omega_{FL}$$

یعنی باید سرعت مولد ۶% کاهش یابد.

مثال ۲۳: در یک مولد تحریک مستقل با مدار مغناطیسی خطی، در سرعت ثابت هنگامی که رئوستای میدان برابر مقاومت اهمی تحریک است، ولتاژ القایی در آرمیچر E_a است. در این مولد تغییراتی به شرح زیر اعمال می‌نماییم. ولتاژ القایی در آرمیچر این مولد پس از این تغییرات چند درصد حالت اول است؟

الف) تعداد دور سیم‌پیچ هر قطب نصف می‌شود.

ب) ولتاژ اعمالی به دو سر تحریک $\sqrt{۳}$ برابر می‌شود.

ج) مقاومت تنظیم‌کننده تحریک دو برابر می‌شود.

د) سرعت گردش ۵۰% زیاد می‌شود.

هـ) جاروبک‌ها به طور متقارن هر یک به اندازه ۳° به دیگری نزدیک می‌شود.

۱) ۴۵% ۲) ۱۸۰% ۳) ۷۵% ۴) ۹۰%

پاسخ: گزینه «۴» ولتاژ القایی در آرمیچر ماشین‌های DC متناسب با سرعت چرخش، فوران زیر هر قطب و سینوس زاویه بین جاروبک‌های آن است. فوران نیز در حالت خطی با جریان تحریک و تعداد دور متناسب است لذا:

$$\begin{cases} E_a \sim \varphi\omega(\sin\frac{\theta}{۲}) \\ \varphi \sim A.T_F = N_f I_f \sim N_f.\frac{V_F}{R_F} \end{cases} \Rightarrow E_a \sim \frac{N_f V_F \omega}{R_F}\sin\frac{\theta}{۲}$$

از آنجایی‌که N_f نصف، ولتاژ تحریک $\sqrt{۳}$ برابر، سرعت ۱/۵ برابر و مجموع مقاومت مدار تحریک ۱/۲۵ برابر شده (چون مقاومت سیم‌بندی به دلیل نصف شدن تعداد دور آن نصف شده و تنظیم‌کننده نیز طبق گفته صورت تست ۲ برابر شده است) و زاویه بین دو جاروبک نیز از ۱۸۰° اصلی به ۱۲۰° کاهش یافته است (زیرا هر جاروبک ۳۰° و در مجموع ۶۰° جابجا شده‌اند) لذا داریم:

$$E_a \sim \frac{۱}{۲}\times\sqrt{۳}\times ۱/۵ \over ۱/۲۵ \times \sin\frac{۱۲۰}{۲} = ۰/۹ \text{ یا } ۹۰\%$$

یعنی ولتاژ القایی در آرمیچر ۹۰% حالت اول شده یا ۱۰% کاهش می‌یابد.

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث بررسی مولد شنت

مثال۱: یک مولد تحریک شنت با $R_a = 0/5\ \Omega$ در سرعت نامی بار $20\ kW$ را در ولتاژ $250\ V$ تغذیه می‌کند. اگر مقاومت تحریک $20\ \Omega$ و مقاومت تنظیم کننده تحریک در $30\ \Omega$ تنظیم شده باشد و بار مولد 50% افزایش یابد رئوستای میدان را چقدر تغییر دهیم تا ولتاژ ترمینال ثابت بماند؟ (در تمامی مراحل سرعت چرخش را ثابت فرض نموده و مدار مغناطیسی ماشین را خطی در نظر بگیرید.)

۱) $3/2\Omega$ افزایش ۲) $3/2\Omega$ کاهش ۳) $46/8\Omega$ افزایش ۴) $46/8\Omega$ کاهش

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به توان $20\ kW$ بار و ولتاژ $250\ V$ آن داریم:

$$P_1 = 20\,kW \Rightarrow I_{L_1} = \frac{P_2}{V_t} = \frac{20000}{250} = 80\,A \quad \text{و} \quad I_{f_1} = \frac{V_t}{R_f} = \frac{250}{20+30} = 5\,A \Rightarrow I_{a_1} = I_{L_1} + I_{f_1} = 80+5 = 85\,A$$

اگر بار مولد 50% افزایش یابد جریان آرمیچر برابر است با:

$$P_2 = 1/5P_1 = 1/5\times 20 = 30\,kW \Rightarrow I_{L_2} = \frac{30000}{250} = 120\,A \quad \text{و} \quad I_{f_2} = \frac{250}{20+30} = 5A \Rightarrow I_{a_2} = 120+5 = 125\,A$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای جریان آرمیچر در دو حالت مورد بحث داریم:

$$E_{a_1} = 250+(0/5\times 85) = 292/5\,V \quad \text{و} \quad E_{a_2} = 250+(0/5\times 125) = 312/5\,V$$

از آنجائیکه مدار مغناطیسی ماشین خطی و سرعت نیز ثابت در نظر گرفته شده است می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1 I_{f_1}}{N_2 I_{f_2}} \Rightarrow \frac{292/5}{312/5} = \frac{5}{I_{f_2}} \Rightarrow I_{f_2} = 5/34\,A \Rightarrow R_f + R_{adj_{new}} = \frac{V_t}{I_{f_2}} = \frac{250}{5/34} \Rightarrow R_{adj_{new}} = 46/8 - 20 = 26/8\ \Omega$$

یعنی R_{adj} باید به اندازه $3/2\Omega$ $30-26/8 = 3/2\Omega$ کاهش یابد.

مثال۲: رابطهٔ تقریبی ولتاژ القایی در آرمیچر و جریان میدان تحریک یک مولد شنت در سرعت ۱۰۰۰ دور بر دقیقه به قرار زیر است:

$$E_a = 220\left(1-e^{-0/2I_f}\right)$$

با صرف‌نظر کردن از مقاومت آرمیچر، مقاومت میدان تحریک در چند اهم تنظیم کنیم، تا در سرعت ۱۵۰۰ دور بر دقیقه ولتاژ خروجی مولد برابر ۲۲۰ ولت شود؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۰ ۳) ۴۴ ۴) ۹۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون $R_a = 0$ در نظر گرفته شده لذا $E_a\Big|_{1500rpm} = V_t = 220\,V$ است، اما چون مشخصه بی‌باری در سرعت $1000\,rpm$ داده شده نمی‌توان از آن به طور مستقیم استفاده نمود، لذا ابتدا باید با ضرب معادله در عبارت $\frac{1500}{1000}$ معادله را برای سرعت $1500\,rpm$ اصلاح نموده و سپس جریان تحریک را به صورت مقابل از آن استخراج نمود:

$$E_a\Big|_{1500rpm} = 220\left(1-e^{-0/2I_f}\right)\times\frac{1500}{1000} = 220 \Rightarrow I_f = 5/5A$$

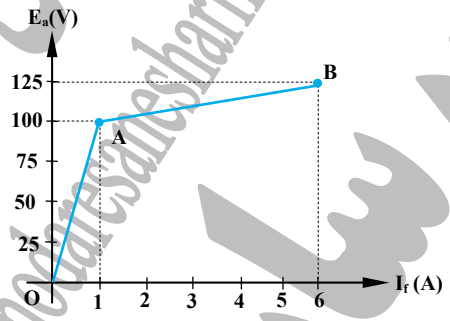
با توجه به جریان تحریک به دست آمده، مقاومت مدار تحریک (تحریک + تنظیم‌کننده) برابر است با:

$$R_{adj} + R_f = \frac{V_t}{I_f} = \frac{220}{5/5} = 40\,\Omega$$

مثال۳: منحنی بی‌باری یک مولد جریان مستقیم موازی (شنت) در سرعت $1000\,rpm$ با یک پاره‌خط و یک نیم‌خط که از نقاط $O(0A,0V)$ و $A(1A,100V)$ و $B(6A,125V)$ می‌گذرد، تقریب زده شده است. مقاومت آرمیچر $0/1\Omega$ و مقاومت میدان $50\ \Omega$ است. چنانچه در حالت بارداری ولتاژ این مولد $100\ V$ و عکس‌العمل آرمیچر کاملاً جبران شده باشد، جریان بار چند آمپر است؟

۱) $48\ A$ ۲) $50\,A$ ۳) $52\,A$ ۴) $60\,A$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به نقاط داده شده مشخصه بی‌باری را می‌توان به صورت زیر رسم نموده و معادلات پاره‌خط OA و AB را به صورت زیر به دست آورد:



$$OA \text{ معادله}: E_a = 100\, I_f$$

$$AB \text{ معادله}: E_a = 5I_f + 95$$

با توجه به ولتاژ ۱۰۰V حالت بارداری جریان تحریک در این حالت برابر است با:

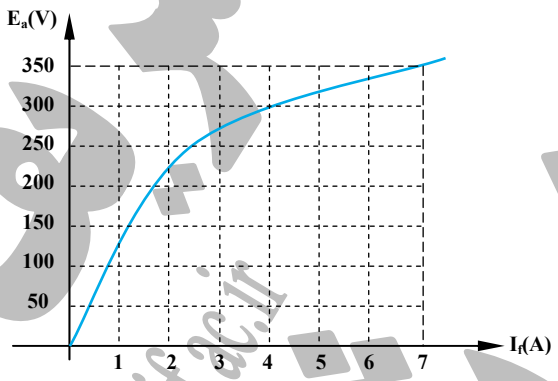
$$I_f = \frac{V_t}{R_f} = \frac{100}{50} = 2A \xrightarrow{\text{معادله AB}} E_a = 105\ V$$

با توجه به مشخص بودن E_a و V_t می‌توان جریان آرمیچر را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_a = V_t + R_a I_a \Rightarrow I_a = \frac{E_a - V_t}{R_a} = \frac{105-100}{0/1} = 50\ A \Rightarrow I_L = I_a - I_f = 50 - 2 = 48A$$

(توجه: این مسئله را می‌توان با استفاده از روش ترسیمی نیز که در قسمت‌های بعدی بررسی می‌شود تحلیل نمود.)

مثال ۴: منحنی بی‌باری یک مولد تحریک شنت به صورت شکل زیر است، اگر مقاومت مدار تحریک شنت برابر ۷۵Ω باشد، ولتاژ خروجی و جریان تحریک در حالت بی‌باری چقدر است؟



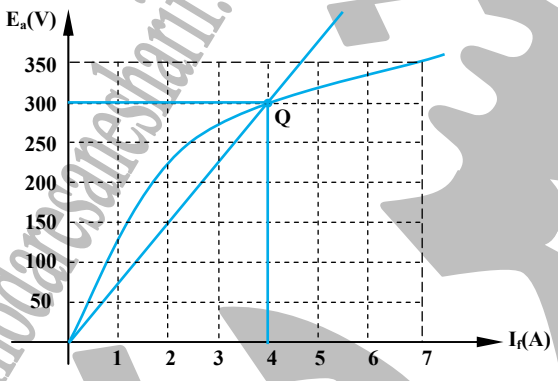
۱) ۳۰۰V و ۴A

۲) ۱۵۰V و ۲A

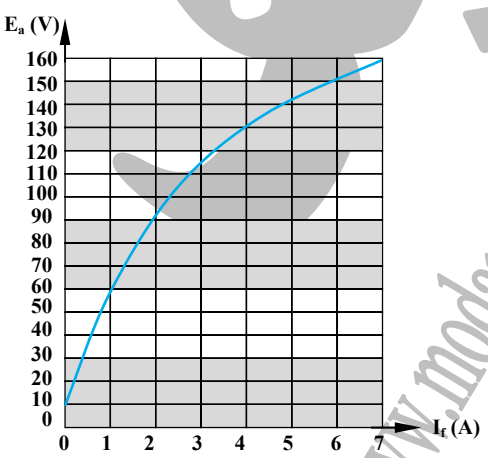
۳) ۲۰۰V و ۳A

۴) ۱۰۰V و ۲A

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» چون مقاومت مدار تحریک $R_f = 75\Omega$ است. لذا باید یک خط (خط القاء) با معادله $E_a = R_f I_f = 75 I_f$ به صورت شکل زیر روی مشخصه بی‌بار رسم نمود. طبق این شکل دیده می‌شود، با این مقدار مقاومت در مدار تحریک ولتاژ بی‌باری برابر ۳۰۰ ولت و جریان تحریک حدود ۴ آمپر است. (که نسبت آن‌ها یعنی $\frac{300}{4} = 75$ برابر همان مقاومت مدار تحریک است)



مثال ۵: مشخصه بی‌باری یک مولد DC شنت به صورت زیر داده شده است، در این صورت اگر مقاومت مدار تحریک ۲۰Ω و تنظیم کننده تحریک ۱۰Ω باشد ولتاژ القایی در آرمیچر در حالت بی‌باری چند ولت خواهد بود؟



۱) ۱۲۰

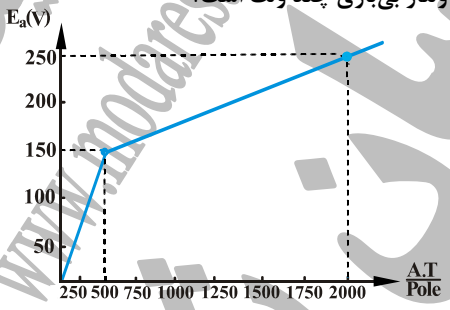
۲) ۱۴۰

۳) ۱۶۰

۴) ۱۳۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» مجموع مقاومت موجود در مدار تحریک برابر $۲۰+۱۰=۳۰\Omega$ می‌باشد لذا رسم یک خط راست با شیب ۳۰ و به دست آوردن نقطه کار دیده می‌شود که $E_a=۱۴۰V$ خواهد بود.

مثال ۶: یک مولد DC دارای دو سیم‌پیچی تحریک به شرح زیر است: الف) یک سیم‌پیچی تحریک جداگانه با ۴۰۰ دور سیم در هر قطب و مقاومت اهمی ۸۰Ω که از یک منبع مستقل $۲۰۰V$ تغذیه می‌شود. ب) یک سیم‌پیچی تحریک شنت با ۲۵۰ دور در هر قطب و مقاومت ۱۰۰Ω که به طور موازی به آرمیچر متصل شده است. اگر مشخصه بی‌باری این ماشین در سرعت نامی به صورت زیر باشد، ولتاژ بی‌باری چند ولت است؟



۱) $۲۱۵V$
۲) $۲۲۰V$
۳) $۲۳۵V$
۴) $۲۴۵V$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در این ماشین باید معادله خط القاء را بر حسب آمپردور دو سیم‌پیچی داده شده نوشته و سپس با مشخصه بی‌باری ماشین قطع داد. برای این منظور در سیم‌پیچی تحریک مستقل داریم:

$$A.T_{\text{مستقل}}=\frac{V_f}{R_{f_{\text{مستقل}}}}\times N_{f_{\text{مستقل}}}=\frac{۲۰۰}{۸۰}\times ۴۰۰=۱۰۰۰\,A.T$$

در سیم‌پیچی تحریک شنت جریان عبوری از این سیم‌پیچی و در نتیجه آمپردور تولیدی آن وابسته به ولتاژ القایی در ماشین است، لذا داریم:

$$A.T_{\text{شنت}}=\frac{E_a}{R_{f_{\text{شنت}}}}\times N_{f_{\text{شنت}}}=\frac{E_a}{۱۰۰}\times ۲۵۰=۲/۵E_a$$

پس آمپردور برآیند $(A.T_{eq})$ ناشی از هر دو سیم‌پیچی مورد بحث دارای معادله زیر است:

$$A.T_{eq}=A.T_{\text{مستقل}}+A.T_{\text{شنت}}=۱۰۰۰+۲/۵E_a \Rightarrow E_a=۰/۴(A.T_{eq})-۴۰۰ \quad (۱)$$

معادله قسمت دوم مشخصه بی‌باری نیز به صورت مقابل است: (۲)

$$E_a-۱۵۰=\frac{۲۵۰-۱۵۰}{۲۰۰۰-۵۰۰}(A.T_{eq}-۵۰۰) \Rightarrow E_a=\frac{۱}{۱۵}(A.T_{eq})+\frac{۳۵۰}{۳}$$

با قطع دادن معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$۰/۴(A.T_{eq})-۴۰۰=\frac{۱}{۱۵}(A.T_{eq})+\frac{۳۵۰}{۳} \Rightarrow A.T_{eq}=۱۵۵۰\frac{A.T}{Pole}$$

با محاسبه آمپردور برآیند می‌توان E_a را به صورت مقابل محاسبه نمود:

$$E_a=۰/۴(A.T_{eq})-۴۰۰=(۰/۴\times ۱۵۵۰)-۴۰۰=۲۲۰V$$

مثال ۷: مشخصه بی‌باری یک مولد شنت در سرعت ۸۰۰rpm به صورت $E_a=۳۶+۵۲\sqrt{I_f}$ داده شده است. مقاومت آرمیچر ۱Ω و تحریک ۵۰Ω است. اگر این مولد در سرعت گردش ۱۶۰۰rpm بار $۲۰A$ را تغذیه نماید، ولتاژ دو سر بار چند ولت می‌باشد؟ (تعداد دور سیم‌پیچ تحریک ماشین را ۱۲۰۰ دور فرض نموده و عکس‌العمل آرمیچر را در بار مذکور معادل ۱۲۰۰ آمپر دور فرض کنید).

۱) ۲۸۰ ۲) ۲۱۹ ۳) ۲۲۲ ۴) ۲۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای محاسبه ولتاژ دو سر بار باید جریان تحریک را در بار مورد نظر محاسبه نمود، برای این منظور باید ابتدا نقطه کار باربرداری را به دست آورد. لذا معادله خط القاء انتقال یافته را با معادله بی‌باری در سرعت موردنظر قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} E_a=(R_f+R_a)I_f=۵۱I_f \xrightarrow{\text{انتقال به نقطه جدید}} E_a=(R_f+R_a)I_{f_{eq}}+R_aI_{a_{eq}}=(R_f+R_a)(I_f+I_{f_{AR}})+R_a(I_L+I_f+I_{f_{AR}}) \\ \qquad\qquad =۵۱(I_f+۱)+۱(۲۰+I_f+۱)=۵۲I_f+۷۲ \\ I_{f_{AR}}=\dfrac{AT_{AR}}{N_f}=\dfrac{۱۲۰۰}{۱۲۰۰}=۱A \end{cases}$$

حال که معادله خط القاء انتقال‌یافته به‌دست آمده است، داریم:

$$E_a=۵۲I_f+۷۲=(۳۶+۵۲\sqrt{I_f})\times\frac{۱۶۰۰}{۸۰۰} \Rightarrow ۵۲I_f-۱۰۴\sqrt{I_f}=۰ \Rightarrow I_f=۴A \Rightarrow V_t=R_fI_f=۵۰\times ۴=۲۰۰V$$

مثال ۸: یک مولد شنت دارای مشخصه‌ی بی‌باری به صورت $E_a = 5 + 100\sqrt{I_f}$ در سرعت ۵۰۰rpm است. مولد ۶ قطب بوده و مقاومت تحریک آن ۲۰۵Ω است. اگر مدار سیم‌بندی‌های تحریک ماشین را به دو گروه مساوی تقسیم نموده و با یکدیگر موازی کنیم، ولتاژ بی‌باری مولد تحت سرعت ۱۰۰۰rpm چند ولت می‌گردد؟

۱) ۱۶۴۰V　　۲) ۸۲۰V　　۳) ۲۰۵V　　۴) ۴۱۰V

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا باید معادله مشخصه را برای سرعت ۱۰۰۰rpm تغییر داد، لذا:

$$E_a = (5 + 100\sqrt{I_f}) \times \frac{1000}{500} = 10 + 200\sqrt{I_f}$$

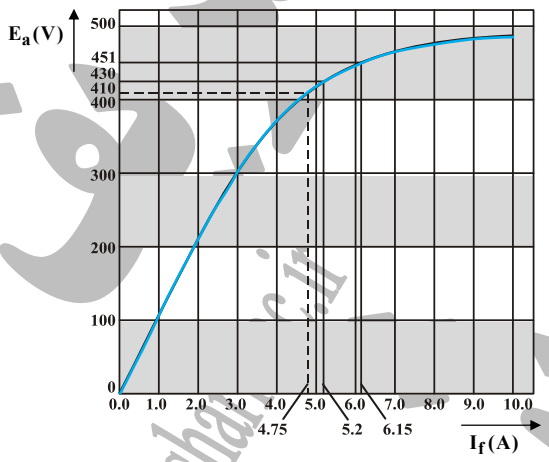
مقاومت تحریک در کل ۲۰۵Ω است، پس مقاومت سیم‌پیچی هر قطب $\frac{205}{6}\Omega$ است. در حالتی که قطب‌ها به صورت دو مجموعه موازی متصل می‌شوند، چون هر مجموعه شامل سه سیم‌پیچ سری خواهد بود. مقاومت تحریک کل هر شاخه موازی برابر است با:

$$R_f = \frac{205}{6} \times 3 = 102/5\Omega$$

حال کافی است معادله خط القاء را که **همواره برای یک مسیر نوشته می‌شود** با معادله مشخصه بی‌باری قطع داد، لذا:

معادله خط القاء $E_a = 102/5 I_f \Rightarrow 10 + 200\sqrt{I_f} = 102/5 I_f \Rightarrow I_f = 4A \Rightarrow E_a = 102/5 I_f = 102/5 \times 4 = 410V$

مثال ۹: چنانچه مشخصه بی‌باری یک مولد شنت به صورت شکل زیر باشد، مقاومت بحرانی تحریک چند اهم می‌باشد؟



۱) ۱۰۰

۲) ۸۰

۳) ۲۰

۴) ۳۰۰

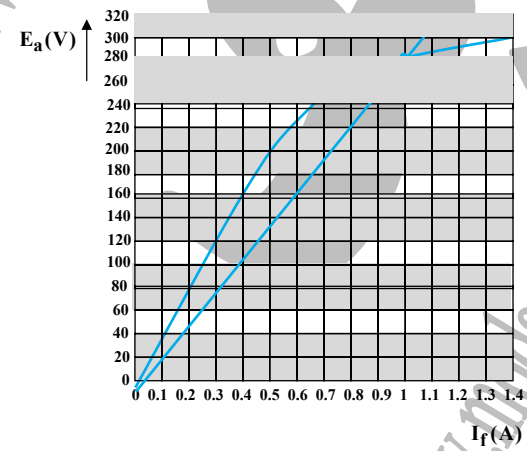
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» از آنجائیکه مقاومت بحرانی مدار تحریک برابر شیب قسمت خطی مشخصه بی‌باری است، باید شیب این قسمت از منحنی را به دست آورد.

برای این منظور با انتخاب دو نقطه روی ناحیه خطی منحنی می‌توان شیب را به صورت مقابل محاسبه نمود:

$$R_c = \frac{\Delta E_a}{\Delta I_f} = \frac{100 - 0}{1 - 0} = 100\Omega$$

دقت شود که دو نقطه انتخابی بهتر است نزدیک‌ترین نقاط به مبدأ باشند، زیرا هر چه از مبدأ دور شویم مشخصه غیرخطی‌تر شده لذا خطای محاسبه بیشتر می‌شود از این رو بهتر است یکی از نقاط انتخابی مبدأ $(0A, 0V)$ باشد.

مثال ۱۰: مشخصه‌ی بی‌باری یک مولد تحریک شنت به صورت شکل زیر است. در این مولد با صرف‌نظر کردن از مقاومت اهمی مسیر آرمیچر، حداکثر چند اهم می‌توان مقاومت مدار تحریک را افزایش داد تا مولد خود تحریک بماند؟



۱) ۵۲۰

۲) ۱۲۰

۳) ۴۰۰

۴) ۲۸۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» یک مولد خود تحریک، زمانی خود تحریک نمی‌شود که مقاومت مدار تحریک آن برابر یا بیشتر از مقاومت بحرانی شود، لذا ابتدا باید مقاومت تحریک موجود را به دست آورده و با مقاومت بحرانی تحریک مقایسه نمود. مقاومت تحریک موجود با توجه به شیب خط القاء برابر است با:

$$R_f = \frac{۲۸۰}{۱} = ۲۸۰\Omega$$

مقاومت بحرانی تحریک نیز با توجه به شیب ناحیه خطی مشخصه بی‌باری برابر است با:

$$R_c = \frac{\Delta E_a}{\Delta I_f} = \frac{۴۰۰-۰}{۰/۱-۰} = ۴۰۰\Omega$$

با مقایسه R_f و R_c می‌توان گفت که در این مدار اگر مقاومت مدار تحریک را به اندازه $۴۰۰-۲۸۰=۱۲۰\Omega$ افزایش دهیم حالت بحرانی پدید آمده و مولد دیگر خود تحریک نمی‌شود.

مثال ۱۱: یک مولد کمپوند با انشعاب کوتاه در بی‌باری دارای مشخصه زیر است. اگر جریان تحریک نامی مولد ۳ A باشد مقدار R_{adj} چقدر تغییر نماید تا مولد خود تحریک نشود؟

$E_a(V)$	۰	۵۵	۱۰۰	۱۲۰	۱۲۵
$I_f(A)$	۰	۱	۲	۳	۴

۱) ۵۵Ω افزایش ۲) ۱۵Ω کاهش

۳) ۱۵Ω افزایش ۴) ۵۵Ω کاهش

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با اینکه مطالب مطرح شده در این قسمت تحت عنوان مولد شنت بررسی شده اما در حالت کلی درخصوص سایر مولدها نیز صادق است، لذا با اینکه مولد داده شده در تست کمپوند است می‌توان با همان استدلال‌های قبلی آن را تحلیل نمود ضمناً در این تست دقت شود که به جای منحنی یا معادله مشخصه بی‌باری، جدول بی‌باری داده شده است. لذا با مقایسه کوچکترین اعداد جدول می‌توان شیب مشخصه بی‌باری که همان مقاومت بحرانی است را به دست آورد. لذا:

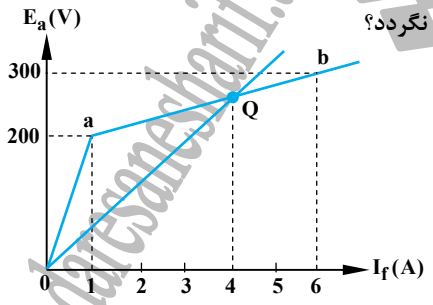
$$R_c = \frac{\Delta E_a}{\Delta I_f} = \frac{۵۵-۰}{۱-۰} = ۵۵\Omega$$

از طرفی در جریان تحریک ۳A ولتاژ القایی ۱۲۰ V است پس مقاومت مدار تحریک برابر است با:

$$R_f = \frac{۱۲۰}{۳} = ۴۰\Omega$$

پس اگر مقاومت تحریک به اندازه $۴۰-۵۵=۱۵\Omega$ زیاد شود، مولد خود تحریک نخواهد بود.

مثال ۱۲: مشخصه بی‌باری یک مولد شنت در سرعت نامی به صورت شکل زیر داده شده است. با توجه به نقطه کار داده شده در این شکل سرعت گردش این مولد حداکثر می‌تواند چند درصد نسبت به سرعت نامی آن کاهش یابد تا مولد خود تحریک نگردد؟



۱) ٪۶۷/۵

۲) ٪۳۲/۵

۳) ٪۷۵/۵

۴) ٪۲۴/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید شیب خط القاء که برابر مجموع مقاومت‌های تحریک، تنظیم‌کننده آن و آرمیچر است را با توجه به نقطه کار داده شده به دست آورد:

$$I_f = ۴A \xrightarrow{\text{معادله خط ab}} E_{a_{NL}} = ۲۶۰V \Rightarrow R_a + R_f + R_{adj} = \frac{۲۶۰}{۴} = ۶۵\Omega$$

مقاومت بحرانی مولد نیز با توجه به شیب ناحیه خطی مشخصه برابر است با:

$$R_c = \frac{۲۰۰}{۱} = ۲۰۰\Omega$$

حال که شیب خط القاء و مقاومت بحرانی به دست آمده است، با جایگذاری در رابطه سرعت بحرانی داریم:

$$N_c = \frac{R_f + R_c + R_{adj}}{R_c} N \Rightarrow N_c = \frac{۶۵}{۲۰۰} \times N = ٪۳۲/۵\, N$$

یعنی سرعت مولد باید همواره بیش از ٪۳۲/۵ سرعت نامی آن بوده و یا حداکثر مقدار مجاز کاهش ٪۶۷/۵ = ۱−۰/۳۲۵ است (می‌دانیم که مرز خودتحریکی در سرعت بحرانی رخ می‌دهد).

مثال ۱۳: مشخصه‌ی بی‌باری یک مولد با تحریک شنت در سرعت نامی با معادله $E_a = 12/5 + 250\sqrt{I_f}$ داده شده است. مقاومت تحریک و آرمیچر این مولد به ترتیب 100Ω و $0/2\Omega$ هستند. هر گاه این ماشین جریان $50A$ را به بار تحویل دهد ولتاژ ترمینال‌های آن چند ولت می‌گردد. فرض کنید بر اثر بارگیری از ماشین سرعت محور آن ۲۰% نسبت به سرعت نامی افت می‌نماید. ضمناً از عکس‌العمل آرمیچر نیز صرف‌نظر کنید.

۱) $480V$　　۲) $400V$　　۳) $420V$　　۴) $360V$

پاسخ: گزینه «۲» باید ابتدا مشخصه‌ی بی‌باری را به ازای سرعت جدید اصلاح نموده (در ۸۰% ضرب نمود) و سپس با خط القاء شیفت یافته قطع داد تا جریان تحریک را یافت.

$$\begin{cases} E_a = (12/5 + 250\sqrt{I_f}) \times 0/8 = 10 + 200\sqrt{I_f} \\ E_a = R_f I_f + R_a I_a = 100 I_f + 0/2(I_f + 50) \simeq 100 I_f + 10 \end{cases} \Rightarrow 10 + 200\sqrt{I_f} = 100 I_f + 10 \Rightarrow I_f \simeq 4A$$

حال که جریان تحریک به دست آمده است ولتاژ ترمینال‌ها برابر است با: $V_t = 100 \times 4 = 400V$

دقت شود که در حل معادله جبری فوق‌الذکر از جمله $0/2I_f$ در مقابل $100I_f$ صرف‌نظر شده تا سریع‌تر بتوان معادله را حل نمود.

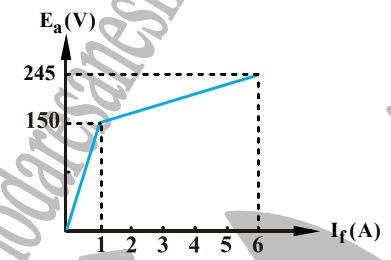
مثال ۱۴: یک مولد شنت در بی‌باری با سرعت $1500rpm$ دوران می‌نماید. در این هنگام مشخصه مغناطیسی مولد با معادله $E_a = 12/5 + 137/5\sqrt{I_f}$ قابل توصیف است. مقاومت آرمیچر این مولد $0/1\Omega$، تحریک آن 40Ω و تنظیم‌کننده آن نیز در 30Ω ثابت است. هنگامی که این ماشین زیر بار قرار می‌گیرد جریان آرمیچر آن به $100A$ رشد کرده و سرعت آن به $1200rpm$ نزول می‌کند. اگر در این هنگام رئوستای تنظیم‌کننده تحریک را به 70Ω تغییر دهیم ولتاژ ترمینال‌های مولد چند ولت می‌گردد؟

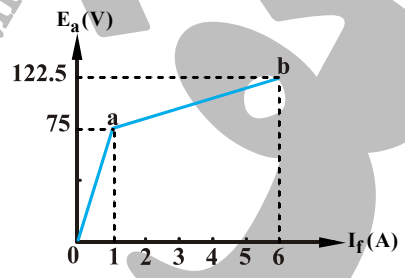
۱) $110V$　　۲) $120V$　　۳) $140V$　　۴) $150V$

پاسخ: گزینه «۱» ابتدا باید مشخصه ماشین را به ازای سرعت جدید اصلاح نموده و سپس با خط القاء انتقال‌یافته قطع داد. لذا داریم:

$$\begin{cases} E_a = (12/5 + 137/5\sqrt{I_f}) \times \frac{1200}{1500} \\ E_a = (R_f + R_{adj_{new}}) I_f + R_a I_a \end{cases} \Rightarrow 10 + 110\sqrt{I_f} = (40 + 70) I_f + 0/1 \times 100 \Rightarrow I_f = 1A \Rightarrow V_t = (R_f + R_{adj_{new}}) I_f \simeq 110V$$

مثال ۱۵: مشخصه بی‌باری یک مولد شنت با مقاومت تحریک 40Ω در سرعت $1000rpm$ به صورت زیر داده شده است. اگر سیم‌پیچی شنت را به دو قسمت مساوی تقسیم نموده و این دو قسمت را با یکدیگر موازی نماییم چه تنظیم کننده‌ای در مدار تحریک سری کنیم تا ولتاژ بی‌باری در سرعت $500rpm$ برابر $100V$ شود؟



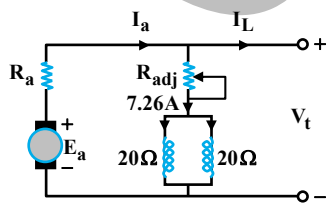


۱) $7/54\Omega$
۲) $6/22\Omega$
۳) $17/54\Omega$
۴) $3/77\Omega$

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا باید مشخصه را برای سرعت $500rpm$ با ضرب نمودن در ضریب تصحیح $\frac{500}{1000}$ به صورت زیر تغییر داد. طبق این شکل برای ایجاد یا القاء ولتاژ $100V$ با استفاده از معادله خط ab جریان تحریک مورد نیاز برابر است با:

$$E_a - 75 = 9/5(I_f - 1) \Rightarrow E_a = 9/5 I_f + 65/5 \xrightarrow{E_a = 100V} I_f = 3/63A$$

از طرفی دقت شود که چون سیم‌پیچی تحریک به دو قسمت موازی با یکدیگر تبدیل شده پس مقاومت آن از 40Ω اولیه به 10Ω $(20 \| 20 = 10\Omega)$ کاهش می‌یابد و چون تعداد دور هر مدار موازی تحریک نیز نصف تعداد دور حالت سری است برای اینکه این مجموعه موازی بتواند همان آمپردور را تولید نماید باید جریان عبوری از هر قسمت موازی برابر $3/63A$ باشد، لذا جریان عبوری از مقاومت تنظیم کننده دو برابر این عدد یعنی $2 \times 3/63 = 7/26A$ است، پس می‌توان نوشت:

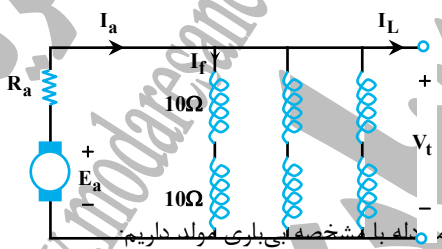


$$(R_{adj} \times 7/26) + (20 \| 20) 7/26 = 100V \Rightarrow R_{adj} = 3/77\Omega$$

مثال ۱۶: مشخصه بی‌باری یک مولد شنت در سرعت ۱۰۰۰rpm با معادله $E_a = 10 + 100\sqrt{I_f}$ تعیین می‌گردد. مقاومت تحریک این مولد ۶۰Ω و تعداد قطب‌های آن ۶ عدد است. اگر سیم‌پیچ قطب‌های این ماشین را دو به دو با یکدیگر سری و سه مجموعه را با یکدیگر موازی کنیم، ولتاژ ترمینال‌های مولد در بی‌باری در همان سرعت قبلی چند ولت می‌گردد؟

۱) ۵۲۰ ۲) ۴۱۰ ۳) ۳۸۶ ۴) ۴۴۹

پاسخ: گزینه «۱» در حالت اول تمامی قطب‌ها با یکدیگر سری هستند؛ لذا مقاومت سیم‌پیچی **هر قطب** $\frac{60}{6} = 10\Omega$ است. در حالتی که سیم‌بندی‌ها دو به دو سری و سپس با یکدیگر موازی شده‌اند، مداری به صورت شکل روبه‌رو تشکیل خواهد شد.



طبق این شکل در این حالت معادله خط القاء به صورت $E_a = R_f I_f = 20 I_f$ می‌گردد؛ از تساوی این دو خط با مشخصه بی‌باری مولد داریم:

$$10 + 100\sqrt{I_f} = 20 I_f \xrightarrow{\sqrt{I_f} = x} 20x^2 - 100x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{100 \pm \sqrt{100^2 + (4 \times 20 \times 10)}}{2 \times 20} \Rightarrow I_f = x^2 = 26A$$

حال که جریان تحریک هر سیم‌پیچی به دست آمده است می‌توان نوشت:

$$E_a = 20 I_f = 20 \times 26 = 520V \simeq V_{t_{NL}}$$

مثال ۱۷: یک مولد تحریک شنت در حال کار است. اگر مولد را خاموش نموده و در جهت معکوس بچرخانیم، در این صورت:

۱) در مولد تا مقدار نامی ولتاژ القاء می‌شود.
۲) در مولد کمی کمتر از ولتاژ نامی ولتاژ القاء می‌شود.
۳) در مولد کمی بیشتر از ولتاژ نامی ولتاژ القاء می‌شود.
۴) در مولد هیچ ولتاژی القاء نمی‌شود.

پاسخ: گزینه «۴» چنانچه مولد در خلاف جهت اصلی چرخانده شود به علت معکوس شدن جهت چرخش، جهت جریان تحریک نیز معکوس می‌شود در نتیجه فوران تولیدی سیم‌پیچی تحریک مخالف جهت فوران پسماند شده و آن را تضعیف می‌کند. لذا ولتاژ القایی در مولد صفر می‌شود.

مثال ۱۸: در مولد شنتی که مقاومت تحریک و آرمیچر آن به ترتیب ۱۰۰Ω و ۰/۵Ω است و منحنی بی‌باری آن با رابطه $E_a = 60 + 100\sqrt{I_f}$ تعریف شده است، حداکثر جریان آرمیچر برابر است با:

۱) ۱۸۰A ۲) ۱۵۰A ۳) ۱۶۰A ۴) ۱۷۰A

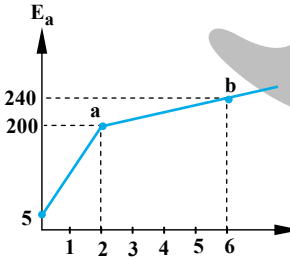
پاسخ: گزینه «۴» همان‌طور که بیان شد چنانچه مشخصه بی‌باری به صورت معادله داده شود، باید به صورت زیر از مشتق‌گیری استفاده نمود:

$$I_a = \frac{E_a - V_t}{R_a} = \frac{E_a - R_f I_f}{R_a} = \frac{(60 + 100\sqrt{I_f}) - 100 I_f}{0/5} \Rightarrow \frac{dI_a}{dI_f} = 0 \Rightarrow \frac{100}{\sqrt{I_f}} - 200 = 0 \Rightarrow I_f = \frac{1}{4}A \Rightarrow I_{a_{max}} = 170A$$

مثال ۱۹: نمودار ولتاژسازی (مشخصه داخلی یا $E_a - I_f$) یک ژنراتور DC شنت در سرعت ۱۰۰۰rpm با خطوطی که از نقاط (۰,۵) و (۲,۲۰۰) و (۶,۲۴۰) می‌گذرند، تقریب زده می‌شود (محور افقی I_f و محور عمودی E_a است). مقاومت آرمیچر ۰/۱Ω و مقاومت میدان تحریک ۶۷/۵Ω است. حداکثر جریان آرمیچر ماشین ۱۵۰A است و به ازای این جریان سرعت ماشین به ۹۵۰rpm کاهش می‌یابد. مقاومت رئوستای میدان و درصد تنظیم ولتاژ در شرایط حداکثر جریان آرمیچر برابر کدام‌اند؟

۱) ۹/۶% و ۲۰Ω ۲) ۹/۲% و ۲۵Ω ۳) ۱۰/۲% و ۳۰Ω ۴) ۸/۷% و ۳۵Ω

پاسخ: گزینه «۱» حداکثر جریان آرمیچر در نقطه زانویی (knee) منحنی رخ می‌دهد، لذا دراین شرایط می‌توان I_f را بصورت زیر بدست آورد:



$$I_{f_{knee}} = 2A \Rightarrow E_{a_{knee}}\Big|_{1000rpm} = 200V \Rightarrow E_{a_{knee}}\Big|_{950rpm} = 200 \times \frac{950}{1000} = 190V$$

با صرف‌نظر کردن از عکس‌العمل آرمیچر داریم:

$$V_{t_{knee}} = E_{a_{knee}} - R_a I_{a_{max}} = 190 - (0/1 \times 150) = 175V \Rightarrow R_f + R_{adj} = \frac{V_t}{I_f} = \frac{175}{2} \Rightarrow R_{adj} = 20\Omega$$

برای محاسبه درصد تنظیم ولتاژ در شرایط حداکثر جریان آرمیچر داریم:

$$\%V.R=\frac{E_a-V_t}{V_t}\times 100$$

E_a در این رابطه ولتاژ القایی در آرمیچر به ازای $R_f+R_{adj}=67/5+20=87/5\Omega$ است، که برابر است با:

$$E_a=87/5I_f$$

با قطع دادن این معادله و مشخصه بی‌باری در سرعت $950\,rpm$ می‌توان E_a را بدست آورد، لذا ابتدا معادله E_a را در فاصله $2A<I_f<6A$ و برای سرعت $1000\,rpm$ به صورت مقابل می‌نویسیم:

$$ab: \text{معادله } E_a-200=\frac{240-200}{6-2}(I_f-2)\Rightarrow E_a=10I_f+180$$

حالت باید این معادله را برای سرعت $950\,rpm$ به صورت مقابل اصلاح نمود:

$$E_a=(10I_f+180)\times\frac{950}{1000}$$

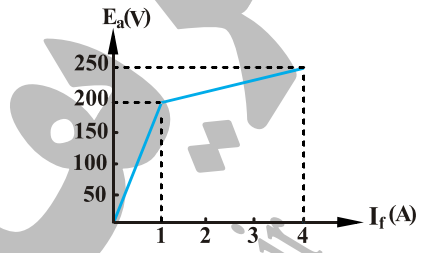
با قطع دادن این معادله خط القاء داریم:

$$87/5I_f=(10I_f+180)\times\frac{950}{1000}\Rightarrow I_f=2/19A\Rightarrow E_a=191/8V$$

با توجه به رابطه درصد تنظیم ولتاژ داریم:

$$\%V.R=\frac{E_a-V_t}{V_t}\times 100=\frac{191/8-175}{175}\times 100=9/6\%$$

مثال ۲۰: مشخصه بی‌باری یک مولد تحریک شنت در سرعت $1000\,rpm$ به صورت شکل زیر داده شده است. اگر این مولد به صورت شنت متصل شده و با سرعت $1100\,rpm$ چرخانده شود، با فرض $R_f=180\Omega$ و $R_a=0/5A$ و صرف نظر نمودن از واکنش آرمیچر، حداقل ولتاژ ترمینال‌ها چند ولت می‌تواند باشد؟

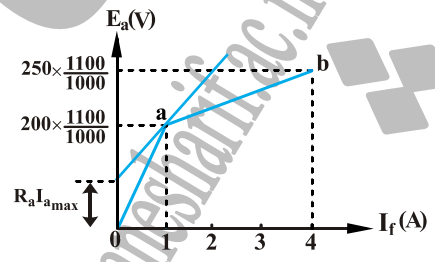


۱) $200V$

۲) $180V$

۳) $150V$

۴) $175V$



☑ **پاسخ:** گزینه «۲» حداقل ولتاژ ترمینال‌های یک مولد شنت زمانی ایجاد می‌شود که جریان عبوری از آرمیچر آن حداکثر باشد. که این جریان همان جریان نقطه بازگشت در مشخصه خارجی ماشین است. برای محاسبه این مقادیر $(V_{t_{min}}, I_{a_{max}})$ باید خط القاء بر مشخصه بی‌باری در ناحیه زانویی مماس شود، البته در ابتدا باید مشخصه را برای بکارگیری در سرعت $1100\,rpm$ تغییر داد.

برای این منظور باید کلیه اعداد محور ولتاژ را در ضریب تصحیح $\frac{N_2}{N_1}=\frac{1100}{1000}$ ضرب نمود.

حال اگر معادله خطی که دارای شیب $R_f=180\Omega$ بوده و از نقطه a به مختصات $(220V, 1A)$ می‌گذرد را نوشته و با محور E_a قطع دهیم مقدار $R_aI_{a_{max}}$ بدست می‌آید، لذا:

$$E_a-220=180(I_f-1)\xrightarrow[I_f=0]{\text{قطع با محور } E_a \text{ یا}} E_a=220-180=40V=R_aI_{a_{max}}$$: معادله خط مماس بر ناحیه زانویی

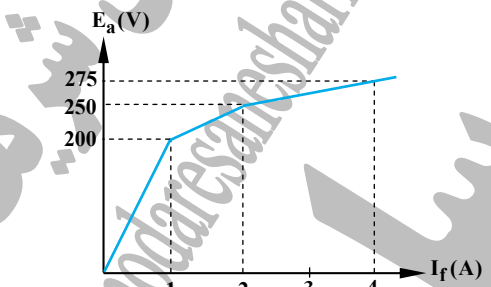
با توجه به این مقادیر داریم:

$$R_aI_{a_{max}}=40V\Rightarrow I_{a_{max}}=\frac{40}{0/5}=80A\Rightarrow V_{t_{min}}=\underbrace{E_{a_{min}}}_{E_a \text{ در نقطه زانویی}}-R_aI_{a_{max}}=220-(80\times 0/5)=180V$$

روش دیگر: از آنجایی که می‌دانیم حداقل ولتاژ ترمینال‌ها در نقطه زانویی رخ می‌دهد می‌توان با استفاده از رابطه $V_t=R_fI_f$ با بکارگیری جریان تحریک در این نقطه حداقل ولتاژ را به صورت مقابل محاسبه نمود:

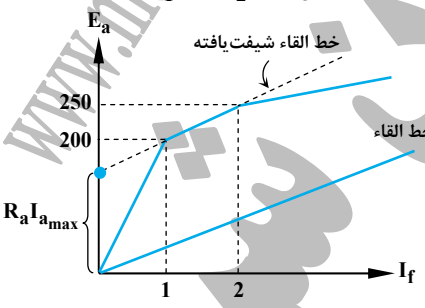
$$V_{t_{min}}=R_fI_{f_{knee}}=180\times 1=180V$$

مثال ۲۱: مشخصه بی‌باری یک مولد با تحریک شنت در سرعت نامی به صورت شکل زیر داده شده است. اگر این مولد در حال کار با جریان آرمیچر حداکثر باشد، با فرض اینکه $R_f = ۵۰$ و $R_a = ۱\Omega$ هستند، حداکثر تلفات مسی ایجاد شده در ماشین چند کیلو وات است؟ (از عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر شود)



۱) ۲۲/۵
۲) ۱۵/۴
۳) ۲۲/۷
۴) ۱۵/۹

پاسخ: گزینه «۳» **در هنگامی که مولد با حداکثر جریان آرمیچر کار می‌کند خط القاء مماس بر مشخصه بی‌باری می‌گردد.** در این هنگام با قطع دادن **خط القاء انتقال‌یافته** با محور عمودی (E_a) می‌توان مقدار $R_a I_{a_{max}}$ را یافت؛ بنابراین ابتدا معادله خط القاء شیفت یافته را نوشته و سپس در آن $I_f = ۰$ قرار می‌دهیم.

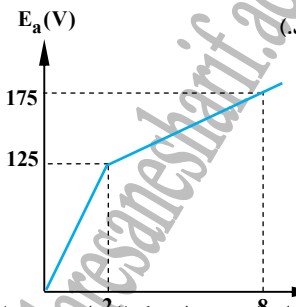


$$E_a = ۵۰ I_f + ۱۵۰ \xrightarrow{I_f = ۰} E_a = ۱۵۰\,V = R_a I_{a_{max}} \Rightarrow I_{a_{max}} = \frac{۱۵۰}{۱} = ۱۵۰\,A$$

دقت شود که به دلیل نوع مشخصه داده شده در هر دو جریان تحریک ۱A و ۲A (یا در هر مقداری بین این دو عدد) جریان آرمیچر برابر با $I_{a_{max}}$ خواهد بود؛ از طرفی چون تلفات مسی حداکثر خواسته شده، تلفات مسی تحریک را نیز بر مبنای $I_f = ۲A$ (که مقدار بزرگتری است) محاسبه می‌کنیم.

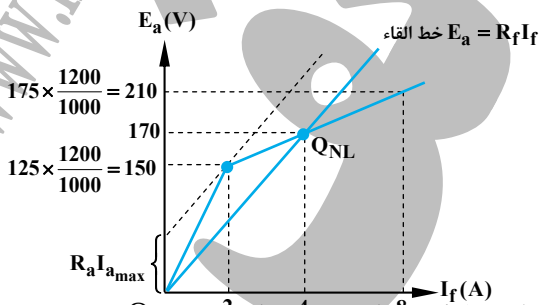
$$P_{cu_{max}} = R_a I_{a_{max}}^۲ + R_f I_{f_{max}}^۲ = (۱ \times ۱۵۰^۲) + (۵۰ \times ۲^۲) = ۲۲۷۰۰\,W = ۲۲/۷\,kW$$

مثال ۲۲: یک مولد شنت در بی‌باری با سرعت ۱۳۰۰rpm در حال کار است. مقاومت مدار تحریک این مولد ۴۲/۵Ω فرض می‌گردد. هنگامی که این مولد در حال تولید حداکثر مقدار ممکن جریان آرمیچر خود است سرعت محورش ۱۰۰rpm افت می‌کند. تنظیم ولتاژ این مولد در این حالت چند درصد است؟ (از عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر کرده و مشخصه بی‌باری در سرعت ۱۰۰۰rpm به‌صورت زیر فرض شود.)



۱) ٪۲۰
۲) ٪۳۰
۳) ٪۴۰
۴) ٪۵۰

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا باید مشخصه را برای سرعت بارداری یعنی $۱۳۰۰ - ۱۰۰ = ۱۲۰۰\,rpm$ اصلاح نمود. برای این منظور کافی است مقادیر محور E_a را در ضریب اصلاحی $\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰۰}$ ضرب نمود. در این‌صورت شکل زیر به دست می‌آید که در آن خط القاء و خط القاء انتقال‌یافته نیز ترسیم شده‌اند (چگونه؟). طبق این شکل حداکثر جریان آرمیچر در جریان تحریک ۲A رخ می‌دهد لذا:



$$E_{a_{min}} = E_a\Big|_{I_{a_{max}}} = E_a\Big|_{I_{f_{min}}=۲A} = ۱۵۰\,V$$

$$\Rightarrow V_{t_{min}} = V_t\Big|_{I_{a_{max}}} = R_f I_{f_{min}} = ۴۲/۵ \times ۲ = ۸۵\,V$$

یعنی در هنگام تولید حداکثر مقدار جریان آرمیچر، ولتاژ ترمینال‌ها ۸۵V می‌گردد؛ طبق شکل نقطه کار به Q_{NL} می‌رسد که در این حالت داریم:

$$E_{a_{NL}} = ۱۷۰\,V \simeq V_{t_{NL}}$$

با توجه به این مقادیر، تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$\%V.R_{max} = \frac{E_{a_{NL}} - V_{t_{min}}}{E_{a_{NL}}} = \frac{۱۷۰ - ۸۵}{۱۷۰} = ۰/۵ = ۵۰\%$$

توجه: در حالت دقیق باید $E_{a_{NL}}$ را به ازای سرعت ۱۳۰۰rpm به دست آورد در صورتی که در محاسبات فوق به ازای ۱۲۰۰rpm به دست آورده‌ایم اما به دلیل فاصله گزینه‌ها می‌توان از این تقریب سود برد.

مثال ۲۳: یک مولد با تحریک شنت دارای مشخصه‌ی بی‌باری به صورت $E_a = \frac{۱۱۰ I_f}{I_f + ۱}$ در سرعت $۵۵۰ rpm$ است. مقاومت آرمیچر مولد $۰/۵\Omega$ و مقاومت مدار تحریک ۵۵Ω است. اگر سرعت مولد $۱۱۰۰ rpm$ بوده و با تغییر بار روی مولد، جریان تولید شده توسط آرمیچر حداکثر گردد، تلفات مسی کل مولد در این حالت چند وات می‌گردد؟

۱) ۱۵۶۰ ۲) ۱۲۱۰ ۳) ۶۱۰۵ ۴) ۲۳۸۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید معادله I_a را برحسب I_f نوشته و با مشتق‌گیری $\frac{dI_a}{dI_f} = ۰$ قرار داده تا $I_{a_{max}}$ محاسبه گردد. فقط باید دقت نمود که معادله E_a را ابتدا باید در ضریب اصلاح $\frac{۱۱۰۰}{۵۵۰}$ ضرب نموده تا مشخصه برای سرعت موردنظر مسئله اصلاح گردد و سپس استفاده نمود.

$$I_a = \frac{E_a - V_t}{R_a} = \frac{\frac{۱۱۰ I_f}{I_f + ۱} \times \frac{۱۱۰۰}{۵۵۰} - ۵۵ I_f}{۰/۵} = \frac{۴۴۰ I_f}{I_f + ۱} - ۱۱۰ I_f \Rightarrow \frac{dI_a}{dI_f} = ۰ \Rightarrow \frac{۴۴۰(I_f + ۱) - ۴۴۰ I_f}{(I_f + ۱)^۲} - ۱۱۰ = ۰$$

$$\Rightarrow ۴۴۰ I_f + ۴۴۰ - ۴۴۰ I_f - ۱۱۰(I_f + ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow (I_f + ۱)^۲ = \frac{۴۴۰}{۱۱۰} = ۴ \Rightarrow I_f = ۱A = I_{f_{min}}$$

یعنی به ازای جریان تحریک $۱A$، جریان آرمیچر حداکثر شده و مقدار آن برابر است با:

$$I_{a_{max}} = I_a\Big|_{I_f = ۱A} = \frac{\frac{۱۱۰ \times ۱}{۱ + ۱} \times \frac{۱۱۰۰}{۵۵۰} - ۵۵ \times ۱}{۰/۵} = ۱۱۰ A$$

با جایگذاری حداکثر جریان آرمیچر و جریان تحریک متناظر با آن در معادله تلفات مسی داریم:

$$P_{cu} = R_a I_{a_{max}}^۲ + R_f I_f^۲ = (۰/۵ \times ۱۱۰^۲) + (۵۵ \times ۱^۲) = ۶۱۰۵ W$$

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث بررسی مولدهای تحریک سری و تحریک کمپوند

مثال۱: یک مولد DC با تحریک کمپوند شنت بلند ۵۰۰V و ۲۵۰kW مفروض است. این مولد در بی‌باری با سرعت ۱۰۰۰rpm چرخانده شده و ولتاژ ۴۸۰V ایجاد می‌کند. سرعت مولد در بار نامی به ۹۷۵rpm افت کرده و ولتاژ خروجی به ۵۰۰V افزایش می‌یابد. در این ماشین مقاومت آرمیچر $R_a = ۰/۰۵\Omega$ ، مقاومت تحریک سری $R_s = ۰/۰۲\Omega$ و مقاومت تحریک شنت $R_f = ۱۰۰\ \Omega$ است. درصد افزایش شار از بی‌باری تا بار کامل چقدر است؟ (سیستم مغناطیسی را خطی فرض کنید)

۱) ٪۲۱/۴ ۲) ٪۹/۸ ۳) ٪۱۴/۱۴ ۴) ٪۲۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مجهول تست نسبت فوران‌های بار کامل و بی‌باری است، لذا باید ابتدا ولتاژهای القایی در آرمیچر را در بار کامل و بی‌باری محاسبه نموده و از روی آن‌ها نسبت فوران‌ها را یافت. البته دقت شود که ولتاژ بی‌باری مولد در صورت تست برابر ۴۸۰V داده شده است، لذا داریم:

$$\begin{cases} I_L = \dfrac{P_2}{V_t} = \dfrac{۲۵۰\times۱۰^۳}{۵۰۰} = ۵۰۰\ A \\ I_{f_{FL}} = \dfrac{V_t}{R_f} = \dfrac{۵۰۰}{۱۰۰} = ۵\ A \end{cases} \Rightarrow I_{a_{FL}} = I_L + I_f = ۵۰۰+۵ = ۵۰۵\ A$$

$$E_{a_{FL}} = V_t + (R_a + R_s)I_{a_{FL}} = ۵۰۰ + (۰/۰۵+۰/۰۲)\times۵۰۵ = ۵۳۵/۳۵\ V$$

$$\frac{E_{a_{FL}}}{E_{a_{NL}}} = \frac{\varphi_{FL}N_{FL}}{\varphi_{NL}N_{NL}} \Rightarrow \frac{۵۳۵/۳۵}{۴۸۰} = \frac{\varphi_{FL}\times۹۷۵}{\varphi_{NL}\times۱۰۰۰} \Rightarrow \frac{\varphi_{FL}}{\varphi_{NL}} = ۱/۱۴۴ \Rightarrow |\%\Delta\varphi| = \left|\frac{\varphi_{NL}-\varphi_{FL}}{\varphi_{NL}}\right|\times۱۰۰ = \left|\frac{\varphi_{NL}-۱/۱۴۴\varphi_{NL}}{\varphi_{NL}}\right|\times۱۰۰ = +\%۱۴/۴$$

مثال۲: در یک مولد DC کمپوند تعداد دور سیم‌پیچ‌های تحریک شنت و سری به ترتیب $N_f = ۱۰۰۰$ و $N_s = ۸$ دور است. در بی‌باری ولتاژ خروجی ۲۲۰V و جریان تحریک شنت ۲/۲A است. در بارداری تحت ولتاژ خروجی ۲۴۰V جریان بار ۳۰۰A و نیروی محرکه مغناطیسی لازم ۲ برابر حالت بی‌باری است. اگر مقاومت سیم‌پیچ تحریک سری ۰/۰۰۵۲۴Ω باشد، مقدار مقاومت منحرف کننده (Diverter) که در حالت بارداری باید با سیم‌پیچ تحریک سری، موازی شود را بدست آورید؟

۱) ۰/۰۳۴۵ Ω ۲) ۰/۰۱۷۵Ω ۳) ۰/۰۱۶۵Ω ۴) ۰/۰۲۵۰Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در حالت بی‌باری با توجه به ولتاژ و جریان تحریک شنت می‌توان مقاومت اهمی این سیم‌پیچی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$R_f = \frac{V_{t_{NL}}}{I_{f_{NL}}} = \frac{۲۲۰}{۲/۲} = ۱۰۰\Omega$$

در حالت بارداری با توجه به اینکه ولتاژ ترمینال‌ها برابر ۲۴۰V داده شده، می‌توان جریان تحریک شنت را به صورت زیر به دست آورد:

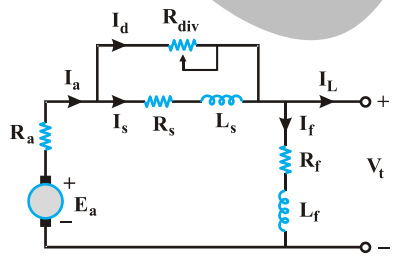
$$I_{f_{FL}} = \frac{V_{t_{FL}}}{R_f} = \frac{۲۴۰}{۱۰۰} = ۲/۴A$$

در کلیه مولدهای کمپوند در حالت بی‌باری آمپر دور کل فقط ناشی از سیم‌پیچی شنت است، لذا: $AT_{NL} = N_f I_{f_{NL}} = ۱۰۰۰\times۲/۲ = ۲۲۰۰A$

از طرفی طبق گفته مسئله آمپر مورد نیاز در بار داده شده ۲ برابر حالت بی‌باری است، از آنجائیکه در حالت بارداری آمپر دور کل مجموع آمپر دور سیم‌پیچی‌های شنت و سری است می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AT_{FL} = AT_f + A.T_s = N_f I_{f_{FL}} + N_s I_{s_{FL}} \\ \text{از طرفی}: AT_{FL} = ۲(A.T_{NL}) = ۲\times۲۲۰۰ = ۴۴۰۰A \end{cases} \Rightarrow ۴۴۰۰ = ۱۰۰۰\times۲/۴ + ۸\times I_{s_{FL}} \Rightarrow I_{s_{FL}} = ۲۵۰A$$

با توجه به مدار معادل مولد که به صورت روبرو است می‌توان نوشت:

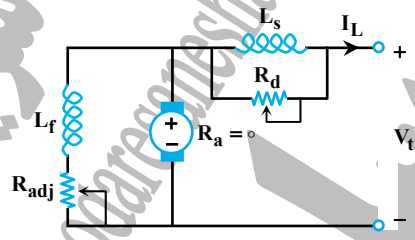


$$I_{a_{FL}} = I_{L_{FL}} + I_{f_{FL}} = ۳۰۰ + ۲/۴ = ۳۰۲/۴A$$

$$I_d = I_{a_{FL}} - I_{s_{FL}} = ۳۰۲/۴ - ۲۵۰ = ۵۲/۴A$$

$$R_d = \frac{V_d}{I_d} = \frac{R_s I_{s_{FL}}}{I_d} = \frac{۰/۰۰۵۲۴\times۲۵۰}{۵۲/۴} = ۰/۰۲۵\Omega$$

مثال ۳: در مولد کمپوند اضافی شکل زیر تعداد دور سیم‌بندی شنت ۱۶۰۰ دور و $R_d = 0/02\Omega$ است. اگر $R_d = 0$ باشد جریان تحریک شنت را باید از مقدار ۶A به ۶/۵A افزایش داد تا ولتاژ خروجی تثبیت گردد. اگر مقاومت تحریک سری $0/01\Omega$ باشد، حداقل تعداد دور سیم‌بندی سری چقدر باشد تا مولد در بار ۱۲۰A به صورت کمپوند تخت عمل کند؟



۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۴
۴) ۱۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» هنگامی $R_d = 0$ است مولد به شنت تبدیل می‌گردد. در این شرایط جهت تثبیت ولتاژ به $\Delta I_f = 6/5 - 6 = 0/5A$ تغییر در جریان تحریک نیاز داریم. همین‌طور با توجه به $R_d = 0/02\Omega$ و $R_s = 0/01\Omega$ با استفاده از رابطه تقسیم جریان به‌صورت زیر می‌توان جریان تحریک سری را به‌دست آورد:

$$I_s = \frac{R_d}{R_d + R_s} I_L = \frac{0/02}{0/02 + 0/01} \times 120 = 80A$$

با توجه به این جریان سیم‌بندی سری داریم:

$$N_s = \frac{\Delta I_f}{I_s} N_f = \frac{0/5}{80} \times 1600 = 10 \text{ دور}$$

مثال ۴: در یک مولد کمپوند اضافی شنت بلند ۲۵۰V و ۱۰kW مقاومت تحریک سری و آرمیچر هر کدام $0/05\Omega$ ومقاومت تحریک شنت 100Ω است. تعداد دور تحریک شنت ۱۰۰۰ دور و تحریک سری ۵ دور است. اگر این ماشین به صورت مولد شنت بدون تحریک سری به کار رود مقاومت مدار تحریک شنت چقدر باشد تا ولتاژ خروجی ۲۵۰V شود؟ (از افت ولتاژ مقاومتی صرفنظر نموده و سرعت چرخاننده ثابت و مدار مغناطیسی نیز خطی فرض شود.)

۱) 250Ω　　۲) 125Ω　　۳) 92Ω　　۴) 102Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حالتی که مولد به شنت تبدیل می‌شود باید جریان تحریک مولد آنقدر زیاد باشد تا آمپر دور تولیدی تحریک به اندازه مجموع آمپر دور سیم‌بندی‌های سری و شنت در حالت کار به صورت کمپوند باشد، در قسمت قبلی چگونگی تبدیل مولد شنت به کمپوند مطرح شد، حال باید عکس روش ارائه شده را به کار ببریم برای این منظور:

$$\begin{cases} I_L = \frac{P_2}{V_t} = \frac{10 \times 10^3}{250} = 40A \\ I_f = \frac{V_t}{R_f} = \frac{250}{100} = 2/5A \end{cases} \Rightarrow I_s = I_a = 40 + 2/5 = 42/5A \Rightarrow N_s = \frac{\Delta I_f}{I_s} N_f \Rightarrow 5 = \frac{\Delta I_f}{42/5} \times 1000 \Rightarrow \Delta I_f = 0/2125A$$

پس اگر ماشین دوباره به شنت تبدیل شود، به منظور ثابت ماندن ولتاژ ترمینال در همان ۲۵۰ ولت باید جریان تحریک $0/2125A$ زیاد شود، لذا:

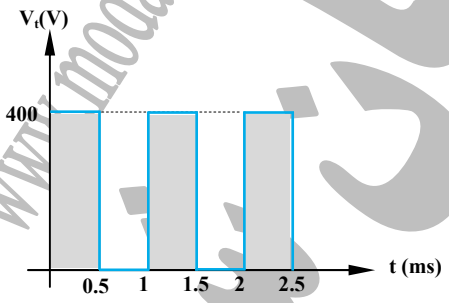
$$(R_f + R_{adj}) = R_F = \frac{250}{2/5 + 0/2125} = 92/16\Omega$$

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث مبانی موتورهای جریان مستقیم / بررسی موتورهای تحریک مستقل و تحریک شنت

مثال۱: یک موتور DC با تحریک جداگانه و با مشخصات زیر مفروض است:

$$R_a = ۲\Omega \ , \ T_e = K_t i_a \ , \ E_a = K_e \omega \ , \ K_t = ۱ \frac{N.m}{A} \ , \ K_e = ۳ \ \frac{Volt}{(\frac{rad}{s})}$$

آرمیچر با ولتاژ نشان داده شده در شکل زیر تغذیه و موتور با سرعت زاویه‌ای $\omega = ۵۰ \frac{rad}{s}$ می‌چرخد، در صورتی که جریان آرمیچر همواره غیرصفر باشد، گشتاور متوسط موتور چقدر است؟



۱) ۱۲۵ N.m
۲) ۲۵ N.m
۳) ۶۰ N.m
۴) ۳۰ N.m

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به مقادیر داده شده در صورت تست می‌توان معادلات ولتاژ و گشتاور القایی و جریان آرمیچر موتور را به صورت زیر نوشت:

$$E_a = K_e \omega = ۳ \times \omega = ۳ \times ۵۰ = ۱۵۰ V \Rightarrow I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} = \frac{V_t - ۱۵۰}{۲} = \frac{V_t}{۲} - ۷۵ \quad \text{و} \quad T_e = K_t I_a = ۱ \times I_a = I_a$$

با توجه به این دو معادله و در نظر گرفتن شکل موج ولتاژ تغذیه داریم:

$$\begin{cases} ۰ < t < ۰/۵ \text{ ms} \Rightarrow V_t = ۴۰۰ \text{ V} \Rightarrow I_{a_۱} = \frac{۴۰۰}{۲} - ۷۵ = ۱۲۵ A \Rightarrow T_۱ = ۱۲۵ \text{ N.m} \\ ۰/۵ < t < ۱ \text{ ms} \Rightarrow V_t = ۰ \Rightarrow I_{a_۲} = -۷۵ \text{ A} \Rightarrow T_۲ = -۷۵ \text{ N.m} \end{cases} \Rightarrow T_{av} = \frac{T_۱ + T_۲}{۲} = \frac{۱۲۵ - ۷۵}{۲} = ۲۵ \text{ N.m}$$

دقت شود که گشتاور $-۷۵ N.m$ که در لحظات صفر بودن ولتاژ اعمالی به موتور تولید شده، نشان می‌دهد که در زمان صفر بودن ولتاژ تغذیه موتور، جریان آن معکوس شده، یعنی به جای اخذ $۱۲۵A$ به اندازه $۷۵A$ تولید نموده و به منبع تحویل می‌دهد. این معکوس شدن جهت جریان آرمیچر سبب ایجاد گشتاور القایی منفی در موتور شده است.

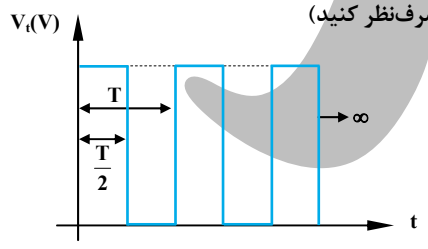
مثال۲: در یک موتور DC تحریک مستقل ۲۳۰ ولت، مقاومت آرمیچر ماشین ۰/۵ اهم است. اگر در بی‌باری سرعت موتور ۱۰۰۰rpm و در بار نامی ۹۰۰rpm باشد، جریان آرمیچر در بار نامی چقدر است؟

۱) ۴۶A
۲) ۷۰A
۳) ۲۳A
۴) ۴۲/۵A

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اینکه جریان بی‌باری موتور داده نشده باید ولتاژ القایی در بی‌باری ($E_{a_{NL}}$) را برابر ولتاژ ترمینال‌ها (V_t) در نظر گرفت. لذا:

$$E_{a_{NL}} = V_t = ۲۳۰ \Rightarrow \frac{E_{a_{NL}}}{E_{a_{FL}}} = \frac{N_{NL}}{N_{FL}} \Rightarrow \frac{۲۳۰}{E_{a_{FL}}} = \frac{۱۰۰۰}{۹۰۰} \Rightarrow E_{a_{FL}} = ۲۰۷V \Rightarrow I_{a_{FL}} = \frac{V_t - E_{a_{FL}}}{R_a} = \frac{۲۳۰ - ۲۰۷}{۰/۵} = ۴۶ \text{ A}$$

مثال۳: یک موتور DC کوچک با تحریک مغناطیس دائم و تلفات چرخشی ناچیز را در حالت بی‌باری توسط یک منبع تغذیه با خروجی قطار پالس (تا بی‌نهایت) نشان داده شده در شکل زیر به گردش درمی‌آوریم. مشاهده می‌شود که سرعت پایدار این موتور ۹۰۰rpm است. سرعت پایدار موتور در بی‌باری را در حالیکه پریود قطار پالس، نصف و دامنه‌اش ۱/۲ برابر شود، بدست آورید؟ (از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر کنید)



۱) ۵۰۰ rpm
۲) ۵۴۰ rpm
۳) ۹۰۰ rpm
۴) ۱۰۸۰ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» چون از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر شده است، همواره $V_t = E_a$ است. لذا داریم:

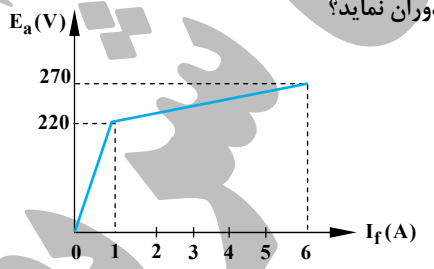
$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{V_{t_1}}{V_{t_2}} = \frac{V_{t_1}}{1/2\, V_{t_1}} \Rightarrow E_{a_2} = 1/2\, E_{a_1}$$

چون موتور از نوع مغناطیسی دائم است، همواره φ ثابت است. لذا داریم:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{E_{a_1}}{1/2 E_{a_1}} = \frac{900}{N_2} \Rightarrow N_2 = 1080\ \text{rpm}$$

دیده می‌شود که پریود قطار پالس در سرعت موتور تأثیر ندارد.

مثال ۴: مشخصه بی‌باری یک موتور DC با تحریک شنت در سرعت ۲۰۰۰rpm به صورت زیر داده شده است. این موتور با ولتاژ ۲۰۰V تغذیه می‌شود. اگر مقاومت اهمی مدار شنت ۳۰Ω و مقاومت اهمی مدار آرمیچر ۰/۲Ω بوده و عکس‌العمل آرمیچر ۱۰%از فلوی میدان را کاهش دهد. رئوستای تنظیم کننده میدان چند اهم باشد تا موتور در جریان آرمیچر ۱۰۰A با سرعت ۱۶۰۰rpm دوران نماید؟



۱) ۸۰
۲) ۵۰
۳) ۲۰
۴) ۳۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در جریان آرمیچر ۱۰۰A و سرعت ۱۶۰۰rpm ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با:

$$E_a = V_t - R_a I_a = 200 - (0/2 \times 100) = 180\text{V}$$

چون منحنی بی‌باری داده شده مربوط به سرعت ۲۰۰۰rpm است باید ولتاژ ۱۸۰V را با ضرب در ضریب تصحیح $\frac{2000}{1600} = 1/25$ اصلاح نمود، لذا:

$$E_a\Big|_{\substack{2000\,\text{rpm} \\ \text{با A.R}}} = 180 \times 1/25 = 225\text{V}$$

نکته بسیار مهم در حل این مسئله این است که ولتاژ ۲۲۵V بدست آمده با احتساب ۱۰% کاهش فلو ناشی از عکس‌العمل آرمیچر (A.R) است زیرا سرعت ۱۶۰۰rpm در کارکرد دائمی که مدنظر مسئله است با احتساب عکس‌العمل آرمیچر است. از آنجایی که مشخصه بی‌باری داده شده عمدتاً بدون احتساب عکس‌العمل آرمیچر ترسیم می‌شوند (زیرا در بی‌باری عکس‌العمل آرمیچر صفر است) جهت استفاده از این مشخه باید عدد ۲۲۵V را در یک ضریب تصحیح دیگر ضرب نمود تا اثر عکس‌العمل آرمیچر آن حذف شده و بتوان آن را به مشخصه منتقل نمود، لذا:

$$E_a\Big|_{\substack{2000\,\text{rpm} \\ \text{بدون A.R}}} = \frac{225}{0/9} = 250\text{V}$$

در واقع چون عدد ۲۲۵V مربوط به حالتی است که فوران ۹۰% حالت بی‌باری است (چون ۱۰% به دلیل عکس‌العمل آرمیچر تضعیف فوران داریم) برای به دست آوردن E_a در بی باری عدد ۲۲۵V را بر ۰/۹ تقسیم نمودیم. با انتقال این ولتاژ به مشخصه بی‌باری داریم:

$$E_a = 250\text{V} \xrightarrow{\text{منحنی}} I_f = 4\text{A}$$

با توجه به این جریان تحریک می‌توان نوشت:

$$R_f + R_{adj} = \frac{V_t}{I_f} \Rightarrow 30 + R_{adj} = \frac{200}{4} \Rightarrow R_{adj} = 20\Omega$$

مثال ۵: یک موتور DC با تحریک جداگانه ۲۴۰ ولتی مفروض است. مقاومت آرمیچر آن ۰/۴ اهم بوده و در سرعت ۵۵۰ دور در دقیقه جریان آرمیچر آن ۵۰ آمپراست. اگر شار به ۷۵ % مقدار اولیه کاهش یابد، گشتاور تولیدی موتور چقدر می‌شود؟($\pi = 3$ فرض شود)

۱) ۲۰۰N.m　　۲) ۵۵N.m　　۳) ۱۵۰N.m　　۴) ۷۵N.m

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» ابتدا باید گشتاور موتور را به ازاء شار نامی به دست آورده و سپس مقدار آن را برای ۷۵% شار نامی اصلاح نمود، لذا:

$$E_a = V_t - R_a I_a = 240 - (0/4 \times 50) = 220\text{V} \Rightarrow P_e = E_a I_a = 220 \times 50 = 11000\text{W}$$

$$T_e=\frac{۶۰P_e}{۲\pi N}=\frac{۶۰\times ۱۱۰۰۰}{۲\pi\times ۵۵۰}\Rightarrow T_e=۲۰۰\,N.m$$

چون حرفی از تغییر I_a زده نشده، آن را ثابت در نظر می‌گیریم لذا:

$$\frac{T_{e_۱}}{T_{e_۲}}=\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}\frac{I_{a_۱}}{I_{a_۲}}\Rightarrow\frac{۲۰۰}{T_{e_۲}}=\frac{\varphi_۱}{۰/۷۵\varphi_۱}\times ۱\Rightarrow T_{e_۲}=۱۵۰\,N.m$$

مثال ۶: **یک موتور جریان مستقیم موازی ۵۰۰ V و ۴ قطب که سیم‌بندی آن موجی است، دارای ۷۲۰ هادی در آرمیچر است. اگر فلوی مغناطیسی زیر هر قطب برابر ۳۰ mWb، مقاومت آرمیچر ۰/۲Ω و افت ولتاژ هر جاروبک ۱V باشد، سرعت موتور در جریان خط ۶۰A چند دور بر دقیقه است. (از جریان تحریک صرف نظر کنید.)**

۱) ۷۶۵ rpm ۲) ۵۷۶ rpm ۳) ۵۶۷ rpm ۴) ۶۷۵ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» ابتدا باید باتوجه به مقادیر داده شده ولتاژ القایی در موتور را به دست آورد. دراین خصوص دقت شود که اولاً: به دلیل صرف‌نظر کردن از جریان تحریک، جریان خط و آرمیچر یکسان بوده و ثانیاً افت ولتاژ در کل جاروبک‌ها برابر ۲V است لذا:

$$E_a=V_t-R_aI_a-V_b=۵۰۰-(۰/۲\times ۶۰)-(۲\times ۱)=۴۸۶\ V$$

با توجه به این ولتاژ و با توجه به نوع سیم‌بندی، تعداد هادی‌ها و ... با استفاده از رابطه‌ی اصلی ولتاژ القایی در موتور داریم:

$$E_a=\frac{P}{a}Z\varphi\frac{N}{۶۰}\Rightarrow ۴۸۶=\frac{۴}{۲}\times ۷۲۰\times ۳۰\times ۱۰^{-۳}\times\frac{N}{۶۰}\Rightarrow N=۶۷۵\ rpm$$

مثال ۷: **در یک موتور DC شنت با مشخصات نامی ۱۵۰۰rpm و ۲۵۰V، توان ورودی ۲۵kW است. در بی‌باری نیز با تنظیم میدان، سرعت آن ۱۵۰۰rpm است. در صورتی که مقاومت آرمیچر ۰/۱Ω باشد، عکس‌العمل آرمیچر دربار کامل به چه میزان شار قطب‌ها را کاهش می‌دهد؟**

۱) سه درصد ۲) چهار درصد ۳) پنج درصد ۴) شش درصد

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به توان ورودی ۲۵kW و با صرف نظر کردن از جریان تحریک داریم:

$$I_L=I_a=\frac{P_۱}{V_t}=\frac{۲۵۰۰۰}{۲۵۰}=۱۰۰A\Rightarrow E_{a_{FL}}=V_t-(R_aI_a)=۲۵۰-(۰/۱\times ۱۰۰)=۲۴۰V$$

در حالت بی‌باری نیز چون جریان $I_{a_{NL}}$ داده نشده صفر فرض می‌شود، که در نتیجه:

$$E_{a_{NL}}=V_t=۲۵۰V$$

با توجه به ولتاژهای القایی به دست آمده و از آنجائیکه در فاصله بی‌باری تا بار کامل سرعت ثابت نگاه داشته شده است، می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_{NL}}}{E_{a_{FL}}}=\frac{\varphi_{NL}}{\varphi_{FL}}\Rightarrow\frac{۲۵۰}{۲۴۰}=\frac{\varphi_{NL}}{\varphi_{FL}}\Rightarrow\varphi_{NL}=۱/۰۴\varphi_{FL}$$

یعنی در حالت بارداری ۴% شار (ناشی از عکس‌العمل آرمیچر) کاهش می‌یابد.

مثال ۸: **یک ژنراتور DC شنت به قدرت ۱۰۰kW دارای مقاومت آرمیچر ۰/۰۴Ω و مقاومت میدان ۱۰۰Ω بوده و بار کامل را موازی با شبکه (منبع) ۲۵۰V تغذیه می‌کند. این ژنراتور توسط تسمه‌ای با سرعت ۴۵۰rpm می‌چرخد. هرگاه تسمه پاره شود، ماشین توان ۷/۵kW را از منبع می‌گیرد. این ماشین در چه سرعتی به حرکت خود ادامه خواهد داد؟ (از افت ولتاژ جاروبک‌ها و عکس‌العمل آرمیچر چشم پوشی کنید.)**

۱) ۲۱۱rpm ۲) ۴۱۰ rpm ۳) ۴۲۱rpm ۴) ۵۲۰ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در حالتی که ماشین به صورت مولدی (g) کار می‌کند (یعنی هنوز تسمه پاره نشده است)، ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با:

$$\begin{cases}I_{L_g}=\frac{P_۲}{V_t}=\frac{۱۰۰\times ۱۰^{۳}}{۲۵۰}=۴۰۰A\\ I_{f_g}=\frac{V_t}{R_f}=\frac{۲۵۰}{۱۰۰}=۲/۵A\end{cases}$$

$$\Rightarrow I_{a_g}=I_{L_g}+I_{f_g}=۴۰۰+۲/۵=۴۰۲/۵A$$

$$\Rightarrow E_{a_g}=V_t+R_aI_{a_g}=۲۵۰+(۰/۰۴\times ۴۰۲/۵)=۲۶۶/۱V$$

با پاره شدن تسمه ماشین به موتور (m) تبدیل می‌شود. در این حالت چون توان اخذ شده از ورودی $P_۱=۷/۵kW$ است داریم:

$$\begin{cases} I_{L_m} = \frac{P_t}{V_t} = \frac{۷۵۰۰}{۲۵۰} = ۳۰A \\ I_{f_m} = I_{f_g} = ۲/۵A \end{cases} \Rightarrow I_{a_m} = I_{L_m} - I_{f_m} = ۳۰ - ۲/۵ = ۲۷/۵A \Rightarrow E_{a_m} = V_t - R_a I_{a_m} = ۲۵۰ - (۰/۰۴ \times ۲۷/۵) = ۲۴۸/۹V$$

با توجه به رابطه بین ولتاژهای القایی و سرعت‌ها داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{N_g I_{f_g}}{N_m I_{f_m}} \Rightarrow \frac{۲۶۶/۱}{۲۴۸/۹} = \frac{۴۵۰ \times ۲/۵}{N_m \times ۲/۵} \Rightarrow N_m \simeq ۴۲۱ rpm$$

مثال۹: **یک موتور DC شنت ۲۳۰V و ۱۰ اسب بخار مفروض است. مقاومت آرمیچر ماشین ۰/۵Ω است، جریان آرمیچر موتور در شرایط کار نامی و با صرفنظر کردن از تلفات چرخشی و تحریک چقدر است؟ (هر اسب بخار = ۷۴۶W)**

۱) ۳۵A　　۲) ۷۰A　　۳) ۲۳A　　۴) ۴۲/۵A

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» چون از تلفات چرخشی که همان مجموع تلفات مکانیکی و آهنی است صرف‌نظر شده است پس توان خروجی (P_2) برابر توان تولیدی آرمیچر (P_{ag}) می‌شود، لذا داریم:

$$۷۴۶ \times ۱۰ = (۲۳۰ I_a) - ۰/۵ I_a^2 \Rightarrow I_a = \begin{cases} ۳۵/۱ A \\ ۴۲۴/۸ A \end{cases} \quad E_a = V_t - R_a I_a \xrightarrow{\times I_a} E_a I_a = \underbrace{P_{ag}}_{=P_2} = V_t I_a - R_a I_a^2 \Rightarrow$$

غ. ق. ق

مثال۱۰: **یک مولد DC شنت به قدرت ۱۰kW و ولتاژ نامی ۲۵۰V دارای مقاومت آرمیچر ۰/۱Ω و مقاومت میدان ۲۵۰Ω است. در بار نامی تحت ولتاژ نامی سرعت آن برابر ۸۰۰rpm است. حال اگر از ماشین به عنوان موتور استفاده شود، در قدرت نامی تحت ولتاژ نامی سرعت موتور چقدر است؟**

۱) ۸۰۰ rpm　　۲) ۷۷۰ rpm　　۳) ۷۷۴/۸rpm　　۴) ۸۱۰ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در حالت مولدی (g) جریان آرمیچر برابر است با:

$$I_{L_g} = \frac{P_2}{V_t} = \frac{۱۰ \times ۱۰^3}{۲۵۰} = ۴۰A \quad \text{و} \quad I_{f_g} = \frac{V_t}{R_f} = \frac{۲۵۰}{۲۵۰} = ۱ A \Rightarrow I_{a_g} = I_{L_g} + I_{f_g} = ۴۰ + ۱ = ۴۱ A$$

و با توجه به این جریان می‌توان ولتاژ القایی در آرمیچر را در حالت مولدی به صورت زیر تعیین نمود:

$$E_{a_g} = V_t + R_a I_{a_g} = ۲۵۰ + (۰/۱ \times ۴۱) = ۲۵۴/۱ V$$

در حالت موتوری (m) چون قدرت ثابت فرض شده پس جریان خط برابر حالت مولدی است، لذا جریان آرمیچر برابر است با:

$$I_{L_m} = I_{L_g} = ۴۰A \quad \text{و} \quad I_{f_m} = I_{f_g} = ۱ A \Rightarrow I_{a_m} = I_{L_m} - I_{f_m} = ۴۰ - ۱ = ۳۹ A$$

با توجه به این جریان ولتاژ القایی در آرمیچر در حالت موتوری برابر است با:

$$E_{a_m} = V_t - R_a I_{a_m} = ۲۵۰ - (۰/۱ \times ۳۹) = ۲۴۶/۱ V$$

چون جریان تحریک در هر دو حالت ثابت است لذا φ ثابت می‌باشد، پس داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{N_g}{N_m} \Rightarrow \frac{۲۵۴/۱}{۲۴۶/۱} = \frac{۸۰۰}{N_m} \Rightarrow N_m = ۷۷۴/۸ rpm$$

مثال۱۱: **یک ماشین جریان مستقیم به صورت موتور کارکرده و از طریق منبعی با ولتاژ ۵۰۰V تغذیه می‌شود. در این حالت جریان آرمیچر ۵۰A و مقاومت آرمیچر ۰/۲Ω است. اگر به طور ناگهانی شار میدان به میزان ۱۰ % اضافه شود چه اتفاقی رخ می‌دهد؟**

۱) موتور به مولد تبدیل شده و جریانی معادل ۱۹۵A می‌دهد.　　۲) موتور بدون تغییر در جریان آرمیچر کماکان به کار خود ادامه می‌دهد.

۳) موتور با جریان آرمیچر ۵۵A به کار خود ادامه می‌دهد.　　۴) موتور به مولد تبدیل شده و جریانی معادل ۵۵A می‌دهد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در حالت اول ولتاژ القایی در ماشین برابر است با:

$$E_{a_1} = V_t - R_a I_{a_1} = ۵۰۰ - (۰/۲ \times ۵۰) = ۴۹۰ V$$

با فرض اینکه در لحظه تغییر شار، سرعت ثابت می‌ماند، می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \Rightarrow \frac{۴۹۰}{E_{a_2}} = \frac{\varphi_1}{۱/۱\varphi_1} \Rightarrow E_{a_2} = ۵۳۹ V$$

چون این ولتاژ القایی از ولتاژ ترمینال‌های موتور بیشتر است ($E_{a_2} > V_t$)، پس ماشین وارد ناحیه مولدی شده و جریانی به اندازه مقدار زیر تولید و به شبکه تحویل می‌دهد، لذا:

$$I_{a_2} = \frac{V_t - E_{a_2}}{R_a} = \frac{۵۰۰ - ۵۳۹}{۰/۲} = -۱۹۵A$$

(دقت شود که علامت منفی بیانگر عکس بودن جهت این جریان تولیدی نسبت به جریان اولیه موتور است)

مثال ۱۲: در یک موتور DC شنت ۲۳۰V جریان بی‌باری تحت ولتاژ نامی، ۵A و سرعت بی‌باری ۱۰۰۰rpm است. اگر مقاومت آرمیچر و تحریک بترتیب ۰/۲Ω و ۱۱۵Ω، جریان بار کامل تحت ولتاژ نامی، ۴۰A بوده و بر اثر عکس‌العمل آرمیچر فوران در حالت بارداری ۴% کمتر از بی‌باری شود، سرعت موتور در بار کامل چند rpm خواهد بود؟

۱) ۱۰۰۷ ۲) ۱۰۱۰ ۳) ۹۶۹ ۴) ۹۹۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون جریان ورودی موتور در حالت بی‌باری داده شده است، دیگر نمی‌توان ولتاژ القایی در آرمیچر را برابر ولتاژ ترمینال‌ها فرض نمود، لذا:

$$I_f = \frac{۲۳۰}{۱۱۵} = ۲A \Rightarrow I_{a_{NL}} = ۵ - ۲ = ۳A \Rightarrow E_{a_{NL}} = ۲۳۰ - ۳ \times ۰/۲ = ۲۲۹/۴\ V$$

در حالت بارداری نیز با توجه به جریان خط موتور داریم:

$$I_{a_{FL}} = ۴۰ - ۲ = ۳۸A \Rightarrow E_{a_{FL}} = ۲۳۰ - (۰/۲ \times ۳۸) = ۲۲۲/۴\ V$$

همچنین از آنجائیکه بر اثر عکس‌العمل آرمیچر فوران حالت بارداری ۴% کاهش می‌یابد، لذا باید $\varphi_{FL} = ۰/۹۶\varphi_{NL}$ لحاظ شود، پس داریم:

$$\frac{E_{a_{NL}}}{E_{a_{FL}}} = \frac{N_{NL}\varphi_{NL}}{N_{FL}\varphi_{FL}} \Rightarrow \frac{۲۲۹/۴}{۲۲۲/۴} = \frac{۱۰۰۰ \times \varphi_{NL}}{N_{FL} \times ۰/۹۶\varphi_{NL}} \Rightarrow N_{FL} \simeq ۱۰۱۰\ rpm$$

دیده می‌شود که در حالت بارداری بر اثر کاهش فوران ناشی از عکس‌العمل آرمیچر، سرعت به جای کاهش از مقدار بی‌باری، حدود ۱۰دور در دقیقه افزایش یافته، در صورتی که اگر عکس‌العمل آرمیچر وجود نداشت، سرعت بار کامل (N_{FL}) برابر ۹۶۹rpm می‌شد، یعنی عکس‌العمل آرمیچر حدود ۴۱rpm سرعت را زیاد نموده است.

مثال ۱۳: در یک ماشین DC شنت مقاومت آرمیچر ۰/۰۵Ω و مقاومت مدار تحریک ۲۰Ω است. این ماشین به منبع ۲۰۰V متصل و به صورت موتور با سرعت ۱۰۰۰rpm کار نموده و توان ورودی آن ۱۰۰kW است. در چه سرعتی ماشین به صورت مولد کار کند تا توان خروجی آن ۱۰۰kW و ولتاژ خروجی آن ۲۰۰V باشد؟

۱) ۹۸۵rpm ۲) ۱۰۰۰ rpm ۳) ۱۲۰۰ rpm ۴) ۱۲۸۵ rpm

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در حالت موتوری (m) با توجه به توان ورودی و ولتاژ ترمینال‌های موتور داریم:

$$\begin{cases} I_{L_m} = \frac{P_1}{V_t} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^3}{۲۰۰} = ۵۰۰A \\ I_{f_m} = \frac{V_t}{R_f} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰A \end{cases} \Rightarrow I_{a_m} = I_{L_m} - I_{f_m} = ۵۰۰ - ۱۰ = ۴۹۰\ A$$

$$\Rightarrow E_{a_m} = V_t - R_a I_{a_m} = ۲۰۰ - (۰/۰۵ \times ۴۹۰) = ۱۷۵/۵V$$

در حالت مولدی (g) می‌خواهیم توان خروجی ۱۰۰kW و ولتاژ ترمینال‌ها ۲۰۰V شود، لذا ولتاژ القایی در آرمیچر باید به مقدار زیر افزایش یابد:

$$\begin{cases} I_{Lg} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^3}{۲۰۰} = ۵۰۰A \\ I_{f_g} = I_{f_m} = ۱۰A \end{cases} \Rightarrow I_{a_g} = ۵۰۰ + ۱۰ = ۵۱۰\ A \Rightarrow E_{a_g} = ۲۰۰ + (۰/۰۵ \times ۵۱۰) = ۲۲۵/۵V$$

اگر بخواهیم ولتاژ القایی در آرمیچر ۲۲۵/۵V شود، باید سرعت آن برابر مقدار زیر باشد: (دقت شود که چون جریان تحریک در هر دو حالت موتوری و مولدی یکسان است فوران ثابت فرض می‌شود)

$$\frac{E_{a_m}}{E_{a_g}} = \frac{N_m}{N_g} \Rightarrow \frac{۱۷۵/۵}{۲۲۵/۵} = \frac{۱۰۰۰}{N_g} \Rightarrow N_g \simeq ۱۲۸۵rpm$$

مثال ۱۴: در یک ماشین شنت ۴/۴kW، مقاومت آرمیچر ۰/۵Ω و مقاومت مدار تحریک ۱۰۰Ω است. این ماشین یکباربصورت مولد با ولتاژ و توان خروجی به ترتیب ۲۲۰ ولت و ۴/۴ کیلو وات و بار دیگر بصورت موتور با همان ولتاژ و همان توان خروجی بکار می‌رود. اگر راندمان ماشین در حالت موتوری ۹۰% باشد، نسبت سرعت حالت مولدی به موتوری چقدر است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۱ ۳) ۱ ۴) ۰/۹

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در کارکرد مولدی (g) با توجه به مقادیر توان و ولتاژ خروجی داریم:

$$\left.\begin{aligned} I_{L_g} &= \frac{۴۴۰۰}{۲۲۰} = ۲۰\ A \\ I_{f_g} &= \frac{۲۲۰}{۱۰۰} = ۲/۲\ A \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_{a_g} = ۲۰ + ۲/۲ = ۲۲/۲\ A \Rightarrow E_{a_g} = ۲۲۰ + (۰/۵ \times ۲۲/۲) = ۲۳۱/۱\ V$$

در کارکرد موتوری با توجه به اینکه $\eta = ۰/۹$ داده شده می‌توان قدرت ورودی و در نهایت ولتاژ القایی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\left.\begin{aligned} I_{L_m} &= \frac{P_1}{V_t} = \frac{\frac{P_2}{\eta}}{V_t} = \frac{\frac{۴۴۰۰}{۰/۹}}{۲۲۰} = ۲۲/۲\ A \\ I_{f_m} &= I_{f_g} = ۲/۲\ A \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_{a_m} = ۲۲/۲ - ۲/۲ = ۲۰\ A \Rightarrow E_{a_m} = ۲۲۰ - (۰/۵ \times ۲۰) = ۲۱۰\ V$$

به علت ثابت بودن ولتاژ ترمینال‌ها در هر دو حالت جریان تحریک نیز در هر دو حالت یکسان بوده لذا $\varphi_g = \varphi_m$ می‌باشد، پس داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{N_g \varphi_g}{N_m \varphi_m} \Rightarrow \frac{۲۳۱/۱}{۲۱۰} = \frac{N_g}{N_m} \Rightarrow \frac{N_g}{N_m} = ۱/۱$$

مثال ۱۵: یک ماشین DC با تحریک شنت $۲۳۰\ V$ دارای مقاومت آرمیچر $۰/۵\ \Omega$ و مقاومت میدان $۱۱۵\ \Omega$ است. اگر این ماشین به منبع تغذیه $۲۳۰\ V$ وصل شود جریان $۵۰\ A$ را در بار کامل می‌کشد. سرعت محور آن چند درصد افزایش یابد تا ماشین وارد ناحیه مولدی شده و جریان $۶۰\ A$ را به شبکه تزریق کند.

۱) ۱۹٪　　۲) ۲۷٪　　۳) ۱۴٪　　۴) ۳۸٪

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در مسائل مربوط به ماشین‌های DC هرگاه حرف از تغییرات سرعت یا نسبت سرعت‌ها مطرح می‌شود حتماً باید از رابطه نسبت ولتاژهای القایی استفاده نمود. پس در این تست نیز باید با توجه به مقادیر داده شده نسبت ولتاژهای القایی حالات مولدی و موتوری را محاسبه نموده و با یکدیگر مقایسه نمود. برای این منظور در حالت مولدی (g) داریم:

$$I_{f_g} = \frac{V_t}{R_f} = \frac{۲۳۰}{۱۱۵} = ۲A \Rightarrow I_{a_g} = I_{L_g} + I_{f_g} = ۶۰ + ۲ = ۶۲A \Rightarrow E_{a_g} = V_t + R_a I_{a_g} = ۲۳۰ + (۶۲ \times ۰/۵) = ۲۶۱V$$

به طور مشابه در حالت موتوری (m) با توجه به جریان خط $۶۰\ A$ داریم:

$$I_{f_m} = I_{f_g} = \frac{۲۳۰}{۱۱۵} = ۲A \Rightarrow I_{a_m} = I_{L_m} - I_{f_m} = ۵۰ - ۲ = ۴۸A \Rightarrow E_{a_m} = V_t - R_a I_{am} = ۲۳۰ - (۴۸ \times ۰/۵) = ۲۰۶V$$

با قرار دادن این مقادیر در رابطه نسبت ولتاژها داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{N_g \varphi_g}{N_m \varphi_m} \xrightarrow[\varphi_g = \varphi_m]{\text{چون جریان تحریک در هر دو حالت یکسان است، لذا}} \frac{۲۶۱}{۲۰۶} = \frac{N_g}{N_m} \Rightarrow \frac{N_g}{N_m} = ۱/۲۷$$

این نسبت نشان می‌دهد که اگر سرعت محور نسبت به حالت موتوری به اندازه ۲۷٪ افزایش یابد، ماشین وارد ناحیه مولدی شده و $۶۰\ A$ را به شبکه $۲۳۰\ V$ تحویل می‌دهد. (واضح است که اگر نیاز به تزریق جریان بیشتری باشد باید درصد افزایش سرعت را بیشتر نمود.)

مثال ۱۶: در یک ماشین DC شنت مقاومت‌های آرمیچر و تحریک به ترتیب $۰/۵\ \Omega$ و $۱۰۰\ \Omega$ هستند. این ماشین یک بار به صورت موتور به منبع $۲۰۰V$ متصل و با اخذ توان $۴۰۰۰\ W$ یک بار مکانیکی را می‌چرخاند. اگر بخواهیم این ماشین را به عنوان یک مولد شنت استفاده نماییم به طوری‌که با اعمال همان توان مکانیکی قبلی در خروجی $۲۰۰V$ دریافت کنیم سرعت گردش محور باید چند درصد نسبت به حالت موتوری تغییر کند؟ (فرض کنید راندمان ماشین در تمامی حالات ۹۰% است)

۱) ۰%　　۲) ۱۰% افزایش　　۳) ۱۰% کاهش　　۴) بستگی به نوع بار موتور دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در کارکرد موتوری داریم:

$$\left.\begin{aligned} I_{L_m} &= \frac{P_1}{V_{t_m}} = \frac{۴۰۰۰}{۲۰۰} = ۲۰\ A \\ I_{f_m} &= \frac{V_{t_m}}{R_f} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰} = ۲A \end{aligned}\right. \Rightarrow I_{a_m} = ۲۰ - ۲ = ۱۸A \Rightarrow E_{a_m} = ۲۰۰ - (۰/۵ \times ۱۸) = ۱۹۱V$$

در کارکرد مولدی داریم:

$$\left.\begin{aligned} I_{L_g} &= \frac{P_2}{V_{t_g}} = \frac{P_1 \times \eta}{V_{t_g}} = \frac{۴۰۰۰ \times ۰/۹}{۲۰۰} = ۱۸A \\ I_{f_g} &= I_{f_m} = ۲A \end{aligned}\right. \Rightarrow I_{a_g} = ۱۸ + ۲ = ۲۰\ A \Rightarrow E_{a_g} = ۲۰۰ + (۰/۵ \times ۲۰) = ۲۱۰\ V$$

با توجه به رابطه نسبت ولتاژهای القایی در ماشین‌های DC داریم:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}} = \frac{\varphi_g \omega_g}{\varphi_m \omega_m} \Rightarrow \frac{۲۱۰}{۱۹۱} = ۱ \times \frac{\omega_g}{\omega_m} \Rightarrow \omega_g \approx ۱/۱\,\omega_m$$

یعنی باید سرعت در حالت مداری ۱۰ درصد افزایش یابد.

مثال ۱۷: یک دمنده هوا دارای مشخصه توان ـ سرعت به صورت $P_L = 10^{-2} N^2$ بوده که در آن N برحسب دور بر دقیقه و P برحسب وات است. اگر این دمنده توسط یک موتور شنت ۲۵۵V و ۴ قطب که دارای آرمیچری با سیم‌بندی موجی ساده و ۶۰۰ هادی است چرخانده شود، با فرض اینکه شار زیر هر قطب موتور ۰/۰۱Wb، مقاومت آرمیچر ۰/۲۵Ω و تلفات چرخشی موتور ناچیز باشد، سرعت گردش دمنده چند دور بر دقیقه خواهد بود؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۱۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۹۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای محاسبه سرعت بارداری ماشین باید مشخصه بار و مشخصه موتور را با یکدیگر قطع داد. در این حالت دقت شود که چون مشخصه بار برحسب توان ـ سرعت بیان شده است، باید مشخصه موتور نیز برحسب توان ـ سرعت بیان شود. برای این منظور داریم:

$$E_a = \frac{P}{a} Z\varphi \frac{N}{60} \xrightarrow{\text{موجی ساده } a=2} E_a = \frac{4}{2} \times 600 \times 0/01 \times \frac{N}{60} = 0/2N$$

جریان آرمیچر تحت این شرایط برابر است با:

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} = \frac{255 - 0/2N}{0/25} = 1020 - 0/8N$$

توان الکترومغناطیسی موتور را که به علت صرف نظر کردن از تلفات چرخشی برابر توان خروجی آن است می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_2 = P_e = E_a I_a = (1020 - 0/8N)0/2N = 204N - 0/16N^2$$

از طرفی معادله توان ـ سرعت بار نیز به صورت $P_L = 10^{-2} N^2$ داده شده است، لذا با مساوی قرار دادن این دو معادله داریم:

$$P_2 = P_L \Rightarrow 204N - 0/16N^2 = 10^{-2} N^2 \Rightarrow N = 1200 \text{rpm}$$

مثال ۱۸: مشخصه مغناطیسی یک موتور شنت در سرعت ۱۵۰۰rpm با معادله $E_a = 12/5 + 200\sqrt{I_f}$ داده شده است. مقاومت آرمیچر و میدان این موتور به ترتیب ۰/۲Ω و ۳۰Ω است. این موتور را به شبکه ۲۵۰V متصل نموده و زیر بار مکانیکی قرار می‌دهیم. اگر در این هنگام جریان آرمیچر موتور برابر ۱۵۰A باشد و عکس‌العمل آرمیچر ۲۰% از شار میدان را کاهش دهد رئوستای تحریک را روی چند اهم تنظیم کنیم تا سرعت چرخش موتور ۱۰۰۰rpm گردد؟

۱) ۱۰۵Ω ۲) ۱۸۵Ω ۳) ۳۲/۵Ω ۴) ۴۵/۵Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حالت بارداری (در سرعت ۱۰۰۰rpm) داریم:

$$E_a = V_t - R_a I_a = 250 - (0/2 \times 150) = 220 \text{V}$$

چون مشخصه بی‌باری در سرعت ۱۵۰۰rpm داده شده است، باید ولتاژ E_a به صورت مقابل اصلاح گردد:

$$E_a\Big|_{1500\text{rpm}} = 220 \times \frac{1500}{1000} = 330 \text{V}$$

باید توجه داشت که ۳۳۰V به دست آمده با احتساب ۲۰% عکس‌العمل آرمیچر است؛ زیرا سرعت ۱۰۰۰rpm مربوط به حالت بارداری است. پس اگر بخواهیم E_a را به مشخصه بی‌باری ببریم تا I_f را به دست آوریم باید ابتدا اثر عکس‌العمل آرمیچر را از آن کم نمود، بنابراین عدد ۳۳۰ را بر ۰/۸ تقسیم می‌کنیم تا اثر ۲۰% عکس‌العمل آرمیچر لحاظ گردد. لذا:

$$E_a\Big|_{\substack{1500\text{rpm} \\ \text{و بدون AR}}} = \frac{330}{0/8} = 412/5 \text{V} \xrightarrow{\text{مشخصه}} 412/5 = 12/5 + 200\sqrt{I_{f_{FL}}} \Rightarrow I_{f_{FL}} = 4\text{A}$$

حال که I_f به دست آمده می‌توان مقاومت تنظیم‌کننده تحریک را به صورت زیر به‌دست آورد:

$$R_f + R_{adj} = \frac{V_t}{I_f} = \frac{250}{4} = 62/5\Omega \Rightarrow R_{adj} = 62/5 - 30 = 32/5\Omega$$

مثال ۱۹: در یک موتور DC شنت ۲۰۰V، مقاومت آرمیچر ۱Ω است. این موتور با اخذ جریان آرمیچر ۲۰A از شبکه، بار گشتاور ثابتی را با سرعت $100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ می‌چرخاند. اگر به منظور ترمز نمودن موتور پلاریته ولتاژ دو سر آرمیچر را معکوس نماییم (ترمز جریان مخالف) گشتاور ترمزی ایجاد شده در موتور چقدر می‌گردد؟

۱) ۳۴۲N.m ۲) ۵۱۳N.m ۳) ۶۸۴N.m ۴) ۱۰۲۶N.m

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید جریان آرمیچر را در حالت ترمزی محاسبه نمود:

$$E_{a_1} = V_t - R_a I_{a_1} = 200 - 1 \times 20 = 180 \text{V}$$

چون پلاریته ولتاژ دو سر آرمیچر معکوس شده است، داریم:

$$I_{a_2} = \frac{V_t - (-E_a)}{R_a} = \frac{200 + 180}{1} = 380 \text{A}$$

با توجه به رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = \frac{\varphi_1 I_{a_1}}{\varphi_2 I_{a_2}} \xrightarrow[\varphi_1 = \varphi_2]{\text{چون ولتاژ تحریک ثابت است}} \frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = 1 \times \frac{20}{380} = \frac{1}{19}$$

یعنی گشتاور ترمزی از نظر اندازه ۱۹ برابر گشتاور کار دائمی است؛ لذا:

$$T_{e_2} = 19T_{e_1} \xrightarrow{T_e = \frac{P_e}{\omega} = \frac{E_a I_a}{\omega}} 19 \times \frac{E_{a_1} I_{a_1}}{\omega_1} = 19 \times \frac{180 \times 20}{100} = 684 \text{N.m}$$

مثال ۲۰: یک ماشین تحریک مستقل با شبکه‌ای بزرگ موازی شده و توان نامی ۲۰kW را تحت ولتاژ ۲۰۰V به شبکه تزریق می‌کند. این مولد دارای مقاومت آرمیچر ۰/۲Ω بوده و توسط تسمه‌ای با سرعت ۴۴۰rpm به وسیله یک موتور دیزلی چرخانده می‌شود. اگر بر اثر یک اختلال تسمه پاره گردد، ماشین توان ۲kW را از شبکه دریافت می‌کند. در این حالت سرعت چرخش محور آن چند rpm است؟

۱) ۴۰۴ ۲) ۴۸۴ ۳) ۳۹۶ ۴) ۳۸۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حالت اول، کارکرد ماشین به‌صورت مولدی است، زیرا طبق گفته مسئله توان ۲۰kW را به شبکه تزریق می‌کند ($P_{2}=20kW$). در این حالت داریم:

$$I_{L_g}=\frac{P_{2_g}}{V_{t_g}}=\frac{20\times10^{3}}{200}=100A=I_{a_g}\Rightarrow E_{a_g}=V_{t_g}+R_aI_{a_g}=200+(0/2\times100)=220V$$

در حالت دوم یعنی پس از پاره شدن تسمه گرداننده ماشین، کارکرد آن به صورت موتوری خواهد بود یعنی از شبکه بزرگ متصل شده به آن توان ۲kW (طبق گفته مسئله) جذب می‌کند. در این حالت داریم:

$$P_1=2kW\Rightarrow I_{L_m}=\frac{P_{1m}}{V_{t_m}}=\frac{2\times10^{3}}{200}=10A=I_{a_m}\Rightarrow E_{a_m}=V_{t_m}-R_aI_{a_m}=200-(0/2\times10)=198V$$

ضمناً چون ماشین تحریک مستقل است، جریان تحریک در هر دو حالت کاری فوق‌الذکر یکسان بوده لذا شار ثابت است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_g}}{E_{a_m}}=\frac{\varphi_gN_g}{\varphi_mN_m}\Rightarrow\frac{220}{198}=1\times\frac{440}{N_m}\Rightarrow N_m=396rpm$$

مثال ۲۱: یک موتور شنت ۲۳۰V دارای مقاومت مدار آرمیچر ۰/۴Ω و مقاومت میدان ۹۲Ω است. اگر این موتور یک بار گشتاور ثابت را با اخذ جریان ۲۰A در سرعت ۸۰۰rpm برگرداند، برای رساندن سرعت موتور به ۱۰۰۰rpm مقدار R_{adj} که باید با سیم‌بندی تحریک، سری نمود، تقریباً چند اهم است؟ (مدار مغناطیسی موتور خطی فرض شود)

۱) ۲۳Ω ۲) ۱۱۵Ω ۳) ۱۳۸Ω ۴) ۱۷Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون گشتاور بار ثابت است می‌توان از رابطه بین گشتاور ماشین و فوران‌های آن به صورت زیر استفاده نمود:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{\varphi_1I_{a_1}}{\varphi_2I_{a_2}}\xrightarrow[T_{e_1}=T_{e_2}]{\text{در بار گشتاور ثابت}}\Rightarrow1=\frac{\varphi_1\times20}{\varphi_2\times I_{a_2}}\Rightarrow I_{a_2}=20\frac{\varphi_1}{\varphi_2}=20K$$

با جایگذاری نسبت فوران‌ها در رابطه نسبت ولتاژهای القایی داریم:

$$\begin{cases}E_{a_1}=230-(20\times0/4)=222\ V\\ E_{a_2}=230-(20K\times0/4)=230-8K\end{cases}\Rightarrow\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2}\Rightarrow\frac{222}{230-8K}=\frac{800\varphi_1}{1000\varphi_2}=0/8K$$

با حل معادله فوق می‌توان مقدار K را به صورت زیر به دست آورد:

$$K^{2}-28/75K+34/69=0\Rightarrow K=\begin{cases}27/49 & \text{غ ق ق}\\ 1/25 & \text{ق ق}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}K=\frac{\varphi_1}{\varphi_2}=\frac{I_{f_1}}{I_{f_2}}=1/25\\ I_{f_1}=\frac{V_t}{R_f}=\frac{230}{92}=2/5\ A\end{cases}\Rightarrow I_{f_2}=\frac{2/5}{1/25}=2A$$

با محاسبه جریان موردنیاز تحریک برای رساندن سرعت به ۱۰۰۰rpm مقدار رئوستا را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$R_f+R_{adj}=\frac{V_t}{I_{f_2}}=\frac{230}{2}=115\Omega\Rightarrow R_{adj}=115-92=23\Omega$$

مثال ۲۲: یک موتور DC شنت ۲۰۰ ولتی با مقاومت آرمیچر ۱Ω باری را می‌چرخاند. گشتاور بار متناسب با سرعت موتور است. اگر جریان تحریک ۱A و جریان کشیده شده از شبکه ۱۱A باشد، سرعت موتور ۱۱۵۰rpm خواهد بود. با تغییر رئوستای سیم پیچ تحریک، جریان میدان شنت به نصف کاهش می‌یابد. سرعت جدید موتور برابر چند rpm است؟ (مشخصه مغناطیسی موتور را خطی بگیرید).

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۲۳۰۰ ۴) ۲۳۶۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» چون گشتاور بار متناسب با سرعت موتور فرض شده $(T \sim N)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{N_1}{N_2}=\frac{I_{a_1}I_{f_1}}{I_{a_2}I_{f_2}} \Rightarrow I_{a_2}=\left(\frac{N_2}{N_1}\frac{I_{f_1}}{I_{f_2}}\right)I_{a_1} \xrightarrow[I_{f_2}=\frac{1}{2}I_{f_1}=0/5A]{I_{a_1}=I_L-I_{f_1}=11-1=10A} I_{a_2}=\frac{N_2}{1150}\times\frac{1}{0/5}\times 10=\frac{2}{115}N_2$$

با محاسبه جریان آرمیچر در شرایط جدید می‌توان سرعت جدید را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{cases}\dfrac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\dfrac{N_1I_{f_1}}{N_2I_{f_2}}\\ E_{a_1}=V_t-(R_aI_{a_1})=200-(1\times 10)=190\,V\\ E_{a_2}=V_t-(R_aI_{a_2})=200-\dfrac{2}{115}N_2\end{cases} \Rightarrow \frac{190}{200-\frac{2}{115}N_2}=\frac{1150\times 1}{N_2\times 0/5} \Rightarrow N_2=2000\,rpm$$

مثال ۲۳: **در یک موتور DC شنت ۲۳۰V مقاومت آرمیچر ۰/۵Ω و مقاومت تحریک شنت ۱۱۵Ω هستند. موتور بار ثابتی را در سرعت ۱۳۲۰rpm می‌چرخاند و جریان آرمیچر در این شرایط ۲۰A است. اگر بخواهیم سرعت موتور به ۱۹۸۰rpm برسد، چه مقدار مقاومت باید در مدار تحریک شنت قرار داد؟ (منحنی مغناطیسی ماشین خطی فرض شود.)**

۱) ۵۰Ω ۲) ۶۲Ω ۳) ۱۲۵Ω ۴) ۷۳Ω

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» در گشتاور بار ثابت با توجه به خطی بودن منحنی مغناطیسی داریم:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{I_{f_1}I_{a_1}}{I_{f_2}I_{a_2}}=1 \Rightarrow I_{a_2}=\frac{I_{f_1}}{I_{f_2}}I_{a_1} \xrightarrow[I_{a_1}=20A]{I_{f_1}=\frac{V_t}{R_{f_1}}=\frac{230}{115}=2A} I_{a_2}=\frac{40}{I_{f_2}}$$

در حالت اول ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با: $E_{a_1}=V_t-(R_aI_{a_1})=230-(0/5\times 20)=220\,V$

در حالت دوم ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با: $E_{a_2}=V_t-R_aI_{a_2}=230-(0/4\times\frac{40}{I_{f_2}})=230-\frac{20}{I_{f_2}}$

با توجه به رابطه بین ولتاژهای القایی در سرعت‌های مختلف می‌توان نوشت: $\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{N_1I_{f_1}}{N_2I_{f_2}} \Rightarrow \frac{220}{230-\frac{20}{I_{f_2}}}=\frac{1320\times 2}{1980\times I_{f_2}} \Rightarrow I_{f_2}=1/3A$

پس مقاومت تنظیم‌کننده باید به اندازه‌ای باشد که جریان به ۱/۳A کاهش یابد. لذا: $R_f+R_{adj}=\frac{V_t}{I_{f_2}} \Rightarrow R_{adj}=\frac{230}{1/3}-115=62\Omega$

مثال ۲۴: **یک موتور DC شنت ۲۵۰V با مدار مغناطیسی خطی دارای مقاومت آرمیچر ۰/۵Ω و مقاومت تحریک ۲۵۰Ω است. وقتی گشتاور بار ثابت و سرعت ۶۰۰rpm باشد، جریان آرمیچر ۲۰A خواهد بود، اگر بخواهیم سرعت را به ۸۰۰rpm برسانیم، چه مقاومتی باید به سیم پیچ تحریک اضافه کنیم؟**

۱) ۸۸Ω ۲) ۱۰۲Ω ۳) ۳۳۸Ω ۴) ۳۵۲Ω

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در جریان آرمیچر ۲۰A ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با:

$$E_{a_1}=V_t-(R_aI_a)=250-(0/5\times 20)=240\,V \quad و \quad I_{f_1}=\frac{V_t}{R_f}=\frac{250}{250}=1A$$

با توجه به اینکه گشتاور بار ثابت است، می‌توان نوشت: $\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{I_{f_1}I_{a_1}}{I_{f_2}I_{a_2}}=1 \Rightarrow I_{f_2}=\frac{I_{a_1}I_{f_1}}{I_{a_2}}=\frac{20}{I_{a_2}}$

با توجه به رابطه بین ولتاژهای القایی، سرعت و فوران می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\dfrac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\dfrac{N_1I_{f_1}}{N_2I_{f_2}}\\ E_{a_2}=V_t-R_aI_{a_2}=250-0/5I_{a_2}\end{cases} \Rightarrow \frac{240}{250-0/5I_{a_2}}=\frac{600\times 1}{800\times\frac{20}{I_{a_2}}} \Rightarrow I_{a_2}=27A \Rightarrow I_{f_2}=\frac{20}{27}=0/74A$$

با توجه به جریان تحریک به دست آمده، مقدار مقاومت تنظیم‌کننده تحریک برابر است با: $R_f+R_{adj}=\frac{250}{0/74}\Omega \Rightarrow R_{adj}\simeq 88\Omega$

مثال ۲۵: در یک موتور شنت که به ولتاژ ثابت V_t متصل بوده و با گشتاور ثابت T در حال کار است. سرعت را به روش کنترل میدان تغییر می‌دهیم. حداکثر سرعت قابل دریافت از این موتور برحسب $\frac{rad}{S}$ برابر کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟ (از عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر شده و مجموع مقاومت مدار آرمیچر R_a فرض شود.)

۱) $\frac{V_t}{R_a T^2}$ ۲) $\frac{V_t T}{2R_a}$ ۳) $\frac{V_t^2}{4R_a T}$ ۴) $\frac{V_t^2 T}{2R_a}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید معادله سرعت گردش موتور را برحسب متغیرهای داده شده در گزینه‌ها نوشت لذا داریم:

$$\begin{cases} E_a I_a = P_e = T.\omega \\ I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{E_a}{T}\frac{V_t - E_a}{R_a}$$

تنها متغیر این معادله E_a است لذا با مشتق‌گیری نسبت به آن داریم:

$$\frac{d\omega}{dE_a} = 0 \Rightarrow E_a = \frac{V_t}{2} \Rightarrow \omega = \frac{V_t^2}{4R_a T}$$

یعنی اولاً حداکثر سرعت گردش رتور در شرایطی ایجاد می‌شود که نیروی ضدمحرکه آن نصف ولتاژ ترمینال‌ها بوده $\left(E_a = \frac{V_t}{2}\right)$ و ثانیاً مقدار این سرعت حداکثر برابر $\omega_{max} = \frac{V_t^2}{4R_a T}$ است.

مثال ۲۶: از یک موتور تحریک مستقل به عنوان محرک در یک کاربرد صنعتی استفاده می‌نمائیم، بطوریکه در جریان تحریک ثابت با تغییر ولتاژ آرمیچر از صفر ولت تا ۶۲۸ ولت، سرعت محرک بین صفر تا ۱۷۴۰ دور در دقیقه تغییر می‌نماید. در صورتیکه گشتاور بار مقاوم برای این موتور ثابت و برابر ۵۰۰ نیوتن متر باشد مطلوبست، جریان آرمیچر این موتور وقتی که بیشترین ولتاژ بر آن اعمال شود؟ (از تلفات صرفنظر نمائید).

۱) ۲۷/۵ A ۲) ۱۵۹ A ۳) ۱۴۵ A ۴) ۱۱۵ A

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» چون از تلفات صرف نظر شده پس همواره $V_t = E_a$ است، لذا:

$$P_e = E_a I_a \Rightarrow T_e.\omega = E_a I_a \Rightarrow I_a = \frac{T_e.\omega}{E_a} = \frac{T_e.2\pi\frac{N}{60}}{E_a} \Rightarrow I_a = \frac{500 \times 2\pi \times \frac{1740}{60}}{628} = 145\ A$$

مثال ۲۷: در یک موتور شنت با مقاومت آرمیچر $0/5\Omega$ در بار کامل از شبکه $250\ V$ جریان آرمیچری برابر $50\ A$ دریافت می‌کند. اگر بخواهیم با کاهش شار میدان سرعت را ۴۰% افزایش دهیم، چند درصد باید شار میدان را کاهش داد؟ (فرض شود که گشتاور موتور در اثر کاهش سرعت ۲۰% از مقدار اولیه بیشتر شود).

۱) ۴۳% ۲) ۳۵% ۳) ۲۸% ۴) ۱۹%

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = \frac{\varphi_1 I_{a_1}}{\varphi_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{1}{1/2} = \frac{50 \times \varphi_1}{I_{a_2} \times \varphi_2} \Rightarrow I_{a_2} = 60\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 60k$$

همین‌طور با استفاده از رابطه نسبت ولتاژهای القایی داریم:

$$\begin{cases} E_{a_1} = 250 - (0/5 \times 50) = 225V \\ E_{a_2} = 250 - (0/5 \times 60k) \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} \Rightarrow \frac{225}{250 - 30k} = \frac{N_1\varphi_1}{1/4N_1 \times \frac{\varphi_1}{k}} \Rightarrow 250k - 30k^2 = 315 \Rightarrow k = 1/547 = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = \frac{1}{1/547}\varphi_1 = 0/647\varphi_1 \Rightarrow \text{درصد کاهش شار میدان} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_1} \times 100 = \frac{\varphi_1 - 0/647\varphi_1}{\varphi_1} \times 100 = 35/3\%$$

مثال۲۸: یک موتور جریان مستقیم شنت $220V$ با مقاومت آرمیچر $0/5\Omega$ در سرعت $500rpm$ جریان نامی $30A$ را توسط آرمیچر جذب می‌کند. اگر یک مقاومت یک اهمی را به طور سری به آرمیچر ببندیم، سرعت در گشتاور بار نامی و در سه برابر گشتاور بار نامی به ترتیب چند rpm است؟

۱) ۱۹۰ و ۳۷۵ ۲) ۲۰۵ و ۴۲۵ ۳) ۳۸۵ و ۱۹۵ ۴) ۴۲۷ و ۲۰۷

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در شرایط نامی که هیچ مقاومت خارجی در مدار نیست داریم: $E_{a_1} = V_t - (R_a I_{a_1}) = 220 - (0/5 \times 30) = 205V$

با اضافه نمودن مقاومت سری (R_{ex}) با آرمیچر سرعت در دو حالت خواسته شده است:

الف) در گشتاور نامی: در این حالت طبق رابطه $\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = \frac{I_{a_1}\varphi_1}{I_{a_2}\varphi_2}$ چون ولتاژ ترمینالهای موتور ثابت است، لذا بعلت ثابت ماندن I_f در هر دو حالت φ نیز ثابت می‌ماند و چون گشتاور نیز در مقدار نامی ثابت مانده پس جریان نیز در همان مقدار قبلی یعنی $30A$ ثابت می‌ماند، لذا:

$$E_{a_2} = V_t - (R_a + R_{ex})I_{a_2} = 220 - (0/5 + 1)30 = 175V$$

بامقایسه ولتاژهای القایی مربوط به این حالت با حالت اولیه داریم: $\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} \xrightarrow{\varphi = \text{ثابت}} \frac{205}{175} = \frac{500}{N_2} \Rightarrow N_2 = 427rpm$

ب) در سه برابر گشتاور نامی: در این حالت نیز چون φ ثابت است، لذا برای تولید گشتاور سه برابری توسط آرمیچر، باید جریان آن سه برابر شود، لذا:

$$I_{a_3} = 3I_{a_1} = 3 \times 30 = 90A \Rightarrow E_{a_3} = V_t - (R_a + R_{ex})I_{a_3} = 220 - (0/5 + 1)90 = 85V$$

با مقایسه ولتاژ القایی مربوط به این حالت با حالت اولیه داریم: $\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} \xrightarrow{\varphi = \text{ثابت}} \frac{205}{85} = \frac{500}{N_3} \Rightarrow N_3 = 207rpm$

مثال۲۹: یک موتور شنت ۲۴۰ ولت، $50A$ و $800rpm$ دارای مقاومت مدار آرمیچر $0/2\Omega$ است. اگر گشتاور بار به ۶۰% مقدار بار کامل آن کاهش یافته و مقاومتی 1Ω را به طور سری در مدار آرمیچر قرار دهیم، سرعت موتور چند rpm می‌شود؟ (فرض شود که عکس‌العمل آرمیچر در بار کامل ۴%از شار تحریک را تضعیف نموده و تغییرات آن خطی باشد.)

۱) ۷۰۰ ۲) ۷۲۵ ۳) ۶۷۵ ۴) ۶۵۰

☑ **پاسخ:**گزینه «۱» از آنجایی‌که عملکرد یا تأثیر عکس‌العمل آرمیچر خطی فرض شده پس در ۶۰% بار نامی تضعیف شار برابر $0/6 \times 4\% = 2/4\%$ بوده یا به عبارتی $\varphi_2 = (1 - 0/024)\varphi_{NL} = 0/976\varphi_{NL}$ است. لذا با توجه به رابطه نسبت گشتاورها می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = \frac{\varphi_1 I_{a_1}}{\varphi_2 I_{a_2}} \xrightarrow[\varphi_2 = \%97/6\varphi_{NL}]{\varphi_1 = \%96\varphi_{NL}} \frac{T_{e_1}}{0/6T_{e_1}} = \frac{0/96\varphi_{NL} \times 50}{0/976\varphi_{NL} \times I_{a_2}} \Rightarrow I_{a_2} = 29/5A$$

حال که جریان آرمیچر در هر دو حالت مورد بررسی در دسترس است، می‌توان نوشت:

$$E_{a_1} = V_t - R_a I_{a_1} = 240 - (0/2 \times 50) = 230V$$

$$E_{a_2} = V_t - (R_a + R_{ex})I_{a_2} = 240 - (0/2 + 1) \times 29/5 = 204/6V$$

با توجه به رابطه نسبت ولتاژهای القایی داریم: $\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} \Rightarrow \frac{230}{204/6} = \frac{800 \times 0/96\varphi_{NL}}{N_2 \times 0/976\varphi_{NL}} \Rightarrow N_2 = 700rpm$

مثال۳۰: سرعت یک موتور DC شنت توسط کنترل میدان در محدوده بین سرعت نامی تا ۴ برابر نامی کنترل سرعت می‌شود. اگر بار موتور از نوع توان ثابت بوده و جریان آرمیچر در سرعت نامی $60A$ باشد، جریان آرمیچر در ۴ برابر سرعت نامی چند آمپر می‌شود؟ (از تمامی تلفات صرف نظر شود)

۱) $60A$ ۲) $240A$ ۳) $90A$ ۴) $15A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به صرف نظر کردن از تلفات (یا مقاومت‌های اهمی) داریم: $V_t = E_a$

از طرفی چون بار توان ثابت است، یعنی $P_e = E_a I_a$ مقدار ثابتی است پس چون E_a نیز (که برابر V_t بوده) همواره ثابت است لذا I_a ثابت می‌ماند. در نتیجه در ۴ برابر سرعت نامی نیز $I_a = 60A$ می‌شود.

(دقت شود که چون E_a ثابت است پس ۴ برابر شدن ω موجب $\frac{1}{4}$ شدن φ می‌شود تا همواره $E_a = k\varphi\omega$ ثابت بماند.)

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث بررسی موتور تحریک سری

مثال۱: یک موتور DC سری ۲۵۰ V دارای مقاومت آرمیچر ۰/۰۸Ω و مقاومت میدان ۰/۰۲Ω است. وقتی موتور با سرعت ۵۰۰rpm می‌چرخد، جریان ۴۰ A از شبکه اخذ نموده و گشتاور بار کامل تولید می‌کند. با تولید گشتاور بار $\frac{1}{2}$ گشتاور بار کامل، سرعت موتور چقدر خواهد بود؟ (از اشباع مغناطیسی و واکنش آرمیچر صرفنظر کنید.)

۱) ۳۵۵rpm　　۲) ۴۵۰ rpm　　۳) ۵۰۰rpm　　۴) ۷۱۰ rpm

پاسخ: گزینه «۴» در کار نامی ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با:

$$E_{a_1} = V_t - (R_a + R_s)I_a = ۲۵۰ - (۰/۰۸ + ۰/۰۲) \times ۴۰ = ۲۴۶\,V$$

در حالتی که گشتاور بار $\frac{1}{2}$ گشتاور نامی است جریان آرمیچر با توجه به عدم وجود اشباع مغناطیسی برابر است با:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} = \left(\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{T_{e_1}}{\frac{1}{2}T_{e_1}} = \left(\frac{۴۰}{I_{a_2}}\right)^2 \Rightarrow I_{a_2} = ۲۰\sqrt{۲}\,A \Rightarrow E_{a_2} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_2} = ۲۵۰ - (۰/۰۸ + ۰/۰۲) \times ۲۰\sqrt{۲} = ۲۴۷/۱۷\,V$$

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1 I_{a_1}}{N_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{۲۴۶}{۲۴۷/۱۷} = \frac{۵۰۰ \times ۴۰}{N_2 \times ۲۸/۲۸} \Rightarrow N_2 = ۷۱۰/۵\,rpm$$

توجه: از آنجایی که بار روی موتور کاهش یافته سرعت آن باید افزایش یابد لذا با دقت در گزینه‌ها دیده می‌شود که فقط گزینه (۴) صحیح است.

مثال۲: یک موتور سری ۴۶۰ V با سرعت ۵۰۰ rpm حدود ۴۰ A جریان می‌کشد. اگر گشتاور بار طوری کاهش یابد که جریان کشیده شده از شبکه ۳۰ A شود، مطلوبست محاسبه سرعت و گشتاور درصورتی که بدانیم $R_a + R_s = ۰/۸\Omega$ و قطب‌های مغناطیسی نیز به اشباع نرفته‌اند؟

۱) ۶۰۲ rpm و ۲۰۱ Nm　　۲) ۵۸۲ rpm و ۱۹۶ Nm

۳) ۵۰۷ rpm و ۱۷۶ Nm　　۴) ۶۷۹ rpm و ۱۸۴ Nm

پاسخ: گزینه «۴» از آنجاییکه قطب‌های مغناطیسی به اشباع نرفته‌اند، می‌توان فوران را متناسب با جریان در نظر گرفت. لذا با توجه به مقادیر داده شده برای دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1 I_{a_1}}{N_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{۴۶۰ - (۴۰ \times ۰/۸)}{۴۶۰ - (۳۰ \times ۰/۸)} = \frac{۵۰۰}{N_2} \times \frac{۴۰}{۳۰} \Rightarrow N_2 = ۶۷۹\,rpm$$

برای محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی ابتدا باید توان الکترومغناطیسی را محاسبه نمود:

$$P_e = E_a I_a = (۴۶۰ - (۰/۸ \times ۳۰)) \times ۳۰ = ۱۳۰۸۰\,W$$

$$T_e = \frac{۶۰ P_e}{۲\pi N} = \frac{۶۰ \times ۱۳۰۸۰}{۲\pi \times ۶۷۹} = ۱۸۴\,N.m$$

مثال۳: یک موتور DC سری، ۲۴۰ ولت و ۲۵hp مفروض است. این موتور در سرعت ۵۵ رادیان بر ثانیه جریانی برابر ۸۰ آمپر می‌کشد. اگر $R_a = ۰/۲\Omega$ و $R_s = ۰/۰۵\Omega$ باشد، گشتاور الکترومغناطیسی موتور زمانی که سرعت گردش آن ۱۰۰ رادیان بر ثانیه است، چند نیوتن متر خواهد بود؟

۱) ۸۶/۲۵　　۲) ۱۰۰/۷۵　　۳) ۹۸/۲۵　　۴) ۱۰۴/۵

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا باید ولتاژ القایی در آرمیچر را در سرعت و جریان اولیه آرمیچر به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_{a_1} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_1} = ۲۴۰ - (۰/۲ + ۰/۰۵) \times ۸۰ = ۲۲۰\,V$$

با توجه به تغییر سرعت محور به $۱۰۰\,\frac{rad}{s}$ باید ولتاژ و جریان آرمیچر را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a2}} = \frac{\omega_1 I_{a_1}}{\omega_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{۲۲۰}{E_{a_2}} = \frac{۵۵ \times ۸۰}{۱۰۰ \times I_{a_2}} \Rightarrow E_{a_2} = ۵ I_{a_2}$$

از طرفی رابطه دیگری نیز بین E_{a_2} و I_{a_2} به صورت زیر برقرار است:

$$E_{a_2} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_2} \xrightarrow{E_{a_2} = 5I_{a_2}} I_{a_2} = 45/71\,A \ , \ E_{a_2} = 228/57\,V$$

$$T_{e_2} = \frac{P_{e_2}}{\omega_2} = \frac{E_{a_2}.I_{a_2}}{\omega_2} = \frac{228/57 \times 45/71}{100} = 104/47\,N.m$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطه گشتاور القایی داریم:

مثال ۴: **یک موتور سری با ولتاژ ۲۵۰V و مقاومت کل ۰/۲۵Ω با سرعت ۱۱۷۵rpm با جریان ۶۰A مفروض است. اگر سرعت حداکثر موتور ۳۰۰۰rpm باشد، مقدار جریان مینیمم موتور کدام است؟ (تغییر شار خطی فرض شود.)**

۱) صفر ۲) ۲۵A ۳) ۶۰A ۴) ۱۰A

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» حداقل جریان آرمیچر در سرعت حداکثر رخ می‌دهد زیرا در این سرعت E_a حداکثر بوده و چون V_t ثابت است I_a حداقل می‌شود. یعنی باید جریان آرمیچر را در سرعت ۳۰۰۰rpm به دست آورد. پس ابتدا باید ولتاژ القایی را در دو سرعت مورد بحث به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_{a_1} = V_t - (R_a + R_s)I_a = 250 - (0/25 \times 60) = 235\,V \quad و \quad E_{a_2} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_2} = 250 - 0/25\,I_{a_2}$$

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} = \frac{N_1 I_{a_1}}{N_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{235}{250 - 0/25 I_{a_2}} = \frac{1175 \times 60}{3000 \times I_{a_2}} \Rightarrow I_{a_2} = 24/4\,A$$

توجه شود که اگر در حالت دوم به علت حداقل بودن I_a از افت ولتاژ روی آرمیچر صرف‌نظر شود یعنی $0/25I_{a_2} = 0$ فرض شود، دقیقاً به جواب ۲۵A می‌رسیم.

مثال ۵: **در یک موتور جریان مستقیم سری ۲۲۰ ولتی، مجموع مقاومت آرمیچر و مدار تحریک سری ۰/۱Ω است. این موتور در بار کامل، ۱۰۰A جریان گرفته و با سرعت ۸۰۰rpm می‌چرخد. سرعت موتور و جریان آن را وقتی که گشتاور بار به نصف تقلیل یابد حساب کنید؟ از اشباع مغناطیسی و عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر نمایید.**

۱) ۱۲۳۶rpm و ۷۵/۲A ۲) ۱۱۴۷rpm و ۷۰/۷۱A ۳) ۱۱۸۲rpm و ۷۶/۴A ۴) ۱۷۵۰rpm و ۵۰A

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» به علت صرف‌نظر کردن از اشباع و عکس‌العمل آرمیچر همواره $\varphi \sim I_a$ است، لذا:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_1}} = (\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}})^2 \Rightarrow \frac{T_{e_1}}{0/5\,T_{e_1}} = (\frac{100}{I_{a_2}})^2 \Rightarrow I_{a_2} = 70/7\,A$$

با توجه به جریان داده شده در صورت تست می‌توان ولتاژ القایی در آرمیچر را در دو حالت مورد بحث به صورت زیر محاسبه نمود:

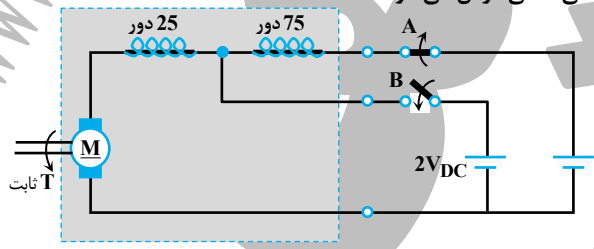
$$E_{a_1} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_1} = 220 - (0/1 \times 100) = 210\,V$$

$$E_{a_2} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_2} = 220 - (0/1 \times 70/7) = 212/93\,V$$

حال که ولتاژهای القایی در دو حالت مورد بحث محاسبه شده می‌توان سرعت مربوط به این دو حالت را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2} = \frac{N_1 I_{a_1}}{N_2 I_{a_2}} \Rightarrow \frac{210}{212/93} = \frac{800 \times 100}{N_2 \times 70/7} \Rightarrow N_2 = 1147/2\,rpm$$

مثال ۶: **موتور سری شکل زیر یک بار گشتاور ثابت را تغذیه می‌کند. اگر کلید A باز شده و کلید B بسته شود، سرعت چرخش این موتور چند برابر می‌شود؟ (از مقاومت اهمی آرمیچر و تحریک در همه حال صرف‌نظر شده و مدار مغناطیسی خطی فرض می‌شود).**



۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) ۲
۴) ۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» رفتار مغناطیسی ماشین خطی فرض می‌شود، لذا چون بار نیز گشتاور ثابت است، داریم:

$$\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}} = 1 = \frac{T_{e_1}}{T_{e_2}} \Rightarrow T_{e_1} = T_{e_2} \Rightarrow \varphi_1 I_{a_1} = \varphi_2 I_{a_2} \xrightarrow{\varphi \sim N.I \text{ در رفتار خطی}} (N_{s_1} I_{s_1}) I_{a_1} = (N_{s_2} I_{s_2}) I_{a_2} \xrightarrow[I_s = I_a]{\text{چون } R_{div} \text{ نداریم}}$$

$$\Rightarrow (\frac{I_{a_1}}{I_{a_2}})^2 = \frac{N_{s_2}}{N_{s_1}} = \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{I_{a_1}}{I_{a_2}} = 0/5$$

با صرف‌نظر کردن از مقاومت‌های مدار $E_a = V_t = V_{DC}$ لحاظ شده لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{\omega_1 \varphi_1}{\omega_2 \varphi_2} \Rightarrow \frac{V_{DC}}{2V_{DC}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{N_{s_1} I_{a_1}}{N_{s_2} I_{a_2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{100}{25} \times 0/5 \Rightarrow \omega_2 = 4\omega_1$$

مثال ۷: یک موتور سری در یک بار مفروض با دریافت ۵۰kW توان از شبکه ۲۵۰V با سرعت $200 \frac{rad}{s}$ می‌چرخد. اگر باری با مشخصه $T_L = 0/64\omega$ (که در آن T_L برحسب N.m و ω برحسب $\frac{rad}{s}$ است) روی محور قرار گیرد. با صرف نظر کردن از مقاومت مدار آرمیچر و تلفات گردشی سرعت پایدار موتور چند $\frac{rad}{s}$ خواهد بود؟

۱) ۲۰۰　　۲) ۲۲۵　　۳) ۲۵۰　　۴) ۲۷۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید مشخصه گشتاور سرعت موتور را بدست آورده و سپس این مشخصه را با مشخصه گشتاور سرعت بار قطع داد. برای این منظور داریم:

$$I_a = I_L = \frac{P_1}{V_t} = \frac{50000}{250} = 200A \quad , \quad E_a = V_t = 250V$$

گشتاور الکترومغناطیسی موتور در بار مفروض برابر است با:

$$T_e = \frac{P_e}{\omega} = \frac{250 \times 200}{200} = 250 N.m$$

حال که گشتاور موتور به دست آمده با صرف نظر کردن از اشباع می‌توان مشخصه الکترومغناطیسی موتور را به صورت زیر به دست آورد:

$$T_e = K\varphi I_a = K' I_a^2 \Rightarrow 250 = K' \times 200^2 \Rightarrow K' = 6/25 \times 10^{-3}$$

به طور مشابه برای ولتاژ القایی داریم:

$$E_a = K\varphi\omega = K'' I_a \omega \Rightarrow K'' = \frac{250}{200 \times 200} = 6/25 \times 10^{-3}$$

پس معادله E_a به ازاء هر سرعت و جریان برابر است با:

$$E_a = K'' I_a \omega \Rightarrow E_a = 6/25 \times 10^{-3} I_a \omega \Rightarrow 250 = 6/25 \times 10^{-3} I_a \omega \Rightarrow I_a = \frac{40 \times 10^3}{\omega}$$

با جایگذاری در رابطه گشتاور الکترومغناطیسی، می‌توان مشخصه گشتاور سرعت موتور را به صورت زیر به دست آورد:

$$T_e = K' I_a^2 = 6/25 \times 10^{-3} \times \left(\frac{40 \times 10^3}{\omega}\right)^2 = \frac{10 \times 10^6}{\omega^2}$$

حال کافی است مشخصه گشتاور سرعت موتور و بار را برابر قرار داد یعنی:

$$T_e = T_L \Rightarrow \frac{10 \times 10^6}{\omega^2} = 0/64\omega \Rightarrow \omega = 250 \frac{rad}{s}$$

مثال ۸: یک موتورسری که از نظر مغناطیسی در ناحیه خطی است در حالت بارداری با ۳۰۰ دور در دقیقه می‌چرخد. بار آن را تغییر می‌دهیم، به طوری که جریان آرمیچر نصف می‌شود. در این حالت با چند دور در دقیقه می‌چرخد؟

۱) ۱۵۰　　۲) ۶۰۰　　۳) کمی بیش از ۶۰۰　　۴) بیش از ۳۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» وقتی موتور سری در ناحیه خطی کار می‌کند، رابطه گشتاور و جریان آرمیچر آن به صورت $T_e = k_2 I_a^2$ بیان می‌شود لذا با نصف شدن جریان آرمیچر گشتاور آن $\frac{1}{4}$ حالت قبل می‌شود. از طرفی طبق رابطه گشتاور دور در موتور سری ($\omega = \frac{A_4}{\sqrt{T_e}} - B_4$ که A_4 و B_4 مقادیر ثابت هستند). وقتی T_e، $\frac{1}{4}$ حالت قبل شود، عبارت $\frac{A_4}{\sqrt{T_e}}$ دو برابر می‌شود و در نتیجه:

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{A_4}{\sqrt{T_e}} - B_4 \Rightarrow \frac{A_4}{\sqrt{T_e}} = \omega_1 + B_4 \\ \omega_2 = 2\frac{A_4}{\sqrt{T_e}} - B_4 = \frac{A_4}{\sqrt{T_e}} + \underbrace{\left(\frac{A_4}{\sqrt{T_e}} - B_4\right)}_{\omega_1} \end{cases} \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 + B_4 + (\omega_1) = 2\omega_1 + B_4$$

دیده می‌شود که ω_2 کمی بیش از دو برابر ω_1 می‌شود. پس سرعت کمی بیش از دو برابر ۳۰۰rpm یعنی کمی بیش از ۶۰۰rpm خواهد بود.

مثال۹: یک موتور سری DC که بار اصطکاکی (گشتاور ثابت) را در سرعت ۱۰۰۰ rpm به حرکت درمی‌آورد، جریان ۴۰ A را از شبکه ۲۴۰ V دریافت می‌کند. اگر $R_a = ۰/۲۵\Omega$ و $R_s = ۰/۲\Omega$ بوده و یک مقاومت منتقل کننده جریان (R_{div}) به اندازه $۰/۳\Omega$ به طور موازی با سیم‌پیچ میدان سری قرار گیرد، سرعت موتور چقدر می‌شود؟ (مدار مغناطیسی موتور را خطی فرض کنید.)

۱) ۱۰۰۰ rpm ۲) ۱۲۸۵ rpm ۳) ۱۱۰۰ rpm ۴) ۹۹۵ rpm

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» باید به طریقی جریان آرمیچر موتور را در حالتی که R_{div} در مدار است محاسبه نموده و با به دست آوردن ولتاژ القایی مربوطه، توسط رابطه بین ولتاژ القایی و سرعت، سرعت جدید را محاسبه نمود.

$$E_{a_۱} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_۱} = ۲۴۰ - (۰/۲۵ + ۰/۲) \times ۴۰ = ۲۲۲ \text{ V} \quad \text{و} \quad T_{e_۱} \sim I_{a_۱}^۲$$

اگر جریان موتور در سرعت جدید $I_{a_۲}$ فرض شود، با نوشتن تقسیم جریان بین مقاومت‌های R_s و R_{div} داریم:

$$I_{s_۲} = \frac{R_{div}}{R_{div} + R_s} I_{a_۲} = \frac{۰/۳}{۰/۳ + ۰/۲} I_{a_۲} = ۰/۶\, I_{a_۲} \Rightarrow \varphi_۲ \sim ۰/۶\, I_{a_۲} \Rightarrow T_{e_۲} \sim \varphi_۲ I_{a_۲} = ۰/۶ I_{a_۲}^۲$$

چون بار دارای گشتاور ثابت است، می‌توان جریان موتور را در حالتی که R_{div} در مدار است به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\frac{T_{e_۱}}{T_{e_۲}} = ۱ \Rightarrow \frac{I_{a_۱}^۲}{۰/۶ I_{a_۲}^۲} = ۱ \Rightarrow I_{a_۲} = ۵۱/۶ \text{ A}$$

ولتاژ القایی در حالتی که R_{div} در مدار است برابر است با:

$$E_{a_۲} = V_t - [R_a + (R_s \,||\, R_{div})]I_{a_۲} = ۲۴۰ - [۰/۲۵ + (۰/۲ \,||\, ۰/۳)] \times ۵۱/۶ = ۲۲۰/۹ \text{ V}$$

با توجه به رابطه ولتاژهای القایی در دو حالت مورد بحث داریم:

$$\frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}} = \frac{N_۱ \varphi_۱}{N_۲ \varphi_۲} \Rightarrow \frac{۲۲۲}{۲۲۰/۹} = \frac{۱۰۰۰ \times ۴۰}{N_۲ \times (۰/۶ \times ۵۱/۶)} \Rightarrow N_۲ = ۱۲۸۵ \text{ rpm}$$

مثال۱۰: مقاومت آرمیچر و میدان تحریک در یک موتور جریان مستقیم سری ۵۰۰V به ترتیب $۰/۲\Omega$ و $۰/۳\Omega$ است. کوپل بار موتور با توان سوم سرعت متناسب است. سرعت و جریان موتور در بار نامی ۱۰۰۰ r.p.m و ۶۰ A است. چه مقاومتی به مدار آرمیچر افزوده شود تا سرعت موتور به ۷۵۰ r.p.m کاهش یابد؟

۱) $۶/۴\Omega$ ۲) ۷Ω ۳) $۳/۵\Omega$ ۴) $۵/۸\Omega$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در موتور سری گشتاور متناسب با مجذور جریان آرمیچر است و چون گشتاور بار نیز متناسب با توان سوم سرعت داده شده است، لذا:

$$\begin{cases} T_e = k_۱ I_a^۲ \\ T_L = k_L N^۳ \end{cases} \Rightarrow T_e = T_L \Rightarrow \left(\frac{I_{a_۱}}{I_{a_۲}}\right)^۲ = \left(\frac{N_۱}{N_۲}\right)^۳ \Rightarrow I_{a_۲} = ۰/۶۵\, I_{a_۱} = ۳۹ \text{ A}$$

با استفاده از رابطه تغییر ولتاژ القایی می‌توان نیروی ضدمحرکه موتور را در سرعت ۷۵۰ rpm به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{cases} \frac{E_{a_۱}}{E_{a_۲}} = \frac{N_۱ I_{a_۱}}{N_۲ I_{a_۲}} \\ E_{a_۱} = V_t - (R_a + R_s)I_{a_۱} = ۵۰۰ - (۰/۲ + ۰/۳) \times ۶۰ = ۴۷۰ \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \frac{۴۷۰}{E_{a_۲}} = \frac{۱۰۰۰ \times ۶۰}{۷۵۰ \times ۳۹} \Rightarrow E_{a_۲} = ۲۲۹ \text{ V}$$

با محاسبه نیروی ضدمحرکه در سرعت جدید می‌توان مقدار مقاومت پیش گذار در مدار آرمیچر را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_{a_۲} = V_t - (R_a + R_s + R_{ex})I_{a_۲} \Rightarrow ۲۲۹ = ۵۰۰ - (۰/۲ + ۰/۳ + R_{ex})۳۹ \Rightarrow R_{ex} = ۶/۴\ \Omega$$

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث بررسی موتورهای کمپوند

مثال ۱: یک موتور شنت ۲۰۰v دارای مشخصه‌ی مغناطیسی به صورت $E_a = \frac{۳۹۰ I_f}{I_f + ۱}$ در سرعت ۲۶۰۰rpm است. مقاومت آرمیچر این موتور $۰/۵\Omega$ بوده و سیم‌پیچی هر قطب از ماشین ۱۰۰۰ دور است. آرمیچر این ماشین در بی‌باری ۱۰A از شبکه دریافت می‌کند. اگر در بار کامل عکس‌العمل آرمیچر ۵% شار بی‌باری را بکاهد چند دور سیم‌بندی تحریک سری به هر قطب اضافه کنیم تا در جریان آرمیچر ۹۶A سرعت موتور ۱۶۰۰rpm گردد. اتصال موتور را به صورت بلند فرض نموده و از مقاومت اهمی تحریک سری صرف‌نظر کنید.

۱) ۸　　۲) ۱۱　　۳) ۱۵　　۴) ۱۹

پاسخ: گزینه «۳» در حالت بی‌باری داریم:

$$E_{a_{NL}} = ۲۰۰ - ۰/۵ \times ۱۰ = ۱۹۵\,V \xrightarrow{\text{مشخصه}} I_f = ۱A$$

در سرعت ۱۶۰۰rpm با توجه به جریان ۹۶A و عکس‌العمل ۵% آرمیچر داریم:

$$E_{a_{FL}} = ۲۰۰ - ۰/۵ \times ۹۶ = ۱۵۲\,V \xrightarrow[\text{AR و اعمال ۲۶۰۰rpm}]{\text{اصلاح برای سرعت}} E_a = \frac{۱۵۲}{۰/۹۵} \times \frac{۲۶۰۰}{۱۶۰۰} = ۲۶۰\,v$$

با اعمال این عدد به مشخصه بی‌باری داریم:

$$E_{a_{FL}} = ۲۶۰V \Rightarrow I_f = ۲A$$

یعنی باید جریان تحریک شنت در سرعت موردنظر به ۲A برسد. حال اگر بخواهیم با همان جریان تحریک شنت ۱A با اضافه نمودن تحریک سری به سرعت موردنظر برسیم داریم: (در اتصال بلند $I_s = I_a$ لحاظ می‌گردد)

$$N_f I_{f_{FL}} = N_f I_{f_{NL}} + N_s I_s - AT_{AR} \Rightarrow (۱۰۰۰ \times ۲) = (۱۰۰۰ \times ۱) + (N_s \times ۹۶) - ۰/۰۵(۱۰۰۰ \times ۱) \Rightarrow N_s \simeq ۱۱$$ دور

مثال ۲: یک مولد کمپوند شنت بلند اضافی دارای قطب‌های کمکی جهت تضعیف آثار سوء عکس العمل آرمیچر است. اگر بدون اینکه پلاریته سرهای تغذیه اصلی ماشین تعویض شوند، ماشین به صورت یک موتور کمپوند کار کند، در حالت دائمی کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱) ماشین در حالت موتوری به صورت یک موتور کمپوند اضافی در همان جهت مولدی کار می‌کند، اما کموتاسیون آن شدیداً تخریب می‌شود.

۲) ماشین در حالت موتوری به صورت یک موتور کمپوندی نقصانی در خلاف جهت مولدی کار می‌کند، اما کموتاسیون آن شدیداً تخریب می‌شود.

۳) ماشین در حالت موتوری به صورت یک موتور کمپوند اضافی در خلاف جهت مولدی کار می‌کند و کموتاسیون آن بهبود می‌یابد.

۴) ماشین در حالت موتوری به صورت یک مولد کمپوند نقصانی در جهت مولدی کار نموده و کموتاسیون آن نسبت به حالت مولدی بدون تغییر می‌ماند.

پاسخ: گزینه «۴» چنانچه یک مولد را به صورت موتور با همان پلاریته قبلی مورد استفاده قرار دهیم، جهت جریان خط، آرمیچر و تحریک سری معکوس شده اما جهت جریان تحریک شنت تغییر نمی‌کند لذا جهت تزویج بین سیم‌بندی‌های شنت و سری عکس می‌شود. پس اگر ماشین در حالت مولدی به صورت کمپوند اضافی فرض شده در حالت موتوری به صورت کمپوند نقصانی عمل می‌کند. همین‌طور از آنجایی‌که جهت جریان در مسیر آرمیچر معکوس شده پلاریته قطب‌های کمکی و آرمیچر هر دو معکوس می‌شوند. پس این قطب‌ها می‌توانند بدون هیچ مشکلی مانند حالت مولدی یک کموتاسیون خوب (بدون جرقه) را برای ماشین تضمین کنند. در خصوص جهت گردش در حالت‌های مولدی و موتوری باید دقت نمود که چون پلاریته میدان شنت که میدان اصلی ماشین است ثابت مانده اما جهت جریان آرمیچر معکوس شده است پس جهت گردش در همان جهت مولدی ثابت می‌ماند تا پلاریته ولتاژ القایی در آرمیچر معکوس نشود و این ولتاژ به صورت ضدمحرکه عمل کند.

مثال ۳: یک موتور DC شنت به یک بار مکانیکی با گشتاور ثابت متصل بوده و آن را از طریق شبکه ۱۲۰V با اخذ جریان آرمیچر ۱۰A تحت سرعت ۲۰۰۰rpm می‌چرخاند. اگر مقاومت مدار آرمیچر $۰/۱\Omega$ و شار پسماند ماشین ۵%شار نامی آن باشد با قطع شدن ناگهانی مدار تحریک سرعت نهایی ماشین چند دور بر دقیقه می‌گردد؟

۱) ۴۰۰۰۰　　۲) ۳۶۶۱۳　　۳) ۳۸۷۳۰　　۴) ۴۱۹۲۲

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به ثابت بودن گشتاور بار داریم:

$$\frac{T_{e_۱}}{T_{e_۲}} = \frac{\varphi_۱ I_{a_۱}}{\varphi_۲ I_{a_۲}} \Rightarrow ۱ = \frac{\varphi_۱ \times ۱۰}{۰/۰۵\varphi_۱ \times I_{a_۲}} \Rightarrow I_{a_۲} = ۲۰۰A$$

قبل از قطع شدن مدار تحریک ولتاژ القایی در آرمیچر برابر است با:

$$E_{a_۱} = V_t - R_a I_{a_۱} = ۱۲۰ - (۰/۱ \times ۱۰) = ۱۱۹V$$

بعد از قطع شدن تحریک با توجه به جریان آرمیچر به دست آمده می‌توان نوشت:

$$E_{a_۲} = ۱۲۰ - (۰/۱ \times ۲۰۰) = ۱۰۰V$$

با قرارگیری در رابطه نسبت ولتاژهای القایی داریم:

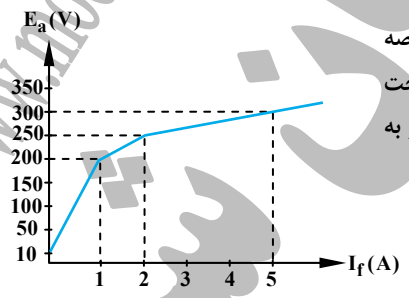
$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{\varphi_1 N_1}{\varphi_2 N_2}\Rightarrow\frac{۱۱۹}{۱۰۰}=\frac{\varphi_1\times ۲۰۰۰}{۰/۰۵\varphi_1\times N_2}\Rightarrow N_2=۳۳۶۱۳\text{rpm}$$

توجه : جریان $I_{a_2}=۲۰۰\text{A}$ جریانی است که پس از طی شدن حالت گذرا از ماشین عبور می‌کند. در صورتی که جریان عبوری در لحظه اول پس از قطع شدن تحریک که هنوز رتور دور نگرفته برابر است با:

$$E'_{a_2}=۰/۰۵E_{a_1}=۰/۰۵\times ۱۱۹=۵/۹۵\text{V}\Rightarrow I'_{a_2}=\frac{V_t-E'_{a_2}}{R_a}=\frac{۱۲۰-۵/۹۵}{۰/۱}=۱۱۴۰/۵\text{A}$$

دیده می‌شود که این جریان بسیار بزرگ و خطرناک است.

مثال ۴: **یک موتور جریان مستقیم ۳۲۰V با تحریک شنت در یک سرعت نامعلوم دارای مشخصه مغناطیسی به صورت روبرو است. این موتور یک بار گشتاور ثابت را با اخذ جریان آرمیچر ۱۵A تحت سرعت ۱۲۵۰rpm می‌گرداند. اگر مقاومت اهمی سیم‌بندی آرمیچر ۰/۵Ω و تحریک ۲۰۰Ω بوده و به یکباره مدار تحریک قطع شود، سرعت رتور پس از طی شدن حالت گذرا چند rpm می‌شود؟**



۱) ۱۳۵۷۰ ۲) ۱۲۵۰۰

۳) ۶۲۵۰ ۴) ۶۷۸۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در حالتی که سیم‌بندی تحریک وصل است داریم:

$$I_{f_1}=\frac{V_t}{R_f}=\frac{۳۲۰}{۲۰۰}=۱/۶\text{A}\xrightarrow{\text{منحنی بی‌باری}}\hat{E}_{a_1}=۲۳۰\text{V}$$

با قطع شدن سیم‌بندی تحریک جریان آن صفر می‌شود لذا:

$$I_{f_2}=۰\text{A}\xrightarrow{\text{منحنی بی‌باری}}\hat{E}_{a_2}=۱۰\text{V}$$

چون $\hat{E}_{a_1}$ و $\hat{E}_{a_2}$ هر دو مربوط به یک سرعت می‌باشند می‌توان نوشت:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2}=\frac{\hat{E}_{a_1}}{\hat{E}_{a_2}}=\frac{۲۳۰}{۱۰}$$

حال که نسبت فوران‌ها به دست آمده و بار نیز دارای گشتاور ثابت است داریم:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{\varphi_1 I_{a_1}}{\varphi_2 I_{a_2}}\Rightarrow ۱=\frac{۲۳۰}{۱۰}\times\frac{۱۵}{I_{a_2}}\Rightarrow I_{a_2}=۳۴۵\text{A}$$

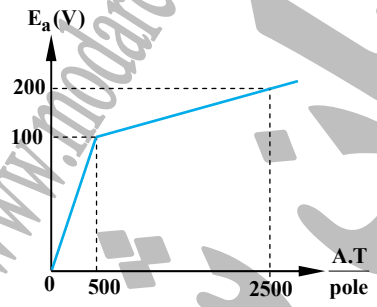
با به دست آمدن جریان آرمیچر می‌توان ولتاژ القایی در آرمیچر را در دو حالت مورد بحث به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned}E_{a_1}&=V_t-R_aI_{a_1}=۳۲۰-(۰/۵\times ۱۵)=۳۱۲/۵\text{V}\\E_{a_2}&=V_t-R_aI_{a_2}=۳۲۰-(۰/۵\times ۳۴۵)=۱۴۷/۵\text{V}\end{aligned}\Rightarrow\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}}=\frac{N_1\varphi_1}{N_2\varphi_2}\Rightarrow\frac{۳۱۲/۵}{۱۴۷/۵}=\frac{۱۲۵۰}{N_2}\times\frac{۲۳۰}{۱۰}\Rightarrow N_2=۱۳۵۷۰\text{rpm}$$

www.modaresanesharif.ac.ir مدرسان شریف

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ راه‌اندازی موتورهای DC

مثال ۱: مشخصه مغناطیسی یک موتور DC با تحریک سری به صورت شکل زیر داده شده است. تعداد دور سیم‌بندی تحریک این موتور ۲۰ دور و مقاومت اهمی کل در مسیر آرمیچر ۲Ω است. این موتور در کار دائمی، بار گشتاور ثابت ۱۵N.m را با سرعت ۳۰۰rpm با اخذ جریان ۲۵A از شبکه می‌چرخاند. اگر این موتور به طور مستقیم به شبکه DC با ولتاژ ۲۰۰V وصل گردد، گشتاور راه‌اندازی تولیدی آن چند نیوتن متر خواهد بود؟



۱) ۱۰۵
۲) ۷۵
۳) ۲۴۰
۴) ۲۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اینکه مقدار گشتاور در کار دائمی داده شده است بهتر است جهت محاسبه گشتاور راه‌اندازی از رابطه نسبت گشتاورها استفاده نمود. لذا ابتدا نسبت شارها در کار دائمی و حالت راه‌اندازی را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} I_{a_m}=25A \Rightarrow A.T_n=N_a.I_{a_m}=N_a.I_{am}=25\times 20=500A.T \xrightarrow{\text{مشخصه}} \hat{E}_{a_n}=100V \\ I_{a_{st}}=\frac{V_t}{R_a+R_s}=\frac{200}{2}=100A \Rightarrow A.T_{st}=N_a.I_{a_{st}}=2000A.T \xrightarrow{\text{مشخصه}} \hat{E}_{a_{st}}=175V \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\varphi_n}{\varphi_{st}}=\frac{\hat{E}_{a_n}}{\hat{E}_{a_{st}}}=\frac{100}{175}$$

با جایگذاری در معادله نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_n}=\frac{\varphi_{st}}{\varphi_n}\frac{I_{a_{st}}}{I_{a_n}} \Rightarrow \frac{T_{st}}{15}=\frac{175}{100}\times\frac{100}{25} \Rightarrow T_{st}=105N.m$$

مثال ۲: مشخصه‌ی مغناطیسی یک موتور تحریک سری به صورت $E_a=k\sqrt{\theta_p}$ داده شده است که در آن θ_p آمپر دور تولیدی هر قطب ماشین است. سیم‌بندی این موتور دارای ۱۵ دور در هر قطب بوده و آرمیچر و تحریک آن مجموعاً ۱Ω مقاومت دارند. این موتور در کار دائمی با اخذ جریان ۲۵A گشتاوری معادل ۵۰N.m تولید و بار را می‌چرخاند. اگر بخواهیم هنگام راه‌اندازی این موتور تحت ولتاژ ۱۲۵V گشتاور راه‌اندازی آن برابر ۲۰۰N.m گردد، جریان آرمیچر آن باید در چه مقداری تثبیت شود؟

۱) $500^{\frac{2}{3}}$
۲) $250^{\frac{2}{3}}$
۳) $150^{\frac{2}{3}}$
۴) $100^{\frac{2}{3}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» نسبت شارها با توجه به مشخصه مغناطیسی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\varphi_{st}}{\varphi_n}=\frac{\hat{E}_{a_{st}}}{\hat{E}_{a_n}}=\frac{k\sqrt{\theta_{p_{st}}}}{k\sqrt{\theta_{p_n}}} \xrightarrow{\theta_p=N_sI_a} \frac{\varphi_{st}}{\varphi_n}=\frac{\sqrt{N_s}\sqrt{I_{a_{st}}}}{\sqrt{N_s}\sqrt{I_{a_n}}}=\frac{\sqrt{I_{a_{st}}}}{\sqrt{I_{a_n}}}$$

با جایگذاری در معادله نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_n}=\frac{\varphi_{st}}{\varphi_n}\frac{I_{a_{st}}}{I_{a_n}} \Rightarrow \frac{200}{50}=\frac{\sqrt{I_{a_{st}}}}{\sqrt{25}}.\frac{I_{a_{st}}}{25} \Rightarrow I_{a_{st}}\sqrt{I_{a_{st}}}=500 \Rightarrow I_{a_{st}}=500^{\frac{2}{3}}A$$

مثال ۳: یک موتور DC شنت، ۲۵۰V و ۵۰A و ۱۵۰۰rpm دارای مقاومت آرمیچر ۰/۲Ω است. با صرف‌نظر کردن از جریان میدان شنت تعداد پله‌ها و مقدار مقاومت پله آخر راه‌انداز را برای اینکه جریان راه‌اندازی بین ۱P.U تا ۲P.U تغییر کند محاسبه نمایید؟ ($\log ۲ \simeq ۰/۳$)

۱) ۴ پله ـ $\frac{۱}{۳۲}$P.U ۲) ۳ پله ـ $\frac{۱}{۳۲}$P.U ۳) ۴ پله ـ $\frac{۱}{۱۶}$P.U ۴) ۳ پله ـ $\frac{۱}{۱۶}$P.U

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون در گزینه‌ها مقادیر پریونیتی داده شده‌اند باید مقاومت آرمیچر را برحسب پریونیت قرار داد، لذا:

$$\begin{matrix} V_{base}=۲۴۰V=۱\,P.U \\ I_{base}=۵۰A=۱\,P.U \end{matrix} \Rightarrow R_{base}=\frac{V_{base}}{I_{base}}=\frac{۲۵۰}{۵۰}=۵\Omega \Rightarrow R_a(P.U)=\frac{R_a(\Omega)}{R_{base}}=\frac{۰/۲}{۵}=۰/۰۴\,P.U$$

مجموع مقاومت موردنیاز در هنگام راه‌اندازی (آرمیچر به علاوه راه‌انداز) برابر است با: $۰/۵\times ۵=۲/۵\,\Omega$ یا $R_۱=\frac{V_t}{I_{a_{max}}}=\frac{۱}{۲}=۰/۵\,P.U$

تعداد پله‌های راه‌انداز برابر است با:

$$\alpha=\frac{I_{a_{min}}}{I_{a_{max}}}=\frac{۱}{۲}=۰/۵ \Rightarrow n=\frac{\log(\frac{R_a}{R_۱})}{\log\alpha}=\frac{\log(\frac{۰/۰۴}{۰/۵})}{\log(۰/۵)}=\frac{\log ۰/۰۴-\log ۰/۵}{\log ۰/۵}=\frac{۲\log ۲-۲\log ۱۰}{\log ۵-\log ۱۰}-۱=۳/۶۴ \Rightarrow n\simeq ۴$$

حال که راه‌انداز ۴ پله‌ای است مقاومت پله آخر برابر است با: $r_۴=\alpha^۳ r_۱=\alpha^۳ R_۱(۱-\alpha)=۰/۵^۳\times ۰/۵(۱-۰/۵)=۰/۵^۵=\frac{۱}{۳۲}\,P.U$

مثال ۴: برای راه‌اندازی موتور تحریک مستقل ۲۲۰V جریان مستقیم بوسیله مقاومت راه‌انداز، جریان آن را بین حداکثر ۴۴A و حداقل ۲۲A محدود می‌کنیم. مقاومت راه‌انداز را طی مراحلی از مدار خارج می‌کنیم، اگر مقاومت آرمیچر $R_a = ۱\Omega$ باشد، برای تحقق شرایط فوق، در اولین مرحله چه اندازه از مقاومت راه‌انداز را باید از مدار خارج کرد؟

۱) $R_۱=۲/۵\Omega$ ۲) $R_۱=۴\,\Omega$ ۳) $R_۱=۳/۵\,\Omega$ ۴) $R_۱=۱/۵\Omega$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به نسبت حداکثر و حداقل جریان راه‌اندازی موردنیاز داریم:

$$\alpha=\frac{۲۲}{۴۴}=۰/۵ \quad \text{و} \quad R_۱=\frac{V_t}{I_{a_{max}}}=\frac{۲۲۰}{۴۴}=۵\Omega$$

طبق شکل ۱ دیده می‌شود مقدار مقاومتی که باید در مرحله اول از مدار خارج شود همان $r_۱$ است، لذا: $r_۱=R_۱(۱-\alpha)=۵(۱-۰/۵)=۲/۵\Omega$

تست‌های تألیفی فصل سوم ــ مبحث تلفات توان و راندمان ماشین‌های DC

مثال۱: مولد شنتی در ۲۲۰V و در بار نامی، جریان ۱۹۶A به بار تحویل می‌دهد. تلفات گردشی ۱۰۰۰W و مقاومت شنت ۵۵Ω است. اگر بازده مولد در بار نامی ۸۸ درصد باشد، مقاومت آرمیچر و جریان متناظر با بازده حداکثر کدام است؟

۱) ۱۳۸/۶A, ۰/۲Ω　　۲) ۱۱۰/۸A, ۰/۱Ω　　۳) ۱۱۲/۳A , ۰/۲Ω　　۴) ۱۴۱/۱۷A , ۰/۱Ω

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به جریان خط، و راندمان مولد داریم:

$$P_۲ = V_t.I_L = ۲۲۰\times۱۹۶ = ۴۳۱۲۰\,W$$
$$P_۱ = \frac{P_۲}{\eta} = \frac{۴۳۱۲۰}{۰/۸۸} = ۴۹۰۰۰\,W$$
$$\rightarrow \Delta P = P_۱ - P_۲ = ۴۹۰۰۰ - ۴۳۱۲۰ = ۵۸۸۰\,W = P_{cu} + P_{rot}$$

با توجه به اینکه تلفات گردشی ۱۰۰۰W داده شده داریم: $P_{cu} = \Delta P - P_{rot} = ۵۸۸۰ - ۱۰۰۰ = ۴۸۸۰\,W = P_{cu_a} + P_{cu_f} = R_a I_a^۲ + R_f I_f^۲$

از طرفی با توجه به جریان تحریک و مقاومت آن می‌توان نوشت: $I_f = \frac{V_t}{R_f} = \frac{۲۲۰}{۵۵} = ۴A \Rightarrow I_a = ۱۹۶ + ۴ = ۲۰۰A$

$$\Rightarrow R_a I_a^۲ + R_f I_f^۲ = ۴۸۸۰\,W \Rightarrow (R_a \times ۲۰۰^۲) + (۵۵\times ۴^۲) = ۴۸۸۰\,W \Rightarrow R_a = ۰/۱\Omega$$

با توجه به رابطه راندمان حداکثر در مولد شنت داریم:

$$-R_a I_a^۲ + ۲R_a I_f I_a + (V_t I_f + P_{rot}) = ۰ \Rightarrow -۰/۱I_a^۲ + (۲\times۰/۱\times۴\times I_a) + (۲۲۰\times۴ + ۱۰۰۰) = ۰ \Rightarrow I_a\Big|_{\eta_{max}} = ۱۴۱/۱۷A$$

مثال۲: در یک موتور DC کمپوند شنت کوتاه و ۴۰۰ ولت مقاومت آرمیچر ۰/۳ اهم و مقاومت‌های تحریک‌های سری و شنت ۰/۲ اهم و ۱۹۵ اهم است. اگر جریان خط این موتور۵۲ آمپر و مجموع تلفات آهنی و مکانیکی آن ۳ کیلووات باشد، راندمان چند درصد است؟

۱) %۷۵/۶　　۲) %۸۱/۴　　۳) %۷۲/۱　　۴) %۹۱/۲۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» ابتدا باید جریان آرمیچر موتور را با توجه به مقادیر داده شده محاسبه نمود:

$$I_f = \frac{V_t - R_s I_L}{R_f} = \frac{۴۰۰ - ۰/۲\times۵۲}{۱۹۵} \simeq ۲A \quad و \quad I_a = I_L - I_f = ۵۲ - ۲ = ۵۰A$$

ولتاژ القایی حالت دائمی در آرمیچر برابر است با:

$$E_a = V_t - R_a I_a - R_s I_L = ۴۰۰ - (۰/۳\times۵۰) - (۰/۲\times۵۲) = ۳۷۴/۶V$$

با قرار دادن مقادیر فوق در رابطه راندمان موتوری، داریم:

$$\%\eta = \frac{E_a I_a - P_{rot}}{V_t I_L}\times۱۰۰ = \frac{(۳۷۴/۶\times۵۰) - ۳۰۰۰}{۴۰۰\times۵۲}\times۱۰۰ = \%۷۵/۶$$

مثال۳: کدام‌یک از گزینه‌های زیر حداکثر توان خروجی قابل دریافت از یک موتور DC شنت با مقاومت آرمیچر R_a، ولتاژ تغذیه V_t و افت ولتاژ جاروبک V_b را نشان می‌دهد؟ (از تلفات گردشی صرف نظر کنید).

۱) $\left(\frac{V_t - V_b}{۴R_a}\right)^۲$　　۲) $\frac{V_t^۲}{۴R_a}$　　۳) $\frac{(V_t - V_b)^۲}{۴R_a}$　　۴) $\left(\frac{V_t}{۴R_a}\right)^۲$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای محاسبه این مورد باید ابتدا معادله توان خروجی را نوشته و نسبت به I_a مشتق گرفت زیرا متغیر ورودی ماشین I_a است.

برای این منظور داریم: $P_۲ = P_۱ - \Delta P = V_t I_L - R_a I_a^۲ - V_b I_a - V_t I_f - P_{rot}$

از آنجایی‌که $I_a = I_L - I_f$ بوده و $P_{rot} = ۰$ فرض شده می‌توان نوشت:

$$P_۲ = V_t I_a - R_a I_a^۲ - V_b I_a \Rightarrow \frac{dP_۲}{dI_a} = ۰ \Rightarrow V_t - ۲R_a I_a - V_b = ۰ \Rightarrow I_a\Big|_{P_{۲max}} = \frac{V_t - V_b}{۲R_a}$$

با جانشین کردن این رابطه در رابطه P_2 داریم:

$$P_{2max} = V_t\left(\frac{V_t - V_b}{2R_a}\right) - R_a\left(\frac{V_t - V_b}{2R_a}\right)^2 - V_b\left(\frac{V_t - V_b}{2R_a}\right)$$

با ساده‌سازی داریم:

$$P_{2max} = \frac{(V_t - V_b)^2}{4R_a}$$

توجه: اگر از افت توان در جاروبک‌ها صرف نظر شود ($V_b = 0$ یا P_b) داریم:

$$P_{2max} = \frac{V_t^2}{4R_a}$$

مثال ۴: در یک موتور DC تلفات پسماند و فوکو در سرعت ۱۰۰۰rpm به ترتیب برابر ۲۰۰W و ۱۰۰W است. اگر شار مغناطیسی ثابت فرض شده و کل تلفات هسته نصف شود، سرعت موتور چند rpm خواهد بود؟

۱) ۵۰۲ ۲) ۵۲۶ ۳) ۶۱۲ ۴) ۵۸۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» همان‌طور که می‌دانیم در ماشین‌های DC تلفات‌های فوکو و هیسترزیس فقط در هسته آرمیچر موجود بوده و در تحریک به علت DC بودن جریان صفر است. در فصل اول دیدیم که تلفات فوکو و هیسترزیس با چگالی میدان و فرکانس رابطه دارد. از آنجایی‌که در این تست شار مغناطیسی و در نتیجه چگالی آن ثابت است. پس فقط فرکانس ولتاژ با جریان آرمیچر بر این دو تلف تأثیر می‌گذارند. از آنجایی‌که در ماشین‌های DC فرکانس ولتاژ القایی در آرمیچر متناسب با سرعت گردش آن است، می‌توان در چگالی میدان ثابت نوشت:

$$P_f \sim f^2 \Rightarrow P_f \sim N^2 \Rightarrow P_f = aN^2$$
$$P_h \sim f \Rightarrow P_h \sim N \Rightarrow P_h = bN$$

با توجه به اینکه مقادیر P_f و P_h در سرعت ۱۰۰۰rpm داده شده، داریم:

$$P_f = aN^2 \Rightarrow 100 = a \times 1000^2 \Rightarrow a = 10^{-4}$$
$$P_h = bN \Rightarrow 200 = b \times 1000 \Rightarrow b = 0/2$$

طبق گفته تست تلفات کل هسته نصف می‌شود، لذا:

$$P_{f_2} + P_{h_2} = \frac{P_{f_1} + P_{h_1}}{2} = \frac{200+100}{2} = 150\,W \Rightarrow aN_2^2 + bN_2 = 150 \Rightarrow 10^{-4}N_2^2 + 0/2N_2 = 150 \Rightarrow N_2 = 581rpm$$

«آزمون‌های خودسنجی فصل سوم»

آزمون (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : A**

۱ـ یک موتور شنت ۳۵۰V و ۳۵۰A با مقاومت آرمیچر ۰/۰۵ اهم را می‌خواهیم طوری راه‌اندازی کنیم که جریان راه‌اندازی از دو برابر جریان نامی کمتر و از جریان نامی بیشتر شود، مقاومت راه‌انداز لازم (با تقریب رو به پایین) باید چند پله باشد؟ ($\log 2 \simeq 0/3$)

۱) ۵　　۲) ۴　　۳) ۳　　۴) ۲

۲ـ یک موتور شنت ۵۰۰ ولت و ۲۰kW در حالت بی‌بار جریان ۳A می‌کشد. مقاومت آرمیچر آن ۰/۵Ω و مقاومت تحریک ۲۵۰Ω و افت جارو ۱V است. بازده بار کامل آن را کدام است؟

۱) ٪۷۶/۲　　۲) ٪۸۸/۶　　۳) ٪۹۱/۳　　۴) ٪۸۲/۳

۳ـ در ماشین‌های DC شکل موج فضایی توزیع شار فاصله هوایی ..... .

۱) بر گشتاور تأثیر می‌گذارد ولی بر ولتاژ بی‌تأثیر است.

۲) بر ولتاژ تأثیر می‌گذارد ولی بر گشتاور بی‌تأثیر است.

۳) هم بر گشتاور و هم بر ولتاژ تأثیر می‌گذارد.

۴) بر گشتاور و ولتاژ تأثیر نمی‌گذارد.

۴ـ در ماشین‌های DC آمپردور عکس‌العمل آرمیچر ..... .

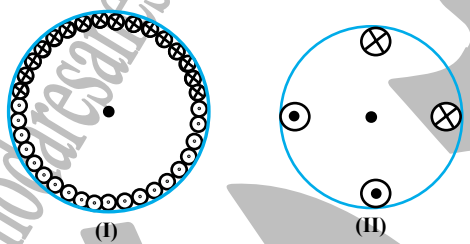
۱) نسبت به آرمیچر و تحریک ساکن است.

۲) نسبت به آرمیچر ساکن و نسبت به تحریک گردش می‌کند.

۳) نسبت به آرمیچر و تحریک گردش می‌کند.

۴) نسبت به آرمیچر گردان و نسبت به تحریک ساکن است.

۵ـ در یک ماشین DC یک بار روتور شماره (I) و یک بار روتور شماره (II) را قرار می‌دهیم. در این صورت .....



۱) در روتور شماره (I) گشتاور ثابت است.

۲) در روتور شماره (I) گشتاور قابلیت جریان‌دهی بالاتر است.

۳) در روتور شماره (II) گشتاور تولیدی پایین‌تر است.

۴) در روتور شماره (II) سرعت‌های بالاتری قابل دسترسی است.

۶ـ در یک ماشین DC :

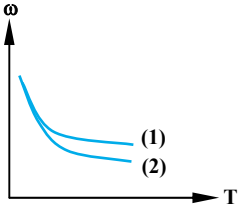
۱) تلفات فوکو و هیسترزیس مستقل از سرعت بوده اما وابسته به دامنه فوران هستند.

۲) تلفات فوکو و هیسترزیس مستقل از سرعت و دامنه فوران بوده و همواره ثابت هستند.

۳) تلفات فوکو و هیسترزیس وابسته به سرعت گردش و دامنه فوران است.

۴) در کلیه ماشین‌های DC تلفات فوکو و هیسترزیس صفر است.

۷ـ نمودار سرعت گشتاور یک موتور سری به صورت داده شده در زیر است، تفاوت منحنی‌های (۱) و (۲) به خاطر :



۱) اثر کموتاسیون است.

۲) اثر اشباع است.

۳) اثر عکس‌العمل آرمیچر است.

۴) اثر بار است.

۸ـ در یک مولد شنت ۲۰۰V، جریان بار کامل ۱۹۶A، مقاومت تحریک شنت ۵۰Ω، تلفات گردشی ۷۲۰W و بازده بار کامل ۹۰% است. باری که در آن بازده حداکثر است چند درصد بار نامی خواهد بود؟

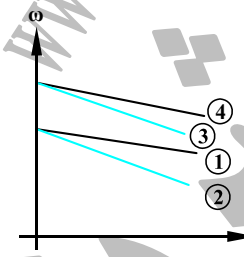
۱) ۸۰% ۲) ۱۰۰% ۳) ۷۰% ۴) ۹۰%

۹ـ اگر هنگام کار یک موتور DC سیم‌بندی تحریک قطع شود، سرعت دوران چگونه تغییر خواهد کرد؟

۱) سریعاً افزایش می‌یابد. ۲) بستگی به نوع اتصال ماشین دارد.

۳) تا حدی افزایش و سپس تدریجاً کاهش می‌یابد تا متوقف شود. ۴) تدریجاً کاهش یافته تا کامل متوقف شود.

۱۰ـ یک موتور شنت با یک مقاومت تحریک مفروض تحت یک ولتاژ ترمینال مشخص در حال کار است. در این حالت مشخصه گشتاور سرعت آن شبیه منحنی شماره ۱ در شکل زیر است. اگر ولتاژ تغذیه موتور و مقاومت تحریک شنت هر دو افزایش یابند، کدام گزینه منحنی مشخصه گشتاور سرعت جدید موتور را نشان می‌دهد؟



۱) منحنی شماره ۲

۲) منحنی شماره ۱

۳) منحنی شماره ۴

۴) منحنی شماره ۳

آزمون (۲)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : B**

۱ـ در یک موتورDC سری rpm ۶۰۰ ، ۲۳۰V مجموع مقاومت آرمیچر و میدان برابر ۰/۲۵Ω و منحنی مغناطیسی آن در سرعت rpm ۴۰۰ به صورت زیر است: در ولتاژ و سرعت نامی، موتور جریان بار کامل ۳۶ آمپر را می‌گیرد، گشتاور راه‌اندازی در حالتی که جریان راه‌اندازی به ۶۰A محدود می‌شود کدام است؟ (فرض کنید که اثر ضدمغناطیسی عکس‌العمل آرمیچر متناسب با مربع جریان باشد.)

$E_a(V)$	۱۳۰	۱۵۴	۱۷۲	۱۸۴	۱۹۲	۱۹۸
$I_f(A)$	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰

۱) ۱۸۹/۵ ۲) ۲۴۶/۵ ۳) ۲۳۲/۱ ۴) ۲۴۵/۱

۲ـ جریان میدان یک موتور شنت با مشخصات ۱۰kW و ۲۳۰V و ۱۵۰۰rpm طوری تنظیم شده است که سرعت بی‌باری با جریان آرمیچر ۲A برابر ۱۶۰۰rpm است. هنگامی که بار موتور افزایش می‌یابد مشاهده می‌شود که جریان آرمیچر ۴۰A و سرعت ۱۴۰۰rpm می‌شود. تحت این شرایط درصد کاهش شار میدان در هر قطب که ناشی از عکس‌العمل آرمیچر است چقدر است؟ (مقاومت مدار آرمیچر برابر ۱Ω و ولتاژ منبع تغذیه ۲۳۰ ولت است.)

۱) ٪۴/۷۶ ۲) ٪۵/۲۳ ۳) ٪۳/۲۱ ۴) ٪۹/۵۱

۳ـ یک ژنراتور شنت ۶۰kW که در سرعت rpm ۵۰۰ توسط تسمه می‌چرخد در حالت بار کامل شین ۲۰۰ ولت را تغذیه می‌کند، اگر تسمه پاره شود و ماشین همچنان بچرخد و توان ۵kW را از شین تغذیه دریافت کند، سرعت موتور چقدر خواهد بود؟ ($R_a = 0/1\Omega$ و $R_f = 100\Omega$ و از عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر شود.)

۱) ۳۱۱ rpm ۲) ۴۲۱rpm ۳) ۴۲۸rpm ۴) ۴۵۱rpm

۴ـ یک پیچک یکدوری دارای ضریب القاء ۰/۰۲mH در ناحیه کموتاسیون است. مقدار میدان کموتاسیون لازم برای بدست آوردن کموتاسیون خطی را برای جریان آرمیچر ۱۲۰A برای ماشین DC و ۴ قطب با سیم‌پیچی روی هم چقدر است؟ (پهنای هر جاروبک ۱۲mm فرض شود)

۱) ۱۰۰mT ۲) ۷۵mT ۳) ۵۰mT ۴) ۲۵mT

۵ـ یک موتور DC شنت، ۲۰۰V با مقاومت آرمیچر ۰/۱Ω در سرعت rpm ۱۰۰۰ می‌چرخد و جریان آرمیچر ۵۰A را می‌کشد. اگر شار ناگهان ٪۱۰ کاهش یابد مقدار گشتاور در این لحظه چند برابر گشتاور اولیه می‌شود؟

۱) ۰/۴ ۲) ۴/۰۵ ۳) ۲/۴۱ ۳) ۰/۲۵

۶ـ نقاط (۰A,۵V) و (۳A , ۱۸۰V) و (۱۲A , ۲۳۰V) به ترتیب آغاز ولتاژسازی، زانوی اشباع و نقطه‌ای از ناحیهٔ اشباع نمودار $E_a = f(I_f)$ در یک مولد شنت را معین می‌کنند. مقاومت سیم‌پیچ تحریک ۱۹/۲Ω است، مقاومت تنظیم چند اهم افزایش پیدا کند تا عمل ولتاژسازی در مولد صورت نگیرد؟

۱) ۳۹/۱ ۲) ۴۲/۷ ۳) ۵۱/۷ ۴) ۲۷/۲

۷ـ یک ماشین جریان مستقیم ۴ قطب دارای ۱۸۰ دور سیم‌پیچی روی آرمیچر است. سیم‌پیچی آرمیچر به صورت رویهم ساده بوده و کفشک قطبی $\frac{\pi}{3}$ رادیان است. چه تعداد میله برای جبران عکس‌العمل آرمیچر در زیر کفشک قطبی باید قرار داد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۸ـ اگر یک ولتاژ سینوسی با فرکانس ۵Hz به تحریک یک مولد تحریک جداگانه که دارای N دو سیم‌پیچی است. اعمال شود، موج ولتاژ القایی در آرمیچر .....

۱) صفر می‌شود. ۲) سینوسی ۵NHz می‌شود. ۳) سینوسی $\frac{5}{N}$ Hz می‌شود. ۴) سینوسی ۵Hz می‌شود.

۹ـ یک موتور سری DC، جریان ۲۰A را در ولتاژ ۴۰۰V می‌گیرد و باری را در سرعت rpm ۲۵۰ می‌چرخاند. اگر مقاومت مدار موتور ۱Ω باشد و گشتاور بار با مجذور سرعت تغییر کند، ولتاژ لازم برای چرخاندن بار در سرعت rpm ۳۵۰ برابر است با:

۱) ۸۰۰V ۲) ۷۷۳V ۳) ۶۷۳V ۴) ۸۷۳V

۱۰ـ سرعت یک موتور سری ۲۲۰V با رئوستای سری تنظیم می‌شود. وقتی رئوستا از مدار خارج است جریان آرمیچر ۲۰A و سرعت rpm ۱۰۰۰ است، وقتی جریان موتور ۱۶A باشد برای رسیدن به سرعت rpm ۱۲۰۶ مقاومت رئوستا چقدر باید باشد؟ (مقاومت مدار آرمیچر ۱Ω/۰ است)

۱) ۰/۱Ω ۲) ۰/۵Ω ۳) ۰/۲Ω ۴) ۰/۴Ω

آزمون (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : C**

۱ـ یک مولد DC شش قطبی ۶۰۰V و ۶۰۰kW دارای سیم‌پیچ رویهم ساده و ۷۲۰ هادی است. شش قطب کموتاسیون یا قطب کمکی وجود دارد. تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ قطبهای کموتاسیون چقدر باشد تا mmf آنها ۲ برابر mmf آرمیچر گردد؟

۱) ۸ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۲ـ یک موتور سری ۱۰۰kW و ۲۵۰V دارای سرعت نامی $۲۵۰\frac{rad}{S}$ و راندمان ۸۰% است. اگر روی محور این موتور یک بار مکانیکی که مشخصه گشتاور سرعت $(T_e = f(\omega))$ آن خطی با شیب $۳۱/۲۵\frac{N.m.s}{rad}$ است قرار دهیم، سرعت پایداری و وضعیت جریان آرمیچر آن در هنگام تأمین این بار کدامند؟ (از مقاومت مدار آرمیچر صرف‌نظر شود)

۱) سرعت موتور $۱۰۰\frac{rad}{S}$ بوده و جریان آرمیچر آن ۲/۵ برابر مقدار نامی است.

۲) سرعت موتور $۱۰۰\frac{rad}{S}$ بوده و جریان آرمیچر آن برابر جریان نامی است.

۳) سرعت موتور $۲۰۰\frac{rad}{S}$ بوده و جریان آرمیچر آن ۲/۵ برابر جریان نامی است.

۴) سرعت موتور $۲۰۰\frac{rad}{S}$ بوده و جریان آرمیچر آن برابر جریان نامی است.

۳ـ مولد شنتی که مقاومت تحریک و آرمیچر آن به ترتیب ۱۰۰Ω و ۰/۵ مفروض است منحنی بی‌باری این مولد از رابطه $E_a = ۱۰ + ۱۰۰e^{۲I_f}$ بدست می‌آید. در هنگامی که جریان آرمیچر اخذ شده از مولد حداکثر است جریان تحریک آن چند آمپر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}\text{Ln}۲$ ۲) $۲\text{Ln}\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}\text{Ln}\frac{۱}{۲}$ ۴) $۲\text{Ln}۲$

۴ـ برای آنکه در یک مولد موازی DC در حالت بی‌باری و بار کامل ۱۵۰A، ولتاژ پایانه‌ها برابر ۲۳۰V شود به ترتیب جریان سیم‌پیچ تحریک ۴/۱A و ۵/۸A ضروری است. سیم‌پیچ تحریک در هر قطب ۱۵۰۰ حلقه دارد، اگر بخواهیم در کار نامی این مولد به یک مولد کمپوند مسطح تبدیل شود، تعداد حلقه‌های سیم‌بندی سری در هر قطب کدامیک از گزینه‌های زیر باید باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۷ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

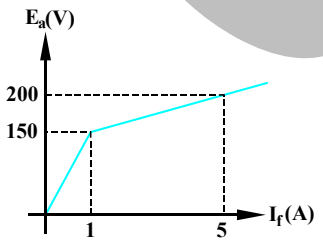
۵ـ در یک ماشین جریان مستقیم ۵۰۰kW و ۵۰۰V و ۲۰قطب با سیم‌پیچی حلقوی ساده، تعداد هادی‌های آرمیچر ۷۲۰عدد است، اگر جاروبک‌ها ۵° از محل خنثی مغناطیسی منحرف شده باشد، آمپردور عکس‌العمل طولی در ماشین تقریباً چقدر می‌شود؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۵۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۵۰

۶ـ دو مولد موازی DC موازی شده و بار ۲۰۰A را فراهم می‌آورند. اگر مقاومت آرمیچر و ولتاژ القایی بی‌باری این دو مولد برابر $(E_{a_۱} = ۳۰۶V , R_{a_۱} = ۰/۰۹\Omega)$ و $(E_{a_۲} = ۳۰۰V , R_{a_۲} = ۰/۰۶\Omega)$ باشد، ولتاژ پایانه‌ای دو مولد کدام است؟

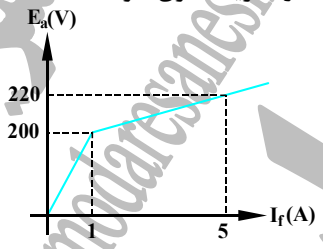
۱) ۲۸۱/۳V ۲) ۲۹۵/۲V ۳) ۲۹۷/۸V ۴) ۲۸۸/۴V

۷ـ یک مولد شنت دارای ۴ قطب و ۲۵۰ دور سیم‌پیچی در هر قطب است. مقاومت اهمی سیم‌پیچی هر قطب ۲۰Ω و مشخصه بی‌باری آن در سرعت نامی به‌صورت زیر است. اگر در سرعت نامی سیم‌پیچ قطب‌ها دو به دو سری و سپس با یکدیگر موازی شوند ولتاژ بی‌باری مولد چند ولت می‌گردد؟



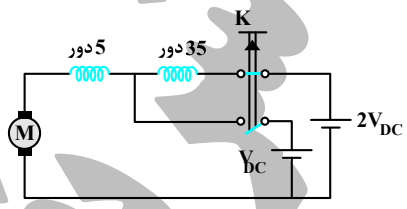
۱) ۱۸۷V
۲) ۱۶۰V
۳) ۱۵۴V
۴) ۱۹۸V

۸ـ مشخصه بی‌باری یک مولد شنت در سرعت ۲۰۰۰rpm به‌صورت شکل زیر است. مولد دارای ۲ قطب و ۴۰۰ دور سیم‌پیچی در هر قطب بوده و مقاومت اهمی هر سیم‌پیچ نیز ۱۰۰Ω است. اتصال قطب‌ها با یکدیگر را از حالت سری با هم به موازی با یکدیگر تغییر می‌دهیم و همزمان سرعت مولد را به ۱۸۰۰rpm کاهش می‌دهیم. اگر بخواهیم در این حالت ولتاژ خروجی ۱۸۹V گردد، چند اُهم تنظیم‌کننده باید با مدار تحریک سری نمود؟



۱) ۲۶Ω
۲) ۱۳Ω
۳) ۱۷Ω
۴) ۳۴Ω

۹ـ مشخصه مغناطیسی موتور تحریک سری شکل زیر به‌صورت $E_a = K\sqrt{\theta_s}$ است که در آن θ_s آمپر دور تولیدی هر قطب ماشین است. اگر کلید K از وضعیت موجود تغییر وضعیت دهد با فرض اینکه بار روی موتور از نوع گشتاور ثابت بوده و مقاومت آرمیچر و تحریک قابل صرف نظر کردن باشند، سرعت موتور در شرایط جدید چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۱
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۱۰ـ یک موتور شنت ۳۰۰V یک بار مکانیکی که دارای مشخصه توان سرعت به‌صورت $P = ۰/۱\omega^۲$ است را می‌چرخاند. اگر ثابت این ماشین $K = ۲۵$ و فوران ماشین ثابت و برابر ۰/۰۲Wb فرض شود، سرعت چرخش موتور چند رادیان بر ثانیه می‌باشد؟ (مقاومت آرمیچر ۰/۵Ω است و از تلفات گردشی صرف نظر می‌شود.)

۱) ۸۵　　۲) ۱۰۰　　۳) ۲۵۰　　۴) ۵۰۰

پاسخنامه آزمون‌های خودسنجی فصل سوم

پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۴»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۲»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۴»

پاسخنامه آزمون (۲)

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۲»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۲»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۴»	۸ـ گزینه «۴»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۲»

پاسخنامه آزمون (۳)

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۲»	۷ـ گزینه «۱»	۸ـ گزینه «۲»	۹ـ گزینه «۳»	۱۰ـ گزینه «۴»

فصل چهارم

«ترانسفورمرها»

تست‌های تألیفی فصل چهارم ــ مبحث اصول اولیه ترانسفورمرها / ترانسفورمر ایده‌آل

مثال۱: در مثال «۱» با توجه به سطح مقطع واقعی اگر ضریب بارگذاری هسته۱/۲ فرض شود. چه مقدار توان توسط ترانسفورمر قابل تبدیل است و در این صورت جریان اولیه در بار اهمی خالص چقدر است؟

۱) ۱۵A , ۹۰kVA ۲) ۳۰A , ۹۰kVA ۳) ۱۵A , ۳۰kVA ۴) ۳۰A , ۱۵kVA

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به سطح مقطع خالص $360cm^2$ داده شده و با فرض $K=1/2$ داریم:

$$A_{fe}=K\sqrt{P_1} \Rightarrow 360=1/2\sqrt{P_1} \Rightarrow P_1=90\,kVA$$

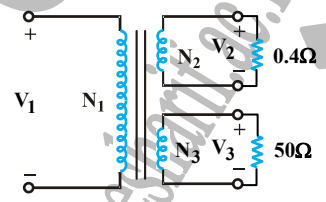
با توجه به این قدرت می‌توان جریان اولیه را به صورت مقابل محاسبه نمود:

$$P_1=V_1I_1 \Rightarrow I_1=\frac{P_1}{V_1}=\frac{90000}{6000}=15A$$

مثال۲: در یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل به قدرت ۱۸KVA با سه سیم‌بندی، نسبت تبدیل اولیه به ثانویه۵ و اولیه به ثالثیه ۰/۵ است. اگر سیم‌بندی‌های ثانویه و ثالثیه قدرت برابری داشته باشند، با اعمال بار نامی اهمی به اندازه ۰/۴Ω به ثانویه و بار اهمی غیرنامی ۵۰Ω به ثالثیه جریان اولیه چند آمپر خواهد بود؟

۱) ۲۰A ۲) ۴۲A ۳) ۳۶A ۴) ۵۴A

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به اطلاعات داده شده در صورت تست می‌توان مدار معادل این ترانسفورمر را به صورت زیر در نظر گرفت:



$$S_n=S_{1n}=S_{2n}+S_{3n} \xrightarrow{S_{2n}=S_{3n}} S_{2n}=S_{3n}=\frac{S_n}{2}=\frac{18}{2}=9kVA$$

$$S_{2n}=V_{2n}I_{2n}=\frac{V_{2n}^2}{R_{L_2}} \Rightarrow V_{2n}=\sqrt{S_{2n}.R_{L_2}}=\sqrt{9000\times0/4}=60V$$

جریان نامی ثانویه با توجه به قدرت نامی و ولتاژ آن برابر است با: $I_{2n}=\frac{S_{2n}}{V_{2n}}=\frac{9000}{60}=150A$

با توجه به نسبت تبدیل اولیه و ثانویه داریم: $\frac{V_{1n}}{V_{2n}}=a_{12} \Rightarrow V_{1n}=5\times60=300V$

و به طور مشابه برای ثالثیه داریم: $\frac{V_{1n}}{V_{3n}}=a_{13} \Rightarrow V_{3n}=\frac{300}{0/5}=600V \Rightarrow I_3=\frac{V_{3n}}{R_{L_3}}=\frac{600}{50}=12A$

در نتیجه جریان اولیه برابر است با: $I_1=\frac{I_2}{a_{12}}+\frac{I_3}{a_{13}}=\frac{150}{5}+\frac{12}{0/5}=54A$

دقت شود که به دلیل اهمی بودن بارها برای محاسبه I_1 از جمع جبری استفاده شده است اما در حالت کلی باید از جمع برداری استفاده نمود.

مثال۳: یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل دارای ۱۰۰۰ دور سیم پیچی اولیه و مجموعاً ۴۰۰ دور سیم‌پیچی در ثانویه است. سیم‌پیچی ثانویه بار اهمی ۶۰۰kW را بین سرهای A و C و بار ۶۰+j۶۰Ω را بین سرهای A و B تغذیه می‌کند. بین A و B، ۳۰۰ دور و بین B و C، ۱۰۰ دور سیم‌بندی وجود دارد. برای ولتاژ اولیه ۳۰kV جریان و قدرت مفید ورودی به اولیه برابر است با:

۱) ۱۱۲۴kW , ۴۳A ۲) ۱۲۷۵kW , ۴۸A ۳) ۱۳۱۱kW , ۴۳A ۴) ۱۴۴۳kW , ۴۸A

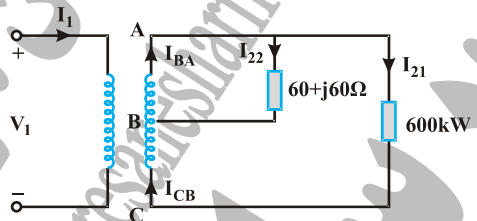
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» شکل زیر سیم پیچ‌های اولیه و ثانویه و بارها را نشان می‌دهد. ولتاژ اولیه را به عنوان مرجع در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\vec{V}_{AB}}{\vec{V}_1}=\frac{N_{AB}}{N_1} \Rightarrow \vec{V}_{AB}=30\times10^3\angle0\times\frac{300}{1000} \Rightarrow \vec{V}_{AB}=9000\angle0V$$

$$\frac{\vec{V}_{AC}}{\vec{V}_1}=\frac{N_{AC}}{N_1} \Rightarrow \vec{V}_{AC}=30\times10^3\angle0\times\frac{400}{1000} \Rightarrow \vec{V}_{AC}=12000\angle0V$$

در بار ۶۰۰kW که ولتاژ، توان و ضریب توان مشخص است جریان برابر است با:

$$|\vec{I}_{۲۱}|=\frac{P_{AC}}{V_{AC}.\cos\varphi}=\frac{۶۰۰\times۱۰^{۳}}{۱۲۰۰۰\times۱}\Rightarrow|\vec{I}_{۲۱}|=۵۰A\Rightarrow\vec{I}_{۲۱}=۵۰\angle۰^{\circ}A$$



در بار امپدانسی نیز داریم:

$$|\vec{I}_{۲۲}|=\frac{\vec{V}_{AB}}{\vec{Z}_{AB}}=\frac{۹۰۰۰\angle۰^{\circ}}{۶۰+j۶۰}\Rightarrow\vec{I}_{۲۲}=\frac{۱۵۰}{\sqrt{۲}}\angle-۴۵^{\circ}A$$

دقت شود که از سیم‌بندی AB جمع جریان هر دو مصرف‌کننده عبور نموده اما از سیم‌بندی BC فقط جریان $I_{۲۱}$ عبور می‌کند لذا:

$$\vec{I}_{BA}=\vec{I}_{۲۱}+\vec{I}_{۲۲}=(۵۰\angle۰^{\circ}+\frac{۱۵۰}{\sqrt{۲}}\angle(-۴۵^{\circ})=۱۲۵-j۷۵A\quad,\quad\vec{I}_{CB}=\vec{I}_{۲۱}=۵۰\angle۰^{\circ}A$$

چون ترانسفورمر مورد بحث ایده‌آل است برآیند آمپردورهای سیم‌بندی‌های موجود برابر صفر می‌باشند، لذا:

$$N_{۱}\vec{I}_{۱}=N_{AB}\vec{I}_{BA}+N_{BC}\vec{I}_{CB}\Rightarrow۱۰۰۰\vec{I}_{۱}=۳۰۰(۱۲۵-j۷۵)+۱۰۰\times(۵۰\angle۰^{\circ})\Rightarrow\vec{I}_{۱}=۴۲/۵-j۲۲/۵A$$

$$\Rightarrow|\vec{I}_{۱}|=\sqrt{۴۲/۵^{۲}+۲۲/۵^{۲}}\simeq۴۸A$$

$$\vec{S}_{۱}=\vec{V}_{۱}\vec{I}_{۱}^{*}=۳۰\angle۰^{\circ}\times(۴۲/۵-j۲۲/۵)^{*}=۱۲۷۵+j۶۷۵kVA\Rightarrow P_{۱}=۱۲۷۵kW\ ,\ Q_{۱}=۶۷۵kVAR$$

دقت شود که چون ترانسفورمر ایده‌آل است توان‌های ورودی و خروجی برابرند لذا به عنوان یک روش دیگر جهت محاسبه قدرت مفید ورودی می‌توان نوشت:

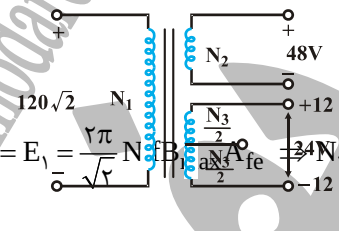
$$P_{۲}=P_{AB}+P_{AC}=R_{AC}|\vec{I}_{۲۲}|^{۲}+P_{AC}=۶۰\times(\frac{۱۵۰}{\sqrt{۲}})^{۲}+۶۰۰\times۱۰^{۳}=۱۲۷۵kW=P_{۱}$$

مثال ۴: **یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل ۵۰Hz دارای یک سیم‌بندی اولیه و دو سیم‌بندی ثانویه است ولتاژ نامی اولیه ۱۲۰$\sqrt{۲}$V ثانویه ۴۸V و ثالثیه با سر وسط ۱۲V−۰−۱۲V است. اگر سطح مقطع خالص هسته ۸۰cm^{۲} و چگالی حداکثر میدان مغناطیسی برابر ۱T باشد تعداد دور هر سیم‌بندی کدام است؟ (جهت سادگی در محاسبات $\pi=۳$ فرض شود)**

۱) ۱۰۰ دور ـ ۲۰$\sqrt{۲}$ دور ـ ۱۰$\sqrt{۲}$ دور　　۲) ۱۲۰ دور ـ ۴۸ دور ـ ۲۰ دور

۳) ۱۰۰ دور ـ ۴۰ دور ـ ۲۴ دور　　۴) ۱۲۰ دور ـ ۲۰$\sqrt{۲}$ دور ـ ۲۴ دور

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اطلاعات داده شده مدار معادل ترانسفورمر مورد بحث به صورت زیر قابل رسم است. دقت شود که سیم‌بندی ثالثیه (سوم) دارای سر وسط بوده که ولتاژ هر سر نسبت به این سر وسط ۱۲V است پس ولتاژ بین دو سر بالا و پایین که همان ولتاژ کل ثالثیه است برابر ۱۲+۱۲=۲۴V می‌باشد.



چون ترانسفورمر مورد بحث ایده‌آل است لذا همواره ولتاژهای ترمینال و القایی برابرند.

بنابراین برای سیم‌بندی اولیه داریم:

$$V_{۱}=E_{۱}=\frac{۲\pi}{\sqrt{۲}}NfB_{max}A_{fe}\Rightarrow N_{۱}=\frac{۱۲۰\sqrt{۲}}{\frac{۲\pi}{\sqrt{۲}}\times۵۰\times۱\times۸۰\times۱۰^{-۴}}=۱۰۰\ \text{دور}$$

اگر چه می‌توان تعداد دور سیم‌بندی‌های دیگر را نیز با استفاده از رابطه فوق به دست آورد اما در اینجا از مفهوم نسبت تبدیل به صورت زیر استفاده می‌شود:

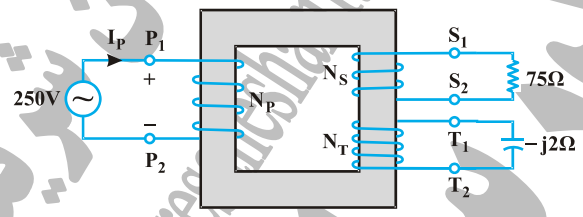
$$\frac{E_{۱}}{E_{۲}}=\frac{N_{۱}}{N_{۲}}\Rightarrow\frac{۱۲۰\sqrt{۲}}{۴۸}=\frac{۱۰۰}{N_{۲}}\Rightarrow N_{۲}=۲۰\sqrt{۲}\ \text{دور}\quad;\quad\frac{E_{۱}}{E_{۳}}=\frac{N_{۱}}{N_{۳}}\Rightarrow\frac{۱۲۰\sqrt{۲}}{۲۴}=\frac{۱۰۰}{N_{۳}}\Rightarrow N_{۳}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{دور}$$

از آنجایی‌که $N_{۳}=۲۰\sqrt{۲}$ دور به دست آمده پس تعداد دور در هر قسمت از سیم‌بندی ثالثیه برابر $\frac{N_{۳}}{۲}=۵\sqrt{۲}$ دور خواهد بود.

دقت شود که در کلیه ترانسفورمرهای دارای مدارات مغناطیسی **تک حلقه** همواره نسبت ولتاژهای القایی در هر سیم‌بندی دلخواه برابر نسبت تعداد دور آن سیم‌پیچی‌ها است از این روی برای محاسبه تعداد دور $N_{۳}$ در این مثال می‌توان از نسبت ولتاژهای ثانویه و ثالثیه نیز استفاده نمود یعنی:

$$\frac{E_{۲}}{E_{۳}}=\frac{N_{۲}}{N_{۳}}\Rightarrow\frac{۴۸}{۲۴}=\frac{۲۰\sqrt{۲}}{N_{۳}}\Rightarrow N_{۳}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{دور}$$

مثال ۵: در ترانسفورمر ایده‌آل شکل زیر اگر تعداد دور سیم‌بندی اولیه (P)، ثانویه (S) و ثالثیه (T) به ترتیب ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰ دور باشد با توجه به بارهای متصل شده به ثانویه و ثالثیه جریان اولیه چند آمپر است؟



۱) ۱۲/۵A
۲) ۶/۲۵A
۳) ۱۵A
۴) ۹A

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در کلیه ترانسفورمرهای معمول (به جز ترانسفورمرهای خاص نظیر ترانسفورمرهای جوشکاری) همواره فوران تولیدی هر سیم‌بندی تماماً سایر سیم‌بندی‌ها را در بر می‌گیرد در چنین ترانسفورمرهایی نسبت ولتاژ القایی در سیم‌بندی‌ها برابر نسبت تعداد دور آن‌ها و نسبت جریان سیم‌بندی‌ها عکس تعداد دور آن‌ها است لذا:

$$\frac{V_P}{V_S}=\frac{N_P}{N_S}\Rightarrow\frac{۲۵۰}{V_S}=\frac{۱۰۰}{۱۵۰}\Rightarrow V_S=۳۷۵V\Rightarrow\vec{I}_S=\frac{\vec{V}_S}{R_S}=\frac{۳۷۵}{۷۵}=۵A$$

$$\frac{V_P}{V_T}=\frac{N_P}{N_T}\Rightarrow\frac{۲۵۰}{V_T}=\frac{۱۰۰}{۲۰}\Rightarrow V_T=۵۰V\Rightarrow\vec{I}_T=\frac{\vec{V}_T}{jX_T}=\frac{۵۰}{-j۲}=j۲۵A$$

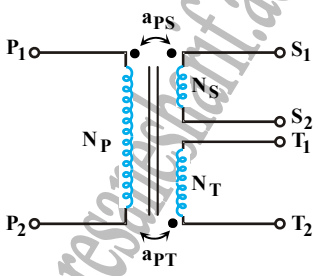
حال باید این دو جریان را به اولیه منتقل نمود برای این منظور داریم:

$$\vec{I}_P=\underbrace{\frac{\vec{I}_S}{a_{PT}}}_{\text{تصویر ثانویه در اولیه}}+\underbrace{\frac{\vec{I}_T}{a_{PT}}}_{\text{تصویر ثالثیه در اولیه}}=\frac{\vec{I}_S}{(\frac{N_P}{N_S})}+\frac{\vec{I}_T}{(\frac{N_P}{N_T})}=\frac{۵}{\frac{۱۰۰}{۱۵۰}}+\frac{j۲۵}{\frac{۱۰۰}{۲۰}}=۷/۵+j۵\Rightarrow|\vec{I}_P|=\sqrt{۷/۵^۲+۵^۲}=۹A$$

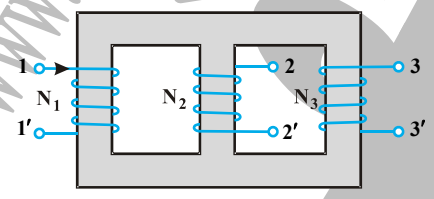
مثال ۶: در مثال قبل با توجه به پلاریته داده شده برای سیم‌پیچی اولیه پلاریته سیم‌پیچی‌های ثانویه و ثالثیه به کدام صورت است؟

۱) $S_۱$ و $T_۱$ مثبت ۲) $S_۲$ و $T_۱$ مثبت ۳) $S_۱$ و $T_۲$ مثبت ۴) $S_۲$ و $T_۲$ مثبت

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به پلاریته و یا جهت جریان اولیه، شار تولیدی سیم‌بندی اولیه در جهت ساعتگرد در هسته می‌چرخد از آنجا که ثانویه و ثالثیه باید شاری در جهت عکس شار اولیه تولید نمایند پس باید جریان از سرک‌های $S_۱$ و $T_۲$ خارج شوند پس این دو سر دارای پلاریته مثبت و دو سر دیگر دارای پلاریته منفی می‌باشند. اگر بخواهیم پلاریته سیم‌پیچی‌ها را توسط قانون نقطه‌گذاری نشان دهیم مدار معادل ترانسفورمر مورد بحث به صورت روبرو قابل رسم است:



مثال ۷: در ترانسفورمر تکفاز و ایده‌آل شکل زیر اگر سیم‌پیچی اولیه به ولتاژ ۴۰۰V متصل شود. با فرض اینکه اولیه، ثانویه و ثالثیه به ترتیب ۵۰۰ دور و ۳۰۰ دور و ۵۰ دور سیم‌پیچی داشته باشند دامنه و پلاریته ولتاژ القایی در ثانویه و ثالثیه به ترتیب کدام است؟



۱) ۲۴۰V ـ ۴۰V ـ سرهای ۲′ و ۳′ مثبت
۲) ۲۴۰V ـ ۴۰V ـ سرهای ۲ و ۳′ مثبت
۳) ۱۲۰V ـ ۲۰V ـ سرهای ۲ و ۳ مثبت
۴) ۱۲۰V ـ ۲۰V ـ سرهای ۲′ و ۳ مثبت

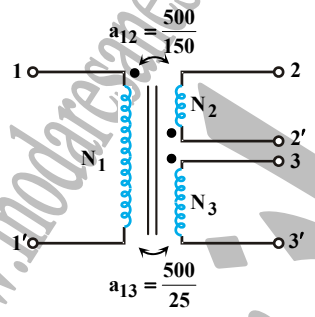
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در ترانسفورمر داده شده از آنجائیکه فوران دربرگیرنده سیم‌بندی‌های ثانویه و ثالثیه نصف فوران تولیدی سیم‌بندی اولیه می‌باشند نسبت ولتاژهای القایی در سیم‌بندی‌ها برابرند با:

$$\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}N_۲}\Rightarrow\frac{۴۰۰}{V_۲}=\frac{۵۰۰}{\frac{۱}{۲}\times۳۰۰}\Rightarrow V_۲=۱۲۰V$$

$$\frac{V_۱}{V_۳}=\frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}N_۳}\Rightarrow\frac{۴۰۰}{V_۳}=\frac{۵۰۰}{\frac{۱}{۲}\times۵۰}\Rightarrow V_۳=۲۰V$$

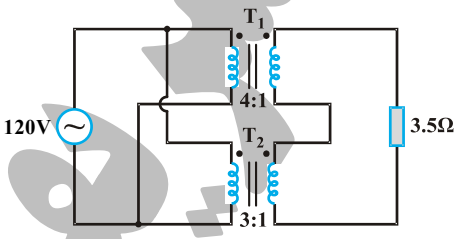
دقت شود که چون فوران سیم‌بندی‌های ثانویه و ثالثیه برابر یکدیگرند رابطه بین ولتاژهای القایی در آن‌ها مانند ترانسفورمرهای معمولی است یعنی:

$$\frac{V_2}{V_3}=\frac{N_2}{N_3}$$



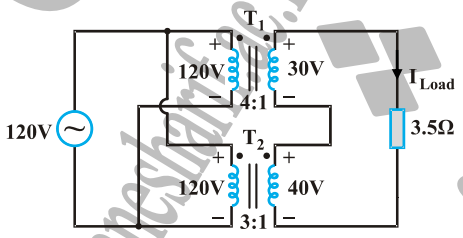
برای تعیین پلاریته ولتاژ القایی در ثانویه و ثالثیه، با توجه به جهت جریان و جهت پیچش سیم‌پیچی اولیه دیده می‌شود که فوران در مدار در جهت ساعتگرد چرخیده یعنی این فوران در ساق‌های مربوط به سیم‌پیچی ثانویه و ثالثیه از بالا به پایین جریان دارد در نتیجه این دو سیم‌پیچی (طبق قانون لنز) باید شاری در جهت مخالف ایجاد نمایند پس باید جهت شار تولیدی توسط هر دو سیم‌پیچی ثانویه و ثالثیه از پایین به بالا باشند برای این منظور باید جریان ثانویه از سرک ۲′ خارج و جریان ثالثیه از سرک ۳ خارج شود. پس سرهای ۲′ و ۳ دارای پلاریته مثبت می‌باشند در این حالت می‌توان مدار معادل این ترانسفورمر را با استفاده از قانون نقطه‌گذاری به صورت مقابل رسم نمود:

مثال ۸: دو ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل با نسبت‌های تبدیل ۴:۱ و ۳:۱ مطابق شکل زیر بار ۳/۵Ω را از طریق یک منبع ولتاژ ۱۲۰V تغذیه می‌کنند قدرت هر ترانسفورمر کدام است؟



۱) ۴۰۰VA – ۱۰۰۰VA
۲) ۸۰۰VA – ۶۰۰VA
۳) ۷۰۰VA – ۷۰۰VA
۴) ۹۰۰VA – ۵۰۰VA

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به ولتاژ اولیه و نسبت تبدیل هر ترانسفورمر می‌توان مقادیر ولتاژها را به صورت شکل زیر به دست آورد:



$$V_{Load}=۴۰+۳۰=۷۰V \Rightarrow I_{Load}=\frac{V_{Load}}{R_{Load}}=\frac{۷۰}{۳/۵}=۲۰A$$

جریان بار از ثانویه هر دو ترانسفورمر که با یکدیگر سری نیز هستند عبور می‌کند پس توان هر ترانسفورمر برابر است با:

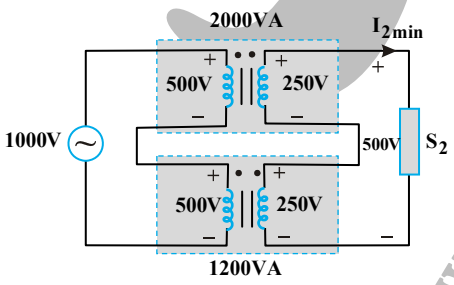
$$T_1: S_{T_1}=V_{۲T_1}I_{۲T_1}=۳۰\times۲۰=۶۰۰VA$$
$$T_2: S_{T_2}=V_{۲T_2}I_{۲T_2}=۴۰\times۲۰=۸۰۰VA$$

مثال ۹: دو ترانسفورمر تکفاز A و B با مشخصات $\frac{۵۰۰}{۲۵۰}V$ مفروض است. توان ترانسفورمر A برابر ۲۰۰۰VA و توان ترانسفورمر B برابر ۱۲۰۰VA است. سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه این دو ترانسفورمر سری شده و یک مصرف‌کننده ۵۰۰V را تغذیه می‌کنند. حداکثر توان قابل بهره‌برداری بدون تجاوز از حد گرمایی آنها چقدر است؟

۱) ۲۴۰۰VA ۲) ۲۰۰۰VA ۳) ۱۲۰۰VA ۴) ۳۲۰۰VA

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید جریان‌های نامی دو ترانسفورمر مورد بحث را محاسبه نمود:

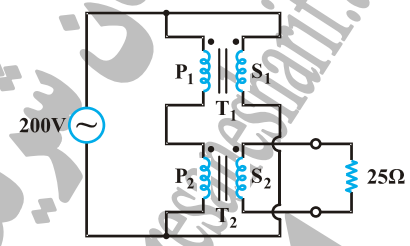
$$I_{۲A}=\frac{S_{n_A}}{V_{۲A}}=\frac{۲۰۰۰}{۲۵۰}\Rightarrow I_{۲A}=۸A$$
$$I_{۲B}=\frac{S_{n_B}}{V_{۲B}}=\frac{۱۲۰۰}{۲۵۰}\Rightarrow I_{۲B}=۴/۸A$$



با سری شدن سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه این دو ترانسفورمر، یک ترانسفورمر با نسبت تبدیل $\frac{۱۰۰۰}{۵۰۰}V$ مطابق شکل روبه‌رو تشکیل می‌شود که جریان عبوری از سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه این ترانسفورمر جدید باید در حد جریان عبوری از سیم‌پیچ ترانسفورمری که جریان نامی کمتری دارد نگه داشته شود تا از حد گرمایی مجاز فراتر نرود یعنی در این تست ترانسفورمر B محدودکننده یا تعیین کننده است لذا:

$$S_2=V_2I_{2min}=۵۰۰\times۴/۸\Rightarrow S_2=۲۴۰۰VA$$

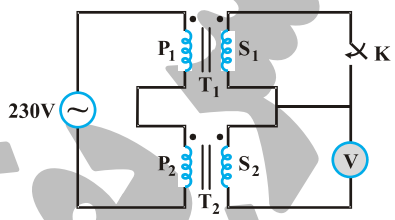
مثال ۱۰: دو ترانسفورمر تکفاز مشابه $۲۰۰/۲۰۰V$ و $۵۰Hz$ به صورت شکل زیر متصل شده‌اند با صرف‌نظر کردن از تلفات، جریان عبوری از بار اهمی ۲۵Ω چقدر است؟



۱) صفر
۲) $۱A$
۳) $۲A$
۴) $۵A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به شکل داده شده دیده می‌شود که دو سر سیم‌بندی $S_۱$ مستقیماً به ولتاژ $۲۰۰V$ شبکه متصل است. این اتصال سبب می‌شود که ولتاژ القایی در اولیه $(P_۱)$ نیز برابر $۲۰۰V$ شود. از آنجائیکه سیم‌بندی‌های $P_۱$ و $P_۲$ با یکدیگر سری و به منبع $۲۰۰V$ متصلند پس ولتاژ دو سر اولیه ترانسفورمر دوم $(P_۲)$ صفر است در نتیجه ولتاژ القایی در ثانویه $(S_۲)$ صفر بوده که منجر به صفر شدن جریان عبوری از بار ۲۵Ω می‌شود.

مثال ۱۱: در ترانسفورمر تکفاز مشابه ۱و۲ هر کدام ولتاژ و فرکانس نامی $۲۳۰/۲۳۰V$ و $۵۰Hz$ داشته و به صورت شکل زیر متصل شده‌اند. نسبت ولتاژ قرائت شده توسط ولت‌متر در حالتی که کلید K باز است به حالتی که کلید K بسته است چقدر است؟

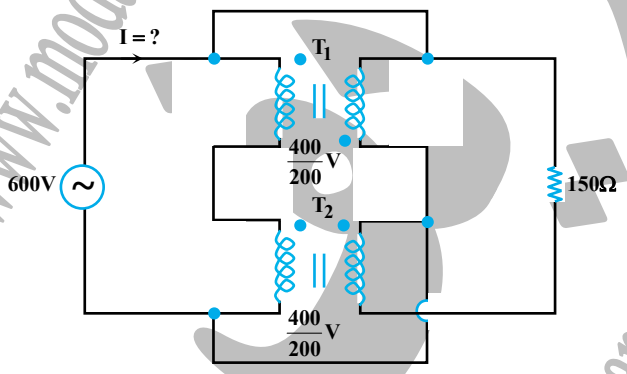


۱) ۲
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» اگر کلید K باز باشد سیم‌پیچی $S_۱$ به صورت مدار باز بوده و سیم‌بندی‌های $P_۱$ و $P_۲$ سری شده و به منبع $۲۳۰V$ متصل می‌شوند پس ولتاژ دو سر هر کدام از سیم‌بندی‌های $P_۱$ و $P_۲$ برابر $\frac{۲۳۰}{۲}=۱۱۵V$ می‌شود. از آنجائیکه نسبت تبدیل ترانسفورمرها یک $(a=\frac{۲۳۰}{۲۳۰}=۱)$ است پس ولتاژ القایی در $S_۲$ برابر $۱۱۵V$ بوده لذا ولت‌متر $۱۱۵V$ را نشان می‌دهد.

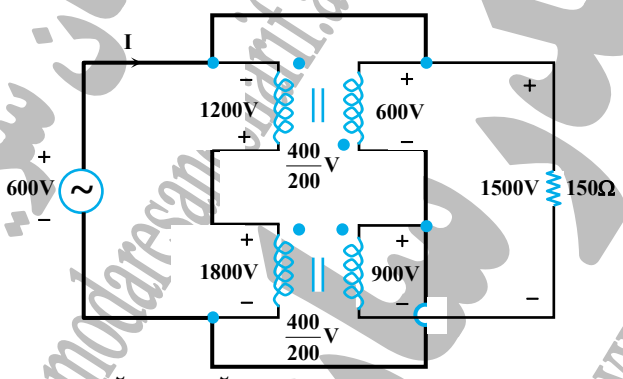
اگر کلید K بسته باشد سیم‌پیچی $S_۱$ به صورت اتصال کوتاه بوده لذا ولتاژ دو سر سیم‌بندی $S_۱$ صفر شده پس ولتاژ دو سیم‌بندی $P_۱$ نیز صفر می‌شود در اینصورت کل ولتاژ $۲۳۰V$ شبکه روی $P_۲$ می‌افتد در نتیجه ولتاژ القایی در $S_۲$ یا همان مقدار ولت‌متر $۲۳۰V$ خواهد بود پس می‌توان گفت نسبت ولتاژی که ولت‌متر در دو حالت نشان می‌دهد برابر $\frac{۱}{۲}=\frac{۱۱۵}{۲۳۰}$ است.

مثال ۱۲: دو ترانسفورمر تک‌فاز ایده‌آل با نسبت تبدیل‌های داده شده به صورت شکل زیر به یکدیگر متصل شده و مجموعه بار ۱۵۰Ω را تغذیه می‌کند. دامنه جریان I در این شکل چند آمپر است؟



۱) $۲۵A$
۲) $۲۰A$
۳) $۱۵A$
۴) $۱۰A$

پاسخ: گزینه «۱» طبق شکل، ثانویه ترانسفورمر T_1 مستقیماً به منبع ۶۰۰V ورودی متصل شده است. لذا با توجه به نقطه‌گذاری روی سیم‌پیچ‌ها ولتاژ القایی در اولیه T_1 برابر ۱۲۰۰V و با پلاریته معکوس خواهد بود. پس اگر یک KVL در حلقه سمت چپ که شامل منبع ورودی، اولیه T_1 و اولیه T_2 است زده شود، ولتاژ اولیه T_2 به همراه پلاریته آن به دست می‌آید، از روی این ولتاژ می‌توان ولتاژ و پلاریته ثانویه T_2 و در نهایت با نوشتن KVL در حلقه سمت راست ولتاژ دو سر بار را به دست آورد.



حال که ولتاژ دو سر بار محاسبه شده داریم:

$$P_{out}=\frac{V_L^2}{R_L}=\frac{1500^2}{150}=15\ kW$$

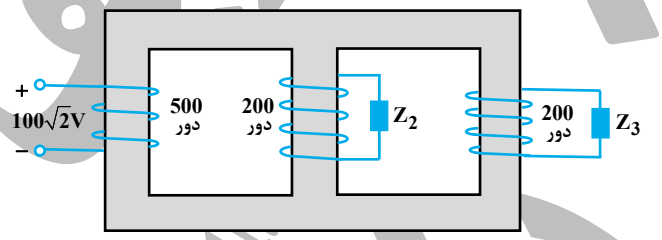
چون ترانسفورمرها ایده‌آل هستند توان ورودی و خروجی یکسان است. لذا داریم:

$$P_{out}=P_{in}=V_S.I\Rightarrow I=\frac{15000}{600}=25A$$

دقت شود که مراحل حل این سؤال به صورت زیر طی شده است:

$$V_S=600V=V_{2T_1}\Rightarrow V_{1T_1}=1200V\Rightarrow V_{1T_2}=1800V\Rightarrow V_{2T_2}=900V\Rightarrow V_L=1500V$$

مثال ۱۳: در ترانسفورمر تک‌فاز و سه سیم‌پیچی شکل زیر با توجه به امپدانس بارهای متصل شده به سیم‌پیچ‌ها جریان ورودی به اولیه چند آمپر است؟ $(\vec{Z}_2=1+j\Omega\ ,\ \vec{Z}_3=-j\Omega)$



۱) $8\angle 45^\circ$

۲) $4\angle 45^\circ$

۳) $20\angle 135^\circ$

۴) $15\angle 135^\circ$

پاسخ: گزینه «۲» ابتدا باید جریان هر سیم‌پیچی را محاسبه نمود لذا با توجه به نسبت دورهای داده شده داریم:

$$\begin{cases}\vec{I}_2=\dfrac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_2}\\ \vec{V}_2=\dfrac{N_2}{2N_1}.\vec{V}_1=\dfrac{200}{2\times 500}\times 100\sqrt{2}=20\sqrt{2}\ V\end{cases}\Rightarrow \vec{I}_2=\frac{20\sqrt{2}}{1+j}=20\angle -45^\circ A$$

به طور مشابه برای سیم‌پیچ سوم داریم:

$$\begin{cases}\vec{I}_3=\dfrac{\vec{V}_3}{\vec{Z}_3}\\ \vec{V}_3=\dfrac{N_3}{2N_1}.\vec{V}_1=\dfrac{200}{2\times 500}\times 100\sqrt{2}=20\sqrt{2}V\end{cases}\Rightarrow \vec{I}_3=\frac{20\sqrt{2}}{-j}=20\sqrt{2}\angle 90^\circ\ A$$

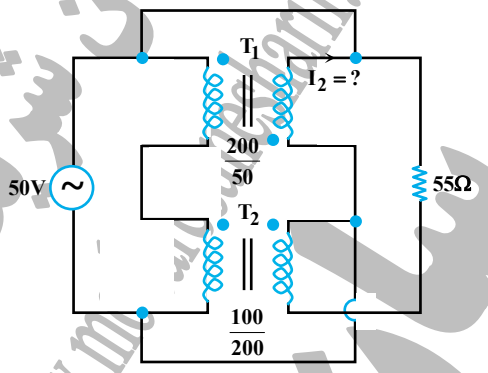
حال باید تصویر این دو جریان را در اولیه محاسبه و با یکدیگر جمع برداری نمود؛ لذا:

$$\vec{I}_1=\vec{I}'_2+\vec{I}'_3=\frac{\vec{I}_2}{\frac{2N_1}{N_2}}+\frac{\vec{I}_3}{\frac{2N_1}{N_3}}=\frac{20\angle -45^\circ}{5}+\frac{20\sqrt{2}\angle 90^\circ}{5}=4\angle -45^\circ+4\sqrt{2}\angle 90^\circ=(4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-j4\times\frac{\sqrt{2}}{2})+j4\sqrt{2}=2\sqrt{2}+j2\sqrt{2}A$$

با تبدیل فرم دکارتی فوق به فرم قطبی داریم:

$$\vec{I}_1=4\angle 45^\circ A$$

مثال ۱۴: دو ترانسفورمر تک‌فاز ایده‌آل مطابق شکل زیر به یکدیگر متصل و بار اهمی خالص را تغذیه می‌کنند. جریان عبوری از سیم‌بندی ثانویه T_1 چند آمپر است؟



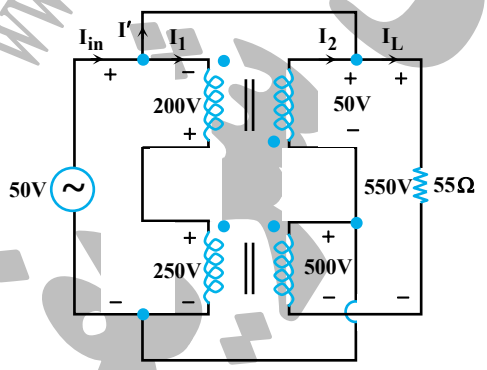
۱) $\frac{۵۰۰}{۳}$

۲) $\frac{۴۰۰}{۳}$

۳) $\frac{۱۰۰}{۳}$

۴) $\frac{۸۰}{۳}$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به اتصالات و پلاریته‌های سیم‌پیچ‌ها داریم:



$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{۵۵۰}{۵۵} = ۱۰\,A$$

$$P_{out} = P_{in} = \frac{V_L^۲}{R_L} = \frac{۵۵۰^۲}{۵۵} = ۵۵۰۰\,W$$

$$I_{in} = \frac{P_{in}}{V_{in}} = \frac{۵۵۰۰}{۵۰} = ۱۱۰\,A$$

حال که جریان ورودی به دست آمده است با نوشتن KCL در ورودی و خروجی داریم:

$$\begin{cases} I_{in} = I' + I_۱ \\ I' + I_۲ = I_L \\ \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{۵۰}{۲۰۰} = \frac{۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۱۰ = I' + I_۱ \\ I' + I_۲ = ۱۰ \end{cases} \xrightarrow{I_۱ = \frac{۱}{۴} I_۲} I_۲ = \frac{۴۰۰}{۳}\,A$$

تست‌های تألیفی فصل چهارم ــ مبحث ترانسفورمرهای واقعی (مدار معادل / تلفات / راندمان)

مثال۱: یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰}$ ولت، جریان بی‌باری $۵A$ را در ضریب توان $۰/۶$ پس فاز از شبکه دریافت می‌کند مولفه مغناطیسی جریان بی‌باری ترانسفورمر چند آمپر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به روابط ذکر شده می‌توان جریان مغناطیس‌کننده را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\cos\varphi_{oc}=۰/۶ \Rightarrow \sin\varphi_{oc}=\sqrt{۱-۰/۶^۲}=۰/۸ \Rightarrow |\vec{I}_m|=|\vec{I}_۰|\sin\varphi_{oc}=۵\times۰/۸=۴A$$

مثال۲: یک ترانسفورمر تکفاز $۱۰kVA$ و $\frac{۲۴۰۰}{۲۴۰}V$ و $۵۰Hz$ وقتی که طرف فشار قوی آن با ولتاژ و فرکانس نامی تحریک شود دارای جریان تحریک $۰/۷۵A$ و افت هسته $۶۰۰W$ خواهد بود. مؤلفه مغناطیسی جریان تحریک برابر است با:

۱) $\frac{۳}{\sqrt{۲}}A$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}A$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ ۴) $\frac{۳}{۴\sqrt{۲}}A$

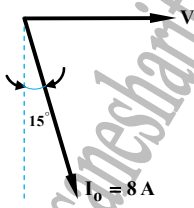
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به رابطه تلفات هسته می‌توان نوشت:

$$P_{oc}=V_۱I_c \Rightarrow ۶۰۰=۲۴۰۰I_c \Rightarrow I_c=۰/۲۵A$$

جریان تحریک ترانسفورمر همان جریان بی‌باری است لذا:

$$I_۰=\sqrt{I_c^۲+I_m^۲} \Rightarrow I_m=\sqrt{I_۰^۲-I_c^۲}=\sqrt{۰/۷۵^۲-۰/۲۵^۲} \Rightarrow I_m=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$

مثال۳: دیاگرام برداری حالت بی‌باری یک ترانسفورمر $\frac{۲۲۰}{۱۱۰}$ ولت تکفاز به صورت شکل داده شده است. دامنه جریان مغناطیس‌کننده و تلفات هسته کدامند؟ $(\cos۷۵^\circ=\sin۱۵^\circ=۰/۲۵\ ,\ \sin۷۵^\circ=\cos۱۵^\circ=۰/۹۶)$



۱) $۴۴۰W-۲A$
۲) $۴۴۰W-۷/۶۸A$
۳) $۱۶۹۰W-۲A$
۴) $۱۶۹۰W-۷/۶۸A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چنانچه $V_۱$ مبنای رسم دیاگرام برداری باشد داریم:

$$\varphi_{oc} \text{ یا } \varphi_۰=۱۵-۹۰=-۷۵^\circ$$

$$\vec{I}_۰=|\vec{I}_۰|\angle\varphi_۰=۸\angle-۷۵^\circ \xrightarrow{\text{تبدیل به دکارتی}} \vec{I}_۰=۸\cos(-۷۵^\circ)+j\,۸\sin(-۷۵^\circ)=۲-j\,۷/۶۸\ A$$

قسمت حقیقی جریان بی‌باری جریان تلفات هسته و قسمت موهومی آن جریان مغناطیس‌کننده است لذا:

$$|\vec{I}_c|=۲\ A\ ,\ |\vec{I}_m|=۷/۶۸\ A$$

با توجه به رابطه مربوط به تلفات هسته داریم:

$$P_{oc}\simeq|\vec{V}_۱||\vec{I}_c|=۲۲۰\times۲=۴۴۰\ W$$

مثال۴: در یک ترانسفورمر تک‌فاز با نسبت تبدیل ۲ در هنگام بی‌باری با اعمال ولتاژی به معادله $V(t)=۲۰۰\sin(\omega t-۶۵^\circ)+۱۰\sin(۳\omega t-۱۵^\circ)$ به اولیه، جریان $i_۰(t)=۱۰\cos(\omega t-۹۵^\circ)+۲\sin(۳\omega t-۱۵^\circ)$ از سیم‌بندی اولیه عبور می‌کند. مقاومت معادل تلفات هسته در این ترانسفورمر تقریباً چند اهم است؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به فاصله زیاد گزینه‌ها از یکدیگر و توجه به این نکته اساسی که هارمونیک‌های فرکانس بالا **تأثیر بسیار کمی** در تلفات هسته دارند، می‌توان معادلات ولتاژ و جریان را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$V(t)=۲۰۰\sin(\omega t-۶۵^\circ)\quad ,\quad i_۰(t)=۱۰\cos(\omega t-۹۵^\circ)=۱۰\sin(\omega t-۵^\circ)$$

تلفات هسته که مقدار متوسط حاصلضرب دو معادله فوق است، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_{oc}=P_{fe}=\frac{۱}{۲}\times۲۰۰\times۱۰\times\cos(-۶۵^\circ-(-۵^\circ))=۵۰۰W$$

دقت شود که در حالت دقیق (با احتساب تأثیر هامونیک‌ها) تلفات هسته برابر ۵۱۰W می‌گردد. از طرفی می‌دانیم رابطه بین تلفات هسته، مقاومت معادل

تلفات هسته و مقدار **مؤثر** ولتاژ اولیه آن به طور تقریبی برابر است با: $P_{fe} \simeq \frac{V_1^2}{R_c} \Rightarrow R_c = \frac{(\frac{200}{\sqrt{2}})^2}{500} = 40\Omega$

دقت شود که در حالت دقیق (با احتساب تأثیر هارمونیک‌ها) مقاومت R_c کمی کمتر می‌گردد.

مثال ۵: هسته یک ترانسفورمر تک‌فاز کوچک با نسبت تبدیل $\frac{200}{100}V$ از ۳۰۰ ورق مغناطیسی نازک تشکیل شده است. اگر نیمی از ورق‌های هسته را حذف کنیم، درخصوص این ترانسفورمر کدام گزینه صحیح‌تر است؟ $(P_h \sim B^2 f)$

۱) دامنه ولتاژ القایی در ثانویه نصف می‌شود.
۲) تلفات هسته ۲ برابر می‌شود.
۳) جریان بی‌باری ترانسفورمر $\frac{1}{2}$ می‌شود.
۴) هر دو مورد ۲ و ۳ صحیح است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به نصف شدن تعداد ورق‌های هسته، سطح مقطع و حجم هسته هر دو نصف می‌شوند و چون فرکانس و ولتاژ ثابت هستند پس با نصف شدن سطح مقطع، چگالی میدان دو برابر می‌شود. لذا:

$$\frac{P_{c_1}}{P_{c_2}} = \frac{V_{core_1} B_1^2 f_1^2 + V_{core_1} B_1^2 f_1}{V_{core_2} B_2^2 f_2^2 + V_{core_2} B_2^2 f_2} \xrightarrow[\substack{B_2 = 2B_1 \\ f_1 = f_2}]{V_{core_2} = \frac{1}{2} V_{core_1}} \frac{P_{c_1}}{P_{c_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{c_2} = 2P_{c_1}$$

یعنی تلفات هسته دو برابر می‌شود. از طرفی چون ولتاژ نامی تغذیه تغییر نکرده، از آنجایی که $P_c = V_1 I_c$ است. می‌توان گفت جریان I_c نیز دو برابر می‌شود، یعنی: $I_{c_2} = 2I_{c_1}$

همچنین چون طول هسته تغییر نکرده اما سطح مقطع آن نصف شده، پس رلوکتانس هسته دو برابر شده $(R_m = \frac{L}{\mu A})$ در نتیجه اندوکتانس و راکتانس مغناطیس‌کننده نصف می‌شوند $(L_m = \frac{N^2}{R_m}, X_m = 2\pi f L_m)$. در نتیجه جریان مغناطیس‌کننده دو برابر می‌شود:

$$I_m = \frac{V_1}{X_m} = \frac{V_1}{L_m . \omega} \Rightarrow I_{m_2} = 2I_{m_1}$$

چون هر دو مؤلفه جریان بی‌باری یعنی جریان‌های I_c و I_m دو برابر شده‌اند، پس جریان بی‌باری ۲ برابر می‌گردد. دقت شود که نسبت ولتاژ القایی در سیم‌پیچی‌ها مستقل از ابعاد هسته بوده و به تعداد دور (و شار عبوری) از آن‌ها وابسته است.

مثال ۶: در یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{2000}{400}V$ و ۵۰Hz هنگامی که فشار قوی با ولتاژ نامی تحریک می‌شود، دارای جریان تحریک (بی‌باری) ۰/۵A و تلفات هسته ۲۰۰W است. اگر جهت تغذیه این ترانسفورمر معکوس شده و از سمت فشار ضعیف به ولتاژ نامی وصل شود، قدرت مغناطیس‌کننده چند VAR خواهد بود؟

۱) ۸۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۹۸۰ ۴) ۷۴۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» تلفات هسته و قدرت مغناطیس‌کننده ترانسفورمرها همواره اعداد ثابتی بوده و وابسته به سمت تغذیه نیست پس کافی است با توجه به توان ظاهری ورودی و تلفات هسته مقدار آن را از دید فشار قوی به دست آوریم:

$$S_{oc} = V_{oc} I_{oc} = 2000 \times 0/5 = 1000 VA$$
$$S_{oc} = \sqrt{P_{oc}^2 + Q_{oc}^2} \Rightarrow 1000 = \sqrt{200^2 + Q_{oc}^2} \Rightarrow Q_{oc} = 980 VAR$$

مثال ۷: در مثال قبل نسبت جریان مغناطیس‌کننده از سمت فشار ضعیف به جریان تلفات هسته از سمت فشار قوی کدام است؟

۱) ۲/۴۵ ۲) ۲۴/۵ ۳) ۴/۹۵ ۴) ۴۹/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» همانطور که ذکر شد Q_{oc} و P_{oc} از هر دو سمت یکسان هستند لذا می‌توان برای محاسبه جریان‌های مذکور از آن‌ها استفاده نمود:

$$I_{c_{HV}} = \frac{P_{oc}}{V_{oc_{HV}}} = \frac{200}{2000} = 0/1A$$
$$I_{m_{LV}} = \frac{Q_{oc}}{V_{oc_{LV}}} = \frac{980}{400} = 2/45A$$
$$\Rightarrow \frac{I_{m_{LV}}}{I_{c_{HV}}} = \frac{2/45}{0/1} = 24/5$$

مثال ۸: یک ترانسفورمر تکفاز با مشخصات مقابل مفروض است: $S_n = ۵۰kVA \quad , \quad V_۱ = ۴۰۰V \quad , \quad V_۲ = ۲kV$

این ترانسفورمر باری معادل ۴۰ کیلوولت آمپر را تحت ولتاژ ۲ کیلوولت و ضریب توان ۰/۸ پس فاز تغذیه می‌کند. اگر ترانسفورمر ایده‌آل فرض شود امپدانس بار از سمت اولیه کدام است؟

۱) $۸۰+j۶۰\Omega$　　۲) $۱۶+j۱۲\Omega$　　۳) $۶/۵+j۸\Omega$　　۴) $۳/۲+j۲/۴\Omega$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا باید با توجه به ولتاژ و توان بار، امپدانس آن را از دید ثانویه محاسبه نموده و سپس با استفاده از قضیه انتقال امپدانس آن را به اولیه منتقل نمود پس داریم:

$$|\vec{S}_۲| = \frac{V_۲^۲}{|\vec{Z}_۲|} \Rightarrow |\vec{Z}_۲| = \frac{V_۲^۲}{|\vec{S}_۲|} = \frac{(۲۰۰۰)^۲}{۴۰۰۰۰} = ۱۰۰\Omega$$

$$\cos\varphi_۲ = ۰/۸ \Rightarrow \sin\varphi_۲ = ۰/۶ \Rightarrow \vec{Z}_۲ = |\vec{Z}_۲|\cos\varphi_۲ + j|\vec{Z}_۲|\sin\varphi_۲ = (۱۰۰\times۰/۸) + j(۱۰۰\times۰/۶) = ۸۰+j۶۰\Omega$$

با توجه به نسبت ولتاژهای داده شده داریم: $a = \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۴۰۰}{۲۰۰۰} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲ \Rightarrow \vec{Z}'_۲ = a^۲\vec{Z}_۲ = (۰/۲)^۲(۸۰+j۶۰) = ۳/۲+j۲/۴\Omega$

مثال ۹: در یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل بار نصب شده دارای توان ۱۰ کیلو ولت آمپر بوده و امپدانس این بار $\vec{Z} = ۲\angle -۳۲^\circ$ اهم است. اگر بار را به سمت اولیه ارجاع دهیم، امپدانس بار $۳۲\angle -۳۲^\circ$ اهم خواهد شد. ولتاژهای اولیه و ثانویه این ترانسفورمر به ترتیب چند ولت است؟

۱) $۱۶۰۰\sqrt{۲}-۱۰۰\sqrt{۲}$　　۲) $۱۰۰\sqrt{۲}-۴۰۰\sqrt{۲}$　　۳) $۱۶۰۰\sqrt{۲}-۴۰۰\sqrt{۲}$　　۴) $۱۰۰\sqrt{۲}-۱۰۰\sqrt{۲}$

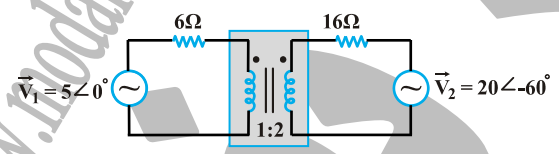
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به امپدانس‌های داده شده از دید ثانویه و اولیه می‌توان ضریب تبدیل ترانسفورمر را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\vec{Z}'_۲ = a^۲\vec{Z}_۲ \Rightarrow a^۲ = \frac{\vec{Z}'_۲}{\vec{Z}_۲} = \frac{۳۲\angle -۳۲^\circ}{۲\angle -۳۲^\circ} = ۱۶ \Rightarrow a = ۴\angle ۰$$

از طرفی با توجه به قدرت و امپدانس بار ثانویه می‌توان ولتاژ آن و در نهایت ولتاژ اولیه را به صورت زیر به دست آورد:

$$|\vec{S}_۲| = \frac{|\vec{V}_۲|^۲}{|\vec{Z}_۲|} \Rightarrow |\vec{V}_۲| = \sqrt{|\vec{S}_۲||\vec{Z}_۲|} = \sqrt{(۱۰\times۱۰^۳)\times۲} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ V \Rightarrow |\vec{V}_۱| = a|\vec{V}_۲| = ۴\times۱۰۰\sqrt{۲} = ۴۰۰\sqrt{۲}\ V$$

مثال ۱۰: یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل از هر دو سمت اولیه و ثانویه مطابق شکل زیر توسط منابع ولتاژ سینوسی تغذیه شده است درخصوص این شکل کدام گزینه صحیح است؟



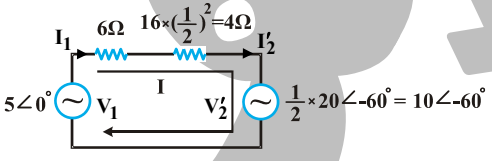
۱) منبع $V_۱$ مصرف‌کننده توان اکتیو است.

۲) توان اکتیو تولیدی منبع $V_۱$ صفر است.

۳) منبع $V_۲$ مصرف‌کننده توان راکتیو است.

۴) توان راکتیو تولیدی منبع $V_۲$ صفر است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با انتقال پارامترهای ثانویه یعنی مقاومت ۱۶Ω و ولتاژ $۲۰\angle -۶۰^\circ$ ولت به سمت اولیه مدار معادلی به صورت مقابل قابل رسم است که در آن جریان $\vec{I}$ برابر است با:



$$\vec{I} = \vec{I}_۱ = \vec{I}'_۲ = \frac{۵\angle ۰ - ۱۰\angle -۶۰^\circ}{۶+۴} = ۰/۵ - ۱(\cos ۶۰^\circ - j\sin ۶۰^\circ) = +j\frac{\sqrt{۳}}{۲}A = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\angle ۹۰^\circ\ A$$

با توجه به این جریان، توان منبع $V_۱$ برابر است با:

$$\vec{S}_۱ = \vec{V}_۱\vec{I}_۱^* = ۵\angle ۰(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\angle ۹۰^\circ)^* = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}\angle -۹۰^\circ = ۰ - j\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}VA$$

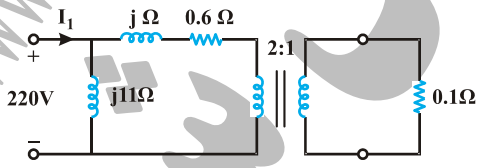
این مقدار توان نشان می‌دهد که توان حقیقی (اکتیو) تولیدی منبع $\vec{V}_1$ صفر بوده و این منبع فقط توان راکتیو به اندازه $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ VAR مصرف می‌کند. (به نظر شما چرا با اینکه توان راکتیو این منبع منفی به دست آمده است آن را مصرف‌کننده توان راکتیو در نظر گرفتیم؟) به طور مشابه برای منبع V_2 داریم:

$$\vec{S}_2 = \vec{V}_2 \vec{I}_2^{*} = 10\angle -60^\circ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\angle 90^\circ\right)^{*} = -(7/5 + j\frac{5\sqrt{3}}{2})VA = -7/5W - j\frac{5\sqrt{3}}{2}VAR$$

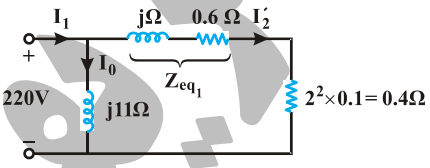
با توجه به جهت جریان در منبع V_2 و مقدار به دست آمده برای $\vec{S}_2$ می‌توان گفت این منبع توان حقیقی $7/5W$ را جهت تلف شدن در مقاومت‌ها و توان راکتیو $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ VAR را نیز جهت مصرف منبع V_1 تولید می‌کند.

مثال ۱۱: در ترانسفورمر تکفاز شکل زیر از تلفات هسته صرف‌نظر شده و مقاومت اهمی و راکتانس پراکندگی اولیه و ثانویه مجموعاً در اولیه مدل شده است در این ترانسفورمر اندازه جریان اولیه چند آمپر است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۱۷۰
۳) ۱۱۷
۴) ۱۵۳



☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به نسبت تبدیل ۲:۱ داده شده مدار معادل را از دید اولیه بصورت زیر رسم نموده و جریان ثانویه را از دید اولیه محاسبه می‌نماییم:



$$\vec{I}_2' = \frac{\vec{V}_1}{Z_{eq_1} + R_2'} = \frac{220\angle 0}{(0/6 + j1) + 0/4} = \frac{220\angle 0}{1 + j} = \frac{220\angle 0}{\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 110\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

با تبدیل به فرم دکارتی داریم:

$$\vec{I}_2' = 110\sqrt{2}\cos(-45^\circ) + j110\sqrt{2}\sin(-45^\circ) = 110 - j110 \text{A}$$

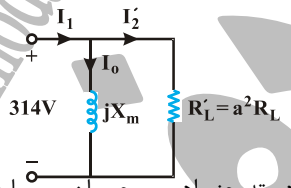
حال می‌توان با توجه به راکتانس مغناطیس‌کننده داده شده جریان مغناطیس‌کننده و در نهایت جریان ورودی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\vec{I}_o = \frac{\vec{V}_1}{jX_m} = \frac{220\angle 0}{j11} = 20\angle -90^\circ = -j20\text{A} \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{I}_2' + \vec{I}_o = (110 - j110) - j20 = 110 - j130\text{A} \Rightarrow |\vec{I}_1| = 170/3\text{A}$$

مثال ۱۲: ترانسفورمری دارای اندوکتانس معادل میدان اصلی $L_m = 1$ هانری و مقاومت بار اهمی ۰/۵اهم است. تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ اولیه و ثانویه آن به ترتیب ۴۶۰ و ۴۶ دور است. اگر این ترانسفورمر به شبکه ۳۱۴V ولت و ۵۰ هرتز وصل شود با صرف نظر کردن از تمامی تلفات، جریان بی‌باری آن چند درصد جریان بار کامل است؟

۱) ۱۵%
۲) ۶/۳۵%
۳) ۱۲/۷%
۴) ۷/۵%

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون کلیه مجهولات مربوط به اولیه است بهتر است مقادیر المان‌ها را از دید اولیه به دست آوریم که در این صورت مدار معادل به صورت شکل زیر بدست می‌آید. در ضمن دقت شود که منظور از اندوکتانس میدان اصلی همان اندوکتانس مغناطیس‌کننده است:



$$X_m = jL_m(2\pi f) = j1 \times (2\pi \times 50) = j314\Omega$$

$$\vec{I}_o = \vec{I}_m = \frac{V_1}{X_m} = \frac{314}{j314} = -j1 \text{ A}$$

مقدار جریان بدست آمده در فوق فقط ناشی از جریان مغناطیس کننده است زیرا بدلیل صرف‌نظر کردن از تلفات هسته جزء اهمی جریان بی‌باری صفر است. $(I_c = 0)$ پس جریان بی‌باری ترانسفورمر مورد بحث نیز همان ۱A (و یا به صورت برداری $-j1$ A) خواهد بود. برای محاسبه جریان اولیه در بار کامل باید اثر جریان بار را نیز لحاظ نمود لذا:

$$R_L' = a^2 R_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L = \left(\frac{460}{46}\right)^2 \times 0/5 = 50\Omega$$

با توجه به مدار معادل رسم شده برای ترانسفورمر مورد بحث داریم:

$$I_2' = I_L' = \frac{V_1}{R_L'} = \frac{314}{50} = 6/28\text{A}$$

با توجه به دو جریان محاسبه شده جریان اولیه برابر است با:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_o + \vec{I}_L' \Rightarrow \vec{I}_1 = -j1 + 6/28 \Rightarrow |\vec{I}_1| = \sqrt{1^2 + 6/28^2} = 6/36\text{A}$$

چون مجهول تست نسبت جریان بی‌باری به بار کامل است داریم:

$$\frac{|\vec{I}_o|}{|\vec{I}_1|} = \frac{1}{6/36} = 0/15 \quad \text{یا} \quad 15\%$$

مثال ۱۳: در یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۵۰۰}{۲۵۰}$ ولتی جریان مغناطیس کننده اولیه ۱/۴ آمپر است. در ثانویه بار ۲۰ آمپری با ضریب توان پس فاز ۰/۵ وصل شده است. اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان اولیه کدام است؟

۱) $tg^{-۱}(۰/۵)$ ۲) $-tg^{-۱}(۰/۵)$ ۳) $tg^{-۱}(۲)$ ۴) $-tg^{-۱}(۲)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای این منظور باید جریان بار را از دید اولیه محاسبه نموده و با جریان بی‌باری جمع برداری نمود تا جریان کل اولیه به دست آید در نهایت زاویه این جریان را باید با زاویه ولتاژ اولیه (که صفر است) مقایسه نمود. لذا با صرف‌نظر کردن ازجریان تلفات هسته داریم:

$$\begin{cases}\vec{I}_۱ = \vec{I}_m + \vec{I}'_۲ \\ \vec{I}_m = ۱/۴\angle -۹۰^\circ = -j۱/۴A \\ \vec{I}'_۲ = \dfrac{\vec{I}_۲}{a} = \dfrac{۲۰\angle -\cos^{-۱}۰/۵}{۲} = \dfrac{۲۰\angle -۶۰^\circ}{۲} = ۱۰\angle -۶۰^\circ\end{cases} \Rightarrow \vec{I}_۱ = (-j۱/۴) + (۱۰\cos(-۶۰^\circ) + j۱۰\sin(-۶۰^\circ)) \Rightarrow \vec{I}_۱ = ۵ - j۱۰A$$

با توجه به این جریان و با انتخاب ولتاژ اولیه به عنوان مبنا $(\varphi_V = ۰)$ داریم:

$$\vec{I}_۱ = ۵ - j۱۰A \Rightarrow \varphi_۱ = tg^{-۱}\frac{(-۱۰)}{۵} = -tg^{-۱}(۲) \Rightarrow \varphi = \varphi_V - \varphi_I = ۰ - (-tg^{-۱}۲) = tg^{-۱}(۲)$$

مثال ۱۴: یک ترانسفورمر تکفاز افزاینده با مشخصات زیر مفروض است:

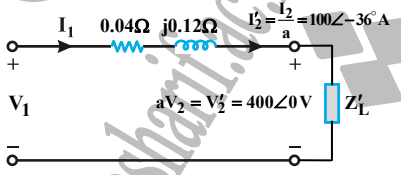
$$S_n = ۵۰kVA\ ,\ V_۱ = ۴۰۰V\ ,\ V_۲ = ۲۰۰۰V\ ,\ R_{eq_۱} = ۰/۰۴\Omega\ ,\ X_{eq_۱} = ۰/۱۲\Omega$$

اگر این ترانسفورمر بار ۴۰ kVA را تحت ولتاژ ۲ kV و ضریب توان ۰/۸ پس فاز تغذیه کند، به اولیه چند ولت اعمال شود تا ولتاژ ۲kV به بار برسد؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۵ ۳) ۴۱۰ ۴) ۴۲۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا باید جریان اولیه را با توجه به مقادیر داده شده به صورت زیر به دست آورد:

$$\vec{I}_۲ = \frac{S_L}{\vec{V}_۲} = \frac{۴۰\times۱۰^۳}{۲۰۰۰} = ۲۰\angle -\cos^{-۱}۰/۸ = ۲۰\angle -۳۶^\circ A$$



$$a = \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۴۰۰}{۲۰۰۰} = \frac{۱}{۵} \quad \text{و} \quad \vec{I}_۱ = \frac{\vec{I}_۲}{a} = \frac{۲۰\angle -۳۶^\circ}{\frac{۱}{۵}} = ۱۰۰\angle -۳۶^\circ A$$

چنانچه $\vec{V}_۲$ به عنوان بردار مبنا انتخاب شود، با توجه به مدار معادل‌های تقریبی ترانسفورمر داریم:

$$KVL)\ \vec{V}_۱ = (R_{eq_۱} + jX_{eq_۱})\frac{\vec{I}_۲}{a} + a\vec{V}_۲$$

$$\vec{V}_۱ = [(۰/۰۴ + j۰/۱۲)۱۰۰\angle -۳۶^\circ] + (\frac{۱}{۵}\times۲۰۰۰\angle ۰) = ۱۲/۶\angle ۳۶^\circ + ۴۰۰\angle ۰^\circ = ۴۱۰/۲ + j۷/۴\ V \Rightarrow |\vec{V}_۱| = ۴۱۰/۲۶۶V$$

با توجه به این مثال دیده می‌شود برای اینکه ولتاژ ثانویه درباردای برابر ولتاژ نامی باشد باید به اولیه ولتاژ بیشتر از نامی اعمال نمود (علت این امر افت ولتاژ داخلی ترانسفورمر است).

مثال ۱۵: در یک ترانسفورمر تکفاز ۲۲۰/۲۲۰۰ ولت مقادیر $R_۱ = ۰/۹۵\Omega\ ,\ X_۱ = ۱\Omega\ ,\ R_۲ = ۰/۱\Omega\ ,\ X_۲ = ۰/۵\Omega$ بوده و جریان بار ثانویه ۱۰۰A است با صرف‌نظر کردن از شاخه بی‌باری ترانسفورمر تلفات مسی چند وات است؟

۱) ۱۹۵۰ ۲) ۲۲۰۰ ۳) ۲۰۲۰ ۴) ۱۰۹۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به جریان ثانویه و ضریب تبدیل می‌توان جریان اولیه را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$a = \frac{۲۲۰۰}{۲۲۰} = ۱۰ \quad , \quad I_۲ = ۱۰۰A \Rightarrow I_۱ = \frac{I_۲}{a} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰A$$

با توجه به مقادیر جریان‌ها و مقاومت سیم‌بندی‌ها داریم:

$$P_{cu} = R_۱I_۱^۲ + R_۲I_۲^۲ = (۰/۹۵\times۱۰^۲) + (۰/۱\times۱۰۰^۲) = ۱۰۹۵W$$

مثال ۱۶: در یک ترانسفورمر تکفاز ۲۲۰/۱۱۰ ولت امپدانس کل از دید اولیه برابر $Z_{eq} = 1/2 + j2$ اهم است. اگر ترانسفورمر یک بار ۲/۲ اهمی را تحت ولتاژ ۱۱۰ ولت تغذیه کند تلفات مسی کل ترانسفورمر در این بار چند وات خواهد بود؟

۱) ۶۲۵ ۲) ۷۵۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۵۰۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون امپدانس از دید اولیه داده شده است باید جریان اولیه را بدست آورد لذا:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_L} = \frac{110}{2/2} = 50A \quad , \quad a = \frac{220}{110} = 2 \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{50}{2} = 25A \qquad P_{cu} = R_{eq_1} I_1^2 = 1/2 \times (25)^2 = 750W$$

مثال ۱۷: تلفات آهنی یک ترانسفورمر با ولتاژ اولیه ۳۶۰ ولت، فرکانس ۵۰ هرتز، اندوکتانس میدان اصلی ۲ هانری و جریان بی‌باری یک آمپر، چند وات است؟ $(\pi \simeq 3)$

۱) ۱۴۴ ۲) ۲۸۸ ۳) ۴۰۰ ۴) ۸۰۰

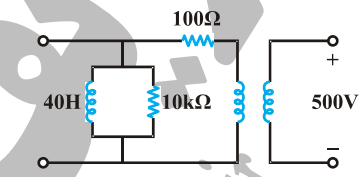
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه تلفات آهنی ابتدا باید جریان تلفات هسته را با توجه به جریان‌های بی‌باری و مغناطیس‌کننده به صورت زیر به دست آورد:

$$\vec{I}_m = \frac{\vec{V}_1}{jL_m\omega} = \frac{360}{j2 \times 2\pi \times 50} = -j0/6A \quad , \quad |\vec{I}_c| = \sqrt{|\vec{I}_0|^2 - |\vec{I}_m|^2} = \sqrt{1^2 - (0/6)^2} = 0/8A$$

با توجه به این جریان و داشتن ولتاژ اولیه داریم:

$$P_{oc} = P_{fe} \simeq V_1 I_c = 360 \times 0/8 = 288W$$

مثال ۱۸: در مدار معادل ترانسفورمر شکل زیر اگر نسبت تبدیل برابر ۸ باشد تلفات آهنی تقریباً چندوات است؟

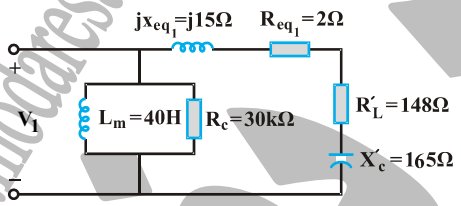


۱) ۱۲۷۴
۲) ۱۶۰۰
۳) ۳۹۹۵
۴) ۴۰۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون ترانسفورمر داده شده بدون بار است $V_1 = V_2' = aV_2$ می‌گردد لذا داریم:

$$V_1 = aV_2 = 8 \times 500 = 4000V \Rightarrow P_{fe} \simeq \frac{V_1^2}{R_c} = \frac{(4000)^2}{10000} = 1600W$$

مثال ۱۹: مدار معادل یک ترانسفورمر تکفاز ۵۰ Hz از دید اولیه به صورت شکل زیر داده شده است. اگر قدرت مغناطیس‌کننده در این ترانسفورمر برابر ۳kVAR باشد. تلفات کل در این ترانسفورمر در بار داده شده تقریباً چند وات است؟ (جهت سادگی در محاسبات $\pi = 3$ فرض شود)



۱) ۴۰۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۱۶۰۰
۴) ۲۸۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» قدرت مغناطیس‌کننده ترانسفورمر همان توان راکتیو مصرفی در راکتانس مغناطیس‌کننده (X_m) است. پس ابتدا مقدار این راکتانس را محاسبه می‌کنیم:

$$X_m = 2\pi f L_m = 2\pi \times 50 \times 40 = 12k\Omega$$

با توجه به رابطه قدرت مغناطیس‌کننده داریم:

$$Q_{oc} = \frac{V_1^2}{X_m} \Rightarrow V_1 = \sqrt{Q_{oc}.X_m} = \sqrt{3000 \times 12000} = 6000V$$

حال که ولتاژ اعمالی به اولیه به دست آمده قادریم توان تلف شده در مقاومت R_c را که همان تلفات آهنی است به صورت زیر محاسبه نماییم:

$$P_{fe} = \frac{V_1^2}{R_c} = \frac{(6000)^2}{30000} = 1200W$$

توان تلف شده در مقاومت R_{eq_1} همان تلفات مسی کل ترانسفورمر است پس می‌توان نوشت:

$$P_{cu} = R_{eq_1} I_2'^2 = R_{eq_1} \left(\frac{V_1}{\sqrt{(R_{eq_1} + R_L')^2 + (X_{eq_1} - X_c')^2}}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{6000}{\sqrt{(2+148)^2 + (15-165)^2}}\right)^2 = 1600W$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای تلفات آهنی و مسی داریم:

$$\Delta P = P_{fe} + P_{cu} = 1200 + 1600 = 2800W$$

مثال ۲۰: تلفات مسی یک ترانسفورمر در بار نامی ۲۵۰ وات است. چنانچه بار ترانسفورمر ۴۰%از مقدار نامی کاهش یابد تلفات مسی آن چقدر کاهش می‌یابد؟

۱) ۹۰W ۲) ۱۶۰W ۳) ۲۵۰W ۴) ۱۰۰W

پاسخ: گزینه «۲» ۴۰% کاهش‌بار نسبت به بار نامی یعنی، بار نسبت به حالت قبل ۶۰% یا $0/6S_n$ می‌باشد، لذا:

$$P_{cu}=(\frac{S_2}{S_n})^2 P_{cu_n}=(\frac{0/6S_n}{S_n})^2\times 250=90W$$

چون در صورت مسئله میزان کاهش تلفات مسی خواسته شده است لذا:

$$\Delta P_{cu}=250-90=160W$$

مثال ۲۱: یک ترانسفورمر تکفاز در ۳۰% بار نامی در حال کار است. اگر تلفات مسی و آهنی این ترانسفورمر در این بار به ترتیب ۹۰W و ۳۵۰W باشند تلفات کل در بار نامی چند وات خواهد بود؟

۱) ۴۴۰ ۲) ۱۳۵۰ ۳) ۱۴۵۲ ۴) ۳۹۷۹

پاسخ: گزینه «۲» چون تلفات مسی در ۳۰% بار نامی داده شده ابتدا باید تلفات مسی را در بار نامی محاسبه نمود لذا:

$$P_{cu}=(\frac{S_2}{S_n})^2 P_{cu_n}\Rightarrow 90=(\frac{0/3S_n}{S_n})^2 P_{cu_n}\Rightarrow 90=0/09P_{cu_n}\Rightarrow P_{cu_n}=1000W$$

تلفات آهنی نیز در تمامی بارها مقدار ثابتی است پس داریم:

$$\Delta P_n=P_{fe}+P_{cu_n}=350+1000=1350W$$

مثال ۲۲: اگر کارکرد متوسط یک ترانسفورمرها در طول سال به شرح زیر باشد، راندمان سالیانهٔ آن چند درصد است؟ ۴۸۰۰ ساعت با توان ورودی ۵۲ kW و خروجی ۵۰kW ۲) ۳۹۶۰ ساعت با توان ورودی ۳۰kW و خروجی ۲۶,kW

۱) ۹۰ ۲) ۹۶ ۳) ۹۳ ۴) ۹۱

پاسخ: گزینه «۳» انرژی ورودی به ترانسفورمر در طول سال برابر است با:

$$W_{in}=\sum_{j=1}^{2}T_jP_{1j}=T_1P_{11}+T_2P_{12}=(4800\times 52)+(3690\times 30)=360300kWh$$

انرژی خروجی یا دریافتی از ترانسفورمر در طول سال برابر است با:

$$W_{out}=\sum_{j=1}^{2}T_jP_{2j}=T_1P_{21}+T_2P_{22}=(4800\times 50)+(3960\times 26)=335940kWh$$

با توجه به این دو انرژی داریم:

$$\%\eta_{1yr}=\frac{W_{out}}{W_{in}}\times 100=\frac{335940}{360300}\times 100=\%93$$

مثال ۲۳: در یک ترانسفورمر تکفاز ۱۰۰kVA اگر تلفات مسی نامی ۲/۴kW و تلفات آهنی آن ۱/۲kW باشد چه باری (برحسب kVA) از ترانسفورمر اخذ شود تا راندمان حداکثر شود؟

۱) ۱۰۰ ۲) $50\sqrt{2}$ ۳) $100\sqrt{2}$ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینه «۲» ابتدا باید با توجه به تلفات مسی نامی و تلفات آهنی داده شده ضریب بار حداکثر را محاسبه نموده و سپس توان خروجی را در راندمان حداکثر محاسبه نمود:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu}}}=\sqrt{\frac{1/2}{2/4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

یعنی اگر توان مصرفی بار روی ترانسفورمر ۷۰/۷% یا $\frac{\sqrt{2}}{2}\simeq 0/707$ قدرت نامی آن باشد راندمان حداکثر می‌شود لذا:

$$S_2=K_{cm}S_n=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 100=50\sqrt{2}\ kVA$$

این عدد نشان می‌دهد که اگر روی این ترانسفورمر که قدرت نامی آن ۱۰۰kVA است فقط $50\sqrt{2}\simeq 71kVA$ بار نصب کنیم راندمان حداکثر می‌شود البته باید دقت نمود که معمولاً در ترانسفورمرها به علت اینکه راندمان در حدود بار نامی حداکثر است هیچگاه در هنگام بهره‌برداری، بار روی آن را به منظور افزایش راندمان کاهش نمی دهیم زیرا این امر از نظر اقتصادی نیز چندان توجیه پذیر نیست!

مثال ۲۴: در یک ترانسفورمر تکفاز ۵۰kVA اگر تلفات مسی نامی ۴ kW و تلفات آهنی ۱kW باشد به ازاء ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز راندمان حداکثر چقدر می‌شود؟

۱) %۹۱ ۲) %۹۳ ۳) %۹۶ ۴) %۹۸

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در هر بار (با ضریب قدرت معلوم) به ازاء $S_2 = K_{cm}S_n$ راندمان حداکثر می‌شود لذا ابتدا باید ضریب بار حداکثر را محاسبه نمود:

$$K_{cm} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

با جایگذاری این ضریب بار در رابطه راندمان حداکثر و با توجه به ضریب قدرت داده شده داریم:

$$\%\eta_{max} = \frac{K_{cm}S_n\cos\varphi_2}{K_{cm}S_n\cos\varphi_2 + 2P_{fe}} \times 100 = \frac{(\frac{1}{2}\times 50000\times 0/8)}{(\frac{1}{2}\times 50000\times 0/8)+(2\times 1000)} \times 100 = \%91$$

در این مثال اگر ضریب قدرت نیز برابر یک شود $(\cos\varphi = 1)$ یعنی هر دو شرط راندمان حداکثر برقرار باشد راندمان باز هم بالاتر رفته و برابر ۹۲/۶% می‌شود.

مثال ۲۵: در یک ترانسفورمر تکفاز ۱۲kVA و $\frac{2000V}{220V}$ تلفات بی‌باری ترانسفورمر ۱kW و بازده آن در بار کامل با ضریب توان واحد برابر ۸۰% است. در چند درصد بار کامل راندمان این ترانسفورمر حداکثر می‌گردد؟

۱) % ۴۵ ۲) %۷۰ ۳) %۵۰ ۴) %۸۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» منظور مسئله محاسبه ضریب بار حداکثر است لذا ابتدا باید P_{cu_n} را به دست آورد برای این منظور با توجه به راندمان و تلفات آهنی داده شده داریم:

$$\eta = \frac{P_{2n}}{P_{2n}+P_{cu_n}+P_{fe}} \times 100 \Rightarrow 0/8 = \frac{12}{12+P_{cu_n}+1} \Rightarrow P_{cu_n} = 2kW$$

با توجه به این تلفات مسی می‌توان ضریب بار حداکثر را به صورت زیر به دست آورد:

$$K_{cm} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow K_{cm} = 0/707$$

یعنی در ۷۰/۷% بار نامی راندمان حداکثر می‌شود.

مثال ۲۶: در یک ترانسفورمر تکفاز ۲۵۰ kVA و ۵۰ Hz و $\frac{63}{20}$kV بازده در بار کامل با ضریب قدرت ۰/۸ برابر ۸۰% و در $\frac{1}{2}$ بار کامل و ضریب توان واحد برابر ۸۲% است. در چه جریان باری بازده این ترانسفورمر حداکثر می‌شود؟

۱) ۱۰/۲A ۲) ۸/۳A ۳) ۱۲/۵A ۴) ۳/۲A

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در بار کامل $(K_c = 1)$ با ضریب قدرت $\cos\varphi = 0/8$ داریم:

$$\eta = \frac{(1\times 250\times 0/8)}{(1\times 250\times 0/8)+P_{cu_n}+P_{fe}} = 0/80$$

در $\frac{1}{2}$ بار نامی $(K_c = \frac{1}{2})$ با ضریب قدرت واحد $(\cos\varphi = 1)$ داریم:

$$\eta = \frac{(\frac{1}{2}\times 250\times 1)}{(\frac{1}{2}\times 250\times 1)+(\frac{1}{2})^2 P_{cu_n}+P_{fe}} = 0/82$$

با حل دو معادله فوق می‌توان تلفات‌های مسی نامی و آهنی را به صورت مقابل محاسبه نمود:

$$P_{cu_n} = 30\ kW \quad و \quad P_{fe} = 20\ kW$$

با استفاده از رابطه ضریب بار حداکثر داریم:

$$I_2|_{\eta_{max}} = K_{cm}I_{2n} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}\left(\frac{S_n}{V_{2n}}\right) = \sqrt{\frac{20}{30}} \times \left(\frac{250\times 10^3}{20\times 10}\right) = 10/2\ A$$

مثال ۲۷: یک ترانسفورمر تکفاز، ۱۰kVA با ولتاژ $\frac{۱۰۰۰}{۲۲۰}$V مفروض است، راندمان ماکزیمم این ترانسفورمر در نصف بار نامی حاصل شده و تلفات بی‌باری این ترانسفورمر در شرایط نامی ۶۶W وات است. راندمان در بار کامل و ضریب توان ۰/۸ پس فاز برابر است با:

۱) %۹۶ ۲) %۹۹ ۳) %۹۵ ۴) %۹۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون راندمان ترانس در نصف بار نامی حداکثر می‌شود پس $K_{cm}=\frac{۱}{۲}$ است. در ضمن تلفات بی‌باری که همان تلفات آهنی ترانسفورمر است نیز برابر ۶۶W داده شد. لذا:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\sqrt{\frac{۶۶}{P_{cu_n}}}\Rightarrow P_{cu_n}=۲۶۴W$$

با توجه به تلفات آهنی داده شده و تلفات مسی نامی محاسبه شده، در بار نامی $(K_c=۱)$ می‌توان راندمان را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\%\eta=\frac{K_cS_n\cos\varphi_۲}{K_cS_n\cos\varphi_۲+K_c^۲P_{cu_n}+P_{fe}}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{۱\times۱۰\times۰/۸}{(۱\times۱۰\times۰/۸)+(۱\times۰/۲۶۴)+(۰/۰۶۶)}\times۱۰۰=۹۶\%$$

مثال ۲۸: یک ترانسفورمر تکفاز به قدرت یک مگاوات در بارنامی و نصف بارنامی دارای بازده ۹۵ درصد به ازای ضریب توان واحد است. بازده ترانسفورمر در ۶۰ درصد بار نامی چقدر است؟

۱) %۹۴/۵ ۲) %۹۵ ۳) %۹۵/۲ ۴) %۹۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» قدرت برحسب مگاوات داده شده یعنی حاصلضرب $S_n\cos\varphi_۲$ داده شده است لذا:

$$\eta=\frac{K_cS_n\cos\varphi_۲}{K_cS_n\cos\varphi_۲+K_c^۲P_{cu_n}+P_{f_e}}=\frac{K_cP_n}{K_cP_n+K_c^۲P_{cu_n}+P_{fe}}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\text{در بار نامی}\ \eta=۰/۹۵=\dfrac{(۱\times۱۰۰۰)}{(۱\times۱۰۰۰)+P_{cu_n}+P_{fe}}\\ \text{در نصف بار نامی}\ \eta=۰/۹۵=\dfrac{(\frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰)}{(\frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰)+(\frac{۱}{۲})^۲P_{cu_n}+P_{fe}}\end{cases}\Rightarrow P_{cu_n}=۳۵/۱kW\ ,\ P_{fe}=۱۷/۵۳kW$$

در ۶۰% بار نامی $(K_c=۰/۶)$ می‌توان نوشت:

$$\eta=\frac{(۰/۶\times۱۰۰۰)}{(۰/۶\times۱۰۰۰)+((۰/۶)^۲\times۳۵/۱)+۱۷/۵۳}\times۱۰۰=\%۹۵/۲۱$$

مثال ۲۹: ترانسفورمر تکفازه ۹۰۰kVA در ۱۰۰% و ۵۰% بار نامی و ضریب قدرت یک دارای بازده ۹۰% است. بازده این ترانسفورمر در همان ضریب قدرت و ۳۰% بار نامی چند درصد است؟

۱) ۸۱/۴ ۲) ۸۷/۳ ۳) ۹۱/۲ ۴) ۹۰/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در بار کامل $(K_c=۱)$ با ضریب قدرت واحد داریم:

$$۰/۹=\frac{(۱\times۹۰۰\times۱)}{(۱\times۹۰۰\times۱)+P_{cu_n}+P_{fe}}\Rightarrow P_{cu_n}+P_{fe}=۱۰۰kW$$

در نصف بار نامی با ضریب قدرت واحد داریم:

$$۰/۹=\frac{(۰/۵\times۹۰۰\times۱)}{(۰/۵\times۹۰۰\times۱)+(۰/۵)^۲P_{cu_n}+P_{fe}}\Rightarrow ۰/۲۵P_{cu_n}+P_{fe}=۵۰kW$$

از حل دو معادله فوق می‌توان مقادیر تلفات‌های آهنی و مسی نامی را به صورت مقابل به دست آورد:

$$P_{cu_n}=\frac{۲۰۰}{۳}kW\quad\text{و}\quad P_{fe}=\frac{۱۰۰}{۳}kW$$

در ۳۰% بار نامی $(K_c=۰/۳)$ با ضریب قدرت واحد $(\cos\varphi=۱)$ داریم:

$$\%\eta=\frac{(۰/۳\times۹۰۰\times۱)}{(۰/۳\times۹۰۰\times۱)+(۰/۳)^۲\times\frac{۲۰۰}{۳}+\frac{۱۰۰}{۳}}\times۱۰۰=\%۸۷/۳$$

مثال۳۰: بازده یک ترانسفورمر یکفاز در بار کامل ۷۲۰ kW و در نصف بار کامل برابر ۹۰% است. بازده این ترانسفورمر در ۷۵ % بار کامل برابر است با:

۱) %۸۹ ۲) % ۹۳ ۳) %۹۰/۵ ۴) % ۹۳/۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در این تست نیز چون توان بار کامل برحسب کیلووات داده شده مقدار $P_n = S_n \cos\varphi_2$ در دسترس است و چون در بار کامل $K_c = 1$ است. داریم:

$$\eta = \frac{K_c P_n}{K_c P_n + K_c^2 P_{cu_n} + P_{fe}} \times 100 \Rightarrow 0/9 = \frac{720}{720 + P_{cu_n} + P_{fe}} \Rightarrow P_{cu_n} + P_{fe} = 80\,kW \qquad (1)$$

در نصف بار کامل $(K_c = \frac{1}{2})$ داریم:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}P_n}{\frac{1}{2}P_n + (\frac{1}{2})^2 P_{cu_n} + P_{fe}} \times 100 \Rightarrow 0/9 = \frac{0/5 \times 720}{0/5 \times 720 + 0/25 P_{cu_n} + P_{fe}} \Rightarrow 0/25 P_{cu_n} + P_{fe} = 40\,kW \qquad (2)$$

با حل دو معادله فوق داریم:

$$P_{cu_n} = \frac{160}{3}\,kW \;,\; P_{fe} = \frac{80}{3}\,kW$$

بازده در ۷۵ % بار کامل $(K_c = 0/75)$ برابر است با:

$$\eta = \frac{0/75 P_n}{0/75 P_n + (0/75)^2 P_{cu_n} + P_{fe}} \times 100 = \frac{0/75 \times 720}{0/75 \times 720 + ((0/75)^2 \times \frac{160}{3}) + \frac{80}{3}} \times 100 \Rightarrow \eta = 90/5\%$$

مثال۳۱: در یک ترانسفورمر تک‌فاز به قدرت ۱۰ kVA تلفات کل در نصف بار نامی ۶۰۰ W است. هنگامی که همین ترانسفورمر در بار نامی کار می‌کند، تلفات کل به ۱۵۰۰ W افزایش می‌یابد. راندمان این ترانسفورمر در بار نامی اهمی سلفی با ضریب قدرت ۰/۸۵ چند درصد راندمان حداکثر آن است؟

۱) %۹۵/۲ ۲) %۸۶/۵ ۳) %۹۸/۳ ۴) %۷۳/۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» مقادیر تلفات در نصف بار نامی $(K_c = \frac{1}{2})$ و بار نامی $(K_c = 1)$ داده شده است؛ لذا:

$$\Delta P = P_{fe} + K_c^2 P_{cu_n} \xrightarrow[\text{بار نامی}]{\text{نصف بار نامی}} \begin{cases} 600 = P_{fe} + \frac{1}{4}P_{cu_n} \\ 1500 = P_{fe} + P_{cu_n} \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دو معادله}} \begin{cases} P_{cu_n} = 1200\,W \\ P_{fe} = 300\,W \end{cases}$$

در صورت تست درصد نسبت راندمان‌ها خواسته شده است. لذا داریم:

$$\frac{\eta}{\eta_{max}} = \frac{\frac{K_c S_n \cos\varphi}{K_c S_n \cos\varphi + K_c^2 P_{cu_n} + P_{fe}}}{\frac{K_{cm} S_n}{K_{cm} S_n + 2P_{fe}}} = \frac{\frac{1 \times 10 \times 0/85}{1 \times 10 \times 0/85 + 1/2 + 0/3}}{\frac{\sqrt{\frac{300}{1200}} \times 10}{\sqrt{\frac{300}{1200}} \times 10 + 2 \times 0/3}} = \frac{\frac{8/5}{10}}{\frac{5}{5/6}} = \%95/2$$

مثال۳۲: یک ترانسفورمر ۱۰/۲ kV , ۱۰۰ kVA موجود است. سیم‌پیچ فشار ضعیف از دو سیم‌پیچ مشابه و موازی تشکیل شده است. تلفات هسته ترانسفورمر در شرایط نامی ۲ kW و تلفات مسی آن در شرایط نامی در سیم‌پیچ‌های فشار ضعیف و قوی بترتیب ۲ kW و ۱/۶ kW است. چنانچه یکی از سیم‌پیچ‌های فشار ضعیف قطع شده و سیم‌پیچ دیگر در ولتاژ وجریان نامی خود باشد راندمان چقدر می‌شود؟ (ضریب قدرت بار ترانسفورمر را واحد فرض کنید.)

۱) %۹۶/۷ ۲) %۹۳/۶ ۳) %۹۷/۶ ۴) %۹۶/۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» در شرایط داده شده تلفات هسته همچنان ۲kW ثابت می‌ماند اما چون یکی از سیم‌بندی‌های ثانویه قطع شده لذا بار ترانسفورمر نصف می‌شود، در نتیجه تلفات مسی اولیه یک چهارم شده اما تلفات مسی ثانویه نصف می‌شود زیرا ثانویه دارای دو سیم‌بندی موازی است که یکی از آنها هنوز در مدار بوده و در جریان نامی خود کار می‌کند. لذا داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_{fe}=۲kW \\ P_{cu_۱}=\frac{۱}{۴}\times ۱/۶=۰/۴kW \\ P_{cu_۲}=\frac{۱}{۲}\times ۲=۱kW \end{array}\right\} \Rightarrow \%\eta=\frac{(\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰)}{(\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰)+۲+(۰/۴+۱)}\times ۱۰۰=۹۳/۶۳\%$$

مثال ۳۳: یک ترانسفورمر تک‌فاز ۵۰۰/۲۰۰V با قدرت نامی ۱۰kVA در سمت فشار ضعیف دارای دو سیم‌پیچی مشابه و موازی بوده و در سمت فشار قوی دارای یک سیم‌پیچی است. در حالت عادی تلفات هسته ۱kW و تلفات مسی در فشار قوی ۵۰۰W و در فشار ضعیف ۱kW است. بار ترانسفورمر دارای امپدانس ثابت بوده و توان ظاهری آن برابر قدرت نامی ترانسفورمر اما با ضریب قدرت ۰/۸۵ است. اگر یکی از سیم‌پیچ‌های فشار ضعیف قطع شود، راندمان ترانسفورمر چند درصد می‌گردد؟

۱) ۷۱　　۲) ۷۳　　۳) ۸۵　　۴) ۷۷

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» اولاً چون دو سیم‌پیچی ثانویه با فشار ضعیف مشابه است، پس تلفات مسی هر یک برابر $\frac{۱۰۰۰}{۲}=۵۰۰W$ است. ثانیاً چون بار ترانسفورمر دارای امپدانس ثابت است، با قطع شدن یکی از سیم‌بندی‌های فشار ضعیف که در اینجا ثانویه است جریان بار تغییر نکرده لذا جریان سیم‌پیچی دیگر سمت فشار ضعیف دو برابر و در نتیجه تلفات مسی آن ۴ برابر می‌گردد. از طرفی چون توان مصرفی بار ثابت مانده لذا جریان فشار قوی (اولیه) و در نتیجه تلفات مسی آن بی‌تغییر می‌ماند؛ ضمناً چون ولتاژ و فرکانس نیز ثابت است پس تلفات آهنی تغییر نمی‌کند. لذا می‌توان گفت:

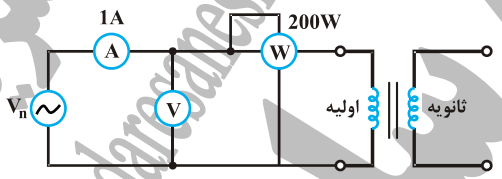
$$\Delta P_{new}=P_{cu_{HV_{new}}}+P_{cu_{LU_{new}}}+P_{fe}=۵۰۰+(۲^۲\times\frac{۱۰۰۰}{۲})+۱۰۰۰=۳۵۰۰W$$

حال که تلفات کل در شرایط جدید به دست آمده است می‌توان راندمان را در شرایط جدید به صورت زیر به دست آورد:

$$\eta_{new}=\frac{S_{new}\cos\varphi}{S_{new}\cos\varphi+\Delta P_{new}}=\frac{۱۰\times ۰/۸۵}{۱۰\times ۰/۸۵+۳/۵}=\frac{۸/۵}{۱۲}\simeq ۰/۷۱=\%۷۱$$

تست‌های تألیفی فصل چهارم ــ مبحث آزمایش‌های ترانسفورمرها / مقادیر نسبی (پریونیتی)

مثال۱: در شکل زیر که مربوط به آزمایش بی‌باری یک ترانسفورمر $\frac{۴۰۰}{۱۱۰}\,V$ است، راکتانس مغناطیس کننده این ترانسفورمر چند اهم است؟



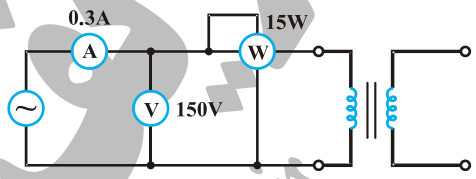
۱) $\frac{۸۰۰}{\sqrt{۳}}$ ۲) ۸۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) $\frac{۴۰۰}{\sqrt{۳}}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» مقدار ولت‌متر داده نشده است اما چون آزمایش در اولیه صورت گرفته مقدار آنرا همواره باید ۴۰۰ V در نظر گرفت، لذا :

$$V_{oc}=۴۰۰V\ ,\ I_{oc}=۱A\ ,\ P_{oc}=۲۰۰W \Rightarrow R_c=\frac{V_{oc}^۲}{P_{oc}}=\frac{۴۰۰^۲}{۲۰۰}=۸۰۰\Omega \Rightarrow I_c=\frac{V_{oc}}{R_c}=\frac{۴۰۰}{۸۰۰}=۰/۵A$$

$$\Rightarrow I_m=\sqrt{I_{oc}^۲-I_c^۲}=\sqrt{۱^۲-۰/۵^۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A \Rightarrow X_m=\frac{V_{oc}}{I_m}=\frac{۴۰۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۸۰۰}{\sqrt{۳}}\Omega$$

مثال۲: در شکل زیر که مربوط به آزمایش بی‌باری یک ترانسفورمر $\frac{۳۰۰}{۱۵۰}\,V$ در فرکانس ۵۰ Hz است، اندازه اندوکتانس مغناطیس‌کننده از دید اولیه تقریباً چند هانری است؟ ($\pi=۳$ فرض شود.)



۱) $۱۵۰۰\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۲/۵}{\sqrt{۲}}$ ۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۷۵۰}{\sqrt{۲}}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» چون ولتمتر مقدار ۱۵۰ V را نشان داده و این عدد ولتاژ نامی ثانویه است پس آزمایش به طور قطع در ثانویه انجام شده است، در نتیجه پس از محاسبه باید مقادیر بدست آمده به سمت اولیه منتقل شوند زیرا مجهول تست از سمت اولیه خواسته شده است.

$$R_{c_۲}=\frac{۱۵۰^۲}{۱۵}=۱۵۰۰\Omega \Rightarrow I_{c_۲}=\frac{۱۵۰}{۱۵۰۰}=۰/۱A \Rightarrow I_{m_۲}=\sqrt{۰/۳^۲-۰/۱^۲}=۰/۲\sqrt{۲}\,A \Rightarrow X_{m_۲}=\frac{۱۵۰}{۰/۲\sqrt{۲}}=\frac{۷۵۰}{\sqrt{۲}}\Omega$$

مقادیر بدست آمده باید در مجذور ضریب تبدیل ضرب شوند تا از دید اولیه بدست آیند، لذا:

$$X_{m_۱}=a^۲X_{m_۲}=(\frac{۳۰۰}{۱۵۰})^۲\times\frac{۷۵۰}{\sqrt{۲}}=\frac{۳۰۰۰}{\sqrt{۲}}\Omega \Rightarrow L_{m_۱}=\frac{X_{m_۱}}{۲\pi f}=\frac{\frac{۳۰۰۰}{\sqrt{۲}}}{۲\pi\times۵۰}=۵\sqrt{۲}\ H$$

مثال۳: در آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۱۲۰}{۱۲}\,V$ به قدرت ۱۲۰۰VA نتایج زیر بدست آمده است. امپدانس معادل این ترانسفورمر از دید اولیه چند اهم است؟ ($V_{sc}=۴V\ ,\ I_{sc}=۱۰۰A\ ,\ P_{sc}=۲۰۰W$)

۱) $(۲+j۲\sqrt{۳})\times۱۰^{-۲}$ ۲) $۲\sqrt{۳}+j\sqrt{۲}$ ۳) $۲+j۲\sqrt{۳}$ ۴) $(۲\sqrt{۳}+j\sqrt{۲})\times۱۰^{-۲}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» ابتدا باید جریان‌های نامی ترانسفورمر را به دست آورد:

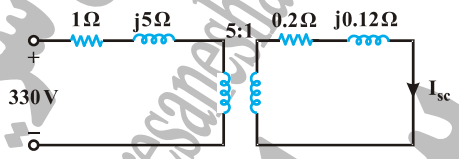
$$I_{۱n}=\frac{S_n}{V_{۱n}}=\frac{۱۲۰۰}{۱۲۰}=۱۰A\quad ,\quad I_{۲n}=\frac{۱۲۰۰}{۱۲}=۱۰۰A$$

از آنجائیکه $I_{sc}=I_{۲n}$ است پس آزمایش در ثانویه انجام شده (اما مجهول تست از دید اولیه است) لذا بعد از محاسبه باید مقادیر به اولیه برده شوند.

$$\begin{cases} R_{eq_۲}=\frac{P_{sc}}{I_{sc}^۲}=\frac{۲۰۰}{۱۰۰^۲}=۰/۰۲\Omega \\ |\vec{Z}_{eq_۲}|=\frac{V_{sc}}{I_{sc}}=\frac{۴}{۱۰۰}=۰/۰۴\Omega \end{cases} \Rightarrow X_{eq_۲}=\sqrt{|\vec{Z}_{eq_۲}|^۲-R_{eq_۲}^۲}=\sqrt{(۰/۰۴)^۲-(۰/۰۲)^۲}=۰/۰۲\sqrt{۳}\,\Omega$$

$$R_{eq_۱}=(\frac{۱۲۰}{۱۲})^۲\times۰/۰۲=۲\Omega\ ,\ X_{eq_۱}=(\frac{۱۲۰}{۱۲})^۲\times۰/۰۲\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}\,\Omega \Rightarrow Z_{eq_۱}=۲+j۲\sqrt{۳}\,\Omega$$

مثال ۴: در مدار ترانسفورمر اتصال کوتاه شدهٔ شکل زیر اگراتصال کوتاه در طرف فشارضعیف انجام گرفته باشد. جریان مدار فشار ضعیف و ضریب توان فشار قوی چقدر است؟



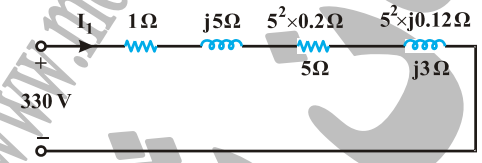
۱) $\cos\varphi_{sc}=۰/۶\ ,\ I_{sc}=۳۳A$

۲) $\cos\varphi_{sc}=۰/۸\ ,\ I_{sc}=۱۶۵A$

۳) $\cos\varphi_{sc}=۰/۸\ ,\ I_{sc}=۳۳A$

۴) $\cos\varphi_{sc}=۰/۶\ ,\ I_{sc}=۱۶۵A$

پاسخ: گزینه «۴» با انتقال امپدانس‌ها به اولیه داریم:



$$\vec{Z}_{eq_{HV}}=(۱+۵)+j(۵+۳)=۶+j۸\Omega$$

ضریب قدرت نیز برابر است با: $\cos\varphi_{sc}=\frac{R_{eq}}{Z_{eq}}=\frac{۶}{\sqrt{۶^۲+۸^۲}}=۰/۶$

با توجه به این امپدانس ورودی داریم: $|\vec{I}_{sc_{HV}}|=\frac{V_{sc_{HV}}}{|\vec{Z}_{eq_{HV}}|}=\frac{۳۳۰}{۱۰}=۳۳A\Rightarrow|\vec{I}_{sc_{LV}}|=a\,|\vec{I}_{sc_{HV}}|=\frac{۵}{۱}\times۳۳=۱۶۵A$

مثال ۵: یک ترانسفورمر تکفاز ۵۰Hz، وقتی که به منبع ۱۵V و ۵۰Hz وصل می‌شود، جریان اتصال کوتاه ۳۰A را در ضریب قدرت ۰/۲ پس فاز می‌کشد. هنگامی که همین ترانسفورمر توسط یک منبع ۱۵V و ۲۵Hz تغذیه شود، جریان اتصال کوتاه و ضریب قدرت آن چقدر خواهد بود؟

۱) $\frac{۱۵۰}{\sqrt{۷}}A$ و $\frac{\sqrt{۷}}{۷}$ پس فاز ۲) $۱۵۰\sqrt{۷}$ و $\frac{\sqrt{۲}}{۷}$ پس فاز ۳) ۳۰A و $۰/۲\sqrt{۲}$ پس فاز ۴) $۳۰\sqrt{۵}$ و $\frac{\sqrt{۷}}{۱۰}$ پس فاز

پاسخ: گزینه «۱» ابتدا باید در فرکانس ۵۰Hz با توجه به نتایج آزمایش اتصال کوتاه داده شده R_{eq} و X_{eq} ترانسفورمر را محاسبه نموده و سپس این مقادیر را به ازاء فرکانس ۲۵Hz تغییر داد لذا:

$$\begin{cases}\cos\varphi_{sc}=\frac{R_{eq_۱}}{|\vec{Z}_{eq_۱}|}=\frac{R_{eq_۱}}{\sqrt{R_{eq_۱}^۲+X_{eq_۱}^۲}}=۰/۲\\ |\vec{Z}_{eq_۱}|=\frac{V_{sc_۱}}{I_{sc_۱}}\Rightarrow\sqrt{X_{eq_۱}^۲+R_{eq_۱}^۲}=\frac{۱۵}{۳۰}=۰/۵\Omega\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_{eq_۱}=۰/۱\Omega\\ X_{eq_۱}=۰/۲\sqrt{۶}\,\Omega\end{cases}$$

در فرکانس ۲۵Hz مقاومت اهمی ترانسفورمر تغییر نمی‌کند اما راکتانس پراکندگی و در نتیجه امپدانس کل آن به صورت زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{cases}R_{eq_۲}=۰/۱\Omega\\ X_{eq_۲}=X_{eq_۱}\times\frac{f_۲}{f_۱}=۰/۲\sqrt{۶}\times\frac{۲۵}{۵۰}\Rightarrow X_{eq_۲}=۰/۱\sqrt{۶}\,\Omega\end{cases}\Rightarrow|\vec{Z}_{eq_۲}|=\sqrt{۰/۱^۲+(۰/۱\sqrt{۶})^۲}=۰/۱\sqrt{۷}\,\Omega$$

با توجه به امپدانس کوتاه به دست آمده می‌توان جریان و ضریب قدرت را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$|\vec{I}_{sc_۲}|=\frac{V_{sc_۲}}{|Z_{eq_۲}|}=\frac{۱۵}{۰/۱\sqrt{۷}}=\frac{۱۵۰}{\sqrt{۷}}A\quad\text{و}\quad\cos\varphi_{sc}=\frac{R_{eq_۲}}{Z_{eq_۲}}=\frac{۰/۱}{۰/۱\sqrt{۷}}=\frac{\sqrt{۷}}{۷}\,\text{lag}$$

مثال ۶: در یک ترانسفورمر تکفاز با $S_n=۱۰۰kVA$ و $\%Z_{eq}=(۲+j۳)\%$، ضریب توان ترانسفورمر تحت ولتاژ و فرکانس نامی در آزمایش بی‌باری برابر ۰/۲۵ است. اگر راندمان این ترانسفورمر در ۰/۸ بار نامی ماکزیمم شود. جریان بی‌باری نامی ترانسفورمر چند درصد جریان نامی آن است؟

۱) ۶% ۲) ۵/۱۲% ۳) ۴/۷۸% ۴) ۳/۵%

پاسخ: گزینه «۲» از آنجایی که مقدار پریونیتی تلفات مسی نامی با مقدار پریونیتی مقاومت اهمی معادل سیم‌بندی‌ها برابر است داریم:

$$P_{cu_n}=R_{eq}=۰/۰۲P.U$$

با اعمال این تلفات به رابطه ضریب بار حداکثر می‌توان نوشت: $K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}=۰/۸ \Rightarrow P_{fe}=۰/۶۴\times ۰/۰۲=۰/۰۱۲۸P.U$

چون در حالت P.U هستیم $V_{oc}=V_n=۱P.U$ است لذا داریم:

$$P_{fe}=P_{oc}=V_{oc}I_{oc}\cos\varphi_{oc} \Rightarrow ۰/۰۱۲۸=۱\times I_{oc_{pu}}\times ۰/۲۵ \Rightarrow I_{oc}=۰/۰۵۱۲P.U$$

از آنجایی که جریان نامی ۱P.U است لذا جریان بی‌باری ۵/۱۲% آن است.

مثال ۷: در یک ترانسفورمر تک‌فاز تلفات آهنی ۵% توان نامی است. اگر راندمان حداکثر این ترانسفورمر در باری با ضریب قدرت $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$ پس‌فاز برابر ۸۰% باشد، راندمان آن در نصف بار نامی با ضریب قدرت ۰/۸۵ پیش‌فاز چند درصد است؟

۱) ۸۰% ۲) ۸۵% ۳) ۹۰% ۴) ۹۵%

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون تلفات آهنی پریونیتی داده شده است بهتر است رابطه η_{max} را به‌صورت زیر برحسب کمیات پریونیتی نوشت:

$$\eta_{max}=\frac{K_{cm}\cos\varphi}{K_{cm}\cos\varphi+۲P_{fe}(P.U)} \Rightarrow ۰/۸=\frac{K_{cm}\times ۱\times ۰/۴\sqrt{۲}}{K_{cm}\times ۱\times ۰/۴\sqrt{۲}+۲\times ۰/۰۵} \Rightarrow K_{cm}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

حال که ضریب بار حداکثر به دست آمده است می‌توان با توجه به تلفات آهنی داده شده، تلفات مسی نامی را به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow P_{cu_n}=۰/۱P.U \text{ یا } ۱۰\%$$

راندمان در نصف بار نامی $(K_c=\frac{۱}{۲})$ با ضریب قدرت ۰/۸۵ به صورت زیر به‌دست آورد:

$$\eta=\frac{K_c\cos\varphi}{K_c\cos\varphi+K_c^۲P_{cu_n}(P.U)+P_{fe}(P.U)}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۰/۸۵}{\frac{۱}{۲}\times ۰/۸۵+(\frac{۱}{۲})^۲\times ۰/۱+۰/۰۵}=۰/۸۵ \text{ یا } ۸۵\%$$

مثال ۸: امپدانس سری یک ترانسفورمر تک‌فاز با نسبت تبدیل $\frac{۱}{۲}$ از دید فشار ضعیف به صورت $Z_{eq}=۳+j۴\Omega$ داده شده است. ولتاژ نامی ثانویه این ترانسفورمر ۵۰۰V و توان نامی آن ۱۲۵۰VA است. حداکثر جریان اتصال کوتاه در سمت فشار قوی هنگامی که فشار ضعیف اتصال کوتاه شده است، چند برابر جریان نامی آن است؟

۱) ۴۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای محاسبه جریان اتصال کوتاه باید امپدانس پریونیتی ترانسفورمر را محاسبه نمود؛ لذا:

$$\begin{cases}|\vec{Z}_{eq}(P.U)=\frac{|\vec{Z}_{eq_{LV}}(\Omega)|}{Z_{b_{LV}}}=\frac{|Z_{eq_{LV}}(\Omega)|}{\frac{V_{b_{LV}}^۲}{S_b}} \Rightarrow |\vec{Z}_{eq}(P.U)|=\frac{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}{\frac{۲۵۰^۲}{۱۲۵۰}}=۰/۱P.U\\ V_{n_{HV}}=۵۰۰V \xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}} V_{n_{LV}}=۲۵۰V\end{cases}$$

دقت شود که چون نسبت تبدیل ترانسفورمر کوچکتر از ۱ است، افزاینده بوده لذا فشار قوی آن در ثانویه قرار دارد. حال که امپدانس درصد محاسبه شده از آنجایی که جریان اتصال کوتاه واقعی ترانسفورمر همواره عکس امپدانس درصد آن است، لذا داریم:

$$I_{sc}(P.U)=\frac{۱}{Z_{eq}(P.U)}=\frac{۱}{۰/۱}=۱۰$$

یعنی جریان اتصال کوتاه ۱۰P.U بوده و یا جریان اتصال کوتاه ۱۰ برابر جریان نامی است. دقت شود که در حالتی پریونیتی جریان‌های دو سمت ترانسفورمر همواره با یکدیگر برابر هستند.

تست‌های تألیفی فصل چهارم ــ مبحث افت ولتاژ و درصد تنظیم ترانسفورمرها / ترانسفورمرهای انشعاب‌دار

مثال۱: در یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۲۲۰}{۱۱۰}\text{V}$ امپدانس شاخه سری از دید ثانویه $Z_{eq}=۱+j\sqrt{۳}\Omega$ است. چنانچه جریان بار برابر $۵\angle -۳۰^\circ$ آمپر بوده و از جریان بی‌باری صرف‌نظر گردد اندازه بردار افت ولتاژ از دید اولیه کدام است؟

۱) ۱۰V　　۲) ۲۰V　　۳) ۵V　　۴) ۴۰V

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون امپدانس و جریان داده شده مربوط به ثانویه می‌باشند، داریم:

$$\Delta\vec{V}_{eq_۲}=(R_{eq_۲}+jX_{eq_۲})\vec{I}_۲=(۱+j\sqrt{۳})۵\angle -۳۰^\circ=(۲\angle ۶۰^\circ)(۵\angle -۳۰^\circ)=۱۰\angle ۳۰^\circ\ \text{V}\Rightarrow|\Delta\vec{V}_{eq_۲}|=۱۰\text{V}$$

$$\frac{|\Delta\vec{V}_{eq_۱}|}{|\Delta\vec{V}_{eq_۲}|}=a\Rightarrow\frac{|\Delta\vec{V}_{eq_۱}|}{۱۰}=(\frac{۲۲۰}{۱۱۰})\Rightarrow|\Delta\vec{V}_{eq_۱}|=۲۰\text{V}$$

روش دیگر: می‌توان امپدانس و جریان ثانویه را به اولیه منتقل نموده و مستقیماً افت ولتاژ اولیه را یافت، یعنی:

$$Z_{eq_۱}=a^۲Z_{eq_۲}=(\frac{۲۲۰}{۱۱۰})^۲(۱+j\sqrt{۳})=۴+j۴\sqrt{۳}\Omega$$

$$\Delta\vec{V}_{eq_۱}\simeq(R_{eq_۱}+jX_{eq_۱})\frac{\vec{I}_۲}{a}=(۴+j۴\sqrt{۳})\frac{۵}{۲}\angle -۳۰^\circ=(۸\angle ۶۰^\circ)۲/۵\angle -۳۰^\circ=۲۰\angle ۳۰^\circ\ \text{V}\Rightarrow|\Delta\vec{V}_{eq_۱}|=۲۰\text{V}$$

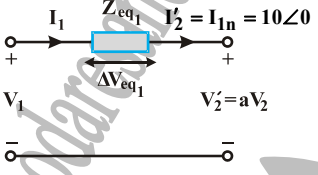
مثال۲: از آزمایش اتصال کوتاه بر روی یک ترانسفورمر یکفاز ۱۰kVA و $\frac{۱۰۰۰}{۴۰۰}\text{V}$ نتایج ۱۰۰V , ۱۰A , ۶۰۰W حاصل شده است. این ترانسفورمر، بارنامی خود را تحت ضریب توان واحد در اتصال به شبکه ۱kV تحویل می‌نماید، اختلاف فاز بین ولتاژ جریان اولیه کدام است؟

۱) $\cos^{-۱}۰/۰۶$　　۲) $\sin^{-۱}۰/۰۸$　　۳) $-\cos^{-۱}۰/۰۶$　　۴) $-\sin^{-۱}۰/۰۶$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید سمت آزمایش مشخص گردد لذا باید جریان‌های نامی ترانسفورمر را محاسبه نمود:

$$I_{۱n}=\frac{S_n}{V_{۱n}}=\frac{۱۰\times۱۰^۳}{۱۰۰۰}=۱۰\text{A}\quad,\quad I_{۲n}=\frac{S_n}{V_{۲n}}=\frac{۱۰\times۱۰^۳}{۴۰۰}=۲۵\text{A}$$

از آنجایی که I_{sc} داده شده در نتایج آزمایش برابر $I_{۱n}$ است لذا آزمایش در اولیه انجام شده پس می‌توان مدار معادل تقریبی زیر را برای آن رسم نمود:



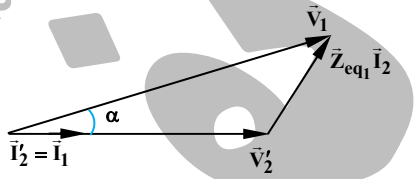
$$|\vec{Z}_{eq_۱}|=\frac{V_{sc}}{I_{sc}}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰\Omega$$

$$\cos\varphi_{sc}=\frac{P_{sc}}{V_{sc}I_{sc}}=\frac{۶۰۰}{۱۰۰\times۱۰}=۰/۶$$

$$\Rightarrow\vec{Z}_{eq_۱}=(۱۰\times۰/۶)+j(۱۰\times۰/۸)=۶+j۸\Omega$$

چون ضریب قدرت بار واحد است ولتاژ و جریان $V'_۲$ و $I'_۲$ هم فاز بوده و با ولتاژ $V_۱$ به اندازه α اختلاف زاویه دارند لذا اگر $V'_۲$ به عنوان مبنا انتخاب گردد داریم:

$$\vec{V}'_۲=\vec{V}_۱-\vec{Z}_{eq_۱}\vec{I}_۱\Rightarrow|V'_۲|\angle ۰=(۱۰۰۰\angle\alpha)-(۶+j۸)۱۰\angle ۰$$



با تبدیل این فرم قطبی به فرم دکارتی داریم:

$$|\vec{V}'_۲|+j۰=(۱۰۰۰\cos\alpha+j۱۰۰۰\sin\alpha)-۶۰-j۸۰=(۱۰۰۰\cos\alpha-۶۰)+j(۱۰۰۰\sin\alpha-۸۰)$$

یک تساوی مختلط در صورتی برقرار است که اجزاء حقیقی و موهومی هر دو طرف نظیر به نظیر یکسان باشند لذا:

$$|\vec{V}'_۲|=۱۰۰۰\cos\alpha-۶۰\Rightarrow۰=۱۰۰۰\sin\alpha-۸۰$$

$$\sin\alpha=۰/۰۸\Rightarrow\alpha=\sin^{-۱}۰/۰۸$$

از معادله دوم داریم:

دقت شود که چون مدار تماماً شامل المان‌های سلفی است پس می‌توان گفت ولتاژ مدار اولیه به اندازه این زاویه جلوتر از جریان آن است یعنی

$$\varphi_۱=\varphi_V-\varphi_I=\alpha-۰=\sin^{-۱}۰/۰۸-۰=\sin^{-۱}۰/۰۸$$

مثال ۳: در یک ترانسفورمر تکفاز افت ولتاژ اهمی از دید ثانویه $۲V$ و افت ولتاژ پراکندگی نیز $۳V$ است اگر ولتاژ ثانویه ۱۰۰ ولت و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز باشد درصد تنظیم ولتاژ چقدر است؟

۱) ۳/۴% ۲) −۳/۴% ۳) ۱% ۴) صفر

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به مقادیر داده شده برای مولفه‌های افت ولتاژ و مشخص بودن ضریب قدرت داریم: (دقت شود که چون بار پس فاز یعنی اهمی سلفی است باید از علامت مثبت در رابطه افت ولتاژ تقریبی استفاده نمود)

$$\begin{cases} \%V.R = \dfrac{|\Delta\vec{V}_{eq_۲}|}{|\vec{V}_{۲n}|}\times ۱۰۰ = \dfrac{(V_w\cos\varphi + V_x\sin\varphi)}{|\vec{V}_{۲n}|}\times ۱۰۰ = \dfrac{(۲\times ۰/۸)+(۳\times ۰/۶)}{۱۰۰}\times ۱۰۰ = ۳/۴\% \\ \cos\varphi = ۰/۸ \Rightarrow \sin\varphi = ۰/۶ \end{cases}$$

یعنی در بارداری ولتاژ ثانویه ۳/۴% افت می‌کند.

مثال ۴: یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۳۳۰۰}{۲۳۰}V$ دارای مقاومت معادل $۰/۰۱۵PU$ و راکتانس نشتی معادل $۰/۰۴PU$ است. به ازای ولتاژ اولیه $۳۳۰۰V$، ولتاژ ترمینال ثانویه در بار کامل و ضریب توان ۰/۸ پس فاز چند ولت می‌شود؟

۱) $۲۰۹V$ ۲) $۲۱۶V$ ۳) $۲۳۰V$ ۴) $۲۲۲V$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به مقادیر پریونیتی داده شده و اینکه درصد تنظیم در بار نامی $(K_c = ۱)$ خواسته شده داریم:

$$\%V.R = K_c(R_{eq}(P.U)\cos\varphi + X_{eq}(P.U)\sin\varphi)\times ۱۰۰ = ۱\times[(۰/۸\times ۰/۰۱۵)+(۰/۶\times ۰/۰۴)]\times ۱۰۰ \Rightarrow \%V.R = \%۳/۶$$

از آنجایی که مقدار درصد تنظیم ولتاژ در اولیه و ثانویه یک مقدار است این عدد نشان می‌دهد که ولتاژ ثانویه در بار کامل $\%۳/۶$ کمتر از بی‌باری است. لذا:

$$\%V.R = \frac{V_{NL_۲} - V_{FL_۲}}{V_{FL_۲}}\times ۱۰۰ \Rightarrow \%۳/۶ = \frac{۲۳۰ - V_{FL_۲}}{V_{FL_۲}}\times ۱۰۰ \Rightarrow V_{FL_۲} = ۲۲۲V$$

مثال ۵: تنظیم ولتاژ یک ترانسفورمر تکفاز هنگامی که در بار کامل و ضریب قدرت واحد کار کند، ۱۰% و هنگامی که در همان بار و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز باشد، ۱۵ % خواهد بود.اگر ترانسفورمر، نصف بار کامل را در ضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز تحویل دهد، تنظیم ولتاژ برابر است با:

۱) ۷/۵ % ۲) ۳ % ۳) ۰/۵% ۴) ۱/۳%

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در بار کامل و ضریب توان واحد داریم:

$$V.R = ۱\times[(R_{eq}(P.U)\times ۱)+۰] = ۰/۱ \Rightarrow R_{eq}(P.U) = ۰/۱P.U$$

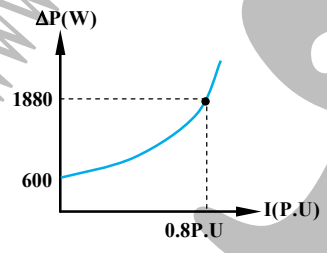
در بار کامل $(K_c = ۱)$ با ضریب توان $\cos\varphi = ۰/۸$ **پس فاز** داریم:

$$۱\times[(R_{eq}(P.U)\cos\varphi)+(X_{eq}(P.U)\sin\varphi)] = ۰/۱۵ \Rightarrow [(۰/۱\times ۰/۸)+(۰/۶\times X_{eq}(P.U))] = ۰/۱۵ \Rightarrow X_{eq}(P.U) = ۰/۱۱۷P.U$$

در نصف بار کامل $(K_c = ۰/۵)$ و ضریب توان ۰/۸ **پیش فاز** داریم:

$$\%V.R = K_c[(R_{eq}(P.U)\cos\varphi) - (X_{eq}(P.U)\sin\varphi)]\times ۱۰۰ = ۰/۵[(۰/۱\times ۰/۸) - (۰/۶\times ۰/۱۱۷)]\times ۱۰۰ \Rightarrow \%V.R = ۰/۴۹\% \simeq ۰/۵\%$$

مثال ۶: منحنی تغییرات تلفات در یک ترانسفورمر تکفاز بقدرت $۵۰kVA$ نسبت به جریان بار بصورت شکل زیر می‌باشد. اگر تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر در یک بار خاص با ضریب قدرت ۰/۸ حداکثر گردد راکتانس پراکندگی آن چند **P.U** است؟



۱) ۰/۰۲
۲) ۰/۰۳
۳) ۰/۰۴
۴) ۰/۰۱

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به منحنی داده شده در ضریب بار ۰/۸ تلفات کل که مجموع تلفات مسی و آهنی است $۱۸۸۰W$ می‌باشد و چون طبق همین منحنی تلفات آهنی برابر $۶۰۰W$ است تلفات مسی در بار مذکور برابر $P_{cu} = ۱۸۸۰ - ۶۰۰ = ۱۲۸۰W$ است. با توجه به اینکه تلفات مسی در ۰/۸بار نامی در دسترس است، تلفات مسی نامی را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$K_c^۲P_{cu_n} = ۱۲۸۰ \xrightarrow{K_c = ۰/۸} ۰/۶۴P_{cu_n} = ۱۲۸۰ \Rightarrow P_{cu_n} = ۲۰۰۰W$$

با توجه به قدرت ترانسفورمر می‌توان تلفات مسی نامی پریونیتی که برابر مقاومت اهمی پریونیتی ترانسفورمر است را بصورت زیر بدست آورد.

$$P_{cu_n}(P.U)=\frac{P_{cu_n}}{S_b}=\frac{۲۰۰۰}{۵۰۰۰۰}=۰/۰۴P.U=R_{eq}(P.U)$$

از طرفی چون ضریب قدرت بار با تنظیم حداکثر داده شده می‌توان نوشت:

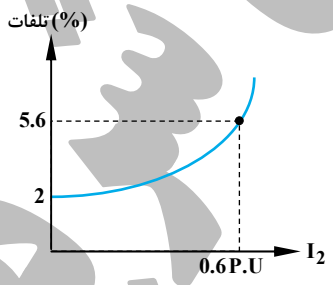
$$\cos\varphi_{max}=\frac{R_{eq}}{Z_{eq}}\Rightarrow ۰/۸=\frac{۰/۰۴}{Z_{eq}}\Rightarrow Z_{eq}=۰/۰۵P.U$$

با توجه به رابطه بین امپدانس و راکتانس در ترانسفورمرها داریم:

$$Z_{eq}=\sqrt{R_{eq}^۲+X_{eq}^۲}\Rightarrow X_{eq}=\sqrt{Z_{eq}^۲-R_{eq}^۲}=\sqrt{۰/۰۵^۲-۰/۰۴^۲}=۰/۰۳P.U$$

نکته قابل توجه در این تست عدد ۱۸۸۰W است که مربوط به تلفات کل ترانسفورمر می‌باشد نه تلفات مسی آن.

مثال ۷: تغییرات تلفات یک ترانسفورمر تک‌فاز نسبت به تغییر بار به صورت شکل زیر داده شده است. اگر حداقل درصد تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر ۵− درصد باشد، حداکثر تنظیم ولتاژ آن چند درصد است؟



۱) $\%۵\sqrt{۲}$

۲) $\%۷\sqrt{۵}$

۳) $\%۱۲\sqrt{۲}$

۴) $\%۵\sqrt{۵}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در منحنی تلفات کل برحسب جریان، مقدار تلفات به ازاء $I_۲=۰$ همان تلفات آهنی است که در این مسئله طبق منحنی داده شده برابر ۲% است. تفاضل این تلفات با تلفات کل برابر $\%۳/۶-\%۲=\%۵/۶$ بوده که همان تلفات مسی در ۶۰% بار نامی $(K_c=۰/۶P.U)$ است؛ لذا با توجه به رابطه مربوط به تلفات مسی داریم:

$$P_{cu}=K_c^۲P_{cu_n}\Rightarrow ۰/۰۳۶=۰/۶^۲P_{cu_n}\Rightarrow P_{cu_n}=۰/۱P.U=\%۱۰=R_{eq}$$

از طرفی چون حداقل تنظیم ولتاژ نیز ۵− درصد داده شده داریم:

$$V.R_{min}=-X_{eq}\Rightarrow X_{eq}=۰/۰۵=\%۵$$

حال که R_{eq} و X_{eq} به دست آمده است می‌توان حداکثر تنظیم ولتاژ را که همواره در بار نامی برابر امپدانس درصد ترانسفورمر است به صورت زیر به دست آورد:

$$V.R_{max}=|Z_{eq}|=\sqrt{۱۰^۲+۵^۲}=۵\sqrt{۵}$$

دقت شود که چون اعداد R_{eq} و X_{eq} به‌صورت درصدی در رابطه قرار داده شده‌اند، پاسخ نیز مستقیماً به‌صورت درصدی به‌دست می‌آید.

مثال ۸: یک ترانسفورمر تک‌فاز در هنگام آزمایش بی‌باری توان $۰/۰۱۵+j۰/۰۲P.U$ و در آزمایش اتصال کوتاه توان $۰/۰۳+j۰/۰۴P.U$ را جذب می‌کند. حداکثر تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر در هنگام کار با راندمان حداکثر چند درصد است؟

۱) ۵

۲) $۵\sqrt{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$

۴) $\frac{۵}{\sqrt{۲}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» توان حقیقی جذب شده در آزمایش بی‌باری همان تلفات آهنی نامی است لذا با توجه به توان آزمایش بی‌باری داریم:

$$S_{oc}=P_{oc}+jQ_{oc}=۰/۰۱۵+j۰/۰۲P.U\Rightarrow P_{oc}=P_{fe}=۰/۰۱۵P.U$$

و به طور مشابه توان حقیقی جذب شده در آزمایش اتصال کوتاه همان تلفات مسی نامی است لذا از آزمایش اتصال کوتاه داریم:

$$S_{sc}=P_{sc}+jQ_{sc}=۰/۰۳+j۰/۰۴P.U\Rightarrow\begin{cases}P_{sc}=P_{cu_n}=۰/۰۳P.U=R_{eq}(P.U)\\Q_{sc_{P.U}}=۰/۰۴P.U=X_{eq}(P.U)\end{cases}$$

حال که تلفات مسی نامی و آهنی به دست آمده‌اند، ضریب بار حداکثر را می‌توان به صورت مقابل به دست آورد:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}=\sqrt{\frac{۰/۰۱۵}{۰/۰۳}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

چون طبق گفته تست، ترانسفورمر در حال کار با راندمان حداکثر است پس ضریب بار آن نیز برابر ضریب بار حداکثر است یعنی $K_c=K_{cm}$ می‌باشد، لذا تنظیم بار حداکثر را می‌توان به صورت مقابل به دست آورد:

$$V.R_{max}=K_cZ_{eq}(PU)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\sqrt{۰/۰۳^۲+۰/۰۴^۲}=\%\frac{۵}{\sqrt{۲}}$$

مثال ۹: در یک ترانسفورمر تک‌فاز هنگامی که بار نامی با ضریب قدرت $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ از ثانویه اخذ می‌شود، درصد تنظیم ولتاژ حداکثر می‌گردد. در این ترانسفورمر زاویه بین ولتاژ و جریان ثانویه چقدر باشد تا درصد تنظیم ولتاژ صفر گردد؟

۱) ۶۰° ۲) -۶۰° ۳) ۳۰° ۴) -۳۰°

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به این که راندمان حداکثر در ضریب قدرت $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ رخ می‌دهد، پس می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi_{max}=\frac{R_{eq}}{Z_{eq}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow Z_{eq}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}R_{eq}$$

از طرفی در بار بحرانی که تنظیم ولتاژ صفر می‌گردد، داریم:

$$\cos\varphi_{cr}=\frac{X_{eq}}{Z_{eq}}=\frac{\sqrt{Z_{eq}^۲-R_{eq}^۲}}{Z_{eq}}=\frac{\sqrt{\frac{۴}{۳}R_{eq}^۲-R_{eq}^۲}}{\frac{۲}{\sqrt{۳}}R_{eq}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi_{cr}=-\cos^{-۱}\frac{۱}{۲}=-۶۰^\circ$$

روش دوم: همواره رابطه بین φ_{max} و φ_{cr} به صورت مقابل است:

$$\varphi_{cr}=\varphi_{max}-۹۰^\circ=\cos^{-۱}\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۹۰^\circ=-۶۰^\circ$$

توجه شود که همواره درصد تنظیم صفر در بار اهمی خازنی ($\varphi<۰$) رخ می‌دهد.

مثال ۱۰: یک ترانسفورمر تک‌فاز $\frac{۲۵۰}{۱۰۰}V$ به قدرت $۲/۵kVA$ را از سمت اولیه مورد آزمایش‌های بی‌باری و اتصال کوتاه تحت شرایط نامی قرار می‌دهیم. این ترانسفورمر در آزمایش بی‌باری توان ظاهری $S_{oc}=(۲۰۰+j۴۰۰)VA$ و در آزمایش اتصال کوتاه توان $S_{sc}=(۴۰۰+j۵۰۰)VA$ را جذب می‌کند. هنگامی که این ترانسفورمر بار اهمی سلفی با ضریب قدرت $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ پس‌فاز را طوری تغذیه می‌کند که راندمان آن حداکثر گردد، درصد تنظیم ولتاژ در این حالت چقدر است؟

۱) ۹% ۲) ۱۴% ۳) ۱۸% ۴) ۷%

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به این که هر دو آزمایش در شرایط نامی صورت گرفته است، لذا داریم:

$$S_{oc}=۲۰۰+j۴۰۰\Rightarrow P_{fe}=P_{oc}=۲۰۰W\quad,\quad S_{sc}=۴۰۰+j۵۰۰\Rightarrow P_{cu_n}=۴۰۰W$$

ضمناً چون آزمایش‌ها در سمت اولیه و تحت مقادیر نامی صورت گرفته‌اند، داریم:

$$\begin{cases}Q_{sc}=X_{eq_۱}I_{۱n}^۲=۵۰۰\Rightarrow X_{eq_۱}=\frac{۵۰۰}{۱۰^۲}=۵\Omega\Rightarrow X_{eq}(P.U)=\frac{X_{eq}(\Omega)}{Z_b}=\frac{۵}{\frac{۲۵۰^۲}{۲۵۰۰}}=۰/۲P.U\\ P_{sc}=R_{eq_۱}I_{۱n}^۲=۴۰۰\Rightarrow R_{eq_۱}=\frac{۴۰۰}{۱۰^۲}=۴\Omega\Rightarrow R_{eq}(P.U)=\frac{R_{eq}(\Omega)}{Z_b}=\frac{۴}{\frac{۲۵۰^۲}{۲۵۰۰}}=۰/۱۶P.U\\ I_{۱n}=\frac{۲۵۰۰}{۲۵۰}=۱۰A\end{cases}$$

چون درصد تنظیم ولتاژ در شرایط η_{max} خواسته شده است، باید K_{cm} را نیز محاسبه کنیم؛ لذا:

$$K_{cm}=\sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cu_n}}}=\sqrt{\frac{۲۰۰}{۴۰۰}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

حال که تمامی مقادیر موردنیاز محاسبه شده‌اند با جایگذاری در رابطه تنظیم ولتاژ داریم: $(\cos\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\sin\varphi=\sqrt{۱-\cos^۲\varphi}=\frac{\sqrt{۲}}{۲})$

$$\%V.R=K_{cm}(R_{eq}(P.U)\cos\varphi\pm X_{eq}(P.U)\sin\varphi)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۰/۱۶\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}+۰/۲\times\frac{\sqrt{۲}}{۲})=۰/۱۸\text{ یا }\%۱۸$$

مثال ۱۱: در یک ترانسفورمر تک‌فاز به قدرت ۱۰kVA تلفات آهنی ۴۰۰W و تلفات کل در ۸۰% بار نامی ۱۰۴۰W است. این ترانسفورمر هنگامی که باری با ضریب قدرت ۰/۶ پیش‌فاز را تغذیه می‌کند، دارای تنظیم ولتاژ صفر است. حداکثر تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر در نصف بار نامی چند درصد است؟

۱) ۱۰　　۲) ۷/۵　　۳) ۶/۲۵　　۴) ۲/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به تلفات داده شده داریم:

$$\begin{cases}\Delta P\Big|_{K_c=0/8}=1040\,W=P_{fe}+P_{cu}\\ P_{fe}=400W\end{cases}\Rightarrow P_{cu}\Big|_{K_c=0/8}=640\,W\Rightarrow P_{cu}=K_c^2P_{cu_n}\Rightarrow P_{cu_n}=\frac{640}{0/8^2}=1000\,W$$

با پریونیت کردن تلفات فوق می‌توان مقاومت پریونیتی را یافت لذا:

$$R_{eq}(P.U)=P_{cu_n}(P.U)=\frac{P_{cu_n}}{S_n}=\frac{1000}{10000}=0/1P.U$$

ضریب قدرت بحرانی نیز برابر ۰/۶ داده شده لذا:

$$\cos\varphi_{cr}=\frac{X_{eq}}{Z_{eq}}=0/6\Rightarrow\frac{\sqrt{Z_{eq}^2-R_{eq}^2}}{Z_{eq}}=0/6\Rightarrow Z_{eq}^2-R_{eq}^2=0/36Z_{eq}^2\Rightarrow 0/8Z_{eq}=R_{eq}\Rightarrow|\vec{Z}_{eq}|=\frac{0/1}{0/8}=0/125$$

حال که امپدانس درصد ترانسفورمر به دست آمده است تنظیم ولتاژ حداکثر به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$V.R_{max}=K_c|\vec{Z}_{eq}|=\frac{1}{2}\times0/125=0/0625P.U=\%6/25$$

مثال ۱۲: حداکثر تنظیم ولتاژ یک ترانسفورمر تک‌فاز در بار نامی دو برابر حداقل تنظیم ولتاژ آن در نصف بار نامی است. تلفات مسی این ترانسفورمر در $\frac{1}{4}$ بار نامی چند پریونیت است؟

۱) صفر　　۲) ۰/۰۱　　۳) ۰/۰۴　　۴) ۰/۰۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» طبق گفته صورت تست داریم:

$$V.R_{max}\Big|_{K_c=1}=2\times V.R_{min}\Big|_{K_c=\frac{1}{2}}\Rightarrow 1\times\%Z_{eq}=2\times\frac{1}{2}\times\%X_{eq}\Rightarrow\%Z_{eq}=\%X_{eq}$$

چون $\%Z_{eq}=\%X_{eq}$ است، پس $\%R_{eq}$ صفر می‌باشد که این امر به معنی صفر بودن تلفات مسی ترانسفورمر است.

مثال ۱۳: در آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورمر به ازای اعمال پنج درصد ولتاژ نامی، جریان اتصال کوتاه نامی در مداربرقرار می‌شود. در صورتیکه مقاومت معادل سیم‌پیچ‌ها $R=0/03P.U$ باشد، تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر به ازای بار نامی با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز، چقدر است؟

۱) ۰/۰۴P.U　　۲) ۰/۰۴۸P.U　　۳) ۰/۰۵۶P.U　　۴) ۰/۰۶۱P.U

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون در ۵% ولتاژ نامی جریان اتصال کوتاه، نامی شده پس $\%Z_{eq}=5\%$ می‌باشد لذا:

$$\begin{cases}\%Z_{eq}=\%5\\ \%R_{eq}=\%3\end{cases}\Rightarrow\%X_{eq}=\sqrt{\%Z_{eq}^2-\%R_{eq}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=\%4\Rightarrow X_{eq}=0/04P.U$$

با توجه به R_{eq} و X_{eq} به دست آمده در بار نامی $(K_c=1)$ با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز داریم:

$$\%V.R=K_c(R_{eq}(P.U)\cos\varphi+X_{eq}(P.U)\sin\varphi)\times100=1\times(0/03\times0/8+0/04\times0/6)\times100=4/8\%=0/048P.U$$

مثال ۱۴: در یک ترانسفورمر تکفاز با مشخصات زیر تنظیم ولتاژ در بار کامل $230\,V$ با ضریب توان $0/8$ پس فاز چقدر است؟

$$\frac{400}{230}V - 50\,Hz - 4/6\,kVA - Z_{eq_{HV}} = 0/9 + j1/8\,\Omega$$

۱) %۵/۲ ۲) -1% ۳) %۲/۶ ۴) $-3/1\%$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» چون تنظیم ولتاژ در بار کامل خواسته شده باید از جریان‌های نامی استفاده نمود لذا:

$$a = \frac{400}{230} = \sqrt{3} \quad , \quad |\vec{I}_{2n}| = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{4/6\times10^3}{230} = 20\,A$$

$$Z_{eq_{LV}} = \frac{1}{a^2}Z_{eq_{HV}} = \frac{1}{(\sqrt{3})^2}(0/9 + j1/8) = 0/3 + j0/6\,\Omega \quad , \quad \cos\varphi = 0/8 \Rightarrow \sin\varphi = 0/6$$

با توجه به رابطه اصلی درصد تنظیم ولتاژ و در نظر گرفتن علامت مثبت در این رابطه به دلیل اهمی سلفی بودن بار داریم:

$$\%V.R = \frac{(R_{eq_2}\cos\varphi_2 \pm X_{eq_2}\sin\varphi_2)|I_{2n}|}{|\vec{V}_{2n}|}\times100 = \frac{[(0/3\times0/8) + (0/6\times0/6)]\times20}{230}\times100 = 5/2\%$$

مثال ۱۵: نتایج آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورمر تکفاز $2000/400\,V$ به قدرت $8\,kVA$ از دید فشار قوی بـه صـورت $80\,V - 4\,A - 160\,W$ است اگر بخواهیم ولتاژ ثانویه در بار کامل با ضریب قدرت $\frac{\sqrt{3}}{2}$ پس فاز برابر $400\,V$ باشد ولتاژ اعمالی به فشار قوی چند ولت باید باشد؟

۱) $2069\,V$ ۲) $2113\,V$ ۳) $2012\,V$ ۴) $2093\,V$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» اگر بخواهیم ولتاژ ترمینال‌های ترانسفورمر در بار نامی دقیقاً برابر ولتاژ ترمینال‌های آن در بی باری (یا همان ولتاژ نامی) باشد باید ولتاژ اعمالی به اولیه کمی بیشتر از مقدار نامی گردد مقدار این افزایش دقیقاً به اندازه افت ولتاژ داخلی ترانسفورمر (از سمت فشار قوی) بوده و یـا به صورت درصد برابر درصد تنظیم ولتاژ ترانسفورمر است پس برای حل این تست می‌توان از دو روش استفاده نمود یکی محاسبه (ΔV_{eq_1}) و دیگـری محاسبه $(\%V.R)$ که در اینجا از روش دوم استفاده می‌کنیم. با توجه به نتایج داده شده چون با اعمال $80\,V$ به اولیه جریـان نـامی $(4A)$ از اولیـه عبور نموده پس ولتاژ اتصال کوتاه نامی $80\,V$ بوده لذا با تقسیم این عدد بر ولتاژ نامی اولیه امپدانس پریونیتی ترانسفورمر قابل استخراج است.

$$Z_{eq}(P.U) = V_{sc}(P.U) = \frac{V_{sc_1}}{V_{b_1}} = \frac{V_{sc_1}}{V_{1n}} = \frac{80}{2000} = 0/04 \quad , \quad \varphi_2 = \cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 30^\circ \quad , \quad \theta_{sc} = \cos^{-1}(\frac{P_{sc}}{V_{sc}I_{sc}}) = \cos^{-1}(\frac{160}{80\times4}) = 60^\circ$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطه درصد تنظیم ولتاژ در بار کامل $(K_c = 1)$ داریم:

$$\%V.R = K_c Z_{eq}(P.U)\cos(\theta_{sc} - \varphi_2)\times100 \Rightarrow \%V.R = 1\times0/04\cos(60^\circ - 30^\circ)\times100 = 2\sqrt{3}\%$$

پس اگر ولتاژ اعمالی به اولیه به اندازه $2\sqrt{3}\%$ بیشتر شود ولتاژ ثانویه در بار موردنظر در مقدار نامی تثبیت می‌گردد لذا:

$$V_1(new) = (1 + 0/02\sqrt{3})V_{1n} = 2069/3\,V$$

دقت شود که اگر V_{sc} داده شده ولتاژ اتصال کوتاه نامی نباشد باید ابتدا ولتاژ اتصال کوتاه نامی را محاسبه نموده و سپس این روش را به کار برد.

مثال ۱۶: در یک ترانسفورمر $2500/500\,V$ به قدرت $50\,kVA$ دارای مقاومت‌های اهمی و القایی به ترتیب $0/1\,\Omega$ و $0/2\,\Omega$ در سمت فشـار ضـعیف و $12/5\,\Omega$ و $5\,\Omega$ در سمت فشار قوی است. تنظیم ولتاژ این ترانسفوماتور در نصف بار نامی با ضریب قدرت $0/6$ پس فاز چند درصد است؟

۱) ۷/۶ ۲) ۱/۵۲ ۳) ۷/۴ ۴) ۴/۲۱

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» برای محاسبه درصد تنظیم ولتاژ ابتدا باید افت ولتاژ کلی ترانسفورمر را محاسبه نمود برای این منظور چون تنظیم ولتاژ در نصف بار نامی خواسته شده داریم: $\sin\varphi = 0/8$ و $a = \frac{2500}{500} = 5$ و $I_2 = \frac{1}{2}\times\frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{1}{2}\times\frac{50\times10^3}{500} = 50\,A$

دقت شود که چون ترانسفورمر از نوع کاهنده ولتاژ است فشار قوی آن در اولیه و فشار ضعیف در آن ثانویه می‌باشد لذا:

$$|\overrightarrow{\Delta V}_{eq_2}| = R_{eq_2}I_2\cos\varphi_2 + X_{eq_2}I_2\sin\varphi_2 = (\frac{R_1}{a^2} + R_2)I_2\cos\varphi_2 + (\frac{X_1}{a^2} + X_2)I_2\sin\varphi_2$$

$$= [(\frac{5}{5^2} + 0/1)50\times0/6] + [(\frac{12/5}{5^2} + 0/2)50\times0/8] = 37\,V$$

از آنجائیکه افت ولتاژ کل از دید ثانویه به دست آمده داریم:

$$\%V.R = \frac{|\Delta\vec{V}_{eq_2}|}{V_{2n}}\times100 = \frac{37}{500}\times100 = 7/4\%$$

مثال ۱۷: در یک ترانسفورمر تک‌فاز درصد تنظیم ولتاژ حداکثر ۱۰٪ و درصد تنظیم ولتاژ حداقل ۶٪− است. ضریب قدرت بار روی ترانسفورمر چقدر باشد تا در نصف بار نامی درصد تنظیم ولتاژ صفر شود؟

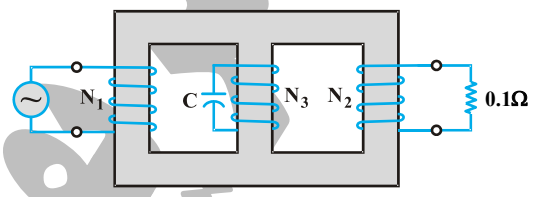
۱) ۰/۸　　۲) $\frac{۶}{۸}$　　۳) ۰/۶　　۴) ۰/۴۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چنانچه ضریب قدرت بار روی ترانسفورمر برابر $\frac{X_{eq}}{Z_{eq}}$ باشد، در **هر مقدار باری** همواره تنظیم ولتاژ صفر می‌گردد؛ لذا کافی است X_{eq} و Z_{eq} را با توجه به روابط درصد تنظیم ولتاژ حداکثر و حداقل به صورت زیر یافت:

$$\begin{cases} \%V.R_{max} = \%۱۰ = ۰/۱ = Z_{eq}(P.U) \\ \%V.R_{min} = -\%۶ = -۰/۰۶ = -X_{eq}(P.U) \end{cases} \Rightarrow \cos\varphi_{cr} = \frac{X_{eq}}{Z_{eq}} = \frac{۰/۰۶}{۰/۱} = ۰/۶$$

مثال ۱۸: در ترانسفورمر تکفاز شکل زیر سیم‌پیچی اولیه دارای ۵۰۰ دور با امپدانس $۰/۶\Omega + j۰/۸$ و سیم‌پیچی ثانویه دارای ۲۵۰ دور با امپدانس $۰/۴\Omega + j۰$ است. ظرفیت خازن نصب شده روی سیم‌بندی ایده‌آل ۴۰۰ دوری ثالثیه چند میلی فاراد انتخاب شود تا تنظیم ولتاژ در تغذیه بار اهمی خالص که به ثانویه وصل شده صفر شود. (فرکانس شبکه ۵۰ Hz فرض شود)

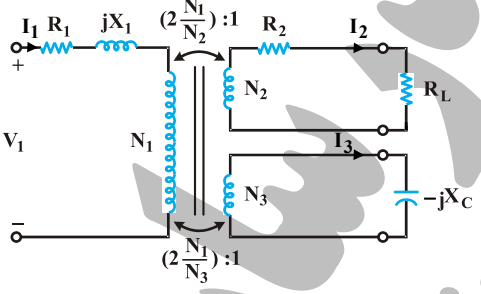
۱) ۰/۹۶
۲) ۳/۳
۳) ۶
۴) ۲/۷



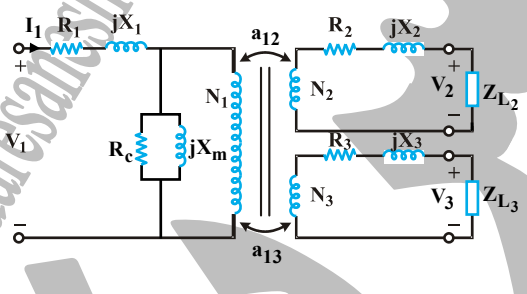
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در شکل داده شده نیمی از فوران تولیدی سیم‌پیچی اولیه به ثانویه و نیمی دیگر به ثالثیه می‌رسد. لذا باید در نوشتن رابطه بین ولتاژها، جریان‌ها و امپدانس‌ها با تعداد دورها به صورت زیر عمل نمود:

$$\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}N_۲} \Rightarrow Z'_۲ = (۲\frac{N_۱}{N_۲})^۲ Z_۲ \quad ; \quad \frac{V_۱}{V_۳} = \frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}N_۳} \Rightarrow Z'_۳ = (۲\frac{N_۱}{N_۳})^۲ Z_۳$$

با توجه به امپدانس‌های هر سیم‌پیچی می‌توان مدار معادل را به صورت زیر ترسیم نمود:



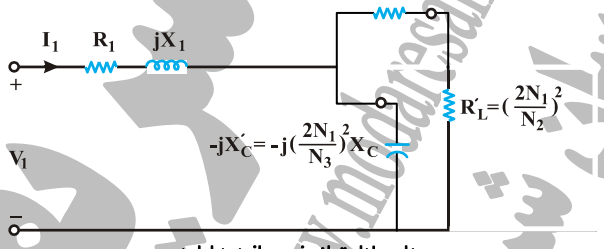
مدار معادل ترانسفورمر سه‌سیم پیچه



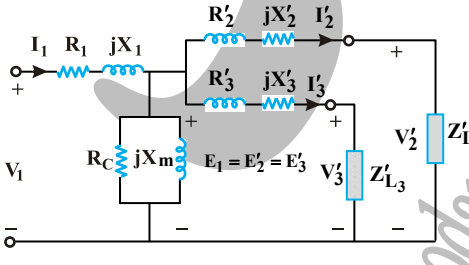
مدار معادل کامل ترانسفورمر سه سیم‌پیچه

در ترانسفورمرهای سه سیم‌پیچه تکفاز، برای رسم مدار معادل از دید اولیه باید المان‌های هر سیم‌بندی ثانویه و ثالثیه یعنی مجموع امپدانس سیم‌بندی‌ها و امپدانس بار آن‌ها را با هم به اولیه منتقل نمود لذا در این مثال با انتقال کلیه امپدانس‌ها به مدار اولیه داریم:

$$R'_۲ = (\frac{۲N_۱}{N_۲})^۲ R_۲$$

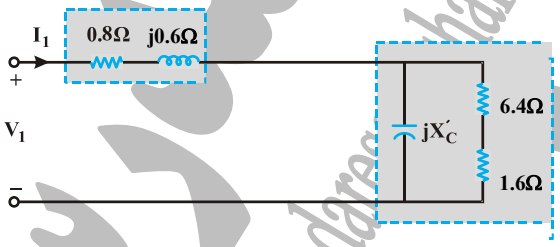


مدار معادل ترانسفورمر از دید اولیه



مدار معادل کامل ترانسفورمر سه سیم‌پیچه از دید اولیه

با توجه به مقادیر امپدانس‌ها و تعداد دورها، مدار معادل ساده شده از دید اولیه به صورت زیر رسم می‌شود:



از روی این شکل می‌توان ضریب قدرت بحرانی ترانسفورمر را با توجه به راکتانس‌ها و مقاومت‌های اهمی آن به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\cos\varphi_{cr}=\frac{X_{eq}}{Z_{eq}}=\frac{X_1}{\sqrt{R_1^2+X_1^2}}=\frac{0/6}{\sqrt{0/8^2+0/6^2}}=0/6$$

به طور مشابه ضریب قدرت بار که شامل یک مدار RC موازی است به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\cos\varphi_L=\frac{Z'_L}{R'_L}=\frac{\frac{R'_L X'_C}{\sqrt{R'^2_L+X'^2_C}}}{R'_L}=\frac{X'_C}{\sqrt{R'^2_L+X'^2_C}}=\frac{X'_C}{\sqrt{8^2+X'^2_C}}$$

همان‌طور که در متن درس بیان شد اگر ضریب قدرت بار $(\cos\varphi_L)$ برابر ضریب قدرت بحرانی $(\cos\varphi_{cr})$ شود تنظیم ولتاژ صفر می‌شود برای این منظور:

$$\cos\varphi_L=\cos\varphi_{cr}\Rightarrow\frac{X'_C}{\sqrt{8^2+X'^2_C}}=0/6\Rightarrow X'_C=6\Omega$$

با انتقال مجدد این راکتانس به ثالثیه داریم:

$$X_C=\frac{X'_C}{(\frac{2N_1}{N_3})^2}=\frac{6}{(\frac{2\times500}{400})^2}=0/96\Omega$$

از روی این راکتانس با توجه به فرکانس ورودی می‌توان نوشت:

$$X_C=\frac{1}{C.\omega}\Rightarrow C=\frac{1}{0/96\times2\pi\times50}=3/3mF$$

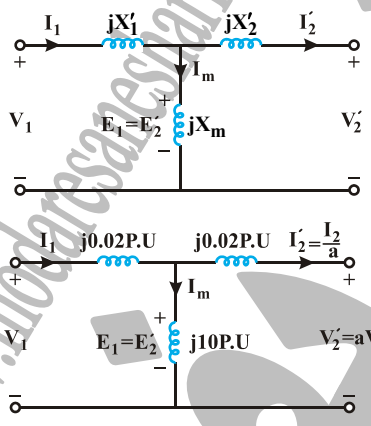
مثال ۱۹: تنظیم ولتاژ ترانسفورمر شکل زیر که در آن راکتانس‌های $X_1=X'_2=2\%$ و $X_m=10P.U$ می‌باشند در بار نامی با ضریب توان ۰/۸ پس فاز چند درصد است؟

۱) ۱/۲

۲) ۱/۶

۳) ۲/۶۵

۴) ۲/۴



پاسخ: گزینه «۳» با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان مدار معادل را به صورت شکل مقابل تکمیل نمود. دقت شود که چون X_m ترانسفورمر در وسط مدار داده شده نمی‌توان از مقدار تقریبی افت ولتاژ استفاده نمود پس باید مسأله را به صورت جامع تحلیل کرد. از آنجائی که تنظیم ولتاژ در بار نامی خواسته شده لذا $|\vec{V}'_2|$ و $|\vec{I}'_2|$ هر دو برابر ۱PU می‌باشند.

همین‌طور مقادیر راکتانس‌ها نیز چون پریونیتی داده شده‌اند پس از هر دو سمت یکسان می‌باشند لذا:

$$\vec{V}'_2=a\vec{V}_2=1\angle0^\circ\ P.U\quad\text{و}\quad\vec{I}'_2=\frac{\vec{I}_2}{a}=1\angle-\cos^{-1}0/8\ P.U$$

$$\vec{E}_1=a\vec{E}_2=a\vec{V}_2+j\,X'_2\times\frac{\vec{I}_2}{a}=(1\angle0)+(j0/02\times1\angle\cos^{-1}0/8)=1/012+j0/016\ P.U$$

$$\vec{I}_m=\frac{\vec{E}_1}{j\,X_m}=\frac{1/012+j0/016}{j10}=0/0016-j\,0/01012\ P.U$$

$$\vec{I}_1=\vec{I}_m+\vec{I}'_2=(0/0016-j\,0/01012)+1\angle-\cos^{-1}0/8=0/8016-j\,0/07012\ P.U$$

$$\vec{V}_1=\vec{E}_1+j\,X_1\vec{I}_1=(1/012+j0/16)+[j0/02(0/8016-j0/07012)]=1/0265\angle1/77^\circ\ P.U$$

$$\%V.R=\frac{|V_{NL}-V_{FL}|}{|V_{FL}|}\times100=\frac{1/0265-1}{1}\times100=2/65\%$$

تذکر: چنانچه از شاخه موازی (X_m) صرف‌نظر شود داریم:

$$\%V.R = (R_{eq}(P.U)\cos\varphi + X_{eq}(P.U)\sin\varphi)\times 100 = (0 + (0/02 + 0/02)\times 0/6)\times 100 = 2/4\%$$

وجود شاخه موازی سبب بالا رفتن جریان اولیه و در نتیجه افزایش افت ولتاژ شده لذا $\%V.R$ بیشتر می‌شود، چون تنها گزینه بیشتر از ۲/۴% گزینه ۳ است، می‌توان با راه حل ساده فوق نیز گزینه صحیح را به‌دست آورد.

مثال۲۰: در یک ترانسفورمر $\frac{230}{24}V$ و $460VA$ ثانویه اتصال کوتاه شده است. در این حالت با اعمال $23V$ به اولیه جریان $2A$ از آن عبور می‌کند، مقدار ولتاژ اتصال کوتاه چند پریونیت است؟

۱) ۱ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۰۹ ۴) ۰/۰۱۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید جریان نامی اولیه را به دست آورد:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{460}{230} = 2A$$

چون این جریان با جریان اتصال کوتاه داده شده یکسان است پس ولتاژ $23V$ داده شده ولتاژ اتصال کوتاه نامی است، لذا می‌توان مقدار نسبی آن را به صورت روبرو محاسبه نمود:

$$v_{sc_{pu}} = \frac{V_{sc}}{V_n} = \frac{23}{230} = 0/1\ P.U$$

مثال۲۱: اگر جریان اتصال کوتاه یک ترانسفورمر تکفاز ۱۲/۵ برابر جریان نامی آن باشد درصد ولتاژ اتصال کوتاه $(\%U_k)$ این ترانسفورمر چقدر است؟

۱) ۸% ۲) ۱۲/۵% ۳) ۱۶% ۴) ۲۵%

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به رابطه جریان دائمی اتصال کوتاه داریم:

$$I_{kd} = \frac{I_n}{U_k} \Rightarrow U_k = \frac{I_n}{I_{kd}} = \frac{I_n}{12/5 I_n} = 0/08 \Rightarrow \%U_k = 8\%$$

مثال۲۲: ترانسفورمر تکفازی با مشخصات $55kVA$ و $3300/110V$ مفروض است. اگر ولتاژ اتصال کوتاه این ترانسفورمر $\%U_k = 4\%$ بوده و جریان ضربه‌ای اتصال کوتاه دو برابر جریان دائمی اتصال کوتاه باشد، جریان اتصال کوتاه ضربه‌ای در ثانویه چند کیلو آمپر است؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۵/۵ ۴) ۳۷/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید جریان نامی ثانویه را با توجه به قدرت ترانسفورمر محاسبه نموده و از روی آن جریان دائمی اتصال کوتاه را به دست آورد:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{55000}{110} = 500A$$

$$I_{kd_2} = \frac{I_{2n}}{U_{k_2}} = \frac{500}{0/04} = 12500A \Rightarrow I_{s_2} = 2I_{kd_2} = 2\times 12500 = 25000A = 25kA$$

مثال۲۳: در آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورمر $\frac{1200}{100}$ ولت به قدرت ۶ کیلوولت آمپر نتایج روبرو به دست آمده است: $80W,\ 60A,\ 20V$.

جریان اتصال کوتاه تحت ولتاژ نامی در سمت فشار قوی چقدر است؟

۱) ۳۰۰A ۲) ۲۵ A ۳) ۳۶۰۰A ۴) ۶۰ A

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید سمت آزمایش را تعیین نمود لذا:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{6000}{1200} = 5A \quad , \quad I_{2n} = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{6000}{100} = 60A$$

دیده می‌شود که جریان نامی ثانویه برابر $60A$ یعنی برابر جریان آزمایش اتصال کوتاه است، پس آزمایش قطعاً در ثانویه انجام شده است از این رو جریان اتصال کوتاه واقعی در ثانویه برابر است با:

$$I_{kd_2} = (\frac{V_{2n}}{V_{sc_2}})I_{sc_2} = \frac{100}{20}\times 60 = 300A$$

با در نظر گرفتن ضریب تبدیل داریم:

$$I_{kd_1} = \frac{I_{kd_2}}{a} = \frac{300}{(\frac{1200}{100})} = 25A$$

مثال ۲۴: در آزمایش اتصال کوتاه یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۲۲۰}{۱۱۰}V$ به قدرت $۳/۳\,kVA$ نتایج $۳۰A-۲۰V-۱۰۰W$ بدست آمده است تلفات مسی ترانسفورمر در بار نامی و در حالت اتصال کوتاه واقعی به ترتیب چند وات است؟

۱) ۳۰۲۵ – ۱۰۰ ۲) ۱۰۲۵ – ۱۰۰ ۳) ۳۰۲۵ – ۵۰۰ ۴) ۱۰۲۵ – ۵۰۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در بار نامی تلفات مسی برابر مقدار تلفات توان در آزمایش اتصال کوتاه است لذا $P_{cu_n}=۱۰۰W$ است برای بررسی در حالت اتصال کوتاه واقعی باید ابتدا سمت آزمایش تعیین شود لذا:

$$I_{۱n}=\frac{۳۳۰۰}{۲۲۰}=۱۵A \quad , \quad I_{۲n}=\frac{۳۳۰۰}{۱۱۰}=۳۰A$$

چون $I_{۲n}=I_{sc}$ شده پس آزمایش در ثانویه صورت گرفته لذا داریم:

$$P_{cu_d}=(\frac{V_{۲n}}{V_{sc_۲}})^۲P_{sc_۲}=(\frac{۱۱۰}{۲۰})^۲\times۱۰۰=۳۰۲۵\,W$$

مثال ۲۵: در مثال قبل، Tap Changer چند درصد می‌تواند ولتاژ را کنترل کند؟

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به میزان تغییرات ولتاژ به دست آمده برای ثانویه داریم:

$$\Delta V_{tap}=۲۰۵۰-۱۹۵۰=۱۰۰V \Rightarrow \%\Delta V_{tap}=\frac{۱۰۰}{۲۰۰۰}=۰/۰۵=۵\%$$

یعنی Tap Changer قادر است ۵% ولتاژ را کنترل نماید. بطوری که می‌تواند ۲/۵% ولتاژ را بیشتر از مقدار نامی و ۲/۵% ولتاژ را کمتر از ولتاژ نامی نماید. بعضاً به جای درج عدد ۵% به عنوان تغییرات تپ عدد $\pm ۲/۵\%$ را به عنوان میزان تغییرات ولتاژ خروجی معرفی می‌کنند.

مثال ۲۶: یک ترانسفورمر تکفاز با ولتاژ $۲۰kV/۰/۴kV\pm ۴\%$ دارای ۴۸ دور سیم‌پیچی در قسمت فشار ضعیف است، تعداد حلقه‌های حداقل و حداکثر سیم‌پیچ فشار قوی برابر اینکه ولتاژ در محدوده موردنظر تغییر کند کدام است؟

۱) ۲۴۰۰ – ۲۴۹۶ ۲) ۲۳۰۴ – ۲۴۹۶ ۳) ۲۳۰۴ – ۲۵۹۶ ۴) ۲۴۰۰ – ۲۵۹۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به نسبت تبدیل و تعداد دور ثانویه داریم:

$$\frac{N_۱}{N_۲}=\frac{V_۱}{V_۲} \Rightarrow N_۱=\frac{۲۰۰۰۰}{۴۰۰}\times۴۸=۲۴۰۰ \text{ دور}$$

از آنجائیکه امکان تغییر ولتاژ در سمت فشار قوی (اولیه) ۴% است تغییرات تعداد دور برابر است با:

$$\Delta N=N_۱\times۰/۰۴=۲۴۰۰\times۰/۰۴=۹۶ \text{ دور}$$

$$N_۱=۲۴۰۰\pm۹۶ \Rightarrow N_{۱max}=۲۴۹۶ \text{ دور} \quad \text{و} \quad N_{۱min}=۲۳۰۴ \text{ دور} \Rightarrow ۲۳۰۴\le N_۱\le ۲۴۹۶$$

مثال ۲۷: در یک ترانسفورمر $۲۰۰KVA$ با امپدانس نشتی $۰/۱+j۰/۲P.U$ در سمت فشار قوی سیستم تغییر دهنده سرک (Tap Changer) پیش‌بینی شده است. اگر ثانویه توان $۱۵۰kVA$ را تحت ضریب قدرت ۰/۶ پس فاز تغذیه کند سیستم تغییر دهنده سرک چند درصد از سیم‌بندی فشار قوی را تغییر دهد تا ولتاژ ثانویه در بار مذکور برابر ولتاژ نامی ترانسفورمر شود؟

۱) ۱۶/۵% کاهش تعداد دور ۲) ۱۶/۵% افزایش تعداد دور ۳) ۷/۵% کاهش تعداد دور ۴) ۷/۵% افزایش تعداد دور

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» همواره تنظیم تپ چنجر باید به اندازه درصد تنظیم ولتاژ ترانسفورمر باشد لذا با توجه به بار $۱۵۰kVA$ داریم:

$$K_c=\frac{S_۲}{S_n}=\frac{۱۵۰}{۲۰۰}=۰/۷۵$$

$$\%V.R=K_c(R_{eq}(P.U)\cos\varphi_۲+X_{eq}(P.U)\sin\varphi_۲)=۰/۷۵(۰/۱\times۰/۶+۰/۲\times۰/۸)=۰/۱۶۵=۱۶/۵\%$$

پس باید سیستم تپ چنجر ۱۶/۵% از تعداد دور سیم‌بندی فشار قوی را از مدار خارج کند تا تنظیم ولتاژ موردنظر صورت گیرد. البته دقت شود که این عدد مقداری تقریبی است. در حالت دقیق‌تر که در صورت مشخص بودن نسبت تبدیل ترانسفورمر قابل تعیین است، عدد به دست آمده کمی کمتر از ۱۶/۵% خواهد بود. (جهت درک بهتر به حل تست شماره ۷۹ مربوط به آزمون سراسری سال ۸۹ در انتهای فصل مراجعه نمایید)

مثال ۲۸: در یک ترانسفورمر تکفاز $۲۰۰kVA$ و $۵۰Hz$ تلفات مس در بار کامل $۸۰۰W$ و مقاومت القایی پراکندگی آن $۰/۰۰۳P.U$ است. تنظیم ولتاژ را در بار $۰/۷P.U$ و ضریب توان ۰/۶ پیش‌فاز بدست آورید؟

۱) ۳/۳% ۲) ۳/۳ – % ۳) ۴/۸% ۴) ۰%

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» از آنجاییکه تلفات مسی نامی پریونیتی برابر مقاومت اهمی پریونیتی ترانسفورمر است باید ابتدا این تلفات را محاسبه نمود لذا با در نظر گرفتن توان $۲۰۰kVA$ به عنوان توان مبنا داریم:

$$P_{cu_n}(P.U)=\frac{P_{cu_n}}{S_b}=\frac{۸۰۰}{۲۰۰\times۱۰^۳}=۰/۰۰۴\ P.U=R_{eq}(P.U)$$

طبق رابطه مربوط به درصد تنظیم ولتاژ با توجه به ضریب بار $K_c=۰/۷$ و ضریب قدرت $\cos\varphi=۰/۶$ داریم. (به استفاده از علامت منفی در رابطه دقت شود)

$$\%V.R=K_c[(R_{eq}(P.U)\cos\varphi_۲)\pm(X_{eq}(P.U)\sin\varphi_۲)]\times۱۰۰=۰/۷[(۰/۰۰۴\times۰/۶)-(۰/۰۰۳\times۰/۸)]\times۱۰۰=۰\%$$

با توجه به اینکه بار ترانسفورمر اهمی خازنی است نتیجه به دست آمده دور از انتظار نیست.

تست‌های تألیفی فصل چهارم ــ مبحث اتوترانسفورمرها

مثال ۱: یک مصرف‌کننده AC جریان مؤثر ۸۰ آمپر را تحت ضریب توان ۰/۸ پس فاز از طریق یک اتوترانسفورمر ایده‌آل کاهنده $\frac{180\,V}{120\,V}$ دریافت می‌کند. مقدار قدرت اکتیوی که در اثر القاء مغناطیسی از هر یک از سیم‌پیچ‌ها عبور می‌کند برابر کدام گزینه است؟

۱) ۲۲۸۰ W ۲) ۲۵۶۰ W ۳) ۲۸۲۰ W ۴) ۳۳۲۰ W

پاسخ: گزینه «۲» مانند تست قبل ابتدا باید توان خروجی را محاسبه نمود لذا:

$$S_2 = V_2 I_2 = 80 \times 120 = 9600\,VA$$

$$S_T = S_2\left(\frac{V_H - V_L}{V_H}\right) = 9600 \times \left(\frac{180-120}{180}\right) = 3200\,VA \Rightarrow P_T = S_T \cos\varphi = 3200 \times 0/8 = 2560\,W$$

مثال ۲: برای تبدیل ولتاژ ۲۳۰ kV به ۴۰۰ kV از یک اتوترانسفورمر سه فاز استفاده شده است، در این صورت میزان مس و آهن مصرفی نسبت به ترانسفورمر معمولی چند درصد است؟

۱) ٪۵۷ ۲) ٪۴۷ ۳) ٪۴۳ ۴) ٪۵۳

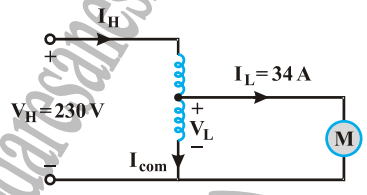
پاسخ: گزینه «۳» همان‌طور که ذکر شد در اتوترانسفورمرها به اندازه $\frac{V_L}{V_H}$ صرفه‌جویی داریم یعنی:

$$\text{میزان صرفه‌جویی} = \frac{V_L}{V_H} = \frac{230}{400} = 0/57 = 57\% \Rightarrow \text{میزان مصرف} = 1 - 0/57 = 0/43 \quad \text{یا} \quad 43\%$$

مثال ۳: یک اتوترانسفورمر کاهنده تکفاز برای راه‌اندازی یک موتور القایی مورد استفاده قرار می‌گیرد تا جریان راه‌اندازی موتور را به ۳۴ A محدود کند. ولتاژ منبع ۲۳۰ V است و در زمان راه‌اندازی اتوترانسفورمر را در انشعاب ۸۰٪ تنظیم می‌کنیم، جریان در سیم‌پیچ مشترک، ولت آمپر هدایت شده و ولت‌آمپر ترانسفورمری کدامند؟

۱) ۵۰۰۵ VA − ۱۲۵۱ VA − ۲۷/۲ A ۲) ۱۱۵۵ VA − ۱۲۵۱ VA − ۶/۸ A
۳) ۱۱۵۵ VA − ۵۰۰۵ VA − ۲۷/۲ A ۴) ۱۲۵۱ VA − ۵۰۰۵ VA − ۶/۸ A

پاسخ: گزینه «۴» مدار معادل این مسئله به صورت شکل زیر قابل رسم است: (دقت شود که اتوترانسفورمر مورد بحث کاهنده بوده لذا ثانویه آن فشار ضعیف است)



$$\frac{V_L}{V_H} = \frac{N_L}{N_H} = \frac{80}{100} = 0/8 \Rightarrow V_L = 0/8 \times 230 = 184\ V$$

$$\frac{I_L}{I_H} = \frac{N_H}{N_L} \Rightarrow \frac{34}{I_H} = \frac{1}{0/8} \Rightarrow I_H = 27/2\ A = I_1$$

$$I_{com} = I_H - I_L = 27/2 - 34 \Rightarrow I_{com} = -6/8\ A$$

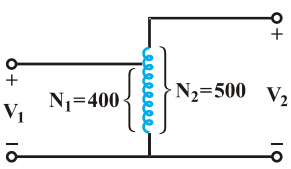
برای محاسبه توان‌های تیپ و هدایتی ابتدا باید توان خروجی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$S_2 = V_L I_L = V_2 I_2 = 184 \times 34 = 6256\ VA \Rightarrow \begin{cases} S_T = S_2\left(\frac{V_H - V_L}{V_H}\right) = 6256\left(\frac{230-184}{230}\right) = 1251/2\ VA \\ S_C = S_2\frac{V_L}{V_H} = 6256 \times \frac{184}{230} = 5004/8\ VA \end{cases}$$

مثال ۴: اتو ترانسفورمری در کل دارای ۵۰۰ حلقه سیم‌پیچ است. ولتاژ ورودی به حلقه ۴۰۰ و به اندازه ۱۶۰ ولت وصل شده است. ولتاژ خروجی از حلقه ۵۰۰ گرفته شده و جریان ۸ آمپر به بار داده می‌شود. جریان سیم‌پیچ مشترک چند آمپر است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

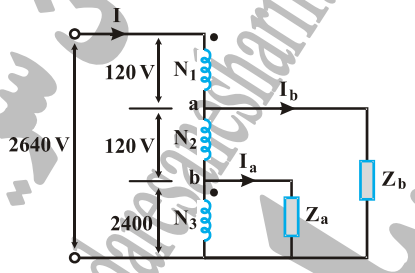
پاسخ: گزینه «۱» با توجه به اطلاعات داده شده مدار معادل به صورت زیر قابل رسم است:



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{160}{V_2} = \frac{400}{500} \Rightarrow V_2 = 200\,V$$

$$S_2 = V_2 I_2 = 200 \times 8 = 1600\,VA = S_1 \Rightarrow I_1 = \frac{S_1}{V_1} = \frac{1600}{160} = 10\,A \Rightarrow I_{com} = I_1 - I_2 = 10 - 8 = 2\,A$$

مثال ۵: در اتوترانسفورمر ایده‌آل نشان داده شده در شکل زیر نسبت بین امپدانس‌های همفاز $\frac{Z_a}{Z_b}$ چگونه انتخاب شود، تاجریان در سیم‌پیچ ab برابر صفر شود؟



۱) ۲۱

۲) ۲۰

۳) ۱۲

۴) ۱۹

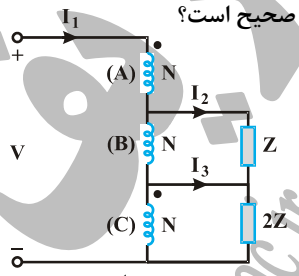
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به ولتاژهای دو سر هر مصرف‌کننده می‌توان تساوی زیر را نوشت:

$$\begin{cases} Z_a I_a = ۲۴۰۰V \\ Z_b I_b = ۲۵۲۰V \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_a I_a}{Z_b I_b} = \frac{۲۰}{۲۱}$$

اگر بخواهیم جریان $I_{ab} = ۰$ باشد باید برآیند آمپر دور سیم‌پیچی‌های بالایی و پائینی صفر شود. دقت کنید که اگر $I_{ab} = ۰$ شود جریان I_a به طور کامل از $N_۳$ و جریان I_b به طور کامل از $N_۱$ عبور می‌کند. همین‌طور چون ولتاژها متناسب با تعداد دورها است به جای تعداد دورها از ولتاژها استفاده می‌شود.

$$N_۱I_۱ = N_۳I_۳ \Rightarrow V_۱I_b = V_۳I_a \Rightarrow ۱۲۰I_b = ۲۴۰۰I_a \Rightarrow \frac{I_a}{I_b} = \frac{۱۲۰}{۲۴۰۰} \xrightarrow{\text{طبق رابطه بالا}} \frac{Z_a}{Z_b} \times \frac{۱۲۰}{۲۴۰۰} = \frac{۲۰}{۲۱} \Rightarrow \frac{Z_a}{Z_b} = ۱۹$$

مثال ۶: در اتوترانسفورمر ایده‌آل با دو انشعاب خروجی (دو تپ خروجی) مطابق شکل زیر کدامیک از موارد زیر صحیح است؟



۱) جریان سیم‌پیچ B صفر بوده و سیم‌پیچ C تامین کننده توان است.

۲) جریان در سیم‌پیچهای B و C با هم برابر بوده و هر دو آنها تامین کننده توان هستند.

۳) جریان در سیم‌پیچ A دو برابر جریان در سیم‌پیچ C بوده و سیم‌پیچ B تامین کننده توان است.

۴) جریان در سیم‌پیچ C صفر بوده و سیم‌پیچ B تامین کننده توان است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چنانچه جریان سیم‌بندی‌ها را به ترتیب I_A و I_B و I_C بنامیم با توجه به ایده‌آل بودن اتوترانسفورمر مورد بحث داریم:

$$\sum_{i=۱}^{n} N_i I_i = ۰ \Rightarrow N_۱I_A + N_۲I_B + N_۳I_C = ۰ \xrightarrow[N_۱=N_۲=N_۳=N]{I_A=I_۱, I_B=I_۱-I_۲, I_C=I_۱-I_۲-I_۳} NI_۱ + N(I_۱ - I_۲) + N(I_۱ - I_۲ - I_۳) = ۰ \qquad (۱)$$

از طرفی چون تعداد دور سیم‌بندی‌ها با هم برابر است ولتاژ دو سر آنها نیز با یکدیگر برابرند پس با توجه به امپدانس‌های بار و جریان‌های عبوری از آن‌ها می‌توان نوشت:

$$ZI_۲ = ۲Z(I_۳ + I_۲) \qquad (۲)$$

با حل دو معادله (۱) و (۲) داریم:

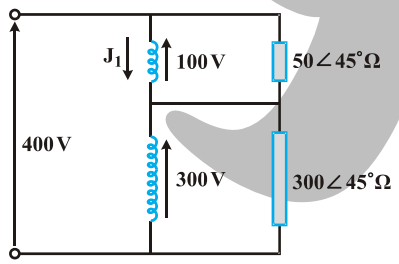
$$I_۱ = -I_۳ \quad \text{و} \quad I_۲ = ۲I_۱$$

با اعمال مقادیر به دست آمده برای $I_۱$ و $I_۲$ و $I_۳$ می‌توان جریان عبوری از هر سیم‌بندی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{cases} I_A = I_۱ \\ I_B = I_۱ - I_۲ = I_۱ - ۲I_۲ = -I_۱ \\ I_C = I_۱ - I_۲ - I_۳ = -I_۲ + I_۱ = ۰ \end{cases}$$

طبق جریان‌های به دست آمده دیده می‌شود جریان در سیم‌پیچ‌های C صفر است و B تأمین کننده توان است.

مثال ۷: اتوترانسفورمری دو بار مصرفی را مطابق شکل تغذیه می‌کند، جریان $J_۱$ چقدر است؟



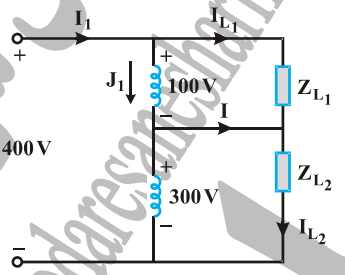
۱) $۰/۸۵\angle -۴۵^\circ$

۲) $۰/۷۵\angle ۱۳۵^\circ$

۳) $۰/۸۵\angle -۱۳۵^\circ$

۴) $۱\angle -۱۳۵^\circ$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به ولتاژ و امپدانس هر مصرف‌کننده می‌توان جریان آن را به صورت زیر محاسبه نمود:



$$\vec{I}_{L_1}=\frac{100\angle 0}{50\angle 45^\circ}=2\angle -45^\circ A \qquad \vec{I}_{L_2}=\frac{300\angle 0}{300\angle 45^\circ}=1\angle -45^\circ A$$

توان مصرفی هر امپدانس برابر است با:

$$\vec{S}_{L_1}=\vec{V}_{L_1}\vec{I}_{L_1}^{*}=100\angle 0\times(2\angle -45^\circ)^{*}=200\angle 45^\circ \text{ VA}$$

$$\vec{S}_{L_2}=\vec{V}_{L_2}\vec{I}_{L_2}^{*}=300\angle 0\times(1\angle -45^\circ)^{*}=300\angle 45^\circ \text{ VA}$$

با توجه به اینکه توان ظاهری ورودی و خروجی یکسان بوده و برابر مجموع توان مصرفی هر دو بار است داریم:

$$\vec{S}_{out}=\vec{S}_{in}=\vec{S}_{L_1}+\vec{S}_{L_2}=500\angle 45^\circ \text{ V.A}$$

جریان ورودی را می‌توان با توجه به توان ورودی و ولتاژ اولیه به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\vec{I}_1=\left(\frac{S_{in}}{V_{in}}\right)^{*}=\left(\frac{500\angle 45}{400\angle 0}\right)^{*}=1/25\angle -45^\circ A \Rightarrow \vec{J}_1=\vec{I}_1-\vec{I}_{L_1}=1/25\angle -45^\circ-2\angle -45^\circ=-0/75\angle -45=0/75\angle 135^\circ$$

به عنوان روشی دیگر می‌توان از اصل تعادل آمپر دورها در هسته به صورت زیر استفاده نمود:

$$\sum_{i=1}^{n}N_iI_i=0 \Rightarrow N_1J_1=N_2(I-J_1)=N_2(I_{L_2}-I_{L_1}-J_1)$$

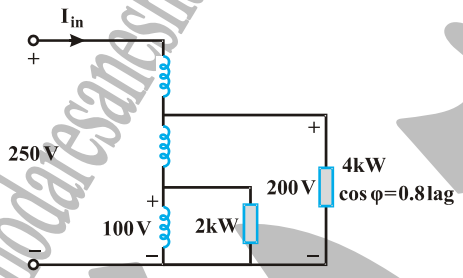
با توجه به اینکه در اتوترانسفورمرها نیز همواره رابطه $\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}$ برقرار است می توان نوشت:

$$100J_1=300(1\angle -45^\circ-2\angle -45^\circ-J_1)\Rightarrow J_1=-3\angle -45^\circ-3J_1 \Rightarrow 4J_1=-3\angle -45^\circ \Rightarrow J_1=-0/75\angle -45^\circ=0/75\angle 135^\circ A$$

مثال ۸: یک اتو ترانسفورمر چند سر ۲۵۰/۲۰۰/۱۰۰V یک بار ۴kW با ضریب توان ۰/۸ پس فاز را در ولتاژ ۲۰۰ V تأمین می‌کند. بار دوم اهمی و به قدرت ۲kW از سیم‌پیچ ۱۰۰V تغذیه می‌شود. با چشم‌پوشی از تلفات،جریان خط ۲۵۰ V و ضریب توان آن به ترتیب برابرند با:

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $12\sqrt{5}A$　　۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $6\sqrt{3}A$　　۳) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ و $6\sqrt{3}A$　　۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ و $12\sqrt{5}A$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با فرض ایده‌آل بودن اتوترانسفورمر و با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان مدار معادلی به صورت زیر رسم نمود:



$$P_{in}=P_{out}=P_1+P_2=2000+4000=6000 \text{ W}$$

$$Q_{in}=Q_{out}=\left(\frac{4000}{\cos\varphi_1}\times\sin\varphi_1\right)+\left(\frac{2000}{\cos\varphi_2}\times\sin\varphi_2\right)=3000 \text{ VAR}$$

$$\cos\varphi_{in}=\frac{P_{in}}{S_{in}}=\frac{P_{in}}{\sqrt{P_{in}^2+Q_{in}^2}}=\frac{6000}{\sqrt{6000^2+3000^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$I_{in}=\frac{S_{in}}{V_{in}}=\frac{\sqrt{6000^2+3000^2}}{250}=12\sqrt{5}A$$

مثال ۹: یک اتوترانسفورمر ۲۵۰/۲۰۰V در حالتی که ثانویه آن اتصال کوتاه است با اعمال ولتاژ ورودی ۱۰V جریان ۶۰A را در ضریب قدرت ۰/۳ پس فاز می‌گیرد، اگر به اولیه ۲۵۰V داده شود ولتاژ دو سر بار اهمی سلفی ۱۰۰A با ضریب قدرت ۰/۶ پس فاز چقدر است؟

۱) ۲۰۰V　　۲) ۱۹۰V　　۳) ۱۸۲V　　۴) ۱۷۷V

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به مقادیر مربوط به حالت اتصال کوتاه می‌توان امپدانس معادل اتوترانسفورمر را از سمت فشار قوی به صورت زیر محاسبه نمود:

$$Z_{eq_1}=\frac{V_{sc}}{I_{sc}}=\frac{10}{60}=\frac{1}{6}\Omega$$

با توجه به ضریب قدرت مربوط به اتصال کوتاه می‌توان نوشت:

$$R_{eq_1}=Z_{eq_1}\cos\varphi_{sc}=\frac{1}{6}\times 0/3=0/05\Omega$$

$$X_{eq_1}=Z_{eq_1}\sin\varphi_{sc}=\frac{1}{6}\times\sqrt{1-0/3^2}=0/16\Omega$$

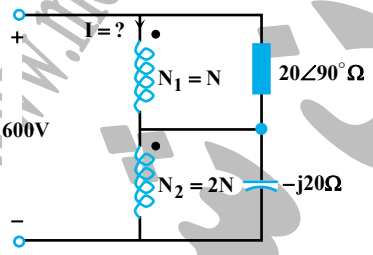
پس از محاسبه مقادیر اهمی و القایی امپدانس معادل می‌توان مانند ترانسفورمرهای معمولی به صورت زیر ولتاژ اولیه را محاسبه نمود:

$$|\Delta\vec{V}_{eq_1}| = (R_{eq_1}\cos\varphi_2 + X_{eq_1}\sin\varphi_1)\,|\vec{I}_1| = [(0/05\times 0/6)+(0/16\times 0/8)]\times\frac{100}{(\frac{250}{200})} = 12/64\,V$$

با توجه به اینکه ولتاژ بی‌باری ثانویه $200\,V$ است داریم:

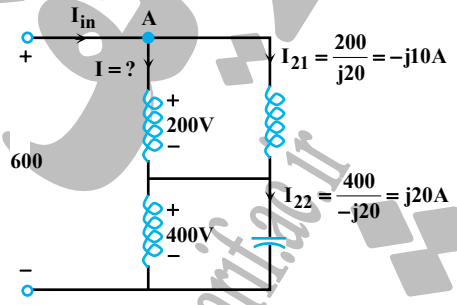
$$|\Delta\vec{V}_{eq_1}| = \frac{|\Delta\vec{V}_{eq_2}|}{a} = \frac{12/64}{\frac{250}{200}} \simeq 10\,V \Rightarrow V_{2FL} = V_{2NL} - |\Delta\vec{V}_{eq_2}| = 200 - 10 = 190\,V$$

مثال ۱۰: در اتوترانسفورمر شکل زیر اندازه جریان عبوری از سیم‌بندی N_1 چند آمپر است؟



۱) $0\,A$
۲) $10\,A$
۳) $20\,A$
۴) $30\,A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به نسبت تعداد دورها و پلاریته سیم‌پیچ‌ها ولتاژ دو سر N_1 برابر $200\,V$ و دو سر N_2 برابر $400\,V$ است. (چرا؟) در نتیجه جریان هر مصرف‌کننده و قدرت خروجی به صورت زیر قابل محاسبه است:



$$\vec{S}_{out} = \vec{S}_{in} = \vec{S}_{21} + \vec{S}_{22} = (\vec{V}_{21}\vec{I}_{21}^{*}) + (\vec{V}_{22}\vec{I}_{22}^{*}) = 200\times(-j10)^{*} + 400\times(j20)^{*}$$
$$= j2000 - j8000 = -j6000\,VAR$$

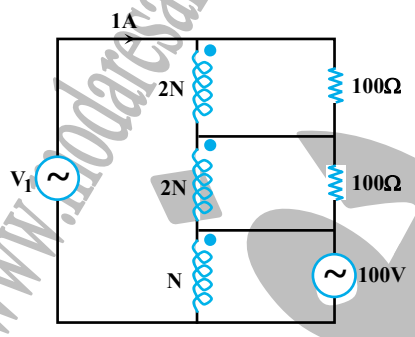
با توجه به این توان جریان ورودی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\vec{I}_{in} = \frac{\vec{S}_{in}^{*}}{\vec{V}_1^{*}} = \frac{(-j6000)^{*}}{600} = +j10\,A$$

با نوشتن KCL در گره A داریم:

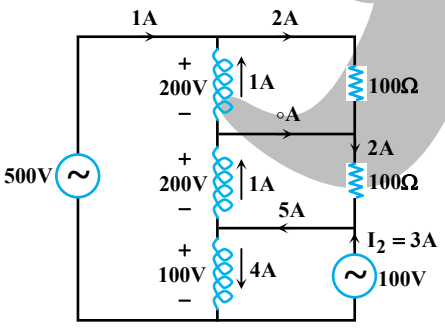
$$\vec{I}_{in} = \vec{I}_{21} + \vec{I} \Rightarrow \vec{I} = +j10 + j10 = j20\,A \Rightarrow |\vec{I}| = 20\,A$$

مثال ۱۱: در اتوترانسفورمر تک‌فاز شکل زیر چند درصد توان انتقالی به مصرف‌کنندگان از طریق ارتباط مغناطیسی منتقل می‌گردد؟



۱) $\%25$
۲) $\%75$
۳) $\%50$
۴) $\%100$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به تعداد دور سیم‌بندی‌ها، ولتاژ دو سر سیم‌پیچی‌های $2N$ دوری برابر $200\,V$ بوده لذا ولتاژ منبع V_1 نیز باید برابر $500\,V$ باشد. با توجه به ولتاژ به‌دست آمده در دو سر هر مقاومت، جریان هر یک را می‌توان محاسبه نموده و در نهایت توان خروجی را به‌صورت زیر به‌دست آورد:



$$P_2 = 2^2\times 100 + 2^2\times 100 = 800\,W$$

این توان باید از طریق دو منبع ورودی تأمین گردد لذا چون جریان منبع V_1 داده شده داریم:

$$V_1I_1 + V_2I_2 = 800\,W \Rightarrow 500\times 1 + 100\times I_2 = 800\,W \Rightarrow I_2 = 3A$$

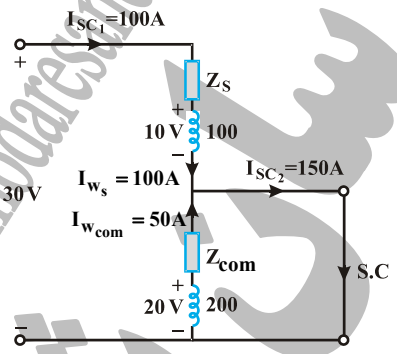
با توجه به جهت جریان‌ها و پلاریته ولتاژها دیده می‌شود که دو سیم‌پیچ بالایی تولیدکننده توان و سیم‌پیچ پایینی مصرف‌کننده توان است، لذا: $P_T = 100\times 4 \text{ یا } (200\times 1) + (200\times 1) = 400\,W$

چون در تست نسبت توان مغناطیسی به توان کل خواسته شده، داریم: $\frac{P_T}{P_2} = \frac{400}{800} = 0/5 \text{ یا } \%50$

مثال ۱۲: یک اتوترانسفورمر ۳۰۰/۲۰۰V در حالتی که ثانویه آن اتصال کوتاه است با اعمال ولتاژ ورودی ۳۰V جریان ۱۰۰A را در ضریب قدرت ۰/۲ پس فاز از شبکه می‌کشد، اندازه امپدانس‌های سیم‌بندی‌های سری و مشترک به ترتیب کدامند؟

۱) ۰/۲Ω و ۰/۱Ω　　۲) ۰/۱۵Ω و ۰/۱۵Ω　　۳) ۰/۴Ω و ۰/۲Ω　　۴) ۰/۳Ω و ۰/۴Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به اینکه جریان اتصال کوتاه جاری شده در سمت اولیه ۱۰۰A است جریان جاری شده در ترمینال‌های اتصال کوتاه شده ثانویه برابر است با:



$$I_{sc_2} = aI_{sc_1} = \frac{300}{200}\times 100 = 150\,A$$
$$I_{w_s} = I_{sc_1} = 100A$$
$$I_{w\,com} = I_{sc_2} - I_{w_s} = 150 - 100 = 50\,A$$

حال که جریان عبوری از هر سیم‌بندی مشخص شد کافی است افت ولتاژ دو سر هر امپدانس را محاسبه نموده تا بتوان مقدار هر امپدانس را به دست آورد برای این منظور داریم:

ولتاژ القایی در سیم‌بندی سری در حالت اتصال کوتاه $V_s = V_{sc}\times\frac{100}{200+100} = 30\times\frac{100}{300} = 10\,V$

ولتاژ القایی در سیم‌بندی مشترک در حالت اتصال کوتاه $V_{com} = V_{sc}\times\frac{200}{200+100} = 30\times\frac{200}{300} = 20\,V$

حال که ولتاژ القایی در سیم‌بندی‌ها در حالت اتصال کوتاه به دست آمده می‌توان امپدانس اتصال کوتاه سیم‌بندی‌ها سری و مشترک را با توجه به افت ولتاژ دو سر آنها و جریان عبوری از آنها به صورت مقابل به دست آورد:

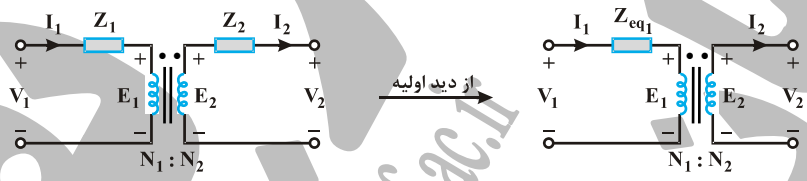
$$Z_s = \frac{30-10}{100} = 0/2\Omega \quad , \quad Z_{com} = \frac{20}{50} = 0/4\Omega$$

(جهت چک کردن پاسخ باید Z_s و Z_{com} به دست آمده در رابطه $\frac{V_{sc}}{I_{sc}} = Z_{eq_{HV}} = Z_s + (a-1)^2 Z_{com}$ صدق کند)

مثال ۱۳: اگر یک ترانسفورمر دو سیم‌پیچه را که مقاومت ظاهری اتصال کوتاه آن بر حسب پریونیت Z_{eq} است بصورت اتوترانسفورمر ببندیم، مقاومت ظاهری اتصال کوتاه آن بر حسب پریونیت (Z'_{eq}) برابر است با:

۱) $Z'_{eq} = \frac{N_2}{N_1+N_2}Z_{eq}$　　۲) $Z'_{eq} = \frac{N_1}{N_1+N_2}Z_{eq}$　　۳) $Z'_{eq} = \frac{N_1+N_2}{N_2}Z_{eq}$　　۴) $Z'_{eq} = \frac{N_1+N_2}{N_1}Z_{eq}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» مدار معادل یک ترانسفورمر معمولی بصورت زیر است:

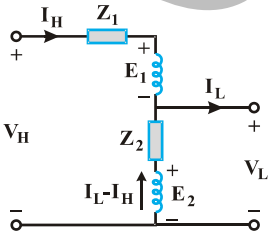


در این شکل امپدانس کل ترانسفورمر از دید اولیه برابر $Z_{eq} = Z_1 + [\frac{N_1}{N_2}]^2 Z_2$ است.

اگر S_{n_t} توان نامی ترانسفورمر و V_{1n} و V_{2n} به ترتیب ولتاژهای نامی اولیه و ثانویه باشند آنگاه مقادیر مبنا برای ترانسفورمر عبارتند از:

$$V_{1_{bt}} = V_{1n} \qquad V_{2_{bt}} = V_{2n} \qquad S_{b_t} = S_{n_t}$$

چنانچه این ترانسفورمر بصورت اتوترانسفورمر متصل شود مدار معادل آن بصورت زیر خواهد بود:

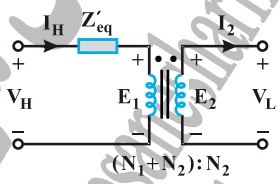


$$\vec{V}_H = \vec{Z}_1\vec{I}_H + \vec{E}_1 + \vec{V}_L$$
$$\vec{V}_L + \vec{Z}_2(\vec{I}_L - \vec{I}_H) = \vec{E}_2$$
$$\vec{I}_L = \frac{N_1+N_2}{N_2}\vec{I}_H$$
$$\vec{E}_1 = \frac{N_1}{N_2}\vec{E}_2$$

از ترکیب این چهار رابطه خواهیم داشت: (۱)

$$\vec{V}_H=[\vec{Z}_1+(\frac{N_1}{N_2})^2\vec{Z}_2]\vec{I}_H+\frac{N_1+N_2}{N_2}\vec{V}_L \Rightarrow \vec{V}_H=\vec{Z}_{eq}\vec{I}_H+\frac{N_1+N_2}{N_2}\vec{V}_L$$

از طرفی مدار معادل اتوترانسفورمر را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت:



$$\vec{V}_H=\vec{Z}'_{eq}\vec{I}_H+\frac{N_1+N_2}{N_2}\vec{V}_L \quad (2)$$

از مقایسه دو رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$\boxed{Z'_{eq}(\Omega)=Z_{eq}(\Omega)}$$

به عبارت دیگر امپدانس معادل نشتی یا امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورمر بر **حسب اهم** با امپدانس معادل نشتی اتوترانسفورمر بر **حسب اهم** برابر است.

مقدار امپدانس مبنا برای طرف اولیه ترانسفورمر برابر است با:

$$Z_{b_t}=\frac{V_{1b_t}^2}{S_{b_t}}=\frac{V_{1n}^2}{S_{n_t}}$$

مقدار امپدانس مبنا برای طرف اولیه اتوترانسفورمر برابر است با:

$$Z_{b_{at}}=\frac{V_{1b_{at}}^2}{S_{b_{at}}}=\frac{[V_{1n}+V_{2n}]^2}{\frac{N_1+N_2}{N_1}S_{n_t}}=\frac{[V_{1n}+\frac{N_2}{N_1}V_{1n}]^2}{\frac{N_1+N_2}{N_1}S_{n_t}} \Rightarrow Z_{b_{at}}=\frac{N_1+N_2}{N_1}Z_{b_t}$$

بنابراین نسبت امپدانس‌های ترانسفورمر و اتوترانسفورمر بر حسب پریونیت برابر است با:

$$\frac{Z_{eq}(P.U)}{Z'_{eq}(P.U)}=\frac{\frac{Z_{eq}}{Z_{b_t}}}{\frac{Z'_{eq}}{Z_{b_{at}}}}=\frac{Z_{eq}}{Z'_{eq}}\frac{Z_{b_{at}}}{Z_{b_t}} \Rightarrow \boxed{Z'_{eq}(P.U)=\frac{N_1}{N_1+N_2}Z_{eq}(P.U)}$$

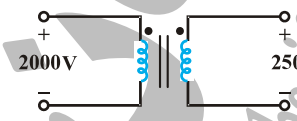
گرچه روند اثبات دو موردی که در این تست به دست آمده آن‌چنان مهم نیست اما نتایج به دست آمده از آن بسیار مهم بوده و در حل تست‌ها بسیار مفید است. لذا توصیه می‌گردد این نتایج را حفظ نمایید.

مثال ۱۴: از یک ترانسفورمر دو سیم پیچه ۲۵kVA و $\frac{۲۰۰۰}{۲۵۰}$V باید به عنوان یک اتوترانسفورمر با منبع ولتاژ ورودی و ثابت ۲۰۰۰V استفاده شود. در بار کامل و تحت ضریب قدرت واحد، مطلوب است:

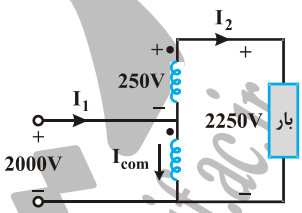
الف) محاسبه قدرت‌های خروجی، تیپ (ساختمانی) و هدایتی.

ب) اگر راندمان ترانسفورمر دو سیم‌پیچه در بار کامل با ضریب قدرت ۰/۶ پس فاز برابر ۹۶% باشد، راندمان اتوترانسفورمر را نیز در همان بار و همان ضریب قدرت پیدا کنید.

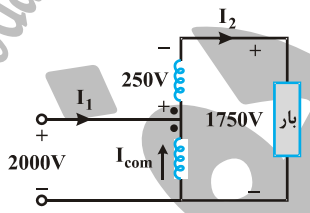
☑ **پاسخ:** چنانچه ولتاژ ورودی ۲۰۰۰V باشد دو طرح نشان داده شده در شکل‌های زیر قابل پیاده‌سازی است.



الف ـ ترانسفورمر دو سیم‌پیچه



ب ـ اتصال اضافی



ج ـ اتصال نقصانی

الف) در حالت دو سیم‌پیچه توان هر سیم‌بندی ۲۵ kVA است لذا می‌توان جریان‌ها را به صورت زیر بدست آورد:

۱) اگر از طرح شکل (ب) استفاده شود داریم:

$$\begin{cases} I_{com}=\frac{۲۵\times۱۰^3}{۲۰۰۰}=۱۲/۵\,A \\ I_2=\frac{۲۵\times۱۰^3}{۲۵۰}=۱۰۰\,A \end{cases} \Rightarrow I_1=I_2+I_{com}=۱۰۰+۱۲/۵=۱۱۲/۵\,A$$

با توجه به این جریان‌ها توان خروجی برابر است با: $S_2=V_2I_2=۲۲۵۰\times۱۰۰=۲۲۵\ kVA$ یا $S_2=۲۵\times\frac{۲۲۵۰}{۲۲۵۰-۲۰۰}=۲۲۵kVA$

با جایگذاری توان خروجی در رابطه توان انتقال یافته به واسطه ارتباط مغناطیسی یا همان توان تیپ داریم:

$$S_T = S_۲(\frac{V_H - V_L}{V_H}) = ۲۲۵\times(\frac{۲۲۵۰-۲۰۰۰}{۲۲۵۰}) = ۲۵\ kVA \quad \text{یا} \quad S_T = ۲۵۰\times۱۰۰ = ۲۰۰۰\times۱۲/۵ = ۲۵kVA$$

$$S_C = S_۲ - S_T = ۲۲۵ - ۲۵ = ۲۰۰\ kVA$$

حال که توان‌های خروجی و انتقال یافته به واسطه ارتباط مغناطیسی به دست آمده می‌توان نوشت:

۲) اگر از طرح شکل (ج) استفاده شود مشابه حالت قبل داریم:

$$\begin{cases} I_{com} = \frac{۲۵\times۱۰^۳}{۲۰۰۰} = ۱۲/۵\ A \\ I_۲ = \frac{۲۵\times۱۰^۳}{۲۵۰} = ۱۰۰\ A \end{cases} \Rightarrow I_۱ = ۱۰۰ - ۱۲/۵ = ۸۷/۵\ A$$

$$S_۲ = V_۲I_۲ = ۱۷۵۰\times۱۰۰ = ۱۷۵\ kVA \quad \text{یا} \quad S_۲ = ۲۵\times\frac{۱۷۵۰}{۲۰۰۰-۱۷۵۰} = ۱۷۵kVA$$

چون اتصال به کار رفته در این حالت از نوع نقصانی است داریم:

$$S_T = S_۲(\frac{V_H - V_L}{V_L}) = ۱۷۵\times(\frac{۲۰۰۰-۱۷۵۰}{۱۷۵۰}) = ۲۵\ kVA \quad \text{یا} \quad S_T = ۲۵۰\times۱۰۰ = ۲۰۰۰\times۱۲/۵ = ۲۵kVA$$

$$S_C = S_۲ - S_T = ۱۷۵ - ۲۵ = ۱۵۰\ kVA$$

ب) با توجه به اینکه هم ترانسفورمر و هم اتوترانسفورمر در بار نامی کار می‌کنند تلفات توان در آن‌ها یکسان است پس داریم:

$$\eta_{TR} = \frac{K_c S_n \cos\varphi_۲}{K_c S_n \cos\varphi_۲ + \Delta P_{TR}} \Rightarrow ۰/۹۶ = \frac{۱\times۲۵\times۰/۶}{۱\times۲۵\times۰/۶ + \Delta P_{TR}} \Rightarrow \Delta P_{TR} = ۰/۶۲۵kW = ۶۲۵\ W = \Delta P_{AT}$$

در اتصال اضافی داریم:

$$\eta_{AT} = \frac{(۱\times۲۲۵\times۰/۶)}{(۱\times۲۲۵\times۰/۶) + ۰/۶۲۵}\times۱۰۰ = ۹۹/۵۴\%$$

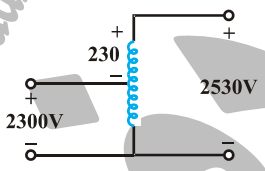
در اتصال نقصانی داریم:

$$\eta_{AT} = \frac{(۱\times۱۷۵\times۰/۶)}{(۱\times۱۷۵\times۰/۶) + ۰/۶۲۵}\times۱۰۰ = ۹۹/۴۰\ \%$$

مثال ۱۵: از یک ترانسفورمر دو سیم‌پیچی ۲۰kVA و $\frac{۲۳۰۰}{۲۳۰}$V باید به عنوان یک اتوترانسفورمر افزاینده با منبع ولتاژ ثابت ۲۳۰۰V استفاده شود. در بار کامل و ضریب قدرت واحد، قدرت‌های خروجی و هدایتی به ترتیب برابر است با:

۱) ۲۲kW و ۲ kW ۲) ۲۲kW و ۲۰ kW ۳) ۲۲۰kW و ۲۰ kW ۴) ۲۲۰kW و ۲۰۰kW

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به افزاینده بودن اتوترانس اتصال اضافی است. لذا:



$$S_{AT} = S_{TR}(\frac{V_H}{V_H - V_L}) = ۲۰\times\frac{۲۵۳۰}{۲۵۳۰-۲۳۰۰} = ۲۲۰\ kVA$$

$$P_{out} = S_{AT}\cos\varphi = ۲۲۰\times۱ \Rightarrow P_{out} = ۲۲۰kW$$

توان انتقال یافته به واسطه کوپلینگ مغناطیسی برابر ۲۰kVA است که چون $\cos\varphi = ۱$ است ۲۰ kW توان اکتیو انتقال یافته توسط هسته می‌باشد. بنابراین توان هدایتی برابر است با:

$$P_C = P_{out} - P_T = ۲۲۰ - ۲۰ \Rightarrow P_c = ۲۰۰kW$$

مثال ۱۶: در مثال قبل اگر راندمان ترانسفورمر دو سیم‌پیچه در بار کامل و ضریب قدرت ۰/۶ برابر ۹۶ % باشد، راندمان اتوترانسفورمر در بار کامل و همان ضریب قدرت برابر است با:

۱) ۹۶ % ۲) ۹۳/۴ % ۳) ۹۵/۶۱ % ۴) ۹۹/۶۲ %

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به افزاینده بودن اتوترانس اتصال اضافی است، لذا:

$$\eta_{T.R} = \frac{S_{T.R}\cos\varphi}{S_{n_{T.R}}\cos\varphi + \Delta P}\times۱۰۰ \Rightarrow ۰/۹۶ = \frac{(۲۰\times۰/۶)}{(۲۰\times۰/۶) + \Delta P} \Rightarrow \Delta P = ۰/۵kW$$

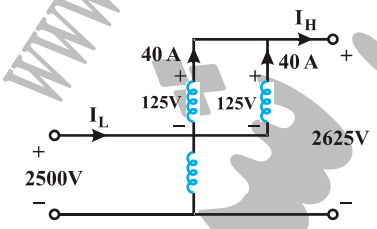
چون اتوترانسفورمر در ولتاژ و جریان نامی کار می‌کند، تلفات کل آن نیز در $0/5\text{kW}$ ثابت می‌ماند. پس:

$$\eta_{A.T}=\frac{S_{A.T}\cos\varphi}{S_{A.T}\cos\varphi+\Delta P}\times 100=\frac{(220\times 0/6)}{(220\times 0/6)+0/5}\times 100 \Rightarrow \eta_{AT}=99/62\%$$

مثال ۱۷: یک ترانسفورمر تکفاز دو سیم‌پیچه 10kVA، $\frac{2500}{250}\text{V}$ موجود است. سیم پیچی فشار ضعیف این ترانسفورمر شامل دو سیم‌پیچ یکسان با ولتاژ 125 V است. از این ترانسفورمر به عنوان یک اتوترانسفورمر جهت افزایش ولتاژ منبع 2500V تا میزان ولتاژ خروجی 2625 V استفاده می‌شود. اگر از هر دو قسمت سیم‌پیچی فشار ضعیف در این اتوترانسفورمر استفاده شود، جریان منبع و توان هدایتی برابرند با:

۱) $200\text{kVA}-84\text{A}$ ۲) $200\text{kVA}-42\text{A}$ ۳) $210\text{kVA}-40\text{A}$ ۴) $210\text{kVA}-160\text{A}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای آنکه هر دو قسمت سیم پیچی فشار ضعیف برای تولید ولتاژ خروجی 2625 V در مدار باشند، بایستی این دو سیم‌پیچی بصورت موازی با یکدیگر قرار گرفته و مجموعه آنها بصورت سری با سیم‌پیچی فشار قوی قرار گیرد. بنابراین نحوه اتصالات اتوترانسفورمر بصورت مقابل خواهد بود. برای محاسبه جریان نامی هر سیم‌پیچی فشار ضعیف (ترانسفورمر اصلی) در این طرح باید دقت نمود که چون فشار ضعیف ترانسفورمر اصلی دارای دو سیم‌پیچی مشابه است پس توان هر سیم‌پیچی $\frac{10}{2}=5\text{ kVA}$ است لذا:



$$I_2=\frac{S_n}{V_{2n}}=\frac{5\times 10^3}{125}\Rightarrow I_2=40\text{A}$$

بنابراین از هر یک از سیم‌پیچ‌های سمت فشار ضعیف ترانسفورمر اصلی 40 A می‌گذرد لذا جریان سمت فشاری قوی اتوترانسفورمر ایجاد شده برابر است با:

$$I_H=40+40=80\text{A}$$

با توجه به رابطه بین جریان دو سمت اتوترانسفورمرها داریم:

$$I_L=\frac{N_H}{N_L}I_H=\frac{V_H}{V_L}I_H=\frac{2625}{2500}\times 80\Rightarrow I_L=84\text{A}$$

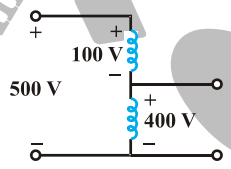
توان ساختمانی اتوترانسفورمر تشکیل شده، همان توان نامی ترانسفورمر اصلی است یعنی $S_T=10\text{kVA}$ است، لذا:

$$S_C=S_2-S_T=V_2I_2-S_T=(2625\times 80)-10000=200\text{kVA}$$

مثال ۱۸: یک ترانسفورمر تکفاز $100/400\text{V}$ به قدرت 2kVA دارای مقاومت ظاهری 5% است اگر این ترانسفورمر به یک اتوترانسفورمر $500/400\text{V}$ تبدیل شود توان نامی و امپدانس درصد آن چقدر می‌شود؟

۱) $1\%-10\text{kVA}$ ۲) $5\%-2\text{kVA}$ ۳) $5\%-10\text{kVA}$ ۴) $1\%-2\text{kVA}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به اطلاعات ترانسفورمر اصلی و اتوترانسفورمر موردنظر می‌توان مدار معادل اتوترانسفورمر را به صورت زیر رسم نمود:



$$S_{A.T}=S_{TR}\frac{V_H}{V_H-V_L}=2\times\frac{500}{500-400}=10\text{kVA}$$

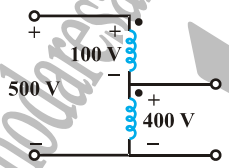
همانطور که در تست‌های قبلی اثبات شد امپدانس درصد اتوترانسفورمر تبدیل شده نسبت به ترانسفورمر دو سیم‌پیچه برابر است با:

$$\begin{cases} Z_{AT}=\dfrac{N_1}{N_1+N_2}Z_{TR}\Rightarrow Z_{AT}=\dfrac{100}{100+400}\times 5\%=1\% \\ N\sim V \end{cases}$$

مثال ۱۹: یک ترانسفورمر دو سیم پیچه ۴۰۰/۱۰۰V به قدرت ۱۰kVA به صورت یک اتوترانسفورمر مصرف کننده ۴۰۰V را از طریق منبع ۵۰۰V تغذیه می‌کند اگر ترانسفورمر دو سیم‌پیچه در بار نامی با ضریب توان ۰/۸ پس فاز دارای راندمان ۹۰% باشد بازده آن در هنگام کار به صورت اتوترانسفورمری با همان شرایط چقدر می‌شود؟

۱) ۹۷/۸% ۲) ۹۵/۳% ۳) ۹۹/۳% ۴) ۹۲/۵%

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به اطلاعات داده شده اتوترانسفورمر موردنیاز دارای مداری به صورت شکل مقابل می‌باشد.



$$S_{AT} = S_{TR}\frac{V_H}{V_H - V_L} = ۱۰ \times \frac{۵۰۰}{۵۰۰ - ۴۰۰} = ۵۰\,kVA$$

در حالت ترانسفورمری چون راندمان در بار کامل با ضریب قدرت ۰/۸ داده شده است داریم:

$$\eta_{TR} = \frac{K_c S_{n_{TR}} \cos\varphi}{K_c S_{n_{TR}} + \underbrace{K_c^۲ P_{cu_n} + P_{fe}}_{\Delta P_n}} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{۱ \times ۱۰ \times ۰/۸}{۱ \times ۱۰ \times ۰/۸ + \Delta P_n} \Rightarrow \Delta P_n = \frac{۸}{۹}\,kW$$

در حالت اتوترانسفورمری چون راندمان در بار کامل خواسته شده پس ΔP_n برابر همان مقدار ترانسفورمری است لذا:

$$\eta_{AT} = \frac{K_c S_{n_{AT}} \cos\varphi}{K_c S_{n_{AT}} \cos\varphi + \Delta P_n} = \frac{۱ \times ۵۰ \times ۰/۸}{۱ \times ۵۰ \times ۰/۸ + \frac{۸}{۹}} = ۰/۹۷۸ = ۹۷/۸\%$$

تست‌های تألیفی فصل چهارم ـ مبحث موازی کردن ترانسفورمرها

مثال ۱: در دو ترانسفورمر A و B با توان نامی یکسان که بطور موازی با یکدیگر کار می‌کنند $Z_A = ۰/۰۵ + j۰/۰۵ P.U$ و $Z_B = ۰/۰۶ + j۰/۰۸ P.U$ است. اگر ترانسفورمر A در بار کامل با ضریب توان ۰/۶ پس فاز کار کند بار ترانسفورمر B و ضریب توان آن برابر است با:

۱) قدرت نامی و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ پس فاز

۲) قدرت نامی و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ پیش فاز

۳) ۴۱% اضافه بار و $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ پیش فاز

۴) ۴۱% اضافه بار و $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ پس فاز

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در دو ترانسفورمر موازی با یکدیگر نسبت توان‌ها و امپدانس‌های دو ترانسفورمر عکس یکدیگرند یعنی:

$$\frac{\vec{S}_B}{\vec{S}_A} = \frac{\vec{Z}_A}{\vec{Z}_B} \Rightarrow \frac{\vec{S}_B}{|\vec{S}_{nA}| \angle \cos^{-1}۰/۶} = \frac{۰/۱ + j۰/۱}{۰/۰۶ + j۰/۰۸} = \frac{۰/۱\sqrt{۲}\angle ۴۵^\circ}{۰/۱\angle \cos^{-1}۰/۶}$$

دقت شود که چون ترانسفورمر B در بار پس فاز کار می‌کند باید ضریب توان آن را معادله توان ظاهری به صورت مثبت اعمال نمود. با ساده‌سازی رابطه فوق داریم:

$$\vec{S}_B = \sqrt{۲}|\vec{S}_n| \angle (+\cos^{-1}۰/۶ + ۴۵^\circ - \cos^{-1}۰/۶) = \sqrt{۲}|\vec{S}_n| \angle ۴۵^\circ = ۱/۴۱ |\vec{S}_{nB}| \angle ۴۵^\circ$$

با توجه به اینکه توان نامی هر دو ترانسفورمر یکسان است، این رابطه نشان می‌دهد که ترانسفورمر A دارای ۴۱% اضافه بار بوده و با ضریب قدرت $\cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ پس فاز در حال کار است.

مثال ۲: دو ترانسفورمر تکفاز $\frac{۲۳۰۰}{۲۳۰} V$ مفروض است این دو ترانسفورمر با هم موازی شده و مشترکاً بار ۵۰۰ kVA را تحت ضریب توان $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ پس‌فاز تغذیه می‌کنند. چنانچه امپدانس هر ترانسفورمر نسبت به ۲۳۰ ولت به صورت $Z_A = j۰/۲\Omega$ و $Z_B = j۰/۳\Omega$ باشد، توان ظاهری هر ترانسفورمر کدام است؟

۱) $۲۰۰kVA - ۳۰۰kVA$

۲) $۱۵۰kVA - ۳۵۰kVA$

۳) $۲۵۰kVA - ۲۵۰kVA$

۴) $۱۷۰kVA - ۳۳۰kVA$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به رابطه توزیع توان در حالتی که ولتاژ القایی در هر دو ترانسفورمر یکسان است می‌توان نوشت (دقت شود که چون بار پس‌فاز است زاویه توان آن مثبت است)

$$\vec{S}_a^* = \frac{\vec{Z}_{eq_b}}{\vec{Z}_{eq_b} + \vec{Z}_{eq_a}} \vec{S}_L^* \Rightarrow \vec{S}_a^* = \left(\frac{j۰/۳}{j۰/۳ + j۰/۲}\right)\left(۵۰۰\angle -\cos^{-1}\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) = ۳۰۰\angle -۳۰^\circ \text{ kVA} \Rightarrow \vec{S}_a = ۳۰۰\angle ۳۰^\circ \text{ kVA}$$

$$\vec{S}_b^* = \frac{j۰/۲}{j۰/۲ + j۰/۳}\left(۵۰۰\angle -\cos^{-1}\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) = ۲۰۰\angle -۳۰^\circ \text{ kVA} \Rightarrow \vec{S}_b = ۲۰۰\angle ۳۰^\circ \text{ kVA}$$

مثال ۳: در مثال قبل اگر ولتاژ نامی ترانسفورمرها $\frac{۱۱۰۰۰}{۴۰۰} V$ باشد، ولتاژ بین ترمینال‌های ثانویه در بار ذکر شده برابر است با:

۱) ۴۰۰V

۲) ۳۲۱V

۳) ۳۹۳V

۴) ۴۰۷V

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به سهم توان به دست آمده برای هر ترانسفورمر در تست قبل، ضریب بار هر ترانسفورمر برابر است با:

$$K_{c_a} = \frac{|\vec{S}_a|}{|\vec{S}_{na}|} = \frac{۴۰۰}{۵۰۰} = ۰/۸ P.U \quad \text{و} \quad K_{c_b} = \frac{|\vec{S}_b|}{|\vec{S}_{nb}|} = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} = ۰/۵ P.U$$

همچنین با توجه به زاویه $\vec{S}_a$ و $\vec{S}_b$ می‌توان گفت که بار تامین شده توسط هر دو ترانسفورمر پس فاز است و بنابراین درصد تنظیم ولتاژ هر ترانسفورمر را می‌توان به صورت $\%V.R = K_c(R_{eq}(P.U)\cos\varphi + X_{eq}(P.U)\sin\varphi)$ بدست آورد. لذا برای ترانسفورمر اول می‌توان نوشت:

$$R_{eq_a} = Z_{eq_a}\cos\varphi_{sc_a} = ۰/۰۲۵ \times ۰/۵ = ۰/۰۱۲۵ \text{ P.U}$$

$$X_{eq_a} = Z_{eq_a}\sin\varphi_{sc_a} = ۰/۰۲۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۰/۰۲۱۵ P.U$$

$$\%V.R = K_c(R_{eq}(P.U)\cos\varphi + X_{eq}(P.U)\sin\varphi) \times ۱۰۰ = ۰/۸[(۰/۰۱۲۵ \times \cos(۳۰^\circ) + ۰/۰۲۱۵\sin(۳۰^\circ)] \times ۱۰۰ \Rightarrow \%V.R = \%۱/۷۲۶$$

$$V.R = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \Rightarrow ۰/۰۱۷۲۶ = \frac{۴۰۰ - V_{FL}}{V_{FL}} \Rightarrow V_{FL} = ۳۹۳V = V_۲$$

مثال ۴: دو ترانسفورمر یکفاز برای تغذیه بار $۲۴+j۱۰$ اهمی با یکدیگر به طور موازی کار می‌کنند. ولتاژ بی‌بار ترانسفورمر اول در ثانویه $۴۴۰\,V$ و مقاومت ظاهری آن $۱+j۳\Omega$ و ولتاژ بی‌بار ثانویه ترانسفورمر دوم $۴۵۰\,V$ و مقاومت ظاهری $۱+j۴\Omega$ است. جریان گردشی ترانسفورمرها برابر است با:

۱) $۱/۳۱\ A$　　۲) $۲\ A$　　۳) $۱۶A$　　۴) $۱۶/۴۲A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ولتاژهای ثانویه دو ترانسفورمر موازی همواره با یکدیگر هم فازند لذا:

$$\vec{I}_c=\frac{\vec{E}_{۲a}-\vec{E}_{۲b}}{\vec{Z}_{eq_a}+\vec{Z}_{eq_b}+\frac{\vec{Z}_{eq_a}+\vec{Z}_{eq_a}}{\vec{Z}_L}}=\frac{۴۵۰-۴۴۰}{(۱+j۳)+(۱+j۴)+\frac{(۱+j۳)(۱+j۴)}{۲۴+j۱۰}}\Rightarrow \vec{I}_c=۱/۳۱\angle -۷۷^\circ\ A$$

مثال ۵: دو ترانسفورمر تک‌فاز به طور موازی بار سلفی با راکتانس $j\Omega$ را تغذیه می‌کنند. ترانسفورمر اول دارای امپدانس اتصال کوتاه $j\Omega$ و ترانسفورمر دوم دارای امپدانس اتصال کوتاه $j۰/۵\Omega$ است. اگر نسبت تبدیل ترانسفورمر اول و دوم به ترتیب ۲ و ۲/۱ باشند هنگامی که اولیه ترانسفورمرها به شبکه تک‌فاز $۴۲۰\,V$ متصل می‌گردد، چند آمپر جریان چرخشی بین آنها جاری می‌گردد؟

۱) ۵　　۲) ۶/۵　　۳) ۸　　۴) ۹/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به برابری ولتاژهای اولیه دو ترانسفورمر و نسبت تبدیل‌های هر یک می‌توان ولتاژ القایی در ثانویه ترانسفورمرها را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E_{۲a}=\frac{۴۲۰}{۲}=۲۱۰V\ ,\ E_{۲b}=\frac{۴۲۰}{۲/۱}=۲۰۰V$$

با جایگذاری در رابطه جریان چرخشی داریم:

$$I_c=\frac{\vec{E}_{۲a}-\vec{E}_{۲b}}{Z_{eq_a}+Z_{eq_b}+\frac{Z_{eq_a}Z_{eq_b}}{Z_L}}\Rightarrow I_c=\frac{۲۱۰-۲۰۰}{j+۰/۵j+\frac{j\times ۰/۵j}{j}}=\frac{۱۰}{۲j}=۵\angle -۹۰^\circ\Rightarrow|\vec{I}_c|=۵A$$

مثال ۶: دو ترانسفورمر با مشخصات $\begin{cases}S_{n۱}=۲۵۰kVA\\ \%U_{k_۱}=۵\%\end{cases}$, $\begin{cases}S_{n۲}=۱۶۰kVA\\ \%U_{k_۲}=۸\%\end{cases}$ بصورت موازی متصل شده‌اند و بار $۲۸۰\,kVA$ را تغذیه می‌کنند، سهم بار ترانسفورمر اول چند کیلو ولت آمپر است؟

۱) ۲۲۵　　۲) ۲۷۵　　۳) ۲۰۰　　۴) ۱۹۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون امپدانس درصد دو ترانسفورمر با یکدیگر برابر نیست ابتدا باید $U_{K_{eq}}$ را محاسبه نمود. لذا:

$$U_{K_{eq}}=\frac{S_{n_۱}+S_{n_۲}}{\frac{S_{n_۱}}{U_{K_۱}}+\frac{S_{n_۲}}{U_{K_۲}}}=\frac{۱۶۰+۲۵۰}{\frac{۲۵۰}{۵}+\frac{۱۶۰}{۸}}=\frac{۴۱۰}{۷۰}\Rightarrow S_۱=S_{n_۱}\frac{S_L}{\sum S_n}\frac{U_{k_{eq}}}{U_{k_۱}}=۲۵۰\times\frac{۲۸۰}{۲۵۰+۱۶۰}\times\frac{\frac{۴۱۰}{۷۰}}{۵}=۲۰۰kVA$$

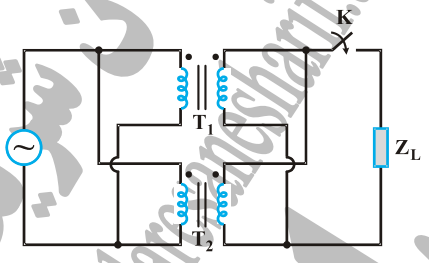
مثال ۷: ترانسفورمر تکفازی با مشخصه $\frac{۲۰}{۰/۴}kV-۵۰۰kVA-۳+j۴\Omega$ در دسترس است اگر این ترانسفورمر با ترانسفورمر دیگری که دارای مشخصه $\frac{۲۰}{۰/۴}kV-۲۵۰kVA-۶+jX_۲$ است موازی شود راکتانس پراکندگی ترانسفورمر دوم چند اهم باشد تا تقسیم بار بین این دو ترانسفورمر به نسبت توان‌های نامی آن‌ها صورت گیرد؟

۱) ۴　　۲) ۸　　۳) ۲　　۴) صفر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر بخواهیم بار بین دو ترانسفورمر موازی به نسبت توان‌های نامی آنها تقسیم شود باید نسبت توان‌های نامی عکس اندازه امپدانس ترانسفورمرها باشد یعنی:

$$\frac{S_{n_۱}}{S_{n_۲}}=\frac{|\vec{Z}_{eq_۲}|}{|\vec{Z}_{eq_۱}|}\Rightarrow\frac{۵۰۰}{۲۵۰}=\frac{\sqrt{۶^۲+X_۲^۲}}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}\Rightarrow X_۲=۸\Omega$$

مثال ۸: دو ترانسفورمر تکفاز با مشخصات داده شده به صورت شکل زیر با یکدیگر موازی و به یک منبع $۶۶۰۰V$ متصل شده‌اند اگر کلید K بسته شود جریان گردشی بین دو ترانسفورمر چند درصد تغییر می‌کند؟



$T_1 : 6600/250V - 100kVA - \%Z = j5\%$

$T_2 : 6600/240V - 120kVA - \%Z = j4\%$

$Load : Z_L = 0.5\angle 60^\circ\ \Omega$

۱) ۴٪ افزایش

۲) ۲٪ کاهش

۳) ۴٪ کاهش

۴) ۲٪ افزایش

پاسخ: گزینه «۳» از آنجائیکه ولتاژ نامی ثانویه دو ترانسفورمر با یکدیگرمتفاوت است بهتر است بجای محاسبات پریونیتی محاسبات در واحدهای اصلی خود صورت گیرد برای این منظور:

$$Z_{eq_1} = Z_{eq_1}(P.U) \times Z_{1b} = j۰/۰۵ \times \frac{۲۵۰^۲}{۱۰۰ \times ۱۰^۳} = j۰/۰۳۱۲۵\Omega$$

$$Z_{eq_2} = Z_{eq_2}(P.U) \times Z_{2b} = j۰/۰۴ \times \frac{۲۴۰^۲}{۱۲۰ \times ۱۰^۳} = j۰/۰۱۹۲\Omega$$

در صورت تست هدف محاسبه نسبت جریان گردشی در دو حالت بی‌باری و بار کامل است لذا بجای محاسبه جداگانه نسبت دو جریان بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\vec{I}_{C_{NL}}}{\vec{I}_{C_{FL}}} = \frac{\frac{(\vec{E}_{21} - \vec{E}_{22})}{(\vec{Z}_{eq_1} + \vec{Z}_{eq_2})}}{\frac{(\vec{E}_{21} - \vec{E}_{22})}{(\vec{Z}_{eq_1} + \vec{Z}_{eq_2}) + \frac{\vec{Z}_{eq_1}\vec{Z}_{eq_2}}{\vec{Z}_L}}} = \frac{(\vec{Z}_{eq_1} + \vec{Z}_{eq_2}) + (\frac{\vec{Z}_{eq_1}\vec{Z}_{eq_2}}{\vec{Z}_L})}{(\vec{Z}_{eq_1} + \vec{Z}_{eq_2})} = ۱ + \frac{\vec{Z}_{eq_1}\vec{Z}_{eq_2}}{\vec{Z}_{eq_1} + \vec{Z}_{eq_2}} \frac{۱}{\vec{Z}_L}$$

با توجه به مقادیر بدست آمده در فوق داریم:

$$\frac{\vec{I}_{C_{NL}}}{\vec{I}_{C_{FL}}} = ۱ + \frac{j۰/۰۳۱۲۵ \times j۰/۰۱۹۲}{j۰/۰۳۱۲۵ + j۰/۰۱۹۲} \frac{۱}{۰/۵\angle ۶۰^\circ} = ۱/۰۲۰۵ + j۰/۰۱۱۸ \Rightarrow |\frac{\vec{I}_{C_{NL}}}{\vec{I}_{C_{FL}}}| = ۱/۰۴۱ \Rightarrow |\vec{I}_{C_{FL}}| = ۰/۹۶ |\vec{I}_{C_{NL}}|$$

مشاهده می‌شود که جریان گردشی ۴٪ کاهش می‌یابد.

مثال ۹: دو ترانسفورمر تک‌فاز دارای اطلاعات زیر هستند:

$$T_1 : ۳۳۰۰/۵۰۰V - Z_{eq_{LV}} = ۰/۵ + j۱\Omega \quad ; \quad T_2 : ۳۳۰۰/۵۰۰V - Z_{eq_{LV}} = ۰/۶ + j۰/۸\Omega$$

این دو ترانسفورمر با یکدیگر موازی و بار $۱۰+j۲\Omega$ را تغذیه می‌کنند. راکتانس خازنی که باید با یکی از ترانسفورمرها سری نمود تا تقسیم بار بین دو ترانسفورمر به طور مساوی صورت گیرد چند اهم است؟

۱) $j۰/۱۴$ ۲) $j(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ ۳) $-j(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ ۴) $-j۰/۲۸$

پاسخ: گزینه «۳» برای ایجاد تعادل در تقسیم بار بین ترانسفورمرها می‌توان از راکتانس سری استفاده نمود. در این صورت دو راه موجود است: یکی استفاده از راکتانس سلفی سری با ترانسفورمری که اندازه امپدانس داخلی آن کمتر است و راه دوم استفاده از راکتانس خازنی سری با ترانسفورمری که اندازه امپدانس داخلی آن بزرگ‌تر است. در این تست هدف استفاده از روش دوم است پس باید ببینیم امپدانس داخلی کدام ترانسفورمر بیشتر است:

$$|\vec{Z}_{eq_1}| = \sqrt{۰/۵^۲ + ۱^۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}\Omega \quad , \quad |\vec{Z}_{eq_2}| = \sqrt{۰/۶^۲ + ۰/۸^۲} = ۱\Omega$$

چون $|\vec{Z}_{eq_2}| < |\vec{Z}_{eq_1}|$ است پس باید یک راکتانس خازنی را با ترانسفورمر اول سری نمود به طوری که:

$$|\vec{Z}_{eq_1}|_{new} = |\vec{Z}_{eq_2}| = ۱\Omega \Rightarrow \sqrt{(۰/۵)^۲ + (۱ - X_2)^۲} = ۱ \Rightarrow ۰/۲۵ + (۱ - X_c)^۲ = ۱ \Rightarrow (۱ - X_c)^۲ = ۰/۷۵ \Rightarrow X_c = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\Omega$$

دقت شود که چون ولتاژهای بی‌باری (یا همان نسبت تبدیل) دو ترانسفورمر بحث شده برابر یکدیگر بود، توانستیم از شرط برابری اندازه امپدانس‌ها استفاده کنیم.

مثال ۱۰: دو ترانسفورمر تک‌فاز A و B دارای مشخصات زیر هستند:

$$T_A: P_{sc_n}=۶kW\ ,\ V_{sc_n}=۰/۱P.U\ ,\ S_n=۱۰۰kVA\quad ;\quad T_B: Q_{sc_n}=۰/۱P.U\ ,\ \cos\varphi_{sc}=\sqrt{۰/۱}\ ,\ S_n=۸۰kVA$$

چه مقاومت اهمی با سیم‌بندی ثانویه سری شود تا حداکثر باری که از این دو ترانسفورمر تحت ولتاژ $۱۵۰۰V$ اخذ می‌نماییم برابر مجموع توان‌های نامی دو ترانسفورمر باشد؟

۱) $۰/۱۹\Omega$　　۲) $۰/۱۱\Omega$　　۳) $۰/۰۷\Omega$　　۴) $۰/۲۷\Omega$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» طبق گفته صورت تست هدف این است که هر ترانسفورمر به اندازه توان نامی خود بار دهد، برای این منظور باید امپدانس درصد ترانسفورمرها برابر باشند. پس باید با توجه به آزمایش‌های اتصال کوتاه داده شده معادلات امپدانس درصد ترانسفورمرها را به صورت زیر به دست آورد، در ترانسفورمر B داریم:

$$\begin{cases} Q_{sc_n}=۰/۱P.U=X_{eq_B}(P.U) \\ \cos\varphi_{sc}=\sqrt{۰/۱}\Rightarrow \sin\varphi_{sc}=\sqrt{۰/۹}\Rightarrow tg\varphi_{sc}=۳ \end{cases}$$

$$R_{eq_B}(P.U)=\frac{X_{eq_B}(P.U)}{tg\varphi_{sc}}=\frac{۰/۱}{۳}P.U\quad ,\quad Z_{eq_B}(P.U)=\frac{X_{eq_B}(P.U)}{\sin\varphi_{sc}}=\frac{۰/۱}{\sqrt{۰/۹}}\ P.U$$

در ترانسفورمر A داریم:

$$V_{sc_n}=۰/۱P.U=Z_{eq_A}(P.U)\quad ,\quad R_{eq_A}(P.U)=P_{sc_n}(P.U)=\frac{P_{sc_n}(W)}{S_n}=\frac{۶۰۰۰}{۱۰۰\times۱۰^۳}=۰/۰۶P.U\Rightarrow$$

$$X_{eq_A}(P.U)=\sqrt{{Z_{eq_A}}^۲(P.U)-{R_{eq_A}}^۲(P.U)}=\sqrt{۰/۱^۲-۰/۰۶^۲}=۰/۰۸P.U$$

چون $\left|\vec{Z}_{eq_B}\right|>\left|\vec{Z}_{eq_B}\right|$ است پس باید با ترانسفورمر A مقاومت اضافی سری شود به طوری که با وجود این مقاومت $\left|\vec{Z}_{eq_A}\right|$ بالا رفته و برابر $\frac{۰/۱}{\sqrt{۰/۹}}P.U$ شود.

$$\sqrt{(R_{eq_A}+R_{ex})^۲+(X_{eq})^۲}=\frac{۰/۱}{\sqrt{۰/۹}}\Rightarrow(۰/۰۶+R_{ex})^۲+۰/۰۸^۲=\frac{۰/۱^۲}{۰/۹}\Rightarrow R_{ex}(P.U)=۰/۰۰۸۶P.U$$

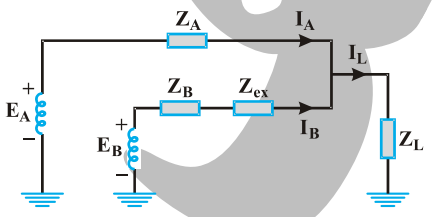
$$\Rightarrow R_{ex}(\Omega)=R_{ex}(P.U).Z_{b_A}=۰/۰۰۸۶\times\frac{۱۵۰۰^۲}{۱۰۰\times۱۰^۳}=۰/۱۹\Omega$$

مثال ۱۱: دو ترانسفورمر تکفاز A و B باری با امپدانس $۳+j۴\Omega$ را به طور موازی تغذیه می‌کنند. امپدانس معادل ترانسفورمرها در سمت ثانویه به قرار روبرو است:

$$Z_A=۴+j۸(\Omega)\ ,\ Z_B=۲+j۴(\Omega)$$

چنانچه نسبت اندازه ولتاژ مدار باز در ثانویه دو ترانسفورمر $\frac{|\vec{E}_{۲A}|}{|\vec{E}_{۲B}|}=۱/۱$ باشد، مقدار امپدانسی که باید به صورت سری به ثانویه ترانسفورمر B اضافه شود تا نسبت دامنه جریانهای ثانویه دو ترانسفورمر یعنی $\frac{|\vec{I}_A|}{|\vec{I}_B|}=۱/۲۵$ شود، برابر است با:

۱) $۱/۹۳+j۴/۲۷(\Omega)$　　۲) $۰/۴۲+j۱/۱۶(\Omega)$　　۳) $۳/۹۳+j۸/۲۷(\Omega)$　　۴) $۲+j۴(\Omega)$



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به عدم برابری ولتاژهای القایی در ثانویه دو ترانسفورمر مورد بحث باید از روابط اصلی تقسیم جریان بین دو ترانسفورمر به صورت زیر استفاده نمود:

$$\frac{|\vec{I}_A|}{|\vec{I}_B|}=\frac{\vec{E}_{۲A}\vec{Z}_{eq_B}+(\vec{E}_{۲A}-\vec{E}_{۲B})\vec{Z}_L}{\vec{E}_{۲B}\vec{Z}_{eq_A}-(\vec{E}_{۲A}-\vec{E}_{۲B})\vec{Z}_L}$$

از آن‌جایی که $\frac{|I_A|}{|I_B|}=۱/۲۵$ و $\frac{|E_{۲A}|}{|E_{۲B}|}=۱/۱$ بوده و قرار است امپدانس خارجی با ترانسفورمر B سری شود داریم:

$$۱/۲۵=\frac{۱/۱E_{۲B}(۲+j۴+\overbrace{R_{ex}+jX_{ex}}^{Z_{ex}})+(۱/۱E_{۲B}-E_{۲B})(۳+j۴)}{E_{۲B}(۴+j۸)-(۱/۱E_{۲B}-E_{۲B})(۳+j۴)}\Rightarrow Z_{ex}=۱/۹۳+j۴/۲۷\Omega$$

مثال ۱۲: دو ترانسفورمر تک‌فاز با قدرت مشابه و دارای نسبت تبدیل مشابه به طور موازی باری را تغذیه می‌کنند، اگر امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورمر اول $Z_{eq_A} = ۱۰ + j۲۰\,\Omega$ و امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورمر دوم $Z_{eq_B} = ۴ + j۸\Omega$ باشند، راکتانس سلفی موردنیاز جهت تقسیم بار یکسان بین این دو ترانسفورمر باید چند اهم باشد؟

۱) ۱۴ ۲) ۲۲ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید ببینیم کدام ترانسفورمر نیاز به راکتانس خارجی دارد؛ پس باید اندازه امپدانس آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$Z_{eq_A} = \sqrt{۱۰^۲ + ۲۰^۲} = \sqrt{۵۰۰} = ۱۰\sqrt{۵}\Omega \quad , \quad Z_{eq_B} = \sqrt{۴^۲ + ۸^۲} = \sqrt{۸۰}\Omega$$

چون $Z_{eq_B} < Z_{eq_A}$ به دست آمده پس ترانسفورمر B نیاز به راکتانس خارجی دارد؛ جهت ایجاد تعادل در بارگیری از ترانسفورمرها باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{|I_A|}{|I_B|} = \frac{|Z_{eq_B} + Z_{ex}|}{|Z_{eq_A}|}$$

از آنجایی که هدف برابری جریان‌ها است ($|I_A| = |I_B|$) لذا:

$$|Z_{eq_B} + \underbrace{Z_{ex}}_{jX_{ex}}| = |Z_{eq_A}| \Rightarrow |۴ + j۸ + jX_{ex}| = |۱۰ + j۲۰| \Rightarrow ۱۶ + (۸ + X_{ex})^۲ = ۱۰^۲ + ۲۰^۲ \Rightarrow X_{eq} = ۱۴\Omega$$

مثال ۱۳: دو ترانسفورمر یکفاز یکی با مشخصه $S_{n_۱} = ۱۰۰kVA, |U_{k_۱}|\% = ۲/۵\%$ و دیگری با مشخصه $S_{n_۲} = ۱۵۰kVA, |U_{k_۲}|\% = ۳\%$ و نسبت‌های تبدیل مساوی، بطور موازی با هم بار مشترکی را تغذیه می‌نمایند. ماکزیمم توانی که می‌توان از این دو ترانسفورمر گرفت بدون آنکه هیچکدام از آنها بار اضافی متحمل شوند، برابر است با : (سایر شرایط موازی‌کردن مشابه هستند ومنظور از $U_k\%$ ولتاژ نسبی اتصال کوتاه است)

۱) ۲۵۰ kVA ۲) ۲۲۵kVA ۳) ۱۸۵kVA ۴) ۲۱۰ kVA

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

روش اول: در بحث موازی کردن ترانسفورمرها ابتدا باید امپدانس درصدها را در یک مبناء پریونیت نمود، اگر $S_b = ۱۵۰kVA$ بعنوان مبنای جدید انتخاب شود داریم:

$$Z_{۱_{new}} = \frac{S_{b_{new}}}{S_{b_{old}}} Z_{۱_{old}} = \frac{۱۵۰}{۱۰۰} \times ۰/۰۲۵ = ۰/۰۳۷۵ P.U \quad , \quad Z_{۲_{new}} = Z_{۲_{old}} = ۰/۰۳ P.U$$

در این تست ترانسفورمر ۱۰۰kVA برحسب مقادیر مبنای خود دارای امپدانس درصد کوچکتری است لذا زودتر دچار اضافه بار می‌شود پس با فرض یکی بودن ولتاژهای القایی در ثانویه‌های هر دو ترانسفورمر داریم:

$$S_۱ = \frac{Z_۲}{Z_۱ + Z_۲} S_L \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۰/۰۳}{۰/۰۳۷۵ + ۰/۰۳} \times S_L \Rightarrow S_L = ۲۲۵ kVA$$

روش دوم: با استفاده از رابطه بیان شده در قبل باید ابتدا برآیند ولتاژ اتصال کوتاه دو ترانسفورمر را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$U_{k_{eq}} = \frac{\sum S_n}{\frac{S_{n_۱}}{U_{k_۱}} + \frac{S_{n_۲}}{U_{k_۲}}} = \frac{۱۰۰ + ۱۵۰}{\frac{۱۰۰}{۲/۵} + \frac{۱۵۰}{۳}} = \frac{۲۵۰}{۹۰}$$

با توجه به برآیند ولتاژ اتصال کوتاه می‌توان با تثبیت سهم بار $S_۱$ در مقدار نامی، بار کل را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$S_۱ = S_{n_۱} \frac{S_L}{S_{n_۱} + S_{n_۲}} \times \frac{U_{k_{eq}}}{U_{k_۱}} \Rightarrow ۱۰۰ = ۱۰۰ \frac{S_L}{۱۰۰ + ۱۵۰} \times \frac{\frac{۲۵۰}{۹۰}}{۲/۵} = S_L = ۲۲۵ kVA$$

مثال ۱۴: دو ترانسفورمر تکفاز با قدرت‌های نامی ۱۰۰۰kVA و ۵۰۰kVA به ترتیب دارای مقاومت ظاهری $(۰/۰۲ + j\,۰/۰۶)(P.U)$ و $(۰/۰۲۵ + j\,۰/۰۸)(P.U)$ هستند، بزرگترین kVA باری که می‌توان در اتصال موازی این دو ترانسفورمر و بدون اضافه بار آنها تحویل گرفت چقدر است؟

۱) ۱۳۷۷ kVA ۲) ۱۸۲۵ kVA ۳) ۱۲۷۷ kVA ۴) ۱۵۹۱ kVA

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با در نظر گرفتن $S_b = ۱۰۰۰ kVA$ داریم:

$$Z_{eq_a}(new) = Z_{eq_a}(old) = ۰/۰۲ + j\,۰/۰۶ P.U = ۰/۰۶۳۲۵ \angle ۷۱/۲۷^\circ \; P.U$$

$$Z_{eq_b}(new) = Z_{eq_b}(old) \times \frac{S_{b_{new}}}{S_{b_{old}}} = (۰/۰۲۵ + j\,۰/۰۸) \times \frac{۱۰۰۰}{۵۰۰} = ۰/۰۵ + j\,۰/۱۶ P.U$$

هر ترانسفورمری که برحسب مقادیر مبنای خود امپدانس پریونیتی کمتری دارد زودتر به توان نامی خود می‌رسد لذا باید بار ترانسفورمر ۱۰۰۰kVA را محدود نمود. یعنی:

$$\vec{S}_a=\frac{\vec{Z}_{eq_b}}{\vec{Z}_{eq_a}+\vec{Z}_{eq_b}}S_L \Rightarrow 1000=\frac{0/05+j0/16}{(0/02+j0/06)+(0/05+j0/16)}\vec{S}_L \Rightarrow |\vec{S}_L|=1377/24\ kVA$$

مثال ۱۵: در مثال قبل ولتاژ دو سر بار تحت شرایطی که هیچکدام از ترانسفورمرها اضافه بار نشوند چند ولت می‌شود. به شرطی که بار مورد بحث اهمی خالص باشد؟

۱) ۳۹۱۰V ۲) ۳۹۳۰V ۳) ۳۹۵۰ ۴) ۳۹۷۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» از آنجائیکه ترانسفورمر شماره ۳ در بار کامل خود کار می‌کند بهتر است از طریق این ترانسفورمر ولتاژ ترمینال‌ها را بدست آورد:

$$\begin{cases} R_{eq}=\dfrac{P_{sc}}{I_{sc}^2}=\dfrac{P_{sc}}{I_{n_{LV}}^2} \\ I_{n_{LV}}=\dfrac{S_n}{V_{n_{LV}}}=\dfrac{400\times10^3}{4000}=100A \end{cases} \Rightarrow R_{eq_{LV}}=\frac{3000}{100^2}=0/3\Omega$$

$$|\Delta\vec{V}_{eq_2}|=R_{eq_2}I_2\cos\varphi_2+X_{eq_2}I_2\sin\varphi_2=(0/3\times100\times1)+0=30V \Rightarrow V_{2_{FL}}=V_{2_{NL}}-|\Delta\vec{V}_{eq}|=4000-30=3970V$$

مثال ۱۶: دو ترانسفورمر تک‌فاز یکی به قدرت ۱۰۰kVA با امپدانس ۵% و دیگری به قدرت ۲۰۰kVA با امپدانس ۸% را با یکدیگر موازی کرده‌ایم. اگر حداکثر ۱۰% اضافه بار مجاز باشد، چند کیلوولت آمپر توان از این مجموعه موازی اخذ کنیم تا هیچ‌کدام آسیب نبینند؟

۱) ۲۴۷/۵ ۲) ۲۲۵/۵ ۳) ۲۰۵ ۴) ۳۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ترانسفورمر ۱۰۰kVA چون امپدانس درصد کمتری دارد، بیشتر در معرض اضافه بار شدن قرار دارد، پس سهم آن را در مقدار مجازش (۱۰% بیشتر از مقدار نامی آن) تثبیت می‌کنیم (یعنی $S_1=1/1S_n$ لحاظ می‌کنیم)؛ برای این منظور ابتدا $U_{k_{eq}}$ را محاسبه و در رابطه تقسیم توان قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} S_1=S_n\dfrac{S_L}{\sum S_n}\dfrac{U_{k_{eq}}}{U_{k_1}} \\ U_{k_{eq}}=\dfrac{100+200}{\frac{100}{5}+\frac{200}{8}}=\dfrac{300}{45} \end{cases} \Rightarrow 1/1S_{n_1}=S_{n_1}\frac{S_L}{(100+200)}\times\frac{\frac{300}{45}}{5} \Rightarrow S_L=247/5kVA$$

یعنی اگر بار کل ۲۴۷/۵kVA باشد، ترانسفورمر ۱۰۰kVA فقط ۱۰% اضافه بار خواهد شد. یعنی بار $1/1\times100=110kVA$ را تأمین خواهد کرد در نتیجه بار ترانسفورمر ۲۰۰kVA برابر $247/5-110=137/5kVA$ می‌گردد، یعنی این ترانسفورمر هیچ اضافه باری نخواهد داشت.

مثال ۱۷: دو ترانسفورمر تک‌فاز یکی به قدرت ۱۰۰kVA و دیگری به قدرت ۵۰kVA هر دو دارای امپدانس ۸% با یکدیگر موازی شده و باری را تغذیه می‌کنند. اگر در ترانسفورمر کوچکتر ۱۰% اضافه بار مجاز بوده اما در ترانسفورمر بزرگتر اضافه بار مجاز نباشد مجموعاً چند کیلوولت آمپر از این ترانسفورمرها اخذ کنیم تا هیچ‌کدام دچار اضافه بار نشوند؟

۱) ۱۶۵ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۵۵ ۴) ۱۵۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چون امپدانس درصد ترانسفورمرها یکسان هستند، بار به نسبت توان‌های نامی بین آن‌ها تقسیم می‌شود؛ لذا در حالت عادی (بدون اینکه هیچ‌کدام اضافه بار گردند) $S_L=150kVA$ است. حال اگر هر یک از ترانسفورمرها بخواهد اضافه بار گردد موجب می‌شود بار روی هر دو ترانسفورمر افزایش یابد؛ لذا با اینکه ترانسفورمر ۵۰kVA می‌تواند تا ۱۰% بیشتر یعنی تا ۵۵kVA را تحمل کند اما نمی‌توان از این مجموعه $100+55=155kVA$ اخذ نمود زیرا در این صورت بار روی ترانسفورمر بزرگتر برابر $103/33kVA$ بوده و آن را دچار اضافه بار می‌کند. پس حداکثر می‌توان همان ۱۵۰kVA را از آنها اخذ نمود. $S_2=100\times\frac{155}{150}$

مثال ۱۸: دو ترانسفورمر تک‌فاز مشابه که دارای نسبت تبدیل یکسان بوده و تنها تفاوت آنها امپدانس داخلی آن‌هاست به طور موازی با یکدیگر بار تک‌فاز اهمی ـ سلفی را تغذیه می‌کنند. می‌خواهیم توسط یک مقاومت اهمی خارجی تقسیم بار بین این دو ترانسفورمر طوری باشد که جریان ترانسفورمر اول ۲۰% بیشتر از ترانسفورمر دوم باشد. اندازه این مقاومت چند اهم است؟ (امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورمر اول $Z_{eq_1} = ۳ + j۴\Omega$ و در ترانسفورمر دوم $Z_{eq_2} = j۶\Omega$ است.)

۱) ۲Ω ۲) ۳Ω ۳) ۱Ω ۴) ۰Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا باید ببینیم کدام ترانسفورمر به مقاومت خارجی نیاز دارد؛ لذا:

$$|Z_{eq_1}| = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵\Omega \quad , \quad |Z_{eq_2}| = ۶\Omega$$

چون $|Z_{eq_1}| < |Z_{eq_2}|$ است، پس ترانسفورمر اول به مقاومت خارجی نیاز دارد لذا طبق رابطه تعادل جریان‌ها داریم:

$$\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{|Z_{eq_2}|}{|Z_{eq_1} + R_{ex}|} \Rightarrow \frac{۱/۲|I_2|}{|I_2|} = \frac{۶}{|۳ + j۴ + R_{ex}|} \Rightarrow (۳ + R_{ex})^۲ + ۴^۲ = ۵^۲ \Rightarrow R_{ex} = ۰\Omega$$

یعنی امپدانس ترانسفورمرها طوری است که خودبه‌خود بدون نیاز به مقاومت خارجی جریان ترانسفورمر اول ۲۰% بیشتر از ترانسفورمر دوم می‌گردد.

«آزمون‌های خودسنجی فصل چهارم»

آزمون (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : A**

۱ـ یک ترانسفورمر سه سیم‌پیچه تکفاز $50\,Hz$ در طرف فشار قوی ۲۵۰ دور سیم‌بندی داشته و ولتاژ نامی آن $2200\,V$ است. دو سیم‌پیچ ثانویه هر کدام می‌توانند $200\,kVA$ را یکی در ولتاژ نامی $550\,V$ و دیگری در $220\,V$ بدهند. جریان اولیه را وقتی در سیم‌پیچی $220\,V$ جریان نامی با ضریب توان واحد و در سیم‌پیچی $550\,V$ جریان نامی با ضریب توان $0/6$ پس‌فاز عبور می‌کند محاسبه کنید. (از افت پراکندگی و جریان مغناطیس کننده صرف‌نظر کنید)

۱) $162/6\angle -15/5^\circ\,A$ ۲) $112/1\angle -21/3^\circ\,A$ ۳) $162/6\angle -26/6^\circ\,A$ ۴) $112/1\angle -30/1^\circ\,A$

۲ـ شار پراکندگی در یک ترانسفورمر بستگی دارد به ..... .

۱) ولتاژ اعمال شده ۲) فرکانس ۳) شار متقابل ۴) جریان بار

۳ـ اگر اولیه یک ترانسفورمر را با ولتاژ مربعی تغذیه کنیم، ولتاژ خروجی برابر خواهد بود با ..... .

۱) صفر ۲) موج پالسی ۳) موج سینوسی ۴) موج مثلثی

۴ـ یک ترانسفورمر در فرکانس نامی و در ولتاژی بیش از ولتاژ نامی خودش در حال کار است، در این صورت نسبت به کار نامی جریان بی‌باری ..... تلفات پسماند ..... تلفات گردابی ..... خواهد یافت.

۱) کاهش ـ کاهش ـ کاهش ۲) افزایش ـ کاهش ـ کاهش ۳) افزایش ـ افزایش ـ افزایش ۴) کاهش ـ افزایش ـ افزایش

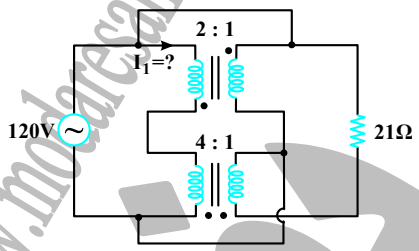
۵ـ راندمان حداکثر ترانسفورمری که تلفات هسته آن $1/28\,kW$ و تلفات مسی بار کامل آن $2kW$ است در ضریب قدرت معین در چند درصد توان نامی رخ می‌دهد؟

۱) ۶۵ ۲) ۷۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۶ـ ترانسفورمری دارای مقاومت ۳% و راکتانس ۴% است. محدوده تنظیم ولتاژ در این ترانسفورمر کدام است؟

۱) $-\%4$ تا $\%5$ ۲) $-\%5$ تا $\%4$ ۳) $\pm\%4$ ۴) $\pm\%5$

۷ـ دو ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل با نسبت تبدیل‌های داده شده به‌صورت شکل زیر به یکدیگر متصل و بار 21Ω را تغذیه می‌نمایند. جریان عبوری از اولیه ترانسفورمر T_1 چند آمپر است؟



۱) ۷/۵
۲) ۵/۵
۳) ۳/۵
۴) ۲/۵

۸ـ یک ترانسفورمر $400/80\,V - 10\,kVA$ دارای مقاومت معادل $R_{eq} = 1/25\Omega$ و راکتانس معادل $X_{eq} = 2/5\Omega$ در سمت فشار قوی است. این ترانسفورمر در حالی که بار پس‌فازی را تغذیه می‌نماید مورد آزمون قرار گرفته و مقادیر زیر قرائت شده‌اند:

$I_1 = 20\,A - V_1 = 400\,V - P_1 = 5\,kW$

در این شرایط اگر وات متری در دو سر بار نصب شود چه مقداری را قرائت خواهد نمود؟ (فرض کنید جریان تحریک ترانسفورمر صفر است.)

۱) $3000\,W$ ۲) $3500\,W$ ۳) $4000\,W$ ۴) $4500\,W$

۹ـ در یک ترانسفورمر تکفاز تنظیم ولتاژ صفر در ضریب قدرت $0/8$ رخ می‌دهد. اگر حداقل درصد تنظیم ولتاژ -5% باشد، تنظیم ولتاژ حداکثر در نصف بار نامی چقدر است؟

۱) $\%3/125$ ۲) $\%6/25$ ۳) $\%8/2$ ۴) $\%4/1$

۱۰ـ شاخه تحریک یک ترانسفورمر تکفاز به‌قدرت $150\,kVA$ و نسبت تبدیل $1000/100\,V$ و $50\,Hz$ دارای ادمیتانس $2\times10^{-3} + j3\times10^{-3}\ P.U$ است. قدرت مغناطیس‌کننده این ترانسفورمر چقدر است؟

۱) $300\,VAR$ ۲) $450\,VAR$ ۳) $750\,VAR$ ۴) $150\,VAR$

آزمون (۲)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : B**

۱ـ وقتی اولیه یک ترانسفورمر در ولتاژ نامی ۱۱kV و فرکانس ۵۰Hz تحریک شود، در حالت بی‌باری جریان ۳/۲ A و توان ۲۴۰۰W را جذب می‌کند. ترانسفورمر دیگری هم وجود دارد که تمامی ابعاد هسته آن $\sqrt{2}$ برابر متناظر از ترانسفورمر اول است، تعداد دور سیم‌پیچ اولیه، نوع ماده هسته و ضخامت ورق در هر دو ترانسفورمر یکسان است، اگر اولیهٔ ترانسفورمر دوم توسط منبع ۲۲kV و ۵۰Hz تغذیه شود، جریان بی‌باری و قدرت جذب شده توسط آن کدام است؟

۱) ۴/۵A – ۶۷۹۰ W ۲) ۴A – ۳۲۰۰W ۳) ۲A – ۶۷۹۰W ۴) ۴/۵A – ۳۲۰۰W

۲ـ راندمان حداکثر یک ترانسفورمر تکفاز ۵۰۰ kVA و $\frac{۳۳۰۰}{۵۰۰}$V و ۵۰Hz برابر ۹۷% است و در $\frac{۳}{۴}$ بار کامل و ضریب قدرت واحد رخ می‌دهد. اگر امپدانس ترانس ۱۰% باشد، مطلوب است محاسبه تنظیم ولتاژ در بار کامل و ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز؟

۱) ۶/۲۱ ۲) ۷/۹۶ ۳) ۱۳/۳۱ ۴) ۱/۷۱

۳ـ یک ترانسفورمر ۲۰kVA و $\frac{۲۰۰۰}{۲۰۰}$V دو سیم‌پیچه باید به صورت اتوترانسفورمر با منبع ولتاژ ثابت ۲۰۰۰V به کار رود، در بار کامل با ضریب توان واحد راندمان آن چقدر است در صورتی که راندمان ترانسفورمر دو سیم‌پیچه در ضریب توان ۰/۷ برابر ۹۷% باشد؟

۱) %۹۵/۱ ۲) %۹۹/۸ ۳) %۹۷/۲ ۴) %۹۸/۲

۴ـ دو ترانسفورمر تکفاز $\frac{۱۱۰۰۰}{۴۴۰}$V به ترتیب دارای مقادیر نامی ۳۰۰kVA و ۲۵۰kVA هستند. راکتانس معادل ترانسفورمر ۳۰۰kVA از دید طرف ۱۱۰۰۰V ولت ۴Ω و راکتانس معادل ترانسفورمر ۲۵۰kVA وقتی که به طرف ۱۱۰۰۰V برده شود، ۸Ω است. ماکزیمم kVA ترکیب شده‌ای که می‌تواند توسط ترانسفورمرهای موازی شده، بدون آنکه هیچ‌کدام از آنها متحمل اضافه بار نشوند چقدر است؟

۱) ۵۰۰kVA ۲) ۴۵۰ kVA ۳) ۳۲۵ kVA ۴) ۵۵۰ kVA

۵ـ در یک ترانسفورمر تکفاز تنظیم ولتاژ صفر در ۰/۹ پیش‌فاز اتفاق می‌افتد در حالی که تنظیم ولتاژ حداکثر ۴% است. تنظیم ولتاژ را در ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز تعیین کنید؟

۱) %۸/۲ ۲) %۵/۶ ۳) %۱/۸ ۴) %۳/۵

۶ـ راندمان یک ترانسفورمر تکفاز در ضریب قدرت واحد آنگاه که بار نامی ۵۰۰W و یا نصف بار نامی را فراهم می‌آورد، برابر ۹۰%است، راندمان ترانسفورمر را زمانی که توان ۳۷۵W را با ضریب قدرت واحد فراهم می‌کند چند درصد است؟

۱) ۹۳/۲ ۲) ۹۵/۱ ۳) ۹۰/۵ ۴) ۹۷/۶

۷ـ در یک ترانسفورمر تکفاز $\frac{۲۰۰۰}{۲۰۰}$V و ۲۰kVA تلفات در دو آزمایش بی‌باری و اتصال کوتاه به ترتیب ۱۲۰W و ۲۰۰W اندازه‌گیری شده است. این ترانسفورمر را به شکل اتوترانسفورمر افزاینده‌ی $\frac{۲۰۰۰}{۲۲۰۰}$V بکار می‌گیریم. راندمان اتوترانسفورمر در بار نامی و ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز کدام است؟

۱) %۹۵/۷۳ ۲) %۹۳/۲۲ ۳) %۹۹/۷۶ ۴) %۹۰/۱

۸ـ یک ترانسفورمر تک فاز هنگام تغذیه با ولتاژ و فرکانس نامی، دارای تلفات آهنی به اندازه ۵% توان نامی است. راندمان حداکثر این ترانسفورمر ۸۰% بوده و در بار اهمی خالص رخ می‌دهد. راندمان این ترانسفورمر در تغذیه نصف بار نامی با ضریب قدرت ۰/۸۷۵ تقریباً چند درصد است؟

۱) ۷۷ ۲) ۷۰ ۳) ۸۵ ۴) ۶۰

۹ـ دو ترانسفورمر سه فاز اولی به‌قدرت ۳۰۰kVA و امپدانس ۵% و دیگری به‌قدرت ۶۰۰kVA و امپدانس ۶% با یکدیگر موازی و باری را تغذیه می‌نمایند. اگر حداکثر اضافه‌بار مجاز روی هر ترانسفورمر ۱۰% باشد، چند کیلوولت آمپر می‌توان از این مجموعه موازی شده اخذ نمود تا هیچ‌کدام از ترانسفورمرها آسیب نبینند؟

۱) ۹۰۰ ۲) ۸۸۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۹۰

۱۰ـ در یک ترانسفورمر تکفاز راندمان حداکثر در ۸۰% بار نامی رخ می‌دهد. ترانسفورمر تکفاز دیگری موجود است که از هر نظر شبیه ترانسفورمر اول بوده اما چگالی جریان و قطر سیم‌های انتخابی برای سیم‌پیچ‌های آن ۱/۲۵ برابر ترانسفورمر اول است، در ترانسفورمر دوم راندمان حداکثر در چند درصد بار نامی رخ می‌دهد؟

۱) %۵۱/۲ ۲) %۸۰ ۳) %۶۴ ۴) %۷۲/۴

آزمون (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰　　**سطح آزمون : C**

۱ـ یک ترانسفورمر تکفاز ۵۰Hz وقتی که به منبع ۱۶V و ۵۰Hz متصل می‌شود جریان اتصال کوتاه ۳۰A را در ضریب قدرت ۰/۲ پس‌فاز می‌کشد، هنگامی که همین ترانسفورمر توسط یک منبع ۱۶V و ۲۵Hz تغذیه می‌شود، جریان اتصال کوتاه چقدر خواهد بود؟

۱) ۳۸/۳۱A　۲) ۱۵/۵A　۳) ۴۰/۷A　۴) ۵۶/۶۹A

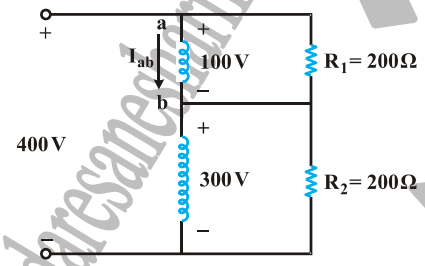
۲ـ یک ترانسفورمر تک‌فاز $\frac{۳۳۰۰}{۲۳۰}V$ دارای مقاومت معادل ۰/۰۱۵P.U و راکتانس نشتی معادل ۰/۰۴P.U است. به ازای ولتاژ اولیه ۳۳۰۰V ولتاژ ترمینال در بار کامل و ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز کدام است؟

۱) ۲۲۱/۷۲　۲) ۲۲۱/۸۶　۳) ۲۱۸/۳　۴) ۲۱۹/۳

۳ـ یک ترانسفورمر ۱۱۰۰۰V ، ۵۰Hz دارای چگالی شار $۱/۲\frac{Wb}{m^۲}$ و تلفات هسته برابر ۳۰۰۰W در ولتاژ و فرکانس نامی است. حال تمامی ابعاد خطی هسته، دو برابر می‌شوند. تعداد دورهای سیم پیچی‌های اولیه و ثانویه نصف می‌شوند و در نهایت ترانسفورمر جدید توسط منبع ۲۲۰۰۰V ، ۵۰Hz تغذیه می‌شود. هر دو ترانسفورمر دارای جنس ماده هسته یکسان و ضخامت ورق برابر هستند. چگالی شار و تلفات هسته برای ترانسفورمر جدید کدام است؟

۱) $۸kW - ۱/۲\frac{Wb}{m^۲}$　۲) $۸kW - ۰/۶\frac{Wb}{m^۲}$　۳) $۲۴kW - ۱/۲\frac{Wb}{m^۲}$　۴) $۲۴kW - ۰/۶\frac{wb}{m^۲}$

۴ـ دو بار مقاومتی $R_۱$ و $R_۲$ هر کدام ۲۰۰Ω، باید به ترتیب توسط ولتاژهای ۱۰۰V و ۳۰۰V از طریق منبع ۴۰۰V موجود تغذیه شوند. به این منظور، یک اتوترانسفورمر، مطابق شکل زیر طراحی شده است. اگر این اتوترانسفورمر ایده‌آل باشد I_{ab} چند آمپر است؟



۱) ۰/۵
۲) ۱/۲۵
۳) ۱
۴) ۰/۷۵

۵ـ دو ترانسفورمر A و B با مشخصات زیر موازی شده‌اند و بار ۱۲۰۰kVA را با ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز را تأمین می‌کنند. توانی که ترانسفورمر B تأمین می‌کند چند kVA است؟

$$A:\begin{cases}\frac{۳۳}{۳/۳}kV\\ R_{eq_a}=\%۱/۵\\ X_{eq_a}=\%۶\\ S_{n_a}=۵۰۰\,kVA\end{cases}\qquad B:\begin{cases}\frac{۳۳}{۳/۳}kV\\ R_{eq_b}=\%۱\\ X_{eq_b}=\%۶/۲\\ S_{n_b}=۱۰۰۰kVA\end{cases}$$

۱) $۷۹۶\angle -۳۸/۴^\circ$
۲) $۴۰۲\angle -۳۳/۶^\circ$
۳) $۸۶۱\angle -۲۸/۶۹^\circ$
۴) $۵۱۲\angle -۳۱/۲^\circ$

۶ـ یک ترانسفورمر ۶۰۰kVA دارای مقاومت ظاهری $Z_{eq}=\%۱+j\%۵$ P.U با یک ترانسفورمر ۳۰۰kVA با مقاومت ظاهری $Z_{eq_۲}=\%۱/۵+j\%۴$ P.U به طور موازی بار ۷۵۰kVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز تغذیه می‌کنند. اگر ولتاژ ثانویه بی‌باری در هر دو ترانسفورمر یکی باشد بار هر یک برابر است با:

۱) ۳۷۵kVA و ۳۷۵kVA　۲) ۵۰۰kVA و ۲۵۰kVA　۳) ۴۵۰kVA و ۳۰۰kVA　۴) ۴۷۰kVA و ۲۸۰kVA

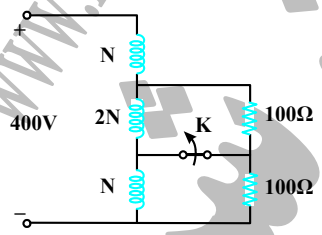
۷ـ در یک ترانسفورمر سه فاز ۵۰HZ اولیه دارای اتصال ستاره با ولتاژ نامی ۱۱kV، ثانویه دارای اتصال مثلث با ولتاژ نـامی ۳/۳kV و ثالثیـه دارای اتصال ستاره با ولتاژ نامی ۶kV است اگر بخواهیم حداکثر چگالی میدان در هسته از ۰/۰۳Wb بیشتر نشود تعداد دور سیم‌بندی هر فاز کدام است؟

۱) $N_۳ = ۵۲۰ - N_۲ = ۴۹۵ - N_۱ = ۹۳۶$
۲) $N_۳ = ۵۲۰ - N_۲ = ۴۹۵ - N_۱ = ۱۶۵۲$
۳) $N_۳ = ۹۰۰ - N_۲ = ۸۵۸ - N_۱ = ۹۳۶$
۴) $N_۳ = ۹۰۰ - N_۲ = ۸۵۸ - N_۱ = ۱۶۵۲$

۸ـ هنگامی که اولیه یک ترانسفورمر تکفاز به ولتاژ $V(t) = ۱۰۰\sqrt{۲}\sin(\omega t - ۴۰^\circ) + ۱۰\sin(۳\omega t + ۲۵)$ متصل می‌گردد و ثانویه آن مـدار بـاز است جریان $i(t) = ۸\sin(\omega t - ۸۵^\circ) + ۲\sqrt{۳}\cos(۳\omega t - ۹۵^\circ)$ از اولیه عبور می‌نماید، تلفات هسته این ترانسفورمر چند وات است؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۲۱۰ ۳) ۴۱۵ ۴) ۲۵۵

۹ـ در اتوترانسفورمر شکل زیر اگر کلید K باز شود توان عبوری به واسطه ارتباط مغناطیسی (توان تیپ) چند وات تغییر می‌نماید؟



۱) ۵۲/۵W کم می‌شود.
۲) ۳۷/۵W کم می‌شود.
۳) ۵۲/۵W زیاد می‌شود.
۴) ۳۷/۵W زیاد می‌شود.

۱۰ـ دو ترانسفورمر تکفاز B و A هم قدرت و دارای نسبت تبدیل یکسان می‌باشند. ترانسفورمر A دارای امپدانس $Z_{eq_A} = ۱ + j۲\Omega$ و ترانسـفورمر B دارای امپدانس $Z_{eq_B} = ۲ + j۱\Omega$ است. اگر بخواهیم سهم جریان ترانسفورمر A، ۱۰% بیشتر از ترانسفورمر B باشد راکتانس سلفی مورد نیاز به‌طـور تقریبی چند اهم است؟

۱) ۰/۹Ω ۲) ۰/۴Ω ۳) ۱/۵Ω ۴) ۰/۱

پاسخنامه آزمون‌های خودسنجی

پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۴»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۴»
۶ـ گزینه «۲»	۷ـ گزینه «۴»	۸ـ گزینه «۴»	۹ـ گزینه «۱»	۱۰ـ گزینه «۲»

پاسخنامه آزمون (۲)

۱ـ گزینه «۱»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۲»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۴»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۱»

پاسخنامه آزمون (۳)

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۴»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۴»	۷ـ گزینه «۱»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۲»

فصل پنجم

«ماشین‌های آسنکرون (القایی)»

تست‌های تألیفی فصل پنجم ــ مبحث اصول اولیه موتورهای القایی

مثال۱: اگر پایانه‌های استاتور یک موتور القائی با روتور سیم‌پیچی شده سه فاز را بر روی سه مقاومت مساوی اتصال کوتاه نموده و سپس روتور را از طریق حلقه‌های لغزان خود توسط یک ولتاژ سه فاز متقارن با فرکانس نامی تغذیه استاتور، تغذیه کنیم، در این صورت کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

۱) موتور قادر به ایجاد کوپل پایدار نبوده و در نتیجه حرکت نمی‌کند.

۲) موتور با ایجاد کوپل پایدار در سمت خلاف گردش میدان مغناطیسی دوار حاصل از رتور به حرکت در می‌آید.

۳) موتور با جریان راه‌اندازی نسبتاً کمی نسبت به حالتی که موتور در شرایط عادی کار می‌کرد، کار می‌کند.

۴) از هر نظر مشابه شرایط متعارف ماشین به حرکت در می‌آید.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» به چنین موتوری اصطلاحاً موتور القایی معکوس گویند این موتور قادر است گشتاور پایدار ایجاد نموده و فقط طبق قانون لنز به جهت کاهش ولتاژ القایی در آرمیچر خود، در خلاف جهت میدان دوار رتور می‌گردد.

مثال۲: در یک موتور القایی سه فاز ۵۰ Hz چهار قطب، سرعت روتور ۱۴۴۰ rpm است، لغزش این موتور چند درصد است؟

۱) -۴ ۲) ۴ ۳) ۲/۵ ۴) -۲/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید با توجه به تعداد قطب‌ها و فرکانس تغذیه استاتور سرعت میدان گردان استاتور را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$N_s = \frac{۱۲۰ f_s}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۴} = ۱۵۰۰ \text{rpm}$$

با توجه به اینکه سرعت محور رتور برابر $N_m = ۱۴۴۰ \text{rpm}$ داده شده لغزش نسبی یا درصدی برابر است با:

$$\%S = \frac{N_s - N_m}{N_s} \times ۱۰۰ = \frac{۱۵۰۰ - ۱۴۴۰}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۴\%$$

این عدد نشان می‌دهد که در حالت بارداری سرعت روتور ۴% کمتر از سرعت سنکرون است.

مثال۳: در یک موتور القایی سه فاز ۶ قطب ۶۰ Hz لغزش بار نامی ۵% است، سرعت حرکت روتور چند دور بر دقیقه است؟

۱) ۱۱۴۰ ۲) ۹۵۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۲۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» منظور از سرعت حرکت رتور، سرعت محور آن نسبت به قسمت ساکنی مانند استاتور می‌باشد لذا با توجه به مقادیر داده شده داریم:

$$\begin{cases} \%S = ۵\% \Rightarrow S = ۰/۰۵ \\ N_s = \frac{۱۲۰ f_s}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۶۰}{۶} = ۱۲۰۰ \text{rpm} \end{cases} \Rightarrow N_m = N_s(۱-S) = ۱۲۰۰(۱-۰/۰۵) \Rightarrow N_m = ۱۱۴۰ \text{rpm}$$

مثال۴: اگر بخواهیم ماشین القایی سه فاز رتور سیم‌بندی شده ۶ قطبی را به عنوان یک منبع فرکانس متغیر استفاده نماییم به طوریکه با اعمال ولتاژ خطی ۴۴۰ V با فرکانس ۵۰ Hz به استاتور و چرخاندن رتور آن توسط یک محرک جداگانه (نظیر موتور سنکرون یا DC) از رتور محدوده فرکانس $۱۵۰ \text{Hz} \le f \le ۲۰ \text{Hz}$ را بگیریم محدوده سرعت گردش رتور کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) $۶۰۰ \text{rpm} \le N_m \le ۲۰۰۰ \text{rpm}$ ۲) $۳۰۰ \text{rpm} \le N_m \le ۱۰۰۰ \text{rpm}$

۳) $-۲۰۰۰ \text{rpm} \le N_m \le ۶۰۰ \text{rpm}$ ۴) $-۳۰۰ \text{rpm} \le N_m \le ۱۰۰۰ \text{rpm}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» گرچه در این ماشین فقط استاتور تغذیه شده است اما از آنجاییکه رتور را نیز توسط یک محرک خارجی می‌چرخانیم (یا قرار است بچرخانیم) می‌توان مانند یک ماشین دو تحریکه آن را تحلیل نمود. در این حالت اگر بخواهیم فرکانس تولیدی رتور در حد پایین آن یعنی ۲۰ Hz باشد سرعت میدان دوار ناشی از این فرکانس برابر است با:

$$f_{r_1} = ۲۰ \text{Hz} \Rightarrow N'_{r_1} = \frac{۱۲۰ f_{r_1}}{۶} = \frac{۱۲۰ \times ۲۰}{۶} = ۴۰۰ \text{rpm}$$

سرعت گردش میدان دوار استاتور نیز با توجه به فرکانس تغذیه و قطب‌های آن برابر است با:

$$N_s = \frac{۱۲۰ f_s}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۶} = ۱۰۰۰ \text{rpm}$$

همان‌طور که ذکر شد برای ایجاد گشتاور یا توان پایدار همواره باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$N_m = N_s \pm N'_r \Rightarrow N_{m_1} = ۱۰۰۰ \pm ۴۰۰ = ۱۴۰۰\text{rpm} \ , \ ۶۰۰\text{rpm}$$

به طور مشابه در حد بالای فرکانس یعنی ۱۵۰Hz سرعت میدان دوار رتور ناشی از این فرکانس برابر است با:

$$f_{r_2} = ۱۵۰\,\text{Hz} \Rightarrow N'_{r_2} = \frac{۱۲۰ f_{r_2}}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۱۵۰}{۶} = ۳۰۰۰\,\text{rpm}$$

پس سرعت رتور برابر است با:

$$N_{m_2} = ۱۰۰۰ \pm ۳۰۰۰ = ۴۰۰۰\,\text{rpm} \ , \ -۲۰۰۰\,\text{rpm}$$

با توجه به این مقادیر یکی از محدوده‌های انتخابی سرعت رتور می‌تواند $-۲۰۰۰\,\text{rpm} \le N_m \le ۶۰۰\,\text{rpm}$ باشد.

مثال۵: **استاتور یک ماشین القایی با رتور سیم‌پیچی شده ۶ قطب به شبکه سه‌فاز ۵۰Hz متصل شده و رتور آن نیز توسط یک محرک خارجی (نظیر توربین بادی) با سرعت دورانی متغیری که بین ۱۱۰۰rpm تا ۱۳۰۰rpm تغییر می‌کند، می‌چرخد. در این ماشین محدوده‌ی تغییرات فرکانس ولتاژ القایی در سیم‌پیچی رتور در حالت مدار باز کدام است؟ (فرض شود جهت گردش رتور در خلاف جهت میدان استاتور است)**

۱) ۱۰Hz ۲) ۱۵Hz ۳) ۵Hz ۴) ۲۰Hz

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» سرعت میدان دوار استاتور با توجه به تعداد قطب‌ها و فرکانس تغذیه برابر است با:

$$N_s = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۶} = ۱۰۰۰\,\text{rpm}$$

با توجه به اینکه جهت گردش رتور درخلاف جهت میدان استاتور است، در حالتی که سرعت محور ۱۱۰۰rpm و ۱۳۰۰rpm می‌باشند، داریم:

$$S_1 = \frac{۱۰۰۰ + ۱۱۰۰}{۱۰۰۰} = ۲/۱ \Rightarrow f_{r_1} = S_1 f_{s_1} = ۲/۱ \times ۵۰ = ۱۰۵\,\text{Hz} \ , \ S_2 = \frac{۱۰۰۰ + ۱۳۰۰}{۱۰۰۰} = ۲/۳ \Rightarrow f_{r_2} = S_2 f_{s_2} = ۲/۳ \times ۵۰ = ۱۱۵\,\text{Hz}$$

یعنی اگر سرعت محور بین ۱۱۰۰rpm تا ۱۳۰۰rpm (در خلاف جهت میدان استاتور) تغییر کند، تغییرات فرکانس ولتاژ القایی در رتور آن $۱۱۵ - ۱۰۵ = ۱۰\,\text{Hz}$ است.

مثال۶: **در مثال قبل اگر اختلاف پتانسیل مدار باز در رتور در هنگام سکون ۲۲۰V باشد محدوده ولتاژ بی‌باری رتور در محدوده فرکانس تولیدی آن چند ولت است؟**

۱) $۸۸\text{V} \le E_r \le ۶۶۰\text{V}$ ۲) $۲۲\text{V} \le E_r \le ۱۶۵\text{V}$ ۳) $۴۴\text{V} \le E_r \le ۳۳۰\text{V}$ ۴) $۱۷۶\text{V} \le E_r \le ۳۳۰\text{V}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ولتاژ القایی در رتور متناسب با لغزش آن است لذا اگر در حالت سکون (یا لغزش $S=۱$) $E_{ro} = ۲۲۰\,\text{V}$ باشد داریم:

$$E_{r_1} = S_1 E_{ro} = \frac{N_s - N_{m_1}}{N_s} E_{ro} = \frac{۱۰۰۰ - ۶۰۰}{۱۰۰۰} \times ۲۲۰ = ۸۸\text{V}$$

$$E_{r_2} = S_2 E_{ro} = \frac{N_s - N_{m_2}}{N_s} E_{ro} = \frac{۱۰۰۰ - (-۲۰۰۰)}{۱۰۰۰} \times ۲۲۰ = ۶۶۰\,\text{V}$$

$$\Rightarrow ۸۸\text{V} \le E_r \le ۶۶۰\,\text{V}$$

مثال۷: **فرکانس جریان روتور یک موتور القایی ۳۸۰V و ۵۰Hz چهار قطب که در بار نامی با سرعت ۱۴۲۵ دور در دقیقه می‌چرخد چند Hz است؟**

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا باید با توجه به تعداد قطب‌ها و فرکانس تغذیه سرعت سنکرون را محاسبه نموده و سپس با توجه به سرعت مکانیکی داده شده لغزش و در نهایت فرکانس القایی در رتور را به دست آورد.

$$N_s = \frac{۱۲۰ \times f}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۴} = ۱۵۰۰\,\text{rpm} \Rightarrow S = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{۱۵۰۰ - ۱۴۲۵}{۱۵۰۰} = ۰/۰۵ \Rightarrow f_r = S f_s = ۰/۰۵ \times ۵۰ = ۲/۵\,\text{Hz}$$

مثال۸: **در یک موتور القائی سه فاز ۸ قطب ۵۰Hz سرعت بار کامل ۷۳۵rpm است. فرکانس روتور در $\frac{۱}{۴}$ بار نامی چقدر است؟**

۱) ۰/۲۵Hz ۲) ۰/۶۷Hz ۳) ۱Hz ۴) ۱/۳۳Hz

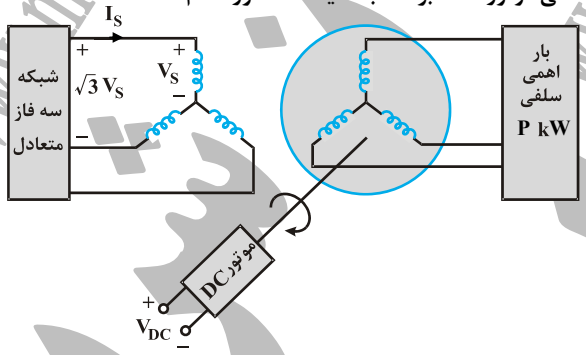
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» لغزش در بار کامل برابر است با:

$$N_s = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۸} = ۷۵۰\,\text{rpm} \Rightarrow S_1 = \frac{۷۵۰ - ۷۳۵}{۷۵۰} = ۰/۰۲$$

در لغزش‌های کم، گشتاور متناسب با لغزش است (البته اثبات این مطلب را در قسمت‌های بعدی می‌بینیم). لذا اگر گشتاور بار $\frac{1}{4}$ شود لغزش نیز $\frac{1}{4}$ می‌شود بنابراین داریم:

$$S_2 = \frac{1}{4} \times 0/02 = 0/005 \Rightarrow f_{r_2} = S_2 f_s \Rightarrow f_{r_2} = 0/005 \times 50 = 0/25\ Hz$$

مثال۹: یک موتور القایی سه فاز ۱۰قطب ۵۰ Hz با رتور سیم‌پیچی شده مطابق شکل زیر به عنوان تغییر دهنده فرکانس به کار می‌رود. این موتور توسط یک موتور DC با سرعت قابل تنظیم چرخیده و مصرف‌کننده الکتریکی با توان P کیلووات و دارای ضریب قدرت $(\cos\varphi)$ پس فاز را در محدوده فرکانس بالاتر از ۵۰ Hz تغذیه می‌کند اگر از تمامی تلفات ماشین و امپدانس استاتور صرف‌نظر شود قدرت نامی موتور DC برحسب کمیات استاتور کدام است؟



۱) $SV_sI_s\cos\varphi$

۲) $(1-S)V_sI_s\cos\varphi$

۳) $(S-1)V_sI_s\cos\varphi$

۴) $S(1-S)V_sI_s\cos\varphi$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در حالت سکون رتور ولتاژ نامی رتور، V_{ro} و جریان خروجی رتور I_r است لذا توانی که هر فاز تولید می‌کند برابر $V_{ro}I_r$ خواهد بود. توان ورودی به رتور در این شرایط (حالت سکون) تماماً از طریق استاتور تأمین می‌شود و چون از تمامی تلفات صرف‌نظر شده پس همواره رابطه زیر برقرار است:

$$V_sI_s = V_{ro}I_r$$

با چرخیدن رتور ولتاژ القایی در رتور به SV_{ro} کاهش می‌یابد لذا توان خروجی هر فاز برابر $SV_{ro}I_r$ می‌شود. از آنجاییکه در این تغییردهنده فرکانس محدوده فرکانسی بالای فرکانس استاتور است همواره $|S|>1$ خواهد بود لذا مقدار توان $SV_{ro}I_r$ بزرگتر از V_sI_s است که در حالت سکون از استاتور تأمین می‌شود. واضح است که در این حالت تفاوت توان حقیقی بین خروجی رتور و ورودی استاتور باید از طریق محور رتور یعنی از طریق موتور DC تأمین گردد که این توان برابر $(SV_{ro}I_r - V_sI_s)\cos\varphi$ است. پس داریم:

$$\text{قدرت تأمین شده توسط موتور DC} = (SV_{ro}I_r - V_sI_s)\cos\varphi = (S-1)V_sI_s\cos\varphi$$

لازم به ذکر است که در عمل جهت بهینه‌سازی یک تعادل نسبی بین قدرت انتخابی سیم‌پیچی‌های استاتور و قدرت موتور DC به عمل می‌آید تا بالاترین کارآیی توسط سیستم ایجاد شود. در واقع هرچه قدرت موتور DC بالاتر انتخاب گردد می‌توان قدرت استاتور را کوچکتر در نظر گرفت و برعکس.

مثال۱۰: یک موتور القایی در بار نامی با لغزش ۸% در حال کار است اگر ناگهان جهت چرخش آن با تعویض جای دو فاز معکوس شود لغزش در لحظه تعویض جای دو فاز و لغزش در کار دائمی در جهت معکوس به ترتیب چند درصد می‌شوند؟

۱) ۱۹۲ و ۸　　۲) ۸ و ۲۰۸　　۳) ۲۰۸ و ۸　　۴) ۸ و ۱۹۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در لحظه تعویض جای دو فاز جهت میدان دوار استاتور سریعاً معکوس شده اما رتور به دلیل اینرسی آن همچنان در جهت قبلی در حال گردش است پس از آنجائیکه N_s و N_m عکس یکدیگر می‌شوند موتور ترمز می‌کند. لغزش در هنگام ترمز برابر است با:

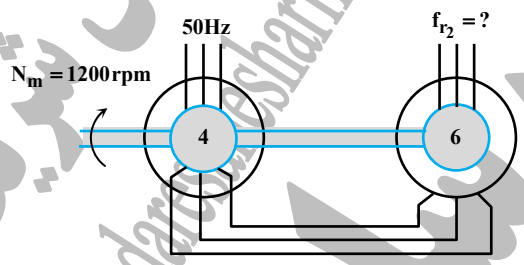
$$S_{plug.} = 2 - S = 2 - 0/8 = 1/92 \Rightarrow S_{plug.} = 192\%$$

در کار دائمی در جهت معکوس لغزش برابر همان ۸% است زیرا بار موتور بدون تغییر مانده است.

مثال۱۱: دو موتور القایی سه‌فاز رتور سیم‌پیچی شده با یکدیگر کوپل و توسط یک موتور احتراقی چرخانده می‌شوند. استاتور موتور اول که ۴ قطبی است به شبکه ۵۰ Hz متصل بوده و سرهای رتور آن توسط سه سیم به سرهای استاتور موتور دوم که ۶ قطبی است متصل شده است. اگر این مجموعه با سرعت ۱۲۰۰ rpm در جهت میدان دوار موتور اول چرخانده شود، با تعویض توالی فازهای ارتباطی بین دو موتور فرکانس ولتاژ القایی در رتور موتور دوم چقدر تغییر می‌کند؟

۱) ۴۰% زیاد می‌شود.　　۲) ۴۰% کم می‌شود.　　۳) ۶۰% زیاد می‌شود.　　۴) ۶۰% کم می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» باید فرکانس رتور موتور دوم را برای هر دو توالی فاز ممکن به دست آورده و با یکدیگر مقایسه نمود. ابتدا شکل مسئله را به صورت زیر قابل ترسیم می‌کنیم:



$$N_{s_1}=\frac{120\times 50}{4}=1500\,rpm \Rightarrow S_1=\frac{1500-1200}{1500}=0/2$$

چون استاتور موتور دوم به رتور موتور اول متصل است پس هم فرکانس می‌باشند لذا:

$$f_{r_1}=f_{s_2}=S_1 f_{s_1}=0/2\times 50=10\,Hz$$

حال که فرکانس استاتور موتور دوم مشخص گردید، سرعت میدان دوار آن به صورت مقابل قابل محاسبه است:

$$N_{s_2}=\frac{120\times 10}{6}=200\,rpm$$

اگر در ابتدا توالی فازها طوری بود که میدان دوار موتور دوم در جهت N_m باشد:

$$S_2=\frac{200-1200}{200}=-5 \Rightarrow f_{r_2}=S_2 f_{s_2}=5\times 10=50\,Hz$$

اگر در ابتدا توالی فازها طوری بود که میدان دوار موتور دوم در خلاف جهت N_m باشد:

$$S_2=\frac{200+1200}{200}=7 \Rightarrow f_{r_2}=S_2 f_{s_2}=7\times 10=70\,Hz$$

پس اگر در حالت اول $50\,Hz$ باشد در حالت دوم $70\,Hz$ می‌باشد یعنی $\frac{50-70}{50}=0/4=\%40$ افزایش فرکانس داریم و اگر در حالت اول $70\,Hz$ باشد، در حالت دوم $50\,Hz$ می‌باشد یعنی $\frac{70-50}{70}=0/285=28/5\%$ کاهش فرکانس داریم.

مثال ۱۲: دو موتور القایی سه فاز با رتور سیم‌پیچی شده به‌صورت هم‌محور متصل شده‌اند. استاتور موتور اول که ۴ قطبی است به منبع $50\,Hz$ متصل و مدار رتور آن به مدار رتور موتور دوم که ۶ قطبی است، متصل شده است. اگر استاتور موتور دوم به شبکه $60\,Hz$ متصل گردد، با فرض اینکه هر دو موتور در ناحیه‌ی موتوری کار کنند، سرعت بی‌باری مجموعه چند rpm است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۳۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون سیم‌بندی رتور هر دو موتور به یکدیگر متصل‌اند داریم:

$$f_{r_1}=f_{r_2} \Rightarrow S_1 f_{s_1}=S_2 f_{s_2} \Rightarrow S_2=\frac{f_{s_1}}{f_{s_2}}S_1$$

رتورها از نظر مکانیکی نیز به یکدیگر کوپل هستند؛ لذا دارای یک سرعت می‌باشند پس داریم:

$$N_{m_1}=N_{s_1}(1-S_1)=N_{m_2}=N_{s_2}(1-S_2)$$

البته این روابط با فرض اینکه هر دو ماشین در ناحیه موتوری هستند، نوشته شده است. با جایگذاری داریم:

$$\begin{cases}\frac{120 f_{s_1}}{P_1}(1-S_1)=\frac{120 f_{s_2}}{P_2}(1-S_2)\\ S_2=\frac{f_{s_1}}{f_{s_2}}S_1=\frac{5}{6}S_1\end{cases} \Rightarrow \frac{50}{4}(1-S_1)=\frac{60}{6}(1-\frac{5}{6}S_1) \Rightarrow S_1=0/6 \Rightarrow S_2=\frac{5}{6}S_1=0/5$$

حال که لغزش موتور دوم به دست آمده است، سرعت آن را که می‌دانیم با سرعت موتور اول نیز یکسان است می‌توان به صورت مقابل به دست آورد:

$$N_{m_2}=\frac{120\times 50}{4}(1-0/6)=600\,rpm=N_{m_1}$$

تست‌های تألیفی فصل پنجم ــ مبحث مدار معادل، تلفات و راندمان موتورهای القایی

مثال۱: در یک موتور القایی ۸ قطب ۶۰Hz امپدانس هر فاز رتور در لحظه سکون به صورت $\vec{Z}_{ro}=0/25+j1/1\Omega$ داده شده است اگر بخواهیم ضریب قدرت رتور برابر ۰/۵ شود رتور با چه سرعتی باید دوران نماید؟

۱) $540\,rpm$　　۲) $1260\,rpm$　　۳) $-540\,rpm$　　۴) $-1260\,rpm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» کافی است معادله ضریب قدرت رتور را برابر ۰/۵ قرار داده و لغزش متناظر آن را تعیین نماییم:

$$\cos\varphi_r=\frac{R_r}{\sqrt{R_r^2+(SX_{ro})^2}}\Rightarrow 0/5=\frac{0/25}{\sqrt{(0/25)^2+S^2(1/1)^2}}\Rightarrow 0/25^2+1/21S^2=0/25\Rightarrow S=\pm 0/4$$

چون در ناحیه موتوری $(0\le S\le 1)$ هستیم پس $S=0/4$ مورد قبول است لذا با اعمال این لغزش به معادله سرعت رتور داریم:

$$N_m=N_s(1-S)=\frac{120\times f}{P}(1-S)=\frac{120\times 60}{8}(1-0/4)=540\,rpm$$

مثال۲: در یک موتور القایی۴ قطب ۵۰Hz مقاومت اهمی و پراکندگی رتور در هنگام سکون به ترتیب ۰/۲Ω و ۱/۱Ω هستند اگر بخواهیم هنگامی که موتور در بار نامی با سرعت ۱۳۵۰rpm دوران می‌کند و ضریب قدرت رتور ۰/۹۵ شود چه مقدار مقاومت باید با هر فاز آن سری نمود؟

۱) $0/35\Omega$　　۲) $0/15\Omega$　　۳) $0/6\Omega$　　۴) $0/25\Omega$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» چون موتور۴ قطب ۵۰Hz است پس $N_s=1500\,rpm$ بوده و چون $N_m=1350\,rpm$ داده شده پس لغزش برابر است با:

$$S=\frac{N_m-N_s}{N_s}=\frac{1500-1350}{1500}=0/1$$

با جایگذاری این لغزش در معادله ضریب قدرت رتور داریم:

$$\cos\varphi_r=\frac{R_r}{\sqrt{R_r^2+(SX_{ro})^2}}\Rightarrow 0/95=\frac{(R_r+R_{ex})}{\sqrt{(R_r+R_{ex})^2+(0/1\times 1/1)^2}}\Rightarrow 0/95^2\times[(R_r+R_{ex})^2+0/0121]=(R_r+R_{ex})^2$$

$$\Rightarrow R_r+R_{ex}=\pm 0/35\Omega$$

مقاومت اصلی روتور $R_r=0/20\Omega$ است، لذا باید یک مقاومت $R_{ex}=0/35-0/20=0/15\Omega$ به هر فاز روتور اضافه نمود.

مثال۳: یک موتور القایی سه فاز۲ قطب ۵۰Hz دارای مقاومت اهمی $\frac{2}{9}\Omega$ در هر فاز رتور و راکتانس حالت سکون $\frac{10}{9}\Omega$ در هر فاز رتور است اگر بخواهیم در کار دائمی این موتور با سرعت ۲۷۰۰rpm با نصب یک خازن در هر فاز رتور ضریب قدرت آن را به یک $(\cos\varphi_r=1)$ برسانیم. چه خازنی باید با هر فاز سری نمود؟ ($\pi=3$ فرض شود)

۱) $900\mu F$　　۲) $900\,mF$　　۳) $300\mu F$　　۴) $300\,mF$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» ابتدا باید ببینیم به ازاء چه راکتانس خازنی ضریب قدرت رتور برابر یک می‌شود. واضح است این راکتانس باید به طور کامل اثر راکتانس پراکندگی رتور را در سرعت مورد بحث خنثی کند؛ پس می‌توان گفت راکتانس خازن موردنظر $X_c=SX_{ro}=S\times\frac{10}{9}\Omega$ است. حال باید ببینیم ظرفیت این خازن چند میلی‌فاراد است لذا ابتدا لغزش را محاسبه می‌کنیم:

$$N_s=\frac{120f_s}{P}=\frac{120\times 50}{2}=3000\,rpm\Rightarrow S=\frac{3000-2700}{3000}=0/1$$

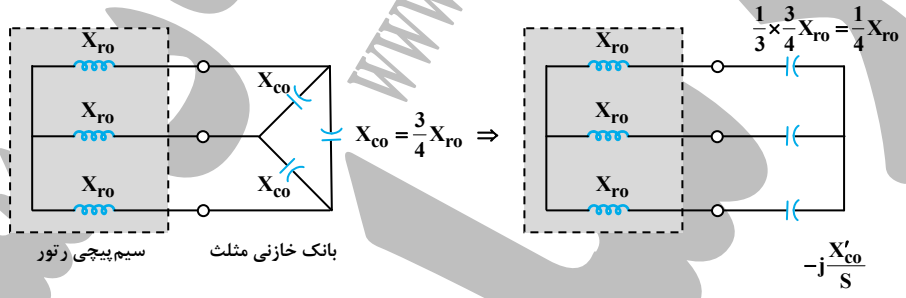
با توجه به این لغزش می‌توان ظرفیت را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$X_c=\frac{1}{C_r\omega}\Rightarrow C_r=\frac{1}{X_c\omega_r}=\frac{1}{SX_{ro}.2\pi f_r}=\frac{1}{SX_{ro}2\pi.Sf_s}=\frac{1}{\frac{10}{9}\times 0/1\times 2\pi\times 0/1\times 50}=0/3\ F=300\,mF$$

مثال ۴: رتور یک موتور القایی از نوع سیم‌پیچی شده می‌باشد. این موتور ۴ قطب بوده و تحت فرکانس ۵۰ Hz تغذیه می‌گردد. اگر یک بانک خازنی با اتصال مثلث به مدار رتور متصل کنیم، بطوریکه در هنگام سکون راکتانس خازنی هر فاز از بانک $\frac{3}{4}$ برابر راکتانس پراکندگی حالت سکون هر فاز از سیم‌پیچی رتور باشد، با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور و اثر شاخه تحریک، در چه سرعتی ضریب قدرت ورودی واحد می‌گردد؟

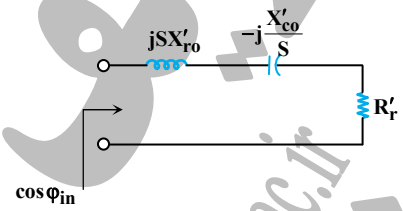
۱) ۱۲۰۰rpm ۲) ۷۵۰rpm ۳) ۱۰۵۰rpm ۴) ۶۰۰rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» در تحلیل موتورهای القایی همواره از مدار معادل یک فاز موتور استفاده می‌گردد. در این تست بانک خازنی بکار رفته دارای اتصال مثلث است لذا ابتدا باید این اتصال را به ستاره تبدیل نمود تا بتوان مقدار راکتانسی که با هر فاز رتور سری می‌شود را پیدا نمود. در این حالت چون بانک خازنی متعادل است کافی است راکتانس هر فاز آن را بر ۳ تقسیم نماییم تا معادل ستاره آن به دست آید.



$$X_{co_\lambda} = \frac{1}{3}X_{co_\Delta} = \frac{1}{3}(\frac{3}{4}X_{ro}) \Rightarrow X_{co} = \frac{1}{4}X_{ro} \Rightarrow X'_{co} = \frac{1}{4}X'_{ro}$$

در این شرایط می‌توان مدار معادل هر فاز موتور را با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور و اثر شاخه تحریک بصورت مقابل در نظر گرفت:



طبق این مدار واضح است در صورتی که $\cos\varphi_{in} = 1$ می‌گردد که مدار به حالت رزونانس سری برود یعنی در آن سلف و خازن موجود، به طور کامل اثر یکدیگر را خنثی نمایند به عبارتی راکتانس‌های مساوی داشته باشند لذا در این شرایط می‌توان نوشت:

$$SX'_{ro} = \frac{X'_{co}}{S} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{X'_{co}}{X'_{ro}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4}X'_{ro}}{X'_{ro}}} = \frac{1}{2}$$

به جز تحلیل مداری فوق، می‌توان فرم کلی معادله ضریب قدرت رتور (که در این تست برابر ضریب قدرت ورودی نیز می‌باشد) را به صورت زیر نوشت:

$$\cos\varphi_{in} = \cos\varphi_r = \frac{R'_r}{\sqrt{R'^2_r + (SX_{ro} - \frac{X_{co}}{S})^2}}$$

اگر بخواهیم $\cos\varphi_{in} = 1$ شود داریم:

$$1 = \frac{R'_r}{\sqrt{R'^2_r + (SX'_{ro} - \frac{X'_{co}}{S})^2}} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{X'_{co}}{X'_{ro}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4}X'_{ro}}{X'_{ro}}} = \frac{1}{2}$$

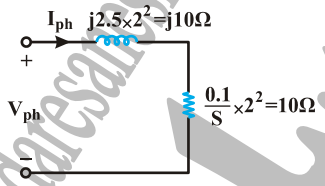
با توجه به لغزش بدست آمده سرعت رتور برابر است با:

$$N_m = N_s(1-S) = \frac{1200 \times 50}{4}(1 - \frac{1}{2}) = 750\,rpm$$

مثال ۵: یک موتور القایی سه فاز دارای سیم پیچ‌های استاتور و روتور با اتصال ستاره است. مقاومت و راکتانس روتور در حالت سکون به ترتیب ۰/۱ و ۲/۵اهم در هر فاز و جریان استاتور به هنگام کار موتور در لغزش ۴ درصد معادل $50\sqrt{2}$ آمپر است. با صرفنظرکردن ازجریان بی‌باری موتور و مقاومت و راکتانس نشتی استاتور و با فرض دو برابر بودن تعداد دورهای استاتور نسبت به دورهای روتور، ولتاژ منبع و ضریب قدرت موتور چقدر است؟

۱) $\frac{1000}{\sqrt{3}}$ ولت و ۰/۷۰۷ ۲) $1000\sqrt{3}$ ولت و ۰/۷۰۷ ۳) $\frac{1000}{\sqrt{3}}$ ولت و ۰/۸۶۶ ۴) $1000\sqrt{3}$ ولت و ۰/۸۶۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با صرف‌نظر کردن از امپدانسهای استاتور و بی‌باری، مدار معادل ارجاع داده شده به سمت استاتور به صورت زیر قابل رسم است در این مدار دقت شود که مقاومت اهمی و پراکندگی رتور با مجذور ضریب تبدیل داده شده از رتور به سمت استاتور منتقل شده‌اند. (چون تعداد دورهای استاتور دو برابر رتور است پس ضریب تبدیل ۲ است)



$$\vec{V}_{ph}=(10+j10)\times50\sqrt{2}\angle45^\circ=1000\angle45^\circ$$

$$\cos\varphi=\cos(45^\circ)=0/707$$

از آنجائیکه ولتاژ فازی منبع به دست آمده مقدار خطی آن برابر است با:

$$|\vec{V}_L|=\sqrt{3}\,|\vec{V}_{ph}|=\sqrt{3}\times1000=1000\sqrt{3}V$$

مثال ۶: یک موتور سه فاز آسنکرون با اتصال ستاره در ولتاژ ۴۰۰V شبکه، جریان $15\sqrt{3}$ A را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز دریافت می‌کند اگر توان ورودی روتور آن ۱۴ kW و تلفات آهنی استاتور ۲۳۸W باشد مقاومت اهمی هر فاز استاتور چند اهم است؟

۱) ۰/۰۴　　۲) ۰/۰۸　　۳) ۰/۱۲　　۴) ۰/۱۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» توان ورودی روتور همان توان الکترومغناطیسی است. از طرفی:

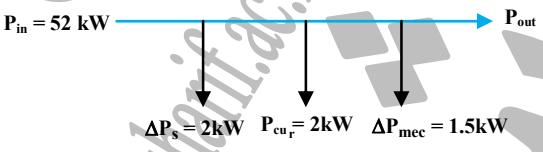
$$P_1=\sqrt{3}\,V_L I_L\,Cos\varphi=\sqrt{3}\times400\times15\sqrt{3}\times0/8=14400W$$

طبق دیاگرام توازن قدرت داریم:

$$P_1-P_{ag}=P_{cu_s}+P_{fe_s}\Rightarrow14400-14000=P_{cu_s}+238\Rightarrow P_{cu_s}=162W$$

$$P_{cu_s}=162W=3R_sI^2_{s_{ph}}=3\times R_s(15\sqrt{3})^2\Rightarrow R_s=0/08\Omega$$

مثال ۷: دیاگرام توازن قدرت یک موتور سه فاز القایی به صورت شکل زیر است. اگر این موتور ۱۲ قطب با فرکانس ۵۰ Hz باشد سرعت روتور چند rpm است؟



۱) ۵۰۰
۲) ۵۲۰
۳) ۴۲۵
۴) ۴۸۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» ابتدا باید با توجه به دیاگرام داده شده توان الکترومغناطیسی را محاسبه نموده و سپس با مقایسه آن نسبت به تلفات مسی رتور لغزش را به دست آورد:

$$P_{ag}=P_{in}-\Delta P_s=52-2=50kW\quad\text{و}\quad P_{cu_r}=SP_{ag}\Rightarrow2=S\times50\Rightarrow S=0/04$$

با توجه به لغزش به دست آمده سرعت محور رتور برابر است با:

$$N_m=N_s(1-S)=\frac{120\times50}{12}(1-0/04)=480rpm$$

مثال ۸: یک موتور القایی سه فاز ۵۰۰V ، ۵۰ Hz و ۶ قطب با سرعت ۹۵۰ rpm و ضریب توان $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و قدرت خروجی ناخالص ۱۹kW کار می‌کند. اگر تلفات کل استاتور ۵۰۰W باشد، جریان گرفته شده از منبع برابر است با:

۱) ۲۶ A　　۲) ۲۸ A　　۳) ۴۱ A　　۴) ۳۹ A

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» قدرت خروجی ناخالص همان P_{conv} است، پس با داشتن P_{conv} و محاسبه لغزش موتور می‌توان قدرت فاصله هوایی را محاسبه نمود:

$$N_s=\frac{120f_s}{P}=\frac{120\times50}{6}=1000\ rpm\Rightarrow S=\frac{N_s-N_m}{N_s}=\frac{1000-950}{1000}\Rightarrow S=0/05$$

با توجه به توان تبدیل شده که در صورت تست بیان گردیده و لغزش به دست آمده داریم:

$$P_{ag}=\frac{P_{conv}}{1-S}=\frac{19}{1-0/05}\Rightarrow P_{ag}=20kW$$

با توجه به این توان و تلفات‌های داده شده توان ورودی برابر است با:

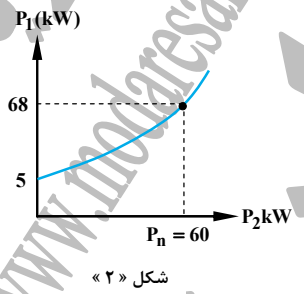
$$P_1=P_{ag}+(P_{cu_s}+P_{fe_s})=20+0/5=20/5kW$$

حال که توان ورودی به دست آمده جریان خط برابر است با:

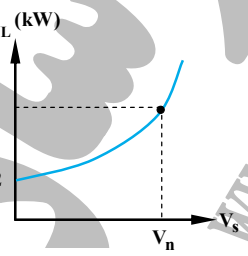
$$P_1=\sqrt{3}V_LI_L\cos\varphi\Rightarrow I_L=\frac{20/5\times10^3}{\sqrt{3}\times500\times\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow I_L=41\ A$$

مثال ۹: بر روی یک موتور القایی سه فاز دو آزمایش صورت گرفته است. در آزمایش اول که در حالت بی‌باری انجام شده ولتاژ اعمالی به موتور بصورت پله‌ای از مقدار نامی کاهش یافته و توان ورودی اندازه‌گیری شده است. نتایج این آزمایش با به کارگیری برونیابی برای ولتاژهای کم به صورت شکل «۱» می‌باشد. در آزمایش دوم ولتاژهای اعمالی به موتور ثابت بوده و بار روی آن را از صفر تا بار نامی تغییر داده و توان ورودی اندازه‌گیری شده است. نتایج این آزمایش نیز در شکل «۲» آمده است. با صرف‌نظر نمودن از اثر جریان بی‌باری و راکتانس‌های پراکندگی استاتور و رتور مجموع تلفات مسی و آهنی و راندمان این موتور در هنگامی که در بار نامی کار می‌کند کدام است؟

۱) $\%۸۸ - ۵kW$
۲) $\%۸۸ - ۶kW$
۳) $\%۹۲ - ۵kW$
۴) $\%۹۲ - ۶kW$



شکل «۲»



شکل «۱»

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به شکل «۱» تلفات مکانیکی موتور $\Delta P_{mec} = ۲kW$ و تلفات گردشی آن $P_{rot} = ۵kW$ است، لذا تفاضل این دو مقدار که همان تلفات آهنی است برابر $P_{fe} = P_{rot} - \Delta P_{mec} = ۵ - ۲ = ۳kW$ می‌باشد. از شکل «۲» نیز مشخص است که تلفات مسی نامی برابر $P_{cu_n} = P_۱ - P_۲ - P_{rot} = ۶۸ - ۶۰ - ۵ = ۳kW$ است. پس مجموع تلفات آهنی و مسی برابر $۳ + ۳ = ۶kW$ است.

حال که مقادیر تمامی توان‌های تلفات بدست آمده می‌توان راندمان را بصورت مقابل محاسبه نمود:

$$\eta = \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۶۰}{۶۸} = ۰/۸۸ = ۸۸\%$$

مثال ۱۰: سرعت یک موتور القایی سه فاز ۱۰kW و ۴ قطب در بار کامل برابر ۱۴۷۵rpm است. در صورتی که تلفات مسی استاتور برابر ۱kW و تلفات آهنی استاتور برابر ۰/۵kW و سایر تلفات قابل اغماض باشند، راندمان موتور برابر است با:

۱) % ۸۵/۷ ۲) % ۹۸ ۳) % ۸۷ ۴) % ۸۳/۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اینکه خروجی در دسترس بوده و تلفات‌ها نیز تا حدودی مشخص هستند کافی است توان ورودی را به دست آورد.

$$N_s = \frac{۱۲۰f_s}{P} = \frac{۱۲۰\times۵۰}{۴} = ۱۵۰۰rpm \Rightarrow S = \frac{۱۵۰۰ - ۱۴۷۵}{۱۵۰۰} = ۰/۰۱۶۷$$

چون از تلفات گردشی صرفنظر شده است داریم:

$$P_۲ = P_{conv} = ۱۰kW \Rightarrow P_{ag} = \frac{P_{conv}}{۱ - S} = \frac{۱۰}{۱ - ۰/۰۱۶۷} = ۱۰/۱۷\ kW$$

حال که توان فاصله هوایی محاسبه شده طبق دیاگرام توازن قدرت کافی است به این توان مقادیر تلفات‌های مسی استاتور و آهنی استاتور را اضافه نمود تا به توان ورودی برسیم.

$$P_۱ = P_{ag} + P_{cu_s} + P_{fe_s} = ۱۰/۱۷ + ۱ + ۰/۵ = ۱۱/۶۷\ kW \Rightarrow \%\eta = \frac{P_۲}{P_۱}\times۱۰۰ = \frac{۱۰}{۱۱/۶۷}\times۱۰۰ = ۸۵/۷\%$$

مثال ۱۱: توان ورودی یک موتور القائی سه فاز ۵۰ هرتز و ۶ قطب در سرعت ۹۷۰ rpm معادل ۵۰ kW است. تلفات اهمی استاتور ۱kW و تلفات مکانیکی ۱/۵۳ kW است. راندمان این موتور برابر است با:

۱) % ۹۲ ۲) % ۹۴ ۳) % ۹۵ ۴) % ۹۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» این تست برعکس تست قبلی است یعنی توان ورودی در دسترس بوده و تعدادی از تلفات نیز داده شده است لذا باید توان خروجی را محاسبه نماییم:

$$N_s = \frac{۱۲۰f_s}{P} = \frac{۱۲۰\times۵۰}{۶} = ۱۰۰۰rpm \Rightarrow S = \frac{۱۰۰۰ - ۹۷۰}{۱۰۰۰} = ۰/۰۳$$

با صرفنظر کردن از تلفات آهنی استاتور داریم:

$$P_{ag} = P_۱ - P_{cu_s} = ۵۰ - ۱ = ۴۹\ kW \Rightarrow P_{conv.} = P_{ag}(۱ - S) = ۴۹(۱ - ۰/۰۳) = ۴۷/۵۳\ kW$$

$$P_۲ = P_{conv} - \Delta P_{mec} = ۴۷/۵۳ - ۱/۵۳ = ۴۶\ kW \Rightarrow \%\eta = \frac{P_۲}{P_۱}\times۱۰۰ = \frac{۴۶}{۵۰}\times۱۰۰ = \%۹۲$$

مثال ۱۲: در یک موتور القایی ۶۰Hz تلفات مسی استاتور برابر مجموع تلفات مکانیکی و تلفات آهن بوده و تلفات مس روتور معادل $\frac{۱}{۳}$ تلفات مس استاتور است. اگر بازده ۰/۸۰ و تلفات مکانیکی برابر تلفات آهن فرض شود، لغزش برابر است با:

۱) ۰/۰۲۷　　۲) ۰/۰۱۳۵　　۳) ۰/۰۳۲۷　　۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه «۳» با توجه به اینکه تلفات‌های مختلف بر حسب یکدیگر داده شده باید ابتدا تلفات کل را برحسب یکی از تلفات‌ها به دست آورد، لذا:

$$P_{cu_s} = P_{fe_s} + \Delta P_{mec} = ۲\Delta P_{mec} = ۲P_{fe_s}$$

$$\Delta P = P_{cu_s} + P_{fe_s} + P_{cu_r} + \Delta P_{mec} \Rightarrow \Delta P = \frac{۷}{۳}P_{cu_s} \xrightarrow{P_{cu_r} = \frac{۱}{۳}P_{cu_s}} P_{cu_r} = \frac{۱}{۷}\Delta P \Rightarrow \Delta P = ۷P_{cu_r}$$

حال که تلفات کل برحسب تلفات مسی رتور به دست آمده می‌توان نوشت:

$$\eta = \frac{P_۲}{P_۲ + \Delta P} = \frac{P_۲}{P_۲ + ۷P_{cu_r}} \Rightarrow P_۲ = \frac{۷\eta}{۱-\eta}P_{cu_r}$$

با جایگذاری در رابطه مربوط به لغزش داریم:

$$S = \frac{P_{cu_r}}{P_{ag}} = \frac{P_{cu_r}}{P_۲ + \Delta P_{mec} + P_{cu_r}} = \frac{P_{cu_r}}{\frac{۷\eta}{۱-\eta}P_{cu_r} + \frac{۳}{۲}P_{cu_r} + P_{cu_r}} \Rightarrow S = \frac{۱}{\frac{۷\eta}{۱-\eta} + \frac{۵}{۲}} \Rightarrow S = ۰/۰۳۲۷$$

مثال ۱۳: یک موتور القایی سه فاز (آسنکرون) چهارقطبی ۵۰ هرتز، ۳۸۰ ولت، مفروض است. این موتور در بار نامی تحت سرعت ۱۴۴۰rpm می‌چرخد. هرگاه تلفات هسته و تلفات مکانیکی ناچیز و X_m بسیار بزرگ فرض گردد و $R_s = R'_r$ باشد، بازده چند درصد است؟

۱) ۹۲/۳%　　۲) ۹۸/۵%　　۳) ۹۵/۹%　　۴) ۹۰/۲۶%

پاسخ: گزینه «۱» اگرچه رابطه مربوط به محاسبه راندمان تحت این شرایط قبلاً معرفی شد اما در این تست آن را اثبات می‌کنیم. برای این منظور دقت شود از آنجائیکه $R_s = R'_r$ فرض شده $P_{cu_s} = P_{cu_r}$ می‌گردد پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \eta = \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{P_{ag} - P_{cu_r}}{P_{ag} + P_{cu_s}} = \frac{P_{ag} - SP_{ag}}{P_{ag} + SP_{ag}} = \frac{۱-S}{۱+S} \\ S = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{۱۵۰۰ - ۱۴۴۰}{۱۵۰۰} = ۰/۰۴ \end{cases} \Rightarrow \%\eta = \frac{۱-۰/۰۴}{۱+۰/۰۴} \times ۱۰۰ = ۹۲/۳\%$$

مثال ۱۴: یک موتور القائی سه فاز ۴ قطب ۵۰Hz با سرعت نامی ۱۴۲۵rpm از طریق خط سه فاز توسط منبع سه فاز ۳۸۰ ولتی تغذیه می‌شود. اگر $R_s = R'_r$ و مقاومت خط تغذیه نصف R_s و تلفات مکانیکی معادل نصف تلفات مس بار کامل استاتور باشد بازده کل سیستم چند درصد است؟ (از جریان مغناطیس کننده صرفنظر می‌شود.)

۱) ۷۹　　۲) ۸۲　　۳) ۸۶　　۴) ۹۰

پاسخ: گزینه «۳» طبق اطلاعات داده شده در صورت تست داریم:

$$P_{cu_s} = P_{cu_r} \;,\; P_{cu_{Line}} = \frac{۱}{۲}P_{cu_s} \;,\; \Delta P_{mec} = \frac{۱}{۲}P_{cu_s}$$

با جایگذاری این مقادیر و با توجه به اینکه $P_{cu_r} = SP_{ag}$ است می‌توان قدرت‌های خروجی و ورودی را به صورت زیر بر حسب P_{ag} و لغزش محاسبه نمود:

$$P_۲ = P_{ag} - P_{cu_r} - \Delta P_{mec} = P_{ag} - ۱/۵\,P_{cu_r} = P_{ag}(۱ - \frac{۳}{۲}S)$$

$$P_۱ = P_{ag} + P_{cu_s} + P_{cu_{Line}} = P_{ag} + ۱/۵P_{cu_r} = P_{ag}(۱ + \frac{۳}{۲}S)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \%\eta = \frac{۱ - \frac{۳}{۲}S}{۱ + \frac{۳}{۲}S} \times ۱۰۰ \\ S = \frac{۱۵۰۰ - ۱۴۲۵}{۱۵۰۰} = ۰/۰۵ \end{cases} \Rightarrow \%\eta = \frac{۱ - (\frac{۳}{۲} \times ۰/۰۵)}{۱ + (\frac{۳}{۲} \times ۰/۰۵)} \times ۱۰۰ = ۸۶\%$$

مثال ۱۵: **هنگامی که یک موتور القایی سه‌فاز ۴ قطب ۵۰Hz بار ۲۰۰N.m را تحت سرعت ۱۳۵۰rpm می‌چرخاند، تلفات مسی استاتور ۱/۷۵kW و تلفات مکانیکی ۱/۸kW است. با صرف‌نظر از تلفات آهنی ماشین، راندمان در این شرایط کاری چند درصد است؟ ($\pi = 3$ فرض شود)**

۱) ۸۰ ۲) ۸۵ ۳) ۹۰ ۴) ۹۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به گشتاور و سرعت محور موتور (که همواره برابر گشتاور و سرعت بار است) توان خروجی موتور (P_2) برابر است با:

$$P_2 = T_2.\omega_m = 200\times 1350\times\frac{2\pi}{60} = 27\,kW$$

با توجه به تلفات مکانیکی داده شده توان تبدیل‌شده توسط موتور برابر است با:

$$P_{conv.} = P_2 + \Delta P_{mec} = 27 + 1/8 = 28/8\,kW$$

از طرفی لغزش در بار داده شده برابر است با:

$$S = \frac{1500-1350}{1500} = 0/1 \text{ یا } \%10$$

با توجه به رابطه بین توان فاصله هوایی و توان تبدیل شده می‌توان این توان را به صورت مقابل به دست آورد:

$$P_{ag} = \frac{P_{conv}}{1-S} = \frac{28/8}{0/90} = 32\,kW$$

حال که توان فاصله هوایی به دست آمده است و تلفات مسی استاتور نیز در صورت مسئله داده شده، می‌توان قدرت ورودی را به صورت زیر به دست آورد:

$$P_1 = P_{ag} + P_{cu_s} + P_{fe_s} = 32 + 1/75 + 0 = 33/75\,kW$$

در نهایت راندمان این موتور در شرایط داده شده برابر است با:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{27}{33/75} = 0/8 \text{ یا } \%80$$

توجه: قسمتی از حل را می‌توان به روش مقابل نیز جلو برد:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2+\Delta P} \xrightarrow{\Delta P=\Delta P_{mec}+\Delta P_s+\frac{S}{1-S}P_{conv.}} \frac{27}{27+1/8+1/75+\frac{0/1}{1-0/1}\times 28/8} = 0/8 \text{ یا } \%80$$

مثال ۱۶: **در یک موتور القایی سه فاز ۴ قطب ۵۰Hz در یک سرعت مفروض تلفات مسی رتور برابر مجموع تلفات مکانیکی و آهنی آن بوده و تلفات مسی استاتور نصف تلفات مسی رتور است. اگر راندمان موتور در این شرایط ۸۰% باشد با فرض اینکه تلفات آهنی و مکانیکی موتور برابرند سرعت گردش موتور چند rpm است؟**

۱) ۱۰۱۵ ۲) ۱۴۶۰ ۳) ۱۲۱۰ ۴) ۱۳۷۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به اینکه تلفات مسی رتور برابر مجموع تلفات مکانیکی و آهنی بوده و ضمناً تلفات آهنی و مکانیکی نیز برابرند می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_{cu_r} = \Delta P_{mec} + P_{fe} = 2P_{fe} \\ P_{cu_s} = \frac{1}{2}P_{cu_r} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_{cu_s} + P_{fe} + \Delta P_{mec} + P_{cu_r} \Rightarrow \Delta P = \frac{1}{2}P_{cu_r} + \frac{1}{2}P_{cu_r} + \frac{1}{2}P_{cu_r} + P_{cu_r} = \frac{5}{2}P_{cu_r}$$

حال که تلفات کل برحسب P_{cu_r} به دست آمده می‌توان رابطه راندمان را به صورت زیر نوشت:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2+\Delta P} \Rightarrow P_2 = \frac{\Delta P}{\frac{1}{\eta}-1} = \frac{\eta}{1-\eta}\times\frac{5}{2}P_{cu_r}$$

حال که توان خروجی برحسب راندمان و تلفات مسی رتور به دست آمده است با توجه به رابطه بین لغزش و تلفات مسی رتور می‌توان نوشت:

$$S = \frac{P_{cu_r}}{P_{ag}} = \frac{P_{cu_r}}{P_2+\Delta P_{mec}+P_{cu_r}} = \frac{P_{cu_r}}{\frac{2/5\eta}{1-\eta}P_{cu_r}+\frac{1}{2}P_{cu_r}+P_{cu_r}}$$

با جایگذاری مقدار راندمان می‌توان لغزش و در نهایت سرعت موتور را به صورت زیر به دست آورد:

$$S = \frac{1}{10+\frac{1}{2}+1} = 0/087 \Rightarrow N_m = \frac{120\times 50}{4}(1-0/087) \simeq 1370\,rpm$$

مثال ۱۷: در یک موتور القایی ۵۰ Hz به قدرت ۴۳kW تلفات آهنی نصف تلفات مکانیکی بوده و تلفات مسی استاتور برابر تلفات آهنی است. رتور این موتور با چه سرعتی بچرخد تا تلفات مسی رتور آن $\frac{۱}{۳}$ تلفات مکانیکی گردد؟ (فرض کنید در سرعت مورد بحث راندمان موتور ۸۶% است. ضمناً N_s نشان‌دهنده سرعت سنکرون ماشین است.)

۱) $\frac{۴۱}{۴۵}N_s$　　۲) $\frac{۴۶}{۴۷}N_s$　　۳) $\frac{۴۱}{۴۷}N_s$　　۴) $\frac{۴۶}{۴۵}N_s$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در مواردی که تلفات مختلف برحسب یکدیگر بیان می‌شوند، باید ابتدا تمامی تلفات را برحسب یکی از تلفات (معمولاً برحسب P_{cu_r}) نوشت؛ لذا:

$$\begin{cases} P_{fe} = \frac{۱}{۲}\Delta P_{mec} \\ P_{cu_s} = P_{fe} \\ P_{cu_r} = \frac{۱}{۳}\Delta P_{mec} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_{fe} + P_{cu_s} + P_{cu_r} + \Delta P_{mec} = \frac{۳}{۲}P_{cu_r} + \frac{۳}{۲}P_{cu_r} + P_{cu_r} + ۳P_{cu_r} \Rightarrow \Delta P = ۷P_{cu_r}$$

همچنین با توجه به راندمان داده شده، داریم:

$$\Delta P = P_۱ - P_۲ = \frac{P_۲}{\eta} - P_۲ = \frac{۴۳}{۰/۸۶} - ۴۳ = ۷kW \Rightarrow P_{cu_r} = ۱kW$$

از طرفی طبق رابطه بین تلفات مسی رتور و لغزش آن و توجه به دیاگرام توازن قدرت می‌توان نوشت:

$$S = \frac{P_{cu_r}}{P_{ag}} = \frac{P_{cu_r}}{P_۱ - P_{fe} - P_{cu_s}} = \frac{۱}{۵۰ - (\frac{۳}{۲}\times ۱) - (\frac{۳}{۲}\times ۱)} = \frac{۱}{۴۷}$$

حال که لغزش به دست آمده است می‌توان سرعت محور را به صورت مقابل محاسبه نمود.

$$N_m = N_s(۱-S) = \frac{۴۶}{۴۷}N_s$$

مثال ۱۸: یک موتور القایی ۴ قطب ستاره به شبکه ۳۸۰ V و ۵۰ Hz متصل و یک بار مکانیکی را با سرعت ۱۳۶۸ rpm به حرکت درمی‌آورد. اگر جریان دریافتی از شبکه ۱۶ A و ضریب قدرت موتور $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ باشد، مطلوب است قدرت و گشتاور مفید اگر راندمان موتور ۹۰% باشد؟ ($\pi = ۳$ فرض شود)

۱) ۶۰ Nm − ۹/۱۲ kW　　۲) ۵۰ Nm − ۸/۲ kW　　۳) ۵۰ Nm − ۹/۱۲ kW　　۴) ۶۰ Nm , ۸/۲ kW

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به مقادیر خطی ولتاژ و جریان داریم:

$$P_۱ = \sqrt{۳}V_L I_L \cos\varphi = \sqrt{۳}\times ۳۸۰ \times ۱۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۹۱۲۰W$$

با توجه به راندمان ۹۰% داده شده توان خروجی برابر است با:

$$\%\eta = \frac{P_۲}{P_۱}\times ۱۰۰ \Rightarrow P_۲ = ۹۱۲۰ \times ۰/۹ = ۸۲۰۸W \Rightarrow T_۲ = \frac{۶۰P_۲}{۲\pi N_m} = \frac{۶۰\times ۸۲۰۸}{۲\pi \times ۱۳۶۸} = ۶۰Nm$$

مثال ۱۹: در یک موتور سه فاز ۴ قطب ۶۰ Hz به قدرت ۱۰ kW تلفات مکانیکی ۸۰۰W و تلفات کل استاتور ۱۰۰۰ W می‌باشد. هنگامی که رتور با سرعت ۱۷۲۸rpm می‌چرخد چند کیلووات توان الکترومغناطیسی تولید می‌کند؟

۱) ۹/۵　　۲) ۱۱/۲۵　　۳) ۱۰/۸　　۴) ۱۱/۷۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» توانی که به عنوان مشخصه ماشین داده می‌شود همواره توان خروجی است پس در این موتور نیز $P_۲ = ۱۰kW$ است لذا طبق دیاگرام توازن قدرت داریم:

$$P_{conv} = P_۲ + \Delta P_{mec} = ۱۰ + ۰/۸ = ۱۰/۸kW$$

از طرفی با توجه به تعداد قطب‌ها، فرکانس تغذیه و سرعت رتور می‌توان لغزش را به صورت زیر به دست آورد:

$$N_s = \frac{۱۲۰\times ۶۰}{۴} = ۱۸۰۰rpm \Rightarrow S = \frac{۱۸۰۰ - ۱۷۲۸}{۱۸۰۰} = ۰/۰۴$$

با توجه به رابطه بین توان تبدیل شده و توان فاصله هوایی داریم:

$$P_{conv} = P_{ag}(۱-S) \Rightarrow P_{ag} = \frac{۱۰/۸}{۱-۰/۰۴} = ۱۱/۲۵kW$$

مثال ۲۰: یک موتور القایی سه فاز با بار ۴۵ کیلووات دارای بازده ۰/۹ درصد است. در این بار تلفات اهمی (تلفات مس) روتور و استاتور هر یک با تلفات هسته (تلفات آهن) برابرند. اگر تلفات مکانیکی در موتور $\frac{۱}{۳}$ تلفات بی‌باری آن باشد، لغزش موتور در بار مذکور برابر است با :

۱) $\frac{۱}{۲۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۳۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳۳}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در صورت تست تلفات مختلف برحسب یکدیگر داده شده‌اند پس ابتدا باید تلفات کل را بر حسب یکی از تلفات‌ها به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{cases} P_{cu_r} = P_{cu_s} = P_{fe_s} \\ \Delta P_{mec} = \frac{۱}{۳} P_{rot} = \frac{۱}{۲} P_{fe_s} \\ \Delta P = P_{cu_r} + P_{cu_s} + P_{fe_s} + \Delta P_{mec} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = \frac{۷}{۲} P_{fe_s} \quad \text{و} \quad \Delta P = P_۱ - P_۲ = (\frac{۴۵}{۰/۹}) - ۴۵ = ۵\,kW \Rightarrow P_{fe_s} = \frac{۲}{۷} \times ۵ = \frac{۱۰}{۷} kW$$

حال که تلفات آهنی استاتور به دست آمده، می‌توان سایر تلفات‌ها را بر حسب آن نوشته و با محاسبه توان فاصله هوایی لغزش را به صورت زیر به دست آورد:

$$P_{ag} = P_۱ - (\underbrace{P_{cu_s} + P_{fe_s}}_{=۲P_{fe_s}}) = \frac{۴۵}{۰/۹} - (۲ \times \frac{۱۰}{۷}) = \frac{۳۳۰}{۷} kW \Rightarrow S = \frac{P_{cu_r}}{P_{ag}} = \frac{\frac{۱۰}{۷}}{\frac{۳۳۰}{۷}} = \frac{۱}{۳۳}$$

تست‌های تألیفی فصل پنجم ــ مبحث بررسی توان و گشتاور موتور القایی / بررسی مشخصه گشتاور سرعت

مثال۱: در یک موتور القایی سه فاز ۶ قطب ۵۰ Hz سرعت بار کامل ۹۶۴ rpm است. فرکانس روتور در $\frac{۱}{۳}$ بار نامی چقدر است؟ (فرض شود که بار از نوع گشتاور ثابت است)

۱) ۱/۸ Hz ۲) ۰/۶ Hz ۳) ۱/۲ Hz ۴) ۲/۴ Hz

پاسخ: گزینه «۲» ابتدا باید لغزش را در بار کامل به دست آورد:

$$N_s=\frac{۱۲۰\times۵}{۶}=۱۰۰۰\ rpm \Rightarrow S_۱=\frac{۱۰۰۰-۹۶۴}{۱۰۰۰}=۰/۰۳۶$$

در لغزش‌های کم گشتاور متناسب با لغزش است، لذا اگر گشتاور بار $\frac{۱}{۳}$ شود لغزش نیز $\frac{۱}{۳}$ می‌شود. بنابراین داریم:

$$T_{mech}=K_L.S \Rightarrow \frac{T_{mech_۱}}{T_{mech_۲}}=\frac{S_۱}{S_۲} \Rightarrow S_۲=\frac{۱}{۳}S_۱=\frac{۱}{۳}\times۰/۰۳۶=۰/۰۱۲ \Rightarrow f_{r_۲}=S_۲f_s=۰/۰۱۲\times۵۰=۰/۶\ Hz$$

مثال۲: در یک موتور القایی ۶۰ Hz سرعت بی‌بار ۷۱۸ rpm و سرعت بار کامل ۶۴۸ rpm است. اگر بار روی موتور از نوع گشتاور ثابت باشد سرعت در $\frac{۱}{۴}$ بار کامل برابر است با:

۱) ۶۷۳ rpm ۲) ۷۱۵ rpm ۳) ۶۹۸ rpm ۴) ۷۰۲ rpm

پاسخ: گزینه «۴» سرعت بی‌بار به سرعت سنکرون نزدیک است، بنابراین:

$$N_s=\frac{۱۲۰f_s}{P} \Rightarrow ۷۱۸=\frac{۱۲۰\times۶۰}{P} \Rightarrow P=۱۰ \Rightarrow N_s=\frac{۱۲۰f_s}{P}=\frac{۱۲۰\times۶۰}{۱۰} \Rightarrow N_s=۷۲۰\ rpm$$

حال که سرعت سنکرون به دست آمده لغزش بار کامل به ازاء $N_m=۶۴۸rpm$ برابر است با:

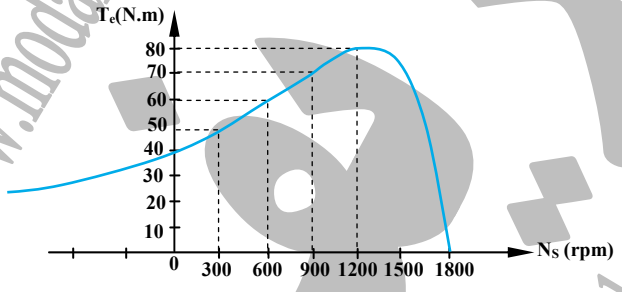
$$S_۱=\frac{N_s-N_m}{N_s}=\frac{۷۲۰-۶۴۸}{۷۲۰} \Rightarrow S_۱=۰/۱$$

در لغزش‌های کم گشتاور متناسب با لغزش است، پس اگر گشتاور بار $\frac{۱}{۴}$ شود، لغزش نیز $\frac{۱}{۴}$ می‌شود لذا:

$$S_۲=\frac{۱}{۴}S_۱=\frac{۱}{۴}\times۰/۱=۰/۰۲۵$$

$$N_m=N_s(۱-S)=۷۲۰\times(۱-۰/۰۲۵) \Rightarrow N_m=۷۰۲\ rpm$$

مثال۳: مشخصه گشتاور سرعت یک موتور القایی سه فاز (آسنکرون) در شکل زیر داده شده است. در سرعت ۱۲۰۰ دور در دقیقه تلفات اهمی (مسی) روتور چقدر است؟ (جهت سادگی در محاسبات $\pi=۳$ فرض شود)



۱) ۲/۵kW
۲) ۳kW
۳) ۴/۸kW
۴) ۵/۶kW

پاسخ: گزینه «۳» طبق مشخصه داده شده سنکرون موتور است زیرا در این سرعت گشتاور صفر شده است. با توجه به این سرعت می‌توان لغزش را در سرعت ۱۲۰۰rpm به صورت زیر به دست آورد.

$$S=\frac{۱۸۰۰-۱۲۰۰}{۱۸۰۰}=\frac{۱}{۳} \quad و \quad N_m=۱۲۰۰\ rpm \xrightarrow{منحنی} T_e=۸۰\ Nm$$

$$P_e=T_e.\omega_s=۸۰\times۲\pi\times\frac{۱۸۰۰}{۶۰}=۱۴۴۰۰\ W \Rightarrow P_{cu_r}=SP_{ag}=\frac{۱}{۳}\times۱۴۴۰۰=۴۸۰۰\ W=۴/۸kW$$

مثال ۴: **دو موتور القایی قفس سنجابی A و B از هر نظر مشابه بوده و تنها تفاوت آنها این است که طول فاصله هوایی موتور A بیشتر از موتور B است. در مورد این دو موتور کدام گزینه صحیح است؟**

۱) موتور B دارای گشتاور راه‌اندازی بهتر و موتور A دارای ضریب توان بار کامل بهتر است.

۲) موتور B دارای گشتاور راه‌اندازی و ضریب توان بار کامل بهتر است.

۳) موتور A دارای گشتاور راه‌اندازی بهتر و موتور B دارای ضریب توان بار کامل بهتر است.

۴) موتور A دارای گشتاور راه‌اندازی و ضریب توان بار کامل بهتر است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» اگر طول فاصله هوایی افزایش یابد به دلیل کاهش راکتانس مغناطیس‌کننده به جریان مغناطیس کنندگی بیشتری نیاز است که این امر باعث کاهش ضریب توان بی‌باری و ضریب توان بار کامل موتور القایی می‌شود. از طرفی فاصله هوایی بیشتر باعث افزایش مقاومت القایی پراکندگی رتور (X_r) می‌شود در نتیجه گشتاور راه‌اندازی و گشتاور ماکزیمم کاهش می‌یابد. پس در موتور B که طول فاصله هوایی کمتر از موتور A است، گشتاور راه‌اندازی و گشتاور حداکثر بیشتر (بهتر) و ضریب قدرت نیز بالاتر (بهتر) است.

مثال ۵: **روتور یک موتور القایی سه فاز را بازپیچی می‌کنیم اما مقطع سیم‌های بکار رفته برای بازپیچی نصف مقطع سیم‌های قبلی و تعداد دور سیم پیچی جدید سه برابر سیم‌پیچی اول است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ (اندیس ۱ مربوط به سیم‌پیچی قبلی و اندیس ۲ مربوط به سیم پیچی جدید موتور است)**

۱) $T_{st_1} < T_{st_2}\ ,\ T_{max_1} > T_{max_2}$

۲) $T_{st_1} = T_{st_2}\ ,\ T_{max_1} = T_{max_2}$

۳) $T_{st_1} = T_{st_2}\ ,\ T_{max_1} > T_{max_2}$

۴) $T_{st_1} < T_{st_2}\ ,\ T_{max_1} = T_{max_2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با سه برابر شدن تعداد دور سیم‌پیچی اندوکتانس و راکتانس پراکندگی ۹ برابر می‌شوند $(L_r = \frac{N_{w_r}^2}{R_m})$ اما ولتاژ القایی در هر فاز روتور ۳ برابر می‌شود $(E_r \sim N_{w_r})$. لذا:

$$T_{max} \sim \frac{E_{ro}^2}{X'_{ro}} \Rightarrow \frac{T_{max_1}}{T_{max_2}} = \left(\frac{E_{ro_1}}{E_{ro_2}}\right)^2 \frac{X_{ro_2}}{X_{ro_1}} = (3)^2 \times \frac{1}{9} = 1 \Rightarrow T_{max_1} = T_{max_2}$$

با سه برابر شدن تعداد دور و نصف شدن سطح مقطع هادی‌ها مقاومت روتور ۶ برابر می‌شود. از آنجائیکه گشتاور راه‌اندازی مستقیماً متناسب با مقاومت رتور است پس گشتاور راه‌اندازی در حالت دوم شدیداً افزایش می‌یابد یعنی: $T_{st_1} < T_{st_2}$

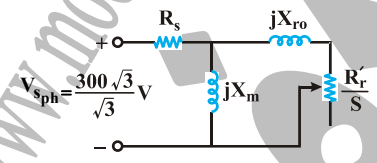
مثال ۶: **در یک موتور القایی سه فاز $300\sqrt{3}\,V$ ، $50\,Hz$ دو قطب با اتصال ستاره پارامترهای مدار معادل به صورت زیر داده شده‌اند:**

$$R_s = 0/4\Omega\ ,\ R'_r = 0/39\Omega\ ,\ X_m = 50\Omega\ ,\ X'_{ro} = 0/8\Omega$$

با صرف‌نظر کردن از پراکندگی استاتور اگر موتور در سرعت $2850\,rpm$ در حال کار بوده و بخواهیم با معکوس نمودن جای دو فاز تغذیه استاتور، آن را به روش جریان مخالف (Plugging) متوقف نماییم گشتاور ترمز کننده در لحظه تعویض جای دو فاز چند N.m است؟ (جهت سادگی $\pi = 3$ فرض شود)

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۰

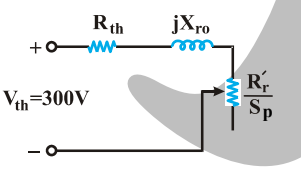
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به مقادیر داده شده و نوع اتصال استاتور می‌توان مدار معادل موتور را به صورت زیر استخراج نمود:



$$N_s = \frac{120 f_s}{P} = \frac{120 \times 50}{2} = 3000\,rpm$$

$$S = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{3000 - 2850}{3000} = 0/05$$

در لحظه تعویض جای دو فاز، ماشین وارد ناحیه ترمزی شده و لغزش آن برابر $S_p = 2 - S = 2 - 0/05 = 1/95$ می‌شود. از این رو با استخراج مدار معادل تونن داریم:



$$V_{th} = \frac{X_m}{X_s + X_m} |V_s| = \left(\frac{50}{0+50}\right) \times 300 = 300V\ ,\quad X_{th} \simeq X_s \simeq 0$$

$$R_{th} = \left(\frac{X_m}{X_s + X_m}\right)^2 R_s = \left(\frac{50}{0+50}\right)^2 \times 0/4 = 0/4\Omega$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه می‌توان گشتاور ترمزی را با استفاده از رابطه کلی گشتاور القایی به صورت زیر به دست آورد:

$$T_e = T_{mech}\Big|_{plugging} = \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r}{S_p} \frac{|V_{th}|^2}{(R_{th} + \frac{R'_r}{S_p})^2 + (X_{th} + X'_{ro})^2} = \frac{3}{2\pi \times \frac{3000}{60}} \times \frac{0/39}{1/95} \times \frac{300^2}{(0/4+0/2)^2 + (0+0/8)^2} = 180\,N.m$$

مثال ۷: در یک موتور القایی با $R_r = 1\Omega$ و $X_{ro} = 2\Omega$ گشتاور بار کامل $20\ Nm$ است اگر این مقدار گشتاور در لغزش ۱۰% رخ دهد گشتاور بحرانی موتور چند نیوتن متر است؟

۱) ۲۶ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۲

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به اینکه گشتاور بار کامل (T_{mech}) در لغزش ۱۰% رخ داده و مقادیر اهمی و پراکندگی حالت سکون رتور نیز در دسترس هستند می‌توان $S_{T_{max}}$ را محاسبه و در نهایت گشتاور حداکثر را به دست آورد:

$$S_{T_{max}} = \frac{R_r}{X_{ro}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{T_{mech}}{T_{max}} = \frac{2SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + S^2} \Rightarrow \frac{20}{T_{max}} = \frac{2\times 0/1\times \frac{1}{2}}{(\frac{1}{2})^2 + 0/1^2} \Rightarrow T_{max} = 52\ N.m$$

مثال ۸: در یک موتور القایی سه فاز (آسنکرون) قفس سنجابی ۳۸۰ ولت، ۴ قطبی در فرکانس ۵۰ هرتز نسبت $\frac{T_{max}}{T_{FL}}$ معادل ۲/۲۳ است. وقتی که این موتور با ولتاژ ۳۶۰ ولت و فرکانس ۴۰ هرتز تغذیه شود، نسبت لغزش موتور در گشتاور ماکزیمم در این حالت ($S_{T_{max}}$) به لغزش موتور در گشتاور نامی حالت اول برابر است با: (T_{max} گشتاور ماکزیمم و T_{FL} گشتاور نامی است).

۱) ۰/۱۶ ۲) ۶ ۳) ۴/۸ ۴) ۵

پاسخ: گزینه «۲» همان‌طور که اشاره شد چنانچه موتور با ولتاژها و فرکانس‌های مختلفی تغذیه شود می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}} = (\frac{V_{s_2}}{V_{s_1}}\frac{f_{s_1}}{f_{s_2}})^2 \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{FL}} = (\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\frac{f_{s_2}}{f_{s_1}})^2 \frac{T_{max_1}}{T_{FL}} \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{FL}} = (\frac{360}{380}\times\frac{50}{40})^2 \times 2/23 \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{FL}} = 3/12$$

از آنجائیکه مجهول تست نسبت $\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}}$ است داریم:

$$\frac{T_{max_2}}{T_{FL}} = \frac{S_{T_{max_2}}^2 + S_{FL}^2}{2S_{FL}S_{T_{max_2}}} = 3/12 \Rightarrow \frac{S_{T_{max_2}}}{S_{FL}} = 0/16 \ , \ \frac{S_{T_{max_2}}}{S_{FL}} = 6$$

جواب ۰/۱۶ قابل قبول نیست زیرا همواره $S_{T_{max}}$ باید بزرگتر یا مساوی S_{FL} باشد.

مثال ۹: یک موتور القایی سه فاز ۵۰ Hz دارای گشتاور راه‌اندازی ۱/۲۵ برابر گشتاور بار کامل و گشتاور حداکثر ۲/۵ برابر گشتاور بار کامل است. با صرفنظر کردن از مقاومت استاتور و تلفات گردشی و ثابت بودن مقاومت روتور، لغزش در بار کامل و لغزش در گشتاور حداکثر به ترتیب عبارتند از:

۱) ۰/۰۴۶ و ۰/۲۹۸ ۲) ۰/۰۴۴ و ۰/۳۷۸ ۳) ۰/۰۶ و ۰/۲۵ ۴) ۰/۰۵۶ و ۰/۲۶۸

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به نسبت گشتاور راه‌اندازی به گشتاور بار کامل داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{max}} = \frac{2S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + 1} \Rightarrow \frac{1/25T_{FL}}{2/5T_{FL}} = \frac{2S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + 1} \Rightarrow S_{T_{max}}^2 - 4S_{T_{max}} + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_{T_{max}} = 3/73 & \text{غ.ق.ق} \\ S_{T_{max}} = 0/268 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

دقت شود که در محدوده کار موتوری همواره $S_{T_{max}} < 1$ است پس فقط $S_{T_{max}} = 0/268$ مورد قبول خواهد بود. به طور مشابه با توجه به نسبت گشتاور بار کامل و گشتاور حداکثر داریم:

$$\frac{T_{FL}}{T_{max}} = \frac{2S_{FL}S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + S_{FL}^2} \Rightarrow \frac{T_{FL}}{2/5T_{FL}} = \frac{2\times 0/268\times S_{FL}}{0/268^2 + S_{FL}^2} \Rightarrow S_{FL}^2 - 1/34S_{FL} + 0/072 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_{FL} = 1/28 & \text{غ.ق.ق} \\ S_{FL} = 0/056 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

در این حالت نیز لغزش پایدار در کار دائمی باید همواره کوچکتر از $S_{T_{max}}$ باشد لذا فقط $S_{FL} = 0/056$ مورد قبول است.

مثال ۱۰: یک موتور القایی سه فاز در ۲۲۰ V و ۶۰ Hz دارای توان حداکثر ۳۳kW است اگر آنرا به ولتاژ ۲۰۰V و ۵۰ Hz وصل کنیم توان حداکثر آن ۳۱/۵۴kW خواهد شد. با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور لغزش متناظر با گشتاور حداکثر در هنگامی که به شبکه ۲۰۰V و ۵۰ Hz متصل است چقدر است؟

۱) ۰/۱۷ ۲) ۰/۲۲ ۳) ۰/۱۳ ۴) ۰/۲۸

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به رابطه توان حداکثر در حالتی که از امپدانس استاتور صرف‌نظر شود داریم: (دقت شود که چون فرکانس تغییر نموده X'_{ro} در دو حالت مورد بررسی متفاوت بوده اما R'_r در هر دو حالت یکسان است)

$$P_{max}=\frac{3}{2}\frac{|V_s|^2}{R'_r+\sqrt{R'^2_r+X'^2_{ro}}}\Rightarrow\frac{P_{max_2}}{P_{max_1}}=(\frac{V_{s_2}}{V_{s_1}})^2\frac{R'_r+\sqrt{R'^2_r+X'^2_{ro_1}}}{R'_r+\sqrt{R'^2_r+X'^2_{ro_2}}}\xrightarrow[k=\frac{X'_{ro_2}}{R'_r}]{X'_{ro_2}=\frac{60}{50}X'_{ro_1}}$$

$$\frac{31/54}{33}=(\frac{200}{220})^2\frac{1+\sqrt{1+1/2^2k^2}}{1+\sqrt{1+k^2}}\Rightarrow k=4/416=\frac{X'_{ro_2}}{R'_r}\Rightarrow S_{T_{max_2}}=\frac{R'_r}{X'_{ro_2}}=\frac{1}{k}=\frac{1}{4/416}=0/22$$

مثال ۱۱: در یک موتور القایی سه‌فاز گشتاور حداکثر ۳P.U و گشتاور راه‌اندازی ۱/۵P.U است. اگر ولتاژ و فرکانس تغذیه این موتور طوری افزایش یابد که همواره شار فاصله هوایی ثابت بماند گشتاور حداکثر و راه‌اندازی به ترتیب چه مقادیری خواهند بود؟

۱) $T_{max}=3P.U$, $T_{st}=1/5P.U$

۲) $T_{max}<3P.U$, $T_{st}=1/5P.U$

۳) $T_{max}>3P.U$, $T_{st}>1/5P.U$

۴) $T_{max}=3P.U$, $T_{st}<1/5P.U$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در صورتی شار فاصله هوایی ثابت می‌ماند که تغییرات ولتاژ و فرکانس تغذیه به یک نسبت باشد یعنی $\frac{V}{f}$ ثابت بماند زیرا

می‌دانیم $\varphi\sim\frac{V}{f}$ است لذا:

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}}=(\frac{V_1}{f_1}.\frac{f_2}{V_2})^2\xrightarrow{\frac{V_1}{f_1}=\frac{V_2}{f_2}}T_{max_2}=T_{max_1}=3P.U$$

به طور مشابه با توجه به رابطه گشتاور راه‌اندازی داریم:

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=(\frac{V_1^2}{f_1^3}\frac{f_2^3}{V_2^2})=(\frac{V_1^2}{f_1^2.f_1}\frac{f_2^2f_2}{V_2^2})\xrightarrow{\frac{V_1}{f_1}=\frac{V_2}{f_2}}\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=\frac{f_2}{f_1}\Rightarrow T_{st_2}=\frac{f_1}{f_2}T_{st_1}\xrightarrow[\text{افزایش فرکانس داریم}]{f_2>f_1}T_{st_2}<T_{st_1}$$

مثال ۱۲: یک موتور آسنکرون با ۶ قطب در فرکانس ۶۰Hz با سرعت ۱۰۸۰rpm در حال گردش است اگر از امپدانس استاتور صرف‌نظر شود با فرض اینکه گشتاور بار موتور متناسب با سرعت موتور باشد با دو برابر شدن مقاومت اهمی رتور، سرعت آن چند rpm می‌گردد؟

۱) ۹۶۰ ۲) ۹۸۲ ۳) ۹۵۶ ۴) ۸۶۴

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» اگر بار گشتاور ثابت بود به راحتی می‌توانستیم در حالتی که مقاومت اهمی رتور دو برابر شده لغزش را دو برابر نموده و مسئله را حل کنیم. اما در این تست چون گشتاور بار متناسب با سرعت موتور است باید به صورت زیر عمل نمود:

$$T_{mech}=\frac{3}{\omega_s}\frac{|V_{th}|^2}{R'_r}.S\xrightarrow{\text{ولتاژ و فرکانس ثابت}}T_{mech}=K''_L\frac{S}{R'_r}\Rightarrow T_{mech}\sim\frac{S}{R'_r}$$

$$T_L\sim N_m\sim(1-S)N_s\xrightarrow{N_s\text{ ثابت}}T_L\sim(1-S)$$

از طرفی گشتاور بار متناسب با سرعت موتور است لذا:

با توجه به برابری گشتاورهای بار و موتور داریم:

$$T_{mech}=T_L\Rightarrow\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}=\frac{S_1}{S_2}\frac{R'_{r_2}}{R'_{r_1}}=\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}}=\frac{1-S_1}{1-S_2}\Rightarrow\frac{\frac{1-S_2}{S_2}}{\frac{1-S_1}{S_1}}=\frac{R'_{r_2}}{R'_{r_1}}\Rightarrow\frac{R'_{r_1}}{R'_{r_2}}=\frac{\frac{1}{S_2}-1}{\frac{1}{S_1}-1}\xrightarrow{R'_{r_2}=2R'_{r_1}}\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{S_2}-1}{\frac{1}{S_1}-1}$$

از طرفی لغزش S_1 با توجه به سرعت ۱۰۸۰rpm داده شده برابر است با:

$$N_s=\frac{120f_s}{P}=\frac{120\times60}{6}=1200\text{rpm}\Rightarrow S_1=\frac{1200-1080}{1200}=0/1$$

با جایگذاری این لغزش در معادله فوق داریم:

$$\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{S_2}-1}{\frac{1}{0/1}-1}\Rightarrow\frac{1}{S_2}-1=\frac{9}{2}\Rightarrow S_2=\frac{2}{11}$$

$$N_{m_2}=N_s(1-S_2)=1200(1-\frac{2}{11})=982\text{rpm}$$

مثال ۱۳: **یک موتور القایی سه‌فاز قفس سنجابی ۴ قطب ۵۰Hz یک بار گشتاور ثابت را با سرعت ۱۴۰۴rpm می‌چرخاند. اگر ولتاژ تغذیه این موتور نسبت به مقدار نامی خود ۲۰% کاهش یابد تلفات مسی ماشین چه تغییری می‌کند؟ (به جز مقاومت اهمی رتور از سایر امپدانس‌های آن صرف‌نظر کنید.)**

۱) ۵۶/۲۵% زیاد می‌شود. ۲) ۶۴% کم می‌شود. ۳) ۵۶/۲۵% کم می‌شود. ۴) ۶۴% زیاد می‌شود.

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به فرض مسئله یعنی صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور در لغزش‌های کم داریم:

$$T_{mech}=\frac{3V_s^2}{\omega_s}\frac{S}{R'_r}\xrightarrow{f\text{ و }R'_r\text{ ثابت هستند}}T_{mech}\sim V_s^2 S$$

از طرفی در حالت اول داریم:

$$N_{m_1}=1404rpm\Rightarrow S_1=\frac{1500-1404}{1500}=0/064$$

در بار گشتاور ثابت همواره گشتاور موردنیاز بار در تمامی سرعت‌ها ثابت است یعنی $T_{L_1}=T_{L_2}$ است، لذا با توجه به اصل برابری گشتاورهای موتور و بار داریم:

$$\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}}=\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}=\left(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\right)^2\frac{S_1}{S_2}\Rightarrow 1=\left(\frac{V_{s_1}}{0/8V_{s_1}}\right)^2\times\frac{0/064}{S_2}\Rightarrow S_2=\frac{0/064}{0/64}=0/1$$

یعنی در بار گشتاور ثابت فوق با کاهش ۲۰% ولتاژ تغذیه لغزش برابر ۰/۱ خواهد شد. حال که لغزش در هر دو حالت موجود است با توجه به رابطه تلفات مسی می‌توان نوشت:

$$P_{cu_r}=SP_{ag}\Rightarrow\frac{P_{cu_{r_1}}}{P_{cu_{r_2}}}=\frac{S_1}{S_2}\frac{P_{ag_1}}{P_{ag_2}}\xrightarrow[P_{ag_1}=P_{ag_2}]{\text{در بار گشتاور ثابت}}\frac{P_{cu_{r_1}}}{P_{cu_{r_2}}}=\frac{0/064}{0/1}\times 1\Rightarrow P_{cu_{r_2}}=\frac{100}{64}P_{cu_{r_1}}=1/5625P_{cu_{r_1}}$$

یا حدود ۵۶/۲۵% تلفات زیاد می‌شود.

مثال ۱۴: **یک موتور القایی سه‌فاز ۴ قطب هنگامی که توسط منبع ۴۰۰V و ۴۰Hz تغذیه می‌گردد با سرعت ۱۱۴۰ دور بر دقیقه باری که گشتاور آن متناسب با سرعت است را می‌چرخاند. اگر ولتاژ تغذیه موتور به ۵۰۰V و فرکانس آن به ۵۰Hz تغییر نماید، سرعت گردش در حالت پایدار چند rpm خواهد بود؟ (از امپدانس استاتور صرف‌نظر می‌گردد)**

۱) ۱۱۴۰ ۲) ۱۳۵۰ ۳) ۱۴۲۵ ۴) ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه «۳» گشتاور تولیدی موتور در لغزش‌های کم و با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور با عبارت زیر محاسبه می‌گردد:

$$T_{mech}=\frac{3}{\omega_s}\frac{V_s^2}{R_{r'}}S\xrightarrow{R_{r'}\text{ ثابت}}T_{mech}\sim\frac{V_s^2}{f_s}.S$$

گشتاور بار نیز طبق گفته مسئله متناسب با سرعت است؛ لذا:

$$T_{load}\sim\omega_m\sim(1-S)f_s$$

با توجه به برابری گشتاور بار و موتور داریم:

$$\frac{T_{load_1}}{T_{load_2}}=\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}\Rightarrow\frac{(1-S_1)f_{s_1}}{(1-S_2)f_{s_2}}=\left(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\right)^2\left(\frac{f_{s_2}}{f_{s_1}}\right)\frac{S_1}{S_2}$$

به جهت حل سریع‌تر معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{\frac{1-S_2}{S_2}}=\left(\dfrac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\dfrac{f_{s_2}}{f_{s_1}}\right)^2\dfrac{S_1}{1-S_1}\\ S_1=\dfrac{1200-1140}{1200}=0/05\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{\frac{1}{S_2}-1}=\left(\frac{400}{500}\times\frac{50}{40}\right)^2\frac{0/05}{1-0/05}\Rightarrow\frac{1}{S_2}-1=19\Rightarrow S_2=\frac{1}{20}=0/05$$

با اینکه لغزش تغییر نکرده اما چون سرعت سنکرون موتور تغییر کرده، داریم:

$$N_{m_2}=N_{s_2}(1-S_2)=1500(1-0/05)=1425rpm$$

مثال ۱۵: **یک موتور القایی سه‌فاز ۴ قطب هنگامی که یک بار مکانیکی که گشتاور آن متناسب با سرعت است را از طریق منبع ۳۰۰V و ۵۰Hz تغذیه می‌کند با سرعت ۱۳۵۰rpm می‌چرخد. اگر بخواهیم سرعت بار را به ۱۵۰۰rpm افزایش دهیم، در ولتاژ ثابت فرکانس در چه مقداری باید تنظیم شود؟**

۱) ۴۳Hz ۲) ۲۵Hz ۳) ۸۶Hz ۴) ۵۷Hz

پاسخ: گزینه «۴» با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور داریم:

$$T_{mech}\sim\frac{V_s^2}{f_s.R'_r}S\xrightarrow{V_s\text{ و }R_r\text{ ثابت هستند}}T_{mech}\sim\frac{S}{f_s}$$

گشتاور بار نیز طبق گفته تست متناسب با سرعت است؛ لذا:

$$T_{Laod} \sim \omega_m \sim (1-S) f_s$$

با توجه به برابری گشتاور بار و موتور داریم:

$$\frac{(1-S_1)f_{s_1}}{(1-S_2)f_{s_2}} = \frac{S_1}{S_2}\frac{f_{s_2}}{f_{s_1}} \xrightarrow{S_1=\frac{1500-1350}{1500}=0/1} \begin{cases} \frac{(1-0/1)\times 50}{(1-S_2)f_{s_2}} = \frac{0/1}{S_2}\times\frac{f_{s_2}}{50} \\ N_{m_2} = N_{s_2}(1-S_2) \Rightarrow S_2 = 1-\frac{50}{f_{s_2}} \Rightarrow f_{s_2} = 57\,Hz \\ N_{s_2} = \frac{120 f_{s_2}}{P} = 30 f_{s_2} \end{cases}$$

با اینکه محاسبه f_{s_2} نیاز به حل یک معادله جبری درجه (۲) دارد اما با دانستن این نکته که:

۱ـ باید حتماً فرکانس از $50\,Hz$ بالاتر باشد (چرا؟) گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند.

۲ـ چون سرعت از ۱۳۵۰ به ۱۵۰۰ تغییر کرده یعنی حدود ۱۰% تغییر کرده پس f_s نیز نباید زیاد تغییر کند. به راحتی به گزینه (۴) می‌رسیم.

مثال ۱۶: یک موتور القایی سه‌فاز $50\,Hz$ و ۶ قطب بار گشتاور ثابتی را در سرعت $900\,rpm$ می‌چرخاند. اگر ولتاژ و فرکانس تغذیه موتور، هر یک ۱۰% کاهش یافته و در همین حال با افزودن مقاومت خارجی به مدار رتور مجموع مقاومت هر فاز رتور را ۱۰% زیاد کنیم، سرعت جدید موتور چقدر می‌گردد؟

۱) $880\,rpm$ ۲) $900\,rpm$ ۳) $792\,rpm$ ۴) $810\,rpm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به رابطه گشتاور مکانیکی یا تبدیل شده در موتورهای القایی $\left(T_{mech} \sim \frac{V_s^2}{f_s}\frac{S}{R'_r}\right)$ و ثابت در نظر گرفتن گشتاور بار داریم:

$$\frac{T_{Load_1}}{T_{Load_2}} = \frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}} \Rightarrow 1 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\left(\frac{f_2}{f_1}\right)\left(\frac{R'_{r_2}}{R'_{r_1}}\right)\left(\frac{S_1}{S_2}\right)$$

با توجه به اینکه $f_2 = 0/9 f_1$، $V_2 = 0/9 V_1$، $R'_{r_2} = 1/1 R'_{r_1}$ بوده و $S_1 = \frac{1000-900}{1000} = 0/1$ است، داریم:

$$1 = \left(\frac{V_1}{0/9V_1}\right)^2\left(\frac{0/9f_1}{f_1}\right)\left(\frac{1/1R'_{r_1}}{R'_{r_1}}\right)\left(\frac{0/1}{S_2}\right) \Rightarrow S_2 = 0/12$$

با توجه به این لغزش داریم:

$$N_{m_2} = N_{s_2}(1-S_2) = \frac{120\times(0/9\times 50)}{6}(1-0/12) = 792\,rpm$$

مثال ۱۷: یک موتور القایی سه فاز $50\,Hz$، $440\,V$ با ۴ قطب توسط یک مبدل فرکانس متغیر و ولتاژ ثابت تغذیه می‌شود. اگر در سرعت $1490\,rpm$ گشتاور تولیدی آن نصف گشتاور نامی بوده و بخواهیم این گشتاور عیناً در سرعت $1600\,rpm$ نیز توسط موتور تولید شود فرکانس خروجی مبدل چند هرتز باید باشد؟ (از مقاومت سیم‌پیچ‌های استاتور و راکتانس‌های پراکندگی و تلفات آهنی صرف‌نظر شود.)

۱) $53/7\,Hz$ ۲) $46/3\,Hz$ ۳) $57/1\,Hz$ ۴) $42/9\,Hz$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» درسرعت اولیه یعنی $N_{m_1} = 1490\,rpm$ لغزش موتور برابر است با:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{N_{s_1} - N_{m_1}}{N_s} \\ N_{s_1} = \frac{120\times 50}{4} = 1500\,rpm \end{cases} \Rightarrow S_1 = \frac{1500-1490}{1500} = \frac{1}{150}$$

با صرف‌نظر کردن از مقاومت استاتور و راکتانس‌ها می‌توان نوشت:

$$T_e = \frac{3}{\omega_s}\frac{R'_r}{S}\frac{|V_{th}|^2}{(R_{th}+\frac{R'_r}{S})^2+(X_{th}+X_{ro})^2} \Rightarrow T_e = K\frac{V^2}{f_s}S \xrightarrow{\text{ولتاژ ثابت}} T_e = K'\frac{S}{f_s}$$

با توجه به این رابطه داریم:

$$\frac{T_{e_1}}{T_{e_2}}=\frac{S_1 f_{s_2}}{S_2 f_{s_1}} \xrightarrow{\text{در گشتاور ثابت } T_{e_1}=T_{e_2}} 1=\frac{1}{\frac{150}{S_2}}\times\frac{f_{s_2}}{50}\Rightarrow\frac{f_{s_2}}{S_2}=7500$$

در فرکانس جدید سرعت سنکرون برابر است با:

$$N_{s_2}=\frac{120 f_{s_2}}{P}=30 f_{s_2}$$

با جایگذاری در رابطه لغزش حالت دوم داریم:

$$S_2=\frac{N_{s_2}-N_{m_2}}{N_{s_2}}\Rightarrow\frac{f_{s_2}}{7500}=\frac{30 f_{s_2}-1600}{30 f_{s_2}}\Rightarrow f_{s_2}^2-7500 f_s+400\times10^3=0$$

با حل این معادله داریم:

$$f_{s_2}=53/7\,Hz$$

مثال ۱۸: در یک موتور القایی سه فاز در فرکانس $60\,Hz$ نسبت گشتاور حداکثر به گشتاور بار کامل ۲/۵ است. اگر بار این موتور از نوع گشتاور ثابت باشد، در فرکانس $50\,Hz$ نسبت گشتاور حداکثر به گشتاور بار کامل چقدر می‌گردد (لغزش در بار نامی کوچک فرض شود)

۱) ۲/۵　　۲) ۳/۶　　۳) ۳/۱　　۴) ۴/۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» **روش اول:** با صرف‌نظر نمودن از امپدانس استاتور، لغزش حداکثر متناسب با عکس فرکانس است لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{S_{T_{max_1}}}{S_{T_{max_2}}}=\frac{f_{s_2}}{f_{s_1}}=\frac{50}{60}\Rightarrow S_{T_{max_2}}=1/2 S_{T_{max_1}}$$

از طرفی طبق معادله اصلی گشتاور تولیدی موتور القایی می‌توان نوشت:

$$T_{mech}=\frac{3}{\omega_s}\frac{|V_s|^2}{R'_r}S_{FL}\xrightarrow{\text{در ولتاژ ثابت}}\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}=\frac{S_{FL_1}}{S_{FL_2}}\frac{f_{s_2}}{f_{s_1}}$$

بار روی موتور نیز از نوع گشتاور ثابت است لذا:

$$\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}}=1$$

از آنجائیکه همواره $T_{mech}=T_L$ است می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}}=\frac{T_{L_1}}{T_{L_2}}=1\Rightarrow\frac{S_{FL_1}f_{s_2}}{S_{FL_2}f_{s_1}}=1\xrightarrow{\frac{f_{s_2}=50\,Hz}{f_{s_1}=60\,Hz}}S_{FL_1}=1/2 S_{FL_2}$$

با توجه به نسبت گشتاور حداکثر به گشتاور بار کامل که در فرکانس $60\,Hz$ برابر ۲/۵ داده شده و با کوچک فرض نمودن S_{FL} داریم:

$$\begin{cases}\dfrac{T_{mech_1}}{T_{max_1}}=\dfrac{2S_{FL_1}S_{T_{max_1}}}{S_{T_{max_1}}^2+S_{FL_1}^2}\Rightarrow\dfrac{1}{2/5}=\dfrac{2S_{FL_1}}{S_{T_{max_1}}}\Rightarrow S_{T_{max_1}}=5S_{FL_1}\\ S_{FL_1}^2\to0\end{cases}$$

از طرفی طبق رابطه بدست آمده در ابتدای حل داریم:

$$S_{T_{max_2}}=1/2 S_{T_{max_1}}=1/2\times5S_{FL_1}\Rightarrow S_{T_{max_2}}=6S_{FL_1}$$

همین‌طور با توجه به اینکه $S_{FL_1}=1/2 S_{FL_2}$ بدست آمده می‌توان نوشت:

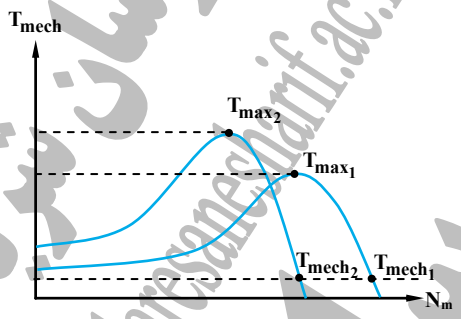
$$S_{T_{max_2}}=6S_{FL_1}=6\times1/2 S_{FL_2}\Rightarrow S_{T_{max_2}}=7/2 S_{FL_2}$$

حال مجدداً این مقادیر را در معادله نسبت گشتاورها قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}\dfrac{T_{mech_2}}{T_{max_2}}=\dfrac{2S_{FL_2}S_{T_{max_2}}}{S_{T_{max_2}}^2+S_{FL_2}^2}\Rightarrow\dfrac{T_{mech_2}}{T_{max_2}}=\dfrac{2S_{FL_2}}{S_{T_{max_2}}}=\dfrac{2}{7/2}=\dfrac{1}{3/6}\Rightarrow\dfrac{T_{max_2}}{T_{mech_2}}=3/6\\ S_{FL_2}^2\Rightarrow0\end{cases}$$

روش دوم: با توجه به اینکه گشتاور بار ثابت بوده و فرکانس تغذیه استاتور کاهش یافته است می‌توان مشخصات بار و موتور را در دو حالت مورد بحث بصورت زیر رسم نمود. (در خصوص ترسیم این مشخصه در قسمت‌های بعدی توضیح ارائه خواهد شد.)

طبق این شکل چون گشتاور مکانیکی در هر دو حالت یکسان است جهت مقایسه این دو حالت کافی است نسبت گشتاور حداکثر را در دو فرکانس موردنظر بدست آورد برای این منظور می‌توان نوشت:



$$\frac{T_{max_2}}{T_{max_1}}=\left(\frac{V_{s_2}}{V_{s_1}}\frac{f_{s_1}}{f_{s_2}}\right)^2 \xrightarrow[V_{s_1}=V_{s_2}]{\text{ولتاژ ثابت}} \frac{T_{max_2}}{T_{max_1}}=\left(\frac{۶۰}{۵۰}\right)^2 \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{max_1}}=۱/۴۴$$

از آنجائیکه $T_{max_1}=۲/۵T_{mech_1}$ بوده و $T_{mech_2}=T_{mech_1}$ است داریم:

$$\frac{T_{max_2}}{۲/۵T_{mech_2}}=۱/۴۴ \Rightarrow \frac{T_{max_2}}{T_{mech_2}}=۱/۴۴\times/۵=۳/۶$$

مثال ۱۹: در یک موتور القایی ۴ قطب و ۵۰ Hz مقاومت اهمی مدار روتور یک پنجم مقاومت القایی آن در هنگام راه‌اندازی است، اگر این موتور یک بار گشتاور ثابت را در حالت دائمی با سرعت ۱۳۵۰ rpm بچرخاند، در مورد این موتور کدام گزینه صحیح است.

۱) این موتور قادر است بار را بدون هیچ مشکلی راه‌اندازی نماید.

۲) اگر بخواهیم این موتور در هنگام راه‌اندازی نیز بتواند بار را بچرخاند باید از مقاومت رتور آن کاست.

۳) این موتور ابتدا باید راه‌اندازی شده و سپس بار روی آن قرار گیرد.

۴) تحت هیچ شرایطی این موتور نمی‌تواند بار را در هنگام راه‌اندازی بچرخاند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای بررسی شرایط راه‌اندازی باید ابتدا گشتاور بار را که همواره ثابت نیز است نسبت به گشتاور حداکثر محاسبه نموده و سپس گشتاور راه‌اندازی را نسبت به گشتاور حداکثر محاسبه نمود. با مقایسه این دو نسبت می‌توان وضعیت موتور را در هنگام راه‌اندازی تحلیل نمود لذا:

$$N_s=\frac{۱۲۰\times۵۰}{۴}=۱۵۰۰\text{rpm} \Rightarrow S=\frac{۱۵۰۰-۱۳۵۰}{۱۵۰۰}=۰/۱ \quad \text{و} \quad S_{T_{max}}=\frac{R_{ro}}{X_{ro}}=\frac{۱}{۵}=۰/۲$$

نسبت گشتاور مکانیکی به حداکثر برابر است با:

$$\frac{T_{mech}}{T_{max}}=\frac{۲SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2+S^2}=\frac{۲(۰/۲)(۰/۱)}{(۰/۲)^2+(۰/۱)^2}=۰/۸ \Rightarrow T_{mech}=\%۸۰T_{max}$$

از طرفی نسبت گشتاور راه‌اندازی به حداکثر برابر است با:

$$\frac{T_{st}}{T_{max}}=\frac{۲S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2+۱}=\frac{۲(۰/۲)}{۰/۲^2+۱}=۰/۳۸ \Rightarrow T_{st}=\%۳۸T_{max}$$

از آنجایی که گشتاور بار کامل ۸۰% گشتاور بحرانی است اما گشتاور راه‌اندازی فقط ۳۸% گشتاور بحرانی است پس موتور نمی‌تواند بار را در هنگام راه‌اندازی بگرداند، لذا ابتدا باید موتور را بدون بار راه‌اندازی نمود و سپس بار را روی آن قرار داد. یعنی این موتور در هنگام راه‌اندازی مشکل دارد اما بعد از دور گرفتن می‌تواند بار را بچرخاند. (دقت شود که گزینه ۴ صحیح نیست زیرا با اضافه نمودن مقاومت اهمی به مدار رتور می‌توان گشتاور راه‌اندازی از ۳۸% گشتاور بحرانی تا ۱۰۰% گشتاور بحرانی بالا برد که در این صورت این موتور می‌تواند در هنگام راه‌اندازی نیز به راحتی بار را بچرخاند)

مثال ۲۰: در یک موتور القایی ۴ قطب و ۵۰ Hz مقادیر مقاومت اهمی و پراکندگی روتور در حالت راه‌اندازی به ترتیب برابر ۰/۶Ω و ۲/۴ Ω می‌باشند. اگر بخواهیم این موتور با حداکثر گشتاور راه‌اندازی شود چه مقدار مقاومت باید به هر فاز روتور اضافه نمود؟

۱) ۰/۶ Ω ۲) ۲/۴ Ω ۳) ۳ Ω ۴) ۱/۸ Ω

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» مقاومت رتور باید به اندازه‌ی افزایش یابد که مقدار آن برابر راکتانس پراکندگی رتور شود لذا:

$$R_{st}=X_{ro}-R_r=۲/۴-۰/۶=۱/۸\Omega$$

مثال ۲۱: مقاومت هر فاز روتور یک موتور آسنکرون روتور سیم پیچی شده 1Ω است. برای کاهش جریان راه‌اندازی این موتور، یک مقاومت 2Ω را وارد مدار روتور می‌کنیم. در این صورت گشتاور راه‌اندازی برابر گشتاور ماکزیمم شده و جریان راه‌اندازی ۲/۵ برابر جریان نامی موتور می‌شود. با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور راکتانس روتور در لحظه راه‌اندازی چند اهم است؟

۱) 2Ω　　۲) 3Ω　　۳) 1Ω　　۴) $1/2\Omega$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» از آنجائیکه از امپدانس استاتور صرف‌نظر شده، داریم:

$$S_{max}=1 \Rightarrow \frac{R'_r+R'_{st}}{X'_{ro}}=1 \Rightarrow \frac{1+2}{X'_{ro}}=1 \Rightarrow X'_{ro}=3\Omega$$

مثال ۲۲: در یک موتور القایی قفس سنجابی سه فاز $50\,Hz$، راکتانس پراکندگی روتور در حالت سکون دو برابر مقاومت اهمی حالت سکون آن می‌شود. گشتاور راه‌اندازی ماکزیمم به ازای کدام فرکانس منبع حاصل می‌شود؟

۱) $50\,Hz$　　۲) $25\,Hz$　　۳) $100\,Hz$　　۴) $75\,Hz$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور می‌توان نوشت:

$$S_{T_{max}}=\frac{R_r}{X_{ro}}$$

در لحظه راه‌اندازی برای آنکه گشتاور ماکزیمم باشد باید لغزش متناظر با گشتاور حداکثر برابر یک باشد لذا:

$$S_{T_{max}}=1 \Rightarrow \frac{R_r}{X_{ro_{st}}}=1 \Rightarrow R_r=X_{ro_{st}}$$

در حالت سکون $X_{ro}=2R_r$ است بنابراین:

$$\frac{X_{ro_{st}}}{X_{ro}}=\frac{R_r}{2R_r}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi f_{s_{st}}L_r}{2\pi f_s L_r}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{f_{s_{st}}}{50}=\frac{1}{2} \Rightarrow f_{s_{st}}=25\,Hz$$

مثال ۲۳: در یک موتور القایی که مقاومت اهمی و القایی هر فاز روتور آن به ترتیب $0/03\Omega$ و $0/2\Omega$ است چه مقاومتی در مدار هر فاز روتور قرار دهیم تا در حالت راه‌اندازی گشتاور بار کامل را تولید کند؟ (لغزش بار کامل ۴% است.)

۱) $0/02\,\Omega$　　۲) $0/01\,\Omega$　　۳) $0/03\,\Omega$　　۴) $0/05\,\Omega$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» از آن‌جایی که می‌خواهیم گشتاور راه‌اندازی برابر گشتاور بار کامل باشد باید معادله این دو گشتاور را برابر قرار داد لذا با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور داریم:

$$T_{st}=T_{FL} \Rightarrow \frac{3}{\omega_s}\frac{V_s^2}{(R'_r+R'_{st})^2+X'^2_{ro}}(R'_r+R'_{st})=\frac{3}{\omega_s}\frac{V_s^2}{(\frac{R'_r}{S})^2+(X'_{ro})^2}\cdot\frac{R'_r}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{(R'_r+R'_{st})}{(R'_r+R'_{st})^2+X'^2_{ro}}=\frac{\frac{R'_r}{S}}{(\frac{R'_r}{S})^2+(X'_{ro})^2} \Rightarrow \frac{(0/03+R'_{st})}{(0/03+R'_{st})^2+0/2^2}=\frac{\frac{0/03}{0/04}}{(\frac{0/03}{0/04})^2+0/2^2} \Rightarrow R'_{st}=0/719\Omega \;,\; R_{st}=0/0233\Omega$$

البته این مقادیر از دید استاتور هستند اما چون نسبت تبدیل استاتور به رتور را نداریم، فرض می‌کنیم منظور تست همین مقادیر است.

مثال ۲۴: در یک موتور القایی گشتاور راه‌اندازی $15\,Nm$ می‌باشد، چنانچه به منظور کاهش جریان راه‌اندازی توسط اتوترانسفورمر موتور را با ۶۰% ولتاژ نامی، تغذیه کنیم، گشتاور راه‌اندازی چقدر می‌شود؟

۱) $5/4\,N.m$　　۲) $9\,N.m$　　۳) $6\,N.m$　　۴) $15\,N.m$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» همان‌طور که در مبحث گشتاور در ماشین القایی مطرح گردید در نواحی با لغزش زیاد (هنگام راه‌اندازی) داریم:

$$T_{mech}=\frac{3}{\omega_s}\frac{|V_{th}|^2}{(X_{th}+X'_{ro})^2}\frac{R'_r}{S} \xrightarrow{\text{در هنگام راه‌اندازی با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور}} T_{st}=\frac{3}{\omega_s}\frac{V_s^2}{X'_{ro}}\cdot R'_r$$

چون در این تست فقط ولتاژ تغییر نموده می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}})^2 \Rightarrow \xrightarrow{V_{s_2}=0/6V_{s_1}} \frac{15}{T_{st_2}}=(\frac{V_{s_1}}{0/6V_{s_1}})^2 \Rightarrow T_{st_2}=5/4\,N.m$$

مثال ۲۵: یک موتور القایی می‌خواهد یک بار گشتاور ثابت ۵۰ Nm را بگرداند. چنانچه گشتاور راه‌اندازی این ماشین ۶۵ Nm باشد چند درصد می‌توان ولتاژ تغذیه را کاهش داد تا موتور در هنگام راه‌اندازی نخوابد؟

۱) ۸۷ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۸۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای جلوگیری از خوابیدن موتور در هنگام راه‌اندازی، باید حداقل گشتاور راه‌اندازی ۵۰ Nm باشد لذا مانند تحلیل تست قبل می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=\left(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{65}{50}=\left(\frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{V_{s_1}}{V_{s_2}}=1/14 \Rightarrow V_{s_2}=\frac{V_{s_1}}{1/14}=0/87\,V_{s_1}$$

یعنی موتور باید حداقل با ۸۷% ولتاژ نامی تغذیه شود تا زیر بار نخوابد. پس حداکثر می‌توان $1-0/87=13\%$ ولتاژ را کم نمود.

مثال ۲۶: در یک موتور القایی سه فاز ۵۰ Hz با رتور سیم‌پیچی شده و ۶ قطب گشتاور حداکثر ۲۵۰% گشتاور بار کامل بوده و در لغزش ۱۸% تولید می‌شود. اگر مقاومت هر فاز رتور از دید استاتور ۱Ω باشد ولتاژ ورودی به موتور چقدر می‌تواند کاهش یابد تا موتور بتواند گشتاور نامی خود را به بار تحویل دهد؟

۱) ۶۳/۲% ۲) ۷۵/۳% ۳) ۲۴/۷% ۴) ۳۶/۸%

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به لغزش حداکثر و گشتاور حداکثر داده شده داریم:

$$S_{T_{max}}=0/18 \Rightarrow S_{T_{max}}=\frac{R'_r}{X'_{ro}} \Rightarrow X'_{ro}=\frac{1}{0/18}=5/55\Omega$$

$$\frac{T_{mech}}{T_{max}}=\frac{2S.S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2+S^2} \Rightarrow \frac{1}{2/5}=\frac{2S\times 0/18}{0/18^2+S^2} \Rightarrow S=0/0376$$

از طرفی با صرف‌نظر نمودن از امپدانس استاتور داریم:

$$T_{mech}=\frac{3V_s^2}{\omega_s}\frac{S}{R'_r}$$

ولتاژ اعمالی به موتور آن‌قدر می‌تواند کاهش یابد تا گشتاور حداکثر موتور برابر گشتاور مورد نیاز بار شود یعنی در هنگامی که حداقل ولتاژ تغذیه به موتور اعمال می‌شود گشتاور موتور باید برابر گشتاور حداکثر لحاظ شود؛ یعنی:

$$\begin{cases} T_{mech_1}=\dfrac{3V_{s_1}^2}{\omega_s}\dfrac{S_1}{R'_r} \\ T_{mech_2}=T_{max}=\dfrac{3}{2\omega_s}\dfrac{V_{s_2}^2}{X'_{ro}} \end{cases} \Rightarrow T_{mech_1}=T_{mech_2} \Rightarrow \frac{3V_{s_1}^2}{\omega_s}\frac{S_1}{R'_r}=\frac{3V_{s_2}^2}{2\omega_s X'_{ro}} \Rightarrow V_{s_2}=0/632\,V_{s_1} \quad \text{یا} \quad V_{s_2}=63/2\%\,V_{s_1}$$

پس ولتاژ موتور می‌تواند $1-63/2\%=36/8\%$ کاهش یابد تا موتور بتواند همچنان بار را تأمین کند.

مثال ۲۷: در یک موتور القایی ۱۲ قطب ۵۰ Hz تلفات مسی رتور در گشتاور حداکثر ۵ برابر تلفات مسی نامی رتور است. اگر سرعت نامی رتور ۴۷۵rpm باشد در چه سرعتی گشتاور حداکثر رخ می‌دهد؟

۱) ۳۸۵rpm ۲) ۴۱۰rpm ۳) ۴۵۰rpm ۴) ۴۲۵rpm

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به رابطه بین جریان رتور در گشتاور حداکثر با جریان نامی آن داریم:

$$\frac{I_{r_{max}}}{I_{r_{FL}}}=\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}}\right)^2\right]}$$

از طرفی با توجه به تلفات‌های مسی داده شده داریم:

$$P_{cu_r}\Big|_{T_{max}}=5P_{cu_r}\Big|_{T_{FL}} \Rightarrow 3R_r I_{r_{T_{max}}}^2=5\times 3R_r I_{r_{FL}}^2 \Rightarrow \left(\frac{I_{r_{T_{max}}}}{I_{r_{FL}}}\right)^2=5$$

با جایگذاری در رابطه فوق‌الذکر داریم:

$$5=\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}}\right)^2\right] \Rightarrow \frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}}=3$$

البته به جز به کارگیری رابطه بیان شده در ابتدای حل برای محاسبه نسبت $\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}}$ می‌توان از روشی که در حل تست ۵۲ در انتهای همین درسنامه نیز آمده استفاده نمود، که روش بیان شده در آن اثبات رابطه فوق‌الذکر است.

حال که نسبت لغزش‌ها به دست آمده کافی است با توجه به سرعت نامی موتور لغزش نامی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$N_s = \frac{۱۲۰\times ۵۰}{۱۲} = ۵۰۰ rpm \Rightarrow S_{FL} = \frac{۵۰۰ - ۴۷۵}{۵۰۰} = ۰/۰۵$$

با جایگذاری لغزش نامی در رابطه نسبت لغزش‌ها داریم:

$$\frac{S_{T_{max}}}{S_{FL}} = ۳ \Rightarrow S_{T_{max}} = ۳\times ۰/۰۵ = ۰/۱۵$$

در نتیجه سرعت متناظر با این لغزش برابراست با:

$$N_m\Big|_{T_{max}} = N_s(۱ - S_{T_{max}}) = ۵۰۰(۱ - ۰/۱۵) = ۴۲۵ rpm$$

مثال ۲۸: در یک موتور دو قطب ۶۰ Hz حداقل سرعت پایدار ۳۰۰۰ rpm است اگر گشتاور تولیدی موتور در این سرعت برابر ۲۸/۵ Nm باشد، در چه سرعتی گشتاور تولیدی ماشین نصف گشتاور حداکثر آن می‌شود؟

۱) ۱۳۶۰ rpm ۲) ۲۳۹۲ rpm ۳) ۳۱۸۶ rpm ۴) ۳۴۳۸ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» باتوجه به اطلاعات داده شده چون سرعت ۳۰۰۰ rpm حداقل سرعت پایدار موتور است لذا در این سرعت گشتاور موتور حداکثر است پس اولاً مقدار $T_{max} = ۲۸/۵ N.m$ بوده و ثانیاً لغزش حداکثر برابر است با:

$$N_s = \frac{۱۲۰ f}{P} = \frac{۱۲۰\times ۶۰}{۲} = ۳۶۰۰ rpm \Rightarrow S_{T_{max}} = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{۳۶۰۰ - ۳۰۰۰}{۳۶۰۰} = \frac{۱}{۶}$$

با توجه به لغزش حداکثر و استفاده از رابطه نسبت گشتاورها می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{mech}}{T_{max}} = \frac{۲SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^۲ + S^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲(\frac{۱}{۶})S}{(\frac{۱}{۶})^۲ + S^۲} \Rightarrow S = \frac{\frac{۲}{۳} \pm \sqrt{\frac{۱}{۳}}}{۲}$$

پس در دو نقطه گشتاور موتور نصف گشتاور حداکثر است ، البته باید توجه شود که همواره $۰ < S < S_{T_{max}}$ مربوط به نقطه کار پایدار است زیرا $S > S_{T_{max}}$ نقاط پایدار نیستند. پس فقط $S = \frac{\frac{۲}{۳} - \sqrt{\frac{۱}{۳}}}{۲} = ۰/۰۴۵$ که کمتر از $S_{T_{max}} = \frac{۱}{۶}$ است مورد قبول است. پس داریم:

$$N_m = N_s(۱ - S) = ۳۶۰۰(۱ - ۰/۰۴۵) = ۳۴۳۸ rpm$$

مثال ۲۹: در یک موتور القایی ۲ قطب ۵۰ Hz در هنگام راه‌اندازی مقادیر $R_r = ۱\Omega$ و $X_{ro} = ۵\Omega$ اندازه‌گیری شده است. دراین صورت اگر گشتاور موتور $\frac{۱}{۳}$ گشتاور حداکثر شود سرعت موتورچقدر می‌شود؟

۱) ۲۸۹۵ rpm ۲) ۴۹۵ rpm ۳) ۱۴۴۸ rpm ۴) ۲۴۷ rpm

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به مقادیر اهمی و پراکندگی حالت سکون رتور و با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور داریم:

$$S_{T_{max}} = \frac{R_r}{X_{ro}} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲ \quad و \quad \frac{T_{mech}}{T_{max}} = \frac{۲SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^۲ + S^۲} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۳}T_{max}}{T_{max}} = \frac{۲S\times ۰/۲}{۰/۲^۲ + S^۲} \Rightarrow \begin{cases} S_۱ = ۱/۱۶۵ \\ S_۲ = ۰/۰۳۵ \end{cases}$$

چون در ناحیه پایدار هستیم $۰ < S \le S_{T_{max}}$ مورد قبول است لذا:

$$N_m = N_s(۱ - S) = \frac{۱۲۰\times ۵۰}{۲}(۱ - ۰/۰۳۵) = ۲۸۹۵ rpm$$

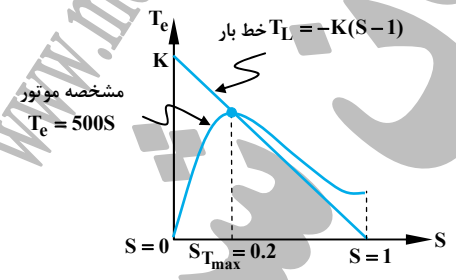
مثال ۳۰: در یک موتور القایی ۶ قطب ۵۰ Hz امپدانس حالت سکون رتور به صورت $\bar{Z}_{ro} = ۰/۳ + j۱/۵\Omega$ داده شده است. اگر مشخصه گشتاور بار برحسب لغزش به صورت $T_L = -K(S-۱)$ بیان شود با فرض اینکه مشخصه موتور در محدوده کار پایدار آن به صورت خطی با معادله $T_e = ۵۰۰S$ توصیف گردد حداکثر مقدار K چقدر باشد تا موتور به طور پایدار بتواند به کار خود ادامه دهد؟

۱) ۶۲/۵ ۲) ۳۷۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۲۵۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» محدوده کار پایدار موتوری $S \le S_{T_{max}}$ است لذا ابتدا باید لغزش متناسب با گشتاور حداکثر را محاسبه نمود:

$$S_{T_{max}} = \frac{R_r}{X_{ro}} = \frac{۰/۳}{۱/۵} = ۰/۲$$

یعنی برای اینکه موتور بتواند به طور پایدار کار کند باید حداکثر لغزش آن ۲۰% باشد از طرفی می‌دانیم که در نقطه کار پایدار گشتاور بار و موتور برابرند لذا:



$$T_e = T_L \Rightarrow ۵۰۰S\Big|_{S_{T_{max}}} = -K(S-۱)\Big|_{S_{T_{max}}} \Rightarrow ۵۰۰\times ۰/۲ = -K(۰/۲-۱)$$

$$-K = \frac{۵۰۰\times ۰/۲}{-۰/۸} \Rightarrow K = ۱۲۵$$

مثال ۳۱: سه موتور القایی یکسان دارای مشخصات مشابه بوده اما امپدانس رتور آنها متفاوت است. اگر امپدانس رتور هر یک از موتورها به صورت زیر باشد و هر سه موتور باری را که گشتاور آن‌ها متناسب با مجذور سرعت است تغذیه نمایند با کاهش تدریجی ولتاژ تغذیه موتورها کدام موتور زودتر ناپایدار می‌گردد؟

$m_۱ : Z_{ro} = ۱ + j۴ \quad \Omega$

$m_۲ : Z_{ro} = ۱/۵ + j۶ \quad \Omega$

$m_۳ : Z_{ro} = ۰/۵ + j۲ \quad \Omega$

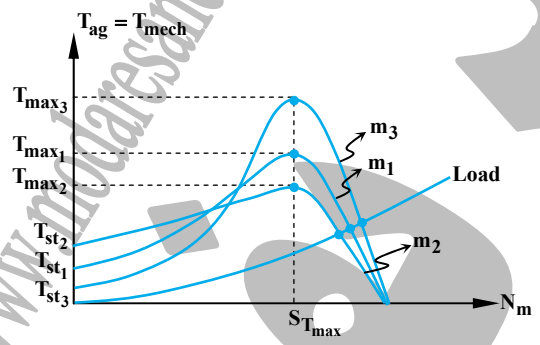
۱) $m_۳$

۲) $m_۲$

۳) $m_۱$

۴) هر سه همزمان ناپایدار می‌شوند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به امپدانس‌های R_r و X_{ro} داده شده برای هر موتور، می‌توان مشخصه گشتاور سرعت این موتورها را به صورت زیر ترسیم نمود. در این خصوص دقت شود که موتوری که R_r کمتری دارد T_{st} کمتری داشته و موتوری که X_{ro} کمتری دارد T_{max} بیشتری دارد:



$$S_{T_{max}}\Big|_{m_۱} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

$$S_{T_{max}}\Big|_{m_۲} = \frac{۱/۵}{۶} = ۰/۲۵$$

$$S_{T_{max}}\Big|_{m_۳} = \frac{۰/۵}{۲} = ۰/۲۵$$

طبق این سه منحنی با کاهش ولتاژ تغذیه که هر سه به سمت پایین منتقل می‌شوند موتور $m_۲$ به دلیل اینکه دارای T_{max} کمتری است زودتر از دو موتور دیگر ناپایدار می‌شود. در مرحله بعدی موتور $m_۱$ و در آخر نیز موتور $m_۳$ ناپایدار خواهند شد. دقت شود که این نتیجه در مورد سایر انواع بارها نیز تقریباً صادق است.

تست‌های تألیفی فصل پنجم ــ مبحث راه‌اندازی و کنترل سرعت موتورهای القایی

مثال ۱: جریان راه‌اندازی در یک موتور القائی سه فاز (آسنکرون) بزرگ پنج برابر جریان نامی به ازای لغزش نامی ۵ درصد است. هرگاه بخواهیم گشتاور راه‌اندازی موتور نصف گشتاور بار نامی گردد، نسبت تبدیل اتوترانسفورمر به کار رفته برای راه‌اندازی برابر کدام است؟ (از جریان تحریک چشم‌پوشی کنید).

۱) ۰/۴۵　　۲) ۰/۵۳　　۳) ۰/۶۳　　۴) ۰/۷۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در راه‌اندازی با استفاده از اتوترانسفورمر با توجه به جریان راه‌اندازی مستقیم که ۵ برابر جریان نامی است داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}} = k^2 \left(\frac{I_{st}}{I_{FL}}\right)^2 S_{FL} \Rightarrow \frac{1}{2} = k^2 \times (5)^2 \times 0/05 \Rightarrow k = 0/632 = 63/2\%$$

مثال ۲: جریان اتصال کوتاه یک موتور القایی سه فاز (آسنکرون) پنج برابر جریان نامی و لغزش نامی آن ۴% است. این موتور را به سه طریق راه‌اندازی می‌کنیم: ۱ــ مستقیماً به شبکه وصل می‌نمائیم. ۲ــ با اتوترانسفورمر با TAP پنجاه درصد. ۳ــ با کلید ستاره مثلث (Y/Δ). نسبت گشتاور راه‌انداز به گشتاور نامی برابر است با :

۱) مستقیم = ۱، با اتوترانسفورمر= ۰/۲۵، با کلید ستاره ـ مثلث = ۰/۳۳
۲) مستقیم = ۱، با اتوترانسفورمر = ۰/۳۳، با کلید ستاره ـ مثلث = ۰/۳۳
۳) مستقیم = ۱/۵، با اتوترانسفومر = ۱، با کلید ستاره ـ مثلث = ۱
۴) مستقیم = ۱، با اتوترانسفورمر = ۰/۳۳، با کلید ستاره ـ مثلث = ۰/۲۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» منظور از جریان اتصال کوتاه موتور همان جریان راه‌اندازی مستقیم (D.O.L) است لذا: $I_{sc} = 5I_n$

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}} = k^2 \left(\frac{I_{sc}}{I_{FL}}\right)^2 S_{FL} = 1^2 \times 5^2 \times 0/04 = 1$$

در راه‌اندازی با اتوترانسفورمر با $k = 0/5$ داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}} = k^2 \left(\frac{I_{sc}}{I_{FL}}\right)^2 S_{FL} = 0/5^2 \times 5^2 \times 0/04 = 0/25$$

در راه‌اندازی ستاره مثلث داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}} = \frac{1}{3}\left(\frac{I_{sc}}{I_{FL}}\right)^2 S_{FL} = \frac{1}{3} \times 5^2 \times 0/04 = 0/33$$

مثال ۳: یک موتور القائی سه فاز به قدرت نامی ۶۰hp و ولتاژ خط $200\sqrt{3}\,V$ در بار کامل با سرعت ۱۴۹۲rpm می‌چرخد. در این موتور ضریب توان بار کامل ۰/۷۴۶ و بازده موتور ۸۰% است. در راه اندازی مستقیم جریان راه‌اندازی موتور ۶ برابر جریان نامی و گشتاور راه اندازی ۱/۲ برابر گشتاور بار کامل است. اگر موتور را با اتوترانسفورمر راه بیندازیم و تپ ترانسفورمر روی ۵۰% تنظیم شده باشد، جریان خط تغذیه و گشتاور در هنگام راه‌اندازی کدام است؟

۱) ۱۸۷/۵A و ۹۰Nm　　۲) ۷۵۰A و ۳۶۰Nm　　۳) ۳۰۰A و ۱۲۵Nm　　۴) ۶۰۰A و ۲۵۰Nm

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به اطلاعات داده شده جریان نامی و گشتاور نامی برابر با:

$$I_n = \frac{\frac{60 \times 746}{0/8}}{\sqrt{3} \times 200\sqrt{3} \times 0/746} = 125\ A \quad \text{و} \quad T_n = T_2 = \frac{P_2}{\omega_m} = \frac{746 \times 60}{2\pi \times \frac{1492}{60}} = 300\ Nm$$

جریان خط و گشتاور راه‌اندازی در اتصال مستقیم به شبکه برابر است با :

$$I_{sc} = 6\,I_n = 6 \times 125 = 750\ A \quad \text{و} \quad T_{sc} = 1/2\,T_n = 1/2 \times 300 = 360\ Nm$$

جریان خط در سمت شبکه و گشتاور راه اندازی در راه اندازی توسط اتوترانسفورمر برابر است با:

$$T_{st} = k^2 T_{sc} = 0/5^2 \times 360 = 90\ Nm \quad , \quad I_{source} = BI_{sc} = k^2 I_{sc} = 0/5^2 \times 750 = 187/5\ A$$

توجه شود که جریان راه‌اندازی در سمت موتور یا جریان استاتور آن برابر است با: $I_{st} = kI_{sc} = 0/5 \times 750 = 375\,A$

که البته این جریان موردنظر تست نمی‌باشد.

مثال۴: یک موتور القایی سه فاز ۶۰Hz، ۶ قطبی، ۶۳ کیلووات و ۴۲۰ ولت دارای لغزش ۴ درصد، بازده ۸۰ درصد و ضریب توان $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ پس فاز در بار کامل بوده و جریان راه‌اندازی آن ۷ برابر جریان نامی در ولتاژ نامی است. اگر این موتور با اتوترانسفورمر سه فاز راه‌اندازی شود ولتاژی که باید به موتور اعمال نمود تا گشتاور راه‌اندازی برابر گشتاور نامی شود و جریان راه‌اندازی در این حالت برابرند با :

۱) $۱۰۰\sqrt{۳}V$ و ۱۲۵A ۲) ۳۰۰V و ۱۲۵A ۳) ۳۰۰V و ۶۲۵A ۴) $۱۰۰\sqrt{۳}V$ و ۶۲۵A

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به این‌که می‌خواهیم گشتاور راه‌اندازی برابر گشتاور نامی شود $(T_{st}=T_n)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{st}}{T_n}=k^۲(\frac{I_{st}}{I_n})^۲S_n \Rightarrow ۱=k^۲(۷)^۲\times ۰/۰۴ \Rightarrow k=\frac{۱}{۱/۴} \Rightarrow k=\frac{V_{st}}{V_{Ph}} \Rightarrow V_{st}=\frac{۱}{۱/۴}\times\frac{۴۲۰}{\sqrt{۳}}=\frac{۳۰۰}{\sqrt{۳}}V \Rightarrow V_{st_L}=\frac{۳۰۰}{\sqrt{۳}}\times\sqrt{۳}=۳۰۰V$$

برای محاسبه جریان راه‌اندازی ابتدا جریان نامی، سپس جریان اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم لذا:

$$I_n=\frac{P_۱}{\sqrt{۳}V_L\cos\varphi}=\frac{\frac{۶۳۰۰۰}{۰/۸}}{\sqrt{۳}\times۴۲۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۱۲۵\ A \Rightarrow I_{sc}=۷I_n=۷\times۱۲۵=۸۷۵A \Rightarrow I_{st}=kI_{sc}=\frac{۱}{۱/۴}\times(۸۷۵)=۶۲۵\ A$$

مثال۵: یک موتور القائی سه فاز قفس سنجابی وقتی که با ۶۰% ولتاژ نامی خود تغذیه می‌شود، جریان راه‌اندازی ۳۷۵% جریان نامی و کوپل راه‌اندازی معادل با ۶۷۵% کوپل نامی موتور تولید می‌نماید. اگر با بکارگیری یک اتوترانسفورمر جریان راه‌اندازی موتور را به ۱۵۰% جریان نامی خود محدود کنیم، در این شرایط کوپل راه‌انداز موتور چند درصدکوپل نامی آن می‌گردد؟

۱) ۴۵% کوپل نامی موتور ۲) ۶۰% کوپل نامی موتور ۳) برابر کوپل نامی موتور ۴) هیچکدام

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در حالت اول که ولتاژ تغذیه ۶۰% ولتاژ نامی است مانند استفاده از یک اتوترانسفورمر با تپ ۶۰%است، لذا برای حالت اول داریم:

$$\begin{cases}T_{st_۱}=۶/۷۵\ T_n\\ I_{st_۱}=۳/۷۵\ I_n\end{cases} \Rightarrow \frac{T_{st_۱}}{T_n}=(\frac{I_{st_۱}}{I_n})^۲S_n \Rightarrow ۶/۷۵=(۳/۷۵)^۲S_n \Rightarrow S_n=۰/۴۸$$

دقت شود که چون مقادیر $\frac{T_{st}}{T_n}$ و $\frac{I_{st}}{I_n}$ داده شده مربوط به تغذیه با ۶۰% ولتاژ نامی است دیگر ضریب k را لحاظ نمی‌کنیم در واقع این ضریب در موقعی لحاظ می‌شود که $\frac{I_{st}}{I_n}$ داده شده مربوط به تغذیه با ولتاژ نامی بوده یا همان $\frac{I_{sc}}{I_n}$ باشد.

در حالت دوم نیز چون می‌خواهیم با بکارگیری اتوترانسفورمر جریان راه‌اندازی را به ۱/۵ برابر جریان نامی محدود کنیم باز هم نباید ضریب k را لحاظ نمود لذا داریم:

$$I_{st_۲}=۱/۵I_n \Rightarrow \frac{T_{st_۲}}{T_n}=(\frac{I_{st_۲}}{I_n})^۲S_n=(۱/۵)^۲\times۰/۴۸ \Rightarrow \frac{T_{st_۲}}{T_n}=۱/۰۸\simeq ۱$$

یعنی گشتاور یا کوپل راه‌اندازی تقریباً برابر کوپل نامی موتور است.

مثال۶: نتایج آزمایش روتور قفل شده در یک موتور القائی (آسنکرون) سه فاز قفس سنجابی ۴۰۰ ولتی با اتصال مثلث به صورت $P_{BR}=۵۰۰W$ و $I_{BR}=۱۵A$ و $V_{BR}=۸۰V$ داده شده است. جریان راه‌اندازی این موتور در صورت استفاده از روش مستقیم و روش ستاره مثلث به ترتیب کدام است؟

۱) $۲۵\sqrt{۳}A-۷۵\sqrt{۳}A$ ۲) ۱A − ۳A ۳) ۲۵A − ۷۵A ۴) $\sqrt{۳}A-۳\sqrt{۳}A$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به نتایج آزمایش رتور قفل شده و توجه به اتصال موتور می‌توان نوشت:

$$\frac{I_{sc}}{I_{FL}}=\frac{I_{sc}}{I_{BR}}=\frac{V_n}{V_{BR}} \Rightarrow \frac{I_{sc}}{۱۵}=\frac{۴۰۰}{۸۰} \Rightarrow I_{sc}=۷۵A$$

با توجه به جریان اتصال کوتاه به دست آمده که مربوط به اتصال مثلث است، در صورت استفاده از راه‌انداز ستاره مثلث داریم:

$$I_{st} = AI_{sc} = \frac{۱}{۳} \times ۷۵ = ۲۵A$$

دقت شود که اگر آزمایش رتور قفل شده در اتصال ستاره صورت گرفته بود جریان راه‌اندازی در هر دو حالت مورد بحث برابر ۷۵A می‌گردید.

مثال ۷: جریان راه‌اندازی یک موتور القائی سه فاز قفسه‌ای پنج برابر جریان بار کامل بوده و لغزش در حالت بار کامل ۶ درصد است. اگر برای راه اندازی این موتور، از روش راه‌اندازی ستاره ـ مثلث استفاده شده و از جریان مغناطیسی موتور صرفنظر شود، جریان راه اندازی خط و گشتاور راه‌اندازی (درصد) نسبت به مقادیر اسمی برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۱) گشتاور راه‌اندازی ۱۵۰٪ و جریان راه‌اندازی خط ۲۸۸٪
۲) گشتاور راه‌اندازی ۵۰٪ و جریان راه‌اندازی خط ۲۸۸٪
۳) گشتاور راه‌اندازی ۱۵۰٪ و جریان راه‌اندازی خط ۱۶۶٪
۴) گشتاور راه‌اندازی ۵۰٪ و جریان راه‌اندازی خط ۱۶۶٪

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» راه‌اندازی ستاره مثلث مانند راه‌اندازی با اتوترانسفورمر با تپ $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ است پس با جایگذاری در رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_n} = k^۲ (\frac{I_{sc}}{I_n})^۲ S_n = \frac{۱}{۳} \times ۵^۲ \times ۰/۰۶ = ۰/۵ \Rightarrow T_{st} = \%۵۰\, T_n \qquad I_{st} = k^۲ I_{sc} = \frac{۱}{۳} \times (۵I_n) = ۱/۶۶\, I_n = \%۱۶۶\, I_n$$

مثال ۸: گشتاور راه‌اندازی ۱۰۰ N.m یک موتور القایی با استفاده از یک اتوترانسفورمر راه‌انداز با تپ ۴۰٪ حاصل می‌شود. اگر درصد تپ را به ۸۰٪ برسانیم، گشتاور مذکور برابر خواهد شد با:

۱) ۲۰۰ N.m ۲) ۵۰ N.m ۳) ۴۰۰ N.m ۴) ۲۵ N.m

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به رابطه بین گشتاور راه‌اندازی و گشتاور نامی می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{st_۱}}{T_{st_۲}} = (\frac{k_۱}{k_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱۰۰}{T_{st_۲}} = (\frac{۴۰}{۸۰})^۲ \Rightarrow T_{st_۲} = ۴۰۰ N.m$$

از ابتدا نیز می دانستیم که چون گشتاور راه‌اندازی متناسب با مجذور ولتاژ است پس با دو برابر شد تپ که موجب دو برابر شدن ولتاژ می‌شود گشتاور راه‌اندازی را ۴ برابر می‌کند.

مثال ۹: در یک موتور القایی ۶ قطب، ۵۰ Hz و ۹۵۰ rpm که در سرعت ۸۰۰ rpm گشتاور حداکثر خود را تولید می‌کند، نسبت جریان راه‌اندازی به جریان بار کامل و نسبت گشتاور بار کامل به گشتاور راه‌اندازی برابرند با:

۱) ۳ و ۱/۲۲ ۲) ۲/۹ و ۱/۲۲ ۳) ۴ و ۱/۵ ۴) ۴ و ۱/۲۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به تعداد قطب‌ها و فرکانس تغذیه می‌توان نوشت:

$$N_s = \frac{۱۲۰ f_s}{P} = \frac{۱۲۰ \times ۵۰}{۶} \Rightarrow N_s = ۱۰۰۰\ rpm \Rightarrow S_{FL} = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{۱۰۰۰ - ۹۵۰}{۱۰۰۰} \Rightarrow S_{FL} = ۰/۰۵$$

از آنجائیکه گشتاور حداکثر در سرعت ۸۰۰ rpm رخ می‌دهد می‌توان لغزش حداکثر را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$S_{T_{max}} = \frac{N_s - N_{m_{min}}}{N_s} = \frac{۱۰۰۰ - ۸۰۰}{۱۰۰۰} \Rightarrow S_{T_{max}} = ۰/۲$$

با توجه به این مقادیر و در نظر گرفتن رابطه بین گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{FL}}{T_{st}} = \frac{S_{FL}(S_{T_{max}}^۲ + ۱)}{S_{T_{max}}^۲ + S^۲} = \frac{۰/۰۵(۰/۲^۲ + ۱)}{۰/۲^۲ + ۰/۰۵^۲} = ۱/۲۲ \Rightarrow \frac{T_{st}}{T_{FL}} = C^۲ (\frac{I_{st}}{I_{FL}})^۲ S_{FL} \xrightarrow[\text{مستقیم}]{\text{راه‌اندازی}} \frac{۱}{۱/۲۲} = ۱ \times (\frac{I_{st}}{I_{FL}})^۲ \times ۰/۰۵ \Rightarrow \frac{I_{st}}{I_{FL}} = ۴$$

مثال ۱۰: هنگامی که استاتور یک موتور القایی سه‌فاز با ۳۰% ولتاژ نامی خود تغذیه می‌گردد، جریان راه‌اندازی آن ۱/۵P.U و گشتاور راه‌انـدازی آن ۰/۴۵P.U است. اگر همین موتور به روش ستاره مثلث راه‌اندازی گردد، گشتاور راه‌اندازی چند P.U می‌شود؟

۱) ۱/۶۶P.U ۲) ۰/۱۵P.U ۳) ۱P.U ۴) ۰/۴۵P.U

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان راه‌اندازی ۱/۵P.U مربوط به حالتی است که ولتاژ تغذیه ۳۰% ولتاژ نامی است $(K=0/3)$؛ لذا:

$$\frac{I_{st}}{I_n}=1/5 \Rightarrow \frac{KI_{sc}}{I_n}=1/5 \Rightarrow \frac{0/3I_{sc}}{I_n}=1/5 \Rightarrow \frac{I_{sc}}{I_n}=5 \Rightarrow I_{sc}(P.U)=5P.U$$

حال که جریان اتصال کوتاه موتور به دست آمده است می‌توان لغزش بار کامل را از رابطه زیر به دست آورد:

$$\frac{T_{st}}{T_n}=K^2(\frac{I_{sc}}{I_n})^2S_{FL} \Rightarrow 0/45=0/3^2\times5^2\times S_{FL} \Rightarrow S_{FL}=0/2$$

در روش ستاره مثلث $K=\frac{1}{\sqrt{3}}$ است، لذا می‌توان گشتاور راه‌اندازی را با توجه به رابطه اصلی به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{T_{st}}{T_n}=\frac{1}{3}\times5^2\times0/2=1/66P.U=T_{st}(P.U)$$

روش دوم: از آنجایی‌که گشتاور راه‌اندازی متناسب با مجذور ولتاژ تغذیه بوده و در حالت اول $V_{st_1}=0/3V_n$ ذکر شده و در حالت ستاره مثلث نیز می‌دانیم $V_{st_2}=\frac{1}{\sqrt{3}}V_n$ است و داریم:

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=(\frac{V_1}{V_2})^2=(\frac{0/3V_n}{\frac{V_n}{\sqrt{3}}})^2 \Rightarrow T_{st_2}=\frac{1}{0/27}T_{st_1} \Rightarrow \frac{T_{st_2}}{T_n}=\frac{1}{0/27}.\frac{T_{st_1}}{T_n} \Rightarrow \frac{T_{st_2}}{T_n}=\frac{1}{0/27}\times0/45=1/66P.U$$

مثال ۱۱: یک موتور القایی سه‌فاز هنگام تغذیه با ۶۰% ولتاژ نامی، جریان ۶P.U از شبکه دریافت می‌کند. در این حالت گشتاور راه‌انـدازی ۴۵% گشتاور نامی است. اگر این موتور از طریق یک اتوترانسفورمر با سرک ۸۵% تغذیه گردد، گشتاور راه‌اندازی آن تقریباً چند P.U می‌گردد؟

۱) ۰/۸۵ ۲) ۰/۹۰ ۳) ۰/۹۵ ۴) ۱/۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا باید جریان اتصال کوتاه موتور را تحت ولتاژ نامی (نه ۶۰% ولتاژ نامی) به دست آورد لذا:

$$K\frac{I_{sc}}{I_{FL}}=6P.U \xrightarrow{K=0/6} \frac{I_{sc}}{I_{FL}}=10P.U=I_{sc}(P.U)$$

با توجه به گشتاور راه‌اندازی داده شده در ۶۰% ولتاژ نامی می‌توان لغزش نامی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}}=K^2(\frac{I_{sc}}{I_{FL}})^2S_{FL} \Rightarrow 0/45=0/6^2\times10^2\times S_{FL} \Rightarrow S_{FL}=0/0125$$

در حالت دوم که سرک اتوترانسفورمر روی ۸۵% تنظیم شده $K=0/85$ لحاظ می‌گردد؛ لذا:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}}=0/85^2\times10^2\times0/0125\simeq0/9 \Rightarrow T_{st}(P.U)\simeq0/9P.U$$

روش دوم: با توجه به اینکه $T_{st}\sim V^2$ است، داریم:

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}}=(\frac{V_1}{V_2})^2=(\frac{0/6V_n}{0/85V_n})^2 \Rightarrow T_{st_2}\simeq2T_{st_1} \Rightarrow \frac{T_{st_2}}{T_{FL}}=2\frac{T_{st_1}}{T_{FL}}=2\times0/45\simeq0/9P.U$$

مثال ۱۲: یک موتور القایی در هنگام تغذیه با ۳۰% ولتاژ نامی جریان راه‌اندازی برای ۱/۲P.U اخذ نموده و گشـتاور راه‌انـدازی ۰/۵P.U ایجـاد می‌کند. اگر از یک اتوترانسفورمر با تپ ۵۰% سر راه این موتور استفاده شود، جریان اخذ شده از شبکه در هنگام راه‌اندازی چند P.U می‌گردد؟

۱) ۱P.U ۲) ۰/۵P.U ۳) ۲P.U ۴) ۴P.U

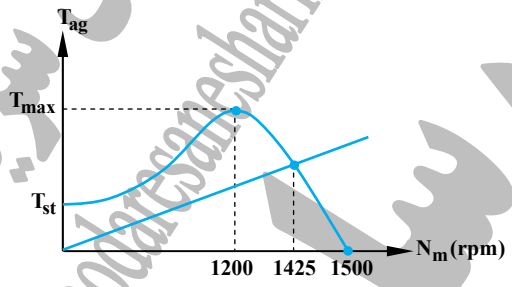
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا باید جریان اتصال کوتاه موتور را به دست آورد، لذا با توجه به اینکه جریان راه‌اندازی در ۳۰% ولتاژ نامی داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{KI_{sc}}{I_n}=\frac{I_{st}}{I_n}=1/2P.U \Rightarrow \frac{I_{sc}}{I_n}=\frac{1/2}{0/3}=4P.U$$

جریان راه‌اندازی اخذ شده از شبکه با توجه به تپ اتوترانسفورمر برابر است با:

$$I_{in}=I_{source}=K_{AT}^2I_{sc}=0/5^2\times4=1P.U$$

مثال ۱۳: مشخصه گشتاور ـ سرعت یک موتور القایی ۵۰Hz به همراه مشخصه بار مکانیکی آن در شکل زیر داده شده است. اگر این موتور به روش مستقیم (D.O.L) راه‌اندازی گردد، جریان راه‌اندازی آن چند پریونیت می‌گردد؟



۱) ۳
۲) ۲/۲۵
۳) ۱/۵
۴) ۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» طبق مشخصه داده شده، سرعت سنکرون ۱۵۰۰rpm، سرعت بار کامل ۱۴۲۵rpm و سرعت متناظر با گشتاور حداکثر ۱۲۰۰rpm است؛ لذا:

$$S_{FL}=\frac{1500-1425}{1500}=0/05 \quad \text{و} \quad S_{T_{max}}=\frac{1500-1200}{1500}=0/2$$

با توجه به رابطه بین گشتاورها داریم:

$$\frac{T_{st}}{T_{FL}}=\frac{S_{T_{max}}^2+S_{FL}^2}{S_{FL}(S_{T_{max}}^2+1)}=\frac{0/2^2+0/05^2}{0/05(0/2^2+1)}=\frac{425}{520}=T_{st}(P.U)$$

حال که نسبت گشتاور راه‌اندازی به گشتاور بار کامل به دست آمده، داریم:

$$T_{st}(P.U)=K^2I_{sc}^2(P.U)S_{FL} \xrightarrow[K=1]{\text{در راه‌اندازی مستقیم}} \frac{425}{520}=I_{sc}^2(P.U)\times 0/05 \Rightarrow I_{sc}(P.U)=4P.U$$

مثال ۱۴: یک موتور القائی سه فاز را که در سرعت نامی در حال گردش است در نظر بگیرید. در این حالت مقاومت راه‌انداز روتور را که تا این لحظه برابر صفر بوده است، زیاد می‌کنیم. با فرض آنکه گشتاور مکانیکی بار تغییر نکرده است و تلفات مکانیکی نیز صفر است، سرعت مکانیکی روتور، توان فاصله هوائی (Air – Gap Power) و جریان روتور چه تغییری می‌کنند؟

۱) افزایش، افزایش، کاهش　　۲) کاهش، کاهش، کاهش　　۳) کاهش، ثابت، ثابت　　۴) کاهش، کاهش، ثابت

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با افزایش مقاومت روتور، سرعت مکانیکی محور روتور کاهش می‌یابد لذا لغزش زیاد می‌شود از طرفی با صرف‌نظر کردن از تلفات مکانیکی طبق رابطه $T_2=T_{ag}=\frac{P_{ag}}{\omega_s}$ چون گشتاور بار و ω_s هر دو ثابت هستند لذا P_{ag} ثابت می‌ماند و طبق رابطه $P_{ag}=\frac{R_r'}{S}|\vec{I}_r'|^2$ چون R_r' و S هر دو همزمان افزایش یافته‌اند نسبت آنها ثابت بوده، P_{ag} هم که ثابت است پس I_r' ثابت می‌ماند.

تست‌های تألیفی فصل پنجم ـ تحلیل هارمونیک‌ها در موتورهای القایی

مثال۱: در یک موتور القائی سه فاز جریانهای استاتور متعادل اما حاوی هارمونیکهای فرد است. موتور چهار قطبی و فرکانس هارمونیک اصلی ۵۰ هرتز است. سرعت میدان گردان ناشی از هارمونیک اصلی و هارمونیک پنجم کدام است؟

۱) $N_{s_1}=1500$ $N_{s_5}=7500$ (دور در دقیقه)

۲) $N_{s_1}=1500$ $N_{s_5}=1500$ (دور در دقیقه)

۳) $N_{s_1}=1500$ $N_{s_5}=-7500$ (دور در دقیقه)

۴) $N_{s_1}=1500$ $N_{s_5}=-1500$ (دور در دقیقه)

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» سرعت گردش میدان دوار ناشی از هارمونیک اصلی برابر است با:

$$N_{s_1}=\frac{120f_1}{P}=\frac{120\times50}{4}=1500\ \text{rpm}$$

چون جریان تغذیه دارای هارمونیک پنجم است سرعت گردش میدان دوار ناشی از آن ۵ برابر سرعت میدان دوار ناشی از هارمونیک اصلی بود. ضمناً توالی فازهای آن نیز عکس توالی فازهای میدان اصلی است. لذا:

$$N_{s_5}=-5N_{s_1}=-5\times1500=-7500\ \text{rpm}$$

مثال۲: مدار مغناطیسی یک موتور القایی سه فاز (آسنکرون) در هنگام کار با اشباع مواجه می‌شود و در جریان آن هارمونیک هفتم پدیدار می‌گردد. از پنجمین هارمونیک فضایی ناشی از توزیع سیم‌پیچی استاتور در شیارها نمی‌توان چشم‌پوشی نمود. میدان گردان اصلی با سرعت N_s در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. کدامیک از عبارات زیر پیرامون میدان گردان ناشی از هارمونیک هفتم جریان و پنجمین هارمونیک فضایی صحیح است؟

۱) میدان گردان یاد شده با سرعت $\frac{5}{7}N_s$ در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

۲) میدان گردان یاد شده با سرعت $\frac{7}{5}N_s$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

۳) میدان گردان یاد شده با سرعت $35N_s$ در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

۴) میدان گردان یاد شده با سرعت $\frac{1}{35}N_s$ در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» از آنجائیکه به علت بروز اشباع هارمونیک هفتم در جریان تغذیه پدید آمده است یک میدان دوار هارمونیکی (هارمونیک زمانی) با ۷ برابر سرعت سنکرون در آن ایجاد می‌شود یعنی: $N_{s_7}=7N_s$ زمانی

همین‌طور چون هارمونیک فضایی پنجم نیز در ماشین موجود است پس یک میدان دوار هارمونیکی با $-\frac{1}{5}$ سرعت سنکرون در ماشین ایجاد می‌شود یعنی:

$$N_{s_5}=-\frac{N_s}{5}\ \text{مکانی}$$

پس سرعت میدان دوار ناشی از تقابل این دو میدان دوار با سرعت $\frac{7}{5}$ سرعت سنکرون و در خلاف میدان گردان اصلی می‌گردد یا:

$$N_{s_{eq}}=-\frac{7}{5}N_{s_1}$$

مثال۳: در یک موتور القایی ۴ قطب و ۶۰Hz که دارای هارمونیک‌های فضایی است، موتور راه‌اندازی شده با سرعتی بسیار کمتر از نامی می‌چرخد. این سرعت چند rpm می‌تواند باشد؟

۱) ۲۱۴ ۲) ۳۶۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۲۵۷

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» همان‌طور که ذکر شد در موتورهای القایی ممکن است به علت ایجاد پدیده خزندگی، موتور در $\frac{1}{7}$ سرعت نامی بچرخد پس داریم:

$$N_{s_1}=\frac{120f}{P}=\frac{120\times60}{4}=1800\text{rpm}\Rightarrow N_{s_7}=\frac{1}{7}N_{s_1}=\frac{1}{7}\times1800=257\text{rpm}$$

مثال ۴: یک موتور القایی سه فاز ۱۲ قطب ۵۰Hz با سرعت ۴۸۰rpm می‌چرخد. این موتور از طریق یک مبدل الکترونیک قدرت (درایو) تغذیه می‌گردد اگر جریان تغذیه این موتور بعلت وجود درایو بصورت غیرسینوسی در آمده و حاوی هارمونیک‌های سوم، پنجم و هفتم گردد سرعت نسبی میدان گردان ناشی از هارمونیک‌های پنجم و هفتم و همین‌طور سرعت نسبی میدان گردان ناشی از هارمونیک سوم و پنجم بترتیب کدام است؟

۱) $-۲۵۰۰\text{rpm}\ ,\ ۱۰۰۰\text{rpm}$　　۲) $۶۰۰۰\text{rpm}\ ,\ ۲۵۰۰\text{rpm}$　　۳) $۶۰۰۰\text{rpm}\ ,\ ۱۰۰۰\text{rpm}$　　۴) $۲۵۰۰\text{rpm}\ ,\ -۶۰۰۰\text{rpm}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» چون بعلت وجود درایو، جریان تغذیه هارمونیکی شده، پس فقط هارمونیک‌های زمانی داریم. سرعت میدان دوار ناشی از هارمونیک اصلی برابر است با:

$$N_{s_۱}=\frac{۱۲۰f_s}{P}=\frac{۱۲۰\times۵۰}{۱۲}=۵۰۰\text{rpm}$$

از آنجائیکه میدان ناشی از هارمونیک سوم دوار نمی‌باشد می‌توان گفت: $N_{s_۳}=۰\text{rpm}$

سرعت میدان دوار ناشی از هارمونیک‌های زمانی پنجم و هفتم نیز برابر مقادیر زیر می‌باشند:

$$N_{s_۵}=-۵N_{s_۱}=-۵\times۵۰۰=-۲۵۰۰\text{rpm}$$

$$N_{s_۷}=۷N_{s_۱}=۷\times۵۰۰=۳۵۰۰\text{rpm}$$

با توجه به این مقادیر، سرعت نسبی بین میدان دوار ناشی از هارمونیک پنجم با میدان ناشی از هارمونیک هفتم برابر است با:

$$N_{s_۵}-N_{s_۷}=-۲۵۰۰-۳۵۰۰=-۶۰۰۰\text{ rpm}$$

و بطور مشابه سرعت نسبی بین میدان دوار ناشی از هارمونیک سوم و پنجم برابر است با:

$$N_{s_۳}-N_{s_۵}=۰-(-۲۵۰۰)=۲۵۰۰\text{rpm}$$

«آزمون‌های خودسنجی فصل چهارم»

آزمون (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : A**

۱ـ در یک موتور القایی ۶ قطب ۵۰Hz که دارای مقاومت هر فاز روتور ۰/۵Ω و راکتانس ۱Ω است سرعت نظیر گشتاور حداکثر برابر است با:

۱) ۱۰۰۰rpm ۲) ۹۵۰rpm ۳) ۴۵۰rpm ۴) ۵۰۰rpm

۲ـ در یک موتور القایی سه فاز یکبار از روتور کلاس A و یک بار از روتور کلاس D استفاده می‌شود در این صورت گشتاور راه‌اندازی در روتور .....

۱) A بیشتر D است. ۲) A کمتر از D است.

۳) A برابر D است. ۴) بسته به وضعیت سیم‌پیچی استاتور هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۳ـ یک موتور القایی ۴ قطب ۶۰Hz در سرعت ۱۶۲۰rpm توان ۲۲kW را از شبکه سه فاز متعادل دریافت می‌نماید. اگر تلفات استاتور در بار نامی ۱/۲kW ، تلفات آهنی ۲۰۰W و تلفات مکانیکی ۱۸۰۰W باشند گشتاور بار چند N.m است؟

۱) $\frac{۱۲۰۰}{\pi}$ ۲) $\frac{۹۰۰}{\pi}$ ۳) $\frac{۶۰۰}{\pi}$ ۴) $\frac{۳۰۰}{\pi}$

۴ـ در یک موتور القایی ۵۰Hz سرعت بی‌باری ۵۹۵rpm و سرعت بار کامل ۵۵۰rpm است سرعت در نصف بار کامل برابر است با:

۱) ۵۷۰rpm ۲) ۵۷۵rpm ۳) ۵۹۰rpm ۴) ۵۸۰rpm

۵ـ در یک موتور القایی ۵۰Hz و ۴ قطب هارمونیک‌های فضایی را نتوانسته‌اند تا مرز پذیرفتنی از میان بردارند اگر موتور در سرعتی کمتر از سرعت نامی گشتاور فراهم کند این سرعت چند rpm می‌تواند باشد؟

۱) حدود ۱۱۰۰ ۲) حدود ۶۱۰ ۳) حدود ۲۱۰ ۴) حدود ۵۲۰

۶ـ در یک موتور القایی ۴ قطب ۶۰Hz تلفات مسی استاتور برابر مجموع تلفات مکانیکی و آهنی بوده و تلفات مسی رتور $\frac{۱}{۴}$ تلفات مسی استاتور است. اگر تلفات مکانیکی و آهنی برابر باشند سرعت محور موتور چند rpm است؟ فرض شود در سرعت مورد بحث راندمان موتور ۸۷% است.

۱) ۱۷۷۰ ۲) ۱۴۸۰ ۳) ۱۵۹۰ ۴) ۱۶۲۰

۷ـ یک موتور القایی قفس سنجابی ۶۰Hz توسط یک درایو فرکانس متغیر تغذیه می‌گردد. امپدانس حالت سکون رتور در فرکانس نامی به‌صورت $\bar{Z}_{ro} = ۱ + j۴\Omega$ است. اگر بخواهیم در هنگام راه‌اندازی حداکثر گشتاور ایجاد گردد، فرکانسی که توسط درایو تولید و به موتور اعمال می‌گردد باید چند هرتز باشد؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

۸ـ در یک موتور ۴ قطب ۶۰Hz سرعت محور در بار کامل ۱۷۲۰rpm است. سرعت میدان دوار ناشی از فرکانس جریان رتور نسبت به سرعت محور رتور چقدر است؟

۱) −۱۶۴۰rpm ۲) +۱۶۴۰rpm ۳) −۸۰rpm ۴) +۸۰rpm

۹ـ یک موتور القایی سه فاز ۶۰Hz و ۶ قطب در هنگام کار دچار اشباع شده و جریان‌های تغذیه آن با اینکه متعادل‌اند اما دارای هارمونیک‌های فرد می‌گردند. سرعت نسبی میدان گردان ناشی از هارمونیک پنجم و هفتم کدام است؟

۱) ۲۴۰۰ ۲) −۲۴۰۰ ۳) −۱۴۴۰۰ ۴) ۱۳۰۰۰

۱۰ـ یک موتور القایی رتور سیم‌پیچی شده دارای یک رئوستای تنظیم در مدار رتور خود است. موتور در حال کار تحت ولتاژ و فرکانس نامی بوده و گشتاور نامی را به یک بار مکانیکی که گشتاور آن متناسب با سرعت محور است تحویل می‌دهد. اگر در این هنگام مقاومت رئوستا را افزایش دهیم مقادیر: جریان خط، ضریب توان موتور، گشتاور موتور، سرعت آن به‌ترتیب از راست به چپ چه تغییری می‌نمایند؟

۱) افزایش ـ ثابت ـ کاهش ـ کاهش ۲) کاهش ـ افزایش ـ کاهش ـ کاهش

۳) افزایش ـ افزایش ـ ثابت ـ کاهش
۴) کاهش ـ افزایش ـ ثابت ـ کاهش

www.modaresaneshanf.ac.ir
مدرسان شریف

آزمون (۲)

تعداد سؤالات : ۱۰ **سطح آزمون : B**

۱ـ در یک موتور القایی سه فاز در فرکانس ۵۰Hz نسبت گشتاور حداکثر به گشتاور بار کامل ۲ است. در فرکانس ۴۰Hz این نسبت برابر است با:

۱) ۳/۱۲۵ ۲) ۱/۲۸۵ ۳) ۱/۶۹۴ ۴) ۲/۵۶۰

۲ـ ولتاژ القایی در یک فاز روتور موتور سه فاز اندکسیونی ۴ قطب و ۴۴۰V و ۵۰Hz در حالت سکون روتور، ۱۲۶V اندازه‌گیری شده است. اگر $R_s = X_s = ۰$ بوده و $R_r = ۰/۰۵\Omega$ و $X_{ro} = ۰/۵\Omega$ باشد، حداکثر گشتاور تولیدی چند نیوتن متر است؟

۱) ۲۹۱/۲ ۲) ۳۷۵/۱ ۳) ۲۷۸/۱ ۴) ۳۰۳/۴

۳ـ در یک موتور آسنکرون سه فاز روتور سیم‌پیچی ۴ قطب، ۵۰Hz با سرعت نامی ۱۴۵۰rpm مقاومت روتور ۳ برابر می‌شود، با فرض ثابت بودن شار و تلفات چرخشی سرعت چقدر می‌شود؟

۱) ۱۴۵۰ rpm ۲) ۱۵۰۰rpm ۳) ۱۳۵۰rpm ۴) ۱۴۰۰rpm

۴ـ در یک موتور القایی چهارقطبی ۶۰Hz و ۴۴۰V ستاره، $R'_r = ۰/۱\frac{\Omega}{Ph}$ و $R_s = ۰$ است. اگر $L_s + L'_r = ۰/۰۰۲H$ بوده و موتور به یک منبع با ولتاژ و فرکانس متغیر متصل شود، حداقل فرکانس و ولتاژ مجاز (فرکانس و ولتاژ بهینه) برای عملکرد مناسب موتور چقدر است؟

۱) ۱۶۹/۵V , ۴۰Hz ۲) ۳۳/۹V , ۸ Hz ۳) ۴۴۰V , ۶۰ Hz ۴) ۵۰/۵V , ۱۲ Hz

۵ـ یک موتور القایی هنگامی‌که با ۵۰% ولتاژ نامی تغذیه می‌گردد جریان راه‌اندازی ۱P.U اخذ و گشتاور راه‌اندازی ۰/۴P.U ایجاد می‌کند. اگر این موتور توسط روش ستاره مثلث راه‌اندازی شود جریان راه‌اندازی چند P.U می‌گردد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶ـ در یک موتور القایی ۴ قطب ۵۰Hz امپدانس حالت سکون رتور برابر $۰/۵\Omega + j۰/۱$ است. این موتور یک بار مکانیکی را که گشتاورش متناسب با سرعت آن است با سرعت ۱۴۲۵rpm می‌چرخاند. جریان راه‌اندازی اخذ شده از شبکه توسط این موتور هنگامی‌که توسط اتوترانس با تپ ۶۰% تغذیه شود چند پریونیت است؟

۱) ۴ ۲) ۲/۲۱ ۳) ۶/۱ ۴) ۱/۴۴

۷ـ یک موتور القایی تحت ولتاژ و فرکانس نامی در دو حالت زیر مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد:

الف) رئوستا در مدار رتور وجود ندارد. ب) رئوستا در مدار وجود دارد و مقاومت رتور ۴ برابر حالت الف می‌باشد.

اگر موتور در هر دو حالت گشتاور نامی تولید نماید توان خروجی حالت ب (P_B) چند برابر حالت الف (P_A) است؟

۱) $\frac{۱-\frac{۱}{۴}S_A}{۱-S_A}$ ۲) $\frac{۱-S_A}{۱-\frac{۱}{۴}S_A}$ ۳) $\frac{۱-۴S_A}{۱-S_A}$ ۴) $\frac{۱-S_A}{۱-۴S_A}$

۸ـ در یک موتور القایی سه فاز ۶۰Hz با رتور سیم‌پیچی شده گشتاور حداکثر ۲/۶P.U بوده و لغزش معادل آن ۱P.U است. مقاومت اهمی هر فاز رتور از دید استاتور ۰/۱P.U فرض می‌گردد. حداقل دامنه ولتاژ تغذیه چند P.U باشد تا این موتور بتواند همچنان بار متصل به خود را بچرخاند؟

۱) ۰/۳۷ ۲) ۰/۴۲ ۳) ۰/۵۸ ۴) ۰/۶۳

۹ـ نتایج آزمایش رتور قفل شده در یک موتور القایی سه فاز رتور قفسه‌ای ۳۸۰V با اتصال ستاره به‌صورت ۹۰۰W − ۲۵A − ۷۶V است. اتصال موتور را به مثلث تغییر داده و آن را توسط یک اتوترانسفورمر با سرک ۶۰% به شبکه ۳۸۰V متصل می‌نماییم. جریان اخذ شده از شبکه در هنگام راه‌اندازی این موتور چند آمپر است؟

۱) ۴۵ ۲) ۲۲۵ ۳) ۱۳۵ ۴) ۷۵

۱۰ـ یک موتور القایی سه فاز ۴ قطب ۵۰Hz با سرعت ۱۴۰۴rpm باری را که دارای گشتاور ثابتی است تغذیه می‌نماید. بر اثر یک گذرای پدید آمده در شبکه تغذیه دامنه ولتاژ تغذیه برای مدت کوتاهی به ۰/۸P.U افت می‌نماید. سرعت موتور در این بازه گذرا چقدر می‌باشد؟ (فرض شود که تحت این ولتاژ موتور ناپایدار نمی‌گردد)

۱) ۱۳۰۰rpm ۲) ۱۲۵۰rpm ۳) ۱۳۰۰rpm ۴) ۱۳۵۰rpm

آزمون (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : C**

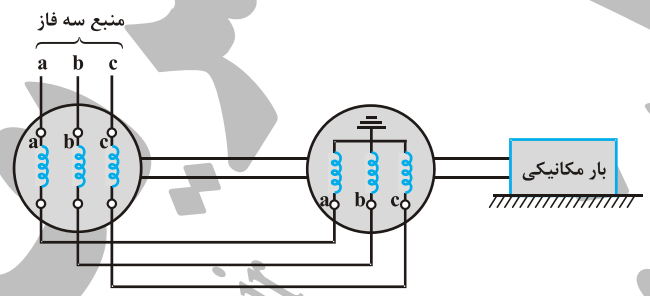
۱ـ در یک موتور دو قفسه‌ای و $X_{r_{uo}} = 0\Omega$ و $R_{r_u} = 1\Omega$ و $X_s = 3/5\Omega$ و $R_s = 0/25\Omega$ و $X_{r_{Lo}} = 3\Omega$ و $R_{r_L} = 0/15\Omega$ است، ولتاژ فازی $250\,V$ و سرعت سنکرون $1000\,rpm$ است، گشتاور راه‌اندازی چند نیوتن متر است؟

۱) ۱۲۰/۲ ۲) ۱۰۱/۵ ۳) ۱۷۱/۶ ۴) ۸۵/۶

۲ـ استاتور یک موتور القایی سه فاز با رتور سیم‌پیچی شده و ۶ قطب به یک منبع $75Hz$ و رتور آن به یک منبع $50\,Hz$ متصل است سرعت‌های بی‌باری ممکن در این موتور چند rpm هستند؟

۱) ۷۵۰ و ۱۵۰۰ ۲) ۲۵۰۰ و ۱۵۰۰ ۳) ۷۵۰ و ۵۰۰ ۴) ۲۵۰۰ و ۵۰۰

۳ـ سیم‌پیچ‌های استاتور دو موتور القایی روتور قفسه‌ای کاملاً مشابه به صورت شکل زیر با یکدیگر سری شده‌اند، در این صورت با وصل منبع :



۱) روتور در جهت میدان دوار موتور M_1 می‌چرخد.

۲) روتور در جهت میدان دوار موتور M_2 می‌چرخد.

۳) روتور حرکت نکرده می‌ایستد.

۴) ممکن است در هر جهتی بچرخد.

۴ـ یک موتور القایی با روتور کلاس C مفروض است اگر مشخصات دو قفس این روتور به صورت زیر باشد، در چه لغزشی هر دو قفس گشتاور یکسانی تولید می‌کنند؟

$R'_{r_u} = 4\frac{\Omega}{Ph}$, $X'_{r_{uo}} = 2\frac{\Omega}{Ph}$, $R'_{r_L} = 1\frac{\Omega}{Ph}$, $X'_{r_{Lo}} = 7\frac{\Omega}{Ph}$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۳۰ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۸۰

۵ـ یک موتور القایی چهار قطبی، $60\,Hz$ و $460\,V$ مفروض بوده و سرعت آن در بار نامی معادل $1710\,rpm$ است. اگر در این موتور جریان راه‌اندازی ۶ برابر جریان نامی باشد در چه سرعتی گشتاور حداکثر رخ می‌دهد؟

۱) ۱۲۴۲ rpm ۲) ۱۵۲۰ rpm ۳) ۱۰۰۲ rpm ۴) ۹۸۲ rpm

۶ـ در یک موتور القایی ۸ قطبی $60\,Hz$ با اتصال ستاره $R_s = X_s = 0$ و $X'_{ro} = 2\frac{\Omega}{Ph}$ و $R'_r = 0/75\frac{\Omega}{Ph}$ است. این موتور تحت ولتاژ $900\sqrt{30}\,V$ و فرکانس نامی باری را با گشتاور $T_L = K_L\omega_m$ می‌چرخاند در این صورت سرعت چرخش موتور چند rpm است؟ $(K_L = \frac{40}{\pi^2})$

۱) ۸۱۰ ۲) ۸۵۵ ۳) ۷۶۵ ۴) ۷۲۰

۷ـ یک موتور القایی سه فاز ۶ قطب هنگام تغذیه توسط ولتاژ $360\,V$ و $45Hz$ با سرعت $855\,rpm$ بار گشتاور ثابتی را می‌چرخاند. اگر ولتاژ تغذیه به $400\,V$ و فرکانس آن نیز به $50\,Hz$ تغییر نماید سرعت گردش حالت پایدار موتور چند rpm می‌گردد؟

۱) ۹۵۵ ۲) ۹۰۰ ۳) ۸۵۵ ۴) ۱۰۱۰

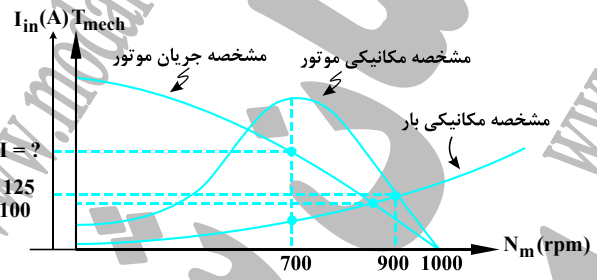
۸ـ ولتاژ و فرکانس تغذیه یک موتور القایی طوری کاهش می‌نمایدکه شار فاصله هوایی آن ثابت بماند، کدام گزینه زیر در خصوص تغییرات گشتاور راه‌اندازی و گشتاور حداکثر این موتور صحیح‌تر است؟

۱) گشتاور راه‌اندازی کاهش یافته، اما گشتاور حداکثر افزایش می‌یابد.
۲) گشتاور راه‌اندازی افزایش یافته، اما گشتاور حداکثر ثابت می‌ماند.
۳) هر دو گشتاور ثابت می‌مانند.
۴) هر دو گشتاور کاهش می‌یابند.

۹ـ در یک موتور القایی سه فاز تحت ولتاژ و فرکانس نامی، لغزش معادل توان حداکثر برابر ۰/۴ است. اگر تحت این لغزش اندازه امپدانس رتور $1\frac{\Omega}{ph}$ باشد، با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور، راکتانس رتور در حالت سکون چقدر است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۰ـ مشخصه گشتاور ـ سرعت یک موتور القایی به همراه مشخصه جریان ـ سرعت آن در شکل زیر داده شده است. جریان I در این منحنی چند آمپر است؟



۱) $100\sqrt{5}$
۲) $125\sqrt{5}$
۳) $100\sqrt{10}$
۴) $125\sqrt{10}$

پاسخنامه آزمون‌های خودسنجی

پاسخنامه آزمون (۱)

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۴»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۳»	۱۰ـ گزینه «۲»

پاسخنامه آزمون (۲)

۱ـ گزینه «۱»	۲ـ گزینه «۴»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۴»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۴»	۹ـ گزینه «۳»	۱۰ـ گزینه «۴»

پاسخنامه آزمون (۳)

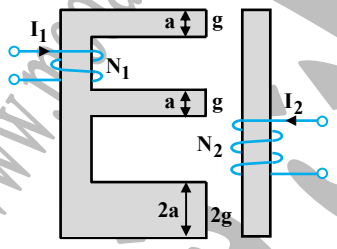
۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۴»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۱»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۱»	۸ـ گزینه «۲»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۲»

www.modaresanesharif.ac.ir مدرسان شریف

آزمون جامع (۱)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : A** (ساده)

۱ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ در قسمت‌های آهنی بی‌نهایت است در این صورت $\frac{L_{12}}{L_{11}}$ کدام است؟ $(I_1 = I_2)$



۱) $\frac{1}{2}\frac{N_1}{N_2}$
۲) $\frac{2N_1}{N_2}$
۳) $\frac{1}{2}\frac{N_2}{N_1}$
۴) $2\frac{N_2}{N_1}$

۲ـ مشخصه $\lambda - i$ یک سیستم الکترومغناطیسی بصورت $\lambda = 0/3\frac{\sqrt{i}}{x}$ بیان می‌شود. نیروی وارد بر قسمت متحرک بـه ازاء $i = 1A$ و $x = 10cm$ کدام است؟

۱) $10N$
۲) $5N$
۳) $20N$
۴) $15N$

۳ـ در یک ترانسفورمر تکفاز تلفات مسی در نصف بار نامی برابر $0/01\ P.U$ و تنظیم ولتاژ آن در بار نامی با ضریب قدرت $0/6$ پیش‌فاز برابر $0/05\ P.U$ است، حداکثر تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر چند درصد است؟

۱) $2/15$
۲) $3/25$
۳) $1/75$
۴) $5/15$

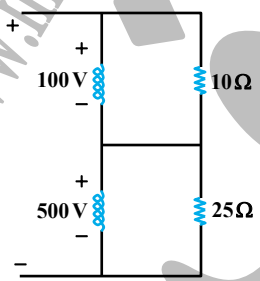
۴ـ یک ترانسفورمر تکفاز ایده‌آل سه سیم پیچه مفروض است. سیم‌پیچ اولیه آن از یک شبکه $250V$ تغذیه می‌شود، سیم‌پیچ دوم بار $6kVA$ را با ضریب توان $\frac{1}{2}$ پس‌فاز و سیم‌پیچ سوم بار $4kVA$ اهمی خالص را تغذیه می‌کند جریان اولیه چند آمپر است؟

۱) $0/71$
۲) $1/43$
۳) $2/87$
۴) $5/74$

۵ـ یک ترانسفورمر تکفاز $2200/220V$ تکفاز، جریان بی‌باری $2A$ را در ضریب قدرت $0/5$ می‌کشد. مولفه مغناطیسی جریان بی‌باری چند آمپر است؟

۱) $\sqrt{3}$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۳) $2\sqrt{3}$
۴) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

۶ـ در اتوترانسفورمر شکل زیر توان هدایتی چند وات است؟



۱) ۸۳۳
۲) ۱۰۱۶۷
۳) ۵۰۸۶
۴) ۱۱۰۰۰

۷ـ در یک مولد شنت برای ثابت ماند ولتاژ ترمینال‌ها از بی‌باری تا بار کامل $50A$، لازم است جریان تحریک بـه انـدازه $1/2A$ افـزایش یابـد اگـر بخواهیم با اضافه کردن یک سیم‌بندی سری به مولد، آنرا بصورت کمپوند شنت بلندی که در حالت فوق کمپوند است درآوریم تعداد دور مورد نیاز تحریک سری چند درصد تحریک شنت خواهد بود؟

۱) $7/2$
۲) 6
۳) $1/2$
۴) $2/4$

۸ـ در یک موتور القایی ۴ قطب ۶۰Hz امپدانس حالت سکون رتور بصورت $\vec{Z}_{ro} = 0/1 + j0/5\Omega$ است. اگر ولتاژ القایی در هر فاز رتور در لحظه راه‌اندازی $\vec{E}_{ro} = 100\angle 0^\circ V$ باشد، جریان موتور در سرعت ۱۶۲۰rpm چند آمپر است؟

۱) ۱۹ ۲) ۳۸ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

۹ـ در یک موتور القایی $R_r = 1\Omega$ و $X_{ro} = 5\Omega$ گشتاور بار کامل ۱۰N.m است. اگر این گشتاور در لغزش ۵% رخ دهد، گشتاور بحرانی موتور کدام است؟

۱) ۱۸/۵ N.m ۲) ۱۰/۵N.m ۳) ۴۲/۵N.m ۴) ۲۱/۲۵N.m

۱۰ـ در یک موتور القایی که مقاومت اهمی و القایی هر فاز آن بترتیب ۰/۰۳Ω و ۰/۳Ω است، چه مقاومتی به هر فاز رتور اضافه کنیم تا در حالت راه‌اندازی گشتاور بار کامل را تولید نماید. (لغزش بار کامل ۴% است)

۱) ۰/۷Ω ۲) ۰/۳۵Ω ۳) ۱/۴Ω ۴) ۲/۸Ω

www.modaresansharif.ac.ir

آزمون جامع (۲)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : A** (ساده)

۱ـ یک ترانسفورمر تکفاز ۱۰۰kVA در سمت اولیه دارای سرک متغیر است. اگر بخواهیم این ترانسفورمر در هنگام تغذیه بار ۱۰۰kVA تحت ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز، ولتاژ نامی را به بار تحویل دهد سیستم تغییر دهنده سرک باید چند دور از سیم‌بندی اولیه را از مدار خارج نماید. (امپدانس نشتی پریونیتی ترانسفورمر را $۰/۰۰۷۵ + j۰/۰۹$ در نظر بگیرید.)

۱) ٪۵/۵ ۲) ٪۷/۵ ۳) ٪۹/۵ ۴) ٪۱۱/۵

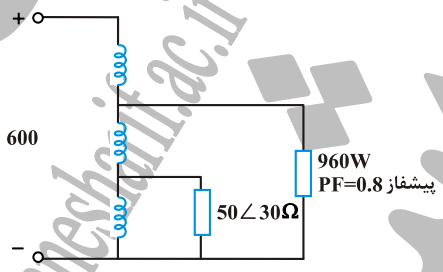
۲ـ در یک مدار مغناطیسی جریان متناوب تلفات فوکو ۱۰۰W و تلفات هیسترزیس ۱۲۰W است اگر در ولتاژ تغذیه ثابت، فرکانس و ضخامت ورقه‌ها هسته همزمان به میزان ٪۱۰ نسبت به مقادیر اولیه خود کاهش یابند تلفات هسته چند وات می‌گردد؟

۱) ۱۹۸ ۲) ۲۴۲ ۳) ۲۱۴ ۴) ۲۰۹

۳ـ یک ترانسفورمر تکفاز در ۰/۹ بار نامی دارای بازده حداکثری برابر ۹۵ درصد در ضریب توان واحد است. در چند درصد بار نامی تلفات مس ۰/۰۴۵ پریونیت خواهد بود؟

۱) ۷۶ درصد ۲) ۱۲۴ درصد ۳) ۶۲ درصد ۴) ۱۳۸ درصد

۴ـ اتو ترانسفورمری مطابق شکل زیر موجود است. این اتوترانسفورمر، بار ۹۶۰W را در ضریب توان ۰/۸ پیش فاز، در ولتاژ ۵۰۰ ولت تغذیه می‌کند. هم‌چنین از طریق یک انشعاب دیگر، بار با امپدانس $۵۰\angle ۳۰^\circ$ اهم را با ولتاژ ۳۰۰ ولت تغذیه می‌کند. جریان ورودی اتوترانسفورمر چند آمپر است؟



۱) $۴/۲ - j۰/۳$
۲) $۴/۲ + j۰/۳$
۳) $۱ - j۲/۷$
۴) $۱ + j۲/۷$

۵ـ یک موتور القایی سه فاز ۲ قطب ۵۰Hz با سرعت ω در حال چرخش است. در این حالت تلفات مکانیکی موتور، ۱۰ درصد توان ناخالص تولیدی موتور است. اگر توان دو برابر شده و در این حالت تلفات مسی روتور ۳ برابر و تلفات مکانیکی ثابت بماند، سرعت جدید موتور ۲۸۵۰ دور در دقیقه خواهد شد. لغزش اولیه‌ی موتور چقدر بوده است؟

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱}{۳۱}$ ۳) $\frac{۱}{۲۹/۵}$ ۴) $\frac{۰/۹۵}{۳۰}$

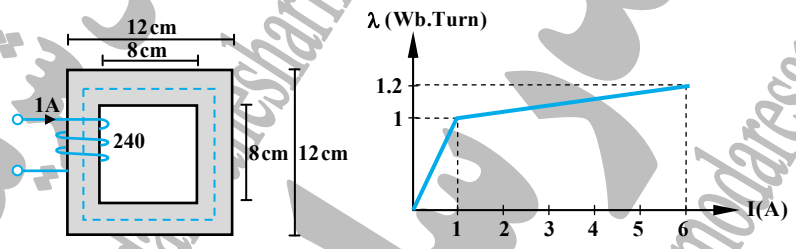
۶ـ یک موتور القایی سه فاز ۵۰Hz مفروض است. اگر ولتاژ و فرکانس تغذیه‌ی این دو موتور دو برابر شوند، گشتاور ماکزیمم و گشتاور راه‌اندازی موتور چه تغییری می‌کنند؟ ($R_r << X_{ro}, X_s$ و از مقاومت استاتور صرف‌نظر می‌شود.)

۱) گشتاور ماکزیمم و گشتاور راه‌اندازی هر دو، نصف می‌شوند.
۲) گشتاور ماکزیمم و گشتاور راه‌اندازی هر دو، دوبرابر می‌شوند.
۳) گشتاور راه‌اندازی ثابت مانده و گشتاور ماکزیمم دو برابر می‌شود.
۴) گشتاور راه‌اندازی نصف شده و گشتاور ماکزیمم ثابت می‌ماند.

۷ـ فرکانس جریان روتور یک موتور القایی سه فاز ۵۰Hz در حالی که موتور گشتاور ماکزیمم خود را تولید می‌کند، ۲۰Hz است. برای این‌که بتوان موتور را با گشتاور حداکثر خود، راه‌اندازی کرد، باید فرکانس تغذیه‌ی استاتور در لحظه‌ی راه‌اندازی چقدر باشد؟

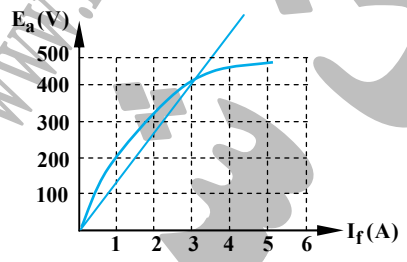
۱) ۸Hz ۲) ۱۲۵Hz ۳) ۴۰Hz ۴) ۲۰Hz

۸ـ در مدارمغناطیسی زیر منحنی $\lambda - I$ بصورت شکل زیر است در این مدار نسبت انرژی ذخیره شده به شبه انرژی کدام است؟



۱) ۰/۲
۲) ۵
۳) ۰/۲۵
۴) ۴

۹ـ مشخصه بی‌باری یک مولد تحریک شنت در سرعت ۱۲۰۰rpm بصورت زیر است سرعت بحرانی مولد چند rpm است؟



۱) ۸۰۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۶۰۰

۱۰ـ اگر معادله ولتاژ القایی در آرمیچر یک مولد DC شنت در سرعت ۱۰۰۰rpm بصورت $E_a = 5 + 120\sqrt{I_f}$ باشد، با فرض $R_f = 60\Omega$ و $R_{adj} = 40\Omega$، تلفات مسی مدار تحریک در سرعت ۸۰۰rpm چند وات است؟

۱) ۷۵
۲) ۱۲۵
۳) ۱۵۰
۴) ۱۰۰

آزمون جامع (۳)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : B** (متوسط)

۱ـ از دو آزمایش بی‌باری روی یک ترانسفورمر تکفاز نتایج زیر بدست آمده است:

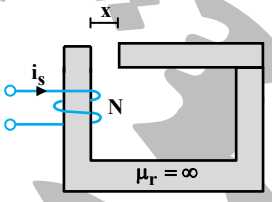
$۲۰۰V , ۵۰Hz , ۱۰۰W$

$۲۴۰V , ۶۰Hz , ۱۳۰W$

تلفات هسته در ۱۰۰V و ۲۵Hz چند وات است؟ ($P_h \sim B^۲f$ و $P_f \sim B^۲f^۲$ لحاظ شود.)

۱) ۱۲۰W ۲) ۴۰W ۳) ۸۰W ۴) ۵۰W

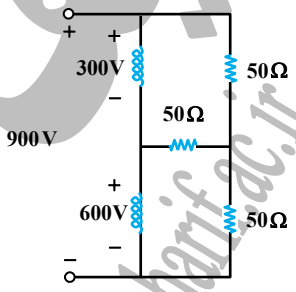
۲ـ در شکل زیر نیروی ماکزیمم وارد بر عضو متحرک کدام است؟ $(i_s(t) = I_m \cos ۲\omega t)$



۱) $\frac{۱}{۴}\frac{N^۲\mu_\circ A}{x^۲}I_m^۲$ ۲) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{x}I_m^۲$

۳) $\frac{N^۲\mu_\circ A}{۲x}I_m^۲$ ۴) $\frac{۱}{۲}\frac{N^۲\mu_\circ A}{x^۲}I_m^۲$

۳ـ در اتوترانسفورمر شکل زیر چند وات از توان مصرفی بارها به واسطه ارتباط مغناطیسی منتقل می‌شود؟



۱) ۸۴۰

۲) ۴۲۰۰

۳) ۴۰۰

۴) ۴۶۰۰

۴ـ سه ترانسفورمر تکفاز مشابه ۱۰۰kVA با نسبت ۲۰۰۰/۲۰۰V باید یک بار مثلث ۲۰۰V اهمی با مقاومت ۱Ω در هر شاخه را از طریق یک منبع ۳۵۰۰V تغذیه نماید. شکل اتصال و جریان در خط ثانویه چند آمپر است؟

۱) اولیه مثلث ـ ثانویه ستاره ـ $\frac{۳۵۰}{\sqrt{۳}}$

۲) اولیه و ثانویه ستاره ـ $\frac{۳۵۰}{\sqrt{۳}}$

۳) اولیه ستاره ـ ثانویه مثلث ـ ۳۵۰

۴) اولیه و ثانویه مثلث ـ ۳۵۰

۵ـ یک ترانسفورمر تکفاز بقدرت ۱۰۰kVA در بار نامی و نصف بار نامی دارای راندمان ۰/۹ به ازاء ضریب قدرت واحد است، بازده این ترانسفورمر در ۴۰% بار نامی اهمی کدام است؟

۱) ۹۸% ۲) ۸۳% ۳) ۸۵% ۴) %۹۱

۶ـ معادله ولتاژ بی‌باری یک مولد DC در سرعت ۱۰۰۰rpm از رابطه $E_a = \frac{۵۰۰I_f}{I_f + ۱}$ بدست می‌آید. در این مولد $R_a = ۰/۲\Omega$ و $R_f = ۳۰\Omega$ بوده و از عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر می‌شود، این مولد در سرعت ۷۰۰rpm با جریان آرمیچر ۱۵۰A و ولتاژ ترمینال ۲۵۰V باری را تغذیه می‌کند مقاومت تنظیم کننده تحریک در این هنگام چند اهم است؟

۱) ۶۲/۵ ۲) ۳۲/۵ ۳) ۹۲/۵ ۴) ۸۵/۵

۷ـ مولد شنتی با مقاومت تحریک و آرمیچر ۰/۲Ω و ۲۵۰Ω با معادله بی‌باری $E_a = ۵۰ + ۲۰۰\sqrt{I_f}$ تعریف شده است. در حداکثر جریان آرمیچر تلفات مسی آرمیچر چند کیلو وات است؟

۱) ۴kW ۲) ۴۰kW ۳) ۲۸kW ۴) ۱۴kW

۸ـ در یک موتور القایی سه فاز ۵۰ HZ راکتانس پراکندگی رتور در حالت سکون ۵ برابر مقاومت اهمی رتور است. گشتاور حداکثر راه‌اندازی به ازاء چه فرکانسی از منبع حاصل می‌شود؟

۱) ۵۰Hz ۲) ۱۰Hz ۳) ۲۵Hz ۴) ۱۰۰Hz

۹ـ در یک موتور القایی رتور سیم‌بندی شده داریم:

$R_s = R'_r = 0/5\Omega \quad , \quad X_s = X'_{ro} = 0/7\Omega \quad , \quad X_m = 20\Omega$

اگر تعداد دور موثر استاتور به رتور برابر ۳ باشد، چه مقاومتی به هر فاز رتور اضافه شود تا گشتاور راه‌اندازی حداکثر شود؟

۱) ۱/۴Ω ۲) ۰/۱۵Ω ۳) ۰/۵Ω ۴) ۰/۴Ω

۱۰ـ در یک موتور القایی سه فاز جریان راه‌اندازی تحت ولتاژ نامی ۳ برابر جریان بار کامل است. اگر لغزش بار کامل ۵% باشد گشتاور راه‌اندازی چند درصد گشتاور بار کامل است در صورتی که از راه‌انداز ستاره مثلث استفاده شود؟

۱) ۴۵% ۲) ۳۰% ۳) ۱۵% ۴) ۵%

www.modaresanesharif.ac.ir

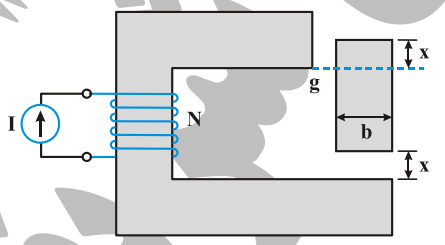
آزمون جامع (۴)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون :** B (متوسط)

۱ـ ترانسفورمر تکفاز A در ولتاژ نامی ۱۱kV و فرکانس ۵۰Hz در بی‌باری جریان ۳/۲A و توان ۲/۴kW را جذب می‌کند. ترانسفورمر B از نظر تعداد دور سیم‌پیچ اولیه، نوع هسته و ضخامت ورقه‌های هسته مشابه ترانسفورمر A بوده و فقط ابعاد هسته آن $\sqrt{۲}$ برابر ترانسفورمر A است. اگر ترانسفورمر B به شبکه ۲۲kV و ۵۰Hz متصل شود جریان بی‌باری و تلفات هسته به ترتیب برابر کدام گزینه زیر هستند؟

۱) ۶/۸kW – ۴/۵A ۲) ۴/۸kW – ۴/۵A ۳) ۶/۸kW – ۶/۴A ۴) ۴/۸kW – ۶/۴A

۲ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت و عمق هسته در همه جا یکسان فرض شود به ازاء چه مقداری از x فوران عبوری از فواصل هوایی حداکثر می‌شود؟



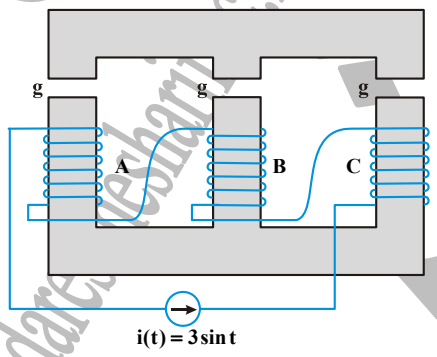
۱) $\sqrt{\frac{gb}{۲}}$

۲) $\frac{۱}{۲}\sqrt{gb}$

۳) $\sqrt{gb}$

۴) $\sqrt{۲gb}$

۳ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر هر سه سیم‌بندی مشابه و دارای تعداد دور N باشند، کدام گزینه بیانگر دامنه ولتاژ القایی در سیم‌پیچ C است؟



۱) $\frac{۴}{۳}\frac{N^۲}{R_g}$ ۲) $\frac{۴N^۲}{R_g}$

۳) $\frac{N^۲}{۳R_g}$ ۴) $\frac{N^۲}{R_g}$

۴ـ یک ماشین الکتریکی جریان متناوب هنگامی که با ولتاژ ۱۰۰V و فرکانس ۵۰Hz تغذیه می‌شود دارای تلفات فوکو و هیسترزیس بترتیب ۲۰۰W و ۳۰۰W است. اگر بخواهیم در هنگام تغذیه با ولتاژ ۱۲۵V تلفات کل هسته تغییر نکند فرکانس تغذیه باید چند Hz گردد. (جهت سادگی $P_h \sim B^۲f$ فرض شود)

۱) ۱۲۵ ۲) ۴۵ ۳) ۷۵ ۴) ۵۰

۵ـ دو ترانسفورمر ۱۰۰۰kVA و ۸۰۰kVA موجود می‌باشد. توان اکتیو و راکتیو در آزمایش اتصال کوتاه ترانسفورمر اول به ترتیب ۶۰kW و ۸۰kVAR می‌باشد. می‌دانیم ضریب توان در آزمایش اتصال کوتاه هر دو ترانسفورمر با هم برابر است. مقاومت ترانسفورمر دوم چند پریونیت باشد تا توان ظاهری تحویلی دو ترانسفورمر به بار، با هم برابر باشد؟

۱) ۰/۰۷۵PU ۲) ۰/۰۳PU ۳) ۰/۰۶PU ۴) ۰/۰۴۸PU

۶ـ ولتاژ نسبی اتصال کوتاه در یک ترانسفورمر تک فاز ۱۰kV و $\frac{۴۰۰V}{۱۰۰V}$ برابر ۱۵% است. اگر مقاومت سیم پیچ‌های ترانسفورمر ارجاع شده به طرف فشار ضعیف ۰/۱۲Ω باشد، تنظیم ولتاژ ترانسفورمر در ۸۰% بار نامی با ضریب توان ۰/۸ پیش‌فاز چند درصد است؟

۱) ۳/۳۶ ۲) ۴/۲ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

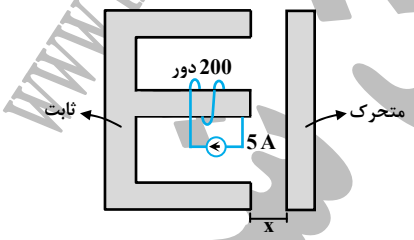
۷ـ موتور القایی سه فاز ۴ قطب، $60\,Hz$ و $380\,V$ مفروض است. نسبت گشتاور ماکزیمم موتور به گشتاور تولیدی در بار کامل برابر $\frac{5}{3}$ است. امپدانس پراکندگی استاتور ناچیز و امپدانس پراکندگی روتور در سمت استاتور در حالت سکون برابر $Z'_{ro} = 1 + j2\Omega$ می‌باشد. اختلاف سرعت موتور در گشتاور ماکزیمم و گشتاور نامی چقدر است؟

۱) ۶۰۰rpm ۲) ۹۰۰rpm ۳) ۱۰۸۰rpm ۴) ۱۵۰۰rpm

۸ـ در یک موتور القایی سه فاز $60\,Hz$ سرعت بار کامل موتور برابر $1160\,rpm$ می‌باشد. اگر a را برابر سرعت میدان گردان استاتور نسبت به روتور و b را برابر سرعت استاتور نسبت به میدان گردان روتور تعریف کنیم در لغزش $S = 0/2$ حاصل $|a+b|$ برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۱) ۱۴۴۰ ۲) ۱۳۹۲ ۳) ۹۶۰ ۴) ۲۴۰

۹ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر سطح مقطع هسته در تمامی قسمت‌ها برابر $10\,cm^2$ است. اگر قطعه متحرک بر اثر نیروی مغناطیسی به اندازه $1mm$ حرکت کند، کار انجام شده در این مسیر چند ژول است؟



۱) 3π

۲) π

۳) 6π

۴) 4π

۱۰ـ در یک مولد DC، $1000\,V$ به قدرت $6kW$ از سیم‌بندی حلقوی ساده با ۳۲۰ هادی در آرمیچر استفاده شده است اگر تعداد قطب‌های کموتاسیون در این ماشین ۴ عدد بوده و بخواهیم طوری آنها را سیم‌بندی کنیم که آمپر دور تولیدی آن‌ها ۱/۵ برابر آمپر دور آرمیچر باشند تعداد دور مورد نیاز هر قطب کموتاسیون کدام است؟

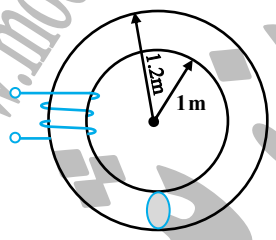
۱) ۲۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

www.modaresansharif.ac.ir

آزمون جامع (۵)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : C** (سخت)

۱ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ولتاژ ورودی سینوسی با فرکانس $100\,Hz$ و دامنه مؤثر $32\pi\,V$ است. اگر رابطه بین چگالی و شدت میدان بصورت $H = B - 0/05B^3$ باشد، با صرف‌نظر کردن از مقاومت اهمی سیم‌بندی، جریان ورودی چند میلی‌آمپر باشد تا چگالی شار حداکثر در هسته $1/6\,T$ گردد؟



۱) $110\pi^2\sqrt{2}$
۲) $220\pi^2\sqrt{2}$
۳) $\frac{110}{\sqrt{2}}\pi^2$
۴) $\frac{220}{\sqrt{2}}\pi^2$

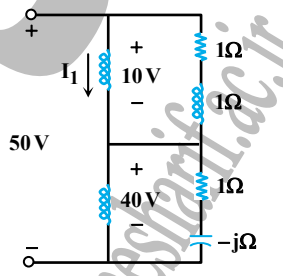
۲ـ در یک ماشین دو تحریکه دو قطب که رتور و استاتور هر دو قطب برجسته‌اند، ضرایب القاء و القاء متقابل استاتور و رتور به صورت زیر هستند:

$$L_{ss} = 0/15 + 0/2\cos 2\theta_r \quad , \quad L_{rr} = 0/8 + 0/3\cos 2\theta_r \quad , \quad L_{sr} = 0/75\cos\theta_r$$

با فرض صفر بودن مقاومت سیم‌پیچ‌ها اگر رتور در موقعیت 90° بوده و از استاتور جریان سینوسی با مقدار موثر $5\,A$ عبور نموده و رتور اتصال کوتاه شود، گشتاور متوسط وارد بر رتور کدام است؟

۱) $187/5\,N.m$ ۲) $43/5\,N.m$ ۳) $86/25\,N.m$ ۴) $93/75\,N.m$

۳ـ در اتوترانسفورمر شکل زیر I_1 برحسب آمپر کدام است؟



۱) $12 - j5$
۲) $10 + j7$
۳) $12 + j5$
۴) $10 - j7$

۴ـ دو ترانسفورمر تکفاز A و B دارای امپدانس‌های نشتی از دید ثانویه به اندازه $Z_A = Z_B = 1 + j\ P.U$ هستند اگر $E_{2A} = 1\angle 0^\circ$ و $E_{2B} = 1\angle 3^\circ$ باشد، جریان گردشی در اتصال موازی این دو ترانسفورمر در تغذیه بار اهمی $1\,P.U$ کدام است؟

۱) $0/17\,P.U$ ۲) $0/34\,P.U$ ۳) $0/52\,P.U$ ۴) $2/97\,P.U$

۵ـ یک ترانسفورمر تکفاز $60\,Hz$ وقتی که به منبع $15\,V$ و $60\,Hz$ متصل می‌شود جریان اتصال کوتاه $30\,A$ را در ضریب قدرت $\frac{\sqrt{2}}{2}$ پس‌فاز می‌کشد. هنگامی که همین ترانسفورمر توسط منبع $15V$ و $30\,Hz$ تغذیه می شود جریان اتصال کوتاه آن چقدر می‌شود؟

۱) 30 ۲) $22/5$ ۳) $37/5$ ۴) $41/25$

۶ـ مقاومت آرمیچر و میدان یک موتور تحریک سری $250\,V$ بترتیب $0/4\,\Omega$ و $0/1\,\Omega$ و گشتاور مورد نیاز بار با توان دوم سرعت متناسب است. اگر موتور در بار نامی با سرعت $1000\,rpm$ و جریان $50\,A$ در حال کار باشد، چه مقاومتی با آرمیچر سری شود تا سرعت موتور به $500\,rpm$ کاهش یابد؟

۱) $14/5\,\Omega$ ۲) $7/25\,\Omega$ ۳) $3/25\,\Omega$ ۴) $1/5\,\Omega$

۷ـ در یک موتور DC شنت $300\,V$ جریان بی‌باری آرمیچر تحت ولتاژ نامی $10\,A$ و سرعت بی‌باری $1200\,rpm$ است. اگر مقاومت آرمیچر $0/5\,\Omega$ و تحریک $150\,\Omega$ و جریان بار کامل تحت ولتاژ نامی $50\,A$ بوده و بر اثر عکس‌العمل آرمیچر 10% شار کاهش یابد سرعت موتور در بار کامل چقدر تغییر می‌کند؟

۱) $43\,rpm$ افزایش ۲) $43\,rpm$ کاهش ۳) $86\,rpm$ افزایش ۴) $86\,rpm$ کاهش

۸ـ در یک موتور القایی ۵۰ Hz تلفات مسی استاتور برابر تلفات ثابت ماشین است. اگر تلفات مسی رتور نصف تلفات مسی استاتور باشد، در راندمان ۸۰% لغزش چند درصد است؟ (تلفات مکانیکی برابر تلفات آهنی فرض شود.)

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۲۸ ۴) ۰/۵۶

۹ـ یک موتور القایی وقتی با ۵۰% ولتاژ نامی خود تغذیه می‌شود، جریان راه‌اندازی ۴ P.U و گشتاور راه‌اندازی ۵ P.U دارد. اگر با یک اتوترانسفورمر، جریان راه‌اندازی موتور به ۲ P.U محدود شود، گشتاور راه‌انداز چند P.U می‌شود؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۳/۱۲۵

۱۰ـ یک ماشین القایی سه فاز ۵۰ Hz با ولتاژ $150\sqrt{3}\ V$ و ۴ قطب با اتصال ستاره دارای مشخصات زیر است:

$R_r = 0/1\frac{\Omega}{Ph}$ $X_{ro} = 0$ $\frac{N_s}{N_r} = 3$

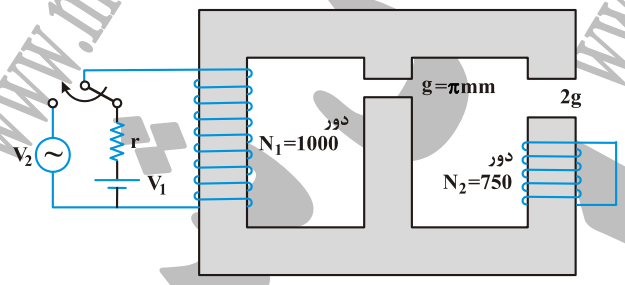
اگر ولتاژ القایی در هر فاز رتور برابر ۵ ولت باشد، گشتاور خروجی چند N.m است؟

۱) $\frac{600}{\pi}$ ۲) $\frac{450}{\pi}$ ۳) $\frac{300}{\pi}$ ۴) $\frac{150}{\pi}$

آزمون جامع (۶)

تعداد سؤالات : ۱۰ | **سطح آزمون : C** (سخت)

۱ـ در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت فرض شده و سطح مقطع آن در همه‌جا برابر $۰/۲m^۲$ است. اگر از مقاومت اهمی سیم‌پیچ‌ها صرف‌نظر شود نسبت جریان عبوری از سیم‌پیچ $N_۱$ دوری در حالتی که کلید در وضعیت (۱) است به حالتی که کلید در وضعیت (۲) است چقدر می‌باشد؟ (در حالت (۲) مقدار مؤثر جریان مد نظر است)



$V_۱ = ۵V$

$V_۲ = ۵\sqrt{۲}\sin ۵t$

$r = ۰/۵\Omega$

۱) ۰/۸
۲) ۱/۲۵
۳) ۲
۴) ۰/۵

۲ـ یک ترانسفورمر $\frac{۲۵۰}{۱۰۰}$ موجود است. از این ترانسفورمر یک بار به صورت اتوترانسفورمر $\frac{۳۵۰}{۱۰۰}$ و بار دیگر به صورت ترانسفورمر $\frac{۲۵۰}{۱۰۰}$ استفاده می‌شود. در هر حالت سمت $۱۰۰V$ اتصال کوتاه شده و سمت دیگر با ولتاژ یکسان تغذیه می‌شود. نسبت تلفات مس اتوترانسفورمر به ترانسفورمر و نسبت جریان فشار ضعیف اتوترانسفورمر به ترانسفورمر چقدر خواهد بود؟

۱) ۱/۹۶ـ۱/۹۶
۲) ۱/۴ـ۱
۳) ۱/۹۶ـ۱/۹۴
۴) ۱/۴ـ۱/۹۶

۳ـ ترانسفورمر $۱۰kVA$، $\frac{۴۰۰V}{۲۲۰V}$ و $۶۰Hz$ مفروض است. در ۵۰% بار نامی ترانسفورمر، تلفات هسته برابر $۲۸۰W$ و تلفات مسی برابر $۱۵۰W$ می‌باشد. اگر ترانسفورمر بار نامی بار ضریب توان $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ پیش فاز را تغذیه کند. تنظیم ولتاژ آن برابر صفر خواهد بود. حداکثر تنظیم ولتاژ این ترانسفورمر در ۷۵% بار نامی چند درصد است؟

۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۵
۴) ۱۸

۴ـ یک اتوترانسفورمر $\frac{۲۲۰۰V}{۲۲۰V}$ و $۱۰kVA$ توان اکتیو $۸/۸kW$ را در ولتاژ ۲۲۰ ولت و جریان $۵۰A$ به بار پس‌فاز منتقل می‌کند. با فرض ایده‌آل بودن اتو ترانسفورمر، جریان سیم‌پیچ ثانویه چقدر است؟

۱) $۴۰-j۳۰$
۲) $۳۶-j۲۷$
۳) $۴-j۳$
۴) $۴۴-j۳۳$

۵ـ یک موتور القایی سه فاز ۴ قطب $۵۰Hz$ مفروض است، توان ناخالص تولیدی این موتور $۲۰kW$ و بازده آن ۸۷/۵ درصد می‌باشد. تلفات مکانیکی $۷۵۰W$ بوده و تلفات آهن $۵۰۰W$ بوده و تلفات مسی استاتور نصف تلفات مسی روتور است،گشتاور ناخالص تولیدی موتور در این حالت چقدر است؟

۱) $\frac{۴۲۰}{\pi}N.m$
۲) $\frac{۴۳۰}{\pi}N.m$
۳) $\frac{۴۰۸}{\pi}N.m$
۴) $\frac{۴۰۰}{\pi}N.m$

۶ـ یک موتور القایی سه فاز $۶۰Hz$ با سرعت $۱۶۰۰rpm$ و بار نامی در حال چرخش است. به منظور ترمز کردن موتور جای دو فاز آن را عوض می‌کنیم. نسبت اندازه‌ی گشتاور در ابتدای لحظه‌ی ترمزگیری به اندازه‌ی گشتاور حالت اول چقدر است؟ (از امپدانس استاتور و راکتانس روتور صرف‌نظر می‌شود).

۱) ۱۷
۲) $\frac{۱}{۱۷}$
۳) ۸
۴) $\frac{۱}{۸}$

۷ـ جریان راه‌اندازی یک موتور القایی ۴ قطب ۵۰Hz، پنج برابر جریان بار کامل آن است و سرعت نامی آن ۱۴۵۰rpm است. جهت محدود کردن جریان راه‌اندازی موتور (جریان سیم‌پیچ‌های موتور) به ۲ برابر جریان نامی آن، از یک اتوترانسفورمر استفاده می‌شود. در این حالت نسبت گشتاور راه‌اندازی به گشتاور بار کامل موتور چقدر است؟

۱) ۰/۳۳۳ ۲) ۰/۱۳۳ ۳) ۰/۲۱۳ ۴) ۰/۱۶

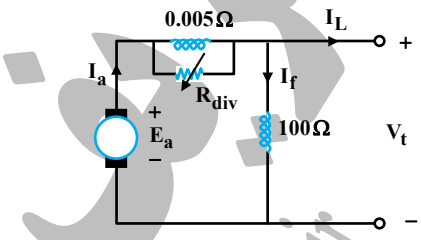
۸ـ در یک سیستم مغناطیسی دو تحریکه اندوکتانس خودی و متقابل سیم‌بندی‌ها بترتیب $L_{11}=L_{22}=1H$ و $L_{12}=L_{21}=\frac{1}{2}\cos\theta$ می‌باشد اگر دو سیم‌بندی بطور موازی به ولتاژ $V(t)=100\sin 20t$ وصل شوند گشتاور متوسط سیستم به ازاء $\theta=60^\circ$ برابر است با:

۱) ۰/۹۵N.m ۲) ۰/۰۷N.m ۳) ۰/۳۵N.m ۴) ۰/۱۴N.m

۹ـ یک مولد کمپوند در بی‌باری ولتاژی برابر ۲۵۰V دارد و در بار نامی ۱۰۰A ولتاژ ۲۵۶V را در خروجی قرار می‌دهد. اگر مقاومت آرمیچر ۰/۱Ω و عکس‌العمل آرمیچر ۱۰% فوران بی‌باری را خنثی کند، در سرعت ثابت درصد سهم سیم‌بندی تحریک سری در ایجاد فلو نسبت به بی‌باری کدام است؟

۱) %۱۴ ۲) %۱۹/۴ ۳) %۱۲/۵ ۴) %۱۰

۱۰ـ در مولد DC شکل زیر تعداد دور سیم بندی شنت و سری بترتیب ۲۰۰۰ و ۱۰ دور است در بی‌باری ولتاژ خروجی ۲۰۰V است. اگر در بار کامل ۱۹۸A ولتاژ خروجی ۲۲۰V و نیروی محرکه مغناطیسی لازم ۱/۵ برابر حالت بی‌باری باشد، مقاومت منحرف کننده جریان در حالت بارداری چند اهم باید باشد؟



۱) ۰/۰۱
۲) ۰/۰۲
۳) ۰/۰۳
۴) ۰/۰۴

www.modaresansharif.ac.ir