مدرسان شریف

فصل اول

« مقدمه‌ای بر سینماتیک ــ مفاهیم اساسی »

یکی از شاخه‌های علم مهندسی مکانیک مطالعه درباره ماشین‌ها و مکانیزم‌های مختلف است. در این شاخه ضمن آشنایی با ماشین‌ها و مکانیزم‌ها به طراحی آن‌ها پرداخته می‌شود. طراحی در این درس مفهوم متفاوتی با طراحی در درس مقاومت مصالح یا طراحی اجزا دارد چرا که قابلیت‌های حرکتی نقش ویژه‌ای در طراحی ماشین یا مکانیزم خواهند داشت. بنابراین شناخت سینماتیک ماشین و مکانیزم‌ها از جمله سرعت‌شناسی و شتاب‌شناسی کمک شایانی به تحلیل مسائل مربوطه خواهد نمود.

در این بخش در ابتدا تعاریف و مفاهیم اولیه دینامیک ماشین به اختصار ارائه می‌شود.

به طور کلی دینامیک به دو بخش اساسی سینماتیک و سینتیک تقسیم شده که هدف از مطالعه هریک به شرح ذیل است:

سینماتیک: در سینماتیک هدف حرکت‌شناسی بدون در نظر گرفتن عامل حرکت است. به بیان دیگر سینماتیک ماشین‌ها عبارت از مطالعه و تجزیه و تحلیل مربوط به حرکت نسبی اجزای ماشین‌ها می‌باشد. در این بخش تغییر مکان، سرعت و شتاب اجزای مختلف ماشین بررسی می‌شود.

سینتیک: در سینتیک نیروهای وارد بر اجزای ماشین نیز مورد بررسی قرار گرفته و حرکات ناشی از این نیروها ارزیابی می‌شود.

اولین دستگاه مختصاتی که در دینامیک مورد استفاده قرار گرفت دستگاه مختصات لخت اولیه یا دستگاه مختصات مطلق یا نجومی گالیله‌ای بوده که توسط گالیله ابداع شد. پس از آن نیوتن دستگاه مختصات لخت ثانویه یا دستگاه مختصات اینرسیال را که فاقد هرگونه چرخش بوده و مبدأ آن بدون شتاب انتقالی است، ابداع نمود.

در این حالت سرعت هر نقطه از جسم به صورت مقابل محاسبه می‌شود: $\vec{v}_{XYZ} = \vec{v}_{xyz} + \vec{v}_{\circ} + \vec{\omega} \times \vec{r}$

$\vec{v}_{XYZ}, \vec{v}_{xyz}$ به ترتیب سرعت مطلق و نسبی هر نقطه از جسم بوده و همچنین $\vec{v}_{\circ}$ سرعت خطی مطلق مبدا دستگاه مختصات واسطه (متحرک) می‌باشد. در دستگاه مختصات اینرسیال سرعت زاویه‌ای دستگاه $\vec{\omega}$ صفر می‌باشد بنابراین:

$$\vec{v}_{XYZ} = \vec{v}_{xyz} + \vec{v}_{\circ}$$

$$\vec{a}_{XYZ} = \vec{a}_{xyz} + \vec{a}_{\circ} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\alpha} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{xyz}$$

در دستگاه مختصات اینرسیال: $\vec{\omega} = \vec{\alpha} = \circ \ , \ \vec{a}_{\circ} = \circ \Rightarrow \vec{a}_{XYZ} = \vec{a}_{xyz}$ (مبدأ دستگاه مختصات شتاب انتقالی ندارد)

در دستگاه مختصات اینرسیال (دستگاه مختصات نیوتنی) قانون دوم نیوتن را می‌توان به شکل مقابل نوشت: $\vec{F} = m\vec{a}_{XYZ} = m\vec{a}_{xyz}$

ذره مادی: ذره مادی از نظر هندسی یک نقطه بوده که حجم آن بی‌نهایت کوچک است و دارای جرم نیز می‌باشد. در دینامیک اجسام، آن دسته از مسائلی را که ابعاد جسم در نوع حرکت آن نقشی ندارد می‌توان ذره در نظر گرفت.

جسم صلب: جسم صلب به مجموعه‌ای از ذرات جرم‌دار گفته می‌شود که تحت نیروهای وارده فاصله بین ذرات آن تغییری نمی‌کند. چنین جسمی هیچ‌گاه تغییر شکل نخواهد داد.

دیاگرام سینماتیکی: در مطالعه و بررسی حرکت اجزای تشکیل دهنده یک ماشین از دیاگرامی استفاده می‌شود که به آن دیاگرام سینماتیکی گفته می‌شود. در این دیاگرام اجزای ماشین به گونه‌ای رسم می‌شوند که در رسم آنها از اندازه‌هایی استفاده می‌گردد که در حرکت اجزا مؤثر می‌باشند.

ماشین: ماشین به مجموعه‌ای از قطعات مرتبط به هم گفته می‌شود که کمیت‌های سینتیکی را از یک یا چند ورودی به یک یا چند خروجی منتقل می‌کند. کمیت‌های سینتیکی شامل نیرو، گشتاور، توان، انرژی و ... می‌باشد.

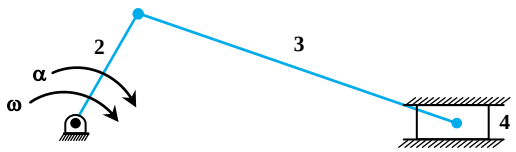
مکانیزم: در مکانیزم مجموعه قطعات مرتبط به هم کمیت‌های سینماتیکی (مانند سرعت، شتاب، ...) را از یک یا چند ورودی به یک یا چند خروجی منتقل می‌کند. با در نظر گرفتن تعاریف فوق می‌توان گفت که ماشین مکانیزمی است که برای انتقال نیرو یا گشتاور مورد استفاده قرار می‌گیرد.

سازه: به مجموعه‌ای از قطعات مرتبط به هم که تشکیل یک جسم صلب می‌دهد، سازه گفته می‌شود.
لازم به ذکر است که تمامی ماشین‌ها مکانیزم هستند ولی تمامی مکانیزم‌ها ماشین نمی‌باشند.

جفت شدن: دو قطعه‌ای که مماس بر یکدیگر بوده و بین آنها حرکت نسبی وجود دارد تشکیل یک جفت می‌دهند. هرگاه اتصال یا تماس از طریق دو سطح صورت بپذیرد، اتصال یک درجه آزادی بوده و به اتصال سطحی موسوم و هرگاه تماس دو قطعه در یک نقطه و یا درامتداد یک خط باشد، اتصال دو درجه آزادی و اصطلاحاً اتصال خطی و یا نقطه‌ای می‌نامند.

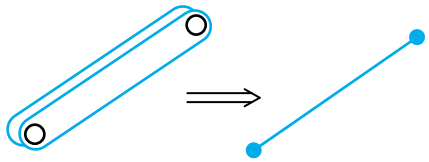
بند (لینک): مجموعه‌ای از قطعات که با هم حرکت کرده و می‌توان آنها را به عنوان یک جسم صلب واحد در نظر گرفت بند گفته می‌شود. به بندی که کمیت‌های مکانیکی وارد آن می‌شود بند ورودی و بندی که کمیت‌های مکانیکی از آن خارج می‌شود بند خروجی می‌گویند.

در شماره‌گذاری بندها، زمین نیز یک بند در نظر گرفته شده که به آن بند ثابت یا بند پایه گفته می‌شود. شکل (۱)، یک مکانیزم چهار میله‌ای لغزنده ـ لنگ را نمایش داده است. این مکانیزم شامل ۴ بند بوده که بند شماره ۲ بند ورودی و بند شماره ۴ بند خروجی می‌باشد. همچنین بند شماره ۱ که یک بند ثابت بوده، زمین در نظر گرفته شده است.



« شکل ۱. مکانیزم چهار میله‌ای لغزنده ـ لنگ »

بند ساده: بند ساده به بندی گفته می‌شود که تنها با دو بند مجاورش در تماس باشد، به این بند بند دوتایی نیز گفته می‌شود. در شکل (۲)، یک میله ساده نمایش داده شده که یک بند دوتایی یا بند ساده است.


« شکل ۲. بند ساده (بند دوتایی) »

بند مرکب: اگر بندی با بیش از دو بند مجاورش در تماس باشد بند مرکب نامیده می‌شود. از انواع بندهای مرکب می‌توان به بندهای سه‌تایی یا چهارتایی اشاره نمود. (شکل ۳)

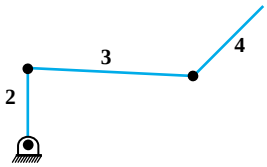
« شکل ۳. بند مرکب سه میله‌ای یا چهار میله‌ای »

زنجیره سینماتیکی: مجموعه‌ای از بندها که توسط تعدادی جفت به هم متصل باشند تشکیل یک زنجیره سینماتیکی می‌دهند. اگر اتصال‌ها به گونه‌ای به هم وصل شده باشند که هیچ حرکتی ممکن نباشد یک زنجیره سینماتیکی قفل شده (سازه) حاصل می‌شود.

زنجیره سینماتیکی ساده: اگر تمامی بندها در زنجیره سینماتیکی بند ساده یا (بند دوتایی) باشند به آن زنجیره سینماتیکی ساده می‌گویند در غیر این صورت زنجیره سینماتیکی، مرکب است .

زنجیره سینماتیکی مقید: اگر در یک زنجیره سینماتیکی با مشخص شدن موقعیت یک بند موقعیت بندهای دیگر نیز تعیین گردد، به آن زنجیره سینماتیکی مقید گفته می‌شود. این تعریف را می‌توان به صورت دیگری نیز بیان نمود؛ هرگاه اتصال بندها به یکدیگر به گونه‌ای باشد که بدون توجه به تعداد دوره‌ای که پیموده شده حرکت نسبی بین اتصال‌ها یکسان باقی بماند، یک زنجیره مقید حاصل می‌شود. مکانیزم چهار میله‌ای شکل (۱) یک زنجیره سینماتیکی مقید است. زیرا با تعیین موقعیت بند ۲ موقعیت بندهای دیگر نیز به طور کامل تعیین می‌شود.

زنجیره سینماتیکی باز: اگر در زنجیره سینماتیکی حداقل یک بند وجود داشته باشد که فقط با یک بند مجاور در تماس باشد به آن زنجیره سینماتیکی باز گفته می‌شود. در شکل (۴) یک زنجیره سینماتیکی باز ترسیم شده زیرا بند ۴ تنها با بند ۳ در تماس است.



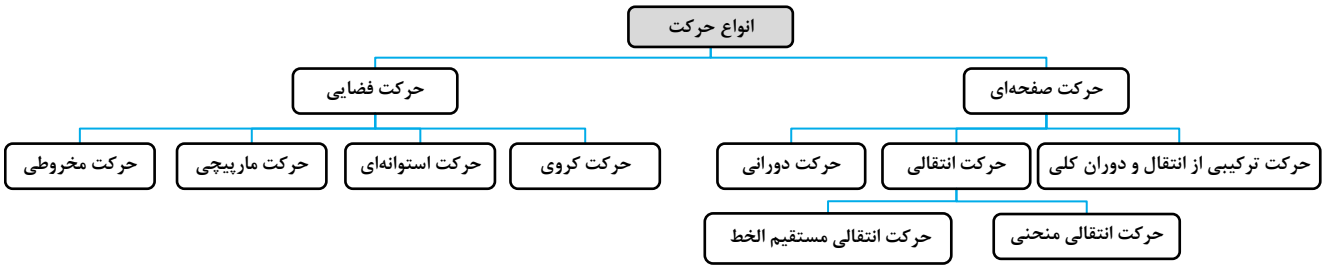
« شکل ۴. زنجیره سینماتیکی باز »

اما در یک زنجیره سینماتیکی بسته، بندها به گونه‌ای به هم متصل شده‌اند که یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهند. در شکل فوق اگر بند ۴ به بند ثابت ۱ متصل شود یک زنجیره سینماتیکی بسته ایجاد می‌شود.

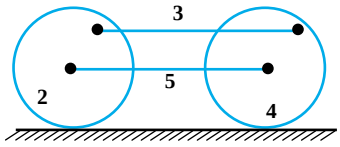
با تعاریف فوق می‌توان به این نتیجه رسید که مکانیزم یک درجه آزادی یک زنجیره سینماتیکی بسته مقید می‌باشد. اگر زنجیره سینماتیکی بسته مقید نباشد مکانیزم دارای درجات آزادی بالاتری است.

انواع حرکت‌ها: یک جسم صلب می‌تواند انواع حرکت‌ها را در حالت صفحه‌ای و فضایی تجربه کند.

تقسیم‌بندی این حرکت‌ها به صورت ذیل می‌باشد:



در حرکت صفحه‌ای مسیر حرکت تمام ذرات جسم صلب در یک صفحه و یا در صفحات موازی با یکدیگر می‌باشد. در حرکت انتقالی مسیر حرکت تمامی ذرات با هم یکسان است، اگر مسیر حرکت ذرات به صورت مستقیم باشد حرکت انتقالی مستقیم الخط بوده و اگر مسیر حرکت ذرات به صورت یک منحنی مشابه باشد، حرکت جسم انتقالی منحنی‌الخط خواهد بود. در شکل (۵) مسیر حرکت میله (عضو) ۳ از مکانیزم چرخ‌های لوکوموتیو یک مسیر انتقالی منحنی‌الخط بوده در حالی‌که میله (عضو) ۵ دارای حرکت انتقالی مستقیم‌الخط است.



« شکل ۵. مکانیزم چرخهای لوکوموتیو »

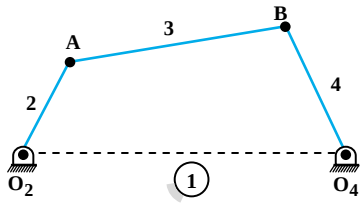
اگر هر یک از نقاط یک جسم صلب که دارای حرکت صفحه‌ای بوده و از یک محور ثابت (که عمود بر صفحه حرکت است) فاصله ثابتی داشته باشند، جسم صلب دارای حرکت دورانی است. در مکانیزم چهار میله‌ای لغزنده ـ لنگ (شکل ۱) عضو ۲ دارای حرکت دورانی بوده و عضو ۴ دارای حرکت انتقالی مستقیم‌الخط است. در بسیاری از حالت‌ها در حرکت صفحه‌ای یا فضایی، جسم صلب دارای ترکیبی از انتقال و دوران می‌باشد. به عنوان مثال در شکل (۵) اعضای ۲ و۴ که چرخ‌های لوکوموتیو هستند دارای حرکت ترکیبی چرخش و انتقال در صفحه می‌باشند.

هرگاه حرکت جسم به گونه‌ای باشد که تمام نقاط جسم در حین حرکت فاصله‌اش از یک نقطه ثابت در فضا (مرکز کره) ثابت باشد حرکت از نوع کروی است.

اگر فاصله ذرات یک جسم در حال حرکت از یک محور ثابت همیشه مقدار ثابت و مشخص باشد، حرکت از نوع استوانه‌ای است. همچنین در حرکت مارپیچ حرکت جسم صلب به گونه‌ای است که هر نقطه از جسم دارای حرکت دورانی حول یک محور ثابت بوده و در همان لحظه دارای حرکت انتقالی به موازات همان محور می‌باشد. حرکت مهره به دور یک پیچ در حال باز یا بسته شدن نمونه‌ای از حرکت مارپیچی است.

دوره، دوره تناوب و فاز حرکت: یک مکانیزم موقعی یک دوره و یا سیکل خود را کامل می‌کند که با حرکت و گذشتن از تمامی مواضع ممکن خود مجدداً به حالت و وضعیت اولیه‌اش برگردد. مدت زمان لازم برای تکمیل یک دوره و یا سیکل را دوره تناوب گفته و موقعیت‌های نسبی اعضای یک مکانیزم در هر لحظه از دوره تناوب را یک فاز می‌گویند.

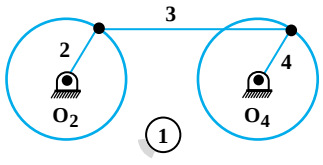
مکانیزم چهار میله‌ای: یکی از متداول‌ترین مکانیزم‌ها، مکانیزم چهار میله‌ای است که در شکل (۷) نمایش داده شده است. در این مکانیزم میله ۱ ثابت بوده و میله‌های ۲ و ۴ به ترتیب لنگ‌های ورودی و خروجی را نشان داده و میله ۳ عضو رابط است.



« شکل ۶. مکانیزم چهارمیله‌ای »

اگر در مکانیزم چهار میله‌ای طول بلندترین و کوتاهترین عضو به ترتیب با S, L و طول دو عضو دیگر با Q, P نمایش داده شود آنگاه در صورت برقراری رابطه $L+S \le P+Q$ ، حداقل عضو ورودی می‌تواند چرخش کامل داشته باشد اما در مقابل عضو خروجی دارای سرعت متغیر بوده و حول نقطه O_4 حرکت دورانی نوسانی دارد. اما اگر رابطه فوق برقرار نباشد هیچ یک از اعضای ورودی یا خروجی نمی‌توانند چرخش کامل داشته باشند. به شرط فوق شرط گراشهف گفته می‌شود.

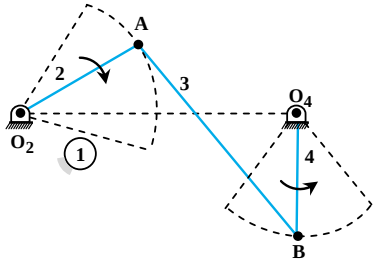
در مکانیزم چهار میله‌ای فوق اگر طول میله‌های ۲ و ۴ مساوی بوده و همچنین این دو میله موازی باشند، یک مکانیزم چهارمیله‌ای با لنگ‌های موازی ایجاد شده که این لنگ‌ها همواره دارای سرعت زاویه‌ای یکسان می‌باشند. این مکانیزم را می‌توان در چرخ‌های لوکوموتیو همانند شکل (۸) مشاهده نمود. در این مکانیزم عضو ۳ حرکت انتقالی منحنی‌الخط خواهد داشت.



« شکل ۷. مکانیزم چهار میله‌ای با لنگهای موازی »

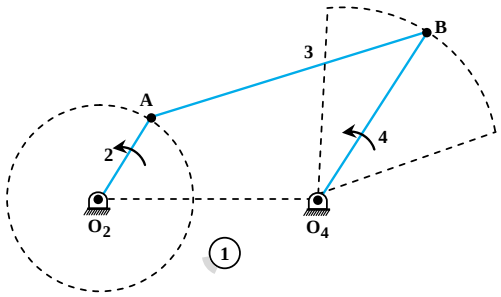
در شکل فوق هرگاه امتداد لنگ ۴ با میله رابط ۳ یکی شود، مکانیزم در یک وضعیت نامقید قرار می‌گیرد که به آن نقطه مرگ گفته می‌شود. در اکثر مکانیزم‌ها ممکن است این اتفاق بیفتد که به دلیل اینرسی اولیه سیستم این نقطه طی می‌شود.

حالت دیگری از این مکانیزم وجود دارد که طول لنگ‌ها مساوی بوده اما دارای امتدادهای غیرموازی می‌باشند. این حالت در مواقعی رخ می‌دهد که طول میله رابط ۳ برابر طول خط المرکزین O_2O_4 باشد. با گردش ساعتگرد و سرعت زاویه‌ای ثابت لنگ ۲، لنگ ۳ گردش پادساعتگرد و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت خواهد داشت. شکل (۹) این مکانیزم را نشان می‌دهد.



« شکل ۸. مکانیزم چهار میله‌ای با لنگ‌های ناموازی »

در مکانیزم چهار میله‌ای هرگاه شرایط ذیل برقرار باشد مکانیزم به حالت لنگ ـ آونگ تبدیل می‌شود. در چنین حالتی با گردش کامل لنگ ۲، لنگ ۴ حول نقطه O_4 حرکت دورانی نوسانی انجام می‌دهد. بنابراین از این مکانیزم می‌توان برای تبدیل حرکت دورانی به حرکت نوسانی آونگ مانند استفاده نمود.



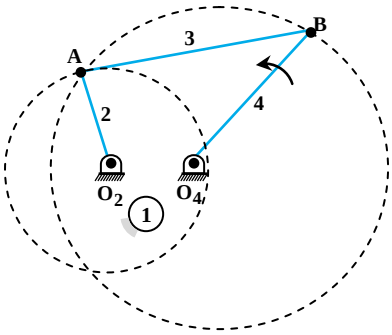
« شکل ۹. مکانیزم چهار میله‌ای لنگ ـ آونگ »

$$O_2A + AB + O_4B > O_2O_4$$
$$AB - O_2A - O_4B < O_2O_4$$
$$O_2A + AB - O_4B < O_2O_4$$
$$AB - O_2A + O_4B > O_2O_4$$

در شکل فوق هریک از لنگ‌های ۲ یا ۴ می‌توانند به عنوان لنگ محرک به کار برده شوند، اما اگر لنگ ۲ لنگ محرک باشد مکانیزم مدام به کار خود ادامه می‌دهد. در غیر این صورت اگر لنگ ۴ محرک باشد ممکن است مکانیزم در نقاط مرگ دچار توقف شود. برای جلوگیری از این پدیده باید مکانیزم را به وسایل کمکی مانند چرخ لنگر مجهز نمود. پدیده نقطه مرگ مربوط به زمانی است که خط عمل نیروی محرک میله رابط ۳ و لنگ ۲ در یک امتداد قرار گیرند.

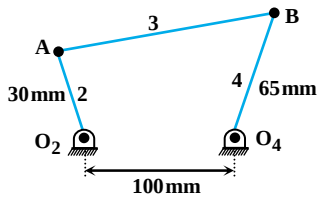
از دیگر حالت‌های مکانیزم چهار میله‌ای مکانیزم با لنگ‌های دورانی دوبل یا لنگ ـ لنگ است. در این حالت طول خط المرکزین O_2O_4 از طول لنگ‌ها و طول میله رابط کوچکتر است. با دوران کامل هر یک از لنگ‌ها، لنگ دیگر نیز دوران کامل خواهد داشت، تنها تفاوت در این است که اگر لنگ محرک دارای سرعت زاویه‌ای ثابت باشد لنگ متحرک دارای سرعت زاویه‌ای متغیر خواهد بود. در این مکانیزم نسبت طول میله‌ها به صورت ذیل خواهد بود.

$$AB > O_2O_4 + O_4B - O_2A$$
$$AB < O_4B - O_2O_4 + O_2A$$



« شکل ۱۰. مکانیزم چهار میله‌ای لنگ ـ لنگ »

مثال۱: در شکل ذیل لنگ (۲) به طور مدام چرخیده و همراه آن عضو (۴) نوسان می‌کند. حداکثر و حداقل مقدار طول عضو (۳) را که می‌توان مـورد استفاده قرار داد به گونه‌ای که مکانیزم از نوع لنگ ـ آونگ باقی بماند برابر کدام یک از گزینه‌ها است؟



۱) $۶۵mm > AB > ۵mm$

۲) $AB < ۱۳۵mm$

۳) $AB > ۵mm$

۴) $۶۵mm < AB < ۱۳۵mm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» همان‌طور که در متن درس به آن اشاره شده است در مکانیزم چهار میله‌ای برای آنکه مکانیزم به حالت لنگ ـ آونگ تبـدیل شـود باید شرایط ذیل را همزمان داشته باشد.

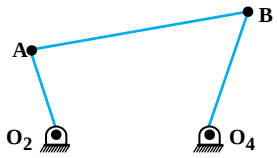
$$\begin{cases} O_۲A + AB + O_۴B > O_۲O_۴ \\ AB - O_۲A - O_۴B < O_۲O_۴ \\ O_۲A + AB - O_۴B < O_۲O_۴ \\ AB - O_۲A + O_۴B > O_۲O_۴ \end{cases}$$

از روابط فوق می‌توان حدود مجاز رابط AB را بدست آورد:

$$\begin{cases} AB > O_۲O_۴ - O_۲A - O_۴B \\ AB < O_۲O_۴ + O_۲A + O_۴B \\ AB < O_۲O_۴ - O_۲A + O_۴B \\ AB > O_۲O_۴ + O_۲A - O_۴B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB > ۱۰۰ - ۳۰ - ۶۵ \Rightarrow AB > ۵ \\ AB < ۱۰۰ + ۳۰ + ۶۵ \Rightarrow AB < ۱۹۵ \\ AB < ۱۰۰ - ۳۰ + ۶۵ \Rightarrow AB < ۱۳۵ \\ AB > ۱۰۰ + ۳۰ - ۶۵ \Rightarrow AB > ۶۵ \end{cases}$$

با در نظر گرفتن روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت که گزینه (۴) صحیح است.

مثال۲: در مکانیزم‌های چهارمیله‌ای بالنگ‌های دورانی دوبل یا لنگ ـ لنگ طول خط المرکزین $O_۲O_۴$ دارای چه شرایطی است؟



۱) از طول لنگ $O_۲A$ کوچکتر است.

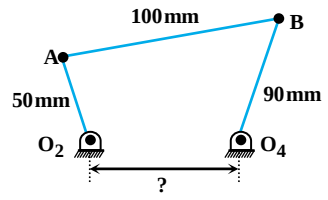
۲) از طول لنگ $O_۴B$ کوچکتر است.

۳) از طول میله رابط AB کوچکتر است.

۴) هر سه گزینه صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** صحیح است. در مکانیزم‌های چهارمیله‌ای لنگ ـ لنگ یا لنگ دورانی دوبل، باید طول خط المرکزین $O_۲O_۴$ از طول لنگ‌ها و میله رابط کوچکتر باشد. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

مثال۳: درمکانیزم چهارمیله‌ای لنگ ـ لنگ شکل ذیل طول خط‌المرکزین در چه محدوده‌ای مجاز است؟



۱) $O_۲O_۴ < ۵۰mm$

۲) $O_۲O_۴ < ۶۰mm$

۳) $O_۲O_۴ < ۴۰mm$

۴) $O_۲O_۴ < ۹۰mm$

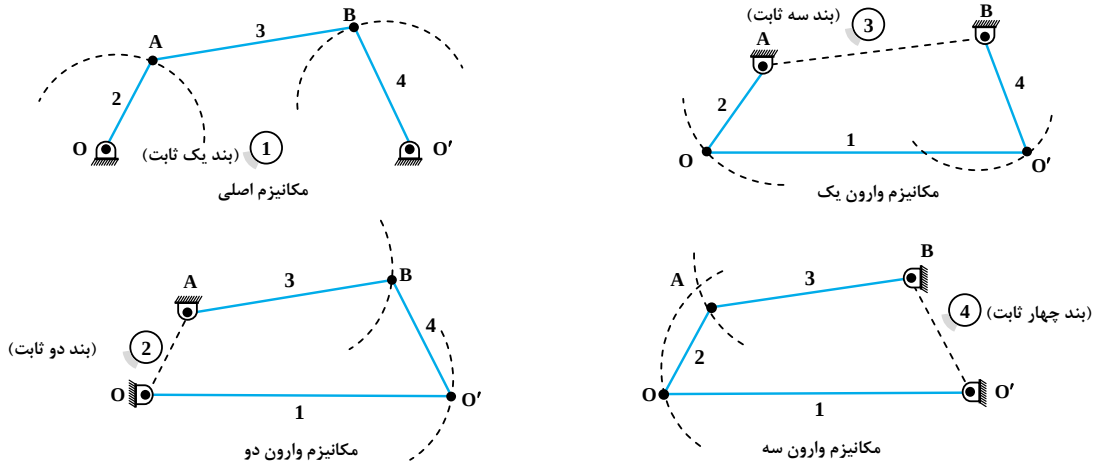
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در مکانیزم چهارمیله‌ای لنگ ـ لنگ باید نسبت طول میله‌ها به صورت ذیل باشد:

$$\begin{cases} AB > O_۲O_۴ + O_۴B - O_۲A \\ AB < O_۴B - O_۲O_۴ + O_۲A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O_۲O_۴ < AB - O_۴B + O_۲A \\ O_۲O_۴ < O_۴B + O_۲A - AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O_۲O_۴ < ۱۰۰ - ۹۰ + ۵۰ \Rightarrow O_۲O_۴ < ۶۰mm \\ O_۲O_۴ < ۹۰ + ۵۰ - ۱۰۰ \Rightarrow O_۲O_۴ < ۴۰mm \end{cases}$$

با توجه به نتایج فوق طول خط‌المرکزین باید کوچکتر از $۴۰mm$ باشد تا هر دو معیار فـوق ارضـا شـود. از طرفـی طـول خـط‌المرکـزین در مکـانیزم‌هـای چهارمیله‌ای لنگ ـ لنگ باید کوچکتر از لنگ‌ها و میله رابط باشد. بنابراین اگر طول خط‌المرکزین کوچکتر از $۴۰mm$ در نظر گرفتـه شـود تمـامی شـروط حاکم بر این مکانیزم را تأمین می‌کند.

مکانیزم وارون: اگر در یک مکانیزم به عضوی که در ابتدا ثابت بوده اجازه حرکت داده شود و عضو دیگری را که نسبت به آن عضو ثابت، دارای حرکت بوده، ثابت فرض شود، به آن مکانیزم وارون گفته می‌شود. نکته حائز اهمیت این است که در وارون یک مکانیزم، حرکت نسبی میله‌ها نسبت به هم تغییری نکرده اما حرکت مطلق آنها (نسبت به زمین) تغییر می‌کند.

به عنوان مثال در مکانیزم چهار میله‌ای شکل ذیل با تغییر عضو ثابت می‌توان مکانیزم‌های وارون را تعیین نمود.



« *شکل ۱۱* . وارون‌های یک مکانیزم چهار میله‌ای »

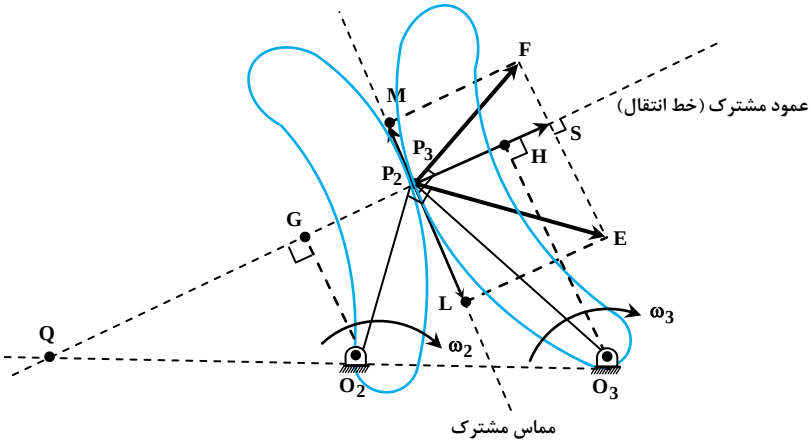
انتقال حرکت : انتقال حرکت در مکانیزم‌ها از یک عضو به عضوی دیگر می‌تواند توسط سه روش ذیل صورت پذیرد:

الف ـ تماس مستقیم بین دو عضو مانند تماس بین بادامک و پیرو یا تماس بین دو چرخ‌دنده

ب ـ انتقال حرکت توسط یک اتصال میانی مانند انتقال حرکت از پیستون به میل لنگ توسط شاتون

ج ـ انتقال حرکت به وسیله یک متصل‌کننده انعطاف‌پذیر مانند یک تسمه یا زنجیر

در حالت (ب) حرکت میل لنگ توسط نیرویی است که از طرف میله رابط (شاتون) به آن وارد می‌شود، بنابراین می‌توان خط انتقال نیرو را در راستای میله رابط (شاتون) در نظر گرفت، همچنین در حالت (ج) حرکت از محرک به پیرو توسط تسمه یا زنجیر صورت می‌گیرد و خط انتقال در راستای تسمه می‌باشد. اما در حالت (الف) که تماس از نوع مستقیم می‌باشد انتقال حرکت در صورتی امکان‌پذیر است که محرک در امتداد قائم مشترک دو سطح تماس (نقطه P) دارای حرکت باشد. در این حالت خط انتقال همان خط قائم مشترک است. در شکل (۱۲) دو عضو ۲ و ۳ در نقطه P با یکدیگر در تماس می‌باشند. عضو ۲ محرک و عضو ۳ در نقطه P با یکدیگر در تماس می‌باشند، عضو ۲ محرک و عضو ۳ متحرک یا پیرو می‌باشد. امتداد عمود مشترک و خط المرکزین O_2O_3 یکدیگر را در نقطه Q قطع می‌کنند. امتداد عمود مشترک در این حالت را می‌توان همان خط انتقال در نظر گرفت.



« *شکل ۱۲* . انتقال حرکت از محرک به پیرو در تماس مشترک »

نقاط P_3, P_2 همان نقطه تماس P بوده که متعلق به دو عضو می‌باشند. بردار سرعت نقطه P_2 برابر P_2E بوده که بر شعاع دوران O_2P_2 عمود می‌باشد. به همین ترتیب بردار سرعت نقطه P_3 برابر P_3F بوده که بر شعاع دوران O_3P_3 عمود می‌باشد. مؤلفه‌های سرعت P_3F, P_2E در امتداد قائم مشترک باید برابر باشد. چرا که اگر مؤلفه سرعت P_3F بر امتداد عمود مشترک بزرگتر از مؤلفه سرعت P_2E بر امتداد عمود مشترک باشد دو عضو از یکدیگر جدا می‌شوند و بر عکس آن نیز باعث می‌شود عضو ۲ در عضو ۳ فرو رود که این خلاف فرض صلب بودن دو عضو است. بنابراین مؤلفه این دو سرعت بر امتداد عمود مشترک برابر و مساوی P_2S یا P_3S می‌باشد.

از طرفی با در اختیار داشتن مؤلفه P_2S کافی است یک امتداد عمود بر قائم مشترک رسم نموده تا امتداد عمود بر O_3P_3 را در نقطه F قطع کند در این صورت سرعت نقطهٔ تماس P_3 متعلق به عضو ۳ به دست می‌آید .

اکنون سرعت زاویه‌ای عضوهای ۲ و ۳ به ترتیب ذیل تعیین می‌شوند:

$$\left.\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{v_{P2}}{R_2} = \frac{P_2E}{O_2P_2}\\ \omega_3 &= \frac{v_{P3}}{R_3} = \frac{P_3F}{O_3P_3}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{P_2E}{O_2P_2} \times \frac{O_3P_3}{P_3F} \qquad (1)$$

$$\widehat{GO_2P_2} = \widehat{SP_2E} \Rightarrow G\overset{\Delta}{O_2}P_2 \sim S\overset{\Delta}{P_2}E \Rightarrow \frac{P_2E}{O_2P_2} = \frac{P_2S}{O_2G} \qquad (2)$$

$$\widehat{HO_3P_3} = \widehat{SP_3F} \Rightarrow H\overset{\Delta}{O_3}P_3 \sim S\overset{\Delta}{P_3}F \Rightarrow \frac{P_3F}{O_3P_3} = \frac{P_3S}{O_3H} \qquad (3)$$

از تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۳) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{P_2E}{O_2P_2} \times \frac{O_3P_3}{P_3F} = \frac{P_2S}{O_2G} \times \frac{O_3H}{P_3S} = \frac{O_3H}{O_2G} \qquad (4)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{O_3H}{O_2G} \qquad (5)$$

اما مثلث‌های O_3HQ, O_2GQ متشابه می‌باشند بنابراین می‌توان برای آنها به صورت ذیل نسبت تشابه نوشت:

$$\frac{O_3H}{O_2G} = \frac{O_3Q}{O_2Q} \qquad (6)$$

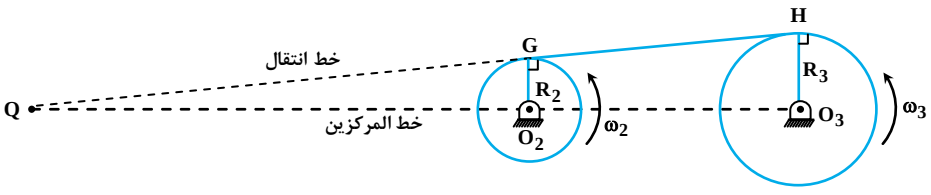
از رابطه فوق می‌توان نتیجه گرفت که نسبت سرعت زاویه‌ای محرک به سرعت زاویه‌ای پیرو با عمودهای رسم شده از مرکز دوران آنها به خط انتقال نسبت عکس دارد.

از مقایسه روابط (۵) و (۶) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{O_3Q}{O_2Q}} \qquad (7)$$

رابطه فوق بیانگر آن است که نسبت سرعت زاویه‌ای محرک به سرعت زاویه‌ای پیرو با فاصله مراکز دوران آنها تا محل برخورد خط انتقال و خط المرکزین نسبت معکوس دارد.

برای حالت خاص که انتقال حرکت از محرک به پیرو توسط تسمه مطابق شکل ذیل صورت می‌پذیرد، عمودهای O_3H, O_2G به ترتیب با شعاع‌های چرخ تسمه‌ها برابر بوده و بنابراین نسبت سرعت زاویه‌ای دو چرخ تسمه با شعاع‌های دو چرخ تسمه نسبت معکوس دارد (شکل ۱۳).



« شکل ۱۳ . انتقال حرکت از محرک به پیرو توسط تسمه »

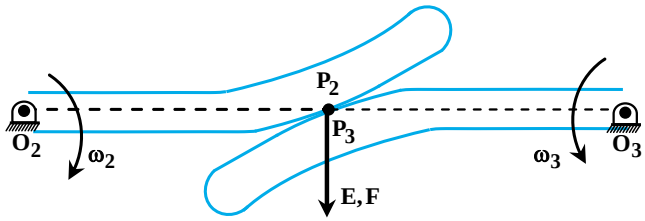
$$\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{R_3}{R_2}=\frac{O_3Q}{O_2Q} \qquad (۸)$$

تذکر۱: برای آنکه نسبت سرعت زاویه‌ای در رابطه (۷) مساوی مقدار ثابتی باشد باید خط انتقال، خط المرکزین را در نقطه ثابتی قطع کند. در مکانیزم چهار میله‌ای برای ثابت بودن نسبت سرعت زاویه‌ای، طول لنگ‌ها باید برابر بوده همچنین طول میله رابط نیز مساوی فاصله خط المرکزین باشد.

تذکر۲: برای آنکه بین دو عضو شکل (۱۲) در هنگام تماس لغزش ایجاد شود باید مؤلفه‌های مماسی سرعت آن، در یک جهت و هم اندازه نباشند. همان طور که در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود، مؤلفه‌های مماسی سرعت در نقطه تماس P به ترتیب P_3M, P_2L هستند که در جهت مخالف هم می‌باشند بنابراین سرعت لغزشی بین دو عضو برابر تفاضل این دو مؤلفه است که برابر ML می‌باشد.

نکته۱: در مکانیزم‌های تماس مستقیم هرگاه نقطه تماس بر روی امتداد خط المرکزین واقع نشده باشد، لغزش ایجاد می‌شود.

تماس غلتشی: در یک مکانیزم با تماس مستقیم، غلتش خالص هنگامی ایجاد می‌شود که هیچ گونه لغزشی در نقطه تماس وجود نداشته و مولفه‌های مماسی سرعت از نظر مقدار و جهت یکسان باشند. برای داشتن تماس از نوع غلتشی در یک مکانیزم باید سرعت‌های مماس بر مسیر حرکت با یکدیگر مساوی و هم جهت باشند همچنین نقطه تماس بر روی خط المرکزین واقع شده باشد. این شرایط را می‌توان در شکل زیر مشاهده نمود.

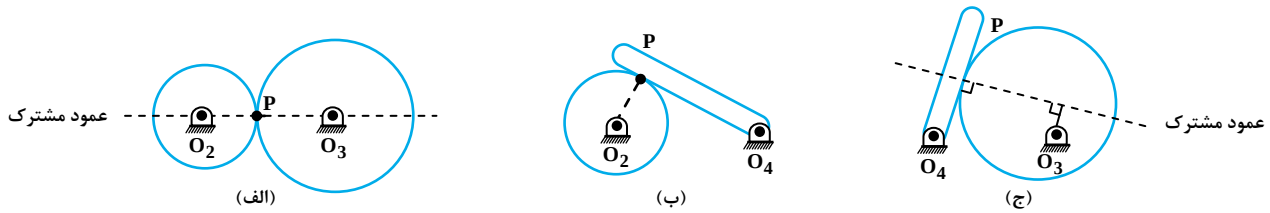


« شکل ۱۴ . تماس غلتشی بین دو عضو »

نسبت سرعت زاویه‌ای عضو محرک و عضو پیرو در شکل فوق با شعاع دوران نقطه تماس نسبت عکس دارد. (فاصله مرکز دوران تا محل قائم مشترک و خط المرکزین)

$$\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{O_3P_3}{O_2P_2} \qquad (۹)$$

رانش مثبت: در یک مکانیزمی که دارای تماس مستقیم است اگر حرکت محرک باعث حرکت پیرو (متحرک) شود اصطلاحاً گفته می‌شود که رانش مثبت در مکانیزم وجود دارد. برای ایجاد رانش مثبت در مکانیزم لازم است که عمود مشترک سطوح تماس از هیچ یک از مراکز دوران عبور نکند. به عنوان مثال در شکل‌های (الف) و (ب) شکل ۱۵ رانش مثبت وجود نداشته در حالی که در شکل (ج) رانش مثبت وجود دارد.



« شکل ۱۵ . مکانیزم همراه با تماس مستقیم با رانش مثبت در شکل (ج) و عدم رانش در شکل‌های (الف) و (ب) »

درجه آزادی: حداقل پارامترهای مستقل لازم برای توصیف یک حرکت **درجه آزادی** نامیده می‌شود. جسم صلب در صفحه دارای سه درجه آزادی بوده که دو درجه آن انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی می‌باشد، اما جسم در فضا دارای شش درجه آزادی است. از این شش درجه، سه درجه آزادی مربوط به حرکت انتقالی در جهات Z,y,X بوده و سه درجه آزادی آن دوران حول محورهای Z,y,X است.

اتصالات سینماتیکی: به اتصال بین دو یا چند عضو در یک مکانیزم اتصال سینماتیکی گفته می‌شود. اتصالات سینماتیکی انواع مختلف دارند و هرنوع آن تعداد مشخصی از درجات آزادی اعضای متصل به هم را مقید می‌کنند. اتصالات سینماتیکی (جفت سینماتیکی) معمولاً بر اساس تماس بین اجزا، تعداد درجه آزادی اتصال و یا تعداد عضوهای متصل به هم تقسیم بندی می‌شوند.

این تقسیم بندی را می‌توان در دو دسته ذیل بیان نمود:

۱ـ اتصالات مرتبه پایین

۲ـ اتصالات مرتبه بالا.

الف ـ اتصال یا جفت مرتبه پایین : هرگاه تماس بین دو عضو یک تماس سطحی باشد (تماس روی بیش از یک نقطه یا روی بیش از یک خط راست و یا روی یک منحنی بسته یا باز) اتصال و جفت را مرتبه پایین می‌نامند.

ب ـ اتصال یا جفت مرتبه بالا : هرگاه تماس بین دو عضو بر روی یک نقطه یا یک خط باشد، اتصال یا جفت را مرتبه بالا می‌گویند. اتصال و جفت‌های مرتبه پایین به شش دسته کلی ذیل تقسیم می‌شوند:

۱ـ جفت چرخشی یا دورانی Pin, Revolute, Hings, Turning Pair:

حرکت در این جفت از نوع چرخشی و درجه آزادی آن از نوع J_1 می‌باشد. متغیر مستقل در این حرکت $\Delta\theta$ است.

۲ـ جفت لغزشی یا منشوری (Slider – Prismatic Pair):

حرکت در این جفت از نوع انتقالی و درجه آزادی آن از نوع J_1 می‌باشد. همچنین متغیرهای مستقل در این حرکت Δx یا Δy است.

۳ـ جفت مارپیچی (Screw – Helical Pair):

حرکت در این جفت فضایی بوده و درجه آزادی آن از نوع J_1 می‌باشد و متغیرهای مستقل حرکت Δx یا $\Delta\theta$ است. زیرا که حرکت انتقالی مهره به حرکت دورانی پیچ وابسته است.

۴ـ جفت استوانه‌ای (Cylinderical Pair):

حرکت در این جفت فضایی بوده و درجه آزادی آن J_2 می‌باشد همچنین متغیرهای مستقل حرکت در آن Δx یا $\Delta\theta$ است.

۵ـ جفت کروی (Ball and socket – Spherical Pair):

حرکت در این جفت از نوع فضایی بوده و درجه آزادی آن از نوع J_3 می‌باشد. متغیرهای مستقل حرکت در آن $\Delta\theta$، $\Delta\phi$ و $\Delta\psi$ می‌باشند. این جفت، تنها اجازه دوران در جهات مختلف را به اعضامی‌دهد.

۶ـ جفت سطحی (Flat Pair – Plane Pair):

حرکت در این جفت از نوع صفحه‌ای بوده و درجه آزادی آن از نوع J_3 می‌باشد. متغیرهای مستقل حرکت در این جفت از نوع انتقالی و چرخشی بوده و با $\Delta\theta$، Δx و Δy نمایش داده می‌شود.

جفت‌های مرتبه بالا را نیز می‌توان به صورت ذیل طبقه بندی نمود:

ـ تماس غلتشی خالص (Pure Rolling contact (P.R.)):

در این نوع تماس، اصطکاک بین دو سطح به حدی است که مانع لغزش می‌شود بنابراین تنها متغیر مستقل حرکت $\Delta\theta$ بوده و درجه آزادی از نوع J_1 می‌باشد.

ـ تماس لغزشی خالص (Pure – Sliding contact (P.S.)):

متغیر مستقل در این حرکت Δx یا Δy بوده و درجه آزادی آن از نوع J_1 می‌باشد.

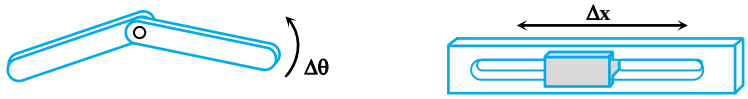
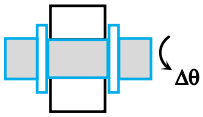
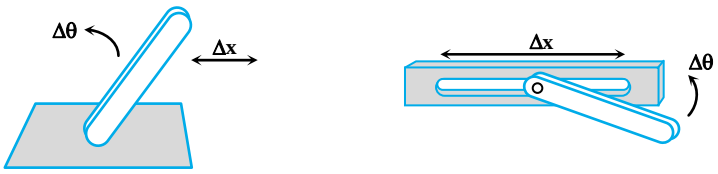
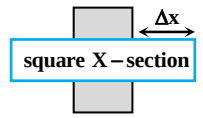
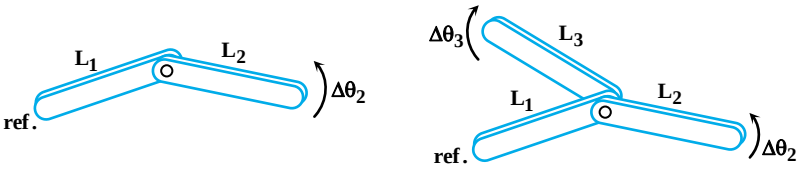
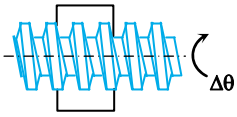
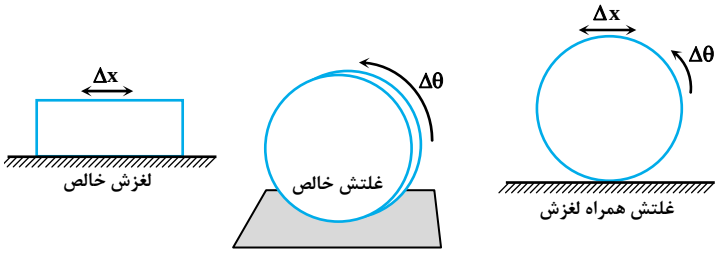
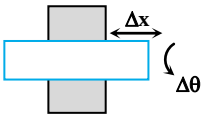
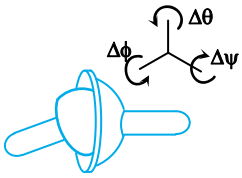
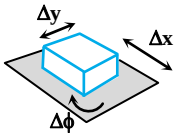
ـ تماس غلتشی همراه با لغزشی (Roll – Slide contact (R.S.)):

متغیرهای مستقل حرکت، $\Delta\theta$ و Δx بوده و درجه آزادی آن از نوع J_2 می‌باشد.

ـ جفت یا اتصال پوششی (warpping Pair):

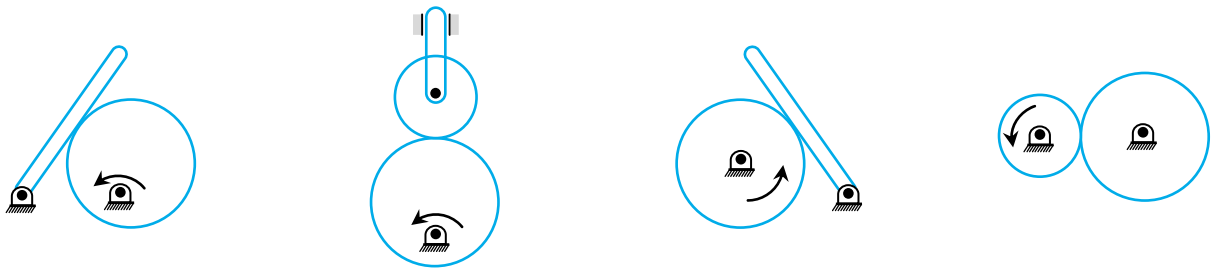
این جفت مانند اتصال زنجیر و چرخ زنجیر یا تسمه و چرخ تسمه است. درجه آزادی این نوع اتصال از نوع J_2 است.

در شکل ذیل انواع جفت‌های مرتبه پایین به همراه متغیرهای مستقل حرکت نمایش داده شده است. از طرفی چند نوع جفت مرتبه بالا که دارای تماس نقطه‌ای یا خطی است ترسیم شده است.

اتصالات مرتبه بالا	اتصالات مرتبه پایین
 اتصال لغزشی — اتصال مفصلی « اتصال یک درجه آزادی »	 جفت چرخشی ـ یک درجه آزادی
 « اتصال غلتشی ـ لغزشی ـ اتصال دو درجه آزادی »	 جفت لغزشی ـ یک درجه آزادی
 « تعداد درجات آزادی برابر تعداد اعضای متصل به هم منهای یک »	 جفت مارپیچی ـ یک درجه آزادی
 غلتش خالص یا لغزش خالص (یک درجه آزادی) ـ غلتش همراه با لغزش دو درجه آزادی	 جفت استوانه‌ای ـ دو درجه آزادی
	 جفت کروی ـ سه درجه آزادی
	 جفت سطحی ـ سه درجه آزادی شش جفت مرتبه پایین

« شکل ۱۶ »

مثال ۴: در کدام یک از مکانیزم‌های شکل ذیل رانش مثبت وجود دارد؟



(۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ: گزینه «۴» در یک مکانیزم با تماس مستقیم مانند اشکال فوق اگر حرکت بادامک باعث حرکت پیرو شود، آنگاه رانش مثبت وجود خواهد داشت. برای ایجاد رانش مثبت لازم است که عمود مشترک سطوح تماس از هیچ یک از مراکز دوران عبور نکند. بنابراین در بین گزینه‌ها تنها گزینه (۴) می‌تواند دارای رانش مثبت باشد.