سؤالات آزمون سراسری ۸۰

ریاضی

۱ـ دامنه تابع $f(x)=-\frac{2x}{\sqrt{|x|-x}}$، کدام است؟

۱) $IR=\circ$ ۲) $IR<\circ$ ۳) $IR>\circ$ ۴) $IR-\{\circ\}$

۲ـ دامنه تابع $f(x)=Ln(1-x)$ کدام است؟

۱) $(-\infty,-1)$ ۲) $(-\infty,1)$ ۳) $(-1,+\infty)$ ۴) $(1,+\infty)$

۳ـ در تابع $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x} & x\neq\circ\\ \circ & x=\circ\end{cases}$ ..... .f ,f

۱) در همه جا مشتق‌پذیر است.
۲) در صفر پیوسته نیست.
۳) در همه جا پیوسته است ولی در صفر مشتق‌پذیر نیست.
۴) در صفر مشتق‌پذیر و $f'(\circ)=1$ است.

۴ـ معکوس تابع $y=Ln(\frac{x+1}{x-1})$ کدام است؟

۱) $y=\frac{e^x+2}{e^x-2}$ ۲) $y=\frac{2e^x-1}{2e^x+1}$ ۳) $y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$ ۴) $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$

۵ـ شیب خط مماس بر منحنی $x^2+y^2+2x=C$ در نقطه $(\circ,1)$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) $+1$ ۴) $+2$

۶ـ تابع $f(x)=x^3-2x^2+x+1$ در $x=1$ کدام حالت را دارد؟

۱) ماکزیمم نسبی ۲) مشتق ۳) می‌نیمم نسبی ۴) نقطه عطف

۷ـ حد تابع $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x-2}$ وقتی $x\to\infty$، کدام است؟

۱) -4 ۲) صفر ۳) 2 ۴) $+\infty$

۸ـ حاصل $\lim\limits_{x\to(-2)}\frac{\sin(x^2+x-2)}{\tan(x^2+5x+6)}$ کدام است؟

۱) -3 ۲) صفر ۳) 1 ۴) $\frac{1}{5}$

۹ـ حاصل $Lim(\frac{x+2}{x+5})^{2x-3}$ کدام است؟

۱) e^{-6} ۲) e^{p-3} ۳) e^2 ۴) e^6

۱۰ـ مشتق $e^{\sin x}$ در $x=\circ$ ، کدام است؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) $\frac{1}{e}$ ۴) e

۱۱ـ اگر $f(2x)=6x+\sin(f(x))$ و $f(\circ)=\circ$ باشد، آنگاه $f'(\circ)$ کدام است؟

۱) -6 ۲) -3 ۳) 3 ۴) 6

۱۲ـ مشتق چهارم تابع $y=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+5x-1$ کدام است؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) 6 ۴) $4x^2+12x$

۱۳ـ حاصل $I=\int\sin^2 3x\,dx$ کدام است؟

۱) $2x-12\sin 6x+c$ ۲) $-\frac{1}{6}\sin 6x+c$ ۳) $-6\cos 3x\sin 3x+c$ ۴) $\frac{1}{2}x-\frac{1}{12}\sin 6x+c$

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ حاصل $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{\pi}{8}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۵ـ مقدار انتگرال $\int_{0}^{1} x\sqrt{1-x^2} dx$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۲

۱۶ـ حاصل انتگرال $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} xe^y dydx$ کدام است؟

۱) صفر ۲) e ۳) e - ۱ ۴) ۲(e-۱)

۱۷ـ حاصل انتگرال $\int_{0}^{2}\int_{\frac{3y}{2}}^{3} (x^2+2y^2)dxdy$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{20}{7}$ ۳) $\frac{39}{7}$ ۴) $\frac{35}{2}$

۱۸ـ حاصل انتگرال $\int_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{16}$ ۲) $\frac{\pi}{8}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۹ـ حاصل $\sin^{-1}(\cos\frac{\pi}{3})$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{6}$

۲۰ـ دیفرانسیل تابع $y = \tan^{-1} x$ به ازای $x = \sqrt{3}$ و $dx = 0/1$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{40}$ ۲) $-\frac{1}{30}$ ۳) $\frac{1}{30}$ ۴) $\frac{1}{40}$

۲۱ـ به ازای کدام مقدار m، دو بردار $\vec{A} = 2\vec{i} + m\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{B} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ بر هم عمودند؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) ۵

۲۲ـ وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

۲۳ـ برد تابع $g(x) = x^2 + 4x + 5$ کدام است؟

۱) R ۲) $(0, \infty)$ ۳) $[1, \infty)$ ۴) هیچکدام

۲۴ـ جواب نامعادله $\frac{x^2-3x-4}{x^2-2x+5} < 0$ کدام است؟

۱) $x < 6$ ۲) $x > -2$ ۳) $4 < x < 5$ ۴) $-1 < x < 4$

۲۵ـ بسط $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ مربوط به کدام تابع است؟

۱) $\sin x$ ۲) $\cos x$ ۳) $\tan x$ ۴) e^x

۲۶ـ در قضیه لاگرانژ عدد C برای تابع $f(x) = 3x^2 - 5$ روی بازهٔ $[-2, 0]$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) +۱ ۴) درقضیه لاگرانژ صدق‌نمی‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه آزمون سراسری ۸۰

ریاضی

۱ـ گزینه «۲» ملاحظه می‌گردد که به ازای اعداد منفی نامساوی برقرار است: $|x|-x>0 \Rightarrow |x|>x$

۲ـ گزینه «۲» $f(x)=\text{Ln}(1-x) \Rightarrow 1-x>0 \rightarrow x<1$

۳ـ گزینه «۱» تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases} x^n \sin^m \frac{1}{x} & , \quad x\neq 0 \\ 0 & , \quad x=0 \end{cases}$ به ازای تمام مقادیر m در صورتی که $n\geq 2$ باشد ، در تمام نقاط مشتق‌پذیر است.

۴ـ گزینه «۳» $y=\text{Ln}(\frac{x+1}{x-1}) \Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=e^y \Rightarrow x+1=xe^y-e^y \Rightarrow x(e^y-1)=1+e^y$

$x=\frac{1+e^y}{e^y-1} \xrightarrow{\text{نقش } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y=\frac{1+e^x}{e^x-1}$

۵ـ گزینه «۲» $y'_x=-\frac{f'_x}{f'_y}=-\frac{2x+2}{2y} \Rightarrow m=y'(0,1)=-1$

۶ـ گزینه «۳» $f(x)=x^3-2x^2+x+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-4x+1=0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}} x=\frac{1}{3} \ , \ x=1$

$f''(x)=6x-4 \Rightarrow f''(1)=6\times 1-4=2$

چون $f''(1)>0$ می‌باشد، لذا بنابر قضیه آزمون دوم مشتق نقطه $x=1$ طول نقطه می‌نیمم نسبی تابع است.

۷ـ گزینه «۴» $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-2x+5}{x-2}=\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x}=+\infty$

۸ـ گزینه «۱» $A=\lim_{x\to -2} \frac{\sin(x^2+x-2)}{\text{tg}(x^2+5x+6)}=\frac{\sin(0)}{\text{tg}(0)}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{استفاده از هم‌ارزی}}$

$A=\lim_{x\to -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} \xrightarrow{\text{Hop}} A=\lim_{x\to -2} \frac{2x+1}{2x+5}=\frac{2\times -2+1}{2\times -2+5}=\frac{-3}{1}=-3$

۹ـ گزینه «۱» $\lim_{x\to\infty} (\frac{x+2}{x+5})^{2x-3}=(1)^{\infty}=e^{\lim_{x\to\infty} (\frac{x+2}{x+5}-1)(2x-3)}=e^{\lim_{x\to\infty} (\frac{x+2-x-5}{x+5})(2x-3)}=e^{\lim_{x\to\infty} \frac{-6x+9}{x+5}}=e^{-6}$

۱۰ـ گزینه «۲» $y=e^u \Rightarrow y'=u'e^u \ , \ y=e^{\sin x} \Rightarrow y'=\cos x\, e^{\sin x} \Rightarrow y'(0)=e^0=1$

۱۱ـ گزینه «۴» $f(2x)=6x+\sin(f(x)) \xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}} 2f'(2x)=6+f'(x)\cos(f(x))$

$\Rightarrow 2f'(0)=6+f'(0)\cos(f(0)) \xrightarrow{f(0)=0} f'(0)=6$

۱۲ـ گزینه «۳» $y=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+5x-1$

بعد از چهار بار مشتق گرفتن جمله‌های دوم و بعد از آن همگی صفر خواهند شد، پس کافیست مشتق جمله اول را محاسبه کنیم:

$y'=\frac{4x^3}{4}=x^3 \Rightarrow y''=3x^2 \Rightarrow y^{(3)}=6x \Rightarrow y^{(4)}=6$

۱۳ـ گزینه «۴» $\int \sin^2 3x dx=\int (\frac{1-\cos 6x}{2})dx=\frac{1}{2}\int 1\times dx-\frac{1}{2}\int \cos 6x dx=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}(\frac{1}{6}\sin 6x)+c=\frac{x}{2}-\frac{1}{12}\sin 6x+c$

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ گزینه «۱»

$$\int_{\circ}^{\frac{\pi}{۲}} \frac{\cos x\,dx}{۱+\sin^{۲} x} \Rightarrow \sin x = u \Rightarrow \begin{vmatrix} \cos x\,dx = du \\ x=\circ \rightarrow u=\circ\ ,\ x=\frac{\pi}{۲} \rightarrow u=۱ \end{vmatrix}$$

$$\int_{\circ}^{۱} \frac{du}{۱+u^{۲}} = [\text{Arc tg}u]_{\circ}^{۱} = \text{Arc tg}(۱) - \text{Arc tg}(\circ) = \frac{\pi}{۴}$$

۱۵ـ گزینه «۲» مشتق زیر رادیکال $(۱-x^{۲})$ خارج رادیکال موجود می‌باشد لذا داریم :

$$۱-x^{۲}=u \Rightarrow -۲x\,dx = du \Rightarrow x\,dx = -\frac{du}{۲}\ ,\ \begin{vmatrix} x=\circ \rightarrow u=۱ \\ x=۱ \rightarrow u=\circ \end{vmatrix}\ ;\ \int_{\circ}^{۱} x\sqrt{۱-x^{۲}}\,dx = \frac{-۱}{۲}\int_{۱}^{\circ} \sqrt{u}\,du = \frac{۱}{۳}\int_{\circ}^{۱} \sqrt{u}\,du = \frac{۱}{۳}[u^{\frac{۳}{۲}}]_{\circ}^{۱} = \frac{۱}{۳}$$

۱۶ـ گزینه «۱»

$$I = \int_{-۱}^{۱}\int_{\circ}^{۱} xe^{y}\,dy\,dx = \int_{-۱}^{۱} [x e^{y}]_{\circ}^{۱}\,dx = \int_{-۱}^{۱} (e-۱)x\,dx = \left[\ (e-۱)\frac{x^{۲}}{۲}\ \right]_{-۱}^{۱} = \circ$$

۱۷ـ گزینه «۴»

$$\int_{\circ}^{۲}\int_{\frac{۳y}{۲}}^{۳} [(x^{۲}+۲y^{۲})dx]dy = \int_{\circ}^{۲} [\frac{x^{۳}}{۳}+۲xy^{۲}]_{\frac{۳y}{۲}}^{۳} dy = \int_{\circ}^{۲} [(۹+۶y^{۲}) - (\frac{۹y^{۳}}{۸}+۲\times\frac{۳y}{۲}\times y^{۲})]dy$$

$$= \int_{\circ}^{۲} [۹+۶y^{۲}-\frac{۹}{۸}y^{۳}-۳y^{۳}]dy = [۹y+۲y^{۳}-\frac{۹}{۳۲}y^{۴}-\frac{۳y^{۴}}{۴}]_{\circ}^{۲} = ۹\times۲+۲\times۲^{۳}-\frac{۹}{۳۲}\times۲^{۴}-\frac{۳\times۲^{۴}}{۴}$$

$$= ۳۴-\frac{۹}{۲}-۱۲ = \frac{۶۸-۹-۲۴}{۲} = \frac{۳۵}{۲}$$

۱۸ـ گزینه «۲»

$$\int_{۱}^{+\infty} \frac{dx}{x^{۲}+۲x+۵} = \int_{۱}^{+\infty} \frac{dx}{(x+۱)^{۲}+۲^{۲}} = [\frac{۱}{۲}\text{Arctg}(\frac{x+۱}{۲})]_{۱}^{\infty} = [\frac{۱}{۲}\lim_{b\to\infty}\text{Arctg}\frac{x+۱}{۲}]_{۱}^{b} = \frac{۱}{۲}\text{Arctg}\infty - \frac{۱}{۲}\text{Arctg}۱ = \frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۸} = \frac{\pi}{۸}$$

۱۹ـ گزینه «۴»

$$\text{Arc sin}(\cos\frac{\pi}{۳}) = \text{Arc sin}(\frac{۱}{۲}) = \frac{\pi}{۶}$$

۲۰ـ گزینه «۴»

$$y = \text{Arc tg}\,x \Rightarrow dy = \frac{۱}{۱+x^{۲}}dx \Rightarrow dy = \frac{۱}{۱+(\sqrt{۳})^{۲}}\times\frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۴۰}$$

۲۱ـ گزینه «۲»

$$(۲\times۴)+(m)(-۲)+۱(-۲)=\circ \Rightarrow \boxed{m=۳}$$

۲۲ـ گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱} = \frac{۱}{۵\times۱-۲\times۳}\begin{bmatrix} ۵ & -۲ \\ -۳ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ & ۲ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix}$$

۲۳ـ گزینه «۳» در این مثال $\begin{cases}\Delta=-۴ \\ a=۱\end{cases}$ و باتوجه به فرمول، برد تابع $\left[-\frac{-۴}{۴},\infty\right)$ یا $[۱,\infty)$ می‌باشد.

۲۴ـ گزینه «۴» توجه شود عبارت درجه دوم مخرج کسر به دلیل اینکه ضریب $x^{۲}$ مثبت و $\Delta<\circ$ است همواره عبارتی مثبت است، پس علامت کسر را صورت کسر تعیین می‌کند.

$$(x^{۲}-۳x-۴)<\circ \Rightarrow (x+۱)(x-۴)<\circ \Rightarrow -۱<x<۴$$

۲۵ـ گزینه «۴»

$$e^{x} = ۱+x+\frac{x^{۲}}{۲!}+\frac{x^{۳}}{۳!}+\ldots+\frac{x^{n}}{n!}$$

۲۶ـ گزینه «۱»

$$\begin{cases} f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(\circ)-f(-۲)}{\circ-(-۲)} = \frac{-۵-۷}{۲} = -۶ & (۱) \\ f(x)=۳x^{۲}-۵ \Rightarrow f'(x)=۶x \Rightarrow f'(c)=۶c & (۲) \end{cases} \xrightarrow{۲,۱} ۶c=-۶ \Rightarrow c=-۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

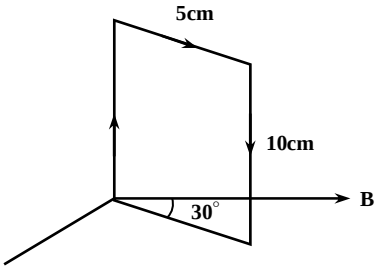
۳۴ـ شدت میدان الکتریکی در فاصله d از بار نقطه‌ای q برابر $۱۸\frac{N}{C}$ و در فاصله $(d+۰/۵)$ متر از آن برابر $۲\frac{N}{C}$ است. d چند متر است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

۳۵ـ حلقه‌ای به مساحت $۴cm^۲$ در یک میدان مغناطیسی متغیری قرار دارد. به دلیل تغییر میدان جریان القایی در این حلقه که مقاومت آن ۲۰ اهم است. به اندازه ۵ آمپر القا می‌شود. اگر حلقه عمود بر میدان باشد. تغییرات میدان نسبت به زمان چند تسلا بر ثانیه می‌شود؟

۱) $۱۲/۵\times۱۰^۴$ ۲) ۱۰۰ ۳) صفر ۴) ۲۵×۱۰^۴

۳۶ـ یک حلقه سیمی مستطیل شکل ۲۰ دوری به اضلاع ۱۰cm و ۵cm مطابق شکل مفروض است. این حلقه دارای جریان ۰/۱A است و از یک ضلع لولا شده است. اگر این حلقه با راستای میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۵T زاویه ۳۰ درجه بسازد. گشتاور نیروی وارد بر حلقه چند N.M است؟



۱) $۴/۳\times۱۰^{-۲}$

۲) $۴/۳\times۱۰^{-۳}$

۳) $۱۰^{-۳}$

۴) ۲×۱۰^{-۳}

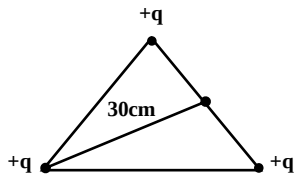
۳۷ـ رسانای A سیمی به قطر ۱mm و رسانای B یک لوله توخالی به قطر خارجی ۲mm و قطر داخلی ۱mm مفروض است. اگر هر دو رسانا از یک ماده ساخته شده و دارای طول مساوی باشند نسبت مقاومت اندازه‌گیری شده دو انتهای آنها $\frac{R_A}{R_B}$ چقدر خواهد شد ؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۳۸ـ پیچه مسطحی شامل ۱۰۰ حلقه که مساحت هر حلقه ۱۰۰سانتی‌متر مربع است. در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۲ میلی تسلا و عمود بر میدان قرار دارد. اگر در مدت ۰/۲ ثانیه میدان به صفر برسد نیروی محرکه القایی در پیچه چند ولت می‌شود ؟

۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۱ ۴) $۱۰^{-۵}$

۳۹ـ سه بار الکتریکی و نقطه‌ای مثبت ۱۰ میکروکولن در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول میانه ۳۰ سانتی‌متر قرار دارند. برآیند شدت میدان الکتریکی در وسط یکی از اضلاع چند $\frac{N}{C}$ است ؟ $(K = ۹\times۱۰^۹ N\frac{m^۲}{c^۲})$



۱) $۱۰^۶$ ۲) ۳×۱۰^۴

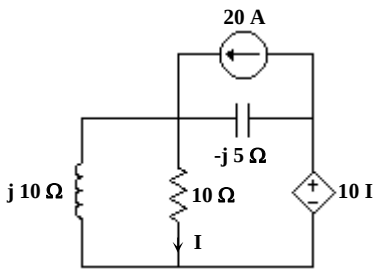
۳) ۳×۱۰^۶ ۴) $۱۰^۴$

۴۰ـ سیم لوله‌ای ۵۰۰ حلقه دارد. که در آن در مدت Δt ثانیه جریان از ۲A به ۲/۰۵A می‌رسد اگر در همین مدت شار مغناطیسی سیم لوله از ۳۰۰ میکرو وبر به ۳۲۵ میکرو وبر برسد. ضریب خودالقایی سیم لوله چند هانری است ؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

تحلیل مدارهای الکتریکی

۴۱ـ در شکل مقابل توان مصرفی چند کیلووات است؟



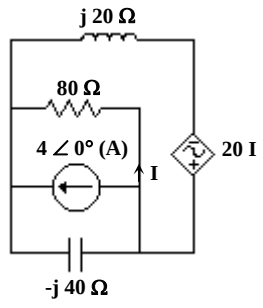
۱) ۵

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۴۲ـ در مدار شکل مقابل جریان I چند آمپر است؟



۱) ۱/۴۱

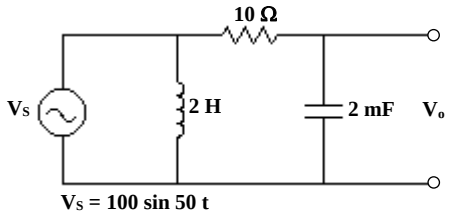
۲) ۲

۳) ۲/۸۲

۴) ۴

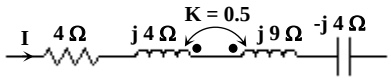
www.modaresanesharif.ac.ir

۴۳ـ در مدار شکل مقابل معادله زمانی V_o کدام است؟



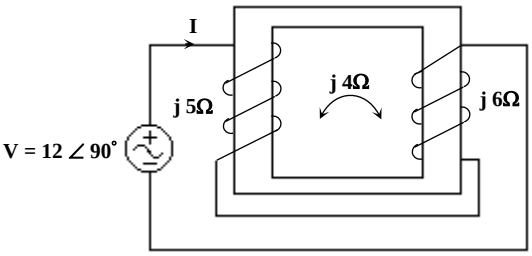
۱) $۵\circ\sin(۵\circ t-\frac{\pi}{۴})$
۲) $۵\circ\sqrt{۲}\sin(۵\circ t-\frac{\pi}{۴})$
۳) $۵\circ\sqrt{۲}\sin(۵\circ t+\frac{\pi}{۴})$
۴) $۵\circ\sin(۵\circ t+\frac{\pi}{۲})$

۴۴ـ امپدانس مدار شکل مقابل چند اهم است؟



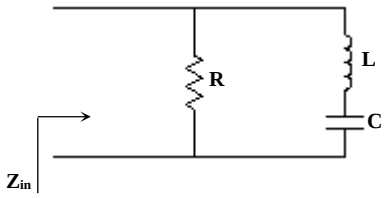
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۵/۲
۴) ۱۹

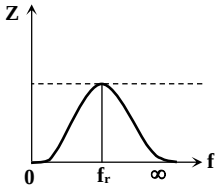
۴۵ـ در مدار مقابل جریان I چند آمپر است؟

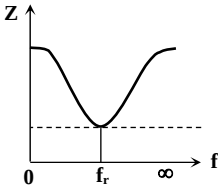


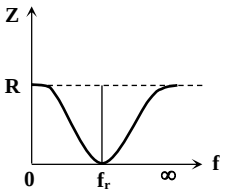
۱) ۴
۲) ۰/۸
۳) ۴/۸
۴) ۶

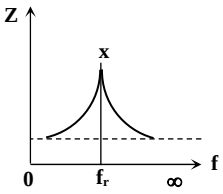
۴۶ـ نمودار تغییرات امپدانس ورودی مدار شکل مقابل در اثر تغییرات فرکانس مدار کدام است؟



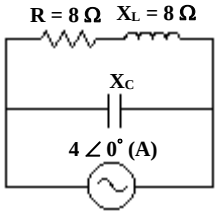
۱)


۲)


۳)


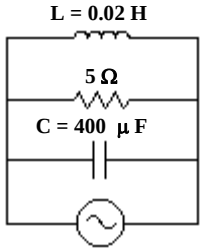
۴)


۴۷ـ ضریب کیفیت مدار روبرو برابر ۲ است اندازه X_C چند اهم است؟



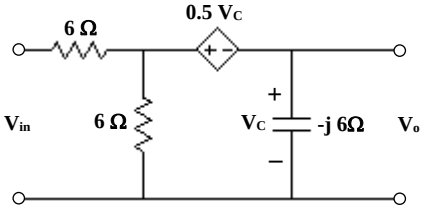
۱) ۲۴
۲) ۱۶
۳) ۸
۴) $\frac{۱۶}{۳}$

۴۸ـ در چه فرکانس زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه ضریب توان مدار برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ می‌شود؟



۱) ۲۵۰ یا ۵۰۰
۲) ۱۸۳ یا ۶۸۳
۳) ۱۸۳
۴) ۲۵۰

۴۹ـ در مدار شکل مقابل $V_o = ۲v$ است اندازه V_{in} برحسب ولت کدام است؟



۱) $۳-j\,۲$
۲) $۶+j\,۲$
۳) $j۹$
۴) $j\,۳-۶$

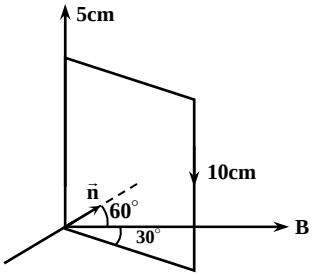
www.modaresanesharif.ac.ir

۳۵ـ گزینه «۴»

$$\varepsilon=\left|-N\frac{d\varphi}{dt}\right|=\left|-NA\frac{dB}{dt}\right|=\left|-۱\times۴\times۱۰^{-۴}\times\frac{dB}{dt}\right| \quad \text{نیروی محرکه القایی در حلقه}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=RI=۴\times۱۰^{-۴}\left(\frac{dB}{dt}\right)\Rightarrow\frac{dB}{dt}=\frac{RI}{۴\times۱۰^{-۴}}=\frac{۲۰\times۵}{۴\times۱۰^{-۴}}=۲۵\times۱۰^{۴}\left(\frac{T}{S}\right) \quad \text{تغییر میدان نسبت به زمان}$$

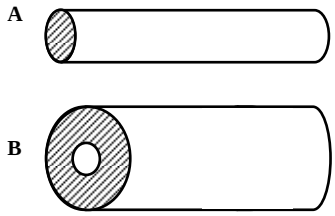
۳۶ـ گزینه «۲» گشتاور نیروی وارد بر یک حلقه جریان در میدان مغناطیسی از رابطه زیر بدست می‌آید:



$$\tau=NiAB\sin\theta=۲۰\times\frac{۱}{۱۰}\times\left(\frac{۵}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۱۰}\right)\times\frac{۵}{۱۰}\times\sin۶۰^{\circ}$$
$$=۲/۵\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}\simeq۴/۳\times۱۰^{-۳}\ \text{N.m}$$

توضیح : توجه شود وقتی قاب مستطیلی با میدان زاویه ۳۰° می‌سازد لذا زاویه بین بردار عمود بر سطح قاب و میدان $\theta=۶۰^{\circ}$ خواهد بود .

۳۷ـ گزینه «۳» از فرمول $\rho\frac{\ell}{A}$ استفاده می‌کنیم:

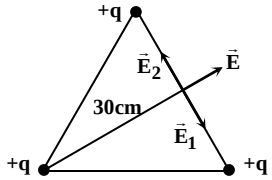


$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A\frac{\ell_A}{A_A}}{\rho_B\frac{\ell_B}{A_B}}=\frac{A_B}{A_A}=\frac{\pi(۲\text{mm})^{۲}-\pi(۱\text{mm})^{۲}}{\pi(۱\text{mm})^{۲}}=۳$$

۳۸ـ گزینه «۲»

$$\bar{\varepsilon}=\left|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|=\left|-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|=\left|-۱۰۰\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}\times\frac{-۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲}\right|=\left|۱۰^{-۲}\right|=۰/۰۱\text{V}$$

۳۹ـ گزینه «۱» میدانهای E_1 و E_2 با هم برابرند و چون در دو جهت مختلف هستند برآیندشان صفر است .



$$E=\frac{Kq}{r^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۴}}{۹\times۱۰^{-۲}}=۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$$

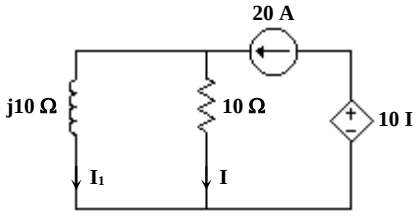
۴۰ـ گزینه «۴» با توجه به دو فرمول $\varepsilon=-\frac{N\Delta\varphi}{\Delta t}$ و $\varepsilon=-\frac{L\Delta I}{\Delta t}$ می‌توان نتیجه گرفت که: $N\Delta\varphi=L\Delta I$

با توجه به اینکه $\Delta I=۰/۰۵\text{A}$ و $\Delta\varphi=۲۵\times۱۰^{-۶}\ (\text{T})$ داریم:

$$۵۰۰\times۲۵\times۱۰^{-۶}=L\frac{۵}{۱۰۰}\Rightarrow L=۰/۲۵\ \text{H}$$

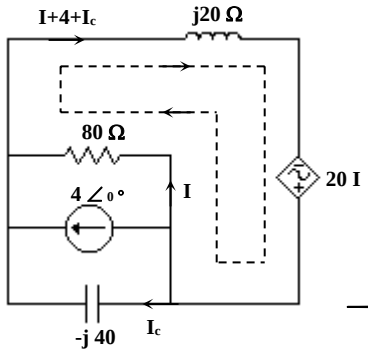
تحلیل مدارهای الکتریکی

۴۱ـ گزینه «۴» ولتاژ دو سر خازن یکسان است (۱۰I) لذا جریان خازن صفر است و مدار شکل زیر را داریم:



$$\begin{cases}I+I_۱=۲۰\\ ۱۰I=j۱۰I_۱\Rightarrow I_۱=-jI\end{cases}\Rightarrow I-jI=۲۰\Rightarrow I=\frac{۲۰}{۱-j}=۱۰\sqrt{۲}\angle۴۵^{\circ}$$
$$\Rightarrow P=R|I|^{۲}=۱۰(۱۰\sqrt{۲})^{۲}=۲۰۰۰\text{w}=۲\text{kw}$$

۴۲ـ گزینه «۳»



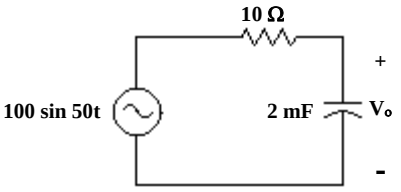
$$۸۰I=-j۴۰I_C\Rightarrow\boxed{I_C=j۲I}$$

با نوشتن KVL در حلقه نشان داده شده داریم:

$$۸۰I+j۲۰(I+۴+j۲I)-۲۰I=۰\Rightarrow۸۰I+j۲۰I+j۸۰-۴۰I-۲۰I=۰$$
$$\Rightarrow۲۰I+j۲۰I=-j۸۰\Rightarrow(۱+j)I=-j۴$$
$$\Rightarrow I=\frac{-j۴}{۱+j}=\frac{۴\angle-۹۰^{\circ}}{\sqrt{۲}\angle۴۵^{\circ}}\Rightarrow|I|=\frac{۴}{\sqrt{۲}}=۲\sqrt{۲}(\text{A})\simeq۲/۸۲\text{A}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۳ـ گزینه «۲»



سلف موازی با منبع ولتاژ حذف می‌شود و مدار شکل مقابل را داریم:

مشخص است که زاویه فاز V_o نسبت به منبع باید پس فاز باشد پس گزینه‌های ۳ و ۴ غلط می‌باشند.

$$\begin{cases} X_C = \frac{۱}{\omega C} = \frac{۱}{۵۰\times۲\times۱۰^{-۳}} = ۱۰\Omega \Rightarrow Z = \sqrt{R^۲ + X_c^۲} = \sqrt{(۱۰)^۲ + (۱۰)^۲} = ۱۰\sqrt{۲}(\Omega) \\ I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{۱۰۰}{۱۰\sqrt{۲}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}}(A) \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_o = X_C.I_m = ۱۰\times\frac{۱۰}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}} = ۵۰\sqrt{۲}(v)$$

۴۴ـ گزینه «۱»

$$\omega M = k\sqrt{۴\times۹} = ۶\times۰/۵ = ۳\Omega \quad , \quad Z = j۴ + j۹ - j۶ = j۷(\Omega)$$

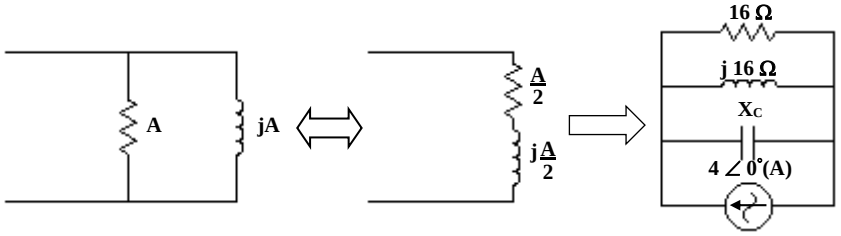
$$Z_{eq} = ۴ + j۷ - j۴ = ۴ + j۳(\Omega) \Rightarrow |Z| = ۵\Omega$$

۴۵ـ گزینه «۱» با توجه به قانون نقطه‌گذاری در مدار داریم: $Z = j۵ + j۶ - j۴\times۲ = j۳\Omega \Rightarrow I = \frac{۱۲\angle۹۰^\circ}{j۳} = \frac{۱۲\angle۹۰^\circ}{۳\angle۹۰^\circ} = ۴\angle۰^\circ \Rightarrow I = ۴A$

۴۶ـ گزینه «۳» در فرکانس رزنانس (f_r) سلف و خازن سری اتصال کوتاه می‌شوند، بنابراین امپدانس ورودی مدار (Z) در این فرکانس برابر صفر خواهد بود.

توضیح: این تست در سال ۱۳۸۰ نیز به عنوان سئوال در آزمون دانشگاه آزاد مطرح شده بود.

۴۷ـ گزینه «۴» مدار RL سری را به موازی تبدیل می‌کنیم :



$$Q = \frac{R}{X} = ۲ \Rightarrow X = \frac{۱۶}{۲} = ۸\Omega \quad , \; X = X_L \,||\, X_C = \frac{X_L.X_C}{X_L - X_C} \Rightarrow ۸ = \frac{۱۶\times X_C}{۱۶ - X_C} \Rightarrow ۱ = \frac{۲X_C}{۱۶ - X_C} \Rightarrow X_C = \frac{۱۶}{۳}\Omega$$

۴۸ـ گزینه «۲»

$$B\omega = ۲\alpha = \frac{۱}{RC} = \frac{۱}{۵\times۴۰۰\times۱۰^{-۶}} = ۵۰۰\frac{rad}{s}$$

پس باید از فرمول‌های دقیق استفاده کنیم:

$$Q = \frac{\omega_r}{۲\alpha} = \frac{۳۵۵}{۵۰۰} = ۰/۷۱ < ۱۰ \; ; \; f_r = \frac{۳۵۵}{۲\pi} = ۵۶/۵۲Hz \, , \, \frac{B\omega}{۲} = \frac{۵۰۰}{۲\times۲\pi} = ۳۹/۸Hz$$

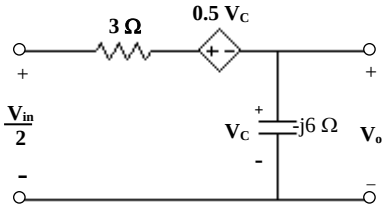
$$f_H = f_r\sqrt{۱+(\frac{۱}{۲Q})^۲} + \frac{B\omega}{۲} = ۵۶/۵۲\times\sqrt{۱+(\frac{۱}{۱/۴۲})^۲} + ۳۹/۸ = ۱۰۹/۶Hz \Rightarrow \omega_H = ۲\pi\times۱۰۹/۶ = ۶۸۸/۲۸(\frac{rad}{s})$$

$$f_L = f_r\sqrt{۱+(\frac{۱}{۲Q})^۲} - \frac{B\omega}{۲} = ۵۶/۵۲\times\sqrt{۱+(\frac{۱}{۱/۴۲})^۲} - ۳۹/۸ = ۳۰/۱۶Hz \Rightarrow \omega_L = ۲\pi\times۳۰/۱۶ = ۱۸۹/۴\,(\frac{rad}{s})$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ گزینه «۲»



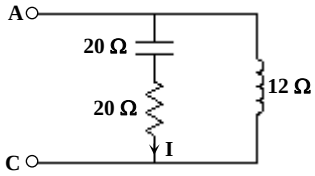
اگر از دو سر مقاومت ۶ اهمی عمودی معادل تونن به دست آوریم، مدار ساده‌تر خواهد شد:

جریان مقاومت ۳ اهمی همان جریان خازن $(\frac{V_o}{-j۶})$ می‌باشد با نوشتن KVL داریم:

$$\frac{V_{in}}{۲}=۳(\frac{V_o}{-j۶})+۰/۵V_o+V_o$$

$$\Rightarrow V_{in}=jV_o+۳V_o=(j+۳)V_o \xrightarrow{V_o=۲} V_{in}=۶+j۲$$

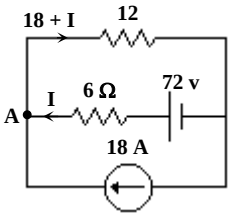
۵۰ـ گزینه «۳» با قطع فاز B مدار به صورت شکل زیر خواهد بود :



$$I=\frac{۴۰۰}{۲۰\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\,A$$

$$P_{۲۰\Omega}=۲۰\times(۱۰\sqrt{۲})^۲=۲۰\times۱۰۰\times۲=۴kW$$

۵۱ـ گزینه «۲» با نوشتن KCL در گره جریان مقاومت ۱۲ اهمی برابر I + ۱۸ می‌باشد ، حال با نوشتن KVL در حلقه بالایی داریم :



$$(۱۸+I)\times۱۲-۷۲+۶I=۰\Rightarrow I=-۸A$$

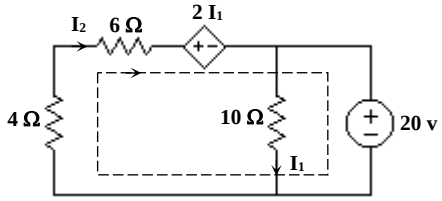
۵۲ـ گزینه «۴» با اتصال کلید K چون آمپرمتر اتصال کوتاه است مقاومت ۲ اهمی وارد شده در مدار اثری ندارد.

۵۳ـ گزینه «۳» مقاومت ۱۰۰ اهمی اثری در محاسبه ندارد.(چون با منبع ولتاژ موازی است) و I جریان مقاومت ۲۰ اهمی شاخه افقی‌است.

$$;\ KVL:-۱۰۰+۲۰I+۲۰(I+۴)=۰\Rightarrow I=۰/۵A\quad I+۴=۴/۵A\ ,\ ۲۰\times۴/۵=۹۰v\ ,\ P_{۴A}=۹۰\times۴=۳۶۰W$$

۵۴ـ گزینه «۱»

$$I_۱=\frac{۲۰}{۱۰}=۲mA$$



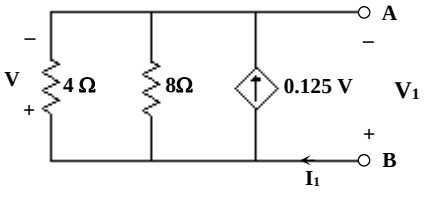
با نوشتن KVL در حلقه نشان داده شده داریم :

$$۶I_۲+۲I_۱+۲۰+۴I_۲=۰\xrightarrow{I_۱=۲A}۱۰I_۲=-۲۴\Rightarrow I_۲=-۲/۴A$$

$$P=\underbrace{[۲I_۱]}_{V}\times\underbrace{[I_۲]}_{I}=۲\times۲\times(-۲/۴)=-۹/۶w$$

۵۵ـ گزینه «۴» از آمپرمتردو تا جریان می‌گذرد یکی ۶ آمپر منبع جریان و دیگری $\frac{۶}{۲}=۳A$ که مربوط به منبع ولتاژ است. $I_{کل}=۳+۶=۹\ A$

۵۶ـ گزینه «۳» البته منبع وابسته ۰/۱۲۵V می‌باشد با خنثی کردن اثر منبع ولتاژ مستقل مدار بصورت شکل مقابل ساده می‌شود:



$$V_۱=V$$

$$I_۱=\frac{V}{۴}+\frac{V}{۸}+۰/۱۲۵V=\frac{۱}{۲}V\Rightarrow\frac{V_۱}{I_۱}=۲\Omega$$

۵۷ـ گزینه «۱»

$$Q=\frac{V_{Ph}^۲}{X_L}-\frac{V_{Ph}^۲}{X_C}=\frac{(۲۰۰)^۲}{۵}-\frac{(۲۰۰)^۲}{۱۰}=۴۰۰۰VAR=۴KVAR$$

۵۸ـ گزینه «۲»

$$\varphi=\varphi_u-\varphi_i=۰^\circ-۶۰^\circ=-۶۰^\circ\ \Rightarrow Q=tg(۶۰^\circ)=\sqrt{۳}=۱/۷۳$$

www.modaresanesharif.ac.ir

سؤالات آزمون سراسری ۹۰

ریاضی

۱ـ دامنه تابع با ضابطه $f(x)=\tanh^{-1}(1+\sqrt{x})$ کدام است؟

۱) $\varnothing$ ۲) $\{0\}$ ۳) $\{x: x>0\}$ ۴) $\{x: x\geq 0\}$

۲ـ تابع $f(x)=2x-|4-2x|$ در بازه‌ای معکوس‌پذیر است. ضابطه f^{-1} در آن بازه کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}(x+4); x>4$ ۲) $\frac{1}{4}(x+4); x<4$ ۳) $\frac{1}{2}(x+2); x>2$ ۴) $\frac{1}{2}(x+2); x<2$

۳ـ اگر $g(x)=\frac{\sin 2x}{\pi-2x}$ و $f(x)=\tan^2 x$ حد عبارت $(g(x))^{f(x)}$ وقتی $x\to\frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) $e^{-\frac{4}{3}}$ ۲) $e^{-\frac{2}{3}}$ ۳) $e^{\frac{2}{3}}$ ۴) $e^{\frac{4}{3}}$

۴ـ دو خط راست موازی نیمساز ناحیه دوم بر منحنی به معادله $x^2+xy+y^2=3$ مماس هستند. فاصله این دو خط کدام است؟

۱) $\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{6}$

۵ـ طول نقطه حدی تقاطع دو خط به معادلات $(c+1)x+(2c+1)y=c^2-3$ و $3x+5y=1$ وقتی $c\to 2$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) -12 ۴) -18

۶ـ مساحت منحنی بسته به معادله $x^2+xy+y^2=3$ چند برابر π است؟

۱) $\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $3\sqrt{2}$

۷ـ حاصل $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\ln(\sqrt[n]{1+\frac{k}{n}})$ کدام است؟

۱) $1-\ln 2$ ۲) $2-\ln 2$ ۳) $-\frac{1}{2}+\ln 2$ ۴) $-1+\ln 4$

۸ـ گلوله کروی آهنی به قطر ۱۶ واحد را با لایه‌ای از یخ به طور یکنواخت پوشانده‌ایم. ضخامت یکنواخت یخ با سرعت ۱۰ واحد مکعب در هر دقیقه آب می‌شود، در لحظه‌ای که ضخامت یخ ۲ واحد باشد، سطح خارجی یخ با چه سرعتی تنزل می‌کند؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۹ـ حاصل $\lim_{x\to\infty}\int_{1}^{x}(\frac{1}{\sqrt{t^2-1}}-\frac{1}{t})dx$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\ln 2$ ۳) $\ln\frac{1}{2}$ ۴) $2\ln 2$

۱۰ـ قاعده جسمی منطبق بر دایره $x^2+y^2=4$ و مقطع آن جسم، با هر صفحه عمود بر محور xها، مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر قاعده جسم است، حجم آن کدام است؟

۱) $\frac{128}{3}$ ۲) $\frac{64}{3}$ ۳) $\frac{128}{3}\pi$ ۴) $\frac{64}{3}\pi$

۱۱ـ منحنی به معادله $y=(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2})\sqrt{x}$ بین دو نقطه به طول‌های صفر و ۴ را حول محور yها دوران می‌دهیم. مساحت سطح حاصل چند برابر $\frac{\pi}{15}$ است؟

۱) ۳۴۴ ۲) ۳۶۲ ۳) ۴۱۶ ۴) ۴۲۴

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ سطح آن قسمت از رویه $z = x^2 + y^2$ که داخل استوانه $x^2 + y^2 = 2$ قرار گیرد چند برابر $\frac{\pi}{3}$ است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۱۳ـ جرم نیمکره توپر $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ در هر نقطه $M(x,y,z)$ با چگالی $(2a - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ چند برابر πa^4 است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{5}{6}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۴ـ کمترین مقدار تابع $z = x^2 + 8y^2$ با شرط $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ کدام است؟

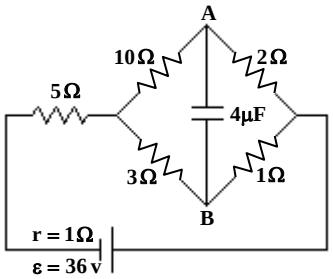
۱) $\frac{2}{9}$ ۲) $\frac{10}{27}$ ۳) $\frac{8}{27}$ ۴) $\frac{4}{9}$

۱۵ـ جواب کلی معادله $(1+ix)^8 - (1-ix)^8 = 0$ به کدام صورت است؟

۱) $\tan\frac{k\pi}{8}$ ۲) $\cot\frac{k\pi}{8}$ ۳) $\tan\frac{k\pi}{4}$ ۴) $\cot\frac{k\pi}{4}$

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

۱۶ـ در شکل زیر، انرژی خازن چند ژول است؟



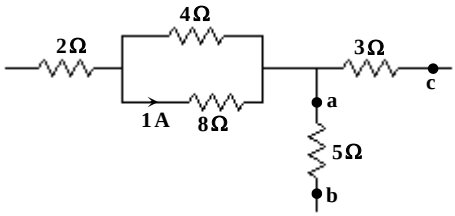
۱) 2×10^{-6}

۲) 4×10^{-6}

۳) 4×10^{-5}

۴) 8×10^{-5}

۱۷ـ شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است. اگر: $V_a - V_b = 10V$ باشد، $V_c - V_b$ برابر با چند ولت است؟



۱) ۶

۲) ۷

۳) ۱۳

۴) ۱۵

۱۸ـ دی‌الکتریک خازن مسطحی هوا است. خازن را از منبع برق جدا می‌کنیم و بدون اتصال صفحات، فاصله‌ی بین دو صفحه را دو برابر می‌کنیم، اختلاف پتانسیل و انرژی خازن هر کدام چند برابر می‌شوند؟ (به ترتیب از راست به چپ)

۱) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ و ۲ ۴) ۲ و ۲

۱۹ـ ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای، با اندازه‌های $q_1 = 20\mu c$، $q_2 = 30\mu c$ و $q_3 = -40\mu c$ از فاصله‌های خیلی دور، به ۳ رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع منتقل می‌شوند. اگر طول هر ضلع این مثلث یک متر باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی این مجموعه چند ژول است؟ $(K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$

۱) -۱۲۶ ۲) -۱۲/۶ ۳) ۱/۸ ۴) ۱۸

۲۰ـ سیمی به طول ۲ متر در صفحه‌ی xoy قرار دارد و از آن جریان ۴ آمپری می‌گذرد و میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۰/۵ تسلا در جهت محور x برقرار است. اگر جهت جریان الکتریکی سیم با جهت محورهای x و y به ترتیب زاویه‌های ۳۰ درجه و ۶۰ درجه بسازد، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر سیم برحسب نیوتن کدام است؟

۱) $-2\sqrt{3}\vec{k}$ ۲) $-2\vec{k}$ ۳) $2\vec{k}$ ۴) $2\sqrt{3}\vec{k}$

۲۱ـ در یک مدار متوالی RL، $R = 20\Omega$ و $L = 40\mu H$ است و دو سر مجموعه به منبع برق ثابت $V = 80V$ بسته شده است. بعد از گذشت زمان نسبتاً طولانی، انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول می‌شود؟

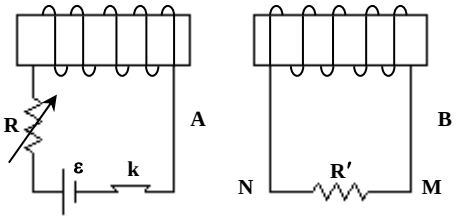
۱) $3/2\times10^{-4}$ ۲) $6/4\times10^{-4}$ ۳) ۸ ۴) ۱۶

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ اگر شدت جریان متوسط عبوری از یک سیم ۲۰ میلی‌آمپر باشد، در هر ثانیه چند الکترون از مقطع این سیم عبور می‌کند؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C)$

۱) $1/6\times10^{12}$ ۲) $1/25\times10^{13}$ ۳) $1/25\times10^{17}$ ۴) $1/6\times10^{18}$

۲۳ـ در شکل زیر، در کدام حالت، جریان الکتریکی که از مقاومت R' می‌گذرد از N به سمت M است؟



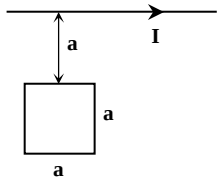
۱) لحظه‌ی قطع کلید k

۲) موقع کاهش مقاومت R

۳) در ضمن حرکت سیم‌پیچ B به سمت چپ

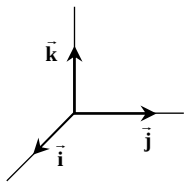
۴) در ضمن حرکت سیم‌پیچ A به سمت راست

۲۴ـ در شکل زیر، از سیم بلندی جریان I عبور می‌کند و در کنار سیم، قابی به ضلع a قرار دارد. شار مغناطیسی عبوری از قاب کدام است؟



۱) $\frac{\mu_\circ I}{2\pi a}$ ۲) $\frac{\mu_\circ Ia^2}{2\pi}$ ۳) $\frac{\mu_\circ Ia}{2\pi}\text{Ln}2$ ۴) $\frac{\mu_\circ Ia^2}{2\pi}\text{Ln}2$

۲۵ـ با توجه به شکل زیر، اگر در یک نقطه، روی موج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی در جهت $\vec{k}$ و میدان مغناطیسی در جهت $\vec{j}$ باشد، جهت انتشار موج در کدام جهت است؟



۱) $-\vec{i}$

۲) $\vec{j}$

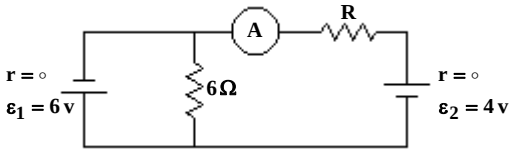
۳) $-(\vec{k}+\vec{j})$

۴) $\vec{k}+\vec{j}$

۲۶ـ پیچه‌ای دارای ۲۰۰ حلقه است و شار مغناطیسی از آن در SI به صورت $\varphi = 10^{-3}\sin 300t$ است. بیشینه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در پیچه چند ولت است؟

۱) $15\sqrt{2}$ ۲) ۳۰ ۳) $30\sqrt{2}$ ۴) ۶۰

۲۷ـ در شکل زیر، اگر آمپرسنج 0/1A را نشان دهد، R چند اهم است؟



۱) ۲۰

۲) ۴۰

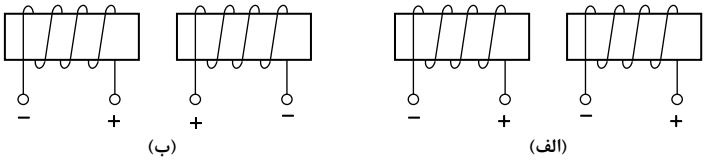
۳) ۵۰

۴) ۱۰۰

۲۸ـ خازنی به ظرفیت C، با القاگری به ضریب خودالقایی L و مقاومت R به طور متوالی بسته شده‌اند و دو سر مجموعه به منبع برق $V = V_m\sin(\omega t)$ بسته شده است. اگر ظرفیت خازن قابل تغییر باشد، به ازای کدام مقدار C، مدار در حالت تشدید قرار می‌گیرد؟

۱) $C = L\omega^2$ ۲) $C = \frac{1}{L\omega^2}$ ۳) $C = \frac{1}{\omega^2}$ ۴) $C = \frac{\omega^2}{L}$

۲۹ـ در شکل زیر بین دو آهنربای الکتریکی الف و همچنین بین دو آهنربای ب به ترتیب از راست به چپ، چه نیروهایی برقرار است؟



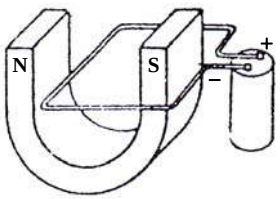
۱) جاذبه ـ جاذبه

۲) جاذبه ـ دافعه

۳) دافعه ـ جاذبه

۴) دافعه ـ دافعه

۳۰ـ در شکل زیر، جهت نیروی الکترومغناطیسی وارد بر آن قسمت از سیم که داخل آهنربا قرار دارد، به کدام سمت است؟

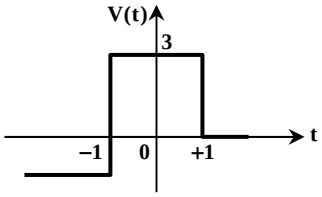


۱) ← ۲) → ۳) ↑ ۴) ↓

www.modaresanesharif.ac.ir

مدارهای الکتریکی

۳۱ـ ولتاژ V(t) نشان داده شده در شکل مقابل بر حسب توابع پله‌ای چگونه است؟



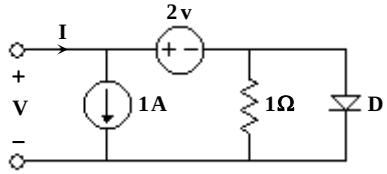
۱) $V(t) = -U(-t-1) + 3U(t+1) - 3U(t-1)$

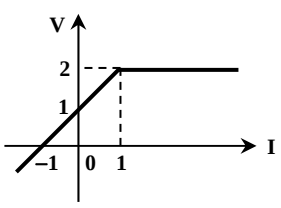
۲) $V(t) = -U(-t+1) + 3U(t-1) - 3U(t+1)$

۳) $V(t) = -U(-t+1) + 3U(t+1) - 3U(t-1)$

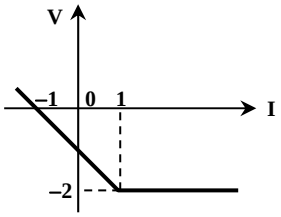
۴) $V(t) = -U(-t+1) + 3U(t+1) - 3U(t-1)$

۳۲ـ در مدار شکل مقابل در صورتی که دیود ایده‌آل باشد، مشخصه ولتاژ V بر حسب جریان I چگونه است؟

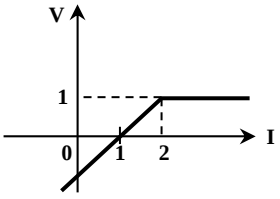




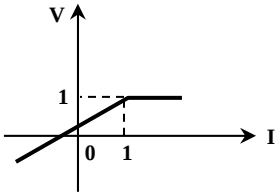
(۴)



(۳)

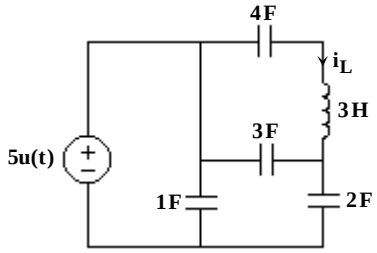


(۲)



(۱)

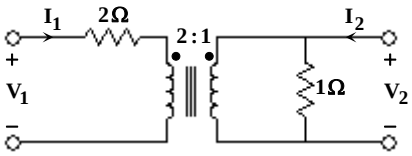
۳۳ـ در مدار شکل مقابل $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ چقدر است؟ (کلیه شرایط اولیه مدار صفر می‌باشند.)



۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۱

۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) ۵

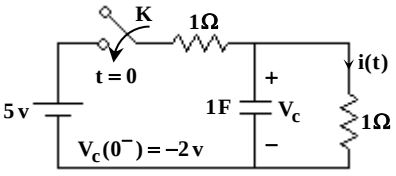
۳۴ـ در مدار شکل مقابل پارامترهای هایبرید H دو قطبی چگونه است؟



۱) $\underline{H} = \begin{pmatrix} ۲ & -۲ \\ ۲ & ۱ \end{pmatrix}$ ۲) $\underline{H} = \begin{pmatrix} ۲ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{pmatrix}$

۳) $\underline{H} = \begin{pmatrix} -۲ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{pmatrix}$ ۴) $\underline{H} = \begin{pmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & ۲ \end{pmatrix}$

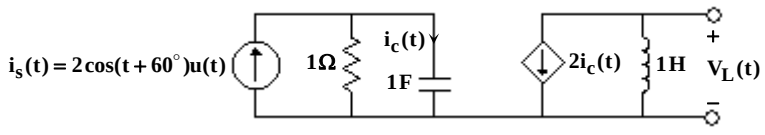
۳۵ـ در مدار شکل مقابل کلید k در $t = ۰$ بسته می‌شود تغییرات جریان i(t) چگونه است؟



۱) $(\frac{۵}{۲} - \frac{۱}{۲}e^{-۲t})U(t)$ ۲) $(\frac{۵}{۲} - \frac{۹}{۲}e^{-\frac{t}{۲}})U(t)$

۳) $(\frac{۵}{۲} - \frac{۹}{۲}e^{-۲t})U(t)$ ۴) $(\frac{۵}{۲} - \frac{۱}{۲}e^{-\frac{t}{۲}})U(t)$

۳۶ـ مدار شکل مقابل که در حالت دائمی است، منبع جریان به صورت $i_s(t) = ۲\cos(t+۶۰^\circ)U(t)$ می‌باشد. تغییرات ولتاژ دو سر سلف چگونه است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos(t-۱۵^\circ)U(t)$

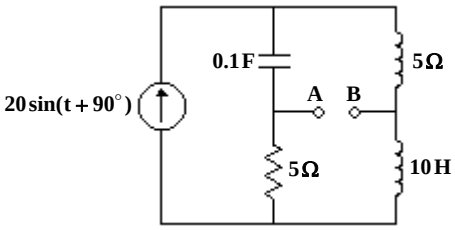
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos(t+۱۵^\circ)U(t)$

۳) $۲\sqrt{۲}\cos(t-۱۵^\circ)U(t)$

۴) $۲\sqrt{۲}\cos(t+۱۵^\circ)U(t)$

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۷ـ در مدار شکل مقابل جریان سینوسی اتصال کوتاه دو سر A و B (جریان نورتن $i_N(t)$) چگونه است؟



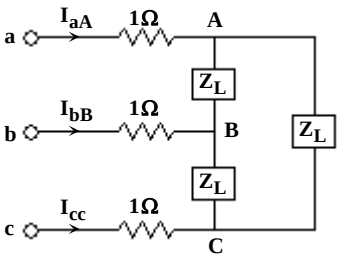
۱) $i_N(t)=۱۲\sin(t-۹۰^\circ)$

۲) $i_N(t)=۱۲\sin(t+۹۰^\circ)$

۳) $i_N(t)=۲۰\sin(t+۹۰^\circ)$

۴) ۰

۳۸ـ مصرف‌کننده مثلثی I از طریق خطوط انتقال ۱Ω به مولد سه فاز با توالی مثبت abc متصل می‌باشد. جریان خط I_{aA} مطابق شکل چگونه است؟ $(V_{an}=۱۲۰e^{J0^\circ})$



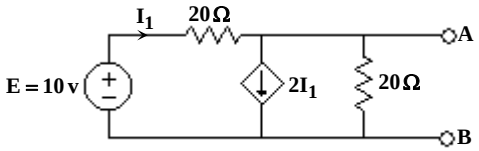
۱) $I_{aA}=۱۲e^{-J۳۷^\circ}$

۲) $I_{aA}=۱۲e^{-J۵۳^\circ}$

۳) $I_{aA}=۲۴e^{-J۳۷^\circ}$

۴) $I_{aA}=۲۴e^{-J۵۳^\circ}$

۳۹ـ معادل نورتن مدار شکل مقابل از دو سر A و B چگونه است؟



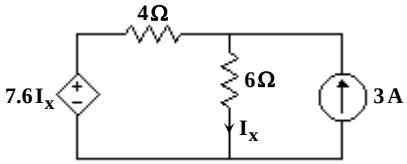
۱) $R_N=۰$ و $I_N=-۰/۵A$

۲) $R_N=\infty$ و $I_N=-۰/۵A$

۳) $R_N=۰$ و $I_N=+۰/۵A$

۴) $R_N=\infty$ و $I_N=+۰/۵A$

۴۰ـ در شکل مقابل منبع وابسته ولتاژ چند درصد توان مصرفی مدار را تأمین می‌کند؟



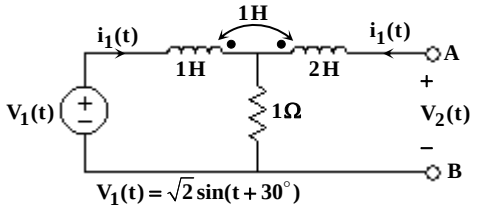
۱) ۰

۲) ۴۳

۳) ۵۷

۴) ۷۶

۴۱ـ در مدار شکل مقابل ولتاژ دو نقطه باز A و B چگونه است؟



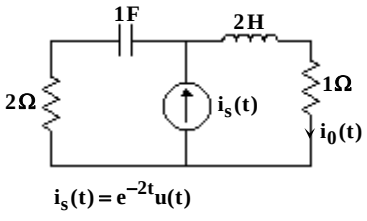
۱) $V_۲(t)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin(t-۳۰^\circ)$

۲) $V_۲(t)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin(t+۳۰^\circ)$

۳) $V_۲(t)=\sqrt{۲}\sin(t-۳۰^\circ)$

۴) $V_۲(t)=\sqrt{۲}\sin(t+۳۰^\circ)$

۴۲ـ در مدار شکل مقابل اگر ولتاژ اولیه خازن و جریان اولیه سلف برابر صفر باشد، شکل تغییرات جریان $i_0(t)$ چگونه است؟



۱) $i_0(t)=(e^{-t}-e^{-\frac{t}{۲}})U(t)$

۲) $i_0(t)=(e^{-\frac{t}{۲}}-e^{-t})U(t)$

۳) $i_0(t)=(e^{-t}-e^{-۲t})U(t)$

۴) $i_0(t)=(e^{-۲t}-e^{-t})U(t)$

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه آزمون سراسری ۹۰

ریاضی

۱ـ گزینه «۱» عبارت مقابل آرک تانژانت هیپربولیک، باید بین ۱− و ۱+ باشد، بنابراین: غیر ممکن $-۱<۱+\sqrt{x}<۱\Rightarrow \sqrt{x}<۰\Rightarrow$

◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. تابع به ازای $x\le ۲$ وارون‌پذیر است. با این شرط $f(x)$ به صورت زیر در می‌آید:

$$y=f(x)=۲x-(۴-۲x)=۴x-۴\Rightarrow y+۴=۴x\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}(y+۴)\Rightarrow y=\frac{۱}{۴}(x+۴)\ ,\ x\le ۲$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۱» از تغییر متغیر $t=\frac{\pi}{۲}-x$ استفاده می‌کنیم، در این صورت:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}(g(x))^{f(x)}=\lim_{t\to ۰}\left(\frac{\sin(۲(\frac{\pi}{۲}-t))}{۲t}\right)^{tg^{۲}(\frac{\pi}{۲}-t)}$$

$$=\lim_{t\to ۰}\left(\frac{\sin ۲t}{۲t}\right)^{\cot g^{۲}t}=\lim_{t\to ۰}e^{\cot^{۲}t(\frac{\sin ۲t}{۲t}-۱)}=\lim_{t\to ۰}e^{\frac{۱}{t^{۲}}(\frac{\sin ۲t-۲t}{۲t})}=\lim_{t\to ۰}e^{\frac{۱}{t^{۲}}\times\frac{-(۲t)^{۳}}{۶}}{۲t}=e^{-\frac{۴}{۳}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۲» شیب نیمساز ناحیه دوم برابر ۱− است، بنابراین باید نقاطی از منحنی که مشتق آن برابر ۱− می‌باشد را پیدا کنیم.

$$y'=-\frac{۲x+y}{x+۲y}=-۱\Rightarrow x=y\Rightarrow x^{۲}+x^{۲}+x^{۲}=۳\Rightarrow x=\pm ۱\ ,\ y=\pm ۱$$

فاصله دو نقطه $A(۱,۱)$ و $B(-۱,-۱)$ برابر $۲\sqrt{۲}$ است.

◆ ◆ ◆ ◆

۵ـ گزینه «۴» ابتدا دو منحنی را با هم تلاقی می‌دهیم:

$$۵y=۱-۳x\Rightarrow y=\frac{۱-۳x}{۵}\Rightarrow (c+۱)x+(۲c+۱)(\frac{۱-۳x}{۵})=c^{۲}-۳$$

$$\Rightarrow ۵cx+۵x+۲c-۶cx+۱-۳x=۵c^{۲}-۱۵\Rightarrow x=\frac{۵c^{۲}-۲c-۱۶}{۲-c}\Rightarrow \lim_{c\to ۲}\frac{۵c^{۲}-۲c-۱۶}{۲-c}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{H}\lim_{c\to ۲}\frac{۱۰c-۲}{-۱}=-۱۸$$

◆ ◆ ◆ ◆

۶ـ گزینه «۳» به طور کلی مساحت محصور درون منحنی $ax^{۲}+۲bxy+cy^{۲}=۱$ برابر $\frac{\pi}{\sqrt{ac-b^{۲}}}$ می‌باشد.

$$\Rightarrow \frac{x^{۲}}{۳}+\frac{xy}{۳}+\frac{y^{۲}}{۳}=۱\Rightarrow S=\frac{\pi}{\sqrt{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}-(\frac{۱}{۶})^{۲}}}=\frac{\pi}{\sqrt{\frac{۳}{۳۶}}}=\frac{۶\pi}{\sqrt{۳}}=۲\pi\sqrt{۳}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۷ـ گزینه «۴» با استفاده از تعریف انتگرال با استفاده از سیگما داریم:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n}\sum_{k=۱}^{n}Ln(۱+\frac{k}{n})=\int_{۰}^{۱}Ln(۱+x)dx=۲Ln۲-۱$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ گزینه «۲»

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow \frac{dv}{dt}=۴\pi r^۲\frac{dr}{dt}=۱۰ \xrightarrow{r=۱۰} \frac{dr}{dt}=\frac{۱۰}{۴\pi\times ۱۰^۲}$$

$$S=۴\pi r^۲ \Rightarrow \frac{ds}{dt}=۸\pi r\frac{dr}{dt}=۸\pi\times ۱۰\times\frac{۱۰}{۴\pi\times ۱۰^۲}=۲$$

۹ـ گزینه «۲»

$$\lim_{x\to\infty}\int_۱^x\left(\frac{۱}{\sqrt{t^۲-۱}}-\frac{۱}{t}\right)dt=\lim_{x\to\infty}\left(Ln(t+\sqrt{t^۲-۱})-Lnt\right)\Big|_۱^x=\lim_{x\to\infty}\left(Ln(x+\sqrt{x^۲-۱})-Lnx\right)=\lim_{x\to\infty}Ln\frac{x+\sqrt{x^۲-۱}}{x}=Ln۲$$

۱۰ـ گزینه «۱» مساحت مقطع مورد نظر برابر $۴(۴-x^۲)$ می‌باشد:

$$V=\int_{-۲}^{۲}۴(۴-x^۲)dx=۸\int_۰^۲(۴-x^۲)dx=۸(۴x-\frac{x^۳}{۳})\Big|_۰^۲=\frac{۱۲۸}{۳}$$

۱۱ـ گزینه «۴»

$$S=۲\pi\int_۰^۴ x\sqrt{۱+f'^۲(x)}\,dx$$

$$f(x)=\frac{۲}{۳}x\sqrt{x}-\frac{۱}{۲}\sqrt{x}\to f'(x)=\sqrt{x}-\frac{۱}{۴\sqrt{x}}\Rightarrow f'^۲(x)=x+\frac{۱}{۱۶x}-\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۱+f'^۲(x)=x+\frac{۱}{۱۶x}+\frac{۱}{۲}=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۴\sqrt{x}})^۲$$

$$\Rightarrow S=۲\pi\int_۰^۴ x(\sqrt{x}+\frac{۱}{۴\sqrt{x}})dx=۲\pi(\frac{۲}{۵}x^{\frac{۵}{۲}}+\frac{۱}{۶}x^{\frac{۳}{۲}})\Big|_۰^۴=۲\pi(\frac{۶۴}{۵}+\frac{۸}{۶})=۲\pi(\frac{۳۸۴+۴۰}{۳۰})=\frac{۴۲۴\pi}{۱۵}$$

۱۲ـ گزینه «۳» قرار می‌دهیم $f(x,y)=x^۲+y^۲-z$، در این صورت :

$$dS=\frac{|\nabla f|}{|\nabla f.k|}dA=\sqrt{۱+۴x^۲+۴y^۲}\;dA$$

$$=\iint dS=\iint\sqrt{۱+۴x^۲+۴y^۲}\,dA\overset{\text{فرمول طلایی}}{=\!=}\int_۰^{۲\pi}\int_۰^{\sqrt{۲}}r\sqrt{۱+۴r^۲}\,drd\theta=۲\pi\times\frac{۱}{۱۲}(۱+۴r^۲)^{\frac{۳}{۲}}\Big|_۰^{\sqrt{۲}}=۲\pi\times\frac{۲۶}{۱۲}=\frac{۱۳\pi}{۳}$$

۱۳ـ گزینه «۲» از روش مختصات کروی برای محاسبه جرم استفاده می‌کنیم.

$$M=\iiint\rho dv=\int_۰^{۲\pi}\int_۰^{\frac{\pi}{۲}}\int_۰^a(۲a-\rho)\rho^۲\sin\phi\,d\rho d\phi d\theta$$

$$=\int_۰^{۲\pi}d\theta\int_۰^{\frac{\pi}{۲}}\sin\phi\int_۰^a(۲a\rho^۲-\rho^۳)d\rho=۲\pi\times۱\times(۲a\times\frac{\rho^۳}{۳}-\frac{\rho^۴}{۴})\Big|_۰^a=\frac{۵\pi}{۶}a^۴$$

۱۴ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ مسأله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=۱\\ \dfrac{۲x}{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}=\dfrac{۱۶y}{\frac{۱}{۲\sqrt{y}}}\end{cases}\Rightarrow x\sqrt{x}=۸y\sqrt{y}\Rightarrow x=۴y\Rightarrow\sqrt{۴y}+\sqrt{y}=۱\Rightarrow ۲\sqrt{y}+\sqrt{y}=۱\Rightarrow ۳\sqrt{y}=۱\Rightarrow y=\frac{۱}{۹}$$

از حل دستگاه فوق $y=\frac{۱}{۹}$ و $x=\frac{۴}{۹}$ و در نتیجه $z=\frac{۸}{۲۷}$ حاصل می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

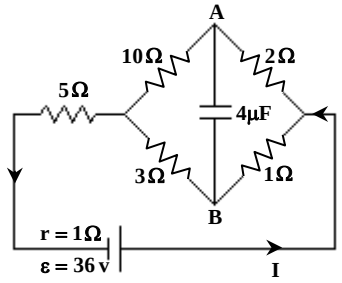
۱۵ـ گزینه «۱»

$$(\frac{۱+ix}{۱-ix})^۸=۱ \Rightarrow \frac{۱+ix}{۱-ix}=\sqrt[۸]{۱}=e^{\frac{۲k\pi}{۸}i} \Rightarrow ix(۱+e^{\frac{۲k\pi}{۸}i})=e^{\frac{۲k\pi}{۸}i}-۱ \Rightarrow ix=\frac{e^{\frac{۲k\pi}{۸}i}-۱}{e^{\frac{۲k\pi}{۸}}+۱} \Rightarrow ix=itg\frac{k\pi}{۸} \Rightarrow x=tg\frac{k\pi}{۸}$$

توجه داشته باشید که از رابطه‌ی $\frac{e^{i\alpha}-۱}{e^{i\alpha}+۱}=itg\frac{\alpha}{۲}$ استفاده کرده‌ایم.

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

۱۶ـ گزینه «۲» ابتدا شدت جریان مدار را به دست می‌آوریم.



$$R_۱=۱۰+۲=۱۲\Omega \ , \ R_۲=۳+۱=۴\Omega$$

$$\text{مقاومت معادل } R_T=۵+\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۵}=۵+۳=۸\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۳۶}{۸+۱}=۴A$$

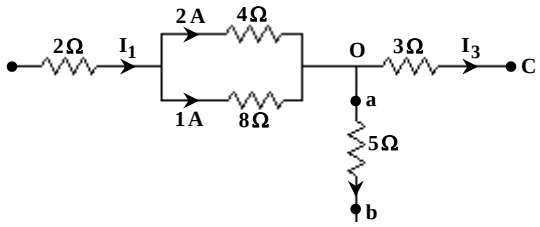
$$\text{شدت جریان مدار} \Rightarrow \begin{cases} I_۱=I(\frac{۴}{۴+۱۲})=۴\times\frac{۱}{۴}=۱A \\ I_۲=I(\frac{۱۲}{۴+۱۲})=۳A \end{cases}$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V_{AB}) را محاسبه می‌کنیم:

$$V_A-۱۰\times۱+۳\times۳=V_B \Rightarrow$$

$$V_A-V_B=۱v \ , \ q=C.V_{AB}=۴\times۱\times۱۰^{-۶}=۴\times۱۰^{-۶}(c)$$

۱۷ـ گزینه «۲»



$$I_۱=۱+۲=۳A$$

$$V_a-V_b=I_۲.R_{ab} \Rightarrow ۱۰=۵I_۲ \Rightarrow I_۲=۲A$$

$$\text{در گره O}: I_۳=۳-۲=۱A$$

$$\text{طبق قانون KVL}: V_C+۳\times۱-۱۰=V_b \Rightarrow V_C-V_b=۷(v)$$

۱۸ـ گزینه «۴» با دو برابر شدن فاصله‌ی صفحات، ظرفیت خازن نصف می‌شود $(\underset{\downarrow\frac{۱}{۲}C}{C}=\varepsilon_۰\frac{A}{d_{\uparrow ۲d}})$ و اختلاف پتانسیل دو سر خازن $(V=\frac{q}{C})$ و انرژی خازن $(u=\frac{q^۲}{۲C})$ هر کدام دو برابر خواهند شد.

۱۹ـ گزینه «۲» انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه سه بار الکتریکی چنین به دست می‌آید:

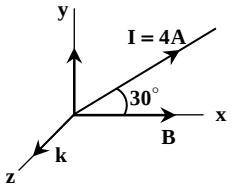
$$U=k\frac{q_۱.q_۲}{r_{۱۲}}+k\frac{q_۱.q_۳}{r_{۱۳}}+k\frac{q_۲.q_۳}{r_{۲۳}}=\frac{k}{r}(q_۱.q_۲+q_۱.q_۳+q_۲.q_۳)$$

$$U=۹\times۱۰^۹(۲۰\times۳۰-۲۰\times۴۰-۳۰\times۴۰)\times۱۰^{-۱۲}=-۱۲/۶j$$

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ گزینه «۲» نیروی وارد بر سیم جریان برق از رابطه‌ی $F = ILB\sin\theta$ به دست می‌آید. در این‌جا زاویه‌ی بین سیم و میدان مغناطیسی $\theta = ۳۰^\circ$ است.

$$F = ILB\sin\theta = ۴\times۲\times۰/۵\sin۳۰^\circ = ۲N$$



نیروی وارد بر سیم بر صفحه‌ی xoy عمود است و طبق دستور دست راست، در جهت مخالف محور z ها، یعنی در جهت بردار $-\vec{k}$ است. $(\vec{F} = -۲\vec{k})$

۲۱ـ گزینه «۱» ابتدا جریان القاگر را به دست می‌آوریم و سپس انرژی القاگر را محاسبه می‌کنیم.

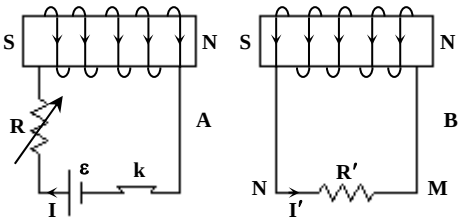
$$I = \frac{V}{R} = \frac{۸۰}{۲۰} = ۴A$$

$$u = \frac{۱}{۲}LI^۲ = \frac{۱}{۲}\times۴۰\times۱۰^{-۶}\times(۴)^۲ = ۳/۲\times۱۰^{-۴}\ j$$

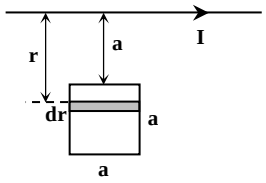
۲۲ـ گزینه «۴» بار الکتریکی جاری شده از رابطه‌ی $q = I.t$ به دست می‌آید و از طرفی $q = Ne$ (N تعداد الکترون و e بار الکترون است) می‌باشد.

$$I.t = N.e \Rightarrow N = \frac{I.t}{e} \Rightarrow N = \frac{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۱/۶\times۱۰^{۱۸}$$

۲۳ـ گزینه «۱» مطابق شکل داده شده، میدان‌های مغناطیسی دو سیم‌لوله‌ی A و B هم‌جهت هستند و در این صورت طبق قانون لِنز، شار مغناطیسی سیم‌لوله‌ی A رو به کاهش است و تنها گزینه (۱) است که با قطع کلید k شار مغناطیسی کاهش پیدا می‌کند.



۲۴ـ گزینه «۳» میدان مغناطیسی اطراف سیم راست و طویل حامل جریان I رابطه‌ی $B = \frac{\mu_\circ I}{۲\pi r}$ به دست می‌آید و شار مغناطیسی که از مربع به ضلع a عبور می‌کند را از رابطه‌ی $\varphi_B = \int B.dA$ محاسبه می‌کنیم:



$$\varphi_B = \int_a^b B.dA = \int_a^{۲a}\frac{\mu_\circ I}{۲\pi r}.adr = \frac{\mu_\circ Ia}{۲\pi}\int_a^{۲a}\frac{dr}{r} \Rightarrow \varphi_B = \frac{\mu_\circ Ia}{۲\pi}[Lnr]_a^{۲a} = \frac{\mu_\circ Ia}{۲\pi}Ln۲$$

۲۵ـ گزینه «۱» جهت انتشار موج در جهت بردار پوئینگتین $\vec{S}$ است که طبق قاعده‌ی ضرب خارجی $\vec{S} = \frac{۱}{\mu_\circ}\vec{E}\times\vec{B}$ بر دو بردار $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عمود است. لذا می‌توان نوشت: $\vec{S} = \frac{۱}{\mu_\circ}E\vec{k}\times B\vec{j} = \frac{۱}{\mu_\circ}E.B(-\vec{i})$ و $\vec{B} = B\vec{j}$ و $\vec{E} = E\vec{k}$ جهت انتشار موج در جهت مخالف بردار واحد $\vec{i}$ است.

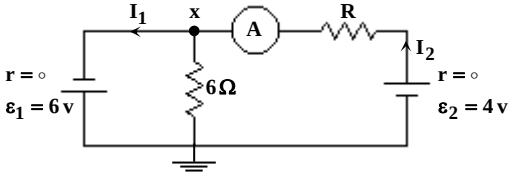
۲۶ـ گزینه «۴» نیروی محرکه‌ی القایی پیچه را از فرمول $\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} = -۲۰۰\times۳۰۰\times۱۰^{-۳}\cos۳۰۰t = -۶۰\cos۳۰۰t \Rightarrow |\varepsilon_{max}| = ۶۰v$$

۲۷ـ گزینه «۴» ابتدا از قانون KVL، پتانسیل نقطه‌ی x را به دست می‌آوریم:

$$V_x + \varepsilon_۱ = ۰ \Rightarrow V_x + ۶ = ۰ \Rightarrow V_x = -۶v$$

اکنون می‌توان نوشت: $I_۲ = \frac{\varepsilon_۲ - V_x}{R} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{۴+۶}{R} \Rightarrow R = ۱۰۰\Omega$



۲۸ـ گزینه «۲» در حالت تشدید $X_L = X_C$ است.

$$X_L = X_C \Rightarrow L\omega = \frac{۱}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{۱}{L\omega^۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir