

مجموعه سؤالات دکتری

ریاضی ۱۴۰۰

• درس عمومی (زبان انگلیسی)

• دروس تخصصی

**PART A: Grammar**

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

🔍 1- The rate that bright comets enter the solar system implies there should be around 3000 of them buzzing around, only 25 are known.

- 1) nonetheless 2) regardless of the fact 3) and yet 4) as there are

🔍 2- Contemporary theories of interpretation require that, in our analyses of texts, we consider not only what the text says “made.”

- 1) also its meaning gets and 2) but also gets the meaning of it
3) but its meaning also gets 4) but how its meaning gets

🔍 3- individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.

- 1) That 2) An 3) The 4) It is that

🔍 4- Plant scientists have been trying for years to genetically modify flowers for aesthetic purposes. The first to go on sale were blue carnations in Australia, in 1996.

- 1) were produced 2) produced 3) had been produced 4) to produce

🔍 5- Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, weapon platforms.

- 1) they are often called 2) often called 3) called they are often 4) that are called often

🔍 6- Articulating what the difference between humans and other creatures consists of behind it have formed a large and difficult project tackled by biologists, anthropologists, psychologists, and philosophers.

- 1) uncovering the biology 2) the biology of uncovering
3) the biology uncovering 4) and uncovering the biology

🔍 7- Most healthcare professionals view depression as “just part of getting old and argue that this illness,, can have serious, even fatal consequences.

- 1) untreated then 2) untreated whether it is 3) if untreated 4) that is untreated

🔍 8- Ted had a terrible habit of boasting so much about his smallest accomplishments his vainglory became renowned throughout the small college campus.

- 1) that 2) as 3) in that 4) as though

**PART B: Vocabulary**

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

9- Dogs growl and show their teeth in an attempt to frighten the animal or person they perceive as a

- 1) habitat 2) prey 3) suspicion 4) threat

10- Based on his recent poor decisions, it was obvious that Seth lacked even a modicum of good

- 1) sentiment 2) sense 3) sensation 4) sensitivity

11- The judge the extraneous evidence because it was not pertinent to the trial.

- 1) disclosed 2) distended 3) dismissed 4) distorted

12- The more frequently employees take time to exercise during working hours each week, the fewer sick days they

- 1) expend 2) save 3) take 4) recall

13- Classic psychology experiments have shown that when rats are first with an electrical shock to fear a tone when it sounds, they later fear the tone even without the associated shock.

- 1) conditioned 2) sparkled 3) displayed 4) intended

14- In 1998 Gordon Sinclair, the owner of a well-known restaurant, was struggling with a problem that all restaurateurs. Patrons frequently reserve a table but, without notice, fail to appear.

- 1) delegates 2) afflicts 3) intensifies 4) evades

15- Despite what the scientist said, the volcano eruption is not , so do not be concerned!

- 1) impassive 2) negotiable 3) vulnerable 4) imminent

16- At the landfill, the process is in full swing, turning much of the garbage into gasses.

- 1) conversion 2) restoration 3) decomposition 4) pressurization

17- Because I am an extreme planner who needs to control everything, I never engage in

- 1) justification 2) pretention 3) coincidence 4) spontaneity

18- The roads in our town already have too much traffic; building a new shopping mall will the problem.

- 1) frustrate 2) exacerbate 3) preserve 4) exploit

19- The movie *Close Encounters of the Third Kind* tells the story of the first contact between beings from outer space and creatures, that is, those living on earth.

- 1) terrestrial 2) dominant 3) ingenious 4) affable

20- There is agreement that an airport is needed; no one disputes that, but there is fundamental disagreement about where to build it.

- 1) uniform 2) utilitarian 3) unique 4) unanimous

بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۱- گزینه «۳» با توجه به سرعت و تعداد ورود ستاره‌های دنباله‌دار به منظومه شمسی می‌توان حدس زد که باید تقریباً ۳۰۰۰ مورد از آن‌ها وجود داشته؛ یا این حال تنها ۲۵ عدد از آنها شناسایی شده‌اند.

توضیح: همان‌طور که می‌دانید nonetheless قید ربط است؛ یعنی قبل از آن باید نقطه یا نقطه‌ویرگول و بعد از آن باید حتماً کاما بیاید. با این حساب گزینه (۱) نادرست است. گزینه (۲) در صورتی ارزش بررسی کردن دارد که طراح بعد از fact از حرف ربط that استفاده می‌کرد. گزینه (۳) صحیح است، هم با توجه به مفهوم جمله و هم با توجه به اینکه قبل از and کاما می‌آید. و گزینه (۴) نادرست است چون بعد از as دو تا فعل داریم؛ یکی are و یکی know.

۲- گزینه «۴» نظریه‌پردازان معاصر در زمینه ترجمه شفاهی باور دارند ما در آنالیز متن، علاوه بر چیزی که متن می‌گوید، باید به نحوه شکل‌گیری معنی آن نیز توجه داشته باشیم.

توضیح: همان‌طور که می‌بینیم این تست با مبحث not only ...but also سروکار دارد. اول از همه اینکه در این ساختار but also می‌تواند به صورت but یا also هم به کار برود. پس امیدوارم فوری گزینه (۲) را نزنه باشید.

ضمناً می‌دانیم ساختار (also) but not only مستلزم رعایت ساختار موازی است؛ بنابراین چون بعد از not only کلمه پرسشی what را داریم باید بعد از (also) but هم از کلمه‌ی پرسشی how استفاده کنیم:

.... not only what the text says but how its meaning gets made.

۳- گزینه «۱» اینکه شبکه‌های اجتماعی بر روی رفتار افراد تاثیرگذار هستند، قابل تردید نمی‌باشد.

توضیح: تست بسیار ساده‌ای است. توی مبحث جمله‌واره‌ی اسمی گفتیم یکی از کاربردهای that clause این است که قبل از فعل be به عنوان فاعل استفاده شوند. گفتیم در این موارد that به صورت «اینکه» ترجمه می‌شود:

That individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.

مثال بیشتر:

That coffee grows in Brazil is well known.

۴- گزینه «۲» گیاه‌شناسان سال‌هاست که با استفاده از اصلاح ژنتیک به دنبال زیباتر ساختن گل‌ها هستند. گل میخک آبی اولین موردی بود که برای فروش عرضه شد. این گل در سال ۱۹۹۶ در استرالیا تولید شد.

توضیح: این تست از دو جمله تشکیل شده که برای پاسخگویی به آن فقط به جمله دوم نیاز داریم. جمله دوم دارای فعل اصلی were می‌باشد، با این حساب به هیچ فعل اصلی دوم دیگری نیاز نداریم چون هر جمله فقط و فقط باید یک فعل اصلی داشته باشد. این یعنی حذف همزمان گزینه‌های (۱) و (۳). گزینه (۴) نادرست است چون قصد بیان هدف نداریم. ضمناً شکل اولیه گزینه (۲) این‌طوری بوده:

The first to go on sale were blue carnations **that were produced** in Australia, in 1996.

اگر that were را حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.



۵- گزینه «۲» سلاح‌ها از طریق وسایل نقلیه مختلفی حمل و تحویل داده می‌شوند. این وسایل نقلیه اغلب با نام پلتفرم سلاح شناخته می‌شوند. توضیح: تقریباً هر سال از این مبحث سؤال می‌آید و ما هم هر سال می‌گوییم بعد از کاما کاربرد that ممنوع است. (این یعنی حذف گزینه (۴)). گزینه (۱) در صورتی صحیح است که کاما به نقطه تبدیل بشود و they هم به They. مهم‌ترین دلیل رد گزینه (۳) کاربرد they بعد از called است. ضمناً شکل اولیه‌ی گزینه‌ی ۲ این طوری بوده:

Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, **which are often called** weapon platforms. اگر which are حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.

۶- گزینه «۴» درک تفاوت بین انسان و سایر موجودات و مسائل بیولوژیکی نهفته در آن باعث بوجود آمدن مباحث و تحقیقات دشوار و گسترده‌ای شده است که دانشمندانی از رشته‌های مختلف مانند زیست‌شناسی، انسان‌شناسی، روانشناسی و فلسفه به آن می‌پردازند. توضیح: توی تست‌هایی که این‌قدر طولانی هستند، اولین کار این است که به دنبال فعل اصلی باشیم. فعل اصلی سوال ما have formed است. پس به خاطر حضور have باید فاعلمون جمع باشد. اما articulating به تنهایی به فعل مفرد نیاز دارد، این یعنی باید articulating را با and به یک ساختار ing دار موازی دیگر متصل کنیم تا آن موقع کاربرد فعل have هم معنی پیدا کند. و چون فقط گزینه (۴) است که دارای and می‌باشد، می‌توانیم باقی گزینه‌ها را رد کنیم.

۷- گزینه «۳» اکثر متخصصین حوزه بهداشت و درمان، افسردگی را بخشی از پروسه افزایش سن می‌دانند و اعتقاد دارند که در صورت عدم درمان می‌تواند عواقب بسیار وخیمی داشته و یا حتی باعث مرگ بیمار شود. توضیح: اول از همه اینکه طراح سؤال ظاهراً یادش رفته آن (") را که باز کرده ببندد. باید این علامت را قبل از and بیاورد. حالا می‌رسیم به رد گزینه‌ها. کاربرد that بعد از کاما ممنوع است (یعنی رد گزینه (۴)). گزینه ۱ نادرست است چون معلوم نیست طراح سوال آن then را بابت چی استفاده کرده. گزینه (۲) هم کنار می‌رود چون بعد از is هیچ عبارت کامل‌کننده‌ای نداریم. اما برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۳) صحیح است باید اصل جمله را پیدا کنیم.

Most healthcare professionals argue that this illness, **if it is untreated**, can have serious, even fatal consequences. چون it به this illness برمی‌گردد، می‌توانیم با فرض اینکه فاعل‌ها یکسان هستند، فاعل جمله‌واره‌ی وابسته یعنی it و فعل is را حذف کنیم و یک وجه وصفی بسازیم:

Most healthcare professionals argue that this illness, **if untreated**, can have serious, even fatal consequences.

۸- گزینه «۱» تد اخلاق بسیار زشتی داشت و به خاطر کوچک‌ترین موفقیت‌هایش به قدری فخرفروشی می‌کرد که عادت خودستایی او در سرتاسر محوطه‌ی کوچک دانشگاه زبازد عام و خاص بود. توضیح: از ساختار that so استفاده شده.so much about that

بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۹- گزینه «۴» سگ‌ها در هنگام مواجهه با خطر / تهدید، پارس می‌کنند و دندان‌های خود را نشان می‌دهند تا حیوان یا شخص مورد نظر را بترسانند.

(۱) زیستگاه، زیست‌بوم (۲) طعمه (۳) سوءظن، تردید (۴) خطر، تهدید

۱۰- گزینه «۲» ضعف تصمیمات اخیر ست نشان می‌دهد که کوچکترین درکی نسبت به مسائل مختلف ندارد.

- (۱) تمایل، گرایش، احساس (۲) شعور، معنی، ادراک (۳) احساس، هیجان (۴) حساسیت

۱۱- گزینه «۳» قاضی شواهد غیرضروری را مردود اعلام کرد زیرا ارتباط چندانی با روال دادرسی نداشت.

- (۱) افشاء کردن، فاش کردن (۲) بزرگ کردن، منبسط کردن (۳) مردود شمردن، رد کردن (۴) کج کردن، تحریف کردن

۱۲- گزینه «۳» کارمندان هرچقدر در طول هفته بیشتر ورزش کنند، کمتر به مرخصی استعلاجی نیاز پیدا می‌کنند.

توضیح: جواب این سؤال عیناً توی خود سؤال آمده. یعنی اول بوده take time حالا شده take days.

اصطلاح take sick days یعنی «استعلاجی گرفتن».

۱۳- گزینه «۱» طبق آزمایشات روانشناسی کلاسیک، وقتی موش‌ها برای ترسیدن از یک صدای بخصوص به وسیله شوک الکتریکی شرطی شوند، بعدها

بدون وجود شوک الکتریکی هم از آن صدا می‌ترسند.

- (۱) شرطی کردن (۲) درخشیدن، برق زدن (۳) نمایش دادن (۴) قصد داشتن

۱۴- گزینه «۲» گوردن سینکلر، صاحب یکی از رستوران‌های مشهور، در سال ۱۹۹۸ با یکی از مشکلاتی که تمامی صاحب رستوران‌ها را آزار می‌داد، دست

و پنجه نرم می‌کرد. مشتریان، میز رزرو می‌کردند اما بدون اطلاع در رستوران حاضر نمی‌شدند.

- (۱) تفویض کردن، سپردن (۲) رنجاندن، آزردن (۳) تشدید کردن (۴) طفره رفتن، شانه خالی کردن

۱۵- گزینه «۴» علیرغم دیدگاه آن دانشمند، فوران آتشفشان در آینده‌ای نزدیک اتفاق نخواهد افتاد. بنابراین جایی برای نگرانی نیست!

- (۱) خونسرد، بی‌عاطفه (۲) قابل مذاکره (۳) آسیب‌پذیر (۴) قریب‌الوقوع

۱۶- گزینه «۳» در مکان دفن زباله، پروسه‌ی تجزیه با قدرت در حال اجرا است. در این پروسه بخش زیادی از زباله به گاز تبدیل می‌شود.

- (۱) تبدیل، تغییر (۲) ترمیم، بازسازی (۳) تجزیه (۴) تحت فشار قرار دادن

۱۷- گزینه «۴» من، به دلیل اینکه برنامه‌ریز بسیار دقیقی هستم، باید همه چیز را تحت نظر داشته باشم. بنابراین در زندگی من هرگز چیزی

بدون برنامه‌ریزی (فی‌البداهه) اتفاق نمی‌افتد.

- (۱) توجیه، دلیل آوردن (۲) تظاهر، وانمود (۳) اتفاق، تصادف، تقارن (۴) بدون برنامه، خودبخودی

۱۸- گزینه «۲» خیابان‌های شهر ما در حال حاضر هم ترافیک سنگینی دارد و ساخت پاساژ این مشکل را بدتر خواهد کرد.

- (۱) خنثی کردن، مختل کردن (۲) بدتر کردن، تشدید کردن (۳) حفظ کردن، نگه داشتن (۴) استخراج کردن، بهره‌برداری کردن

۱۹- گزینه «۱» فیلم «برخورد نزدیک از نوع سوم» داستان اولین برخورد بین موجودات فضایی و موجودات زمینی را روایت می‌کند.

- (۱) زمینی، دنیوی، خاکی (۲) غالب، مسلط (۳) باهوش، ماهر (۴) مهربان، خوش‌برخورد

توجه: در گزینه (۳) ingenious به معنی «باهوش، ماهر، ماهرانه» است که از واژه genius به معنای «نبوغ، ذکاوت» گرفته شده. اکثر داوطلبان این واژه را با واژه ingenuous به معنی «صاف‌وساده، بی‌ریا» اشتباه می‌گیرند.

۲۰- گزینه «۴» همه افراد با ساخت فرودگاه موافق هستند، اما در مورد مکان ساخت آن اختلاف نظر شدیدی وجود دارد.

- (۱) یک‌شکل، یک‌دست (۲) سوداگر، سودمند، کاربردی (۳) منحصربه‌فرد (۴) متفق‌القول، به‌اتفاق آرا

توجه: لغت unanimous معمولاً با واژگان consent, agreement, decision, vote و ... می‌آید.

مجموعه سؤالات دکتری

ریاضی ۱۴۰۲

• درس عمومی (زبان انگلیسی)

• دروس تخصصی

**PART A: Grammar**

Directions: Select the answer choice (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- Nonverbal thinking, in engineering design, involves perceptions, the stock-in-trade of the artist, not the scientist.

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| 1) being central mechanism | 2) a central mechanism |
| 3) that is central mechanism | 4) is mechanism central |

2- When the work was completed, many moved to other construction jobs or to factory work in cities and towns, they became part of an expanding working class.

- | | | | |
|----------|------------|---------|----------|
| 1) where | 2) thereby | 3) thus | 4) there |
|----------|------------|---------|----------|

3- , why did people in the thirteenth century move into these closely packed quarters?

- 1) By giving all the disadvantages of living in aggregated towns
- 2) All the disadvantages of living in aggregated towns given
- 3) Given all the disadvantages of living in aggregated towns
- 4) Living in aggregated towns given all the disadvantages

4- Autism is considered a neurological and genetic life-long disorder that causes discrepancies in the way
.....

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) is processed information | 2) of information processed |
| 3) processed information | 4) information is processed |

5- Not until the eighteenth century, however, the Bank of Amsterdam and the Bank of England begin to provide capital for business investment.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) such banks as did | 2) banks such as did |
| 3) did such banks as | 4) banks did such as |

6- around 8000 B.C.E., the most extensive exploitation of agriculture occurred in river valleys, where there were both good soil and a dependable water supply regardless of the amount of rainfall.

- | | | | |
|-------------|------------------|------------|---------------|
| 1) Starting | 2) To be started | 3) Started | 4) To started |
|-------------|------------------|------------|---------------|

7- A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, steam power to spin and weave cotton.

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| 1) and resulted in mills they used | 2) by mills resulting in using |
| 3) that resulted in mills to use | 4) resulting in mills using |

8- This simple memorizing of individual items and procedures—known as rote learning—is relatively easy to implement on a computer. implementing what is called generalization.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1) The problem is more challenging than is | 2) More challenging is the problem of |
| 3) The problem more challenging than | 4) The more challenging problem of |

**PART B: Vocabulary**

Directions: Select the answer choice (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

9- The past is It is gone and will never, ever come back, no matter what you do, no matter how much you cry.

- 1) irrevocable 2) unsurpassable 3) inevitable 4) unreliable

10- The resort's marketing campaign was so broad that it attracted not only the wealthy but also those of limited

- 1) zeal 2) means 3) rudiments 4) appeal

11- This engine is the last of a once great car manufacturer of the early 20th century.

- 1) uproar 2) proximity 3) tyro 4) vestige

12- He's a very young actor who's as happy in highbrow dramas as he is in TV comedies.

- 1) versatile 2) capricious 3) divisive 4) malleable

13- The treaty was formally this afternoon and will pass into law once signed by the Prime Minister later tonight.

- 1) nominated 2) pledged 3) released 4) ratified

14- I can't explain how I knew—I just had an that you'd been involved in an accident.

- 1) idiosyncrasy 2) intuition 3) attribution 4) ambiguity

15- Vehicles only the simplest of the engine improvements that methanol makes feasible would still contribute to an immediate lessening of urban air pollution.

- 1) incorporating 2) penetrating 3) conceding 4) disabusing

16- In 1887, an ingenious experiment performed by Albert Michelson and Edward Morley severely classical physics by failing to confirm the existence of "ether," a ghostly massless medium that was thought to permeate the universe.

- 1) predetermined 2) reiterated 3) undermined 4) presaged

17- Though not known for her, the principle allowed the students' misconduct to go unpunished.

- 1) candor 2) leniency 3) severity 4) punctuality

18- If you look inside of most classrooms, you will not see chalkboards because they are nearly in education today.

- 1) neutral 2) transient 3) obsolete 4) invaluable

19- Although computers can people's ability to communicate, computer games are a cause of underdeveloped communication skills in children.

- 1) enhance 2) duplicate 3) disclose 4) anticipate

20- After his boss praised him for his work on the big project, Sam felt it was an time to ask for a promotion.

- 1) arbitrary 2) apparent 3) ambitious 4) auspicious

بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۱- گزینه «۲» تفکر غیرکلامی، که یک مکانیزم مرکزی در طراحی مهندسی است، شامل ادراک می‌شود، {یا به عبارتی} فوت و فن هنرمند، نه دانشمند.

توضیح گرامری: گزینه (۳) کنار می‌رود چون کاربرد that بعد از کما ممنوع است. گزینه (۱) رد می‌شود چون being اضافه و حشو است. گزینه (۴) کنار می‌رود چون فاقد ضمیر موصولی است. ضمناً آن دو تا کامای بعد و قبل از جای خالی به وضوح نشان می‌دهند که ما به یک جمله‌واره وصفی نیاز داریم. پس این شما و این هم گزینه (۲) که در ابتدا به این صورت بوده:

Nonverbal thinking, which is a central mechanism in engineering design, involves

می‌توانیم which is را حذف کنیم و یک بدل یا عبارت وصفی بسازیم:

Nonverbal thinking, a central mechanism in engineering design, involves

۲- گزینه «۱» وقتی کار کامل شد، بسیاری به شغل‌های عمرانی دیگر یا کار در کارخانه‌ها در شهرها و شهرستان‌ها نقل مکان کردند، که در آنجا (جایی که) آنها بخشی از قشر در حال گسترش کارگرها شدند.

توضیح گرامری: با توجه به مفهوم جمله و اینکه قبل از جای خالی مرجع مکانی cities and towns را داریم، به ضمیر موصولی where برای جای خالی نیاز داریم.

۳- گزینه «۳» با توجه به تمامی معایب زندگی در شهرهای پُرجمعیت، چرا مردم در قرن سیزدهم به این محله‌های بسیار متراکم نقل مکان کردند؟

توضیح گرامری: given همیشه شکل سوم فعل give نیست. در اینجا یک حرف اضافه است به معنی «با توجه به»، با در نظر گرفتن و مترادف با considering است. چون حرف اضافه است، بعدش باید اسم یا عبارت اسمی بیاید. همچنین به مثال زیر دقت کنید:

Given [= considering] the circumstances, you've done really well.

ترجمه: با توجه به شرایط، عملکرد واقعاً خوبی داشته‌ای.

Given all the disadvantages of living in aggregated towns, why did people in the thirteenth

۴- گزینه «۴» اوتیسم، یک اختلال عصبی و ژنتیکی مادام‌العمر محسوب می‌شود که باعث تفاوت‌هایی می‌گردد در نحوه‌ای که اطلاعات پردازش می‌شود.

توضیح گرامری: جمله در اصل به شکل مقابل بوده: ...causes discrepancies in the way that information is processed.

می‌توانیم that موصولی را حذف کنیم که در این صورت به گزینه (۴) می‌رسیم. باقی گزینه‌ها به وضوح نادرست‌اند.

۵- گزینه «۳» با این وجود، تا {آغاز} قرن هجدهم، بانک‌هایی از قبیل بانک آمستردام و بانک انگلستان شروع به تأمین سرمایه برای سرمایه‌گذاری کسب‌وکار نکرده بودند.

توضیح گرامری: چون جمله با عبارت منفی ساز not until شروع شده، باید وارونگی صورت بگیرد که فقط در گزینه (۳) شاهد وارونگی هستیم:

Not until the eighteenth century, however, did such banks as ...

Painters such as Picasso are rare.

نکته: همانطور که می‌دانید از such as برای ارائه مثال استفاده می‌شود. مثال:

Such painters as Picasso are rare.

می‌توانیم such را ببریم قبل از painters که در این صورت داریم:

همین اتفاق در این سؤال هم افتاده:

Not until the eighteenth century, however, did such banks as the Bank of Amsterdam ...

۶- گزینه «۱» گسترده‌ترین بهره‌برداری از کشاورزی، که حدوداً در سال ۸۰۰۰ قبل از میلاد مسیح شروع شد، در دره‌های رودخانه‌ها رخ داد، که در آنجا صرف‌نظر از میزان بارندگی، هم خاک باکیفیت وجود داشت و هم منبع آب قابل‌اتکا.

توضیح گرامری: جمله در اصل به این صورت بوده:



The most extensive exploitation of agriculture, **which started around 8000 B.C.E.**, occurred in river valleys,...

می‌توانیم با حذف which و تبدیل started به starting یک عبارت وصفی (بدل) غیرضروری بسازیم:

The most extensive exploitation of agriculture, **starting around 8000 B.C.E.**, occurred in river valleys,...

می‌توانیم بدل را ببریم به قبل از مرجع (در اینجا The most extensive exploitation of agriculture) که داریم:

Starting around 8000 B.C.E., the most extensive exploitation of agriculture occurred in river valleys,...

پس این شما و این هم گزینه (۱) و حذف سایر گزینه‌ها.

۷- گزینه «۴» یک موتور دورانی که به موتور بخار متصل بود، باعث می‌شد شفت‌ها بچرخند و دستگاه‌ها به حرکت دربیایند، که {این امر} باعث می‌شد آسیاب‌ها از نیروی بخار برای چرخیدن و بافتن پنبه استفاده کنند.

توضیح گرامری: اگر خاطرتان باشد، گفتیم مرجع ضمیر موصولی which می‌تواند نه یک کلمه (یا عبارت) بلکه کل جمله قبل از کاما باشد. مثال:

My friend eventually decided to get divorced, which upset me a lot.

ترجمه: دوستم نهایتاً تصمیم گرفت که طلاق بگیرد، {که این موضوع} مرا زیاد ناراحت کرد.

در این سؤال هم همین موضوع صدق می‌کند؛ یعنی ابتدا داشتیم:

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, which resulted in mills

می‌توانیم which را حذف و resulted را به resulting تبدیل کنیم:

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, resulting in mills

همچنین این کاربرد result in را حتماً حفظ کنید:

Result in + sb/ sth + doing sth: Icy conditions resulted in two roads being closed.

در واقع در اینجا، being جراند است. پس این شما و این هم گزینه (۴):

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, resulting in mills using steam power

بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه (۳) به خاطر کاربرد that بعد از کاما کنار می‌رود. گزینه (۲) به لحاظ معنایی ایراد دارد و در گزینه (۱) کاربرد they used نامناسب است.

۸- گزینه «۲» اجرای این نوع یادگیری و به حافظه سپردن اقلام و رویه‌ها - که {با لفظ} یادگیری طوطی‌وار شناخته می‌شود - روی کامپیوتر نسبتاً ساده است. چالش برانگیزتر {از آن} مشکل اجرای چیزی است که تعمیم نامیده می‌شود.

توضیح گرامری: گفتیم یکی از کاربردهای وارونگی زمانی است که یک جمله با صفت آغاز شود؛ این هم مثال خود کتاب:

Central to all legal systems is the belief that a person is innocent unless proved otherwise.

More challenging is the problem of implementing what is called generalization.

بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه‌های (۳) و (۴) به وضوح کنار می‌روند. گزینه (۱) رد می‌شود چون معلوم نیست the problem دقیقاً به چه مشکلی اشاره دارد.

بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۹- گزینه «۱» گذشته برگشت‌ناپذیر است. {گذشته} طی شده (رفته) و دیگر هرگز باز نخواهد گشت، مهم نیست چه کاری انجام دهید و هر قدر هم که گریه کنید.

۱ irrevocable

غیرقابل برگشت، لغوشدنی

۲ unsurpassable

سبقت ناپذیر، چیره ناشدنی

۳ inevitable

اجتناب ناپذیر، حتمی

۴ unreliable

غیرقابل اعتماد

۱۰- گزینه «۲» کمپین بازاریابی آن پاتوق چنان گسترده بود که نه تنها افراد ثروتمند، بلکه افرادی با مال و منال محدود را هم جذب کرد.

۱	zeal	اشتیاق، شوق	۲	means	مال و منال، دارایی
۳	rudiments	علوم مقدماتی، چیز بدوی	۴	appeal	فرجام‌خواهی، جاذبه

۱۱- گزینه «۴» این موتور آخرین بازمانده یک خودروسازی روزگاری بزرگ در اوایل قرن بیستم است.

۱	uproar	غوغا، داد و بیداد	۲	proximity	مجاورت، نزدیکی
۳	tyro	مبتدی، تازه کار	۴	vestige	بقایا، نشانه، اثر، بازمانده

Vestige: a small part or amount of something that remains when most of it no longer exists

The new law removed **the last vestiges of** royal power.

۱۲- گزینه «۱» او یک بازیگر جوان بسیار همه‌فن‌حریف است که هم در درام‌های highbrow (نوعی گونه ادبی) و هم در کمدی‌های تلویزیون شاد است.

۱	versatile	همه‌فن‌حریف، دارای چند استعداد	۲	capricious	دمدمی، دمدمی‌مزاج
۳	divisive	تفرقه‌انگیز	۴	malleable	نرم و قابل انعطاف، چکش‌خور

۱۳- گزینه «۴» این پیمان‌نامه {امروز} بعد از ظهر به صورت رسمی تصویب شد و به محض اینکه امشب توسط نخست‌وزیر امضا شود، به یک قانون تبدیل خواهد شد.

۱	nominate	معرفی کردن، کاندید کردن	۲	pledge	عهد کردن، متعهد شدن
۳	release	آزاد کردن، منتشر کردن	۴	ratify	تصویب کردن، رسمی کردن
	treaty	معاهده، پیمان‌نامه		formally	رسماً، به صورت رسمی

Ratify: to make a written agreement official by signing it.

ratify a treaty/an agreement/a decision etc.

۱۴- گزینه «۲» نمی‌توانم توضیح دهم از کجا می‌دانستم - فقط حس ششمم بهم می‌گفت که تصادف کرده‌ای.

۱	idiosyncrasy	طرز فکر (یا رفتار) ویژه	۲	intuition	شَّم، حس ششم
۳	attribution	نسبت دادن، تخصیص	۴	ambiguity	ابهام، گنگی

۱۵- گزینه «۱» وسایل نقلیه‌ای که حتی ساده‌ترین پیشرفت‌ها را در موتور خود گنجانده‌اند (پیشرفت‌هایی که {به خاطر استفاده از} متانول شدنی و ممکن شده)، کماکان به کاهش فوری آلودگی هوای شهری کمک می‌کنند.

۱	incorporate	گنجانیدن، شامل کردن	۲	penetrate	نفوذ کردن، رخنه کردن
۳	concede	تصدیق کردن، پذیرفتن	۴	disabuse	آگاه ساختن (از یک اشتباه، باور...)
	improvement	پیشرفت، بهبود		feasible	ممکن، عملی، شدنی

Incorporate: to include something as part of a group, system, plan etc

We have **incorporated** many environmentally friendly features **into** the design of the building.

۱۶- گزینه «۳» در سال ۱۸۸۷، یک آزمایش نوآورانه که توسط آلبرت مایکلسون و ادوارد مورلی صورت گرفت، شدیداً فیزیک کلاسیک را تضعیف و بی‌اهمیت کرد، {آن‌هم} از طریق ناتوانی در تأیید وجود «اثر»، یک مایع بدون جرم (و) بی‌رنگ که گمان می‌شد در سراسر جهان نفوذ کرده.

۱	predetermine	از پیش تعیین کردن	۲	reiterate	تکرار کردن
۳	undermine	تضعیف کردن، کم‌اهمیت کردن	۴	presage	نشانه اتفاقی (ناگوار) بودن
	ingenious	نوآورانه، مبتکر		severely	شدیداً
	confirm	تأیید کردن		permeate	سرایت کردن، نفوذ کردن

سؤالات ریاضی

مبانی علوم ریاضی - مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی - مبانی آنالیز ریاضی

که ۱- درستی گزاره $r \rightarrow (P \vee \sim q)$ ، درستی کدام گزاره را نتیجه نمی‌دهد؟ (نماد $\sim$ به مفهوم نقیض است).

$$(1) r \rightarrow p \quad (2) r \vee \sim p \quad (3) p \wedge q \rightarrow r \quad (4) \sim r \rightarrow q$$

که ۲- اگر به ازای هر $r \in (\circ, \infty)$ تعریف کنیم $A_r = \left(\frac{1}{r+1}, 2r+1 \right]$ ، مجموعه‌های A_r و $B = \bigcup_{r>\circ} A_r$ و $A = \bigcap_{r>\circ} A_r$ کدام است؟

$$(1) A = \{1\} \text{ و } B = (1, \infty) \quad (2) A = (\circ, 1] \text{ و } B = (\circ, \infty) \quad (3) A = \emptyset \text{ و } B = (1, \infty) \quad (4) A = \{1\} \text{ و } B = (\circ, \infty)$$

که ۳- کدام گزینه در مورد رابطه‌های هم‌ارزی درست است؟

(۱) هر رده هم‌ارزی در رابطه هم‌ارزی، شامل فقط یک عضو است.

(۲) بر روی یک مجموعه دلخواه A ، ممکن است نتوان هیچ رابطه هم‌ارزی تعریف کرد.

(۳) هر رابطه هم‌ارزی در مجموعه A ، این مجموعه را به زیرمجموعه‌های ناتهی دو به دو از هم جدا، افراز می‌کند.

(۴) اگر R یک رابطه هم‌ارزی در مجموعه A باشد، آنگاه $R \subseteq A \times A$ بی‌تقارن (نامتقارن) است.

که ۴- کدام گزینه رابطه بین لم وزن و اصل انتخاب را به درستی بیان می‌کند؟

(۱) لم وزن اکیداً از اصل انتخاب ضعیف‌تر است.

(۲) لم وزن و اصل انتخاب، معادل هستند.

(۳) لم وزن فقط برای مجموعه‌های متناهی جزیی مرتب به کار می‌رود.

(۴) اصل انتخاب، لم وزن را نتیجه می‌دهد ولی عکس آن برقرار نیست.

که ۵- مجموعه $\{ \text{حداکثر تعداد متناهی از جملات دنباله صفر است} \}$ ، $D = \{ \{x_n\} : x_n \in \mathbb{R} \}$ را در نظر بگیرید. عدد اصلی این مجموعه کدام است؟ ($\mathbb{N}_0$ عدد اصلی $\mathbb{N}$ و $\mathbb{C}$ عدد اصلی $\mathbb{R}$ است).

$$(1) \aleph_0 \quad (2) \aleph_1 \quad (3) \aleph_2 \quad (4) \aleph_3$$

که ۶- فرض کنید V فضای برداری همه ماتریس‌های 2×2 روی میدان اعداد حقیقی است. اگر $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x & -x \\ y & z \end{bmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$

و $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -a & e \end{bmatrix} \mid a, b, e \in \mathbb{R} \right\}$ ، آنگاه $W_1 + W_2$ برابر است با:

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4)$$

که ۷- فرض کنید V فضای برداری تمام چندجمله‌ای‌های با درجه حداکثر ۲ و با ضرایب حقیقی باشد و برای آن پایه $B = \{2, x+1, x^2+x+1\}$ را در

نظر می‌گیریم. در این صورت، ماتریس نمایش تبدیل خطی $T: V \rightarrow V$ با ضابطه $T(f(x)) = xf'(x)$ نسبت به این پایه کدام است؟

$$(1) \begin{bmatrix} \circ & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \circ & 1 & -1 \\ \circ & \circ & 2 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} \circ & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \circ & -1 & -1 \\ \circ & \circ & 2 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} \circ & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \circ & 1 & -1 \\ \circ & \circ & 2 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} \circ & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \circ & -1 & 1 \\ \circ & \circ & -2 \end{bmatrix}$$

که ۸- کدام یک از مجموعه‌های زیر، زیرفضایی از $\mathbb{C}^3$ روی میدان $\mathbb{C}$ نیست؟

$$(1) \{ (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid 2x - y + 3z = 0 \} \quad (2) \{ (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + \bar{y} = \bar{z} + 1 \}$$

$$(3) \{ (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid \bar{x} = z \} \quad (4) \{ (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid 2\bar{x} - y + \bar{z} = 0 \}$$

که ۹- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & -a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \circ & c \\ -c & \circ \end{bmatrix}$ با درایه‌های حقیقی و وارون‌پذیر هستند. فرض کنید $\lambda \in \mathbb{C}$ یک مقدار ویژه A و $\mu \in \mathbb{C}$ یک

مقدار ویژه B باشد. در این صورت، کدام مورد درست است؟

$$(1) \mu = -\bar{\mu} \text{ و } \lambda = \bar{\lambda} \quad (2) \mu = \bar{\mu} \text{ و } \lambda = -\bar{\lambda} \quad (3) \mu = \bar{\mu} \text{ و } \lambda = \bar{\lambda} \quad (4) \mu = -\bar{\mu} \text{ و } \lambda = -\bar{\lambda}$$



۱۰- اگر $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت $-T^3 + 4T^2 + 5T - 2I$ برابر با کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 20 \\ 0 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & -16 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 6 & 0 & 20 \\ 0 & 6 & 10 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 20 \\ 0 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

۱۱- فرض کنید E زیرمجموعه $\mathbb{R}$ و تابع $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ اکیداً صعودی باشد. کدام گزینه پیوستگی تابع f را نتیجه نمی‌دهد؟
 (۱) $f(E)$ باز است. (۲) $f(E)$ همبند است. (۳) $f(E)$ کراندار است. (۴) $f(E)$ بسته است.

۱۲- فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد که سری $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ همگرای مشروط است. گزاره‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

الف - یک تجدید آرایش $\{x'_n\}$ از $\{x_n\}$ وجود دارد که $\sum_{n=1}^{\infty} x'_n = +\infty$ ب - به ازای هر تجدید آرایش $\{x'_n\}$ از $\{x_n\}$ ، $\lim_{n \rightarrow \infty} x'_n = 0$

کدام گزینه درست است؟

(۱) «الف» و «ب» هر دو درست هستند. (۲) «الف» درست و «ب» نادرست است.
 (۳) «ب» درست و «الف» نادرست است. (۴) «الف» و «ب» هر دو نادرست هستند.

۱۳- فرض کنید $f_n(x) = \begin{cases} 1 & |x| \geq \frac{1}{n} \\ nx^2 & |x| < \frac{1}{n} \end{cases}$ و $h(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$. کدام گزینه درست است؟

(۱) h تابع ثابت است. (۲) h در برخی نقاط ناپیوسته است.
 (۳) h در صفر مشتق پذیر است. (۴) h در نقاط $\left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ مشتق پذیر نیست.

۱۴- تابع $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & x = 0 \\ \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} \end{cases}$ تعریف شده است. کدام مورد درست است؟ (م و n نسبت به هم اول هستند).

(۱) f بر هر بازه فشرده انتگرال پذیر ریمن است. (۲) f در هر عدد گنگ پیوسته است.
 (۳) f در هر عدد گویا، ناپیوسته است. (۴) همه موارد

۱۵- فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد. کدام گزینه پیوستگی یکنواخت f را ایجاب نمی‌کند؟
 (۱) متناوب است.

(۲) f به طور پیوسته مشتق پذیر است.
 (۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ در $\mathbb{R}$ موجود است.

(۴) $\forall \varepsilon > 0 \exists M \forall x, y \in \mathbb{R} \left(\left| \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \right| > M \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon \right)$

مبانی آنالیز عددی - مبانی احتمال - بهینه‌سازی خطی

۱۶- مرتبه همگرایی دنباله بازگشتی $x_{n+1} = \frac{x_n + 2}{4}$ ، $x_0 = 0$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷- فرض کنید $P_1(x)$ چندجمله‌ای درون‌یاب تابع جدولی $f(x) = x^2$ در نقاط $x_i = 0, 1, 2, 3, 4$ به ازای $i = 0, 1, 2, 3, 4$ باشد. مختصات

نقطه $(\frac{5}{4}, -\frac{5}{4})$ را به تابع جدولی افزوده و چندجمله‌ای درون‌یاب تابع جدولی جدید را $P_2(x)$ می‌نامیم. مقدار $P_2(\frac{1}{4})$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{67}{256}$ (۲) $\frac{137}{512}$ (۳) $-\frac{83}{256}$ (۴) $-\frac{73}{512}$

ک ۱۸- اگر $S(h)$ تقریب $\int_a^b x^4 dx$ با استفاده از دستور سیمپسون (مرکب) با طول گام h و شرط $\frac{1}{\epsilon}$ باشد، $\left| \int_a^b x^4 dx - S(\frac{1}{\epsilon}) \right|$ باشد، آنگاه طول بازه $[a, b]$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ک ۱۹- برای یافتن جواب تقریبی دستگاه معادله $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ x^2 - y^2 + 2y = 2 \end{cases}$ از روش تکرار نیوتن با انتخاب $X^{(0)} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ به عنوان جواب آغازین، استفاده می‌کنیم. جواب تقریبی (x, y) در تکرار اول، کدام است؟

 $(2, \frac{1}{2})$ (۴) $(-2, -\frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{1}{2}, 2)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, -2)$ (۱)

ک ۲۰- از یک کیسه شامل N توپ که از یک تا N شماره گذاری شده‌اند، n توپ را با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه حداقل یکی از توپ‌ها تکراری انتخاب شود کدام است؟ ($n < N$)

 $1 - \frac{N!}{n!N^n}$ (۴) $\frac{\binom{N}{n}}{N^n}$ (۳) $1 - \frac{1}{N!}$ (۲) $\frac{1}{N^n}$ (۱)

ک ۲۱- فرض کنید $B_1, \dots, B_n$ پیشامدهای مستقل از هم روی فضای نمونه مشترک S باشند که $P(B_i) = \frac{1}{n}$ برای $i = 1, 2, \dots, n$. احتمال اینکه حداقل یکی از پیشامدها رخ دهد کدام است؟

 $(\frac{n-1}{n})^{n-1}$ (۴) $(\frac{n}{n-1})^n$ (۳) $\frac{n^{n-1}(2n-1)}{(n+1)^n}$ (۲) $\frac{(n-1)^{n-1}(2n-1)}{n^n}$ (۱)

ک ۲۲- در یک بازی شیروخط با یک سکه سالم، بازیکن A تعداد ۲۵ سکه و بازیکن B تعداد ۲۰ سکه را با هم پرتاب می‌کنند. احتمال اینکه هر دو تعداد شیرهای مساوی به دست بیاورند، چقدر است؟

 $\binom{45}{15} (\frac{1}{2})^{20}$ (۴) $\binom{45}{20} (\frac{1}{2})^{20}$ (۳) $\binom{45}{15} (\frac{1}{2})^{45}$ (۲) $\binom{45}{20} (\frac{1}{2})^{45}$ (۱)

ک ۲۳- کدام مورد درست است؟

(۱) اگر مسئله برنامه‌ریزی خطی، جواب بهینه دگرین داشته باشد، آنگاه حتماً دو جواب بهینه رأسی دارد.

(۲) اگر مسئله برنامه‌ریزی خطی بی کران باشد، آنگاه ناحیه شدنی آن بی کران است.

(۳) اگر ناحیه شدنی یک مسئله برنامه‌ریزی خطی بی کران باشد، آنگاه مسئله بی کران است.

(۴) ناحیه شدنی یک مسئله برنامه‌ریزی خطی بی کران می‌تواند کران دار باشد.

ک ۲۴- برای مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر، کدام مورد درست است؟ (J_N مجموعه اندیس متغیرهای غیر پایه‌ای است.)

Max cx s.t. $Ax = b$ $x \geq 0$

(۱) معیار انتخاب متغیر خارج‌شونده $\left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} ; i \in \{1, 2, \dots, m\}, y_{ik} > 0 \right\}$ است. $\frac{\bar{b}_r}{y_{rk}}$

(۲) معیار انتخاب متغیر واردشونده $\left\{ z_j - c_j ; j \in J_N, z_j - c_j > 0 \right\}$ است. $z_k - c_k$

(۳) اگر در یک جواب پایه‌ای شدنی مانند $\bar{x}$ ، $j \in J_N$ موجود باشد به طوری که $z_j - c_j > 0$ و $y_j \leq 0$ ، آنگاه مسئله بی کران است.

(۴) اگر در یک جواب پایه‌ای شدنی مانند $\bar{x}$ ، برای هر $j \in J_N$ داشته باشیم: $z_j - c_j \leq 0$ ، آنگاه $\bar{x}$ بهینه است.

ک ۲۵- دوگان مسئله برنامه‌ریزی خطی اولیه زیر، کدام است؟

Min $-x_1 - x_2$ s.t. $|x_1 - x_2| \leq 1$ $x_1, x_2 \geq 0$ Max $y_1 + y_2$ s.t. $y_1 - y_2 \leq -1$ $-y_1 + y_2 \leq -1$ (۴) $y_1, y_2 \leq 0$ Max $y_1 + y_2$ s.t. $y_1 - y_2 \leq 1$ $-y_1 + y_2 \leq 1$ (۳) $y_1, y_2 \geq 0$ Max $-y_1 + y_2$ s.t. $y_1 - y_2 \leq -1$ $-y_1 + y_2 \leq -1$ (۲) $y_1, y_2 \geq 0$ Max $-y_1 - y_2$ s.t. $y_1 - y_2 \leq 1$ $-y_1 + y_2 \leq 1$ (۱) $y_1, y_2 \leq 0$

مبانی علوم ریاضی - مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی - مبانی آنالیز ریاضی

۱- گزینه «۱» با استفاده از قوانین منطق ریاضی از جمله قانون اختصار داریم:

$$(p \vee \sim q) \rightarrow r \equiv (p \vee \sim q) \vee r \equiv (\sim p \wedge q) \vee r \equiv (\sim p \vee r) \wedge (q \vee r) \equiv \sim p \vee r \equiv p \rightarrow r$$

البته به سادگی می‌توان گزینه‌های دیگر را به نوعی اثبات نمود؛ مثلاً در مورد گزینه (۴) داریم:

$$(p \vee \sim q) \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow \sim (p \vee \sim q) \equiv \sim r \rightarrow \sim p \wedge q \equiv \sim r \rightarrow q$$

۲- گزینه «۴» به راحتی می‌توان گزینه‌های (۱) و (۳) را رد نمود، زیرا A اجتماع ناشمارا از مجموعه A_r ‌ها می‌باشد و از طرفی A_r از طرف کران پایین نزولی می‌باشد بنابراین اجتماع آنها کمترین مقدار خواهد شد که صفر می‌باشد، وقتی $r \rightarrow \infty$ و از طرفی به راحتی می‌توان گزینه (۲) را نیز رد نمود زیرا از طرف کران بالای A_r چون صعودی می‌باشد اجتماع آنها بیشترین مقدار خواهد بود که $r \rightarrow \infty$ است.

۳- گزینه «۳» در مورد گزینه (۱) فرض کنید R رابطه هم‌ارزی به پیمانه ۲ برای اعداد صحیح باشد، یعنی $x - y = 2k$ ؛ $x, y \in \mathbb{Z}$. آنگاه هم‌نهشتی یک رابطه هم‌ارزی و رده هم‌ارزی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$[\circ] = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2k\} = \mathbb{Z}_\circ$$

$$[\text{I}] = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2k + 1\} = \mathbb{Z}_1$$

که شامل یک عضو نمی‌باشد و از طرفی این رده‌ها یا کلاس‌ها اشتراک ندارند و $\bigcup_{i=\circ} \mathbb{Z}_i = \mathbb{Z}$. در مورد گزینه (۲) نیز می‌توان گفت که صحیح نیست؛ زیرا می‌توان برای هر مجموعه رابطه هم‌ارزی را برای برابری تعریف نمود.

در مورد گزینه (۳) کلاس هم‌ارزی متفاوت و مجزا هستند؛ به عبارت دیگر کلاس هم‌ارزی مجزا یا مساوی هستند و گزینه (۴) نیز صحیح نمی‌باشد، زیرا k یک رابطه هم‌ارزی است و متقارن بودن یکی از شروط رابطه هم‌ارزی است.

۴- گزینه «۲» لمرزن یکی از مفیدترین اصولی است که هم‌ارز اصل انتخاب است، اصلی است که اولین بار توسط زرن در سال ۱۹۱۴ مطرح شد و به صورت زیر است:

اگر $(A, \leq)$ یک مجموعه مرتب جزئی باشد به‌طوری‌که هر زیر مجموعه کاملاً مرتب آن دارای کران بالا (در A) باشد آنگاه A دارای عضو ماکزیمال است.

۵- گزینه «۱» a_n را به نگاشت زیر افرازبندی می‌کنیم $\{ \text{حداکثر تعداد متناهی } a_n \text{ صفر است, } a_n \rightarrow a = \{n \in \mathbb{N} \}$ و $a_n \rightarrow b = \{n > \mathbb{N}, a_n \neq \circ\}$ بنابراین $f: \mathbb{N} \rightarrow \{a, b\}$ یک‌به‌یک خواهد بود. از طرفی چون عدد اصلی $\mathbb{N}$ برابر $\mathbb{N}_\circ$ و برد این تابع ۲ حالت می‌باشد، می‌توان گفت عدد اصلی f برابر $2^{\mathbb{N}_\circ}$ است.

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z$$

۶- گزینه «۴» بعد فضای W_1 برابر ۳ می‌باشد، زیرا:

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} a + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} b + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} c$$

بعد فضای برداری W_2 نیز ۳ می‌باشد، زیرا:

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2) = 3 + 3 - 2 = 4$$

و از طرفی $\dim(W_1 \cap W_2) = 2$ و در کل داریم:

۷- هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چون V چندجمله‌ای‌ها حداکثر از درجه ۲ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 \Rightarrow T(f(x)) = x(a_1 + 2a_2x) = a_1x + 2a_2x^2$$

حال $T(f(x))$ را بر اساس پایه B می‌نویسیم:
که با معادل‌سازی طرفین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 0 &= 2\alpha + \beta + \gamma \\ a_1 &= \beta + \gamma \\ 2a_2 &= \gamma \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2}(a_1) \\ \beta = a_1 - 2a_2 \\ \gamma = 2a_2 \end{cases} \Rightarrow [T(f(x))]_B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

توجه شود که سازمان سنجش گزینه (۱) را صحیح مطرح نموده است، ولی همان‌طور که مشاهده می‌شود ستون سوم متفاوت می‌باشد.

۸- گزینه «۲» گوئیم V یک فضای برداری و S زیرفضایی از V می‌باشد، اگر:

$$\begin{aligned} \forall \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow \alpha S &\in V & (1) \\ (x, y, z) \in S, (x', y', z') \in S &\Rightarrow (x+x', y+y', z+z') \in V & (2) \end{aligned}$$

به راحتی می‌توان با بررسی شرط (۲) فهمید که این مجموعه زیر فضای $\mathbb{C}^3$ نمی‌باشد، زیرا:

$$\begin{cases} (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \\ (x', y', z') \in \mathbb{C}^3 \end{cases} \Rightarrow (x+x') + (\overline{y+y'}) - (\overline{z+z'}) = x + \bar{y} - \bar{z} + (x' + \bar{y}' - \bar{z}') = 1+1 \neq 1$$

۹- گزینه «۱» مقادیر ویژه هر یک از ماتریس‌ها را محاسبه می‌نماییم، پس داریم:

$$A \text{ مقادیر ویژه } \Rightarrow \lambda^2 + \text{tr}(A)\lambda + |A| = 0 \Rightarrow \lambda^2 - (a^2 + b^2) = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر ویژه A یک عدد حقیقی می‌باشد و در مجموعه اعداد مختلط می‌دانیم که اگر $z = a$ در نتیجه $\bar{z} = a$ ($a \in \mathbb{R}$)

$$\begin{aligned} \mu^2 + c^2 = 0 &\Rightarrow \mu = \pm ci \Rightarrow \bar{\mu} = \mp ci \\ \text{پس } \lambda = \bar{\lambda} &\text{ و از طرفی مقادیر ویژه } B \text{ برابر است با:} \\ \mu &= -\bar{\mu} \end{aligned}$$

۱۰- گزینه «۳» محاسبه ماتریس $-T^3 + 4T^2 + 5T - 2I$ به شیوه معمول طولانی می‌باشد ولی طبق قضیه کیلی - همیلتون داریم:

$$f(T) = -T^3 + 4T^2 + 5T - 2I$$

آن‌گاه مقادیر ویژه $-T^3 + 4T^2 + 5T - 2I$ برابر $f(\lambda)$ خواهد شد که در آن λ مقادیر ویژه ماتریس $f(T)$ می‌باشد. بنابراین در ابتدا مقادیر ویژه ماتریس T را محاسبه می‌نماییم.

$$|T - \lambda I| = 0 \Rightarrow (\lambda - 1)^2(\lambda - 2) = 0 \Rightarrow \lambda = 1, \lambda = 2$$

(توجه شود که ریشه مضاعف در ۱ خواهیم داشت) بنابراین داریم:

$$f(1) = -1^3 + 4(1)^2 + 5(1) - 2 = 6 \quad f(2) = -2^3 + 4(2)^2 + 5(2) - 2 = 16$$

بنابراین مقادیر ویژه ماتریس $f(T)$ برابر ۶، ۶ و ۱۶ خواهد شد که با مقایسه گزینه‌ها به گزینه (۱) خواهیم رسید. دقت شود چون ماتریس پایین مثلثی یا بالا مثلثی است، مقادیر ویژه ماتریس برابر عناصر روی قطر اصلی خواهد شد.

۱۱- گزینه «۳» اگر قضیه $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته و E فضای متری فشرده باشد آنگاه $f(E)$ بسته و کراندار است. اگر E فشرده نباشد تابعی بر E وجود دارند که پیوسته‌اند ولی کراندار نیستند.

۱۲- گزینه «۱» طبق قضیه منسوب به ریمن می‌توان گفت که باز آرایش‌های سری‌های همگرای مشروط ممکن است همگرا و حتی واگرا شوند.

قضیه: فرض کنید $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ یک سری از اعداد حقیقی و همگرای مشروط باشد و $-\infty \leq \alpha \leq \beta \leq \infty$. در این صورت تجدید آرایشی از $\sum_{n=1}^{\infty} x'_n$ مانند $\sum_{n=1}^{\infty} x'_n = \infty$ یا مجموع جزئی S'_n وجود دارد که $\liminf S'_n = \alpha$ و $\limsup S'_n = \beta$.

بنابراین طبق قضیه فوق می‌توان گفت به ازای هر تجدید آرایشی $x'_n \rightarrow 0$ یک تجدید آرایش وجود دارد که:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x'_n = \infty$$

۱۳- گزینه «۲» اگر $x = 0$ آنگاه به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $f_n(x) = 0$ آنگاه $f_n(x) \rightarrow 0$ و اگر $x \neq 0$ آنگاه $f_n(x) = 1$ و در نتیجه $f_n(x) \rightarrow 1$ ، بنابراین در کل می‌توان گفت که در برخی نقاط، ناپیوسته است.

۱۴- گزینه «۴» چون نقاط ناپیوستگی f برابر $Q \cap [0, 1]$ است که مجموعه‌ای شماراست، پس با اندازه صفر است و طبق محک لبگ می‌توان گفت که f انتگرال‌پذیر ریمن است. از طرفی واضح است که f در اعداد گویا ناپیوسته است چون اگر $\{r_n\}$ دنباله‌ای کراندار از اعداد گویای مجزا باشد و $r_n = \frac{m_n}{k_n}$ آنگاه $(m_n, k_n) = 1, k_n > 0$ ، برای اثبات آن، فرض کنید به ازای هر n ، $|r_n| \leq M$ ، به ازای یک $M > 0$ ، بنابراین $|m_n| \leq M k_n$. حال به برهان خلف فرض کنید $k_n \rightarrow \infty$ ، چنان وجود دارد که به ازای نامتناهی $k_n > c$ و در نتیجه $|m_n| < M c$ ، اما، با این واقعیت که مجموعه $\left\{ \frac{m}{n} : |m| < M c, |n| < c \right\}$ متناهی است در تناقض است.

حال فرض کنید x عددی گنگ باشد. اگر $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد گنگ باشد که $x_n \rightarrow x$ ، در این صورت $f(x_n) \rightarrow f(x) = 0$ و بنابراین اگر f در x پیوسته نباشد دنباله‌ای از اعداد گویا مانند $\{r_n\}$ وجود دارد که $r_n \rightarrow x$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} f(r_n) \neq 0$ و چون x گنگ است، می‌توان فرض کرد برای هر $m \neq n$ و $r_m \neq r_n$ با فرض $r_n = \frac{m_n}{k_n}$ داریم $f(r_n) = \frac{1}{k_n} \rightarrow 0$ و این یعنی $k_n \rightarrow \infty$ در تناقض است، بنابراین f در هر عدد گنگ پیوسته است. مشابه فوق اگر $x = \frac{m}{n}$ عددی گویا باشد حد f در x موجود و برابر صفر است درحالی‌که $f(x) = \frac{1}{n} \neq 0$ لذا f در x ناپیوستگی ساده دارد.

۱۵- گزینه «۲» در مورد گزینه (۱) فرض کنید $[0, T]$ یک دوره تناوب f باشد. چون f پیوسته و $[0, T]$ فشرده است، f بر $[0, T]$ پیوسته یکنواخت است و همچنین بر $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ پیوسته یکنواخت است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \exists \delta_1 > 0; \forall x, y \in [0, T]; |x - y| < \delta_1 \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon \\ \exists \delta_2 > 0; \forall x, y \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]; |x - y| < \delta_2 \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon \end{cases}$$

و با قرار دادن $\delta = \min\left\{\delta_1, \delta_2, \frac{T}{2}\right\}$ اگر $|x - y| < \delta$ ، آنگاه عدد صحیح مانند n وجود دارد که $nT \leq x, y \leq (n+1)T$ یا $nT - \frac{T}{2} \leq x, y \leq nT + \frac{T}{2}$ که در هر صورت $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$. در مورد گزینه (۳) نیز به صورت قضیه می‌باشد که f تابعی از فضای اقلیدسی $\mathbb{R}$ باشد اگر f بر (a, b) پیوسته باشد آنگاه بر (a, b) پیوسته یکنواخت است، اگر و تنها اگر $f_+(a)$ و $f_-(b)$ موجود و متناهی باشد. گزینه (۴) نیز به گونه‌ای دیگر تعریف پیوستگی یکنواخت است.

مبانی آنالیز عددی - مبانی احتمال - بهینه‌سازی خطی

۱۶- گزینه «۱» اگر دنباله $\{x_n\}$ به عددی α همگرا باشد می‌گوییم همگرایی آن برابر P است هرگاه عدد مثبت c موجود باشد به طوری که $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x_{n+1} - \alpha}{(x_n - \alpha)^P} \right| = c$ در این سؤال $\alpha = 2$ می‌باشد و داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x_{n+1} - c^2}{(x_n - 2)^P} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left| \frac{(x_n - 2)}{(x_n - 2)^P} \right| = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} |(x_n - 2)^{1-P}|$$

شرط اینکه حد فوق به مقدار ثابت $c = \frac{1}{2}$ همگرا باشد این است که $P = 1$ ، بنابراین مرتبه همگرایی یک می‌باشد.

۱۷- گزینه «۴» براساس اطلاعات سؤال $P_1(x) = x^2$ حال نقطه $(\frac{2}{5}, -\frac{5}{4})$ را به مجموعه نقاط اضافه می‌نماییم و سپس $P_7(x)$ را به دست می‌آوریم:

x_i	y_i	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4	Δ^5
0	0	0/5				
0/5	0/25	1/5	1	0	0	
1	1	2/5	1	0		-2
1/5	2/25	3/5	1	-10	-5	
2	4	-10/5	-14			
2/5	-1/25					

$$P_7(x) = x^2 - 2x(x - 0/5)(x - 1)(x - 1/5)(x - 2)$$

بنابراین چندجمله‌ای درون‌یاب $P_7(x)$ عبارت است از:

$$P_7\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} - \frac{105}{512} = -\frac{73}{512}$$

و در نهایت: