

**زبان انگلیسی و  
استعداد تحصیلی  
۱۳۹۱**



## بخش اول: درک مطلب

■ در این بخش، چند متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤالاتی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

## متن (۱)

بعد از ساخت اولین سلول مصنوعی، شاهد پیشرفت کوچک دیگری در زمینه ساخت ارگانیزم‌های مصنوعی هستیم: سیستم گوارش مصنوعی. توانایی اصلی این سیستم، می‌تواند کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل باشد. روبات‌هایی که بتوانند غذای خود را تامین و تغذیه کنند. [۱] در تلاش برای تولید چنین روبات‌هایی، محققان به استفاده از مواد انرژی‌زای آلی به عنوان منبع انرژی روی آوردند. روبات‌ها با داشتن سامانه قابل تغذیه خود قادر خواهند بود برای مدت طولانی‌تری بدون دخالت انسان کار کنند. چنین روبات‌هایی در گذشته نیز به نمایش درآمده‌اند؛ روبات‌هایی که می‌توانستند به کمک سلول‌های سوختی میکروبی یا MFC انرژی تولید کنند. هر چند تاکنون، هیچ‌کس روی راهی برای دفع زباله زیادی که این روبات‌ها بر جا می‌گذارند، کار نکرده است. [۲]

کریس ملهویش مدیر یک آزمایشگاه علوم روباتی می‌گوید؛ این روبات‌ها به یک سیستم گوارش مصنوعی احتیاج داشتند. او از سه سال پیش تاکنون به همراه گروه کاری‌اش روی این موضوع کار کرده است که در نتیجه موفق به ساخت روبات اکوبوت ۳ شده‌اند. [۳] ملهویش تاکید می‌کند که diarrhoea-bot روبات خیلی بهتری خواهد بود. البته این روبات هم زباله تولید خواهد کرد؛ اما اولین روباتی است که با سوخت آلی و بدون کمک انسان کار می‌کند. مدل‌های قدیمی‌تر اکوبوت نشان دادند که می‌توان نیروی کافی را برای انجام فعالیت‌های اولیه روبات و بعضی از رفتارهای پیچیده‌تر روبات، مانند حرکت به سمت منبع نور، تولید کرد. هر چند بعد از تغذیه روبات، کار تمیز کردن و جمع‌آوری فضولات توسط انسان انجام می‌شود. [۴]

با طراحی یک دستگاه گوارش در روبات، اکوبوت ۳ می‌تواند به مدت یک هفته به فعالیت خود بدون دخالت انسان ادامه دهد و بدون کمک، از آب و غذای مخصوص خود استفاده کند. اکوبوت مثل یک روبات حرف‌گوش‌کن، هر بیست و چهار ساعت یک بار، زباله‌اش را در یک سطل آشغال خالی می‌کند. [۵] یروپولوس می‌گوید راز این سیستم هاضمه، در استفاده از سیستم بازیابی متکی بر یک پمپ رولی است که با کمک نیروی جاذبه کار می‌کند. این سیستم مانند روده بزرگ انسان، حرکات موجی شکل همراه با فشاری در طول مجرا ایجاد می‌کند که باعث خارج شدن مواد زاید از آن می‌شود. [۶] در ابتدای فرآیند هضم، روبات با چسبیدن به یک تغذیه کننده، مواد غذایی لازم را به دست می‌آورد. با این کار، مقداری از محلول نیمه فرآوری شده مغذی وارد دهان روبات می‌شود و از آن‌جا بین چهل و هشت MFC مجزا در درون روبات پخش می‌شود. این مایع در واقع غذایی شامل مواد معدنی، نمک مخمرها و مواد مغذی دیگر است. هر چند این غذا ظاهر زشتی دارد و به ظاهر بدمزه است، اما برای باکتری‌های موجود در شکم روبات دلچسب‌ترین غذا است! [۷]

در قلب این فرآیند، یک واکنش اکسایش - کاهش قرار دارد که در دهلیز آند MFC روبات رخ می‌دهد. همین طور که باکتری مواد آلی را سوخت و ساز می‌کند، اتم‌های هیدروژن آزاد می‌شوند. الکترون‌های هیدروژن، به الکتروود مهاجرت کرده، جریان الکتریسیته تولید می‌کنند. به طور همزمان، یون‌های هیدروژن از لایه نازک مبادله پروتون عبور می‌کنند و وارد دهلیز کاتد سلول MFC که حاوی آب است، می‌شوند. در این‌جا اکسیژن حل شده در آب با پروتون‌ها ترکیب می‌شود و آب بیشتری تولید می‌کند. از آن‌جا که مایع همراه غذا به مرور بخار می‌شود، روبات باید به طور مرتب آب بنوشد که آن را از یک ورودی دیگر دریافت می‌کند. [۸]

سلول‌ها در دو ردیف بیست و چهار تایی قرار داشته و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که نیروی جاذبه بتواند تمامی مواد هضم نشده باقی‌مانده را به سمت یک مخزن مرکزی باریک هدایت و در آن‌جا جمع‌آوری کند. محتویات به طور مرتب از درون این مخزن بازیافت و به مخزن تغذیه کننده روبات هدایت می‌شوند تا قبل از دفع شدن، حداکثر انرژی از آن به دست آید. [۹]

یروپولوس می‌گوید: دفع مواد زاید نه تنها از پر و مسدود شدن سلول‌ها جلوگیری می‌کند، بلکه هر گونه ماده اسیدی تولید شده در دستگاه گوارش روبات را که ممکن است باعث مسموم کردن باکتری‌ها شود، از بین می‌برد. آن‌طور که از شواهد برمی‌آید، با وجود فرآیند بازیافت، سلول‌های سوختی قادرند چیزی در حدود یک درصد انرژی شیمیایی موجود در غذایشان را استخراج کنند. بر پایه توضیحات یروپولوس، روبات در حال حاضر از قطعات موجود در بازار استفاده می‌کند، بنابراین استفاده از قطعات سفارش شده و تغییر شکل آن‌ها به نحوی که سطح تماس بیشتری داشته باشند تا باکتری‌ها بتوانند خود را به آن بچسبانند، می‌تواند موجب تولید انرژی به مراتب بیشتری شود. [۱۰]



## پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

## زبان عمومی

## قسمت اول: گرامر ۱

۱- گزینه «۳» محبوبیت «نظریه بازی» از زمان مطرح شدنش در اقتصاد متنوع بوده است.

توضیح گرامری: مبدأ زمان + since یکی از علائم زمان کامل است. زمان حال کامل بر انجام کار یا روی دادن حالتی دلالت می‌کند که از زمان گذشته شروع شده و تا زمان حال ادامه یافته است یا اثر آن تاکنون باقی مانده باشد. ساختار آن به صورت زیر است.

**فاعل + have/has + p.p**

He has lived here since childhood. از بچگی، او در اینجا زندگی کرده است.

توضیح تست: از آنجا که **has varied** در این جمله نشان دهنده زمان حال کامل است، بنابراین جمله با گزینه (۳) که در آن واژه **since** به کار رفته کامل می‌شود.

گزینه (۴) نیز علاوه بر اینکه **from** در اینجا کاربرد ندارد، به دلیل استفاده از حرف اضافه نادرست **by** نادرست است.

۲- گزینه «۴» اگرچه تعاریف زیادی از معرفت‌شناسی وجود دارد، اما مقبول‌ترین تعریف احتمالاً متعلق به بریان مک ماهونتال است.

توضیح گرامری: قید عالی به صورت زیر ساخته می‌شود:

the + most + قید → the most widely

به این نکته توجه کنید که قبل از قید عالی باید حتماً از حرف تعریف **the** استفاده کنیم.

توضیح تست: **accepted** صفت است بنابراین باید از قید قبل از آن استفاده کرد. پس گزینه (۴) صحیح است.

The most widely accepted.

صفت قید حرف تعریف

۳- گزینه «۲» این بحث چون که ارزش‌هایی مثل آزادی و برابری را مطرح می‌کند، ممکن است هرگز قابل حل نباشد.

توضیح گرامری: **turning as it does** شکل دیگری از **since it turns** است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۴- گزینه «۴» آزمایش‌ها معمولاً شامل مداخله برنامه‌ریزی‌شده‌ای هستند که غالباً «تداخل» نامیده می‌شود.

always, usually, sometimes, often, توضیح گرامری: قیدهای تکرار عبارتند از:

جای قیدهای تکرار در جمله، قبل از فعل اصلی یا بعد از فعل کمکی یا **to be** است.

She had always assumed that Gabriel was a girl name. او همیشه فکر می‌کرد که گابریل اسم دخترانه است.

فعل اصلی فعل کمکی

It is often difficult to translate poetry.

ترجمه شعر اغلب دشوار است.

to be فعل



کاربرد refer به شرح زیر است:

**refer to sb/sth as sb/sth:** to call someone or something by a particular name.

این اصطلاح در واقع به معنای «نامیدن کسی یا چیزی با اسم خاص» است.

اصل جمله به شرح زیر بوده است:

Experiments involve ..... intervention, which is usually referred to as a treatment .....

برای کوتاه کردن گزاره‌های وصفی در جملات مجهول باید **which** و فعل **to be** را حذف کرد. بنابراین:

Experiments involve ..... intervention, usually referred to as a treatment .....

**۵- گزینه «۳»** تحقیق در زمینه تاریخ خانواده از نگاه محدود به آن به عنوان واحدی خانگی، تا جایی پیش رفته که اکنون به عنوان فرآیندی فراتر از کل زندگی اعضای خانواده به آن می‌نگرند.

in, on, to, from, for, up, down,...

**توضیح گرامری:** حروف اضافه عبارتند از:

بعد از حروف اضافه از جراند استفاده می‌شود:

I'm interested in working in the hospital.

من به کار کردن در بیمارستان علاقه دارم.

عبارت "from .....to ....." به معنای «از ..... تا ....." است و برای بیان شروع از یک مکان یا موقعیتی خاص به کار می‌رود.

How do you get **from** here **to** Colchester?

چگونه (با چه وسیله‌ای) از اینجا تا شهر کلچستر می‌روی؟

Prices range from \$10,000 to \$ 100,000.

محدوده قیمت‌ها از ۱۰,۰۰۰ تا ۱۰۰,۰۰۰ دلار متغیر است.

**توضیح تست:** "from....to...." به معنای «از ... تا ...» است و از آنجا که بعد از حرف اضافه to (به معنی «به») فعل به صورت ing به کار می‌رود، پس گزینه (۳) صحیح است.

...**from** the narrow view of the family as a household unit **to** considering it ...

**۶- گزینه «۱»** در هر جنگ، هر طرف معمولاً اهداف خود را مشروع و اهداف طرف دیگر را نامشروع می‌داند.

**توضیح گرامری:** ساختارهایی که قبل و بعد از **and** می‌آیند، باید موازی باشند. چون ساختار قبل از **and** به صورت **its own goals** می‌باشد، ساختار بعد از **and** نیز باید به همین صورت باشد. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. گزینه (۲) نیز به علت عدم تطابق بین اسم جمع **goals** و ضمیر مفرد **one** رد می‌شود. بنابراین:

...it's own **goals** as legitimate and **those** of the other as illegitimate.

صفت

صفت

**۷- گزینه «۴»** تورم، معمولاً به عنوان افزایش قیمت‌ها یا بالعکس، کاهش قدرت خرید واحد پولی تعریف می‌شود.

**توضیح گرامری:** عبارت "put the other way around /round" به معنای «به عبارت دیگر» است.

Art reflects life, or put the other way round it's the reflection of life on human mind.

هنر منعکس‌کننده حیات است و یا به عبارت دیگر هنر انعکاس حیات در ذهن انسان است.

## پاسخ سؤالات متن (۱)

۱-۱ «گزینه ۱» در متن به این گزینه، در سطرهای اول و دوم به وضوح اشاره شده است. اما گزینه ۲ که می‌گوید (سلول مصنوعی کلیدی برای گوارش مصنوعی) به راحتی با توجه به مطالب سطر اول رد می‌شود، چون می‌گوید پس از ساخت سلول مصنوعی شاهد پیشرفت دیگری هستیم و صحبت از کلیدی بودن سلول مصنوعی برای روبات‌ها نشده است و گزینه‌های ۳ و ۴ به خودی خود رد می‌شوند، چون سیستم گوارش مصنوعی براساس سطر ۵ فقط کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل است نه اینکه روبات‌ها ساخته شده باشد و حالا نگران سیستم گوارشی آن باشیم.

۱-۲ «گزینه ۳» به پاراگراف چهارم دقت کنید آنجا که مله‌ویش راجع به روبات *diarrhoea – bot* حرف می‌زند. بررسی گزینه ۱: براساس سطر ۱ در پاراگراف ۴ این گزینه نمی‌تواند صحیح باشد. هیچ جای دیگری گفته نشده است که اکوبوت ۳ زباله بیشتری بر جای می‌گذارد.

بررسی گزینه ۲: در سطر ۳ پاراگراف (۲) گفته شده است که MFC راهی برای تولید انرژی است و به خصوص که راجع به اولین MFC صحبت شده است و تا آخر پاراگراف ۹ در رابطه با بدست آمدن انرژی توضیح می‌دهد. بنابراین این گزینه غلط است. بررسی گزینه ۴: با توجه به پاراگراف ۲ سطر ۲ و ۳ این گزینه نیز صحیح نیست.

۱-۳ «گزینه ۴» چون تقریباً تمام انرژی حاصل از سوخت مصرف می‌شود و مواد زائد برای زیست محیطی ندارد و حتی آب اضافی هم به چرخه‌ی مصرف روبات بازگردانده می‌شود.

۱-۴ «گزینه ۴» I صحیح نمی‌باشد چون در پاراگراف ۸ سطر ۱ می‌گوید در قلب این فرآیند، اما عبارت I می‌گوید؛ در قلب MFC روبات، که صحیح نیست چون روبات قلب ندارد. عبارت گزینه II در پاراگراف ۹ اشاره شده است و صحیح است و عبارت III در پاراگراف ۶ اشاره شده است و صحیح است پس گزینه ۴ که II و III را صحیح می‌داند، گزینه مناسب است.

۱-۵ «گزینه ۱» در پاراگراف ۷ به خصوص در سطر آخر توضیح کامل داده شده است. بررسی گزینه ۲: پاراگراف ۶ اشاره می‌کند که سیستم گوارش روبات ۲ به کمک نیروی جاذبه کار می‌کند نه صرفاً با نیروی جاذبه پس گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد.

بررسی گزینه ۳: پاراگراف ۸ می‌گوید، آب اضافه تولید می‌شود اما در هیچ قسمتی گفته نشده است که بخشی از آن جذب و بخش دیگری دفع می‌شود. بررسی گزینه ۴: پاراگراف ۱۱، ۱۲ و ۱۳ به عقیده رابرت فینکل اشتاین در این مورد اشاره می‌کند، اما در پاراگراف ۱۳ نظر نویسنده یکی از مزیت‌های MFC را توضیح می‌دهد. پس این گزینه هم صحیح نمی‌باشد. در واقع اشتاین از فناوری MFC انتقاد می‌کند و آن را بی‌فایده می‌داند و در پاراگراف دیگر EATR را که به جای خوردن یا هضم کردن مواد انرژی‌زای آلی انرژی خود را از سوزاندن آن به دست می‌آورد، برجسته می‌سازد.

## پاسخ سؤالات متن (۲)

۱-۶ «گزینه ۲» چون گزینه (۱) می‌گوید هدف اصلی نویسنده اشاره به کاستی‌های گروه آپرا است در حالی که ما می‌بینیم که همه تلاش‌ها اعم از مثبت و منفی را راجع به گروه آپرا توضیح می‌دهد پس تنها نمی‌خواهد کاستی‌های آنها را نشان بدهد. گزینه (۳) می‌گوید بر شمردن دانشمندانی که بر علیه انیشتن موضع گرفته‌اند، که این طور نیست. فقط گروه آپرا و با این مورد خاص مورد بررسی قرار گرفته است.

گزینه (۴) هرچند در پاراگراف ۷ دیدگاه‌های مختلف بیان شده است اما به خصوص در سطور آخر به نظر می‌رسد که دانشمندان با بی‌طرفی به این آزمایشات می‌نگرند و قصدشان فقط تقابل نیست. در سطر ۳۶ می‌گوید دانشمندان همیشه خودنسرده و بی‌طرف تلاش می‌کنند و یا در سطر ۳۷ می‌گوید (اگر نتایج آزمایش‌های اخیر تأیید شود) پس منتظر تأیید هم هستند و نه فقط تقابل با آن.

**زبان انگلیسی و  
استعداد تحصیلی  
۱۳۹۳**



**Part A: Grammar**

**Direction:** Select the answer choice (1), (2), (3), or (4) that could best complete the blank in the following questions. Then mark your answer on your answer sheet.

1- In countless shacks and shanties across the country, she had tied the shoes of children, wiped their noses, hugged them ....., scrambled to find food for them, and fought for their rights.

- 1) to be crying                      2) when they cried                      3) cried                      4) had cried

2- Superstitions were not the only Japanese things in my life. A lot more of me was Japanese ....., whether I liked it or not.

- 1) to realize                      2) realized                      3) than I realized                      4) to be realized

3- Perhaps the most unusual office is the one ..... who, in 2007, decided to move closer to nature by creating an office in a tree.

- 1) used by David Smith                      2) which used David Smith  
3) Davie Smith used                      4) is used by David Smith

4- ..... are rich in a wide variety of species is well known, something no one ever disputes.

- 1) The Earth's some regions                      2) There are some regions of the Earth  
3) What are the regions of the Earth                      4) That some regions of the Earth

5- A team led by Mark Tuszynski injected brain-derived neurotrophic factor (BDNF) into the entorhinal cortex and the hippocampus, ....., and where Alzheimer's strikes first.

- 1) in which the parts of the brain where memories are formed and consolidated  
2) they being the parts of the brain where memories are formed and consolidated  
3) to form and consolidate the parts of the brain where memories  
4) the parts of the brain where memories are formed and consolidated

6- I heard the car is the deadliest weapon created by humans and ..... exceeds the death toll from atomic weapons, guns or bombing. Is this true?

- 1) and the number of lives claimed                      2) claims that the number of lives  
3) that the number of lives it has claimed                      4) it has claimed the number of lives

7- Many top athletes now find mental training indispensable – and ..... for performing on race or game day but for getting the most out of daily workouts.

- 1) only                      2) not just                      3) both                      4) either

8- Leonardo's unique labeling of the ventricles reflects the tremendous importance he accorded to the sense of vision, which he described as the window to the soul and the most important basis .....

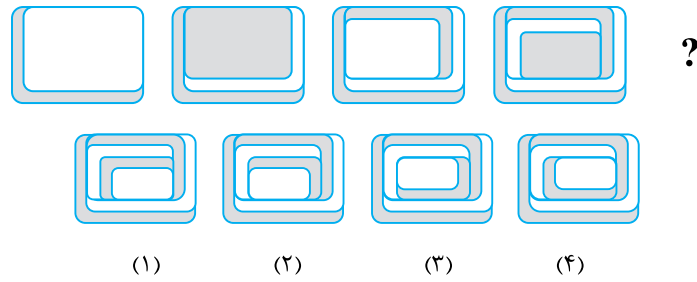
- 1) of all experience                      2) on which experience                      3) ever to experience                      4) on that is experiencing

بخش چهارم: تجسمی

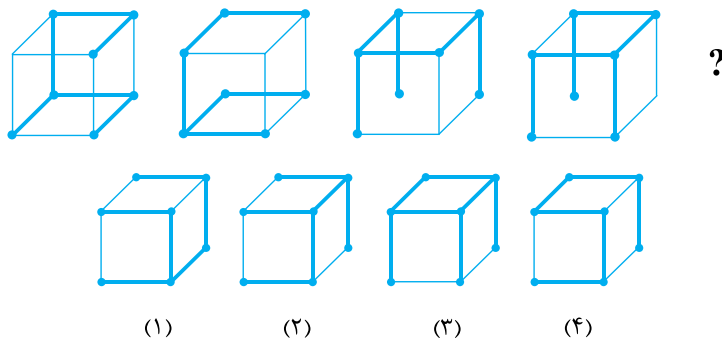
این بخش از آزمون استعداد، سوال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هر یک از سؤال‌های ۵۴ تا ۶۰ را به دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

**راهنمایی:** هر کدام از سؤالات ۵۴ تا ۵۷، ارتباط خاصی بین الگوها از چپ به راست وجود دارد. به جای علامت سؤال، کدام الگو (موارد ۱ تا ۴) باید قرار بگیرد تا این ارتباط حفظ شود؟

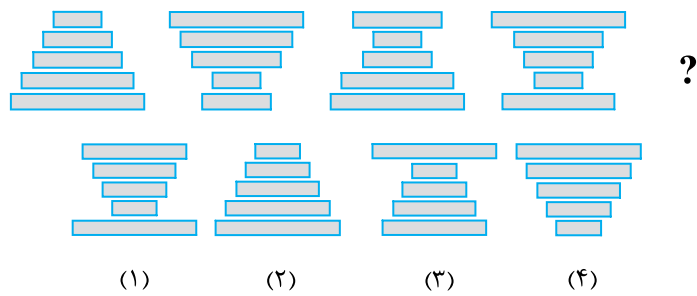
۵۴ ✍



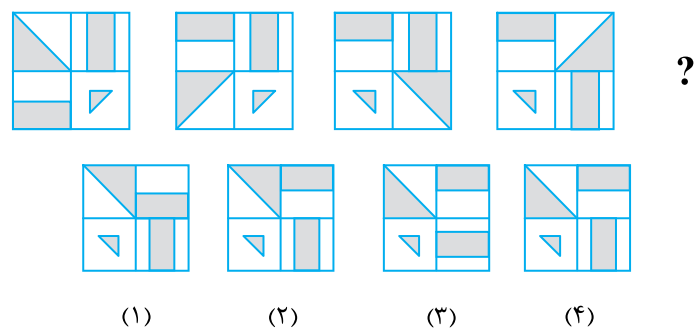
۵۵ ✍



۵۶ ✍

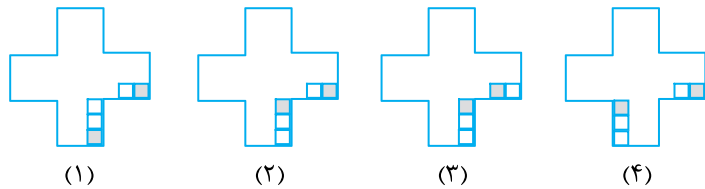
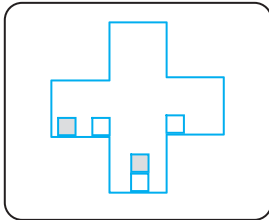


۵۷ ✍



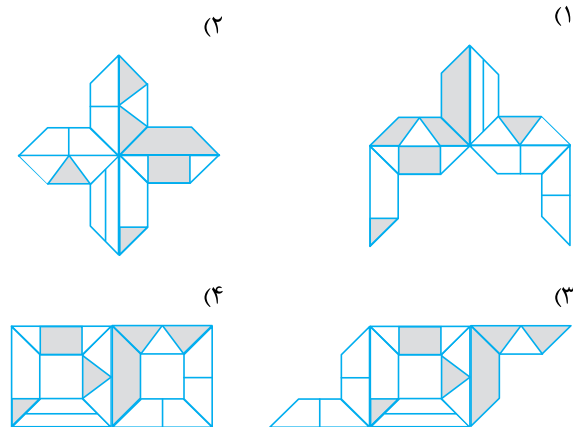
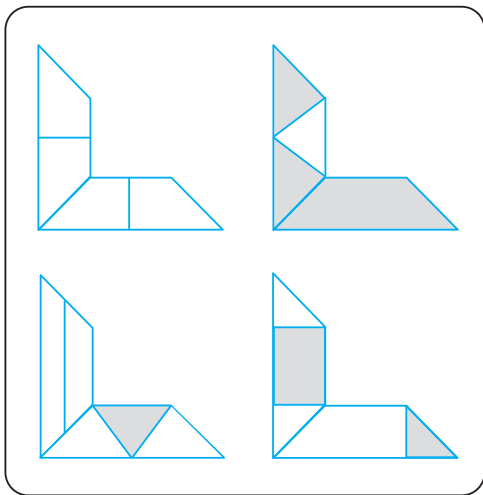
**راهنمایی:** در سمت چپ سوال ۵۸، الگوی ارائه شده است. این الگو قرار است هر بار ۹۰ درجه در جهت پادساعتگرد بچرخد و بعد از چرخش، مربع‌های درون الگو بر اثر جاذبه زمین به پایین سقوط کرده و بعد از پایداری، چرخش ۹۰ درجه بعدی انجام شود. پس از آن که الگو، سه مرتبه این چرخش ۹۰ درجه‌ای را انجام بدهد، کدام یک از موارد ۱ تا ۴، وضعیت نهایی را نشان خواهد داد؟

۵۸



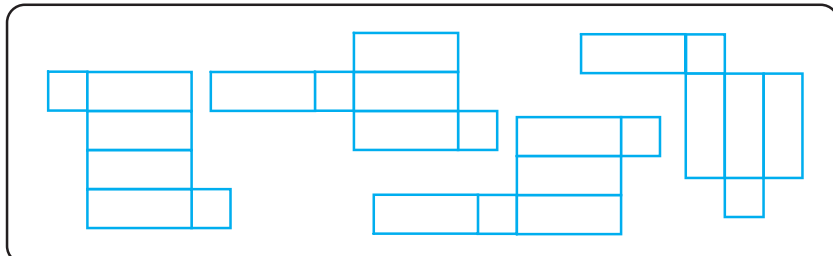
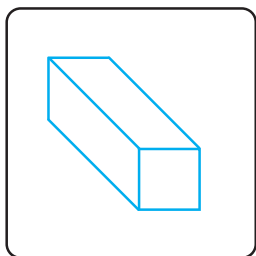
**راهنمایی:** در سوال ۵۹، در سمت چپ، چهار الگوی متفاوتی ارائه شده است. کودکی با چرخاندن این الگوها (نه پشت و رو کردن) و چسباندن آن‌ها به یکدیگر، طرح‌هایی را می‌سازد. کدام یک از موارد زیر (موارد ۱ تا ۴)، نمی‌تواند ساخته شود؟

۵۹



**راهنمایی:** در سوال ۶۰، از چهار الگوی ارائه شده در کادر سمت راست، چند مورد می‌تواند باز شده مکعب مستطیل سمت چپ باشد؟

۶۰



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

## پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۳

## زبان عمومی

## گرامر

۱- گزینه «۲» در بسیاری از خانه‌های روستایی و کلبه‌ها در سرتاسر این کشور، او بند کفش کودکان را گره کرده بود، صورت‌هایشان را تمیز کرده بود، وقتی می‌گریستند آنها را در آغوش کشیده بود، به دنبال یافتن غذا برایشان تقلا کرده بود و برای احقاق حقوقشان جنگیده بود.  
توضیح گرامری: این تست به این نکته اشاره دارد که چنانچه عملی قبل از عمل دیگر انجام شود ترتیب زمانی به صورت زیر رعایت می‌شود:

ماضی ساده (گذشته ساده) + when + ماضی بعید (گذشته کامل)

عمل (۱)

عمل (۲)

این سؤال به عملی در زمان ماضی بعید اشاره دارد، زیرا از had tied استفاده کرده است و تمام افعالی که بعد از ویرگول استفاده شده نیز ماضی بعید هستند ولی برای اجتناب از تکرار had در تمام آنها حذف شده است. بنابراین جای خالی را طبق الگوی بالا تنها گزینه (۲) می‌تواند پر کند.

۲- گزینه «۳» خرافاتی بودن تنها نکته ژاپنی در زندگی من نبود. در قیاس با آنچه من می‌پنداشتم، بخش بسیار بیشتری از من ژاپنی بود، خواه این موضوع را دوست می‌داشتم یا نه.

توضیح گرامری: نکته‌ی موردنظر در استفاده از صفت تفصیلی more است. هرگاه more در جمله استفاده شود، مقایسه دو ویژگی و حالت دو شیء یا دو شخص یا دو موقعیت موردنظر است پس از ترکیب more ... than ... استفاده می‌شود، پس گزینه صحیح (۳) می‌باشد.

۳- گزینه «۱» شاید غیرمعمول‌ترین دفتر کار، دفتری باشد که دیوید اسمیت به کار می‌برد، شخصی که در سال ۲۰۰۷، برای نزدیک شدن به طبیعت تصمیم گرفت دفتر کارش را در یک درخت بنا کند.

توضیح گرامری: هر جمله تنها یک فعل اصلی می‌تواند داشته باشد و در این سوال فعل اصلی is می‌باشد بنابراین گزینه (۴) اشتباه است، همچنین تنها فعل مجهول می‌تواند انتخاب مناسبی برای جای خالی باشد، بنابراین گزینه (۲) اشتباه است. این جمله از گزاره وصفی استفاده کرده که در آن which is حذف شده است، بنابراین گزینه (۱) صحیح است. اصل جمله به شرح زیر است:

.....the one (which is) used by .....

۴- گزینه «۴» همگان می‌دانند که برخی از مناطق زمین به لحاظ دارا بودن تنوع گونه‌های زیستی غنی هستند، و این موضوع نکته‌ای است که هیچکس با آن مخالفتی ندارد.

توضیح گرامری: جمله‌ی مورد نظر Noun clause (گزاره اسمی) می‌باشد. یک Noun clause دارای فاعل و فعل است که به تنهایی به کار نمی‌رود. یک Noun clause هم می‌تواند جایگاه فاعل جمله را بگیرد و هم جایگاه مفعول. مثال:

- That he was innocent was clear.

فعل اصلی Noun clause به عنوان فاعل

- I don't know where she is

Noun clause به عنوان مفعول جمله فعل اصلی

دقت داشته باشید که یک جمله نمی‌تواند بیش از یک فعل اصلی داشته باشد به همین دلیل گزینه‌های (۱) و (۲) اشتباه‌اند، در مثال مورد نظر داریم:

That some regions of the Earth are rich in a wide variety of species is well known .....

Noun clause به عنوان فاعل

فعل اصلی



۵- گزینه «۴» تیمی به سرپرستی مارک توژینسکی، فاکتور نئوتروفیک مغزی (BDNF) را به غشای آنتورینال و هیپوکمپس تزریق کردند یعنی، بخشی از مغز که خاطرات در آن شکل گرفته و ذخیره می‌شوند، و محلی که جایگاه نخستین حمله آلزایمر است.

توضیح گرامری: جای خالی نیازمند عبارتی است که the entorhinal cortex and the hippocampus را توصیف کند و and از جمله مواردی است که ساختارهای بعد و قبل از آن باید موازی باشند و چون ساختار بعد از آن (در صورت سؤال)، ساختار وصفی می‌باشد، ساختار قبل از آن نیز باید از نوع وصفی باشد. تنها در گزینه (۴) این موارد رعایت شده‌اند.

۶- گزینه «۳» در جایی شنیده‌ام که این اتومبیل خطرناک‌ترین سلاحی است که توسط انسان ساخته شده است و اینکه تعداد کسانی که به واسطه آن کشته شده‌اند از تعداد مرگ و میر ناشی از سلاح‌های اتمی، تفنگ‌ها یا بمباران‌ها نیز فراتر است. آیا این گفته صحیح است؟  
توضیح گرامری: heard از جمله افعالی است که بعد از آن Noun Clause استفاده می‌شود که در آن، واژه that اختیاری است و می‌تواند حذف شود و همان‌طور که می‌دانیم ساختار بعد و قبل از and باید موازی باشد و چون ساختار قبل از آن Noun Clause می‌باشد ساختار بعد از آن نیز باید Noun Clause باشد، بنابراین تنها گزینه (۳) صحیح است.

۷- گزینه «۲» امروزه بسیاری از ورزشکاران برتر تمرینات روانی را، نه فقط برای نشان دادن بهترین عملکرد در روز مسابقه بلکه برای دریافت بهترین نتیجه از تمرینات روزانه خود نیز کاملاً ضروری می‌دانند.  
توضیح گرامری: در انگلیسی ساختارهای زیر پر کاربرد می‌باشند:

Both.....and.....  
Not only .....but (also).....  
Either.....or.....  
Whether.....or.....  
Neither.....nor.....  
Not just .....but (also) .....

این سؤال از ساختار آخری استفاده کرده است.

۸- گزینه «۱» نام‌گذاری منحصر به فرد لئوناردو برای این حفره‌ها نشان‌دهنده اهمیت فوق‌العاده‌ای است که او برای حس بصری قائل بود که او آن را پنجره‌ای رو به روح و مهم‌ترین بنیان برای تمامی تجربیات بشر دانست.  
توضیح گرامری: حرف اضافه of, basis می‌باشد و از کمیت‌نمای all هم می‌توان قبل از اسامی غیرقابل‌شمارش و هم اسامی قابل‌شمارش جمع استفاده کرد.

### واژگان

۹- گزینه «۲» اگر ما میزان مصرف غذا نسبت به اندازه‌ی بدن را در نظر بگیریم، در خواهیم یافت که مورچه‌ها هر روز به اندازه‌ی کل بدن خود غذا مصرف می‌کنند در حالی که یک وال در هر روز غذایی معادل با یک‌هزارم وزن بدن خود مصرف می‌کند.

(۱) جذب (۲) معادل با (۳) هم‌معنایی، مترادف بودن (۴) کمبود، قحطی

۱۰- گزینه «۴» یک دلفک شبیه یک کاراکتر کمیک در پانتومیم‌ها و سیرک‌هاست که به خاطر لباس‌ها و آرایش صورت منحصر به فردش، حرکات مضحک و لودگی‌هایش مشهور شده و هدفش خندانند مخاطبین از ته دل است.

(۱) مغرضانه، پولکی (۲) ناخودآگاه (۳) بی‌پروا، بی‌شرمانه (۴) مضحک، خنده‌آور

۱۱- گزینه «۲» علاوه بر نابودی حدود ۴۰۰۰۰ خانه، بدترین فاجعه طبیعی که در ذهن‌ها نقش بسته است، باعث نابودی مشاغل و حرفه‌های بسیاری بوده است.

(۱) همزمانی (۲) نابودی (۳) روشن و تازه کردن (۴) مانع جلوی راه ایجاد کردن

۱۲- گزینه «۳» جف آنقدر در نظریاتش سخت‌گیر بود که بحث منطقی با او غیرممکن بود.

(۱) خشن، قوی (۲) ذاتی، جسمی (۳) سخت‌گیر، مصر (۴) بخشنده، سخاوتمند

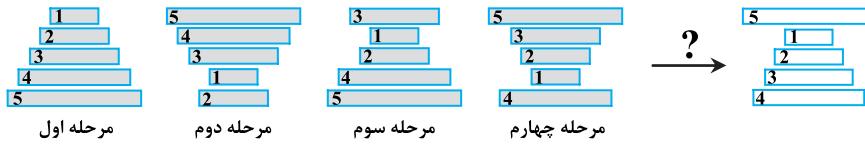
۱۳- گزینه «۱» از آنجا که کلی بسیار نکته‌سنج و دقیق بود، از او خواستیم که گزارش گروه ما را بازخوانی و ویرایش کند.

(۱) نکته‌سنج، دقیق (۲) صرفه‌جو، مقتصد (۳) بدون فکر قبلی، آنی (۴) بی‌پروا، تند و شدید


۱۴- گزینه «۳» من وقتی نام‌های قبول شدن از دانشگاه تهران را دریافت کردم آنقدر خوشحال بودم که با نشاط فراوان به سوی خانه دویدم تا این خبر خوب را به همه برسانم.

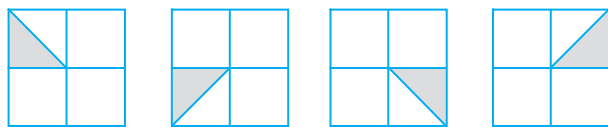
(۱) مهارت، تردستی (۲) بدیهه‌گویی، حاضر جوابی (۳) نشاط، چابکی (۴) طمع، زیاده‌خواهی

۵۶- گزینه «۳» در این توالی از شکل اول به شکل دوم متوجه می‌شویم که در هر مرحله کلیت شکل، یک چرخش ۱۸۰ درجه‌ای داشته است و طی آن در هر مرحله به ترتیب یکی از قطعه‌ها بدون اینکه نظم و چینش سایر قطعه‌ها را به هم بزند در رأس شکل قرار می‌گیرد. اگر هر یک از قطعات را با توجه به شکل زیر شماره‌گذاری کنیم، مشخص می‌شود در مرحله دوم بعد از چرخش ۱۸۰ درجه‌ای کلی، قطعه شماره ۲ به راس شکل آمده و در مرحله سوم، قطعه شماره ۳ به راس شکل آمده و نهایتاً در مرحله چهارم قطعه شماره ۴ به راس شکل آمده است و متعاقب آن باید در قسمت مجهول سوال، بعد از چرخش ۱۸۰ درجه‌ای شکل مرحله چهارم، قطعه شماره ۵ در رأس قرار گیرد که گزینه ۳ پاسخ صحیح را نشان می‌دهد.



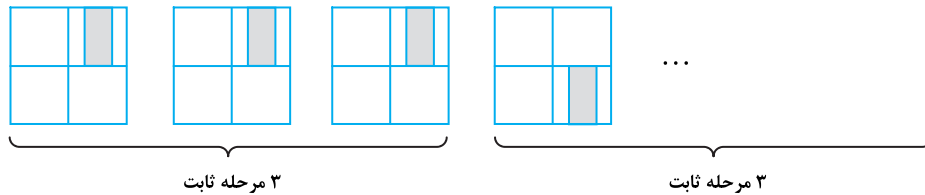
۵۷- گزینه «۴» یکی از چهار بخش این شکل هربار دوران ۹۰ درجه و تغییر مکان را تجربه می‌کند. اما ۳ بخش دیگر ۳ مرحله ثابت باقی می‌مانند، سپس تغییر مکان می‌دهند و ۳ مرحله دیگر ثابت باقی خواهند بود.

در مورد بخش , ضمن آن‌که خودش دوران ۹۰ درجه ساعتگرد را انجام می‌دهد در هر مرحله تغییر مکان نیز می‌دهد.



بنابراین در مرحله بعدی به محل و شکل اولیه خود باز خواهد گشت.

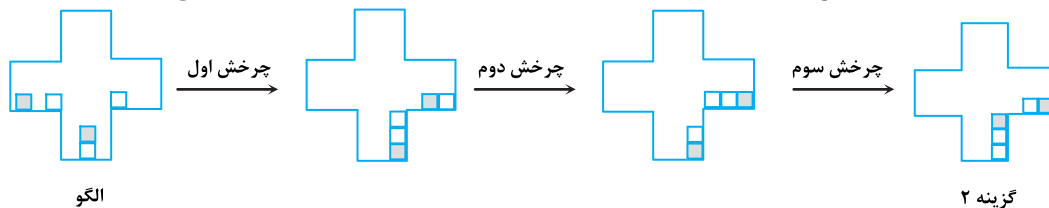
اما سایر بخش‌ها ۳ مرحله بدون تغییر دارند و سپس یک تغییر مکان را تجربه می‌کنند. به گوشه سمت راست شکل اول دقت کنید:



بنابراین در شکل بعدی، این قسمت نباید تغییری داشته باشد.

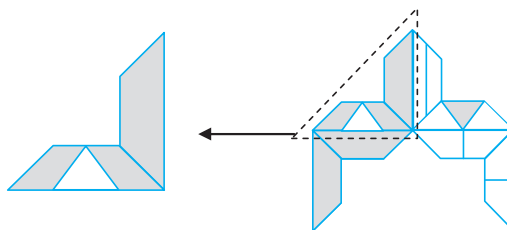
توجه: مثلث کوچک گمراه کننده است. این شکل نیز ۳ مرحله ثابت باقی می‌ماند ولی چون شکل قبل از اولین شکل دیده نمی‌شود، ممکن است تصور شود دوره این شکل، ۲ مرحله است.

۵۸- گزینه «۲» شکل زیر مسیر حرکت مربع‌های درون الگو را بعد از هر چرخش ۹۰ درجه‌ای پادساعتگرد نمایش می‌دهد.

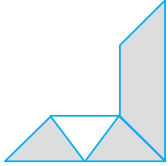
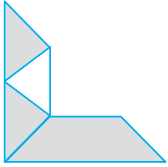


۵۹- گزینه «۱»

روش اول: شکل گزینه ۱ نمی‌تواند ساخته شود. به تکه مشخص شده در گزینه ۱ دقت نمایید.

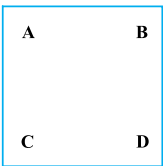


حال به الگوی مقوایی داده شده دقت نمایید:



زمانی که تکه الگوی داده شده را  $90^\circ$  درجه به صورت پادساعتگرد بچرخانیم تا گوشه کناری گزینه ۱ را درست کنیم باید رأس مثلث سفید در شکل به سمت پایین باشد نه به سمت بالا. (مانند شکل زیر)

این موضوع نشان می‌دهد که این گزینه اشتباه است و نمی‌تواند ساخته شود در حالی که سه گزینه دیگر را با چرخاندن الگوهای داده شده در حالات مختلف و کنار هم قرار دادن آن‌ها، می‌توان ساخت.



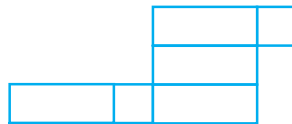
**روش دوم:** الگوهای داده شده را مطابق با محل‌های آن‌ها با A, B, C و D نام‌گذاری کرده‌ایم. به گوشه بالا و سمت راست گزینه (۱) دقت کنید. این قطعه شبیه به B است اما اگر B را به این صورت دوران دهیم مثلث سفید رنگ کوچک رو به پایین خواهد بود نه رو به بالا. پس (۱) ساخته نمی‌شود.

برای ساختن گزینه (۲)، A را  $90^\circ$  درجه در خلاف جهت عقربه‌ها دوران می‌دهیم و A و B را کنار هم می‌گذاریم. D را  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌ها و C را  $180^\circ$  درجه در جهت عقربه‌ها دوران می‌دهیم و کنار هم می‌گذاریم.

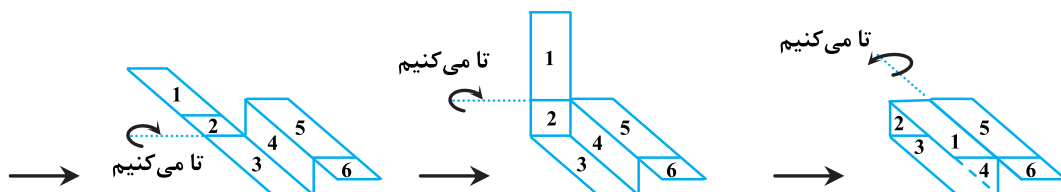
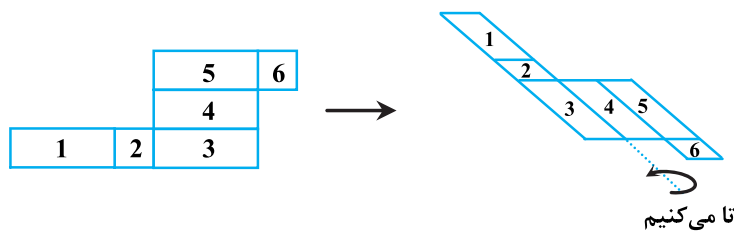
برای ساختن گزینه (۳)، B را  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌ها، C را  $90^\circ$  درجه در خلاف جهت عقربه‌ها دوران داده و کنار هم می‌گذاریم. با کنار هم قرار دادن این دو بخش، (۳) ساخته می‌شود.

برای ساختن گزینه (۴)، A را  $90^\circ$  درجه در خلاف جهت عقربه‌ها، B را  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌ها دوران داده و کنار هم می‌گذاریم طوری که یک مربع بین آن‌ها خالی بماند. حال D را  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌ها و C را  $90^\circ$  درجه در خلاف جهت عقربه‌ها دوران داده و کنار هم می‌گذاریم. با کنار هم قرار دادن این دو بخش، (۴) ساخته می‌شود.

**۶۰- گزینه «۳»** سه مورد از الگوها، می‌توانند حالت باز شده‌ی مکعب مستطیل باشند بجز حالات زیر:



شکل زیر هر مرحله از مراحل تا شدن این الگو به منظور ساخت مکعب مستطیل را نمایش می‌دهد که طی آن مشخص می‌شود، این الگو به هیچ وجه نمی‌تواند حالت باز یک مکعب مستطیل باشد.



همانطور که مشاهده می‌شود، در قسمت آخر چنانچه از محل مشخص شده عمل تا کردن الگو را انجام دهیم، وجه ۵ بر روی وجه ۱ قرار می‌گیرد و قسمت جانبی مکعب مستطیل همچنان خالی باقی می‌ماند.

استعداد تحصیلی

و

زبان انگلیسی

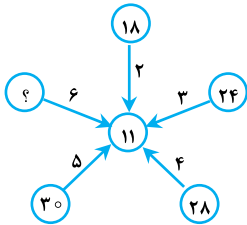
۱۳۹۵



## بخش دوم: حل مسئله

این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و ... تشکیل شده است. توجه داشته باشید به خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را بر اساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۹ تا ۱۳ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.



۹- بین اعداد در شکل زیر ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟

۳۶ (۱)

۳۲ (۲)

۳۰ (۳)

۳۴ (۴)

۱۰- میانگین عدد ۱۴ و دو عدد دو رقمی بزرگ‌تر دیگر، ۴۰ و اختلاف آن دو عدد، ۱۱ برابر اختلاف عدد کوچک‌تر با عدد ۱۴ است. بزرگ‌ترین عدد، کدام است؟

۶۰ (۴)

۶۶ (۳)

۷۶ (۲)

۸۶ (۱)

۱۱- دنده‌ای مسافت X را با سرعت ۸ کیلومتر بر ساعت می‌پیماید. اگر وی در همان مدت زمان، سرعتش را ۱/۵ برابر می‌نماید، ۲۰ کیلومتر بیشتر طی می‌کند. این دنده چه مدت زمان نیاز دارد تا مسافت X را با سرعت ۱/۵ برابر سرعت اولیه خود طی کند؟

۱ ساعت و ۴ دقیقه (۴)

۲ ساعت و ۴ دقیقه (۳)

۳ ساعت و بیست دقیقه (۲)

۵ ساعت (۱)

۱۲- کیسه‌ای از گندم و جو به ترتیب به نسبت‌های ۳ به ۵ پر و کاملاً مخلوط شده است. چه نسبتی از ترکیب داخل کیسه را خالی و جای آن گندم بریزیم تا نسبت گندم و جو مخلوط داخل کیسه برابر شود؟

 $\frac{1}{5}$  (۴) $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{7}$  (۱)

۱۳- شکل زیر، یک مربع و دو خط موازی و با فاصله یکسان از قطر مربع را نشان می‌دهد. اگر مساحت ناحیه هاشورخورده نصف مساحت مربع باشد، فاصله این دو خط از یکدیگر، چه مضربی از طول مربع است؟

 $\frac{2}{3}$  (۲) $\sqrt{2}-1$  (۱) $\frac{1}{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۱۴ و ۱۵، شامل دو مقدار یا کمیت هستند، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

• اگر مقدار ستون «الف» بزرگتر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.

• اگر مقدار ستون «ب» بزرگتر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.

• اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.

• اگر براساس اطلاعات داده شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

۱۴- یک شرکت، سه نوع لامپ کم‌مصرف A، B و C را تولید می‌کند. خط تولید A در هر نیم‌ساعت، ۶۳۰ عدد لامپ، خط تولید B در هر ۴۵ دقیقه، ۱۳۲۰ عدد لامپ و خط تولید C، در هر یک ساعت ۱۵۶۰ عدد لامپ تولید می‌کند. این شرکت، لامپ‌های تولید شده در هر ساعت را به گونه‌ای در جعبه‌های بزرگ بسته‌بندی می‌کند که در هر جعبه، بیشترین تعداد ممکن، آن هم فقط از یک نوع لامپ قرار بگیرد و تعداد لامپ‌های همه جعبه‌ها نیز با هم برابر باشد.

ب

تعداد لامپ‌های تولید شده در هر سه دقیقه

الف

تعداد کل جعبه‌های مصرفی در یک ساعت

۱۵- کودکی یک کتاب در اختیار دارد که بدون احتساب جلد، دارای بیش از ۸۰۰ صفحه است. وی برگه‌ی اول کتاب را ورق زده و برگه بعد را تا می‌زند، سپس دو برگه‌ی کتاب را ورق زده و برگه بعدی را تا می‌زند، بعد سه برگه‌ی کتاب را ورق زده و برگه بعد از آن را تا می‌زند و به همین منوال، تا آخر کتاب پیش می‌رود.

ب

تعداد صفحاتی که شماره آن‌ها، مضرب ۳۰ است.

الف

تعداد برگه‌های تاخورد



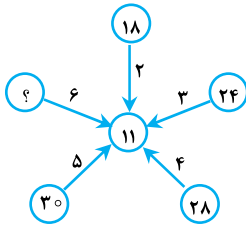
### Part B: Vocabulary

**Directions:** Select the answer choice (1), (2), (3) or (4) that best completes the blank in the following questions. Then mark your answer on your answer sheet.

- 39- I preferred a definite answer, but my boss kept ..... between the distinct options available to us.  
 1) fluctuating                      2) assessing                      3) vacillating                      4) diverging
- 40- The students were ..... and weary after the history examination, which was tough as well as lengthy.  
 1) resilient                      2) outgoing                      3) exhaustive                      4) enervated
- 41- The judge's ruling was based on the simple commonsense ..... that no man is above the law.  
 1) tenet                      2) privilege                      3) acclaim                      4) endeavor
- 42- The spokesperson made such a/an ..... statement that no one, including the members of his own party, could understand it.  
 1) somber                      2) opaque                      3) credulous                      4) emphatic
- 43- He is a real sycophant today; you will often see him flattering his boss; and the ..... behind all this is to get a promotion.  
 1) motive                      2) lucidity                      3) causality                      4) domination
- 44- The scheme's investors, fearful of bankruptcy, decided to ..... the project and start a new venture.  
 1) discomfit                      2) exacerbate                      3) disappoint                      4) abandon
- 45- Some company managers are asking for reforms but others have been ..... defenders of the status quo.  
 1) regrettable                      2) obdurate                      3) indifferent                      4) haphazard
- 46- Some of the best linguists were strict schoolmasters accustomed to give top marks only to those boys who presented ..... accurate translations.  
 1) willingly                      2) adroitly                      3) meticulously                      4) anxiously
- 47- A violent temper, which he made no attempt to control or ....., led him into trouble with his superiors.  
 1) abolish                      2) conceal                      3) encourage                      4) elevate
- 48- Any time he comes across evidence that is not in harmony with his claim, he tends to ..... it to make it match his claim  
 1) verify                      2) preserve                      3) entail                      4) tailor
- 49- Under Pericles, Athens also attained her greatest measure of commercial ....., and the activity of her traders all over the Levant, the Black Sea and the West, is attested not only by literary authority, but also by numerous Attic coins and vases.  
 1) beneficiary                      2) originality                      3) heredity                      4) prosperity
- 50- I am now losing my trust in you because what you said yesterday is not ..... what you are suggesting now.  
 1) consistent with                      2) peripheral to                      3) heedless of                      4) extraneous to

## بخش دوم: حل مسئله

۹- گزینه «۳» هر عددی که در دایره‌های کناری قرار دارد، بر عددی که روی فلش قرار دارد تقسیم می‌شود و بعد حاصل با همان عدد روی فلش جمع می‌شود:



$$\frac{18}{2} = 9 \Rightarrow 9 + 2 = 11, \quad \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow 8 + 3 = 11$$

$$\frac{28}{4} = 7 \Rightarrow 7 + 4 = 11, \quad \frac{30}{5} = 6 \Rightarrow 6 + 5 = 11$$

$$\frac{?}{6} + 6 = 11 \Rightarrow \frac{?}{6} = 5 \Rightarrow ? = 30$$

بنابراین داریم:

۱۰- گزینه «۱» دو عدد دیگر را  $x$  و  $y$  فرض می‌کنیم ( $x$  عدد کوچکتر از  $y$  است) از صورت سؤال دو تساوی زیر را داریم:

$$\begin{cases} \frac{14+x+y}{3} = 40 \Rightarrow x+y=106 \\ y-x=11(x-14) \Rightarrow -12x+y=-154 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x+y=106 \\ -12x+y=-154 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین دو تساوی داریم}} 13y=12 \times 106 - 154 \Rightarrow y=86$$

۱۱- گزینه «۲» اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا این دوندۀ مسافت  $x$  را طی کند،  $t$  بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{x}{8} \quad ; (1)$$

$$t = \frac{x+20}{1/5 \times 8} \Rightarrow t = \frac{x+20}{12} \quad ; (2)$$

با توجه به جمله‌ی دوم سؤال داریم:

از معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 8t = x \\ 12t = x + 20 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین تساوی بالایی در -۳}} \begin{cases} -24t = -3x \\ 24t = 2x + 40 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین دو تساوی}} 0 = -3x + 2x + 40 \Rightarrow x = 40 \text{ (km)}$$

سؤال مدت زمانی را خواسته که مسافت  $x$  با سرعت  $1/5 \times 8 = 12 \left(\frac{\text{km}}{\text{s}}\right)$  طی می‌شود:

$$t' = \frac{x}{v'} \Rightarrow t' = \frac{40}{12} = 3 + \frac{4}{12} = \left(3 + \frac{1}{3}\right) \text{ ساعت}$$

پس مدت زمان لازم سه ساعت و  $\frac{1}{3}$  ساعت و به عبارت دیگر سه ساعت و بیست دقیقه می‌باشد.

۱۲- گزینه «۴» برای این که محاسبات ساده شود، فرض می‌کنیم در کیسه  $\frac{1}{8}$  کیلوگرم گندم وجود دارد. با توجه به صورت سؤال از این یک کیلو،

$\frac{3}{8}$  کیلوگرم گندم و  $\frac{5}{8}$  کیلوگرم جو است. اگر فرض کنیم قرار است  $x$  کیلوگرم از کیسه «مخلوط گندم و جو» خارج کرده و  $x$  کیلوگرم گندم به جای آن

درون کیسه بریزیم، چون قرار است وزن گندم و وزن جو مساوی شود، باید  $\frac{\text{وزن گندم جدید}}{\text{وزن جو جدید}} = 1$  شود، اما وزن گندم جدید برابر با  $x + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}x\right)$  است،

چرا؟! چون از  $\frac{3}{8}$  کیلوگرم گندم موجود در مخلوط اولیه ابتدا باید  $\frac{3}{8}x$  کم شود (به دلیل این که نمی‌دانیم در  $x$  کیلوگرم مخلوطی که خارج می‌کنیم چقدر

گندم و چقدر جو است، باید فرض کنیم بر اساس همان نسبت مخلوط اولیه، گندم خارج می‌شود) در مرحله‌ی بعد، طبق صورت سؤال باید به اندازه‌ی  $x$

کیلوگرم گندم خالص به آن اضافه شود. به همین ترتیب وزن جو در کیسه جدید برابر با  $\frac{5}{8} - \frac{5}{8}x$  است؛  $\frac{5}{8}$  کیلوگرم که در ابتدا در مخلوط اولیه جو وجود

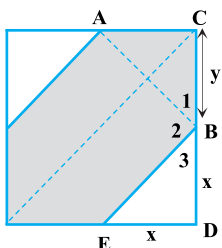
داشت و چون نمی‌دانیم چه نسبتی از  $x$  جو است، مطابق توضیحات داده شده برای گندم، بر اساس نسبت جو در مخلوط اولیه، جو خارج می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{وزن گندم جدید}}{\text{وزن جو جدید}} = \frac{\left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}x\right) + x}{\frac{5}{8} - \frac{5}{8}x} = 1 \Rightarrow \frac{3}{8} - \frac{3}{8}x + x = \frac{5}{8} - \frac{5}{8}x \Rightarrow \left(1 + \frac{5}{8} - \frac{3}{8}\right)x = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \Rightarrow 1/25 = 0/25 \Rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ (kg)}$$

۱۳- گزینه «۱» ضلع مربع را با  $y$  نشان می‌دهیم. مساحت هاشورخورده نصف مربع است پس مساحت ناحیه‌های سفید

هم نصف مربع است. به علت تقارن موجود در شکل، مساحت دو مثلث سفید با هم برابر است پس هر کدام از آن‌ها یک

چهارم از مربع هستند.



$$\left. \begin{array}{l} y \\ y-x \end{array} \right\} \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{4} \text{ (مساحت مربع)} \Rightarrow \frac{x \times x}{2} = \frac{1}{4} y \times y \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} y^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} y$$

فاصله‌ی دو خط موازی خواسته شده؛ برابر با  $AB$  است. طبق قضیه‌ی فیثاغورث در مثلث  $ABC$  داریم:

$$AB^2 = (y-x)^2 + (y-x)^2 = 2(y-x)^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2}(y-x) = \sqrt{2}\left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}y\right) = (\sqrt{2}-1)y$$

توضیح: از کجا می‌دانیم پاره‌خط  $AB$  بر دو خط موازی رسم شده، عمود است؟ مثلث‌های  $ACB$  و  $BDE$  قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین هستند پس

$$B_p = 180 - 45 - 45 = 90$$

زاویه‌های  $B_1$  و  $B_2$  هر دو  $45$  درجه هستند. در نتیجه زاویه‌ی  $B_p$  باید  $90$  درجه باشد:

همین استدلال در مورد نقطه‌ی  $A$  قابل تکرار است.

## ۱۴- گزینه «۳»

(الف) هرگاه بخواهیم تعدادی اشیاء از چند نوع مختلف را بسته‌بندی کنیم و این دو شرط را داشته باشیم که:

(۱) تعداد اشیاء در هر جعبه برابر باشند.

(۲) اشیاء هر بسته از یک نوع باشند.

برای حل آن مسأله باید بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک اعداد داده شده را به دست آوریم. این عدد نشان می‌دهد که در هر بسته باید چند شیء قرار بگیرد. ابتدا میزان تولید هر کدام از خطوط را در مدت یک ساعت به دست می‌آوریم. سپس با تجزیه‌ی این اعداد، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\text{میزان تولید A در یک ساعت} = 2 \times 630 = 2 \times 10 \times 3 \times 21 = 10 \times 2 \times 3 \times 21 = 20 \times 63$$

$$\text{میزان تولید B در یک ساعت} = \frac{4}{3} \times 1320 = \frac{4}{3} \times 10 \times 2 \times 44 = 10 \times 2 \times 2 \times 44 = 20 \times 88$$

$$\text{میزان تولید C در یک ساعت} = 1560 = 10 \times 3 \times 52 = 10 \times 2 \times 3 \times 26 = 20 \times 78$$

بنابراین عدد  $20 \times 2 = 40$  بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این ۳ عدد است. در هر جعبه باید ۲۰ لامپ قرار بگیرد. اعداد ۶۳ و ۸۸ و ۷۸ هم تعداد جعبه‌ها برای بسته‌بندی هر نوع لامپ را نشان می‌دهند.

تعداد کل جعبه‌های مصرفی در یک ساعت برابر با  $63 + 88 + 78 = 229$  است.

(ب) فرض کنیم  $x$ ،  $y$  و  $z$  تعداد لامپ‌های تولید شده در خطوط تولید A، B و C در مدت ۳ دقیقه باشند. تناسب‌های زیر را از صورت سؤال داریم:

تولید A		تولید B		تولید C	
تولید	زمان	تولید	زمان	تولید	زمان
۶۳۰	۳۰	۱۳۲۰	۴۵	۱۵۶۰	۶۰
x	۳	y	۳	z	۳

به سادگی مقادیر  $x = 63$ ،  $y = 88$  و  $z = 78$  به دست می‌آیند. بنابراین کل میزان تولید در مدت ۳ دقیقه برابر است با:

$$x + y + z = 63 + 88 + 78 = 229$$

**نتیجه:** (الف) و (ب) با هم برابرند، پس گزینه‌ی (۳) صحیح است.

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad \dots$$

۱۵- گزینه «۴» شماره‌ی صفحاتی که تا می‌خورند به این صورت قابل محاسبه‌اند:

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 3$$

$$a_3 = 2 + 3 + 4$$

$$a_n = 2 + 3 + 4 + \dots + n = (1 + 2 + 3 + \dots + n) - 1 = \frac{n(n+1)}{2} - 1$$

پس شماره‌ی  $n$  امین برگه‌ای که تا می‌خورد برابر است با:

نشان می‌دهیم که در حالت‌های مختلف، (الف) می‌تواند از (ب) بزرگ‌تر یا کوچک‌تر باشد. اگر  $n = 40$  باشد (یعنی ۴۰ تا برگه‌ی تا شده داشته باشیم)، شماره‌ی آخرین صفحه‌ی تا شده برابر است با:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} - 1 = \frac{40 \times 41}{2} - 1 = 819$$

حالا اگر این برگه، آخرین برگ کتاب باشد، تعداد مضرب‌های ۳۰ برابر می‌شود با:  $\left\lfloor \frac{819}{30} \right\rfloor = 27$ . در این حالت (الف = ۴۰) و (ب = ۲۷) است.

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} - 1 = \frac{70 \times 71}{2} - 1 = 2484$$

اگر مقادیر بزرگ‌تری برای  $n$  در نظر بگیریم، مثلاً  $n = 70$  باشد، داریم:

حالا اگر آخرین برگه‌ی کتاب، ۲۴۸۴ باشد، تعداد مضرب‌های ۳۰ برابر می‌شود با:  $\left\lfloor \frac{2484}{30} \right\rfloor = 96$ . در این حالت (الف = ۷۰) و (ب = ۹۶) است. در نتیجه

گاهی اوقات (الف) از (ب) بزرگ‌تر و گاهی اوقات کوچکتر است. (در حالت  $n = 60$  تساوی (الف) و (ب) هم رخ می‌دهد).

## بخش سوم: سؤالات تحلیلی

هر کدام از چرخ‌دنده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ به یکی از قطعات A و B و C و D و E تعلق دارند و هر دو چرخ‌دنده مطابق شکل توسط تسمه‌های x و y و z و T با هم درگیر هستند. دقت کنیم که با توجه به نحوه‌ی اتصال تسمه‌ها الزاماً چرخ‌دنده‌های ۱ و ۲ و ۵ هم‌جهت و همین‌طور چرخ‌دنده‌های ۳ و ۴ نیز هم‌جهت می‌چرخند. مثلاً اگر ۱ و ۲ ساعتگرد بچرخند، آن‌گاه ۳ و ۴ پادساعتگرد می‌چرخند. محدودیت‌ها را به صورت زیر داریم:



## بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

- ۳۹- گزینه «۳» من شخصاً پاسخی مشخص و صریح را ترجیح می‌دادم، اما ریسم بین گزینه‌های متمایز در دسترس تردید داشت.
- (۱) نوسان داشتن، ثابت نبودن (۲) ارزیابی کردن، برآورد کردن (۳) تردید داشتن، دودل بودن (۴) اختلاف پیدا کردن، از هم دور شدن
- 
- ۴۰- گزینه «۴» دانش‌آموزان پس از آزمون تاریخ به خاطر طولانی و دشوار بودن آن بی‌حال و خسته شده بودند.
- (۱) مرتجع، بهبودپذیر (۲) اجتماعی (۳) کامل، جامع، فراگیر (۴) سست، بی‌حال
- 
- ۴۱- گزینه «۱» حکم قاضی براساس این اصل عقل سلیم بود که هیچ فردی بالاتر از قانون قرار نمی‌گیرد.
- (۱) انگاشته، عقیده، اصل (۲) امتیاز، رجحان، مزیت (۳) تحسین، ستایش (۴) تلاش، کوشش
- 
- ۴۲- گزینه «۲» سخنگو چنان بیانیه‌ای غیرقابل فهم ارائه کرد که هیچ‌کس، حتی اعضای حزب خودش، نتوانستند آن را درک کنند.
- (۱) غم‌انگیز، محزون (۲) غیرقابل فهم (۳) زودباور، ساده لوح (۴) موکد، تاکید شده
- 
- ۴۳- گزینه «۱» او یک چاپلوس و متملق واقعی بود؛ شما می‌توانید اغلب او را در حال تملق‌گویی ریسیش مشاهده کنید؛ و انگیزه وی از این رفتارها گرفتن ارتقای درجه است.
- (۱) انگیزه (۲) روشنی، وضوح، آشکاری (۳) علیت، خاصیت سببی (۴) سلطه، استیلا، تفوق
- 
- ۴۴- گزینه «۴» سرمایه‌گذاران طرح برنامه، با ترس از ورشکستگی، تصمیم گرفتند تا کار پروژه را رها کرده و آن را کنار بگذارند و فعالیت تجاری جدیدی را آغاز کنند.
- (۱) خنثی کردن، ایجاد اشکال کردن، دچار مانع کردن (۲) بدتر کردن، تشدید کردن، برانگیختن (۳) مایوس کردن (۴) ترک کردن، رها کردن، کنار گذاشتن
- 
- ۴۵- گزینه «۲» برخی از مدیران شرکت درخواست دارند تا یک‌سری اصلاحات انجام شود اما دیگران از مدافعان سرسخت وضع کنونی بودند.
- (۱) قابل تاسف (۲) سرسخت، لجوج (۳) بی تفاوت (۴) اتفاقی، برحسب تصادف
- 
- ۴۶- گزینه «۳» برخی از بهترین زبان‌شناسان از دبیران مرد سخت‌گیر مدرسه بودند که عادت داشتند فقط به آن دسته از پسرانی که ترجمه‌های بسیار دقیقی را ارائه می‌کردند، نمرات بالا دهند.
- (۱) از روی میل و علاقه (۲) ماهرانه (۳) با دقت زیاد- بسیار دقیق (۴) مشتاقانه
- 
- ۴۷- گزینه «۲» داشتن خوی تند و خشنی که او سعی در کنترل و مخفی کردن آن نداشت، باعث شد تا او با کارفرمایانش به مشکل برخورد کند.
- (۱) از میان بردن، منسوخ کردن، برانداختن (۲) پنهان کردن، پوشاندن، مخفی کردن (۳) تشویق کردن، ترغیب کردن، پیش بردن (۴) بالا بردن، ترفیع کردن
- 
- ۴۸- گزینه «۴» هر زمان او شواهدی می‌یابد که با ادعای او در تناقض است، او معمولاً آنها را جهت تطبیق با ادعای خود مناسب‌سازی می‌کند.
- (۱) تایید کردن (۲) حفظ کردن، نگاه داشتن (۳) مستلزم بودن، شامل بودن، متضمن بودن (۴) درخور کردن، مناسب کردن
- 
- ۴۹- گزینه «۴» در زمان پریکلس، آتن به بزرگ‌ترین میزان موفقیت تجاری دست یافت، و نه تنها اقتدار ادبی بلکه سکه‌ها و گلدان‌های عتیقه بسیاری حاکمی بهره‌بردار، ذی‌نفع (۲) اصالت (۳) وراثت (۴) موفقیت، کامیابی
- از فعالیت بازرگان‌های تجاری وی در شام، دریای سیاه و غرب هستند.
- 
- ۵۰- گزینه «۱» من دارم اعتماد رو به تو از دست می‌دهم، چون چیزی رو که دیروز به من گفتی، با چیزی که امروز داری مطرح می‌کنی سازگاری و مطابقت ندارد.
- (۱) سازگار بودن با (۲) حاشیه‌ای (۳) غافل بودن از (۴) بی‌ربط بودن به

استعداد تحصیلی

و

زبان انگلیسی

۱۳۹۷

**راهنمایی:** در سؤال ۲۶، الگوی سمت چپ ردیف بالا، طبق قاعده‌ای خاص، به الگوی سمت راست ردیف بالا تبدیل می‌شود. اگر همین روال، برای الگوی سمت چپ ردیف پایین رخ دهد، به جای علامت سؤال، کدام الگو (موارد ۱ تا ۴) باید قرار بگیرد؟

۲۶

**راهنمایی:** در سؤال ۲۷، کدام الگو (موارد ۱ تا ۴)، جای خالی در شکل سمت چپ را کامل می‌کند؟

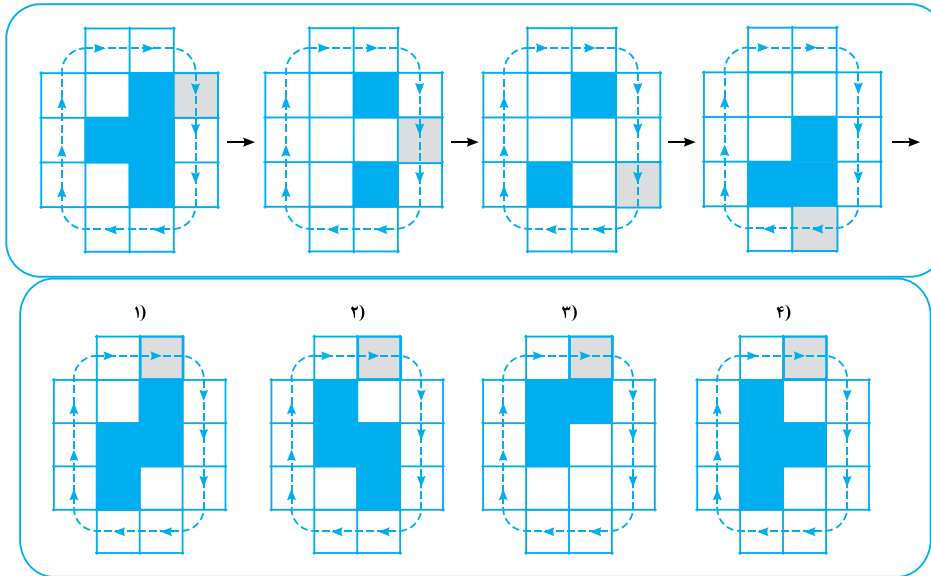
۲۷

**راهنمایی:** در سؤال ۲۸، از روی هم قرار گرفتن کدام جفت الگو (موارد ۱ تا ۴) که از میله‌های خم شده ساخته شده‌اند، بدون هرگونه چرخشی، شکل سمت چپ حاصل خواهد شد؟

۲۸

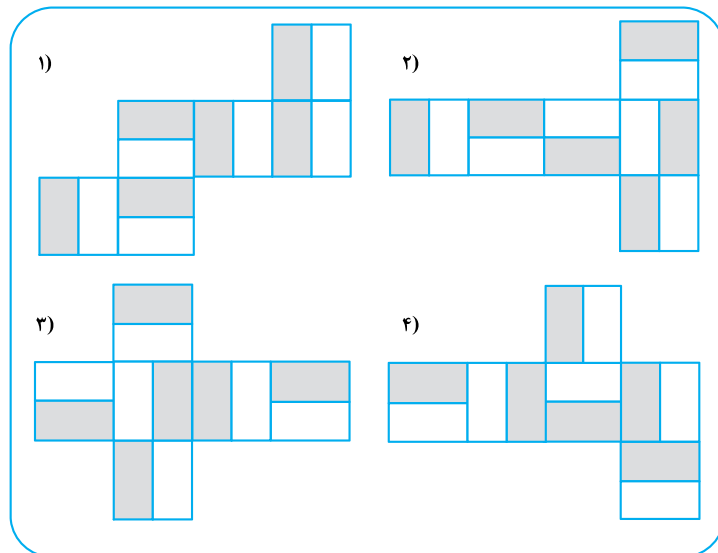
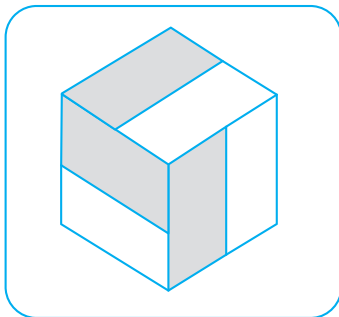
**راهنمایی:** در سؤال ۲۹، مطابق شکل، مربع هاشور خورده در مسیر نشان داده شده، مرحله به مرحله حرکت می کند و در هر مرحله، خانه های میانی، مطابق الگویی خاص تغییر رنگ می دهند. پس از رسیدن مربع هاشور خورده به خانه قبل از شروع حرکت، شکل به کدام صورت (موارد ۱ تا ۴) خواهد بود؟

۲۹



**راهنمایی:** در سؤال ۳۰، با تا کردن کدام الگو (موارد ۱ تا ۴)، می توان مکعبی به شکل مکعب سمت چپ را ساخت؟

۳۰



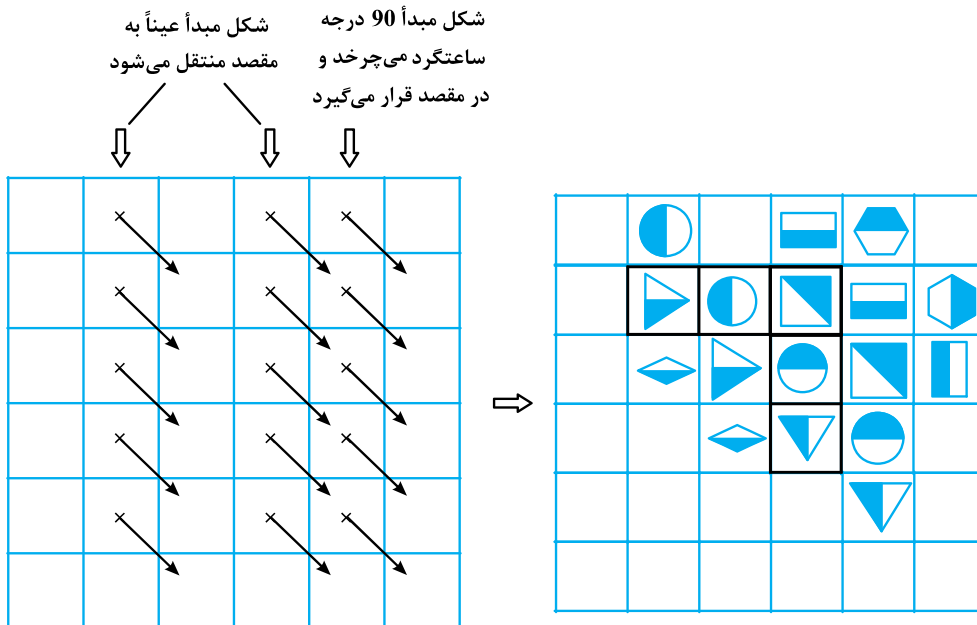




**۲۶- گزینه ۴** شکل الگو نشان می‌دهد که قسمت سمت راست نسبت به خط مشکی وسط تا می‌خورد و بر قسمت سمت چپ منطبق می‌شود. اگر دایره مشکی بر دایره مشکی منطبق شود حذف می‌شود. در مورد دایره سفید نیز چنین است. یعنی اگر دو دایره هم‌رنگ بر هم منطبق شوند، در شکل نهایی داخل مربع سفید می‌شود. وقتی سمت راست بر سمت چپ منطبق می‌شود و اشکال مشابه حذف می‌شود، نهایتاً سمت چپ نسبت به خط مشکی آینه می‌شود و در سمت چپ قرار می‌گیرد، یعنی با توجه به الگو، سمت چپ و راست دقیقاً آینه هم هستند. تا این‌جا گزینه (۱) غلط است (چون سمت چپ و راست قرینه هم نیستند).

اگر سمت راست را بر سمت چپ منطبق کنیم دو گوشه‌ی چپ و راست که دایره مشکی قرار دارد دقیقاً بر هم منطبق می‌شوند. طبق قرار قبلی باید مربع نظیر آن کاملاً سفید باشد پس گزینه (۲) هم غلط است. تمرکزمان به سطر وسط باشد! اگر مربع سمت راست سطر وسط بر مربع سمت چپ سطر وسط منطبق شود انتظار  $\odot$  را داریم. پس گزینه (۳) هم غلط است. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

**۲۷- گزینه ۱** بین شکل‌ها در مربع  $6 \times 6$  ارتباط خاصی هست که سعی کردیم ابتدا به صورت قانون کلی روی جدول سمت چپ نشان دهیم، سپس به صورت شکلی (البته نه همه‌ی شکل‌ها) روی شکل سمت راست توضیح دهیم. در واقع فقط تعدادی از شکل‌ها را مطابق قانون جدول سمت چپ، روی جدول سمت راست نمایش می‌دهیم تا پاسخ درست مشخص شود.

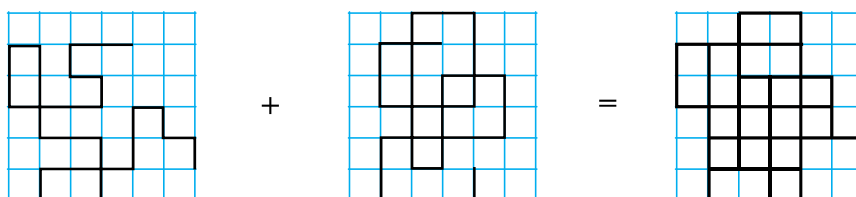


شکلی که می‌تواند جدول را کامل کند دقیقاً شکل گزینه (۱) می‌باشد.

**۲۸- گزینه ۲** شکل الگو نهایتاً در یک صفحه‌ی شطرنجی  $6 \times 6$  جای گرفته است، ولی در هیچ‌کدام از گزینه‌ها دو شکل  $6 \times 6$  پیشنهاد نشده است. مثلاً در گزینه (۱) شکل سمت چپ  $6 \times 4$  است و شکل سمت راست  $5 \times 6$ . منظور این است که دو شکل که قرار است بر هم منطبق شوند چون ممکن است با

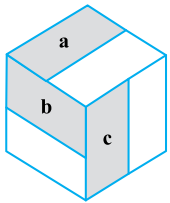
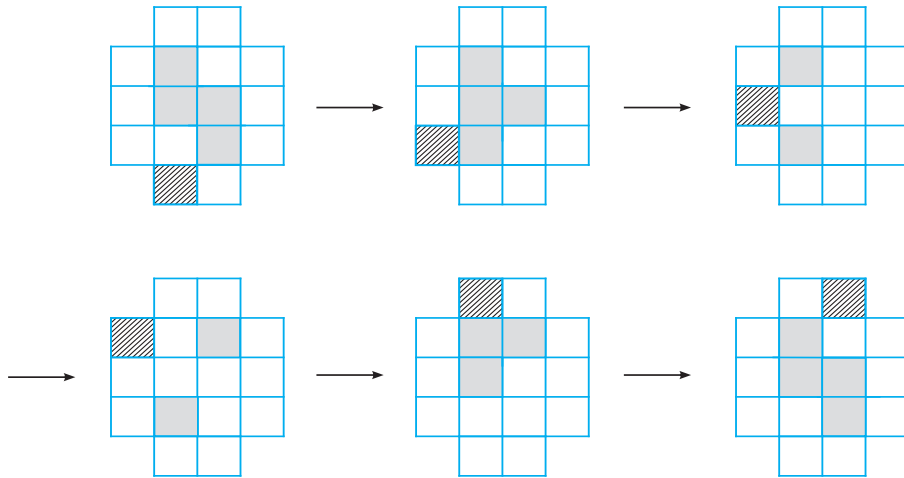
ابعاد مختلف باشند، پس امکان جابه‌جایی به چپ و راست یا بالا و پایین را دارند. یعنی مثلاً فرض کنیم بخواهیم

کنیم. چون ابعادشان فرق دارد پس شکل کوچک‌تر می‌تواند در موقعیت‌های مختلفی روی شکل بزرگ‌تر قرار گیرد. شکل گزینه (۲) مطابق الگوی زیر می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

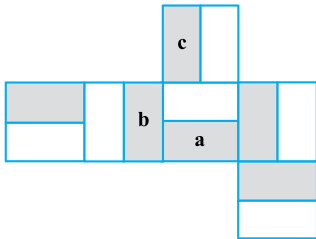


در سایر گزینه‌ها در صورتی که دو شکل چپ و راست بر هم منطبق شوند حداقل در یک نقطه با شکل اصلی متفاوت خواهند بود.

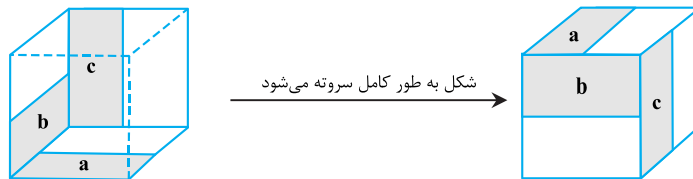
۲۹- گزینه «۲» لایه‌ی بیرونی که روی آن فلش کشیده شده فقط مسیر حرکت مربع هاشورخورده است و نکته یا تغییر خاصی ندارد. همه‌ی تغییرات مربوط به ۶ مربع وسطی می‌باشد. شواهد امر نشان می‌دهد که مربع هاشورخورده پس از حرکت در جهت فلش، کنار هر سطر یا ستونی قرار بگیرد، مربع‌های سفید به سیاه و مربع‌های سیاه به سفید تبدیل می‌شوند. ۴ شکل که به عنوان الگو در صورت سؤال داده شده، ۶ شکل دیگر نیز باید متصور بود تا به مربع قبل از شروع حرکت برسیم:



۳۰- گزینه «۴» با بستن گستره‌ی مکعب در هر چهار گزینه می‌توان مکعب ساخت. ولی هدف ساختن مکعبی نظیر مکعب الگو است. به این منظور مکعب الگو را به صورت زیر اسم‌گذاری می‌کنیم و نشان می‌دهیم که فقط با بستن گستره‌ی شکل گزینه (۴) می‌توان به شکل الگو رسید.



وجهی که روی آن  $a$  نوشته‌ایم را قاعده در نظر بگیریم. به منظور واضح بودن شکل در فرآیند بسته شدن مکعب فقط وجهی که  $a$  و  $b$  دارند را به تصویر می‌کشیم و سه وجه دیگر را نمایش نمی‌دهیم. وجهی که  $a$  دارد وجه زیرین باشد، وجهی که  $b$  دارد وجه سمت چپ می‌شود و وجهی که  $c$  دارد وجه روبه‌رو (به سمت کاغذ!) است.



## بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱- گزینه «۱» همبستگی زیاد بین بخش‌های مختلف فیزیک نشان‌دهنده ساختار منطقی مستحکم قوانین طبیعت است.

**توضیح گرامری:** بارها و بارها به این نکته اشاره شده که هر جمله باید یک فعل اصلی داشته باشد چرا که هر جمله باید یک گزاره مستقل داشته باشد. بنابراین بیاید در صورت سوال به دنبال فعل باشیم. خب همانطور که می‌بینید هیچ فعلی نداریم. بنابراین گزینه‌ای می‌تواند جای خالی را پر کند که فعل اصلی باشد. با این حساب تا به حال گزینه (۲) نادرست است چرا که illustrating فعل اصلی نیست بلکه شکل کوتاه شده which illustrates است. در مبحث تطابق فعل و فاعل هم گفتیم چنان چه فاعل جمله چندکلمه‌ای باشد، اولین کلمه ملاک قرار می‌گیرد. بنابراین در اینجا چون فاعل به صورت the interweaving of so many different parts of physics است و یک فاعل چند کلمه‌ای است باید اولین کلمه یعنی interweaving ملاک قرار گیرد و چون مفرد است فعل هم باید مفرد باشد؛ پس گزینه ۱ صحیح و گزینه (۴) نادرست است. گزینه (۳) نادرست است چون کاربرد different parts of physics و they چون هر دو به یک اسم اشاره دارند، نادرست است.

۳۲- گزینه «۳» بنا به گفته آنتونیو آر. داماسیو که یک نورولوژیست معروف است، خوشحالی و غم تنها زمانی پدید می‌آیند که مغز، تغییرات فیزیکی بدن را ثبت می‌کند.

**توضیح گرامری:** بذارید ابتدا با حذف only از گزینه‌ها، این سؤال را آسان‌تر سازیم چرا که این کلمه در اینجا فقط معنی جمله را تغییر می‌دهد و به لحاظ ساختاری بر جمله تاثیری ندارد. خب حالا تنها کلمه‌ای که می‌تواند در پاسخگویی به این سوال به ما کمک کند، کلمه after می‌باشد. after یک حرف ربط وابسته‌ساز است که در گزاره قیدی نشان‌دهنده زمان کاربرد دارد. این حرف ربط معمولاً به یکی از دو صورت زیر در گزاره‌های قیدی کاربرد دارد:

جمله + , + جمله + حرف ربط  
جمله + حرف ربط + جمله

خب در این سؤال حرف ربط after همان‌طور که می‌بینید در وسط جمله قرار دارد. بنابراین قبل و بعد از آن باید طبق الگوهای بالا، جمله بیاید و اینکه هر جمله هم باید یک فعل داشته باشد. بنابراین باز هم در صورت سوال دنبال فعل باشید. فعل جمله قبل از after کلمه emerge می‌باشد. پس جمله اول ما کامل است و جمله بعد از after هم باید فعل داشته باشد که خب همانطور که می‌بینید در صورت سوال بعد از جای خالی فعل نداریم پس گزینه‌ای می‌تواند در جای خالی بیاید که فعل داشته باشد. پس گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. حتی اگر بگوییم after در این دو گزینه حرف اضافه است نه حرف ربط و در نتیجه نیازی به کاربرد جمله بعد از آن نیست، باز هم هر دو نادرست هستند چون بعد از فعل emerge مصدر با to کاربرد ندارد. گزینه (۱) نادرست است چرا که بعد از after وارونگی صورت گرفته است.

۳۳- گزینه «۴» چراغ راهنما قرمز می‌شود و شما توقف می‌کنید و پیرزنی از سمت چپ وارد خط عابر پیاده می‌شود. ناگهان احساس می‌کنید که قبلاً در همین ماشین، در همین خط عابر و با همین خانم که وارد خط عابر شد، بوده‌اید.

**توضیح گرامری:** خب قبل از جای خالی را بررسی می‌کنیم که داریم in the same car و at the same crosswalk که هر دو با حرف اضافه شروع شده‌اند؛ بنابراین جای خالی هم باید بر همین اساس و بنا به اصل ساختار موازی، با حرف اضافه و the same شروع شود. پس تا به حال گزینه (۱) نادرست است. گزینه (۲) هم که خیلی راحت رد می‌شود. در گزینه (۳) کاربرد to step off نادرست است چرا که این فعل نباید به صورت مصدر باشد. فقط گزینه (۴) صحیح است که در اینجا stepping off شکل کوتاه شده who stepped off است.

۳۴- گزینه «۲» هاید چنین می‌گوید که انسان‌ها تمایل به طبقه‌بندی دارند و زمانی که ما طبقه‌بندی‌ها رو ابداع می‌کنیم، فوراً یکی را بهتر از دیگری می‌بینیم.

**توضیح گرامری:** بعد از یک سری از افعال مثل see, view, regard و تمامی افعالی که مترادف با این واژگان هستند مثل judge, perceive و ... ابتدا باید از مفعول استفاده کنیم و بعد از مفعول از as و بعد از as هم می‌توانیم از صفت یا اسم استفاده کنیم. مثال:

Edith was widely regarded as eccentric.



Even as a young woman she had been **perceived as** a future chief executive.  
They **viewed** the law **as** a way of meeting certain social goals.

با این حساب گزینه (۲) بهترین پاسخ است چرا که داریم:

Judge one as better .....

**۳۵- گزینه «۲»** پیتی دوروتی، شیرزن داستان جادوگر شهر از، با وجود سیلکونی که در حال وقوع بود، بعد از آزاد شدن از پناهگاه به سمت خانه خود رفت.  
**توضیح گرامری:** این تست به مبحث وجه وصفی ارتباط دارد. لذا بیابید ابتدا مثال زیر را بررسی کنیم:

Before she cut her hair, she washed it.

خب جمله بالا شامل یک گزاره قیدی است که نوعی گزاره وابسته است. همانطور که می‌بینید در جمله‌ای که بعد از **before** به کار رفته و در جمله بعد از **Before** فاعل یکسانی به کار رفته است که در اینجا **she** می‌باشد. لذا معمولاً چنین جمله‌ای را به صورت وجه وصفی به کار می‌برند!  
بدین منظور ابتدا باید فاعل مشترک را از گزاره وابسته (جمله‌ای که همراه با **before** آمده) حذف کرده و در صورتی که جمله ما معلوم بود به فعل **ing** بدهیم و در صورتی که مجهول بود فعل **be** را حذف کرده (یا به صورت **being** نوشته) و به فعل اصلی کاری نداریم. **Before** را نیز اجازه داریم حذف کنیم یا نگه داریم. بنابراین چون که در این مثال فعل به صورت معلوم است، پس داریم:

Before cutting her hair, she washed it.

حال بیاید جمله زیر را بررسی کنیم که فعل آن به صورت مجهول است:

Because it is cut, her hair looks strange.

طبق دستورالعمل بالا:

Being cut, her hair looks strange.

خب حالا بیاید این تست را هم بررسی کنیم. اول از همه اینکه فعل **lock** در این مفهوم خود متعدی است؛ بنابراین باید همراه با مفعول باشد یا به صورت مجهول به کار رود چرا که داریم:

Lock someone out

خب لذا باید بعد از جای خالی را بررسی کنیم تا ببینیم آیا مفعولی به کار رفته یا نه. همانطور که می‌بینید مفعولی نداریم پس فعل احتمالاً به صورت مجهول بوده است. پس یعنی فقط گزینه ۲ صحیح است. حال بیابید ببینیم چگونه به گزینه (۲) رسیده‌ایم. بنا به آنچه که گفته شد می‌توان گفت شکل اولیه این تست اینگونه بوده است:

Pity Dorothy, the wizard of Oz heroine, ran into her home in the face of an approaching cyclone **after she was locked** out of the storm cellar.

خب فاعل‌ها مشترک هستند و فعل بعد از **after** هم که مجهول است؛ پس داریم:

Pity Dorothy, the wizard of Oz heroine, ran into her home in the face of an approaching cyclone **after being locked** out of the storm cellar.

**۳۶- گزینه «۳»** نخستی‌های راست بینیان، یا به عبارتی گروهی از میمون‌های جهان قدیمی قادر هستند تا با استفاده از تاکتیک، اعضای گونه خود را فریب دهند. این قدرت فریب جزئی از ظاهر آنها نیست و همچنین در روتین‌های رفتاری آنها قرار ندارد.

**توضیح گرامری:** تقریباً سه سال است که پشت سر هم از این مبحث سوال آمده. فقط کافیست به فصل قیود مراجعه کنید و مبحث مربوطه را یاد بگیرید. سه قید **so**، **too** و **neither** هر سه به معنی همچنین هستند ولی با هم تفاوت کاربردی دارند. الگوهای زیر را حفظ کنید:  
**Too** فقط در جملات مثبت به کار می‌رود آن هم فقط آخر جمله:

He was tall, and his father was tall too.

**So** فقط در جملات مثبت به کار می‌رود ولی معمولاً وسط جمله. بنابراین الگوی زیر را حفظ کنید:

فاعل + فعل کمکی مثبت + **so** + , + جمله مثبت

بنابراین جمله بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

He was tall, so was his father.

**Neither** و **nor** هم به همین معنی هستند؛ اما همراه با جمله منفی می‌آیند. بنابراین داریم:

فاعل + فعل کمکی مثبت + **neither/nor** + , + جمله منفی

استعداد تحصیلی

و

زبان انگلیسی

۱۳۹۹



**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۱۴ و ۱۵، شامل دو مقدار یا کمیت هستند، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر براساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

**۱۴- سه پروژه برای آسفالت کردن سه جاده A، B و C، همزمان با هم کلید می‌خورند. مجموع طول جاده‌های B و C به اندازه طول جاده A است و کار در هر سه پروژه به‌طور یکنواخت پیش می‌رود.**

الف	ب
مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا مسافت آسفالت‌نشده جاده B، نصف مسافت آسفالت‌نشده جاده A باشد.	چهار برابر مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا کار آسفالت کردن جاده C تمام شود.

**۱۵- رضا از هر کدام از اسکناس‌های ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی، ۳ عدد (مجموعاً ۹ اسکناس) دارد.**

الف	ب
حداقل مبلغی که می‌توان از رضا طلب کرد که وی برای پرداخت آن مجبور باشد از هر نوع اسکناس، حداقل یک عدد بدهد.	حداقل مبلغی که رضا می‌تواند توسط ۶ اسکناس که حداقل یکی از آنها ۱۰ هزار تومانی باشد، بپردازد.

### بخش سوم: سؤالات تحلیلی

**راهنمایی:** در این بخش، توانایی تحلیلی شما مورد سنجش قرار می‌گیرد. سؤال‌ها را به‌دقت بخوانید و پاسخ صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۱۶ تا ۱۹ پاسخ دهید.

چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، به ترتیب، به‌صورت تلفنی، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ را برای بعدازظهر یک روز مشخص در یک مطب دندانپزشکی رزرو کرده‌اند. در روز موردنظر، افراد با ترتیبی (که لزوماً ترتیب نوبت رزروشان نیست)، وارد مطب می‌شوند و تا زمانی که نوبتشان برسد، در سالن انتظار مطب می‌نشینند. اطلاعات زیر موجود است:

- دومین نوبت رزرو شده، مربوط به B نیست.
- کسی که دقیقاً بعد از A وارد مطب شده، نوبتش زودتر از A است.
- آخرین نفری که وارد مطب شده، B را می‌بیند که به تنهایی در مطب نشسته است.
- D، آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.

**۱۶- A، بعد از چه کسی می‌تواند وارد مطب شده باشد؟**

- (۱) D  
(۲) C  
(۳) B  
(۴) A، همواره اولین کسی است که وارد مطب شده است.

**۱۷- اگر سومین نفر وارد شده به مطب، آخرین نوبت را داشته باشد، کدام مورد زیر، صحیح است؟**

- (۱) سومین نفر وارد شده به مطب، D بوده است.  
(۲) اولین نفر وارد شده به مطب، دومین نوبت را داشته است.  
(۳) دومین نفر وارد شده به مطب، سومین نوبت را داشته است.  
(۴) چهارمین نفر وارد شده به مطب، چهارمین نوبت را داشته است.

**۱۸- اگر اولین نفر وارد شده، آخرین نوبت را داشته باشد، دومین نفر وارد شده به مطب، چه کسی است؟**

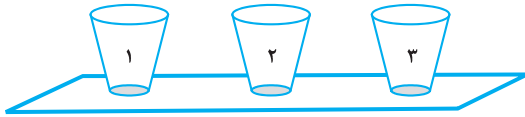
- (۱) D  
(۲) C  
(۳) B  
(۴) A

**۱۹- کدام فرد، به‌طور قطع، مشخص است که چندمین نفر وارد شده به مطب است؟**

- (۱) C  
(۲) A  
(۳) B  
(۴) D

**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات و شکل زیر، به سؤال‌های ۲۰ تا ۲۳ پاسخ دهید.

سه لیوان که با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ شماره‌گذاری شده‌اند مطابق شکل زیر، روی یک میز، کنار هم چیده شده‌اند. چهار نفر به اسامی A، B، C و D به ترتیب (A نفر اول و D نفر آخر) کنار میز رفته و دو لیوان را برمی‌گردانند. اطلاعات زیر موجود است:



• بعد از آخرین نفر، لیوان‌ها به حالت اولیه خود درمی‌آیند.

• D دقیقاً به لیوان‌هایی دست می‌زند که A به آنها دست زده است.

• یکی از لیوان‌هایی که C به آن دست زده است، لیوان شماره ۳ است.

• B به دو لیوان مجاور یکدیگر دست می‌زند.

**۲۰- کج** اگر به یکی از لیوان‌ها هیچ‌کس دست نزده باشد، آن لیوان، کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) این حالت نمی‌تواند رخ دهد.

**۲۱- کج** اگر A به لیوان شماره ۲ دست نزند، وضعیت لیوان‌های شماره ۲ و ۳ بعد از B و قبل از C، به ترتیب، چگونه بوده است؟

(۴) عادی - عادی

(۳) وارونه - وارونه

(۲) عادی - وارونه

(۱) وارونه - عادی

**۲۲- کج** اگر C لیوان شماره ۳ را از حالت وارونه به حالت عادی تغییر داده باشد، کدام مورد صحیح است؟

(۲) D، به دو لیوان غیرمجاور دست زده است.

(۱) A، به لیوان شماره ۳ دست زده است.

(۴) C، لیوان شماره ۱ را از حالت عادی به وارونه تغییر داده است.

(۳) B، لیوان شماره ۲ را از حالت وارونه به عادی تغییر داده است.

**۲۳- کج** اگر بعد از B، لیوان‌های شماره ۱ و ۲ هر دو وارونه قرار گرفته باشند، چند نفر به لیوان شماره ۳ دست زده‌اند؟

(۴) هر ۴ تا

(۳) ۳

(۲) ۲

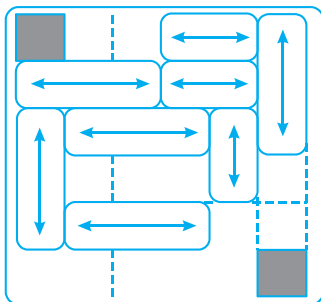
(۱) ۱

### بخش چهارم: تجسمی

■ **راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هریک از سؤال‌های ۲۴ تا ۳۰ را به‌دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

**راهنمایی:** در سؤال ۲۴، مطابق شکل زیر، بلوک‌ها که روی آنها فلش‌هایی رسم شده است، می‌توانند در هر حرکت، مضرب صحیحی از طول ضلع یک مربع سفید  $1 \times 1$  را در راستای فلش رسم شده بر روی آنها طی کنند. بلوک‌ها نمی‌توانند با یکدیگر تداخل داشته باشند. می‌خواهیم بین دو مربع سیاه‌رنگ، با مربع‌های سفید مسیری را ایجاد کنیم. در این مسیر، هیچ دو مربع سفیدی تنها از طریق یک نقطه با یکدیگر اشتراک ندارند. مسیر ایجادشده، شامل چند مربع سفید است؟

**۲۴- کج**



(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳





### PART C: Reading Comprehension


**Directions:** Read the following two passages and select the choice (1), (2), (3), or (4) that best answers each question. Then mark the correct choice on your answer sheet.

#### Passage 1:


The story of elephant origins begins about 50 million years ago with animals called moeritheres. The moeritheres were proboscideans animals with trunks, and four of their incisor teeth – two in the upper jaw and two in the lower jaw – were the beginnings of what became tusks. Moeritheres weighed about a quarter ton and were probably amphibious, feeding on plants and living along rivers much as the hippopotamus does today. Within the next 10 to 20 million years, the moeritheres gave rise to tusked creatures that paleontologists have labeled palaeomastodons. Some palaeomastodons had both upper and lower tusks; others had only lower tusks, shaped like shovels.

The next five million years of elephant evolution are lost in the fossil record, but at the end of that gap, mastodons – distant relatives of modern elephants – were roaming across Africa. During the next few million years, mastodons became one of the most common of the large mammals, increasing their numbers all across the world. One early mastodon species was *Gomphotherium*, a four – tusked creature the size of a small African elephant, perhaps eight feet tall at the shoulder. It was this creature that eventually gave rise to the African elephant known today. In view of the surviving fossil remains, this apparently was not a big evolutionary step, since the skeletons of an African elephant and of a *Gomphotherium* are much alike. The biggest differences are in the teeth and the tusks. *Gomphotherium* evolved into the African elephant, skeletally at least, by losing its lower tusks and by changes in its teeth, which became more compact and better adapted to the shearing motion of the elephant's jaws.


Another descendant of *Gomphotherium* is the best known of prehistoric elephants, the woolly mammoth. In prehistoric Europe, woolly mammoths were often featured in cave paintings and carvings. Woolly mammoths were heavily hunted by groups of Stone Age people whose culture depended on preying on the big mammals that existed during the Ice Ages, such as the woolly rhinoceros and the giant ground sloth. The mammoth provided more than food. Its ivory was used to make statues, etchings, and ornaments; its bones were used for tools and even as building materials for houses.

 **51- What does the passage mainly discuss?**

- 1) The mastodons of Africa
- 2) The evolution of elephants
- 3) The relationship of woolly mammoths and elephants
- 4) The adaptation of elephant tusks and teeth to the African habitat

 **52- According to the first paragraph, how were moeritheres thought to be similar to the modern – day hippopotamus?**

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| 1) They were both amphibious.        | 2) They were similar in weight.             |
| 3) Their teeth were similar in size. | 4) They both had tusks shaped like shovels. |

 **53- According to the second paragraph, the fossil record does NOT indicate .....**

- 1) where mastodons lived
- 2) how *Gomphotherium* moved its jaws
- 3) how palaeomastodons evolved into mastodons
- 4) how *Gomphotherium* evolved into the African elephant

**54- What can be inferred from the second paragraph about the teeth of *Gomphotherium*?**

- 1) They were not preserved as fossil remains.
- 2) They were efficient for use in a shearing motion.
- 3) They evolved into the tusks of the African elephant.
- 4) They were larger than those of the African elephant.

**55- Which of the following is NOT mentioned in the third paragraph as something human obtained from woolly mammoths?**

- |                              |  |
|------------------------------|--|
| 1) Ivory for ornaments       | 2) Pigments used in cave paintings     |
| 3) Material used in building | 4) Material from which tools were made |

**Passage 2:**

From the late nineteenth century onward, children's books have tended to feature large print, lots of pictures, and attractive bindings. The contrast with children's books of the 1700's is stark. Early children's books rarely had pictures, were printed in small typeface to save paper, and had thick paper bindings with paper labels stuck on the outer spine. They also tended to be printed in small volumes, which were thought to be more "child sized."

Pictures were expensive in the late eighteenth century. Although woodcuts were cheaper than engravings and were used in some children's books, they still tended to be relatively crude. Engravings could show more detail, but they were usually limited to a frontispiece (the first inside page) or to plates of technical diagrams in works for older children or adults. By the late 1870's, better and cheaper methods of wood engraving had been introduced, metal engraving had become cheaper, and color printing had been invented, all of which transformed the appearance of children's books.

The decorative (and colorful) bindings which covered the late – nineteenth – century books are particularly striking in comparison to their earlier counterparts. The development of the cloth binding and the partial mechanization of the binding process in the 1830's and 1840's completely changed the outward appearance of books. Publishers' bindings became common, and those for children's books were soon decorated with elaborate stamped patterns, often in several colors, and embossed with gold. Previously, books had been issued bound in wood as a temporary measure until the purchaser arranged for a leather binding. The later patterned boards indicate an attempt to provide a more attractive, less costly binding.

The absence of most of these decorative arts in early children's books meant that the text was almost solely responsible for keeping the child's attention. Thus authors made the effort to be amusing in order to be more effectively instructive. The characters and events of the fictionalized stories were intended to prevent boredom. One of the most famous children's books of the eighteenth century, *Evenings at Home*, went one step further than most by using a lot of short stories on different subjects and in different genres. The short length was adapted to the child's attention span, while the ever-changing subjects stimulated curiosity.

**56- What aspect of children's books of the eighteenth and nineteenth centuries does the passage mainly discuss?**

- 1) How important woodcuts and engravings were to book sales
- 2) How the interests of readers failed to affect the practices of publishers
- 3) How the appearance of the books changed due to technological advances
- 4) How eighteenth-and nineteenth –century books had several types of binding

## بخش سوم: پاسخ سؤالات تحلیلی

اطلاعات مسئله:

چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ مطب را رزرو کرده و از اولین تا چهارمین نفر وارد مطب می‌شوند.

قیدهای مسئله:

(۱) دومین نوبت رزرو شده مربوط به B نیست.

(۲) کسی که بعد از A وارد مطب شده نوبتش زودتر از A است  $\leftarrow$  A آخرین نفر نیست.(۳) آخرین فردی که وارد مطب شده B را می‌بیند که به تنهایی نشسته  $\leftarrow$  B آخرین نفر نیست.

(۴) D آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.

نتیجه‌گیری: آخرین نفر وارد شده به مطب C است و جایگاه او به‌طور قطع مشخص است.

## ۱۶- گزینه «۳»

با توجه به این که C آخرین نفر وارد شده به مطب است، پس برای سه نفر دیگر می‌توان ۶ حالت زیر را در نظر بگیریم که با توجه به قیدهای مطرح شده داریم: از بین ۶ حالت مطرح شده فقط دو حالت قابل قبول است.

ورود به مطب	اولین	دومین	سومین	چهارمین	
مریض نوبت	A / 2	B / 1	D	C	×
مریض نوبت	A / 2	D / 1	B / 3	C / 4	✓
مریض نوبت	B / 3	A / 2	D / 1	C / 4	✓
مریض نوبت	B	D	A / 2	C / 1	×
مریض نوبت	D	A / 2	B / 1	C	×
مریض نوبت	D	B	A / 2	C / 1	×

در حالت دوم، A اولین نفر وارد شده به مطب است. ولی چون حالت اول صادق نیست نمی‌توان گفت A همواره اولین کسی است که وارد مطب می‌شود. در حالت سوم، با توجه به قید ۲، D که بعد از A وارد شده دارای نوبتی زودتر از A است. پس D دارای نوبت اول، A دارای نوبت دوم و B و C می‌توانند نوبت‌های سوم و چهارم را داشته باشند. پس A می‌تواند پس از B وارد مطب شود. سایر حالت‌ها با توجه به قیدهای مسئله صادق نیستند. در نتیجه گزینه (۳) صحیح است.

۱۷- گزینه «۲» اگر سومین نفر وارد شده به مطب، آخرین نوبت را داشته باشد می‌توان جدول زیر را برای این سؤال رسم نمود:

ورود به مطب	اولین	دومین	سومین	چهارمین
نوبت			۴	
مریض				C

با توجه به قید ۳، آخرین نفر که C است، پس از ورود به مطب B را می‌بیند که به تنهایی نشسته است. پس B می‌تواند دومین نفر وارد شده به مطب باشد که نوبت چهارم را دارد.

و با توجه به قید دوم که کسی که بعد از A وارد مطب می‌شود نوبتش زودتر از A است، پس A اولین ورود و دارای دومین نوبت و D دومین ورود و اولین نوبت را دارد.

ورود به مطب	اولین	دومین	سومین	چهارمین
نوبت	۲	۱	۴	۳
مریض	A	D	B	C

در نتیجه گزینه (۲) صحیح است.



۱۸- گزینه «۴» اگر اولین نفر وارد شده، آخرین نوبت را داشته باشد:

چهارمین	سومین	دومین	اولین	ورود
			۴	نوبت
C				مریض

با توجه به قید ۳، اولین نفر وارد شده که نوبت چهارم را دارد باید مریض B باشد که با ورود آخرین نفر به مطب (فرد C) همچنان در مطب است. پس دومین و سومین ورود مربوط به مریض‌های A و D است. با توجه به قید ۲، کسی که بعد از A وارد می‌شود نوبتش زودتر از A است. پس دومین ورود مربوط به A و سومین ورود مربوط به D است.

چهارمین	سومین	دومین	اولین	ورود
۳	۱	۲	۴	نوبت
C	D	A	B	مریض

در نتیجه گزینه (۴) صحیح است.

۱۹- گزینه «۱» با توجه به قیدهای مسئله و نتیجه‌گیری از آن‌ها، می‌توان گفت آخرین نفر وارد شده به مطب مریض C است و فقط جایگاه او به‌طور قطع مشخص می‌باشد. در نتیجه گزینه (۱) صحیح است.

۲۰- گزینه «۲» یکی از شروط این است که B، به دو لیوان مجاور دست زده است و C نیز به لیوان ۳ دست زده است. اگر هر ۴ نفر D، C، B، A فقط به لیوان‌های ۲ و ۳ دست زده باشند، تمام شروط برقرار است. پس حالتی که کسی به ۱ دست نزده رخ می‌دهد.

۲۱- گزینه «۱» می‌دانیم که D دقیقاً به همان لیوان‌هایی دست می‌زند که A به آن‌ها دست زده. پس D به دو لیوان ۱ و ۳ دست زده است. همچنین می‌دانیم که لیوان‌ها پس از دست زدن D به وضعیت اولیه برمی‌گردند. پس وضعیت لیوان‌ها قبل از دست زدن D (همان پس از دست زدن C) به این صورت است: ۱ و ۳ وارونه و ۲ عادی.

حال با توجه به آنکه C حتماً به ۳ دست می‌زند و B به دو لیوان مجاور دست می‌زند، می‌توان گفت وضعیت لیوان‌ها پیش از دست زدن C (همان پس از دست زدن B) بدین صورت است: ۱ و ۲ وارونه و ۳ عادی.

۲۲- گزینه «۳» اگر C لیوان شماره ۳ را از وارونه به عادی برگردانده باشد، چون D حتماً به دو لیوان دست زده است و لیوان‌ها پس از دست زدن D همگی به حالت عادی برمی‌گردند، پس D لیوان ۱ و ۲ را از حالت وارونه به عادی برمی‌گرداند.

می‌دانیم که A نیز به ۲ لیوانی دست می‌زند که D به آن‌ها دست زده. پس وضعیت لیوان‌ها پس از دست زدن A به آن‌ها به‌صورت ۱ و ۲ وارونه و ۳ عادی است. می‌دانیم که C لیوان ۳ را از وارونه به عادی برمی‌گرداند. پس لیوان ۳ قبل از دست زدن C (همان پس از دست زدن B) وارونه بوده است. پس B به لیوان ۳ دست زده و آن را وارونه کرده است. همچنین می‌دانیم که B به دو لیوان مجاور دست زده است، پس B لیوان ۲ را نیز از وارونه به عادی تغییر داده است.

۲۳- گزینه «۴» اگر بعد از B، لیوان‌های شماره ۱ و ۲ هر دو وارونه باشند، تنها حالت ممکن این است که A به لیوان‌های ۱ و ۲ دست زده باشد و B به لیوان‌های ۲ و ۳. به این ترتیب پس از دست زدن B وضعیت لیوان‌ها به‌صورت ۱ و ۲ وارونه و ۳ عادی است. حال می‌دانیم که C قطعاً به ۳ دست زده و آن را وارونه کرده و بعد از D همه‌ی لیوان‌ها به وضعیت عادی می‌رسند، پس D نیز به ۳ دست زده است. پس هر ۴ فرد به لیوان ۳ دست زده‌اند.

## بخش سوم: درک مطلب

دو متن زیر را بخوانید و از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) گزینه‌ای را انتخاب کنید که برای هر سؤال بهترین پاسخ باشد. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

## متن ۱:

داستان خاستگاه فیل‌ها به حدود ۵۰ میلیون سال قبل به حیواناتی به نام *moeritheres* برمی‌گردد. این حیوانات در دسته فیل‌سانان یا به عبارتی جزو خرطوم داران بودند و چهار عدد از دندان‌های پیشین‌شان - دو دندان در فک بالا و دو دندان در فک پایین - آغازگر عاج بودند. این جانوران حدوداً ۲۵۰ کیلو وزن داشتند و احتمالاً دوزیست بودند. همچنین از گیاهان تغذیه می‌کردند و درست مثل *hippopotamus* در سواحل رودخانه‌ها زندگی می‌کردند. در طول ۱۰ تا ۲۰ میلیون سال بعدی، *moeritheres* به موجوداتی عاج‌دار منجر شدند که دیرینه شناسان آنها را *palaeomastodon* می‌نامند. برخی از این موجودات هم دارای عاج پایین و هم عاج بالا بودند در حالی که برخی فقط عاج پایین داشتند که مثل بیل بود.

شواهد فسیلی در مورد ۵ میلیون سال بعدی تکامل فیل‌ها وجود ندارد اما در پایان این دوره، *mastodon*ها در آفریقا پدیدار شدند که خویشاوندان دور فیل‌های مدرن هستند. در طول چند میلیون سال بعدی، این جانوران به یکی از بزرگ‌ترین پستانداران تبدیل شدند و تعدادشان در سرتاسر جهان افزایش یافت. یکی از نخستین گونه‌های *mastodon* یک موجود چهار عاجی به نام *gomphotherium* بود که به اندازه یک فیل آفریقایی کوچک بود که شاید اندازه شانه آن ۸ فوت بود. این موجود بود که نهایتاً به فیل آفریقایی مدرن منجر شد. با توجه به بقایای فسیلی موجود، این یک گام تکاملی بزرگ نبود چرا که اسکلت فیل آفریقایی و اسکلت *gomphotherium* بسیار شبیه هم هستند. بزرگ‌ترین تفاوت بین این دو در دندان‌ها و عاج‌شان می‌باشد. *gomphotherium*ها با از دست دادن عاج‌های پایین خود و تغییر دندان که فشرده‌تر و برای حرکت قیچی‌وار فک‌های فیل مناسب‌تر شد، به فیل آفریقایی تبدیل شدند.

یکی دیگر از گونه‌های *gomphotherium* که بین فیل‌های ماقبل تاریخ به بهترین نحو شناخته شده می‌باشد، ماموت پشمالو است. در اروپای پیش از تاریخ، ماموت پشمالو اغلب در نقاشی‌های داخل غار و حکاکی‌ها ترسیم می‌شد. در طول عصر حجر، شکارچینی که فرهنگشان شدیداً وابسته به شکار پستانداران بزرگ موجود در عصر یخی مثل کرگدن پشمالو و تنبل زمینی (*ground sloth*) بزرگ بودند، شروع به شکار ماموت پشمالو کردند. از ماموت پشمالو فقط به عنوان غذا استفاده نمی‌شد. از عاج آن برای ساخت تندیس، حکاکی و آذین‌کاری و از استخوان‌های آن برای ساخت ابزار و حتی مصالح ساختمانی استفاده می‌شد.

۵۱- گزینه «۲» متن در مورد تکامل فیل‌ها صحبت می‌کند و بحث خود را از فیل‌های ۵۰ میلیون سال پیش شروع می‌کند و آن را با فیل‌های آفریقایی به اتمام می‌رساند.

۵۲- گزینه «۱» طبق پاراگراف اول آنچه که بین *moeritheres* و *hippopotamus* امروزی مشترک است این است که هر دو دوزیست هستند و در امتداد رودخانه‌ها زندگی می‌کنند.

۵۳- گزینه «۳» طبق پاراگراف اول حدود ۳۰ الی ۴۰ میلیون سال پیش، *moeritheres* به *palaeomastodon* منجر شدند. طبق جمله اول پاراگراف دوم، شواهد فسیلی کمی وجود دارد که ظرف ۵ میلیون سال بعدی چه اتفاقی برای *palaeomastodon* افتاد. طبق این پاراگراف، فقط می‌دانیم که طی این دوره *palaeomastodon* جای خود را به *mastodon* داد اما در خصوص چگونگی این تغییر اطلاعات زیادی در دست نیست.

۵۴- گزینه «۴» براساس پاراگراف دوم، *gomphotherium* شباهت زیادی به فیل‌های آفریقایی دارد. طبق این پاراگراف، تنها تفاوت بین این دو فیل در دو مورد می‌باشد: (۱) فیل آفریقایی برعکس *gomphotherium* فاقد عاج‌های پایین است و (۲) دندان‌های آن جمع‌وجور و برای حرکت فک متناسب‌تر شده است. در نتیجه براساس تفاوت دوم بین این دو نوع فیل می‌توان نتیجه گرفت که دندان‌های *gomphotherium* بزرگ‌تر از دندان‌های فیل آفریقایی بوده است.

۵۵- گزینه «۲» طبق پاراگراف سوم، ماموت پشمالو نه تنها به خاطر غذا بلکه به خاطر کاربردهای دیگری هم شکار می‌شد. از جمله این کاربردها می‌توان به کاربرد عاج آن در ساخت مجسمه و تزئینات (گزینه ۱) و کاربرد استخوان‌های آن برای ساخت ابزار و مصالح ساختمانی (گزینه‌های ۳ و ۴) اشاره کرد. در مورد گزینه (۲) چیزی در متن بیان نشده است.

## متن ۲:

از اواخر قرن نوزدهم به بعد، کتاب‌های کودک با فونت بزرگ چاپ شده‌اند و دارای تصاویر زیاد و صحافی‌های جذاب بوده‌اند. تفاوت کتاب‌های کودک این دوره با دهه ۱۷۰۰ فاحش است. نخستین کتاب‌های کودک به ندرت حاوی عکس بودند، اغلب برای حفظ و کاهش مصرف برگه، با طرح حرف کوچک چاپ می‌شدند و دارای صحافی‌های ضخیمی بودند. همچنین با قطر کمی چاپ می‌شدند تا بدین صورت کتاب‌ها را بیشتر کودک پسند سازند.

در اواخر قرن هجدهم، هزینه تصویر و عکس بالا رفت. گرچه باسمه (woodcut) ارزان‌تر از حکاکی (engraving) بود و در برخی از کتاب‌های مخصوص کودکان کاربرد داشت، هنوز هم استاندارد نبود. حکاکی‌ها می‌توانستند جزئیات بیشتری را نشان دهند اما آنها معمولاً محدود به دیپاچه یا نمودارهای تخصصی مخصوص بزرگ‌ترها بودند. تا اواخر دهه ۱۸۷۰، روش‌های بهتر و ارزان‌تری برای حکاکی چوب پدید آمدند، از قیمت حکاکی فلزی کاسته شد و چاپ رنگی اختراع شد که تمامی این موارد ظاهر کتاب‌های کودک را تغییر داد.

صحافی رنگی و تزئینی که در کتاب‌های اواخر قرن نوزدهم به کار رفت در مقایسه با کتاب‌های قبل‌تر چشمگیرتر است. ظهور جلد پارچه‌ای و مکانیکی شدن فرایند صحافی در دهه ۱۸۳۰ و ۱۸۴۰ کاملاً ظاهر بیرونی کتاب‌ها را تغییر داد. صحافی توسط ناشران رایج شد و صحافی کتاب‌های کودک با الگوهای پیچیده به صورت رنگارنگ و مزین به طلا صورت گرفت. قبلاً، معمولاً کتاب‌ها در ابتدا به صورت چوبی وارد بازار می‌شدند و سپس خریدار خودش از جلد چرم استفاده می‌کرد. بوردهای الگودار بعدی نشان‌دهنده تلاشی برای ارائه جلدهای ارزان‌تر و جذاب‌تر هستند.

نبود بیشتر این هنرهای تزئینی در نخستین کتاب‌های کودکان بدین معنی بودند که متن به تنهایی مسئول حفظ توجه کودک بود. بنابراین نویسندگان سعی نمودند تا برای اینکه آموزنده باشند، خنده‌آور و سرگرم‌کننده باشند. هدف شخصیت‌ها و رویدادهای داستان‌های خیالی، جلوگیری از کسلی و خستگی بود. یکی از مشهورترین کتاب‌های کودک قرن هجدهم، «بعد از ظهر در خانه» می‌باشد که با استفاده از داستان‌های کوتاه متنوع در مورد موضوع‌ها و ژانرهای مختلف یک گام جلوتر از بقیه موارد رفت. طول کوتاه این کتاب، علاقه کودکان را به خود جلب می‌کرد و همچنین موضوعات دائم‌التغییر آن کنجکاوی کودک را بر می‌انگیخت.

**۵۶- گزینه «۳»** متن عموماً در مورد ظاهر کتاب‌های کودکان در طول دو دوره (قبل از اواخر قرن نوزدهم و بعد از این دوره) صحبت می‌کند. طبق متن، در دوره قبل از قرن نوزدهم کتاب‌های کودکان طرح‌ها و عکس‌های جذابی نداشتند، کم‌حجم بودند و دارای صحافی‌های جالبی نبودند. بعد از این دوره کتاب‌های کودکان جذاب‌تر شدند. در نتیجه متن عموماً در مورد تغییر ظاهر کتاب‌های کودک در طول دو دوره بحث می‌کند.

**۵۷- گزینه «۳»** طبق پاراگراف دوم، در اواخر قرن هجدهم، woodcut از engraving ارزان‌تر بود؛ اما woodcut نمی‌توانست به اندازه engraving، جزئیات زیادی را نشان دهد.

**۵۸- گزینه «۱»** طبق پاراگراف سوم، از قرن نوزدهم به بعد یا به عبارت دقیق‌تر در طول دهه‌های ۱۸۳۰ و ۱۸۴۰، خود ناشران مسئول صحافی کتاب‌ها بودند. یعنی آن‌ها سعی می‌کردند قبل از اینکه کتاب‌هایشان به دست مخاطب که اغلب کودک بودند، برسند آن‌ها را صحافی کنند، آن‌ها را به طلا مزین کنند و از صحافی‌های رنگارنگ برای آن‌ها استفاده کنند. این در حالی است که قبل از آن، ناشران چنین کاری را انجام نمی‌دادند و خود خواننده یا خریدار مجبور بود بعد از خرید کتاب با هزینه خودش کتاب را صحافی چرمی کنند.

**۵۹- گزینه «۲»** نویسنده در پاراگراف آخر به کتاب Evenings at Home (بعدازظهرها در خانه) اشاره می‌کند در نتیجه برای پاسخگویی به این سؤال باید تنها پاراگراف آخر را مطالعه کنیم. طبق این پاراگراف، نخستین کتاب‌های کودکان (یعنی کتاب‌های نخستین قرن هجدهم) فاقد هر گونه تصویر و طرح جذاب بودند؛ در نتیجه تنها چیزی که می‌توانست خواننده را مجذوب نگه دارد، فقط و فقط متن و نوشته کتاب بود. این بدین معنی است که مؤلفان باید کتاب‌های خود را طوری طراحی می‌کردند تا توجه خواننده را به متن معطوف کنند. کتاب Evenings at Home نمونه‌ای بارز از این کتاب‌ها بود. در نتیجه می‌توان گفت که این کتاب، کتابی بوده که فاقد طرح و عکس جذاب بوده در عین حال نوشته و متن آن طوری بوده که می‌توانسته خواننده (یعنی کودکان) را معطوف نگه دارد. در نتیجه تنها گزینه (۲) صحیح است.

**۶۰- گزینه «۴»** متن عموماً براساس مقایسه (compare and contrast) بین کتاب‌های کودک قبل از قرن نوزدهم و کتاب‌های کودک بعد از قرن نوزدهم تدوین شده است. در نتیجه گزینه (۴) بهترین جواب است.

دروس تخصصی

۱۳۹۱







## سؤالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- اگر جواب مسأله مقدار اولیه  $u_t - a^2 u_{xx} = 0, -\infty < x < \infty, t > 0$  را به صورت  $u(x,t) = f\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right)$  جستجو کنیم، آن‌گاه  $u(x,t) = A + B\psi\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right)$   $u(x,0) = \begin{cases} T_1, x > 0 \\ T_2, x < 0 \end{cases}$

که در آن:

$$B = \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (2)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 - T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (1)$$

$$B = \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 - T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (4)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (3)$$

۲- مسأله مقدار مرزی، با شرایط مرزی داده شده در داخل مستطیل  $0 \leq x \leq a$  و  $0 \leq y \leq b$ .

$$\begin{cases} \nabla^2 u = f(x,y) \\ u(x,0) = 0, u(x,b) = h(x) \\ u(0,y) = u(a,y), u_x(0,y) = u_x(a,y) \end{cases}$$

که در آن  $f$  و  $h$  نوابج پیوسته و تکه‌ای هموار هستند، دارای کدام پایه متعامد است؟ (نسبت به متغیر  $x$ )

$$1, \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k=1,2,3,4,\dots \quad (2)$$

$$1, \cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k=1,2,3,4,\dots \quad (1)$$

$$\cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k=1,2,3,4,\dots \quad (4)$$

$$\cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k=1,2,3,4,\dots \quad (3)$$

۳- با یک تبدیل خطی کسری  $T$  سه نقطه  $z_1 = -a$  و  $z_2 = 0$  و  $z_3 = a$  از صفحه  $Z$  به ترتیب به سه نقطه  $w_1 = \infty$  و  $w_2 = -1$  و  $w_3 = 0$  از صفحه  $w$  برده می‌شوند. ثابت  $a$  چه باشد تا ترکیب  $T^2 = T \circ T = I$  تابع همانی شود؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۴- اگر بخواهیم دایره به مرکز  $\alpha$  در صفحه  $w$  که از نقطه  $1$  می‌گذرد، توسط نگاشت  $w = \frac{z+1}{z-1}$  به عمود منصف قطعه خط واصل از  $1$  به  $\gamma$  در صفحه

$Z$  نگاشته شود، آنگاه مقدار  $\gamma$  بر حسب  $\alpha$  کدام است؟

$$\gamma = \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (1)$$

۵- در صورتی که جواب مسأله مقدار اولیه  $u_t - a^2 u_{xx} = f(x,t), t > 0, -\infty < x < \infty$   $u(x,0) = 0, -\infty < x < \infty$

$$u(x,t) = \int_0^t \frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} \left[ \int_{-\infty}^{\frac{-(x-\xi)\tau}{2a\sqrt{t-\tau}}} e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi,\tau) d\xi \right] d\tau \quad (1)$$

به صورت:

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x,t), \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x,0) = 0, u(0,t) = 0 \end{cases}$$

باشد. آنگاه جواب مسأله مقدار اولیه - مرزی:

نیز به صورت (1) قابل نمایش است، منتها به جای انتگرال داخل کرشه باید انتگرال زیر را جانشین نمود.

$$\int_0^\infty \left( e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi,\tau) d\xi \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^\infty \xi e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi,\tau) d\xi \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^\infty \left[ e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi,\tau) - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(-\xi,\tau) \right] d\xi \quad (4)$$

$$\int_0^\infty \left( e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi,\tau) d\xi \quad (3)$$



## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- گزینه «۳» با جایگذاری  $u(x, t) = f\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)$  در معادله دیفرانسیل داده شده، خواهیم داشت:

$$-\frac{x}{\sqrt{a}t\sqrt{t}}f'\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right) - a^{\frac{\gamma}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)f''\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right) = 0$$

$$f''(z) + \frac{x}{a\sqrt{t}}f'(z) = 0 \Rightarrow f''(z) + \gamma z f'(z) = 0$$

با استفاده از تغییر متغیر  $z = \frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}$  معادله فوق به صورت مقابل در می‌آید:

با فرض  $f'(z) = g(z)$  خواهیم داشت:

$$g'(z) + \gamma z g(z) = 0 \Rightarrow g(z) = Be^{-\gamma z^2} = f'(z) \Rightarrow f(z) = u(x, t) = A + B \int_0^z e^{-s^2} ds$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} A + B \int_0^{\infty} e^{-s^2} ds = T_1 & x > 0 \\ A + B \int_0^{-\infty} e^{-s^2} ds = T_2 & x < 0 \end{cases}$$

با توجه به روابط  $\int_0^{\infty} e^{-s^2} ds = -\int_0^{-\infty} e^{-s^2} ds = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} A + B\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = T_1 \\ A + B\left(-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{T_1 + T_2}{2} \\ B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}} \end{cases}$$

۲- گزینه «۲» شرط مرزی ناهمگن به صورت  $h(x)$  است. پس  $F_n(x)$  مثلثاتی خواهد بود. (می‌توانستیم بگوییم شرایط مرزی در  $x = a$  و  $x = 0$  همگن (شرط تناوبی) هستند پس جواب  $F_n(x)$  مثلثاتی است.)

بنابراین  $F(x) = A \cos \sqrt{\lambda}x + B \sin \sqrt{\lambda}x$  است. شرایط تناوبی را اعمال می‌کنیم.

$$\begin{cases} F(0) = F(a) \\ F'(0) = F'(a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = A \cos(\sqrt{\lambda}a) + B \sin(\sqrt{\lambda}a) \\ B\sqrt{\lambda} = -A\sqrt{\lambda} \sin(\sqrt{\lambda}a) + B\sqrt{\lambda} \cos(\sqrt{\lambda}a) \end{cases}$$

از معادله دوم  $\sqrt{\lambda}$  را ساده کنید. با حل دستگاه داریم  $\cos(\sqrt{\lambda}a) = 1$  و  $\sin(\sqrt{\lambda}a) = 0$ ، بنابراین  $\sqrt{\lambda}a = 2n\pi$  و  $\sqrt{\lambda} = \frac{2n\pi}{a}$  است. این نشان می‌دهد که

جواب‌های ویژه شامل  $\sin\left(\frac{2n\pi}{a}x\right)$  و  $\cos\left(\frac{2n\pi}{a}x\right)$  هستند. در شرایط تناوبی داریم  $n \geq 0$  بنابراین به ازای  $n = 0$  جمله‌ی ثابت هم در پایه‌ی جواب ظاهر می‌شود.

۳- گزینه «۲» نگاشت خطی کسری  $T$  به صورت زیر است:

$$T = \frac{z-a}{z+a} \Rightarrow T \circ T = \frac{\frac{z-a}{z+a} - a}{\frac{z-a}{z+a} + a} = \frac{z-a-az-a^2}{z-a+az+a^2}$$

برای این که نگاشت  $T^2 = T \circ T$  همانی باشد، لازم است که داشته باشیم:

$$\frac{z-a-az-a^2}{z-a+az+a^2} = z \Rightarrow z - (a^2 + a) = a^2 z + (a+1)z^2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a = 0 \\ a + 1 = 0 \\ a^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -1$$

دروس تخصصی

۱۳۹۲





## سؤالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- برای تابع مختلط  $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$|\sin x| \leq |\sin z| \leq 1 \quad (۱) \quad |\sin z| = |\sin x|$$

$$\sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2 \quad (۴) \quad |\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2 \quad (۳)$$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$  را بنویسیم، آنگاه مقادیر سری‌های عددی  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$  و  $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$  کدام است؟

$$B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{4} \quad (۴) \quad B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{8} \quad (۳) \quad B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{8} \quad (۲) \quad B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{16} \quad (۱)$$

۳- تبدیل  $w = \sinh z$  نیمه نوار  $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \geq 0$  از صفحه  $z$  را به کدام ناحیه از صفحه  $w$  می‌نگارد؟

$$W \text{ اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه } W \quad (۲) \quad |y| \leq \frac{\pi}{2}, x \leq 0 \text{ نیمه نوار } (۱)$$

$$W \text{ اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه } (۴) \quad W \text{ اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه } (۳)$$

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u_x(L, t) = 0, u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن  $\phi(x)$  و  $f(x, t)$  توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مفروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

$$\left\{ \sin \frac{k\pi x}{L} \right\} \quad (۱) \quad \left\{ \sin \frac{k\pi x}{2L} \right\} \quad (۲) \quad \left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi}{2L} x \right\} \quad (۳) \quad (۴) \text{ وجود ندارد.}$$

۵- برای تابع مختلط  $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$|\cos x| \leq |\cos z| \leq 1 \quad (۲) \quad |\cos z| = |\cos x| \quad (۱)$$

$$|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2 \quad (۴) \quad |\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2 \quad (۳)$$

۶- در مورد تابع مختلط  $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$|\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x \quad (۱)$$

$$|\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cosh^2 y \quad (۲)$$

(۳) تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت‌اند از:  $z_k = (2k + \frac{1}{2})\pi i$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد).

۷- تبدیل لاپلاس  $U(x, s)$  جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, & \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, & \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), & \forall t > 0 \end{cases} \text{ تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته}$$

کدام است؟

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-\frac{x}{a}s} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad (۲) \quad \left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-\frac{x}{a}s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad (۱)$$

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-\frac{x}{a}s} - \frac{1}{s+1} \quad (۴) \quad \left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-\frac{x}{a}s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1} \quad (۳)$$



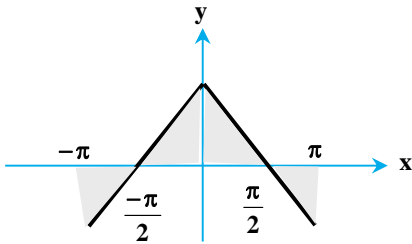
## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

$$\sin z = \sin(x + iy) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$$

۱- گزینه «۳» به راحتی با نوشتن فرمول داریم:

می‌دانیم اگر  $f(z) = u + iv$ ، آن‌گاه  $|f(z)| = u^2 + v^2$  بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} |\sin z|^2 &= \sin^2 x \cosh^2 y + \cos^2 x \sinh^2 y = \sin^2 x (1 + \sinh^2 y) + (1 - \sin^2 x) \sinh^2 y \\ &= \sin^2 x + \sin^2 x \sinh^2 y + \sinh^2 y - \sin^2 x \sinh^2 y = \sin^2 x + \sinh^2 y \end{aligned}$$



۲- گزینه «۲» سری فوریه تابع  $f(x)$  با توجه به شکل به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

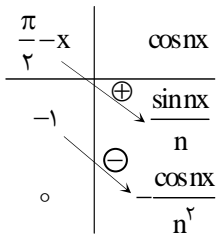
دقت کنید چون تابع زوج است، لذا  $b_n = 0$  است.

$$\frac{a_0}{2} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار در یک دوره تناوب}}{2\pi} = 0$$

$a_n$  براساس روش جزء به جزء به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos nx \, dx = \frac{2}{\pi} \left[ \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \frac{\sin nx}{n} - \frac{1}{n^2} \cos nx \right]_0^\pi = \frac{-2}{\pi n^2} [\cos n\pi - 1] \\ \Rightarrow a_n &= \begin{cases} a_{2k-1} = \frac{4}{\pi(2k-1)^2} & ; \text{ فرد } n = 2k-1 \\ a_{2k} = 0 & ; \text{ زوج } n = 2k \end{cases} \Rightarrow f(x) = \sum a_n \cos nx = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2k-1)^2} \cos(2k-1)x \quad (1) \end{aligned}$$

برای به دست آوردن مقدار سری  $A$ ، می‌توانیم در ضابطه‌ی فوق و همچنین ضابطه‌ی  $f(x)$  در صورت سؤال به جای  $x$  عدد صفر را قرار دهیم:



$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{\pi} [f(0^+) + f(0^-)] = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{4}{\pi} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \Rightarrow \boxed{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}}$$

اما برای به دست آوردن حاصل سری  $B$  از طرفین رابطه (۱) انتگرال می‌گیریم. چون  $f$  زوج است، در بازه  $[0, \pi]$  انتگرال می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} x - \frac{x^2}{2} &= \sum_{n=2k-1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2k-1)^2} \sin(2k-1)x \\ \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{8} &= \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \sin(2k-1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi^2}{8} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)^2} \end{aligned}$$

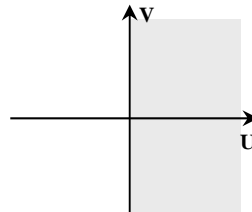
۳- گزینه «۴» با استفاده از فرمول  $\sinh z = -i \sin(iz)$  ضابطه‌ی نگاشت را ساده می‌کنیم:

$$\sinh z = -i \sin(iz) = -i \sin(ix - y)$$

$$= i \sin(y - ix) = i [\sin y \cosh x - i \cos y \sinh x] = \cos y \sinh x + i \sin y \cosh x$$

$$\Rightarrow u = \cos y \sinh x, \quad v = \sin y \cosh x$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} &\rightarrow \cos y > 0 \\ x \geq 0 &\rightarrow \sinh x > 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow u > 0 \xrightarrow{\text{ناحیه به صورت مقابل است}}$$



حل دیگر: با توجه به رابطه‌ی  $\sinh z = -i \sin(iz)$  ابتدا با استفاده از نگاشت  $w_1 = iz$ ،  $\frac{\pi}{2}$  چرخش در جهت مثلثاتی داریم. سپس تحت نگاشت

$w_2 = \sin w_1$ ، ناحیه‌ی مورد نظر، به نیم صفحه‌ی بالایی تصویر می‌شود. در نهایت با نگاشت  $w_3 = -iw_2$ ،  $\frac{\pi}{2}$  چرخش در جهت ساعتگرد داریم که

در ادامه در شکل‌ها می‌بینیم:

دروس تخصصی

۱۳۹۳





سوالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن  $f(z) = \sin(\sin z)$  در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

(۱)  $z - \frac{z^3}{3}$  (۲)  $z + \frac{z^3}{3}$  (۳)  $z - \frac{z^3}{3!}$  (۴)  $z + \frac{z^3}{3!}$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها  $u(x,t) = X(x)T(t)$  در مسأله داده شده، برای  $T(t)$  چه جوابی به دست می‌آید؟

(۱)  $\sin(t\sqrt{k\pi-1})$  (۲)  $\sin(t\sqrt{k^2\pi^2-1})$  (۳)  $\sin(t(k\pi-1))$  (۴)  $\sin(t(k^2\pi^2-1))$

$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} - u = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \\ u(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

۳- حاصل انتگرال  $\oint_C \frac{dz}{\cosh z}$  که در آن  $C$  مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس  $(\pm\pi, \pi)$  و  $(\pm\pi, 0)$  می‌باشد، کدام است؟

(۱)  $-2\pi i$  (۲)  $-2\pi$  (۳)  $2\pi i$  (۴)  $2\pi$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت  $\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0$  می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی

متغیرها، پتانسیل سرعت به شکل  $\phi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$  حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر  $\theta$ ، شرایط:  $\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$   $r = a$  و  $r = b$  و  $\frac{\partial \phi}{\partial r} = U \cos \theta$  (  $a > b$  ) ثابت برقرار باشند، آنگاه جواب مسأله عبارتست از:

(۱)  $\phi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r - \frac{a^2}{r}) \sin \theta$  (۲)  $\phi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r - \frac{a^2}{r}) \cos \theta$  (۳)  $\phi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r + \frac{a^2}{r}) \sin \theta$  (۴)  $\phi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r + \frac{a^2}{r}) \cos \theta$

۵- تبدیل فوریه تابع  $f(x) = e^{-|x|}$  به طوری که  $(F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{1 + \omega^2}$  (۲)  $\frac{2}{1 + \omega^2}$  (۳)  $\frac{|\omega|}{1 + \omega^2}$  (۴)  $\begin{cases} \frac{-1}{1 + \omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1 + \omega^2}, & \omega > 0 \end{cases}$

۶- می‌دانیم تابع  $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$  در نقطه  $z_0 = 1 - i$  تحلیلی است و  $f'(z_0) = +1 + i$ . در این صورت مقدار  $u_r v_\theta + u_\theta v_r$  در نقطه مذکور کدام است؟

(۱)  $-2\sqrt{2}i$  (۲)  $-4i$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۷- تصویر ناحیه  $x > C_1$  و  $y > C_2$  از صفحه  $z$  به صفحه  $w = u + iv$  تحت تبدیل (نگاشت)  $w = \frac{1}{z}$  در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

(۱)  $C_1 < 0, C_2 < 0$  (۲)  $C_1 < 0, C_2 > 0$  (۳)  $C_1 > 0, C_2 > 0$  (۴)  $C_1 > 0, C_2 < 0$



## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- گزینه «۱» بسط مکلاورن تابع  $\sin z$  را می‌نویسیم:

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \dots$$

حال با قرار دادن  $\sin z$  به  $z$  بسط مکلاورن  $\sin(\sin z)$  را به دست می‌آوریم:

$$\sin(\sin z) = \sin z - \frac{(\sin z)^3}{3!} + \frac{(\sin z)^5}{5!} - \dots \Rightarrow \left(z - \frac{z^3}{3!} + \dots\right) - \frac{\left(z - \frac{z^3}{3!} + \dots\right)^3}{3!} + \dots = z - \frac{z^3}{3!} - \frac{z^3}{3!} + \dots = z - \frac{2z^3}{3!} + \dots$$

۲- گزینه «۲» با جایگذاری جواب در معادله اصلی خواهیم داشت:

$$T''X - TX'' = TX \Rightarrow \frac{X''}{X} = \frac{T''}{T} - 1 = -\lambda \Rightarrow X'' + \lambda X = 0 \Rightarrow X = b \sin \sqrt{\lambda}x + a \cos \sqrt{\lambda}x$$

$$u(0, t) = 0 \Rightarrow X(0) = 0 \Rightarrow a = 0$$

با توجه به شرط مرزی داریم:

$$u(l, t) = 0 \Rightarrow X(l) = 0 \Rightarrow \sin \sqrt{\lambda}l = 0 \Rightarrow \sqrt{\lambda}l = k\pi$$

$$T'' + (\lambda - 1)T = 0 \Rightarrow T'' + (k^2\pi^2 - 1)T = 0 \Rightarrow T = B \sin \sqrt{(k\pi)^2 - 1}t + A \cos \sqrt{(k\pi)^2 - 1}t$$

بنابراین:

$$u(x, 0) = T(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

با توجه به شرط مرزی  $u(x, 0) = 0$  خواهیم داشت:

$$u(x, t) = XT = D \sin(k\pi x) \sin(\sqrt{k^2\pi^2 - 1}t) \Rightarrow T(t) = \sin(\sqrt{k^2\pi^2 - 1}t)$$

در نتیجه با فرض  $bB = D$  داریم:

۳- گزینه «۴» تابع  $f(z) = \frac{1}{\cosh z}$  قطب مرتبه اول  $z = \frac{\pi}{2}i$  را در ناحیه مزبور داراست، لذا انتگرال مورد نظر برابر است با:

$$\oint \frac{dz}{\cosh z} = 2\pi i \operatorname{Res} f(z)_{z=\frac{\pi}{2}i}$$

$$I = 2\pi i \operatorname{Res} f(z)_{z=\frac{\pi}{2}i} = 2\pi i \times \frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi}{2}i\right)} = 2\pi i \times \frac{1}{i} = 2\pi$$

۴- گزینه «۳» با توجه به جواب عمومی داده شده مشتق تابع  $\varphi$  نسبت به  $r$  برابر است با:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(nA_n r^{n-1} + \frac{B_n(-n)}{r^{n+1}}\right)(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$$

$$r = a \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left(nA_n a^{n-1} - \frac{nB_n}{a^{n+1}}\right)(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta) = 0$$

حال با توجه به صورت سؤال در  $r = a$  داریم:

بنابراین باید پرانتز اول همواره برابر صفر باشد تا کل عبارت همواره برای تمام  $\theta$ ها صفر شود:

$$\Rightarrow nA_n a^{n-1} - \frac{nB_n}{a^{n+1}} = 0 \Rightarrow A_n a^{n-1} = \frac{B_n}{a^{n+1}} \Rightarrow A_n = \frac{B_n}{a^{2n}}$$

از طرفی در  $r = b$  داریم:

$$r = b \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left(nA_n b^{n-1} - \frac{nB_n}{b^{n+1}}\right)(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta) = U \cos \theta$$

توجه داشته باشید که  $U$  یک ضریب ثابت است. این عبارت برای تمام  $\theta$ ها برقرار است، بنابراین ضریب جمله  $\sin n\theta$  برای هر  $n \geq 1$  و ضریب  $\cos n\theta$  برای  $n \geq 2$  صفر است و داریم:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \left(A_1 - \frac{B_1}{b^2}\right)C_1 \cos \theta = U \cos \theta$$

$$\Rightarrow \left(A_1 - \frac{B_1}{b^2}\right)C_1 = U \xrightarrow{\left(A_1 = \frac{B_1}{a^2}\right)} \left(\frac{B_1}{a^2} - \frac{B_1}{b^2}\right)C_1 = U \Rightarrow \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}\right)B_1 C_1 = U \Rightarrow B_1 C_1 = \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} U$$

در نهایت برای  $\varphi$  داریم:

$$\varphi = \left(A_1 r + \frac{B_1}{r}\right)C_1 \cos \theta = \left(\frac{B_1}{a^2} r + \frac{B_1}{r}\right)C_1 \cos \theta = \left(\frac{r}{a^2} + \frac{1}{r}\right)B_1 C_1 \cos \theta = \left(\frac{r}{a^2} + \frac{1}{r}\right) \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} U \cos \theta = \frac{U b^2}{b^2 - a^2} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta$$

دروس تخصصی

۱۳۹۴



### سوالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

(۱)  $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$  با شرط  $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$  ،  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۲)  $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$  با شرط  $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$  ،  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۳)  $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$  با شرط  $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$  ،  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۴)  $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$  با شرط  $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$  ،  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

۲- پاسخ کراندار  $w(x, t)$  مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} , x > 0, t > 0 \\ w(x, 0) = \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0, x \geq 0 \\ \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \cos t , t \geq 0 \end{cases}$$

(۱)  $-2 \sin\left(\frac{t-x}{2}\right) u(t-x)$  ، که در آن،  $u$  تابع پله واحد است.

(۲)  $-\frac{1}{2} \sin(2t-2x) u(t-x)$  ، که در آن،  $u$  تابع پله واحد است.

(۳)  $-\sin(t-x) u(t-x)$  ، که در آن،  $u$  تابع پله واحد است.

(۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x, t) , 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x), u_t(x, 0) = h(x) \\ u(0, t) = 0 = u(L, t), t > 0 \end{cases}$$

( $f$  و  $g$  و  $h$  توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع  $f$  (معلوم) و  $u$  (مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب  $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \phi_k(x), f(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \phi_k(x), g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x), h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیدها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات  $u_k(t)$  را بیابیم. در این صورت پایه متعامد  $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، کدام است؟

(۱)  $\left\{ \sin \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=1}^{\infty}$  (۲)  $\left\{ \cos \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=0}^{\infty}$  (۳)  $\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty}$  (۴)  $\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty}$

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع  $f(x) = x \sin x$  ،  $0 \leq x \leq \pi$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx)$

(۲)  $\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2m-1)x$

(۳)  $\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx)$

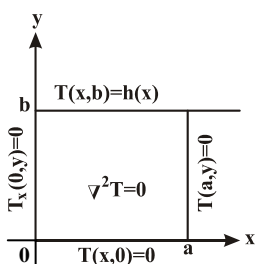
۵- برای تابع  $f(x) = x \cos x$  ،  $0 < x < \pi$ ، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را در نظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{\pi} + \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x$

(۲)  $-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x$

(۳)  $-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایه متعامد بسط تابع  $h(x)$  داده شده به سری فوریه، کدام است؟



(۱)  $\left\{ \cos \frac{k\pi x}{a} \right\}_{k=1}^{\infty}$

(۲)  $\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{a} \right\}_{k=1}^{\infty}$

(۳)  $\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{a} \right\}_{k=1}^{\infty}$

(۴)  $\left\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \cos \frac{k\pi x}{a}, \dots \right\}$

## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

۱- گزینه «۲» معادله‌ی  $y'' + \lambda y = 0$  با ضرایب ثابت و همگن است. معادله‌ی مشخصه‌ی آن  $r^2 + \lambda = 0$  است. می‌دانیم که به ازای  $\lambda < 0$  به جواب بدیهی و پوچ  $y = 0$  می‌رسیم. بنابراین با فرض  $\lambda = \alpha^2 > 0$  آن را حل می‌کنیم.

$$r^2 + \alpha^2 = 0 \Rightarrow r = \pm i\alpha \Rightarrow y = a \cos \alpha x + b \sin \alpha x$$

شرط مرزی  $y(0) = 0$  نشان می‌دهد که  $a = 0$  است، بنابراین  $y = b \sin \alpha x$  است. از شرط مرزی دوم داریم:

$$y(\pi) = y'(\pi) \Rightarrow b \sin \alpha \pi = \alpha b \cos \alpha \pi \xrightarrow{b \neq 0} \sin \alpha \pi = \alpha \cos \alpha \pi \Rightarrow \tan \alpha \pi = \alpha$$

بررسی‌های بالا نشان می‌دهد که جواب‌های ویژه به فرم  $y_n(x) = \sin \alpha_n x$  هستند و مقادیر ویژه‌ی  $\alpha_n$  در معادله‌ی  $\tan \alpha_n \pi = \alpha_n$  صدق می‌کنند.

در پایان دقت کنید که به ازای  $\lambda = 0$  خواهیم داشت  $y'' = 0$  و با دو بار انتگرال‌گیری داریم  $y = ax + b$ .

شرط  $y(0) = 0$  نشان می‌دهد  $b = 0$  است، بنابراین  $y = ax$ . از شرط دوم داریم:

$$y(\pi) = y'(\pi) \Rightarrow a\pi = a \Rightarrow a = 0$$

یعنی در حالت  $\lambda = 0$  به جواب پوچ  $y(x) = 0$  می‌رسیم. پس در گزینه‌ی صحیح باید  $n \geq 1$  باشد اگر از این اشکال چشم‌پوشی کنیم گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۲- گزینه «۳» با توجه به شکل گزینه‌ها، استفاده از تبدیل لاپلاس برای حل معادله مناسب است. فرض کنیم  $W(x, s)$  تبدیل لاپلاس  $w(x, t)$  باشد. داریم:

$$w_{xx} = w_{tt} \Rightarrow W_{xx} = s^2 W - s w(x, 0) - w_t(x, 0) \xrightarrow{w(x, 0) = w_t(x, 0) = 0} W_{xx} = s^2 W \Rightarrow W_{xx} - s^2 W = 0$$

معادله‌ی مشخصه به صورت  $r^2 - s^2 = 0$  و ریشه‌هایش  $r = \pm s$  هستند. بنابراین داریم  $W(x, s) = A(s)e^{sx} + B(s)e^{-sx}$ . در این مسأله

$0 < x < \infty$  است، از آنجا که ما جواب کراندار مسأله را می‌خواهیم،  $e^{sx}$  نمی‌تواند در جواب ظاهر شود و داریم  $A(s) = 0$  به عبارتی:  $W(x, s) = B(s)e^{-sx}$ .

برای یافتن  $B(s)$  از شرط مرزی  $w_x(0, t) = \cos t$  استفاده می‌کنیم. ابتدا از آن تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$w_x(0, t) = \cos t \Rightarrow W_x(0, s) = \frac{s}{s^2 + 1}$$

با مشتق‌گیری نسبت به  $x$  از  $W$  داریم:

$$W(x, s) = B(s)e^{-sx} \Rightarrow W_x(x, s) = -sB(s)e^{-sx} \Rightarrow W_x(0, s) = -sB(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$W(x, s) = B(s)e^{-sx} = -\frac{1}{s^2 + 1} e^{-sx} \quad \text{بنابراین } B(s) = -\frac{1}{s^2 + 1} \text{ است و داریم:}$$

$$w(x, t) = L^{-1}\left[-\frac{1}{s^2 + 1} e^{-sx}\right] = -u(t-x) \sin(t-x) \quad \text{اکنون با محاسبه‌ی تبدیل معکوس خواهیم داشت:}$$

**بدون دخالت دست و خودکار:** بریم سراغ شرط مرزی  $\frac{\partial W(0, t)}{\partial x} = \cos t$ . این شرط داره می‌گه اگه نسبت به  $x$  مشتق بگیریم و بعدش  $x = 0$  قرار بدیم

باید  $\cos t$  بدست بیاد. حالا یک نکته‌ی جالب اینه که با مشتق‌گیری از توابع مثلثاتی، کمان اونا عوض نمیشه. ما هم که می‌خواهیم  $\cos t$  بدست بیاد. پس

گزینه‌ی (۳) کاندید جواب درست به نظر می‌رسه!

$$\text{مشتق نسبت به } x \xrightarrow{x=0} \cos(t-x)u(t-x) - \sin(t-x)\delta(t-x) \xrightarrow{x=0} \cos(t)u(t) - \sin(t)\delta(t) = \cos(t) - 0$$

می‌دونیم که وقتی  $t > 0$  باشه داریم  $u(t) = 1$  و  $\delta(t) = 0$ .

حالا واسه اطمینان بقیه گزینه‌ها رو بررسی می‌کنیم.

$$\text{گزینه (۱)} = -2 \sin\left(\frac{t-x}{2}\right)u(t-x) \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } x} 2 \times \frac{1}{2} \cos\left(\frac{t-x}{2}\right)u(t-x) - 2 \sin\left(\frac{t-x}{2}\right)\delta(t-x)$$

$$\xrightarrow{x=0} \cos\left(\frac{t}{2}\right)u(t) - 2 \sin\left(\frac{t}{2}\right)\delta(t) = \cos\left(\frac{t}{2}\right) - 0$$

$$\text{گزینه (۲)} = -\frac{1}{2} \sin(2t-2x)u(t-x) \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } x} \frac{1}{2} \times 2 \cos(2t-2x)u(t-x) - \frac{1}{2} \sin(2t-2x)\delta(t-x) \xrightarrow{x=0} \cos(2t) - 0$$

**توضیح:** واسه این که حسابی دلتون قرص باشه در مورد گزینه‌ی (۴) اینو بدونین که اگر شرایط مرزی و اولیه کران‌دار باشن؛ جواب معادله هم کران‌دار

میشه.  $\cos t$  هم که کران داره.

دروس تخصصی

۱۳۹۵

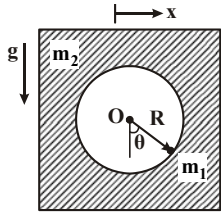






## سوالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

### دینامیک



۱- ذره‌ای به جرم  $m_1$  بر روی دایره صیقلی به شعاع  $R$  که از یک جسم به جرم  $m_2$  بریده شده است، از موقعیت  $\theta = \frac{\pi}{4}$  از حالت سکون رها می‌شود. جسم  $m_2$  بر روی مسیر افقی صیقلی حرکت می‌کند. با توجه به اینکه مؤلفه  $x$ ، موقعیت افقی جسم  $m_2$  و  $\theta$  موقعیت ذره  $m_1$  نسبت به محور عمودی را نشان می‌دهد، سرعت جرم  $m_1$  و  $m_2$  در  $\theta = 0$ ، کدام است؟

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}}, \quad V_1 = -\sqrt{\frac{2\left(\frac{m_2}{m_1}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}} \quad (2)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_2}{m_1}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}}, \quad V_1 = -\sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}} \quad (1)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}}, \quad V_1 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}} \quad (4)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_1}{m_2}}}, \quad V_1 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)gR}{1 + \frac{m_2}{m_1}}} \quad (3)$$

۲- متحرکی با سرعت اولیه صفر در مسیری دایره‌ای با شعاع  $R$  شروع به حرکت می‌کند. اگر شتاب مماسی متحرک مقدار ثابت  $a$  فرض شود، مقدار شتاب کل متحرک پس از طی یک دوره کامل مسیر، کدام است؟

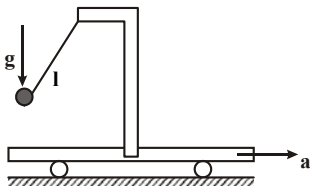
$$4\pi a_0 \quad (4)$$

$$a_0 \sqrt{1 + 16\pi^2} \quad (3)$$

صفر (2)

$$a_0 \sqrt{1 + 4\pi^2} \quad (1)$$

۳- پاندولی به طول  $l$  به ابراهای که با شتاب  $a$  مطابق شکل در حرکت است، متصل است. پیروی نوسان پاندول، کدام است؟



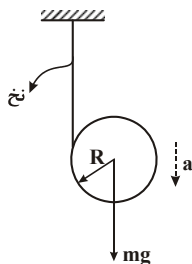
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a + g}} \quad (2)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a + g}} \quad (1)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{a^2 - g^2}}} \quad (4)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \quad (3)$$

۴- سیلندری مطابق شکل زیر توسط نخ‌کی که حول آن پیچیده شده و سر آزاد آن به تکیه‌گاه صلبی متصل است، بر اثر وزن خود « $mg$ » دوران نموده و از نخ باز می‌شود. شتاب سیلندر، در این حالت کدام است؟



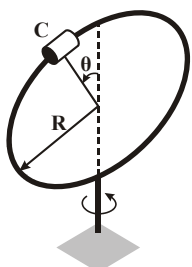
$$a = \frac{g}{6} \quad (2)$$

$$a = \frac{2g}{3} \quad (1)$$

$$a = \frac{g}{3} \quad (4)$$

$$a = \frac{3}{2}g \quad (3)$$

۵- ذره‌ای به جرم  $2$  کیلوگرم می‌تواند آزادانه بر روی حلقه‌ای به جرم  $3$  کیلوگرم و شعاع  $25^\circ$  میلی‌متر حرکت کند. حلقه با میله عمودی خود می‌تواند آزادانه به دور تکیه‌گاه خود بگردد. در زمان اولیه، حلقه دارای سرعت زاویه‌ای  $35 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  می‌باشد و ذره در بالای حلقه ( $\theta = 0$ ) قرار گرفته است و از اینجا با سرعت ناچیز حرکت خود را آغاز می‌کند. مقدار سرعت زاویه‌ای حلقه زمانی که ذره از مکان  $\theta = 90^\circ$  می‌گذرد، چند رادیان بر ثانیه است؟ (از اصطکاک صرف نظر کنید.)



$$18 \quad (1)$$

$$21 \quad (2)$$

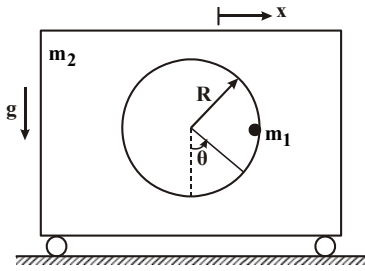
$$16 \quad (3)$$

$$15 \quad (4)$$



پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

دینامیک



۱- گزینه «۲» با فرض صرف نظر کردن از اثر نیروهای خارجی در جهت X می‌توان نوشت:

$$m_2 \ddot{x} + m_1 (\ddot{x} - R\ddot{\theta}) = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) \ddot{x} = m_1 R \ddot{\theta} \quad (1)$$

در اثر حرکت جرم  $m_1$  به سمت پایین انرژی پتانسیل تبدیل به انرژی جنبشی سیستم خواهد شد.

$$m_1 g R = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x} - R\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 R^2 \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m_1 g R = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \dot{x}^2 - m_1 \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \dot{x} \times x'$$

$$\Rightarrow m_1 g R = \dot{x}^2 \left[ \frac{m_1 + m_2}{2} + \frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1} - (m_1 + m_2) \right] = \dot{x}^2 \left[ \frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1} - \frac{(m_1 + m_2)}{2} \right]$$

$$\Rightarrow m_1 g R = \dot{x}^2 \left[ \frac{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 - m_1^2 - m_1 m_2}{2m_1} \right] = \dot{x}^2 \left[ \frac{m_2 (m_1 + m_2)}{2m_1} \right]$$

$$\Rightarrow \dot{x}^2 = \frac{2m_1^2 g R}{m_2 (m_1 + m_2)} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2m_1^2 g R}{1 + \frac{m_2}{m_1}}}$$

$$V_1 = \dot{x} - R\dot{\theta} = \dot{x} - \frac{m_1 + m_2}{m_1} \dot{x} = \dot{x} \left( -\frac{m_2}{m_1} \right) = -V \left( \frac{m_2}{m_1} \right) \Rightarrow V_1 = -\sqrt{\frac{2m_1^2 g R}{1 + \frac{m_2}{m_1}}}$$

و اما سرعت جرم  $m_1$  برابر است با:

۲- گزینه «۳»

شتاب مماسی  $a_t = a_0$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

چون متحرک از حالت سکون با شتاب ثابت  $a_0$  شروع به حرکت نموده است بنابراین پس از طی مسافت مشخص سرعتش برابر است با:

$$V^2 - V_0^2 = 2a_0 \Delta S \Rightarrow V^2 = 2a_0 \times 2\pi R = 4a_0 \pi R \Rightarrow a_n = \frac{V^2}{R} = 4a_0 \pi$$

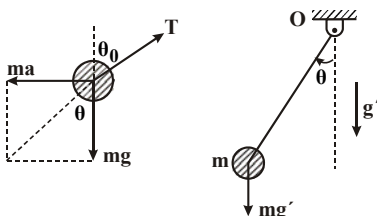
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{a_0^2 + (4a_0 \pi)^2} = a_0 \sqrt{1 + 16\pi^2}$$

و اما شتاب کل برابر است با:

۳- گزینه «۳» در اثر شتاب ارابه، پاندول به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\theta_0$  از وضعیت قائم منحرف می‌شود. در این حالت میله در راستای برآیند شتاب ثقل و شتاب

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

ارائه خواهد بود. اگر برآیند شتاب‌های  $g$  و  $a$  با  $g'$  نشان داده شود، در این صورت می‌توان نوشت:



و اما در صورت انحراف پاندول به اندازه زاویه‌ی کوچک  $\theta$  از وضعیت شبه تعادلی فعلی می‌توان نوشت:

$$\sum M_O = I_O \alpha \Rightarrow -mg'L \sin \theta = mL^2 \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g'}{L} \sin \theta = 0$$

دروس تخصصی

۱۳۹۶





## سؤالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

## ریاضیات مهندسی

۱- با فرض اینکه  $x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx)$  و  $x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$ ، آنگاه سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & -\pi < x \leq 0 \end{cases}$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (۱)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (۲)$$

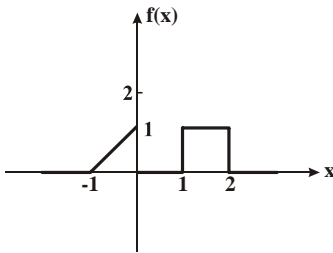
$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (۳)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (۴)$$

۲- برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریه آن را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x] d\omega$$

آنگاه حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega$  کدام است؟



(۱)

 $\frac{2}{3\pi}$  (۲) $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{2\pi}{3}$  (۴)

۳- اگر  $f(x) = \int_0^{\infty} \frac{2\omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$ ، آنگاه  $I = \int_0^{\infty} f(x) \sin^2 x dx$  کدام است؟

 $\frac{8\pi}{25}$  (۴) $\frac{5\pi}{12}$  (۳) $\frac{3\pi}{5}$  (۲) $\frac{3\pi}{10}$  (۱)

۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی  $u_{xx} + u_{yy} + u_y - u = 0$  در داخل مستطیل  $a < x < b$  و  $0 < y < 1$  به همراه شرایط مرزی

$u(x,0) = 0$  و  $u(a,y) = u(b,y) = 0$  داده شده است. اگر برای این مسئله  $u(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x,y)$  باشد، که در آن  $c_k$  ها ضرایب ثابت هستند، آنگاه

$u_k(x,y)$  کدام است؟

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b+a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (۱)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \alpha_k^2}}{2} \quad (۲)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b+x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (۳)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (۴)$$

## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

## ریاضیات مهندسی

۱- گزینه «۱» سؤال در نگاه اول ساده به نظر نمی‌رسد؛ اما ساده‌تر از آن چیزی است که فکرش را بکنید! با نگاهی به داده‌های سؤال، گزینه‌ها و خواسته‌ی سؤال باید دنبال ارتباطی منطقی بین آن‌ها باشیم. به راحتی واضح است که  $f(x)$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{x + |x|}{2} = \begin{cases} x & ; 0 < x < \pi \\ 0 & ; -\pi < x \leq 0 \end{cases}$$

بنابراین فقط کافی است که طرفین سری فوریه‌های دو تابع  $x$  و  $|x|$  را با هم جمع کرده و تقسیم بر ۲ کنیم!

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin nx$$

همان‌طور که می‌بینید، با قرار دادن  $k$  به جای  $n$  به گزینه (۱) می‌رسیم. اگر دقت کنید هیچ‌گونه عملیاتی از فصل سری فوریه انجام ندادیم! روش رد گزینه: هر چند سؤال راه‌حل تشریحی بسیار ساده‌ای داشت! اما به هر حال روش رد گزینه هم ارائه می‌شود؛ اولاً توجه کنید که به ازای  $x = 0$  حتماً باید مقدار تابع صفر بشود (چون  $f(0) = 0$  هستش). تا این‌جا گزینه‌های (۲) و (۴) می‌پرن! چرا که حاصل اونا هیچ‌وقت صفر نمیشه و مقدار هر دوی

اونا به صورت  $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$  درمیاد که عددی قطعاً مثبت و هیچ‌وقت صفر نمیشه. حالا باید از بین گزینه‌های (۱) و (۲) یکی رو حذف کنیم؛ تفاوت

اونا تو علامت منفی پشت سری دومه، اگه  $x = \frac{\pi}{2}$  قرار بدیم، جواب باید  $\frac{\pi}{2}$  باشه؛ پس داریم:

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ به ازای (۱) مقدار گزینه (۱) } = \frac{\pi}{4} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ به ازای (۲) مقدار گزینه (۲) } = \frac{\pi}{4} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)$$

به نظر شما کدام گزینه جوابه؟ گزینه‌ای جوابه که با  $\frac{\pi}{4}$  عددی مثبت جمع بشه (تا بشه  $\frac{\pi}{2}$ ). اشتباه نکنین گزینه (۲) جواب نیست (علامت مثبت یا منفی نباید شمارو گول بزنه!)، مهم اینه که با احتساب علامت پشت سری کدام عبارت مثبت میشه؛ به حاصل سری دقت کنین:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) = \frac{(-1)^1}{1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0 + \frac{(-1)^3}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 + \frac{1}{3} - + \dots = -\frac{2}{3} - \dots$$

حاصل این سری قطعاً به عدد منفیه (چون  $-\frac{2}{3}$  داره با یه عدد منفی دیگه جمع میشه). با این توضیحات گزینه (۱) می‌تونه جواب باشه؛ چرا که با ضرب

علامت منفی پشت سری در مقدار خود سری، یک عدد مثبت ایجاد میشه که با  $\frac{\pi}{4}$  جمع میشه!

۲- گزینه «۴» تنها سؤال نسبتاً جدید و جالب این آزمون! اگر طراح سؤال انتگرال  $\int_0^{\infty} [A^2(\omega) + B^2(\omega)] d\omega$  را خواسته بود، به راحتی از تساوی پارسیوال

کمک می‌گرفتیم. اما در این سؤال طراح  $\int_0^{\infty} A^2(\omega) d\omega$  را خواسته است و بنابراین باید  $B^2(\omega)$  را به نوعی حذف کنیم. با جایگذاری  $-x$  به جای  $x$  ها در انتگرال فوریه  $f(x)$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x] d\omega \\ f(-x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos(-\omega x) + B(\omega) \sin(-\omega x)] d\omega \end{cases}$$

با استفاده از زوج بودن سینوس و فرد بودن کسینوس داریم:

$$f(x) + f(-x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} 2A(\omega) \cos \omega x d\omega \Rightarrow \frac{f(x) + f(-x)}{2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega x d\omega \Rightarrow \pi \left( \frac{f(x) + f(-x)}{2} \right) = \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega x d\omega$$

دقت کنید که با توجه به این که ما در کتاب در فرمول برای نمایش انتگرال فوریه  $f(x)$ ،  $\frac{1}{\pi}$  را سمت راست نمی‌گذاریم و فرمول پارسیوال نوشته شده هم بر

این اساس است، در قسمت آخر فوق،  $\pi$  را به سمت چپ انتقال دادیم. بنابراین  $A(\omega)$  ضریب انتگرال فوریه‌ی تابع زوج  $g(x) = \pi \frac{f(x) + f(-x)}{2}$  است.

$$\int_0^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} g^2(x) dx$$

اکنون با استفاده از فرمول پارسیوال داریم:

دروس تخصصی

۱۳۹۷







## سؤالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته)

۱- تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq a \\ 2a-x, & a < x < 2a \end{cases}$  تعریف شده است. سری فوریه مثلثاتی این تابع کدام است؟

$$\frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \right] \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{\pi^2 (2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a} \quad (4)$$

۲- ضرایب سری فوریه  $a_n$  تابع متناوب زیر با دوره تناوب  $2\pi$  برای  $n$  های بسیار بزرگ ( $n \rightarrow \infty$ ) با چه توانی از  $n$  متناسب‌اند؟

$$f(x) = \begin{cases} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

(۱)  $n^{-4}$       (۲)  $n^{-3}$       (۳)  $n^{-2}$       (۴)  $n^{-1}$

۳- اگر انتگرال فوریه تابع  $f(x)$  به صورت  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$  باشد، آنگاه حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} (1+x^2) f(x) \sin x dx$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{3}{8}$

۴- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر از  $\alpha$  جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \alpha u_t + u = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & u_t(x, 0) = g(x); 0 < x < 1 \end{cases}$$

(۱)  $[-\sqrt{1+\pi^2}, \sqrt{1+\pi^2}]$       (۲)  $[-2\sqrt{1+\pi^2}, 2\sqrt{1+\pi^2}]$       (۳)  $(-\infty, 4+4\pi^2)$       (۴)  $(-\infty, 2+2\pi^2)$

۵- با جایگزینی  $u(x, y) = w(x, y) e^{-(bx+ay)}$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم  $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = 0$ ، به‌کدام صورت در می‌آید؟

(۱)  $e^{-(bx+ay)} w_{xy} + (c-ab)w = 0$       (۲)  $w_{xy} + (c-ab)e^{-(bx+ay)} w = 0$

(۳)  $w_{xy} + (c+ab)w = 0$       (۴)  $w_{xy} + (c-ab)w = 0$

۶- برای پاسخ مسئله  $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \frac{\pi}{2}, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, u_t(x, 0) = \cos x \\ u_x(0, t) = 0, u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \end{cases}$  حاصل عبارت  $u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ ، کدام است؟

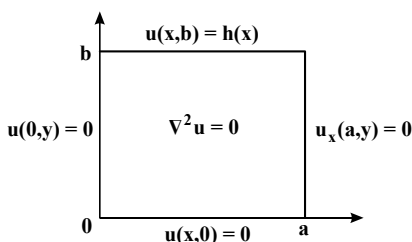
(۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\sqrt{2}+1$       (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۷- در میله‌ای به طول  $L = \pi$ ، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای  $u$  در زمان  $t=1$  و مکان  $x = \frac{L}{4}$ ، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{2\pi}{L}x) \end{cases}$$

(۱)  $e^{-4}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-4}$       (۴)  $e^{-1}$

۸- در مسئله مقدار مرزی زیر با شرایط داده شده بر مستطیل، پایه متعامد بسط شرط مرزی  $h(x)$  به‌صورت سری فوریه کدام است؟



(۱)  $\left\{ \sin \frac{k\pi x}{2a} \right\}_k$       (۲)  $\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_k$

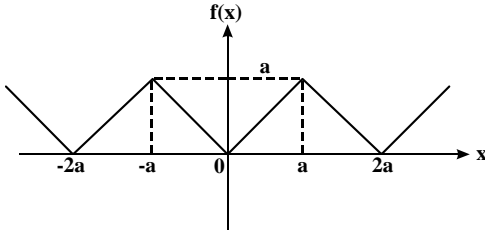
(۳)  $\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_k$       (۴)  $\left\{ \cos \frac{k\pi x}{a} \right\}_k$

## پاسخنامه مهندسی مکانیک – دینامیک، کنترل و ارتعاشات

## مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی – دینامیک پیشرفته – ارتعاشات پیشرفته – کنترل پیشرفته)

۱- گزینه «۳» سؤال را به چهار روش زیر حل می‌کنیم:

روش اول: حل تشریحی

با توجه به نمودار تابع واضح است که  $f(x)$  تابعی زوج است، لذا ضرایب  $b_n$ همگی صفر هستند و باید  $a_n$  ها را محاسبه کنیم. ( $b_n = 0$ )

$$L = a$$

$$a_0 = \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^{\sqrt{L}} f(x) dx \Rightarrow a_0 = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^a f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[ \int_0^a x dx + \int_a^{2a} (2a-x) dx \right] = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[ \frac{x^2}{2} \Big|_0^a + 2ax \Big|_a^{2a} - \frac{x^2}{2} \Big|_a^{2a} \right]$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left( \frac{a^2}{2} + 2a^2 - \frac{3}{2}a^2 \right) = \frac{a}{\sqrt{a}}$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_0^{\sqrt{L}} f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \Rightarrow a_n = \frac{1}{a} \int_0^a f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \frac{1}{a} \left[ \underbrace{\int_0^a x \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx}_{I_1} + \underbrace{\int_a^{2a} (2a-x) \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx}_{I_2} \right]$$

ابتدا حاصل انتگرال‌های  $I_1$  و  $I_2$  را محاسبه می‌کنیم.

$$I_1 = \frac{ax}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_0^a + \frac{a^2}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_0^a = \frac{a^2}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1)$$

$$I_2 = \frac{2a^2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} - \frac{ax}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} - \frac{a^2}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} = \frac{a^2}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{1}{a} [I_1 + I_2] = \frac{2a}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1) = \frac{2a}{n^2\pi^2} ((-1)^n - 1) = \begin{cases} a & ; n = 2k \\ -4a & ; n = 2k-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{2k-1} = \frac{-4a}{(2k-1)^2\pi^2}$$

در نتیجه سری فوریه مثلثاتی تابع متناوب  $f(x)$  برابر است با:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)) \Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a}{(2n-1)^2\pi^2} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{a}\right)$$

شبهه تست ۲۶ در صفحه ۳۹۷ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف می‌باشد.

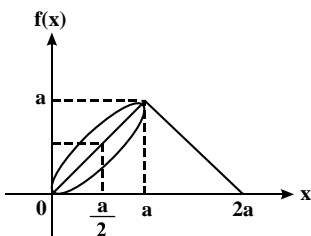
## روش دوم: استفاده از تقارن نیم‌موج

چون خود تابع اصلی یعنی تابع  $f(x)$  زوج است و آن قسمت از نمودار که در فاصلهبین ۰ تا  $a$  قرار دارد، نسبت به خط  $x = \frac{a}{2}$  دارای تقارن فرد می‌باشد. بنابراینتابع  $f(x)$  فقط شامل هارمونیک‌های فرد می‌باشد که این مورد فقط در گزینه (۳)

مشاهده می‌شود، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

مربوط به درسنامه «داستان تقارن نیم‌موج» در صفحه ۵۰۱ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف است.

## روش سوم: رد گزینه

مقدار تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = \frac{a}{2}$  برابر با  $\frac{a}{2}$  است. لذا گزینه‌ای صحیح است که حاصلش به ازای  $x = \frac{a}{2}$  برابر با  $\frac{a}{2}$  شود. حال به بررسی تک تک گزینه‌ها بهازای  $x = \frac{a}{2}$  می‌پردازیم.

دروس تخصصی

۱۳۹۸



سوالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات پیشرفته، کنترل پیشرفته)

۱- اگر  $u(x,t)$  جواب مسئله موج زیر باشد، مقدار تقریبی  $u(0, 1/3, 1/4)$  کدام است؟

$u_{tt} - 9u_{xx} = 0, 0 < x < 2, t > 0$	۱/۲۴ (۱)
$u(x, 0) = 2x + 1$	۱/۷۹ (۲)
$u_t(x, 0) = x, 0 \leq x \leq 2$	۱/۹۶ (۳)
$u(0, t) = u(2, t) = 0, t \geq 0$	۲/۱۵ (۴)

۲- فرض کنید  $z = x + iy$  باشد. مقدار ماکزیمم  $|\sin z|$  در دامنه مربعی شکل  $D = \{(x,y), 0 \leq x, y \leq 2\pi\}$  کدام است؟

۱ (۱)  $e^{2\pi}$  (۲)  $\sinh 2\pi$  (۳)  $\cosh 2\pi$  (۴)

۳- جواب مسئله پواسن زیر کدام است؟

$\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} = \frac{\sin \theta}{r^2}, 0 < r < 2, 0 < \theta < 2\pi$	$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin n\theta$ (۱)
$\omega(r, 0) = 0$	$\omega(r, \theta) = \frac{1}{2} r \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin \theta$ (۲)
$\omega(2, \theta) = \sin 3\theta$	$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{-n}) \sin n\theta$ (۳)
	$\omega(r, \theta) = \left(\frac{1}{2} r - 1\right) \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin 3\theta$ (۴)

۴- انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$  کدام است؟

$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$ (۲)	$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$ (۱)
$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$ (۴)	$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$ (۳)

۵- اگر  $C$  مرز نیم‌دایره فوقانی  $|z|=r$  در جهت مثبت و  $I(r) = \int_C \frac{e^{iz}}{z} dz$  باشد،  $\lim_{r \rightarrow \infty} I(r)$  کدام است؟

۱ (۱)  $\pi$  (۲)  $\infty$  (۳)  $0$  (۴)

۶- مسئله گرمای زیر را در نظر بگیرید، اگر  $v(x,s)$  تبدیل لاپلاس  $u(x,t)$  باشد، آنگاه  $v(x,s)$  در کدام معادله صدق می‌کند؟

$u_t(x,t) - fu_{xx}(x,t) = 3u(x,t), x > 0, t > 0$	$4v''(x,s) + (3-s)v(x,s) = e^{-x}$ (۱)
$u(x,0) = -e^{-x}, x > 0$	$v''(x,s) + (3-4s)v(x,s) = se^{-x}$ (۴)
$u(0,t) = 0, t \geq 0$	$4v''(x,s) + (s-3)v(x,s) = se^{-x}$ (۳)

۷- معادله دیفرانسیل جزئی ناهمگن زیر با تغییر متغیر  $u(x,t) = v(x,t) + r(x)$  به یک معادله همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل می‌شود.  $v(x,0)$  کدام است؟

$u_{xx} = u_t + x - 1, 0 < x < 2, t > 0$	$-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x - 2$ (۲)	$-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x - 2$ (۱)
$u(0,t) = 2, u(2,t) = -1, t > 0$	$-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + 3$ (۴)	$-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + 3$ (۳)
$u(x,0) = 1 - x^2, 0 < x < 2$		

۸- اگر  $v(x,y)$  مزدوج همساز تابع  $u(x,y) = (x^2 - y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2$  با شرط  $v(0,0) = 0$  باشد، مقدار  $v(1,1)$  کدام است؟

۱ (۱)  $-1$  (۲)  $4$  (۳)  $-4$  (۴)



## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

### مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات پیشرفته، کنترل پیشرفته)

۱- گزینه «۲» از سوالات بسیار پرتکرار در آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری که هم در کتاب و هم در آزمون‌های آزمایشی بر روی آن تمرکز ویژه‌ای داشته‌ایم. از روش جبری کمک می‌گیریم:

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{c}} [f^*(x+ct) + f^*(x-ct)] + \frac{1}{2c} [G^*(x+ct) - G^*(x-ct)]$$

که در این سؤال  $c=3$ ,  $x=0/4$  و  $t=1/3$  است. چون هر دو شرط مرزی روی  $u$  است، پس دوره تناوب  $4=2 \times 2$  است. با این توضیحات سراغ محاسبه می‌رویم:

$$u(0/4, 1/3) = \frac{1}{\sqrt{3}} [f^*(0/4+3 \times 1/3) + f^*(0/4-3 \times 1/3)] + \frac{1}{2 \times 3} [G^*(0/4+3 \times 1/3) - G^*(0/4-3 \times 1/3)]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} [f^*(4/3) + f^*(-3/5)] + \frac{1}{6} [G^*(4/3) - G^*(-3/5)]$$

دقت کنید مقادیر داخل پرانتزها یعنی دو عدد  $4/3$  و  $-3/5$  خارج از بازه  $[0, 2]$  هستند، پس باید با استفاده از دوره تناوب آن‌ها را درون بازه بیاوریم! اگر به اندازه‌ی یک دوره تناوب از  $4/3$  کم کنیم، به عدد  $0/3$  و اگر به اندازه یک دوره تناوب به  $-3/5$  اضافه کنیم، به عدد  $0/5$  می‌رسیم، پس داریم:

$$u(0/4, 1/3) = \frac{1}{\sqrt{3}} [f^*(0/3) + f^*(0/5)] + \frac{1}{6} [G^*(0/3) - G^*(0/5)]$$

ضابطه‌ی  $f$  که معلوم است،  $f = 2x + 1$ . ضابطه‌ی  $G$  هم با انتگرال‌گیری از  $g(x) = x$  به دست می‌آید:

$$G(x) = \int_0^x g(x) dx = \frac{x^2}{2}$$

$$u(0/4, 1/3) = \frac{1}{\sqrt{3}} [2 \times 0/3 + 1 + 2 \times 0/5 + 1] + \frac{1}{6} \left[ \frac{(0/3)^2}{2} - \frac{(0/5)^2}{2} \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} [1/6 + 2] + \frac{1}{6} \left[ \frac{0}{2} - \frac{0}{2} \right] = 1/8 + \frac{1}{12} \left[ \frac{9-25}{100} \right]$$

$$= 1/8 + \frac{1}{12} \left[ -\frac{16}{100} \right] = 1/8 - \frac{1}{75}$$

پس داریم:

که تقریباً برابر با  $1/79$  می‌شود.

توضیح: سؤال فی‌نفسه سؤال راحتی از این نوع طیف سوالات بود، چون به روش جبری حتی نیاز به استفاده از گسترش توابع  $f^*$  و  $G^*$  هم نداشتیم. اما محاسبات اعشاری آن کمی جالب نبود!

۲- گزینه «۴» در مثال متن کتاب ریاضی مهندسی مدرس‌ان شریف، بخش توابع هذلولی مختلط ثابت کردیم که  $|\sin z|$  برابر با  $\sqrt{\sin^2 x + \sinh^2 y}$  است. می‌توانید اندازه  $\sin z$  را از رابطه‌ی زیر حساب کنید:

$$\sin z = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$$

پس  $|\sin z|$  قطعاً بزرگ‌تر یا مساوی  $\sinh y$  است؛ چون حداقل  $\sin^2 x$  صفر است، از طرفی می‌توان نوشت:

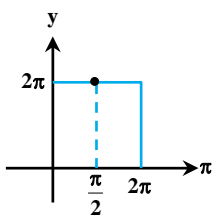
$$|\sin z| = \sqrt{1 - \cos^2 x + \cosh^2 y - 1} = \sqrt{\cosh^2 y - \cos^2 x}$$

چون حداقل  $\cos^2 x$  صفر است، پس حداکثر  $\sin z$  هم برابر با  $\cosh y$  است. ماکزیمم  $\cosh z$  در ناحیه مشخص شده

برابر با  $\cosh 2\pi$  است. در واقع ماکزیمم روی مرز و در نقطه‌ی  $(x, y) = (\frac{\pi}{2}, 2\pi)$  اتفاق می‌افتد. البته در صورت تسلط بر

روی اصل ماکزیمم و کمی تجربه به راحتی می‌توان با توجه به شکل مقابل گفت؛ ماکزیمم در نقطه‌ی  $(x, y) = (\frac{\pi}{2}, 2\pi)$

رخ می‌دهد و با توجه به رابطه‌ی  $\sin z$  به وضوح  $\text{Max} |\sin z| = \cosh 2\pi$  است.



دروس تخصصی

۱۳۹۹





## سوالات مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات پیشرفته، کنترل پیشرفته)

۱- فرض کنید  $(\sigma_1, y_1)$  و  $(\sigma_2, y_2)$  دو جواب غیربدیهی (غیرصفر) از مسئله مقدار مرزی  $\begin{cases} y'' - 2xy' + \sigma y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$  با شرط  $\sigma_1 \neq \sigma_2$  باشند. کدام مورد درست است؟

$$\int_0^1 e^{2x} y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (2) \qquad \int_0^1 e^{-x^2} y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (1)$$

$$\int_0^1 y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (4) \qquad \int_0^1 y_1^2(x) dx = \int_0^1 y_2^2(x) dx = \frac{1}{2} \quad (3)$$

۲- فرض کنید  $u = u(x, t)$  جواب مسئله مقدار مرزی زیر باشد. در این صورت، مقدار  $u(2, 1)$ ، کدام است؟

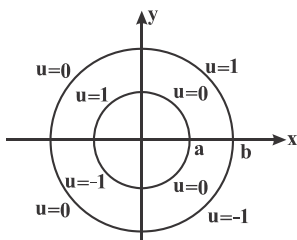
$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \cos x, x \geq 0 \\ u_t(x, 0) = 1, x \geq 0 \\ u(0, t) = 0, t \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 1 + \frac{1}{2} \cos 4 \quad (2) \\ 1 - \cos^2 2 \quad (4) \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 - \frac{1}{2} \cos 4 \quad (1) \\ 1 + \cos^2 2 \quad (3) \end{matrix}$$

۳- مسئله ارتعاش موج داده شده زیر را در نظر بگیرید. شتاب ارتعاش در  $x = \frac{3}{4}$  کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} + 6 = u_{xx}, 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u_t(x, 0) = 0 \\ u(x, 0) = 3x(x+1), u(1, t) = 6 \end{cases} \qquad \begin{matrix} -6 \quad (2) \\ \frac{63}{16} \quad (4) \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 \quad (1) \\ 6 \quad (3) \end{matrix}$$

۴- مقدار پتانسیل  $u$  در ربع دایره‌های مرزی مطابق شکل زیر داده شده است. اگر تابع پتانسیل  $u$  به صورت زیر باشد، آنگاه کدام مقدار

$$u(\rho, \varphi) = A \ln \rho + B + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \rho^n + D_n \rho^{-n}) \cos(n\varphi) + (E_n \rho^n + F_n \rho^{-n}) \sin(n\varphi) \qquad \text{یا } |E_3|, |C_4|, |B|, |A| \text{ بزرگتر است؟}$$



- (1)  $|A|$
- (2)  $|B|$
- (3)  $|C_4|$
- (4)  $|E_3|$

۵- فرض کنید در معادله انتگرالی  $h(x) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g(t) \sin(\omega x) \sin(\omega t) d\omega dt$ ، مقدار  $h(\frac{-\pi}{4})$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (4) \qquad \frac{\pi}{2} \quad (3) \qquad -\frac{\pi}{2} \quad (2) \qquad 0 \quad (1)$$

۶- اگر  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$  تبدیل فوریه سیگنال  $f(t) = \frac{1}{2} e^{-|t|}$  باشد، آنگاه حاصل  $\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$  کدام است؟  $(i^2 = -1)$

$$\pi \quad (4) \qquad \frac{\pi}{2} \quad (3) \qquad \frac{2}{\pi} \quad (2) \qquad \frac{1}{\pi} \quad (1)$$

۷- مسئله انتقال حرارت یک‌بعدی  $u_t = a^2 u_{xx} (x > 0, t > 0)$  با شرط اولیه  $u_t = a^2 u_{xx} (x > 0, t > 0)$  و شرط کرانه‌ای  $u(x, 0) = A$  و  $u(0, t) = B(1 - H(t - t_0))$  که در آن  $H$

تابع پله واحد (هوی‌ساید) و  $t_0 > 0$  است، را در نظر بگیرید. اگر  $U(x, s)$  تبدیل لاپلاس  $u(x, t)$  باشد، آنگاه  $U(x, s)$  کدام است؟

$$\frac{(B - A + Be^{-t_0 s}) e^{-\sqrt{s}x}}{s} - \frac{A}{s} \quad (2) \qquad \frac{(B - A - Be^{-t_0 s}) e^{-\sqrt{s}x}}{s} - \frac{A}{s} \quad (1)$$

$$\frac{(B - A + Be^{-t_0 s}) e^{-\sqrt{s}x}}{s} + \frac{A}{s} \quad (4) \qquad \frac{(B - A - Be^{-t_0 s}) e^{-\sqrt{s}x}}{s} + \frac{A}{s} \quad (3)$$



## پاسخنامه مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات

### مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات پیشرفته، کنترل پیشرفته)

۱- گزینه «۱» ابتدا به یادآوری زیر توجه کنید:

تذکر: هر معادله‌ی خطی مرتبه دوم به شکل کلی  $P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0$  را می‌توان با ضرب معادله در  $\mu(x) = \frac{1}{P(x)} e^{\int \frac{Q(x)}{P(x)} dx}$  به یک معادله‌ی

اشتروم - لیوویل تبدیل کرد. معادله‌ی اشتروم - لیوویل متناظر معادله‌ی فوق را صورت خودالحاق و یا صورت کانونیک معادله‌ی درجه‌ی دوم اولیه می‌نامیم.

در این سؤال  $P(x) = 1$  و  $Q(x) = -2x$  است، بنابراین داریم:

$$\mu(x) = \frac{1}{1} e^{\int -2x dx} = e^{-x^2}$$

با ضرب  $e^{-x^2}$  در معادله داده‌شده داریم:

$$e^{-x^2} \cdot y'' - 2xe^{-x^2} y' + \sigma e^{-x^2} y = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} (e^{-x^2} \frac{dy}{dx}) + (\sigma e^{-x^2}) y = 0$$

درواقع معادله را می‌توان به فرم یک معادله اشتروم - لیوویل عادی به شکل مقابل نوشت:

$$(e^{-x^2} y')' + [\sigma + \sigma e^{-x^2}] y = 0$$

با مقایسه با معادله استاندارد که به شکل مقابل است:

$$(f(x)y')' + [g(x) + \sigma h(x)] y = 0$$

واضح است  $h(x) = e^{-x^2}$  تابع وزن است و می‌دانیم جواب‌های  $y_1$  و  $y_2$  متعامدند، یعنی داریم:

$$\int_0^1 e^{-x^2} y_1(x) y_2(x) dx = 0$$

۲- گزینه «۲» با استفاده از روش دالامبر به روش جبری داریم:

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{c}} [f^*(x + ct) + f^*(x - ct)] + \frac{1}{2c} [G^*(x + ct) - G^*(x - ct)]$$

با توجه به اینکه شرط مرزی به صورت  $u(0, t) = 0$  داده شد؛ لذا  $f^*$  کمترین فرد  $f$  و  $G^*$  کمترین زوج  $G$  است که  $G(x) = \int_0^x g(x) dx$  است.

در این سؤال  $f(x) = \cos x$ ، پس  $G(x) = x$  و چون مقدار جواب در  $x = 2$  و  $t = 1$  خواسته شده است، لذا داریم:

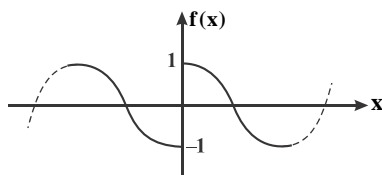
$$u(2, 1) = \frac{1}{\sqrt{c}} [f^*(2 + 2 \times 1) + f^*(2 - 2 \times 1)] + \frac{1}{2 \times 2} [G^*(2 + 2 \times 1) - G^*(2 - 2 \times 1)]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c}} [f^*(4) + f^*(0)] + \frac{1}{4} [G^*(4) - G^*(0)]$$

از طرفی دوره تناوب:

چون  $f(x) = \cos x$  و  $G(x) = \int_0^x 1 dx = x$ ؛ لذا  $f^*(4) = \cos 4$  و  $G^*(4) = 4$  و  $f^*(0) = 1$  و  $G^*(0) = 0$  اما در مورد  $f^*(0)$  داستان فرق می‌کند.

چون دقیقاً روی مرز  $x = 0$  است و لذا باید از قضیه دیریکله کمک بگیریم:



$$f^*(0) = \frac{f(0^+) + f(0^-)}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \Rightarrow u(2, 1) = \frac{1}{\sqrt{c}} (\cos 4 + 0) + \frac{1}{4} (4 - 0) = 1 + \frac{\cos 4}{2}$$

۳- گزینه «۱» با یک معادله موج غیرهمگن با شرایط مرزی غیرهمگن روبه‌رو هستیم و چون ناهمگنی معادله و شرایط مرزی به زمان وابسته نیست از تغییر

متغیر مقابل کمک می‌گیریم:

$$u(x, t) = V(x, t) + w(x)$$

$$\begin{cases} u_{xx} = V_{xx} + w''(x) \\ u_{tt} = V_{tt} + 0 \end{cases} \Rightarrow V_{tt} + 6 = V_{xx} + w''(x) \Rightarrow V_{tt} = V_{xx} + w''(x) - 6$$

برای همگنی باید  $w''(x) - 6 = 0$  باشد. لذا داریم:

$$w''(x) = 6 \Rightarrow w'(x) = 6x + c_1 \Rightarrow w(x) = 3x^2 + c_1x + c_2$$

با استفاده از شرایط مرزی داریم:

$$u(0, t) = V(0, t) + w(0) \Rightarrow 0 = V(0, t) + w(0) \Rightarrow w(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$u(1, t) = V(1, t) + w(1) \Rightarrow 6 = V(1, t) + w(1) \Rightarrow w(1) = 6$$

بنابراین داریم:

$$w(1) = 6 \Rightarrow 6 = 3(1)^2 + c_1(1) + 0 \Rightarrow c_1 = 3$$

بنابراین  $w(x) = 3x^2 + 3x$ . پس معادله زیر را داریم:

$$\begin{cases} V_{tt} = V_{xx}, 0 < x < t, t > 0 \\ V(0, t) = V(1, t) = 0 \\ V(x, 0) = 0 = V_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$