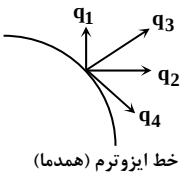
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل اول

«انتقال حرارت هدایتی»

مثال۱: کدام‌یک نشان دهنده جهت جریان گرما در شکل زیر است؟



۱) q_1
۲) q_2
۳) q_3
۴) q_4

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» همان‌طور که گفتیم جهت جریان گرما بر سطوح همدما عمود است.

مثال۲: ضریب هدایت (k) فلزات و گازها با افزایش دما:

۱) k فلزات و k گازها هردو افزایش می‌یابد.
۲) k گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی k فلزات کاهش می‌یابد.
۳) k گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی k فلزات افزایش می‌یابد.
۴) k فلزات ممکن است کم یا زیاد شود ولی k گازها افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با افزایش دما، k گازها افزایش می‌یابد و k برخی از فلزات افزایش، برخی کاهش و برخی بدون تغییر می‌ماند.

مثال۳: ضریب هدایت حرارتی گازها تابع کدام گزینه است؟

۱) فشار و دما ۲) حجم مخصوص و فشار ۳) فقط فشار ۴) فقط دما

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» همان‌طور که گفتیم ضریب هدایت حرارتی مواد (گازها ،مایعات و جامدات) فقط تابع دما است.

مثال۴: معادله انتقال حرارت دوبعدی غیریکنواخت (ناپایا) و بدون منبع حرارت داخلی و درصورتی که ضریب هدایت حرارتی (k) تابع دما باشد، کدام است؟

۱) $\frac{\dot{q}}{k}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)=0$
۲) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$
۳) $\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0$
۴) $\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\rho C_p\frac{\partial T}{\partial t}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

مثال۵: در معادله هدایت حرارتی یک‌بعدی غیریکنواخت (ناپایا) به چند شرط مرزی و چند شرط اولیه نیاز داریم؟

۱) یک شرط مرزی و یک شرط اولیه
۲) دو شرط مرزی و به شرایط اولیه نیاز نداریم
۳) دو شرط مرزی و یک شرط اولیه
۴) یک شرط مرزی و دو شرط اولیه

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله هدایت حرارتی یک‌بعدی در حالت غیریکنواخت بصورت مقابل است: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{\partial T}{\partial t}$

همان‌طور که در معادله بالا مشاهده می‌شود در معادله، یک متغیر مستقل مکانی (x)وجود دارد و مرتبه معادله نسبت به آن دو است. بنابراین به دو شرط مرزی در جهت x نیازمندیم. همچنین مرتبه معادله نسبت به زمان یک می‌باشد در نتیجه به یک شرط اولیه نیز برای حل معادله نیاز داریم.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶: برای حل معادله هدایت حرارتی دوبعدی به چند شرط اولیه نیاز داریم؟

۱) به شرط اولیه نیاز نداریم.

۲) به یک شرط اولیه نیازمندیم.

۳) در حالت ناپایا به یک شرط اولیه نیازمندیم و در حالت پایا به شرط اولیه نیاز نداریم.

۴) چون معادله دوبعدی است، به دو شرط اولیه نیازمندیم.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله هدایت حرارتی دوبعدی در حالت کلی بصورت مقابل است: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{\partial T}{\partial t}$

بنابراین در حالت کلی (ناپایا) به یک شرط اولیه نیاز داریم (مرتبه معادله نسبت به زمان یک می‌باشد). اما در حالت پایا معادله بصورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

بنابراین در شرایط پایا مرتبه معادله نسبت به زمان صفر بوده و لذا به شرایط اولیه نیاز نخواهیم داشت.

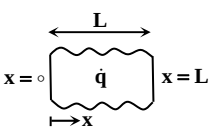
مثال۷: کدام‌یک از شرایط مرزی زیر در یک سطح عایق، صادق است؟

۱) دمای سطح ثابت و برابر T_s ۲) $\frac{\partial T}{\partial x}=0$ ۳) $\frac{\partial T}{\partial x}=$ ثابت ۴) $\frac{\partial T}{\partial x}$ تابع زمان می‌باشد

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» همان‌طور که گفتیم بر روی سطح عایق شار حرارتی (q'') صفر است و در نتیجه با توجه به قانون فوریه داریم:

$$q''=-k\frac{\partial T}{\partial x}=0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}=0$$

مثال۸: در یک دیوار به ضخامت بسیار زیاد L که دارای منبع حرارتی یکنواخت $\dot{q}$ می‌باشد، در حالت پایا کدام شرط مرزی نمی‌تواند صحیح باشد؟



۱) $x=0:\frac{\partial T}{\partial x}=C_1\ ,\ x=L:\frac{\partial T}{\partial x}=C_2$

۲) $x=0:\frac{\partial T}{\partial x}=0\ ,\ x=L:\frac{\partial T}{\partial x}=C_1$

۳) $x=0:\frac{\partial T}{\partial x}=0\ ,\ x=L:\frac{\partial T}{\partial x}=0$

۴) $x=0:\frac{\partial T}{\partial x}=C_1\ ,\ x=L:\frac{\partial T}{\partial x}=0$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در شرایط پایا حرارت تولید شده در داخل دیوار از یکی از سطوح جانبی $x=0$ و $x=L$ و یا از هر دو آن‌ها خارج می‌شود. (زیرا در شرایط پایا دمای دیوار ثابت است و لازمه این امر آن است که تمام حرارت تولید شده در داخل دیوار از آن خارج شود). بنابراین شار حرارتی در یکی از این دو سطح، و یا هر دو آن‌ها باید وجود داشته باشد. در نتیجه گزینه «۳» نمی‌تواند صحیح باشد زیرا در این گزینه هر دو سطح $x=0$ و $x=L$ عایق می‌باشند و شار حرارتی از آن‌ها خارج نمی‌شود که این امر ممکن نیست. بنابراین پاسخ مسأله گزینه«۳» می‌باشد.

مثال۹: علت نسبتاً زیاد بودن ضریب هدایت حرارتی مس کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) بالا بودن جرم مخصوص مس ۲) بالا بودن گرمای ویژه آن ۳) کم بودن میل ترکیبی مس ۴) وجود الکترون‌های آزاد در آن

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** علت بالا بون ضریب هدایت حرارتی فلزات (از جمله مس) وجود الکترون‌های آزاد در آنهاست.

مثال۱۰: ضریب هدایت حرارتی عموماً با افزایش درجه حرارت ... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) برای گازها کم و برای جامدات زیاد می‌شود. ۲) برای گازها و جامدات هر دو کم می‌شود.

۳) در گازها زیاد و در جامدات کم می‌شود. ۴) در گازها و جامدات هر دو زیاد می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** ضریب هدایت حرارتی تمام گازها با افزایش دما افزایش می‌یابد و ضریب هدایت اکثر فلزات با افزایش دما کاهش می‌یابد.

مثال۱۱: ضریب هدایت حرارتی جامدات با هدایت الکتریکی آنها عموماً .... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

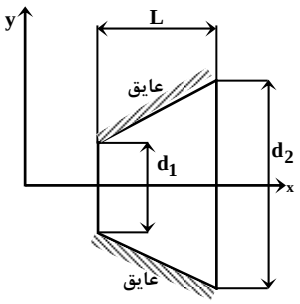
۱) قابل پیش‌بینی نیست. ۲) نسبت معکوس دارد. ۳) نسبتی ندارد. ۴) نسبت مستقیم دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت حرارتی جامدات با هدایت الکتریکی آن‌ها عموماً رابطه مستقیم دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۲: در مخروط ناقصی که قاعده‌های آن به ترتیب d_1 و d_2 و طول آن L می باشند. در صورتی که دمای قاعده‌های کوچک و بزرگ به ترتیب T_{w_1} و T_{w_2} باشد، معادله دیفرانسیل هدایت کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



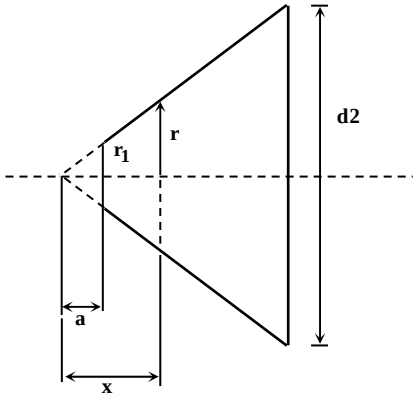
۱) $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dT}{dx}=0$

۲) $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dT}{dx}=0$

۳) $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}=0$

۴) $\frac{d^2T}{dx^2}+2x\frac{dT}{dx}=0$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** معادله هدایت یک بعدی در حالت پایدار و بدون منبع حرارتی در مخروط ناقص بصورت زیر است:



$$\frac{d}{dx}(kA\frac{dT}{dx})=0$$

$$k=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{d}{dx}(A\frac{dT}{dx})=0 \Rightarrow A\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{dA}{dx}.\frac{dT}{dx}=0$$

$$A=\pi r^2 \Rightarrow (\pi r^2)\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d(\pi r^2)}{dx}.\frac{dT}{dx}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{d(\pi r^2)}{dx}=\frac{d(\pi r^2)}{dr}.\frac{dr}{dx}=2\pi r\frac{dr}{dx}$$ (از قاعده زنجیره‌ای استفاده کردیم)

همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود، داریم:

$$\frac{r_1}{a}=\frac{r}{x} \Rightarrow r=\frac{r_1}{a}x \Rightarrow \frac{dr}{dx}=\frac{r_1}{a}$$

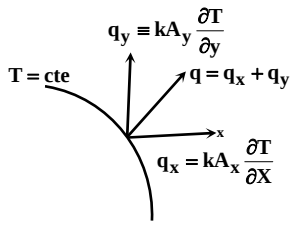
بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \Rightarrow (\pi r^2)\frac{d^2T}{dx^2}+(2\pi r)(\frac{r_1}{a}).\frac{dT}{dx}=0 \Rightarrow \text{بر } \pi r^2 \text{ تقسیم می‌کنیم} \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}+\frac{2}{r}\frac{r_1}{a}\frac{dT}{dx}=0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}+\frac{2}{\frac{r_1}{a}x}.\frac{r_1}{a}\frac{dT}{dx}=0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dT}{dx}=0$$

مثال۱۳: اگر جریان انتقال حرارت در یک جسم دو بعدی فرض کنیم در نتیجه بردار جریان انتقال حرارت کلی چگونه خواهد بود؟

مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



۱) موازی با خطوط دما ثابت (ایزوترم)

۲) موازی با خطوط فشار ثابت (ایزوبار)

۳) عمود برخطوط دما ثابت (ایزوترم)

۴) عمود بر دما ثابت (ایزوترم) و فشار ثابت (ایزوبار)

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** جهت جریان گرما، همواره عمود بر خطوط دما ثابت است.

مثال۱۴: k فلزات و k گازها با افزایش دما: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) k فلزات و k گازها هر دو افزایش می‌یابند.

۲) k گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی k فلزات افزایش می‌یابد.

۳) k گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی k فلزات افزایش می‌یابد.

۴) k فلزات ممکن است کم یا زیاد شود ولی k گازها افزایش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت (k) گازها با افزایش دما افزایش می‌یابد. همچنین ضریب هدایت اکثر فلزات با افزایش دما کاهش می‌یابد اما در برخی فلزات، با افزایش دما ضریب هدایت افزایش می‌یابد.

مثال۱۵: قانون فوریه $q''_x = -K_x \frac{\partial T}{\partial x}|_x$: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) را می‌توان برای سطوح سیال در حال حرکت هم بکار برد.
۲) برای سطوح سیال ساکن و اجسام جامد صادق است.
۳) فقط برای سطوح اجسام جامد صادق است.
۴) فقط برای سطوح اجسام جامد در حالت پایا صادق است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** قانون فوریه برای اجسام جامد و سیالات ساکن صادق است.

مثال۱۶: برای محاسبه زمان لازم برای گرمایش یک استوانه کوتاه غوطه‌ور در هوای داغ انتقال گرما بیشتر تحت تأثیر کدام جهت قرار می‌گیرد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) شعاعی (r) ۲) محوری (z) ۳) زاویه‌ای (φ) ۴) هر سه جهت (r, z, φ)

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر استوانه کوتاه باشد، انتقال حرارت در هر سه جهت (r, z, φ) قابل ملاحظه می‌باشد.

مثال۱۷: اگر ضریب هدایت حرارتی بی‌نهایت بزرگ باشد، چه مفهومی دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) $dT/dx = ۰$ ۲) $dT/dx =$ عدد ثابت ۳) $dT/dx = \infty$ ۴) $dT/dx = f(x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق قانون فوریه داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q''}{k} \Rightarrow k \to \infty : \frac{dT}{dx} \to ۰$$

مثال۱۸: تابع توزیع دما در یک جسم عبارتست از $T = ۱۵۰x^۳ - ۳۰x^۲ + ۵$ وضعیت این جسم، با کدامیک از حالات زیر مطابقت دارد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) از این جسم در $x = ۰$ حرارت خارج می شود.
۲) این جسم در $x = ۰$ عایق می‌باشد.
۳) این جسم در $x = ۰$ حرارت دریافت می‌کند.
۴) بسته به ضریب هدایت جسم ممکن است هر یک از حالت‌های فوق اتفاق افتد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** برای تعیین وضعیت جسم در $x = ۰$ باید $\frac{dT}{dx}$ را در این نقطه محاسبه کنیم. بنابراین:

$$T = ۱۵۰x^۳ - ۳۰x^۲ + ۵ \Rightarrow \frac{dT}{dx} = ۳\times۱۵۰x^۲ - ۳۰\times۲x = ۴۵۰x^۲ - ۶۰x$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=۰} = (۴۵۰x^۲ - ۶۰x)\Big|_{x=۰} = ۰ \Rightarrow q'' = -k\frac{dT}{dx} = ۰$$

بنابراین در $x = ۰$، شار حرارتی (q'') صفر می‌باشد و در نتیجه جسم در این مکان، عایق است.

مثال۱۹: در انتقال حرارت یک بعدی و با منبع حرارتی یکنواخت $\dot{q}$ در واحد حجم و در حالت پایدار حرارتی زمانیکه ضریب هدایت حرارتی تابعی از درجه حرارت باشد، کدام معادله دیفرانسیل صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)

۱) $\frac{۱}{\alpha}\frac{d^۲T}{dx^۲} + \dot{q} = ۰$ ۲) $\frac{d}{dx}(\frac{۱}{\alpha}\frac{dT}{dx}) + \dot{q} = ۰$ ۳) $\frac{d}{dx}(k\frac{dT}{dx}) + \dot{q} = ۰$ ۴) $\frac{d}{dx}(\frac{dT}{dx}) + \frac{\dot{q}}{k} = ۰$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله هدایت حرارتی یک بعدی پایدار و با منبع حرارت $\dot{q}$ بصورت زیر است:

$$\frac{d}{dx}(k\frac{dT}{dx}) + \dot{q} = ۰$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۰: مخترعی ادعا می‌کند که ماده عایق جدیدی ساخته است که ضریب رسانایی گرمایی (K) آن با دما (t ,°C) رابطه زیر را دارد:

$$K = -۵۲ + \frac{t}{۲۵}$$

آیا ادعای او پذیرفتنی است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) خیر، چون خاصیت ابر رسانایی دارد.
۲) بلی، چون عایق بسیار خوبی است.
۳) بلی، چون بعضی آلیاژها چنین رفتاری دارند.
۴) خیر، چون قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با توجه به قانون فوریه: $q = -kA\frac{dT}{dx}$، ملاحظه می‌کنیم که اگر k منفی باشد ($k = -\alpha$ که α عدد مثبتی است) خواهیم داشت:

$$q = \alpha A\frac{dT}{dx}$$

αA مقدار مثبتی است. در نتیجه انتقال حرارت در حالتی رخ می‌دهد (به عبارت دیگر q زمانی مثبت است) که $\frac{dT}{dx}$ مثبت باشد، یعنی انتقال حرارت از دمای کمتر به دمای بیشتر صورت بگیرد که این امر ناقض قانون دوم ترمودینامیک است.

مثال۲۱: انتقال حرارت به صورت هدایت ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) در گازها انجام نمی‌شود.
۲) فقط در جامدات انجام می‌شود.
۳) فقط در جامدات و مایعات انجام می‌شود.
۴) در تمام موارد جامدات، مایعات و گازها انجام می‌پذیرد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** انتقال حرارت به صورت هدایت، در تمام محیط‌های مادی انجام می‌شود.

مثال۲۲: به دلیل واکنش هسته‌ای در داخل یک دیوار فلزی، به شکل همگونی حرارت تولید می‌شود و از طریق دو وجه آن به بیرون هدایت می‌یابد. کدام رابطه بیانگر توزیع پایای دما در امتداد ضخامت صفحه در مختصات کارتزین است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\nabla^۲T = ۰$
۲) $\nabla.k\nabla T + \dot{q} = ۰$
۳) $\frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial T}{\partial X}) + \rho C_p\frac{\partial T}{\partial x} = ۰$
۴) $\frac{d^۲T}{dx^۲} + \frac{\dot{q}}{k}[۱ + \beta(T - T_L)] = ۰$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه توزیع دمای پایای یک بعدی (در امتداد ضخامت) و با منبع تولید حرارت در مختصات دکارتی بصورت زیر است:

$$\frac{d}{dx}(k\frac{dT}{dx}) + \dot{q} = ۰$$

گزینه (۲) در مختصات یک بعدی معادل با رابطه بالاست.

مثال۲۳: کدام‌یک از توابع زیر بیان‌کننده هدایت حرارتی (Conduction) بوده که به صورت غیریکنواخت در جهت x انتشار می‌یابد:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) $\frac{\partial^۲t}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲t}{\partial y^۲} + \frac{\partial^۲t}{\partial z^۲} = ۰$
۲) $\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^۲t}{\partial x^۲}$
۳) $\frac{\partial^۲t}{\partial x^۲} = ۰$
۴) $\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{k}{\rho c_p}(\frac{\partial^۲t}{\partial x^۲})$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه هدایت حرارتی در حالت یک بعدی و غیر پایا (غیر یکنواخت) بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^۲T}{\partial x^۲} = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t},\ \alpha = \frac{k}{\rho C_P} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_P}\frac{\partial^۲T}{\partial x^۲}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۴: در مورد انتقال حرارت هدایتی در سیالات، رابطه مسئله قبل صادق است در صورتی‌که: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) سیال غیرقابل تراکم باشد. ضریب انتقال حرارت ثابت باشد. سیستم فاقد منبع حرارت داخلی باشد.

۲) ضریب انتقال حرارت ثابت نباشد. منبع حرارت داخلی وجود نداشته باشد. سیال غیرنیوتونی باشد.

۳) منبع داخلی در سیستم وجود نداشته باشد. سیال تراکم‌پذیر باشد. ضریب انتقال حرارت ثابت باشد.

۴) هیچ‌کدام از شرایط فوق عیناً بیان‌کننده فرضیات حاکم بر سیستم نمی‌باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه مسأله قبل در صورتی صادق است که سیستم فاقد منبع حرارت داخلی، سیال غیر قابل تراکم (ρ ثابت) و ضریب انتقال حرارت (k) ثابت باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۵: رابطه عمومی انتقال حرارت دوبعدی در حضور منبع انرژی داخلی (g) به صورت زیر نوشته می‌شود: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) $\frac{g}{k}(\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2})=0$ ۲) $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}+\frac{g}{k}=0$ ۳) $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}=\frac{g}{k}$ ۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه هدایت حرارتی دو بعدی، در شرایط پایا و با حضور منبع انرژی داخلی (g) به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\frac{g}{k}=0$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۶: در مورد هدایت حرارتی جامدات، مایعات و گازها و بستگی این پارامتر به درجه حرارت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) افزایش درجه حرارت باعث کاهش هدایت حرارتی در گازها می‌گردد.

۲) هدایت حرارتی گازها، مایعات و جامدات بستگی به درجه حرارت دارد.

۳) افزایش درجه حرارت باعث افزایش هدایت حرارتی در مایعات می‌گردد.

۴) افزایش درجه حرارت باعث افزایش هدایت حرارتی در جامدات می‌گردد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب هدایت حرارتی(k) مواد (گازها، مایعات و جامدات) وابسته به درجه حرارت آنها می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۷: در مورد ضریب هدایت حرارتی مواد می‌توان گفت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) هدایت حرارتی جامدات از مایعات و ضریب هدایت حرارتی مایعات از گازها کمتر است.

۲) ضریب هدایت حرارتی مایعات از گازها کمتر ولی از جامدات بیشتر است.

۳) ضریب هدایت گازها از مایعات بیشتر ولی از ضریب هدایت حرارتی جامدات کمتر است.

۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت حرارتی (k) در جامدات بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از گازها می‌باشد:

$$k_{\text{گازها}} < k_{\text{مایعات}} < k_{\text{جامدات}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۸: ضریب هدایت حرارتی بی‌نهایت بزرگ با کدام مورد همخوانی دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{dT}{dx}=0$ ۲) $\frac{dT}{dx}=\infty$ ۳) $\frac{dT}{dx}=$ عدد ثابت ۴) $\frac{dT}{dx}=f(x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با استفاده از رابطه شار حرارتی هدایتی (قانون فوریه) داریم:

$$q''=-k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx}=-\frac{q''}{k} \Rightarrow k\to\infty : \frac{dT}{dx}\to 0$$

در واقع زمانی که ضریب هدایت حرارتی (k) بینهایت بزرگ باشد، گرادیان دما در جسم بینهایت کوچک (صفر) است و نمودار دما بصورت خط صاف افقی می‌باشد (شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ صفر است).

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۹: هرچه ..... آن جسم حرارت را سریعتر و بهتر انتقال می‌دهد. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) α (ضریب نفوذ حرارتی) بزرگ‌تر باشد.
۲) k (ضریب هدایت حرارتی) کوچک‌تر باشد.
۳) C_p (ظرفیت حرارتی) بزرگ‌تر باشد.
۴) ΔT (تفاوت درجه حرارت) کوچک‌تر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ضریب نفوذ گرمایی (α) توانایی انتقال گرمای هدایتی ماده را نسبت به توانایی ذخیره انرژی گرمایی در آن ماده نشان می‌دهد. هرچه ضریب نفوذ گرمایی (α) یک جسم بزرگتر باشد، آن جسم حرارت را سریعتر انتقال می‌دهد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۰: موادی که دارای ..... باشند، خاصیت هدایت حرارتی (Conduction) مناسب و مطلوب را دارا می‌باشند. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) انرژی آزاد مناسب
۲) خاصیت هدایت الکتریکی مناسب
۳) آنتالپی مناسب
۴) تفاوت حرارت مناسب

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** توانایی هدایت حرارتی و هدایت الکتریکی مواد رابطه مستقیم دارند. موادی که دارای خاصیت هدایت الکتریکی مطلوب باشند، هدایت حرارتی آنها نیز مطلوب می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

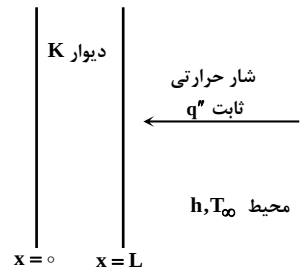
مثال۳۱: ضریب هدایت حرارتی(k): (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) با حرارت تغییر می‌کند.
۲) دردرجه حرارت‌های پایین، ضریب هدایت حرارتی بسیاری از مواد با حرارت به شدت تغییر می‌کند.
۳) در بسیاری موارد، در محدوده‌هایی از درجه حرارت می‌توان آن را ثابت فرض کرد.
۴) همه موارد فوق صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت حرارتی مواد(k) وابسته به درجه حرارت آنها می‌باشد. با تغییر درجه حرارت، ضریب هدایت مواد تغییر می‌کند. در بسیاری از مواد در درجه حرارت‌های پایین، ضریب هدایت حرارتی با تغییر درجه حرارت به شدت تغییر می‌کند. همچنین در بسیاری از موارد، در محدوده‌هایی از درجه حرارت، می‌توان ضریب هدایت حرارتی را ثابت فرض کرد. در نتیجه همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۲: با توجه به شکل، شرط مرزی برای $x = L$ چگونه است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $q'' - K\frac{dT}{dx} + h(T - T_\infty)$
۲) $q'' - K\frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = \circ$
۳) $q'' + K\frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = \circ$
۴) $q'' + K\frac{dT}{dx} + h(T - T_\infty) = \circ$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** مجموع شار حرارتی ثابت q'' و شار حرارتی جابه‌جایی که از محیط به دیوار وارد می‌شود، به صورت هدایتی در $x = L$ به دیوار منتقل می‌شود، بنابراین: شار حرارتی جابه‌جایی از محیط + شار حرارتی ثابت q'' = شار حرارتی هدایتی در $x = L$

$$\Rightarrow -k\frac{dT}{dx} = q'' + h(T_\infty - T) \Rightarrow q'' + k\frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = \circ$$

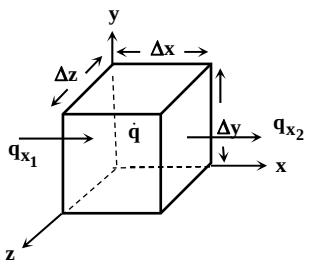
◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۳: طبق قانون اول ترمودینامیک رابطه کلی انتقال حرارت در حالت پایا (Steady State) به صورت زیر بیان می‌شود:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0 \quad k(\text{Constant})$

۲) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0$

۳) $\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$

۴) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه کلی انتقال حرارت هدایتی در حالت پایا به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0 \qquad (k \text{ ثابت})$$

مثال۳۴: ضریب انتقال حرارت در جامدات بستگی به خاصیت ..... جامد دارد. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) گرمای ویژه ۲) وجود الکترون‌های آزاد ۳) جرم مخصوص ۴) میل ترکیبی

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب انتقال حرارت در جامدات بستگی به الکترون‌های آزاد موجود در آنها دارد.

مثال۳۵: در مورد ضریب هدایت حرارتی می‌توان گفت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) در گازها با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد. ۲) در جامدات با افزایش درجه حرارت افزایش و یا کاهش می‌یابد.

۳) ضریب هدایت حرارتی جامدات با هدایت الکتریکی نسبت مستقیم دارد. ۴) تمام گزینه‌ها صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت حرارتی (k) در گازها با افزایش درجه حرات افزایش می‌یابد. در اغلب جامدات نیز ضریب هدایت حرارتی با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد ولی در برخی جامدات اینگونه نیست. همچنین ضریب هدایت حرارتی جامدات با هدایت الکتریکی آنها رابطه مستقیم دارد. هرچه رسانایی حرارتی ماده جامد بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن نیز بیشتر است و بر عکس. در نتیجه همه گزینه‌ها صحیح می‌باشد.

مثال۳۶: ضریب هدایت حرارتی گازها (k) عموماً با افزایش درجه حرارت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) کم می‌شود ۲) تغییر نمی‌کند (ثابت است) ۳) بستگی به نوع گاز دارد ۴) زیاد می‌شود

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب هدایت حرارتی گازها (k) عموماً با افزایش درجه حرارت، زیاد می‌شود.

مثال۳۷: در انتقال حرارت با مکانیسم هدایت در دو بعد و در حالت پایدار (دائم) بدون منبع حرارتی داخلی و با K ثابت اگر مقدار $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=15$ باشد، مقدار $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) -15 ۲) 0 ۳) $+15$ ۴) $+30$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه انتقال حرارت دو بعدی، در حالت پایا و بدون منبع حرارتی بصورت مقابل است: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$

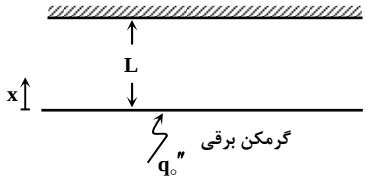
بنابراین با استفاده از رابطه بالا، $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ برابر است با: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=15 \Rightarrow 15+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=-15$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۸: یک سیستم یک بعدی با خواص فیزیکی ثابت در دمای اولیه T_i قرار دارد و ناگهان در تماس با یک گرمکن برقی قرار گرفته و شار حرارتی $q''_\circ$ در سطح پایینی ایجاد می‌گردد. معادله دیفرانسیل مربوط به دما و شرایط مرزی و اولیه به صورت کدامیک از جوابهای زیر خواهد بود؟(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$; I.C. $\tau=\circ$ $T=T_i$; B.Cs: $x=\circ$ $q''_\circ = k\frac{\partial T}{\partial x}$; $x=L$ $\frac{\partial T}{\partial x}=\circ$

۲) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$; I.C. $\tau=\circ$ $T=T_i$; B.Cs: $x=\circ$ $q''_\circ = -k\frac{\partial T}{\partial x}$; $x=L$ $\frac{\partial T}{\partial x}=\circ$

۳) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q'/k = \frac{-1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$; I.C. $\tau=\circ$ $T=T_i$; B.Cs: $x=\circ$ $T=T_\circ$; $x=L$ $\frac{\partial T}{\partial x}=\circ$

۴) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q'/k = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$; I.C. $\tau=\circ$ $T=T_i$; B.Cs: $x=\circ$ $q''_\circ = -k\frac{\partial T}{\partial x}$; $x=L$ $\frac{\partial T}{\partial x}=\circ$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شرط اولیه $(I.C.)$ در این مسأله مطابق روبروست : $t=\circ : T=T_i$.

شرایط مرزی مسأله: در $x=\circ$ شار حرارتی از گرمکن برقی به طریق هدایتی به داخل سیستم وارد می‌شود، بنابراین: $x=\circ : q''_\circ = -k\frac{\partial T}{\partial x}$

در $x=L$ ، سیستم عایق می‌باشد و بنابراین شار حرارتی در این محل نداریم در نتیجه: $x=L \;:\; q''=-k\frac{\partial T}{\partial x}=\circ \;\Rightarrow\; \frac{\partial T}{\partial x}=\circ$

معادله دیفرانسیل حاکم: معادله دیفرانسیل حاکم بر مسأله، معادله هدایت یک بعدی و بدون منبع حرارتی می‌باشد که رابطه آن به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

نکته: دقت کنید که شار حرارتی ورودی به دیوار $(q''_\circ)$ در نقطه $x=\circ$ را در معادله دیفرانسیل حاکم بر مسأله وارد نکنید (مانند گزینه‌های «۳» و «۴») زیرا عبارت شار حرارتی زمانی در معادله حاکم بر مسأله ظاهر می‌شود که منبع تولید انرژی در داخل جسم داشته باشیم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۹: رابطه دیفرانسیل موازنه انرژی یک بعدی در حالت غیریکنواخت در صورتی‌که منبع حرارت داخلی وجود نداشته و k ضریب هدایت حرارتی مستقل از درجه حرارت باشد به چه صورتی نوشته می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) $\frac{\partial t}{\partial \theta} = k\rho c_p \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ ۲) $\frac{d^2 t}{dx^2} = \circ$ ۳) $\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ ۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه دما در هدایت حرارتی یک بعدی در حالت غیریکنواخت (ناپایا) و بدون منبع حرارتی داخلی بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad , \; \alpha = \frac{k}{\rho C_p} \;\Rightarrow\; \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

در گزینه‌های پاسخ، منظور از θ زمان (t) و منظور از t دما (T) می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۰: در مورد اثر افزایش حرارت در هدایت حرارتی مواد به طور عمومی می‌توان گفت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) باعث ازدیاد هدایت گازها می‌شود.
۲) باعث کاهش هدایت حرارتی در مایعات می‌گردد.
۳) باعث کاهش هدایت حرارتی در جامدات می‌گردد.
۴) تمام موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با افزایش دما، ضریب هدایت حرارتی (k) گازها افزایش می‌یابد. در نتیجه افزایش دما باعث ازدیاد انتقال حرارت هدایتی در گازها می‌گردد. ضریب هدایت حرارتی مایعات عموماً با افزایش دما، کاهش می‌یابد. در نتیجه افزایش دما باعث کاهش انتقال حرارت هدایتی در مایعات می شود. با افزایش دما، ضریب هدایت حرارتی در برخی از جامدات افزایش، در برخی کاهش و در بعضی بدون تغییر باقی می‌ماند. در نتیجه افزایش دما در برخی از جامدات باعث افزایش هدایت حرارتی، در برخی باعث کاهش هدایت حرارتی و در بعضی دیگر از جامدات تأثیری در هدایت حرارتی ندارد. بنابراین بهتر است در گزینه «۳» به جای جامدات، برخی از جامدات عنوان شود در این صورت همه گزینه‌ها صحیح خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۱: در مورد ضریب انتقال حرارت (k) در صفر درجه سانتی‌گراد: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) k بخار آب به مراتب بیشتر از آب معمولی است.
۲) k آب معمولی به مراتب بیشتر از بخار آب است.
۳) بخار آب و آب معمولی دارای kهای برابر هستند.
۴) k بخار آب و k آب معمولی از k یخ بیشتر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب هدایت حرارتی مواد در حالت جامد بیشتر از حالت مایع و در حالت مایع بیشتر از حالت گازی می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۲: ضریب هدایت حرارتی برحسب $wm^{-1}k^{-1}$ در $300^{\circ}k$ برای ۳ ماده جامد متفاوت اندازه‌گیری و اعداد ۴۵ ، ۰/۷۲ و ۰/۰۳۶ به دست آمده است. ضرایب اندازه‌گیری شده به ترتیب ممکن است متعلق به کدام دسته از مواد ذیل باشد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) استیل، آجر، پشم شیشه ۲) آجر، استیل، پشم شیشه ۳) پشم شیشه، آجر، استیل ۴) استیل، پشم شیشه، آجر

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ضریب انتقال حرارت استیل بیشتر از آجر (ضریب انتقال حرارت فلزات بیشتر از جامدات دیگر است) و آجر بیشتر از پشم شیشه می‌باشد. (پشم شیشه عایق حرارتی می‌باشد و ضریب انتقال حرارت هدایتی آن بسیار کوچک است).

◆ ◆ ◆ ◆

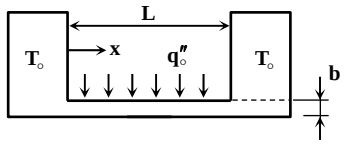
مثال۴۳: کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) مقدار حرارت و شار حرارتی هر دو کمیت اسکالر هستند.
۲) مقدار حرارت و شار حرارتی هر دو کمیت برداری هستند.
۳) مقدار حرارت یک کمیت برداری ولی شار حرارتی یک کمیت اسکالر است.
۴) مقدار حرارت یک کمیت اسکالر ولی شار حرارتی یک کمیت برداری است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** مقدار حرارت یک کمیت اسکالر است (مقدار یک کمیت دارای جهت نمی‌باشد، بنابراین بردار نیست). ولی شار حرارتی یک کمیت برداری است (یعنی علاوه بر مقدار دارای جهت نیز می‌باشد).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۴: صفحهٔ نازکی به طول L با ضخامت b و عرض W $(W >> L)$ به دو چاه حرارتی با دمای ثابت $T_\circ$ وصل است. سطح پائین عایق کاری شده و شدت جریان خالص حرارتی $q''_\circ$ روی سطح بالائی می‌تابد. معادلهٔ دیفرانسیل و شرایط مرزی لازم را بنویسید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{q''_\circ}{kb} = \circ$ و $T(\circ) = T(L) = T_\circ$

۲) $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{q''_\circ}{kb} = \circ$ و $-k\frac{dT}{dx}|_{x=\circ} = -k\frac{dT}{dx}|_{x=L}$

۳) $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q''_\circ}{kb} = \circ$ و $T(\circ) = T(L) = T_\circ$

۴) $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q''_\circ}{kb} = \circ$ و $\frac{dT(\circ)}{dx} = \frac{dT(L)}{dx}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** چون ضخامت صفحه (b) کم است، می‌توانیم حرارت ورودی از صفحه بالایی را بعنوان منبع حرارتی داخلی در نظر بگیریم. معادله هدایت حرارتی یک بعدی با منبع تولید داخلی در شرایط پایا به صورت روبرو می‌باشد: $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \circ$

$\dot{q}$ نرخ تولید حرارت در جسم در واحد حجم می‌باشد. حرارت ورودی (از صفحه بالایی) در واحد حجم را در این مسأله معادل $\dot{q}$ در نظر می‌گیریم در نتیجه خواهیم داشت: $\dot{q} = \frac{q}{V}$ ، $q =$ حرارت ورودی $= q''_\circ.A = q''_\circ \times (L.w) \Rightarrow \dot{q} = \frac{q''_\circ \times (L.w)}{V} = \frac{q''_\circ \times (L.w)}{L.w.b} = \frac{q''_\circ}{b}$

در روابط بالا، V حجم صفحه به ضخامت b و A مساحت صفحه بالایی است که شار حرارتی $q''_\circ$ از آن وارد می‌شود. بنابراین با جاگذاری مقدار بدست آمده برای $\dot{q}$ در معادله هدایت حرارتی (رابطه اول)، داریم: $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q''_\circ}{bk} = \circ$

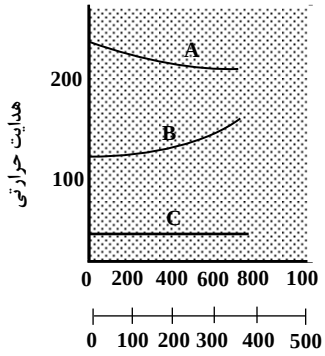
همچنین شرایط مرزی به این صورت می‌باشد: $T(\circ) = T(L) = T_\circ$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۵: تغییرات ضریب هدایت حرارتی برحسب درجه حرارت جامدات (C,B,A) مطابق شکل زیر به ترتیب می‌تواند متعلق به کدام‌یک از دسته جامدات زیر باشد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)



۱) آلومینیوم، استیل، مس

۲) استیل، آلومینیوم، مس

۳) آلومینیم، مس، استیل

۴) مس، آلومینیم، استیل

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نمودار تغییرات ضریب هدایت حرارتی مس به صورت A، آلومینیوم به صورت B و استیل به صورت C می‌باشد. (با افزایش دما، ضریب هدایت مس کاهش، آلومینیوم افزایش و استیل بدون تغییر می‌ماند.)

مثال۴۶: در مورد ضریب هدایت حرارتی در جامدات می‌توان گفت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) در محدوده وسیعی از حرارت از رابطه $K = K_{\circ}(1 + b\theta + c\theta^{2})$ تبعیت می‌کند.

۲) در محدوده‌های کوچک (چند صد درجه) از رابطه $K = K_{\circ}(1 + b\theta)$ تبعیت می‌کند.

۳) در مواد جامد نامتجانس (ناهمگن) بستگی به دانسیته ظاهری توده ماده دارد.

۴) تمام موارد فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** همه موارد ذکر شده صحیح می‌باشند. در موارد ذکر شده منظور از θ، دما می‌باشد.

مثال۴۷: نفوذ حرارتی (Thermal Diffusivity) معادل کدام‌یک از کمیت‌های ذیل است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{\rho c_{\rho}}{K}$ ۲) $\frac{c_{\rho}}{K}$ ۳) $\frac{K}{\rho c_{\rho}}$ ۴) $\frac{K}{c_{\rho}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** نفوذ حرارتی (α) توانایی هدایت گرمایی ماده را نسبت به توانایی ذخیره انرژی حرارتی در آن نشان می‌دهد و رابطه آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_P}$$

مثال۴۸: موازنه عمومی رابطه انتقال حرارت غیریکنواخت همراه با منبع حرارتی داخلی به کدام صورت زیر نوشته می‌شود؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{\partial^{2}T}{\partial X^{2}} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

۲) $\frac{\partial^{2}T}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial Z^{2}} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

۳) $\frac{\partial^{2}T}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial Z^{2}} + \frac{q'''}{k} = 0$

۴) $\frac{\partial^{2}T}{\partial X^{2}} + \frac{q'''}{k} = 0$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه عمومی (سه بعدی) انتقال حرارت یکنواخت همراه با منبع حرارتی داخلی (q''') به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial z^{2}} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

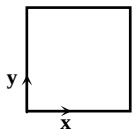
مثال۴۹: از نظر ریاضی شرط مرزی سطح عایق شده می‌تواند همانند کدام شرط مرزی زیر باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) محیط جابجائی با $Bi < ۰/۱$ است.
۲) محیط جابجائی اما با $h = ۰$ است.
۳) محیط جابجائی اما با $h = \infty$ است.
۴) محیط جابجائی اما با $h >> \frac{k}{L}$ است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در سطح عایق انتقال حرارت صورت نمی‌گیرد و شرط مرزی بصورت $q'' = ۰$ می‌باشد.
همچنین زمانی که سطح در مجاورت محیط جابه‌جایی با $h = ۰$ قرار دارد، داریم: $q'' = hAT \ , \ h = ۰ \Rightarrow q'' = ۰$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۰: توزیع دمای پایا و دو بعدی در یک صفحه $T(x,y) = ۲xy + x^۲ + \frac{۱}{۲}y^۲$ است. فلاکس انتقال حرارت در نقطه (۱,۱) چقدر است؟ (k ضریب انتقال حرارت هدایتی است). (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



۱) $۳k$
۲) $۴k$
۳) $۵k$
۴) $۷k$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با استفاده از قانون فوریه در حالت دو بعدی داریم: $q'' = i\, q''_x + j\, q''_y \ , \ q''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \ , \ q''_y = -k\frac{\partial T}{\partial y}$

با استفاده از توزیع دمای داده شده خواهیم داشت: $T = ۲xy + x^۲ + \frac{۱}{۲}y^۲$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = ۲y + ۲x \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}|_{(۱,۱)} = ۲\times۱ + ۲\times۱ = ۴ \quad \text{و} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = ۲y + y \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y}|_{(۱,۱)} = ۲\times۱ + ۱ = ۳$$

$$q''_x|_{(۱,۱)} = -k\frac{\partial T}{\partial x}|_{(۱,۱)} = -k\times۴ = -۴k \quad \text{و} \quad q''_y|_{(۱,۱)} = -k\frac{\partial T}{\partial y}|_{(۱,۱)} = -k\times۳ = -۳k$$

$$\Rightarrow q''_{(۱,۱)} = \sqrt{q''^{۲}_x + q''^{۲}_y} = \sqrt{(۴k)^۲ + (۳k)^۲} = ۵k$$

توضیح: علامت منفی در مقدار شار q''_x ، q''_y به این معناست که جهت q''_x ، q''_y در جهت منفی محورهای x, y می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۱: درجه حرارت در یک دیوار به ضخامت L به صورت $T = ۲۰۰۰ + ۱۲۵x + ۲۵x^۲$ (انتقال حرارت یک بعدی و فقط در جهت x) داده شده است. این رابطه نشان می‌دهد که: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

۱) در دیوار شرایط پایدار حرارتی وجود دارد.
۲) درجه حرارت نسبت به زمان ثابت است.
۳) درجه حرارت نسبت به زمان متغیر است.
۴) حرارت ورودی مساوی حرارت خروجی از دیوار است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله انتقال حرارت هدایتی یک بعدی بصورت مقابل است: $\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده، $\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲}$ را بدست می‌آوریم: $T = ۲۰۰۰ + ۱۲۵x + ۲۵x^۲ \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = ۱۲۵ + ۵۰x \Rightarrow \frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} = ۵۰$

اگر این مقدار را در معادله حرارت قرار دهیم، خواهیم داشت: $۵۰ = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = ۵۰\alpha \Rightarrow T = ۵۰\alpha t$

در نتیجه درجه حرارت نسبت به زمان متغیر است.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۲: دیواری به ضخامت ۲L مفروض است. انتقال حرارت در این دیوار فقط در جهت x صورت می‌گیرد. اگر دیوار در مقطع ۲L شار حرارتی q_w دریافت کند و در معرض هوا با دمای T_∞ و ضریب انتقال حرارت h باشد، شرط مرزی جهت حل معادله دیفرانسیل انتقال حرارت در این مقطع عبارتست از:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $-k\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=2L} = h(T_w - T_\infty)$

۲) $-k\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=2L} + q_w + h(T_\infty - T_w) = 0$

۳) $-k\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=2L} = h(T_w - T_\infty) + q_w$

۴) $-k\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=2L} = h(T_w - T_\infty) - q_w$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقدار حرارت ورودی به مقطع برابر است با شار خروجی از آن. شار ورودی برابر است با شار هدایت شده از داخل دیوار به اضافه شار حرارتی q_w. شار خروجی هم برابر است با شار حرارتی جابه‌جایی که از دیوار به محیط اطراف خارج می‌شود. بعبارت دیگر:

شار جابجا شده به هوای محیط = q_w + شار هدایتی $\Rightarrow$ شار خروجی = شار ورودی

$$\Rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=2L} + q_w = h(T_w - T_\infty) \Rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=2L} + q_w + h(T_\infty - T_w) = 0$$

مثال۵۳: افزایش کدام یک از کمیت‌های زیر موجب افزایش سرعت پخش حرارت در جسم می‌شود؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

۱) k ۲) α ۳) C ۴) ρ

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب نفوذ گرمایی (α) توانایی هدایت گرمایی ماده را نسبت به توانایی ذخیره انرژی حرارتی در آن ماده نشان می‌دهد. هرچه α بزرگتر باشد، پخش حرارت در جسم سریعتر است.

مثال۵۴: کدام یک از شرایط مرزی زیر مربوط به یک سطح عایق کاری شده (آدیاباتیک) می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = 0$ ۲) $T(0,t) = T_s$ ۳) $-k\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = q$ ۴) $-k\frac{\partial T}{\partial x} = h[T_\infty - T_{(0,t)}]$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در سطح عایق، شار حرارتی (q'') صفر است. بنابراین با توجه به قانون فوریه، در یک سطح عایق داریم:

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

مثال۵۵: کدام گزینه در خصوص هدایت پذیری $k(\frac{w}{m.°C})$ صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) هدایت پذیری کلیه مایعات با افزایش دما افزایش می‌یابد.
۲) هدایت پذیری کلیه گازها با افزایش دما افزایش می‌یابد.
۳) هدایت پذیری کلیه جامدات با افزایش دما افزایش می‌یابد.
۴) هدایت پذیری کلیه مواد با افزایش دما افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب هدایت(k) کلیه گازها با افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه «۲» صحیح است. ضریب هدایت مایعات (به جز آب و گلیسیرین) با افزایش دما، کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه «۱» اشتباه است. با افزایش دما ضریب هدایت برخی از جامدات افزایش، برخی کاهش و بعضی بدون تغییر می‌ماند. بنابراین گزینه «۳» اشتباه است. با مطالب گفته شده گزینه «۴» نیز اشتباه می‌باشد.

مثال۵۶: توزیع دما در یک جسم با هدایت پذیری $k = 1\frac{w}{m.°C}$ برابر $T(x,y) = 4xy^2 + \frac{1}{2}xy$ است. فلاکس انتقال حرارت در جهت x کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $4y^2 + \frac{1}{2}y$ ۲) $-4y^2 - \frac{1}{2}y$ ۳) $8xy + \frac{1}{2}x$ ۴) $-8xy - \frac{1}{2}x$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با استفاده از قانون فوریه، شار حرارتی در جهت x برابر است با:

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x}$$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده، $\frac{\partial T}{\partial x}$ را بدست می‌آوریم:

$$T = 4xy^2 + \frac{1}{2}xy \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 4y^2 + \frac{1}{2}y$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow q'' = -k(4y^2 + \frac{1}{2}y),\ k = 1 \Rightarrow q = -(4y^2 + \frac{1}{2}y) = -4y^2 - \frac{1}{2}y$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل اول

۱ـ کدام گزینه در مورد نحوه تغییرات ضریب هدایت حرارتی مایعات با دما صحیح است؟

۱) ضریب هدایت حرارتی مایعات با دما تغییر نمی‌کند.
۲) ضریب هدایت حرارتی مایعات با افزایش دما، افزایش می‌یابد.
۳) ضریب هدایت حرارتی مایعات با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
۴) بسته به فشار مایع هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۲ـ معادله انتقال حرارت یک‌بعدی و بدون منبع حرارتی کدام است؟

۱) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=0$
۲) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$
۳) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=k\frac{\partial T}{\partial t}$
۴) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{1}{k}\frac{\partial T}{\partial t}$

۳ـ توزیع درجه حرارت در یک جسم بصورت $T=100-20x^2$ داده شده است. شار حرارتی در نقطه $x=2m$ در داخل این جسم چقدر است؟ $(k=10\frac{W}{m^\circ C})$.

۱) $400\frac{W}{m^2}$
۲) $600\frac{W}{m^2}$
۳) $800\frac{W}{m^2}$
۴) $1000\frac{W}{m^2}$

۴ـ توزیع دما در یک جسم که دارای منبع حرارت داخلی می‌باشد، در حالت پایا بصورت $T=-4x^2-6y^2$ داده شده است. شدت تولید حرارت در داخل این جسم $(\dot{q})$ چقدر است؟ $(k=50\frac{W}{m^\circ C})$

۱) صفر
۲) $500\frac{W}{m^3}$
۳) $750\frac{W}{m^3}$
۴) $1000\frac{W}{m^3}$

۵ـ معادله هدایت حرارتی دوبعدی بصورت مقابل است: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$ برای حل این معادله به چند شرط مرزی و چند شرط اولیه نیاز داریم؟

۱) دو شرط مرزی و یک شرط اولیه
۲) چهار شرط مرزی و یک شرط اولیه
۳) دو شرط مرزی و دو شرط اولیه
۴) چهار شرط مرزی و دو شرط اولیه

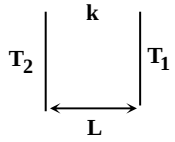
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«انتقال حرارت هدایتی یک‌بعدی»

مثال۱: دیواره‌ای به ضخامت L دارای دمای ثابت $T_۱$ و $T_۲$ در دو طرف می‌باشد. اگر ضریب هدایت حرارتی آن به صورت $k = k_\circ T^۲$ باشد، میزان انتقال حرارت حالت پایدار به ازای واحد سطح آن چقدر است؟ مقدار ثابت $= k_\circ$ و $T_۱ > T_۲$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)



۱) $q = \frac{k_\circ (T_۱^۳ - T_۲^۳)}{L}$

۲) $q = \frac{k_\circ (T_۱^۳ - T_۲^۳)}{۳L^۲}$

۳) $q = \frac{k_\circ (T_۱^۳ - T_۲^۳)}{۲L}$

۴) $q = \frac{k_\circ (T_۱^۳ - T_۲^۳)}{۳L}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با استفاده از قانون فوریه داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow q''dx = -kdT \Rightarrow \int_\circ^L q''dx = \int_{T_۱}^{T_۲} -kdT \Rightarrow q''\int_\circ^L dx = \int_{T_۱}^{T_۲} -k_\circ T^۲ dT$$

$$\Rightarrow q''x\Big|_\circ^L = \frac{-k_\circ}{۳}T^۳\Big|_{T_۱}^{T_۲} \Rightarrow q'' = \frac{k_\circ (T_۱^۳ - T_۲^۳)}{۳L}$$

توضیح: در حالت پایدار مقدار شار حرارتی(q'') در داخل دیوار ثابت است، بنابراین q'' را از داخل انتگرال بیرون آوردیم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: برای عایق‌بندی لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع خارجی۲cm از آزبست استفاده شده است. شعاع بحرانی عایق‌بندی چند سانتی‌متر است؟
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

$$k_{asb} = ۲\frac{w}{m^\circ k} \quad , \quad h = ۸\circ\frac{w}{m^۲.^\circ k}$$

۱) ۱/۶ ۲) ۲/۵ ۳) ۴ ۴) ۴۰

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شعاع بحرانی عایق برابر است با:

$$r_c = \frac{k}{h} = \frac{۲}{۸\circ} = \frac{۱}{۴\circ\circ} = \circ/\circ ۲۵\ m = ۲/۵\ cm$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: می‌خواهیم سطح بیرونی کوره‌ای را با سه لایه عایق بپوشانیم. ضریب هدایت گرمایی ماده اول $k_۱$ با افزایش دما کاهش می‌یابد. $k_۲$ ماده دوم با دما تغییر نمی‌کند و $k_۳$ با افزایش دما بیشتر می‌شود. ترتیب عایق پیچی اقتصادی کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) لایه $k_۱$ را در سمت کوره قرار می‌دهیم.
۲) لایه $k_۲$ را در سمت کوره قرار می‌دهیم.
۳) لایه $k_۳$ را در سمت کوره قرار می‌دهیم.
۴) فرقی ندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** برای اینکه کمترین اتلاف حرارتی را داشته باشیم، ابتدا باید عایقی را قرار دهیم که ضریب هدایت آن تابع نزولی از دما باشد، سپس عایقی که ضریب هدایت آن ثابت است و در آخر عایقی که ضریب هدایت آن تابع صعودی از دما می‌باشد. بنابراین ابتدا باید لایه $k_۱$، سپس $k_۲$ و در آخر $k_۳$ را قرار دهیم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴: دیواره‌ای مسطح کوره‌ای را از محیط جدا می‌کند. گرادیان دما در دیواره ثابت است. اگر ضخامت دیواره را دو برابر کنیم، شار حرارت انتقالی از دیواره: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) ثابت می‌ماند. ۲) نصف می‌شود. ۳) دو برابر می‌شود. ۴) $\sqrt{۲}$ برابر کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** گرادیان دما در دیواره ثابت است لذا توزیع دما در داخل دیواره خطی است، بنابراین شار حرارتی هدایتی در دیواره برابر است با:

$$q'' = \frac{k}{L}(T_۱ - T_۲)$$

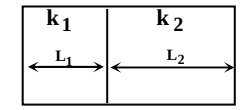
با توجه به رابطه بالا اگرضخامت دیواره (L) دو برابر شود، شار حرارتی انتقالی از آن نصف می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵: یک سیستم (Lumped) به صورت زیر متشکل از دو فلز در تماس کامل با هم (مقاومت تماس وجود ندارد) ضریب هدایت حرارتی معادل عبارتست از:
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)



۱) $k=\frac{k_1+k_2}{2k_1k_2}$
۲) $k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$
۳) $k=\frac{(2k_1/L_1)(k_2/L_2)}{2(k_1/L_1)+(k_2/L_2)}$
۴) $k=\frac{(k_1/L_1)+(k_2/L_2)}{2(k_1/L_1)(k_2/L_2)}$

☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** ضریب هدایت حرارتی معادل با استفاده از مقاومت حرارتی معادل بدست می‌آید:

$$R_{eq}=R_1+R_2\ ,\ R_{eq}=\frac{L_1+L_2}{kA}\ ,\ R_1=\frac{L_1}{k_1A}\ ,\ R_2=\frac{L_2}{k_2A}$$

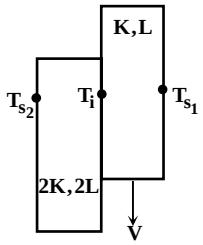
$$\Rightarrow \frac{L_1+L_2}{kA}=\frac{L_1}{k_1A}+\frac{L_2}{k_2A} \Rightarrow \frac{L_1+L_2}{k}=\frac{L_1k_2+L_2k_1}{k_1k_2} \Rightarrow k=\frac{k_1k_2(L_1+L_2)}{k_1L_2+k_2L_1}$$

مثال۶: مکانیزم انتقال حرارت هدایتی در سیالات چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) گرادیان حرارتی ۲) حرکت بی‌نظم مولکول‌ها ۳) انتقال انرژی جنبشی ۴) ارتعاش مولکولی

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** انتقال حرارت هدایتی در سیالات نتیجه برخورد مولکول‌ها بر اثر حرکت بی‌نظم آنهاست.

مثال۷: دو ورق مطابق شکل با سرعت V نسبت به هم حرکت می‌کنند. در نتیجه اصطکاک، در سطح مشترک آنها گرما تولید می‌شود. اگر مجموعه در محیطی به دمای T_∞ و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی (همرفتی) h قرار گیرد، کدام گزینه در مورد اختلاف دمای T_{S_1} و T_{S_2} با دمای فصل مشترک درست است؟ (ضریب هدایت (رسانندگی) گرمایی و ضخامت یکی از ورقها دو برابر دیگری است.) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



۱) $T_{S_1}-T_i=T_{S_2}-T_i$
۲) $2(T_{S_1}-T_i)=T_{S_2}-T_i$
۳) $T_{S_1}-T_i=2(T_{S_2}-T_i)$
۴) اطلاعات کافی نیست.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»**

راه‌حل اول: حرارت تولید شده در فصل مشترک دو ورق، به طریق هدایتی به سمت لبه ورقه‌ها منتقل می‌شود. شار حرارتی منتقل شده از فصل مشترک به لبه‌ها از طریق هدایت برابر است با شار حرارتی منتقل شده از لبه‌ها به محیط از طریق جابه‌جایی. بنابراین:

$$\frac{k(T_i-T_{s1})}{L}=h(T_{s1}-T_\infty) \quad \text{و} \quad \frac{2k(T_i-T_{s2})}{2L}=h(T_{s2}-T_\infty)$$

اگر رابطه اول را بر رابطه دوم تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{T_i-T_{s1}}{T_i-T_{s2}}=\frac{T_{s1}-T_\infty}{T_{s2}-T_\infty} \Rightarrow \frac{T_i-T_{s1}}{T_{s1}-T_\infty}=\frac{T_i-T_{s2}}{T_{s2}-T_\infty} \Rightarrow \frac{T_{s1}-T_i}{T_{s1}-T_\infty}=\frac{T_{s2}-T_i}{T_{s2}-T_\infty}$$

در صورتی که T_i و T_∞ برابر نباشند، تنها راه برقراری تساوی بالا این است که $T_{s1}=T_{s2}$. همچنین بدیهی است که T_i و T_∞ برابر نیستند زیرا شرط انتقال حرارت این است که: $T_i>(T_{s1},T_{s2})>T_\infty$. بنابراین نتیجه می‌گیریم که: $T_{s1}=T_{s2}$

همین نتیجه را با ضرب کردن طرفین تساوی می‌توانیم بدست آوریم:

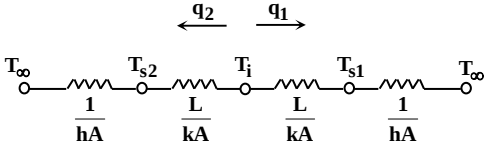
$$\frac{T_i-T_{s1}}{T_i-T_{s2}}=\frac{T_{s1}-T_\infty}{T_{s2}-T_\infty} \Rightarrow T_iT_{s1}-T_iT_\infty-T_{s1}T_{s2}+T_{s1}T_\infty=T_iT_{s1}-T_{s1}T_{s2}-T_iT_\infty+T_\infty T_{s2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\Rightarrow T_i T_{s۲} + T_{s۱} T_\infty = T_i T_{s۱} + T_\infty T_{s۲} \Rightarrow T_i T_{s۲} - T_\infty T_{s۲} = T_i T_{s۱} - T_\infty T_{s۱}$$
$$\Rightarrow T_{s۲}(T_i - T_\infty) = T_{s۱}(T_i - T_\infty)\,, T_i - T_\infty \neq ۰ \Rightarrow T_{s۲} = T_{s۱}$$

راه‌حل دوم: کاملاً مشخص است که مسأله تقارن دارد. یعنی مقاومت گرمایی و دمای انتهایی (T_∞) در دو طرف سطح مشترک برابر است. به عبارت دیگر:



$$\left.\begin{aligned} R_۱ &= \frac{L}{kA} + \frac{۱}{hA} \\ R_۲ &= \frac{۲L}{۲kA} + \frac{۱}{hA} = \frac{L}{kA} + \frac{۱}{hA} \end{aligned}\right\} \Rightarrow R_۱ = R_۲$$

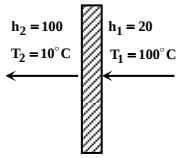
بنابراین شار حرارتی هدایت شده در ورقه‌ها با هم برابر است، زیرا:

$$q_۱ = \frac{T_i - T_\infty}{R_۱} \quad , \quad q_۲ \frac{T_i - T_\infty}{R_۲} \quad , \quad R_۱ = R_۲ \Rightarrow q_۱ = q_۲$$

در نتیجه داریم:
$$q_۱ = \frac{T_i - T_{s۱}}{(\frac{L}{kA})} \quad , \quad q_۲ = \frac{T_i - T_{s۲}}{(\frac{L}{kA})} \quad , \quad q_۱ = q_۲ \Rightarrow T_i - T_{s۱} = T_i - T_{s۲} \Rightarrow T_{s۱} = T_{s۲}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸: ورقه نازکی از جنس مس دو محیط با شرایط زیر را از هم جدا می‌کند، دمای ورقه مسی در حالت پایا چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)



۱) ۱۵
۲) ۲۵
۳) ۴۵
۴) ۵۵

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در حالت پایا شار حرارتی ورودی به ورقه مسی از سیال سمت راست برابر است با شار حرارتی خروجی از ورقه به سیال سمت چپ، بنابراین:

$$h_۱(T_۱ - T) = h_۲(T - T_۲) \Rightarrow ۲۰(۱۰۰ - T) = ۱۰۰(T - ۱۰) \Rightarrow T = ۲۵^\circ C$$

نکته: ورقه نازک است بنابراین دمای نقاط مختلف آن (از جمله سطوح سمت چپ و راست) تقریباً برابر است، در نتیجه دمای سطوح سمت راست و چپ ورقه را برابر (T) در نظر گرفتیم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹: جسم کروی به شعاع r با تولید انرژی داخلی $\dot{q}(\frac{W}{m^۳})$ دارای پوسته‌ای به شعاع ۲r است و در محیطی به دمای T_∞ و ضریب انتقال حرارت h قرار دارد. دمای سطح خارجی پوسته برابر است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) $T_\infty + r\dot{q}(k_۱ + k_۲)/۴h(k_۱ \times k_۲)$
۲) $T_\infty + r\dot{q}/۱۲hLnr$
۳) $T_\infty + r^۲\dot{q}/۴h$
۴) $T_\infty + r\dot{q}/۱۲h$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** حرارت تولید شده در داخل جسم کروی، از سطح خارجی پوسته به محیط منتقل می‌شود. بنابراین:

حرارت خارج شده از سطح خارجی پوسته = حرارت تولید شده در کره

حرارت تولید شده در کره $= \dot{q}V = \dot{q}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳)$

حرارت خارج شده $= hA(T_s - T_\infty) = h\left((۴\pi(۲r)^۲\right)(T_s - T_\infty)$

$$\Rightarrow \dot{q}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳) = h(۱۶\pi r^۲)(T_s - T_\infty) \Rightarrow T_s - T_\infty = \frac{\dot{q}r}{۱۲h} \Rightarrow T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r}{۱۲h}$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۰: یک مخزن کروی شکل که حاوی آب در دمای ۹۸ درجه سانتی‌گراد می‌باشد، در معرض هوای ۲۰ درجه سانتی‌گراد قرار گرفته است. مؤثرترین متد برای افزایش انتقال حرارت از این مخزن کدام روش است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) افزایش ضریب هدایتی مخزن به ضخامت ۱۰ میلی‌متر از $30\frac{w}{m^{\circ}C}$ به دو برابر

۲) افزایش ضریب انتقال حرارت در داخل مخزن با بهم زدن از $2000\frac{w}{m^{2}\,^{\circ}C}$ به $4000\frac{w}{m^{2}\,^{\circ}C}$

۳) افزایش ضریب انتقال حرارت هوا از $10\frac{w}{m^{2}{}^{\circ}C}$ به دو برابر

۴) کاهش ضخامت دیواره مخزن از ۱۰ میلی‌متر به ۵ میلی‌متر

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** میزان انتقال حرارت از آب داخل مخزن به هوای خارج مخزن برابر است با اختلاف دمای آب داخل مخزن و هوای خارج مخزن تقسیم بر مقاومت حرارتی بین آن‌ها. مقاومت حرارتی بین آنها برابر است با مجموع مقاومت جابه‌جایی آب داخل مخزن (R_1)، مقاومت هدایتی جدار مخزن (R_2) و مقاومت جابه‌جایی هوای خارج مخزن (R_3)، به عبارت دیگر: $R_t = R_1 + R_2 + R_3$

مخزن جدار نازک است، بنابراین سطح داخلی و خارجی آن تقریباً برابر هستند ($A_i = A_o = A$)، لذا R_1 و R_3 برابرند با: $R_1 = \frac{1}{h_1 A}, R_3 = \frac{1}{h_2 A}$

که h_1 و h_2 به ترتیب ضریب جابه‌جایی آب داخل مخزن و هوای خارج مخزن و A مساحت مخزن می‌باشد. همچنین چون مخزن جدار نازک است مقاومت هدایتی آن تقریباً برابر است با $R_2 = \frac{t}{kA}$ که در این رابطه t ضخامت مخزن می‌باشد.

در نتیجه مقاومت حرارتی کل برابر است با: $R_t = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{1}{2000A} + \frac{0/01}{30A} + \frac{1}{10A} = \frac{1}{2000A} + \frac{1}{3000A} + \frac{1}{10A}$

هر اقدامی که باعث کاهش مقاومت کل (R_t) شود، میزان انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. گزینه‌های (۱) و (۴) باعث نصف شدن R_2، گزینه (۲) باعث نصف شدن R_1 و گزینه (۳) باعث نصف شدن R_3 می‌شود. بنابراین همه گزینه‌ها مقاومت کل را کاهش و در نتیجه میزان انتقال حرارت را افزایش می‌دهند. حالا باید ببینیم که کدام یک مقاومت کل را بیشتر کاهش می‌دهد. همان طور که ملاحظه می‌کنیم، مقاومت R_3 از سایر مقاومت‌ها بیشتر است بنابراین نصف شدن R_3 مقاومت کل را بیشتر کاهش می‌دهد و در نتیجه نرخ انتقال حرارت را بیشتر افزایش می‌دهد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۱: دما در دو طرف دیواری T_0 و T_1 است. برای ضریب رسانش دیوار سه حالت می‌توان در نظر گرفت:

الف) ثابت $k_1 = k_0$ **ب) $k_2 = k_0(1+\alpha)$** **ج) $k_3 = k_0(1-\alpha T)$**

انتقال گرما بر اساس کدام ضریب بیشتر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) $q_2 > q_1 > q_3$ ۲) $q_2 = q_3 > q_1$ ۳) $q_3 > q_1 > q_2$ ۴) $q_1 > q_2 > q_3$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر ضریب هدایت دیوار تابع صعودی از دما باشد یعنی با افزایش دما افزایش یابد ($k = k_0(1+\alpha t)$) در این صورت نرخ انتقال گرما در دیوار نسبت به حالتی که ضریب هدایت دیوار ثابت است ($k = k_0$)، بیشتر می‌باشد و اگر ضریب هدایت دیوار تابع نزولی از دما باشد ($k = k_0(1-\alpha t)$) در این صورت نرخ انتقال گرما در دیوار نسبت به حالتی که ضریب هدایت دیوار ثابت است ($k = k_0$)، کمتر می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۲: اگر ضریب هدایت حرارتی بی‌نهایت بزرگ باشد، چه مفهومی دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) $dT/dx = 0$ ۲) عدد ثابت $dT/dx =$ ۳) $dT/dx = \infty$ ۴) $dT/dx = f(x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق قانون فوریه داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q''}{k} \Rightarrow k \to \infty : \frac{dT}{dx} \to 0$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۳: توزیع درجه حرارت شعاعی در یک کره (با فرض دائم بودن انتقال و عدم وجود منبع حرارتی داخلی) در صورتی خطی خواهد بود که ضریب هدایت حرارتی: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)

۱) با شعاع متناسب باشد.
۲) با معکوس توان دوم شعاع متناسب باشد.
۳) با معکوس شعاع متناسب باشد.
۴) ثابت باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** معادله هدایت حرارتی پایدار در کره بدون منبع حرارتی بصورت مقابل است: $\frac{۱}{r^۲}\frac{d}{dr}(kr^۲\frac{dT}{dr})=۰ \Rightarrow \frac{d}{dr}(kr^۲\frac{dT}{dr})=۰$

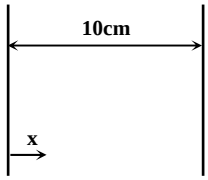
توزیع دما در صورتی خطی است که رابطه بالا تبدیل شود به $\frac{d^۲T}{dr^۲}=۰$ زیرا در این صورت داریم: $\frac{d^۲T}{dr^۲}=۰ \Rightarrow \frac{dT}{dr}=c_۱ \Rightarrow T=c_۱r+c_۲$

بنابراین k باید طوری باشد که عبارت $r^۲$ در داخل مشتق حذف شود. درنتیجه k باید متناسب با معکوس مجذور شعاع باشد. به عبارت دیگر:

$$k=\frac{c}{r^۲} \Rightarrow \frac{d}{dr}(\frac{c}{r^۲}r^۲\frac{dT}{dr})=۰ \Rightarrow \frac{d}{dr}(c\frac{dT}{dr})=۰ \Rightarrow c\frac{d^۲T}{dr^۲}=۰ \Rightarrow \frac{d^۲T}{dr^۲}=۰$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۴: در شکل زیر توزیع درجه حرارت در جسم جامدی با ضریب هدایت حرارتی $k=۴۰\frac{W}{m}$ از رابطه $T=۵۰+۰/۵x^۲$ که در آن x بر حسب متر و T بر حسب $^\circ C$ است پیروی می‌کند، چنانچه این جسم در محیطی با دمای $۳۰^\circ C$ قرار گیرد، شار حرارتی از جسم به محیط در حالت پایا کدامیک از مقادیر زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)



۱) $q=۲\frac{W}{m^۲}$
۲) $q=۴۰۰\frac{W}{m^۲}$
۳) $q=۲۰۰\frac{W}{m^۲}$
۴) $q=۴\frac{W}{m^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** شار حرارتی از دو طرف جسم به طریق جابه‌جایی به محیط منتقل می‌شود. در حالت پایا شار حرارتی جابه‌جایی منتقل شده از دو طرف جسم به محیط برابر است با شار حرارتی هدایتی در دو طرف جسم $(x=۰, x=۱۰cm)$. با استفاده از توزیع دمای داده شده و همچنین با استفاده از قانون فوریه، شار حرارتی هدایتی (q'') در دو طرف جسم را به دست می‌آوریم:

$$q''=-k\frac{dT}{dx} \Rightarrow q''|_{x=۰}=-k\frac{dT}{dx}|_{x=۰} \quad , \quad q''|_{x=۰/۱m}=-k\frac{dT}{dx}|_{x=۰/۱m}$$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده $\frac{dT}{dx}$ را در $x=۰$ و $x=۰/۱m$ محاسبه می‌کنیم:

$$T=۵۰+۰/۵x^۲ \Rightarrow \frac{dT}{dx}=۰/۵\times۲\times x=x \Rightarrow \frac{dT}{dx}|_{x=۰}=۰ \quad , \quad \frac{dT}{dx}|_{x=۰/۱}=۰/۱$$

اگر مقادیر بالا را در رابطه شار حرارتی قرار دهیم، خواهیم داشت: $q''|_{x=۰}=-k\frac{dT}{dx}|_{x=۰}=-۴۰\times۰=۰$

بنابراین از سمت چپ دیوار $(x=۰)$ شار حرارتی خارج نمی‌شود. شار حرارتی که از سمت راست دیوار خارج می‌شود، برابر است با:

$$q''|_{x=۰/۱}=-k\frac{dT}{dx}|_{x=۰/۱}=-۴۰\times۰/۱=-۴\frac{W}{m^۲}$$

بنابراین شار حرارتی که از جسم به محیط منتقل می‌شود برابر با $۴\frac{W}{m^۲}$ و از سمت راست جسم می‌باشد.

توضیح: علامت منفی در مقدار به دست آمده شار حرارتی (۴-) به این معناست که شار حرارتی از جسم خارج می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۵: سطح خارجی لوله فولادی استانداردی دارای پوشش خاصی جهت ایجاد شرایط چگالش قطره‌ایست. درون لوله بخار اشباعی با دمای T_{sat} جریان دارد. بیرون لوله بخار اشباعی است با دمای T'_{sat} به طوری که $T'_{sat} > T_{sat}$ می‌باشد. مقاومت کنترل کننده انتقال حرارت ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) به علت چگالش در بیرون لوله است.
۲) مقاومت بخار در داخل لوله است.
۳) به علت هدایت در دیواره لوله است.
۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** بخار اشباع خارج لوله دارای دمای بیشتری است. بنابراین انتقال حرارت از بخار خارج لوله به بخار داخل لوله می‌باشد. در اثر انتقال حرارت از بخار خارج لوله به بخار داخل لوله، بخار اشباع خارج لوله میعان می‌یابد. در نتیجه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بخار خارج لوله (h) بسیار بزرگ می‌شود و لذا با توجه به رابطه مقاومت جابه‌جایی $(\frac{۱}{hA})$، مقاومت جابه‌جایی بخار خارج لوله بسیار کوچک خواهد بود. جنس لوله از فولاد است، بنابراین ضریب هدایت لوله (k) بزرگ است و با توجه به رابطه مقاومت هدایتی $(\frac{L}{kA})$، مقاومت هدایتی لوله هم کوچک می‌باشد. در نتیجه مقاومت کنترل کننده، مقاومت بخار داخل لوله می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۶: برای جلوگیری از انتقال حرارت غیر تشعشعی از پنجره منازل در عین حال که از حرارت تشعشعی جلوگیری نشود .....

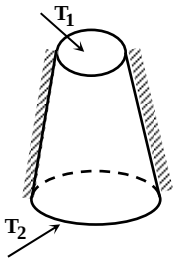
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) در جلوی پنجره از پرده استفاده می‌کنیم.
۲) شیشه‌های پنجره را دو لایه می‌سازیم.
۳) شیشه‌های پنجره را ضخیم انتخاب می‌کنیم.
۴) شیشه‌های پنجره را مات و کدر می‌کنیم.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** اگر شیشه‌ها را ضخیم انتخاب کنیم، مقاومت هدایتی افزایش می‌یابد و انتقال حرارت کاهش می‌یابد. اما اگر شیشه‌ها را دو لایه بسازیم علاوه بر اینکه مقاومت هدایتی افزایش می‌یابد (بدلیل دو لایه شدن شیشه و افزایش ضخامت)، مقاومت جابه‌جایی هوای محبوس بین دو لایه هم اضافه می‌شود و بنابراین انتقال حرارت نسبت به حالت شیشه ضخیم هم کمتر می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۷: در مخروط ناقص مطابق شکل، سطح جانبی کاملاً عایق‌بندی است و $T_۲ > T_۱$ می‌باشد. در صورتی که انتقال حرارت دائم و بدون چشمه حرارتی باشد (k ثابت) در مورد نرخ انتقال حرارت کدام اظهار نظر کامل و صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) بستگی به وضعیت قرار گرفتن مخروط ندارد.
۲) در حالی که سطح مقطع کوچکتر بالا است بیشتر است.
۳) در حالی سطح مقطع کوچکتر پایین است بیشتر است.
۴) در حالی که مخروط در حالت افقی قرار گیرد بیشتر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** انتقال حرارت در داخل مخروط، انتقال حرارت هدایتی یک بعدی می‌باشد و نرخ انتقال حرارت ربطی به وضعیت قرار گرفتن مخروط ندارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۸: در یک لوله استوانه‌ای به شعاع داخلی $r_۱$ و شعاع خارجی $r_۲$ روغن داغ با دمای $T_۱$ عبور می‌کند. اگر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بیرون لوله با هوا h و دمای هوا $T_۲$ و ضریب هدایت حرارتی لوله k باشد، میزان انتقال حرارت در واحد طول لوله در حالت پایا (Steady state) کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\dfrac{T_۱ - T_۲}{\frac{۱}{h} + \frac{Ln(\frac{r_۲}{r_۱})}{۲\pi k}}$
۲) $\dfrac{T_۱ - T_۲}{\frac{۱}{۲\pi r_۲ h} + kLn(\frac{r_۲}{r_۱})}$
۳) $\dfrac{T_۱ - T_۲}{\frac{r_۲}{۲\pi h} + \frac{Ln(\frac{r_۲}{r_۱})}{۲\pi k}}$
۴) $\dfrac{T_۱ - T_۲}{\frac{۱}{۲\pi r_۲ h} + \frac{(Ln\frac{r_۲}{r_۱})}{۲\pi k}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** میزان انتقال حرارت (q) برابر است با اختلاف دمای روغن و هوا (اختلاف پتانسیل) تقسیم بر مقاومت حرارتی کل بین روغن و هوا. مقاومت کل برابر است با مجموع مقاومت هدایتی لوله و مقاومت جابه‌جایی. بنابراین:

$$R = R_۱ + R_۲ \;,\; R_۱ = \frac{Ln(\frac{r_۲}{r_۱})}{۲\pi Lk} \;,\; R_۲ = \frac{۱}{۲\pi r_۲ Lh} \;,\; L = ۱ \Rightarrow R = \frac{۱}{۲\pi r_۲ h} + \frac{Ln(\frac{r_۲}{r_۱})}{۲\pi k} \Rightarrow q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T_۱ - T_۲}{\frac{۱}{۲\pi r_۲ h} + \frac{Ln(r_۲ / r_۱)}{۲\pi k}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

تذکر: مقاومت حرارتی کل بین روغن و هوا برابر است با مجموع مقاومت جابه‌جایی روغن، مقاومت هدایتی لوله و مقاومت جابه‌جایی هوای خارج لوله. در صورت سؤال به ضریب جابه‌جایی روغن اشاره نشده و در گزینه‌ها نیز موجود نمی‌باشد، بنابراین از مقاومت جابه‌جایی روغن صرفنظر کردیم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۹: ضریب هدایت گرمایی سه ماده عایق نسبت به یکدیگر چنین است، (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

$$k_۱ > k_۲ > k_۳$$

بدنه کوره‌ای با سه لایه از این سه ماده عایق با ضخامت یکسان پوشیده شده است. ترتیب لایه‌گذاری چگونه باشد، تا اتلاف گرمایی کوره کمتر شود؟ (ضرایب هدایت حرارتی مستقل از دما می‌باشند.)

۱) ترتیب لایه‌ها فرقی ندارد.
۲) لایه $k_۳$ را روی سطح کوره می‌گذاریم.
۳) لایه $k_۱$ را روی سطح کوره می‌گذاریم.
۴) لایه $k_۱$ را روی سطح، $k_۲$ در وسط و $k_۳$ را بیرون می‌گذاریم.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کمترین اتلاف گرمایی زمانی است که ابتدا لایه با ضریب هدایت حرارتی کوچکتر $(k_۳)$ قرار گیرد. سپس لایه با ضریب هدایت $k_۲$ و در آخر لایه با ضریب هدایت $k_۱$.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۰: در یک استوانه توپر و بلند به شعاع r که در آن انرژی حرارتی به صورت همگون به میزان $g_\circ \frac{W}{m^۳}$ تولید می شود و دمای جداره آن برابر $T_۲$ است، میزان شار حرارتی $q''(r)$ کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{g_\circ r^۲}{۲}$
۲) $\frac{g_\circ r}{۴}$
۳) $\frac{g_\circ r}{۲}$
۴) $\frac{g_\circ r^۲}{۴}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در شرایط پایا، حرارت منتقل شده در استوانه برابر است با حرارت تولید شده و شار حرارتی طبق تعریف برابر است با حرارت منتقل شده در واحد سطح، بنابراین:

$$\text{شار حرارتی} = q'' = \frac{q}{A} = \frac{\text{حرارت انتقالی}}{\text{مساحت}} = \frac{\text{حرارت تولید شده}}{\text{مساحت}}$$

$$\text{حرارت تولید شده} = q = g_\circ \times V = g_\circ \times \pi r^۲ L,\ \text{مساحت} = A = ۲\pi rL \Rightarrow q'' = \frac{g_\circ \pi r^۲ L}{۲\pi rL} = \frac{g_\circ . r}{۲}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۱: استوانه توخالی لوله‌ای شکل به طول L به شعاع داخلی $r_۱$ و شعاع خارجی $r_۲$ که درجه حرارت سطح داخلی و خارجی آن به ترتیب $t_۱$ و $t_۲$ می‌باشد مفروض است. در صورتی‌که سطح داخلی آن $A_۱$ و مساحت سطح خارجی آن $A_۲$ باشد کدام‌یک از حالات زیر صادق است: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) $q = KA_m \frac{\Delta t}{\Delta r}$
۲) $q = k \frac{A_۲ - A_۱}{Ln(\frac{A_۲}{A_۱})} \frac{t_۱ - t_۲}{r_۲ - r_۱}$
۳) $q = \frac{۲\pi LK(r_۲ - r_۱)}{Ln(\frac{r_۲}{r_۱})} \frac{t_۱ - t_۲}{r_۲ - r_۱}$
۴) همه موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نرخ انتقال حرارت هدایتی(q) در استوانه با شعاع داخلی $r_۱$ و شعاع خارجی $r_۲$ در شرایط پایا و بدون منبع حرارتی به صورت زیر است:

$$q = \frac{\Delta t}{R},\ R = \frac{Ln(r_۲ / r_۱)}{۲\pi LK} \Rightarrow q = \frac{۲\pi LK(t_۲ - t_۱)}{Ln(r_۲ / r_۱)} = \frac{۲\pi LK(r_۲ - r_۱)}{Ln(r_۲ / r_۱)} . \frac{t_۱ - t_۲}{r_۲ - r_۱} = k \frac{A_۲ - A_۱}{Ln(A_۲ / A_۱)} \frac{t_۱ - t_۲}{r_۲ - r_۱} = kA_m \frac{\Delta t}{\Delta r}$$

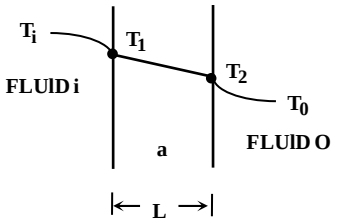
$$\left(۲\pi L(r_۲ - r_۱) = A_۲ - A_۱, Ln(r_۲ / r_۱) = Ln(A_۲ / A_۱), A_m = \frac{A_۲ - A_۱}{Ln(A_۲ / A_۱)} \right)$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۲: رابطه انتقال حرارت با مشخصات شکل مقابل: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)



۱) $\frac{q}{A} = U(\Delta T)_{Overall}$, $U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{L}{k_a} + \frac{1}{h_\circ}}$

۲) $q = \frac{T_i - T_1}{\frac{1}{h_i A}}$

۳) $\frac{q}{A} = \frac{(\Delta T)_{Overall}}{\sum R_{Overall}}$

۴) همه موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نرخ انتقال حرارت جابجایی از سیال سمت چپ به دیوار برابر است با نرخ انتقال حرارت هدایتی در داخل دیوار و برابر است با نرخ انتقال حرارت از دیوار به سیال سمت راست. بنابراین:

$$R_1 = \frac{1}{h_i A}, R_2 = \frac{L}{K_a A}, R_3 = \frac{1}{h_\circ A}$$

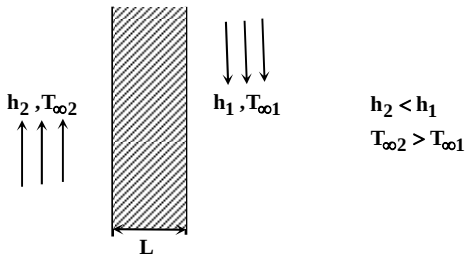
$$q = \frac{T_i - T_1}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_2 - T_\circ}{R_3} = \frac{T_i - T_\circ}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(\Delta T)_{overall}}{\Sigma R_{overall}}$$

$$\Rightarrow q = \frac{T_i - T_1}{1/h_i A} = \frac{T_1 - T_2}{L/k_a A} = \frac{T_2 - T_\circ}{1/h_i A} = \frac{(\Delta T)_{overall}}{\frac{1}{h_i A} + \frac{L}{k_a A} + \frac{1}{h_\circ A}}$$

با توجه به روابط بالا، همه موارد صحیح است. در نتیجه پاسخ صحیح گزینه «۴» می‌باشد.

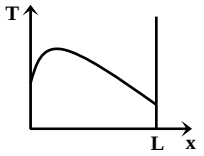
◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۳: در دیواری مطابق شکل که از دو طرف تحت انتقال حرارت جابه‌جایی است، تولید داخلی حرارت با شدت یکنواخت $\dot{q}$ وجود دارد. کدام نمودار برای توزیع دمای حالت دایم مناسب‌تر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

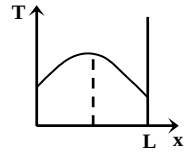


$h_2 < h_1$

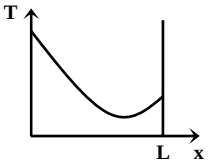
$T_{\infty 2} > T_{\infty 1}$



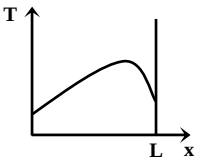
(۲)



(۱)

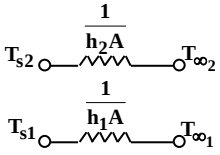


(۴)



(۳)

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** باید ببینیم که دمای کدام سمت دیوار بیشتر است. چون گرما از دیوار به سیالات اطراف منتقل می‌شود بنابراین دمای دو سمت دیوار از سیال مجاورشان بیشتر است به عبارت دیگر: $T_{\infty 1} < T_{S1}$, $T_{\infty 2} < T_{S2}$. از طرفی داریم: $h_2 < h_1$ بنابراین $\frac{1}{h_2 A} > \frac{1}{h_1 A}$ یعنی مقاومت حرارتی بین سمت چپ دیوار و سیال مجاور آن بیشتر از مقاومت حرارتی بین سمت راست دیوار و سیال مجاور آن می‌باشد. در نتیجه اختلاف دمای سمت چپ دیوار و سیال سمت چپ (ΔT_2) بیشتر از اختلاف دمای سمت راست دیوار و سیال سمت راست (ΔT_1) می‌باشد، بنابراین:



$$\begin{cases} T_{S1} = T_{\infty 1} + \Delta T_1 \\ T_{S1} = T_{\infty 2} + \Delta T_2 \end{cases}, \begin{cases} T_{\infty 2} > T_{\infty 1} \\ \Delta T_2 > \Delta T_1 \end{cases} \Rightarrow T_{S2} > T_{S1}$$

در نتیجه دمای سمت چپ دیوار از سمت راست آن بیشتر است. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

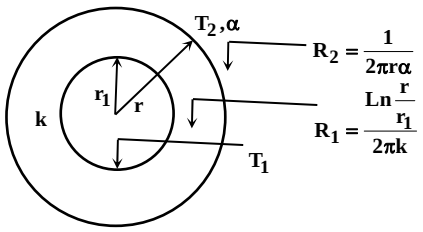
نکته: در نمودارهای پاسخ، $x = \circ$ مربوط به سمت چپ دیوار و $x = L$ مربوط به سمت راست دیوار است.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۴: یک لوله فلزی به شعاع خارجی r_1 و درجه حرارت سطح خارجی T_1 از یک مادهٔ عایق با ضریب هدایت حرارتی k پوشیده شده است. درجه حرارت محیط T_2 و ضریب انتقال حرارت لایه هوای بیرون α می‌باشد. ضخامت عایق برای حداکثر اتلافات حرارتی چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) صفر

۲) $\frac{k}{\alpha}$

۳) $\frac{k}{\alpha}+r_1$

۴) $\frac{k}{\alpha}-r_1$

☑**پاسخ: گزینه «۴»** حداکثر اتلاف حرارتی زمانی اتفاق می‌افتد که شعاع خارجی لوله برابر با شعاع بحرانی عایق باشد. شعاع بحرانی عایق برای لوله استوانه‌ای برابر با $r_{cr}=\frac{k}{h}$ می‌باشد که در این مسأله $h=\alpha$ در نتیجه: $r_{cr}=\frac{k}{\alpha}$. بنابراین ضخامت عایق برای حداکثر اتلاف حرارتی برابر است با اختلاف شعاع بحرانی (r_{cr}) و شعاع داخلی لوله (r_1)، در نتیجه:

$$\text{ضخامت عایق} = r_2 - r_1 = r_{cr} - r_1 = \frac{k}{\alpha} - r_1$$

نکته: دقت شود که ضخامت عایق مورد سؤال است نه شعاع عایق (شعاع خارجی لوله). اگر شعاع عایق یعنی شعاع بحرانی مورد سؤال باشد آنگاه پاسخ صحیح $r_2=r_{cr}=\frac{k}{\alpha}$ است و گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

مثال۲۵: ضریب هدایت حرارتی بی‌نهایت بزرگ با کدام مورد همخوانی دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{dT}{dx}=0$ ۲) $\frac{dT}{dx}=\infty$ ۳) $\frac{dT}{dx}=$ عدد ثابت ۴) $\frac{dT}{dx}=f(x)$

☑**پاسخ: گزینه «۱»** با استفاده از رابطه شار حرارتی هدایتی (قانون فوریه) داریم:

$$q''=-k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx}=-\frac{q''}{k} \Rightarrow k\to\infty : \frac{dT}{dx}\to 0$$

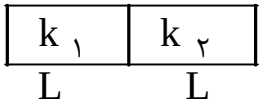
در واقع زمانی که ضریب هدایت حرارتی (k) بینهایت بزرگ باشد، گرادیان دما در جسم بینهایت کوچک (صفر) است و نمودار دما بصورت خط صاف افقی می‌باشد (شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ صفر است).

مثال۲۶: یک دیواره مرکب از دو جنس مختلف با هدایت حرارتی k_1,k_2 با ضخامت یکسان تشکیل شده است. هدایت حرارتی معادل کدام است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) k_1k_2 ۲) k_1+k_2 ۳) $\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$ ۴) $\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}$

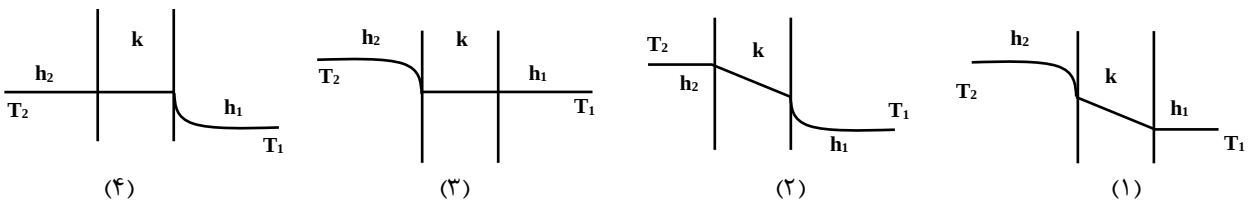
☑**پاسخ: گزینه «۳»** مقاومت معادل برابر است با مجموع مقاومت دو قسمت بنابراین:



$$R_1=\frac{L}{k_1A},\ R_2=\frac{L}{k_2A},\ R=\frac{2L}{kA}$$

$$\Rightarrow R=R_1+R_2 \Rightarrow \frac{2L}{kA}=\frac{L}{k_1A}+\frac{L}{k_2A} \Rightarrow \frac{2}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2} \Rightarrow \frac{2}{k}=\frac{k_1+k_2}{k_1k_2} \Rightarrow k=\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$$

مثال۲۷: صفحه‌ای دو سیال به دمای T_1,T_2 را از هم جدا می‌کند. $(T_2>T_1)$. اگر $h_2 >> h_1$ باشد کدام توزیع دما منطقی‌تر است؟(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑**پاسخ: گزینه «۱»** با توجه به اینکه $T_۲ > T_۱$ بنابراین حرارت از سیال سمت چپ به صفحه و از صفحه به سیال سمت راست منتقل می‌شود.

$h_۱ >> h_۲$ بنابراین مقاومت جابه‌جایی بین دیواره سمت راست و سیال مجاور آن $(R_۱ = \frac{۱}{h_۱A})$ بسیار کوچکتر از مقاومت جابه‌جایی بین دیواره سمت چپ و سیال مجاور آن $(R_۲ = \frac{۱}{h_۲A})$ می‌باشد.

اگر اختلاف دمای بین سیال سمت راست و دیواره مجاور آن را $\Delta T_۱$ و اختلاف دمای بین سیال سمت چپ و دیواره مجاور آن را $\Delta T_۲$ بنامیم، خواهیم داشت:

$$q = \frac{\Delta T_۲}{R_۲} = \frac{\Delta T_۱}{R_۱} \ , \ \Delta T_۲ = T_۲ - T_{w۲} \ , \ \Delta T_۱ = T_۱ - T_{w۱} \ , \ R_۲ = \frac{۱}{h_۲A} \ , R_۱ = \frac{۱}{h_۱A}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲} = \frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\frac{۱}{h_۱A}}{\frac{۱}{h_۲A}}, h_۱ >> h_۲ \ \Rightarrow \ \frac{۱}{h_۱A} << \frac{۱}{h_۲A} \ \Rightarrow \ \Delta T_۱ << \Delta T_۲$$

به عبارت دیگر اختلاف دما بین سیال سمت راست و دیوار مجاور آن در مقایسه با اختلاف دما بین سیال سمت چپ و دیوار مجاور آن بسیار ناچیز است و بنابراین می‌توان دمای دیواره سمت راست را تقریباً برابر $T_۱$ فرض کرد. همچنین دما در داخل دیوار به صورت خط شیب‌دار می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۸: سه دیواره فلزی با ضخامت یکسان و سطح مقطع یکسان به ترتیب دارای ضریب هدایت حرارتی $k_۳ = ۳a, k_۲ = ۲a, k_۱ = a$ هستند. به ازای شار حرارتی مساوی، نسبت اختلاف دمای دیواره‌ها مطابق با کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱:۲:۳ ۲) ۳:۲:۱ ۳) ۱:۱:۱ ۴) اطلاعات مسأله ناقص است.

☑**پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** شار حرارتی عبوری از سه دیواره برابر است. بنابراین:

$$q'' = k_۱\frac{\Delta T_۱}{L} = k_۲\frac{\Delta T_۲}{L} = k_۳\frac{\Delta T_۳}{L} \Rightarrow \ a\Delta T_۱ = ۲a\Delta T_۲ = ۳a\Delta T_۳ \ \Rightarrow \ \Delta T_۱ = ۲\Delta T_۲ = ۳\Delta T_۳$$

$$\Delta T_۳ = ۱ \ \Rightarrow \ \Delta T_۲ = \frac{۳}{۲}, \Delta T_۱ = ۳ \ \Rightarrow \ ۱:۱/۵:۳$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۹: بین اختلاف ولتاژ، گرادیان دما و تفاوت فشار چه شباهتی وجود دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) به ترتیب نیروی محرکه الکتریکی، انتقال حرارت و جریان یک سیال هستند.

۲) چون واحدهای متفاوتی دارند شباهتی با یکدیگر ندارند.

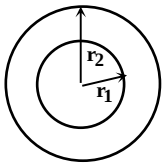
۳) چون مربوط به سه پدیده متفاوت هستند شباهتی ندارند.

۴) هر کدام یکی از صورت‌های انرژی را بیان می‌کنند.

☑**پاسخ: گزینه «۱»** اختلاف ولتاژ عامل جریان الکتریکی، گرادیان دما عامل انتقال حرارت و تفاوت فشار عامل جریان یک سیال می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۰: مقاومت حرارتی هدایتی برای کره در شکل زیر برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) $\frac{\frac{۱}{r_۱} - \frac{۱}{r_۲}}{۲\pi k}$ ۲) $\frac{\frac{۱}{r_۱} - \frac{۱}{r_۲}}{۴\pi k}$

۳) $\frac{۴\pi k}{\frac{۱}{r_۲} - \frac{۱}{r_۱}}$ ۴) $\frac{۲\pi k}{\frac{۱}{r_۲} - \frac{۱}{r_۱}}$

☑**پاسخ: گزینه «۲»** مقاومت هدایتی در کره برابر است با:

$$R = \frac{۱}{۴\pi k}(\frac{۱}{r_۱} - \frac{۱}{r_۲})$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۱: لوله توخالی که پوششی بر روی آن مالیده‌ایم اگر دمای سطح داخلی T_1 و دمای سطح خارجی T_2 باشد و یک منبع حرارتی داشته باشیم توزیع دما برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) $T - T_2 = \frac{-\dot{q}}{4k}[(\frac{r_2}{r_1})^2 - r^2]$

۲) $T - T_2 = \frac{\dot{q}}{4k}[(\frac{r_2}{r_1})^2 - 1]r^2$

۳) $T - T_2 = (T_1 - T_2) + \frac{\frac{\dot{q}(r_1^2 - r_2^2)}{4k}}{Ln(\frac{r_1}{r_2})} Ln(\frac{r}{r_2})$

۴) $T - T_2 = \frac{\dot{q}}{4k}(r_2^2 - r^2) + \frac{(T_1 - T_2) + \dot{q}(r_1^2 - r_2^2)/4k}{Ln(\frac{r_1}{r_2})} Ln(\frac{r}{r_2})$

☑**پاسخ: گزینه «۴»** رابطه توزیع دما در لوله بصورت مقابل می‌باشد: $T = -\frac{\dot{q}r^2}{4k} + C_1 Lnr + C_2$

که ثابت‌های C_1 و C_2 از شرایط مرزی بدست می‌آیند. در این مسأله شرایط مرزی بصورت مقابل می‌باشد: $T(r_1) = T_1 , T(r_2) = T_2$

اگر این شرایط مرزی را در رابطه توزیع دما قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$T_1 = -\frac{\dot{q}r_1^2}{4k} + C_1 Lnr_1 + C_2 \quad ; \quad T_2 = -\frac{\dot{q}r_2^2}{4k} + C_1 Lnr_2 + C_2$$

از حل دو معادله بالا، دو مجهول C_1, C_2 بدست می‌آیند و در نهایت با جایگزینی مقادیر C_1 , C_2، رابطه توزیع دما بصورت زیر حاصل می‌شود:

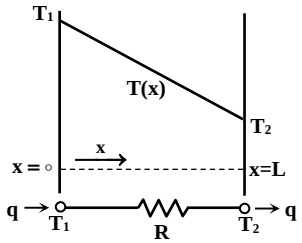
$$T - T_2 = \frac{\dot{q}}{4k}(r_2^2 - r^2) + \frac{(T_1 - T_2) + \dot{q}(r_1^2 - r_2^2)/4k}{Ln(\frac{r_1}{r_2})} Ln(\frac{r}{r_2})$$

راه حل دوم (تستی): شرایط مرزی مسأله فقط در گزینه «۴» صدق می‌کنند.

نکته: پاسخ بسیاری از تست‌هایی که رابطه توزیع دما در جسم مدنظر می‌باشد با جایگذاری شرایط مرزی مشخص می‌شود. در نتیجه در تست‌هایی شبیه به این تست هیچ نیازی به حل مسأله ندارید (زیرا حل مسأله زمان بر می‌باشد.) و فقط کافیست که شرایط مرزی را در گزینه‌ها جایگزین کنید که معمولاً فقط در یک گزینه صدق می‌کنند. اگر شرایط مرزی در بیش از یک گزینه صدق کرد، آنگاه به سراغ حل مسأله بروید.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۲: انتقال حرارت به صورت یک بعدی (one dimentional) ودر حالت ثابت (steady–state) در یک بدنه با مشخصات شکل زیر از کدام یک از روابط ذیل تبعیت می‌نماید. A سطح مقطع و k ضریب انتقال حرارت است. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)



۱) $q = \left[\frac{T_2 - T_1}{\frac{L}{Ak}}\right]$ ۲) $q = \left[\frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{Ak}}\right]$

۳) $q = \left[\frac{T_1 - T_2}{\frac{A}{Lk}}\right]$ ۴) $q = \left[\frac{T_1 - T_2}{\frac{Lk}{A}}\right]$

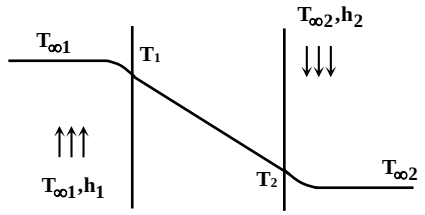
☑**پاسخ: گزینه «۲»** انتقال حرارت هدایتی یک بعدی در داخل دیوار در حالت ثابت (پایا) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q = KA\frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{KA}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۳: در صورتی که دو طرف ورقه (بدنه) مسأله قبل با سیال با مشخصات شکل زیر در تماس باشد،کدام یک از روابط ذیل نشان دهنده میـزان انتقال حرارت به ازای واحد سطح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)



۱) $q=\frac{T_{\infty_1}-T_{\infty_2}}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}$ ۲) $q=\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}$

۳) $q=\frac{T_{\infty_2}-T_{\infty_1}}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}$ ۴) $q=\frac{T_{\infty_1}-T_{\infty_2}}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}$

☑**پاسخ: گزینه «۴»** میزان انتقال حرارت از سیال با دمای بیشتر (T_{∞_1}) بـه سـیال بـا دمـای کمتـر (T_{∞_2}) برابـر اسـت بـا اخـتلاف دمـای دو سـیال $(T_{\infty_1}-T_{\infty_2})$ تقسیم بر مقاومت حرارتی کل بین دو سیال $(\sum R)$. بنابراین:

$$q=\frac{T_{\infty_1}-T_{\infty_2}}{\sum R} \quad , \quad \sum R=\frac{1}{h_1A}+\frac{L}{kA}+\frac{1}{h_2A}$$

در نتیجه میزان انتقال حرارت به ازای واحد سطح $(A=1)$، برابر است با:

$$q=\frac{T_{\infty_1}-T_{\infty_2}}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}$$

مثال۳۴: دمای سطح یک راکتور ثابت نگه داشته می‌شود. برای کاهش اتلاف گرمایی آن را با سه لایه عایق می‌پوشانیم. درصورتی که ضرایب انتقال حرارت عایق‌ها به ترتیب برابر $k_1>k_2>k_3$ باشد، ترتیب قرار گرفتن لایه‌های عایق چگونه باشد تا اتلاف گرمایی کمترین مقدار خود را داشته باشد.

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) لایه عایق k_2 را در روی سطح راکتور قرار می‌دهیم.
۲) لایه عایق k_1 را در روی سطح راکتور قرار می‌دهیم.
۳) لایه عایق k_3 را روی سطح راکتور قرار می‌دهیم.
۴) فرقی ندارد.

☑**پاسخ: گزینه «۳»** برای اینکه کمترین اتلاف گرمایی را داشته باشیم، باید ابتدا لایه‌ای را قرار دهیم که ضریب هدایت کوچکتری دارد.

مثال۳۵: رابطه‌ای جهت هدایت حرارتی یک بعدی در حالت ثابت (steady state) در جامد استوانه‌ای شکل با ضـریب هـدایت حرارتـی ثابـت k انتخاب کنید: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{dT}{dr}\right]=0$ ۲) $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left[r^2\frac{dT}{dr}\right]=0$ ۳) $\frac{d^2T}{dr^2}=0$ ۴) $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[\frac{dT}{dr}\right]=0$

☑**پاسخ: گزینه «۱»** هدایت حرارتی یک بعدی در استوانه در حالت ثابت (پایا)، بدون منبع تولید انرژی داخلی و با ضریب هدایت حرارتی ثابت k از رابطـه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr})=0$$

مثال۳۶: درصورتی که سیستم مندرج در مسأله قبل دارای منبع انرژی داخلی به میزان $g_0(\frac{w}{m^3})$ باشد، کدام ترم به رابطه اضافه می‌گردد؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) به طرف دوم رابطه $\frac{1}{k}g_0$ ۲) به طرف اول رابطه kg_0 ۳) به طرف اول رابطه $\frac{1}{k}g_0$ ۴) به طرف دوم رابطه kg_0

☑**پاسخ: گزینه «۳»** رابطه هدایت حرارتی یک بعدی در استوانه در حالت ثابت با منبع تولید داخلی g_0 و با ضریب هدایت حرارتی ثابت k بصورت زیر می‌باشد:

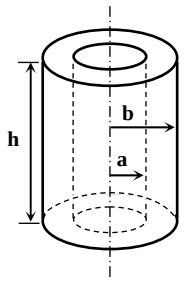
$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr})+\frac{g_0}{k}=0$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۷: استوانه‌ای توخالی به شعاع داخلی a وشعاع خارجی b و ضخامت t = b - a با مشخصات شکل زیر مفروض است. در صورتی که $A_\circ$ مساحت سطح داخلی استوانه و A_1 مساحت سطح خارجی استوانه باشد، متوسط لگاریتمی مساحت استوانه (A_m) از کدامیک از روابط ذیل قابل برآورد و محاسبه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)



۱) $A_m = \frac{A_\circ - A_1}{Ln(\frac{A_\circ}{A_1})}$

۲) $A_m = \frac{A_1 - A_\circ}{Ln(\frac{A_1}{A_\circ})}$

۳) $A_m = \frac{A_1 - A_\circ}{Ln(\frac{A_\circ}{A_1})}$

۴) $A_m = \frac{A_\circ - A_1}{Ln(\frac{A_1}{A_\circ})}$

☑**پاسخ: گزینه «۱ و ۲»** متوسط لگاریتمی مساحت استوانه (A_m) از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$A_m = \frac{A_1 - A_\circ}{Ln(\frac{A_1}{A_\circ})} = \frac{A_\circ - A_1}{Ln(\frac{A_\circ}{A_1})}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۸: هدایت حرارتی (Conduction) حالتی است که در آن حرارت از ..... انتقال می‌یابد. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) ناحیه حرارت بالا به ناحیه حرارت پایین

۲) ناحیه حرارت پایین به ناحیه حرارت بالا

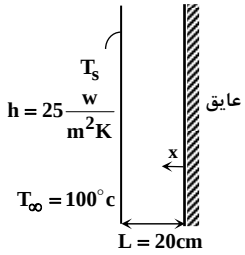
۳) ناحیه پایین ظرف به ناحیه بالای ظرف

۴) قسمت بالای ظرف به قسمت پایین ظرف

☑**پاسخ: گزینه «۱»** طبق قانون دوم ترمودینامیک، حرارت از ناحیه با درجه حرارت بالا به ناحیه با درجه حرارت پایین انتقال می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۹: یک سمت دیوار یک بعدی مطابق شکل عایق و سمت دیگر در محیط جابه‌جایی است. در داخل دیوار چشمه حرارتی با شدت $\dot{q} = ۱۰^۴ (۱ - \frac{x}{L}) \frac{W}{m^۲}$ وجود دارد. مطلوب است دمای دیوار در تماس با سیال برحسب درجه سانتیگراد. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $T_s = ۷۰$

۲) $T_s = ۵۰۰$

۳) $T_s = ۱۰۰$

۴) $T_s = ۱۴۰$

☑**پاسخ: گزینه «۴»** در حالت پایا، حرارت تولید شده در داخل دیواره، برابر است با حرارت منتقل شده از دیواره به سیال. (سمت راست دیواره عایق است پس تنها راه انتقال حرارت از دیواره، از سمت چپ آن است که به سیال مجاور می‌باشد). در نتیجه داریم:

حرارات منتقل شده به سیال مجاور = حرارت تولید شده در دیواره

$$\text{حرارت تولید شده} = \int \dot{q} dV = \int \dot{q} A dx = A \int_\circ^L ۱۰^۴ (۱ - \frac{x}{L}) dx = A \times ۱۰^۴ (x - \frac{x^۲}{۲L}) \Big|_\circ^L = A \times ۱۰^۴ (L - \frac{L^۲}{۲L})$$

$$= ۱۰^۴ \times \frac{AL}{۲} \ , \ L = ۰/۲ \Rightarrow \text{حرارت تولید شده} = ۱۰^۴ \times \frac{A \times ۰/۲}{۲} = ۱۰۰۰A$$

$$\text{حرارت منتقل شده به سیال} = hA\Delta T = ۲۵A(T_s - ۱۰۰) \Rightarrow ۱۰۰۰A = ۲۵A(T_s - ۱۰۰) \Rightarrow T_s = ۱۴۰^\circ c$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۰: در یک مبدل حرارتی آب به وسیله بخار فوق اشباع در حال جوشش است. مقاومت کنترل کننده حرارت: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

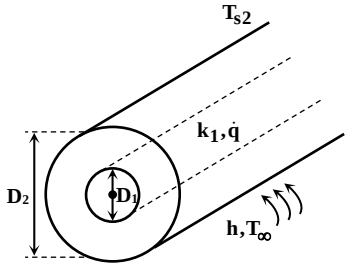
۱) آب در حال جوش می‌باشد.
۲) بخار فوق اشباع می‌شود.
۳) دیواره تماس دو سیال می‌باشد.
۴) مقاومت‌های حرارتی تقریباً برابر هستند.

☑**پاسخ: گزینه «۲»** ضریب جابه‌جایی (h) آب در حال جوش، بزرگ است بنابراین مقاومت جابه‌جایی آب در حال جوش ($R = \frac{۱}{hA}$) کم می‌باشد. همچنین در مبدلها، جنس لوله‌ها از مواد با رسانایی حرارتی بالا (K بزرگ) و ضخامت لوله‌ها کم می‌باشد بنابراین مقاومت هدایتی لوله‌ها نیز کم است. اما ضریب جابه‌جایی بخار فوق اشباع، کوچک است، بنابراین مقاومت جابه‌جایی بخار فوق اشباع ($R = \frac{۱}{hA}$) زیاد بوده و بیشتر از سایر مقاومت‌هاست. در نتیجه مقاومت کنترل کننده حرارت، بخار فوق اشباع می‌باشد.

نکته: مقاومت کنترل کننده بزرگترین مقاومت حرارتی در مبدل می‌باشد.

نکته: ضریب جابه‌جایی (h) سیالات در حالت تغییر فاز (جوشش، میعان) زیاد و در حالت فوق اشباع کم است.

مثال۴۱: یک میله استوانه‌ای طویل و توپر به قطر ۱۵cm و ضریب هدایت $۱\frac{W}{m.k}$، در داخل آن حرارتی بطور یکنواخت به مقدار $۳۰۰۰۰\frac{W}{m^۳}$ تولید می‌شود. این میله داخل یک پوشش استوانه‌ای به ضخامت ۲۰۰mm و ضریب هدایت $۵\frac{W}{m.k}$ قرار دارد. سطح خارجی عایق در معرض جریان هوا با دمای ۲۵°C و ضریب جابه‌جایی $۲۰\frac{W}{m^۲.k}$ قرار دارد. مطلوبست: دمای سطح خارجی عایق (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) ۳۵°C
۲) ۴۰°C
۳) ۴۵°C
۴) ۵۰°C

☑**پاسخ: گزینه «۲»** حرارت تولید شده در استوانه، به طریق جابه‌جایی از سطح خارجی عایق به هوای اطراف منتقل می‌شود. بنابراین:

$$\text{حرارت تولید شده} = q = \dot{q}V = \dot{q}\pi R_۱^۲ L \quad ; \quad \text{حرارت منتقل شده به هوا} = q = hA\Delta T = h(۲\pi R_۲ L)(T_w - T_\infty)$$

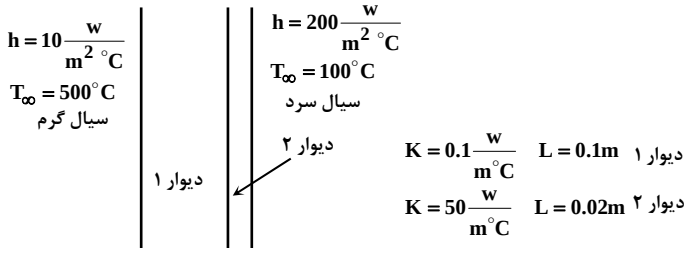
که در روابط بالا، $R_۱$ شعاع استوانه و $R_۲$ شعاع استوانه به همراه عایق می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\dot{q}\pi R_۱^۲ L = h(۲\pi R_۲ L)(T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w = \frac{\dot{q}R_۱^۲}{۲hR_۲} + T_\infty$$

اگر مقادیر عددی پارامترها را در رابطه بالا جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$T_w = \frac{۳۰۰۰۰ \times ۰/۰۷۵^۲}{۲ \times ۲۰ \times ۰/۲۷۵} + ۲۵ \Rightarrow T_w = ۴۰/۳^\circ C$$

مثال۴۲: در شکل نشان داده شده مقاومت تعیین کننده در انتقال حرارت کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) دیوار ۱
۲) دیوار ۲
۳) سیال گرم
۴) سیال سرد

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۱» مقاومت تعیین کننده، بزرگترین مقاومت حرارتی موجود می‌باشد. ابتدا مقدار مقاومت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مقاومت دیوار ۱} = R_1 = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0/1}{0/1A} = \frac{1}{A}\frac{^\circ C.m^2}{W} \quad \text{و} \quad \text{مقاومت دیوار ۲} = R_2 = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{0/02}{50A} = \frac{4}{1000A}\frac{^\circ C.m^2}{W}$$

$$\text{مقاومت سیال گرم} = R_3 = \frac{1}{hA} = \frac{1}{10A}\frac{^\circ C.m^2}{W} \quad \text{و} \quad \text{مقاومت سیال سرد} = R_4 = \frac{1}{hA} = \frac{1}{200A}\frac{^\circ C.m^2}{W}$$

بنابراین مقاومت دیوار (۱) از سایر مقاومت‌ها بیشتر است. در نتیجه مقاومت تعیین کننده، دیوار (۱) می‌باشد. (A مساحت مقطع دیوار است.)

مثال ۴۳: دیوار مسطحی به ضخامت ۲۰cm و دماهای سطوح ۲۰°C و ۲۰۰°C مفروض است. چنانچه ضریب هدایت دیوار با رابطه $K = 0/3(1+10^{-3}T)$ داده شده باشد (T بر حسب °C و K بر حسب $\frac{W}{m.k}$) شار انتقال حرارت از دیوار را بر حسب $\frac{W}{m^2}$ حساب کنید.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینه «۳» از قانون فوریه داریم:

$$q'' = \frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$

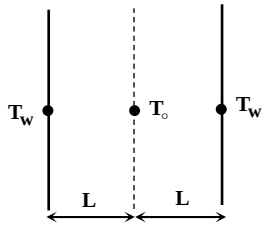
اگر طرفین تساوی بالا را در dx ضرب کنیم و از طرفین تساوی در طول دیوار انتگرال معین بگیریم، شار حرارتی در دیوار بدست می‌آید:

$$q''dx = -kdT \Rightarrow q''dx = -0/3(1+10^{-3}T)dT \Rightarrow \int_0^L q''dx = \int_{T_1}^{T_2} -0/3(1+10^{-3}T)dT$$

$$\Rightarrow q''.x\Big|_0^L = -0/3(T + \frac{10^{-3}}{2}T^2)\Big|_{T_1}^{T_2} \Rightarrow q''.L = -0/3\,[(T_2 - T_1) + \frac{10^{-3}}{2}(T_2^2 - T_1^2)]$$

$$L = 0/2m, T_1 = 200^\circ C, T_2 = 20^\circ C \Rightarrow q'' = \frac{-0/3[(20-200) + \frac{10^{-3}}{2}(20^2 - 200)^2]}{0/2} \Rightarrow q'' = 299/7 \simeq 300\frac{w}{m^2}$$

مثال ۴۴: جسم صلب زیر دارای منبع حرارتی $\dot{q}$ می‌باشد توزیع دما برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



۱) $\frac{T - T_w}{T_w - T_0} = (\frac{x}{L})^2$

۲) $\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = (\frac{x}{L})^2$

۳) $\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = \frac{1}{L}x^2$

۴) $\frac{T - T_w}{T_w - T_0} = \frac{x}{L^2}$

پاسخ: گزینه «۲» توزیع دما در دیوار مسطح که دارای منبع حرارتی بوده و دمای دو طرف آن برابر با T_w می‌باشد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = (\frac{x}{L})^2$$

راه حل تستی: (فرض کنیم که شما رابطه بالا را نمی‌دانید)، شرایط مرزی مسأله بصورت مقابل می‌باشد: $x = 0 : T = T_0 \; ; \; x = L : T = T_w$

شرایط مرزی فقط در گزینه «۲» صدق می‌کنند.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۵: کدام‌یک از گزاره‌های زیر در انتقال حرارت هدایتی صادق است؟ (مهندسی مکانیک آزاد ۸۲)

۱) در یک لوله Q و شار حرارتی هر دو مقداری ثابت می‌باشند.

۲) در یک لوله شار حرارتی ثابت و Q با عکس شعاع تغییر می‌کند.

۳) در یک لوله Q مقداری است ثابت و شار حرارتی با عکس شعاع تغییر می‌کند.

۴) در یک لوله Q مقداری است ثابت و شار حرارتی با شعاع تغییر نمی‌کند.

☑**پاسخ: گزینه «۳»** در لوله، نرخ انتقال حرارت (Q) ثابت است و شار حرارتی $(\frac{Q}{A})$ متناسب با عکس شعاع می‌باشد.

مثال۴۶: مقاومت حرارتی یک استوانه توخالی که مکانیزم انتقال حرارت در آن به صورت هدایتی می‌باشد، چقدر خواهد بود اگر $r_i = ۰/۱m$، $r_۰ = ۰/۲m$، $k = ۰/۰۵۵\frac{w}{mk}$ و $L = ۲m$. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) $۱۰/۲۵\frac{k}{w}$ ۲) $۲/۳۵\frac{k}{w}$ ۳) $۱/۰۰\frac{k}{w}$ ۴) $۰/۵۶\frac{k}{w}$

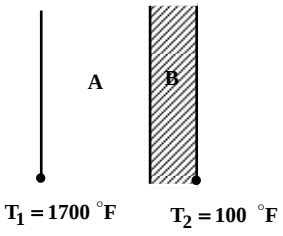
☑**پاسخ: گزینه «۳»** رابطه مقاومت حرارتی در استوانه با شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی $r_۰$ بصورت مقابل می‌باشد: $R = \frac{Ln(\frac{r_۰}{r_i})}{۲\pi Lk}$

اگر مقادیر عددی پارامترها را در رابطه بالا جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$R = \frac{Ln(\frac{۰/۲}{۰/۱})}{۲\pi(۲)(۰/۰۵۵)} = ۱\frac{K}{W}$$

مثال۴۷: دیوار A به ضخامت ۰/۷ft با لایه عایق B به ضخامت ۰/۱ft پوشیده شده است. میزان حرارت انتقال یافته در حالت پایا را محاسبه نمایید.

$k_B = ۰/۰۴\frac{BTU}{hr\ ft.^\circ F}$ $k_A = ۰/۶\frac{BTU}{hr\ ft.^\circ F}$ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) $۳۰۰\frac{BTU}{hr.ft^۲}$

۲) $۴۶۴\frac{BTU}{hr.ft^۲}$

۳) $۲۳۲\frac{BTU}{hr.ft^۲}$

۴) $۱۵۰\frac{BTU}{hr.ft^۲}$

☑**پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** شار حرارتی هدایتی (q'') انتقال یافته از سمت چپ دیوار A (با دمای $T_۱$) به سمت راست عایق B (با دمای $T_۲$) برابر است با:

$$q'' = \frac{q}{A}, q = \frac{T_۱ - T_۲}{\Sigma R}, \Sigma R = R_۱ + R_۲$$

در روابط بالا، $R_۱$ مقاومت حرارتی دیوار و $R_۲$ مقاومت حرارتی عایق می‌باشند. بنابراین:

$$\sum R = \frac{L_۱}{K_۱A} + \frac{L_۲}{K_۲A} \Rightarrow q = \frac{T_۱ - T_۲}{\frac{L_۱}{k_۱A} + \frac{L_۲}{k_۲A}} \Rightarrow q'' = \frac{q}{A} = \frac{T_۱ - T_۲}{\frac{L_۱}{k_۱} + \frac{L_۲}{k_۲}} \Rightarrow q'' = \frac{۱۷۰۰ - ۱۰۰}{\frac{۰/۷}{۰/۶} + \frac{۰/۱}{۰/۰۴}} \Rightarrow q'' = ۴۳۶/۴\ BTU/hr.ft^۲$$

این مقدار در هیچ کدام از گزینه‌ها موجود نمی‌باشد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۸: در مسأله قبل اگر حداکثر حرارت انتقال یافته $۳۰۰\frac{BTU}{hr.ft^۲}$ باشد، ضخامت لایه عایق چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) $۰/۳۶ft$ ۲) $۰/۱۸ft$ ۳) $۰/۱ft$ ۴) $۰/۰۵ft$

☑**پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** طبق رابطه بدست آمده از پاسخ تست قبل داریم:

$$q''=\frac{T_۱-T_۲}{\frac{L_۱}{k_۱}+\frac{L_۲}{k_۲}} \Rightarrow ۳۰۰=\frac{۱۷۰۰-۱۰۰}{\frac{۰/۷}{۰/۶}+\frac{L_۲}{۰/۰۴}} \Rightarrow ۳۰۰=\frac{۱۶۰۰}{\frac{۷}{۶}+۲۵L_۲}$$

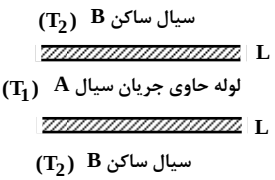
$$\Rightarrow \frac{۷}{۶}+۲۵L_۲=\frac{۱۶۰۰}{۳۰۰} \Rightarrow ۲۵L_۲=\frac{۱۶}{۳}-\frac{۷}{۶} \Rightarrow L_۲=۰/۱۶۷ft$$

این مقدار در هیچکدام از گزینه‌ها موجود نیست. اگر بخواهیم یک گزینه را انتخاب کنیم، گزینه «۲» به مقدار بالا نزدیک‌تر است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۹: برای افزایش انتقال حرارت بین سیال A و محیط اطراف آن در صورتی که $T_۱ > T_۲$ و L ضخامت لوله حاوی جریان A باشد، چه راه حلی پیشنهاد می‌نمایید؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) تغییر جنس لوله
۲) تغییر ضخامت لوله
۳) افزایش تفاوت $T_۱$ و $T_۲$
۴) به حرکت درآوردن سیال B



☑**پاسخ: گزینه «۴»** نرخ انتقال حرارت (q) برابر است با اختلاف دمای دو سیال تقسیم بر مجموع مقاومت‌های حرارتی بین دو سیال: $q=\frac{\Delta T}{\Sigma R}$

مجموع مقاومت‌ها شامل مقاومت جابجایی بین سیال A و سطح داخلی لوله $(R_۱)$، مقاومت هدایتی لوله $(R_۲)$ و مقاومت جابه‌جایی بین سطح خارجی لوله وسیال B$(R_۳)$ می‌باشد که رابطه آنها بصورت زیر است:

$$\Sigma R=R_۱+R_۲+R_۳ \quad , \quad R_۱=\frac{۱}{h_۱A_۱} \ , \ R_۲=\frac{Ln(r_۰/r_i)}{۲\pi LK} \ , \ R_۳=\frac{۱}{h_۲A_۲}$$

در نتیجه نرخ انتقال حرارت (q) از سیال A به سیال B برابراست با:

$$q=\frac{T_۱-T_۲}{\frac{۱}{h_۱A_۱}+\frac{Ln(r_۰/r_i)}{۲\pi Lk}+\frac{۱}{h_۲A_۲}}$$

با توجه به رابطه بالا، هرچه اختلاف دما $(T_۱-T_۲)$ بیشتر شود، نرخ انتقال حرارت(q) بیشتر می‌شود. همچنین هرچه ضرایب جابه‌جایی دو سیال $(h_۲,h_۱)$ و ضریب هدایت لوله (k) بیشتر شود، مقاومت‌ها کاهش می‌یابند (مخرج کوچک می‌شود) و نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. بنابراین با تغییر جنس لوله به نحوی که ضریب هدایت (k) افزایش یابد، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد (گزینه ۱).

افزایش تفاوت $T_۱$ و $T_۲$ نیز نرخ انتقال حرارت را افزایش می‌دهد (گزینه ۳).

به حرکت در آوردن سیال B، باعث افزایش ضریب جابه‌جایی سیال $B(h_۲)$ می‌شود و در نتیجه افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود (گزینه ۴). بنابراین سه گزینه «۱» و «۳» و «۴» صحیح می‌باشند. اما بهترین و راحت‌ترین راه، به حرکت در آوردن سیال B می‌باشد، زیرا از بین این سه مقاومت، بیشترین مقاومت حرارتی، مقاومت جابه‌جایی سیال B$(\frac{۱}{h_۲A})$ است و کاهش آن تأثیر بیشتری در کاهش مقاومت کل (ΣR) دارد. به علاوه به حرکت در آوردن سیال B از بقیه راه‌ها، ساده‌تر می‌باشد. در نتیجه راه حل پیشنهادی گزینه « ۴» می‌باشد.

نکته: گزینه «۲» نمی‌تواند صحیح باشد، زیرا نمی‌دانیم که شعاع خارجی لوله از شعاع بحرانی بیشتر است یا نه، بنابراین نمی‌دانیم که ضخامت لوله را باید کم کنیم یا زیاد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۰: در چه صورت لایه‌ای از برف در پشت‌بام می‌تواند به صورت یک لایه عایق حرارتی عمل نماید؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

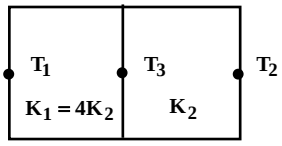
۱) اگر محیط اطراف طوری باشد که از ذوب شدن آن جلوگیر نماید.
۲) نمی‌تواند.
۳) اگر ضخامت آن خیلی زیاد باشد.
۴) در صورتی که محیط اطراف طوری باشد که شروع به ذوب شدن نماید.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑**پاسخ: گزینه «۱»** از آنجا که در داخل لایه برف، هوا وجود دارد (و مقاومت هدایتی هوا خیلی زیاد است)، بنابراین مقاومت هدایتی نسبتاً خوبی دارد و می‌تواند به صورت یک لایه عایق حرارتی عمل نماید (در صورتی که از ذوب شدن آن جلوگیری شود).

مثال۵۱: دیواره مرکبی تشکیل شده از دو دیواره مسطح که از نظر هندسی کاملاً مشابه می‌باشند (با مشخصات شکل زیر) در حالت پایا دمای فصل مشترک بین دو دیواره ($T_۳$) چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



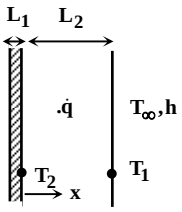
۱) $\frac{۱}{۵}(۴T_۲ + T_۱)$
۲) $\frac{۱}{۲}(T_۱ + T_۲)$
۳) $\frac{۱}{۵}(۴T_۱ + T_۲)$
۴) $\frac{۱}{۴}(۴T_۱ + T_۲)$

☑**پاسخ: گزینه «۳»** در حالت پایا، شار حرارتی عبوری از دو دیوار، ثابت و با هم برابر است، بنابراین:

$$q'' = \frac{k_۱}{L}(T_۱ - T_S) = \frac{k_۲}{L}(T_S - T_۲)\ ,\ k_۱ = ۴k_۲ \ \Rightarrow\ \frac{۴k_۲}{L}(T_۱ - T_S) = \frac{k_۲}{L}(T_S - T_۲)$$

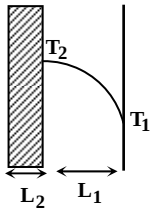
$$\Rightarrow\ ۴(T_۱ - T_S) = T_S - T_۲ \ \Rightarrow\ ۴T_۱ + T_۲ = ۵T_S \ \Rightarrow\ T_S = \frac{۱}{۵}(۴T_۱ + T_۲)$$

مثال۵۲: در صورتی که $\dot{q}$ منبع حرارتی یکنواخت ($\frac{W}{m^۳}$) باشد، درجه حرارت بین لایه $L_۲$ و $L_۱$ چه مقدار خواهد بود؟ ($x \to ۰$, $T_۲ = ?$) (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) از $T_۱$ کمتر است.
۲) برابر $T_۱$ است.
۳) از $T_۱$ بیشتر است.
۴) مفهوم نیست.

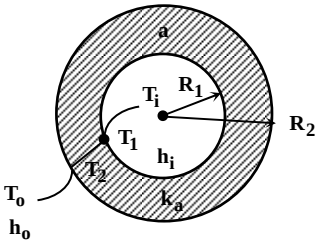
☑**پاسخ: گزینه «۳»** از شکل صورت سؤال چنین برمی‌آید که لایه $L_۲$ عایق است. بنابراین مسأله ما، یک دیوار با منبع حرارت داخلی $\dot{q}$ است که از یک طرف عایق می‌باشد. در این حالت توزیع دما در داخل دیوار به صورت شکل مقابل می‌باشد و دمای $T_۲$ از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$T_۲ = \frac{\dot{q}L_۱^۲}{۲k} + T_۱$$

بنابراین با توجه به شکل و رابطه بالا، دمای $T_۲$ از $T_۱$ بیشتر می‌باشد.

مثال۵۳: در داخل و خارج لوله a (شکل مقابل) سیال در جریان است. روابط حاکم بر سیستم کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) $q = \frac{T_i - T_o}{\sum R}\ ,\ \sum R = \frac{۱}{۲\pi r_i L h_i} + \frac{Ln\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)}{k_a} + \frac{۱}{h_o}$

۲) $q = \frac{T_i - T_o}{\sum R}\ ,\ \sum R = \frac{۱}{۲\pi r_۱ h_i} + \frac{Ln\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)}{k_a} + \frac{۱}{h_o}$

۳) $q = \frac{T_i - T_o}{\frac{\Delta r_۱}{h_i A_i} + \frac{\Delta r_۲}{h_o A_o}}$

۴) $q = \frac{T_i - T_o}{\sum R}\ ,\ \sum R = \frac{۱}{۲\pi r_۱ L h_i} + \frac{Ln\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)}{۲\pi k_a L} + \frac{۱}{۲\pi r_۲ L h_o}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نرخ انتقال حرارت در لوله (q) برابر است با نسبت اختلاف دمای کل $(T_i - T_o)$ به مقاومت حرارتی کل (ΣR) بین داخل و خارج لوله:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\Sigma R}$$

مقاومت کل برابر است با مجموع مقاومت جابه‌جایی سیال داخل لوله (R_1)، مقاومت هدایتی جداره لوله (R_2) و مقاومت جابه‌جایی سیال خارج لوله (R_3):

$$\Sigma R = R_1 + R_2 + R_3 \quad , \quad R_1 = \frac{1}{h_i A_1} = \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_i} \ , \ R_2 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_a L} \ , \ R_3 = \frac{1}{h_o A_2} = \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_o}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\Sigma R} \ , \ \Sigma R = \frac{1}{2\pi r_1 L h_i} + \frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi k_a L} + \frac{1}{2\pi r_2 L h_o}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۴: ضخامت بحرانی عایق در لوله‌ها به چه دلیلی بیان می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) افزایش ضخامت عایق موجب ازدیاد سطح و افزایش انتقال حرارت می‌شود.

۲) ضخامت بحرانی براساس حداکثر کردن افت حرارتی لوله‌ای با عایق استوانه‌ای به دست می‌آید.

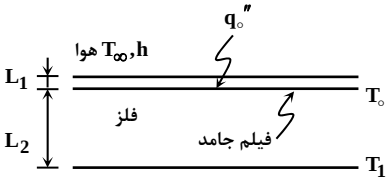
۳) افزایش ضخامت عایق بیشتر از شعاع بحرانی موجب افزایش هزینه خرید عایق و کاهش انتقال حرارت است.

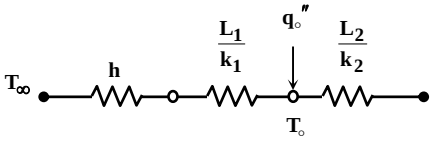
۴) این مسأله فقط در مورد عایق الکتریکی معنی دارد و در مورد عایق حرارتی قطر بهینه بی‌معنی است.

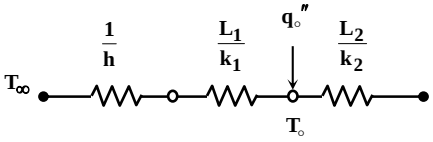
☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر شعاع لوله به همراه عایق بیشتر از شعاع بحرانی $(\frac{k}{h})$ باشد، افزایش ضخامت عایق، موجب کاهش انتقال حرارت (و افزایش هزینه خرید عایق) و اگر ضخامت عایق کمتر از شعاع بحرانی باشد، افزایش ضخامت عایق، موجب افزایش انتقال حرارت از لوله به محیط می‌شود.

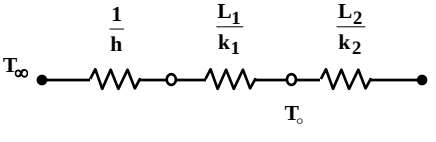
◆ ◆ ◆ ◆

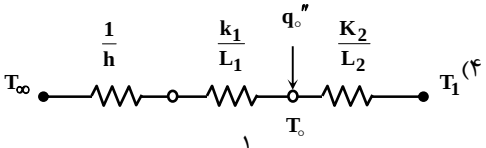
مثال۵۵: در شکل زیر شار حرارتی q_o'' به صورت تشعشع به سطح نشان داده شده برخورد کرده و جذب می‌شود و دمای سطح در T_o ثابت است. مدار معادل حرارتی در شرایط پایا به صورت کدامیک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱)


۲)


۳)


۴)


☑ **پاسخ: گزینه «۲»** بین هوای محیط و سطح با دمای T_o، مقاومت جابه‌جایی هوای اطراف $(R = \frac{1}{hA})$ و مقاومت هدایتی فیلم جامد $(\frac{L_1}{k_1 A})$ وجود دارد. بین سطح با دمای T_o و سطح با دمای T_1، مقاومت هدایتی فلز $(\frac{L_2}{k_2 A})$ قرار دارد. همچنین شار حرارتی q_o'' به سطح با دمای T_o وارد می‌شود. بنابراین گزینه «۲» صحیح می‌باشد (در شکل‌ها مساحت مقطع برابر یک متر مربع در نظر گرفته شده است.)

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۶: استوانه توخالی به شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 در معرض انتقال حرارت پایا (STEADY STATE) قرار گرفته به طوری‌که درجه حرارت داخلی آن T_1 و درجه حرارت خارجی آن T_2 گردیده است. اگر ضریب هدایت حرارتی لوله تابعی از درجه حرارت بـه صـورت $K = K_\circ(1+bT)$ باشد (b ضریب ثابت است)، انتقال حرارت بازای طول لوله($\frac{q}{L}$) از کدام رابطه پیروی می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) $-2\pi k_\circ \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$

۲) $-2\pi k_\circ [1 + \frac{b}{2}(T_2 + T_1)] \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$

۳) $-2\pi k_\circ \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$

۴) $2\pi k_\circ \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه نرخ انتقال حرارت هدایتی یک بعدی در استوانه به صورت زیر می‌باشد:

$$q = -kA\frac{dT}{dr}\ ,\ A = 2\pi rL \ \Rightarrow\ q = -2\pi rLk\frac{dT}{dr}$$

اگر عبارت مربوط به k را در رابطه بالا جایگزین و دو طرف تساوی را مرتب کنیم، خواهیم داشت:

$$q = -2\pi rLk_\circ(1+bT)\frac{dT}{dr} \ \Rightarrow\ \frac{q}{L}.\frac{dr}{r} = -2\pi k_\circ(1+bT)dT$$

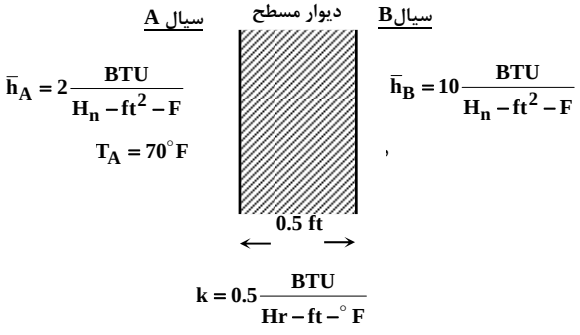
اکنون اگر از رابطه بالا از $r = r_1$ تا $r = r_2$ انتگرال معین بگیریم، نتیجه می‌شود:

$$\int_{r_1}^{r_2}\frac{q}{L}\frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} -2\pi k_\circ(1+bT)dT \ \Rightarrow\ \frac{q}{L}\ln r\Big|_{r_1}^{r_2} = -2\pi k_\circ(T + \frac{b}{2}T^2)\Big|_{T_1}^{T_2}$$

$$\Rightarrow\ \frac{q}{L}\ln(\frac{r_2}{r_1}) = -2\pi k_\circ\left[(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2)\right] = -2\pi k_\circ 1 + \frac{b}{2}(T_2 + T_1)(T_2 - T_1) \Rightarrow \frac{q}{L} = -2\pi k_\circ\left(1 + \frac{b}{2}(T_2 + T_1)\right)\frac{T_2 - T_1}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۷: دیواره‌ای مسطح با مشخصات شکل زیر از یک طرف با سیال A و از طرف دیگر با سیال B تبادل حرارت می‌نماید. میزان انتقال حرارت به ازای واحد سطح از این دیواره برابر است با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)



۱) $31\frac{BTU}{Hr - ft^2}$

۲) $41\frac{BTU}{Hr - ft^2}$

۳) $21\frac{BTU}{Hr - ft^2}$

۴) $51\frac{BTU}{Hr - ft^2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** مقدار شار حرارتی (q'') که از سیال سمت چپ به دیوار و از دیوار به سیال سمت راست منتقل می شود، برابر است با اختلاف دمای سیال سمت چپ و سیال سمت راست $(T_A - T_B)$ تقسیم بر مقاومت حرارتی کل. بنابراین:

$$q'' = \frac{T_A - T_B}{\Sigma R}\ ,\ \Sigma R = \frac{1}{h_A.A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_B.A}$$

$$\Rightarrow\ q'' = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{h_A.A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_BA}} \ \Rightarrow\ \frac{q''}{A} = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{h_A} + \frac{L}{k} + \frac{1}{h_B}} = \frac{70 - 20}{\frac{1}{2} + \frac{0/5}{0/5} + \frac{1}{10}} = 31/25$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۸: در مسئله‌ی قبل درجه حرارت سطوح دیواره در تماس با سیال A و B به ترتیب برابرند با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) ۵۴ و ۲۳ ۲) ۶۰ و ۲۵ ۳) ۴۰ و ۳۰ ۴) ۳۵ و ۳۵

☑**پاسخ: گزینه «۱»** اگر دمای سمت چپ دیوار را T_1 و دمای سمت راست دیوار را T_2 بنامیم، خواهیم داشت:

$$\frac{q}{A} = h_A(T_A - T_1) \Rightarrow ۳۱/۲۵ = ۲(۷۰ - T_1) \Rightarrow T_1 = ۵۴/۴^\circ F$$

$$\frac{q}{A} = h_B(T_2 - T_B) \Rightarrow ۳۱/۲۵ = ۱۰(T_2 - ۲۰) \Rightarrow T_2 = ۲۳/۱۲^\circ F$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۹: سیال A در داخل مخزنی دو جداره که از جداره خارجی آن مایع خنک‌کننده B قرار دارد در حال خنک شدن است. مؤثرترین روش افزایش انتقال حرارت عبارتست از: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) افزایش ضریب هدایت حرارتی A ۲) افزایش ضریب هدایت حرارتی دیواره مخزن

۳) کاهش ضخامت دیواره مخزن ۴) به حرکت درآوردن B

☑**پاسخ: گزینه «۴»** به حرکت در آوردن سیال B (گزینه ۴) باعث افزایش ضریب جابه‌جایی (h) سیال B و افزایش نرخ انتقال حرارت از جدار لوله به سیال B می‌شود، در نتیجه به حرکت در آوردن سیال B، انتقال حرارت از سیال A به سیال B را افزایش می‌دهد.

افزایش ضریب هدایت حرارتی (k) دیواره مخزن (گزینه ۲) نیز باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود، اما به حرکت در آوردن سیال B موثرتر و آسان‌تر می‌باشد. افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال A (گزینه ۱) تأثیر چندانی بر نرخ انتقال حرارت ندارد زیرا در انتقال حرارت در سیالات، ضریب جابه‌جایی حائز اهمیت می‌باشد. همچنین کاهش ضخامت دیواره مخزن (گزینه ۳) ممکن است باعث کاهش نرخ انتقال حرارت شود زیرا نمی‌دانیم که شعاع خارجی از شعاع بحرانی بیشتر است یا نه. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۶۰: روی لولهٔ استوانه‌ای به شعاع r_i به اندازهٔ شعاع بحرانی $r = r_c$ عایق گذاشته‌ایم. ضمناً ضخامت عایق به اندازه‌ای است که مقاومت رسانشی در عایق و مقاومت جابه‌جایی در خارج لوله با هم برابرند. در این صورت نسبت $\frac{r}{r_i}$ برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱/۶۴ ۲) ۲ ۳) ۲/۷۲ ۴) ۵/۴۴

☑**پاسخ: گزینه «۳»**

$$\text{مقاومت جابه‌جایی در خارج لوله} = \frac{۱}{h(۲\pi rL)} \quad \text{و} \quad \text{مقاومت رسانشی در عایق} = \frac{Ln(\frac{r}{r_i})}{۲\pi Lk}$$

در روابط بالا، r شعاع خارجی لوله پس از گذاشتن عایق می‌باشد که طبق صورت مسأله برابر با شعاع بحرانی است: $r = r_c = \frac{k}{h}$.

(شعاع بحرانی عایق در لوله برابر $r_c = \frac{k}{h}$ می‌باشد). درصورت مسأله قید شده که مقاومت رسانشی در عایق و مقاومت جابه‌جایی در خارج لوله برابرند. در نتیجه داریم:

$$\frac{Ln(\frac{r}{r_i})}{۲\pi Lk} = \frac{۱}{h(۲\pi rL)} \;,\; r = r_c = \frac{k}{h} \Rightarrow \frac{Ln(\frac{r}{r_i})}{۲\pi Lk} = \frac{۱}{h(۲\pi \frac{k}{h} L)}$$

$$\Rightarrow Ln(\frac{r}{r_i}) = \frac{۲\pi Lk}{۲\pi kL} = ۱ \Rightarrow \frac{r}{r_i} = e = ۲/۷۱۸$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶۱: در مورد عایق‌های لیفی (مثل پشم شیشه) نسبت $\phi = \frac{\text{حجم هوای به تله افتاده}}{\text{حجم هوا + حجم الیاف}}$ می‌تواند معرف کیفیت عایق باشد. به ازای چه مقدار ϕ عایق بهتری داریم؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) هر چه ϕ بزرگتر باشد عایق مطلوبتر است.
۲) هر چه ϕ کمتر باشد عایق مطلوبتر است.
۳) برای عایق سرماسازی ϕ کوچک و برای عایق گرما ϕ بزرگ مطلوب است.
۴) مقدار ϕ تأثیری در مطلوبیت عایق ندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** هر چه حجم هوای به تله افتاده در عایق بیشتر باشد، کیفیت عایق بهتر است. زیرا ضریب هدایت هوا پایین است و به خوبی بر سر راه انتقال حرارت، مقاومت ایجاد می‌کند.

مثال۶۲: یک میله فلزی به شعاع ۱۰ سانتیمتر و طول ۲۵ سانتیمتر مفروض است. این میله از هر طرف با فلاکس ثابت $۵۰۰\frac{W}{m^۲}$ حرارت داده می‌شود. دمای محیط $۲۰^\circ C$ و ضریب انتقال حرارت $۴۰\frac{W}{m^۲{}^\circ C}$ می‌باشد. دمای سطح خارجی این میله برابر است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

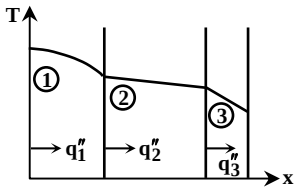
۱) $۴۰^\circ C$ ۲) $۳۵^\circ C$ ۳) $۳۰^\circ C$ ۴) $۲۵^\circ C$

☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** از هر طرف به میله شار حرارتی ثابت $۵۰۰\frac{w}{m^۲}$ وارد می‌شود. حرارت ورودی به میله به طریق جابه‌جایی به هوای اطراف منتقل می‌شود. بنابراین: $q = hA(T_s - T_\infty)$ = حرارت خروجی و $q = q''.A = ۵۰۰A$ = حرارت ورودی

در روابط بالا، A مساحت سطح، استوانه می‌باشد (مساحت قاعده‌ها به اضافه سطح جانبی). در نتیجه با مساوی قرار دادن عبارات بالا خواهیم داشت:

$$\text{حرارت ورودی} = \text{حرارت خروجی} \Rightarrow ۵۰۰A = hA(T_s - T_\infty) \Rightarrow ۵۰۰ = ۴۰(T_s - ۲۰) \Rightarrow T_s - ۲۰ = \frac{۵۰۰}{۴۰} \Rightarrow T_s = ۳۲/۵^\circ C$$

مثال۶۳: در شکل زیر توزیع دمای پایا در یک دیوارهٔ مرکب که از سه ماده با ضرائب هدایت حرارتی و مساحت همسان تشکیل شده است دیده می‌شود کدام یک از جملات زیر q'' شار حرارتی در مرزها می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $q_۱'' < q_۳'' < q_۲''$
۲) $q_۱'' < q_۲'' < q_۳''$
۳) $q_۱'' < q_۲'', q_۳'' > q_۲''$
۴) $q_۱'' < q_۲'', q_۳'' = q_۲''$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** توزیع دما در داخل یک دیوار فقط در حالتی خطی است که دیوار در شرایط پایا و بدون منبع حرارتی بوده و ضریب هدایت حرارتی آن (k) ثابت باشد (تابع دما نباشد). همان‌طور که در شکل صورت مسأله ملاحظه می‌شود توزیع دما در دیوارهای (۲) و (۳) خطی است. در نتیجه شرایط مسأله پایاست و این دو دیوار بدون منبع حرارتی بوده و ضریب هدایت حرارتی آنها ثابت است. همچنین در صورت مسأله قید شده که ضریب هدایت سه دیوار یکسان است در نتیجه ضریب هدایت دیوار (۱) هم ثابت است. در شرایط پایا و در حالیکه ضریب هدایت یک دیوار ثابت است، توزیع دما فقط در حالی بصورت منحنی است که دیوار دارای منبع حرارتی باشد. بنابراین دیوار (۱) دارای منبع حرارتی است. در نتیجه حرارت در داخل دیوار (۱) تولید شده و به دیوارهای (۲) و (۳) منتقل می‌شود. چون شرایط پایاست و دیوار (۲) فاقد منبع حرارتی است در نتیجه حرارت منتقل شده از دیوار (۱) به دیوار (۲) (حرارت در مرز (۲)) برابر است با حرارت منتقل شده از دیوار (۲) به دیوار (۳) (حرارت در مرز (۳)) بنابراین: $q_۲'' = q_۳''$.

همچنین، شیب نمودار دما $(\frac{\partial T}{\partial x})$ در مرز (۱) صفر می‌باشد، بنابراین با توجه به قانون فوریه داریم: $q_۱'' = -k\frac{dT}{dx}\ ,\ \frac{dT}{dx} = ۰ \Rightarrow q_۱'' = ۰$

بنابراین: $q_۱'' < q_۲'' = q_۳''$.

نکته: شار حرارتی عبوری از دو دیوار (۲) و (۳) و ضریب هدایت حرارتی آنها با هم برابر است. در نتیجه با توجه به قانون فوریه $q_۱'' = -k\frac{dT}{dx}$، شیب نمودار دما در این دو دیوار باید برابر باشد (در شکل صورت مسأله شیب نمودارها متفاوت است).

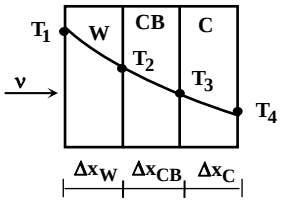
نکته: در یک دیوار مرکب اگر توزیع دما در داخل دیوارها خطی باشد، شار حرارتی عبوری از آنها با هم برابر است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶۴: مقاومت در مقابل انتقال حرارت هر کدام از دیواره‌های شکل زیر به ازای واحد سطح ($1m^2$) برابر $R_W = 1$, $R_{CB} = 1/5$, $R_C = 2/5$ برحسب $\frac{^\circ K}{W}$ است. میزان انتقال حرارت هدایت برابر با کدام‌یک از گزینه‌ها است در صورتی‌که $T_4 = 300^\circ K$ و $T_1 = 250^\circ K$ باشد. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)



Heat flow through a composite wall.

۱) $-10\ W$

۲) $+10\ W$

۳) $+5\ W$

۴) قابل محاسبه نمی‌باشد.

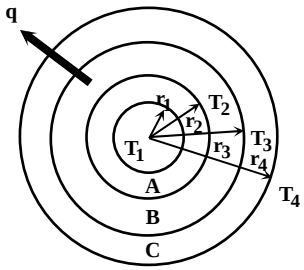
☑**پاسخ: گزینه «۱»** شار حرارتی (نرخ انتقال حرارت بر واحد سطح) برابر است با اختلاف دمای کل تقسیم بر مقاومت کل بر واحد سطح:

$$q'' = \frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_4}{R_w + R_{CB} + R_C} = \frac{250 - 300}{1 + 1/5 + 2/5} = \frac{-50}{5} = -10 \quad w$$

علامت منفی به این معناست که حرارت از سمت راست دیوار به سمت چپ آن منتقل می‌شود ($T_4 > T_1$ و توزیع دمای رسم شده در شکل صحیح نمی‌باشد).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۶۵: انتقال حرارت در لوله چند جداره با مشخصات شکل زیر از کدام‌یک از روابط ذیل تبعیت می‌نماید؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)



۱) $q = \frac{(T_1 - T_4)2\pi L}{\frac{Ln(\frac{r_2}{r_1})}{K_A} + \frac{Ln(\frac{r_3}{r_2})}{K_B} + \frac{Ln(\frac{r_4}{r_3})}{K_C}}$

۲) $q = \frac{Ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi K_A L}$

۳) $q = \frac{Ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi K_B L}$

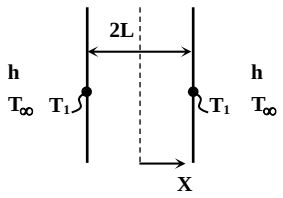
۴) هیچ‌کدام

☑**پاسخ: گزینه «۱»** نرخ انتقال حرارت (q) برابر است با اختلاف دمای کل $(T_1 - T_4)$ تقسیم بر مقاومت کل:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{\Sigma R} \quad و \quad \Sigma R = \frac{Ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi L K_A} + \frac{Ln(\frac{r_3}{r_2})}{2\pi L k_B} + \frac{Ln(\frac{r_4}{r_3})}{2\pi L k_C} \Rightarrow q = \frac{(T_1 - T_4)2\pi L}{Ln(\frac{r_2}{r_1})/k_A + Ln(\frac{r_3}{r_2})/k_B + Ln(\frac{r_4}{r_3})/k_C}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۶۶: در صفحه‌ای به ضخامت $2L$ حرارت با نرخ $\dot{q}(W/m^3)$ تولید می‌شود. اگر جداره‌ها در دو طرف در دمای T_1 و محیط دارای دمای $T_\infty (T_1 > T_\infty)$ و سطح نیز برابر A باشد، مقدار حرارت انتقال یافته از صفحه به محیط در شرایط پایا چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $q = \dot{q}$

۲) $q = \dot{q}(L.A)$

۳) $q = 2\dot{q}L.A$

۴) $q = \dot{q}(\frac{L.A}{2})$

☑**پاسخ: گزینه «۳»** در شرایط پایا، تمام حرارت تولید شده در صفحه به محیط انتقال می‌یابد، بنابراین:

حرارت تولید شده در صفحه = حرارت منتقل شده به محیط

حرارت منتقل شده به محیط $= 2\dot{q}LA \Rightarrow$ حرارت تولید شده در صفحه $= \dot{q}V = \dot{q}(2LA) = 2\dot{q}LA$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

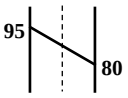
مثال۶۷: در عایق‌بندی یک کوره از چهار نوع عایق $k_A > k_B > k_C > k_D$ استفاده شده و دیده شده که اتلاف حرارت از کوره ماکزیمم است. به نظر شما ترتیب عایق‌بندی مطابق کدام شکل انجام شده است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی، نانو مواد ـ سراسری ۸۵)

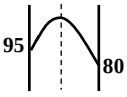
۱) کوره]A|B|C|D ۲) کوره]D|A|B|C ۳) کوره]D|C|B|A ۴) کوره]A|D|C|B

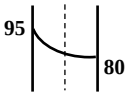
☑**پاسخ: گزینه «۱»** در عایق‌بندی کوره کمترین اتلاف حرارتی را زمانی خواهیم داشت که ترتیب قرار گرفتن عایق‌ها از عایق با کمترین ضریب هدایت (k_D) تا عایق با بیشترین ضریب هدایت (k_A) باشد، به عبارت دیگر داشته باشیم:]D|C|B|A

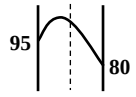
همچنین بیشترین اتلاف حرارتی را زمانی داریم که ترتیب عایق‌ها از عایق با بیشترین ضریب هدایت (k_A) تا عایق با کمترین ضریب هدایت (k_D) باشد به عبارت دیگر داشته باشیم:]A|B|C|D

مثال۶۸: جریان الکتریسیته ۳۴۰۰۰ آمپری از داخل صفحه فولادی بلندی به ضخامت ۱۲/۵mm و پهنای ۱۰۰ میلی‌متر عبور می‌کند. اگر دمای یک طرف صفحه $80^\circ C$ و دمای طرف دیگر صفحه $95^\circ C$ باشد، کدام‌یک از پروفیل‌های دما برای این صفحه صحیح‌است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی، نانو مواد ـ سراسری ۸۵)

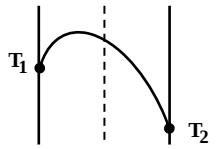
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

☑**پاسخ: گزینه «۴»** ضخامت صفحه نسبت به پهنای آن کم است، بنابراین می‌توانیم توزیع دما در صفحه را یک بعدی فرض کنیم. در نتیجه مسأله شبیه به حالتی می‌شود که یک دیوار مسطح با منبع حرارتی داخلی داریم که دمای دو طرف دیوار با هم برابر نیست. همان طور که در متن کتاب اشاره کردیم توزیع دما در این حالت به صورت شکل مقابل است:



مطابق شکل، توزیع دما به صورتی است که نقطه با دمای ماکزیمم به وجهی که دمای آن بالاتر است (T_1) نزدیک‌تر می‌باشد.

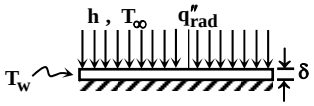
مثال۶۹: میله فلزی نازک و بلندی به شعاع ۱Cm دارای تولید انرژی داخلی $200\frac{kW}{m^3}$ است. میله درمحیطی به دمای $T_\infty = 5^\circ C$ و ضریب جابه‌جایی $h = 10\frac{W}{m^2.^\circ C}$ قرار دارد. دمای سطح میله چقدر است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی، نانو مواد ـ سراسری ۸۵)

۱) $55^\circ C$ ۲) $105^\circ C$ ۳) $155^\circ C$ ۴) $205^\circ C$

☑**پاسخ: گزینه «۲»** در انتقال حرارت یک بعدی از یک میله با منبع تولید حرارت داخلی $\dot{q}$، دمای سطح میله (T_s) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r}{2h} = 5 + \frac{200\times10^3\times0/01}{2\times10} = 105^\circ c$$

مثال۷۰: در شکل زیر صفحه تخت افقی با دمای T_w و ضخامت δ وجود دارد. فلاکس حرارتی q''_{rad} توسط تشعشع از بالا به سطح جسم می‌رسد و قسمت پایین آن عایق‌بندی شده است. دمای هوای بالای صفحه T_∞ و ضریب جابه‌جایی انتقال حرارت h می‌باشد. معادله دیفرانسیل که بیانگر تغییرات دمایی صفحه باشد به صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی بیوتکنولوژی، نانو مواد ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{kT}(T-T_\infty) + \frac{q''_{rad}}{k\delta} = 0$

۲) $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{h}{kT}(T-T_\infty) + \frac{q''_{rad}}{k\delta} = 0$

۳) $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{h}{kT}(T-T_\infty) - \frac{q''_{rad}}{k\delta} = 0$

۴) $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{kT(T-T_\infty)} - \frac{q''_{rad}}{k\delta} = 0$

☑**پاسخ: گزینه «۱»** حرارت به طریق تشعشعی از سطح بالایی وارد و از همین سطح به طریق جابه‌جایی به هوای اطراف منتقل می‌شود. بنابراین نرخ خالص حرارت ورودی به صفحه برابر است با: $q = q''_{rad}A - hA(T_w - T_\infty)$

چون ضخامت صفحه (δ) کم است می‌توانیم حرارت خالص ورودی به صفحه را به عنوان منبع حرارت داخلی در نظر بگیریم. معادله هدایت حرارتی یک بعدی با منبع تولید حرارت داخلی در شرایط پایا به صورت مقابل است:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \qquad (I)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در رابطه بالا $\dot{q}$ نرخ تولید حرارت در واحد حجم در جسم می‌باشد. در این مسأله حرارت خالص ورودی به صفحه در واحد حجم صفحه را محاسبه و به جای $\dot{q}$ در رابطه بالا جایگزین می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\text{حرارت خالص ورودی} = q = q''_{rad}A - hA(T_w - T_\infty) \Rightarrow \dot{q} = \frac{q}{V} = \frac{1}{V}(q''_{rad}A - hA(T_w - T_\infty))$$

$$, V = A.\delta \Rightarrow \dot{q} = \frac{1}{A.\delta}(q''_{rad}\,A - hA(T_w - T_\infty)) \Rightarrow \dot{q} = \frac{q''_{rad}}{\delta} - \frac{h}{\delta}(T_w - T_\infty)$$

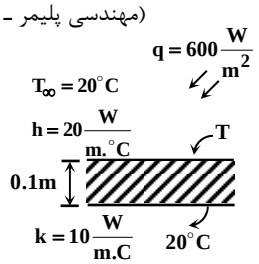
اگر این مقدار $\dot{q}$ را در معادله هدایت حرارتی (معادله I) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{k}\left(\frac{q''_{rad}}{\delta} - \frac{h}{\delta}(T_w - T_\infty)\right) = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{k\delta}(T_w - T_\infty) + \frac{q''_{rad}}{k\delta} = 0$$

اگر در گزینه اول در مخرج h، δ جایگزین T شود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۱: شدت تابش ثابت $600\frac{W}{m^2}$ به یک صفحه برخورد می‌کند. مطابق شکل دمای T چقدر است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



۱) $T = 25^\circ C$

۲) $T = 20^\circ C$

۳) $T = 15^\circ C$

۴) $T = 10^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در صورت سوال مشخص نشده که سطح پایینی صفحه عایق است یا در معرض هوا. اگر سطح پایینی عایق باشد در نتیجه انتقال حرارت از این سطح نخواهیم داشت. بنابراین انتقال حرارت فقط از سطح بالایی انجام می‌شود، در نتیجه شار حرارتی ورودی به صفحه بالایی به طریق تابشی برابر است با شار حرارتی خروجی از آن به طریق جابه‌جایی، بنابراین: $q'' = h(T - T_\infty) \Rightarrow 600 = 20(T - 20) \Rightarrow 30 = T - 20 \Rightarrow T = 50^\circ C$ اما اگر سطح پایین در معرض هوا باشد، دمای این هوا دیگر $20^\circ C$ نمی‌تواند باشد، زیرا در آن صورت دمای سطح پایینی بیشتر از $20^\circ C$ می‌بود(چون از سطح بالایی به سطح پایینی و از سطح پایینی به هوای مجاور آن انتقال حرارت صورت می‌گیرد). بنابراین دمای هوای مجاور سطح پایینی کمتر از $20^\circ C$ است. که مقدار آن را فعلاً نمی‌دانیم در این حالت انتقال حرارت هم از سطح بالایی و هم از سطح پایینی به هوای مجاور آنها صورت می‌گیرد. مقدار حرارت منتقل شده از سطح پایینی به هوای مجاورش برابر است با مقدار حرارت هدایتی منتقل شده در داخل صفحه از سطح بالایی به سطح پایینی. در نتیجه موازنه انرژی در صفحه به صورت زیر خواهد بود:

شار حرارتی خروجی = شار حرارتی ورودی

$$q'' = h(T - T_\infty) + k\frac{(T - 20)}{L} \Rightarrow 600 = 20(T - 20) + 10\frac{(T - 20)}{0/1} \Rightarrow 600 = 20T - 400 + 100T - 2000 \Rightarrow 120T = 3000 \Rightarrow 25^\circ C$$

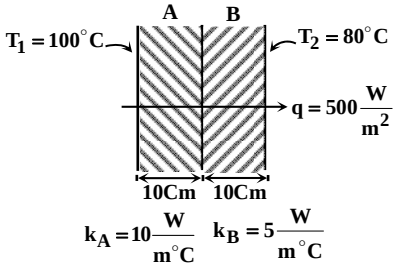
نکته: اگر مورد سوال دمای هوای مجاور سطح پایینی می‌بود، مقدار آن را به راحتی و به صورت زیر می‌توان بدست آورد:

$$k\frac{(25 - 20)}{L} = h(20 - T'_\infty) \Rightarrow \frac{10 \times 5}{0/1} = 20(20 - T'_\infty) \Rightarrow 500 = 400 - 20T'_\infty \Rightarrow T'_\infty = -5^\circ C$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۲: دو صفحه A و B در تماس می‌باشند. شدت انتقال حرارت پایا $500\frac{W}{m^2}$ است. مقاومت حرارتی در محل تماس این دو صفحه چقدر است؟

(مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



۱) $0/01^\circ\frac{C}{W}$

۲) $0/02^\circ\frac{C}{W}$

۳) $0/03^\circ\frac{C}{W}$

۴) $0^\circ\frac{C}{W}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** مقدار شار حرارتی هدایتی (q) برابر است با اختلاف دمای دو طرف صفحات $(T_1 - T_2)$ تقسیم بر مقاومت حرارتی کل در واحد سطح کل بین این دو سطح و مقاومت حرارتی کل در واحد سطح برابر است با مجموع مقاومت هدایتی در واحد سطح صفحه $A(R''_A)$، مقاومت هدایتی در واحد سطخ صفحه $B(R''_B)$ و مقاومت تماسی در واحد سطح بین این دو صفحه (R''_t). در نتیجه خواهیم داشت:

$$q'' = \frac{T_1 - T_2}{\sum R''} \ , \ \sum R'' = R''_A + R''_B + R''_t = \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + R''_t = \frac{۰/۱}{۱۰} + \frac{۰/۱}{۵} + R''_t \Rightarrow \Sigma R'' = ۰/۰۳ + R''_t$$

$$\Rightarrow ۵۰۰ = \frac{۱۰۰ - ۸۰}{۰/۰۳ + R''_t} \Rightarrow R''_t = ۰/۰۱ \frac{^\circ C}{W}$$

توضیح: چون مقدار شار حرارتی (q'') را داریم، لذا از مقاومت در واحد سطح استفاده کردیم $(R'' = \frac{R}{A})$.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۳: در یک کره به شعاع $r_\circ$، تولید حرارت با شدت $\dot{q} \frac{W}{m^3}$ وجود دارد، معادله توزیع دما در حالت پایا کدام گزینه است؟

(مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)

۱) $T = \frac{\dot{q}}{۳k} r^۳ - \frac{c_۱}{r} + c_۲$ ۲) $T = -\frac{\dot{q}}{۶k} r^۲ - c_۱ Lnr + c_۲$ ۳) $T = -\frac{\dot{q}}{۶k} r^۲ - \frac{c_۱}{r} + c_۲$ ۴) $T = -\frac{\dot{q}}{۳k} r^۳ - c_۱ Lnr + c_۲$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله هدایت حرارتی در کره در شرایط پایا و با منبع تولید حرارت داخلی به صورت مقابل است: $\frac{۱}{r^۲} \frac{d}{dr}(r^۲ \frac{dT}{dr}) + \frac{\dot{q}}{k} = ۰$

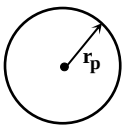
در نتیجه با استفاده از رابطه بالا، توزیع دما را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{r^۲} \frac{d}{dr}(r^۲ \frac{dT}{dr}) = -\frac{\dot{q}}{k} \Rightarrow \frac{d}{dr}(r^۲ \frac{dT}{dr}) = -\frac{\dot{q}}{k} r^۲ \Rightarrow r^۲ \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{k} \frac{r^۳}{۳} + C_۱$$

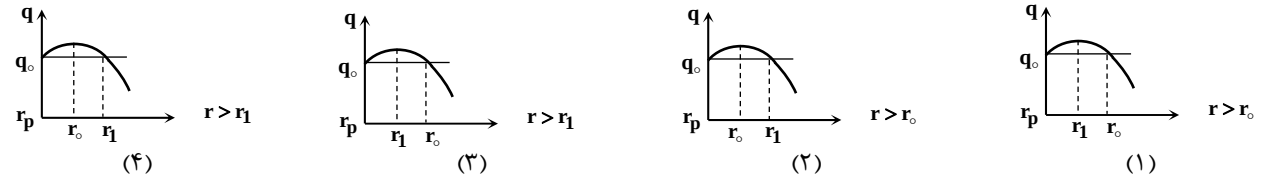
$$\Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{k} \frac{r}{۳} + \frac{C_۱}{r^۲} \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}}{۶k} r^۲ - \frac{C_۱}{r} + C_۲$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۴: در نظر است که لوله‌ای به شعاع r_p و دمای بیرونی $۱۵۰^\circ C$ را با عایقی با ضریب انتقال حرارت هدایتی $k = ۰/۱ \frac{W}{m.^\circ C}$ عایق‌بندی نمائیم، اگر $r_\circ$ شعاع بحرانی عایق باشد، کدام گزینه در خصوص شدت اتلاف می‌تواند درست باشد و شعاع مناسب عایق چقدر می‌تواند باشد؟



(مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



☑ **پاسخ: گزینه «۴»** بیشترین اتلاف حرارتی در شعاع بحرانی $(r_\circ)$ اتفاق می‌افتد. شعاع لوله (r_p) از شعاع بحرانی عایق کمتر است و مقدار اتلاف حرارتی در حالت بدون عایق $q_\circ$ می‌باشد (در همه نمودارها مشخص است). بنابراین با عایق‌بندی لوله تا زمانی که شعاع عایق به شعاع بحرانی برسد اتلاف حرارتی افزایش می‌یابد. پس از رسیدن شعاع عایق به شعاع بحرانی با افزایش ضخامت عایق میزان اتلاف حرارتی کاهش می‌یابد تا در شعاع $r_۱ (r_۱ > r_\circ > r_p)$ به مقدار اولیه $q_\circ$ برسد. پس از رسیدن شعاع عایق به $r_۱$ همچنان با افزایش شعاع عایق اتلاف حرارتی کاهش می‌یابد. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۵: نرخ انتقال حرارت از یک پنجره‌ی شیشه‌ای q می‌باشد. اگر پنجره دو جداره شود (به جای یک لایه، دو لایه شیشه نصب شود). با فرض یکسان بودن ضرائب انتقال حرارت، نرخ انتقال حرارت تقریباً برابر چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲} q$ ۲) $\frac{۱}{۴} q$ ۳) $\frac{۱}{۳} q$ ۴) $\frac{۲}{۳} q$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

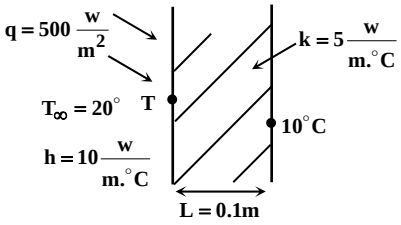
☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابط نرخ انتقال حرارت هدایتی (q) از جدار پنجره بصورت مقابل می‌باشد: $q = kA\frac{\Delta T}{L}$

در رابطه بالا، L ضخامت پنجره شیشه‌ای است. زمانی که پنجره را دو جداره می‌کنیم، ضخامت شیشه (L) دو برابر می‌شود و بنابراین با توجه به رابطه بالا، نرخ انتقال حرارت نصف می‌شود:

$$q_۱ = kA\frac{\Delta T}{L_۱}, q_۲ = kA\frac{\Delta T}{L_۲} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{L_۱}{L_۲}, L_۲ = ۲L_۱ \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{L_۱}{۲L_۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow q_۲ = \frac{۱}{۲}q_۱$$

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال۷۶: به یک صفحه به ضخامت ۰/۱m تشعشع با شدت $۵۰۰\frac{w}{m^۲}$ وجود دارد. سمت دیگر صفحه $۱۰^\circ C$ است. از سمت تشعشع انتقال حرارت جابه‌جائی نیز وجود دارد دمای T چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱) $T = ۲۵^\circ C$

۲) $T = ۲۰^\circ C$

۳) $T = ۱۵^\circ C$

۴) $T = ۳۰^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شار حرارتی ورودی به دیوار از طریق تشعشع و جابه‌جایی (از سمت چپ دیوار) برابر است با شار حرارتی هدایت شده در دیوار. بنابراین:

$$q + h(T_\infty - T) = K\frac{\Delta T}{L}$$

$$\Rightarrow ۵۰۰ + ۱۰(۲۰ - T) = \frac{۵(T - ۱۰)}{۰/۱} \Rightarrow ۵۰۰ + ۲۰۰ - ۱۰T = ۵۰T - ۵۰۰ \Rightarrow ۶۰T = ۱۲۰۰ \Rightarrow T = ۲۰^\circ C$$

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال۷۷: در یک صفحه بزرگ به ضخامت ۲۰cm تولید گرما به شدت $۱۰^۵\frac{w}{m^۳}$ وجود دارد. ضریب انتقال حرارت هدایتی $k = ۵۰\frac{w}{m^\circ.C}$ است. اختلاف دمای مرکز صفحه و روی صفحه چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $۱۰^\circ C$ ۲) $۲۰^\circ C$ ۳) $۴۰^\circ C$ ۴) $۳۰^\circ C$

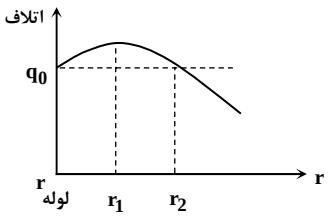
☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه دمای ماکزیمم (دما در مرکز صفحه) در صفحه با تولید منبع داخلی $\dot{q}$ به صورت مقابل می‌باشد: $T_\circ = \frac{\dot{q}L^۲}{۲k} + T_S$

که در رابطه بالا L نصف ضخامت صفحه T_S دمای سطح صفحه و $T_\circ$ دمای مرکز آن می‌باشد. بنابراین از رابطه بالا نتیجه می‌گیریم:

$$T_\circ - T_S = \frac{\dot{q}L^۲}{۲k} = \frac{۱۰^۵ \times ۰/۱^۲}{۲ \times ۵۰} = ۱۰^\circ C$$

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال۷۸: شکل زیر اتلاف حرارت از یک لوله را نشان می‌دهد. $r_{لوله}$ شعاع لوله است. r نیز ضخامت عایق روی لوله را نشان می‌دهد. کدام گزینه در این خصوص صحیح است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱) $r_۱$ شعاع بحرانی عایق و حداقل شعاع عایق باید $r_۲$ باشد.

۲) $r_۱$ شعاع بحرانی عایق و حداکثر شعاع عایق باید $r_۲$ باشد.

۳) $r_۲$ شعاع بحرانی عایق و حداقل شعاع عایق باید $r_۲$ باشد.

۴) $r_۲$ شعاع بحرانی عایق و حداکثر شعاع باید $r_۲$ باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** بیشترین اتلاف حرارتی از لوله درشعاع بحرانی رخ می‌دهد، بنابراین با توجه به نمودار، $r_۱$ شعاع بحرانی عایق می‌باشد. همچنین حداقل شعاع عایق باید $r_۲$ باشد زیرا همان طور که از روی نمودار ملاحظه می‌شود، در شعاع عایق کمتر از $r_۲$، اتلاف حرارتی بیشتر از حالتی است که عایق وجود ندارد و زمانی که شعاع عایق بیشتر از $r_۲$ شود، اتلاف حرارتی از حالت بدون عایق $(g_\circ)$ کمتر خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۷۹: یک دیوار به ضخامت L که ضریب هدایت حرارتی آن نسبت به دما به صورت $K = K_\circ(1+\alpha T)$ تغییر می‌کند در شرایط پایدار حرارتی و یک بعدی و بدون منبع حرارتی است. (α مقداری ثابت و مثبت است) وقتی طرفین دیوار در دمای T_1 و T_2 قرار دارند، شار حرارت عبوری (حرارت عبوری در واحد سطح و زمان) نسبت به حالتی که ضریب هدایت حرارتی نسبت به دما ثابت و برابر $K_\circ$ است، چگونه تغییر می‌کند.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

۱) کمتر است.
۲) بیشتر است.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) ممکن است بیشتر و یا کمتر باشد.

پاسخ: گزینه «۲» رابطه شار حرارتی هدایتی طبق قانون فوریه بصورت مقابل است: $q'' = -K\frac{dT}{dx}$

اگر رابطه مربوط به K را که در مسأله داده شده در رابطه بالا جایگزین کنیم، داریم: $q'' = -K_\circ(1+\alpha T)\frac{dT}{dx} \Rightarrow q''dx = -K_\circ(1+\alpha T)dT$

اگر از رابطه بالا در بازه $(x = L$ تا $x = \circ)$ انتگرال معین بگیریم، خواهیم داشت:

$$\int_\circ^L q''dx = \int_{T_1}^{T_2} -K_\circ(1+\alpha T)dT \Rightarrow q''.x\Big|_\circ^L = -K_\circ(T + \frac{\alpha}{2}T^2)\Big|_{T_1}^{T_2}$$

$$\Rightarrow q''.L = -K_\circ[(T_2 - T_1) + \frac{\alpha}{2}(T_2^2 - T_1^2)] \Rightarrow q'' = \frac{K_\circ}{L}(T_1 - T_2) + \frac{K_\circ\alpha}{2L}(T_1^2 - T_2^2) \quad (I)$$

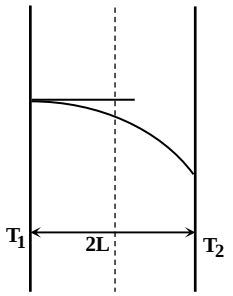
اگر ضریب هدایت حرارتی نسبت به دما ثابت و برابر $K_\circ$ باشد آنگاه شار حرارتی برابر است با: $K = K_\circ, \alpha = \circ \Rightarrow q'' = \frac{K_\circ}{L}(T_1 - T_2) \quad (II)$

در نتیجه با مقایسه مقادیر شار حرارتی در دو حالت (I) و (II) ملاحظه می‌کنیم که مقدار شار حرارتی در حالتی که K متغیر با زمان است (حالت (I)) به اندازه $\frac{K_\circ\alpha}{2L}(T_1^2 - T_2^2)$ بیشتر از حالتی است که ضریب هدایت نسبت به دما ثابت و برابر با $K_\circ$ می‌باشد (α مثبت است و $T_1 > T_2$ در نتیجه عبارت $\frac{K_\circ\alpha}{2L}(T_1^2 - T_2^2)$ مثبت است).

نکته: اگر α منفی باشد آنگاه عبارت $\frac{K_\circ\alpha}{2L}(T_1^2 - T_2^2)$ منفی می‌شود و در نتیجه شار در حالتی که K ثابت است بیشتر خواهد بود.

مثال۸۰: کدام یک از شرایط زیر برای توزیع دمای رسم شده در دیواره زیر، با منبع حرارتی صادق است؟ $T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad T_1 > T_2$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\dot{q} = \frac{k}{2L^2}$
۲) $\dot{q} < \frac{k(T_1 - T_2)}{2L^2}$
۳) $\dot{q} = \frac{k(T_1 - T_2)}{2L^2}$
۴) $\dot{q} > \frac{k(T_1 - T_2)}{2L^2}$

پاسخ: گزینه «۳» ابتدا با استفاده از شرایط مرزی، ثابت‌های C_1 و C_2 را در معادله درجه حرارت بدست می‌آوریم: $x = \circ : T = T_1 \Rightarrow C_2 = T_1$

$$x = 2L : T = T_2 \Rightarrow T_2 = -\frac{\dot{q}}{2k}(2L)^2 + C_1(2L) + T_1 \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q}L}{k}$$

اگر مقادیر بدست آمده برای C_1 و C_2 را در معادله درجه حرارت جایگزین کنیم خواهیم داشت: $T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + (\frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q}L}{k})x + T_1$

از روی شکل مشخص است که شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ در نقطه $x = \circ$، برابر صفر است. در نتیجه داریم:

$$\frac{dT}{dx}\Big|_{x=\circ} = \circ \,,\ \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{2k}(2x) + (\frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q}L}{k}) \Rightarrow \frac{dT}{dx}\Big|_{x=\circ} = \frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q}L}{k} = \circ \Rightarrow \frac{\dot{q}L}{k} = \frac{T_1 - T_2}{2L} \Rightarrow \dot{q} = \frac{k(T_1 - T_2)}{2L^2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸۱: ضایعات رادیواکتیو در داخل ظروف کروی ذخیره‌سازی می‌شوند. این ضایعات انرژی به صورت $\dot{q} = \dot{q}_\circ[1-(\frac{r}{R})^2]$ تولید می‌نمایند که در آن R شعاع کره و $\dot{q}_\circ$ ثابت است. $\dot{q}$ انرژی تولید شده در واحد حجم می‌باشد. این کره در سیالی با دمای T_∞ و ضریب جابجائی h قرار می‌گیرد. در حالت پایا دمای دیوار کره چقدر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $T_w = T_\infty + \frac{2\dot{q}_\circ R}{15h}$ ۲) $T_w = T_\infty + \frac{4\dot{q}_\circ R}{15h}$ ۳) $T_w = T_\infty - \frac{4\dot{q}_\circ R}{15h}$ ۴) $T_w = T_\infty - \frac{2\dot{q}_\circ R}{15h}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در حالت پایا، تمام انرژی تولید شده توسط ضایعات، به طریق جابه‌جایی به سیال منتقل می‌شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\text{انرژی تولید شده} = q = \int \dot{q}dV \ , \ \dot{q} = \dot{q}_\circ\left[1-(\frac{r}{R})^2\right], V = \frac{4}{3}\pi r^3 \ \Rightarrow dV = 4\pi r^2 dr$$

$$\Rightarrow q = \int_\circ^R \dot{q}_\circ\left[1-(\frac{r}{R})^2\right]4\pi r^2 dr = 4\pi\dot{q}_\circ\int_\circ^R (r^2 - \frac{r^4}{R^2})dr = 4\pi\dot{q}_\circ\left[(\frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5R^2})\Big|_\circ^R\right] = 4\pi\dot{q}_\circ\left[\frac{R^3}{3} - \frac{R^3}{5}\right] = \frac{8\pi\dot{q}_\circ R^3}{15}$$

$$\text{حرارت منتقل شده به سیال} = q_{conv} = hA(T_w - T_\infty) = h(4\pi R^2)(T_w - T_\infty)$$

$$\Rightarrow \text{حرارت منتقل شده به سیال} = \text{انرژی تولید شده} \Rightarrow \frac{8\pi\dot{q}_\circ R^3}{15} = h(4\pi R^2)(T_w - T_\infty) \Rightarrow \frac{2}{15}\dot{q}_\circ R = h(T_w - T_\infty)$$

$$\Rightarrow T_w = T_\infty + \frac{2\dot{q}_\circ R}{15h}$$

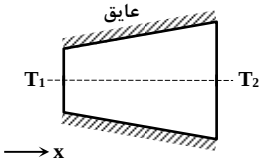
مثال۸۲: یک سیم الکتریکی به قطر ۳ میلی متر و طول ۵ متر با یک پوشش پلاستیکی به ضخامت ۲ میلی‌متر که ضریب هدایت حرارتی آن $k = 0/15 \frac{W}{m^\circ C}$ می‌باشد، پوشیده شده است. اگر این عایق حرارتی در محیطی به دمای ۳۰ درجه سانتی گراد که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آن $12\frac{W}{m^{2\circ}C}$ است قرار گیرد، شعاع بحرانی عایق پلاستیکی کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

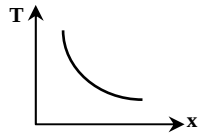
۱) ۸ سانتی‌متر ۲) ۴ سانتی‌متر ۳) ۱۲/۵ میلی‌متر ۴) ۸/۵ میلی‌متر

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** شعاع بحرانی سیم برابر است با:

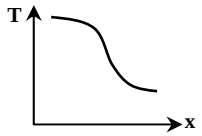
$$r_c = \frac{k}{h} = \frac{0/15}{12} = 0/0125m = 12/5mm$$

مثال۸۳: در شکل زیر که انتقال حرارت به صورت یک بعدی و پایا می‌باشد و خواص حرارتی جسم ثابت است تغییرات دما در جهت x به صورت کدام زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

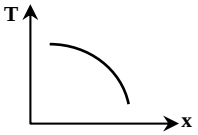




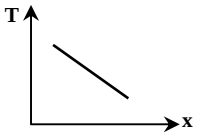
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با استفاده از قانون فوریه داریم:

$$q = -kA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q}{kA} \Rightarrow \frac{dT}{dx} \propto \frac{1}{A}$$

شرایط پایاست، درنتیجه q ثابت است. همچنین خواص جسم ثابت می‌باشد. پس ضریب هدایت (k) نیز ثابت می‌باشد. لذا با توجه به رابطه بالا شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ با افزایش سطح مقطع (A) کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش x که سطح مقطع افزایش می‌یابد، شیب نمودار دما کاهش می‌یابد.

مثال۸۴: در یک کره به قطر R با ضریب هدایت حرارتی k حرارت با نرخ $\dot{q}(\frac{W}{m^3})$ تولید می‌شود. شیب دما روی سطح بیرونی عبارتست از:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $-\frac{3\dot{q}R}{2k}$ ۲) $-\frac{4\dot{q}R}{3k}$ ۳) $-\frac{2\dot{q}R}{3k}$ ۴) $-\frac{\dot{q}R}{3k}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑**پاسخ: گزینه «۴»** رابطه توزیع دما در کره در شرایط پایا و یک بعدی و با منبع حرارتی داخلی به صورت مقابل می‌باشد:

$$T = \frac{\dot{q}R^2}{6k}\left[1-(\frac{r}{R})^2\right]+T_w$$

بنابراین شیب نمودار دما روی سطح بیرونی برابر است با:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = \frac{\dot{q}R^2}{6k}(\frac{-2r}{R^2})\Big|_{r=R} = -\frac{\dot{q}R}{3k}$$

مثال۸۵: برای ذخیره‌سازی ضایعات رادیواکتیو آن‌ها را درون لوله‌های بلند قرار می‌دهند. ضایعات مقدار انرژی $\dot{q}$ در واحد حجم به صورت $\dot{q} = \dot{q}_\circ[1-(\frac{r}{R})^2]$ ایجاد می‌نمایند. $\dot{q}_\circ$ ثابت بوده و R شعاع لوله است. اگر لوله در داخل یک سیال با دمای T_∞ و ضریب جابه‌جایی حرارت h قرار داده شود مقدار دمای دیواره لوله در حالت پایا به صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) $T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_\circ R}{2h}$ ۲) $T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_\circ R}{4h}$ ۳) $T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_\circ R^2}{2h}$ ۴) $T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_\circ R^2}{4h}$

☑**پاسخ: گزینه «۲»** حرارت تولید شده در داخل لوله به طریق جابه‌جایی به سیال اطراف لوله منتقل می‌شود، بنابراین:

حرارت منتقل شده به سیال اطراف = حرارت تولید شده در لوله

برای محاسبه حرارت تولید شده در داخل لوله با استفاده از انتگرال‌گیری داریم:

$$\text{حرارت تولید شده در لوله} = \dot{Q} = \int_\circ^R \dot{q}dV \ , \ V = \pi r^2 L \Rightarrow dV = 2\pi L\, rdr$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \int_\circ^R \dot{q}_\circ\left[1-(\frac{r}{R})^2\right]2\pi Lrdr = 2\pi L\dot{q}_\circ\left[\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2}\right]_\circ^R = 2\pi L\dot{q}_\circ\left[\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{4}\right] \Rightarrow \dot{Q} = \frac{1}{2}\pi L\dot{q}_\circ R^2$$

همچنین حرارت منتقل شده به سیال اطراف به طریق جابه‌جایی برابر است با:

$$q = hA(T_w - T_\infty) \ , \ A = 2\pi RL \Rightarrow q = h(2\pi RL)(T_w - T_\infty)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}\pi L\dot{q}_\circ R^2 = h(2\pi RL)(T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}_\circ R}{4h} \Rightarrow T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_\circ R}{4h}$$

مثال۸۶: در هوای سرد در صورتی که باد بوزد مقدار سرد شدن بدن انسان افزایش می‌یابد. اگر فرض کنیم که یک لایه به ضخامت L از چربی در بدن انسان باشد و دمای داخل لایه چربی T_1 و دمای هوای بیرون T_∞ باشد و در حالت هوای بدون باد ضریب جابه‌جایی، h_1 و در حالت وزیدن باد ضریب جابه‌جایی h_2 باشد نسبت انتقال حرارت در دو حالت بدون باد و با وزش باد چقدر است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{q_{calm}}{q_{windy}} = \frac{(\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2})_{windy}}{(\frac{L}{k}+\frac{1}{h_1})_{calm}}$ ۲) $\frac{q_{calm}}{q_{windy}} = \frac{(\frac{L}{k}-\frac{1}{h_1})_{calm}}{(\frac{L}{k}-\frac{1}{h_2})_{windy}}$ ۳) $\frac{q_{calm}}{q_{windy}} = \frac{(\frac{L}{k}+\frac{1}{h_1})_{calm}}{(\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2})_{windy}}$ ۴) $\frac{q_{calm}}{q_{windy}} = \frac{(\frac{L}{k}-\frac{1}{h_2})_{windy}}{(\frac{L}{k}-\frac{1}{h_1})_{calm}}$

☑**پاسخ: گزینه «۱»** مقدار انتقال حرارت (q) از داخل بدن به هوای بیرون برابر است با اختلاف دمای داخل بدن و هوای بیرون $(T_1 - T_\infty)$ تقسیم بر مقاومت حرارتی بین آنها. مقاومت حرارتی برابر است با مجموع مقاومت هدایتی لایه چربی $(\frac{L}{kA})$ و مقاومت جابه‌جایی بین پوست بدن و هوای اطراف $(\frac{1}{hA})$. بنابراین:

$$q = \frac{T_1 - T_\infty}{R} \ , \ R = \frac{L}{kA}+\frac{1}{hA} \Rightarrow q = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{L}{kA}+\frac{1}{hA}}$$

$$\Rightarrow \frac{q_{\text{بدون باد}}}{q_{\text{با باد}}} = \frac{\left[\frac{T_1 - T_\infty}{\frac{L}{kA}+\frac{1}{hA}}\right]_{\text{بدون باد}}}{\left[\frac{T_1 - T_\infty}{\frac{L}{kA}+\frac{1}{hA}}\right]_{\text{با باد}}} = \frac{\left[\frac{L}{kA}+\frac{1}{hA}\right]_{\text{با باد}}}{\left[\frac{L}{kA}+\frac{1}{hA}\right]_{\text{بدون باد}}} = \frac{\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}}{\frac{L}{k}+\frac{1}{h_1}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸۷: اگر بخواهیم سطح یک کوره مکعبی شکل را با سه عایق مختلف بپوشانیم بهتر است که ..... . (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)

۱) عایق با بالاترین مقاومت حرارتی در لایه بیرونی قرار گیرد.
۲) عایق با بالاترین مقاومت حرارتی در لایه درونی قرار گیرد.
۳) عایق با بالاترین مقاومت حرارتی در لایه میانی قرار گیرد.
۴) ترتیب قرار گرفتن عایق‌ها تفاوتی نمی‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** کوره به شکل مکعب است. بنابراین انتقال حرارت از عایق‌ها شبیه به انتقال حرارت از دیوار مسطح می‌باشد. در نتیجه ترتیب قرار گرفتن عایق‌ها تفاوتی نمی‌کند زیرا در دیوار مسطح داریم:

$$R = R_۱ + R_۲ + R_۳ = \frac{L_۱}{K_۱A} + \frac{L_۲}{K_۲A} + \frac{L_۳}{K_۳A}$$

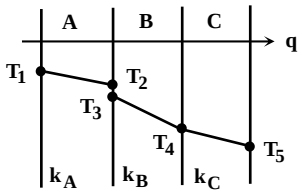
مقاومت نهایی برابر است با مجموع مقاومت عایق‌ها و در عایق‌های مسطح محل عایق تأثیری روی مقدار مقاومت هدایتی آن ندارد، بنابراین تفاوتی نمی‌کند که ابتدا کدام عایق قرار گیرد.

نکته: اگر کوره به شکل استوانه باشد، ترتیب قرار گرفتن عایق‌ها مهم است، زیرا محل قرار گرفتن عایق روی مقدار مقاومت آن تأثیر دارد. در این حالت ابتدا عایقی را قرار می‌دهیم که ضریب هدایت (k) کوچکتری دارد، زیرا در این صورت کمترین نرخ انتقال حرارت را از کوره خواهیم داشت.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۸: یک دیوار مطابق شکل از سه لایه تشکیل شده است. دماهای طرفین هر لایه نشان داده شده است. کدام گزینه در این خصوص صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) بین لایه A و B تماس ایده‌آل وجود ندارد، لذا $T_۲$ و $T_۳$ مساوی نیستند.
۲) ضریب هدایت لایه A(k_A) از دو لایه دیگر کمتر است.
۳) ضریب هدایت لایه B(k_B) تابع دما می‌باشد، لذا $T_۲$ و $T_۳$ مساوی نیستند.
۴) فلاکس انتقال حرارت $\left(\frac{w}{m^۲}\right)$ در لایه C بیشتر از دو لایه دیگر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** $T_۲$ و $T_۳$ برابر نیستند بنابراین بین لایه A و لایه B مقاومت تماسی وجود دارد و لذا تماس، ایده‌ال نیست. در نتیجه گزینه «۱» صحیح است.

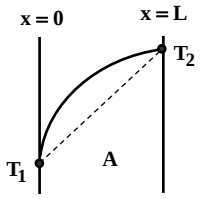
شار حرارتی در لایه‌ها ثابت است (پس گزینه «۴» اشتباه است)، بنابراین با توجه به قانون فوریه:

$$q'' = -k\frac{kT}{dx} \Rightarrow k = \frac{-q''}{\frac{dT}{dx}}$$

هر لایه‌ای که شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ در آن بیشتر باشد، ضریب هدایت (k) آن کوچکتر است. با توجه به شکل، شیب نمودار دما در لایه B بیشتر است بنابراین ضریب هدایت لایه B کمتر از دولایه دیگر می‌باشد (پس گزینه «۲» اشتباه است). همچنین نمودار دما در لایه‌ها خطی است بنابراین ضریب هدایتی لایه‌ها ثابت است و تابع دما نمی باشد (پس گزینه «۳» نیز اشتباه است).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۹: توزیع دما در حالت پایا در دیوار A در شکل نشان داده شده است. اگر ضریب هدایت $k = k_\circ(۱+\alpha T)$ نشان داده شود، کدام گزینه صحیح است؟ ((مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $k_\circ > \circ$ و $\alpha < \circ$ بوده زیرا با افزایش دما، گرادیان دما افزایش یافته است.
۲) $k_\circ > \circ$ و $\alpha > \circ$ بوده زیرا با افزایش دما، گرادیان دما کاهش یافته است.
۳) $k_\circ > \circ$ و $\alpha = \circ$ بوده زیرا در یک لایه ضریب هدایت ثابت است.
۴) $k_\circ > \circ$ و α با تغییرات دما گاهی مثبت است و گاهی منفی.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با توجه به قانون فوریه داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q''}{k} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q''}{k_\circ(۱+\alpha T)}$$

از نمودار دما که در صورت مسأله ارائه شده، ملاحظه می‌شود که شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ با افزایش دما کاهش می‌یابد. در نتیجه در رابطه بالا با افزایش دما، مخرج کسر باید افزایش یابد (که در نتیجه آن $\frac{dT}{dx}$ کاهش یابد). بنابراین α باید مثبت باشد. همچنین ضریب هدایت حرارتی همه مواد مثبت است بنابراین $k_\circ$ هم مثبت است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹۰: توزیع دما در یک صفحه در حالت پایا: $T(x,y)=\frac{۱}{۲}x^۲+۳xy\ ^\circ C$ است. $k=۱\frac{w}{m.^\circ C}$ شدت انتقال حرارت در واحد سطح در نقطه $x=۱$ و $y=۱$ کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) $q=۵\frac{w}{m^۲}$ ۲) $q=۴\frac{w}{m^۲}$ ۳) $q=۳\frac{w}{m^۲}$ ۴) $q=۳/۵\frac{w}{m^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شار حرارتی هدایتی (شدت انتقال حرارت در واحد سطح) برابر است با: $q''_{(۱,۱)}=\sqrt{q''^۲_x+q''^۲_y}$

ابتدا با استفاده از قانون فوریه، q''_x و q''_y را در نقطه (۱،۱) بدست می‌آوریم:

$$q''_x\Big|_{(۱,۱)}=-k\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{(۱,۱)}=-k(x+۳y)\Big|_{(۱,۱)}=-۱\times۴=-۴\frac{w}{m^۲}$$

$$q''_y\Big|_{(۱,۱)}=-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{(۱,۱)}=-k(۳x)\Big|_{(۱,۱)}=-۳k=-۳\times۱=-۳\frac{w}{m^۲}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow\ q''_{(۱,۱)}=\sqrt{(-۳)^۲+(-۴)^۲}=۵\frac{w}{m^۲}$$

توضیح: علامت منفی در مقادیر q''_x, q''_y به این معناست که شار حرارتی در خلاف جهت مثبت x,y جریان دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹۱: پنجره شیشه‌ای به یک هیتر الکتریکی در سطح درونی وصل است. هوای داخل اتومبیل در دمای T_{∞_i} و ضریب جابه‌جایی آن h_i و هوای بیرون در شرایط $T_{\infty_\circ}$ و $h_\circ$ می‌باشد. مقدار توان الکتریکی هیتر چقدر باید باشد که دمای شیشه در بخش داخل T_{w_i} باشد؟ (ضخامت شیشه L و ضریب هدایت حرارتی آن k و مساحت آن A می‌باشد.) (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۷)

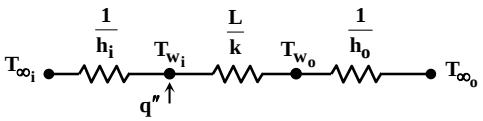
۱) $q''=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_\circ}}{\frac{۱}{h_\circ}}+\dfrac{T_{\infty_i}-T_{w_\circ}}{\frac{L}{k}+\frac{۱}{h_\circ}}$

۲) $q''=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_\circ}}{\frac{L}{k}+\frac{۱}{h_\circ}}+\dfrac{T_{\infty_i}-T_{w_i}}{\frac{۱}{h_i}}$

۳) $q''=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_\circ}}{\frac{۱}{h_\circ}}-\dfrac{T_{\infty_i}-T_{w_i}}{\frac{L}{k}+\frac{۱}{h_\circ}}$

۴) $q''=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_\circ}}{\frac{L}{k}+\frac{۱}{h_\circ}}-\dfrac{T_{\infty_i}-T_{w_\circ}}{\frac{۱}{h_i}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** مدار حرارتی مطابق شکل مقابل است:



شار حرارتی ورودی به جدار داخلی شیشه برابر است با شار حرارتی که از جدار داخلی شیشه به هوای خارج اتومبیل (با دمای T_{∞_o}) منتقل می‌شود. شار حرارتی ورودی به جدار داخلی شیشه برابر است با مجموع شار حرارتی که از هیتر به شیشه وارد می‌شود و شار حرارتی که از هوای داخل اتومبیل (با دمای T_{∞_i}) به شیشه منتقل می‌گردد. شار حرارتی که از جدار داخلی شیشه به هوای خارج اتومبیل منتقل می‌شود برابر است با اختلاف دمای جدار داخلی شیشه و هوای خارج $(T_{w_i}-T_{\infty_o})$ تقسیم بر مقاومت حرارتی بین آنها. مقاومت حرارتی بین آنها برابر است با مجموع مقاومت هدایتی جدار شیشه $(\frac{L}{K})$ و مقاومت جابه‌جایی هوای خارج $(\frac{۱}{h_o})$. در نتیجه داریم: $q''+h_i(T_{\infty_i}-T_{w_i})=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_o}}{\frac{L}{K}+\frac{۱}{h_o}}\Rightarrow q''=\dfrac{T_{w_i}-T_{\infty_o}}{\frac{L}{K}+\frac{۱}{h_o}}-\dfrac{T_{\infty_i}-T_{w_i}}{\frac{۱}{h_i}}$

نکته: در محاسبه شار حرارتی (q'')، از مقاومت در واحد سطح (R'') استفاده می‌کنیم: $q''=\dfrac{\Delta T}{R''}\ ,\ R''=\dfrac{R}{A}$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹۲: یک لوله فلزی به قطر ۵ سانتی‌متر و دمای $۲۰۰^{\circ}C$ با عایقی به ضخامت ۲/۵ سانتی‌متر پوشیده شده است. اگر ضریب هدایت حرارتی عایق $K = ۰/۱۵ \frac{W}{m^{۲}\,^{\circ}C}$ باشد و این لوله در محیطی با دمای $۲۰^{\circ}C$ و ضریب جابجائی $h = ۳ \frac{W}{m^{۲}\,^{\circ}C}$ قرار گرفته باشد در خصوص کیفیت عایق‌کاری آن‌چه می‌توان گفت؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) عایق‌کاری باعث کاهش تلفات حرارتی به میزان ۵۰% شده است.
۲) عایق‌کاری اشتباه بوده و موجب افزایش تلفات حرارتی از لوله شده است.
۳) عایق‌کاری موجب شده تلفات حرارتی تقریباً ناچیز باشد.
۴) عایق‌کاری تنها به میزان ناچیزی تلفات حرارتی را کاهش داده است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شعاع بحرانی لوله برابر است با:

$$r_c = \frac{k}{h} = \frac{۰/۱۵}{۳} = ۰/۰۵m$$

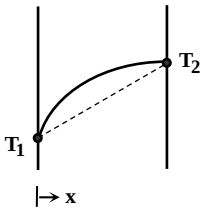
شعاع لوله به همراه عایق برابر است با:

$$r = ۲/۵ + ۲/۵ = ۵ \ cm = ۰/۰۵m$$

بنابراین بعد از عایق کاری، شعاع لوله (به همراه عایق) برابر با شعاع بحرانی شده است. با توجه به اینکه در شعاع بحرانی بیشترین نرخ انتقال حرارت از لوله وجود دارد بنابراین عایق کاری اشتباه بوده و باعث افزایش نرخ انتقال حرارت از لوله شده است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹۳: توزیع دما در یک صفحه به ضخامت L در شکل نشان داده شده است. کدام گزینه در خصوص ضریب انتقال حرارت هدایتی صفحه صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) با افزایش دما، k کاهش می‌یابد.
۲) با افزایش دما، k ثابت است.
۳) با افزایش دما،k افزایش سپس کاهش می‌یابد.
۴) با افزایش دما، k، افزایش می‌یابد.

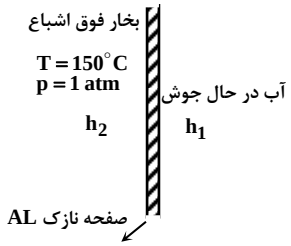
☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با استفاده از قانون فوریه داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow k = -\frac{q''}{\frac{dT}{dx}}$$

با توجه به رابطه بالا ملاحظه می‌شود که ضریب هدایتی دیوار (k) با شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ رابطه عکس دارد، یعنی با کاهش شیب نمودار دما، k افزایش می‌یابد. همچنین از روی شکل صورت مسأله پیداست که با افزایش دما، شیب نمودار دما کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش دما (و کاهش شیب نمودار دما)، k افزایش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹۴: کدام گزینه درخصوص ضریب کلی انتقال حرارت در شکل داده شده صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $u \simeq h_۲$
۲) $u \simeq h_۱$
۳) $u \simeq \frac{h_۱ + h_۲}{۲}$
۴) $\frac{۱}{u} \simeq \frac{۱}{h_۱} + \frac{۱}{h_۲} + \frac{k}{\Delta x}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ضریب کلی انتقال حرارت (U) برابر است با:

$$U = \frac{۱}{\frac{۱}{h_۱} + \frac{L}{k} + \frac{۱}{h_۲}}$$

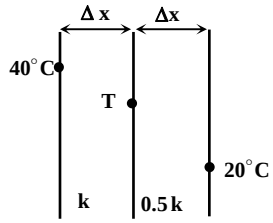
با توجه به اینکه ضریب جابه‌جایی آب در حال جوش $(h_۱)$ خیلی بیشتر از ضریب جابه‌جایی بخار فوق اشباع $(h_۲)$ می‌باشد و ضخامت دیوار (L) نیز ناچیز است، بنابراین ضریب کلی انتقال حرارت (U) برابر است با:

$$h_۱ >> h_۲ \Rightarrow \frac{۱}{h_۱} << \frac{۱}{h_۲} \ , \ \frac{L}{k} \to ۰ \Rightarrow \frac{۱}{h_۱} + \frac{L}{k} + \frac{۱}{h_۲} \simeq \frac{۱}{h_۲} \Rightarrow U \simeq \frac{۱}{\frac{۱}{h_۲}} \Rightarrow U \simeq h_۲$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹۵: یک صفحه مرکب متشکل از دو صفحه را در نظر بگیرید. دمای T چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $T = ۳۳/۳^\circ C$

۲) $T = ۳۰^\circ C$

۳) $T = ۲۶/۷^\circ C$

۴) $T = ۳۵^\circ C$

پاسخ: گزینه «۱» حرارت در داخل صفحه مرکب از سمت چپ صفحه (با دمای $۴۰^\circ c$) به سمت راست آن (با دمای $۲۰^\circ c$) منتقل می‌شود. شار حرارتی در صفحه مرکب ثابت است، بنابراین:

$$q = k\frac{۴۰-T}{\Delta x} = ۰/۵k\frac{T-۲۰}{\Delta x} \Rightarrow ۴۰-T = ۰/۵(T-۲۰) \Rightarrow ۵۰ = ۱/۵T \Rightarrow T = ۳۳/۳^\circ c$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹۶: توزیع دما در جداره یک کره با شعاع $r_۰$ از یک ماده همگن در حالی که انرژی بطور یکنواخت درون آن با نرخ $\dot{q}$ (وات بر متر مکعب) تولید می‌شود با کدام یک از روابط زیر قابل بیان است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) $T(r) = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۴k}[۱-(\frac{r}{r_۰})^۲]$

۲) $T(r) = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۲k}[۱-(\frac{r}{r_۰})^۲]$

۳) $T(r) = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۶k}[۱-(\frac{r}{r_۰})^۲]$

۴) $T(r) = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۸k}[۱-(\frac{r}{r_۰})^۲]$

پاسخ: گزینه «۳» معادله هدایت حرارتی در کره با منبع تولید انرژی بصورت مقابل است:

$$\frac{۱}{r^۲}\frac{d}{dr}(r^۲\frac{dT}{dr}) + \frac{\dot{q}}{k} = ۰$$

با استفاده از معادله بالا داریم:

$$\frac{d}{dr}(r^۲\frac{dT}{dr}) = -\frac{\dot{q}r^۲}{k} \Rightarrow d(r^۲\frac{dT}{dr}) = -\frac{\dot{q}r^۲}{k}dr$$

$$\Rightarrow r^۲\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}r^۳}{۳k} + C_۱ \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}r}{۳k} + \frac{C_۱}{r^۲} \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}r^۲}{۶k} - \frac{C_۱}{r} + C_۲$$

شرایط مرزی مسأله به صورت مقابل می‌باشد:

$$\begin{cases} r = ۰ : \dfrac{dT}{dr} = ۰ \\ r = r_۰ : T = T_۰ \end{cases}$$

با جایگذاری شرایط مرزی در رابطه توزیع دما، ضرایب $C_۱$ و $C_۲$ را بدست می‌آوریم:

$$r = ۰ : \frac{dT}{dr} = ۰ \Rightarrow C_۱ = ۰$$

$$r = r_۰ : T = T_۰ \Rightarrow T_۰ = -\frac{\dot{q}r_۰^۲}{۶k} + C_۲ \Rightarrow C_۲ = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۶k}$$

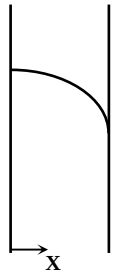
اگر مقادیر $C_۱$ و $C_۲$ را در رابطه توزیع دما جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$T = -\frac{\dot{q}r^۲}{۶k} + T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۶k} = T_۰ + \frac{\dot{q}r_۰^۲}{۶k}[۱-(\frac{r}{r_۰})^۲]$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹۷: توزیع دما در یک دیواره ساده در حالت دائم و بدون منبع حرارتی بصورت زیر است در ارتباط با ضریب هدایت دیواره (k) می‌توان گفت:

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) k با افزایش x زیاد می‌شود.

۲) k دیوار ثابت است.

۳) k با افزایش x کم می‌شود.

۴) k دیوار ثابت است اما انتقال حرارت با افزایش x زیاد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

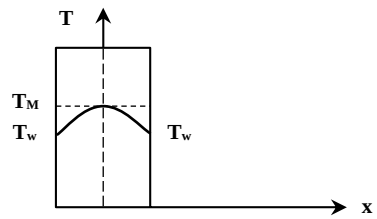
www.modaresanesharif.ac.ir

☑**پاسخ: گزینه «۳»** با استفاده از قانون فوریه برای شار حرارتی هدایتی داریم:

$$q'' = -k\frac{dT}{dx} \Rightarrow k = -\frac{q''}{\frac{dT}{dx}}$$

در حالت دائم و بدون منبع حرارتی، مقدار q'' در طول دیواره ثابت است، بنابراین طبق رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم که با افزایش شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$، ضریب هدایت حرارتی (k) کاهش می‌یابد. همان طور که در شکل مسأله ملاحظه می‌کنیم، با افزایش x شیب نمودار دما افزایش و در نتیجه ضریب هدایت حرارتی کاهش می‌یابد.

مثال۹۸: شکل زیر توزیع درجه‌ی حرارت در یک صفحه‌ی یک بعدی با منبع حرارتی در حالت پایا را نشان می‌دهد. در این شکل T_M ،دمای ماکزیمم و مرکزجسم می‌باشد. اگر ضخامت صفحه به نصف تقلیل یابد در صورتی که دمای دیواره همانند حالت قبل برابر با T_w و حرارت تولید در واحد حجم مشابه قبل باشد، در حالت پایا دمای ماکزیمم چه وضعیتی نسبت به حالت اول خواهد داشت؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)



۱) کمتر از T_M است.

۲) برابر با T_M است.

۳) بیشتر از T_M است.

۴) برابر با T_M است ولی در مرکز جسم واقع نیست.

☑**پاسخ: گزینه «۱»** دمای ماکزیمم صفحه (دمای وسط صفحه (T_M)) از رابطه مقابل بدست می‌آید:

$$T_M = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_w$$

دمای دیواره (T_w) و حرارت تولیدی در واحد حجم $(\dot{q})$ ثابت مانده‌اند. بنابراین با توجه به رابطه بالا با نصف کردن ضخامت صفحه (L)، دمای ماکزیمم (T_M) کاهش می‌یابد.

مثال۹۹: دمای متوسط توده‌ای کره‌ای که توزیع دمای آن به صورت $T = f(r)$ باشد کدام است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۸)

۱) $\bar{T} = \sqrt{f(0)f(R)}$

۲) $\bar{T} = \frac{f(0)+f(R)}{2}$

۳) $\bar{T} = \frac{3\int_0^R r^2 f(r)dr}{R^3}$

۴) $\bar{T} = \frac{3\int_0^R 2rf(r)dr}{4R^3}$

☑**پاسخ: گزینه «۳»** دمای متوسط توده‌ای کره $(\bar{T})$ برابر است با:

$$\bar{T} = \frac{\int_0^R TdV}{\int_0^R dV},\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow dV = 4\pi r^2 \Rightarrow \bar{T} = \frac{\int_0^R T(4\pi r^2)dr}{\int_0^R (4\pi r^2)dr} = \frac{\int_0^R r^2 T\,dr}{\int_0^R r^2 dr} = \frac{\int_0^R r^2 f(r)dr}{\frac{1}{3}R^3} = \frac{3\int_0^R r^2 f(r)dr}{R^3}$$

مثال۱۰۰: برای ثابت نگه‌داشتن دمای یک مخزن گرم، از سه لایه عایق با ضرایب انتقال حرارت رسانشی k_1, k_2 و k_3 استفاده می‌کنیم، به طوری که $k_1 = \beta + \frac{\alpha}{T}$, $k_2 = \alpha T + \beta$ و k_3 مقدار ثابتی می‌باشد. ابتدا لایه عایق ..... در روی سطح مخزن، سپس ..... و بعد از آن ..... ترتیب قرار گرفتن لایه‌های عایق برای کمترین اتلاف حرارتی می‌باشد. (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۸)

۱) k_3 و k_1, k_2

۲) k_2 و k_1, k_3

۳) k_1 و k_2, k_3

۴) k_2 و k_3, k_1

☑**پاسخ: گزینه «۴»** برای اینکه کمترین اتلاف حرارتی را داشته باشیم، ابتدا عایقی را قرار می‌دهیم که ضریب هدایت آن تابع نزولی از دما باشد (k_1) و سپس عایقی که ضریب هدایت آن ثابت است (k_3) و در آخر عایقی که ضریب هدایت آن تابع صعودی از دما باشد (k_2). در نتیجه گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۰۱: یک میله سوخت هسته‌ای به شعاع r در یک راکتور هسته‌ای فعال قرار دارد. راکتور را برای مدت کوتاه خاموش می‌کنند و در این مدت تابعیت دما از r به صورت $T = a - br^۲$ می‌باشد. دانسیته، گرمای ویژه و ضریب رسانشی حرارتی این میله به ترتیب ρ , C_p و k می باشد. با روشن نمودن مجدد راکتور حرارتی معادل $\dot{q} = ۴kb\frac{W}{m^۳}$ در این میله تولید می‌شود. اگر در این شرایط نیز تابعیت دما فاصله نسبت به r به صورت تابع فوق فرض شود، کدام عبارت در مورد این سیستم صحیح است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۸)

۱) قبل از تولید حرارت مجدد و بعد از آن شرایط سیستم گذرا است.
۲) قبل از تولید حرارت مجدد و بعد از آن شرایط سیستم پایا است.
۳) قبل از تولید حرارت مجدد شرایط ناپایا (گذرا) و بعد از آن پایا است.
۴) قبل از تولید حرارت مجدد شرایط پایا و بعد از آن ناپایا (گذرا) است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** قبل از تولید حرارت مجدد، معادله دیفرانسیل دما در لوله، معادله هدایت حرارتی یک بعدی و بدون منبع حرارتی داخلی است:

$$\frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r}) = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

در نتیجه با استفاده از توزیع دمای داده شده داریم:

$$T = a - br^۲ \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = -۲br \Rightarrow r\frac{\partial T}{\partial r} = -۲br^۲ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r}) = -۴br \Rightarrow \frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r}) = -۴b \Rightarrow -۴b = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = -۴b\alpha$$

بنابراین قبل از تولید حرارت مجدد، درجه حرارت با زمان تغییر می‌کند و در نتیجه شرایط ناپایا (گذرا) است.

بعد از تولید حرارت (بعد از روشن نمودن مجدد راکتور)، معادله دیفرانسیل دما در لوله، معادله هدایت حرارتی یک بعدی و با منبع حرارتی داخلی است:

$$\frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

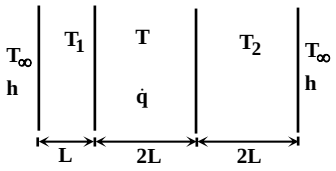
در این حالت همانطور که در صورت مسأله ذکر شده تابعیت دما نسبت به r مانند حالت قبل است. لذا عبارت $\frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r})$ مانند حالت قبل برابر با $-۴b$ می‌باشد. اگر این مقدار و مقدار $\dot{q}$ که برابر با $۴kb$ می‌باشد را در معادله بالا قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$-۴b + \frac{۴kb}{k} = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow -۴b + ۴b = \frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = ۰$$

در نتیجه بعد از تولید حرارت، تغییرات درجه حرارت نسبت به زمان صفر بوده و به عبارت دیگر شرایط پایا می‌باشد. در نتیجه گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۰۲: یک دیوار مرکب شامل سه دیوار B,A و C است. در دیوار B حرارت به میزان $\dot{q}(\frac{W}{m^۳})$ تولید می‌شود. اگر در این سازه ضرایب رسانشی حرارتی k_A, k_B و k_C باشند و $k_C = ۲k_A$ و $h = ۱\frac{W}{m^۲.^\circ C}$ و $L = ۱m$ و $k_A = ۱\frac{W}{m^۲.^\circ C}$ و $k_B = ۲\frac{W}{m^۲.^\circ C}$ باشد، در حالت پایا میزان تولید حرارت در دیوار B برابر کدام است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{T_۱ + ۲T_۲ - ۲T_\infty}{۳}$
۲) $\frac{T_۱ + T_۲ - ۲T_\infty}{۴}$
۳) $\frac{T_۱ + ۲T_۲ - T_\infty}{۵}$
۴) $\frac{۲T_۱ + T_۲ - T_\infty}{۸}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در حالت پایا حرارت تولید شده در دیوار B از سمت چپ دیوار A و سمت راست دیوار C به طریق جابه‌جایی به سیال مجاورشان منتقل می‌شود. در نتیجه داریم:

$$\text{حرارت تولید شده در دیوار } A = \text{حرارت خارج شده از دیوار } C + \text{حرارت خارج شده در دیوار } B$$

$$\text{حرارت تولید شده در دیوار } B = \dot{q}V = \dot{q}(۲LA)$$

$$\text{حرارت خارج شده از دیوار } A = \frac{T_۱ - T_\infty}{\frac{L}{k_A A} + \frac{۱}{hA}} \quad \text{و} \quad \text{حرارت خارج شده از دیوار } C = \frac{T_۲ - T_\infty}{\frac{۲L}{k_C A} + \frac{۱}{hA}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\Rightarrow \dot{q}(۲LA)=\frac{T_۱-T_\infty}{\frac{L}{k_AA}+\frac{۱}{hA}}+\frac{T_۲-T_\infty}{\frac{۲L}{k_CA}+\frac{۱}{hA}} \Rightarrow \dot{q}=\frac{T_۱-T_\infty}{\frac{۲L^۲}{k_A}+\frac{۲L}{h}}+\frac{T_۲-T_\infty}{\frac{۴L^۲}{k_C}+\frac{۲L}{h}}=\frac{T_۱-T_\infty}{\frac{۲\times ۱^۲}{۱}+\frac{۲\times ۱}{۱}}+\frac{T_۲-T_\infty}{\frac{۴\times ۱^۲}{۲}+\frac{۲\times ۱}{۱}}$$

$$\Rightarrow \dot{q}=\frac{T_۱-T_\infty}{۴}+\frac{T_۲-T_\infty}{۴} \Rightarrow \dot{q}=\frac{T_۱+T_۲-۲T_\infty}{۴}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۰۳: یک صفحه به ضخامت Δx و سطح مقطع A است. $k=k_\circ(۱+\beta T)$ است. دمای یک طرف صفحه $T_۱$ و طرف دیگر $T_۲$ اسـت. مقاومـت حرارتی این صفحه کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) ثابت بوده و $\frac{\Delta x}{k_\circ A}$ است.

۲) ثابت بوده و $\frac{\Delta x}{Ak_\circ(۱+\beta(T_۲+T_۱))}$ است.

۳) تابع دما بوده و $\frac{\Delta x}{k_\circ A(۱+\frac{\beta}{۲}(T_۲+T_۱))}$ است.

۴) تابع دما بوده و $\frac{\Delta x}{k_\circ A}$ است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقاومت حرارتی (R) برابر است با نسبت اختلاف دمای دو طرف صفحه (ΔT) به نرخ انتقال حرارت (q) : $R=\frac{T_۱-T_۲}{q}$

با استفاده از قانون فوریه نرخ انتقال حرارت (q) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q=-kA\frac{dT}{dx},\ k=k_\circ(۱+\beta T) \Rightarrow q=-k_\circ(۱+\beta T)A\frac{dT}{dx}$$

اگر دو طرف رابطه بالا را در dx ضرب کنیم و از طرفین تساوی انتگرال معین بگیریم، خواهیم داشت:

$$\int_\circ^{\Delta x} q dx=\int_{T_۱}^{T_۲}-k_\circ A(۱+\beta T)dT$$

$$\Rightarrow qx\Big|_\circ^{\Delta x}=-k_\circ A(T+\frac{\beta}{۲}T^۲)\Big|_{T_۱}^{T_۲} \Rightarrow q\Delta x=-k_\circ A\left[(T_۲-T_۱)+\frac{\beta}{۲}(T_۲^۲-T_۱^۲)\right]$$

$$\Rightarrow q\Delta x=-k_\circ A\left[۱+\frac{\beta}{۲}(T_۲+T_۱)\right](T_۲-T_۱) \Rightarrow q=\frac{k_\circ A\left[۱+\frac{\beta}{۲}(T_۲+T_۱)\right](T_۱-T_۲)}{\Delta x}$$

اگر این مقدار q را در رابطه مربوط به مقاومت حرارتی قرار دهیم، نتیجه می‌گیریم:

$$R=\frac{T_۱-T_۲}{q}=\frac{T_۱-T_۲}{\frac{k_\circ A\left[۱+\frac{\beta}{۲}(T_۲+T_۱)\right](T_۱-T_۲)}{\Delta x}} \Rightarrow R=\frac{\Delta x}{k_\circ A\left[۱+\frac{\beta}{۲}(T_۲+T_۱)\right]}$$

همچنین ملاحظه می‌کنیم که مقدار R ثابت است و تابع دما (T) نمی‌باشد. (R تابع $T_۲, T_۱$ است که مقادیر $T_۲, T_۱$ هم ثابت است و بنابراین R ثابت می‌باشد).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۰۴: h_c ضریب تماس انتقال حرارت در تماس دو سطح جامد است. کدام گزینه در خصوص مقاومت تماس $\frac{۱}{Ah_c}$ صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) با کاهش خلل و فرج دو سطح مقاومت تماس افزایش می‌یابد.

۲) با کاهش خلل و فرج دو سطح مقاومت تماس کاهش می‌یابد.

۳) با کاهش فشار محیط مقاومت تماس کاهش می‌یابد.

۴) با کاهش نیروی اعمال برای تماس مقاومت تماس افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقاومت تماس تابع خلل و فرج‌های دو سطح است. هر چه خلل و فرج‌های دو سطح کمتر باشد، مقاومت تماس بین دو سطح کمتر می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

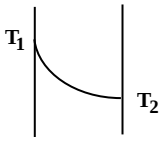
www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل دوم

۱ـ در انتقال حرارت یک بعدی در دیوار مسطح در چه صورت توزیع دما در داخل دیوار خطی است؟

۱) شرایط پایا باشد.
۲) دیوار بدون منبع حرارتی داخلی باشد.
۳) ضریب هدایت حرارتی دیوار ثابت باشد.
۴) هر سه مورد با هم برقرار باشد.

۲ـ توزیع دما در داخل یک دیوار مسطح در شرایط پایا و بدون منبع حرارتی داخلی به صورت شکل زیر است.
کدام گزینه در مورد ضریب هدایت حرارتی دیوار (k) صحیح می‌باشد؟



۱) k تابع نزولی از دماست.
۲) k تابع صعودی از دماست.
۳) k ثابت است.
۴) k برابر با صفر می‌باشد.

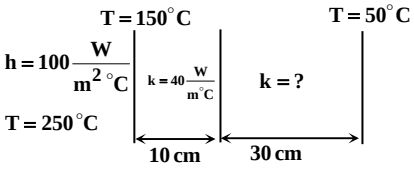
۳ـ در انتقال حرارت یک بعدی در استوانه (در راستای شعاعی) در شرایط پایا و بدون منبع حرارتی کدام گزینه صحیح است؟

۱) شار حرارتی با افزایش شعاع، کاهش می‌یابد.
۲) شار حرارتی با افزایش شعاع، افزایش می‌یابد.
۳) شار حرارتی ثابت است و با شعاع تغییر نمی‌کند.
۴) بسته به ضریب هدایت حرارتی استوانه هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۴ـ اگر در فضای بین عایق‌های یک کوره، هوا محبوس شود، کدام‌یک از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟

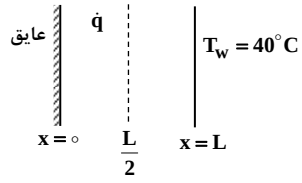
۱) انتقال حرارت از کوره به محیط افزایش می‌یابد.
۲) انتقال حرارت از کوره به محیط کاهش می‌یابد.
۳) میزان انتقال حرارت تغییر نمی‌کند.
۴) بسته به مقدار هوا ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

۵ـ در شکل زیر مقدار ضریب هدایت حرارتی دیوار سمت راست چند $\frac{W}{m^\circ c}$ است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

۶ـ در دیوار نشان داده شده، دما در کدام قسمت بیشتر است؟



۱) روی جداره سمت راست
۲) روی سطح عایق
۳) در مرکز دیوار
۴) در نقطه‌ای بین مرکز و جداره سمت راست

۷ـ اگر ضریب هدایت حرارتی یک دیوار افزایش یابد، شیب نمودار دما در داخل آن چه تغییری می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییری نمی کند.
۴) بستگی به جنس دیوار دارد.

۸ـ دیواری دارای دو لایه با ضخامت‌های L و $۴L$ و ضرایب هدایت k و $۲k$ می‌باشد. اگر دمای دو طرف دیوار $T_۱$ و $T_۲$ باشد $(T_۱ > T_۲)$، شار حرارتی در داخل دیوار چقدر است؟

۱) $\frac{k}{L}(T_۱ - T_۲)$
۲) $\frac{k}{۲L}(T_۱ - T_۲)$
۳) $\frac{k}{۳L}(T_۱ - T_۲)$
۴) $\frac{k}{۴L}(T_۱ - T_۲)$

۹ـ در یک دیوار با ضریب هدایت حرارتی ثابت (k) و بدون منبع حرارتی، اگر توزیع دما بصورت منحنی بوده و تقعر منحنی رو به بالا باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) دیوار در شرایط پایا قرار دارد.
۲) دیوار در حال سرد شدن است.
۳) دیوار در حال گرم شدن است.
۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ در یک استوانه به شعاع R و ضریب هدایت حرارتی k، حرارت به میزان $\dot{q}(\frac{w}{m^۳})$ تولید می‌شود. اختلاف دمای مرکز استوانه و سطح آن چقدر است؟

۱) $\frac{\dot{q}R^۲}{۲k}$ ۲) $\frac{\dot{q}R^۲}{۴k}$ ۳) $\frac{\dot{q}R^۲}{۶k}$ ۴) $\frac{\dot{q}R^۲}{k}$

۱۱ـ مقاومت حرارتی یک پوسته کروی به شعاع داخلی $r_۱$ و شعاع خارجی $r_۲$ و ضریب هدایت حرارتی k چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴\pi k}(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲})$ ۲) $\frac{۱}{۲\pi k}(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲})$ ۳) $\frac{۱}{\pi k}(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲})$ ۴) $۴\pi k(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲})$

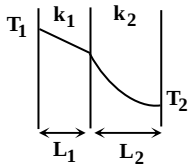
۱۲ـ می‌خواهیم یک لوله داغ به قطر یک سانتیمتر و ضریب هدایت $k = ۱۰\ \frac{w}{m^{\circ}c}$ را که در هوای محیط $(h = ۶۰\ \frac{w}{m^{۲\circ}c})$ قرار دارد به وسیله ماده‌ای با ضریب هدایت $k = ۰/۶\ \frac{w}{m^{\circ}c}$ عایق‌بندی کنیم. حداکثر انتقال حرارت به ازای چه ضخامتی از عایق اتفاق می‌افتد؟

۱) $۰/۲cm$ ۲) $۰/۸cm$ ۳) $۰/۵cm$ ۴) $۱cm$

۱۳ـ شعاع بحرانی عایق برای کره‌ای با ضریب هدایت حرارتی $k_۱$ که در محیطی با ضریب جابه‌جایی h قرار دارد، در صورتی که ضریب هدایت عایق $k_۲$ باشد چقدر است؟

۱) $\frac{k_۱}{h}$ ۲) $\frac{۲k_۱}{h}$ ۳) $\frac{k_۲}{h}$ ۴) $\frac{۲k_۲}{h}$

۱۴ـ در یک دیوار مرکب مطابق شکل زیر که متشکل از دو لایه با ضرایب هدایت $k_۱$ و $k_۲$ می‌باشد، در شرایط پایا و بدون منبع حرارتی کدام گزینه صحیح است؟



۱) $k_۱$ و $k_۲$ هر دو ثابت هستند.
۲) $k_۱$ ثابت و $k_۲$ با کاهش دما، افزایش می‌یابد.
۳) $k_۱$ ثابت و $k_۲$ با کاهش دما، کاهش می‌یابد.
۴) $k_۱$ و $k_۲$ هر دو با کاهش دما، کاهش می‌یابند.

۱۵ـ یک لوله جدار نازک با ضریب هدایت حرارتی (k) بالا را در نظر بگیرید. در داخل لوله سیالی با ضریب جابه‌جایی $h_۱$ در جریان است. لوله در هوای محیط با ضریب جابه‌جایی $h_۲$ قرار دارد. اگر سیال داخل لوله در حال تغییر فاز باشد، ضریب انتقال حرارت کلی لوله (U) تقریباً برابر است با:

۱) $U \simeq h_۱$ ۲) $U \simeq h_۲$ ۳) $U \simeq k$ ۴) $U \simeq \frac{۱}{h_۱ + h_۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

«پره‌ها (فین‌ها)»

مثال ۱: دو پره A و B که در کلیه شرایط بجز جنس با هم یکسان هستند به یک صفحه داغ با دمای $100^\circ C$ متصل هستند. پره A از جنس آلومینیم با ضریب هدایت $200 \frac{W}{m^\circ c}$ می‌باشد. اگر در فاصله مساوی از پای پره‌ها، دمای پره A برابر $75^\circ C$ و پره B برابر $60^\circ C$ و دمای محیط $25^\circ C$ باشد، ضریب هدایت پره B ...

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) با ضریب هدایت پره A یکسان است.
۲) بیش از ۲۵٪ ضریب هدایت پره A است.
۳) بیش از ۷۵٪ ضریب هدایت پره A است.
۴) کمتر از ۲۵٪ ضریب هدایت پرده A است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه توزیع دما در پره‌های طولانی بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\theta}{\theta_\circ}=\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-mx} \quad , \quad m=\sqrt{\frac{hp}{kA}}$$

دو پره در شرایط یکسان قرار دارند و فقط جنس آن‌ها متفاوت است، بنابراین در رابطه توزیع دمای آنها، مقدار $T_\circ$، T_∞، h ، P ، A برابر و فقط مقدار k متفاوت است در نتیجه داریم:

$$\frac{\theta_A}{\theta_\circ}=\frac{T_A-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-m_A L_A} \quad , \quad \frac{\theta_B}{\theta_\circ}=\frac{T_B-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-m_B L_B}$$

$$\Rightarrow \frac{Ln(\theta_A/\theta_\circ)}{Ln(\theta_B/\theta_\circ)}=\frac{m_A L_A}{m_B L_B} \quad , \quad L_A=L_B \quad , \quad m_A=\sqrt{\frac{hp}{k_A A}} \quad , \quad m_B=\sqrt{\frac{hp}{k_B A}}$$

$$\Rightarrow \frac{Ln(\theta_A/\theta_\circ)}{Ln(\theta_B/\theta_\circ)}=\sqrt{\frac{k_B}{k_A}} \Rightarrow \frac{k_B}{k_A}=\left[\frac{Ln(\theta_A/\theta_\circ)}{Ln(\theta_B/\theta_\circ)}\right]^2=\left[\frac{Ln(\frac{50}{75})}{Ln(\frac{35}{75})}\right]^2=0/283 \Rightarrow k_B=0/283\, k_A$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۲: فرم معادله درجه حرارت در میله در حالت پایدار چگونه است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) $d^2T/dx^2=dT/dx+m(T-T_\infty)$
۲) $dT/dx=m(T-T_\infty)$
۳) $d^2T/dt^2=mT$
۴) $d^2T/dx^2=m^2(T-T_\infty)$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** معادله دیفرانسیل دما در میله در حالت پایدار بصورت مقابل می‌باشد:

$$\frac{d^2T}{dx^2}=m^2(T-T_\infty) \quad , \quad m^2=\frac{hp}{kA}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۳: با استفاده از پرهٔ بلندی با سطح مقطع ثابت و مشخصات ترموفیزیکی ثابت، می‌خواهیم میانگین ضریب انتقال حرارت از پره به محیطی را که در آن قرار گرفته است، به دست آوریم. برای این کار در دو نقطه (به طولهای x_1 و x_2) دمای پره را پس از رسیدن به حالت پایا، به دقت می‌خوانیم (فرض کنید به ترتیب T_1 و T_2 باشد). اگر دمای محیط T_∞ باشد کدام گزینه صحیح است؟

(راهنمائی : $\theta=\theta_\circ e^{-mx}$ و $\theta=T-T_\infty$ و $(\theta_\circ=T_\circ-T_\infty$ و $m=\sqrt{\frac{hp}{kA}}$ و P اندازه پیرامون، A سطح مقطع، k ضریب هدایت حرارت و h ضریب انتقال حرارت وزشی است.)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)

۱) $h=\frac{kA}{P(x_2-x_1)^2}\ln\frac{\theta_1}{\theta_2}$
۲) $h=\frac{kA}{P}\frac{[\ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})]^2}{(x_2-x_1)^2}$
۳) $h=\frac{kA}{P(x_2-x_1)^2}\ln\frac{\theta_2}{\theta_1}$
۴) $h=\frac{kA}{P(x_2-x_1)^2}[\ln\frac{\theta_2}{\theta_1}]^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با استفاده از رابطه توزیع دما در پره طویل داریم:

$$\theta_1=\theta_\circ e^{-mx_1}\ ,\ \theta_2=\theta_\circ e^{-mx_2}\ \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2}=e^{m(x_2-x_1)}\ \Rightarrow Ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})=m(x_2-x_1)\ ,\ m=\sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

$$\Rightarrow Ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})=\sqrt{\frac{hP}{kA}}(x_2-x_1)\Rightarrow k=\frac{kA}{P}.\frac{[Ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})]^2}{(x_2-x_1)^2}$$

البته گزینه «۴» نیز صحیح است، زیرا: $[Ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})]^2=[Ln(\frac{\theta_2}{\theta_1})]^2$ (توضیح: $(Ln\frac{1}{x})^2=(-Lnx)^2=(Lnx)^2$).

مثال۴: دو میله طویل آلومینیمی ($k_1=200\frac{W}{m°C}$) و آهنی ($k_2=50\frac{W}{m°C}$) با قطر یکسان به دیواری با دمای پایه T_w متصل هستند. دمای میله آلومینیومی در فاصله L_1 با دمای میله آهنی در فاصله L_2 از پایه با هم برابر است. رابطه بین L_1,L_2 به چه صورت است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) $L_1>L_2$ ۲) $L_1=L_2$ ۳) $L_1<L_2$ ۴) هیچکدام

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با توجه به رابطه توزیع دما در پره‌های طویل داریم:

$$\begin{cases}\frac{\theta_1}{\theta_\circ}=\frac{T_1-T_\infty}{T_w-T_\infty}=e^{-m_1L_1}\\ \frac{\theta_2}{\theta_\circ}=\frac{T_2-T_\infty}{T_w-T_\infty}=e^{-m_2L_2}\end{cases}$$

دمای میله آلومینیومی در فاصله L_1 از پایه با دمای میله آهنی در فاصله L_2 از پایه برابر است، بنابراین:

$$T_1=T_2\ \Rightarrow\ \theta_1=\theta_2\ \Rightarrow\ m_1L_1=m_2L_2\ ,m=\sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

$$\sqrt{\frac{hP}{k_1A}}.L_1=\sqrt{\frac{hP}{k_2A}}.L_2\ \Rightarrow\ \frac{L_1}{L_2}=\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}\ ,\ k_1>k_2\ \Rightarrow\ L_1>L_2$$

همچنین در هر دو حالت، h و P و A برابرند. در نتیجه داریم:

نکته: در دمای برابر، فاصله از پایه در میله‌ای که k بزرگتری دارد، بیشتر است. همچنین در فاصله برابر از پایه، دمای میله‌ای که k بزرگتری دارد، بیشتر است.

مثال۵: در شرایط کاملاً یکسان از نظر اندازه، عملکرد پره در افزایش نرخ انتقال حرارت: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)

۱) اگر ضریب هدایت حرارتی پره بیشتر باشد بیشتر است.
۲) به ضریب هدایت حرارتی پره بستگی نداشته و به نوع سیال بستگی دارد.
۳) جنس پره و نوع سیال چندان در نرخ انتقال حرارت مؤثر نیستند.
۴) وقتی ضریب هدایت حرارتی پره کمتر باشد بیشتر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** کارایی پره برابر است با نسبت نرخ انتقال حرارت با پره به نرخ انتقال حرارت بدون پره و رابطه آن بصورت مقابل است: $\varepsilon_f=(\frac{kP}{hA})^{\frac{1}{2}}$

بنابراین ملاحظه می‌شود که کارایی پره با جذر ضریب هدایت حرارتی پره (k) رابطه مستقیم دارد. در نتیجه با افزایش k، کارایی و در نتیجه نرخ انتقال حرارت توسط پره افزایش می‌یابد.

مثال۶: شوفاژی را در نظر بگیرید که هوای اتاقی را گرم می‌کند. در کدامیک از شرایط زیر نرخ انتقال گرما از شوفاژ به اطاق تقریباً دو برابر می‌شود؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) سطح شوفاژ دو برابر می‌شود.
۲) دمای اطاق دو برابر شود.
۳) ضریب هدایت پره در جداره شوفاژ دو برابر شود.
۴) اگر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی داخلی آب و جداره دو برابر شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** حرارت منتقل شده از شوفاژ به هوای اتاق از طریق جابه‌جایی برابر است با:

$$q=hA(T_S-T_\infty)$$

که T_S دمای سطح شوفاژ، T_∞ دمای هوای اتاق و A مساحت سطح شوفاژ می‌باشند. در نتیجه با توجه به رابطه بالا مشاهده می‌شود که با دو برابر شدن سطح شوفاژ (A)، نرخ انتقال گرما از شوفاژ به اتاق دو برابر می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۷: پره ایده‌آل کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) پره‌ای که طول و عرض آن مساوی باشد.
۲) دما در سراسر آن یکسان و برابر پایه آن باشد.
۳) پره‌ای ک در محیطی بکار رود که، ضریب جابه‌جایی آن خیلی بزرگ باشد.
۴) دارای سطح بسیار بزرگ باشد تا حرارت بیشتری به محیط انتقال دهد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** پره ایده‌آل پره‌ای است که دما در سراسر آن یکسان و برابر یا دمای پایه آن باشد. (در حالت واقعی چنین وضعیتی محال است. این حالت همان طور که از اسم آن بر می‌آید، یک حالت ایده‌آل می‌باشد. هرچه وضعیت یک پره به پره ایده‌آل نزدیک تر باشد (دمای سراسر پره به دمای پایه نزدیک‌تر باشد) نرخ انتقال حرارت از پره به محیط بیشتر خواهد بود.)

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸: شیب دما در یک پره با سطح مقطع ثابت در نزدیک پایه پره بدیهی است که: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

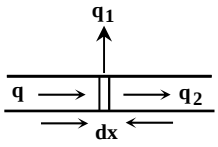
۱) کمتر از شیب دما در انتهای پره می‌باشد.
۲) بیشتر از شیب دما در انتهای پره می‌باشد.
۳) برابر شیب دما در انتهای پره می‌باشد.
۴) همسان با سایر نقاط در طول پره می‌باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** هر چه از پایه پره به سمت انتهای آن پیش می‌رویم، از شیب نمودار دما در پره کاسته می‌شود. در واقع بیشترین شیب در نمودار دما در پایه و کمترین شیب مربوط به انتهای پره می‌باشد. این قضیه را می‌توانیم با استفاده از رابطه توزیع دما در داخل پره اثبات کنیم:

$$\frac{\theta}{\theta_\infty}=\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-mx}\ ,m=\sqrt{\frac{hp}{kA}}\ \Rightarrow T=(T_\circ-T_\infty)e^{-mx}+T_\infty \Rightarrow \text{شیب نمودار دما}=\frac{dT}{dx}=-m(T_\circ-T_\infty)e^{-mx}$$

با توجه به رابطه بدست آمده برای شیب دما $(\frac{dT}{dx})$ ملاحظه می‌کنیم که هر چه به سمت انتهای پره پیش می‌رویم (افزایش x) اندازه $\frac{dT}{dx}$ کوچکتر می‌شود.

به طریق دیگری نیز می‌توانیم این قضیه را ثابت کنیم. یک حجم دیفرانسیلی را مطابق شکل در یک محل دلخواه روی پره در نظر بگیرید:



از حرارت ورودی به این حجم کنترل، مقداری از سطح جانبی به محیط منتقل می‌شود $(q_۱)$ و بقیه از سطح مقطع و به طریق هدایتی به سمت پره هدایت می‌شود $(q_۲)$ به عبارت دیگر: $q=q_۱+q_۲$، بنابراین: $q>q_۲$ یعنی هر چه از ابتدای پره به سمت انتهای آن پیش می‌رویم از نرخ انتقال حرارت هدایتی در پره کاسته می‌شود.

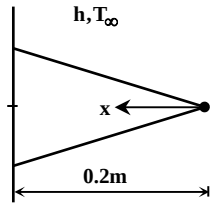
بنابراین با توجه به رابطه نرخ انتقال حرارت هدایتی حالت یک بعدی و دائم و بدون منبع حرارتی داریم:

$$q=-k\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx}=-\frac{q}{k} \Rightarrow q\downarrow \Rightarrow \frac{dT}{dx}\downarrow$$

به عبارت دیگر از ابتدا به انتهای پره با کاهش q، شیب نمودار دما نیز کاهش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹: توزیع دمای حالت پایا در یک پره مثلثی مطابق شکل با رابطه $T(x)=۲۰۰+x^۲$ بر حسب °C بیان شده است. میزان انتقال حرارت آن چند W است؟ سطح مقطع پایه پره $A=۰/۵m^۲$, $k=۱\frac{W}{m°C}$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



۱) $-۰/۱$
۲) $-۰/۲$
۳) $-۰/۳$
۴) $-۰/۵$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** نرخ انتقال حرارت در پره (q) برابر است با مقدار حرارت هدایتی ورودی به پره از پایه آن، در نتیجه داریم:

$$q=-kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=۰/۲}$$

بنابراین با استفاده از توزیع دمای داده شده خواهیم داشت:

$$T=۲۰۰+x^۲ \Rightarrow \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=۰/۲}=۲x\Big|_{x=۰/۲}=۲\times۰/۲=۰/۴ \Rightarrow q=-۱\times۰/۵\times۰/۴=-۰/۲$$

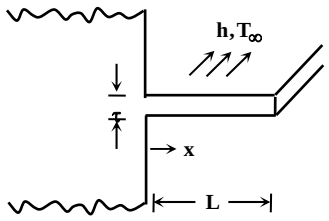
علامت منفی به معنای این است که حرارت از پره (به محیط) خارج می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۰: یک فین مستطیلی خیلی طویل داریم اگر $m=\sqrt{\frac{hP}{KA}}$ در نظر گرفته شود و دمای بیرون فین T_∞ باشد، پروفیل دما برابر است با:
(A مساحت و P محیط خیس شده است.) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



۱) $\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-mx}$　　۲) $\frac{T-T_\circ}{T_\circ-T_\infty}=e^{mx}$

۳) $\frac{T-T_\circ}{T_\circ-T_\infty}=e^{\sqrt{mx}}$　　۴) $\frac{T-T_\circ}{T_\circ-T_\infty}=e^{\frac{-mx}{2}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه توزیع دما در فین بسیار طویل بصورت مقابل می‌باشد: $\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-mx}\ ,\ m=\sqrt{\frac{hp}{kA}}$

راه حل تستی (فرض کنیم که شما رابطه بالا را نمی‌دانید):
در $x=\circ$ داریم : $T=T_\circ$ (دمای پایه فین). در نتیجه اگر در گزینه‌ها قرار دهیم: $x=\circ$، باید داشته باشیم: $T=T_\circ$. این شرط فقط در گزینه «۱» صدق می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

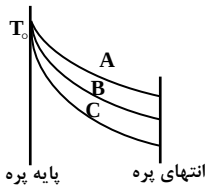
مثال۱۱: سه پره (A,B,C) با طول محدود و ابعاد کاملاً مساوی به دیواری با دمای پایه ثابت ۱۰۰°C اتصال دارند و حرارت را به هوا با دمای ۲۵°C انتقال می‌دهند. دمای انتهای کدام پره بزرگتر است؟ ($k_A>k_B>k_C$) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) پره A　　۲) پره B

۳) پره C　　۴) دمای انتهای هر سه پره مساویست.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با توجه به رابطه هدایت حرارتی در داخل پره داریم: شار حرارتی هدایتی در پره $=q''=-k\frac{dT}{dx}\ \Rightarrow\ \frac{dT}{dx}=\frac{-q''}{k}$

در نتیجه شیب نمودار دما $(\frac{dT}{dx})$ در داخل پره، با ضریب هدایت پره (k) رابطه عکس دارد. بنابراین در یک نقطه مشخص از چند پره با جنس‌های متفاوت، شیب نمودار دما در پره‌ای که k بزرگتری دارد،کمتر است. هرچه شیب نمودار دما در نقاط مختلف یک پره نسبت به پره‌های دیگر کمتر باشد، اختلاف دما بین ابتدا و انتهای آن پره هم کمتر است.



پس با توجه به اینکه طول و ابعاد پره‌های A و B و C برابر و دمای ابتدای آنها (دمای پایه) نیز برابر است، در نتیجه اختلاف دمای ابتدا و انتهای پره A (که k بزرگتری دارد) کوچکتر است و بنابراین دمای انتهای پره A از دو پره دیگر بیشتر است (همچنین دمای انتهای پره B از دمای انتهای پره C بیشتر است زیرا $k_B>k_C$). برای فهم بیشتر، نمودار دما در سه پره A و B و C در شکل روبرو رسم شده است.

راه حل دوم: رابطه توزیع دما در داخل پره به صورت روبرو می‌باشد: $\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-mx}\ ,m=\sqrt{\frac{hP}{kA}}$

بنابراین با توجه به رابطه بالا، از بین چند پره با شرایط و ابعاد یکسان و k متفاوت، هر پره‌ای که ضریب هدایت حرارتی (k) بزرگتری دارد، m در آن کوچکتر است و بنابراین در یک نقطه معین (x) در پره‌ها (مثلاً انتهای پره‌ها) عبارت e^{-mx} در آن پره بزرگتر می‌باشد (در عبارت e^{-a} چون توان منفی است، هر چه توان (a) کوچکتر باشد، مقدار e^{-a} بزرگتر است). در نتیجه مقدار $\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}$ در آن پره بیشتر است و بنابراین دما(T) در یک نقطه مشخص (مثلاً انتهای) در آن پره از سایر پره‌ها بیشتر می‌باشد. ($T_\circ$ و T_∞ در همه پره‌ها برابر است).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۲: پره‌ای را نازک می‌گویند که بتوان انتقال حرارت را در آن یک بعدی فرض کرد و شرط آن این است که: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) یک بعدی و نسبت حاصلضرب ضخامت پره در ضریب جابه‌جایی به ضریب هدایت کوچکتر از $\frac{1}{2}$ باشد.

۲) دو بعدی و حاصل تقسیم مقاومت هدایتی به مقاومت جابه‌جایی کوچکتر از $\frac{1}{2}$ باشد.

۳) یک بعدی و نسبت حاصلضرب ضخامت پره در ضریب جابه‌جایی به ضریب هدایت کوچکتر از $\frac{1}{4}$ باشد.

۴) دو بعدی و حاصل تقسیم مقاومت جابه‌جایی به مقاومت هدایتی کوچکتر از $\frac{1}{2}$ باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شرط اینکه بتوان انتقال حرارت در یک پره را یک بعدی فرض کرد این است که: $\frac{ht}{k} < \frac{۱}{۲}$، یعنی نسبت حاصل ضرب ضخامت پره در ضریب جابه‌جایی سیال به ضریب هدایت پره کوچکتر از $\frac{۱}{۲}$ باشد.

مثال ۱۳: دوفین داغ مسی و شیشه‌ای کاملاً مشابه در معرض هوای سرد با دمای ثابت و ضریب انتقال حرارت یکسان قرار گرفته‌اند. گرادیان دما $(\frac{\partial T}{\partial x})$ در پایه فین. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) در فین مسی کمتر از شیشه است.
۲) در فین مسی بیشتر از شیشه است.
۳) گرادیان دما در هر دو برابر است.
۴) بستگی به ضریب انتقال حرارت ممکن است در یکی کمتر یا بیشتر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شیب نمودار $(\frac{\partial T}{\partial x})$ در فینی که ضریب هدایت آن بزرگتر است، کمتر می‌باشد. ضریب هدایت مس از شیشه بیشتر است بنابراین شیب نمودار دما در فین مسی از فین شیشه‌ای کمتر است.

مثال ۱۴: بازده یک فین (پره) مستطیلی انتها عایق را می‌توانیم توسط رابطه ..... محاسبه نمائیم. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}}$ ، **طول فین** $= L$ ، **ضریب رسانندگی** $= K$

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی $= h$ ، **مساحت مقطع** $= A$ ، **محیط خیس شده** $= P$

۱) $\eta_f = \frac{Sinh(mL)}{mL}$ ۲) $\eta_f = \frac{Coth(mL)}{mL}$ ۳) $\eta_f = \frac{mL}{Coth(mL)}$ ۴) $\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{mL}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** بازده فین مستطیلی انتها عایق بصورت مقابل است: $\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{mL}$

مثال ۱۵: سه پره کاملاً هم شکل از سه جنس مختلف ساخته شده است و ضریب نفوذ حرارتی آنها مطابق $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$ است. روی آنها موم پوشش داده شده است. اگر ابتدای میله‌ها به طور عمودی در آب جوش قرار گیرند، طولی از آنها که موم روی آن ذوب شده باشد چگونه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) $L_A = L_B = L_C$
۲) $L_A > L_B > L_C$
۳) $L_A < L_B < L_C$
۴) هیچکدام، میزان موم ذوب شده بستگی به ضریب هدایت حرارتی پره‌ها ندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** هرچه α بزرگتر باشد، نفوذ حرارت در داخل میله بیشتر است. بنابراین بین چند پره مختلف، دما در نقاط مختلف پره‌ای که α بزرگتری دارد، نسبت به پره‌های دیگر بیشتر می‌باشد و در نتیجه طولی از پره که موم روی آن ذوب می‌شود در پره‌ای که α بزرگتری دارد، بیشتر است.

مثال ۱۶: افزایش ضریب جابه‌جائی حرارتی در اطراف یک فین، چه تأثیری بر کارآیی آن خواهد داشت؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) افزایش کارآیی
۲) تأثیری ندارد.
۳) کاهش کارآیی
۴) نوع تأثیر به جنس فین بستگی دارد (k).

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه کارایی فین (ε_f) بصورت زیر است:

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{kP}{hA}}$$

با توجه به رابطه بالا، کارایی فین با جذر ضریب هدایت فین (k) و محیط فین (P) رابطه مستقیم و با جذر ضریب جابه‌جایی سیال اطراف فین (h) و مساحت فین (A) رابطه عکس دارد. بنابراین با افزایش ضریب جابه‌جایی سیال اطراف یک فین (h)، کارایی فین کاهش می‌یابد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۷: مؤثربودن (Effectiveness) یک پره (Fin) بسیار بلند در کدام یک از شرایط زیر بیشتر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ضریب هدایت حرارتی پره زیاد و ضریب جابجائی انتقال حرارت هوای اطراف نیز زیاد باشد.
۲) ضریب هدایت حرارتی پره کم و ضریب جابجائی انتقال حرارت هوای اطراف نیز کم باشد.
۳) ضریب هدایت حرارتی پره زیاد و ضریب جابجائی انتقال حرارت هوای اطراف کم باشد.
۴) ضریب هدایت حرارتی پره کم و ضریب جابجائی انتقال حرارت هوای اطراف زیاد باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه ضریب تأثیر (کارایی) پره به صورت مقابل می‌باشد: $\varepsilon_f = \sqrt{\frac{kP}{hA}}$

با توجه به رابطه بالا ملاحظه می‌شود که ضریب تأثیر (ε_f) با ضریب هدایت حرارتی پره (k) رابطه مستقیم و با ضریب جابه‌جایی هوای اطراف (h) رابطه عکس دارد. در نتیجه هر چه ضریب هدایت پره (k) بزرگتر و ضریب جابه‌جایی هوای اطراف (h) کمتر باشد، کارایی پره بهتر است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۸: در کدامیک از شرایط زیر Effectiveness یک فین بسیار بلند بیشتر است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی زیاد و نسبت محیط فین به مساحت مقطع آن بیشتر باشد.
۲) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کم و نسبت محیط فین به مساحت مقطع آن بیشتر باشد.
۳) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی زیاد و نسبت محیط فین به مساحت مقطع آن کم باشد.
۴) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کم و نسبت محیط فین به مساحت مقطع آن کم باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه مربوط به کارایی (Effectivness) فین به صورت مقابل است: $\varepsilon_f = \sqrt{\frac{kP}{hA}}$

همان طور که در رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم، کارایی فین در حالتی که ضریب هدایت حرارتی (k) و نسبت محیط به مساحت مقطع آن ($\frac{P}{A}$) زیاد و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محیط (h) کم باشد، بیشتر خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۹: یک پره (fin) به شکل مکعب مستطیل و با طول زیاد داریم. اگر دمای محیط T_A و دمای پایه پره $T_\circ$ باشد. برای معادله‌ی توزیع دما کدام مورد صحیح است؟ ($m^2 = \frac{hp}{hA}$) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

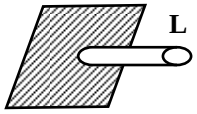
۱) $T = T_A - (T_\circ - T_A)e^{-mx}$
۲) $T = T_A + (T_\circ - T_A)e^{-mx}$
۳) $T = T_A - (T_\circ - T_A)e^{+mx}$
۴) $T = T_A + (T_\circ - T_A)e^{+mx}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه توزیع دما برای پره بلند به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{T - T_A}{T_\circ - T_A} = e^{-mx}, m = \sqrt{\frac{hP}{KA}} \Rightarrow T = T_A + (T_\circ - T_A)e^{-mx}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۰: طول تصحیح شده (L_c) در پره‌های سوزنی (پره‌های با سطح مقطع دایره‌ای) که نوک آنها عایق‌بندی شده باشد از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (L طول واقعی پره می‌باشد.) (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۸)



۱) $L_c = L$
۲) $L_c = L + d$
۳) $L_c = L + \frac{d}{2}$
۴) $L_c = L + \frac{d}{4}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طول تصحیح شده (L_c) در پره‌هایی که نوک آنها عایق است برابر با طول واقعی پره (L) می‌باشد: $L = L_c$.

اما در پره‌هایی که نوک آنها در مجاورت سیال قرار دارد و در نوک پره انتقال حرارت جابه‌جایی وجود دارد طول تصحیح شده برابر است با: $L_c = L + \frac{A}{P}$

که در رابطه بالا A مساحت سطح مقطع و P محیط پره در نوک آن می‌باشد. به عنوان مثال اگر طول تصحیح شده در پره‌ای سوزنی که در نوک آن جابه‌جایی وجود دارد مورد سوال می‌بود، مقدار آن به صورت زیر بدست می‌آمد:

$$L_c = L + \frac{A}{P}, A = \frac{\pi d^2}{4}, P = \pi d \Rightarrow \frac{A}{P} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4} \Rightarrow L_c = L + \frac{d}{4}$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل سوم

۱ـ تعریف کارایی یک پره (ε_f) چیست؟

۱) نسبت نرخ انتقال حرارت با وجود پره به نرخ انتقال حرارت بدون وجود پره

۲) نسبت نرخ انتقال حرارت بدون وجود پره به نرخ انتقال حرارت با وجود پره

۳) نسبت انتقال حرارت ازپره در حالت واقعی به انتقال حرارت از پره در حالت ایده‌آل

۴) نسبت انتقال حرارت از پره در حالت ایده‌آل به حالت واقعی

۲ـ راندمان یک پره:

۱) با افزایش طول آن افزایش می‌یابد.

۲) با افزایش طول آن کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش طول آن تغییری نمی‌کند.

۴) با افزایش طول ممکن است افزایش و یا کاهش یابد.

۳ـ اگر ضریب هدایت حرارتی یک پره طویل افزایش یابد، کارایی آن چه تغییری می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند.

۲) افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد.

۴) ممکن است افزایش و یا کاهش یابد.

۴ـ دو پره با ابعاد برابر یکی از جنس آلومینیوم و دیگری از جنس چدن تصور کنید. دمای ابتدای هر دو پره $100^\circ C$ بوده و هر دو در محیطی با دمای $30^\circ C$ قرار دارند. دمای انتهای کدام پره بیشتر است؟ ($k_{\text{آلومینیوم}} > k_{\text{چدن}}$)

۱) آلومینیوم

۲) چدن

۳) برابر

۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۵ـ در یک فین حلقوی مقدار شار حرارتی در داخل فین در جهت افزایش شعاع:

۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) ثابت است.

۴) بستگی به جنس آن دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل چهارم

«هدایت دوبعدی پایا»

مثال۱: با توجه به مفهوم ضریب شکل «هدایتی» واحد آن را در دستگاه SI بنویسید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) $\frac{m}{K}$ ۲) $\frac{m^۲}{K}$ ۳) $m^۲$ ۴) m

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** واحد ضریب شکل هدایتی(S) در دستگاه SI، متر می‌باشد.

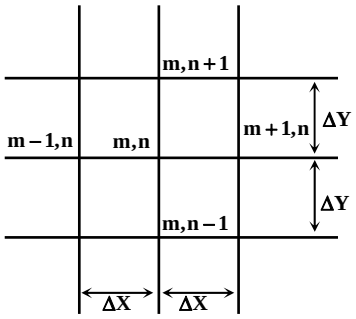
مثال۲: با توجه به شکل مقابل کدام یک از روابط زیر صحیح نمی‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) $\left[\frac{\partial^۲T}{\partial X^۲}\right]_{m,n} = \frac{T_{m+۱,n} + T_{m-۱,n} - ۲T_{m,n}}{(\Delta X)^۲}$

۲) $\left[\frac{\partial T}{\partial Y}\right]_{m+\frac{۱}{۲},n} \approx \frac{T_{m+۱,n} - T_{m,n}}{\Delta X}$

۳) $\left[\frac{\partial T}{\partial Y}\right]_{m,n-\frac{۱}{۲}} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m,n-۱}}{\Delta Y}$

۴) $\left[\frac{\partial^۲T}{\partial Y^۲}\right]_{m,n} = \frac{T_{m,n+۱} + T_{m,n-۱} - ۲T_{m,n}}{(\Delta Y)^۲}$

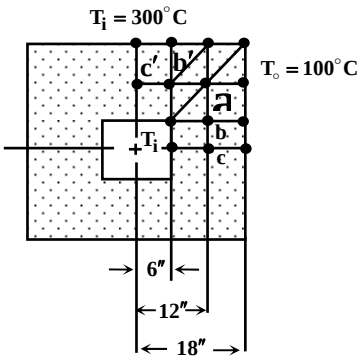


☑ **پاسخ: گزینه «۲»**

$$\left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{m+\frac{۱}{۲},n} \approx \frac{T_{m+۱,n} - T_{m,n}}{\Delta X}$$

بنابراین، رابطه گزینه «۲» صحیح نیست (سایر گزینه‌ها صحیح می‌باشند).

مثال۳: در شکل مقابل برای انتقال حرارت چندبعدی می‌توان نوشت: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) Node a $T_{b'} + T_b + ۱۰۰ + ۱۰۰ - ۴T_a = ۰$
Node b $۴۰۰ + T_c + T_a - T_b = ۰$

۲) Node a $۲۰۰ + T_b - ۲T_c = ۰$
Node b $۴۰۰ + T_c + T_a - ۴T_b = ۰$

۳) Node a $۲۰۰ + T_b - ۲T_c = ۰$
Node b $۴۰۰ + T_c + T_a - T_b = ۰$

۴) Node a $T_b + ۱۰۰ - ۲T_a = ۰$
Node b $۴۰۰ + T_c + T_a - ۴T_b = ۰$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»**

با توجه به تقارن، دمای نقاط b و b' با هم برابر است $(T_b = T_{b'})$، بنابراین:

نقطه a: $۴T_a = ۱۰۰ + ۱۰۰ + T_b + T_{b'}$

$۴T_a = ۲۰۰ + ۲T_b \Rightarrow T_b + ۱۰۰ - ۲T_a = ۰$

نقطه b: $۴T_b = ۳۰۰ + ۱۰۰ + T_c + T_a \Rightarrow ۴۰۰ + T_c + T_a - ۴T_b = ۰$

در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴: برای یک استوانه محدود مدفون در عمق D از زمین، ضریب شکل (Shape factor) به صورت $\frac{۲\pi L}{\ln(۲D/r)}$ تعریف می‌شود. (L طول استوانه و r شعاع استوانه است.) اگر دمای سطح زمین $T_۱$ و دمای سطح استوانه $T_۲$ باشد، میزان انتقال حرارت حالت پایا کدام است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) $q=\frac{۲\pi L}{\ln(۲D/r)}k(T_۱-T_۲)$

۲) $q=\frac{۲\pi L}{k\ln(۲D/r)}(T_۱-T_۲)$

۳) $q=\frac{\ln(۲D/r)}{۲\pi kL}(T_۱-T_۲)$

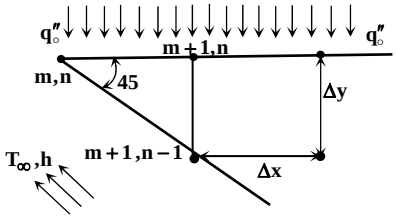
۴) $q=\frac{k\ln(۲D/r)}{۲\pi L}(T_۱-T_۲)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** نرخ انتقال حرارت از زمین به استوانه برابر است با:

$$q=Sk\Delta T=\frac{۲\pi L}{Ln(\frac{۲D}{r})}k(T_۱-T_۲)$$

مثال۵: در حالت پایدار، معادلهٔ اختلاف محدود را برای نقطهٔ n و m که نوک یک قلم برش است به دست آورید. همانطوری که در شکل مشخص است سطح بالایی تحت شار $q''_\circ$ بوده و سطح مورّب آن تحت اثر جابه‌جایی با سیالی به دمای T_∞ و ضریب کنوکسیون h می‌باشد. در شبکه‌بندی $\Delta x=\Delta y$ است.

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



۱) $T_{m+۱,n}+\sqrt{۲}\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_\circ\frac{\Delta x}{K}-\sqrt{۲}\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=\circ$

۲) $T_{m+۱,n}-\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_\circ\frac{\Delta x}{K}-\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=\circ$

۳) $T_{m+۱,n}+\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_\circ\frac{\Delta x}{K}-\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=\circ$

۴) $T_{m+۱,n}+\sqrt{۲}\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_\circ\frac{\Delta x}{K}-\frac{۲h\Delta x}{K}T_{m,n}=\circ$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** موازنه انرژی را برای گره (n و m) می‌نویسیم:

$$k(\frac{\Delta y}{۲}).\frac{T_{m+۱,n}-T_{m,n}}{\Delta x}+q''_\circ\frac{\Delta x}{۲}+h(\sqrt{۲}\Delta x).(T_\infty-T_{m,n})=\circ$$

$$\Delta x=\Delta y\Rightarrow k(T_{m+۱,n}-T_{m,n})+q''_\circ\frac{\Delta x}{۲}+\sqrt{۲}h.\Delta x(T_\infty-T_{m,n})=\circ$$

$$T_{m+۱}-T_{m,n}+q''_\circ\frac{\Delta x}{۲k}+\frac{\sqrt{۲}h\Delta x}{k}T_\infty-\frac{\sqrt{۲}h\Delta x}{۱۲}T_{m,n}=\circ$$

اگر $-T_{m,n}$ به گزینه «۱» اضافه شود پاسخ صحیح گزینه «۱» خواهد بود.

مثال۶: با توجه به مفهوم ضریب شکل هدایتی (shape factor) واحد آن را بدست آورید و بگوئید کدام گزینه در سیستم SI درست است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) m

۲) $\frac{۱}{s}$

۳) $m^۲$

۴) $\frac{s}{m^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** واحد ضریب شکل هدایتی(S) درسیستم SI ، متر (m) می‌باشد. اگر واحد آنرا فراموش می‌کنید از رابطه انتقال حرارت هدایتی در دیوار مسطح استفاده کنید:

$$q=Sk\Delta T,\ q=kA\frac{\Delta T}{L}$$

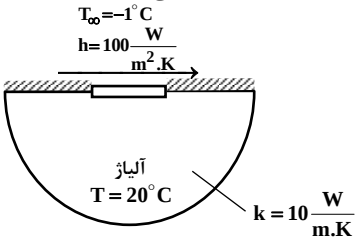
بنابراین واحد S با واحد $\frac{A}{L}$ (مساحت تقسیم بر طول) یکی می‌باشد. در نتیجه واحد S ، متر است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۷: یک جسم به ضخامت ناچیز و سطح $۰/۰۳m^۲$ روی سطح آلیاژی با ضریب هدایت k قرار دارد. مبادلهٔ حرارتی بین محیط اطراف و آلیاژ چقدر است؟ (ضریب شکل (shape factor) دیسک و آلیاژ را برابر $۰/۴m$ فرض نمایید). (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) ۱۸ وات

۲) ۲۴ وات

۳) ۳۶ وات

۴) ۷۲ وات

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** حرارت منتقل شده از آلیاژ به محیط (q) برابر است با نسبت اختلاف دمای آلیاژ با محیط (اختلاف پتانسیل) به مقاومت گرمایی کل بین آلیاژ و محیط: $q = \frac{T - T_\infty}{R_t}$.

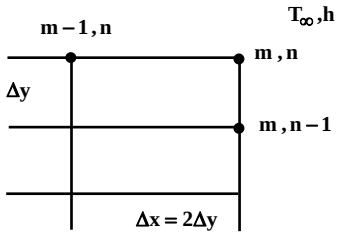
مقاومت گرمایی کل (R_t) برابر است با مجموع مقاومت هدایتی بین آلیاژ و دیسک $(R_۱)$ و مقاومت جابه‌جایی بین دیسک و محیط اطراف $(R_۲)$. به عبارت دیگر: $R_۱ = \frac{۱}{Sk}\ ,\ R_۲ = \frac{۱}{hA} \Rightarrow R_t = \frac{۱}{Sk} + \frac{۱}{hA}$

در روابط بالا، S ضریب شکل دیسک و آلیاژ، k ضریب هدایتی آلیاژ، h ضریب جابه‌جایی سیال و A مساحت سطح دیسک می‌باشند. در نتیجه داریم:

$$q = \frac{T - T_\infty}{R_t} = \frac{T - T_\infty}{\frac{۱}{Sk} + \frac{۱}{hA}} = \frac{۲۰ - (-۱)}{\frac{۱}{۰/۴ \times ۱۰} + \frac{۱}{۱۰۰ \times ۰/۰۳}} \Rightarrow q = ۳۶W$$

مثال۸: معادله نقطه‌ای (تفاضلی) برای گره m,n در شبکه‌بندی زیر را به دست آورید. انتقال حرارت جابه‌جائی نیز وجود دارد. $\Delta x = ۲\Delta y$

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱) $\left(۲ + \frac{۲h\Delta y}{k}\right)T_{m,n} - T_{m-۱,n} - ۴T_{m,n-۱} - \frac{۲h\Delta y}{k}T_\infty = ۰$

۲) $\left(۲ + \frac{۲h\Delta y}{k}\right)T_{m,n} - T_{m-۱,n} - T_{m,n-۱} - \frac{۲h\Delta y}{k}T_\infty = ۰$

۳) $\left(۵ + \frac{۶h\Delta y}{k}\right)T_{m,n} - T_{m-۱,n} - ۴T_{m,n-۱} - \frac{۶h\Delta y}{k}T_\infty = ۰$

۴) $\left(۵ + \frac{۶h\Delta y}{k}\right)T_{m,n} - T_{m-۱,n} - T_{m,n-۱} - \frac{h\Delta y}{k}T_\infty = ۰$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** انرژی حرارتی که به گره (m,n) وارد می‌شود از طریق هدایت از گره‌های $(m-۱,n)$ و $(m,n-۱)$ و جابه‌جایی از سیال مجاور می‌باشد. در نتیجه موازنه انرژی در گره (m,n) به صورت روبرو در می‌آید:

$$q_{(m-۱,n)\to(m,n)} = \frac{kA\Delta T}{L} = k(\frac{\Delta y}{۲} \times ۱)\frac{T_{m-۱,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_{(m,n-۱)\to(m,n)} = \frac{kA\Delta T}{L} = k(\frac{\Delta x}{۲} \times ۱)\frac{T_{m,n-۱} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_{\infty\to(m,n)} = hA\Delta T = h(\frac{\Delta x}{۲} \times ۱)(T_\infty - T_{m,n}) + h(\frac{\Delta y}{۲} \times ۱)(T_\infty - T_{m,n})$$

$$\Rightarrow\ q_{(m-۱,n)\to(m,n)} + q_{(m,n-۱)\to(m,n)} + q_{\infty\to(m,n)} = ۰$$

$$\Rightarrow\ k\frac{\Delta y}{۲\Delta x}(T_{m-۱,n} - T_{m,n}) + k\frac{\Delta x}{۲\Delta y}(T_{m,n-۱} - T_{m,n}) + h(\frac{\Delta x}{۲} + \frac{\Delta y}{۲})(T_\infty - T_{m,n}) = ۰$$

$$\Delta x = ۲\Delta y\ \Rightarrow\ \frac{k}{۴}T_{m-۱,n} - \frac{k}{۴}T_{m,n} + kT_{m,n-۱} - kT_{m,n} + \frac{۳}{۲}h\Delta yT_\infty - \frac{۳}{۲}h\Delta yT_{m,n} = ۰$$

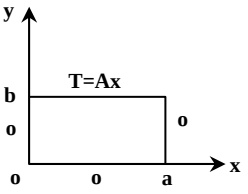
$$-\frac{k}{۴}\text{ تقسیم بر }\Rightarrow -T_{m-۱,n} + T_{m,n} - ۴T_{m,n-۱} + ۴T_{m,n} - ۶\frac{h\Delta y}{k}T_\infty + ۶\frac{h\Delta y}{k}T_{m,n} = ۰$$

$$\Rightarrow\ (۵ + \frac{۶h\Delta y}{k})T_{m,n} - T_{m-۱,n} - ۴T_{m,n-۱} - \frac{۶h\Delta y}{k}T_\infty = ۰$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹: یک صفحه مستطیلی مطابق شکل زیر با مشخصات داده شده وجود دارد. در صورتی که انتقال حرارت پایا و خواص حرارتی ثابت باشند، توزیع دما در صفحه به صورت کدام یک از حالت‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) $T(x,y)=\frac{۲Aa}{\pi}(-۱)^{\frac{n+۱}{n}}\cos\frac{n\pi y}{a}\sin\frac{n\pi y}{a}\Big/\sinh\frac{n\pi y}{a}$

۲) $T(x,y)=\frac{۲Aa}{\pi}(-۱)^{\frac{n+۱}{n}}\sin\frac{n\pi y}{a}\sin\frac{n\pi y}{a}\Big/\sinh\frac{n\pi y}{a}$

۳) $T(x,y)=\frac{۲Aa}{\pi}\frac{(-۱)^{n+۱}}{n}\sin\frac{n\pi x}{a}\frac{\sinh(\frac{n\pi y}{a})}{\sinh(\frac{n\pi b}{a})}$

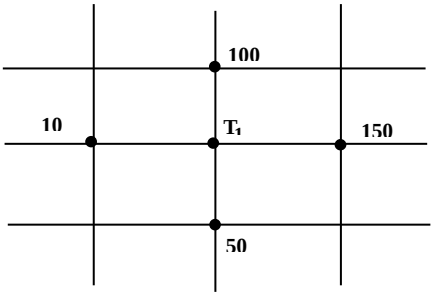
۴) $T(x,y)=\frac{۲Aa}{\pi}\frac{(-۱)^{n+۱}}{n}\sin\frac{n\pi y}{a}\frac{\sinh(\frac{n\pi x}{a})}{\sinh(\frac{n\pi b}{a})}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** شرایط مرزی مسأله به صورت روبرو است: $T(x,\circ)=\circ\ ,\ T(x,b)=Ax\ ,\ T(\circ,y)=\circ\ ,\ T(a,y)=\circ$

انتقال حرارت دوبعدی است بنابراین در جواب مسأله هم متغیر x و هم متغیر y باید ظاهر شوند. لذا گزینه‌های «۱» و «۲» اشتباه هستند. از بین دو گزینه «۳» و «۴» شرایط مرزی فقط در گزینه «۳» صدق می‌کنند، بنابراین پاسخ صحیح گزینه «۳» می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۰: شکل زیر، شبکه‌بندی یک صفحه برای حل عددی محاسبه دما در صفحه با تولید حرارت $\dot{q}=۱\circ^{۶}\frac{w}{m^{۳}}$ و ضریب هدایت $k=۱\circ\circ\frac{w}{m^{\circ}.C}$ را نشان می‌دهد. $T_۱$ کدام گزینه است؟ $\Delta x=\Delta y=\circ/۱$ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $T_۱=۷۵^{\circ}C$

۲) $T_۱=۱\circ\circ^{\circ}C$

۳) $T_۱=۱۵\circ^{\circ}C$

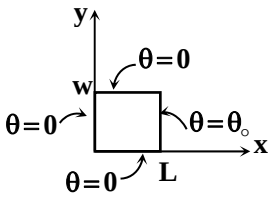
۴) $T_۱=۱۲۵^{\circ}C$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** دمای گره (۱) $(T_۱)$ برابر است با:

$$۴T_۱=۱\circ\circ+۱\circ\circ+۵\circ+۱۵\circ+\frac{\dot{q}\Delta x\Delta y}{k}=۴\circ\circ+\frac{۱\circ^{۶}\times\circ/۱\times\circ/۱}{۱\circ\circ}=۴\circ\circ+۱\circ\circ=۵\circ\circ\Rightarrow T_۱=\frac{۱}{۴}\times۵\circ\circ=۱۲۵^{\circ}C$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۱: در رابطه با دیوار دو بعدی زیر کدامیک از گزینه‌ها در رابطه با توزیع دما صحیح است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۷)



۱) $\theta(x,y)=(c_۱e^{-\lambda x}+c_۲e^{\lambda x})(c_۳\cosh\lambda y+c_۴\sinh\lambda y)$

۲) $\theta(x,y)=(c_۱e^{-\lambda x}+c_۲e^{\lambda x})(c_۳\cos\lambda x+c_۴\sin\lambda x)$

۳) $\theta(x,y)=(c_۱e^{-\lambda x}+c_۲e^{\lambda x})(c_۳\cos\lambda y+c_۴\sin\lambda y)$

۴) $\theta(x,y)=(c_۱e^{-\lambda x}+c_۲e^{\lambda x})(c_۳\cosh\lambda x+c_۴\sinh\lambda x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله حاکم بر این مسأله، معادله هدایت حرارتی دو بعدی پایا و بدون منبع حرارتی است: $\frac{\partial^۲T}{\partial x^۲}+\frac{\partial^۲T}{\partial y^۲}=\circ$

معادله بالا معادله لاپلاس دوبعدی است. با حل این معادله به روش تفکیک متغیرها، جواب معادله که همان توزیع دما در صفحه است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T(x,y)=(C_۱e^{-\lambda x}+C_۲e^{\lambda x})(C_۳\cos\lambda y+C_۴\sin\lambda y)$$

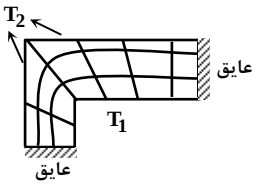
(داوطلبان عزیز کنکور، نیازی به حل چنین معادلاتی ندارید. زیرا حل معادله زمان‌بر می‌باشد. کافی است جواب معادله لاپلاس دوبعدی را به خاطر بسپارید.)

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۲: ضریب شکل S در شکل مقابل چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)



۱) $S=\frac{۲}{۳}$ ۲) $S=۳$

۳) $S=\frac{۱}{۳}$ ۴) $S=\frac{۳}{۲}$

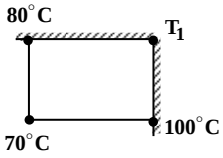
☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در انتقال حرارت هدایتی دو بعدی، ضریب شکل (S) از رابطه مقابل بدست می‌آید: $S=\frac{ML}{N}$

در رابطه بالا، M تعداد مسیرهای گرما، N تعداد نموهای گرما و L عمق جسم را نشان می‌دهد. در این مسأله اگر عمق را یک در نظر بگیریم، داریم:

$$M=۶,\ N=۴,\ L=۱ \Rightarrow S=\frac{M}{N}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$$

آزمون فصل چهارم

۱ـ در شکل مقابل دمای T_1 چقدر است؟



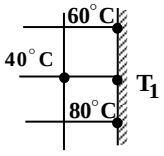
۱) $۸۰^\circ C$

۲) $۷۵^\circ C$

۳) $۹۰^\circ C$

۴) $۹۵^\circ C$

۲ـ در شکل مقابل دمای T_1 چقدر است؟



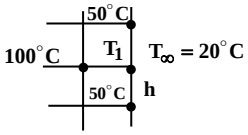
۱) $۶۵^\circ C$

۲) $۵۵^\circ C$

۳) $۷۵^\circ C$

۴) $۷۰^\circ C$

۳ـ در شکل مقابل اگر ضریب جابه‌جایی سیال ناچیز باشد $(h \simeq ۰)$ دمای T_1 چقدر است؟



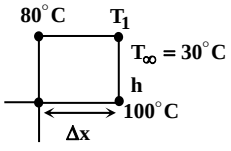
۱) $۶۰^\circ C$

۲) $۸۰^\circ C$

۳) $۷۵^\circ C$

۴) $۸۵^\circ C$

۴ـ در شکل مقابل درصورتی که $\frac{h\Delta x}{k}=۲$ باشد، دمای T_1 چقدر است؟



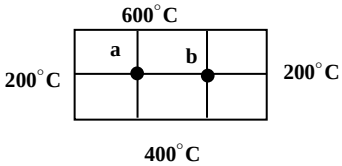
۱) $۹۰^\circ C$

۲) $۸۰^\circ C$

۳) $۶۰^\circ C$

۴) $۵۰^\circ C$

۵ـ در شکل مقابل دمای گره a چقدر است؟



۱) $۳۰۰^\circ C$

۲) $۴۰۰^\circ C$

۳) $۴۵۰^\circ C$

۴) $۵۰۰^\circ C$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پنجم

«انتقال حرارت گذرا (ناپایا)»

مثال۱: اگر زمان سرد شدن گلوله مسی به قطر ۲ سانتی‌متر و مکعب مسی به ضلع ۲ سانتی‌متر را تحت شرایط محیطی مساوی در نظر بگیریم.....

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) بستگی به ضریب انتقال حرارت محیط (برای هر دو مساوی) ممکن است یکی زودتر از دیگری سرد می‌شود.

۲) گلوله مسی سریع‌تر از مکعب مسی سرد می‌شود.

۳) گلوله مسی کندتر از مکعب سرد می‌شود.

۴) هر دو همزمان سرد می‌شوند و درجه حرارتشان یکسان باقی می‌ماند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** بین مکعب و کره، هرکدام ثابت زمانی (τ) کوچک‌تری داشته باشد سریع‌تر سرد می‌شود. رابطه ثابت زمانی بصورت $\tau = \frac{\rho C L_c}{h}$ می‌باشد. با توجه به اینکه گلوله و مکعب از یک جنس هستند و در یک محیط قرار دارند بنابراین مقدار h, C, ρ در رابطه ثابت زمانی آن‌ها برابر است، در نتیجه هر کدام که طول مشخصه (L_c) کوچک‌تری داشته باشد ثابت زمانی کوچک‌تری دارد. با توجه به تعریف طول مشخصه داریم.

$$\text{کره}: L_c = \frac{V}{A} = \frac{\pi D^3/6}{\pi D^2} = \frac{D}{6} = \frac{0/02}{6}$$

$$\text{مکعب}: L_c = \frac{V}{A} = \frac{a^3}{6a^2} = \frac{a}{6} = \frac{0/02}{6}$$

بنابراین طول مشخصه (L_c) آن‌ها نیز باهم برابر است لذا ثابت زمانی آن‌ها برابر بوده و هر دو همزمان سرد می‌شوند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: یک کره مسی داغ را در مجاورت هوای اتاق قرار داده‌ایم. نسبت Nu / Bi در این مورد چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) $Nu/Bi < 1$ ۲) $Nu/Bi > 1$ ۳) $Nu/Bi = 1$ ۴) بستگی به دمای کره دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با استفاده از تعریف عدد نوسلت (Nu) و عدد بیو (Bi) داریم: $Nu = \frac{hD}{k_f}$, $Bi = \frac{hL_c}{k_c}$, $L_c = \frac{V}{A} = \frac{D}{6}$

در روابط بالا، k_f ضریب هدایت هوا و k_c ضریب هدایت کره مسی می‌باشد. L_c نیز طول مشخصه کره است. بنابراین:

$$\frac{Nu}{Bi} = \frac{hD/k_f}{hD/6k_c} = \frac{6k_c}{k_f} \quad , \quad k_c > k_f \Rightarrow \frac{Nu}{Bi} > 1$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: در بررسی مسائل انتقال حرارت ناپایدار (unsteady) جهت بررسی سیستم بصورت انباشته (lumped) عدد بی‌بعد...

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) $Bi > 0/1$ باشد در این حالت فرض می‌شود که تمامی جسم در هر لحظه دارای دمایی یکنواخت است.

۲) $Bi < 0/1$ باشد در این حالت فرض می‌شود که تمامی جسم در هر لحظه دارای دمایی یکنواخت است.

۳) $Bi < 0/1$ باشد یعنی دمای جسم با زمان تغییر نمی‌کند.

۴) Bi و فوریه Fo باید برابر باشند.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در انتقال حرارت گذرا (ناپایدار) شرط استفاده از روش ظرفیت حرارتی فشرده (انباشته) این است که $Bi < 0/1$ باشد. در این حالت فرض می‌شود که تمام جسم در هر لحظه دارای دمای یکنواخت می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴: نسبت مقاومت هدایت گرمایی جسم جامد به مقاومت جابه‌جایی سیال مجاور با کدام عدد بدون بعد نشان داده می‌شود؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) پرانتل ۲) نوسلت ۳) بیوت ۴) شروود

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** عدد بیو بصورت نسبت مقاومت هدایتی جسم جامد به مقاومت جابه‌جایی سیال مجاور آن تعریف می‌شود:

$$Bi = \frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}} = \frac{hL_c}{k}$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵: یک کره فلزی به قطر ۵ سانتیمتر و یک مکعب از همان جنس به ضلع ۵ سانتیمتر در دمای ۲۵۰ درجه سانتیگراد در معرض هوای ۱۰ درجه سانتیگراد با ضریب انتقال حرارت مساوی قرار گرفته‌اند. نرخ سرد شدن در صورتی که عدد Bi در هر دو مورد کوچکتر از ۰/۱ باشد، چگونه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) مکعب بیشتر از کره است.

۲) کره و مکعب برابر است.

۳) کره بیشتر از مکعب است.

۴) بستگی به میزان ضریب انتقال حرارت ممکن است یکی زودتر یا دیرتر سرد شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** عدد بیو کوچک است $(Bi < 0/1)$. بنابراین می‌توانیم برای تعیین تغییرات دما از روش ظرفیت حرارتی فشرده استفاده کنیم. در روش ظرفیت حرارتی فشرده رابطه دما به صورت مقابل می‌باشد:

$$\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-\frac{t}{\tau}}\ ,\ \tau=\frac{\rho CL}{h}\ ,\ L=\frac{V}{A}$$

با توجه به اینکه جنس کره و مکعب یکسان است و شرایط محیط نیز در هر دو مورد ثابت است، در نتیجه $T_\infty, T_\circ, \rho, C, h$ در هر دو مورد یکی است. بنابراین هر کدام که طول مشخصه(L) کوچکتری داشته باشند، ثابت زمانی آن کوچکتر بوده و در نتیجه زودتر سرد می‌شود.

با توجه به تعریف طول مشخصه داریم:

$$\text{مکعب}: L=\frac{V}{A}=\frac{a^3}{6a^2}=\frac{a}{6}\quad ,\quad \text{کره}: L=\frac{V}{A}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2}=\frac{r}{3}=\frac{d}{6}$$

با توجه به اینکه اندازه قطر کره (d) و ضلع مکعب (a) با هم برابر است، در نتیجه طول مشخصه کره و مکعب نیز برابر است و بنابراین نرخ سرد شدن مکعب و کره با هم برابر می‌باشد.

مثال۶: یک صفحه نازک به ضخامت 5mm باکف کاملاً عایق و در وضعیت افقی قرار دارد. این صفحه تحت شار حرارتی یکنواخت $1000\frac{W}{m^2}$ بوده و همچنین جریانی با دمای $T_\infty = 20^\circ c$ و ضریب جابه‌جایی $h = 20\frac{W}{m^2K}$ روی سطح آن برقرار است. اگر چگالی صفحه $2000\frac{kg}{m^3}$ و گرمای ویژه آن $1000\frac{J}{kg.K}$ و دمای اولیه صفحه $30^\circ c$ باشد، نرخ تغییردمای اولیه صفحه (برحسب $\frac{K}{s}$) کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۰۲ ۳) ۰/۰۰۲ ۴) ۰/۰۸

☑ **پاسخ: گزینه «۴»**

تغییر انرژی درونی = انرژی خروجی − انرژی ورودی

$$\Rightarrow q''A-hA(T-T_\infty)=mC\frac{dT}{dt}=\rho AbC\frac{dT}{dt}\quad (m=\rho V=\rho Ab \text{ ضخامت سطح می‌باشد } b)$$

$$\Rightarrow \text{A را از طرفین حذف می‌کنیم } \Rightarrow 1000-20(T-20)=2000\times 0/005\times 1000\frac{dT}{dt}\ \Rightarrow \frac{dT}{dt}=\frac{1000-20(T-20)}{2000\times 0/005\times 1000}$$

در لحظه $t=0: T_\circ=30$ ، بنابراین $\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=0}$ برابر است با:

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=0}=\frac{1000-20(30-20)}{2000\times 0/005\times 1000}=0/8\ \frac{K}{s}$$

مثال۷: نسبت مقاومت هدایت گرمایی جسم جامد به مقاومت جابه‌جایی سیال مجاور آن با کدام عدد بدون بعد نشان داده می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) بیو ۲) ریلی ۳) شروود ۴) پراندتل

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق تعریف، عدد بیو برابر است با نسبت مقاومت هدایتی جسم جامد به مقاومت جابه‌جایی سیال مجاور آن:

$$Bi=\frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}}=\frac{hL_c}{k}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸: تعریف عدد بدون بعد BIOT در صورتی که: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

h **Convective heat transfer Coefficient**

k **Conductive heat transfer Coefficient**

A **Surface area**

V **Volume**

۱) $Bi=\frac{kA}{hV}$ ۲) $Bi=\frac{hV}{kA}$ ۳) $Bi=\frac{kV}{hA}$ ۴) $Bi=\frac{hA}{kV}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** عدد بیود (Bi) به صورت نسبت مقاومت هدایتی در داخل جسم به مقاومت جابه‌جایی بین جسم و سیال اطراف آن تعریف می‌شود. و رابطه آن به صورت زیر است:

$$Bi=\frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}}=\frac{hL_c}{k}\ ,\ L_c=\frac{V}{A}\ \Rightarrow\ Bi=\frac{hV}{kA}$$

مثال۹: اگر قطر یک گرمکن الکتریکی استوانه‌ای نسبتاً طویل دو برابر شود، میزان تغییرات مصرف انرژی الکتریکی بر واحد زمان چند برابر می‌شود؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) ۲ برابر ۲) ۳برابر ۳) ۴ برابر ۴) تغییر نمی‌کند

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** تغییر مصرف انرژی الکتریکی بر واحد زمان در استوانه طویل برابر است با تغییر انرژی داخلی آن (U)، بنابراین:

$$\dot{E}=\frac{dU}{dt}\ ,\ U=mCT=\rho VCT\ \Rightarrow \dot{E}=\frac{d}{dt}(\rho VCT)=\rho VC\frac{dT}{dt}$$

C گرمای ویژه، ρ چگالی و V حجم گرمکن می‌باشد که برابر است با $V=\frac{\pi D^2}{4}L$. بنابراین:

$$\dot{E}\propto V, V\propto D^2\ \Rightarrow \dot{E}\propto D^2\ \Rightarrow \frac{\dot{E}_2}{\dot{E}_1}=(\frac{D_2}{D_1})^2=(\frac{2D_1}{D_1})^2=4$$

مثال۱۰: برای اینکه انتشار گرما در داخل جسم سریعتر اتفاق افتد بایستی عدد ..... در آن ..... باشد. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) فوریه (Fo) ـ بزرگ ۲) بیو (Bi) ـ خیلی بزرگ ۳) فوریه (Fo) ـ کوچک ۴) بیو (Bi) ـ خیلی کوچک

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** برای اینکه انتشار گرما در داخل جسم سریعتر اتفاق بیفتد، باید ضریب پخش حرارتی (α) آن جسم بزرگ باشد. هرچه α بزرگتر باشد حرارت درون جسم سریعتر منتشر می‌شود. عدد فوریه برابر با $Fo=\frac{\alpha t}{L}$ می‌باشد بنابراین بزرگ بودن عدد فوریه به معنای بزرگ بودن α (ضریب پخش حرارتی) است. در نتیجه هرچه عدد فوریه بزرگتر باشد، انتشار گرما در داخل جسم سریعتر اتفاق می‌افتد.

نکته: طبق تعریف، ضریب پخش حرارتی برابر است با $\alpha=\frac{k}{\rho C_p}$ که برابر با نسبت توانایی هدایت گرمایی به ذخیره انرژی در جسم می‌باشد. بنابراین گرما در داخل موادی که α بزرگتری دارند سریعتر منتشر می‌شود.

مثال۱۱: یک کره و یک استوانه با حجم مساوی از جنس مس هر دو در دمای یکسان اولیه‌ای قرار دارند. هر دو بطور یکسان در معرض جابه‌جایی با محیطی با دمای کمتر قرار می‌گیرند. کدامیک زودتر سرد می‌شوند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) استوانه زودتر از کره سرد می‌شود.

۲) کره زودتر از استوانه سرد می‌شود.

۳) هر دو بطور مساوی سرد می‌شوند.

۴) بستگی به طول استوانه و شعاع کره دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در انتقال حرارت گذرا، رابطه دمای جسم برحسب زمان، طبق روش ظرفیت حرارتی فشرده بصورت زیر است:

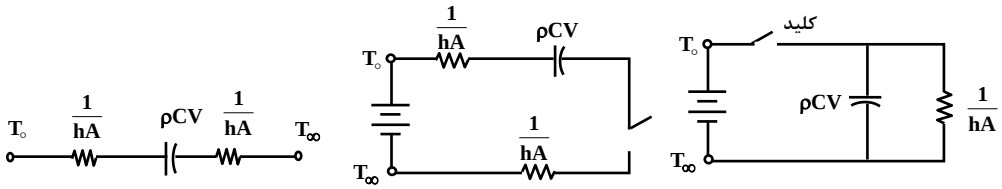
$$\frac{T-T_\infty}{T_\circ-T_\infty}=e^{-\frac{t}{\tau}}=e^{-(\frac{hA}{\rho VC})t}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

که در رابطه بالا $\tau = \frac{\rho VC}{hA}$، ثابت زمانی حرارتی است. هرچه ثابت زمانی (τ) کوچکتر باشد انتقال حرارت سریعتر انجام می‌شود. بنابراین بین کره و استوانه، هرکدام که ثابت زمانی کوچکتری داشته باشد، سریعتر سرد می‌شود. چون جنس و حجم هر دو برابر است و هر دو در یک محیط قرار دارند، بنابراین در هر دو حالت h,C,V,ρ برابرند. درنتیجه هر کدام که مساحت سطح بیشتری داشته باشد، ثابت زمانی کوچکتری دارد و در نتیجه زودتر سرد می‌شود. در حجم برابر، مساحت سطح استوانه از کره بیشتر است بنابراین استوانه زودتر سرد می‌شود.

مثال۱۲: گلوله‌ای را داخل یک سیال غوطه‌ور می‌کنیم کدام‌یک از گزاره‌های زیر مدار برقی توزیع دما را نشان می‌دهد. گلوله در زمان $t = 0$ دمایش T_0 می‌باشد و T_∞ دمای سیال است. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



(۱) (۲) (۳) ۴) هیچکدام

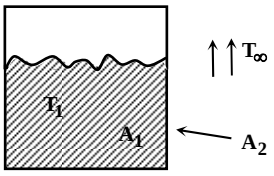
☑ **پاسخ: گزینه «۱»** مدار برقی مربوط به روش ظرفیت حرارتی فشرده، بصورت گزینه «۱» می‌باشد.

مثال۱۳: گلوله کوچکی را در یک ظرف محتوی آب غوطه‌ور می‌کنیم اگر دمای اولیه گلوله T_0 و دمای سیال T_∞ باشد، توزیع دما برحسب زمان برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) $\frac{T-T_0}{T_0-T_\infty} = \exp(\frac{hA}{\rho CV})t$ ۲) $\frac{T-T_0}{T_0-T_\infty} = \exp(\frac{\rho CV}{hA})t$ ۳) $\frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty} = \exp(-\frac{hA}{\rho CV})t$ ۴) $\frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty} = \exp(\frac{\rho hA}{CV})t$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** چون گلوله کوچک است، می‌توانیم توزیع دما در داخل آن را یکنواخت فرض نماییم (بعبارت دیگر اختلاف دما در داخل کره را ناچیز فرض می‌کنیم). بنابراین می‌توانیم از روش ظرفیت حرارتی فشرده برای بدست آوردن رابطه دما استفاده کنیم. در روش ظرفیت حرارتی فشرده رابطه دما بصورت مقابل می‌باشد: $\frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty} = \exp(-\frac{hA}{\rho VC})t$

مثال۱۴: ظرفی به مساحت A_1 حاوی مایعی به دمای T_1 است اگر سطح ظرف دارای دمای T_2 باشد و دمای خارج از ظرف را T_∞ در نظر بگیریم کدام‌یک از روابط زیر صادق است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) (آب) $h_1A_1(T_1-T_2) = -\rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$
(بدنه) $h_1A_1(T_2-T_1) + h_2A_2(T_2-T_\infty) = -\rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$

۲) (آب) $h_1A_1(T_1-T_2) = \rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$
(بدنه) $h_1A_1(T_1-T_2) + h_2A_2(T_2-T_\infty) = \rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$

۳) (آب) $h_1A_1(T_1-T_2) = -\rho C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$
(بدنه) $h_1A_1(T_1-T_2) + h_2A_2(T_2-T_\infty) = \rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$

۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه بقای انرژی برای آب بصورت مقابل می‌باشد: تغییر انرژی درونی = حرارت خروجی − حرارت ورودی

اگر فرض کنیم که حرارت از آب به ظرف و از ظرف به محیط منتقل شود $(T_1 > T_2 > T_\infty)$، خواهیم داشت: (اگر بر عکس هم فرض کنیم، پاسخ مسأله تغییر نخواهد کرد)

حرارت ورودی به آب = ۰

حرارت منتقل شده از آب به ظرف به طریق جابه‌جایی = حرارت خروجی از آب $= h_1A_1(T_1-T_2)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\text{تغییر انرژی درونی آب} = \rho_1 C_1 V_1 \frac{dT_1}{dt}$$

در نتیجه رابطه بقای انرژی برای آب برابر است با:

$$\circ - h_1 A_1 (T_1 - T_2) = \rho_1 C_1 V_1 \frac{dT_1}{dt} \Rightarrow h_1 A_1 (T_1 - T_2) = -\rho_1 C_1 V_1 \frac{dT_1}{dt}$$

رابطه بقای انرژی برای ظرف بصورت زیر است:

تغییر انرژی درونی = حرارت خروجی − حرارت ورودی

حرارت منتقل شده از آب به ظرف = حرارت ورودی به ظرف $= h_1 A_1 (T_1 - T_2)$

حرارت منتقل شده از ظرف به محیط به طریق جابه‌جایی = حرارت خروجی از ظرف $= h_2 A_2 (T_2 - T_\infty)$

$$\text{تغییر انرژی درونی ظرف} = \rho_2 C_2 V_2 \frac{dT_2}{dt}$$

در نتیجه رابطه بقای انرژی برای ظرف بصورت زیر خواهد بود:

$$h_1 A_1 (T_1 - T_2) - h_2 A_2 (T_2 - T_\infty) = \rho_2 C_2 V_2 \frac{dT_2}{dt} \Rightarrow h_1 A_1 (T_2 - T_1) + h_2 A_2 (T_2 - T_\infty) = -\rho_2 C_2 V_2 \frac{dT_2}{dt}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۵: یک گوی فولادی $K = ۳۵ \frac{W}{mK}$ و $\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^3}$ و $C = ۰/۴۶ \frac{KJ}{kgK}$ به قطر ۵cm که ابتدا در دمای یکنواخت $۴۵۰^\circ C$ قرار دارد، ناگهان در یک محیط کنترل شده با دمای $۸۰^\circ C$ قرار می‌گیرد. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $۱۰ \frac{W}{m^2 K}$ است، زمان لازم برای رسیدن دمای گوی به $۱۶۰^\circ C$ برحسب ساعت چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) ۱ ۲) ۱/۲۳۷ ۳) ۱/۵۳۲ ۴) ۲/۴۶۵

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقدار عدد بیو در این مسأله برابر است با:

$$Bi = \frac{hL_c}{k} \text{ و } L_c = \frac{V}{A} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi r^3}{۴\pi r^2} = \frac{r}{۳} = \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۲}}{۳} = ۰/۸۳۳ \times ۱۰^{-۲} \, m \Rightarrow Bi = \frac{۱۰ \times ۰/۸۳۳ \times ۱۰^{-۲}}{۳۵} = ۰/۰۰۲۴ \ll ۱$$

بنابراین می‌توانیم از روش ظرفیت حرارتی فشرده استفاده کنیم. در نتیجه:

$$\frac{T - T_\infty}{T_\circ - T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}} \;,\; \tau = \frac{\rho L_c C}{h}$$

اکنون اگر مقادیر عددی پارامترها را جایگزین کنیم مقدار τ بدست می‌آید:

$$\tau = \frac{\rho L_c C}{h} = \frac{۷۸۰۰ \times ۰/۸۳۳ \times ۱۰^{-۲} \times ۴۶۰}{۱۰} = ۲۹۹۰ s$$

مقدار محاسبه شده برای τ و مقادیر T و T_∞ و $T_\circ$ را در رابطه مربوط به روش ظرفیت حرارتی فشرده جایگزین می‌کنیم تا زمان لازم (t) را بدست آوریم:

$$\frac{۱۶۰ - ۸۰}{۴۵۰ - ۸۰} = e^{-\frac{t}{۲۹۹۰}} \Rightarrow ۰/۲۱۶۲ = e^{-\frac{t}{۲۹۹۰}} \Rightarrow Ln(۰/۲۱۶۲) = \frac{-t}{۲۹۹۰} \Rightarrow -۱/۵۳۱۵ = -\frac{t}{۲۹۹۰} \Rightarrow t = ۴۵۷۹/۱ s = ۱/۲۷۲ hr$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۶: جسمی کروی شکل با دمای اولیه $۳۰۰^\circ C$ و با شعاع $r = ۱۰ cm$ ناگهان در داخل سیالی با دمای $T_\infty = ۳۰^\circ C$ فرو برده می‌شود. در لحظه‌ای که دمای سطح خارجی کره $۱۵۰^\circ C$ است، دمای مرکز کره $۲۰۰^\circ C$ می‌باشد. $(Fo > ۰/۲)$. در این صورت در لحظه‌ای که دمای مرکز کره به $۱۵۰^\circ C$ برسد، دمای سطح خارجی کره برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) $۸۹/۸^\circ C$ ۲) $۱۱۴/۷^\circ C$ ۳) $۱۲۵/۱^\circ C$ ۴) $۱۳۲/۵^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در انتقال حرارت گذرا در یک کره که در داخل سیالی قرار گرفته است، در صورتی که $Fo > ۰/۲$ باشد (که Fo عدد فوریه می‌باشد)، داریم:

$$\frac{T_S - T_\infty}{T_o - T_\infty} = \text{ثابت}$$

که در رابطه بالا، T_S دمای سطح خارجی کره، T_o دمای مرکز کره و T_∞ دمای سیال می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه بالا داریم:

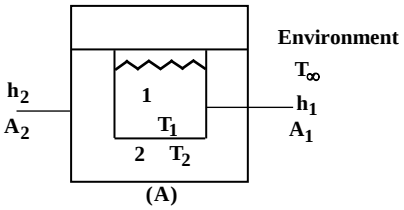
$$\frac{T_{S۱} - T_\infty}{T_{o۱} - T_\infty} = \frac{T_{S۲} - T_\infty}{T_{o۲} - T_\infty} \Rightarrow \frac{۱۵۰ - ۳۰}{۲۰۰ - ۳۰} = \frac{T_{S۲} - ۳۰}{۱۵۰ - ۳۰} \Rightarrow T_{S۲} = ۱۱۴/۷ \; ^\circ C$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۷: برای سیستم انتقال حرارت مطابق شکل، با فرض انتقال حرارت متمرکز (Lumped Capacity) کدام یک از گزینه‌ها به درستی مسئله را فرموله می‌کند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



۱) $h_1A_1(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$

۲) $h_2A_2(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$

۳) $h_1A_1(T_2-T_1)+h_2A_2(T_2-T_\infty)=-\rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$

۴) گزینه ۱و۳ بطور همزمان

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در هر کدام از سیستم‌های (۱) و (۲)، موازنه انرژی را می‌نویسیم.

در سیستم (۱) حرارت منتقل شده از طریق جابه‌جایی برابر است با تغییرات انرژی درونی، بنابراین: $h_1A_1(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$

در سیستم (۲) نیز حرارت منتقل شده از طریق جابه‌جایی برابر است با تغییرات انرژی درونی، بنابراین:

$$h_1A_1(T_2-T_1)+h_2A_2(T_2-T_\infty)=-\rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$$

در نتیجه گزینه‌های ۱و۳ صحیح هستند.

مثال۱۸: یک کره فلزی توپر به شعاع یک سانتی‌متر را که داغ می‌باشد، در هوای سرد قرار می‌دهیم. اگر ضریب جابه‌جایی آزاد $10\frac{W}{m^2K}$ باشد و ضریب هدایت حرارتی هوا برابر $0/03\frac{W}{mk}$ و ضریب هدایت حرارتی کره $200\frac{W}{mk}$ باشد؛ در این صورت: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) عدد بایوت (Biot) برابر ۱/۶ بوده و دمای نقاط کره تابعی از مکان و زمان است.

۲) عدد بایوت 1×10^{-4} می‌باشد و دمای نقاط کره فقط تابعی از مکان است.

۳) عدد بایوت (Biot) برابر $1/6\times10^{-4}$ بوده و دمای نقاط کره فقط تابعی از زمان می‌تواند فرض شود.

۴) عدد بایوت $1/6\times10^{-2}$ می‌باشد و دمای نقاط کره فقط تابعی از زمان است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه عدد بیو (Bi) بصورت مقابل است: $Bi=\frac{hL_c}{k},\ L_c=\frac{V}{A}$

که در رابطه بالا، h ضریب جابه‌جایی سیال، L_c طول مشخصه جسم (کره) و k ضریب هدایت جسم (کره) می‌باشند. طول مشخصه (L) کره برابر است با:

$$L_c=\frac{V}{A}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2}=\frac{r}{3}=\frac{0/01}{3}=\frac{1}{300}m$$

بنابراین عدد بیو برابر است با: $Bi=\frac{hL_c}{k}=\frac{10\times\frac{1}{300}}{200}=\frac{1}{6000}=1/6\times10^{-4}$

مقدار عدد بیو بسیار کوچک است بنابراین اختلاف دمای نقاط مختلف کره (گرادیان دما در داخل کره) ناچیز است (دمای نقاط کره تابع مکان نیست) و دمای نقاط کره را می‌توان فقط تابع زمان فرض کرد.

مثال۱۹: یک مکعب به ضلع ۰/۱m در محیطی با ضریب انتقال حرارت $h=10\frac{W}{m^2.^\circ C}$ قرار دارد. کدام محدوده k باعث می‌شود که بتوان کل مکعب را همدما گرفت؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $k>1$ ۲) $k>2$ ۳) $k>1/67$ ۴) $k>2/67$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در صورتی می‌توانیم کل مکعب را همدما فرض کنیم که عدد بیو کوچک باشد $(Bi<0/1)$. بنابراین:

$$Bi=\frac{hL_c}{k},\ L_c=\frac{V}{A}=\frac{a^3}{6a^2}=\frac{a}{6}\ \Rightarrow\ Bi=\frac{ha}{6k}$$

$$\Rightarrow\ Bi<0/1\ \Rightarrow\ \frac{ha}{6k}<0/1\ \Rightarrow\ \frac{10ha}{6}<k\ \Rightarrow\ \frac{10\times10\times0/1}{6}<k\ \Rightarrow\ 1/67<k$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۰: در منحنی‌های هسلر Heisler مفهوم عدد بی‌بعد فوریه Founer کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) نسبت مقاومت هدایتی به مقاومت جابه‌جائی
۲) نسبت بعد مشخصه جسم به عمق نفوذ موج گرما در زمان معین
۳) نسبت حرارت منتقله واقعی به حرارت منتقله اگر جسم در دمای $T_\circ$ بود.
۴) حاصل‌ضرب بایوت Bi در رینولدز Re

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مفهوم عدد فوریه در نمودارهای هسلر، نسبت بعد مشخصه جسم به عمق نفوذ موج گرما در زمان معین می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۱: اگر کلیه سطوح یک جسم مکعبی داغ به طور کامل با یک عایق حرارتی با مقاومت بالا پوشانده شوند، ثابت زمانی انتقال حرارت چه تغییری می‌نماید؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)

۱) ثابت می‌ماند.
۲) بی‌نهایت می‌شود.
۳) صفر می‌شود.
۴) بستگی به سایر خواص دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** وقتی کلیه سطوح جسم را با عایق با مقاومت بالا می‌پوشانیم، انتقال حرارت از جسم به محیط، بسیار کاهش می‌یابد. بنابراین زمان سرد شدن جسم بسیار افزایش می‌یابد و بعبارت دیگر ثابت زمانی (τ) بسیار بزرگ می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۲: مفهوم عدد بیو (Bi) کدام‌یک از عبارت‌های زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابجائی}}$
۲) $\frac{\text{انتقال گرمای هدایتی}}{\text{انتقال گرمای جابجائی}}$
۳) $\frac{\text{شدت انتقال گرمای جسم}}{\text{شدت ذخیره سازی گرما در جسم}}$
۴) $\frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی لزجت}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»**

$$Bi=\frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}}=\frac{\text{نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی}}{\text{نرخ انتقال حرارت هدایتی}}=\frac{hL_c}{K}\quad (L_c=\frac{V}{A})$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۳: یک مکعب به ضلع ۱۰ cm و یک کره به قطر ۱۰ cm هر دو از جنس آلومینیم $k=۲۰۰\frac{W}{m.^\circ C}$ در دمای $۱۰۰^\circ C$ قرار دارند. آن‌ها را در محیطی به دمای $۱۵^\circ C$، ضریب جابه‌جایی $h=۱۰\frac{W}{m^۲.^\circ C}$ قرار می‌دهیم. کدام گزینه در خصوص دمای مرکز آن‌ها صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) دمای مرکز مکعب در هر لحظه از دمای مرکز کره بیشتر است زیرا کره جرم بیشتری داشته و مقاومت گرمائی آن بیشتر است.
۲) دمای مرکز کره در هر لحظه از دمای مرکز مکعب بیشتر است زیرا سطح انتقال حرارت مکعب بیشتر است.
۳) دمای مرکز مکعب و کره در هر لحظه تقریباً مساوی است زیرا عدد بی‌بعد بایوت Bi هر دو کمتر از ۰/۱ است.
۴) در ابتدا دمای مرکز مکعب در هر لحظه از مرکز کره بیشتر بوده اما با کاهش دمای مرکز، این روند برعکس می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با توجه به رابطه عدد بیو(Bi) داریم:

$$Bi=\frac{hL}{k},L_c=\frac{V}{A}$$

$$\text{کره}: L_c=\frac{V}{A}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi r^۳}{۴\pi r^۲}=\frac{r}{۳}=\frac{D}{۶}=\frac{۰/۱}{۶}=\frac{۱}{۶۰}m \quad \text{و} \quad \text{مکعب}: L=\frac{V}{A}=\frac{a^۳}{۶a}=\frac{a}{۶}=\frac{۰/۱}{۶}=\frac{۱}{۶۰}m$$

بنابراین طول مشخصه (L_c) مکعب و کره با هم برابر است. همچنین هر دو از یک جنس و یک دما بوده و در یک محیط قرار می‌گیرند در نتیجه عدد بیو در کره و مکعب با هم برابر است:

$$Bi=\frac{hL_c}{k}=\frac{۱۰\times\frac{۱}{۶}}{۲۰۰}=\frac{۱}{۱۲۰۰}<۰/۱$$

در نتیجه انتقال حرارت از کره و مکعب به محیط برابر هم است و دمای مرکز کره و مکعب در هر لحظه تقریباً مساوی است.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۴: یک جسم نیمه بی‌نهایت در دمای T_i قرار دارد. سطح آن را در دمای $T_s > T_i$ قرار می‌دهیم. کدام گزینه برای این پدیده صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) شدت انتقال حرارت در سطح $q|_{x=0}$ با گذشت زمان افزایش می‌یابد زیرا جسم از یک سو بی‌نهایت است.

۲) شدت انتقال حرارت در سطح $q|_{x=0}$ با گذشت زمان کاهش می‌یابد زیرا جسم گرم‌تر می‌شود.

۳) شدت انتقال حرارت در سطح $q|_{x=0}$ با گذشت زمان ثابت می‌ماند زیرا مقاومت در مقابل انتقال حرارت بی‌نهایت است.

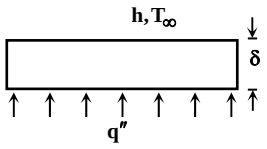
۴) ابتداء شدت انتقال حرارت در سطح $q|_{x=0}$ افزایش سپس کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شدت انتقال حرارت از جسم نیمه بینهایت از رابطه مقابل بدست می‌آید: $q = \frac{kA(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}}$

در نتیجه با توجه به رابطه بالا، شدت انتقال حرارت با جذر زمان(t) رابطه عکس دارد $(q \propto \frac{1}{\sqrt{t}})$. بنابراین با گذشت زمان، شدت انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

مثال۲۵: دیواری ابتدا در دمای T_∞ بوده و ناگهان شار حرارتی از سطح پایینی اعمال می‌شود. از تغییرات دما در ضخامت δ صرفنظر کنید و فرض کنید $m = \frac{h}{\rho C_p \delta}$ توزیع دما در دیوار شکل زیر چگونه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{T - T_\infty}{\frac{q''}{h}} = e^{mt}$

۲) $\frac{T - T_\infty}{\frac{q''}{h}} = e^{-mt}$

۳) $\frac{T - T_\infty}{\frac{q''}{h}} = 1 - e^{mt}$

۴) $\frac{T - T_\infty}{\frac{q''}{h}} = 1 - e^{-mt}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** تغییر انرژی گرمایی دیوار برابر است با اختلاف حرارت ورودی و خروجی از دیوار:

$$\text{تغییر انرژی گرمایی دیوار} = \frac{d}{dt}(mC_PT) \quad \text{و} \quad \text{حرارت خروجی از دیوار} = hA(T - T_\infty) \quad \text{و} \quad \text{حرارت ورودی به دیوار} = q''A$$

$$\Rightarrow \quad \text{تغییر انرژی گرمایی دیوار} = \text{حرارت خروجی} - \text{حرارت ورودی} \quad \Rightarrow \quad q''A - hA(T - T_\infty) = \frac{d}{dt}(mC_PT)$$

$$m = \rho V \,,\, V = A\delta \;\Rightarrow\; m = \rho A\delta \Rightarrow\; q''A - hA(T - T_\infty) = \frac{d}{dt}(\rho A\delta C_P T) \;\Rightarrow\; q''A - hA(T - T_\infty) = \rho A\delta C_P \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{q''}{h} - (T - T_\infty) = \frac{\rho\delta C_P}{h}\frac{dT}{dt}$$

طرفین تساوی را بر hA تقسیم می‌کنیم:

اکنون اگر طرفین تساوی را در dt ضرب کنیم و از $t = 0$ تا زمان دلخواه t انتگرال معین بگیریم، خواهیم داشت:

$$\left[\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)\right]dt = \left(\frac{\rho\delta C_P}{h}\right)dT \;\Rightarrow\; \left(\frac{h}{\rho\delta C_P}\right)dt = \frac{dT}{\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)} \;\Rightarrow\; \int_0^t \left(\frac{h}{\rho\delta C_P}\right)dt = \int_{T_\infty}^{T} \frac{dT}{\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)}$$

برای محاسبه انتگرال سمت راست تساوی از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم:

$$a = \frac{q''}{h} - (T - T_\infty) \;\Rightarrow\; da = -dT \;\Rightarrow\; \int_{T_\infty}^{T} \frac{dT}{\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)} = \int \frac{-da}{a} = -\text{Ln}a = -\text{Ln}\left[\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)\right]\Bigg|_{T_\infty}^{T}$$

درنتیجه داریم:

$$\left(\frac{h}{\rho\delta C_P}\right)t\Big|_0^t = -\text{Ln}\left[\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)\right]\Bigg|_{T_\infty}^{T} \;\Rightarrow\; \frac{ht}{\rho\delta C_P} = -\left\{\text{Ln}\left[\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)\right] - \text{Ln}\left[\frac{q''}{h} - (T_\infty - T_\infty)\right]\right\}$$

$$\Rightarrow\; \frac{ht}{\rho\delta C_p} = -\left\{\text{Ln}\left[\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)\right] - \text{Ln}\left[\frac{q''}{h}\right]\right\} = -\text{Ln}\left[\frac{\frac{q''}{h} - (T - T_\infty)}{\frac{q''}{h}}\right] = -\text{Ln}\left[1 - \frac{(T - T_\infty)}{\frac{q''}{h}}\right]$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\frac{h}{\rho\delta C_P}=m \Rightarrow mt=-Ln\left[1-\frac{(T-T_\infty)}{\frac{q''}{h}}\right] \Rightarrow e^{-mt}=1-\frac{(T-T_\infty)}{\frac{q''}{h}} \Rightarrow \frac{T-T_\infty}{\frac{q''}{h}}=1-e^{-mt}$$

راه حل دوم (تستی): در لحظه $t=0$، دمای دیوار $T=T_\infty$ می‌باشد، که این شرط فقط در گزینه‌های «۳» و «۴» صدق می‌کند. همچنین در $t>0$ داریم: $T>T_\infty$ بنابراین گزینه «۴» اشتباه است. در نتیجه گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

مثال ۲۶: در کدام‌یک از اعداد بدون بعد زیر سرعت سیال هیچ نقشی ندارد؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) عدد فوریه ۲) عدد رینولدز ۳) عدد پکلت ۴) عدد گراتز

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق تعریف، عدد فوریه (Fo) برابر است با نسبت نرخ انتقال حرارت هدایتی در داخل جسم به انرژی ذخیره شده در جسم و رابطه آن بصورت مقابل است:

$$Fo=\frac{\text{نرخ انتقال حرارت هدایتی}}{\text{انرژی ذخیره شده در جسم}}=\frac{\alpha t}{L^2}$$

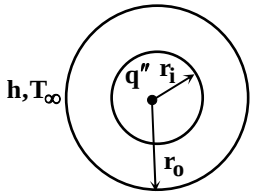
با توجه به رابطه بالا، ملاحظه می‌شود که سرعت سیال هیچ نقشی در رابطه عدد فوریه ندارد.

مثال ۲۷: یک کره در دمای اولیه T_i در محیطی به دمای T_∞ قرار داده می‌شود و ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی h است. در کدام حالت اختلاف دمای مرکز کره و سطح کره زیاد است؟ Bi عدد بی‌بعد بایوت Biot no. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) Bi زیاد باشد. ۲) Bi کم باشد. ۳) $Bi=1$ باشد. ۴) $Bi=0/05$ باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اختلاف دمای مرکز کره و سطح آن در حالتی زیاد است که مقاومت هدایتی در داخل کره نسبت به مقاومت جابه‌جایی بین کره و محیط، زیاد باشد. بنابراین با توجه به تعریف عدد بیو(Bi) که برابر با نسبت مقاومت هدایتی در داخل جسم به مقاومت جابه‌جایی می‌باشد، باید عدد بیو زیاد باشد.

مثال ۲۸: یک پوسته کروی از جنس فولاد با دانسیته ρ و گرمای ویژه C_p برای نگهداری یک ماده شیمیایی استفاده می‌شود. شار گرمایی یکنواخت $q''[\frac{W}{m^2}]$ روی سطح داخل این محفظه در اثر واکنش ایجاد می‌شود. اگر این محفظه به طور ناگهانی در حمامی از مایع با دمای T_∞ و ضریب حرارتی همرفت h فرو برده شود، معادله تغییرات دمای این پوسته کروی در طول این فرآیند گذرا کدام است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{dT}{dt}=\frac{3}{\rho C_p(r_o^3-r_i^3)}[q''r_i^2-hr_o^2(T-T_\infty)]$

۲) $\frac{dT}{dt}=\frac{3}{\rho C_p r_o(r_o^2-r_i^2)}[q''r_i^3-hr_o^3(T-T_\infty)]$

۳) $\frac{dT}{dt}=\frac{6}{\rho C_p r_i(r_o^2-r_i^2)}[q''r_i^3-hr_o^3(T-T_\infty)]$

۴) $\frac{dT}{dt}=\frac{6(r_o-r_i)}{\rho C_p r_o(r_o^3-r_i^3)}[q''r_i^3-hr_o^2(T-T_\infty)]$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** موازنه انرژی در پوسته کروی به صورت زیر می‌باشد:

تغییر انرژی درونی سیال داخل پوسته = انرژی خروجی از آن از سطح خارجی − انرژی ورودی به پوسته از سطح داخلی

$$\Rightarrow q''A_i-hA_o(T-T_\infty)=mC_P\frac{dT}{dt}$$

در رابطه بالا A_i مساحت سطح داخلی پوسته، A_o مساحت سطح خارجی پوسته، m جرم و T دمای سیال داخل پوسته می‌باشد. بنابراین داریم:

$$A_i=4\pi r_i^2,\ A_o=4\pi r_o^2,\ m=\rho V=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi(r_o^3-r_i^3)$$

$$\Rightarrow q''(4\pi r_i^2)-h(4\pi r_o^2)(T-T_\infty)=\frac{4}{3}\rho\pi\ C_p(r_o^3-r_i^3)\frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt}=\frac{3}{\rho C_P(r_o^3-r_i^3)}[q''r_i^2-hr_o^2(T-T_\infty)]$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل پنجم

۱ـ طول مشخصه (L_c) در مکعبی به ضلع a چقدر است؟

۱) a ۲) $\frac{a}{2}$ ۳) $\frac{a}{3}$ ۴) $\frac{a}{6}$

۲ـ جسم داغی را ناگهان در هوای محیط قرار می‌دهیم. در کدام حالت دقت استفاده از روش ظرفیت حرارتی فشرده برای محاسبه دمای این جسم بیشتر است؟

۱) ضریب هدایت حرارتی جسم (k) کوچک باشد.
۲) طول مشخصه جسم (L_c) بزرگ باشد.
۳) ضریب جابه‌جایی محیط (h) کوچک باشد.
۴) هر سه مورد.

۳ـ یک مکعب آلومینیومی که طول هر ضلع آن 5cm و دمای ابتدایی آن $500^\circ C$ می‌باشد را ناگهان در محیط جابه‌جایی در $60^\circ C$ و $h = 100 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ قرار می‌دهیم. چه مدت طول می‌کشد تا دمای مکعب به $250^\circ C$ برسد؟ $(k = 250 \frac{W}{m \cdot ^\circ c}, \rho = 2700 \frac{kg}{m^3}, C_p = 900 \frac{J}{kg \cdot ^\circ c})$

۱) 99s ۲) 136s ۳) 158s ۴) 170s

۴ـ کره داغی با دمای اولیه $600^\circ c$ را داخل آب $40^\circ c$ قرارمی‌دهیم. زمانی که دمای سطح خارجی کره $300^\circ c$ است، دمای مرکز آن $450^\circ c$ می‌باشد. زمانی که دمای سطح کره به $150^\circ c$ می‌رسد، دمای مرکز آن چقدر است؟ $(Fo > 0/2)$

۱) $225^\circ c$ ۲) $213^\circ c$ ۳) $300^\circ c$ ۴) $256^\circ c$

۵ـ یک جسم نیمه‌بینهایت در دمای اولیه T_i قرار دارد. در لحظه $t = 0$ دمای لبه آن به T_s تغییر می‌کند. اگر شار حرارتی در این جسم در لحظه $t = 2s$ برابر با q'' باشد، شار حرارتی در لحظه $t = 8s$ چقدر است؟

۱) q'' ۲) $\frac{q''}{4}$ ۳) $\frac{q''}{2}$ ۴) $\frac{q''}{2\sqrt{2}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل ششم

«انتقال حرارت جابه‌جایی»

مثال۱: جریان‌های آرام هوا و آب با سرعتهای مساوی از روی دو صفحهٔ مشابه عبور می‌کنند. ضخامت لایهٔ مرزی کدام جریان بزرگتر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)

۱) آب
۲) هوا
۳) به فاصلهٔ محل مورد نظر از لبهٔ صفحه بستگی دارد
۴) به ضریب اصطکاک صفحه بستگی دارد

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** طبق رابطه‌ی ضخامت لایه مرزی سرعت در جریان آرام:

$$\delta=\frac{5x}{\sqrt{Re}}=\frac{5x}{\sqrt{\frac{ux}{\nu}}}=5\sqrt{\frac{\nu x}{u}}$$

ضخامت لایه مرزی با $\nu^{\frac{1}{2}}$ رابطه مستقیم دارد. بنابراین در شرایط برابر، ضخامت لایه مرزی سیالی بیشتر است که ν آن بزرگتر باشد. ν هوا از ν آب بزرگتر است، بنابراین ضخامت لایه مرزی هوا بزرگتر از آب می‌باشد.

مثال۲: گلولهٔ فلزی داغی از ارتفاع زیاد در بالای سطح آب استخر عمیقی رها می‌شود. پس از ورود گلوله به آب .....(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)

۱) نرخ انتقال حرارت از گلوله به آب همواره مقدار ثابتی می‌ماند.
۲) نرخ انتقال حرارت از گلوله به آب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) ضریب انتقال حرارت از گلوله به آب همواره ثابت می‌ماند.
۴) ضریب انتقال حرارت متوسط بین گلوله و آب ابتدا کاهش می‌یابد و بعد مقدار ثابتی می‌ماند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** چون گلوله از ارتفاع خیلی زیاد رها شده است، سرعت آن در لحظه برخورد با آب استخر زیاد است و بنابراین بعد از برخورد گلوله با آب بدلیل نیروی مقاومت آب از سرعت آن کاسته می‌شود تا به سرعت حد که مقدار ثابت است برسد. بنابراین بعد از ورود گلوله به آب مادامی که سرعت گلوله (در نتیجه سرعت جریان آب اطراف آن) کم می‌شود، عدد رینولدز جریان (Re) کاهش می‌یابد و در نتیجه عدد نوسلت (Nu) کم می‌شود و با کم شدن عدد نوسلت، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) نیز کاهش می‌یابد. زمانی که سرعت گلوله به سرعت حد یعنی مقدار ثابت می‌رسد، عدد رینولدز جریان ثابت بوده و در نتیجه عدد نوسلت و ضریب انتقال حرارت هم ثابت می‌مانند.

(توضیح: در جریان سیال اطراف کره و استوانه، عدد نوسلت و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با افزایش عدد رینولدز، افزایش و با کاهش عدد رینولدز، کاهش می‌یابند).

مثال۳: ضخامت لایه مرزی حاصل از جریان سیالی با سرعت $3\frac{m}{s}$ بر روی یک صفحه مسطح و افقی تابعی است از: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) $Re^{-\frac{1}{5}}$
۲) $Re^{-\frac{1}{2}}$
۳) $Re^{\frac{1}{2}}.Pr^{\frac{1}{3}}$
۴) $Gr.Pr$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** سرعت سیال کم است بنابراین جریان سیال بر روی صفحه آرام می‌باشد. در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی (δ) برابر است با:

$$\delta=\frac{5x}{\sqrt{Re}} \Rightarrow \delta \propto Re^{-\frac{1}{2}}$$

مثال۴: سیالی با سرعت V_∞ و درجه حرارت T_∞ از روی صفحه‌ای مسطح به درجه حرارت T_ω عبور می‌کند. برای بدست آوردن نمودار سرعت و درجه حرارت معادلات زیر را بایستی حل نمود. اگر $Pr = 1$ باشد نمودار ... دقیقاً مشابه نمودار... است. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) $(\frac{T-T_\omega}{T_\infty-T_\omega})-\frac{V_x}{V_\infty}$
۲) $T-V_x$
۳) $(T_\omega-T)-V_x$
۴) $(T/T_\infty)-(V_x/V_\infty)$

$$V_x\frac{\delta V_x}{\delta x}+V_y\frac{\delta V_x}{\delta y}=\nu\frac{\delta^2 V_x}{\delta y^2}$$

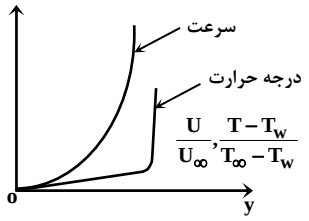
$$V_x\frac{\delta T}{\delta x}+V_y\frac{\delta T}{\delta y}=\alpha\frac{\delta^2 T}{\delta y^2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر $Pr = ۱$ باشد، ضخامت لایه‌های مرزی سرعت (δ) و حرارتی (δ_t) با هم برابر است. بنابراین نمودار سرعت بدون بعد ($\frac{V_x}{V_\infty}$) و دمای بدون بعد ($\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$) برهم منطبق می‌باشد.

مثال۵: در شکل زیر تغییرات سرعت نسبی $\frac{U}{U_\infty}$ و درجهٔ حرارت نسبی $\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$ را ملاحظه کنید. y محور مختصات عمود بر دیـواره اسـت. از این دو نمودار می‌توان نتیجه گرفت که: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)



۱) عدد پرانتل بزرگتر از یک است.
۲) عدد پرانتل کوچکتر از یک است.
۳) حاصلضرب اعداد $Re.Pr$ کمتر از ده است.
۴) حاصلضرب اعداد $Re.Pr$ بزرگتر از ده است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه عدد پرانتل (Pr) با ضخامت لایه‌های مرزی سرعتی (δ) و حرارتی (δ_t) به صورت $\frac{\delta}{\delta_t} \simeq Pr^{\frac{۱}{۳}}$ می‌باشد. همان طور که در شـکل صورت مسأله مشاهده می‌شود، ضخامت لایه مرزی سرعت بیشتر از ضخامت لایه مرزی حرارتی است، بنابراین عدد پرانتل بزرگتر از یک می‌باشد $(Pr > ۱)$.

مثال۶: مکانیزم اصلی انتقال حرارت در رادیاتور ماشین چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) تشعشع ۲) جابه‌جایی ۳) تشعشع و هدایت ۴) هدایت

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مکانیزم اصلی انتقال حرارت از رادیاتور ماشین به هوای بیرون، جابه‌جایی است.

مثال۷: کدام یک از فرضیات زیر برای اثبات رابطه انرژی در لایه مرزی آرام برای جریان یک سیال بر روی یک صفحه صاف درست است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) جریان سیال یکنواخت و غیر قابل تراکم است.
۲) گرانروی و ضریب رسانش ثابت و تغییر نمی‌کند.
۳) هدایت حرارتی در امتداد ضخامت لایه مرزی قابل اغماض است.
۴) هر سه مورد فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** فرضیات لازم برای اثبات رابطه انرژی در لایه مرزی بر روی صفحه تخت بصورت زیر است:

۱ـ جریان سیال پایدار و تراکم ناپذیر است. ۲ـ خواص سیال (ضریب هدایت، گرانروی و...) ثابت است. ۳ـ نیروهای جسمی ناچیز و منبع حرارتی نداریم.

۴ـ هدایت حرارتی در جهت جریان (جهت x) قابل اغماض است: $\frac{\partial T}{\partial y} >> \frac{\partial T}{\partial x}$. بنابراین همه گزینه‌ها صحیح می‌باشد.

توضیح: بهتر بود در گزینه «۳» به جای عبارت «امتداد ضخامت لایه مرزی» عبارت «امتداد جریان» به کار می‌رفت.

مثال۸: ضخامت لایه مرزی حرارتی در شرایط یک جریان آرام به ترم (های) بدون بعد ... بستگی دارد. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) Re ۲) Pr ۳) Gr , Pr ۴) Re , Pr

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) در جریان آرام تابع اعداد بدون بعد Re و Pr می‌باشد:

$$\delta_t = ۵x\,Re^{-\frac{۱}{۲}}\,Pr^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \delta_t = f(Re, Pr)$$

مثال۹: تشابه رینولدز ـ کلبورن به کدام یک از صورت‌های زیر بیان می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) $C_f / ۲ = St.Pr^{\frac{۱}{۳}}$ ۲) $C_f / ۲ = St.Pr^{-\frac{۲}{۳}}$ ۳) $C_f / ۲ = St.Pt^{\frac{۲}{۳}}$ ۴) $C_f / ۲ = St.Pr^{-\frac{۱}{۲}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** تشابه چیلتون ـ کلبورن بصورت مقابل بیان می‌شود:

$$\frac{C_f}{۲} = St.Pr^{\frac{۲}{۳}}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۰: با عبور گاز گرم از روی یک کره سرد: ضریب انتقال حرارت ... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) متغیر و بیشینه آن در نقطه سکون است.
۲) متغیر و بیشینه آن در نقطه جدایش می‌باشد.
۳) متغیر و بیشینه آن در پشت کره است.
۴) ثابت و مستقل از زاویه است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان سیال بر روی کره مقدار عدد نوسلت (Nu) و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) در نقاط مختلف کره متفاوت است. بیشترین مقدار عدد نوسلت و ضریب جابه‌جایی در نقطه سکون جلوی کره می‌باشد.

مثال۱۱: تغییرات درجه حرارت در لایه مرزی روی یک صفحه گرم به صورت معادله زیر تقریب زده شده:

$$\frac{T-T_s}{T_\infty-T_s}=1-\exp[-Pr\frac{U_\infty y.x}{\nu}]$$

که x در امتداد صفحه، y عمود بر صفحه، T_s دمای سطح و T_∞ و U_∞ به ترتیب دما و سرعت جریان پیش از عبور از صفحه است. اگر ضریب هدایت سیال k_a و ضریب هدایت صفحه k_s باشد، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در هر محل چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)

۱) $h_x=\frac{k_a\,Pr\,U_\infty.x}{\nu}$ ۲) $h_x=\frac{k_s\,Pr\,U_\infty.x}{\nu}$ ۳) $h_x=2\frac{k_a\,Pr\,U_\infty.x}{\nu}$ ۴) $h_x=2\frac{k_s\,Pr\,U_\infty.x}{\nu}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شار حرارتی هدایتی بر روی سطح برابر است با شار حرارتی جابجایی، بنابراین:

$$-k_a\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=h(T_s-T_\infty)$$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده، $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ را بدست می‌آوریم:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=(T_\infty-T_s)\left(Pr\frac{U_\infty.x}{\nu}\exp(-Pr\frac{U_\infty xy}{\nu})\right)_{y=0}=(T_\infty-T_s)\,Pr\frac{U_\infty x}{\nu}$$

در نتیجه داریم:

$$-k_a\,(T_\infty-T_s)\,Pr\frac{U_\infty x}{\nu}=h(T_s-T_\infty)\ \Rightarrow\ h=\frac{k_a\,Pr\,U_\infty.x}{\nu}$$

نکته: دقت کنید که در رابطه بالا باید از ضریب هدایت سیال (k_a) استفاده کنید نه از ضریب هدایت سطح (k_s).

مثال۱۲: هوای جو در $T_\infty=400K$ با سرعت $U_\infty=10\frac{m}{s}$ در روی صفحهٔ تختی به طول $L=2m$ که در دمای یکنواخت $T=300K$ نگه داشته شده، جریان می‌یابد. میانگین ضریب انتقال گرما برابر $h_m=30\frac{W}{m^2{}^\circ c}$ است. به کمک تشابه کلبورن رینولدز، نیروی کششی وارده بر صفحه (برحسب نیوتن) را برای عرض $w=1m$ بدست آورید. در تشابه کلبورن رینولدز $\frac{h_m}{\rho C_P U_\infty}\times Pr^{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}C_f$ $(Pr=0/697,\rho=0/998\frac{kg}{m^3},C_p=1009\frac{J}{kg^\circ c})$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)

۱) ۰/۴۷ ۲) ۴/۷ ۳) ۷/۴ ۴) ۰/۷۴

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** از تشابه رینولدز – کلبورن مقدار C_f را بدست می‌آوریم:

$$C_f=\frac{2h_m}{\rho C_p U_\infty}(Pr)^{\frac{2}{3}}=\frac{2\times30}{0/998\times1009\times10}(0/697)^{\frac{2}{3}}\ \Rightarrow C_f=0/00468$$

با استفاده از رابطه بین تنش برشی (τ) و C_f داریم:

$$\tau=\frac{\rho U_\infty^2}{2}C_f=\frac{0/998\times10^2}{2}\times0/00468=0/2335\ Pa$$

بنابراین نیروی کششی وارد بر صفحه برابر است با:

$$F=\tau A=0/2335\times(2\times1)=0/467\ N$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳: شبیه‌سازی (Analogy Reynolds) انتقال اندازه حرکت و انتقال حرارت یعنی رابطه $St = \frac{C_f}{۲}$ که در این رابطه St عدد استانتون و C_f ضریب درگ (ضریب اصطکاک) می‌باشد. درکدام مورد صادق است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)

۱) برای تمام سیالات و در جریان آرام و مغشوش داخل لوله یا روی سطح

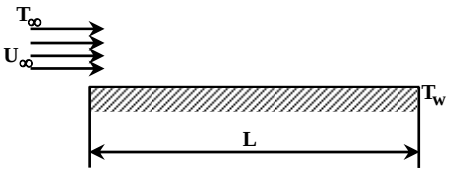
۲) برای تمام سیالات با هر عدد پرانتل و فقط برای جریان آرام داخل لوله و روی سطح

۳) برای اغلب سیالات متعارف و در جریان آرام و مغشوش داخل لوله و آرام و مغشوش روی سطح

۴) برای سیالات با عدد پرانتل نزدیک یک و جریان مغشوش

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** تشابه رینولدز $(\frac{C_f}{۲} = St)$ برای سیالات با عدد پرانتل نزدیک به یک $(Pr = ۱)$، در صورتی که جریان سیال مغشوش باشد، صادق است.

مثال ۱۴: صفحه‌ای بطول L در معرض جریان هوا قرار دارد. چنانچه دمای سطح مقدار ثابت و یکنواخت T_w باشد مشاهده می‌شود اگر سرعت هوا دو برابر شود نیروی مقاومت وارد بر صفحه سه برابر می‌شود. کدامیک از عبارات زیر درست است: با دو برابر شدن سرعت هوا حرارت منتقل شده: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)



۱) $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود

۲) ۲ برابر می‌شود

۳) ۴ برابر می‌شود

۴) تغییری نمی‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با توجه به رابطه نیروی مقاومت سطح داریم:

$$F = \tau A, \tau = C_f \frac{\rho U_\infty^۲}{۲} \Rightarrow F = C_f \frac{\rho U_\infty^۲}{۲} A \Rightarrow C_f = \frac{۲F}{\rho U_\infty^۲ A} \Rightarrow \frac{C_{f۲}}{C_{f۱}} = \frac{F_۲}{F_۱} (\frac{U_{\infty۱}}{U_{\infty۲}})^۲ = (۳)(\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۳}{۴}$$

سیال عبوری هواست. عدد Pr هوا تقریباً برابر یک است $(Pr \approx ۱)$. بنابراین می‌توانیم از تشابه رینولدز استفاده کنیم. در نتیجه داریم:

$$St = \frac{C_f}{۲} \Rightarrow \frac{St_۲}{St_۱} = \frac{C_{f۲}}{C_{f۱}} = \frac{۳}{۴}$$

$$St = \frac{h}{\rho U_\infty C_P} \Rightarrow h = St.\rho U_\infty C_p \Rightarrow \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{St_۲}{St_۱}.\frac{U_{\infty۲}}{U_{\infty۱}} = \frac{۳}{۴} \times ۲ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow h_۲ = \frac{۳}{۲} h_۱$$

با توجه به رابطه شار حرارتی جابه‌جایی نتیجه می‌شود: $q'' = h(T_w - T_\infty) \Rightarrow \frac{q''_۲}{q''_۱} = \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow q''_۲ = \frac{۳}{۲} q''_۱$

مثال ۱۵: اگر ضریب جابجائی موضعی بر روی یک صفحه به طول ۲ متر، به صورت خطی در طول صفحه با ax تغییر نماید، ضریب میانگین جابجائی آن کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) $\frac{a}{۴}$ ۲) $\frac{a}{۲}$ ۳) a ۴) ۲a

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** همانطور که گفتیم اگر $h = Cx^n$ باشد، آنگاه: $\bar{h} = \frac{۱}{n+۱} h_L$. بنابراین:

$$h \propto x^n \Rightarrow \bar{h} = \frac{۱}{n+۱} h_L \; ; \; h = ax \Rightarrow n = ۱ \Rightarrow \bar{h} = \frac{۱}{۱+۱} h_L \Rightarrow \bar{h} = \frac{۱}{۲} h_L ;$$

$$h_L = aL, L = ۲ \Rightarrow h_L = ۲a \Rightarrow \bar{h} = \frac{۱}{۲} \times ۲a = a$$

مثال ۱۶: جریان جابه‌جایی اجباری و آرام روی یک صفحه تخت گرم را در نظر بگیرید، در چه قسمتی از صفحه شارگرمایی بیشتر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) لبه شروع صفحه

۲) در قسمت انتهای صفحه

۳) در یک مکان مابین ابتدا و انتهای صفحه

۴) به عدد رینولدز بستگی دارد

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** چون جریان روی صفحه آرام است، بنابراین بیشترین ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) در ابتدای صفحه می‌باشد. در نتیجه با توجه به رابطه شار گرمایی $q'' = h(T_w - T_\infty)$ بیشترین شار گرمایی نیز در ابتدای صفحه وجود دارد.

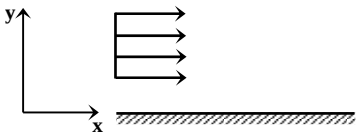
نکته : اگر جریان روی صفحه، در نقطه‌ای از آرام به مغشوش تبدیل شود، آنگاه بیشترین ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی مربوط به نقطه تبدیل جریان از آرام به مغشوش می‌باشد که از ضریب جابه‌جایی در ابتدای صفحه نیز بیشتر است (در این مسأله قید شده که جریان آرام است. پس بیشترین ضریب جابه‌جایی در ابتدای صفحه می‌باشد).

✍ **مثال۱۷: سدیم مذاب با دمای T_∞ از روی سطحی با دمای $T_w > T_\infty$ عبور می‌کند. در این صورت پروفیل لایه مرزی حرارتی ..... لایه مرزی هیدرودینامیکی قرار می‌گیرد و نفوذ حرارت ..... از نفوذ ممنتوم است.** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) پایین، بیشتر ۲) بالای، کمتر ۳) بالای، بیشتر ۴) پایین، کمتر

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در فلزات مذاب (از جمله سدیم مذاب) عدد پرانتل خیلی کوچک‌تر از یک می‌باشد $(Pr \ll ۱)$ بنابراین ضخامت لایه مرزی حرارتی بزرگتر از لایه مرزی سرعتی است $(\delta < \delta_t)$ و همچنین نفوذ حرارت بیشتر از نفوذ مومنتوم می‌باشد. $(Pr = \frac{\nu}{\alpha} \ll ۱ \Rightarrow \nu \ll \alpha)$

✍ **مثال۱۸: تغییرات درجه حرارت برای سیالی که از روی یک سطح عبور می‌کند، در جهت عمود بر سطح بصورت $T = C_۱y + C_۲y^۲ + C_۳$ داده شده است، اگر ضریب هدایت حرارتی سیال k_f باشد، انتقال حرارت در واحد سطح و واحد زمان کدام است؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) $-k_f C_۳$

۲) $-k_f C_۲$

۳) $-k_f C_۱$

۴) $-k_f (C_۱ + ۲C_۲y)$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** مورد سؤال مسأله، شار حرارتی است که از سطح به سیال وارد می‌شود. بنابراین داریم: $q'' = h(T_w - T_\infty) = -k_f \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=۰}$

$$T = C_۱y + C_۲y^۲ + C_۳ \Rightarrow \frac{dT}{dy} = C_۱ + ۲C_۲y \Rightarrow \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=۰} = C_۱ \Rightarrow q'' = -k_f C_۱$$

✍ **مثال۱۹: کدام تعریف، تشابه کلبرن را بیان می‌نماید؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) رابطه دو ضریب هدایت و جابه‌جایی حرارتی را مشخص می‌نماید.

۲) رابطه بین اعداد بدون بعد نوسلت، پراندل و رینولدز را بیان می‌نماید.

۳) رابطه بین اعداد بدون بعد پراندل و رینولدز و استنتون را مشخص می‌کند.

۴) رابطه دو ضریب اصطکاک و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را بیان می‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** تشابه چیلتون ـ کلبورن رابطه بین ضریب اصطکاک (C_f) و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) را بیان می‌کند.

✍ **مثال۲۰: در مقایسه ضخامت لایه مرزی حرارتی δ_t با ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی δ در جریان یک سیال تراکم‌ناپذیر بر روی یک صفحه تخت، در هر نقطه به فاصله دلخواه x از لبه صفحه، مقدار δ_t از δ ..... است زیرا برای اغلب سیالات، عدد بدون بعد پراندل (Pr) ..... از ۰/۷ می‌باشد.** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) بزرگتر، بزرگتر ۲) کوچکتر، بزرگتر ۳) کوچکتر، کوچکتر ۴) بزرگتر، کوچکتر

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در اکثر سیالات تراکم ناپذیر (مایعات) عدد پرانتل بزرگتر از یک می‌باشد $(Pr > ۱)$. بنابراین با توجه به رابطه بین ضخامت لایه‌های مرزی سرعت و حرارتی با عدد پرانتل $(\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^{\frac{۱}{۳}})$، نتیجه می‌گیریم که در سیالات تراکم ناپذیر ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) از ضخامت لایه مرزی سرعت (δ) کوچکتر است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۱: ضخیم‌تر شدن لایه‌ی مرزی جریان یک سیال روی سطح یک جسم باعث ..... می‌شود. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) افزایش ضریب اصطکاک
۲) افزایش یا کاهش ضریب اصطکاک
۳) افزایش ضریب انتقال حرارت
۴) کاهش ضریب اصطکاک

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با ضخیم‌تر شدن لایه مرزی جریان، ضریب اصطکاک موضعی (C_f) کاهش می‌یابد.

مثال۲۲: تنش برشی سیال در خارج لایه‌ی مرزی مطابق کدام‌یک از موارد زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) به حداکثر می‌رسد.
۲) در جهت جریان کاهش می‌یابد.
۳) به حداقل می‌رسد.
۴) در جهت جریان افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه تنش برشی (τ_s) در هر نقطه دلخواه از سیال بصورت مقابل می‌باشد:

$$\tau_s = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

در خارج از لایه مرزی، گرادیان سرعت $(\frac{\partial u}{\partial y})$ صفر می‌باشد. در نتیجه با توجه به رابطه بالا در خارج از لایه مرزی، تنش برشی سیال (τ_s) صفر است.

مثال۲۳: برای جریان آرام (Laminar) در روی صفحه صاف کدام رابطه تجربی می‌تواند صادق باشد: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

عدد NUSSETT (Nu)
عدد PRANDTL (Pr)
عدد REYNOLDS (Re)
عدد GRASHOF (Gr)

۱) $Nu_x = f(Pr_x, Re_x)$
۲) $Pr_x = f(Re_x, Nu_x)$
۳) $Re_x = f(Nu_x, Pr_x, Gr_x)$
۴) $Gr_x = f(Pr_x, Re_x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان بر روی صفحه تخت، جریان چه آرام باشد و چه مغشوش، عدد نوسلت موضعی (Nu_x)، تابع عدد رینولدز (Re_x) و عدد پرانتل (Pr) می‌باشد:

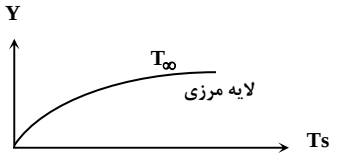
$$Nu_x = f(Pr, Re_x)$$

جریان آرام: $Nu_x = ۰/۳۳۲ Re_x^{\frac{۱}{۲}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

جریان مغشوش: $Nu_x = ۰/۰۲۹۶ Re_x^{\frac{۴}{۵}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

مثال۲۴: شرایط مرزی برای لایه مرزی حرارتی δ_t به کدام صورت نوشته می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) $Y = ۰ \ , \ T = ۰$ و $Y = \delta_t \ , \ T = T_\infty$
۲) $Y = ۰ \ , \ \frac{\partial T}{\partial Y} = ۰$ و $Y = \delta_t \ , \ \frac{\partial^۲ T}{\partial Y^۲} = ۰$
۳) $Y = ۰ \ , \ \frac{\delta^۲ T}{\delta t^۲} = ۰$ و $Y = \delta_t \ , \ T = T_\infty$
۴) $Y = ۰ \ , \ T = T_s$ و $Y = \delta_t \ , \ \frac{\partial^۲ T}{\partial Y^۲} = ۰$



☑ **پاسخ: گزینه «۳»** شرایط مرزی در لایه مرزی حرارتی بصورت مقابل می‌باشد:

$$y = ۰ : T = T_s \ , \ \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲} = ۰$$

$$y = \delta_t : T = T_\infty \ , \ \frac{\partial T}{\partial y} = ۰$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۵: اگر توزیع دما در لایه مرزی حرارتی صفحه تخت به طول L، $\frac{T-T_s}{T_\infty-T_s}=\frac{۳}{۲}(\frac{y}{\delta})-\frac{۱}{۲}(\frac{y}{\delta})^۳$ و ضخامت لایه مرزی حرارتی بصورت $\frac{\delta}{x}=۵Re_x^{-\frac{۱}{۲}}Pr^{-\frac{۱}{۳}}$ باشد، کدام رابطه معرف نوسلت متوسط صفحه است؟ (T_s دمای سطح و T_∞ دمای محیط می‌باشد) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) $۰/۳۳۲Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$ ۲) $۰/۳Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$ ۳) $۰/۶۶۴Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$ ۴) $۰/۶Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** شار گرمایی هدایتی در سطح صفحه برابر است با شار گرمایی جابه‌جایی. بنابراین: $-k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=۰}=h(T_s-T_\infty)$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده $\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=۰}$ را بدست می‌آوریم: $\frac{dT}{dy}=(T_\infty-T_s)(\frac{۳}{۲\delta}-\frac{۳y^۲}{۲\delta^۲})\Rightarrow\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=۰}=\frac{۳}{۲\delta}(T_\infty-T_s)$

در نتیجه خواهیم داشت: $-k\times\frac{۳}{۲\delta}(T_\infty-T_s)=h(T_s-T_\infty)\Rightarrow h=\frac{۳k}{۲\delta}$

$$h=\frac{۳k}{۲\delta},\frac{\delta}{x}=۵Re^{-\frac{۱}{۲}}pr^{-\frac{۱}{۳}}\Rightarrow h=\frac{۳k}{۲(۵xRe^{-\frac{۱}{۲}}Pr^{-\frac{۱}{۳}})}\Rightarrow h=۰/۳kx^{-۱}Re^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}\qquad (I)$$

$$\Rightarrow h\propto x^{-۱}Re^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow h\propto x^{-۱}(\frac{u_\infty x}{v})^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow h\propto x^{-\frac{۱}{۲}}$$

هر گاه $h\propto x^n$ باشد، داریم: $\overline{h}=۲h_L,\overline{Nu}=۲Nu_L$. در این مسأله $n=\frac{-۱}{۲}$ می‌باشد، بنابراین: $\overline{Nu}=\frac{۱}{-\frac{۱}{۲}+۱}Nu_L\Rightarrow\overline{Nu}=۲Nu_L$

همچنین با استفاده از رابطه (I) داریم: $h_L=۰/۳kL^{-۱}Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow Nu_L=\frac{h_L.L}{k}=۰/۳Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$

در نتیجه $\overline{Nu}$ برابر می‌شود با: $\overline{Nu}=۲Nu_L=۲(۰/۳Re_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}})\Rightarrow\overline{Nu}=۰/۶R_L^{\frac{۱}{۲}}Pr^{\frac{۱}{۳}}$

مثال۲۶: در تحلیل موازنه انرژی لایه مرزی آرام روی صفحه، عبارت ناشی از تلفات ویسکوزیته چه موقع دارای اهمیت است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) همواره ۲) در سرعت پایین و متوسط ۳) در سرعت‌های بالا ۴) همواره قابل چشم‌پوشی است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در سرعت‌های پایین و متوسط از عبارت ناشی از تلفات ویسکوزیته صرفنظر می‌شود، اما در سرعت‌های بالا این عبارت دارای اهمیت می‌باشد.

مثال۲۷: کدام‌یک از گزاره‌های زیر برای یک صفحه مسطحه درست است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) در فلزات مایع عدد پرانتل بزرگ و ضخامت لایه مرزی سیالاتی بزرگ‌تر از ضخامت لایه مرزی حرارتی است.

۲) فلزات مایع دارای عدد پرانتل کوچک و ضخامت لایه مرزی حرارتی بزرگ‌تر از ضخامت لایه مرزی سیالاتی هستند.

۳) در فلزات مایع عدد پرانتل و رینولدز هر دو بزرگ می‌باشند و ضخامت لایه مرزی حرارتی و سیالاتی تقریباً برابرند.

۴) در فلزات مایع عدد گراشف میزان انتقال حرارت را مشخص می‌کند و مستقل از عدد پرانتل رفتار می‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در فلزات مایع، عدد پرانتل کوچک است $(Pr<<۱)$. در نتیجه با توجه به رابطه عدد پرانتل با ضخامت لایه‌های مرزی سرعت (δ) و حرارتی (δ_t): $\frac{\delta}{\delta_t}\approx Pr^{\frac{۱}{۳}}$. نتیجه می‌گیریم که در فلزات مایع $(Pr<<۱)$، ضخامت لایه مرزی حرارتی بزرگتر از ضخامت لایه مرزی سرعت می‌باشد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۸: صفحه‌ای داغ ($T_w = ۱۲۵^\circ C$) به میزان $۸۰۰۰ \frac{W}{m^۲}$ گرما را به هوای محیط ($T_f = ۲۵^\circ C$) انتقال می‌دهد. حساب کنید ضریب انتقال حرارت جابجایی را. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) $h = ۸۰ \frac{W}{m^۲.^\circ C}$ ۲) $h = ۴۰ \frac{W}{m^۲.^\circ C}$ ۳) $h = ۴۰ \frac{W}{m^۲}$ ۴) $h = ۸۰ \frac{W}{m^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه«۱»** شار حرارتی که از صفحه داغ به هوا منتقل می‌شود، از رابطه مقابل بدست می‌آید: $q'' = h(T_w - T_f)$

بنابراین ضریب انتقال حرارت جابجایی برابر است با: $h = \frac{q''}{T_w - T_f} = \frac{۸۰۰۰}{۱۲۵ - ۲۵} = ۸۰ \frac{W}{m^۲.^\circ C}$

مثال۲۹: ضریب انتقال حرارت جابجایی (Convection) بستگی به کدام مورد ذیل دارد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) نوع جریان سیال نظیر Laminar بودن یا turbulent بودن جریان
۲) شکل هندسی سطح و خواص فیزیکی سیال
۳) حرارت متوسط سطح و موقعیت‌های مختلف سطح
۴) همه موارد فوق صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب انتقال حرات جابجایی(h) وابسته به نوع جریان (آرام و یا مغشوش)، خواص سیال، شکل هندسی، موقعیت و دمای متوسط سطح می‌باشد. بنابراین همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند.

مثال۳۰: در مورد حرکت سیال گرم در روی دیواره سرد و ضخامت لایه مرزی حرارتی ($\delta_t(x)$) و ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی ($\delta(x)$) و بستگی آن‌ها به عدد بدون بعد prandtl کدام یک از جواب‌های ذیل صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

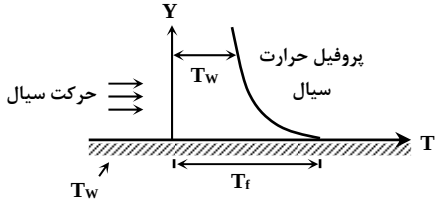
۱) اگر $prandtl << ۱$ باشد $\delta_t(x) < \delta(x)$
۲) اگر $prandtl = ۱$ باشد $\delta_t(x) = \delta(x)$
۳) اگر $prandtl << ۱$ باشد $\delta_t(x) > \delta(x)$
۴) همه موارد فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه عدد پرانتل(Pr) با ضخامت لایه‌های مرزی حرارتی (δ_t) و هیدرودینامیکی (δ) بصورت مقابل می‌باشد: $\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{\frac{۱}{۳}}$

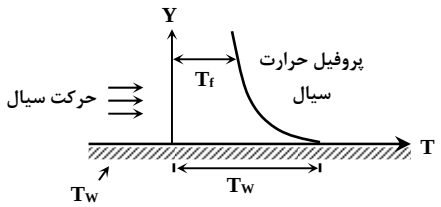
طبق رابطه بالا اگر $Pr << ۱$ باشد، آنگاه: $\delta > \delta_t$، در نتیجه گزینه «۳» صحیح می‌باشد. همچنین اگر $Pr = ۱$ آنگاه $\delta \approx \delta_t$ بنابراین گزینه «۲» نیز با تقریب می‌تواند صحیح باشد. اما اگر بخواهیم یک گزینه را برگزینیم، گزینه «۳» را انتخاب می‌کنیم، زیرا اگر داشته باشیم: $Pr = ۱$ آنگاه δ, δ_t دقیقاً با هم برابر نیستند بلکه تقریباً برابرند. رابطه دقیق عدد Pr با δ, δ_t بصورت مقابل است: $\frac{\delta}{\delta_t} = ۰/۹۷ Pr^{\frac{۱}{۳}}$

در نتیجه زمانی که $Pr=۱$ باشد، داریم: $Pr = ۱ \Rightarrow \delta = ۰/۹۷\delta_t \Rightarrow \delta \approx \delta_t$

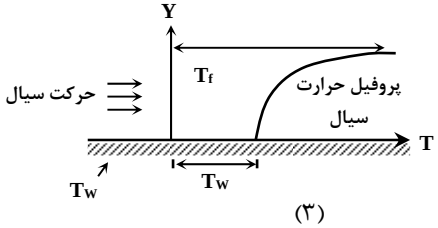
مثال۳۱: انتقال گرمای جابجایی از یک دیوار گرم (T_w) به یک سیال سرد (T_f) را می‌توان بصورت ذیل نشان داد: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)



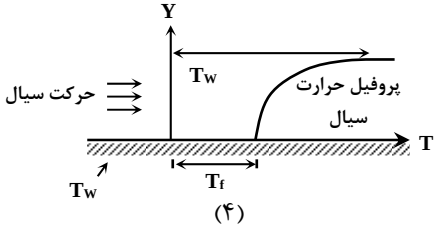
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** دما بر روی صفحه، T_w می‌باشد، بنابراین گزینه‌های «۱» و «۴» اشتباه است. همچنین دمای صفحه (T_w) از دمای سیال (T_f) بیشتر است، در نتیجه گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

مثال۳۲: برای حرکت آرام هوا (T_∞) از روی صفحه افقی (T_w)، ضریب انتقال حرارت در وسط صفحه: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) برابر با ضریب انتقال حرارت در اول صفحه است.
۲) از ضریب انتقال حرارت در اول صفحه بیشتر است.
۳) از ضریب انتقال حرارت در اول صفحه کمتر است.
۴) بستگی به نوع سیال ممکن است هر سه گزینه درست باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در جریان آرام سیال (از جمله هوا) بر روی صفحه افقی، ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال (h) از ابتدای صفحه تا انتهای آن کاهش می‌یابد. در نتیجه ضریب انتقال حرارت در وسط صفحه کمتر از ضریب انتقال حرات در اول صفحه می‌باشد.

مثال۳۳: برای جریان آرام (Laminar) در روی صفحه صاف کدام رابطه تجربی می‌تواند صادق باشد: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

عدد (Nu)NUSSELT عدد (Re)REYNOLDS عدد (Pr)PRANDTL عدد (Gr)GRASHOF

۱) $Nu_x = f(Pr_x, Re_x)$
۲) $Pr_x = f(Re_x, Nu_x)$
۳) $Re_x = f(Nu_x, Pr_x, Gr_x)$
۴) $Gr_x = f(Pr_x, Re_x)$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان آرام سیال بر روی صفحه صاف، عدد نوسلت موضعی (Nu) تابع عدد رینولدز موضعی (Re) و عدد پرانتل (Pr) می‌باشد:

$$Nu_x = f(Pr_x, Re_x)$$

نکته: رابطه دقیق عدد نوسلت بر حسب عدد رینولدز و عدد پرانتل در جریان آرام بر روی صفحه صاف بصورت زیر است:

$$Nu_x = 0/332\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

مثال۳۴: اگر جسم داغی به طور افقی در مسیر سیال قرار گرفته باشد به طوری که حرکت سیال به خاطر اتلاف دانسیته سیال در حالت گرم نسبت به حالت سرد ایجاد شده باشد به این پدیده ..... اطلاق می‌شود. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) جابجایی آزاد ۲) جابجایی طبیعی ۳) جابجایی اجباری ۴) جواب‌های ۱و۲ صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** به حرکت سیال در اثر تغییر چگالی (دانسیته) حاصل از فرایند گرمایش یا سرمایش سیال، جابجایی طبیعی یا آزاد گفته می‌شود.

مثال۳۵: چنانچه سیالی بر روی صفحه تختی همانند شکل زیر در ناحیه آرام جریان داشته باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر در رابطه با شرایط مرزی نادرست است؟ (ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی $= \delta_v$، ضخامت لایه مرزی حرارتی $= \delta_t$) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) $@\ y = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$
۲) $@\ y = \delta_v \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0$
۳) $@\ y = \delta_t \quad T = T_\infty$
۴) $@\ y = \delta_t \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در لایه‌های مرزی هیدوردینامیکی و حرارتی، شرایط مرزی بصورت زیر است:

$$y=0: \frac{\partial V}{\partial y} > 0 \ , \ \frac{\partial T}{\partial y} > 0 \text{ یا } \frac{\partial T}{\partial y} < 0 \quad , \quad y=\delta_v : V = V_\infty \ , \ \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad , \quad y=\delta_T : T = T_\infty \ , \ \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

در نتیجه شرایط مرزی که در گزینه اول ذکر شده نادرست می‌باشد.

نکته: عامل انتقال حرارت بین سطح و سیال و تشکیل لایه مرزی حرارتی، وجود گرادیان دما $(\frac{\partial T}{\partial y})$ در سطح $(y = 0)$ می‌باشد.

در $y=0$ زمانی که دمای سطح بیشتر از سیال باشد داریم: $\frac{\partial T}{\partial y} < 0$ و زمانی که دمای سیال بیشتر از سطح باشد داریم: $\frac{\partial T}{\partial y} > 0$.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۶: هوا با سرعت $۰/۴\frac{m}{s}$ و دمای $۲۰^{\circ}C$ از روی یک سطح صاف مستطیلی شکل به طول $۵۰cm$ (در امتداد جریان) عبور داده می‌شود. اگر از ابتدای صفحه یک شار حرارتی $۶۰۰\frac{W}{m}$ به صفحه وارد می‌شود، می‌توان گفت که ماکزیمم درجه حرارت صفحه: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) در انتهای صفحه است.

۲) اگر جریان در داخل صفحه به حالت آشفته برسد در انتهای صفحه است.

۳) بدون داشتن عمق صفحه نمی‌توان محل ماکزیمم درجه حرارت صفحه را تعیین نمود.

۴) در فاصله‌ای از شروع صفحه است که پس از آن رژیم جریان از حالت آرام به حالت انتقالی یا آشفته تبدیل می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شار حرارتی ثابت $۶۰۰\frac{w}{m}$ در تمام صفحه (از ابتدا تا انتها) از منبع خارجی به صفحه و از صفحه به هوا وارد می‌شود. رابطه مربوط به شار حرارتی که از صفحه به هوا وارد می‌شود، به صورت روبرو است: $q'' = h(T_\omega - T_\infty)$

در رابطه بالا h ضریب جابه‌جایی هوا، T_ω دمای صفحه و T_∞ دمای جریان آزاد هوا می‌باشد. با توجه به رابطه بالا داریم:

$$T_\omega - T_\infty = \frac{q''}{h} \Rightarrow T_\omega = \frac{q''}{h} + T_\infty \quad (I)$$

مقدار شار حرارتی که از صفحه به هوا وارد می‌شود در طول صفحه ثابت است $(q'' = ۶۰۰\frac{w}{m})$ بنابراین با توجه به رابطه بالا بیشترین درجه حرارت صفحه (T_ω) در نقطه ایست که کمترین ضریب جابه‌جایی هوا(h) در آن نقطه می‌باشد. در جریان سیال بر روی صفحه اگر جریان در تمام طول صفحه آرام باشد، کمترین ضریب جابه‌جایی (h) مربوط به انتهای صفحه می‌باشد، اما اگر در نقطه‌ای از صفحه، جریان از حالت آرام به آشفته برسد، کمترین ضریب جابه‌جایی (h) در نقطه‌ای است که پس از آن جریان از حالت آرام به حالت آشفته تبدیل می‌شود. در این مسأله ابتدا باید ببینیم که آیا جریان در تمام طول صفحه آرام است یا نه. با توجه به رابطه عدد رینولدز $(Re = \frac{uL}{\nu})$، و اندازه طول صفحه $(۵۰cm)$ و سرعت جریان $(۰/۴\frac{m}{s})$ و ویسکوزیته سینماتیکی هوا (ν) در دمای $۲۰^{\circ}C$، می‌بینیم که جریان روی صفحه آرام است $(Re < ۵\times۱۰^{۵})$. بنابراین کمترین ضریب جابه‌جایی هوا(h) در انتهای صفحه می‌باشد و در نتیجه با توجه به رابطه (I) بیشترین درجه حرارت صفحه (T_w) در انتهای صفحه است.

مثال۳۷: عدد استانتن (ST) برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) $ST = \frac{Nu}{Re.Pr}$ ۲) $ST = \frac{Re.Nu}{Pr}$ ۳) $ST = \frac{Pr.Nu}{Re^{۲}}$ ۴) $ST = (\frac{Gr}{Re^{۲}})Nu$

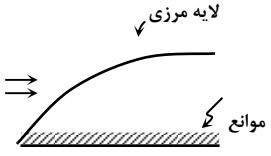
☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه مربوط به عدد استانتون (St) بصورت مقابل است: $St = \frac{Nu}{Re.Pr} = \frac{h}{\rho C_p u}$

مثال۳۸: آنالوژی رینولدز کلبورن برای ..... صادق است. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) جریان آرام در لوله‌ها ۲) جریان آرام در صفحه و لوله ۳) جریان آشفته و آرام در لوله‌ها ۴) جریان آرام و آشفته در صفحه

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** تشابه رینولدز ـ کلبورن (چیلتون ـ کلبورن) برای جریان آشفته در لوله و جریان آرام و آشفته در صفحه صادق است.

مثال۳۹: ایجاد موانع کوچک بر روی یک سطح صاف (مطابق شکل) باعث می‌شود که انتقال حرارت بین سطح و سیال: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) کم شود.

۲) زیاد شود.

۳) تاثیر نداشته باشد.

۴) تنها در افت فشار تاثیر می‌گذارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ایجاد موانع بر روی سطح صاف باعث می‌شود که آشفتگی جریان بیشتر شود. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) با آشفتگی جریان رابطه مستقیم دارد. در نتیجه با افزایش آشفتگی، ضریب جابه‌جایی افزایش می‌یابد و افزایش ضریب جابه‌جایی نیز باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۰: هوا با دمای T_∞ از روی صفحه صاف با دمای T_W به طور آرام عبور می‌کند. کدام‌یک از شرایط برای بیان لایه مرزی حرارتی (δ_t) صادق است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) $y=\delta_t \quad T=T_\infty$ و $y=\circ \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\circ$

۲) $y=\delta_t \quad T=T_\infty$ و $y=\circ \quad T=\circ$

۳) $y=\delta_t \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\circ$ و $y=\circ \quad \frac{\partial T}{\partial y}=\circ$

۴) $y=\delta_t \quad \frac{\delta^2 T}{\delta y^2}=\circ$ و $y=\circ \quad T=T_W$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در لایه مرزی حرارتی، شرایط مرزی به صورت مقابل می‌باشد:

$$y=\circ: T=T_w \;,\; \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\circ$$

$$y=\delta_t: T=T_\infty \;,\; \frac{\partial T}{\partial y}=\circ$$

مثال۴۱: در مسأله قبل ضریب انتقال حرارت در وسط صفحه:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) از ضریب انتقال حرارت در اول صفحه بیشتر است.

۲) از ضریب انتقال حرارت در اول صفحه کمتر است.

۳) برابر با ضریب انتقال حرارت در اول صفحه است.

۴) بستگی به نوع سیال هر سه گزینه صحیح است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جریان آرام بر روی صفحه صاف، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از ابتدا تا انتهای صفحه کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب انتقال حرارت در وسط صفحه، کمتر از ضریب انتقال حرارت در ابتدای صفحه می‌باشد.

مثال۴۲: در جریان آرام روی یک صفحه تخت، ضخامت لایه مرزی حرارتی به پارامترهای طول و عدد پرانتل به صورت زیر مرتبط است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) $x^{\frac{1}{2}}$ و $Pr^{\frac{1}{3}}$

۲) $x^{\frac{1}{2}}$ و $Pr^{-\frac{1}{3}}$

۳) x و $Pr^{-\frac{1}{3}}$

۴) $x^{-\frac{1}{2}}$ و $Pr^{-\frac{1}{3}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جریان آرام بر روی صفحه تخت، ضخامت لایه مرزی حرارتی از رابطه مقابل بدست می‌آید:

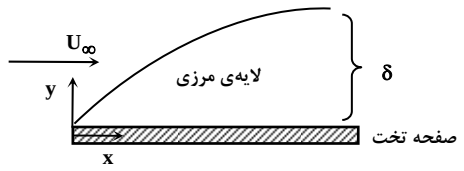
$$\delta_t = 5x\,Re^{-\frac{1}{2}}Pr^{-\frac{1}{3}}$$

بنابراین:

$$Re=\frac{u_\infty x}{\nu} \Rightarrow \delta_t = 5x\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{-\frac{1}{2}}Pr^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \delta_t \propto Pr^{-\frac{1}{3}}, x^{\frac{1}{2}}$$

مثال۴۳: در مسائل جابه‌جایی نیرویی، جریان آرام یکنواخت روی یک صفحه مسطح افقی و سیال غیرقابل تراکم نیوتنی (لایه‌ی مرزی) کدام‌یک از روابط زیر برای به دست آوردن پروفیل سرعت تقریبی استفاده می‌گردد؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)



۱) $\begin{cases} y=\delta \\ \frac{\partial u}{\partial y}=\circ \end{cases}$, $\begin{cases} y=\circ \\ u=u_\infty \end{cases}$

۲) $\begin{cases} y=\delta \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\circ \end{cases}$, $\begin{cases} y=\circ \\ u=\circ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} y=\delta \\ u=u_\infty \end{cases}$, $\begin{cases} y=\delta \\ \frac{\partial u}{\partial y}\neq\circ \end{cases}$

۴) $\begin{cases} y=\delta \\ \frac{\partial u}{\partial y}=\circ \end{cases}$, $\begin{cases} y=\circ \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\circ \end{cases}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در لایه مرزی سرعت، شرایط مرزی بصورت مقابل است:

$$y=\circ: u=\circ \;,\; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\circ$$

$$y=\delta: u=u_\infty \;,\; \frac{\partial u}{\partial y}=\circ$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۴: در معادله‌ی انرژی بدون بُعد زیر ضریب ترم اتلاف ویسکوس (Viscous dissipation) ..... می‌باشد. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

(عدد رینولدز = Re ، عدد پرانتل = Pr ، عدد گراشف = Gr ، عدد اکرت = Ec)

$$\rho C_p(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y})=k(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2})+\mu(\frac{\partial u}{\partial y})^2$$

۱) $\frac{1}{Re.Pr}$ ۲) $\frac{Ec}{Re}$ ۳) $\frac{Ec}{Re.Pr}$ ۴) $\frac{Gr}{Re^2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با تعریف متغیرهای بی بعد زیر:

$$x^*=\frac{x}{L}\ ,\ y^*=\frac{y}{L}\ ,\ u_x^*=\frac{u_x}{u_\infty}\ ,\ u_y^*=\frac{u_y}{u_\infty}\ ,\ T^*=\frac{T-T_s}{T_\infty-T_s}\ ,\ P^*=\frac{P}{\rho u_\infty^2}$$

معادله انرژی بدون بعد بصورت مقابل بدست می‌آید: $u_x^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*}+u_y^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re.Pr}(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}}+\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}})+\frac{Ec}{Re}(\frac{\partial u^*}{\partial y^*})^2$

با توجه به معادله بالا ملاحظه می‌کنیم که ضریب ترم اتلاف ویسکوز $((\frac{\partial u^*}{\partial y^*})^2)$، $\frac{Ec}{Re}$ می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۵: انتقال حرارت به صورت جابه‌جائی (Convecion) به کدام‌یک از دسته اعداد بدون بعد ذیل به نحوی ارتباط پیدا می‌کند؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) Re,St,Bi ۲) Pe,Bi,Na ۳) Gr,Pe,Pr ۴) Gz,Gr,Bi

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** عدد بیو (Bi) طبق تعریف برابر است با نسبت نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی بین جسم و محیط به نرخ انتقال حرارت هدایتی در داخل جسم و رابطه آن بصورت زیر است:

$$Bi=\frac{\text{نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی}}{\text{نرخ انتقال حرارت هدایتی}}=\frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}}=\frac{hL_c}{k}$$

عدد استانتون (St) برابر است با نسبت انتقال حرارت جابه‌جایی سیال به افزایش انرژی سیال و رابطه آن به صورت زیر می‌باشد:

$$St=\frac{Nu}{Pe}=\frac{Nu}{Re.Pr}=\frac{h}{\rho C_p u}$$

عدد رینولدز (Re) بصورت نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت سیال تعریف می‌شود: $Re=\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}}=\frac{ux}{\nu}$

نکته: عدد رینولدز تعیین کننده آرام یا مغشوش بودن جریان سیال است و در انتقال حرارت جابه‌جایی بسیار کاربرد دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۶: سیال A به آرامی از روی صفحه صاف B در جریان است در صورتی‌که اختلاف درجه حرارت سیال و صفحه در حدود ۲۰ درجه سانتی‌گراد باشد، مکانیسم اصلی انتقال حرارت به کدام صورت است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) جابه‌جائی ۲) تشعشع ۳) هدایت ۴) هر سه مورد

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** مکانیزم اصلی انتقال حرارت در جریان سیال از روی صفحه صاف، جابه‌جایی می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۷: در صورتی‌که عدد پرانتل برای مایعات Pr_L، جامدات Pr_S و گازها Pr_G باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) $Pr_g>Pr_L>Pr_S$ ۲) $Pr_S>Pr_L>Pr_g$ ۳) $Pr_L>Pr_g>Pr_S$ ۴) $Pr_S>Pr_g>Pr_L$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** عدد پرانتل مایعات (به جز فلزات مذاب) بیشتر از گازها است و عدد پرانتل گازها بیشتر از فلزات مذاب می‌باشد.

$$Pr_L>Pr_g>Pr_{\text{فلزات مذاب}}$$

اما با توجه به تعریف عدد پرانتل که به صورت نسبت پخش اندازه حرکت به پخش انرژی حرارتی تعریف می‌شود، در جامدات، پخش اندازه حرکت تقریباً صفر است. در نتیجه عدد پرانتل جامدات تقریباً صفر می‌باشد، بنابراین: $Pr_L>Pr_g>Pr_{\text{فلزات مذاب}}>Pr_S$

توضیح: عدد پرانتل در سیالات، تعریف می‌شود و در جامدات تقریباً بی‌معنی است.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۸: در مورد اتلاف حرارتی ویسکوزیته (Viscous Dissipation) در معادلهٔ انرژی کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) اتلاف ویسکوزیته با گردایان سرعت‌ها و ویسکوزیته دینامیکی سیال متناسب است.

۲) اتلاف ویسکوزیته با گردایان سرعت‌ها و ویسکوزیته سینماتیکی سیال متناسب است.

۳) اتلاف ویسکوزیته با سرعت در جهت‌های مختلف و ویسکوزیته دینامیکی سیال متناسب است.

۴) اتلاف ویسکوزیته با سرعت در جهت‌های مختلف و ویسکوزیته سینماتیکی سیال متناسب است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** جمله مربوط به اتلاف ویسکوزیته به صورت مقابل می‌باشد: $\text{اتلاف ویسکوزیته} = \frac{\nu}{C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

بنابراین اتلاف ویسکوزیته با لزجت سینماتیکی (ν) و گرادیان سرعت $(\frac{\partial u}{\partial y})$ متناسب است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۹: اگر ضریب اصطکاک در داخل لوله برای جریان آشفته برابر $f = ۰/۰۲$ باشد، در این صورت ضریب انتقال حرارت بین دیواره لوله و سیال به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ $(\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}\ ,\ U_m = ۲\frac{m}{s}\ ,\ C_p = ۴۰۰۰ \frac{J}{kg^\circ C})$ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۵)

۱) $h = ۲۰۰ \frac{W}{m^2.^\circ C}$ ۲) $h = ۲۰۰۰ \frac{W}{m^2.^\circ C}$ ۳) $h = ۲۰۰۰۰ \frac{W}{m^2.^\circ C}$ ۴) $h = ۲۰۰۰۰۰ \frac{W}{m^2.^\circ C}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در جریان آشفته در داخل لوله با فرض $Pr \simeq ۱$ ، تشابه چیلتون ـ کلبورن بصورت مقابل برقرار است: $St = \frac{C_f}{۲}$

همچنین در جریان داخل لوله داریم: $C_f = \frac{f}{۴}$. بنابراین در جریان داخل لوله رابطه ضریب اصطکاک (f) و عدد استانتون (St) به صورت زیر است:

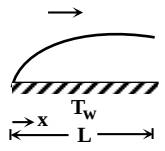
$$St = \frac{C_f}{۲}\ ,\ C_f = \frac{f}{۴} \Rightarrow St = \frac{f}{۸}$$

بنابراین با توجه به رابطه عدد استانتون، مقدار ضریب جابه‌جایی (h) را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$St = \frac{h}{\rho C_p U_m} = \frac{f}{۸} \Rightarrow h = \rho C_p U_m \times \frac{f}{۸} = ۱۰۰۰ \times ۴۰۰۰ \times ۲ \times \frac{۰/۰۲}{۸} \Rightarrow h = ۲۰۰۰۰ \frac{W}{m^2 {}^\circ C}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۰: یک سیال به دمای T_∞ و سرعت u_∞ به یک صفحه برخورد می‌کند. دمای دیواره ثابت T_w و نوع جریان آرام است. $\bar{h}_L$ متوسط در این صفحه چقدر است؟ $Nu = \frac{h_x x}{k}\ ,\ Pr = \frac{\nu}{\alpha}\ ,\ Re = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



۱) $\bar{h}_L = h_L$

۲) $\bar{h}_L = ۲h_L$

۳) $\bar{h}_L = ۳h_L$

۴) $\bar{h}_L = ۰/۵h_L$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت افقی، مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط $(\bar{h}_L)$ برابر است با: $\bar{h}_L = ۲h_L$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵۱: جریان‌های آرام هوا و آب، با سرعت‌های مساوی از روی دو صفحه مشابه عبور می‌کنند. ضخامت لایه مرزی کدام جریان بزرگ‌تر است؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) هوا

۲) به فاصله‌ی محل موردنظر از لبه صفحه بستگی دارد.

۳) به عدد رینولدز جریان بستگی دارد.

۴) آب

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه ضخامت لایه مرزی در جریان آرام بصورت مقابل می‌باشد:

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5x}{\sqrt{\frac{ux}{\nu}}} = 5\sqrt{\frac{\nu x}{u}}$$

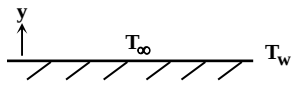
با توجه به رابطه بالا، ضخامت لایه مرزی (δ) با $\nu^{\frac{1}{2}}$ متناسب است. بنابراین بین آب و هوا، هر کدام که ν بزرگتری داشته باشد، ضخامت لایه مرزی آن هم بیشتر است. لزجت سینماتیکی (ν) هوا از آب بیشتر است، بنابراین ضخامت لایه مرزی هوا بیشتر از آب می‌باشد.

نکته: لزجت دینامیکی (μ) آب از هوا بیشتر است. اما لزجت سینماتیکی (ν) هوا بیشتر از آب می‌باشد.

توضیح: رابطه لزجت سینماتیکی (ν) و لزجت دینامیکی (μ) بصورت $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ می‌باشد. لزجت دینامیک (μ) آب از هوا بیشتر است. چگالی (ρ) آب نیز از هوا بیشتر می‌باشد. اما نسبت $\frac{\mu}{\rho}$ که برابر با لزجت سینماتیکی (ν) است در هوا بیشتر از آب می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال۵۲: توزیع دما در سیال** $T = T_w + (T_\infty - T_w)\left[\frac{y}{\delta_t} - \frac{y^2}{\delta_t^2}\right]$ **است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی کدام گزینه است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱) $\frac{k}{\delta_t}$

۲) $\frac{-kT_w}{T_w - T_\infty}$

۳) صفر

۴) $\frac{-kT_\infty}{T_w - T_\infty}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) به صورت مقابل می‌باشد:

$$h = \frac{-k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

با توجه به توزیع دمای داده شده در متن سوال، ابتدا $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$T = T_w + (T_\infty - T_w)\left(\frac{y}{\delta_t} - \frac{y^2}{\delta_t^2}\right) \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = (T_\infty - T_w)\left(\frac{1}{\delta_t} - \frac{2y}{\delta_t^2}\right) \Rightarrow \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{T_\infty - T_w}{\delta_t}$$

این مقدار بدست آمده برای $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ را در رابطه مربوط به h جایگزین می‌کنیم. در نتیجه داریم:

$$h = \frac{-k\left(\frac{T_\infty - T_w}{\delta_t}\right)}{T_w - T_\infty} = \frac{k}{\delta_t}$$

نکته: با توجه به رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم که ضریب جابه‌جایی(h) با ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) رابطه عکس دارد. یعنی هرچه ضخامت لایه مرزی حرارتی کمتر باشد، ضریب جابه‌جایی بزرگتر است. به همین دلیل است که در جریان بر روی صفحه تخت هر چه از ابتدا به انتهای صفحه پیش می‌رویم، ضریب جابه‌جایی کاهش می‌یابد (چون از ابتدا تا انتهای صفحه ضخامت لایه مرزی حرارتی افزایش می‌یابد).

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال۵۳: هوا با رژیم جریان آرام laminar روی یک صفحه با دمای ثابت** $T_w = 50^\circ C$ **جریان دارد. دمای هوا** $T_\infty = 10^\circ C$ **است. ابعاد صفحه** $1 \times 1 m^2$ **است. اگر** $h_{x=1} = 15 \frac{w}{m^2.^\circ C}$ **باشد، شدت انتقال حرارت از این صفحه چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $q = 600\,w$

۲) $q = 900\,w$

۳) $q = 1500\,w$

۴) $q = 1200\,w$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** شدت انتقال حرارت از صفحه به هوا از رابطه مقابل بدست می‌آید:

$$q = \bar{h} A \Delta T$$

در رابطه بالا $\bar{h}$ ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط می‌باشد که برای جریان بر روی صفحه، دو برابر ضریب جابه‌جایی در انتهای صفحه می‌باشد $(\bar{h} = 2h_{x=L})$. در این مسأله داریم: $L = 1\ m$، در نتیجه خواهیم داشت:

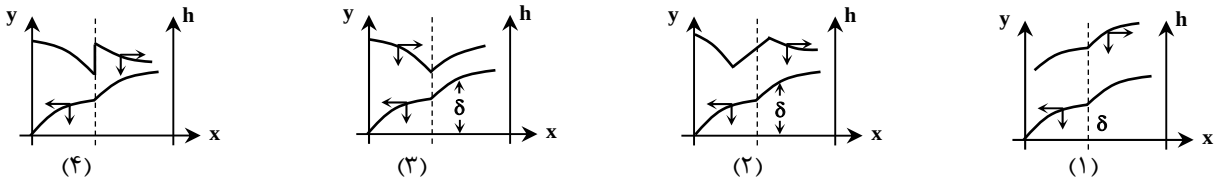
$$\bar{h} = 2h_{x=1} = 2 \times 15 = 30 \frac{w}{m^2.^\circ C} \Rightarrow q = \bar{h} A \Delta T = 30 \times (1 \times 1) \times (50 - 10) = 30 \times 40 \Rightarrow q = 1200 w$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۴: جریانی از سیال سرد بر روی یک صفحه داغ می‌وزد و هر سه ناحیه لایه‌ای، گذرا و آشفته در لایه مرزی رخ می دهد. کدام شکل پروفایل صحیح ضریب انتقال حرارت محلی است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



☑ **پاسخ: گزینه «۲»** هر چه از ابتدای صفحه به سمت انتهای آن پیش می‌رویم، ضریب انتقال حرارت محلی (h) کاهش می‌یابد تا جایی که جریان از حالت آرام به حالت آشفته برسد. با تغییرحالت جریان از آرام به آشفته، ضریب انتقال حرارت محلی (h) ناگهان زیاد می‌شود و مجدداً هر چه به سمت انتهای صفحه پیش می‌رویم کاهش می‌یابد. بنابراین شکل (۲) صحیح می‌باشد.

مثال ۵۵: برای جریان آرام روی یک صفحه تخت با شرط مرزی دمای دیواره ثابت ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی با $x^{-\frac{1}{2}}$ تغییر می‌کند که در آن x فاصله از ابتدای لبه صفحه است. نسبت ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط به ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی چقدر است؟

(مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{\bar{h}_x}{h_x}=۲$ ۲) $\frac{\bar{h}_x}{h_x}=۳$ ۳) $\frac{\bar{h}_x}{h_x}=۴$ ۴) $\frac{\bar{h}_x}{h_x}=۵$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر داشته باشیم $h \propto x^n$ در این صورت خواهیم داشت: $\bar{h}_x=\frac{۱}{n+۱}h_x$

در این مسأله $h \propto x^{-\frac{۱}{۲}}$ است، بنابراین $n=-\frac{۱}{۲}$ می‌باشد. در نتیجه با توجه به رابطه بالا داریم: $\bar{h}_x=\frac{۱}{-\frac{۱}{۲}+۱}\ h_x=۲h_x \Rightarrow \frac{\bar{h}_x}{h_x}=۲$

مثال ۵۶: مایعی به طور پیوسته و لایه‌ای Laminar روی یک صفحه با دمای ثابت T_w جریان دارد. اگر عدد پرانتل Pr ثابت مانده و عدد رینولدز Re چهار برابر شود، متوسط ضریب جابه‌جائی $\bar{h}$ چقدر عوض می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\bar{h}$ چهار برابر می‌شود. ۲) $\bar{h}$ یک چهارم می‌شود. ۳) $\bar{h}$ دو برابر می‌شود. ۴) $\bar{h}$ یک دوم می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت، ضریب جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\overline{Nu}=\frac{\bar{h}L}{k}=۰/۶۶۴\,Re^{\frac{۱}{۲}}\,Pr^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \bar{h}=۰/۶۶۴\frac{k}{L}Re^{\frac{۱}{۲}}\,Pr^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \bar{h}\propto Re^{\frac{۱}{۲}}\,Pr^{\frac{۱}{۳}}$$

با توجه به اینکه عدد پرانتل (Pr) ثابت مانده و عدد رینولدز چهار برابر شده خواهیم داشت:

$$\frac{\bar{h}_۲}{\bar{h}_۱}=\frac{(Re^{\frac{۱}{۲}}\,Pr^{\frac{۱}{۳}})_۲}{(Re^{\frac{۱}{۲}}\,Pr^{\frac{۱}{۳}})_۱}=\frac{(۴Re_۱)^{\frac{۱}{۲}})(Pr_۱)^{\frac{۱}{۳}}}{Re_۱^{\frac{۱}{۲}}\,Pr_۱^{\frac{۱}{۳}}}=۲ \Rightarrow \bar{h}_۲=۲\bar{h}_۱$$

مثال ۵۷: فلز مایع دارای ضریب هدایت بزرگی است. کدام گزینه درخصوص لایه مرزی هیدرودینامیکی و لایه مرزی گرمائی جریان روی یک صفحه صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) عدد Pr بسیار کوچک بوده و ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی بسیار کوچک می‌باشد.
۲) عدد Pr بسیار کوچک بوده و لذا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی به مراتب کمتر از ضخامت لایه مرزی گرمائی است.
۳) عدد Pr بسیار بزرگ بوده و ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی بسیار بزرگ است.
۴) عدد Pr بسیار بزرگ بوده اما تأثیری روی ضخامت لایه مرزی‌ها ندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در فلزات مایع عدد پرانتل (Pr) بسیار کوچک است و لذا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی بسیار کمتر از ضخامت لایه مرزی حرارتی است:

$$\frac{\delta}{\delta_t}\propto Pr^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow Pr<<۱ \Rightarrow \delta<<\delta_t$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۸: بر روی یک صفحه تخت $Nu_x = C_1 x^{-\frac{1}{4}}$ حاصل شده است میانگین عدد نوسلت برابر است با: (C_1 و C_2 ثابت هستند)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)

۱) $C_2 L^{\frac{3}{4}}$ ۲) $C_2 L^{\frac{1}{4}}$ ۳) $C_2 L^{-\frac{1}{4}}$ ۴) $C_2 L^{-\frac{3}{4}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** ابتدا ضریب جابه‌جایی (h) را بدست می‌آوریم:

$$Nu = \frac{hx}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu.k}{x} \quad , \quad Nu = C_1 x^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow h = \frac{(C_1 x^{-\frac{1}{4}})}{x} k = C_1 k x^{-\frac{5}{4}} \Rightarrow h \propto x^{-\frac{5}{4}}$$

هرگاه داشته باشیم $h \propto x^n$، آنگاه خواهیم داشت: $\overline{h} = \frac{1}{n+1} h_{x=L} \quad , \quad \overline{Nu} = \frac{1}{n+1} Nu_{x=L}$

در این مسأله داریم: $n = -\frac{5}{4}$، بنابراین: $\overline{Nu} = \frac{1}{-\frac{5}{4}+1} Nu_{x=L} = -4 Nu_{x=L} \quad , \quad Nu_{x=L} = C_1 L^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow \overline{Nu} = -4 C_1 L^{-\frac{1}{4}} = C_2 L^{-\frac{1}{4}}$

مثال۵۹: موازنه انرژی برای وزش سیال بر روی صفحه افقی در داخل لایه مرزی با کدام فرض ساده کننده به صورت زیر در می‌آید:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ ۲) $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \approx 0$ ۳) $\frac{\partial T}{\partial y} >> \frac{\partial T}{\partial x}$ ۴) $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial x}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در داخل لایه مرزی، هدایت در جهت y خیلی بیشتر از هدایت در جهت x است. بعبارت دیگر: $\frac{\partial T}{\partial y} >> \frac{\partial T}{\partial x}$

مثال۶۰: سیال نیوتنی بین دو صفحه موازی قرار دارد. صفحه‌ی بالایی با سرعت u کشیده می‌شود در حالی که صفحه‌ی پایینی ثابت است. صفحه پایینی عایق‌بندی شده و دمای صفحه بالایی T_2 می‌باشد. فلاکس حرارتی از صفحه متحرک چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) $q'' = \frac{4\mu u^2}{L}$ ۲) $q'' = \frac{\mu u^2}{L}$ ۳) $q'' = \frac{2\mu u^2}{L}$ ۴) $q'' = \frac{\mu u^2}{2L}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کار انجام شده روی صفحه بالایی، تبدیل به حرارت می‌شود. بنابراین کار انجام شده روی صفحه بالایی در واحد زمان (توان مصرفی) برابر است با نرخ تولید حرارت. توان مصرفی (P) برابر است با حاصلضرب نیرو(F) در سرعت صفحه (u) . نیرو(F) برابر است با حاصلضرب تنش برشی روی صفحه (τ) در مساحت صفحه (A). بنابراین داریم:

$$\text{توان مصرفی} = P = F.u \ , \ F = \tau A \Rightarrow P = \tau A u \quad \text{و} \quad \text{نرخ تولید حرارت} = \text{مساحت} \times \text{شار حرارتی} \Rightarrow q = q''A$$

$$\Rightarrow \text{نرخ تولید حرارت} = \text{توان مصرفی} \Rightarrow p = q \Rightarrow \tau A u = q'' A \Rightarrow q'' = \tau u \ , \ \tau = \frac{\mu u}{L} \Rightarrow q'' = \frac{\mu u^2}{L}$$

مثال۶۱: آب داغ بر روی لایه‌ای از لواشک که روی سطح افقی عایقی قرار دارد می‌وزد. لایه مرزی حرارتی: (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری۸۷)

۱) منطقه‌ای است که در آن به دلیل توزیع سرعت توزیع دما هم داریم.

۲) فقط از جهت تشابه با لایه مرزی سرعتی بیان می‌شود ولی وجود خارجی ندارد.

۳) منطقه‌ای است که فاقد مؤلفه سرعت است به همین دلیل انتقال حرارت آن صرفاً هدایتی است.

۴) به دلیل وجود انتقال جرم، لایه مرزی حرارتی و جرمی با هم برابرند حتی اگر توزیع سرعت نداشته باشیم.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** لایه مرزی حرارتی، لایه کوچکی در مجاورت سطح لواشک است که در آن دما از T_s در $y = 0$ (دمای سطح لواشک) تا T_∞ در $y = \delta$ (لبه لایه مرزی) تغییر می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶۲: جریانی دارای لایه مرزی حرارتی با معادله زیر است. در مورد خصوصیات این جریان چه می‌توان گفت؟ $u_x\frac{\partial T}{\partial x}+u_y\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) ویسکوزیته آن زیاد است. ۲) سرعت آن بالا است.

۳) سرعت آن پایین است. ۴) انتقال حرارت هدایتی در آن زیاد است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله لایه مرزی حرارتی در حالت کلی بصورت مقابل می‌باشد: $u_x\frac{\partial T}{\partial x}+u_y\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\nu}{C_p}(\frac{\partial u}{\partial y})^2$

در معادله بالا، عبارت $\frac{\nu}{C_p}(\frac{\partial u}{\partial y})^2$ معرف اتلاف ویسکوز می‌باشد و در دو حالت دارای اهمیت است:

۱ـ ویسکوزیته سیال بالا باشد (مانند روغن‌ها). ۲ـ سرعت جریان خیلی زیاد باشد.

بنابراین زمانی که سرعت سیال پایین است از این عبارت صرفنظر می‌شود و معادله بصورت مقابل در می‌آید: $u_x\frac{\partial T}{\partial x}+u_y\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

مثال۶۳: جیوه روی یک صفحه با دمای ثابت T_w جریان دارد. کدام گزینه درخصوص ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی δ و ضخامت لایه مرزی گرمائی δ_t صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\delta_t(x)=\delta(x)$ ۲) $\delta_t(x)>\delta(x)$ ۳) $\delta_t(x)<\delta(x)$ ۴) $\delta_t(x)=\delta(x)\ @\ x=\frac{L}{2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در فلزات مذاب (از جمله جیوه) عدد پرانتل بسیار کوچک ($Pr<<1$) و ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) بسیار بزرگتر از ضخامت لایه مرزی هیدرو دینامیکی (δ) می‌باشد: ($\delta_t>>\delta$)

مثال۶۴: سیالی روی یک صفحه با دمای ثابت T_W جریان دارد. در نقطه x از لبه صفحه ضخامت لایه مرزی حرارتی δ_t است. کدام گزینه درخصوص شرایط در روی لایه مرزی صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $T=T_W\ @\ y=\delta_t$ ۲) $\frac{\partial T}{\partial y}=0\ @\ y=0$ ۳) $T=T_\infty\ @\ y=0$ ۴) $\frac{\partial T}{\partial y}=0\ @\ y=\delta_t$

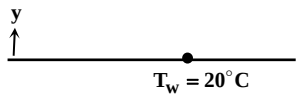
☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در لایه مرزی حرارتی، شرایط مرزی بصورت مقابل می‌باشد:

$$y=0: T=T_w\ ,\ \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

$$y=\delta_t: T=T_\infty\ ,\ \frac{\partial T}{\partial y}=0$$

مثال۶۵: سیالی روی یک صفحه با دمای ثابت $20^\circ C$ جریان دارد. دمای سیال $10^\circ C$ و $k=5\frac{W}{m.^\circ C}$ است. توزیع دمای سیال در جهت عبور بر سطح $T=20-30y+4000y^3$ است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی h چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $20\frac{W}{m^2.^\circ C}$ ۲) $15\frac{W}{m^2.^\circ C}$

۳) $25\frac{W}{m^2.^\circ C}$ ۴) $30\frac{W}{m^2.^\circ C}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب انتقال جابه‌جایی (h) در جریان سیال بر روی صفحه از رابطه مقابل بدست می‌آید: $h=\frac{-k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_w-T_\infty}$

ابتدا با استفاده از توزیع دمای داده شده، $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ را بدست می‌آوریم:

$$T=20-30y+4000y^3\ \Rightarrow\ \frac{\partial T}{\partial y}=-30+12000y^2\ \Rightarrow\ \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=-30$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در نهایت با جاگذاری مقادیر عددی پارمترها، خواهیم داشت: $\Rightarrow h = \frac{-۵ \times -۳۰}{۲۰ - ۱۰} = \frac{۱۵۰}{۱۰} = ۱۵ \frac{w}{m^۲.^\circ c}$

نکته: اگر دمای صفحه (T_w) را نداده بود، می‌توانستیم آنرا از توزیع دما بدست آوریم، زیرا $T_w = T_{y=۰}$. بنابراین اگر در رابطه توزیع دما قرار دهیم:

T_w به دست می‌آید: $T_w = T_{y=۰} = ۲۰^\circ C$

مثال۶۶: فلز مذاب روی یک صفحه با دمای T_W جریان دارد و $Pr = ۰/۱$ (عدد بی‌بعد پرانتل) کدام گزینه درخصوص ارتباط ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی δ و ضخامت لایه مرزی حرارتی δ_t صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\delta_t >> \delta$ ۲) $\delta_t << \delta$ ۳) $\delta_t = \delta$ ۴) $\delta_t = \delta \ @ \ x \to \infty$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه عدد پرانتل (Pr) با ضخامت لایه‌های مرزی حرارتی (δ_t) و هیدرو دینامیکی (δ) بصورت مقابل است: $\frac{\delta}{\delta_t} \simeq Pr^{\frac{۱}{۳}}$

در این مسأله برای فلز مذاب مورد نظر ، داریم:

$$Pr = ۰/۱ \ \Rightarrow \ \frac{\delta}{\delta_t} \simeq (۰/۱)^۳ = \frac{۱}{۱۰۰۰} \ \Rightarrow \ \delta_t \simeq ۱۰۰۰\delta \ \Rightarrow \ \delta_t >> \delta$$

مثال۶۷: اگر بتوان معادله‌ی توزیع درجه‌ی حرارت در لایه مرزی حرارتی بر روی یک سطح تخت را توسط رابطه‌ی زیر بیان نمود، معادله‌ی تابع ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی موضعی کدام یک ازروابط زیر می‌باشد؟ در این رابطه λ ضریب ثابت و بقیه پارامترها کمیت‌های رایج در انتقال حرارت جابه‌جایی می‌باشند. $\frac{T(x,y) - T_W}{T_\infty - T_W} = \lambda x^{-\frac{۱}{۲}} y \ ; \ ۰ \le x \le l \ , ۰ \le y \le \delta_t$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) $k\lambda x^{-\frac{۱}{۲}}$ ۲) $\frac{۳}{۲}\frac{k}{\delta_t}$ ۳) $\frac{\lambda x^{-\frac{۱}{۲}}}{\delta_t}$ ۴) $\frac{k\lambda x^{-\frac{۱}{۲}}}{T_W - T_\infty}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** موازنه انرژی روی سطح صفحه به صورت رابطه زیر می‌باشد:

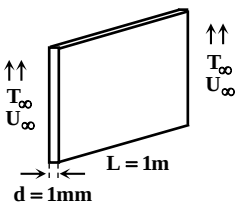
شار حرارتی جابه‌جایی = شار حرارتی هدایتی در سطح صفحه $\Rightarrow \ -k\frac{dT}{dy}\Big|_{=۰} = h(T_w - T_\infty)$

ابتدا با استفاده از رابطه توزیع دما در صورت مسأله، $\frac{dT}{dy}\Big|_{y=۰}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \lambda x^{-\frac{۱}{۲}} y \ \Rightarrow \ T = (T_\infty - T_w)\lambda x^{-\frac{۱}{۲}} y + T_w \ \Rightarrow \ \frac{dT}{dy} = (T_\infty - T_w)\lambda x^{-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \frac{dT}{dy}\Big|_{y=۰} = (T_\infty - T_w)\lambda x^{-\frac{۱}{۲}}$$

با قرار دادن این مقدار در رابطه موازنه انرژی داریم: $-k(T_\infty - T_w)\lambda x^{-\frac{۱}{۲}} = h(T_w - T_\infty) \Rightarrow h = k\lambda x^{-\frac{۱}{۲}}$

مثال۶۸: یک ورق فولادی (مربع شکل) با $\rho = ۳۳۲۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ضخامت ۱mm و ظرفیت حرارتی $۱۰۰ \frac{J}{kg.C}$ در معرض هوا با سرعت U_∞ و $k = ۰/۰۱ \frac{W}{m.^\circ C}$ قرار دارد. اگر دمای اولیه ورق $T_i = ۱۲۰^\circ C$ و دمای هوا $T_\infty = ۲۰^\circ C$ باشد، نرخ تغییر دمای ورق $\frac{dT}{dt}$ برابر کدام مورد است؟ (جریان را آرام فرض نمائید و انتقال حرارت همرفت را تنها روی دو صفحه اصلی ورق در نظر بگیرید.) (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۸)



۱) $۴ \times ۱۰^{-۳} Re^{\frac{۱}{۲}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

۲) $۲ \times ۱۰^{-۳} Re^{\frac{۱}{۲}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

۳) $۴ \times ۱۰^{-۵} Re^{\frac{۱}{۲}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

۴) $۲ \times ۱۰^{-۵} Re^{\frac{۱}{۲}} Pr^{\frac{۱}{۳}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** تغییر انرژی درونی ورق برابر است با حرارت خارج شده از آن به هوای مجاور به طریق جابه‌جایی. بنابراین:

$$mC\frac{dT}{dt}=2hA\,\Delta T \text{ و } m=\rho V=\rho Ab \Rightarrow (\rho AbC)\frac{dT}{dt}=2hA\,\Delta T \Rightarrow \frac{dT}{dt}=\frac{2h\,\Delta T}{\rho bC}$$

که در رابطه بالا b ضخامت ورق می‌باشد. همچنین ضریب ۲ پشت عبارت انتقال حرارت جابه‌جایی به این دلیل است که گرما از دو طرف ورق بـه هـوای مجـاور منتقل می‌شود. برای محاسبه h از عدد نوسلت استفاده می‌کنیم. در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت مقدار عدد نوسلت متوسط $(\overline{Nu})$ برابر است با:

$$\overline{Nu}=0/664\,Re^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}$$

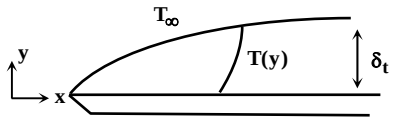
بنابراین با توجه به رابطه بین ضریب جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ و عدد نوسلت متوسط $(\bar{Nu})$ داریم:

$$\overline{Nu}=\frac{\bar{h}L}{k}\Rightarrow \bar{h}=\frac{\overline{Nu}.k}{L}=0/664\frac{k}{L}Re^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}$$

اگر این مقدار ضریب جابه‌جایی را در رابطه مربوط به $\frac{dT}{dt}$ قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{2(0/664\frac{k}{L}Re^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}})\Delta T}{\rho bC}=\frac{2(0/664\times\frac{0/01}{1})(120-20)}{3320\times(1\times10^{-3})\times100}Re^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}\Rightarrow\frac{dT}{dt}=4\times10^{-3}\,Re^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}$$

مثال۶۹: برای جریان آرام یک مایع روی یک صفحه با دمای ثابت T_w، ضریب انتقال حرارت جابجائی کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)



۱) $h=\dfrac{q\big|_{y=\delta_t}}{A(T_w-T_\infty)}$

۲) $h=\dfrac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=0}}{T_w-T_\infty}$

۳) $h=\dfrac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=\delta_t}}{T_w-T_\infty}$

۴) $h=\dfrac{-kT\big|_{y=0}}{T_w-T_\infty}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** برای جریان سیال روی صفحه، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$h=\frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_w-T_\infty}$$

مثال۷۰: h متوسط برای جریان آرام یک مایع روی یک صفحه با دمای ثابت T_w کدام گزینه است؟ پهنای صفحه $x=L$ است.

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $2h_{x=L}$ ۲) $h_{x=L}$ ۳) $\frac{1}{2}h_{x=L}$ ۴) $h_{x=\frac{L}{2}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان آرام سیال بر روی یک صفحه تخت، ضریب جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ دو برابر ضـریب جابـه‌جـایی در انتهـای صـفحه $(h_{x=L})$ می‌باشد:

$$\bar{h}=2h_{x=L}$$

مثال۷۱: تعریف عدد بدون استنتون St_x کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $St_x=\dfrac{Nu_x}{Re_x}$ ۲) $St_x=\dfrac{Nu_x}{Pr}$ ۳) $St_x=\dfrac{Nu_x\,Pr}{Re_x}$ ۴) $St_x=\dfrac{Nu_x}{Re_x\,Pr}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** تعریف عدد استانتون بصورت مقابل است: $St=\dfrac{Nu}{Pe}=\dfrac{Nu}{Re.Pr}=\dfrac{h}{\rho C_P U}$

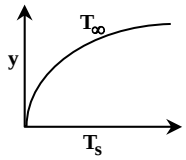
---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل ششم

۱ـ کدام‌یک از شرایط مرزی زیر برای لایه مرزی حرارتی بر روی یک صفحه درست است؟



۱) $y = 0 : \frac{\partial T}{\partial y} = 0$
۲) $y = 0 : T = T_\infty$
۳) $y = \delta_t : \frac{\partial T}{\partial y} = 0$
۴) $y = \delta_t : \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

۲ـ در جریان سیال بر روی صفحه تخت، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی:

۱) در ابتدای صفحه حداکثر است.
۲) در نقطه تبدیل جریان از آرام به مغشوش حداکثر است.
۳) در ابتدای صفحه حداقل است.
۴) در انتهای صفحه حداکثر است.

۳ـ سیالی بر روی صفحه تخت در جریان است، اگر ضخامت لایه مرزی حرارتی δ_t و ضخامت لایه مرزی سرعت δ باشد، در اینصورت نسبت $\frac{\delta_t}{\delta}$:

۱) بستگی به عدد رینولدز جریان دارد.
۲) بستگی به عدد پرانتل دارد.
۳) بستگی به عدد نوسلت دارد.
۴) هر سه مورد.

۴ـ در جریان سیال بر روی صفحه تخت، اگر سرعت سیال افزایش یابد، نرخ انتقال حرارت از صفحه به سیال چه تغییری می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد
۲) افزایش می‌یابد
۳) تغییر نمی‌کند
۴) بستگی به نوع سیال دارد

۵ـ در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت، ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) با فاصله از لبه صفحه (x) چه رابطه‌ای دارد؟

۱) $\delta_t \propto x$
۲) $\delta_t \propto \frac{1}{x}$
۳) $\delta_t \propto x^{\frac{1}{2}}$
۴) رابطه‌ای ندارد.

۶ـ روغن بر روی صفحه‌ای در جریان است. ضخامت لایه مرزی حرارتی:

۱) از ضخامت لایه مرزی سرعت بیشتر است.
۲) از ضخامت لایه مرزی سرعت کمتر است.
۳) با ضخامت لایه مرزی سرعت برابر است.
۴) بستگی به عدد رینولدز جریان دارد.

۷ـ در جریان یک سیال بر روی صفحه تخت، ضریب جابه‌جایی با رابطه $h_x = ax^{-\frac{1}{3}}$ داده شده است. در اینصورت نسبت ضریب جابه‌جایی متوسط در طول صفحه $(\bar{h})$ به ضریب جابه‌جایی در انتهای صفحه (h_L) چقدر است؟

۱) $\frac{\bar{h}}{h_L} = 2$
۲) $\frac{\bar{h}}{h_L} = \frac{1}{2}$
۳) $\frac{\bar{h}}{h_L} = \frac{3}{2}$
۴) $\frac{\bar{h}}{h_L} = \frac{2}{3}$

۸ـ در معادله انرژی لایه مرزی، جمله مربوط به تلفات لزجت چه زمانی دارای اهمیت است؟

۱) سرعت سیال کم باشد.
۲) سرعت سیال زیاد باشد.
۳) همواره دارای اهمیت است.
۴) همواره می‌توان از آن صرفنظر کرد.

۹ـ سیالی بر روی صفحه تخت در جریان است. اگر ضریب نفوذ حرارتی این سیال (α) از ویسکوزیته سینماتیکی آن (ν) بزرگتر باشد، در اینصورت ضخامت لایه مرزی سرعت:

۱) از ضخامت لایه مرزی حرارتی بزرگتر است.
۲) از ضخامت لایه مرزی حرارتی کوچکتر است.
۳) با ضخامت لایه مرزی حرارتی برابر است.
۴) بستگی به سرعت سیال دارد.

۱۰ـ در جریان سیال بر روی صفحه تخت اگر $h \propto x^{-1}$ باشد، عدد نوسلت در طول صفحه:

۱) افزایش می‌یابد
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند
۴) اطلاعات کافی نیست

۱۱ـ در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت رابطه عدد نوسلت با عدد پرانتل چگونه است؟

۱) $Nu \propto Pr$
۲) $Nu \propto Pr^{\frac{1}{2}}$
۳) $Nu \propto Pr^{\frac{1}{3}}$
۴) رابطه‌ای ندارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ در جریان یک سیال بر روی صفحه تخت اگر ضریب نفوذ حرارتی سیال، ۸ برابر ویسکوزیته سینماتیکی آن باشد، در اینصورت ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t) چند برابر ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی (δ) می‌باشد؟

۱) ۸ برابر ۲) ۲ برابر ۳) $\frac{۱}{۲}$ برابر ۴) $\frac{۱}{۸}$ برابر

۱۳ـ آنالوژی چیلتون ـ کلبورن به کدام صورت بیان می‌شود؟

۱) $\frac{C_f}{۲} = St$ ۲) $\frac{C_f}{۲} = St.Pr^{\frac{۲}{۳}}$ ۳) $C_f = St^{\frac{۱}{۲}}$ ۴) $C_f = ۲Re.Pr^{\frac{۱}{۲}}$

۱۴ـ آنالوژی چیلتون ـ کلبورن در کدام مورد صادق نیست؟

۱) جریان مغشوش بر روی صفحه تخت.
۲) جریان آرام بر روی صفحه تخت.
۳) جریان آرام درون لوله.
۴) جریان مغشوش درون لوله.

۱۵ـ در جریان متلاطم سیال در اطراف یک استوانه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در کدام نقطه حداکثر است؟

۱) نقطه جدایی
۲) در جلو استوانه
۳) بعد از تبدیل جریان از آرام به مغشوش
۴) انتهای استوانه

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هفتم

«جریان داخلی»

مثال ۱: خواص ترموفیزیکی سیالات A و B مشابه‌اند بجز اینکه $\nu_A >> \nu_B$. این دو سیال با دبی مساوی به صورت مغشوش توسعه یافته در دو لوله با قطر مساوی جریان دارند. کدام گزینه درست است؟ (لزجت = ν) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)

۱) $Nu_A = Nu_B$ ۲) $Nu_A = Nu_B$ ۳) $Nu_A = Nu_B(\frac{\nu_A}{\nu_B})^{0/3}$ ۴) $Nu_B > Nu_A$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** عدد نوسلت برای جریان مغشوش توسعه یافته در لوله از رابطه مقابل بدست می‌آید: $Nu_D = 0/023 Re_D^{\frac{4}{5}} Pr^n$

در رابطه فوق، در حالت گرمایش سیال $n = 0/4$ و برای سرمایش سیال $n = 0/3$. با توجه به تعریف عدد رینولدز و عدد پرانتل داریم:

$$Re_D = \frac{uD}{\nu},\ Pr = \frac{\nu}{\alpha} \Rightarrow Nu_D \propto (\frac{1}{\nu})^{\frac{4}{5}} (\nu)^n \Rightarrow Nu_D \propto \nu^{n-0/8}$$

n هر مقداری ($0/3$ یا $0/4$) که داشته باشد، $n - 0/8$ منفی است. بنابراین:

$$\frac{Nu_A}{Nu_B} = (\frac{\nu_A}{\nu_B})^{n-0/8},\quad n - 0/8 < 0\ ,\ \nu_A \gg \nu_B \Rightarrow Nu_B > Nu_A$$

نکته: اگر در صورت سؤال قید شده بود که جریان آرام توسعه یافته است آنگاه: $Nu_A = Nu_B$. یعنی گزینه «۲» صحیح بود. زیرا درجریان آرام توسعه یافته مقدار عدد نوسلت ثابت است و به سرعت و نوع سیال بستگی ندارد.

مثال ۲: سیالی با دمای T_i و سرعت V_1 وارد لوله‌ای با دمای سطح داخلی ثابت می‌شود. دمای خروجی سیال T_e و بیشتر از دمای ورودی است. اگر سرعت را دو برابر کنیم: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)

۱) جواب بستگی به اندازهٔ سرعت دارد. ۲) $T_e - T_i$ افزایش می‌یابد. ۳) $T_e - T_i$ ثابت بماند. ۴) $T_e - T_i$ کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** دمای خروجی سیال از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{T_e - T_i}{T_s - T_i} = 1 - \exp(\frac{-hPL}{\dot{m}C_p}) = 1 - \exp(\frac{-hPL}{\rho VAC_p})$$

که A سطح مقطع، P محیط مقطع و L طول لوله، V سرعت سیال، T_s دمای دیواره لوله، T_i دمای ورودی و T_e دمای خروجی سیال می‌باشند. با دو برابر شدن V، مخرج توان exp افزایش می‌یابد و در نتیجه عبارت exp زیاد می‌شود و بنابراین $\exp-1$ کم می‌شود و در نتیجه $T_e - T_i$ کاهش می‌یابد.

راه‌حل دوم: (تستی): زمانی که سرعت سیال دو برابر می‌شود، زمان عبور سیال از داخل لوله نصف می‌شود و در نتیجه زمان انتقال حرارت از لوله به سیال عبوری کم شده و بنابراین دمای خروجی سیال کمتر افزایش می‌یابد و در نتیجه $T_e - T_i$ کاهش می‌یابد.

مثال ۳: در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در داخل لوله‌ها در ناحیه آرام کاملاً توسعه یافته، از نظر تئوری نوسلت (Nu): (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱)عددی ثابت است. ۲) فقط تابعی از Re و Pr است. ۳) فقط تابعی از Pr است. ۴) فقط تابعی از Re است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان داخل لوله در ناحیه آرام کاملاً توسعه یافته مقدار عدد نوسلت ثابت می‌باشد.

مثال ۴: در جریان کاملاً توسعه یافته آرام با خواص فیزیکی ثابت بین دو صفحه موازی بسیار بزرگ به دمای T_ω در شرایطی که دمای ورودی سیال T_∞ و سرعت اولیه آن U_∞ باشد: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) سرعت ثابت است و بستگی به مختصات ندارد. ۲) توزیع سرعت و دما در امتداد جریان تغییر نمی‌کند.

۳) توزیع سرعت در امتداد جریان تغییر نمی‌کند. ۴) توزیع دما در امتداد جریان تغییر نمی‌کند.

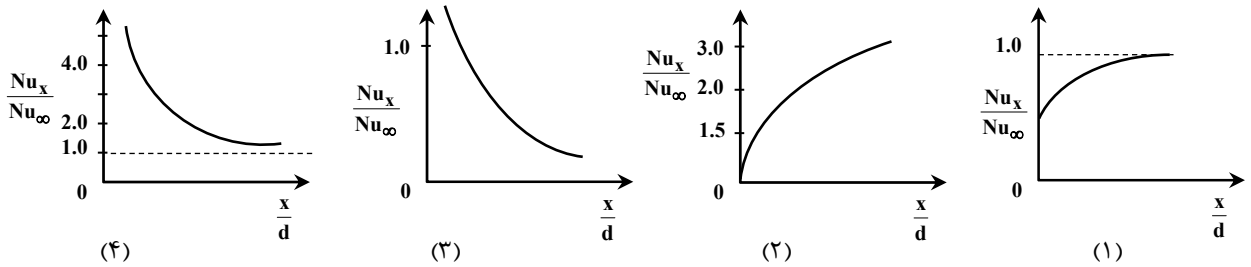
☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در جریان کاملاً توسعه یافته، توزیع سرعت در امتداد خط جریان تغییر نمی‌کند ($\frac{\partial u}{\partial x} = 0$).

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵: در یک لوله افقی مایعی با حرکت کاملاً لایه‌ای جاری است و شار حرارتی ثابتی نیز بر جداره اعمال می‌شود. اگر مقدار Nu را در فاصله x از دهانه ورودی Nu_x و در محلی که جریان کاملاً توسعه یافته باشد Nu_∞ بنامیم کدام شکل صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)



☑ **پاسخ: گزینه «۴»** زمانی که جریان داخل لوله به حالت توسعه یافته می‌رسد، مقدار عدد نوسلت، ثابت و برابر Nu_∞ می‌شود و در نتیجه نسبت $\frac{Nu}{Nu_\infty}$ برابر یک می‌شود. (بنابراین گزینه (۱) یا (۴) صحیح است). همچنین مقدار عدد نوسلت از ابتدای لوله تا زمانی که جریان به حالت توسعه یافته برسد رو به کاهش می‌باشد. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

مثال ۶: هوا با دمای $20^\circ C$ وارد یک لوله تحت فلاکس حرارتی ثابت می‌شود. دمای خروجی هوا برای جریان ..... است.

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) توسعه یافته بیشتر از جریان در حال توسعه
۲) توسعه یافته کمتر از جریان در حال توسعه
۳) مغشوش بیشتر از جریان آرام
۴) توسعه یافته و در حال توسعه یکسان

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر منظور سئوال دمای هوای خروجی در نقاط مرکزی لوله (حول محور مرکزی لوله) باشد، در این صورت دمای هوای خروجی برای جریان توسعه یافته بیشتر از جریان در حال توسعه می‌باشد. زیرا در جریان در حال توسعه، حرارت از جداره لوله به هوای نقاط مرکزی لوله نمی‌رسد و دمای هوا در نقاط مرکزی، همان دمای ورودی و برابر $20^\circ C$ می‌باشد. اما منظور سئوال دمای متوسط هوای خروجی می‌باشد. رابطه مربوط به دمای متوسط سیال در جریان داخل لوله بصورت مقابل است:

$$T_m(x) = T_{mi} + \frac{q''p}{\dot{m}C_p}x$$

در رابطه بالا T_m دمای متوسط سیال در نقطه دلخواه x در داخل لوله، T_{mi} دمای متوسط سیال در ورودی لوله، q'' شار حرارتی ثابت که از جداره لوله به سیال وارد می‌شود، p محیط لوله، $\dot{m}$ دبی جرمی سیال و C_p گرمای ویژه سیال می‌باشند. رابطه بالا هم برای جریان توسعه یافته و هم جریان در حال توسعه صادق است. بنابراین با توجه به رابطه بالا دمای متوسط هوای خروجی در دو حالت توسعه یافته و توسعه نیافته با هم برابر بوده و مقدار آن برابر است با:

$$T_m(L) = T_{mi} + \frac{q''p}{\dot{m}C_p}L$$

که در رابطه بالا، L طول لوله می‌باشد.

مثال ۷: جریان آرام در داخل یک لوله در ناحیهٔ توسعه نیافته و دائم بصورتی است که ضریب انتقال حرارت $h_۱$ است. در صورتی که شعاع لوله نصف شود و سرعت و سایر خواص ثابت بماند، کدام گزینه برای ضریب انتقال حرارت $h_۲$ صدق می‌کند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{h_۲}{h_۱} < ۲$
۲) میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.
۳) میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد.
۴) $\frac{h_۱}{h_۲} < ۲$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان آرام و دائمی درون لوله در ناحیه توسعه نیافته، رابطه عدد نوسلت بصورت زیر است:

$$Nu_D \propto (R_{e_D}\,Pr)^{\frac{۱}{۳}}(\frac{D}{L})^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow Nu_D \propto (\frac{uD}{\nu})^{\frac{۱}{۳}}(Pr)^{\frac{۱}{۳}}(\frac{D}{L})^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow Nu_D \propto D^{\frac{۲}{۳}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در نتیجه با توجه به رابطه عدد نوسلت و ضریب جابه‌جایی (h) داریم:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu_D.k}{D} \Rightarrow h \propto \frac{D^{\frac{2}{3}}}{D} \Rightarrow h \propto D^{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = (\frac{D_2}{D_1})^{-\frac{1}{3}} = (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} = 1/26 \Rightarrow 1 < \frac{h_2}{h_1} < 2$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۸: از داخل لوله‌ای مدور سیالی به صورت آرام جریان دارد که توزیع دما در آن به صورت زیر است:

$$\frac{T - T_s}{T_m - T_s} = 2(1 - \frac{r^2}{R^2})$$

که T دمای سیال در شعاع r، T_s دمای دیواره و T_m دمای سیال در مرکز لوله است. R شعاع داخلی لوله می‌باشد. اگر عدد نوسلت به صورت زیر تعریف شود:

$$Nu = \frac{hR}{k}$$

مقدار عدد نوسلت در حالت پاپا چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در شرایط پایا، شار حرارتی منتقل شده از سیال مرکز لوله به دیواره لوله به طریق جابه‌جایی برابر است با شار حرارتی هدایتی در دیواره. بنابراین:

$$\text{شار حرارتی جابه‌جایی} = q''_{conv} = h(T_m - T_s) \quad \text{و} \quad \text{شار حرارتی هدایتی در دیواره} = q''_{cond} = -k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}$$

$$\Rightarrow q''_{conv} = q''_{cond} \Rightarrow h(T_m - T_s) = -k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}$$

ابتدا با استفاده از رابطه توزیع دمای داده شده، $\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T - T_s}{T_m - T_s} = 2(1 - \frac{r^2}{R^2}) \Rightarrow T = 2(T_m - T_s)(1 - \frac{r^2}{R^2}) + T_s \Rightarrow \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = \left[2(T_m - T_s)(\frac{-2r}{R^2})\right]_{r=R}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = -\frac{4(T_m - T_s)}{R}$$

اگر این مقدار را در رابطه تساوی اول قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$h(T_m - T_s) = -k \times -4\frac{(T_m - T_s)}{R} \Rightarrow h = \frac{4k}{R} \Rightarrow \frac{hR}{k} = 4 \Rightarrow Nu = 4$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۹: کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد جریان در لوله‌های طویل صادق است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی (اجباری) وقتی شار حرارتی یکنواخت به لوله وارد گردد برابر با ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی است وقتی که دمای دیواره ثابت باشد.

۲) ضرایب انتقال حرارت در هر دو مورد بستگی به عدد پکلت دارد و مقدار آن مساویست.

۳) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی وقتی شار حرارتی یکنواخت به لوله وارد گردد بیشتر از ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی است وقتی که دمای دیواره ثابت باشد.

۴) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی وقتی شار حرارتی یکنواخت به لوله وارد گردد دو برابر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیرویی است وقتی که دمای دیواره ثابت باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در جریان آرام کاملاً توسعه یافته در داخل لوله، در حالت شار حرارتی ثابت، عدد نوسلت برابر ۴/۳۶ و در حالت دمای دیواره ثابت، عدد نوسلت برابر ۳/۶۶ می‌باشد. بنابراین:

شار حرارتی ثابت: $Nu = \frac{hD}{k} = 4/363 \Rightarrow h = \frac{4/36k}{D}$

دمای دیواره ثابت: $Nu = \frac{hD}{k} = 3/66 \Rightarrow h = \frac{3/66k}{D}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

بنابراین با توجه به روابط بالا، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) وقتی شار حرارتی ثابت به لوله وارد می‌گردد بیشتر از حالتی است که دمای دیواره ثابت باشد.

نکته: در صورت سئوال قید شده که لوله طویل است، بنابراین فرض کاملاً توسعه یافته شدن جریان معقول می‌باشد. بهتر بود که در صورت سئوال علاوه بر طویل بودن لوله به آرام بودن جریان نیز اشاره می‌شد.

مثال ۱۰: برای فلزات مذاب در حرکت توأم، با انتقال حرارت در اوایل کانال کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) از نظر حرارتی و هیدرودینامیکی در حال توسعه است.

۲) از نظر حرارتی و هیدرودینامیکی توسعه یافته است.

۳) از نظر حرارتی توسعه یافته و از نظر هیدرودینامیکی در حال توسعه است.

۴) از نظر هیدرودینامیکی توسعه یافته و از نظر حرارتی در حال توسعه است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** درفلزات مذاب عدد پرانتل خیلی کوچکتر از یک می‌باشد $(Pr << ۱)$ در نتیجه ضخامت لایه مرزی حراتی نسبت به ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی، خیلی بزرگتر است $(\delta << \delta_t)$. بنابراین لایه مرزی حرارتی خیلی سریعتر از لایه مرزی هیدرودینامیکی به حالت توسعه یافته می‌رسد. در نتیجه در اوایل کانال، لایه مرزی حرارتی به حالت توسعه یافته می‌رسد، در حالی که لایه مرزی هیدرودینامیکی هنوز در حال توسعه می‌باشد.

مثال ۱۱: در محاسبه ضریب انتقال حرارت حرکت سیال در یک لوله با سرعت زیاد کدام‌یک از روابط ذیل حاکم است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) $Nu = f(Pr)$ ۲) $Nu = f(Pr, Re)$ ۳) $Nu = f(Re)$ ۴) $Re = f(Pr, Nu)$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جریان مغشوش در داخل لوله، عدد نوسلت (Nu) تابع عدد رینولدز (Re) و عدد پرانتل (Pr) می‌باشد: $Nu = f(Pr, Re)$

در حالت کلی رابطه عدد نوسلت با عدد رینولدز و عدد پرانتل در جریان مغشوش داخل لوله به صورت مقابل است: $Nu = C\,Re^m . Pr^n$

توضیح: در صورت سؤال قید شده که سرعت جریان در داخل لوله زیاد است، بنابراین فرض جریان مغشوش در لوله، معقول می‌باشد.

مثال ۱۲: شرط توسعه یافتگی حرارتی برای حرکت سیال در داخل لوله برای دمای ثابت دیواره و شار حرارتی ثابت در دیواره چیست؟ T_b دمای توده سیال و T_w دمای دیواره است و $q''_\circ$ شار حرارتی در دیواره است. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) برای هر دو شرط مرزی $\dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{T_w - T}{T_b - T}\right] = \circ$

۲) برای هر دو شرط مرزی $\dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{T_w - T}{T_w - T_b}\right] = \circ$

۳) برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره $\dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{T_w - T}{T_w - T_b}\right] = \circ$ و برای شار حرارتی ثابت در دیواره $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \circ$

۴) برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره $\dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{T_w - T}{T_b - T}\right] = \circ$ و برای شار حرارتی ثابت در دیواره $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \circ$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شرط توسعه یافتگی حرارتی برای حرکت سیال در داخل لوله این است که دمای بی‌بعد $\left(\dfrac{T_\omega - T}{T_\omega - T_b}\right)$ در طول لوله ثابت بماند، به عبارت دیگر:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right] = \circ$$

این شرط برای هر دو حالت دمای دیواره ثابت و شار گرمایی ثابت در دیواره صادق است.

مثال ۱۳: در جریان آرام و توسعه یافته در داخل لوله با شرط مرزی دمای ثابت در دیواره در صورتیکه عدد پکلت بزرگ $(Pe > ۱۰۰)$ و x محور موازی جهت حرکت سیال باشد از کدام عبارت می‌توان صرفنظر کرد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\dfrac{dT}{dr}$ ۲) $\dfrac{d^۲T}{dr^۲}$ ۳) $\dfrac{dT}{dx}$ ۴) $\dfrac{d^۲T}{dx^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در جریان آرام و توسعه یافته در داخل لوله با شرط مرزی شار حرارتی ثابت در دیواره داریم: $\dfrac{\partial^۲T}{\partial x^۲} = \circ$.

همچنین در جریان آرام توسعه یافته در داخل لوله با شرط مرزی دمای ثابت در دیواره داریم: $\dfrac{\partial^۲T}{\partial y^۲} << \dfrac{\partial^۲T}{\partial x^۲}$ و می‌توان از عبارت $\dfrac{\partial^۲T}{\partial x^۲}$ صرفنظر کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

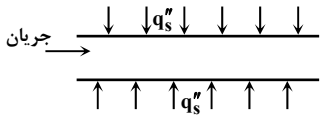
مثال ۱۴: سیال A در درجه حرارت T_A از داخل لوله‌ای که جداره آن در درجه حرارت T_w قرار دارد می‌گذرد به طوری‌که $T_W > T_A$ می‌باشد. افزایش سرعت عبور سیال A به طوری‌که جریان از حالت آرام به صورت متلاطم درآید ..... . (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

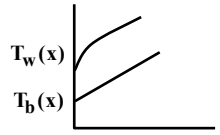
۱) باعث کاهش انتقال حرارت می‌گردد.
۲) بستگی به میزان افزایش سرعت می‌تواند باعث کاهش یا افزایش انتقال حرارت گردد.
۳) باعث افزایش انتقال حرارت می‌گردد.
۴) در میزان انتقال حرارت تأثیری ندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی سیال (h) در حالت جریان متلاطم بیشتر از جریان آرام می‌باشد. در نتیجه با تغییر حالت جریان از آرام به متلاطم، ضریب جابه‌جایی سیال در داخل لوله افزایش می‌یابد و افزایش ضریب جابه‌جایی باعث افزایش انتقال حرارت می‌گردد.

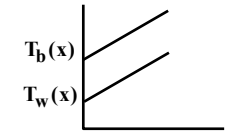
◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۵: سیالی مطابق شکل بین دو دیواره با شار حرارتی ثابت، گرما دریافت می‌کند. تغییرات دمای دیوار $T_w(x)$ و دمای متوسط سیال $T_b(x)$ شبیه کدام یک از پاسخ‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

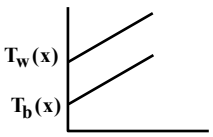




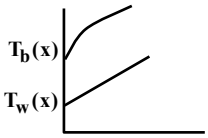
(۲)



(۱)

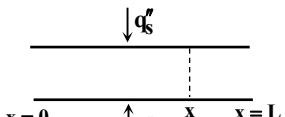


(۴)



(۳)

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** یک مقطع دلخواه به فاصله x ورودی را در نظر بگیرید حرارت منتقل شده از دیواره‌ها به سیال در این بازه(از ورودی تا مقطع به فاصله x) برابر است با تغییر انرژی درونی سیال، بنابراین:



$$۲q''_s(A) = \dot{m}c_p(T_b - T_{bi}),\ A = bx \Rightarrow ۲q''_s bx = \dot{m}c_p(T_b - T_{bi}) \Rightarrow T_b = T_{bi} + \frac{۲q''_s b}{\dot{m}c_p}x \quad (I)$$

در رابطه بالا b عرض دیواره‌ها می‌باشد. همان‌طور که در رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم، T_b به طور خطی با x تغییر می‌کند. شار حرارتی q''_s که از بیرون به هر دیواره وارد می‌شود به طریق جابجایی به سیال منتقل می‌شود، بنابراین: $q''_s = h(T_w - T_b)$ می‌باشد. اکنون نحوه تغییرات T_w را بررسی می‌کنیم. در ورودی کانال، ضریب جابه‌جایی سیال (h) بیشترین مقدار خود را دارد. هر چه سیال در بین دو دیواره به سمت جلو پیش می‌رود، با رشد لایه مرزی، ضریب جابه‌جایی آن کوچکتر می‌شود تا جایی که جریان به حالت توسعه یافته می‌رسد که از اینجا به بعد ضریب جابه‌جایی ثابت می‌ماند. در نتیجه با توجه به رابطه (I) و با توجه به اینکه مقدار شار حرارتی q''_s ثابت است، ملاحظه می‌شود که در ورودی کانال که ضریب جابه‌جایی سیال (h) بیشترین مقدار خود را دارد، اختلاف دمای دیواره و دمای متوسط سیال $(T_w - T_b)$ کمترین مقدار را دارا می‌باشد. هر چه سیال داخل کانال به سمت جلو پیش می‌رود، با کاهش ضریب جابه‌جایی، اختلاف دما $(T_w - T_b)$ بیشتر می‌شود تا جریان به حالت توسعه یافته می‌رسد و از اینجا به بعد با ثابت ماندن ضریب جابه‌جایی(h)، اختلاف دما $(T_w - T_b)$ نیز ثابت می‌ماند. در نتیجه از این نقطه به بعد، دمای دیواره نیز به صورت خطی با x تغییر می‌کند که این خط موازی با خطی است که نمودار دمای متوسط سیال (T_b) را بر حسب x نشان می‌دهد (دلیل موازی بودن این است که اختلاف دما $(T_w - T_b)$ ثابت می‌باشد.) در نتیجه گزینه «۲» صحیح می‌باشد.

نکته: جریان سیال داخل لوله هم کاملاً شبیه به این مسأله می‌باشد. با این تفاوت کوچک که در آنجا در رابطه مربوط به دمای متوسط سیال (T_b) به جای b (عرض دیوارها)، P (محیط لوله) قرار می‌گیرد و ضریب ۲ پشت q'' وجود ندارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۶: دو لوله مشابه یکی صیقلی و دیگری زبر مفروض است . سیالی با عدد رینولدز ۱۲۰/۰۰۰ در هر یک از این دو لوله جریان دارد. گرادیان دما در روی سطح لوله $\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_w$ در شرط مرزی دما ثابت چگونه است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) در دو لوله برابر است.
۲) در لوله زبر کمتر از لوله صیقلی است.
۳) در لوله زبر بیشتر از لوله صیقلی است.
۴) بسته به سایر خواص مایع ممکن است بیشتر یا کمتر باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** شار حرارتی هدایتی در سطح داخلی لوله، برابر است با شار حرارتی جابجا شده در سیال. بنابراین:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_w = h\Delta T \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_w = -\frac{h}{k}\Delta T$$

با توجه به رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم که گرادیان دما بر روی سطح لوله $\left(\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_w\right)$ با ضریب جابه‌جایی سیال (h) رابطه مستقیم دارد. زبری سطح، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی سیال (h) را افزایش می‌دهد، بنابراین در لوله زبر، ضریب جابه‌جایی (h) و در نتیجه گرادیان دما بر روی سطح $\left(\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_w\right)$ بیشتر است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۷: یک لوله با قطر داخلی و خارجی D_i و D_o از طریق اتصال جدار لوله به برق DC با شدت $\dot{q}(\frac{W}{m^3})$ حرارت داده می‌شود. دیوار خارجی لوله عایق‌بندی شده است. آب با شدت $\dot{m}$ از داخل لوله جریان دارد. در صورتی که دمای ورودی و خروجی آب به لوله به ترتیب T_{b_i} و T_{bo} باشد کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) شرط مرزی حرارتی دما ثابت بوده و مقدار حرارت دریافتی با $(D_o^2 - D_i^2)$ نسبت عکس دارد.

۲) شرط مرزی حرارتی دما ثابت بوده و مقدار حرارت دریافتی با $(D_o^2 - D_i^2)$ نسبت مستقیم دارد.

۳) شرط مرزی حرارتی شار حرارتی ثابت بوده و مقدار حرارت دریافتی با $(D_o^2 - D_i^2)$ نسبت عکس دارد.

۴) شرط مرزی حرارتی شار حرارتی ثابت بوده و مقدار حرارت دریافتی با $(D_o^2 - D_i^2)$ نسبت مستقیم دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** دیواره خاجی عایق می‌باشد. در نتیجه تمام شار حرارتی تولید شده با برق DC، $(\dot{q})$ از جدار داخلی لوله به سیال منتقل می‌شود. بنابراین شرط مرزی حرارتی، شار حرارتی ثابت می‌باشد. همچنین مقدار شار حرارتی منتقل شده به سیال برابر است با مقدار حرارت تولید شده و مقدار حرارت تولید شده برابر است با: $q = \dot{q}V = \dot{q}AL = q \times \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} \times L \Rightarrow q \propto (D_o^2 - D_i^2)$ = مقدار

بنابراین مقدار حرارت دریافتی توسط سیال با $(D_o^2 - D_i^2)$ رابطه مستقیم دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۸: جریان آرام سیال در داخل لوله افقی در حالت جابجائی اجباری در شرایط توسعه یافتگی و پایا بودن جریان برقرار است. عدد پکلت (Peclet Number) عدد بزرگی می‌باشد. شرط مرزی دما ثابت و یا شار حرارتی ثابت دردیوارهٔ لوله برقرار بوده و جهت حرکت سیال z می‌باشد. به چند شرط مرزی حرارتی جهت حل معادله حاکم انرژی نیاز است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) یک شرط مرزی در جهت z و یک شرط مرزی در جهت r

۲) دو شرط مرزی در جهت z و یک شرط مرزی در جهت r

۳) یک شرط مرزی در جهت z و دو شرط مرزی در جهت r

۴) دو شرط مرزی در جهت z و دو شرط مرزی در جهت r

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** معادله حاکم انرژی بصورت مقابل می‌باشد: $\rho C V_\circ \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{K}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r})$

با توجه به رابطه بالا، بالاترین درجه مشتق دما (T) نسبت به r، ۲ و نسبت به z، ۱ می‌باشد. در نتیجه جهت حل معادله به دو شرط مرزی حرارتی در جهت r و یک شرط مرزی در جهت z نیاز داریم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۱۹: اگر در حرکت سیال در داخل لوله پروفایل سرعت $U = f(r)$ و پروفایل دما $T = g(r)$ باشد در این صورت دمای متوسط سیال در داخل لوله برابر است با: (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۵)

۱) $T_m = \frac{2}{R^2}\int_\circ^R f(r)rdr$ ۲) $T_m = \frac{\int_\circ^R g(r)rdr}{\int_\circ^R f(r)rdr}$ ۳) $T_m = \frac{2}{R^2}\int_\circ^R g(r)rdr$ ۴) $T_m = \frac{\int_\circ^R f(r)g(r)rdr}{\int_\circ^R f(r)rdr}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** دمای متوسط سیال (T_m) در جریان داخل لوله در صورتی که پروفایل سرعت به صورت $U = f(r)$ و پروفایل دما $T = g(r)$ باشد، برابر است با:

$$T_m = \frac{\int_\circ^R U.T.r\,dr}{\int_\circ^R U.r\,dr} = \frac{\int_\circ^R f(r)\,g(r)\,r\,dr}{\int_\circ^R f(r)\,r\,dr}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۰: ضریب جابه‌جایی گرمایی در داخل لوله و در جریان مغشوش با $D^{-0/2}$ و با سرعت متوسط با $U_m^{0/8}$ متناسب است (D قطر داخلی لوله و U_m سرعت متوسط است). اگر قطر لوله دو برابر شود اما دبی ثابت بماند و جریان همچنان مغشوش باشد در این صورت ضریب جابه‌جایی گرمایی نسبت به قطر به چه نسبتی تغییر می‌کند. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

۱) D^{-2} ۲) $D^{-1/2}$ ۳) $D^{-1/6}$ ۴) $D^{-1/8}$

پاسخ: گزینه «۴» طبق اطلاعات صورت مسأله داریم: $h \propto D^{-0/2}.U_m^{0/8}$

دبی ثابت است، بنابراین رابطه سرعت متوسط با قطر بصورت زیر است:

$$\text{دبی} = Q = U_m A = \text{ ثابت } \Rightarrow U_m.\frac{\pi D^2}{4} = cte \Rightarrow U_m = \frac{\text{ثابت}}{D^2} \Rightarrow U_m \propto D^{-2}$$

در نتیجه خواهیم داشت: $\Rightarrow h \propto D^{-0/2}.U_m^{0/8} \Rightarrow h \propto D^{-0/2}.(D^{-2})^{0/8} \Rightarrow h \propto D^{-0/2}.D^{-1/6} \Rightarrow h \propto D^{-1/8}$

مثال ۲۱: شرط توسعه یافتگی حرارتی برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره در داخل کانال چیست؟ T_w دمای دیوار و T_b دمای بالک سیال است.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right) = 0$ ۲) $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_b - T}{T_w - T_b}\right) = 0$ ۳) $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ۴) $\frac{\partial T_b}{\partial x} = 0$

پاسخ: گزینه «۱» شرط توسعه یافتگی حرارتی برای شرط مرزی دمای ثابت (و شار حرارتی ثابت) در دیواره در جریان داخل کانال، این است که پروفیل دمای بی‌بعد $\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right)$ ثابت بماند. به عبارت دیگر:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right) = 0$$

مثال ۲۲: در صورتی که هوا با سرعت مشخص عمود بر یک لوله با دمای ثابت و قطر D حرکت نماید و ارتباط عدد نوسلت و پارامترهای دیگر به صورت $\overline{Nu} = 0/193\, Re^{0/618} Pr^{\frac{1}{3}}$ باشد ارتباط انتقال حرارت از سطح با قطر چگونه خواهد بود؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) $q = f(D^{1/236})$ ۲) $q = f(D^{0/236})$ ۳) $q = f(D^{0/309})$ ۴) $q = f(D^{0/618})$

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به رابطه بین عدد نوسلت متوسط $(\overline{Nu})$ و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ داریم:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}D}{k}\ ,\ \overline{Nu} = 0/193\, Re^{0/618}\ Pr^{\frac{1}{3}} = 0/913\,(\frac{uD}{\nu})^{0/618}(\frac{\nu}{\alpha})^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \bar{h} = \frac{\overline{Nu}k}{D} = 0/913\frac{k}{D}(\frac{D}{\nu})^{0/618}(\frac{\nu}{\alpha})^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \bar{h} \propto \frac{D^{0/618}}{D}$$

میزان انتقال حرارت از سطح برابر است با:

$$q = \bar{h}A\Delta T$$

در رابطه بالا A سطحی از لوله است که با جریان هوا تماس دارد. با توجه به اینکه مساحت جانبی لوله متناسب با قطر آن (D) است داریم:

$$q = \bar{h}A\Delta T\ ,\bar{h} \propto \frac{D^{0/618}}{D}\ ,\ A \propto D \Rightarrow q \propto \frac{D^{0/618}}{D} \times D \Rightarrow q \propto D^{0/618} \Rightarrow q = f(D^{0/618})$$

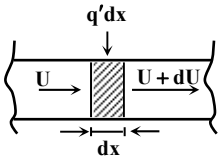
مثال ۲۳: آب به داخل لوله‌ای با شدت جریان Q و دمای مشخص T_{mi} وارد شده و به صورت آرام جریان می‌یابد. شدت انتقال حرارت از دیوار لوله به سیال $q' = ax\ (\frac{W}{m})$ می‌باشد که در آن x مسافت از ابتدای لوله است. رابطه تغییرات دمای متوسط (دمای بالک) آب در سطح مقطع با مسافت چگونه خواهد بود؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۶)

۱) $T_m = T_{mi} + \frac{ax}{\dot{m}c_p}$ ۲) $T_m = T_{mi} + \frac{ax^2}{2\dot{m}c_p}$ ۳) $T_m = T_{mi} + \frac{ax}{2\dot{m}c_p}$ ۴) $T_m = T_{mi} + \frac{ax}{2\dot{m}c_p}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۲» یک حجم دیفرانسیلی در یک نقطه دلخواه در طول لوله انتخاب می‌کنیم و معادله بقاء انرژی را برای آن می‌نویسیم:



تغییر انرژی درونی سیال = انرژی ورودی به سیال

انرژی ورودی به سیال = $q'dx$

تغییر انرژی درونی سیال = $dU\ ,\ U = \dot{m}C_P\ T_m \Rightarrow dU = \dot{m}C_P\, dT_m$

بنابراین معادله بقاء انرژی در هر نقطه دلخواه در داخل لوله به صورت مقابل در می‌آید: $q'dx = \dot{m}C_P\, d\,T_m$

اگر از رابطه بالا در طول لوله از ورودی لوله $(x = ۰)$ تا نقطه دلخواه x انتگرال معین بگیریم می‌توانیم رابطه دمای متوسط T_m در نقطه x را بدست آوریم:

$$\int_{۰}^{x} q'dx = \int_{T_{mi}}^{T_m} \dot{m}C_p\ dT_m \Rightarrow \int_{۰}^{x} axdx = \dot{m}C_p \int_{T_{mi}}^{T_m} dT_m \Rightarrow \frac{۱}{۲}ax^۲ = \dot{m}C_p(T_m - T_{mi})$$

$$\Rightarrow T_m - T_{mi} = \frac{ax^۲}{۲\dot{m}C_p} \Rightarrow T_m = T_{mi} + \frac{ax^۲}{۲\dot{m}C_p}$$

نکته: q' حرارت ورودی به لوله بر حسب واحد طول است(از روی واحد آن که $\frac{W}{m}$ می‌باشد می‌فهمیم) بنابراین انرژی ورودی به حجم دیفرانسیلی برابر $q'dx$ است نه $q'dA$.

مثال ۲۴: طول لازم برای گسترش یافتن سیال از نظر هیدرودینامیکی ما بین دو صفحه بزرگ موازی که بفاصله D از هم قرار گرفته‌اند کدام یک از مقادیر زیر است اگر ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی روی یک صفحه از رابطه $\delta = \frac{۵x}{Re_x^{\frac{۱}{۲}}}$ بدست آید و سیال بین دو صفحه جریان داشته باشد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)

۱) $x = \frac{D}{۱۰}Re_D$ ۲) $x = \frac{D^۲}{۱۰۰}Re_x$ ۳) $x = \frac{D}{۱۰۰}Re_x$ ۴) $x = \frac{D}{۱۰۰}Re_D$

پاسخ: گزینه «۴» فاصله صفحات D می‌باشد. با توجه به تقارن مسأله، جریان زمانی گسترش یافته می‌باشد که ضخامت لایه مرزی مربوط به هر کدام از صفحات برابر $\frac{D}{۲}$ شود (که در نتیجه لایه مرزی صفحه بالایی و صفحه پایینی به هم می‌رسند و جریان گسترش یافته می‌شود). بنابراین داریم:

$$\delta = \frac{۵x}{Re_x^{\frac{۱}{۲}}} \text{ و } \delta = \frac{D}{۲} \Rightarrow \frac{D}{۲} = \frac{۵x}{Re_x^{\frac{۱}{۲}}}\ ,\ Re_x = \frac{ux}{\nu} \Rightarrow \frac{D}{۲} = \frac{۵x}{(\frac{ux}{\nu})^{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow \frac{D}{۲} \times (\frac{u}{\nu})^{\frac{۱}{۲}} = ۵x^{\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{۱}{۲}} = \frac{D}{۱۰}(\frac{u}{\nu})^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow x = (\frac{D}{۱۰})^۲ . \frac{u}{\nu} \Rightarrow x = \frac{D^۲}{۱۰۰} . \frac{u}{\nu} = \frac{D}{۱۰۰}(\frac{uD}{\nu})$$

اگر $\frac{uD}{\nu}$ را Re_D بنامیم خواهیم داشت: $x = \frac{D}{۱۰۰}Re_D$

مثال ۲۵: کدامیک از جملات زیر در رابطه با عدد پرانتل (Pr) صحیح است؟ (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۷)

۱) اگر عدد پرانتل زیاد باشد سیال از نظر هیدرودینامیکی و حرارتی یکسان و سریع توسعه یافته می‌شود.

۲) اگر عدد پرانتل زیاد باشد سیال از نظر هیدرودینامیکی سریع‌تر از حرارتی توسعه یافته می‌شود.

۳) اگر عدد پرانتل زیاد باشد سیال از نظر هیدرودینامیکی و حرارتی یکسان و دیرتر توسعه یافته می‌شود.

۴) اگر عدد پرانتل زیاد باشد سیال از نظر هیدرودینامیکی دیرتر از حرارتی توسعه یافته می‌شود.

پاسخ: گزینه «۲» رابطه عدد پرانتل (Pr) با ضخامت لایه‌های مرزی هیدرو دینامیکی (δ) وحرارتی (δ_t) به صورت مقابل است: $\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^n$

بنابراین مطابق رابطه بالا، اگر عدد پرانتل زیاد باشد ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی بیشتر از لایه مرزی حرارتی است، به عبارت دیگر رشد لایه مرزی هیدرودینامیکی بیشتر از حرارتی است در نتیجه سیال از نظر هیدرودینامیکی سریعتر از حرارتی توسعه یافته می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۶: برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی در جریان سیال درون کانالی با سطح مقطع مربعی به ضلع a، عدد رینولدز کدام گزینه است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

$Nu = C\,Re^{m}\,pr^{n}$ سرعت سیال u_∞ ویسکوزیت سینماتیک ν

۱) $Re = \frac{u_\infty a}{\nu}$ ۲) $Re = \frac{u_\infty \sqrt{2}a}{\nu}$ ۳) $Re = \frac{u_\infty 2a}{\nu}$ ۴) $Re = \frac{u_\infty a}{2\nu}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در جریان سیال داخل کانال عدد رینولدز از رابطه مقابل بدست می‌آید: $Re = \frac{U_\infty D_H}{\nu}$

در رابطه بالا، D_H قطر هیدرولیکی کانال می‌باشد و رابطه آن بصورت مقابل است: $D_H = 4\frac{A}{P}$

که A مساحت مقطع کانال و P محیط آن می‌باشد. در نتیجه برای کانال با سطح مقطع مربعی به ضلع a داریم:

$$D_H = \frac{4A}{P} = 4\frac{a^2}{4a} = a \Rightarrow Re = \frac{U_\infty D_H}{\nu} = \frac{U_\infty a}{\nu}$$

مثال ۲۷: دمای ورودی یک مایع به یک لوله $20^\circ C$ و دمای دیواره لوله ثابت $80^\circ C$ است. دمای خروجی مایع $40^\circ C$ است. نسبت $\frac{\dot{m}C_p}{hA}$ در این مایع چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۲

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** حرارت منتقل شده از دیواره لوله به مایع، سبب افزایش انرژی درونی مایع می‌شود. بنابراین:

حرارت منتقل شده از لوله به مایع $= hA\Delta T_{Lm}$ و افزایش انرژی درونی مایع $= \dot{m}C_p\Delta T$

$$\Rightarrow \dot{m}C_p\Delta T = hA\Delta T_{Lm} = \frac{\dot{m}c_p}{hA} = \frac{\Delta T_{Lm}}{\Delta T}$$

در رابطه بالا، ΔT اختلاف دمای سیال در ورودی و خروجی لوله و ΔT_{Lm} اختلاف دمای لگاریتمی بین لوله و سیال می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\Delta T = T_o - T_i = 40 - 20 = 20^\circ C$$

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{Ln(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1})}\ ,\ \Delta T_2 = T_s - T_o = 80 - 40 = 40^\circ C\ ,\ \Delta T_1 = T_s - T_i = 80 - 20 = 60^\circ C$$

$$\Rightarrow \Delta T_{Lm} = \frac{40 - 60}{Ln(\frac{40}{60})} = \frac{-20}{-0/4} = 50^\circ C \Rightarrow \frac{\dot{m}.C_p}{hA} = \frac{\Delta T_{Lm}}{\Delta T} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$$

مثال ۲۸: یک مایع به صورت آرام و کاملاً توسعه یافته درون یک لوله جریان دارد. اگر طول لوله بی‌نهایت شود، عدد نوسلت Nu_d چقدر می‌شود؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $3/66 + \frac{Re_d\,Pr}{1 + Re_d\,Pr}$ ۲) ۳/۶۶ ۳) ۱/۸۶ ۴) $1/86 + (Re_d\,Pr)^{\frac{1}{3}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جریان سیال در داخل لوله، در حالتی که جریان آرام و کاملاً توسعه یافته باشد، مقدار عدد نوسلت ثابت است. در حالت دمای دیواره ثابت، مقدار عدد نوسلت ۳/۶۶ و در حالت شار حرارتی ثابت، مقدار عدد نوسلت ۴/۳۶ می‌باشد. احتمالاً منظور سؤال جریان آرام و کاملاً توسعه یافته و در حالت دمای دیواره ثابت می‌باشد. در نتیجه مقدار عدد نوسلت ۳/۶۶ می‌باشد.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل هفتم

۱ـ در جریان متلاطم سیال در داخل لوله اگر سرعت سیال افزایش یابد، طول ورودی حرارتی چه تغییری می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد ۳) تغییر نمی‌کند ۴) بستگی به عدد پرانتل دارد

۲ـ در جریان گازها در داخل لوله‌ها، طول ورودی هیدرودینامیکی:

۱) از طول ورودی حرارتی بزرگتر است. ۲) از طول ورودی حرارتی کوچکتر است.

۳) با طول ورودی حرارتی برابر است. ۴) بسته به عدد رینولدز جریان هر سه مورد می‌تواند صحیح باشد.

۳ـ در جریان آرام سیال در داخل لوله، اگر چگالی سیال را کاهش دهیم، طول ورودی حرارتی چه تغییری می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد ۲) افزایش می‌یابد ۳) تغییر نمی‌کند ۴) بستگی به سرعت سیال دارد

۴ـ در جریان توسعه یافته در داخل لوله، ضریب جابه‌جایی (h) در طول لوله:

۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد

۳) تغییر نمی‌کند ۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد

۵ـ در جریان سیال داخل لوله در حالتی که دمای سطح لوله ثابت T_s می‌باشد، شار حرارتی که از لوله به سیال وارد می‌شود از ابتدا تا انتهای لوله:

۱) کاهش می‌یابد ۲) افزایش می‌یابد

۳) در تمام طول لوله ثابت است. ۴) در ناحیه توسعه یافته ثابت است.

۶ـ آب در داخل لوله در حالت آرام توسعه یافته در جریان است. اگر شار حرارتی که از لوله به آب وارد می‌شود ثابت باشد، مقدار عدد نوسلت چقدر است؟

۱) ۳/۶۶ ۲) ۴/۳۶ ۳) تابع عدد رینولدز می‌باشد ۴) تابع عدد پرانتل می‌باشد

۷ـ در جریان آرام توسعه یافته در داخل لوله، اگر قطر لوله (D) را افزایش دهیم، ضریب جابه‌جایی سیال (h):

۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد ۳) تغییر نمی‌کند ۴) بستگی به نوع سیال دراد

۸ـ در جریان مغشوش توسعه یافته در داخل لوله، رابطه عدد نوسلت با عدد رینولدز چگونه است؟

۱) $Nu \propto Re^{\frac{1}{2}}$ ۲) $Nu \propto Re^{\frac{2}{3}}$ ۳) $Nu \propto Re^{\frac{4}{5}}$ ۴) $Nu \propto Re^{-\frac{1}{2}}$

۹ـ در جریان سیال درون لوله، بیش‌ترین ضریب جابه‌جایی (h) در کدام نقطه می‌باشد؟

۱) در ابتدای لوله ۲) در ناحیه توسعه یافتگی

۳) در انتهای لوله ۴) به عدد پرانتل سیال بستگی دارد.

۱۰ـ در جریان سیال درون لوله و در حالت شار حرارتی ثابت در سطح، تغییرات دمای متوسط سیال (T_m) با فاصله از ورودی لوله (x) چگونه است؟

۱) $T_m \propto x$ ۲) $T_m \propto x^{\frac{1}{2}}$ ۳) $T_m \propto x^2$ ۴) T_m ثابت است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هشتم

«جابه‌جایی آزاد»

مثال ۱: تعدادی صفحهٔ نازک با فرو بردن بطور عمودی در آب سرد می‌شوند. انتقال حرارت بین صفحه و آب از کدام نوع محسوب می‌شود؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۵)

۱) جابه‌جایی آزاد و اجباری
۲) جابجائی آزاد
۳) بستگی به وضعیت قرارگرفتن صفحه در آب دارد
۴) بستگی به سرعت آب دارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در انتقال حرارت جابه‌جایی، نوع انتقال حرارت (آزاد یا اجباری) بستگی به نسبت $\frac{Gr}{Re^2}$ دارد، به طوری که اگر $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$، فقط انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و اگر $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$، فقط انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری و در صورتی که $\frac{Gr}{Re^2}$ خیلی بزرگتر و یا کوچکتر از یک نباشد، ترکیب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و اجباری را خواهیم داشت. بنابراین اگر سرعت آب به قدری کم باشد که $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$، آنگاه جابه‌جایی آزاد، و اگر سرعت آب خیلی کم و یا زیاد نباشد به گونه‌ای که نسبت $\frac{Gr}{Re^2}$ خیلی بزرگتر و یا کوچکتر از یک نشود، ترکیب جابه‌جایی آزاد و اجباری، و اگر سرعت آب به اندازه‌ای زیاد باشد که $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$، آنگاه انتقال حرارت فقط از نوع جابه‌جایی اجباری است.

نکته: با افزایش سرعت آب، عدد رینولدز (Re) افزایش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۲: اگر سیالی با دو صفحهٔ موازی، مطابق شکل، احاطه شود، وجود کدام شرط برای انتقال حرارت کنوکسیونی آزاد الزامی است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)

$x\downarrow$ ـــــــــــ T_1
$g\downarrow$ ـــــــــــ T_2 $\quad T_1 \neq T_2$

۱) $\frac{d\rho}{dx} < 0, \frac{dT}{dx} < 0$
۲) $\frac{d\rho}{dx} > 0, \frac{dT}{dx} > 0$
۳) $\frac{d\rho}{dx} > 0, \frac{dT}{dx} < 0$
۴) $\frac{d\rho}{dx} < 0, \frac{dT}{dx} > 0$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** شرط وجود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد این است که $\frac{dT}{dx} > 0$ و $\frac{d\rho}{dx} < 0$ باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۳: در صورت وجود جریان آزاد و اجباری در تبادل حرارت از یک سطح، اگر عدد... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) گراشف قابل مقایسه با مجذور عدد رینولدز باشد هر دو جریان باید در نظر گرفته شوند.
۲)گراشف خیلی بزرگتر از عدد رایلی باشد، می‌توان از جریان اجباری صرفنظر کرد.
۳)رینولدز قابل مقایسه با مجذور عدد گراشف باشد، هر دو جریان باید در نظر گرفته شوند.
۴) رینولدز خیلی بزرگتر از عدد رایلی باشد، می‌توان از جریان اجباری صرفنظر کرد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در انتقال حرارت جابه‌جایی اگر $\frac{Gr}{Re^2} << 1$ باشد، می‌توان از جابه‌جایی آزاد صرفنظر کرد. اگر $\frac{Gr}{Re^2} >> 1$ باشد می‌توان از جابه‌جایی اجباری صرفنظر نمود و اگر $\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$ باشد، هم جابه‌جایی آزاد و هم جابه‌جایی اجباری باید در نظر گرفته شوند.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴: در جریان جابه‌جایی آزاد از روی یک صفحه عمودی، ضخامت لایه مرزی حرارتی نسبت به لایه مرزی سیالاتی چگونه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) بزرگتر ۲) مساوی

۳) کوچک‌تر ۴) می‌تواند هم بزرگتر و هم کوچکتر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نسبت ضخامت لایه مرزی حرارتی به ضخامت لایه مرزی سیالاتی بستگی به عدد پرانتل (Pr) دارد. اگر $Pr > ۱$ باشد ضخامت لایه مرزی حرارتی کوچک‌تر از لایه مرزی سیالاتی است و اگر $Pr < ۱$ باشد، ضخامت لایه مرزی حرارتی بزرگ‌تر از لایه مرزی سیالاتی می‌باشد.

مثال ۵: یک گلوله فلزی به قطر $۱۰cm$ و دمای $۸۰°C$ در یک سیال بدون حرکت با ضریب انبساط ناچیز قرار گرفته است. اگر ضریب هدایتی سیال $k = ۱۰\frac{W}{m°C}$ و دمای آن $۲۰°C$ و معادله $Nu = ۲/۰ + ۰/۳۹۲Gr^{۰/۲۵}$ صادق باشد شار حرارتی از این کره برابر است با:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) $۱۸۰۰۰\frac{W}{m^۲}$ ۲) $۱۲۰۰۰\frac{W}{m^۲}$ ۳) $۶۰۰۰\frac{W}{m^۲}$ ۴) $۳۰۰۰\frac{W}{m^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب انبساط سیال (β) ناچیز است. بنابراین:

$$\beta \simeq ۰ \Rightarrow Gr = \frac{g\beta\Delta Tx^۳}{\nu^۲} \simeq ۰$$

با استفاده از رابطه عدد نوسلت (Nu) که در متن سؤال آمده، داریم:

$$Nu = ۲ + ۰/۳۹۲Gr^{۰/۲۵}\ ,Gr \simeq ۰ \Rightarrow Nu \simeq ۲$$

بنابراین با توجه به رابطه بین عدد نوسلت و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$Nu = \frac{hD}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu.k}{D} = \frac{۲\times۱۰}{۰/۱} = ۲۰۰\frac{W}{m^۲\,°C}$$

در نتیجه شار حرارتی از کره به سیال برابر است با:

$$q'' = h\Delta T = ۲۰۰\times(۸۰-۲۰) = ۱۲۰۰۰\frac{W}{m^۲}$$

مثال ۶: یک لوله افقی به دمای T_w با هوای محیط در دمای T_∞ به صورت طبیعی تبادل حرارت می‌نماید. اگر ΔT بین جداره لوله و محیط ثابت بماند ولی دمای جداره افزایش یابد، ضریب انتقال حرارت به چه شکلی تغییر می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) تغییر نمی‌کند.

۲) کاهش می‌یابد.

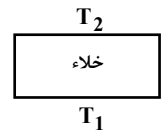
۳) افزایش می‌یابد.

۴) بستگی به قطر لوله دارد و حسب مورد تابع یکی از حالت‌های بالا است.

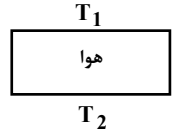
☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با افزایش دمای جداره (و ثابت ماندن ΔT)، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) افزایش می‌یابد.

مثال ۷: نرخ انتقال حرارت در کدام شکل بیشتر است؟ $(w >> L\ ,T_۲ > T_۱)$ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

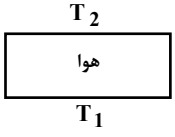
(۱)



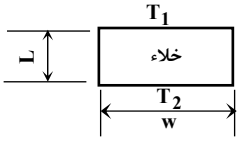
(۲)



(۳)



(۴)



☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در شکل‌های (۱) و (۴) چون بین دو صفحه خلأ وجود دارد پس انتقال حرارت از صفحه با دمای بیشتر به صفحه با دمای کمتر فقط از طریق تشعشع امکان‌پذیر است (انتقال حرارت هدایتی و جابه‌جایی در محیط مادی انجام می‌شوند) در شکل (۳) انتقال حرارت از طریق تشعشع و هدایت می‌باشد و در شکل (۲) علاوه بر انتقال حرارت از نوع تشعشع و هدایتی، چون دمای صفحه پایینی بیشتر از صفحه بالایی است امکان انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد نیز وجود دارد.

مثال ۸: عدد گراشوف (Gr) در جابه‌جایی آزاد، متناظر با کدام عدد بدون بعد در جابه‌جایی اجباری می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) Re ۲) Pr ۳) Nu ۴) Pe

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** نقش عدد گراشف (Gr) در جابه‌جایی آزاد، متناظر با نقش عدد رینولدز در جابه‌جایی اجباری است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹: برای آنکه بدانیم در انتقال حرارت جابه‌جایی، نقش نوع آزاد نسبت به اجباری چقدر مهم است، کدام گزینه درست است؟(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) بزرگی Gr ۲) بزرگی Re ۳) بزرگی $\frac{Gr}{Re}$ ۴) بزرگی $\frac{Gr}{Re^2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در انتقال حرارت جابه‌جایی، نقش نوع آزاد نسبت به اجباری بستگی به نسبت $\frac{Gr}{Re^2}$ دارد، به طوریکه اگر $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$، انتقال حرارت غالب از نوع جابه‌جایی آزاد، اگر $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$ انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری و اگر $\frac{Gr}{Re^2}$ خیلی بزرگتر و یا کوچکتر از یک نباشد، ترکیب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و اجباری را خواهیم داشت.

مثال ۱۰: اعداد بی‌بعد پراندل و گراشوف در کدام مکانیزم انتقال حرارت دخالت دارند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) جابه‌جایی اجباری ۲) جابه‌جایی آزاد ۳) تابش در گازها ۴) هدایت در سیالات

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کاربرد عدد پرانتل (Pr) در جابه‌جایی آزاد و اجباری و کاربرد عدد گراشف (Gr) در جابه‌جایی آزاد می‌باشد.

مثال ۱۱: کدام‌یک از نسبت‌های زیر تعریف عدد لوئیس می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) عدد لوئیس نسبت پخش جرم به نیروی اینرسی است.

۲) عدد لوئیس نسبت پخش حرارت به پخش جرم است.

۳) عدد لوئیس نسبت پخش جرم به نیروهای لزج است.

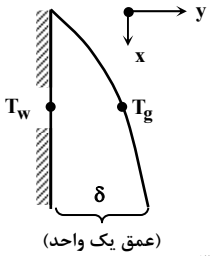
۴) عدد لوئیس نسبت پخش جرم به پخش حرارت است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** عدد لوئیس، نسبت پخش حرارت به پخش جرم می‌باشد:

$$Le = \frac{\text{پخش حرارت}}{\text{پخش جرم}} = \frac{\alpha}{D}$$

در رابطه بالا، α ضریب پخش حرارت و D ضریب پخش جرم می‌باشد.

مثال ۱۲: دبی جرمی در چگالش سطحی شکل روبه‌رو برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



۱) $\dot{m} = \frac{\rho_v^2(\rho-\rho_v)g}{2\mu}$ ۲) $\dot{m} = \frac{\rho_v(\rho-\rho_v)g\delta^2}{2\mu}$

۳) $\dot{m} = \frac{\rho(\rho-\rho_v)g\delta}{2\rho_v\mu}$ ۴) $\dot{m} = \frac{\rho(\rho-\rho_v)g\delta^3}{3\mu}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر عمق صفحه واحد باشد، دبی جرمی در چگالش سطحی برابر است با:

$$\dot{m} = \frac{\rho(\rho-\rho_v)g\delta^3}{3\mu}$$

در رابطه بالا، ρ چگالی مایع، ρ_v چگالی بخار، δ ضخامت لایه مرزی و μ لزجت سیال می‌باشد.

مثال ۱۳: کدام‌یک از عبارات زیر غلط است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) علامت منفی در رابطه Fourier لازمه قانون دوم ترمودینامیک و به معنی آن است که انتقال انرژی حرارتی از ناحیه سرد است به ناحیه گرم.

۲) $\frac{KA}{L}$ عبارت است از هدایت حرارتی و عکس آن $\frac{L}{KA}$ عبارت است از مقاومت حرارتی

۳) عدد بدون بعد Prandtl عبارت است از نسبت ممان مولکول به نفوذ حرارتی مولکول

۴) انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد Free Convection فرآیندی است که در آن جابه‌جایی سیال در اثر تفاوت درجه حرارت صورت می‌پذیرد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق قانون دوم ترمودینامیک، انرژی حرارتی از ناحیه گرم به ناحیه سرد منتقل می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴: ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (k) در کدام گروه از اعداد بدون بعد زیر نقش دارد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

Pe(Peclet No.) , Bi(Biot No.) , Pr(Prandtl No.) , Nu(Nusselt No.) ,
Gz(Graetz No.) , Gr(Grashof No.) , St(Schmidt No.)

۱) Gz, Gr, Pr ۲) St, Bi, Nu ۳) Nu, Bi, Pe ۴) Pr, Gr, Bi

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** تعریف اعداد بدون بعد Bi، Nu و St بصورت زیر می‌باشد:

$$\text{عدد بیو} = Bi = \frac{hL}{k} \quad \text{و} \quad \text{عدد ناسلت} = Nu = \frac{hL}{k} \quad \text{و} \quad \text{عدد استانتون} = St = \frac{Nu}{Re.Pr} = \frac{h}{\rho C_{PU}}$$

توضیح: ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را با h نمایش می‌دهند که در صورت مسأله به اشتباه k قرار گرفته است. همچنین St نمایانگر عدد استانتون می‌باشد در حالی که در صورت مسأله (در داخل پرانتز) به اشتباه عدد اشمیت نوشته شده است.

نکته: رابطه عدد بیو (Bi) و عدد نوسلت (Nu) شبیه به هم می‌باشند اما تعریف این دو باهم متفاوت است.

مثال ۱۵: یک بلوک یخی شبیه آجر نازک و بلندی را با یک نخ در هوای ساکن آویزان می‌کنیم. جرم آب حاصل از ذوب ناشی از کدام عوامل است:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) تبادل با هوا به صورت جابه‌جایی آزاد
۲) هدایت از ورای فیلم مایع حاصل از ذوب
۳) جمع انتقال حرارت دو پدیده جابه‌جایی آزاد و تابش حرارتی
۴) جمع تبادل آزاد با هوا و هدایت از ورای فیلم مایع

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** چون هوا ساکن است، حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد از هوا به یخ منتقل می‌شود. همچنین انتقال گرما از محیط اطراف به یخ به طریق تابشی نیز وجود دارد.

مثال ۱۶: یک سیال در داخل لوله‌ای در حال حرکت گرم می‌شود. نسبت افزایش آنتالپی مایع به انتقال حرارت هدایتی در جهت حرکت سیال چیست؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) عدد پراندتل ۲) عدد نوسلت ۳) عدد پکلت ۴) عدد استانتون

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** طبق تعریف، عدد پکلت برابر است با نسبت افزایش آنتاپی سیال به انتقال حرارت هدایتی در جهت حرکت سیال:

$$Pe = Re.Pr = \frac{\dot{m}C_P\Delta T}{kA\frac{\Delta T}{L}}$$

مثال ۱۷: در جریان آرام در روی یک صفحه صاف: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) در محاسبه ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی اعداد بدون بعد Re و Nu دخالت دارند.

۲) اگر $Bi < ۰/۱$ باشد، مقاومت هدایتی نسبت به مقاومت جابه‌جائی قابل اغماض نیست.

۳) نسبت ضخامت لایه مرزی حرارتی به لایه مرزی هیدرودینامیکی با $Pr^{\frac{۱}{۳}}$ نسبت مستقیم دارد.

۴) عدد بدون بعد گراشف (Gr) در جابه‌جائی طبیعی معادل Re در جابه‌جائی اجباری است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** از عدد گراشف (Gr) برای تعیین آرام یا مغشوش بودن جریان در انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد استفاده می‌شود که همین نقش را در جابه‌جایی اجباری، عدد رینولدز (Re) ایفا می‌کند.

گزینه «۱» اشتباه است زیرا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی (δ)، فقط تابع عدد رینولدز (Re) می‌باشد و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\delta = \frac{۵x}{\sqrt{Re}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

گزینه «۳» اشتباه است زیرا نسبت ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ_t)، به لایه مرزی هیدرودینامیکی (δ) با $Pr^{-\frac{1}{3}}$ رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{\delta}{\delta_t} \propto Pr^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{\delta_t}{\delta} \propto Pr^{-\frac{1}{3}}$$

گزینه «۲» اشتباه است زیرا کوچک بودن عدد بیو $(Bi < 0/1)$ به این معناست که مقاومت هدایتی داخل جسم نسبت به مقاومت جابه‌جایی قابل اغماض می‌باشد.

مثال ۱۸: کدام‌یک از روابط زیر وقتی لایه‌ی مرزی روی یک صفحه افقی داریم صادق است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

عدد لوئیس = Le ، عدد پرانتل = Pr ، عدد رینولدز = Re ، عدد اشمیدت = Sc

ضخامت لایه‌ی مرزی هیدرولیکی = δ ، ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی = δ_t ، ضخامت لایه‌ی مرزی به دلیل انتقال جرم = δ_c

۱) $\frac{\delta}{\delta_c} \cong Le^n$ ، $\frac{\delta_t}{\delta_c} \cong Sc^n$

۲) $\frac{\delta}{\delta_c} \cong Pr^n.Le$ ، $\frac{\delta_t}{\delta_c} \cong \frac{Sc}{Pr}$

۳) $\frac{\delta}{\delta_c} \cong Sc^n$ ، $\frac{\delta}{\delta_c} \cong Le^n$

۴) $\frac{\delta}{\delta_c} = (Le.Re)^n$ ، $\frac{\delta}{\delta_t} = \frac{(Sc)^n}{Re}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** عدد پرانتل (Pr) با ضخامت لایه‌های مرزی هیدرولیکی (δ) و حرارتی (δ_t) مرتبط است و رابطه آن بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^n$$

عدد اشمیت (Sc) با ضخامت لایه مرزی هیدرولیکی (δ) و ضخامت لایه مرزی بدلیل انتقال جرم (δ_c) بصورت مقابل رابطه دارد: $\frac{\delta}{\delta_c} = Sc^n$

در نتیجه با تقسیم رابطه دوم بر رابطه اول داریم: $\frac{\delta_t}{\delta_c} = \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^n , \frac{Sc}{Pr} = Le \Rightarrow \frac{\delta_t}{\delta_c} = Le^n$

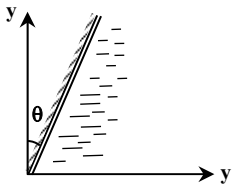
مثال ۱۹: در انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد عدد رایلی (Ra) نشان‌گر نسبت ..... می‌باشد. (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی ویسکوس}}$ ۲) $\frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی اینرسی}}$ ۳) $\frac{\text{نیروی ویسکوس}}{\text{پخش حرارت}}$ ۴) $\frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{پخش حرارت}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»**

$$Ra = \frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{پخش حرارت}} = Gr.Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu\alpha}$$

مثال ۲۰: برای یک صفحه مورب که یک وجه آن در تماس با سیال داغ ساکن است و با محور عمودی زاویه θ می‌سازد، وقتی زاویه θ حداکثر تا ۹۰° درجه افزایش یابد کدام یک از جملات زیر در مورد عدد نوسلت متوسط $(\overline{Nu})$ صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\overline{Nu}$ کاهش می‌یابد.

۲) $\overline{Nu}$ افزایش می‌یابد.

۳) $\overline{Nu}$ تا یک زاویه‌ای ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴) $\overline{Nu}$ تا یک زاویه‌ای ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** بین صفحه و سیال داغ، انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد انجام می‌شود. هرچه زاویه یک صفحه نسبت به افق بیشتر باشد، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد (h) بیشتر است. برای یک صفحه در مجاورت سیال ساکن، بیشترین ضریب جابه‌جایی سیال در حالت صفحه عمودی و کمترین ضریب جابه‌جایی در حالت صفحه افقی می‌باشد. بنابراین در این مسأله زمانیکه زاویه θ تا ۹۰° افزایش می‌یابد، صفحه به حالت افقی قرار می‌گیرد و در نتیجه سیال داغ مجاور صفحه در این حالت کمترین ضریب جابه‌جایی را دارد. با توجه به اینکه عدد نوسلت (Nu) با ضریب جابه‌جایی (h) رابطه مستقیم دارد، در نتیجه با افزایش زاویه θ تا ۹۰° (افقی شدن صفحه)، عدد نوسلت متوسط $(\overline{Nu})$ هم کاهش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۱: یک لوله آب گرم به طول L و قطر D از اتاقی با هوای معمولی عبور می‌کند. در چه حالتی اتلاف حرارتی بیشتر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) در حالتی که لوله عمودی باشد.
۲) اتلاف حرارتی بستگی به نسبت $\frac{D}{L}$ دارد.
۳) اطلاعات داده شده کافی نیست.
۴) در حالتی که لوله افقی بوده و از پائین اتاق عبور داده شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در حالتی که لوله عمودی باشد، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد بیشتر است و بنابراین اتلاف حرارتی بیشتر خواهد بود.

نکته: در حالتی که یک استوانه داغ را داخل هوای اتاق قرار می‌دهیم، اتلاف حرارتی بستگی به نسبت $\frac{D}{L}$ دارد. اگر $\frac{D}{L}$ بزرگ باشد، (که معمولاً این حالت کمتر وجود دارد) در حالت افقی و در غیر این صورت در حالت عمودی اتلاف حرارتی از استوانه بیشتر است. در این مسأله، لوله آب گرم داریم. نسبت $\frac{D}{L}$ در یک لوله آب گرم بسیار کوچک است، بنابراین در حالت عمودی اتلاف حرارتی از لوله بیشتر است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۲۲: یک صفحه عمودی به ابعاد $۱\times ۱ m^۲$ دمای $T_w = ۵۰^\circ C$ در محیطی به دمای $T_\infty = ۱۰^\circ C$ قرار دارد. هوای اطراف ساکن می‌باشد و انتقال حرارت صرفاً از یک طرف انجام می‌گیرد. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی $h_{x=۱} = ۹ \frac{w}{m^۲.^\circ C}$ در لبه بالای صفحه می‌باشد. شدت انتقال حرارت از صفحه چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $q = ۴۸۰ w$ ۲) $q = ۳۶۰ w$ ۳) $q = ۷۲۰ w$ ۴) $q = ۹۶۰ w$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شدت انتقال حرارت از رابطه مقابل بدست می‌آید: $q = \bar{h} A \Delta T$

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ برای جریان آرام در جابه‌جایی آزاد از یک صفحه عمودی برابر است با: $\bar{h} = \frac{۴}{۳} h_{x=L}$

بنابراین در این مسأله خواهیم داشت:

$$\bar{h} = \frac{۴}{۳} h_{x=۱} = \frac{۴}{۳} \times ۹ = ۱۲ \frac{w}{m^۲.^\circ C} \Rightarrow q = \bar{h} A \Delta T = ۱۲ \times (۱ \times ۱) \times (۵۰ - ۱۰) = ۱۲ \times ۴۰ = ۴۸۰ w$$

نکته: طول صفحه کم است، بنابراین نوع جریان در جابه‌جایی آزاد از صفحه، آرام می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۲۳: مفهوم عدد بدون بعد گراشف چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) حاصل ضرب Re در Rr
۲) نسبت نیروهای شناوری به نیروهای ویسکوز
۳) نسبت نوسلت به رینولدز
۴) نسبت حرارت انتقال یافته به دلیل جابه‌جایی آزاد به اجباری

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** طبق تعریف، عدد گراشف برابر است با نسبت نیروی شناوری به نیروی لزجت (ویسکوز):

$$Gr = \frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^۳}{\nu^۲}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۲۴: یک صفحه افقی که در دو انتها به منبع گرمی متصل است در اثر جابه‌جایی آزاد گرما ازدست می‌دهد. در حالت پایا کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) دما در سطح پایین بیشتر از دمای سطح بالا می‌باشد.
۲) دما در سطح پایین و بالا برابرند.
۳) دمای سطح پایین کمتر از دمای سطح بالا می‌باشد.
۴) بستگی به ضریب هدایت گرمایی صفحه دارد و ممکن است دما در سطح بالا پایین‌تر یا بالاتر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** بین سطح بالایی و هوای اطراف، انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد به خوبی انجام می‌گیرد و سطح بالایی با دادن حرارت به هوای اطراف کمی خنک‌تر می‌شود. اما بین سطح پایینی و هوای اطراف انتقال حرارت (جابه‌جایی آزاد) به راحتی صورت نمی‌گیرد. بنابراین دما در سطح پایین بیشتر از دما در سطح بالا می‌باشد.

توضیح: بین سطح بالایی و هوای اطراف براحتی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد انجام می‌شود و هوایی که در مجاورت صفحه بالایی گرم می‌شود آزادانه به سمت بالا می‌رود و جای خود را به هوای سرد می‌دهد و این روند همین طور ادامه پیدا می‌کند اما سیالی که در مجاورت صفحه پایین قرار دارد نمی‌تواند جای خود را به هوای سرد بدهد زیرا راهی برای بالا رفتن ندارد و ابتدا باید به صورت افقی به سمت لبه‌های صفحه حرکت کند و سپس از کناره‌های صفحه بالا رود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۵: برای انتقال حرارت جابجائی آزاد در جریان آرام از یک سطح عمودی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی $h_x = Cx^{-\frac{1}{4}}$ است که در آن x فاصله از ابتدای صفحه بوده و C عدد ثابتی است. نسبت ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط $\bar{h}_x$ به ضریب انتقال حرارت جابجائی محلی h_x چقدر است؟
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۲/۰

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** منظور سوال نسبت ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی متوسط $(\bar{h})$ به ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در انتهای صفحه $(h_{x=L})$ می‌باشد.

هرگاه $h \propto x^n$ باشد، داریم: $\bar{h} = \frac{1}{n+1} h_{x=L}$, $\overline{Nu} = \frac{1}{n+1} Nu_{x=L}$

در این مسأله $h \propto x^{-\frac{1}{4}}$ می‌باشد بنابراین $n = \frac{-1}{4}$، در نتیجه داریم: $\bar{h} = \frac{1}{\frac{-1}{4}+1} h_L = \frac{4}{3} h_L$

مثال۲۶: سیالی از درون لوله حرکت کرده و گرم می‌شود و در آن انتقال حرارت به صورت جابه‌جایی اجباری و آزاد صورت می‌گیرد. کدامیک از جملات زیر صحیح است؟ (Gr عدد گراشف، Re عدد رینولدز و Pr عدد پرانتل است). (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۶)

۱) در صورتی که $\frac{Gr}{Re^2} \ll ۱/۰$ باشد جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری کوچک است.

۲) در صورتی که $\frac{Gr.Pr}{Re} \ll ۱/۰$ باشد جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری کوچک است.

۳) در صورتی که $\frac{Gr}{Pr} \ll ۱/۰$ باشد جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری کوچک است.

۴) در صورتی که $\frac{Gr}{Re.Pr} \ll ۱/۰$ باشد جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری کوچک است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در انتقال حرارت جابه‌جایی، نوع انتقال حرارت بستگی به نسبت $\frac{Gr}{Re^2}$ دارد. اگر $\frac{Gr}{Re^2} << ۱$ باشد، جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری بسیار کوچک و قابل صرف‌نظر می‌باشد و اگر $\frac{Gr}{Re^2} >> ۱$ باشد، جابه‌جایی اجباری در مقایسه با جابه‌جایی آزاد بسیار کوچک و قابل صرف‌نظر است و اگر $\frac{Gr}{Re^2}$ خیلی بزرگتر و یا کوچکتر از یک نباشد ترکیب جابه‌جایی آزاد و اجباری را خواهیم داشت. در نتیجه گزینه «۱» صحیح است.

مثال۲۷: کدام گزینه در خصوص محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) عدد گراشف، جایگزین عدد رینولدز می‌شود.
۲) عدد رینولدز برابر صفر قرار داده شده و h محاسبه می‌شود.
۳) عدد رایلی جایگزین عدد رینولدز می‌شود.
۴) عدد نوسلت ضریبی از حالت جابه‌جایی اجباری در حالت مشابه است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، عدد گراشف (Gr) نقش عدد رینولدز در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری را ایفا می‌کند. عدد گراشف نسبت نیروی شناوری به نیروی ویسکوز می‌باشد.

مثال۲۸: یک سفینه از سطح زمین به سمت مدار خود در ۱۰۰km سطح زمین پرتاب می‌شود. با افزایش ارتفاع کدام گزینه درخصوص انتقال حرارت جابه‌جائی بین دیواره و هوای داخل سفینه صحیح است؟ جابه‌جائی به طور آزاد انجام می‌گیرد. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) انتقال حرارت جابه‌جایی افزایش می‌یابد زیرا وزن گاز کاهش می‌یابد.
۲) انتقال حرارت جابه‌جایی تغییر نمی‌کند زیرا مقدار هوای درون سفینه تغییر نمی‌کند.
۳) انتقال حرارت جابه‌جایی افزایش می‌یابد زیرا جریان گاز تسهیل می‌شود.
۴) انتقال حرارت جابه‌جایی کاهش می‌یابد زیرا نیروی شناوری کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با افزایش ارتفاع سفینه، نیروی جاذبه زمین بر سفینه و هوای داخل آن کاهش می‌یابد. در نتیجه نیروی شناوری در هوای داخل سفینه کاهش یافته و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد کاهش می‌یابد. در حالت حدی زماینکه سفینه از میدان جاذبه زمین خارج می‌شود، نیروی شناوری از بین رفته و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نخواهیم داشت.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۹: در تعریف عدد Peclet کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) نسبت افزایش انرژی سیال به انتقال حرارت به طریق هدایت در جهت حرکت سیال

۲) نسبت افزایش انرژی سیال به انتقال حرارت به طریق هدایت در جهت عمود بر حرکت سیال

۳) نسبت افزایش انرژی سیال به انتقال حرارت به جابه‌جایی در جهت عمود بر حرکت سیال

۴) نسبت افزایش انرژی سیال بدلیل انتقال حرارت هدایتی به انتقال حرارت جابه‌جایی

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق تعریف، عدد پلکت (Pe) برابراست با نسبت افزایش انرژی سیال به انتقال حرارت هدایتی در جهت حرکت سیال:

$$Pe = Re.Pr = \frac{uL}{\nu}.\frac{\nu}{\alpha} = \frac{uL}{\alpha} = \frac{\rho C_p uL}{k} = \frac{\dot{m}C_p\Delta T}{kA\frac{\Delta T}{L}} = \frac{\text{افزایش انرژی سیال}}{\text{انتقال حرارت هدایتی در جهت حرکت سیال}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۰: انتظار می‌رود که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از رابطه مقابل پیروی کند: $Nu_L = f(Re_L , Gr_L , Pr)$

مشروط بر آن که اثرات جابه‌جایی آزاد و جابه‌جایی اجباری قابل مقایسه باشند، در کدامیک از حالت‌های زیر می‌توان از اثر جابه‌جایی آزاد صرف‌نظر کرد؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1$ در این صورت $Nu_L = f(Re_L , Pr)$

۲) $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \sim 1$ در این صورت $Nu_L = f(Re_L)$

۳) $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1$ در این صورت $Nu_L = f(Re_L , Pr)$

۴) در هیچ حالتی نمی‌توان از اثر جابه‌جایی آزاد صرفنظر نمود.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در انتقال حرارت جابه‌جایی، نوع انتقال حرارت (آزاد و یا اجباری) بستگی به نسبت $\frac{Gr}{Re^2}$ دارد. اگر $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$ باشد، جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری قابل صرفنظر می‌باشد و داریم: $Nu_L = f(Re_L, Pr)$ (عدد نوسلت تابعی از عدد رینولدز و عدد پرانتل می‌باشد.) و اگر $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$ باشد آنگاه جابه‌جایی اجباری در مقایسه با جابه‌جایی آزاد قابل صرف‌نظر است و اگر $\frac{Gr}{Re^2}$ خیلی بزرگتر و یا کوچکتر از یک نباشد، ترکیب جابه‌جایی آزاد و اجباری را خواهیم داشت. در نتیجه گزینه «۳» صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۱: انتقال حرارت از یک پنجره دوجداره در چه صورتی تشدید خواهد یافت؟ فرض می‌شود لایه هوای حبس شده دارای ضخامت δ بین دو شیشه قائم به ارتفاع L قرار گرفته است. (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۷)

۱) تنها معیار ΔT بین دو جدار است.

۲) در $Ra_L > ۱۰۰۰$ انتقال افزایش می‌یابد.

۳) افزایش $Ra_\delta > ۱۸۰۰$ معیار اصلی است.

۴) هر چه δ بزرگتر باشد انتقال حرارت بیشتر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** اگر عدد رایلی هوای محبوس بین دو جداره کوچکتر از ۱۰۰۰ باشد ($Ra < ۱۰۰۰$) انتقال حرارت از هوای بین دو جداره فقط به طریق هدایتی می‌باشد. اما اگر عدد رایلی هوای محبوس بزرگتر از ۱۰۰۰ شود ($Ra > ۱۰۰۰$) در این صورت هوای بین دو جداره به حرکت در می‌آید و علاوه بر انتقال حرارت هدایتی ، انتقال حرارت جابجایی آزاد نیز خواهیم داشت. بنابراین در $Ra > ۱۰۰۰$ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۲: دو عدد بدون بعد در انتقال حرارت مطرح می‌باشد: عدد $Bi = \frac{hL}{k}$ و $Nu = \frac{hL}{k}$. تفاوت دو عدد چیست؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۷)

۱) Nu و Bi دو عدد بدون بعد هستند که ربطی به مقاومت و لایه مرزی ندارند.

۲) Nu نسبت گرادیان حرارت در لایه مرزی ولی Bi نسبت گرادیان خارج لایه مرزی است.

۳) Bi نسبت مقاومت داخلی جامد به مقاومت خارجی است ولی Nu نسبت مقاومت خارجی به مقاومت جسم جامد است.

۴) Bi نسبت مقاومت‌های هدایتی جسم و جابه‌جایی محیط بیرون ولی Nu نسبت مقاومت هدایتی سیال و جابه‌جایی همان سیال است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** عدد Bi طبق تعریف برابر با نسبت مقاومت هدایتی جسم جامد به مقاومت جابه‌جایی سیال اطراف آن می‌باشد و کاربرد آن در مسائل انتقال حرارت گذراست، در حالی که عدد Nu به صورت نسبت مقاومت هدایتی سیال به مقاومت جابه‌جایی آن تعریف می‌شود و کاربرد آن در مسائل انتقال حرارت جابه‌جایی است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

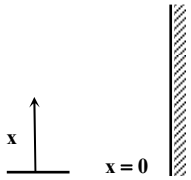
مثال۳۳: در رابطه با انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و اجباری هر چقدر ..... بزرگتر از یک باشد نشان‌دهنده حاکم بودن جابه‌جایی آزاد است. (Gr عدد گراشوف، Re عدد رینولدز، Prعدد پرانتل، Pe عدد پکلت است.) (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۷)

۱) $PeGr$ ۲) $\frac{Gr^۲}{Pe}$ ۳) $\frac{Gr}{Re^۲}$ ۴) $\frac{Gr\,Pr}{Re}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در انتقال حرارت جابه‌جایی هر چقدر مقدار $\frac{Gr}{Re^۲}$ بزرگتر از یک باشد، نشان دهنده حاکم بودن جابه‌جایی آزاد است. در حالتی که $\frac{Gr}{Re^۲}$ خیلی از یک بزرگتر باشد $(\frac{Gr}{Re^۲} >> ۱)$ از جابه‌جایی اجباری در مقایسه با جابه‌جایی آزاد صرفنظر می‌کنیم.

مثال۳۴: در یک صفحه عمودی که انتقال حرارت جابه‌جائی آزاد انجام می‌گیرد با افزایش x ضریب انتقال حرارت جابه‌جائی h:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) با اطلاعات موجود نمی‌توان گفت.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در جابه‌جایی آزاد بین صفحه عمودی و سیال اطراف آن، رابطه ضریب جابه‌جایی h بصورت زیر است:

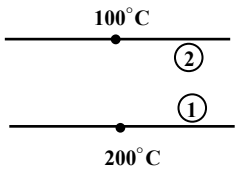
h مستقل از x می‌باشد : جریان آشفته و $h \propto x^{-\frac{۱}{۴}}$: جریان آرام

بنابراین اگر جریان آرام باشد، با افزایش x ، h کاهش می‌یابد و اگر جریان آشفته باشد، با افزایش x ، h تغییر نمی‌کند.

در نتیجه اگر جریان در تمام صفحه آرام باشد، با افزایش x ، h کاهش می‌یابد اما اگر در نقطه‌ای از صفحه جریان از آرام به آشفته تبدیل شود، با افزایش x تا زمانی که جریان آرام است، h کاهش می‌یابد و پس از نقطه تبدیل جریان از حالت آرام به آشفته با افزایش x، h ثابت می‌ماند. در صورت مسأله قید نشده که آیا جریان در تمام طول صفحه آرام است یا نه. بنابراین اطلاعات مسأله کافی نمی‌باشد. اما اگر فرض کنیم که جریان در تمام صفحه آرام باشد، آنگاه گزینه «۲» صحیح است (اگر این فرض را نکنیم گزینه «۴» صحیح می‌باشد.)

مثال۳۵: دو صفحه افقی در یک سفینه فضایی قرار دارند که شتاب جاذبه زمین صفر است. تبادل گرمائی به چه طریق‌هائی انجام می‌گیرد؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) هدایت و جابه‌جائی آزاد
۲) تشعشعی و جابه‌جائی آزاد
۳) هدایتی و تشعشعی
۴) فقط تشعشعی

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** شتاب جاذبه زمین صفر است. بنابراین نیروی شناوری که عامل انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد می‌باشد وجود ندارد. در نتیجه انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد وجود ندارد. بنابراین انتقال حرارت فقط از طریق هدایتی و تشعشعی می‌باشد.

بهتر بود که در صورت مسأله قید می‌شد که بین دو صفحه هوا وجود دارد، زیرا اگر بین دو صفحه خلأ باشد فقط انتقال حرارت به طریق تشعشعی خواهیم داشت. (البته از صورت مسأله پیداست که بین دو صفحه هواست زیرا در داخل سفینه خلأ نیست).

مثال۳۶: روی صفحه تخت قائم جریان طبیعی (آزاد) به صورت توربولانت وجود دارد. اگر طول صفحه را اضافه نمائیم، در این صورت کدام عبارت صحیح می‌باشد. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) تغییری در عدد نوسلت بوجود نمی‌آید.
۲) عدد نوسلت نیز به همان مقدار اضافه می‌گردد.
۳) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با توان $\frac{۱}{۳}$ تغییر می‌یابد.
۴) ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با توان $\frac{۲}{۳}$ تغییر می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه عدد نوسلت در جابه‌جایی آزاد و در حالت جریان مغشوش بصورت زیر است:

$$Nu = C(Gr.Pr)^{\frac{۱}{۳}},\ Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)x^۳}{\nu^۲} \Rightarrow Nu = C(\frac{g\beta(T_w - T_\infty)x^۳}{\nu^۲}Pr)^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow Nu \propto (x^۳)^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow Nu \propto x$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۷: استوانه داغی در هوای محیط قرار گرفته است. در کدام یک از حالات زیر استوانه زودتر سرد می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) استوانه افقی باشد و با پنکه‌ای هوا را از پائین به بالا روی استوانه بدمیم.
۲) استوانه عمودی باشد و با پنکه‌ای هوا را از بالا به پائین روی استوانه بدمیم.
۳) استوانه افقی باشد و با پنکه‌ای هوا را از بالا به پائین روی استوانه بدمیم.
۴) استوانه عمودی باشد و با پنکه‌ای هوا را از پائین به بالا روی استوانه بدمیم.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در حالت عمودی، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بیشتر است. همچنین اگر پنکه را از پایین به بالا روی استوانه بدمیم، علاوه بر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نیز خواهیم داشت و استوانه زودتر سرد می‌شود. اگر پنکه را از بالا به پایین بدمیم این امر مانع انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از استوانه می‌شود. (سیال گرم نمی‌تواند به سمت بالا حرکت کند) و در نتیجه میزان انتقال حرارت در این حالت نسبت به حالتی که پنکه را از پایین به بالا بدمیم کمتر است.

نکته: البته وضعیت قرارگیری استوانه برای اینکه بیشترین انتقال حرارت را داشته باشیم، بستگی به نسبت $\frac{D}{L}$ دارد. (D قطر استوانه و L طول آن می‌باشد). اگر $\frac{D}{L}$ خیلی بزرگ باشد (در حالت حدی یک سکه را تصور کنید) آنگاه برای اینکه بیشترین انتقال حرارت را داشته باشیم باید استوانه را به حالت افقی (روی سطح جانبی) قرار دهیم. معمولاً در استوانه‌ها $\frac{D}{L}$ عدد بزرگی نیست، بنابراین می‌توانیم این وضعیت را نادیده بگیریم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۸: بین یک سطح جامد و سیال مجاور آن، انتقال گرما فقط به صورت جابه‌جایی آزاد صورت می‌گیرد. علت اصلی چه می‌تواند باشد؟
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) تفاوت چگالی جامد و سیال ۲) تراکم‌پذیری سیال ۳) وجود نیروی جاذبه ۴) تراکم‌ناپذیری سیال

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** عامل انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و به جریان افتادن سیال، نیروی شناوری ناشی از ایجاد گرادیان چگالی در داخل سیال می‌باشد. گرادیان چگالی از گرادیان دما در داخل سیال ناشی می‌شود و عامل بوجود آمدن نیروی شناوری، نیروی جاذبه زمین است (سیال سرد بر اثر وزن بیشتر به پایین و سیال گرم در اثر وزن کمتر به سمت بالا حرکت می‌کند).

نکته: گزینه «۲» نیز صحیح است. ایجاد گرادیان چگالی در سیال به دلیل تراکم پذیری سیال می‌باشد. با این حال علت اصلی وجود جاذبه زمین است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۹: یک صفحه عمودی با دمای ثابت در داخل سیال سرد قرار دارد. اگر انتقال حرارت از طریق جابه‌جایی آزاد بوده و جریان لایه‌ای باشد، کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۸)

۱) ضریب جابه‌جایی موضعی در بخش بالای صفحه کمتر بوده و با ضخامت لایه مرزی نسبت مستقیم دارد.
۲) ضریب جابه‌جایی موضعی در بخش بالای صفحه بیشتر بوده و با ضخامت لایه مرزی نسبت مستقیم دارد.
۳) ضریب جابه‌جایی موضعی در بخش بالای صفحه کمتر بوده و با ضخامت لایه مرزی نسبت عکس دارد.
۴) ضریب جابه‌جایی موضعی در بخش بالای صفحه بیشتر بوده و با ضخامت لایه مرزی نسبت عکس دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد بین یک صفحه عمودی و سیال مجاور آن در صورتی که جریان آرام (لایه‌ای) باشد رابطه ضریب جابه‌جایی موضعی (h) و ضخامت لایه مرزی (δ) به صورت مقابل است: $h = \frac{2k}{\delta}$

بنابراین ضریب جابه‌جایی موضعی با ضخامت لایه مرزی رابطه عکس دارد. همچنین از آن‌جا که دمای سیال از دمای سطح پائین‌تر است، لایه مرزی به سمت بالای صفحه رشد می‌کند، بنابراین هر چه از پایین صفحه به سمت بالای آن پیش می‌رویم ضخامت لایه مرزی افزایش و در نتیجه ضریب جابه‌جایی موضعی کاهش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۰: دو صفحه موازی به صورت افقی در یک فضای بسته روبروی هم قرار گرفته‌اند. صفحه گرم‌تر در بالا و صفحه سردتر در پایین قرار دارد. در مورد انتقال حرارت بین این دو صفحه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشند؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

۱) $Nu > 1$ ۲) $Nu < 1$ ۳) $Nu \neq 1$ ۴) $Nu = 1$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** چون صفحه سردتر پایین است، بنابراین انتقال حرارت جابه‌جایی (آزاد) نداریم و انتقال حرارت فقط از طریق هدایت است و داریم: $Nu = 1$.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۱: دو ظرف مشابه هم حجم آب در نظر بگیرید. دمای ظرف اول $80^\circ C$ و ظرف دوم $20^\circ C$ است. هر دو در محیط مشابه قرار دارند. کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) ظرف دوم سریعتر $2^\circ C$ کاهش دما خواهد داشت.

۲) دو ظرف با هم $2^\circ C$ کاهش دما خواهند داشت.

۳) با این اطلاعات نمی‌توان پاسخ داد.

۴) ظرف اول سریعتر $2^\circ C$ کاهش دما خواهد داشت.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** بهتر بود که در صورت مسأله قید می‌شد که دمای محیط کمتر از $20^\circ C$ می‌باشد. به هر حال ما این فرض را می‌کنیم که دمای محیط از $20^\circ C$ کمتر است. چون اختلاف دمای ظرف حاوی آب $80^\circ C$ با محیط بیشتر از اختلاف دمای ظرف حاوی آب $20^\circ C$ با محیط است، در نتیجه نرخ انتقال حرارت از ظرف حاوی آب $80^\circ C$ بیشتر از نرخ انتقال حرارت از ظرف حاوی آب $20^\circ C$ به محیط می‌باشد. بنابراین ظرف اول سریعتر $2^\circ C$ کاهش دما خواهد داشت.

مثال۴۲: در انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، عدد بدون بعد رایلی Rayleigh کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) $Ra = Gr\,Pr$

۲) $Ra = Re\,Pr$

۳) $Ra = Gr$

۴) $Ra = \dfrac{Gr\,Pr}{Re}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** عدد رایلی (Ra) ، معیاری از نسبت نیروی شناوری به پخش گرماست و رابطه آن به صورت زیر می‌باشد:

$$Ra = Gr.Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل هشتم

۱ـ یک صفحه داغ را به صورت عمودی داخل آب قرار می‌دهیم، بیش‌ترین مقدار عدد نوسلت در کدام قسمت از صفحه می‌باشد؟

۱) پایین صفحه
۲) وسط صفحه
۳) بالای صفحه
۴) مقدار عدد نوسلت در تعمام نقاط یکسان است

۲ـ دو صفحه داغ با جنس و ابعاد کاملاً یکسان را به صورت عمودی در هوای محیط قرار می‌دهیم. اختلاف دمای صفحه اول با هوای محیط $90^{\circ}C$ و اختلاف دمای صفحه دوم با هوای محیط $60^{\circ}C$ می‌باشد. میزان انتقال حرارت از صفحه اول به هوا چند برابر انتقال حرارت از صفحه دوم به هوا می‌باشد؟ (فرض کنید لایه مرزی آرام باشد).

۱) ۱/۵ برابر
۲) ۱/۶۶ برابر
۳) ۲ برابر
۴) با هم برابرند

۳ـ در جابه‌جایی آزاد، عدد نوسلت تابع کدام اعداد بدون بعد می‌باشد؟

۱) Re, Pr
۲) Re, Gr
۳) Gr, Pr
۴) Bi, Gr

۴ـ در جریان سیال بر روی یک صفحه اگر مقدار عدد گراشف (Gr) خیلی بزرگ‌تر از عدد رینولدز (Re) باشد، در اینصورت:

۱) فقط جابه‌جایی آزاد در نظر می‌گیریم.
۲) فقط جابه‌جایی اجباری را در نظر می‌گیریم.
۳) هر دو نوع جابه‌جایی آزاد و اجباری باید در نظر گرفته شود.
۴) بستگی به نوع قرار گرفتن صفحه دارد.

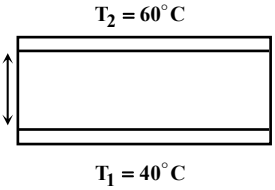
۵ـ در لایه مرزی جابه‌جایی آزاد بر روی صفحه داغ عمودی:

۱) سرعت ثابت است.
۲) سرعت در دیواره صفر است و به صورت خطی افزایش می‌یابد.
۳) سرعت در تمام نقاط صفر است.
۴) سرعت در دیواره و لبه لایه مرزی صفر است و در داخل لایه مرزی گرادیان سرعت وجود دارد.

۶ـ دو صفحه داغ کاملاً مشابه با دمای برابر را در نظر بگیرید. صفحه اول را در سیال A و صفحه دوم را در سیال B فرو می‌بریم. اگر حاصلضرب ضریب نفوذ حرارتی (α) و ویسکوزیته سینماتیکی (ν) در سیال A بیش‌تر از سیال B باشد، در این صورت کدام صفحه زودتر خنک می‌شود؟

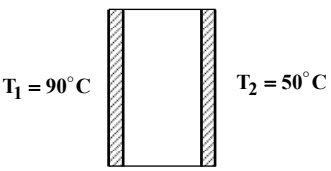
۱) صفحه اول
۲) صفحه دوم
۳) تفاوتی نمی‌کند
۴) اطلاعات مسأله کافی نیست

۷ـ سیالی در فضای بسته بین دو صفحه به صورت شکل مقابل قرار گرفته است. اگر ضریب هدایت این سیال k باشد، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آن (h) از کدام رابطه بدست می‌آید؟



۱) $h = k$
۲) $h = \frac{2k}{L}$
۳) $h = \frac{L}{k}$
۴) $h = \frac{k}{L}$

۸ـ مطابق شکل مقابل، سیالی در محفظه بسته بین دو صفحه قرار گرفته است. اگر عدد رایلی کوچک باشد ($Ra < 1000$) در اینصورت انتقال حرارت در این محفظه به کدام صورت انجام می‌شود؟



۱) هدایت
۲) جابه‌جایی آزاد
۳) جابه‌جایی اجباری
۴) هر سه مورد

۹ـ یک استوانه داغ و طویل را به صورت افقی در داخل سیالی قرار می‌دهیم. بیش‌ترین مقدار عدد نوسلت در کدام قسمت استوانه می‌باشد؟

۱) پایین استوانه
۲) بالای استوانه
۳) در تمام نقاط ثابت است.
۴) بستگی به نوع سیال دارد

۱۰ـ یک نان داغ را از داخل تنور درآورده‌ایم و به صورت افقی در دست گرفته‌ایم. کدام سطح نان زودتر خنک می‌شود؟

۱) سطح بالایی
۲) سطح پایینی
۳) تفاوتی نمی‌کند
۴) بستگی به نوع آرد آن است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل نهم

«جوشش و میعان»

مثال۱: در سرخ کردن یک قطعه گوشت درون یک ماهی تابه بر روی اجاق‌گاز، کدام یک از پدیده‌های انتقال حرارت نقش عمده‌تری را دارند؟
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱)رسانش تماسی ۲) تابش
۳) جابه‌جایی ۴) جوشش رطوبت موجود در گوشت

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** عامل اصلی انتقال حرارت به گوشت و سرخ شدن آن جوشش رطوبت موجود در گوشت می‌باشد.

مثال۲: سطح خارجی لوله فولادی استانداردی دارای پوشش خاصی جهت ایجاد شرایط چگالش قطره‌ایست. درون لوله بخار اشباعی با دمای T_{sat} جریـان دارد. بیرون لوله بخار اشباعی است با دمای T'_{sat} به طوری که $T'_{sat} > T_{sat}$ می‌باشد. مقاومت کنترل کننده انتقال حرارت ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) به علت چگالش در بیرون لوله است. ۲) مقاومت بخار در داخل لوله است.
۳) به علت هدایت در دیواره لوله است. ۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** بخار اشباع خارج لوله دارای دمای بیشتری است. بنابراین انتقال حرارت از بخار خارج لوله به بخار داخل لوله می‌باشد. در اثر انتقال حرارت از بخار خارج لوله به بخار داخل لوله، بخار اشباع خارج لوله میعان می‌یابد. در نتیجه ضریب انتقال حرارت جابه‌جـایی بخـار خـارج لولـه (h) بسـیار بزرگ می‌شود و لذا با توجه به رابطه مقاومت جابه‌جایی $(\frac{۱}{hA})$، مقاومت جابه‌جایی بخار خارج لوله بسیار کوچک خواهد بـود. جـنس لولـه از فـولاد اسـت، بنابراین ضریب هدایت لوله (k) بزرگ است و با توجه به رابطه مقاومت هدایتی $(\frac{L}{kA})$، مقاومت هدایتی لوله هم کوچک می‌باشد. در نتیجه مقاومت کنترل کننده، مقاومت بخار داخل لوله می‌باشد.

مثال۳: بزرگ بودن ضریب انتقال حرارت جوشش هسته‌ای نسبت به ضریب انتقال حرارت یک جریان تک فاز به خاطر کدام‌یک از عوامل زیر است؟
(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) تغییر فاز ۲) تولید حباب
۳) متلاطم شدن سیال ۴) تشکیل یک لایه‌ی سوپرهیت مجاور سطح

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در فرآیند جوشش هسته‌ای، حباب‌های جداگانه‌ای تشکیل می‌شوند که این حباب‌ها باعث افزایش اختلاط سیال شده و در نتیجه ضریب انتقال حرارت شدیداً افزایش می‌یابد.
نکته: گزینه‌های «۲» و «۳» هر دو صحیح هستند. دلیل بزرگ بودن ضریب انتقال حرارت، اختلاط سیال است و عامل اختلاط سیال، تولید حباب می‌باشد، اما اگر بخواهیم یک گزینه را انتخاب کنیم، آن گزینه «۲» (تولید حباب) است، زیرا دلیل تلاطم سیال، تولید حباب می‌باشد.

مثال۴: بیشترین نرخ انتقال حرارت از یک المان حرارتی به آب در یک سماور برقی مطابق کدام‌یک از موارد زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) زمان جوشیدن آب ۲) زمان روشن شدن سماور ۳) لحظه خاموش شدن سماور ۴) در صورت سوختن سماور

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در زمان جوشیدن، آب در حال تغییر فاز است و در این حالت ضریب انتقال حرارت (h) بسیار بزرگ می‌باشد. در نتیجه نرخ انتقـال حرارت از المان حرارتی به آب $(q = hA\Delta T)$ در زمان جوشیدن آب، بسیار زیاد و از سایر موارد بیشتر است.

مثال۵: برای انتقال نرخ جوشش آب در یک کتری، زبرکردن کف آن چه تأثیری بر نرخ انتقال حرارت دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) در افزایش جوشش حبابی مؤثر است.
۲) در ماکزیمم و مینیمم جوشش فیلمی هیچ تأثیری ندارد.
۳) در همه محدوده جوشش فیلمی موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود.
۴) در جوشش فیلمی موجب افزایش و در جوشش حبابی موجب کاهش می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** زبر کردن کف کتری، سبب افزایش شار گرما در ناحیه جوشش هسته‌ای (حبابی) می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶: اگر دمای صفحه‌ای بیشتر از دمای اشباع سیال مجاور صفحه باشد و جریان برق را از صفحه عبور دهیم: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) انتقال حرارت جوشش حتماً رخ می‌دهد.
۲) ابتدا انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد و بعد انتقال حرارت از نوع جوشش فیلمی است.
۳) ابتدا انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد و بعد انتقال حرارت از نوع جوشش هسته‌ای است.
۴) ابتدا انتقال حرارت از نوع جابه‌جایی آزاد و بعد انتقال حرارت از نوع جوشش هسته‌ای و بعد از نوع تابش است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ابتدا حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد از صفحه به سیال مجاور آن منتقل می‌شود. بر اثر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از صفحه به سیال، دمای سیال افزایش می‌یابد تا به نقطه جوش برسد. پس از جوشیدن سیال، انتقال حرارت از صفحه به سیال به طریق جوشش هسته‌ای خواهد بود و در انتها با افزایش دمای صفحه (در اثر عبور جریان برق)، اثر تشعشع قابل ملاحظه شده و انتقال حرارت از نوع تابش خواهد بود.

مثال۷: در میعان (CONDENSATION): (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) ضریب انتقال حرارت میعان فیلمی از ضریب انتقال حرارت میعان قطره‌ای کوچکتر است.
۲) چگالنده‌های صنعتی معمولاً بر این فرضیه که فقط چگالش فیلمی اتفاق می‌افتد طراحی می‌گردند.
۳) ضریب انتقال حرارت موضعی میعان معمولاً در موقعیت‌های مختلف سطح با یکدیگر متفاوت است.
۴) تمام موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضریب انتقال حرارت میعان قطره‌ای از میعان فیلمی بزرگتر است. در چگالنده‌های صنعتی فرض بر این است که فقط میعان فیلمی اتفاق می‌افتد. ضریب انتقال حرارت موضعی میعان در حالت‌های مختلف سطح، متفاوت است (هرچه زاویه سطح با افق بیشتر می‌شود، ضریب انتقال حرارت موضعی میعان بیشتر می‌شود. بیشترین ضریب انتقال حرارت میعان مربوط به حالتی است که صفحه عمودی باشد و کمترین ضریب انتقال حرارت میعان، مربوط به حالت صفحه افقی است).

مثال۸: بالاترین ضریب انتقال حرارت جابجائی h در کدام یک از موارد زیر قابل دستیابی است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) چگالش قطره‌ای
۲) جوشش هسته‌ای
۳) جریان گاز در لوله با سرعت فراصوت
۴) جریان مایع در لوله با سرعت فراصوت

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** بالاترین ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) مربوط به چگالش قطره‌ای است.

مثال۹: ضریب انتقال حرارت چگالش قطره‌ای (h_d) در مقایسه با ضریب انتقال حرارت چگالش فیلمی (h_f) چگونه است؟

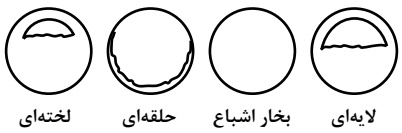
(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۵)

۱) $h_d \approx h_f$
۲) $h_d \gg h_f$
۳) $h_d \ll h_f$
۴) بستگی به نوع سیال و جنس سطح دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب انتقال حرارت چگالش قطره‌ای (h_d) در حدود ده برابر ضریب انتقال حرارت چگالش فیلمی (h_f) می‌باشد.

مثال۱۰: بخار اشباع در داخل لوله‌ای که از جداره آن حرارت تلف می‌شود جاری است. ترتیب وقوع الگوی جریان به دلیل اتلاف حرارتی در داخل لوله کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) بخار اشباع ـ حلقه‌ای ـ لایه‌ای ـ لخته‌ای
۲) بخار اشباع ـ لخته‌ای ـ لایه‌ای ـ حلقه‌ای
۳) حلقه‌ای ـ لخته‌ای ـ لایه‌ای ـ بخار اشباع
۴) لخته‌ای ـ لایه‌ای ـ حلقه‌ای ـ بخار اشباع



☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در ابتدا بخار اشباع در داخل لوله در جریان است. بعد از مدتی بر اثر انتقال حرارت از بخار اشباع به سطح داخلی لوله، مقداری از بخار اشباع که در تماس با دیواره داخلی لوله می‌باشد، چگالش می‌یابد و حلقه‌ای از قطرات مایع روی سطح داخلی لوله را می‌پوشاند (حالت حلقه‌ای). با افزایش انتقال حرارت از بخار اشباع به سطح داخلی لوله، مقدار بیشتری از بخار اشباع، چگالش می‌یابد و به قطرات مایع تبدیل می‌شود. بخشی از قطرات مایع بر اثر نیروی وزن به پایین لوله می‌ریزند و بخشی نیز بر اثر نیروی چسبندگی روی سطح لوله می‌مانند (حالت لایه‌ای). در نهایت با افزایش چگالش بخار اشباع، به حالت لخته‌ای می‌رسیم.

www.modaresanesharif.ac.ir

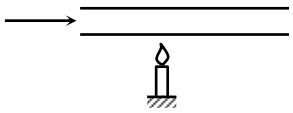
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۱: در میعان بخار آب بر روی چهار لوله افقی که بالای سر هم قرار گرفته‌اند داریم $h_۴ = \frac{۱}{\sqrt{۲}} h_۱$. دلیل کاهش ضریب انتقال حرارت نسبت به یک ردیف لوله چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) افزایش اغتشاش در فیلم
۲) کاهش زمان تماس بین فیلم و لوله‌ها
۳) تماس فیلم بین دو ردیف لوله با بخار اشباع
۴) ضخیم‌تر شدن لایه بر روی لوله‌های پائین

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** ضخامت لایه بر روی لوله‌های پایین بیشتر است. در نتیجه ضریب انتقال حرارت (h) در لوله‌های پایین کمتر است.

مثال۱۲: مایع اشباعی در داخل لوله فلزی می‌گذرد که در یک نقطه آن شار حرارتی زیادی بر روی جداره بیرونی اعمال می‌شود به نحوی که جوشش جابه‌جایی رخ دهد. مقدار حرارت کل دریافتی توسط سیال مطابق کدام عبارت بیان می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) $(\frac{Q}{A})_{کل} = [(\frac{Q}{A})_{جوشش} * (\frac{Q}{A})_{جابه‌جایی}]^{\frac{۱}{۲}}$

۲) $(\frac{Q}{A})_{کل} = [(\frac{Q}{A})_{جوشش} + (\frac{Q}{A})_{جابه‌جایی}]$

۳) $(\frac{Q}{A})_{کل} = (\frac{Q}{A})_{جابه‌جایی} * C_۱ + (\frac{Q}{A})_{جوشش} * C_۲$ ($C_۱$ و $C_۲$ هر دو ثابت هستند)

۴) هر کدام از دو مقدار $(\frac{Q}{A})_{جابه‌جایی}$ یا $(\frac{Q}{A})_{جوشش}$ که بزرگتر بود $= (\frac{Q}{A})_{کل}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقدار حرارت کل دریافتی توسط سیال برابر است با مجموع حرارت‌های جابه‌جایی و جوشش، بنابراین:

$$(\frac{Q}{A})_{کل} = (\frac{Q}{A})_{جابه‌جایی} + (\frac{Q}{A})_{جوشش}$$

مثال۱۳: اگر با اعمال پوشش تفلون بر روی سطوح فلزی چگالنده، خیس‌شوندگی فلز کم شود میزان تولید مایع چگالیده ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) فرقی نمی‌کند. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) افزایش می‌یابد. ۴) به دمای میعان بستگی دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با اعمال پوشش تفلون بر روی سطوح فلزی چگالنده و کاهش خیس شوندگی فلز، مقاومت هدایتی ناشی از لایه مایع بر روی سطح کاهش می‌یابد و در نتیجه انتقال حرارت از بخار به سطح فلز افزایش یافته و بنابراین چگالش بیشتر انجام می‌شود.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل نهم

۱ـ ضریب انتقال حرارت آب در حال جوش در مقایسه با بخار آب فوق اشباع:

۱) کمتر است
۲) بیش‌تر است
۳) برابراست
۴) بستگی به دمای جوش آب دارد

۲ـ سیم داغی را از داخل آب عبور داده‌ایم. اگر اختلاف دمای سطح سیم و آب بین $5^{\circ}c$ تا $30c$ باشد، پدیده جوشش به کدام صورت خواهد بود؟

۱) جابه‌جایی آزاد
۲) هسته‌ای
۳) لایه‌ای
۴) گزینه‌های «۲» و «۳»

۳ـ بخار اشباع در داخل یک محفظه وجود دارد، صفحه سردی را در داخل محفظه قرار می‌دهیم تا مقداری از بخار اشباع، تقطیر شود. صفحه به صورت قرار گیرد تا میزان تقطیر حداکثر باشد؟

۱) افقی
۲) قائم
۳) با زاویه 45°
۴) با زاویه 30°

۴ـ در میعان لایه‌ای بر روی صفحه عمودی، ضریب انتقال حرارت (h) از بالا به پایین صفحه:

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) ثابت است.
۴) بستگی به نوع سیال دارد.

۵ـ در داخل یک کتری آب در حال جوشیدن است، دمای سطح کتری $130^{\circ}c$ است. اگر حرارت زیر کتری را افزایش دهیم به طوری که دمای کف کتری به $160^{\circ}c$ افزایش یابد، شار حرارتی که از کتری به آب در حال جوش منتقل می‌شود چه تغییری می‌کند؟ (دمای جوش آب $100^{\circ}c$ می‌باشد).

۱) افزایش می‌یابد
۲) کاهش می‌یابد
۳) تغییر نمی‌کند
۴) ممکن است افزایش و یا کاهش یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دهم

«مبدل‌های حرارتی»

مثال۱: کدام گزینه صحیح است؟ در مبدل‌ها ... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) روش $\varepsilon - NTU$ در شرایط یکسان از روش LMTD دقیق‌تر است.

۲) مقدار اثر (effectiveness) عبارت است از نسبت حرارت منتقله حقیقی به ماکسیمم حرارت منتقله ممکن.

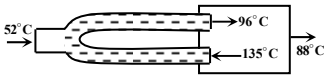
۳) مقدار اثر در تمامی مبدل‌ها از مبدل مختلف الجهت در شرایط یکسان بیشتر است.

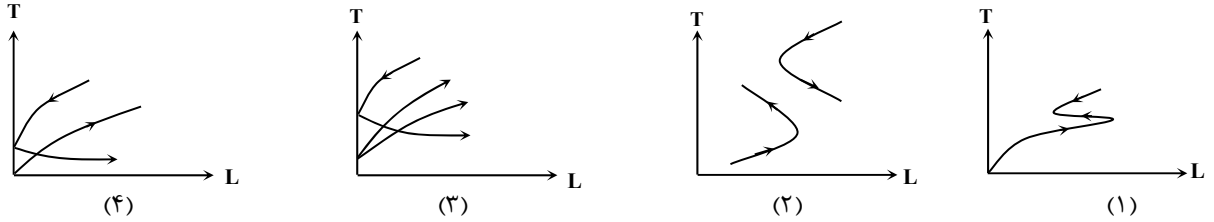
۴) NTU معرف اندازه مبدل و بیانگر نسبت ظرفیت حرارتی سیال به ظرفیت حرارتی مبدل است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کارایی (ضریب تأثیر) بصورت نسبت حرارت منتقل شده در حالت واقعی به بیشترین حرارت منتقله ممکن تعریف می‌شود:

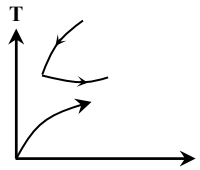
$$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}}$$

مثال۲: شکل پروفیل دمای دو سیال در مبدل روبرو کدام است؟ (هر دو شاخه مبدل، سطح مساوی و ضریب کلی انتقال حرارت یکسان دارند و از نوع مبدل لوله‌ای متحدالمحور هستند.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)





☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** شکل پروفیل دما بصورت شکل مقابل می‌باشد:



دمای خروجی سیال سرد ($88^{\circ}C$) از دمای خروجی سیال گرم ($96^{\circ}C$) کمتر است، بنابراین گزینه‌های «۳» و «۴» اشتباه هستند. همچنین جریان سیال سرد از سمت چپ به راست می‌باشد. بنابراین گزینه «۲» نیز اشتباه است در گزینه «۱» جهت جریان سیال گرم اشتباه رسم شده است (جهت فلش شاخه پایینی اشتباه است.)

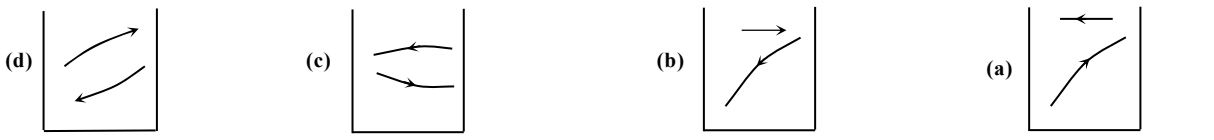
مثال۳: در آرایش مثلثی لوله‌ها (Triangular Pitch) در طراحی مبدل‌ها افت فشار ..... و انتقال حرارت ..... می‌یابد

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) افزایش ـ افزایش ۲) افزایش ـ کاهش ۳) کاهش ـ افزایش ۴) کاهش ـ کاهش

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در آرایش مثلثی بدلیل افزایش اغتشاش جریان بعد از عبور از لوله‌های ردیف اول، هم افت فشار و هم نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

مثال۴: در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای مختلف‌الجهت Counter current یک سیال در حال تغییر فاز و سیال دیگر در حال گرم شدن یا سرد شدن است کدام یک از حالات زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)



۱) b, a ۲) c, a ۳) a, b ۴) d, c

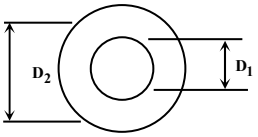
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** در صورتی که یکی از سیال‌های داخل مبدل در حال تغییر فاز باشد، یکی از نمودارهای دما بصورت خط صاف افقی است (زیرا در حالت تغییر فاز دمای سیال ثابت است). بنابراین شکل‌های (c) و (d) اشتباه هستند. همچنین در شکل (b) دمای سیال سرد در حال کاهش است که این غیر ممکن می‌باشد زیرا در مبدل‌های حرارتی دمای سیال سرد کاهش نمی‌یابد و دمای سیال گرم افزایش نمی‌یابد (زیرا این امر ناقض قانون دوم ترمودینامیک است). بنابراین فقط شکل (a) صحیح است که در گزینه‌ها (a) تنها وجود ندارد.

✍ **مثال۵: قطر معادل در محاسبات حرارتی مبدل‌های لوله‌ای متحدالمحور چگونه محاسبه می‌کنند؟ (انتقال حرارت از بیرون به داخل است.)**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)



۱) $de = D_۲ - D_۱$

۲) $de = \frac{۱}{۲}(D_۲ + D_۱)$

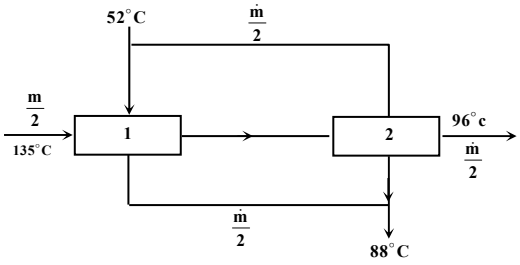
۳) $de = D_۲ + D_۱$

۴) $de = \frac{(D_۲^۲ - D_۱^۲)}{D_۱}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** قطر معادل (de) درمبدل‌های لوله‌ای هم محور بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$de = \frac{۴A}{P}, A = \text{سطح مقطع جریان} = \frac{\pi}{۴}(D_۲^۲ - D_۱^۲) \text{ و } P = \text{محیط داخلی لوله} = \pi D_۱ \Rightarrow de = \frac{۴ \times \frac{\pi}{۴}(D_۲^۲ - D_۱^۲)}{\pi D_۱} = \frac{D_۲^۲ - D_۱^۲}{D_۱}$$

✍ **مثال۶: در شکل روبرو مبدل‌ها از نوع لوله‌ای متحدالمحور(Double – pipe) با سطح مساوی و ضرائب کلی انتقال مساوی ($u_۱ \approx u_۲$) و دبی‌های کاملاً مساوی دارای دماهای نشان داده شده هستند. مقدار(LMTD) چقدر است؟ (اگر فرض کنیم(گرم C_p=سرد C_p)** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)



۱) $(LMTD)_{\text{کل}} = (LMTD_۱ + LMTD_۲)$

۲) $(LMTD)_{\text{کل}} = (LMTD)_۱ = (LMTD)_۲$

۳) $(LMTD)_{\text{کل}} = \frac{۱}{۲}(LMTD_۱ + LMTD_۲)$

۴) $LMTD_۱ < (LMTD_۱ < LMTD_۲$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** انتقال حرارت کل (q_t) برابر است با مجموع انتقال حرارت در دو مبدل، بنابراین:

$$q_t = q_۱ + q_۲ \Rightarrow \big(UA(LMTD)\big)_t = \big(UA(LMTD)\big)_۱ + \big(UA(LMTD)\big)_۲$$

$$\Rightarrow U_t A_t (LMTD)_t = U_۱ A_۱ (LMTD)_۱ + U_۲ A_۲ (LMTD)_۲$$

از صورت مسأله داریم: $U_t = U_۱ = U_۲, A_t = A_۱ + A_۲, A_۱ = A_۲ \Rightarrow A_t = ۲A_۱$

بنابراین با استفاده از روابط بالا خواهیم داشت: $۲(LMTD)_t = (LMTD)_۱ + (LMTD)_۲ \Rightarrow (LMTD)_t = \frac{۱}{۲}\big((LMTD)_۱ + (LMTD)_۲\big)$

✍ **مثال۷: در شرایط عملیاتی کاملاً یکسان، مقدار انتقال حرارت در یک مبدل حرارتی کاملاً تمیز حدود ۱۰۰% بیشتر از حالتی است که مبدل شش ماه کار کرده و لوله‌های آن رسوب گرفته باشد. اگر ضریب کلی انتقال حرارت در مبدل تمیز برابر $۱۰۰\frac{W}{m^۲ {}^\circ C}$ باشد. فاکتور رسوب برابر است با:**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) $۰/۰۰۰۱\frac{m^۲ - {}^\circ C}{W}$

۲) $۰/۰۰۱\frac{m^۲ - {}^\circ C}{W}$

۳) $۰/۰۱\frac{m^۲ - {}^\circ C}{W}$

۴) $۰/۱\frac{m^۲ - {}^\circ C}{W}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** فاکتور رسوب (R_f) در مبدل‌های حرارتی به صورت مقابل تعریف می‌شود: $R_f = \frac{۱}{U_d} - \frac{۱}{U_c}$

در رابطه بالا، U_d ضریب کلی انتقال حرارت در حالت کثیف و U_c ضریب کلی انتقال حرارت در حالت تمیز است. از صورت مسأله داریم:

$$U_c = \frac{۱۱۰}{۱۰۰} U_d \Rightarrow U_d = \frac{۱۰}{۱۱} U_c = \frac{۱۰}{۱۱} \times ۱۰۰ = ۹۰/۹$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

بنابراین R_f برابر است با:

$$R_f = \frac{1}{U_d} - \frac{1}{U_C} = \frac{1}{90/9} - \frac{1}{100} \Rightarrow R_f = 0/001 \frac{m^2\,^\circ C}{w}$$

مثال۸: بر روی یک دسته لوله افقی فرایند چگالش اتفاق می‌افتد. اگر تعداد لوله‌ها در راستای افقی m و در راستای عمودی n باشد، ضریب انتقال حرارت چگالشی متوسط چگونه است؟ (مهندسی شیمی ـ بیوتکنولوژی و داروسازی ـ سراسری ۹۷)

۱) با $m^{\frac{1}{4}}$ ارتباط مستقیم دارد. ۲) با $m^{-\frac{1}{4}}$ ارتباط مستقیم دارد. ۳) با $n^{-\frac{1}{4}}$ ارتباط مستقیم دارد. ۴) با $n^{\frac{1}{4}}$ ارتباط مستقیم دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله ضریب انتقال حرارت چگالشی متوسط برای n لوله افقی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{h}_{D,n} = \bar{h}_D n^{-\frac{1}{4}}$$

که در آن $\bar{h}_D$ ضریب انتقال حرارت برای اولین لوله (لوله بالایی) است. مطابق رابطه بالا ضریب انتقال حرارت چگالشی به تعداد لوله‌ها در راستای افقی وابسته نیست و فقط با تعداد لوله‌ها در راستای عمودی با $n^{-\frac{1}{4}}$ رابطه مستقیم دارد.

مثال۹: آب در یک مبدل از نوع پوسته و لوله با جرم مخصوص $\rho = 1000 \frac{kg}{m}$ و دبی $3/783 \frac{kg}{s}$ از دمای $37/78°C$ به دمای $54/44°C$ می‌رسد. اگر ضریب کلی انتقال حرارت $1500 \frac{W}{m^2\,^\circ C}$ و سرعت متوسط آب در لوله‌ها $0/366 \frac{m}{s}$ و قطر لوله‌ها $1/905cm$ باشد. تعداد لوله‌ها برابر است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۳۶ ۴) ۱۲

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر دبی جرمی کل را $\dot{M}$، دبی جرمی هر لوله را $\dot{m}$، تعداد لوله‌ها را n، چگالی سیال را ρ، سرعت سیال را u، مساحت مقطع هر لوله را A و قطر هر لوله را d بنامیم، خواهیم داشت:

$$\dot{M} = n.\dot{m} = n(\rho u A) = n\rho u(\frac{\pi d^2}{4}) \Rightarrow n = \frac{4\dot{M}}{\rho u \pi d^2}$$

اگر مقادیر عددی پارامترها را در رابطه بالا جایگزین کنیم، داریم:

$$n = \frac{4\dot{M}}{\rho u \pi d^2} = \frac{4 \times 3/783}{1000 \times 0/366 \times \pi \times 0/01905^2} = 36/3 \simeq 36$$

مثال۱۰: در یک مبدل حرارتی هوای خنک Air – Cooler پره‌دار برای سرد کردن گازوئیل داغ چگونه می‌توان انتقال حرارت را بیشتر کرد؟
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) تعداد گذر سمت لوله دو برابر شود ولی دبی و سطح انتقال حرارت ثابت بمانند.
۲) سرعت هوا را دو برابر کرد.
۳) نوع پره را از پروفیل مثلثی به مستطیلی تغییر داد.
۴) سطح دورنی لوله‌ها را شیاردار کرد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر سطح درونی لوله‌ها را شیاردار کنیم، آشفتگی جریان بیشتر می‌شود و در نتیجه ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

مثال۱۱: در رادیاتور ماشین به عنوان یک مبدل حرارتی کدام پدیده تأثیر بیشتری در انتقال حرارت از آب به هوا دارد؟(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) افزایش هدایت حرارت لوله‌ها ۲) کاهش ضخامت لوله‌ها
۳) افزایش سرعت جریان هوا از لابه‌لای لوله‌ها ۴) افزایش سرعت آب از درون لوله‌ها

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** هر چه سرعت جریان هوا از لابلای لوله‌ها افزایش یابد، هوای عبوری در زمان کمتری در مجاورت لوله‌ها قرار دارد و در نتیجه کمتر گرم می‌شود و بنابراین ΔT ($T_{هوا} - T_{لوله}$) افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت جریان هوا، ضریب جابه‌جایی آن (h) افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش سرعت جریان هوا هم ΔT و هم h افزایش می‌یابند و در نتیجه نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی ($q = hA\Delta T$) افزایش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

گزینه (۱) نیز صحیح می‌باشد. با توجه به رابطه مقاومت هدایتی در لوله: $R = \frac{Ln(r_o / r_i)}{2k\pi L}$، ملاحظه می‌کنیم که با افزایش هدایت حرارتی لوله (k)، مقاومت هدایتی کاهش می‌یابد و در نتیجه انتقال حرارت افزایش می‌یابد. با این حال افزایش سرعت جریان هوا تأثیر بیشتری دارد.

در مورد گزینه (۲) که کاهش ضخامت لوله‌ها می‌باشد، از آنجا که نمی‌دانیم شعاع لوله‌ها از شعاع بحرانی $(\frac{k}{h})$ کوچکتر یا بزرگتر است، بنابراین نمی‌توان گفت که با کاهش ضخامت لوله، انتقال حرارت افزایش می‌یابد، زیرا اگر ضخامت لوله از ضخامت بحرانی کوچکتر باشد، کاهش ضخامت لوله باعث کاهش انتقال حرارت می‌شود.

مثال۱۲: دو مبدل حرارتی با ضریب انتقال حرارت مساوی و ظرفیت حرارتی برابر مفروض هستند. در مبدل ۱، سطح تبادل حرارت A_1 و جریان همسو و در مبدل ۲، سطح تبادل حرارت A_2 و جریان سرد و گرم در جهت مخالف حرکت می‌کنند. در این دو مبدل ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) بسته به درجه حرارت‌های ورودی دو سیال ممکن است سطح یکی بیشتر یا کمتر از دیگری باشد.

۲) $A_1 = A_2$ است.

۳) $A_1 < A_2$ است.

۴) $A_1 > A_2$ است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** نرخ انتقال حرارت (q) در دو مبدل برابر است با: $q_1 = U_1 A_1 \Delta_1 T_{LM1}$, $q_2 = U_2 A_2 \Delta T_{LM2}$

اندیس ۱ مربوط به مبدل جریان همسو و اندیس ۲ مربوط به مبدل جریان مخالف می‌باشد. ظرفیت حرارتی و ضریب انتقال حرارت کلی دو مبدل برابر است، در نتیجه داریم:

$$q_1 = q_2 , U_1 = U_2 \Rightarrow A_1 \Delta T_{LM_1} = A_2 \Delta T_{LM_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\Delta T_{LM2}}{\Delta T_{LM1}}$$

از طرفی ΔT_{LM} در جریان مخالف از جریان همسو بیشتر است. بنابراین:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\Delta T_{LM2}}{\Delta T_{LM_1}} \quad , \quad \Delta T_{LM2} > \Delta T_{LM1} \Rightarrow A_1 > A_2$$

مثال۱۳: در دستگاه‌های تبادل‌گر گرما، منظور از سیال می‌نیمم سیالی است که حاصلضرب دبی جرمی $\dot{m}$ در ..... آن کمتر باشد.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) دمای ورودی T_1 ۲) دمای خروجی T_2 ۳) گرمای ویژه C_p ۴) ضریب کلی انتقال حرارت U

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در مبدل‌های حرارتی منظور از سیال حداقل (مینیمم) سیالی است که حاصلضرب دبی جرمی در گرمای ویژه آن $(\dot{m}C_p)$ کمتر باشد.

مثال۱۴: مهم‌ترین مزیت روش $\varepsilon - NTU$ بر $F - LMTD$ در محاسبه مبدل‌های حرارتی چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) بدون داشتن چهار دما نیز محاسبه ممکن است.

۲) در محاسبه مبدل‌ها این دو روش هیچ مزیتی بر هم ندارد.

۳) روش $\varepsilon - NTU$ دقیق‌تر از روش $F - LMTD$ است.

۴) محاسبه مبدل‌های پیچیده تنها به روش $\varepsilon - NTU$ امکان‌پذیر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در روش LMTD باید دماهای ورودی و خروجی معلوم باشند اما در روش $\varepsilon - NTU$ نیازی به داشتن همه دماها نیست بلکه داشتن فقط دماهای ورودی و یا خروجی کافیست.

مثال۱۵: مبدل حرارتی با مشخصات شکل مقابل مفروض است

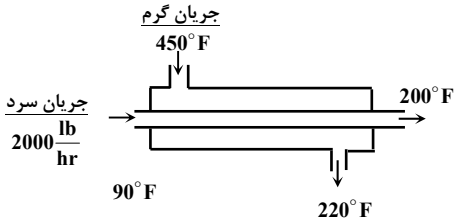
محاسبه کنید میزان حرارت انتقال یافته در صورتی‌که:

U_o (کل) = ۸۰ BTU/hr

C_p (جریان سرد) = ۰/۵۶ BTU/lb.°F

C_p (جریان گرم) = ۰/۶۰ BTU/lb.°F

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)



۱) ۱۳۲۰۰۰ BTU/hr

۲) ۲۲۴۰۰ BTU/hr

۳) ۱۲۳۲۰۰/ BTU/hr

۴) ۲۵۷۰۰ BTU/hr

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** میزان انتقال حرارت در مبدل برابر است با: $q = \dot{m}_c C_{Pc} \Delta T_c = \dot{m}_h C_{Ph} \Delta T_h = U_\circ A \Delta T_{Lm}$

در صورت مسأله $\Delta T_c, C_{Pc}, \dot{m}_c$ را داریم. بنابراین با استفاده از تساوی اول خواهیم داشت:

$$q = \dot{m}_c C_{pc} \Delta T_c = ۲۰۰۰ \times ۰/۵۶ \times (۲۰۰ - ۹۰) = ۱۲۳۲۰۰ BTU/hr$$

مثال۱۶: در مسئله قبل میزان جریان گرم برحسب $\frac{lb}{hr}$ برابر است با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) ۸۹۳ ۲) ۹۵۶/۵ ۳) ۱۶۲ ۴) ۱۸۶۷

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با استفاده از تساوی دوم در مسأله قبل داریم:

$$q = \dot{m}_h C_{Ph} \Delta T_h \Rightarrow ۱۲۳۲۰۰ = \dot{m}_h \times ۰/۶ \times (۴۵۰ - ۲۲۰) \Rightarrow \dot{m}_h = ۸۹۳ lb/hr$$

مثال۱۷: در مسئله قبل مساحت سطح انتقال حرارت برحسب $ft^۲$ برابر است با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) ۵۲/۴ ۲) ۲۶/۲ ۳) ۶/۸ ۴) ۱۳/۱

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در این حالت میزان انتقال حرارت در مبدل را از رابطه مقابل بدست می‌آوریم:

$$q = U_o A \Delta T_{Lm}$$

همان طور که از شکل صورت مسأله ملاحظه می‌شود، جریان داخل مبدل، همسو می‌باشد. در جریان همسو داخل مبدل، ΔT_{Lm} برابر است با:

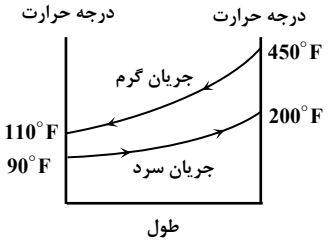
$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_۲ - \Delta T_۱}{Ln(\Delta T_۲ / \Delta T_۱)} \quad , \quad \Delta T_۲ = T_{ho} - T_{co} = ۲۲۰ - ۲۰۰ = ۲۰^\circ F \quad , \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{ci} = ۴۵۰ - ۹۰ = ۳۶۰^\circ F$$

$$\Rightarrow \Delta T_{Lm} = \frac{۲۰ - ۳۶۰}{Ln(۲۰/۳۶۰)} = \frac{-۳۴۰}{-۲/۸۹} = ۱۱۷/۶۳^\circ F$$

این مقدار بدست آمده برای ΔT_{Lm} را در رابطه انتقال حرارت قرار می‌دهیم:

$$q = U_o A \Delta T_{Lm} \Rightarrow ۱۲۳۲۰۰ = ۸۰ \times A \times ۱۱۷/۶۳ \Rightarrow A = ۱۳/۱ \; ft^۲$$

مثال۱۸: در شرایط مسئله قبل با در نظر گرفتن شکل مقابل و این‌که جریان‌های سرد و گرم غیرهمسو عمل نمایند: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)



۱) مقدار جریان گرم افزایش یافته و سطح انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.

۲) مقدار جریان گرم کاهش یافته و سطح انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

۳) مقدار جریان گرم افزایش و سطح انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

۴) مقدار جریان گرم کاهش و سطح انتقال حرارت نیز کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با توجه به رابطه نرخ انتقال حرارت در مبدل: $q = \dot{m}_c C_{Pc} \Delta T_c = \dot{m}_h C_{Ph} \Delta T_h = U_\circ A \Delta T_{Lm}$

دمای ورودی و خروجی سیال سرد، برابر حالت قبل (جریان همسو) می‌باشد. در نتیجه با توجه به تساوی اول از رابطه بالا، میزان انتقال حرارت (q) برابر حالت قبل می‌باشد ($\Delta T_c, C_{Pc}, \dot{m}_c$ برابر با حالت قبل هستند). با توجه به شکل، دمای خروجی سیال گرم کاهش یافته است (در حالت قبل $۲۲۰^\circ F$ در این حالت $۱۱۰^\circ F$) و دمای ورودی آن برابر با حالت قبل می‌باشد. در نتیجه $(T_{hi} - T_{ho})\Delta T_h$ نسبت به حالت قبل افزایش یافته است. بنابراین با توجه به تساوی دوم از رابطه نرخ انتقال حرارت: $q = \dot{m}_h C_{Ph} \Delta T_h$

با افزایش ΔT_h و ثابت بودن q، نتیجه می‌گیریم که مقدار جریان گرم $(\dot{m}_h)$ نسبت به حالت قبل کاهش یافته است.

همچنین در جریان غیر همسو داخل مبدل، ΔT_{Lm} برابر است با:

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_۲ - \Delta T_۱}{Ln(\frac{\Delta T_۲}{\Delta T_۱})} \quad , \quad \Delta T_۲ = T_{ho} - T_{Ci} = ۱۱۰ - ۹۰ = ۲۰^\circ F \quad , \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{Co} = ۴۵۰ - ۲۰۰ = ۲۵۰^\circ F$$

$$\Rightarrow \Delta T_{Lm} = \frac{۲۰ - ۲۵۰}{Ln(\frac{۲۰}{۲۵۰})} = ۹۱/۱^\circ F$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در نتیجه در این حالت (جریان غیر همسو)، نسبت به حالت قبل (جریان همسو) ΔT_{Lm} کاهش یافته است و بنابراین با توجه به تساوی سوم از رابطه نرخ انتقال حرارت: $q = U_{\circ} A \Delta T_{Lm}$

با کاهش ΔT_{Lm} و ثابت بودن q و $U_{\circ}$، نتیجه می‌گیریم که سطح انتقال حرارت(A) در این حالت نسبت به حالت قبل افزایش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۹: از یک مبادله‌کن ساده حرارتی دو لوله‌ای با جریان ناهمسو برای گرم کردن یک مایع استفاده می شود. مایع سرد از دمای ۱۳۵°F تا ۳۲۰°F گرم می‌شود، در حالیکه مایع گرم از ۲۴۵°F تا ۲۲۵°F سرد می‌شود. محاسبه کنید چند درصد ازدیاد سطح لازم است هرگاه دو جریان به صورت همسو بجای اینکه به صورت ناهمسو باشد حرکت نماید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۰% ۲) ۲۸/۴۱% ۳) ۲۳/۰۶% ۴) ۴۹/۵۲%

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه نرخ انتقال حرارت بصورت روبرو می‌باشد: $q = UA\Delta T$

که در رابطه بالا، U ضریب انتقال حرارت کلی و A سطح تبادل حرارت می‌باشد. نرخ انتقال حرارت در هر دو حالت باید برابر باشد، بنابراین اگر جریان ناهمسو را حالت (۱) و جریان همسو را حالت (۲) بنامیم، خواهیم داشت: $q = UA_{۱}\Delta T_{LM۱} = UA_{۲}\Delta T_{LM۲} \Rightarrow \frac{A_{۲}}{A_{۱}} = \frac{\Delta T_{LM۱}}{\Delta T_{LM۲}}$

طبق تعریف، ΔT_{LM} برابر است با: $\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_{۲} - \Delta T_{۱}}{Ln(\frac{\Delta T_{۲}}{\Delta T_{۱}})}$. که در این رابطه $\Delta T_{۲}, \Delta T_{۱}$ به طریق زیر محاسبه می‌شوند:

جریان ناهمسو: $\Delta T_{۱} = T_{hi} - T_{co}$, $\Delta T_{۲} = T_{ho} - T_{ci}$

جریان همسو: $\Delta T_{۱} = T_{hi} - T_{ci}$, $\Delta T_{۲} = T_{ho} - T_{co}$

در روابط بالا، h به معنای سیال گرم، c به معنای سیال سرد، i به معنای ورودی و o به معنای خروجی می‌باشند. به عنوان مثال T_{ho} به معنی دمای خروجی سیال گرم می‌باشد. در نتیجه ΔT_{LM} در دو حالت برابر است با:

حالت ناهمسو: $\Delta T_{۱} = ۲۴۵ - ۲۲۰ = ۲۵ , \Delta T_{۲} = ۲۲۵ - ۱۳۵ = ۹۰ \Rightarrow \Delta T_{LM۱} = \frac{\Delta T_{۲} - \Delta T_{۱}}{Ln(\frac{\Delta T_{۲}}{\Delta T_{۱}})} = \frac{۹۰ - ۲۵}{Ln(\frac{۹۰}{۲۵})} = ۵۰/۷۴$

حالت همسو: $\Delta T_{۱} = ۲۴۵ - ۱۳۵ = ۱۱۰ , \Delta T_{۲} = ۲۲۵ - ۲۲۰ = ۵ \Rightarrow \Delta T_{LM۲} = \frac{\Delta T_{۲} - \Delta T_{۱}}{Ln(\frac{\Delta T_{۲}}{\Delta T_{۱}})} = \frac{۱۱۰ - ۵}{Ln(\frac{۱۱۰}{۵})} = ۳۳/۹۶$

$\Rightarrow \frac{A_{۲}}{A_{۱}} = \frac{\Delta T_{LM۱}}{\Delta T_{LM۲}} = \frac{۵۰/۷۴}{۳۳/۹۶} = ۱/۴۹۴ \Rightarrow \frac{A_{۲} - A_{۱}}{A_{۱}} \times ۱۰۰ = \frac{۱/۴۹۴ - ۱}{۱} \times ۱۰۰ = ۴۹/۴\%$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۰: کدام‌یک از عبارات زیر صحیح‌تر به نظر می‌رسد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)

۱) مقدار اثر (Effectiveness) عبارت است از نسبت حرارت انتقال یافته به حداکثر انتقال حرارت ممکن

۲) با افزایش زبری سطح داخلی لوله، مقدار حرارت انتقال یافته افزایش می‌یابد.

۳) در دستگاه‌های تبادل گرمایی Heat Exchanger منظور از سیال حداقل سیالی است که حاصل‌ضرب دبی و گرمای ویژه آن کمتر باشد

۴) تمام عبارات فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** مقدار اثر (کارایی) در پره‌ها و مبدل‌ها عبارتست از نسبت حرارت انتقال یافته به حداکثر انتقال حرارت ممکن. بنابراین گزینه «۱» صحیح است. افزایش زبری سطح داخلی لوله، باعث افزایش آشفتگی جریان داخل لوله و در نتیجه افزایش ضریب جابه‌جایی سیال(h) می‌شود. با افزایش ضریب جابه‌جایی مقدار حرارت انتقال یافته نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه گزینه «۲» نیز صحیح است.

در مبدل‌های حرارتی منظور از سیال حداقل، سیالی است که حاصلضرب دبی جرمی در گرمای ویژه آن $(\dot{m}C)$ کمتر باشد که می‌تواند سیال گرم و یا سیال سرد باشد (سیال حداقل، سیالی است که اختلاف دمای بیشتری را تجربه می‌کند)، بنابراین گزینه «۳» نیز صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۱: منظور از NTU، نسبت حاصلضرب ..... می‌باشد. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) سطح در ضریب هدایت کلی به گرمای ویژه

۲) ضریب هدایت خارجی به گرمای ویژه سیال مینیمم

۳) ضریب هدایت داخلی به گرمای ویژه سیال ماکزیمم

۴) سطح در ضریب هدایت کلی به حاصلضرب گرمای ویژه دردبی جرمی مینیمم

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** طبق رابطه مربوط به NTU داریم:

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{UA}{(\dot{m}c)_{min}} = \frac{\text{سطح} \times \text{ضریب هدایت کل}}{\text{گرمای ویژه} \times \text{دبی جرمی مینیمم}}$$

مثال۲۲: اگر در یک مبدل پوسته و لوله‌ای $U = a + b\Delta T$ باشد که ΔT اختلاف دمای بین دو سیال و زیرنویس‌های ۱و۲ برای دو انتهای مبدل در نظر گرفته شود عبارت LMTD در چنین مبدلی برابر کدام گزینه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{1}{2}(U_1 + U_2)LMTD$

۲) $\frac{1}{2}(LMTD_1 + LMTD_2)$

۳) $(U_1\Delta T_2 - U_2\Delta T_1)/\ln\frac{U_1\Delta T_2}{U_2\Delta T_1}$

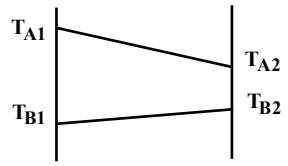
۴) $(U_1\Delta T_1 - U_2\Delta T_2)/\ln\frac{U_1\Delta T_1}{U_2\Delta T_2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر U به شکل خطی با T تغییر نماید $(U = a + b\Delta T)$ آنگاه داریم:

$$q = UA\Delta T_{Lm} = A\frac{U_1\Delta T_2 - U_2\Delta T_1}{Ln(\frac{U_1\Delta T_2}{U_2\Delta T_1})}$$

مثال۲۳: در یک مبدل حرارتی با مشخصات شکل داده شده LMTD را محاسبه نمائید. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

$$\begin{cases} TA1 = 75^\circ C \\ TA2 = 45^\circ C \end{cases} \quad \begin{cases} TB1 = 10^\circ C \\ TB2 = 40^\circ C \end{cases}$$



۱) $70^\circ c$

۲) $46/8^\circ c$

۳) $35^\circ c$

۴) $23/4^\circ c$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با توجه به شکل، مبدل از نوع جریان همسو می‌باشد. در مبدل از نوع جریان همسو ΔT_{Lm} از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{Ln(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1})}\ ,\ \Delta T_2 = T_{ho} - T_{co}\ ,\ \Delta T_1 = T_{hi} - T_{ci}$$

با جایگزین کردن مقادیر عددی دماها داریم:

$$\Delta T_2 = 45 - 40 = 5^\circ C\ ,\ \Delta T_1 = 75 - 10 = 65^\circ C$$

$$\Rightarrow\ \Delta T_{Lm} = \frac{5 - 65}{Ln(\frac{5}{65})} = \frac{-60}{-2/56} \Rightarrow\ \Delta T_{Lm} = 23/4^\circ c$$

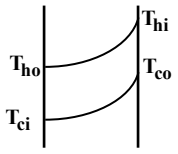
مثال۲۴: در یک مبدل حرارتی از نوع پوسته ـ لوله تفاوت حرارت جریان‌های ورودی ΔT_{IN} برابر تفاوت حرارت جریان‌های خروجی ΔT_{OUT} از مبدل است. این نشان دهنده جریان ..... با HEAT FLUX ..... است.

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) همسو ـ غیریکنواخت ۲) غیرهمسو ـ یکنواخت ۳) غیرهمسو ـ غیریکنواخت ۴) همسو ـ یکنواخت

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** اختلاف دمای جریان‌های ورودی و خروجی برابر است $(\Delta T_{out} = \Delta T_{in})$.
در نتیجه اختلاف دمای سیال گرم و سیال سرد در تمام طول مبدل ثابت می‌باشد. اختلاف دمای دو سیال در طول مبدل زمانی ثابت است که نرخ ظرفیت حرارتی دو سیال برابر بوده $(C_c = C_h)$ و مبدل از نوع جریان غیر همسو باشد. زیرا در جریان همسو دمای سیال سرد و سیال گرم به هم نزدیک می‌شوند (خطوط نمودار دما همگرا هستند) .
نکته: اگر شار حرارتی (heatflux) در مبدل یکنواخت باشد، تغییرات دمای سیال سرد و گرم در طول مبدل خطی می‌باشد ولی اختلاف دمای دو سیال در طول مبدل، لزوماً برابر نیست.

مثال۲۵: داخل هر کدام از لوله‌های یک مبدل گاز ـ گاز یک فنر قرار می‌دهیم. گاز داخل لوله در حال سرد شدن در فرایندی پایا است. اگر قبل و بعد تعبیه فنر جریان در هم باشد و افت فشار سمت لوله‌ها ΔP_t و ضریب جابجائی سمت لوله‌ها h_t نامیده شوند. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) ΔP_t و h_t هر دو کاهش می‌یابند.
۲) ΔP_t کم و h_t زیاد می‌شود.
۳) ΔP_t زیاد و h_t کم می‌شود.
۴) ΔP_t و h_t هر دو افزایش می‌یابند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با قراردادن فنر در داخل لوله‌ها آشفتگی جریان داخل لوله‌ها بیشتر می‌شود و با بیشتر شدن آشفتگی، ضریب جابه‌جایی (h_t) و افت فشار (ΔP_t) هر دو افزایش می‌یابند.

مثال۲۶: دو سیال سرد و گرم در یک مبدل حرارتی Shell & tube مقدار w ۱۰۰۰۰ تبادل حرارتی دارند. دمای ورودی و خروجی سیال گرم به ترتیب $100^\circ C$ و $60^\circ C$ و سیال سرد به ترتیب $10^\circ C$ و $30^\circ C$ است. ضریب تأثیر effectiveness ε این مبدل چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\varepsilon = \frac{1}{2}$
۲) $\varepsilon = \frac{2}{9}$
۳) $\varepsilon = \frac{4}{9}$
۴) $\varepsilon = \frac{3}{9}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** ضریب تأثیر مبدل (ε) برابر است با نسبت اختلاف دمای سیال حداقل به بیشترین اختلاف دما در مبدل:

$$\varepsilon = \frac{\Delta T(\text{سیال حداقل})}{\Delta T_{max}}$$

سیال حداقل، سیالی است که بیشترین اختلاف دما را در مبدل تجربه می‌کند:

سیال سرد : $\Delta T = 30 - 10 = 20^\circ C$ و سیال گرم : $\Delta T = 100 - 60 = 40^\circ C$

بنابراین سیال گرم، اختلاف دمای بیشتری را تجربه می‌کند و در نتیجه سیال حداقل، سیال گرم می‌باشد. بنابراین ضریب تأثیر برابراست با:

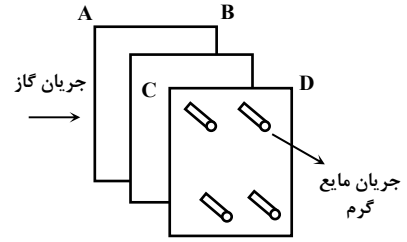
$$\varepsilon = \frac{100-60}{100-10} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

مثال۲۷: کدام گزینه در خصوص یک بویلر Boiler صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $C_{min} \to 0$
۲) $C_{max} \to \infty$
۳) $\frac{C_{min}}{C_{max}} = 0/5$
۴) $C_{min} = C_{max}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در یک بویلر داریم: $C_{max} \to \infty$

مثال۲۸: یک مبدل جریان متقاطع (Cross – flow heat exchanger) در شکل نشان داده شده است. بیشترین دمای مبدل در کدام نقطه است؟
(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱) B
۲) D
۳) C
۴) A

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** دمای مایع گرم در ابتدای لوله‌ها بیشتر از انتهای آنهاست زیرا در طول مبدل در اثر انتقال حرارت بین مایع گرم و جریان گاز از دمای مایع گرم کاسته می‌شود. بنابراین دمای نقاط A و B بیشتر از نقاط C و D می‌باشد. همچنین دمای نقطه B بیشتر از نقطه A است زیرا دمای جریان گاز با عبور از لوله‌ها (و در اثر دریافت حرارت از آنها) افزایش می‌یابد، بنابراین دمای جریان گاز زمانی که از نقطه B عبور می‌کند بیشتر از زمانی است که از نقطه A می‌گذرد، در نتیجه اختلاف دما بین مایع گرم و جریان گاز در نقطه B کمتر از نقطه A می‌باشد، بنابراین انتقال حرارت بین مایع گرم و جریان گاز در نقطه B کمتر از نقطه A است. در نتیجه بیشترین دمای مبدل در نقطه B می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۹: ضریب کلی انتقال حرارت یک مبدل نو $u = ۱۰۰۰\frac{w}{m^۲.^\circ C}$ است. اگر پس از یک‌سال ضریب کلی انتقال حرارت به $u = ۵۰۰\frac{w}{m^۲.^\circ C}$ کاهش یابد. ضریب کثیفی fouling factor این مبدل کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $R_f = ۰/۵\frac{m^۲.^\circ C}{w}$ ۲) $R_f = ۰/۰۰۳\frac{m^۲.^\circ C}{w}$ ۳) $R_f = ۰/۴\frac{m^۲.^\circ C}{w}$ ۴) $R_f = ۰/۰۰۱\frac{m^۲.^\circ C}{w}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه ضریب کثیفی به صورت مقابل می‌باشد:

$$R_f = \frac{۱}{U_d} - \frac{۱}{U_c} = \frac{۱}{۵۰۰} - \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰/۰۰۱\ \frac{m^۲\,^\circ C}{w}$$

در رابطه بالا U_d، ضریب کلی انتقال حرارت در حالت مبدل کثیف (پس از یکسال) و U_c ضریب کلی انتقال حرارت در حالت تمیز (مبدل نو) می‌باشند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۰: در هر کدام از دو حالت زیر در یک مبدل حرارتی پوسته و لوله سیال را از کدام قسمت باید عبور داد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

الف ـ سیال جرم‌زا (رسوب‌زا) باشد. ب ـ سیال فقط خورنده باشد.

۱) باید در حالت الف از لوله و در حالت ب از پوسته عبور کند.
۲) در هر دو حالت باید از لوله عبور کند.
۳) در حالت الف از پوسته و در حالت ب باید از لوله عبور کند.
۴) در حالت الف و ب هر دو باید از پوسته عبور کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** سیال رسوب زا باید درون لوله‌ها جریان یابد، زیرا تمیز کردن لوله‌ها آسانتر است. همچنین سیال خورنده هم باید از درون لوله‌ها عبورکند، زیرا در غیر این صورت هم لوله و هم پوسته خورده می‌شوند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۱: در یک مبدل لوله و پوسته یک پاس از نوع جریان مخالف، سیال گرم با دمای $۲۵۰^\circ C$ وارد و با دمای $۱۰۰^\circ C$ خارج شده و سیال سرد با دمای $۵۰^\circ C$ وارد و با دمای $۲۰۰^\circ C$ خارج می‌گردد. مقدار ΔT_{LMTD} برای این مبدل چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۶)

۱) $۱۰۰^\circ C$ ۲) $۲۰۰^\circ C$ ۳) $۵۰^\circ C$ ۴) $۲۵۰^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در مبدل حرارتی از نوع جریان مخالف داریم:

$$\Delta T_۱ = T_{hi} - T_{co} \quad , \quad \Delta T_۲ = T_{ho} - T_{ci}$$

در روابط بالا، h به معنی گرم، C سرد، i ورودی و O خروجی می‌باشند. بنابراین در این مسأله داریم:

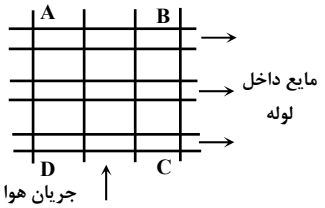
$$\left.\begin{aligned} \Delta T_۱ &= T_{hi} - T_{co} = ۲۵۰ - ۲۰۰ = ۵۰^\circ C \\ \Delta T_۲ &= T_{ho} - T_{ci} = ۱۰۰ - ۵۰ = ۵۰^\circ C \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta T_۱ = \Delta T_۲$$

زمانی که $\Delta T_۱ = \Delta T_۲$ باشد، داریم:

$$\Delta T_{Lm} = \Delta T_۱ = \Delta T_۲ \Rightarrow \Delta T_{Lm} = ۵۰^\circ C$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳۲: یک مایع داغ در مبدل جریان متقاطع (هر دو سیال غیرمخلوط) Cross – flow heat exchanger , both fluids unmixed خنک می‌شود. در کدام نقطه نشان داده شده دما بیشترین مقدار است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

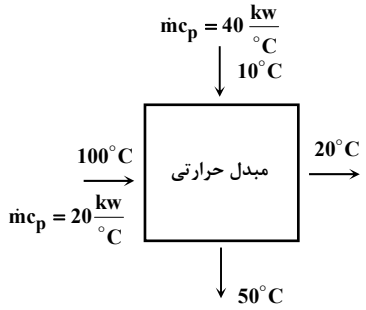
☑ **پاسخ: گزینه «۱»** هر چه از ابتدا به انتهای لوله‌ها پیش می‌رویم، دمای مایع گرم داخل لوله کاهش می‌یابد زیرا در اثر انتقال حرارت از مایع گرم به جریان گاز از دمای مایع گرم کاسته می‌شود. بنابراین دمای نقاط A و D بیشتر از نقاط B و C می‌باشد. همچنین دمای نقطه A بیشتر از نقطه D است. زیرا دمای جریان گاز با عبور از لوله‌ها (و در اثر دریافت حرارت از آنها) افزایش می‌یابد. بنابراین دمای جریان گاز زمانی که از نقطه A عبور می‌کند بیشتر از زمانی است که از نقطه D می‌گذرد. در نتیجه مایع گرم عبوری از نقطه A نسبت به مایع گرم عبوری از نقطه D کمتر خنک می‌شود و بنابراین دمای نقطه A از نقطه D بیشتر خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۳: برای مبدلی مطابق شکل پارامتر مؤثر بودن effectiveness این مبدل کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۷}{۱۱}$

۳) $\frac{۳}{۹}$

۴) $\frac{۸}{۹}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه ضریب تأثیر بصورت مقابل است:

$$\varepsilon = \frac{\Delta T(\text{ سیال حداقل })}{\Delta T_{max}}$$

سیال حداقل سیالی است که بیشترین اختلاف دما را تجربه می‌کند:

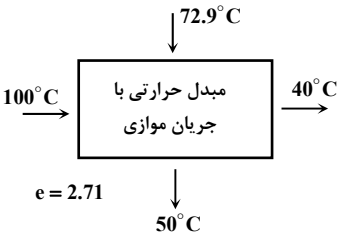
سیال سرد : $\Delta T = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰^\circ C$ و سیال گرم : $\Delta T = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰^\circ C$

بنابراین سیال گرم، سیال حداقل می‌باشد. در نتیجه ضریب تأثیر برابر است با:

$$\varepsilon = \frac{۱۰۰ - ۲۰}{۱۰۰ - ۱۰} = \frac{۸۰}{۹۰} = \frac{۸}{۹}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۳۴: یک مبدل به صورت جریان موازی کار می‌کند. (Parallel flow) سطح مؤثر بودن $۱m^۲$ و ضریب کلی انتقال حرارت $u = ۱۰۰ \frac{w}{m^۲}$ است. بار حرارتی این مبدل چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) ۱۰۰۰ w

۲) ۱۷۱۰w

۳) ۲۷۱۰w

۴) ۱۸۵۰w

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** بار حرارتی (نرخ انتقال حرارت) در مبدل از رابطه مقابل بدست می‌آید:

$$q = UA\Delta T_{Lm}$$

در مبدل با جریان موازی، ΔT_{Lm} از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_۲ - \Delta T_۱}{Ln(\frac{\Delta T_۲}{\Delta T_۱})} \quad , \quad \Delta T_۲ = T_{ho} - T_{co} \quad , \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{ci}$$

بنابراین در این مسأله با جایگزین کردن مقادیر دماها، ΔT_{Lm} برابر است با:

$$\Delta T_۲ = T_{ho} - T_{co} = ۵۰ - ۴۰ = ۱۰^\circ c \quad \text{و} \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{ci} = ۱۰۰ - ۷۲/۹ = ۲۷/۱^\circ c$$

$$\Rightarrow \Delta T_{Lm} = \frac{۱۰ - ۲۷/۱}{Ln(\frac{۱۰}{۲۷/۱})} = \frac{-۱۷/۱}{-۱} = ۱۷/۱^\circ c$$

در نهایت با جایگزینی این مقدار و مقادیر U و A در رابطه بار حرارتی مبدل خواهیم داشت:

$$q = UA\Delta T_{Lm} = ۱۰۰ \times ۱ \times ۱۷/۱ = ۱۷۱۰ w$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال ۳۵: کدام گزینه درخصوص کندانسور صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

C_{min} برابر $\dot{m}Cp$ کمتر بین سیال گرم و سرد است.

C_{max} برابر $\dot{m}Cp$ بیشتر بین سیال گرم و سرد است.

۱) $\frac{C_{min}}{C_{max}} \to ۰$

۲) $\frac{C_{min}}{C_{max}} \to \infty$

۳) $\frac{C_{min}}{C_{max}} \to ۱$

۴) $\frac{C_{min}}{C_{max}} \to ۰/۵$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در حالت تغییر فاز (چگالش و یا تبخیر)، داریم: $\frac{C_{min}}{C_{max}} \to ۰$ (زیرا C_{max} نسبت به C_{min} بسیار بزرگ می‌باشد).

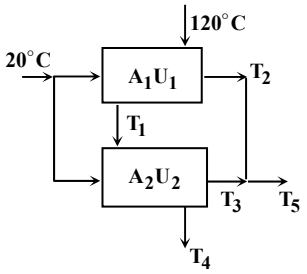
◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۶: در آرایش زیر از دو مبدل زوج لوله استفاده شده است که در آنها $U_۲$ و $U_۱$ و $A_۲$ و $A_۱$ و $\dot{m}_h$ و $\dot{m}_c$ و نیز C_{ph} و C_{pC} معلوم هستند. جنانچه $\dot{m}_c$ به نسبت مساوی بین دو مبدل تقسیم شده باشد، در حل معادلات حاکم برای محاسبه $T_۱$ تا $T_۵$ کدام روش را باید انتخاب کرد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) دستگاه غیر خطی است ولی قابل حل است.

۲) دستگاه معادلات خطی است و به راحتی n معادله n مجهول حل می‌شود.

۳) دستگاه غیرخطی است ولی تعداد مجهول‌ها بیش از معادلات است.

۴) دستگاه شدیداً غیرخطی است وباید به روش حدس و خطا آن را حل کرد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** از موازنه انرژی در مبدل شماره (۱) نتیجه می‌گیریم:

$$q_۱ = \frac{\dot{m}_c}{۲} C_{Pc}(T_۲ - ۲۰) = \dot{m}_h C_{Ph}(۱۲۰ - T_۱)$$

همچنین از موازنه انرژی در مبدل شماره (۲) داریم:

$$q_۲ = \frac{\dot{m}_c}{۲} C_{p_c}(T_۳ - ۲۰) = \dot{m}_h C_{Ph}(T_۱ - T_۴)$$

همچنین مقدار حرارت مبادله شده در مبدل‌ها با استفاده از ضریب انتقال حرارت کلی برابر است با:

$$q_۱ = U_۱ A_۱ \Delta T_{Lm۱} \;,\; \Delta T_{Lm۱} = \frac{\Delta T_۱ - \Delta T_۲}{Ln(\frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲})} \;,\; \Delta T_۱ = T_۱ - ۲۰ \;,\; \Delta T_۲ = ۱۲۰ - T_۲$$

$$q_۲ = U_۲ A_۲ \Delta T_{Lm۲}, \Delta T_{Lm۲} = \frac{\Delta T_۱' - \Delta T_۲'}{Ln(\frac{\Delta T_۱'}{\Delta T_۲'})} \;,\; \Delta T_۱' = T_۱ - ۲۰ \;\; \Delta T_۲' = T_۴ - T_۳$$

بعلاوه رابطه دمای $T_۵$ با دمای $T_۲$ و $T_۳$ به صورت روبرو می‌باشد:

$$\frac{\dot{m}_c}{۲} C_{p_c} T_۲ + \frac{\dot{m}_c}{۲} C_{p_c} T_۳ = \dot{m}_c C_{p_c} T_۵$$

در نتیجه ۵ معادله غیر خطی و ۵ مجهول داریم. بنابراین مسأله قابل حل می‌باشد.

مثال۳۷: کدامیک از عبارات زیر در مورد ضریب جرم گرفتگی صادق است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۷)

۱) با افزایش دما و کاهش سرعت، افزایش می‌یابد.

۲) با کاهش دما و افزایش سرعت، افزایش می‌یابد.

۳) با افزایش دما و افزایش سرعت، افزایش می‌یابد.

۴) با کاهش دما و کاهش سرعت، افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ضریب جرم گرفتگی (در مبدل‌های حرارتی) با افزایش دما و کاهش سرعت جریان سیال، افزایش می‌یابد.

مثال۳۸: در صورتی که بخواهیم یک مبدل حرارتی را تغییر کاربری دهیم به گونه‌ای که جریان‌های عبوری از آن هم از لحاظ دمائی و هم از لحاظ ظرفیت گرمائی متفاوت باشند، کدام‌یک از روش‌های زیر برای بررسی مناسب است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) روش ضریب تأثیر و تعداد واحدهای انتقال

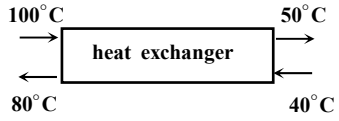
۲) روش اختلاف دمای متوسط لگاریتمی

۳) تحلیل قانون اول و دوم ترمودینامیک

۴) روش تحلیل خواص متغیر

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** روش ضریب تأثیر و تعداد واحدهای انتقال $(\varepsilon - NTU)$ برای بررسی مناسب است.

مثال۳۹: دو سیال در یک مبدل دو لوله‌ای با جریان ناهمسو تبادل گرما می‌کنند. سطح مبدل $A = ۷m^۲$ و ضریب کلی انتقال حرارت $u = ۵۰۰ \frac{W}{m^۲.C}$ است. بار حرارتی مبدل چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $q \simeq ۵۱۰۰۰\,W$

۲) $q \simeq ۱۵۰۰۰\,W$

۳) $q \simeq ۷۰۰۰۰\,W$

۴) $q \simeq ۳۲۵۰۰\,W$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** بار حرارتی در مبدل (q) از رابطه مقابل بدست می‌آید: $q = UA\Delta T_{Lm}$

در مبدل با جریان ناهمسو، ΔT_{Lm} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_۲ - \Delta T_۱}{Ln(\frac{\Delta T_۲}{\Delta T_۱})} \ , \ \Delta T_۲ = T_{ho} - T_{ci}, \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{co}$$

بنابراین در این مسأله با جایگزین کردن مقادیر دماها، ΔT_{Lm} برابر است با:

$$\Delta T_۲ = T_{ho} - T_{ci} = ۵۰ - ۴۰ = ۱۰^\circ C \quad \text{و} \quad \Delta T_۱ = T_{hi} - T_{co} = ۱۰۰ - ۸۰ = ۲۰^\circ C$$

$$\Rightarrow \ \Delta T_{Lm} = \frac{۱۰ - ۲۰}{Ln(\frac{۱۰}{۲۰})} = \frac{-۱۰}{-۰/۶۹} = ۱۴/۴۳^\circ c$$

با جایگزینی این مقدار بدست آمده برای ΔT_{Lm} و مقادیر U و A که در صورت مسأله داده شده، در رابطه بار حرارتی خواهیم داشت:

$$q = UA\Delta T_{Lm} = ۵۰۰ \times ۷ \times ۱۴/۴۳ = ۵۰۵۰۵W \ \Rightarrow \ q \simeq ۵۱۰۰۰ W$$

مثال۴۰: در یک کندانسور که در یک سمت بخار اشباع به آب اشباع تبدیل می‌شود و دیدگاه NTU – Effectiveness کدام گزینه صحیح است؟

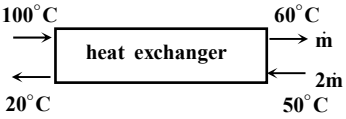
(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) بخار سیال حداقل است. ۲) همواره $\varepsilon = ۱/۰$ ۳) همواره $\varepsilon = ۰/۵$ ۴) بخار سیال حداکثر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** سیال حداکثر، سیالی است که کمترین اختلاف دما را تجربه می‌کند. بخار اشباع در حالت تغییر فاز است (بخار اشباع به آب اشباع تبدیل می‌شود. بنابراین دمای آن ثابت است، به عبارت دیگر تغییرات دمای آن صفر می‌باشد. در نتیجه بخار، سیال حداکثر می‌باشد.

مثال۴۱: دو سیال نفتی مشابه در یک مبدل حرارتی پوسته ـ لوله تبادل گرما می‌کنند. ضریب مؤثر بودن مبدل ε کدام گزینه است؟ (effectiveness = ε)

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) ۰/۷۵
۲) ۰/۵
۳) ۰/۱۲
۴) ۰/۶

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه ضریب تأثیر مبدل (ε) بصورت مقابل است: $\varepsilon = \frac{\Delta T(\text{سیال حداقل})}{\Delta T_{max}}$

همان طور که در پاسخ تست‌های گذشته نیز گفتیم، سیال حداقل سیالی است که بیشترین اختلاف دما را تجربه می‌کند:

$$\text{سیال سرد}: \Delta T = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰^\circ C \quad \text{و} \quad \text{سیال گرم}: \Delta T = ۱۰۰ - ۶۰ = ۴۰^\circ C$$

بنابراین سیال گرم، سیال حداقل می‌باشد. در نتیجه ضریب تأثیر مبدل برابر است با:

$$\varepsilon = \frac{۱۰۰ - ۶۰}{۱۰۰ - ۲۰} = \frac{۴۰}{۸۰} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

مثال۴۲: مبدل حرارتی پوسته و لوله‌ای را در نظر بگیرید که درون لوله‌ها آب جریان دارد. اگر تعداد لوله‌ها را ۲ برابر کنیم ولی سطح تبادل انتقال حرارت کل ثابت باشد، مقدار انتقال در مبدل چگونه خواهد بود؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) سرعت جریان در هر لوله نصف می‌شود ولی انتقال حرارت افزایش می‌یابد.
۲) سرعت جریان در هر لوله دو برابر می‌شود و انتقال حرارت ثابت می‌ماند.
۳) سرعت جریان در هر لوله نصف می‌شود و انتقال حرارت کاهش می‌یابد.
۴) سرعت جریان در هر لوله نصف می‌شود و انتقال حرارت ثابت می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

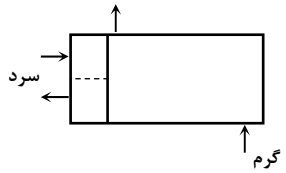
☑ **پاسخ: گزینه «۳»** دبی جرمی کل ثابت است. بنابراین اگر تعداد لوله‌ها را دو برابر کنیم، دبی جرمی در هر لوله و در نتیجه سرعت جریان در هر لوله نصف می‌شود:

$$\dot{M} = n.\dot{m} \Rightarrow \dot{M} = \text{ثابت} \Rightarrow n \to 2n : \dot{m} \to \frac{\dot{m}}{2},\ \dot{m} = \rho u A_c : \dot{m} \to \frac{\dot{m}}{2} \Rightarrow u \to \frac{u}{2}$$

در رابطه بالا $\dot{M}$ دبی جرمی کل، n تعداد لوله‌ها، $\dot{m}$ دبی جرمی هر لوله، u سرعت جریان داخل لوله‌ها و A_c مساحت مقطع هر لوله می‌باشد.
با کاهش سرعت سیال در داخل لوله، زمان بیشتری طول می‌کشد تا سیال داخل لوله از داخل مبدل عبور کند و لذا متوسط دمای سیال داخل لوله (سیال گرم) و سیال داخل پوسته (سیال سرد) کمتر می‌شود و لذا با کاهش ΔT، میزان انتقال حرارت نیز کاهش می‌یابد. علاوه بر این با کاهش سرعت سیال، ضریب جابجایی آن (h)، کاهش می‌یابد و این نیز دلیل دیگر برای کاهش نرخ انتقال حرارت از سیال داخل لوله به سیال داخل پوسته می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۳: کدام پروفایل دما در مورد یک مبدل پوسته و لوله‌ای (مطابق شکل روبه‌رو) صحیح می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)



(۱) (۲) (۳) (۴)

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** سیال سرد داخل لوله جریان دارد (که دو شاخه می‌باشد) و دمای آن افزایش می‌یابد. سیال گرم داخل پوسته جریان دارد و دمای آن رو به کاهش است. در نتیجه گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۴: کدام عامل موجب افزایش بیشتر میعان در یک چگالنده می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) کاهش ΔP سیالی که تغییر فاز ندارد.
۲) انتخاب آرایش ناهمسو برای حرکت دو سیال
۳) هر اقدامی که منتهی به کاهش ضخامت لایه مرزی در سیال با تغییر فاز شود.
۴)هر اقدامی که منتهی به کاهش ضخامت لایه مرزی در سیال بدون تغییر فاز شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** کاهش ضخامت لایه مرزی در سیال بدون تغییر فاز، باعث افزایش انتقال حرارت و در نتیجه افزایش میعان می‌گردد.

در سیال با تغییر فاز چون ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) بسیار بزرگ است، بنابراین مقاومت جابه‌جایی ($R = \frac{1}{hA}$) بسیار ناچیز می‌باشد و انتقال حرارت به خوبی انجام می‌شود. در نتیجه کاهش ضخامت لایه مرزی در سیال با تغییر فاز تغییر چندانی در میزان میعان سیال ایجاد نمی‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۵: مهم‌ترین دلیل افزودن تعداد پوسته در یک مبدل پوسته و لوله‌ای چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) کوچک بودن ضریب تصحیح LMTD
۲) افزایش مقدار حرارت انتقال یافته
۳) کاهش ΔP سیال لوله
۴) کمبود سطح انتقال حرارت

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** افزودن تعداد پوسته، سبب افزایش سطح انتقال حرارت و در نتیجه افزایش مقدار انتقال حرارت می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۶: آب با دمای $90^\circ C$ وارد یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای شده و با دمای $55^\circ C$ از آن بیرون می‌آید. این آب برای گرم کردن روغن از $25^\circ C$ به $50^\circ C$ به کار می‌رود. مقدار ε (ضریب تاثیر) برای این مبدل را به دست آورید: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

۱) $\frac{25}{35}$ ۲) $\frac{25}{65}$ ۳) $\frac{35}{65}$ ۴) $\frac{30}{40}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** ضریب تاثیر یک مبدل حرارتی (ε) بصورت نسبت اختلاف دمای سیال حداقل به حداکثر اختلاف دما در مبدل تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{(\text{سیال حداقل})}}{\Delta T_{max}}$$

سیال حداقل، سیالی است که اختلاف دمای بیشتری را تجربه می‌کند. در این مسأله داریم:

$$\Delta T_{\text{آب}} = 90 - 55 = 35^\circ C$$

$$\Delta T_{\text{روغن}} = 50 - 25 = 25^\circ C$$

بنابراین در این مسأله آب سیال حداقل می‌باشد. در نتیجه ضریب تاثیر این مبدل برابر است با:

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{\text{آب}}}{\Delta T_{max}} = \frac{90-55}{90-25} = \frac{35}{65}$$

مثال۴۷: در یک مبدل پوسته ـ لوله هوا با استفاده از بخار اشباع گرم می‌شود. کدام گزینه در مورد این مبدل صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) با افزایش دبی هوا ممکن است هوا سیال حداکثر باشد.

۲) هوا ابتدا سیال حداکثر بوده و با افزایش دبی سیال حداقل می‌شود.

۳) در هر صورت هوا سیال حداکثر است.

۴) در هر صورت بخار سیال حداکثر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** حرارت از بخار اشباع به هوا منتقل می‌شود، بنابراین مقداری از بخار اشباع به مایع اشباع تبدیل می‌شود. در نتیجه بخار اشباع در حالت تغییر فاز می‌باشد و دمای آن ثابت است. بنابراین بخار، سیال حداکثر است. (در مبدل حرارتی، سیال حداکثر، سیالی است که کمترین اختلاف دما را تجربه می‌کندو در اینجا تغییرات دمای بخار صفر است، در نتیجه بخار، سیال حداکثر می‌باشد). اگر دبی هوا افزایش یابد، مقدار انتقال حرارت از بخار به هوا افزایش می‌یابد و مقدار بیشتری از بخار اشباع به مایع اشباع تبدیل می‌شود. اگر دبی هوا به قدری زیاد شود که همه بخار اشباع به مایع تبدیل شده و در اثر انتقال حرارت به هوا، دمای مایع از مایع اشباع هم پایین‌تر بیاید (یعنی دیگر اختلاف دما در لوله حاوی بخار اشباع صفر نباشد) باز هم تغییرات دمای آن کمتر از تغییرات دمای هواست. در نتیجه در هر صورت، بخار سیال حداکثر است.

توضیح: اگر بخار اشباع به مایع سرد (مایعی که دمای آن کمتر از دمای مایع اشباع می‌باشد) تبدیل شود، بخش زیادی از حرارت خارج شده از بخار صرف تغییر فاز از حالت بخار به مایع اشباع می‌شود (و در این حالت درجه حرارت ثابت است) و فقط قسمتی از حرارت خارج شده از آن صرف کاهش دمای مایع اشباع می‌شود، در حالیکه تمام حرارت منتقل شده از بخار اشباع به هوا صرف افزایش دمای هوا می‌شود. (بعلاوه ظرفیت حرارتی مایع از هوا بیشتر است) در نتیجه تغییرات دمای هوا (حتی در صورتی که دبی هوا آنقدر زیاد شود تا بخار اشباع به مایع سرد تبدیل شود) بیشتر است، بنابراین هوا، سیال حداقل و بخار، سیال حداکثر می‌باشد.

مثال۴۸: در روش LMTD طراحی مبدل، ضریب تصحیح F است. کدام گزینه در خصوص F صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) F همواره کمتر از یک است. ۲) در کندانسور $F > 1$ است. ۳) در کندانسور $F < 1$ است. ۴) بستگی به LMTD دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** مقدار ضریب تصحیح (F) برای جریان‌های متقاطع و چند مسیره، کمتر از یک و برای جریان مخالف برابر یک است. همچنین در حالتی که یکی از سیالات داخل مبدل، تغییر فاز دهد (حالت تبخیر و یا چگالش)، رفتار مبدل مستقل از آرایش جریان است و ضریب تصحیح برابر یک خواهد بود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل دهم

۱ـ در مبدل‌های پوسته ـ لوله‌ای افزایش تعداد بافل‌ها باعث ..... ضریب انتقال حرارت و ..... افت فشار سیال داخل پوسته می‌شود.

۱) کاهش، کاهش ۲) کاهش، افزایش ۳) افزایش، کاهش ۴) افزایش، افزایش

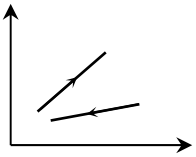
۲ـ دمای ورودی و خروجی آب خنک کننده در یک مبدل حرارتی به ترتیب $10^\circ C$ و $50^\circ C$ می‌باشد. اگر دمای خروجی آب گرم کننده $60^\circ C$ باشد، دمای ورودی آب گرم کننده چقدر است؟ (دبی آب سرد و گرم یکسان است.)

۱) $70^\circ C$ ۲) $80^\circ C$ ۳) $90^\circ C$ ۴) $100^\circ C$

۳ـ در یک مبدل حرارتی، سیال گرم در دمای $130^\circ C$ در حال میعان و سیال سرد در دمای $94^\circ C$ در حال جوشش می‌باشد، اختلاف دمای متوسط لگاریتمی در این مبدل چقدر است؟

۱) $110^\circ C$ ۲) $36^\circ C$ ۳) $94^\circ C$ ۴) $130^\circ C$

۴ـ در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای نمودار تغییرات دما در لوله به صورت شکل مقابل است. این مبدل از چه نوع می‌باشد؟

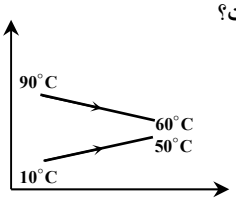


۱) جریان موازی
۲) چگالنده
۳) تبخیر کننده
۴) غیر ممکن

۵ـ در یک مبدل حرارتی اختلاف دمای متوسط لگاریتمی $30^\circ c$ است. سطح مبدل $21\ m^2$ و ضریب انتقال حرارت کلی آن $600\frac{w}{m^{2\circ}c}$ می‌باشد. افزایش دما برای عبور آب با شدت $2\frac{kg}{s}$ چقدر است؟ ($C_p = 4200\frac{J}{kg^\circ c}$)

۱) $25^\circ C$ ۲) $35^\circ C$ ۳) $45^\circ C$ ۴) $55^\circ C$

۶ـ در یک مبدل حرارتی نمودار دما به صورت شکل مقابل است. اختلاف دمای متوسط لگاریتمی در این مبدل چقدر است؟



۱) ۲۲/۴
۲) ۳۳/۷
۳) ۶۲/۵
۴) ۶۸/۲

۷ـ رسوب گرفتگی در مبدل‌های حرارتی چه تأثیری در میزان انتقال حرارت دارد؟

۱) افزایش ۲) کاهش ۳) تأثیری ندارد ۴) بستگی به نوع مبدل دارد

۸ـ در یک مبدل حرارتی اگر ضریب جابه‌جایی سیال گرم برابر با $40\frac{w}{m^{2\circ}c}$ بوده و سیال سرد در حال جوشش باشد، ضریب انتقال حرارت کلی (U) در صورتی که مقاومت جداره لوله‌ها قابل صرفنظر باشد چقدر است؟

۱) $\frac{1}{40}$ ۲) $\frac{1}{20}$ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

۹ـ در یک مبدل حرارتی دمای ورودی و خروجی سیال سرد به ترتیب $20^\circ c$ و $60^\circ c$ و دمای ورودی و خروجی سیال گرم به ترتیب $140^\circ c$ و $80^\circ c$ می‌باشد. بازده این مبدل حرارتی چقدر است؟

۱) ۳۰٪ ۲) ۴۰٪ ۳) ۵۰٪ ۴) ۸۰٪

۱۰ـ در یک مبدل حرارتی، سیال گرم آب در حال جوش و سیال سرد آب معمولی در دمای $20^\circ c$ است. مؤثرترین روش برای افزایش انتقال حرارت کدام است؟

۱) کاهش ضخامت دیواره لوله‌ها به نصف
۲) افزایش ضریب هدایت دیواره لوله ها به دو برابر
۳) افزایش ضریب جابه‌جایی آب در حال جوش به دو برابر
۴) افزایش ضریب جابه‌جایی آب معمولی به دو برابر

www.modaresanesharif.ac.ir

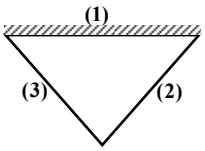
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل یازدهم

«تشعشع»

مثال۱: مقطع یک کوره مثلثی، متساوی‌الاضلاع است. یک سطح کوره عایق دار و دمای سطوح دیگر به ترتیب ۵۵۰k و ۲۸۰k می‌باشد. دمای سطح عایق دار چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) ۳۷۰k ۲) ۴۰۰k ۳) ۴۷۰k ۴) ۵۷۰k



☑ **پاسخ: گزینه «۳»** سطح (۱) عایق است و دمای سطوح (۲) و (۳) به ترتیب $۲۸۰k\ ,\ ۵۵۰k$ می‌باشد. موازنه انرژی را برای سطح (۱) می‌نویسیم: $q_۱ = q_{۱۲} + q_{۱۳}$

چون سطح (۱) عایق است بنابراین $q_۱ = ۰$ می‌باشد، در نتیجه از رابطه بالا داریم:

$$q_۱ = ۰ \Rightarrow q_{۱۲} + q_{۱۳} = ۰ \Rightarrow A_۱F_{۱۲}\,\varepsilon\sigma(T_۱^۴ - T_۲^۴) + A_۱F_{۱۳}\varepsilon\sigma(T_۱^۴ - T_۳^۴) = ۰ \Rightarrow F_{۱۲}(T_۱^۴ - T_۲^۴) + F_{۱۳}(T_۱^۴ - T_۳^۴) = ۰$$

از رابطه ضریب شکل برای سطح (۱) داریم: $F_{۱۱} + F_{۱۲} + F_{۱۳} = ۱\ ,\ F_{۱۱} = ۰ \Rightarrow F_{۱۲} + F_{۱۳} = ۱$

مثلث متساوی الاضلاع است لذا ضریب شکل سطح (۱) نسبت به سطوح (۲) و (۳) برابر است، بنابراین: $F_{۱۲} = F_{۱۳}\ ,F_{۱۲} + F_{۱۳} = ۱ \Rightarrow F_{۱۲} = F_{۱۳} = \frac{۱}{۲}$

اگر این مقادیر را در رابطه موازنه انرژی قرار دهیم، نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{۱}{۲}(T_۱^۴ - T_۲^۴) + \frac{۱}{۲}(T_۱^۴ - T_۳^۴) = ۰ \Rightarrow T_۱^۴ = \frac{۱}{۲}(T_۲^۴ + T_۳^۴) = \frac{۱}{۲}(۵۵۰^۴ + ۲۸۰^۴) \Rightarrow T_۱ = ۴۷۰k$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: اگر جسم جامدی را بتدریج گرم کنیم رنگ جسم به کدام ترتیب تغییر می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۵)

۱) سفید ـ سبز ـ آبی ـ قرمز ۲) سفید ـ قرمز ـ آبی ـ سبز ۳) قرمز ـ سفید ـ آبی ـ سبز ۴) قرمز ـ سبز ـ آبی ـ سفید

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** طبق قانون جابه‌جایی وین هر چه دمای جسم بالاتر می‌رود، بیشترین تابش در طول موج‌های کوتاه‌تر انجام می‌شود. بنابراین هر چه جسم گرم‌تر می‌شود، طول موج تابش آن کوتاه‌تر می‌شود. در ناحیه نور مرئی داریم: $\lambda_{\text{سبز}} > \lambda_{\text{آبی}} > \lambda_{\text{سفید}} > \lambda$ ، بنابراین با گرم شدن جسم رنگ آن به ترتیب قرمز، سبز، آبی، سفید تغییر می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: شیشهٔ یک پنجره با ضریب جذب $\alpha = ۰/۵$ قابلیت جذب گرما در همهٔ طول موجها را داراست. شارگرمایی ورودی به شیشه $\frac{۸۰۰W}{m^۲}$ است. دمای محیط در دو طرف شیشه برابر $T_i = ۲۵^\circ C$ و $T_o = ۲۰^\circ C$ است اگر $h_i = \frac{۱۰W}{m^۲{}^\circ c}$ و $h_\circ = \frac{۱۵W}{m^۲{}^\circ C}$ باشد، دمای شیشه چند درجه سانتیگراد خواهد بود؟ (از تابش شیشه صرفنظر می‌شود) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)

۱) ۴۰ ۲) ۳۸ ۳) ۳۶ ۴) ۲۸

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** حرارت ورودی به شیشه از طریق تشعشع، برابر است با حرارت خارج شده از دو طرف آن به طریق جابه‌جایی، بنابراین:

$$\alpha q'' = h_i(T - T_i) + h_o(T - T_o) \Rightarrow (۰/۵)(۸۰۰) = ۱۰(T - ۲۵) + ۱۵(T - ۲۰) \Rightarrow T = ۳۸^\circ c$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴: یک جسم با درجهٔ حرارت ۳۰۰K داخل محفظه‌ای که درجهٔ حرارت سطح داخلی آن ۳۲۰K است، به وسیلهٔ نخی آویران است. با صرفنظر کردن از انتقال حرارت از طریق تشعشع، برای آنکه انتقال حرارت را از جسم به دیواره‌های محفظه به حداقل برسانیم باید فاصلهٔ بین جسم و دیواره‌ها را..... (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۶)

۱) با پشم شیشه پر کنیم. ۲) با هوا پر کنیم. ۳) با هوای ۳۱۰K پر کنیم. ۴) به طور کامل خلا کنیم.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در صورت مسأله قید شده که از انتقال حرارت تشعشعی صرفنظر شود. پس باید کاری کنیم که انتقال حرارت از طریق هدایت و جابه‌جایی کاهش یابد. برای انتقال حرارت از طریق هدایت و جابه‌جایی به محیط مادی نیاز است. بنابراین اگر فاصله بین جسم و دیواره را به طور کامل خلاء کنیم، انتقال حرارت از طریق هدایت و جابه‌جایی نیز نخواهیم داشت.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵: اگر دو جسم سیاه با درجه حرارت‌های یکسان در برابر هم قرار داشته باشند، (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

۱) مقدار انرژی تشعشعی تبادل شده بین دو جسم به بزرگی هر جسم بستگی دارد.

۲) دو جسم انرژی تشعشعی به یکدیگر ندارند.

۳) مقدار انرژی تشعشعی تبادل شده بین دو جسم یکسان می‌باشد.

۴) مقدار انرژی تشعشعی تبادل شده بین دو جسم یکسان نخواهد بود.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** نرخ خالص انتقال حرارت تشعشعی بین دو جسم سیاه با دماهای T_1 و T_2 برابر است با: $q_{1-2} = A_1F_{12}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$

بنابراین اگر $T_1 = T_2$ باشد، آنگاه: $q_{1-2} = 0$.

مثال۶: اگر دمای دیواری $1000R$ و ضریب انتشار آن ۰/۹ باشد، شار حرارتی تشعشعی از دیوار چند $BTU/hrft^2$ است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۶)

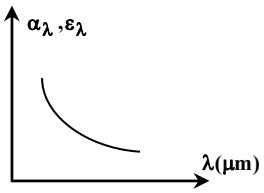
(σ = ضریب استفان بولتزمن $\simeq 0/2\times10^{-8}\ BTU/hrft^2{}^\circ R^4$)

۱) $1600 BTu/hrft^2$ ۲) $1800 BTu/hrft^2$ ۳) $2000 BTu/hrft^2$ ۴) $2200 BTu/hrft^2$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** شار حرارتی تشعشعی از دیواره (q'') برابر است با: $q'' = \varepsilon\sigma T^4 = 0/9\times(0/2\times10^{-8})\times1000^4 = 1800\ \ Btu/hrft^2$

مثال۷: ضرایب صدور و جذب طیفی سطحی دیفیوز مطابق شکل روبرو با طول موج تغییر می‌کنند. کدام جمله صحیح‌تر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



۱) با کاهش دمای سطح، ضریب جذب کلی افزایش پیدا می‌کند.

۲) با افزایش دمای سطح، ضریب جذب کلی افزایش پیدا می‌کند.

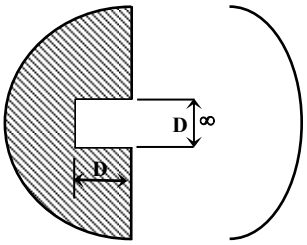
۳) با کاهش دمای سطح، ضریب صدور کلی افزایش پیدا می‌کند.

۴) با افزایش دمای سطح، ضریب صدور کلی افزایش پیدا می‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، ضریب صدور (ε_λ) با افزایش طول موج (λ)، کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب صدور با طول موج رابطه عکس دارد. همچنین طبق تابع توزیع پلانک، طول موج تابش با دمای سطح رابطه عکس دارد، بنابراین ضریب صدور با دمای سطح رابطه مستقیم دارد.

نکته: ضریب صدور به دمای خود جسم بستگی دارد در حالی که ضریب جذب به دمای منبعی که انرژی تشعشعی را به جسم می‌تاباند وابسته است.

مثال۸: حفره‌ای استوانه‌ای شکل، با قطر و ارتفاع مساوی در جسمی تعبیه شده است. جسم در محیط (∞) قرار گرفته است، ضریب دید حفره به محیط، $F_{2\infty}$ چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۷)



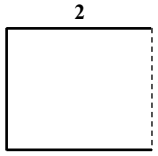
۱) ۰/۲

۲) ۰/۲۵

۳) ۰/۵

۴) ۱

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ضریب دید حفره به محیط، همان ضریب دید حفره به دهانه استوانه است. حفره را سطح (۲) و دهانه را سطح (۱) در نظر می‌گیریم. اگر رابطه ضریب شکل را برای سطح (۱) بنویسیم، داریم: $F_{11} + F_{12} = 1\ ,\ F_{11} = 0 \Rightarrow F_{12} = 1$



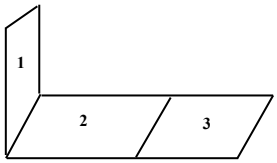
در نتیجه با نوشتن رابطه تقابل بین سطوح (۱) و (۲) خواهیم داشت: $A_1F_{12} = A_2F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12}$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4}\ \text{و}\ A_2 = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D(D) = \frac{5\pi D^2}{4} \Rightarrow F_{21} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{5\pi D^2}{4}} = 0/2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹: اگر فاکتور دید صفحات عمود بر هم مطابق شکل معلوم باشد، $F_{۱-۳}$ برابر است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)



۱) $F_{۱-۲} - F_{۲-۳} + F_{۱-۲,۳}$

۲) $F_{۱-۲} + F_{۲-۳} + F_{۱-۲,۳}$

۳) $F_{۱-۲,۳} - F_{۱,۲}$

۴) $F_{۱-۲,۳} + F_{۱,۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»**

$$F_{۱-۲,۳} = F_{۱-۲} + F_{۱-۳} \Rightarrow F_{۱-۳} = F_{۱-۲,۳} - F_{۱-۲}$$

مثال۱۰: در یک کوره، نفت خام در لوله فولادی حرارت داده می‌شود و دمای متوسط سطح خارجی لوله‌ها ثابت می‌ماند. بهترین متد برای بالا بردن انتقال حرارت بوسیله تشعشع کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) بالا بردن هوای اضافی

۲) بالا بردن ضریب گسیل لوله‌ها

۳) بالا بردن ضریب انعکاس دیواره‌های عایق

۴) کم کردن ضریب جذب دیواره‌های عایق

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با افزایش ضریب گسیل(ε)، ضریب جذب لوله‌ها (α) نیز افزایش می‌یابد و لوله‌ها انرژی تابشی بیشتری را جذب می‌کنند.

مثال۱۱: هرچه درجه حرارت یک جسم داغ بیشتر باشد، طول موجی که ماکزیمم انرژی تابشی از آن ساطع می‌گردد: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۷)

۱) بزرگتر می‌شود. ۲) به شرایط بستگی دارد. ۳) ثابت می‌ماند. ۴) کوتاه‌تر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه بین دمای جسم (T) و طول موجی که ماکزیمم انرژی تابشی از آن ساطع می‌شود (λ_{max}) با استفاده از قانون جابه‌جایی وین بصورت روبرو است: $\lambda_{max} T = \text{ثابت}$

طبق قانون جابه‌جایی وین (رابطه بالا) دمای جسم با طول موج ماکزیمم تابش رابطه عکس دارد، بنابراین با افزایش دمای جسم، طول موج ماکزیمم تابش کوتاه‌تر می‌شود.

مثال۱۲: سطح کوچک و گرمی با دمای $T_s = ۴۰۰k$ و ضریب صدور $\varepsilon_s = ۰/۸$ گرما را از طریق تابش به محیطی با $T_\infty = ۳۷۳K$ می‌دهد. اگر فرایند انتقال تابش با ضریب ظاهری h_r مشخص شود، مقدار تقریبی آن را به دست آورید. $[\sigma = ۵/۶۷\times۱۰^{-۸}\ w/(m^۲.k^۴)]$ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)

۱) ۰/۸ ۲) ۴/۵۴ ۳) ۱۰/۴۹ ۴) ۱۱/۶۱

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** منظور سؤال این است که اگر بخواهیم شار گرمایی را بصورت $q'' = h_r \Delta T$ نشان دهیم، مقدار h_r چقدر است.

$$q'' = \sigma\varepsilon(T_s^۴ - T_\infty^۴) = h_r(T_s - T_\infty) \Rightarrow h_r = \frac{\sigma\varepsilon(T_s^۴ - T_\infty^۴)}{T_s - T_\infty} \Rightarrow h_r = \frac{۵/۶۷\times۱۰^{-۸}\times۰/۸\times(۴۰۰^۴ - ۳۷۳^۴)}{۴۰۰-۳۷۳} \Rightarrow h_r = ۱۰/۴۹\ \frac{W}{m.^\circ K}$$

مثال۱۳: جسم سیاهی به دمای T در فضای اطراف تابش می‌کند. طول موجی که به ازای آن بیشینه (ماکزیمم) توان تابشی طیفی بدست می‌آید یک میکرون است، دمای جسم تقریباً چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۸)

۱) ۲۹۰ درجه سانتیگراد ۲) ۲۹۰ کلوین ۳) ۲۹۰۰ کلوین ۴) ۲۹۰۰ درجه سانتیگراد

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** از قانون جابه‌جایی وین که ارتباط بین طول موج ماکزیمم (λ_{max}) و دمای جسم سیاه (T) را بیان می‌کند، داریم:

$$\lambda_{max}.T = ۲۸۹۷/۸ \mu m.K \Rightarrow T = \frac{۲۸۹۷/۸}{\lambda_{max}} = \frac{۲۸۹۷/۸}{۱} = ۲۸۹۷/۸\ K$$

مثال۱۴: در مرحله طراحی یک کوره صنعتی، انتقال حرارت تابشی به کدامیک از طرق زیر قابل افزایش است: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) کم کردن دبی‌سیال سرد در لوله

۲) افزایش ضریب نشر آجرهای نسوز

۳) افزایش ضریب انعکاس آجرهای نسوز

۴) افزایش ضریب نشر لوله‌های حامل سیال سرد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با افزایش ضریب نشر، ضریب جذب لوله‌ها نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه لوله‌ها انرژی تابشی بیشتری را جذب می‌کنند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۵: یک جسم سیاه و یک جسم خاکستری (با ضریب تشعشع و جذب $^{\circ}/۷$) با ابعاد و شرایط یکسان از نظر محیطی قرار دارند. اگر تابش روی این سطوح از یک منبع تشعشعی $۱۰۰۰\frac{W}{m^۲}$ باشد، درجه حرارت تعادل کدامیک بیشتر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)

۱) جسم خاکستری دارای درجه حرارت تعادل بالاتری است.

۲) جسم سیاه دارای درجه حرارت تعادل بالاتری است.

۳) دو جسم دارای درجه حرارت تعادل مساویند.

۴) برای اینکه بدانیم کدامیک درجه حرارت تعادل بیشتری دارند احتیاج به اطلاعات تکمیلی است.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** موازنه انرژی برای این دو جسم بصورت زیر است:

تغییر انرژی درونی = انرژی خروجی – انرژی ورودی

در حالت تعادل، تغییر انرژی درونی صفر می‌باشد، بنابراین تساوی بالا بصورت زیر در می‌آید:

انرژی خروجی = انرژی ورودی $\Rightarrow$ ۰ = انرژی خروجی – انرژی ورودی

انرژی خروجی و $\varepsilon\sigma T^۴ \Rightarrow \alpha q'' = \varepsilon\sigma T^۴$ = انرژی ورودی $\alpha q''$

اگر دمای تعادل جسم خاکستری را $T_۱$ بنامیم، با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\text{جسم خاکستری}: \alpha q'' = \varepsilon\sigma T_۱^۴ \text{ و } \alpha = \varepsilon = ۰/۷ \text{ و } q'' = ۱۰۰۰\frac{W}{m^۲} \Rightarrow ۰/۷\times۱۰۰۰ = ۰/۷\times\sigma T_۱^۴ \Rightarrow \sigma T_۱^۴ \Rightarrow ۱۰۰۰ \qquad (I)$$

همچنین اگر دمای تعادل جسم سیاه را $T_۲$ بنامیم با توجه به اینکه در جسم سیاه $\alpha = \varepsilon = ۱$ می‌باشد، داریم:

$$\text{جسم سیاه}: q'' = \sigma T_۲^۴ \ , \ q'' = ۱۰۰۰\frac{w}{m^۲} \Rightarrow \sigma T_۲^۴ = ۱۰۰۰ \qquad (II)$$

از دو رابطه (I) و (II) نتیجه می‌گیریم: $\sigma T_۱^۴ = \sigma T_۲^۴ \Rightarrow T_۱ = T_۲$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۶: سه مکعب به اضلاع a و $a\sqrt{۲}$ و $a\sqrt{۳}$ در داخل یکدیگر قرار دارند. سطح خارجی مکعب بیرونی عایق شده است. چنانچه ضریب صدور مکعب داخلی و بیرونی $\varepsilon = ۰/۵$ و ضریب صدور مکعب میانی $\varepsilon = ۱/۰$ باشد و دمای مکعب‌های داخلی و خارجی به ترتیب $T_۱$ و $T_۳ = ۲T_۱$ باشد حرارت مبادله شده بین مکعب‌های داخلی و خارجی برابر کدام مقدار است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۷۹)

۱) $\frac{۵۴۰}{۱۱}\sigma a^۲ T_۱^۴$ ۲) $\frac{۵۴۰}{۱۷}\sigma a^۲ T_۱^۴$ ۳) $\frac{۲۷۰}{۷}\sigma a^۲ T_۱^۴$ ۴) $\frac{۲۷۰}{۱۳}\sigma a^۲ T_۱^۴$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** حرارت مبادله شده بین مکعب داخلی و خارجی برابر است با:

$$q = \frac{E_{b۳} - E_{b۱}}{\frac{۱-\varepsilon_۱}{\varepsilon_۱ A_۱} + \frac{۱}{A_۱ F_{۱۲}} + \frac{۱-\varepsilon_۲}{\varepsilon_۲ A_۲} + \frac{۱}{A_۲ F_{۲۳}} + \frac{۱-\varepsilon_۳}{\varepsilon_۳ A_۳}}$$

$$\varepsilon_۱ = \varepsilon_۳ = ۰/۵ \ , \ \varepsilon_۲ = ۱ \ , \ F_{۱۲} = F_{۲۳} = ۱ \ , \ E_b = \sigma T^۴ \ , \ T_۳ = ۲T_۱$$

$$A_۱ = ۶a^۲ \ , \ A_۲ = ۶(a\sqrt{۲})^۲ = ۱۲a^۲ \ , \ A_۳ = ۶(a\sqrt{۳})^۲ = ۱۸a^۲$$

با جایگزین کردن مقادیر بالا در رابطه q داریم:

$$\Rightarrow \ q = \frac{\sigma[(۲T_۱)^۴ - T_۱^۴]}{\frac{۱-۰/۵}{(۰/۵)(۶a^۲)} + \frac{۱}{۶a^۲} + \frac{۱-۱}{(۱)(۱۲a^۲)} + \frac{۱}{۱۲a^۲} + \frac{۱-۰/۵}{(۰/۵)(۱۸a^۲)}} = \frac{۵۴۰}{۱۷}\sigma a^۲ T_۱^۴$$

نکته: $\varepsilon_۲ = ۱ \Leftarrow \frac{۱-\varepsilon_۲}{\varepsilon_۲ A_۲} = ۰$. به عبارت دیگر مقاومت سطحی مکعب دوم صفر است.

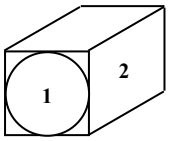
◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۷: کره‌ای در داخل مکعبی محاط شده است. اگر کره جسم (۱) و مکعب جسم (۲) باشد، مقدار F_{21}, F_{12} به ترتیب با کدام گزینه برابرند؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)



۱) $F_{21}=\frac{A_1}{A_2}, F_{12}=1$

۲) $F_{21}=1, F_{12}=\frac{A_1}{A_2}$

۳) $F_{12}=0, F_{21}=1$

۴) $F_{12}=(1-\frac{A_1}{A_2}), F_{21}=1$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با نوشتن رابطه ضریب شکل برای سطح کره داریم:

$$F_{11}+F_{12}=1, F_{11}=0 \Rightarrow F_{12}=1$$

همچنین با استفاده از رابطه تقابل بین سطح کره و مکعب داریم:

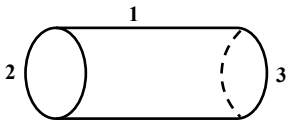
$$A_1F_{12}=A_2F_{21} \Rightarrow F_{21}=\frac{A_1}{A_2}F_{12}=\frac{A_1}{A_2}$$

مثال ۱۸: ضریب شکل تشعشعی (Radiation shape factor) سطح جانبی استوانه نسبت به خودش در صورتی که ضریب شکل سطح جانبی نسبت به هر قاعده ۰/۲ باشد، کدامیک از مقادیر زیر است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۹)

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر سطح جانبی استوانه را سطح (۱) و قاعده‌ها را (۲) و (۳) بنامیم و رابطه ضریب شکل را برای سطح جانبی استوانه (سطح (۱)) بنویسیم، خواهیم داشت:



$$F_{11}+F_{12}+F_{13}=1 \quad , \quad F_{12}=F_{13}=0/2$$
$$\Rightarrow F_{11}+0/2+0/2=1 \Rightarrow F_{11}=0/6$$

مثال ۱۹: یک صفحه جمع کننده انرژی ۸۰ درصد از $900\frac{W}{m^2}$ انرژی خورشید را دریافت می‌نماید و به طریق جابه‌جایی با ضریب جابه‌جایی $20\frac{W}{m^2}$ انرژی از دست می‌دهد. دمای صفحه جمع کننده برابر $20^\circ C$ می‌باشد. بازده جمع‌آوری انرژی برای این جمع کننده کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) ۳۵/۷ ۲) ۴۴/۴ ۳) ۵۵/۶ ۴) ۹۹/۹

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** بازده جمع‌آوری انرژی به صورت نسبت انرژی ذخیره شده به انرژی جذب شده توسط صفحه تعریف می‌شود، بنابراین:

$$\text{بازده جمع آوری انرژی} = \frac{\text{انرژی ذخیره شده}}{\text{انرژی جذب شده}} = \frac{\text{انرژی خارج شده} - \text{انرژی جذب شده}}{\text{انرژی جذب شده}}$$

$$\text{شار حرارتی جذب شده} = \alpha q'' = 0/8 \times 900 = 720\frac{w}{m^2}$$

$$\text{شار حرارتی خارج شده (به طریق جابه‌جایی)} = h\Delta T = 20 \times 20 = 400\frac{w}{m^2} \Rightarrow \text{بازده} = \frac{720-400}{720} = \frac{320}{720} = 0/444$$

توضیح: دمای محیط در صورت سؤال قید نشده بنابراین $20^\circ c$ را بعنوان اختلاف دمای جسم با محیط در نظر گرفتیم.

مثال ۲۰: در طراحی دودکش، قطر براساس ..... و ارتفاع براساس ..... می‌باشد.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) مجموع افت فشارها، مکش
۲) دبی گازهای حاصل از احتراق، نوع کوره
۳) اصطکاک جداره، نیاز اتاق احتراق
۴) سرعت مجاز خروج دود، نیاز به جبران افت فشارها

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در طراحی دودکش، قطر بر اساس سرعت مجاز خروج دود و ارتفاع بر اساس نیاز به جبران افت فشارها طراحی می‌شود.

مثال ۲۱: اگر دمای جسمی را دو برابر کنیم، طول موجی که مربوط به ماکزیمم مقدار انرژی تابشی می‌شود (λ_{max}) چگونه تغییر می‌کند؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) افزایش می‌یابد. ۲) کمتر می‌شود. ۳) ثابت می‌ماند. ۴) دو تا چهار برابر می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** طبق قانون جابه‌جایی وین داریم: $\lambda_{max}.T = C \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{C}{T}$

همان طور که از رابطه بالا ملاحظه می‌شود، حاصلضرب دمای جسم در طول موجی که ماکزیمم تابش اتفاق می‌افتد ثابت است. بنابراین طول موج ماکزیمم تابش با دمای جسم رابطه عکس دارد. در نتیجه اگر دمای جسم را دو برابر کنیم، طول موج ماکزیمم تابش، کم می‌شود.

مثال۲۲: دو صفحه بزرگ و سیاه در دماهای متفاوت اما ثابت، با یکدیگر تبادل انتقال حرارت تابشی دارند. یک سپر تابشی سیاه در وسط دو صفحه قرار می‌دهیم، چه تغییری در تبادل تابش گرمائی ایجاد می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) نصف می‌شود. ۲) افزایش می‌یابد. ۳) بسیار کاهش می‌یابد. ۴) چندان تغییر نمی‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر بین دو صفحه سیاه، n سپر سیاه قرار دهیم نسبت انتقال حرارت تابشی در حالت با سپر به حالت بدون سپر برابر $\frac{۱}{n+۱}$ خواهد بود. به عبارت دیگر: $q_{\text{باسپر}} = \frac{۱}{n+۱} q_{\text{بدون سپر}}$

در این مسأله تعداد سپرها، یک می‌باشد، بنابراین: $n = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{n+۱} = \frac{۱}{۱+۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow q_{\text{باسپر}} = \frac{۱}{۲} q_{\text{بدون سپر}}$

مثال۲۳: ضریب شکل تابشی $F_{۲۲}$ (ضریب وضعی) در مورد دو کره کوچک و بزرگ متداخل (هم مرکز) مطابق شکل چقدر است؟

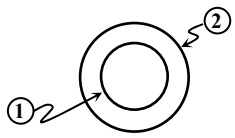
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) صفر

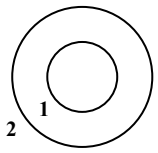
۲) یک

۳) $(\frac{A_۱}{A_۲})$

۴) $(۱-\frac{A_۱}{A_۲})$



☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه ضریب شکل را برای کره داخلی (سطح (۱)) می‌نویسیم:



$$F_{۱۱} + F_{۱۲} = ۱ , F_{۱۱} = ۰ \Rightarrow F_{۱۲} = ۱$$

با نوشتن رابطه تقابل بین سطوح (۱) و (۲) خواهیم داشت: $A_۱F_{۱۲} = A_۲F_{۲۱} \Rightarrow F_{۲۱} = \frac{A_۱}{A_۲}F_{۱۲} = \frac{A_۱}{A_۲} \times ۱ \Rightarrow F_{۲۱} = \frac{A_۱}{A_۲}$

اکنون رابطه ضریب شکل را برای سطح (۲) (کره بزرگتر) می‌نویسیم: $F_{۲۱} + F_{۲۲} = ۱ \Rightarrow F_{۲۲} = ۱ - F_{۲۱} = ۱ - \frac{A_۱}{A_۲}$

نکته: اگر کره داخلی بسیار کوچک و کره خارجی بسیار بزرگ باشد آنگاه داریم:

$$F_{۲۲} = ۱ - \frac{A_۱}{A_۲}, A_۱ << A_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} \to ۰ \Rightarrow F_{۲۲} \to ۱$$

مثال۲۴: اندازه مکش طبیعی در دودکش (ΔP)، چه رابطه‌ای با بلندی آن (H) ودمای گاز دودکش (T) دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) ΔP متناسب با T, H ۲) ΔP متناسب با $T, \frac{۱}{H}$ ۳) ΔP متناسب با $\frac{۱}{T}, H$ ۴) ΔP متناسب با $\frac{۱}{T}, \frac{۱}{H}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** مکش طبیعی در دودکش (ΔP) با بلندی آن (H) و دمای گاز دودکش(T) متناسب است.

مثال۲۵: برای تبادل حرارتی بین دو ناحیه A, B وجود ماده در فاصله میان آنها در انتقال حرارت به روش ..... ضروری نمی‌باشد.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

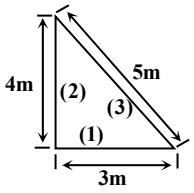
۱) تابش ۲) هدایت ۳) جابه‌جایی ۴) همه موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** انتقال حرارت تابشی نیازمند محیط مادی نیست و در خلأ نیز قابل انتقال می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۲۶: یک مخزن با مقطع مثلثی (مطابق شکل) از سه سطح افشاننده (Diffuser) با طول نامحدود (در عمق صفحه) تشکیل شده است. ضریب دید صفحات ۲ و۳ نسبت به ۱ ($F_{۳۱}, F_{۲۱}$) به ترتیب کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

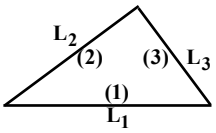


۱) $\frac{۴}{۵}, \frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}, \frac{۱}{۵}$

۳) $\frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}, \frac{۱}{۴}$

☑ **پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** $F_{۲۱}$ و $F_{۲۳}$ از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$F_{۲۱} = \frac{۴+۳-۵}{۲\times ۴} = \frac{۱}{۴}\ ,\ F_{۳۱} = \frac{۵+۳-۴}{۲\times ۵} = \frac{۲}{۵}$$



نکته: در یک محفظه با مقطع مثلثی مطابق شکل مقابل داریم:

$$F_{۱۲} = \frac{L_۱ + L_۲ - L_۳}{۲\times L_۱}\ ,\quad F_{۱۳} = \frac{L_۱ + L_۳ - L_۲}{۲\times L_۱}$$

مثال۲۷: اگر نسبت قدرت طبیعی صدور انرژی از یک جسم به شدت تشعشع طیفی از آن در هر جهت ثابت باشد جسم ..... گفته می‌شود.

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۰)

۱) دیفیوز ۲) سیاه ۳) کدر ۴) شفاف

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** جسم دیفیوز جسمی است که شدت تشعشع طیفی از آن در تمام جهات یکسان می‌باشد. (ثابت $= \varepsilon_\theta$).

مثال۲۸: کدام‌یک از عوامل زیر در ازدیاد انتقال حرارت به صورت تشعشع حائز اهمیت بیشتری است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) Tها زیاد باشد. ۲) ΔT زیاد باشد.

۳) ΔT کم باشد. ۴) هیچ‌کدام به تنهائی نمی‌تواند مؤثر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** نرخ خالص انتقال حرارت تشعشعی بین دو سطح برابر است با:

$$q_{۱۲} = A_۱ F_{۱۲} \varepsilon \sigma \left[T_۱^۴ - T_۲^۴ \right]$$

بنابراین با توجه به رابطه بالا، هر چه اختلاف توان چهارم دمای دو سطح $(T_۱^۴ - T_۲^۴)$ بیشتر باشد، نرخ انتقال حرارت تشعشعی $(q_{۱۲})$ بیشتر خواهد بود. هر چه دمای دو سطح $(T_۱, T_۲)$ و اختلاف دمای دو سطح $(\Delta T = T_۱ - T_۲)$ بزرگتر باشد، عبارت $(T_۱^۴ - T_۲^۴)$ بزرگتر است. بنابراین هم زیاد بودن دماها و هم زیاد بودن ΔT در ازدیاد انتقال حرارت به صورت تشعشعی موثر است. اما اگر بخواهیم بین این دو عامل یکی را انتخاب کنیم، زیاد بودن دماها را بر می‌گزینیم زیرا زیاد بودن دماها تأثیر بیشتری بر روی بزرگ بودن عبارت $(T_۱^۴ - T_۲^۴)$ دارد.

مثال۲۹: انرژی تابشی: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) عبارتست از تابش و دریافت امواج الکترومغناطیس ۲) در خلأ قابل انتقال است.

۳) اگر در هوا انتقال یابد هوا گرم نمی‌شود. ۴) تمام موارد فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** انرژی تابشی نوعی از انرژی است که از یک ماده به صورت امواج الکترو مغناطیس و یا فوتون خارج می‌شود. انرژی تابشی برای انتقال به محیط مادی نیاز ندارد و در خلاء قابل انتقال می‌باشد. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» صحیح هستند. همچنین اگر هوا را تقریباً شفاف فرض کنیم، در اثر عبور تابش از آن گرم نخواهد شد. در نتیجه گزینه «۳» نیز صحیح است. بنابراین همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند.

مثال۳۰: برای افزایش انتقال حرارت به جسم نسبتاً کوچکی که در وسط یک کوره بزرگ قرار گرفته کدام راه حل را توصیه می‌نمایند. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۰)

۱) سطح دیواره کوره از جسم سیاه باشد. ۲) سطح کوره دارای ضریب انعکاس بالا باشد.

۳) سطح جسم با ضریب گسیل (ε) بالا انتخاب شود. ۴) گرمای ویژه جسم نسبت به سطح کوره بیشتر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با افزایش ضریب گسیل اجسام (ε)، ضریب جذب آن‌ها (α) نیز افزایش می‌یابد، بنابراین اگر سطح جسم با ضریب گسیل بالا انتخاب شود، ضریب جذب آن نیز بالا خواهد بود و بخش بیشتری از انرژی تابشی دریافتی از کوره را جذب می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۳۱: دو جسم سیاه مشابه یکی در دمای $1000K$ و دیگر در $1500K$ را در نظر گیرید، کدام جسم در ناحیه با طول موج کوتاه‌تر تشعشع بیشتری انتشار می‌دهد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) جسم با دمای بیشتر

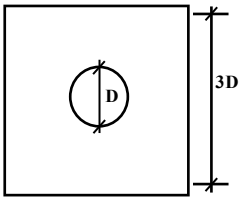
۲) جسم با دمای کمتر

۳) تقریباً هم اندازه می‌باشد و بستگی به دما ندارد.

۴) اگرمحیط خلاء باشد جسم با دمای کمتر در غیر این صورت جسم با دمای بیشتر

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** طبق تابع توزیع پلانک (شکل ۲ در متن درس) هرچه دمای یک جسم بیشتر باشد بیشتر تشعشع آن در طول موج‌های کوتاهتر انجام می‌شود.

مثال۳۲: لوله‌ای طویل به قطر D در داخل یک کانال با مقطع مربعی به ضلع 3D و طول زیاد قرار گرفته است. چند درصد از انرژی تشعشعی صفحات کانال به لوله طویل می‌رسد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$

۳) $\frac{\pi}{12}$ ۴) $\frac{\pi}{8}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** سطح خارجی لوله را سطح (۱) و سطح داخلی کانال را سطح (۲) می‌نامیم. تمام تابش لوله طویل به کانال می‌باشد بنابراین: $F_{12}=1$.

در نتیجه با استفاده از رابطه تقابل بین دو سطح، داریم:

$$F_{21}=\frac{A_1}{A_2}F_{12}=\frac{\pi DL}{(4)(3D)(L)}=\frac{\pi}{12}$$

مثال۳۳: یک صفحه با ضریب جذب (۰/۹) و ضریب نشر (۰/۱) در معرض شار تابشی خورشیدی برابر با $900\frac{W}{m^2}$ قرار گرفته است. اگر دمای محیط اطراف $17^\circ C$ بوده و ضریب جابه‌جایی هوا برابر $20\frac{W}{m^2.K}$ باشد، با عایق فرض کردن پشت صفحه، دمای تعادل صفحه چند درجه کلوین است؟

$(\sigma=5/67\times10^{-8}\ \frac{W}{m^2.k^4})$

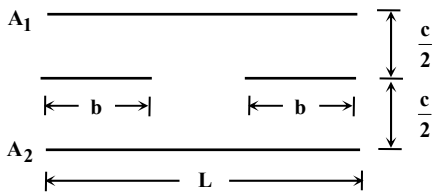
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۳۲۹/۲ ۲) ۳۵۰ ۳) ۳۹۰ ۴) ۵۰۰

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** حرارت جذب شده توسط صفحه برابر است با حرارت خارج شده از صفحه به طریق نشر و جابه‌جایی. بنابراین:

$$\alpha q_i=\varepsilon\sigma(T_s^4-T_\infty^4)+h(T_s-T_\infty)\Rightarrow 0/9\times900=0/1\times(5/67\times10^{-8})\times(T_s^4-29_0^4)+20\times(T_s-29_0)\Rightarrow T_s=329/2K$$

مثال۳۴: مطابق شکل دو صفحه به مساحت‌های A_1,A_2 (به طول L و عمق یک) توسط دو مانع به طول b جلوگیری از دیدن کامل یکدیگر می‌نمایند. ضریب شکلی F_{1-2} برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) $F_{1-2}=\frac{\sqrt{L^2+b^2}-4\sqrt{L^2+(\frac{C}{2})^2}}{2L}$

۲) $F_{1-2}=\frac{1}{3}\{\sqrt{L^2+b^2}-2\sqrt{b^2+(\frac{C}{2})^2}\}$

۳) $F_{1-2}=\frac{\sqrt{L^2+C^2}-2\sqrt{b^2+(\frac{C}{2})^2}}{L}$

۴) $F_{1-2}=\frac{1}{2}$

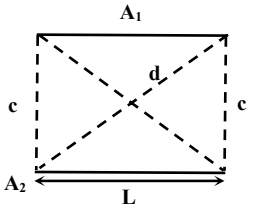
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** بدون حضور دو مانع به طول b، ضریب شکل $F_{۱-۲}$ با استفاده از روش نخ‌های متقاطع برابر است با:

$$F_{۱۲}=\frac{\text{مجموع طول خطوط غیر متقاطع}-\text{مجموع طول خطوط متقاطع}}{\text{دو برابر خط واصل دو انتها سطح (۱)}}=\frac{۲d-۲c}{۲L},\ d=\sqrt{L^۲+c^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۱۲}=\frac{۲\sqrt{L^۲+c^۲}-۲c}{۲L}=\frac{\sqrt{L^۲+c^۲}-c}{L}$$



بنابراین در هر گزینه‌ای که با قرار دادن طول b برابر صفر $(b=۰)$، رابطه ضریب شکل $F_{۱۲}$ بصورت رابطه بالا درآید، آن گزینه صحیح خواهد بود. در نتیجه گزینه «۳» صحیح می‌باشد.

مثال ۳۵: صحیح‌ترین عبارت را انتخاب نمایید. (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۱)

۱) تمام اجسام به طور مداوم بر حسب درجه حرارت موجود در خود انرژی تشعشع می‌نمایند.

۲) انرژی ساطع شده از کلیه اجسام به صورت انرژی تشعشعی است.

۳) انرژی تشعشعی در فضا بصورت امواج الکترومغناطیسی انتقال می‌یابد.

۴) تمام موارد فوق

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** همه اجسام در تمام دماها از خود انرژی ساطع می‌کنند، که این انرژی ساطع شده بصورت تشعشعی بوده و مقدار آن بستگی به درجه حرارت جسم دارد. همچنین انرژی تشعشعی در فضا بصورت امواج الکترومغناطیسی انتقال می‌یابد. در نتیجه همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند.

مثال ۳۶: دماسنج شیشه‌ای جیوه‌ای را از یک ساختمان بزرگ آویزان کرده‌ایم و دمای $۲۰^\circ C$ را نشان می‌دهد. دمای دیواره‌های ساختمان $۵^\circ C$ است. مقدار h برای دماسنج را می‌توان $۸/۳\frac{W}{m^۲K}$ در نظر گرفت. اگر خطای دماسنج $۸/۶^\circ C$ باشد. ضریب صدور دماسنج برابر است با:

$$\sigma=۵/۶۶۹\times۱۰^{-۸}\ \frac{W}{m^۲K^۴}$$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) $\varepsilon=۰/۶$ ۲) $\varepsilon=۰/۰۱$ ۳) $\varepsilon=۰/۹$ ۴) $\varepsilon=۰/۲$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** مقدار حرارت مبادله شده به طریق جابه‌جایی برابر است با حرارت مبادله شده به طریق تشعشع. در نتیجه داریم:

$$h(T_\infty-T_t)=\sigma\,\varepsilon(T_t^۴-T_s^۴)$$

که در رابطه بالا داریم: $T_\infty-T_t=$ خطای دماسنج $=۸/۶^\circ C$, $T_t=۲۰^\circ C$, $T_s=۵^\circ C$, $h=۸/۳\frac{w}{m^۲k}$, $\sigma=۵/۶۶۹\times۱۰^{-۸}$

$$\Rightarrow \varepsilon=\frac{h(T_\infty-T_t)}{\sigma(T_t^۴-T_s^۴)}=\frac{۸/۳\times۸/۶}{۵/۶۶۹\times(۲۹۳^۴-۲۷۸^۴)}\Rightarrow \varepsilon=۰/۹$$

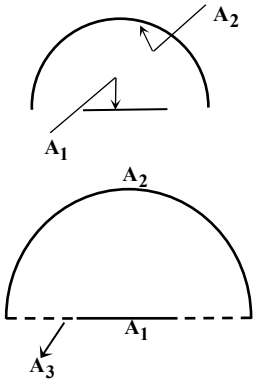
نکته: دقت کنید که در محاسبه $(T_t^۴-T_s^۴)$ باید دماها را برحسب کلوین بنویسید.

مثال ۳۷: ضریب شکل تشعشعی $F_{۲۲}$ در نیمکره‌ای به قطر D مطابق شکل که دیسکی به قطر $D/۲$ در مرکز آن قرار دارد عبارتست از:

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$



☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر سطح مقطع نیمکره را که شامل $A_۱$ و فضای خالی اطراف آن می‌شود، $A_۳$ بنامیم و رابطه ضریب شکل را برای آن بنویسیم، داریم: $F_{۳۳}+F_{۳۲}=۱$, $F_{۳۳}=۰\Rightarrow F_{۳۲}=۱$

اگر رابطه تقابل را بین سطح (۲) و سطح (۳) بنویسیم، خواهیم داشت:

$$A_۲F_{۲۳}=A_۳F_{۳۲}\Rightarrow F_{۲۳}=\frac{A_۳}{A_۲}F_{۳۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$A_۳$ = سطح مقطع نیمکره $=\frac{\pi D^۲}{۴}$ و $A_۲=$ مساحت سطح نیمکره $=۲\pi r^۲=\frac{\pi D^۲}{۲} \Rightarrow F_{۲۳}=\frac{\frac{\pi D^۲}{۴}}{\frac{\pi D^۲}{۲}}\times ۱ \Rightarrow F_{۲۳}=\frac{۱}{۲}$

اکنون با نوشتن رابطه ضریب شکل برای سطح (۲)، $F_{۲۲}$ به صورت مقابل بدست می‌آید: $F_{۲۲}+F_{۲۳}=۱ \Rightarrow F_{۲۲}=۱-F_{۲۳}=\frac{۱}{۲}$

مثال۳۸: ضریب شکل تابشی سطح جانبی داخلی استوانه نسبت به خودش در صورتی که ضریب شکل دو قاعده نسبت بـه هـم برابـر ۰/۲ باشـد، چقدر است. (قطر و طول استوانه با هم مساوی هستند.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** دو قاعده استوانه را سطوح (۱) و (۲) و سطح جانبی استوانه را سطح (۳) می‌نامیم. اگر رابطه ضریب شکل را برای یکی از قاعده‌هـا (سطح (۱)) بنویسیم، داریم: $F_{۱۱}+F_{۱۲}+F_{۱۳}=۰ \ , F_{۱۱}=۰, F_{۱۲}=۰/۲ \Rightarrow F_{۱۳}=۰/۸$

اکنون رابطه تقابل را بین سطح (۱) و سطح جانبی استوانه (سطح (۳)) می‌نویسیم:

$$A_۱F_{۱۳}=A_۳F_{۳۱} \Rightarrow F_{۳۱}=\frac{A_۱}{A_۳}F_{۱۳} \ ; A_۱=\frac{\pi D^۲}{۴}, A_۳=\pi DL, D=L \Rightarrow A_۳=\pi D^۲$$

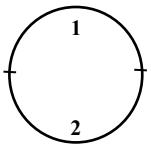
$$\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{\frac{\pi D^۲}{۴}}{\pi D^۲}F_{۱۳}=\frac{۱}{۴}F_{۱۳}=\frac{۱}{۴}\times ۰/۸ \Rightarrow F_{۳۱}=۰/۲$$

با توجه به تقارن مسأله: $F_{۳۲}=F_{۳۱}=۰/۲$ (ضریب شکل سطح (۳) (سطح جانبی) نسبت به سطوح (۱) و (۲) (قاعده‌ها) برابر اسـت). در نهایـت اگـر رابطـه ضـریب شکل را برای سطح جانبی استوانه بنویسیم، خواهیم داشت: $F_{۳۱}+F_{۳۲}+F_{۳۳}=۱, F_{۳۱}=F_{۳۲} \Rightarrow F_{۳۳}=۱-۰/۲-۰/۲ \Rightarrow F_{۳۳}=۰/۶$

مثال۳۹: نیمی از سطح داخلی یک کره در دمای $۵۰۰K$ و نیمه دوم در دمای $۳۰۰K$ است. میزان ضرایب نشر به ترتیب ۰/۸ , ۱/۰ اسـت. میـزان خالص انتقال حرارت تابشی چقدر است؟ ($\sigma=۵/۶۶۷\times ۱۰^{-۸} \ \frac{W}{m^۲k^۴}$) قطر داخلی کره $۴۰cm$ است. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

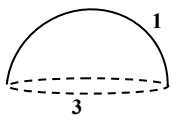
۱) $۳۱۰W$ ۲) $۲۱۰W$ ۳) $۱۶۰W$ ۴) $۴۱۰W$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** نیمه بالایی کره را سطح (۱) و نیمه پایین کره را سطح (۲) می‌نـامیم. دمای نیمه بالایی $۵۰۰k$ و دمای نیمه پایین $۳۰۰k$ می‌باشد. ضریب نشر سـطح بـالایی ۱/۰ وضریب نشر سطح پایین ۰/۸ می‌باشد. در نتیجه میزان خالص انتقال حرارت تابشـی از سـطح بالایی به سطح پایین برابر است با:



$$q=\frac{\sigma(T_۱^۴-T_۲^۴)}{\frac{۱-\varepsilon_۱}{\varepsilon_۱A_۱}+\frac{۱}{A_۱F_{۱۲}}+\frac{۱-\varepsilon_۲}{\varepsilon_۲A_۲}} \quad \text{و} \quad A_۱=A_۲=۲\pi r^۲=\frac{\pi D^۲}{۲}=\frac{\pi\times ۰/۴^۲}{۲}=۰/۲۵۱۳m^۲$$

اکنون باید $F_{۱۲}$ را محاسبه کنیم، یعنی ضریب شکل نیمه کره نسبت به نیمه دیگر آن. تابشی که از هر نیمه به نیمه دیگر می‌رود برابر است با تابش از یـک نیمه به سطح مقطع دایره‌ای شکلی که دایره را نصف می‌کند. اگر این سطح را سطح (۳) بنامیم و رابطه ضریب شکل را برای این سطح بنویسیم داریم:



$$F_{۳۱}+F_{۳۳}=۱, F_{۳۳}=۰ \Rightarrow F_{۳۱}=۱$$

اگر رابطه تقابل را بین سطح (۱) و سطح (۳) بنوسیسم، خواهیم داشت:

$$A_۱F_{۱۳}=A_۳F_{۳۱} \Rightarrow F_{۱۳}=\frac{A_۳}{A_۱}F_{۳۱}=\frac{\frac{\pi D^۲}{۴}}{\frac{\pi D^۲}{۲}}F_{۳۱}=\frac{۱}{۲}F_{۳۱}=\frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

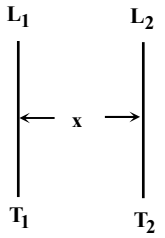
بنابراین ضریب شکل نیم کره نسبت به سطح مقطع کره $\frac{۱}{۲}$ است و در نتیجه ضریب شکل نیم کره نسبت به نیمه دیگر آن نیز $\frac{۱}{۲}$ می‌باشد.

بنابراین $F_{۱۲}=\frac{۱}{۲}$ و خواهیم داشت:

$$q=\frac{(۵/۶۶۷\times ۱۰^{-۸})(۵۰۰^{۴}-۳۰۰^{۴})}{\frac{۱-۱}{۱\times ۰/۲۵۱۳}+\frac{۱}{۰/۲۵۱۳\times ۰/۵}+\frac{۱-۰/۸}{۰/۸\times ۰/۲۵۱۳}}\Rightarrow q=۳۴۴W$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۰: درصد بیشتر تبادل حرارت بین دو صفحه بزرگ $L_۱$ و $L_۲$ در شکل زیر مربوط به کدام است. در صورتی که فاصله بین آن‌ها بسیار نزدیک (در حد چند سانتی‌متر) و $T_۱$ و $T_۲$ خیلی بالا باشد (مثلاً $T_۲=۲۲۰۰^{\circ}F$ و $T_۱=۲۰۰۰^{\circ}F$) (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۲)



۱) تشعشع

۲) تشعشع و جابه‌جایی

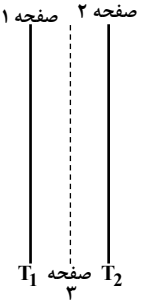
۳) جابه‌جایی

۴) هدایت حرارتی

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** دمای دو صفحه بسیار بالاست، بنابراین بیشترین تبادل حرارت به طریق تشعشع می‌باشد (هر چه دمای اجسام بالاتر باشد، تبادل حرارت بین آنها به طریق تشعشع بیشتر خواهد بود). همچنین فاصله دو صفحه و اختلاف دمای آنها کم است، در نتیجه انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد بسیار ناچیز است. هدایت حرارتی هوا نیز بسیار کم است بنابراین هدایت حرارتی نیز ناچیز خواهد بود. در نتیجه گزینه «۱» صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴۱: بین دو صفحه خیلی بزرگ سیاه که در دمای $T_۱$ و $T_۲$ ثابت نگهداشته می‌شوند، صفحه سوّمی با همان ابعاد صفحات ۱ و ۲ قرار داده می‌شود. این صفحه در هر دو طرف سیاه رنگ است. در حالت تعادل حرارتی و با در نظر گرفتن فقط تشعشع، درجه حرارت صفحه سوّم و درصد کاهش تشعشع از صفحه اوّل به صفحه دوّم کدام مقادیر است؟ $(T_۱>T_۲)$ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) $T_۳=\frac{T_۱+T_۲}{۲}$ و ٪۵۰

۲) $T_۳^{۴}=\frac{T_۱^{۴}+T_۲^{۴}}{۲}$ و ٪۵۰

۳) $T_۳=\sqrt{\frac{T_۱+T_۲}{۲}}$ و ٪۵۰

۴) $T_۳=\sqrt[۴]{\frac{T_۱+T_۲}{۲}}$ و ٪۲۵

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با توجه به اینکه هر سه صفحه، سیاه هستند بنابراین حرارت منتقل شده از طریق تشعشع بین صفحات از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

شار حرارتی بین صفحات ۱و۳ $= q''_{۱-۳}=\sigma(T_۱^{۴}-T_۳^{۴})$

شار حرارتی بین صفحات ۳ و ۲ $= q''_{۳-۲}=\sigma(T_۳^{۴}-T_۲^{۴})$

در شرایط پایا، حرارت منتقل شده از صفحه ۱ به صفحه ۳، برابر است با حرارت منتقل شده از صفحه ۳ به صفحه ۲. بنابراین:

$$q''_{۱-۳}=q''_{۳-۲}=\sigma(T_۱^{۴}-T_۳^{۴})=\sigma(T_۳^{۴}-T_۲^{۴})\Rightarrow T_۳^{۴}=\frac{۱}{۲}\sigma(T_۱^{۴}+T_۲^{۴})$$

اگر این مقدار $T_۳$ را در یکی از روابط شار حرارتی قرار دهیم (فرق نمی‌کند که در کدام یک جایگزین کنیم زیرا $q''_{۱-۳}=q''_{۳-۲}$) خواهیم داشت:

$$q''_{۱-۳}=q''_{۳-۲}=\sigma(T_۳^{۴}-T_۲^{۴})=\sigma[\frac{۱}{۲}(T_۱^{۴}+T_۲)^{۴}-T_۲^{۴}]=\frac{۱}{۲}\sigma(T_۱^{۴}-T_۲^{۴})$$

در حالت اولیه که هنوز صفحه سوم مابین صفحات ۱ و۲ قرار ندارد، حرارت منتقل شده از صفحه ۱ به صفحه ۲ برابر است با: $q''_{۱-۲}=\sigma(T_۱^{۴}-T_۲^{۴})$

بنابراین با توجه به مقادیر $q''_{۳-۲}$ و $q''_{۱-۲}$ ملاحظه می‌شود که با قرار دادن صفحه ۳ بین صفحات ۱و۲، ٪۵۰ از تشعشع صفحه اول به صفحه دوم کاسته شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

نکته: اگر n صفحه میان صفحات ۱و۲ قرار دهیم، میزان انتقال حرارت از صفحه ۱ به صفحه ۲ برابر می‌شود با: $q_{1-2}\big|_{\text{با سپر}} = \frac{1}{n+1} q_{1-2}\big|_{\text{بدون سپر}}$

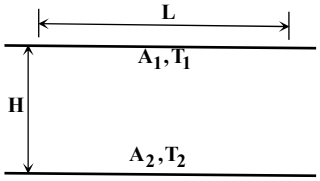
در نتیجه میزان کاهش حرارت منتقل شده در حالتی که n صفحه (که نقش سپر را دارند) میان صفحات ۱و۲ قرار گیرند برابر است با:

$$\text{میزان کاهش حرارت انتقالی} = q_{1-2} - \frac{1}{n+1} q_{1-2} = \frac{n}{n+1} q_{1-2}$$

در این مسأله $n=1$ و بنابراین درصد کاهش تشعشع بین صفحات ۱و۲ برابر است با: $n=1 \Rightarrow \frac{1}{1+1}\times 100 = 50\%$ و $\text{درصد کاهش} = \frac{n}{n+1}\times 100$

مثال۴۲: ضریب شکلی (هندسی) F_{1-2} برای دو صفحه موازی به طول L و به فاصله H از یکدیگر کدام است؟ (عمق صفحه یک واحد است)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



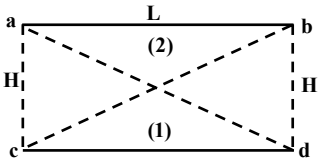
۱) $F_{1-2} = \frac{\sqrt{L^2+H^2}-H}{L}$

۲) $F_{1-2} = \frac{\sqrt{L^2+H^2}-2L}{H}$

۳) $F_{1-2} = \frac{2\sqrt{L^2+H^2}-H}{2L}$

۴) $F_{1-2} = \frac{\sqrt{L^2-H^2}}{L} - H$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** با استفاده از روش نخ‌های متقاطع داریم:



$$F_{1-2} = \frac{(\text{مجموع طول‌های غیر متقاطع}) - (\text{مجموع طول‌های متقاطع})}{\text{دو برابر طول صفحه (۱)}} = \frac{(ad+bc)-(ac+bd)}{2cd}$$

$$\Rightarrow F_{1-2} = \frac{2\sqrt{L^2+H^2}-2H}{2L} = \frac{\sqrt{L^2+H^2}-H}{L}$$

مثال۴۳: دو صفحه موازی A به مساحت ۱/۶ مترمربع و B به مساحت ۲/۹ مترمربع مفروض هستند. ضریب دید صفحه A به B برابر ۰/۶ می‌باشد. مقاومت فضایی بین این دو صفحه به صورت تقریبی برابر است با:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۳۴ ۲) ۰/۵۷ ۳) ۰/۶۶ ۴) ۱/۰۴

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه مربوط به مقاومت فضایی به صورت مقابل می‌باشد: $R = \frac{1}{A_A F_{AB}} = \frac{1}{A_B F_{BA}}$

از آنجا که در صورت مسأله ضریب دید صفحه A به B داده شده است، بنابراین از عبارت اول تساوی بالا استفاده می‌کنیم:

$$R = \frac{1}{A_A F_{AB}} = \frac{1}{1/6\times 0/6} = 1/04$$

مثال۴۴: جهت گرمتر نگه‌داشتن چای در فلاسک کدام پیشنهاد مؤثرتر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) کم کردن فاصله دو جداره

۲) انتخاب شیشه از جنس پیرکس

۳) خلاء بیشتر فضای بین دو جداره

۴) تعبیه یک فویل آلومینیومی در فضای بین دو جداره

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** خلاء بیشتر فضای بین دو جداره مانع انتقال حرارت به طریق هدایت و جابه‌جایی می‌شود. (برای انتقال حرارت به طریق هدایتی و جابه‌جایی به محیط مادی نیاز است و در خلاء، انتقال حرارت از نوع هدایتی و جابه‌جایی وجود ندارد).

مثال۴۵: در انتقال حرارت تابش از یک جسم سیاه اگر جسم سیاه انرژی را در طول موج ماکزیمم دیاگرام پلانک صادر نماید، توان تابشی متناسب با دما:

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) به توان چهار می‌باشد. ۲) به توان پنج می‌باشد. ۳) به توان دو می‌باشد. ۴) به توان $\frac{1}{2}$ می‌باشد.

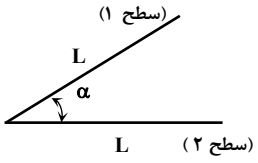
☑ **پاسخ: گزینه «۲»** توان تابشی جسم سیاه در طول موج ماکزیمم تابش، متناسب با دما به توان پنج می‌باشد $(E_b \propto T^5)$. (در سایر طول موج‌ها توان تابشی جسم سیاه، متناسب با دما به توان چهار می‌باشد $(E_b = \sigma T^4)$)

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۶: ضریب شکل جسمی مطابق شکل به عمق یک واحد برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



۱) $F_{۱-۲}=\frac{۱}{۲}L(۱-\frac{L}{۲})$

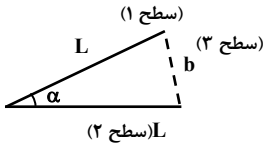
۲) $F_{۱-۲}=\frac{۱}{۲}L(۱-\cos\alpha)$

۳) $F_{۱-۲}=۱-\sin\frac{\alpha}{۲}$

۴) $F_{۱-۲}=۱-\cos\frac{\alpha}{۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»**

روش اول: اگر یک سطح فرضی مطابق شکل در نظر بگیریم بطوریکه یک شکل مثلثی حاصل شود و این سطح را سطح (۳) بنامیم و رابطه ضریب شکل را برای این سطح بنویسیم، خواهیم داشت:



$$F_{۳۱}+F_{۳۲}+F_{۳۳}=۱,\ F_{۳۳}=۰,\ F_{۳۱}=F_{۳۲}\quad\text{(بعلت تقارن)}$$

$$\Rightarrow ۲F_{۳۱}=۲F_{۳۲}=۱\Rightarrow F_{۳۱}=F_{۳۲}=\frac{۱}{۲}$$

در ادامه اگر رابطه تقابل را بین سطوح (۱) و (۳) بنویسیم، نتیجه می‌گیریم:

$$A_۱F_{۱۳}=A_۳F_{۳۱}\Rightarrow F_{۱۳}=\frac{A_۳}{A_۱}F_{۳۱}$$

$A_۱=L\times ۱=L$ (عمق صفحه‌ها واحد است)

$$A_۳=b\times ۱=b\ ;\ b^۲=L^۲+L^۲-۲L^۲\cos\alpha=۲L^۲(۱-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow b=L\sqrt{۲(۱-\cos\alpha)}\ ,\ (۱-\cos\alpha)=۲\sin^۲\frac{\alpha}{۲}\Rightarrow b=L\sqrt{۴\sin^۲\frac{\alpha}{۲}}=۲L\sin\frac{\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow F_{۱۳}=\frac{b}{L}F_{۳۱}=\frac{۲L\sin\frac{\alpha}{۲}}{L}.\frac{۱}{۲}=\sin\frac{\alpha}{۲}$$

در نهایت رابطه ضریب شکل را برای سطح (۱) می‌نویسیم:

$$F_{۱۱}+F_{۱۲}+F_{۱۳}=۱\ ,\ F_{۱۱}=۰\Rightarrow F_{۱۲}=۱-F_{۱۳}=۱-\sin\frac{\alpha}{۲}$$

روش دوم (تستی): اگر α به سمت صفر میل کند $(\alpha\to ۰)$، $F_{۱۲}$ باید به سمت یک میل کند $(F_{۱۲}\to ۱)$. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

مثال۴۷: در یک محیط بسته (enclosure)، شامل k سطح سیاه و مسطح، مجموع خالص تبادل حرارتی تشعشعی بین سطوح $\sum Q_k$ برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) صفر

۲) $Q_k=\sum\frac{۱}{۲}A_k\sigma(T_k^۴-T_j^۴)F_{k-j}$

۳) $Q_k=\sum A_k\varepsilon_k\sigma(T_k^۴-T_j^۴)F_{k-j}$

۴) $Q_k=\frac{A_k\sigma(T_k^۴-T_j^۴)}{k}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** میزان حرارت تابشی که از سطح (i) خارج شده و به سطح (j) وارد می‌شود برابر است با: $Q_{i-j}=A_iF_{ij}\sigma(T_i^۴-T_j^۴)$

بنابراین تبادل حرارت بین سطوح i,j برابر Q_{i-j} است که برای سطح i با علامت منفی (از آن خارج می‌شود) و برای سطح j با علامت مثبت (به آن وارد می‌شود) می‌باشد. در مورد بقیه سطوح هم بهمین ترتیب. در نتیجه مجموع خالص تبادل حرارت در یک جسم بسته برابر است با مجموع زوج مقادیر قرینه. بنابراین مجموع خالص تبادل حرارت در یک جسم بسته، صفر می‌باشد.

مثال۴۸: در انتقال حرارت به صورت تشعشعی: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) اگر جسم جامدی را به تدریج گرم کنیم رنگ جسم نهایتاً آبی می‌گردد.

۲) مقدار حرارت تشعشعی ساطع شده از بدنه بستگی به حرارت سطح بدنه و شرایط سطح آن دارد.

۳) ضریب انعکاسی فقط تابع حرارت جسم می‌باشد.

۴) دمای جسم هرچه بیشتر افزایش یابد سهم نسبی امواج مرئی افزایش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** طبق تابع توزیع پلانک (شکل (۲) متن درس)، با افزایش دمای جسم (T)، حداکثر تشعشع در طول موج‌های کوتاه صورت می‌گیرد. با توجه به اینکه محدوده طول موج‌های مرئی در قسمت طول موج‌های کوتاه می‌باشد، در نتیجه با افزایش دمای جسم، سهم نسبی امواج مرئی در انتقال حرارت تشعشعی افزایش می‌یابد.

مثال۴۹: انتقال حرارت به صورت تشعشعی در صورتی بین دو صفحه T_1 و T_2 حائز اهمیت است که: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۳)

۱) مقدار Tها زیاد باشد و ΔT زیاد باشد.
۲) مقدار Tها زیاد باشد و ΔT کم باشد.
۳) مقدار Tها کم باشد و ΔT زیاد باشد.
۴) موارد ۱ و ۲

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در تبادل حرارت تشعشعی بین دو جسم، نرخ انتقال حرارت مبادله شده برابر است با: $q = A_1 F_{12} \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

هر چه عبارت $(T_1^4 - T_2^4)$ بزرگتر باشد، انتقال حرارت بین دو صفحه بیشتر خواهد بود و هرچه دماها (T_1, T_2) و اختلاف دماها $(\Delta T = T_1 - T_2)$ بزرگتر باشند، عبارت $(T_1^4 - T_2^4)$ بزرگتر خواهد بود:

$$(T_1^4 - T_2^4) = (T_1 - T_2)(T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3)$$

مثال۵۰: در صورتی که بین دو صفحه بی‌نهایت، n سپر حرارتی قرار دهیم با فرض اینکه ضرایب انتشار (ε) دو صفحه و سپرهای حرارتی برابر باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) انتقال حرارت بین دو صفحه $\frac{1}{n}$ام حالت بدون سپر خواهد بود.
۲) انتقال حرارت بین دو صفحه $\frac{1}{3n-1}$ام حالت بدون سپر خواهد بود.
۳) انتقال حرارت بین دو صفحه $\frac{1}{n+2}$ام حالت بدون سپر خواهد بود.
۴) انتقال حرارت بین دو صفحه $\frac{1}{n+1}$ام حالت بدون سپر خواهد بود.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** زمانی که بین دو صفحه بی‌نهایت، n سپر حرارتی قرار دهیم، در صورتی که ضریب انتشار (ε) صفحات و سپرها برابر باشد، انتقال حرارت بین دو صفحه، $\frac{1}{n+1}$ام حالت بدون سپر خواهد بود. $q_{\text{با سپر}} = \frac{1}{n+1} q_{\text{بدون سپر}}$

مثال۵۱: در کوره‌ای از طریق تابش و جابه‌جایی، سیالی که داخل لوله است گرم می‌شود. در صورتی که دبی سیال داخل لوله‌ها اضافه شود، انتقال حرارت از طریق تابش: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ثابت است.
۲) کاهش پیدا می‌کند.
۳) افزایش پیدا می‌کند.
۴) بستگی به ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در بیرون لوله ممکن است کاهش یا افزایش پیدا کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر دبی سیال داخل لوله‌ها افزایش یابد، سیال داخل لوله مدت زمان کمتری را در داخل کوره می‌ماند و در نتیجه دمای آن کمتر افزایش می یابد لذا دمای متوسط سیال داخل لوله کاهش می‌یابد و در نتیجه اختلاف دمای کوره و سیال داخل لوله افزایش می‌یابد. با افزایش اخلاف دمای کوره و سیال داخل لوله، شار حرارتی از کوره به سیال داخل لوله افزایش می‌یابد.

دلیل دوم : با افزایش سرعت سیال داخل لوله ضریب جابه‌جایی آن (h) افزایش می‌یابد و با افزایش ضریب جابه‌جایی سیال، شار حرارتی جذب شده توسط آن افزایش می‌یابد.

مثال۵۲: برف تازه بر زمین نشسته از نظر تابشی چگونه جسمی است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) تقریباً سیاه است.
۲) بازتابنده ایده‌آل است.
۳) فقط در ناحیه مرئی سیاه است.
۴) جذب حرارتی تشعشعی آن ناچیز است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** برف تازه بر زمین نشسته را تقریباً می‌توانیم جسم سیاه در نظر بگیریم.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۳: یک کاسه آب را در یک شب کویری بدون ابر و باد روی صفحه عایقی گذاشته‌ایم. آب درون ظرف بدون آنکه دمای هوا کمتر از صفر باشد یخزده است. دلیل این امر چیست؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) تبخیر عامل یخزدگی است.
۲) جابه‌جایی آزاد دلیل یخزدگی است.
۳) آسمان بدون ابر کویری، جسم سیاهی با دمای کمتر از صفر است.
۴) ظرف که سردتر از آب می‌شود، دمای آب را به زیر صفر می‌برد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** دمای هوای محیط بیشتر از صفر درجه می‌باشد. بنابراین عامل یخ زدن آب، انتقال حرارت از یخ به هوا نمی‌باشد. اما آسمان در یک شب کویری بدون ابر مانند یک جسم سیاه است که دمای آن کمتر از صفر درجه سانتیگراد می‌باشد. بنابراین حرارت به طریق تشعشع از آب داخل کاسه به آسمان منتقل می‌شود و در نتیجه آب یخ می‌زند.

مثال۵۴: در یک دودکش به بلندی H و دمای هوای محیط T_∞ و دمای گاز داخل دودکش T میزان مکش طبیعی برابر ΔP است. کدام گزینه رابطه این سه پارامتر را بیان می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) $\Delta P \propto \frac{1}{T}, \frac{1}{H}$
۲) $\Delta P \propto H, \frac{1}{T}$
۳) $\Delta P \propto T, \frac{1}{H}$
۴) $\Delta P \propto H, (T - T_\infty)$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اختلاف فشار (ΔP) در دودکش با بلندی آن (H) و اختلاف دما $(\Delta T = T - T_\infty)$ رابطه مستقیم دارد.

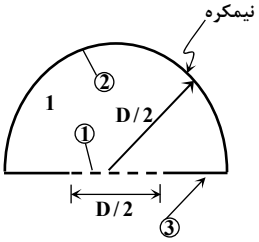
مثال۵۵: اگر ضریب صدور (گسیل) جسمی $\varepsilon = 0/4$ باشد و مساحت جسم $3\,m^2$ باشد مقاومت سطحی تابشی جسم برابر است با:
(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۸
۲) ۰/۵
۳) ۱
۴) ۰/۴

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** مقاومت سطحی تابشی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\text{مقاومت سطحی} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A} = \frac{1-0/4}{0/4 \times 3} = \frac{0/6}{1/2} = 0/5$$

مثال۵۶: برای نیمکره نشان داده شده که در وسط آن یک سوراخ به قطر $\frac{D}{2}$ وجود دارد. نسبت منظر (shape factor) سطح ۲ نسبت به سطح ۳ (F_{23}) کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) $F_{23} = 0/375$
۲) $F_{23} = 0/5$
۳) $F_{23} = 0/325$
۴) $F_{23} = 0/125$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** رابطه ضریب شکل را برای سطح ۳ می‌نویسیم:

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1,\ F_{31} = F_{33} = 0 \Rightarrow F_{32} = 1$$

در نتیجه با استفاده از رابطه تقابل بین سطوح ۲و۳ داریم:

$$A_2 F_{23} = A_3 F_{32} \Rightarrow F_{23} = \frac{A_3}{A_2} F_{32}$$

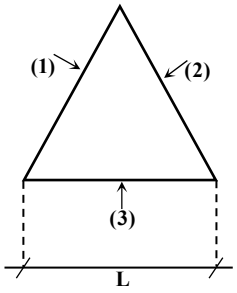
$$A_3 = \frac{\pi}{4} D^2 - \frac{\pi}{4}\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{3}{16}\pi D^2,\ A_2 = \frac{\pi D^2}{2} \Rightarrow F_{23} = \frac{\frac{3}{16}\pi D^2}{\frac{\pi D^2}{2}} \times 1 = \frac{3}{8} = 0/375$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵۷: ضریب شکل $F_{۱۲}$ برابر است با: (مثلث متساوی‌الاضلاع به طول L) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) ۰

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) $\frac{۲}{۳}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** رابطه ضریب شکل را برای سطح (۱) می‌نویسیم: $F_{۱۱}+F_{۱۲}+F_{۱۳}=۱\ ,\ F_{۱۱}=۰\Rightarrow F_{۱۲}+F_{۱۳}=۱$

از آنجا که مثلث متساوی‌الاضلاع است بنابراین در مسأله تقارن داریم و در نتیجه $F_{۱۲}=F_{۱۳}$ می‌باشد، بنابراین:

$$F_{۱۲}+F_{۱۳}=۱\ ,\ F_{۱۲}=F_{۱۳}\Rightarrow ۲F_{۱۲}=۲F_{۱۳}=۱\Rightarrow F_{۱۲}=F_{۱۳}=\frac{۱}{۲}$$

مثال۵۸: آیا عایق کردن دودکش کوره‌های نفتی ضرورتی دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) به جای عایق‌کاری بهتر است قطر دودکش را کم کرد.

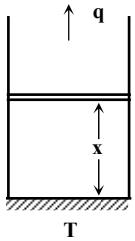
۲) عایق‌کاری خلاف قصد ما در اتلاف حرارتی است و سودی ندارد.

۳) افزایش ارتفاع دودکش در ایجاد مکش مهم‌تر از عایق‌کاری است.

۴) عایق‌کاری موجب گرم ماندن توده گاز و حفظ مکش گازهای داغ در حال صعود می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** عایق‌کاری دودکش، مانع انتقال حرارت از توده گاز خروجی می‌شود و هرچه گازهای خروجی گرم‌تر باشد، نیروی شناوری وارد بر آنها بیشتر بوده و مکش بهتر انجام می‌شود.

مثال۵۹: در یک استوانه سیاه با کف داغ یک سپر گرمایی لغزنده قرار دارد. با افزایش فاصله x (از کف استوانه تا سپر) مقدار تابش گرمایی از دهانه استوانه q چگونه تغییر می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) مقدار q تابع x نیست.

۲) مقدار q همیشه ثابت است.

۳) با افزایش x مقدار q بیشتر می‌شود.

۴) با افزایش x از مقدار q کاسته می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با افزایش فاصله سپر تا کف استوانه (افزایش x)، ضریب شکل کف استوانه نسبت به سپر کاهش می‌یابد و در نتیجه مقدار تابش گرمایی از کف استوانه به سپر کمتر می‌شود. بنابراین با کاهش تابش گرمایی از کف استوانه به سپر، از دمای سپرکاسته می‌شود و در نتیجه تابش گرمایی از سپر به محیط (q) کاهش می‌یابد.

توضیح: زمانی که فاصله سپر تا کف استوانه افزایش می‌یابد، مقداری از تابش گرمایی که ازکف استوانه به سپر می‌تابید، اکنون به بخشی از سطح جانبی استوانه که در اثر بالا رفتن سپر اضافه شده است، می‌تابد و در نتیجه مقدار تابش گرمایی از کف استوانه به سپر (و بنابراین ضریب شکل کف استوانه نسبت به سپر) کاهش می‌یابد. در حالت حدی زمانی که فاصله سپر تا کف استوانه به سمت صفر میل می‌کند $(x\to ۰)$ ضریب شکل کف استوانه نسبت به سپر به سمت عدد یک میل می‌کند و زمانی که فاصله سپر تا کف استوانه به سمت بی‌نهایت میل می‌کند $(x\to \infty)$ ضریب شکل کف استوانه نسبت به سپر به سمت صفر میل می‌کند.

مثال۶۰: سطح فلز تابنده گداخته‌ای تدریجاً سرد می‌شود. کدام تغییر رنگ صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) قرمز ـ نارنجی ـ زرد ۲) زرد ـ نارنجی ـ قرمز ۳) سفید ـ نارنجی ـ زرد ۴) قرمز ـ نارنجی ـ سفید

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** هرچه دمای جسم کمتر می‌شود، طول موج غالبی که درآن تابش می‌کند به سمت طول موج‌های بالاتر می‌رود. در نتیجه با توجه به اینکه طول موج رنگ زرد کمتر از نارنجی و نارنجی کمتر از قرمز می‌باشد، بنابراین با سرد شدن سطح فلز، رنگ آن از زرد به نارنجی و از نارنجی به قرمز (از طول موج کمتر به بیشتر) تغییر می‌کند.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶۱: در انتقال حرارت تابشی از یک صفحه سیاه طول موج متناظر با ماکزیمم حرارت منتشر شده از قانون زیر به دست می‌آید:

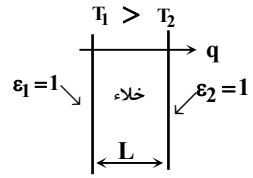
(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۵)

۱) پلانک ۲) بیر ـ لامبرت ۳) جابه‌جایی وین ۴) استفان ـ بولتزمن

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در انتقال حرارت تابشی از یک صفحه سیاه، طول موج ماکزیمم تابش در یک دمای مشخص با استفاده از قانون جابه‌جایی وین بدست می‌آید که رابطه آن به صورت مقابل است: $\lambda_{max}.T = C$

مثال۶۲: دو صفحه کاملاً سیاه و بسیار بزرگ با فاصله L نسبت به یکدیگر قرار دارند. اگر فاصله آنها دو برابر شود، شدت انتقال حرارت چند برابر می‌شود؟

(مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۵)



۱) نصف می‌شود.
۲) دو برابر می‌شود.
۳) سه برابر می‌شود.
۴) تغییر نمی‌کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** شدت انتقال حرارت بین دو صفحه سیاه و بسیار بزرگ از رابطه مقابل بدست می‌آید: $q = \sigma A(T_1 - T_2)$

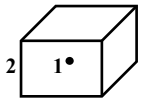
بنابراین مقدار انتقال حرارت بین دو صفحه تابع فاصله آنها نمی‌باشد، در نتیجه با دو برابر شدن فاصله صفحات تغییری در شدت انتقال حرارت حاصل نمی‌شود.

مثال۶۳: یک مرکز نورانی (مثلاً یک لامپ کوچک) به فاصله‌ی یک متری از یک سطح مربع شکل به ضلع ۲m واقع شده است. چند درصد کل انرژی صادره از لامپ، به سطح مربع شکل می‌رسد؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) ٪۲۵ ۲) ٪۱۶/۷ ۳) ٪۳۳/۳ ۴) %۴۰

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** لامپ را در مرکز مکعبی فرض می‌کنیم که صفحه مربعی یکی از وجوه آن مکعب باشد. بنابراین تمام تابش لامپ به مکعب خواهد بود. با توجه به تقارن، انرژی تابشی که از لامپ صادر می‌شود، به طور مساوی به همه وجوه مکعب می‌رسد. بنابراین ضریب شکل بین لامپ و هر کدام از وجوه مکعب از جمله سطح مربعی مورد نظر $\frac{1}{6}$ ضریب شکل لامپ به کل مکعب است.



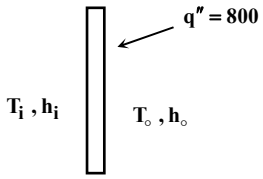
ضریب شکل لامپ به کل مکعب، ۱ می‌باشد در نتیجه ضریب شکل لامپ نسبت به سطح مربعی برابر است با:

$$F_{12} = 1 \ , \ F_{1-\text{صفحه}} = \frac{1}{6}F_{12} = \frac{1}{6}\times 1 = \frac{1}{6} = \%16/67$$

مثال۶۴: شیشه‌ی یک پنجره شار حرارتی $800\frac{w}{m^2}$ را از طرف خورشید دریافت می‌کند. ضریب جذب $\alpha = 0/5$ می‌باشد. دمای هوا در دو طرف شیشه $T_i = 25^\circ c$ و $T_\circ = 20^\circ c$ است. اگر $h_i = 10\frac{w}{m^\circ.c}$ و $h_\circ = 15\frac{w}{m^\circ.c}$ باشد، دمای شیشه چند درجه‌ی سانتی‌گراد می‌باشد؟

(از تابش سطح و محیط صرف‌نظر کنید. دمای شیشه را یکنواخت فرض کنید.)

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)



۱) ۴۰
۲) ۳۸
۳) ۳۶
۴) ۲۸

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در شرایط پایا، شار حرارتی جذب شده توسط شیشه برابر است با شار خارج شده از آن به هوای دو طرف شیشه به طریق جابه‌جایی. بنابراین:

شار خارج شده = شار جذب شده

$$\text{شار جذب شده} = \alpha q'' = 0/5\times 800 = 400\frac{w}{m^2}$$

$$\text{شار خارج شده} = h_i(T - T_i) + h_\circ(T - T_\circ) = 10(T - 25) + 15(T - 20)$$

$$\Rightarrow 400 = 10(T - 25) + 15(T - 20) \Rightarrow 400 = 10T - 250 + 15T - 300 \Rightarrow 950 = 25T \Rightarrow T = 38^\circ C$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۶۵: تشعشع ماکزیمم یک سطح در طول موج $\lambda_{max} = ۱\mu m$ رخ می‌دهد. دمای این صفحه چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

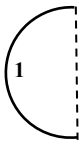
۱) $T \simeq ۵۸۰۰^\circ K$ ۲) $T \simeq ۳۵۰۰^\circ K$ ۳) $T \cong ۲۹۰۰^\circ K$ ۴) $T \simeq ۷۰۰۰^\circ K$

☑ **پاسخ:** **گزینه «۳»** طبق قانون جابه‌جایی وین داریم:

$$\lambda_{max}.T = ۲۸۹۷/۸\ \mu m.k \Rightarrow T = \frac{۲۸۹۷/۸}{\lambda_{max}} = \frac{۲۸۹۷/۸}{۱} = ۲۸۹۷/۸ \simeq ۲۹۰۰^\circ k$$

مثال۶۶: ضریب شکلی سطح داخلی یک نیمکره با محیط اطراف چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱
۲) ۰/۵
۳) ۰/۷۵
۴) ۰/۹



☑ **پاسخ:** **گزینه «۲»** یک سطح فرضی روی دهانه نیمکره در نظر می‌گیریم و آن را سطح (۲) می‌نامیم. (سطح داخلی نیمکره را نیز سطح (۱) می‌نامیم). ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط برابراست با ضریب شکل آن نسبت به سطح (۲) (زیرا تمام تابشی که از سطح داخلی نیمکره به محیط می‌تابد از سطح (۲) عبور می‌کند). رابطه ضریب شکل را برای سطح (۲) می‌نویسیم:

$$F_{۲۱} + F_{۲۲} = ۱\ ,\ F_{۲۲} = ۰ \Rightarrow F_{۲۱} = ۱$$

با نوشتن رابطه تقابل بین سطح (۱) و سطح (۲) خواهیم داشت:

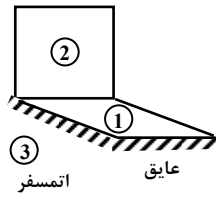
$$A_۱F_{۱۲} = A_۲F_{۲۱} \Rightarrow F_{۱۲} = \frac{A_۲}{A_۱}F_{۲۱} = \frac{\pi r^۲}{۲\pi r^۲}F_{۲۱} = \frac{۱}{۲}\times ۱ \Rightarrow F_{۱۲} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

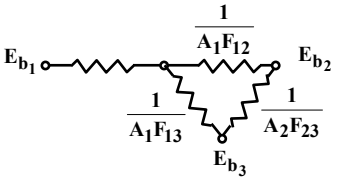
بنابراین ضریب شکل سطح داخلی نیمکره به محیط اطراف $(F_{۱۲})$ برابر ۰/۵ خواهد بود.

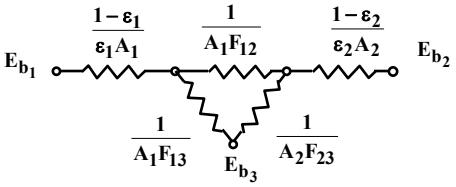
نکته: ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به خودش، ۰/۵ می‌باشد. زیرا:

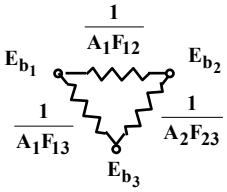
$$F_{۱۱} + F_{۱۲} = ۱\ ,\ F_{۱۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow F_{۱۱} = \frac{۱}{۲}$$

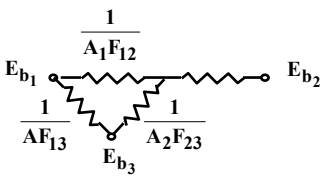
مثال۶۷: دو صفحه عمود بر هم با محیط اطراف انتقال حرارت تشعشعی دارند، صفحه پائینی عایق است. کدام گزینه مدار معادل این سیستم را نشان می‌دهد؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)



۱)


۲)


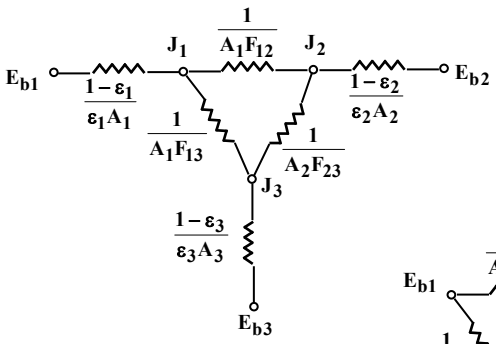
۳)


۴)


www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

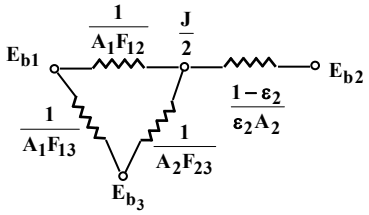
☑ **پاسخ: گزینه «۴»** مدار معادل سیستم در حالت کلی به صورت شکل مقابل است:



سطح (۱) عایق است، بنابراین مقاومت سطحی آن صفر خواهد بود $(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}=0)$.

چون مساحت اتمسفر (A_3) خیلی زیاد است بنابراین مقاومت سطحی آن نیز صفر است $(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}=0)$.

در نتیجه مدار معادل سیستم به صورت شکل مقابل در می‌آید:



مثال۶۸: شدت انتقال حرارت گازهای احتراقی درون کوره با جداره داخلی ۱۰۰۰۰ w است اگر جداره داخلی صفحه سیاه فرض شود. اگر جداره داخلی صفحه خاکستری $\varepsilon_w = 0/9$ باشد، شدت انتقال حرارت چقدر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۹۵۰۰ w ۲) ۹۰۰۰ w ۳) ۱۰۵۰۰ w ۴) ۹۷۵۰ w

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** ضریب صدور یک جسم به صورت نسبت تابش آن جسم به تابش یک جسم سیاه در همان دما تعریف می‌شود: $\varepsilon = \frac{q}{q_b}$

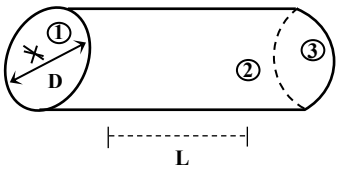
بنابراین خواهیم داشت: $q = \varepsilon q_b = 0/9 \times 10000 = 9000\ w$

مثال۶۹: در یک کوره با استفاده از ۵% اکسیژن اضافی، احتراق هیدروکربن کامل انجام گرفته و گازهای احتراقی H_2O , CO_2 , N_2 و O_2 می‌باشند. برای محاسبه شدت انتقال حرارت تشعشعی در کوره کدام‌یک از این محصولات را باید در نظر گرفت؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) O_2, N_2, CO_2, H_2O ۲) H_2O, O_2 ۳) H_2O, CO_2 ۴) CO_2, N_2

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** گازهای N_2 و O_2 در دمای کوره نسبتاً شفاف عمل می‌کنند ولی گازهای H_2O و Co_2 دارای تشعشع هستند.

مثال۷۰: اگر در شکل مقابل مقدار $F_{13} = 0/17$ باشد مقدار F_{21} به کدام یک از مقادیر نزدیکتر است؟ (L = D) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) ۱
۲) ۰/۸۳
۳) ۰/۵
۴) ۰/۲۱

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** رابطه ضریب شکل را برای سطح (۱) می‌نویسیم: $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1,\ F_{11} = 0 \Rightarrow F_{12} = 1 - F_{13} = 1 - 0/17 = 0/83$

در نتیجه با نوشتن رابطه تقابل بین سطوح (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$A_1F_{12} = A_2F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \left(\frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi DL}\right)F_{12} = \frac{D}{4L}F_{12} \quad , \quad D = L \Rightarrow F_{21} = \frac{1}{4}F_{12} = \frac{1}{4} \times 0/83 = 0/21$$

مثال۷۱: سطح سیاهی در دمای ۱۰۰۰ کلوین، را در نظر بگیرید. اگر تشعشع واحد سطح در واحد زمان این جسم در تمام طول موج‌ها و در تمام فضای نیمکره اطراف سطح $e_1 \frac{w}{m^2}$ باشد و یک سطح خاکستری در ۲۰۰۰ کلوین و ضریب تشعشع ۰/۵ دارای مقدار تشعشع در واحد سطح در واحد زمان در تمام طول موجها و تمام فضای نیمکره $e_2 \frac{w}{m^2}$ کدام یک از روابط زیر صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

۱) $e_1 = \frac{1}{1/6}e_2$ ۲) $e_1 = 0/8e_2$ ۳) $e_1 = \frac{2}{1/6}e_2$ ۴) $e_1 = 1/6e_2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** میزان تشعشع از سطح سیاه (سطح (۱)) برابر با $e_1 = \sigma T_1^4$ و میزان تشعشع از سطح خاکستری (سطح (۲)) برابر با $e_2 = \varepsilon\sigma T_2^4$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{\sigma T_1^4}{\varepsilon\sigma T_2^4} = \frac{1}{\varepsilon}(\frac{T_1}{T_2})^4 \quad , \quad \varepsilon = 0/05 , T_1 = 1000\,K , T_2 = 2000\,K$$

$$\Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{1}{0/05}(\frac{1000}{2000})^4 = \frac{1}{0/05} \times (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{0/05 \times 16} = \frac{2}{1/6} \Rightarrow e_1 = \frac{2}{1/6} e_2$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۲: اگر از توان نشری جسم سیاه که تابعی از دما و طول موج است مشتق گرفته و مساوی صفر قرار دهیم، چه نتیجه‌ای حاصل می‌شود؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) با افزایش دما، رنگ فلز گداخته به سمت طول موج‌های پایین می‌رود.
۲) $\lambda_{max} T = Cte$
۳) با کاهش دما مقدار λ متناظر با $E_{b\,max}$ افزایش دارد.
۴) همه موارد

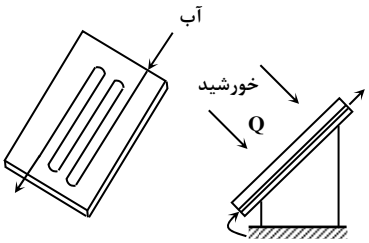
☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر از توان نشری جسم سیاه که همان تابع توزیع پلانک است، مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم، قانون جابه‌جایی وین بدست می‌آید که رابطه آن به صورت روبرو می‌باشد: $\lambda_{max}.T = Cte$

رابطه بالا (قانون وین) بیان می‌کند که حاصلضرب دمای جسم در طول موجی که جسم در آن طول موج بیشترین تابش را می‌کند (λ_{max}) مقدار ثابتی است. در نتیجه هر سه گزینه (۱) و (۲) و (۳) صحیح می‌باشند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۳: در یک گردآورنده خورشیدی از قاب شیشه‌ای استفاده می‌شود به طوری که نور خورشید ابتدا از شیشه عبور کرده و سپس به صفحه فلزی گیرنده تابشی می‌رسد. این شیشه به چه منظور تعبیه شده است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) کاهش تابش خورشید

۲) کاهش تابش از صفحه فلزی به محیط

۳) کاهش افت به صورت هدایت

۴) کم کردن افت جابه‌جایی با محیط

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** بخش بسیار زیادی از تابش خورشید از شیشه عبور می‌کند و جذب صفحه فلزی می‌شود. وجود شیشه بر سر راه انتقال حرارت از صفحه فلزی به هوای محیط (به طریق جابه‌جایی) مقاومت ایجاد می‌کند و باعث کم شدن افت جابه‌جایی با هوای محیط می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۴: یک جسم تابنده ایده‌آل چه خصوصیتی دارد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$
۲) به رنگ سیاه باشد.
۳) همه تابش حرارتی دریافتی را جذب کند.
۴) در همه امتدادها و همه طول موج‌ها به یکسان از خود تابش صادر کند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** یک جسم تابنده ایده‌آل، جسمی است که در همه امتدادها و همه طول موج‌ها به یکسان از خود تابش صادر می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۵: به چه دلیل تابع توزیع شدت تابش دریافتی از خورشید بر حسب طول موج در سطح زمین دندانه ـ دندانه است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانو مواد ـ سراسری۸۶)

۱) تنها در محدودهٔ مرئی چنین است.
۲) چون خورشید جسم سیاهی تلقی می‌شود.
۳) چون در بیرون از جو تابع پیوسته‌ای است.
۴) چون اجزای سه اتمی در اتمسفر در برخی از طول‌موج‌ها کاملاً جاذب و در برخی دیگر کاملاً شفاف‌اند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اجزاء سه اتمی در اتمسفر زمین، برخی از طول موج‌های تابش خورشید را کاملاً جذب می‌کنند و برخی از طول موج‌ها را به طور کامل از خود عبور می‌دهند، در نتیجه توزیع شدت تابش دریافتی از خورشید بر حسب طول موج در سطح زمین دندانه – دندانه می‌شود.

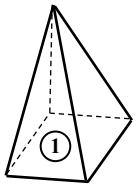
◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۷۶: قاعده مربع شکل یک هرم را سطح ۱ و وجوه جانبی را ۲ تا ۵ می‌نامیم. ضریب وضعی کف به هر کدام از وجه‌ها F_{12} برابر کدام است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۶)



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

۴) ۱

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** کف هرم را سطح ۱ و چهار وجه جانبی آن را سطوح ۲ و ۳ و ۴ و ۵ می‌نامیم و رابطه ضریب شکل را برای سطح ۱ (کف هرم) می‌نویسیم:

$$F_{11}+F_{12}+F_{13}+F_{14}+F_{15}=1\ ,\ F_{11}=0 \Rightarrow F_{12}+F_{13}+F_{14}+F_{15}=1$$

به علت تقارن شکل هرم، ضریب شکل کف هرم نسبت به سطوح جانبی با هم برابر است، در نتیجه داریم:

$$F_{12}=F_{13}=F_{14}=F_{15} \Rightarrow 4F_{12}=1 \Rightarrow F_{12}=0/25$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۷: یک بلوک فلزی از همه طرف عایق‌بندی شده و فقط سطح بالای آن در تماس با هوا با دمای T_∞ و ضریب جابه‌جایی h می‌باشد. اگر جذب حرارت خورشید توسط بلوک فلزی $q''\frac{W}{m^2}$ و ضریب نشر سطح فلز ε باشد دمای سطح فلز از کدام رابطه زیر به دست خواهد آمد؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۶)

۱) $q''+h(T_w-T_\infty)-\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4)=0$

۲) $q''-h(T_w-T_\infty)+\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4)=0$

۳) $q''-h(T_w-T_\infty)-\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4)=0$

۴) $q''+h(T_w-T_\infty)+\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4)=0$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** حرارت خورشیدی جذب شده توسط بلوک فلزی به طریق جابه‌جایی و تشعشع به هوای اطراف منتقل می‌شود، بنابراین:

$$q''=h(T_w-T_\infty)+\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4) \Rightarrow q''-h(T_w-T_\infty)-\varepsilon\sigma(T_w^4-T_\infty^4)=0$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۸: بررسی توزیع فلاکس تشعشع خورشید نشان می‌دهد که در طول موج حدود $\lambda=0/5\ \mu m$ حداکثر فلاکس تشعشع رخ می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) دمای سطح خورشید حدود $6000^\circ K$ است.

۲) دمای سطح خورشید حدود $3000^\circ K$ است.

۳) دمای سطح خورشید حدود $9000^\circ K$ است.

۴) دمای سطح خورشید حدود $1500^\circ K$ است.

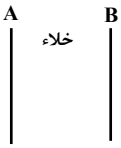
☑ **پاسخ: گزینه «۲»** طبق قانون جابه‌جایی وین داریم:

$$\lambda_{max}T=2897/8 \Rightarrow T=\frac{2897/8}{\lambda_{max}\ 0/5}=\frac{2897/8}{0/5}=5795/6\simeq 6000^\circ k$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷۹: دو صفحه A و B در خلاء تبادل حرارت تشعشعی انجام می‌دهند. کدام گزینه با تعویض صفحات A و B از رفتار سیاه به رفتار خاکستری صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) اگر فقط یکی از صفحات از سیاه به خاکستری تبدیل شود مقاومت فضائی بین آن‌ها با عکس انتشار نیروی ε آن افزایش می‌یابد.

۲) اگر هر دو صفحه از سیاه به خاکستری تبدیل شود مقاومت فضائی بین آن‌ها متناسب با عکس $\varepsilon_A\varepsilon_B$ افزایش می‌یابد.

۳) مقاومت فضائی بین این دو صفحه مستقل از سیاه یا خاکستری بودن صفحات A و B است.

۴) اگر هر دو صفحه از سیاه به خاکستری تبدیل شود مقاومت فضائی بین آن‌ها متناسب با $\varepsilon_A\varepsilon_B$ افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر صفحه A را با اندیس (۱)و صفحه B را با اندیس (۲) نمایش دهیم، رابطه مقاومت فضایی بین دو صفحه(R) بصورت زیر خواهد بود:

$$R=\frac{1}{A_1F_{12}}=\frac{1}{A_2F_{21}}$$

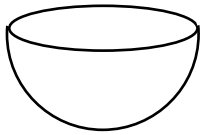
در نتیجه با توجه به رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم که مقاومت فضایی مستقل از سیاه و یا خاکستری بودن صفحات (مستقل از ε) می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸۰: ضریب شکلی سطح داخلی یک نیمکره با محیط اطراف، جهت محاسبه شدت انتقال حرارت تشعشعی چقدر است؟ (مهندسی ۰ آ.اد ۸۶)



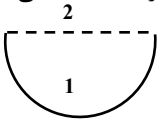
۱) $F=1$

۲) $F=0/5$

۳) $F=0/75$

۴) $F=0/25$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** یک سطح فرضی روی دهانه نیمکره در نظر می‌گیریم و آن را سطح (۲) می‌نامیم. (سطح داخلی نیمکره سطح (۱) است). ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط برابر است با ضریب شکل آن نسبت به سطح (۲) (زیرا تمام تابشی که از سطح داخلی نیمکره به محیط می‌تابد از سطح (۲) عبور می‌کند). رابطه ضریب شکل را برای سطح (۲) می‌نویسیم:



$$F_{21}+F_{22}=1, F_{22}=0 \Rightarrow F_{21}=1$$

با نوشتن رابطه تقابل بین سطح (۱) و سطح (۲) خواهیم داشت:

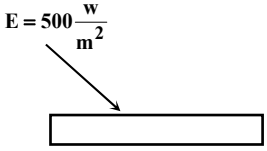
$$A_1F_{12}=A_2F_{21} \Rightarrow F_{12}=\frac{A_2}{A_1}F_{21}=\frac{\pi r^2}{2\pi r^2}F_{21}=\frac{1}{2}\times 1 \Rightarrow F_{12}=\frac{1}{2}=0/5$$

بنابراین ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط اطراف (F_{12}) برابر $0/5$ می‌باشد. بعبارت دیگر نیمی از تابش کره به محیط اطراف است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۱: تشعشعی به مقدار $500\frac{w}{m^2}$ به یک صفحه خاکستری $(\varepsilon=0/75)$ و کاملاً کدر برخورد می‌کند. مقدار بازتاب تشعشع چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $375\frac{w}{m^2}$

۲) $0\frac{w}{m^2}$

۳) $125\frac{w}{m^2}$

۴) $500\frac{w}{m^2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** برای یک صفحه با ضریب جذب α، ضریب انعکاس ρ و ضریب عبور τ رابطه مقابل بر قرار است: $\alpha+\rho+\tau=1$

صفحه مورد نظر خاکستری و کاملاً کدر می‌باشد، بنابراین داریم:

جسم کدر: $\tau=0 \Rightarrow \alpha+\rho=1$

جسم خاکستری: $\alpha=\varepsilon \Rightarrow \varepsilon+\rho=1 \Rightarrow \rho=1-\varepsilon=1-0/75 \Rightarrow \rho=0/25$

مقدار بازتاب $= q=\rho E=0/25\times 500=125\frac{w}{m^2}$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۲: اگر عمل احتراق در یک کوره کامل انجام گیرد. جهت محاسبه تبادل حرارت تشعشعی گازهای احتراقی با دیواره‌ها در طراحی کوره‌ها (نظیر روش lobo – tuans و ...) کدام گزینه در نظر گرفته می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) CO_2, N_2

۲) H_2O, N_2

۳) CO_2, H_2O

۴) CO_2, H_2O, N_2

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** گازهای N_2 و O_2 در درجه حرارت‌های پایین شفاف عمل می‌کنند ولی گازهای H_2O و Co_2 تشعشع دارند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۳: کدام گزینه معرف جسم خاکستری است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) ε_λ خاکستری تابعی از λ است.

۲) λ_{max} جسم خاکستری $>$ λ_{max} جسم رنگی

۳) λ_{max} جسم خاکستری $<$ λ_{max} جسم سیاه

۴) λ_{max} جسم خاکستری $=$ λ_{max} جسم سیاه

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در یک دمای مشخص، طول موجی که یک جسم خاکستری بیشترین تابش را می‌کند (λ_{max})، با طول موجی که یک جسم سیاه در همان دما بیشترین تابش را می‌کند، برابر است. بعبارت دیگر:

$$\lambda_{max}\big|_{\text{جسم سیاه}}=\lambda_{max}\big|_{\text{جسم خاکستری}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸۴: مایعی با نقطه جوش T_b و گرمای نهان تبخیر h_{fg} در داخل یک ظرف کروی با شعاع R قرار دارد. دمای هوای بیرون T_∞ و ضریب جابه‌جایی آزاد هوای اتاق h و ضریب پخش کره ε می‌باشد. شدت تبخیر مایع چقدر است؟ (دمای دیواره کره T_w می‌باشد.) (مهندسی پلیمر ـ سراسری ۸۷)

۱) $m_{evap}=\frac{۴[h(T_\infty-T_w)-\varepsilon\sigma(T_\infty^۴-T_w^۴)]\pi D^۲}{h_{fg}}$

۲) $m_{evap}=\frac{[h(T_\infty-T_w)+\varepsilon\sigma(T_\infty^۴-T_w^۴)]\pi D^۲}{h_{fg}}$

۳) $m_{evap}=\frac{۴[h(T_\infty-T_w)+\varepsilon\sigma(T_\infty^۴-T_w^۴)]\pi D^۲}{h_{fg}}$

۴) $m_{evap}=\frac{[h(T_\infty-T_w)-\varepsilon\sigma(T_\infty^۴-T_w^۴)]\pi D^۲}{h_{fg}}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** حرارت ورودی از هوای بیرون به ظرف (به طریق تشعشعی و جابه‌جایی) باعث به جوش آمدن آب داخل ظرف می‌شود. بنابراین حرارت ورودی برابر است با گرمای نهان تبخیر آب، در نتیجه داریم:

حرارت ورودی به آب به طریق جابه‌جایی و تشعشعی= گرمای نهان جوش آب

$$mh_{fg}=hA(T_\infty-T_w)+\varepsilon\sigma A(T_\infty^۴-T_w^۴)\ ,\ A=\pi D^۲\Rightarrow m=\frac{\left[h(T_\infty-T_w)+\varepsilon(T_\infty^۴-T_w^۴)\right]\pi D^۲}{h_{fg}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۵: حرارت صادر شده از جسمی با ضریب صدور ۰/۵ در دمای $۳۰۰^\circ K$ معادل $\frac{۱}{۳۲}$ حرارت تابشی جسم سیاه است. دمای جسم سیاه چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) $۹۰۰^\circ k$ ۲) $۱۲۰۰^\circ k$ ۳) $۶۰۰^\circ k$ ۴) $۱۵۰۰^\circ k$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** دمای جسم سیاه را با T_b نشان می‌دهیم. بنابراین: $q_{\text{جسم}}=\frac{۱}{۳۲}q_{\text{جسم سیاه}}$

$$\Rightarrow \varepsilon\sigma T^۴=\frac{۱}{۳۲}\sigma T_b^۴\Rightarrow T_b^۴=۳۲\varepsilon T^۴=۳۲\times ۰/۵\times ۳۰۰^۴\Rightarrow T_b=۶۰۰K$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۶: یک سطح کدر کاملاً عایق شده است. اشعه‌ای به این صفحه برخورد می‌کند. کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) کل اشعه را باز می‌گرداند زیرا مقاومت سطح آن صفر است.

۲) کل اشعه را باز می‌گرداند اما مقاومت سطحی آن صفر نیست.

۳) کل اشعه را باز می‌گرداند زیرا ضریب انتشارپذیری آن یک است.

۴) کل اشعه را باز می‌گرداند زیرا ضریب انتشارپذیری آن صفر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲و۴»** اگر α ضریب جذب، ρ ضریب انعکاس، τ ضریب عبور و ε ضریب صدور سطح باشند، در حالت کلی داریم: $\tau+\alpha+\rho=۱$

سطح مورد نظر کدر و کاملاً عایق می‌باشد، بنابراین داریم:

$\varepsilon=\alpha=۰\Rightarrow \rho=۱-\alpha-\tau\Rightarrow \rho=۱$: سطح کاملاً عایق و $\tau=۰$: سطح کدر

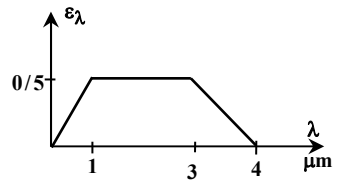
بنابراین سطح مورد نظر کل اشعه را باز می‌گرداند. همچنین همان طور که روابط بالا عنوان کرده‌ایم، چون سطح کاملاً عایق است ضریب جذب (α) و ضریب صدور(ضریب انتشار پذیری (ε)) آن صفر است. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است. بعلاوه با توجه به رابطه مقاومت سطحی داریم:

$\varepsilon=۰\Rightarrow$ مقاومت سطحی $=\frac{۱-\varepsilon}{\varepsilon A}$, مقاومت سطحی $\neq ۰$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸۷: انتشارپذیری یک صفحه کدر نسبت به تشعشع در شکل نشان داده شده است. در $\lambda=۲\mu m$ چه کسری از تشعشع انعکاس می‌یابد.

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۷۵

۳) ۰/۵

۴) ۰/۹

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** با توجه به شکل صورت مسأله در $\lambda=۲\mu m$ داریم: $\varepsilon_\lambda=۰/۵$. در نتیجه با توجه به اینکه صفحه کدر است، خواهیم داشت:

$\alpha_\lambda+\tau_\lambda+\rho_\lambda=۱$

$\tau_\lambda=۰\Rightarrow \alpha_\lambda+\rho_\lambda=۱\ ,\alpha_\lambda=\varepsilon_\lambda\Rightarrow \varepsilon_\lambda+\rho_\lambda=۱\Rightarrow \rho_\lambda=۱-\varepsilon_\lambda=۱-۰/۵=۰/۵$: صفحه کدر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۸۸: یک نیمکره که سطح بالای آن باز است روی یک سطح افقی قرار دارد. چه کسری از تابش سطح داخلی کره به محیط اطراف می‌رود؟

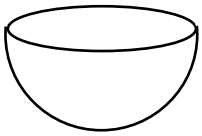
(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) کل شدت انتقال حرارت تابشی

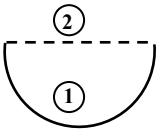
۲) نصف شدت انتقال حرارت تابشی

۳) هفتاد و پنج صدم شدت انتقال حرارت تابشی

۴) بیست و پنج صدم شدت انتقال حرارت تابشی



☑ **پاسخ: گزینه «۲»** سطح داخلی نیمکره را سطح (۱) می‌نامیم. همچنین یک سطح فرضی روی دهانه نیمکره در نظر گرفته و آن را سطح (۲) می‌نامیم. ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط اطراف برابر است با ضریب شکل آن نسبت به سطح(۲)، زیرا تمام تابشی که از سطح داخلی نیمکره به محیط می‌تابد از سطح (۲) عبور می‌کند. رابطه ضریب شکل را برای سطح (۲) می‌نویسیم:



$$F_{۲۱}+F_{۲۲}=۱\ ,\ F_{۲۲}=۰ \Rightarrow F_{۲۱}=۱$$

با نوشتن رابطه تقابل بین سطح (۱) و سطح (۲) خواهیم داشت:

$$A_۱F_{۱۲}=A_۲F_{۲۱} \Rightarrow F_{۱۲}=\frac{A_۲}{A_۱}F_{۲۱}=\frac{\pi r^۲}{۲\pi r^۲}F_{۲۱}=\frac{۱}{۲}\times ۱ \Rightarrow F_{۱۲}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

بنابراین ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط اطراف $(F_{۱۲})$ برابر ۰/۵ می‌باشد. بعبارت دیگر نیمی از شدت تابشی سطح داخلی نیمکره به محیط اطراف است.

مثال۸۹: F_{ij} ضریب شکلی بین صفحه i و صفحه j است کدام گزینه درخصوص F_{ii} صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $F_{ii}\neq ۰$

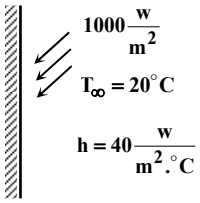
۲) $F_{ii}\neq ۰$ اگر صفحه محدب باشد.

۳) $F_{ii}\neq ۰$ اگر صفحه مقعر باشد.

۴) $F_{ii}=۰$ اگر صفحه مقعر باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر صفحه مقعر باشد، مقداری از تابش صفحه به خودش می‌رسد، بنابراین ضریب شکل صفحه نسبت به خودش (F_{ii}) صفر نیست.

مثال۹۰: یک سطح که از پشت عایق شده است در معرض تابش $۱۰۰۰\frac{W}{m^۲}$ قرار می‌گیرد. ضریب جذب $\alpha=۰/۸$ است. دمای تعادلی سطح کدام گزینه است؟ $T_\infty=۲۰$ و $h=۴۰$ ، $\sigma=۵/۶۶\times ۱۰^{-۸}\ \frac{W}{m^۲.^\circ k^۴}$ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $T=۲۵^\circ C$

۲) $T=۳۰^\circ C$

۳) $T=۳۵^\circ C$

۴) $T=۴۰^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در حالت تعادل، شار حرارتی جذب شده توسط سطح، به طریق جابه‌جایی به محیط منتقل می‌شود، بنابراین:

$$\alpha q''=h(T-T_\infty) \Rightarrow ۰/۸\times ۱۰۰۰=۴۰(T-۲۰) \Rightarrow T=\frac{۸۰۰}{۴۰}+۲۰=۴۰^\circ c$$

مثال۹۱: در صورتی که ضریب دید تشعشعی بین دو صفحه بالا و پایین یک مکعب برابر $\frac{۱}{۴}$ باشد ضریب دید صفحه بالایی مکعب با یکی از صفحات جانبی چقدر می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** صفحه بالایی را صفحه (۱)، صفحه پایینی را (۲) و مجموع چهار صفحه جانبی را (۳) می‌نامیم.

اگر رابطه ضریب شکل را برای صفحه (۱) بنویسیم، داریم: $F_{۱۱}+F_{۱۲}+F_{۱۳}=۱\ ,\ F_{۱۱}=۰\ ,\ F_{۱۲}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow F_{۱۳}=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$

صفحه بالایی نسبت به چهار صفحه جانبی، حالت تقارن دارد. بنابراین ضریب شکل صفحه بالایی نسبت به هر یک از صفحات جانبی برابر با $\frac{۱}{۴}$ مقدار بدست آمده می‌باشد، در نتیجه اگر یکی از صفحات جانبی را (۴) بنامیم، خواهیم داشت: $F_{۱۴}=\frac{۱}{۴}F_{۱۳}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۱۶}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹۲: توان صدور یک جسم سیاه در λ_{max} با دمای مطلق آن چه رابطه‌ای دارد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

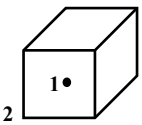
۱) با دمای مطلق جسم بستگی دارد.
۲) با عکس دمای مطلق جسم بستگی دارد.
۳) با توان چهارم دمای مطلق جسم بستگی دارد.
۴) با توان پنجم دمای مطلق جسم بستگی دارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** توان صدور جسم سیاه در طول موج ماکزیمم تابش (λ_{max}) با دما به توان پنج و در سایر طول موج‌ها با دما به توان چهار متناسب است.

مثال۹۳: یک صفحه مربعی به ضلع $2a$ و یک کره به فاصله a از مرکز صفحه مفروض است. ضریب شکل انتقال حرارت تشعشعی از کره به صفحه چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

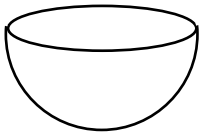
۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کره را در مرکز مکعبی فرض می‌کنیم که صفحه مربعی یکی از وجوه آن مکعب باشد. اگر سطح خارجی کره را سطح (۱) و سطح داخلی مکعب را سطح (۲) بنامیم، تمام تابش کره به مکعب می‌باشد و داریم: $F_{12}=1$. با توجه به تقارن، مقدار تابشی که از کره به یکی از وجوه مکعب از جمله صفحه مربعی مورد نظر می‌تابد برابر با $\frac{1}{6}$ تابش کره به کل مکعب است. بنابراین:

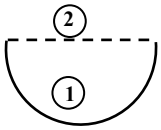


$$F_{1-\text{صفحه}}=\frac{1}{6}F_{12}=\frac{1}{6}\times 1=\frac{1}{6}$$

مثال۹۴: چه کسری از تشعشع سطح داخلی به محیط می‌رود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)



۱) ۱/۰
۲) ۰/۷۵
۳) ۰/۵
۴) ۰/۲۵



☑ **پاسخ: گزینه «۳»** سطح داخلی نیمکره را سطح (۱) می‌نامیم. همچنین یک سطح فرضی روی دهانه نیمکره در نظر گرفته و آن را سطح (۲) می‌نامیم. ضریب شکل سطح داخلی نیمکره نسبت به محیط اطراف برابر است با ضریب شکل آن نسبت به سطح (۲)، زیرا تمام تابشی که از سطح داخلی نیمکره به محیط می‌تابد از سطح (۲) عبور می‌کند. رابطه ضریب شکل را برای سطح (۲) می‌نویسیم:

$$F_{21}+F_{22}=1\ ,\ F_{22}=0\ \Rightarrow\ F_{21}=1$$

با نوشتن رابطه تقابل بین سطح (۱) و سطح (۲) خواهیم داشت:

$$A_1F_{12}=A_2F_{21}\ \Rightarrow\ F_{12}=\frac{A_2}{A_1}F_{21}=\frac{\pi r^2}{2\pi r^2}F_{21}=\frac{1}{2}\times 1\ \Rightarrow\ F_{12}=\frac{1}{2}=0/5$$

بنابراین ضریب شکل سطح داخلی نیمکره به محیط اطراف (F_{12}) برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد. بعبارت دیگر $\frac{1}{2}$ از تشعشع سطح داخلی به محیط می‌رود.

مثال۹۵: یک صفحه خاکستری به سطح مقطع محدود A عایق بندی شده است. کدام گزینه در خصوص این صفحه صحیح است؟
(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۸)

۱) مقاومت سطحی آن صفر است. ۲) تشعشع آن برابر سطح سیاه است. ۳) مقاومت سطحی آن $\frac{1}{\varepsilon A}$ است. ۴) هر سه مورد

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** رابطه مقاومت سطحی بصورت مقابل است:

$$\text{مقاومت سطحی}=\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$$

عایق بندی سطح مانع صدور تابش از آن می‌شود. و بنابراین ضریب صدور سطح عایق (ε) تقریباً برابر صفر خواهد بود. در نتیجه:

$$\text{سطح عایق}:\varepsilon\simeq 0\ \Rightarrow\ \text{مقاومت سطحی}=\frac{1}{\varepsilon A}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل یازدهم

۱ـ طبق تابع توزیع پلانک با افزایش دمای جسم حداکثر تابش آن:

۱) به سمت طول موج‌های بلندتر می‌رود.

۲) به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر می‌رود.

۳) با پرتوهای گاما انجام می‌شود.

۴) طول موج‌هایی که حداکثر تابش در آن‌ها انجام می‌شود به دمای جسم بستگی ندارد.

۲ـ اگر دمای یک جسم ۳ برابر شود، طول موجی که جسم در آن حداکثر تابش را می‌کند چند برابر می‌شود؟

۱) ۳ برابر ۲) ۹ برابر ۳) $\frac{۱}{۳}$ برابر ۴) تغییر نمی‌کند.

۳ـ شدت تابش صادر شده از دو صفحه که اولی سیاه (b) و دومی خاکستری (g) می‌باشد با هم برابراست. اگر ضریب صدور جسم خاکستری ε باشد، درجه حرارت این دو جسم چه رابطه‌ای با هم دارند؟

۱) $T_b = T_g$ ۲) $T_b = \sqrt[۴]{\varepsilon} T_g$ ۳) $T_b = \varepsilon T_g$ ۴) $\varepsilon T_b = T_g$

۴ـ کدام یک از روابط زیر در مورد یک جسم کدر صادق است؟

۱) $\alpha + \tau = ۱$ ۲) $\rho + \tau = ۱$ ۳) $\alpha + \rho = ۱$ ۴) هیچکدام

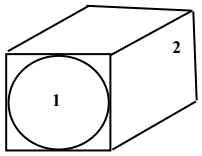
۵ـ اگر ضریب صدور و ضریب جذب یک سطح مستقل از طول موج باشد، آن سطح را ..... می‌نامیم.

۱) دیفیوز ۲) خاکستری ۳) کدر ۴) شفاف

۶ـ اگر ضریب صدور و ضریب جذب یک سطح مستقل از جهت باشد، آن سطح را ..... می‌نامیم.

۱) دیفیوز ۲) خاکستری ۳) کدر ۴) شفاف

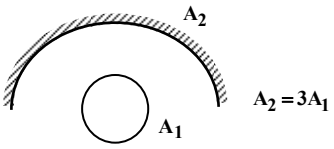
۷ـ کره‌ای در داخل یک مکعب محاط شده است. ضریب شکل سطح داخل مکعب نسبت به خودش چقدر است؟



۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $۱ - \frac{\pi}{۴}$

۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $۱ - \frac{\pi}{۶}$

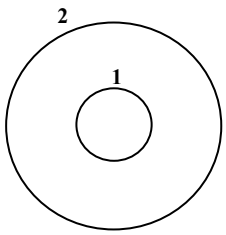
۸ـ در شکل زیر سطح (۱) سطح کروی و سطح (۲) نیمکره می‌باشد. $F_{۲۱}$ چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $۱ - \frac{\pi}{۶}$

۹ـ در شکل زیر ضریب شکل سطح (۲) نسبت به خودش چقدر است؟ (هر دو شکل کره هستند و $D_۲ = ۴D_۱$)



۱) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۷}{۸}$

۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۰ـ ضریب شکل سطح جانبی استوانه نسبت به خودش در صورتی که ضریب شکل دو قاعده نسبت به هم ۰/۳ باشد، چقدر است؟ (طول و قطر استوانه با هم برابرند)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۶۵ ۴) ۰/۷۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ در یک جسم خاکستری اگر ضریب صدور ε و ضریب جذب α باشد کدام رابطه صحیح است؟

۱) $\varepsilon = \alpha$ ۲) $\varepsilon > \alpha$ ۳) $\varepsilon < \alpha$ ۴) $\varepsilon = \alpha^{۲}$

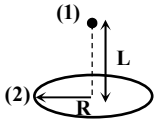
۱۲ـ ضریب صدور سطح خارجی یک کره $\varepsilon = ۰/۳$ می‌باشد. اگر مساحت آن $۷m^{۲}$ باشد، مقاومت سطحی آن چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۳۰}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۳ـ اگر بین دو صفحه نامحدود، چهار سپر حرارتی قرار دهیم و ضریب صدور تمام سطوح برابر باشد، میزان انتقال حرارت بین دو صفحه چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۲۰٪ ۲) ۳۰٪ ۳) ۷۰٪ ۴) ۸۰٪

۱۴ـ در شکل زیر ضریب شکل سطح (۱) نسبت به سطح (۲) چقدر است؟ $(R = ۱m, L = ۳m)$



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۱۵ـ دو صفحه نامحدود موازی دارای مساحت‌های برابر A و ضرایب صدور برابر ε می‌باشند. اگر دمای دو صفحه $T_۱$ و $T_۲$ باشد $(T_۱ > T_۲)$ میزان انتقال حرارت بین این دو صفحه چقدر است؟

۱) $q = ۰$ ۲) $q = A\sigma(T_۱^{۴} - T_۲^{۴})$ ۳) $q = \varepsilon A\sigma(T_۱^{۴} - T_۲^{۴})$ ۴) $q = \frac{A\sigma(T_۱^{۴} - T_۲^{۴})}{\frac{۲}{\varepsilon} - ۱}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه آزمون‌ها

فصل اول: «انتقال حرارت هدایتی»

۱ـ گزینه «۳» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۳» ۴ـ گزینه «۴» ۵ـ گزینه «۲»

فصل دوم: «انتقال حرارت هدایتی یک بعدی »

۱ـ گزینه «۴» ۲ـ گزینه «۱» ۳ـ گزینه «۱» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۳»

۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۲» ۸ـ گزینه «۳» ۹ـ گزینه «۳» ۱۰ـ گزینه «۲»

۱۱ـ گزینه «۱» ۱۲ـ گزینه «۳» ۱۳ـ گزینه «۴» ۱۴ـ گزینه «۲» ۱۵ـ گزینه «۲»

فصل سوم: « پره‌ها(فین‌ها)»

۱ـ گزینه «۱» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۱» ۵ـ گزینه «۲»

فصل چهارم: « هدایت دوبعدی پایا»

۱ـ گزینه «۳» ۲ـ گزینه «۱» ۳ـ گزینه «۳» ۴ـ گزینه «۴» ۵ـ گزینه «۲»

فصل پنجم : «انتقال حرارت گذرا (نا پایا)»

۱ـ گزینه «۴» ۲ـ گزینه «۳» ۳ـ گزینه «۴» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۳»

فصل ششم : «انتقال حرارت جابجایی»

۱ـ گزینه «۳» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۳»

۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۳» ۸ـ گزینه «۲» ۹ـ گزینه «۲» ۱۰ـ گزینه «۳»

۱۱ـ گزینه «۳» ۱۲ـ گزینه «۲» ۱۳ـ گزینه «۲» ۱۴ـ گزینه «۳» ۱۵ـ گزینه «۳»

فصل هفتم : « جریان داخلی»

۱ـ گزینه «۳» ۲ـ گزینه «۳» ۳ـ گزینه «۱» ۴ـ گزینه «۳» ۵ـ گزینه «۱»

۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۲» ۸ـ گزینه «۳» ۹ـ گزینه «۱» ۱۰ـ گزینه «۱»

فصل هشتم : « جابجایی آزاد»

۱ـ گزینه «۳» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۳» ۴ـ گزینه «۱» ۵ـ گزینه «۴»

۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۴» ۸ـ گزینه «۱» ۹ـ گزینه «۱» ۱۰ـ گزینه «۱»

فصل نهم : « جوش و میعان»

۱ـ گزینه «۲» ۲ـ گزینه «۲» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۲» ۵ـ گزینه «۲»

فصل دهم : « مبدل‌های حرارتی»

۱ـ گزینه «۴» ۲ـ گزینه «۴» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۴» ۵ـ گزینه «۳»

۶ـ گزینه «۲» ۷ـ گزینه «۲» ۸ـ گزینه «۴» ۹ـ گزینه «۳» ۱۰ـ گزینه «۴»

فصل یازدهم : « تشعشع»

۱ـ گزینه «۲» ۲ـ گزینه «۳» ۳ـ گزینه «۲» ۴ـ گزینه «۳» ۵ـ گزینه «۲»

۶ـ گزینه «۱» ۷ـ گزینه «۴» ۸ـ گزینه «۳» ۹ـ گزینه «۲» ۱۰ـ گزینه «۳»

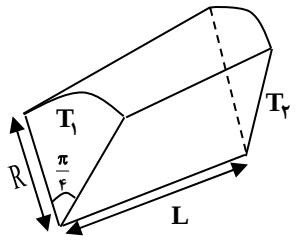
۱۱ـ گزینه «۱» ۱۲ـ گزینه «۳» ۱۳ـ گزینه «۴» ۱۴ـ گزینه «۳» ۱۵ـ گزینه «۴»

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱: در یک ربع استوانه مطابق شکل زیر میزان انتقال حرارت یک بعدی در جهت محور استوانه در شرایط پایدار، کدام گزینه است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)



۱) $Q=\frac{kR^{۲}\pi(T_{۱}-T_{۲})}{۴L}$

۲) $Q=\frac{kR^{۲}\pi(T_{۱}-T_{۲})}{L}$

۳) $Q=\frac{kR^{۲}\pi(T_{۱}-T_{۲})}{۲L}$

۴) $Q=\frac{kR^{۲}\pi(T_{۱}-T_{۲})}{۸L}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** با استفاده از قانون فوریه در انتقال حرارت یک بعدی و پایا داریم: $Q=KA\frac{T_{۱}-T_{۲}}{L}$

در رابطه بالا، A مساحت قطاع دایره با زاویه $\frac{\pi}{۴}$ است که برابر با $\frac{۱}{۸}$ مساحت کل دایره می‌باشد، بنابراین $A=\frac{\pi R^{۲}}{۸}$.

اگر این مقدار A را در رابطه فوریه قرار دهیم، خواهیم داشت : $Q=\frac{KR^{۲}\pi(T_{۱}-T_{۲})}{۸L}$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: یک کره به قطر a و یک مکعب به ضلع a هر دو از جنس نقره و هم‌دما با درجه حرارت $۲۰۰^{\circ}C$ در داخل آب سرد انداخته می‌شوند، کدام‌یک زودتر خنک می‌شوند؟ (فرض کنید که ضریب انتقال حرارت جابجایی برای هر دو جسم برابر و a کوچک باشد) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) کره
۲) هر دو هم زمان
۳) مکعب
۴) با این اطلاعات نمی‌توان به این سؤال پاسخ داد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** با استفاده از روش ظرفیت گرمایی فشرده، رابطه دما در کره و مکعب بصورت روبرو می‌باشد :

$$\frac{T-T_{\infty}}{T_{\circ}-T_{\infty}}=e^{-\frac{t}{\tau}}\quad,\quad \tau=\frac{\rho CL_{c}}{h}$$

بین مکعب و کره، هرکدام که ثابت زمانی (τ) کوچکتری داشته باشد، زودتر سرد می‌شود. شرایط مسأله برای مکعب و کره یکسان است، بنابراین ρ، C، h در هر دو حالت برابر است. در نتیجه با توجه به رابطه ثابت زمانی $(\tau=\frac{\rho CL_{c}}{h})$ بین مکعب و کره هر کدام که طول مشخصه (L_{c}) کوچکتری داشته باشد، ثابت زمانی آن کوچکتر و در نتیجه سریعتر خنک می‌شود. طول مشخصه بصورت نسبت حجم به مساحت تعریف می‌شود، بنابراین :

$$\text{کره}: L_{c}=\frac{V}{A}=\frac{\frac{\pi a^{۳}}{۶}}{\pi a^{۲}}=\frac{a}{۶} \qquad \text{و} \qquad \text{مکعب}: L_{c}=\frac{V}{A}=\frac{a^{۳}}{۶a^{۲}}=\frac{a}{۶}$$

بنابراین طول مشخصه کره و مکعب با هم برابر $(L_{c}=\frac{a}{۶})$ است و در نتیجه ثابت زمانی آن‌ها (τ) نیز برابر می‌باشد. بنابراین کره و مکعب هم‌زمان سرد می‌شوند.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: کدام گزینه زیر مشخصات یک عایق متخلخل خوب را بیان می‌کند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) گاز درون فضای متخلخل ساکن باشد.
۲) قسمت جامد آن دارای ثابت هدایت حرارتی کوچکی باشد
۳) تخلخل آن بزرگ باشد
۴) همه موارد

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** به طور کلی در عایق‌ها هرچه ضریب هدایت حرارتی عایق (k) کوچکتر باشد، عملکرد عایق بهتر است. در عایق‌های متخلخل اگر گاز درون فضای متخلخل ساکن باشد، انتقال حرارت جابجایی توسط گاز انجام نمی‌شود و حرارت در داخل گاز فقط به طریق هدایتی منتقل می‌شود. بنابراین ساکن بودن گاز داخل فضای متخلخل باعث کاهش انتقال حرارت و عملکرد بهتر عایق می‌شود. همچنین هرچه تخلخل‌های عایق بیشتر و بزرگتر باشند، حجم گاز به تله افتاده بیشتر است و هرچه گاز داخل عایق بیشتر باشد، انتقال حرارت از عایق کمتر و عملکرد عایق بهتر است. بنابراین همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴: در یک مخزن همزن‌دار دوجداره، صد کیلو آب $۳۰^\circ C$ را بصورت batch توسط بخار اشباع $۱۰۰^\circ C$ گرم می‌کنیم. اگر دمای نهایی $۷۰^\circ C$ باشد مقدار LMTD چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۴۰}{\ln\frac{۷}{۳}}$

۲) $-\frac{۴۰}{\ln\frac{۳}{۷}}$

۳) ۵۰

۴) محاسبه LMTD در فرایند ناپایا بی‌معنی است

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اختلاف دمای متوسط لگاریتمی (LMTD) فقط در فرایندهای پایا تعریف می‌شود و در فرایند ناپایا بی‌معنی است.

مثال۵: ماده جامد با توانایی تولید گرما به شدت حجمی $\dot{q}$ به دو شکل کره به شعاع r و استوانه‌ای به شعاع r و طول L $(L \gg r)$ شکل‌دهی شده و در محیطی با دمای ثابت T_∞ وضریب انتقال گرمای h قرار داده می‌شود. اختلاف دمای سطح جسم با محیط برای کدام شکل و چند درصد بیشتر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) کره ـ ۱۰۰ ۲) استوانه ـ ۱۰۰ ۳) استوانه ـ ۵۰ ۴) کره ـ ۵۰

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در حالت پایا، تمام حرارت تولید شده در داخل جسم، به طریق جابجایی به محیط منتقل می‌شود:

حرارت منتقل شده به محیط = حرارت تولید شده

حرارت منتقل شده به محیط $= hA(T_w - T_\infty)$ و حرارت تولید شده $= \dot{q}V$

در نتیجه داریم: $\dot{q}V = hA(T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}V}{hA}$

در روابط بالا، V حجم جسم، A مساحت سطح خارجی آن، T_w دمای سطح خارجی جسم و T_∞ دمای محیط می‌باشد.

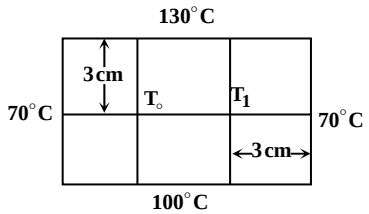
بنابراین در مورد کره و استوانه داریم:

در مورد کره: $V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \ , \ A = ۴\pi r^۲ \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳)}{h(۴\pi r^۲)} \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}r}{۳h}$

در مورد استوانه: $V = \pi r^۲ L \ , \ A = ۲\pi rL \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}(\pi r^۲ L)}{h(۲\pi rL)} \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{\dot{q}r}{۲h}$

با توجه به روابط بالا ملاحظه می‌کنیم که اختلاف دمای سطح خارجی و محیط $(T_w - T_\infty)$ در استوانه ۱/۵ برابر کره می‌باشد. به عبارت دیگر اختلاف دمای سطح خارجی و محیط، در استوانه ۵۰% بیشتر از کره می‌باشد.

مثال۶: دمای پایای لبه‌های صفحه نازکی به ابعاد $۶\times۹cm^۲$ با ضریب هدایت حرارتی k که در آن گرما با شدت حجمی g تولید می‌شود مطابق شکل زیر است. چنانچه $\frac{g}{k} = ۲۵\frac{^\circ C}{cm^۲}$ باشد، دمای گره‌های نشان داده شده چند درجه سلسیوس است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)



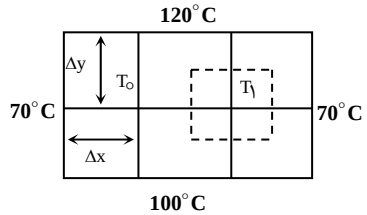
۱) ۱۷۵

۲) ۲۰۰

۳) ۱۰۰

۴) ۱۳۱

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** از موازنه انرژی در گره با دمای $T_۱$ داریم:



$$(۷۰ - T_۱) + (T_۰ - T_۱) + (۱۳۰ - T_۱) + (۱۰۰ - T_۱) + \frac{\dot{q}(\Delta x.\Delta y)}{k} = ۰$$

از تقارن مسأله داریم $T_۱ = T_۰$. همچنین داریم: $\Delta x = \Delta y = ۳cm$ و $\frac{\dot{q}}{k} = ۲۵\frac{^\circ C}{cm^۲}$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

بنابراین اگر این مقادیر را در رابطه موازنه انرژی قرار دهیم خواهیم داشت :

$$۳T_۱ = ۷۰+۱۳۰+۱۰۰+۲۵(۳\times۳) \Rightarrow ۳T_۱ = ۵۲۵ \Rightarrow T_۱ = ۱۷۵^\circ C \ , \ T_\circ = T_۱ \Rightarrow T_\circ = ۱۷۵^\circ C$$

مثال۷: آب با دبی جرمی ۱ کیلوگرم در ثانیه درون لوله‌ای با جریان آرام جریان دارد. دمای دیواره داخلی لوله ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد و دمای ورودی و خروجی آب به ترتیب ۲۰ و ۳۰ درجه سانتی‌گراد است. اگر دبی جرمی آب نصف شود، دمای جدید خروجی آب چند درجه سانتی‌گراد است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) ۴۸ ۲) ۷۲ ۳) ۲۹ ۴) ۳۹

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در جریان سیال داخل لوله در حالتی که دمای دیواره لوله ثابت باشد، دمای خروجی سیال از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$\frac{T_w - T_o}{T_w - T_i} = \exp\left[-\frac{pL}{\dot{m}C_p}h\right]$$

در رابطه بالا، T_w دمای دیواره لوله (که ثابت می‌باشد)، T_o دمای متوسط سیال خروجی، T_i دمای متوسط سیال ورودی به لوله، p محیط لوله، L طول لوله و $\dot{m}$ دبی جرمی سیال می‌باشد.

اگر مقادیر عددی دماها در حالتی که دبی جرمی $۱\ \frac{kg}{s}$ است را در رابطه بالا جایگزین کنیم، داریم :

$$\frac{۱۰۰-۳۰}{۱۰۰-۲۰} = \exp\left[-\frac{PL}{C_p}h\right] \Rightarrow \exp\left[-\frac{PLh}{C_p}\right] = \frac{۷۰}{۸۰} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow -\frac{PLh}{C_p} = Ln\frac{۷}{۸} \quad (I)$$

در حالت دوم که دبی جرمی نصف می‌شود $(\dot{m} = ۰/۵\ \frac{kg}{s})$، دمای خروجی سیال (T_o) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{۱۰۰-T_o}{۱۰۰-۲۰} = \exp\left[-\frac{PLh}{۰/۵C_p}\right] \Rightarrow \frac{۱۰۰-T_o}{۸۰} = \exp\left[-\frac{۲PLh}{C_p}\right] \Rightarrow -\frac{۲PLh}{C_p} = Ln(\frac{۱۰۰-T_o}{۸۰})$$

از رابطه (I) داریم : $-\frac{PLh}{C_p} = Ln\frac{۷}{۸}$. اگر این مقدار را در رابطه بالا قرار دهیم خواهیم داشت :

$$۲Ln\frac{۷}{۸} = Ln(\frac{۱۰۰-T_o}{۸۰}) \Rightarrow Ln(\frac{۷}{۸})^۲ = Ln(\frac{۱۰۰-T_o}{۸۰}) \Rightarrow (\frac{۷}{۸})^۲ = \frac{۱۰۰-T_o}{۸۰}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰-T_o = ۸۰\times\frac{۴۹}{۶۴} \Rightarrow ۱۰۰-T_o = ۶۱/۲۵ \Rightarrow T_o = ۳۸/۷۵ \Rightarrow T_o \simeq ۳۹^\circ C$$

مثال۸: کره‌ای با دمای سطح $۲۰۰^\circ C$ درون سیال ساکن نامتناهی در محیط بدون گرانش غوطه‌ور است. دمای سیال $۵۰^\circ C$ و ثابت است. اگر قطر کره ۱۰ سانتی‌متر باشد گرادیان دمای کره در سطح آن بر حسب $\frac{^\circ C}{m}$ چه مقدار است؟ (ثابت انتقال حرارت هدایتی کره ۵۰۰ برابر ثابت انتقال حرارت هدایتی سیال است)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** شار حرارتی هدایتی در سطح کره برابر است با شار حرارتی جابجایی که از کره به سیال وارد می‌شود. بنابراین:

$$k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=R} = h(T_w - T_\infty)$$

در رابطه بالا k ضریب هدایت کره، R شعاع کره، T_w دمای سطح کره، h ضریب جابجایی سیال و T_∞ دمای سیال می‌باشد. از رابطه بالا نتیجه می‌گیریم :

$$\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=R} = \frac{h(T_w - T_\infty)}{k}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در رابطه بالا مقدار $\frac{h}{k}$ را نداریم. در انتقال حرارت جابجایی آزاد از یک کره به سیال ساکن نامتناهی اطراف آن مقدار عدد نوسلت برابر ۲ می‌باشد $(Nu = ۲)$. بنابراین داریم:

$$Nu = \frac{hD}{k_f} = ۲ \Rightarrow h = \frac{۲k_f}{D} = \frac{۲k_f}{۰/۱} \Rightarrow h = ۲۰k_f$$

همچنین در صورت سئوال قید شده که نسبت ضریب هدایت کره (k) به ضریب هدایت سیال (k_f) برابر ۵۰۰ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$h = ۲۰k_f \ , \ \frac{k}{k_f} = ۵۰۰ \Rightarrow \frac{h}{k} = \frac{۲۰k_f}{k} = \frac{۲۰}{۵۰۰} = \frac{۱}{۲۵}$$

اگر این مقدار $\frac{h}{k}$ را در رابطه مربوط به گرادیان دما در سطح کره قرار دهیم، نتیجه می‌گیریم:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = \frac{h}{k}(T_w - T_\infty) = \frac{۱}{۲۵}(۲۰۰ - ۵۰) = ۶ \ \frac{^\circ C}{m}$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۹: دمای متوسط توده‌ای $(\overline{T})$ کره‌ی جامد با شعاع R و توزیع دمای $T = f(r)$ کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\overline{T} = \frac{\int_0^R ۲rf(r)dr}{۴R^۲}$ ۲) $\overline{T} = \frac{۳\int_0^R r^۲f(r)dr}{R^۳}$ ۳) $\overline{T} = \sqrt{f(0)f(R)}$ ۴) $\overline{T} = \frac{f(0)+f(R)}{۲}$

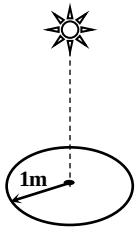
☑ **پاسخ: گزینه «۲»** دمای متوسط توده‌ای در کره با شعاع R و توزیع دمای $T = f(r)$ از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$\overline{T} = \frac{\int_0^R TdV}{\int_0^R dV} \ , \ V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow dV = ۴\pi r^۲dr \ , \ T = f(r) \Rightarrow \overline{T} = \frac{\int_0^R f(r)\ ۴\pi r^۲dr}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} = \frac{۴\pi\int_0^R f(r)r^۲dr}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} \Rightarrow \overline{T} = \frac{۳\int_0^R r^۲f(r)dr}{R^۳}$$

◆ ◆ ◆ ◆

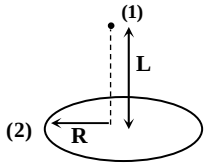
مثال۱۰: لامپ روشنایی در سقف یک اتاق بالای یک میز به شعاع ۱ متر قرار دارد. فاصله مرکز میز تا لامپ (۲π) متر است. نرخ دریافت روشنایی توسط میز از لامپ با کدام یک از اعداد زیر متناسب است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۲}{\pi}$ ۲) $\frac{\pi}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲\pi}$ ۴) $\frac{۱}{۴\pi}$



☑ **پاسخ: گزینه «۳»** اگر یک سطح کوچک به فاصله L از مرکز یک صفحه دایره‌ای به شعاع R قرار داشته باشد، در این صورت ضریب شکل آن سطح نسبت به صفحه برابر است با:

$$F_{۱۲} = \frac{R^۲}{R^۲ + L^۲}$$



در این مساله سطح کوچک، سطح نیمه پایینی لامپ می‌باشد که به سمت میز تابش می‌کند، بنابراین ضریب شکل لامپ نسبت به میز برابر است با:

$$F_{۱۲} = \frac{R^۲}{R^۲ + L^۲} \ , \ R = ۱m \ , \ L = ۲\pi \Rightarrow F_{۱۲} = \frac{۱}{۱ + ۴\pi^۲}$$

همچنین اگر شعاع لامپ را r بنامیم در این صورت مساحت نیمه پایینی آن برابر است با: $A_۱ = ۲\pi r^۲$

نرخ تابش صادر شده از لامپ به میز برابر است با: $q_{۱\to۲} = A_۱F_{۱۲}E_۱$

که در رابطه بالا $E_۱$ شار تابشی صادر شده از لامپ می‌باشد، بنابراین داریم: $q_{۱\to۲} \propto A_۱F_{۱۲} \ , \ A_۱ = ۲\pi r^۲ \ , \ F_{۱۲} = \frac{۱}{۱ + ۴\pi^۲} \Rightarrow q_{۱\to۲} \propto \frac{۲\pi r^۲}{۱ + ۴\pi^۲}$

اگر در مخرج کسر از مقدار ۱ در مقایسه با $۴\pi^۲$ صرفنظر کنیم، خواهیم داشت: $q_{۱\to۲} \propto \frac{۲\pi r^۲}{۴\pi^۲} \Rightarrow q_{۱\to۲} \propto \frac{۱}{۲\pi}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۱: می‌توان نشان داد که حل دقیق معادله‌ی انتقال حرارت ناپایدار، از یک صفحه بی‌نهایت که تحت تأثیر محیط قرار می‌گیرد، منجر به تعیین مقادیر مشخصه λ_n از این رابطه می‌گردد: $\lambda_n L \tan(\lambda_n L) = Bi$.

L نصف ضخامت صفحه و Bi بیانگر عدد بیو می‌باشد. باتوجه به رابطه فوق در صورت کوچک بودن عدد بیو به صورت تقریبی می‌توانیم بنویسیم: (طوری که α ضریب پخش یا نفوذ، A سطح تبادل حرارت و Vحجم می‌باشد) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $\alpha\lambda_n^2 = \frac{hA}{SCV}$

۲) $\alpha\lambda_n^2 = \frac{SCV}{hA}$

۳) $\alpha\lambda_n^2 = -\frac{hA}{SCV}$

۴) $\alpha\lambda_n^2 = \frac{SCV}{hA}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** از رابطه داده شده در صورت مسأله داریم: $\lambda_n L \tan(\lambda_n L) = Bi \Rightarrow \tan(\lambda_n L) = \frac{Bi}{\lambda_n L}$

در صورت کوچک بودن عدد بیو (Bi) خواهیم داشت: $Bi \to 0 \Rightarrow \tan(\lambda_n L) \to 0 \Rightarrow \tan(\lambda_n L) \approx \lambda_n L$

(حتماً از ریاضیات مقدماتی به خاطر دارید که اگر $\tan x \to 0$ باشد آنگاه $\tan x \approx x$). در نتیجه اگر در رابطه اول به جای $\tan(\lambda_n L)$ عبارت $\lambda_n L$ را جایگزین کنیم خواهیم داشت:

$$\lambda_n L = \frac{Bi}{\lambda_n L} \Rightarrow (\lambda_n L)^2 = Bi \ , \ Bi = \frac{hL}{k} \Rightarrow \lambda_n^2 L^2 = \frac{hL}{k} \Rightarrow \lambda_n^2 = \frac{h}{kL} \qquad (I)$$

در روابط بالا L نصف ضخامت دیوار است. حتماً به خاطر دارید که در رابطه عدد بیو $(Bi = \frac{hL_c}{k})$، L_c طول مشخصه جسم است $(L_c = \frac{V}{A})$ که در مورد صفحه‌ای که از دو طرف تحت تأثیر محیط قرار دارد برابر با نصف ضخامت صفحه می‌باشد. بنابراین در این مسأله $L_C = L$ و در نتیجه $Bi = \frac{hL}{k}$ می‌باشد. اگر دو طرف رابطه (I) را در α (ضریب پخش حرارتی) ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\alpha\lambda_n^2 = \alpha\frac{h}{kL} \ , \ \alpha = \frac{k}{\rho C} \Rightarrow \alpha\lambda_n^2 = \frac{k}{\rho C}.\frac{h}{kL} = \frac{h}{\rho CL} \ , \ L = \frac{V}{A} \Rightarrow \alpha\lambda_n^2 = \frac{hA}{\rho CV}$$

توضیح: در گزینه‌ها منظور از S چگالی (ρ) می‌باشد.

نکته: در رابطه $L = \frac{V}{A}$، L طول مشخصه دیوار (نصف ضخامت دیوار) و A سطح تبادل حرارت است که مساوی با دو برابر سطح دیوار می‌باشد (چون صفحه از دو طرف با محیط تبادل حرارت می‌کند).

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۲: برای یک لوله با شعاع داخلی و خارجی R_i , R_o در د اخل و خارج آن انتقال حرارت جابجایی با ضرایب انتقال حرارت h_i , h_o به ترتیب وجود دارد ضریب انتقال حرارت کلی برحسب سطح داخلی به صورت $U_i = \frac{A_i}{\frac{1}{h_i} + \frac{Ln\frac{R_o}{R_i}}{2\pi KL} + \frac{A_i}{A_o}\frac{1}{h_o}}$ داده شده است در کدام حالت می‌توان گفت: $U_i \approx A_i h_o$؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) وقتی لوله نازک و دارای ضریب هدایت حرارتی کم بوده و $h_o >> h_i$

۲) وقتی لوله نازک و دارای ضریب هدایت حرارتی زیاد بوده و $h_o << h_i$

۳) وقتی لوله نازک و دارای ضریب هدایت حرارتی زیاد بوده و $h_o >> h_i$

۴) وقتی لوله نازک و داراری ضریب هدایت حرارتی کم بوده و $h_i >> h_o$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** وقتی لوله نازک و دارای ضریب هدایت حرارتی (k) زیاد می‌باشد، مقاومت هدایتی آن بسیار ناچیز و قابل صرفنظر است. بنابراین عبارت $\frac{\text{Ln}\frac{R_o}{R_i}}{2\pi kL}$ در مخرج کسر که برابر با مقاومت هدایتی لوله می‌باشد قابل صرفنظر خواهد بود. همچنین زمانی که $h_o << h_i$ می‌باشد، عبارت $\frac{1}{h_i}$ در مقایسه با $\frac{1}{h_o}$ بسیار ناچیز و قابل صرفنظر است. همچنین در لوله جدار نازک مساحت سطح داخلی و خارجی تقریباً برابر هستند $(A_i \simeq A_o)$؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$U_i = \frac{A_i}{\frac{1}{h_i} + \frac{\text{Ln}\frac{R_o}{R_i}}{2\pi kL} + \frac{A_i}{A_o}\frac{1}{h_o}} \quad , \quad \frac{\text{Ln}\frac{R_o}{R_i}}{2\pi kL} \approx 0 \quad , \quad \frac{1}{h_i} \approx 0 \Rightarrow U_i = \frac{A_i}{\frac{A_i}{A_o}\frac{1}{h_o}} = A_o h_o \quad , A_i \simeq A_o \Rightarrow U_i = A_i h_o$$

نکته: ضریب انتقال حرارت کلی که در صورت مسأله داده شده اشتباه است. ضریب انتقال حرارت کلی برحسب سطح داخلی (A_i) به صورت زیر می‌باشد:

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{A_i \text{Ln}\frac{R_o}{R_i}}{2\pi kL} + \frac{A_i}{A_o}\frac{1}{h_o}}$$

و در صورتی که لوله نازک و دارای ضریب هدایت حرارتی زیاد بوده و $h_o << h_i$ باشد، U_i تقریباً برابر با h_o خواهد بود:

$$\frac{A_i \text{Ln}\frac{R_o}{R_i}}{2\pi kL} \approx 0 \quad , \quad \frac{1}{h_i} \approx 0 \Rightarrow U_i \approx \frac{1}{\frac{A_i}{A_o}\frac{1}{h_o}} \quad , A_i \simeq A_o \Rightarrow U_i \simeq h_o$$

◆ ◆ ◆ ◆

✍ **مثال ۱۳: جریان الکتریکی عبوری از یک کابل موجب می شود که حرارت معادل $۴۰۰۰۰ \frac{W}{m^۳}$ درون کابل تولید شود. اگر دمای محیطی که کابل در آن قرار دارد صفر درجه سانتی‌گراد و ضریب جابجایی گرمایی بین سطح خارجی کابل و محیط $۱۰ \frac{w}{m^۲ {}^\circ C}$ باشد، با صرف‌نظر از توزیع دما در داخل کابل، در شرایط تعادل حرارتی دمای کابل چه قدر است؟ (۱۰ وات بر متر مربع حرارت نیز به وسیله تشعشع از سطح کابل به محیط داده می‌شود. شعاع کابل ۱ سانتی‌متر است.)** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $۲۱^\circ C$ ۲) $۱۹^\circ C$ ۳) $۲۱۰^\circ C$ ۴) $۱۹۰^\circ C$

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** در شرایط پایا، حرارت تولید شده در داخل کابل، به طریق جابجایی و تشعشع به محیط منتقل می‌شود:

حرارت خارج شده به طریق تشعشع + حرارت خارج شده به طریق جابجایی = حرارت تولید شده

حرارت تولید شده = $\dot{q}V = \dot{q}(\pi R^۲ L)$

حرارت خارج شده به طریق جابجایی = $hA(T - T_\infty) = h(2\pi RL)(T - T_\infty)$

حرارت خارج شده به طریق تشعشع = $q''A = q''(2\pi RL)$

در روابط بالا L طول و R شعاع کابل می‌باشد. با استفاده از روابط بالا نتیجه می‌گیریم:

$$\dot{q}(\pi R^۲ L) = h(2\pi RL)(T - T_\infty) + q''(2\pi RL) \xrightarrow{\text{تقسیم بر } \pi RL} \dot{q}R = 2h(T - T_\infty) + 2q''$$

اگر مقادیر عددی پارامترها را وارد کنیم خواهیم داشت: $۴۰۰۰۰ \times ۰/۰۱ = ۲ \times ۱۰(T - ۰) + ۲ \times ۱۰ \Rightarrow ۴۰۰ = ۲۰T + ۲۰ \Rightarrow T = ۱۹^\circ C$

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۴: بخار در سطح خارجی یک لوله جدار نازک با سطح یک متر مربع تقطیر می‌شود. تقطیر بخار موجب می‌شود که دمای سطح خارجی لوله ثابت باقی بماند. اگر سیالی با نرخ $۰/۲\frac{kg}{s}$ درون لوله جریان یابد و در طی عبور داخل لوله ۴۰ درجه افزایش دما داشته باشد، با فرض اختلاف دمای متوسط لگاریتمی ۶۴ درجه سانتیگراد برای سیال، کدام‌یک از اعداد زیر عدد ناسلت برای داخل لوله است؟ (گرمای ویژه سیال $C_p = ۴۰۰۰\frac{J}{kg^\circ C}$ و قطر لوله ۵۰ میلی‌متر است.) (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) ۴/۳۶ ۲) ۳/۶۶ ۳) ۵/۲۵ ۴) ۶/۲۵

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** میزان انتقال حرارت از لوله به سیال برابر است با:

$$q = \bar{h}\, A_s\, \Delta T_{Lm} = \dot{m} C_p\, \Delta T$$

در رابطه بالا $\bar{h}$ ضریب جابجایی متوسط سیال، A_s سطح داخلی لوله، ΔT_{Lm} اختلاف دمای لگاریتمی سیال، $\dot{m}$ دبی جرمی سیال و ΔT اختلاف دمای ورودی و خروجی سیال می‌باشد. اگر مقادیر عددی پارامترها را جایگزین کنیم خواهیم داشت:

$$\bar{h} \times ۱ \times ۶۴ = ۰/۲ \times ۴۰۰۰ \times ۴۰ \Rightarrow \bar{h} = ۵۰۰\frac{w}{m^۲\ ^\circ C}$$

در نتیجه عدد نوسلت متوسط سیال $(\overline{Nu})$ برابر است با:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}D}{k} = \frac{۵۰۰ \times ۰/۰۵}{۴} = ۶/۲۵$$

نکته: لوله جدار نازک است بنابراین مساحت سطح خارجی و داخلی آن تقریباً برابر است به همین دلیل مساحت داخلی (A_s) را برابر سطح خارجی لوله و برابر با یک مترمربع در نظر می‌گیریم.

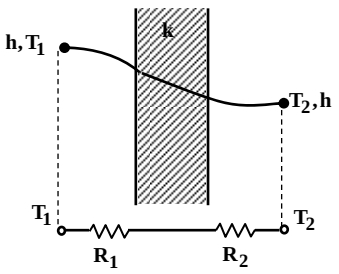
نکته: در جریان سیال در داخل لوله، در حالتی که جریان آرام و کاملاً توسعه یافته می‌باشد و دمای جدار داخلی لوله ثابت است، مقدار عدد نوسلت ثابت و برابر ۳/۶۶ می‌باشد. در این مسأله دمای سطح خارجی لوله ثابت است اما دمای سطح داخلی آن ثابت نمی‌باشد چرا؟ ابتدا و انتهای لوله را در نظر بگیرید اختلاف دمای سطح خارجی لوله و سیال داخل لوله در ابتدای لوله بیشتر از انتهای آن می‌باشد (چون دمای سیال انتهای لوله بیشتر است) و مقاومت حرارتی بین سطح خارجی لوله و سیال داخل لوله در ابتدا و انتهای لوله برابر است. درنتیجه مقدار حرارتی که از سطح خارجی لوله به سیال داخل لوله منتقل می‌شود در ابتدای لوله بیشتر از انتهای آن است $(q = \frac{\Delta T}{R})$. مقاومت حرارتی بین سطح خارجی و داخلی لوله در ابتدا و انتهای لوله برابر است و شار حرارتی در ابتدای لوله بیشتر از انتهای آن است در نتیجه اختلاف دمای سطح خارجی و داخلی در ابتدای لوله بیشتر از انتهای آن است $(\Delta T = q.R)$ بنابراین دمای سطح داخلی لوله در ابتدای لوله از انتهای آن کمتر است و به عبارت دیگر دمای سطح داخلی لوله از ابتدا تا انتهای لوله افزایش می‌یابد. در نتیجه گزینه «۲» اشتباه است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۱۵: از هر متر مربع پنجره شیشه‌ای وقتی اختلاف دمای هوا در دو طرف آن ۲۰ درجه سانتی‌گراد است و ضریب جابجایی هوا و شیشه در دو طرف مساوی است ۵۰ وات گرما عبور می‌کند. اگر این پنجره را دو جداره کنیم و ضریب جابجایی گرما برای هوای بین دو شیشه معادل ضریب جابجایی گرما در بیرون باشد، درشرایطی که اختلاف دما باز هم همان ۲۰ درجه سانتی‌گراد باشد، از هر متر مربع چه مقدار گرما عبور خواهد کرد (با صرفنظر از مقاومت‌های حرارتی هدایتی.)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۹)

۱) ۲۵ وات ۲) ۳۲ وات ۳) ۲۰ وات ۴) ۱۲/۵ وات.

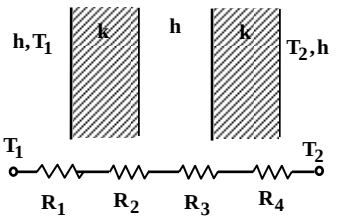


☑ **پاسخ: گزینه «۱»** در حالت اول که پنجره یک جداره می‌باشد، حرارت از هوای سمت چپ با دمای $T_۱$ به داخل پنجره و از پنجره به هوای سمت راست با دمای $T_۲$ منتقل می‌شود. میزان انتقال حرارت برابر است با اختلاف دمای هوای سمت چپ و راست $(T_۱ - T_۲)$ تقسیم بر مقاومت حرارتی بین آنها. و مقاومت حرارتی بین آنها (با صرفنظر از مقاومت هدایتی که در صورت سؤال قید شده) برابر است با مجموع مقاومت جابجایی در سمت چپ پنجره $(R_۱ = \frac{۱}{hA})$ و مقاومت جابجایی در سمت راست پنجره $(R_۲ = \frac{۱}{hA})$، بنابراین:

$$q_۱ = \frac{T_۱ - T_۲}{R_۱ + R_۲}\ ,\ R_۱ = R_۲ = \frac{۱}{hA} \Rightarrow q_۱ = \frac{hA}{۲}(T_۱ - T_۲)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



در حالت دوم که پنجره دو جداره می‌شود و بین دو جداره هوای بـا ضـریب جابجـایی h محبـوس مـی‌باشـد میزان انتقال حرارت برابر است با اختلاف دمای سمت چپ و راست پنجره دو جـداره $(T_۱ - T_۲)$ تقسـیم بـر مقاومت حرارتی بین آنها و مقاومت حرارتی بین آنها برابر است با مجمـوع مقاومـت جابجـایی در سـمت چـپ پنجره $(R_۱ = \frac{۱}{hA})$ و مقاومت جابجایی بین جدار سمت چپ و هـوای محبـوس $(R_۲ = \frac{۱}{hA})$ و مقاومـت جابجایی بین هوای محبوس و جدار سمت راست $(R_۳ = \frac{۱}{hA})$ و مقاومت جابجایی بین جدار سمت راست و هوای سمت راست $(R_۴ = \frac{۱}{hA})$، بنابراین:

$$q_۲ = \frac{T_۱ - T_۲}{R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴} \quad , \quad R_۱ = R_۲ = R_۳ = R_۴ = \frac{۱}{hA} \Rightarrow q_۲ = \frac{hA}{۴}(T_۱ - T_۲)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنیم نرخ انتقال حرارت در حالت دوم نصف حالت اول است $(\frac{q_۲}{q_۱} = \frac{۱}{۲})$، بنابراین شار حرارتی در حالت دوم نیز نصف حالـت اول می‌باشد، در نتیجه:

$$q''_۲ = \frac{۱}{۲}q''_۱ = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵W$$

مثال۱۶: گرما با شدت حجمی $\dot{q}$ در کره‌ای تولید می‌شود. کدام گزینه در خصوص روند تغییرات دما و فلاکس گرمایی در حالت پایدار کره صحیح‌تـر است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)

۱) دما و فلاکس گرمایی با افزایش شعاع زیاد می‌شود.

۲) دما و فلاکس گرمایی با افزایش شعاع کم می‌شود.

۳) دما با افزایش شعاع کم ولی فلاکس گرمایی با افزایش شعاع زیاد می‌شود.

۴) دما با افزایش شعاع زیاد ولی فلاکس گرمایی با افزایش شعاع کم می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** معادله توزیع دما در کره با منبع تولید حرارت داخلی $\dot{q}$ به صورت زیر است:

$$T = \frac{\dot{q}R^۲}{۶k}[۱ - (\frac{r}{R})^۲] + T_s$$

همان‌طور که در رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم دمای کره با افزایش شعاع (r) کاهش می‌یابد.

همچنین مقدار شار حرارتی (q''_r) با استفاده از قانون فوریه برابر است با:

$$q''_r = -k\frac{dT}{dr}$$

اگر مقدار $\frac{dT}{dr}$ را از معادله توزیع دما به دست آورده و در رابطه بالا قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\dot{q}R^۲}{۶k}(\frac{-۲r}{R^۲}) = -\frac{\dot{q}r}{۳k} \Rightarrow q''_r = -k\frac{dT}{dr} = -k \times -\frac{\dot{q}r}{۳k} \Rightarrow q''_r = \frac{\dot{q}r}{۳}$$

همان‌طور که در رابطه بالا ملاحظه می‌کنیم شار حرارتی (q''_r) با افزایش شعاع، افزایش می‌یابد.

مثال۱۷: یک دیواره‌ی مسطح به ضخامت ۵cm و مساحت $۲m^۲$ و ضریب هدایت $k = ۰/۲\frac{W}{m^\circ C}$ وجود دارد. اگر کـل انتقـال گرمـا از دیـواره در شرایط پایا در مدت بیشت دقیقه ۲۴۰kJ باشد، اختلاف دمای دو طرف دیواره (ΔT) چند $^\circ C$ است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۵

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** کل انتقال حرارت در دیوار در مدت ۲۰ دقیقه، ۲۴۰KJ می‌باشد، بنابراین نرخ انتقال حرارت (q) در داخل دیوار برابر است با:

$$q = \frac{۲۴۰ \times ۱۰^۳}{۲۰ \times ۶۰} = ۲۰۰W$$

در نتیجه مقدار ΔT با استفاده از قانون فوریه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q = \frac{kA}{L}\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{qL}{kA} = \frac{۲۰۰ \times ۰/۰۵}{۰/۲ \times ۲} \Rightarrow \Delta T = ۲۵^\circ C$$

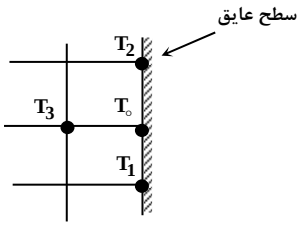
---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۱۸: کاربرد معادله بقای انرژی برای گره با دمای $T_\circ$ در شکل مقابل منجر به کدام رابطه زیر می‌گردد؟ $(\Delta x = \Delta y)$

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)



۱) $T_۲ + T_۱ + ۲T_۳ = ۴T_\circ$

۲) $T_۱ + T_۲ + ۲T_\circ = ۴T_۳$

۳) $۲T_۱ + ۲T_۲ + T_\circ = ۲T_۳$

۴) $۲T_۱ + ۲T_۲ + T_۳ = ۴T_\circ$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** گره با دمای $T_\circ$ بر روی سطح عایق قرار دارد. همان‌طور که در فصل مربوطه‌ی کتاب توضیح دادیم دمای گره بر روی سطح عایق از رابطه مقابل به دست می‌آید: $T_\circ = \frac{۱}{۴}(۲T_۳ + T_۱ + T_۲) \Rightarrow ۴T_\circ = ۲T_۳ + T_۱ + T_۲$

مثال۱۹: کدام عبارت در خصوص انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد (طبیعی) روی یک دیواره عمودی صحیح نیست؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)

۱) ضخامت لایه مرزی سرعت و لایه مرزی گرمایی برابر است.

۲) حرکت سیال ناشی از اختلاف دانسیته و شتاب گرانش است.

۳) معادلات ممنتم و انرژی مربوط به لایه مرزی بطور مجزا قابل حل می‌باشد.

۴) بر خلاف لایه مرزی حرارتی بیشینه یا کمینه مقدار سرعت در مرزهای لایه مرزی سیالاتی نیست.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** نسبت ضخامت لایه مرزی سرعت به حرارتی بستگی به عدد پرانتل دارد.

مثال۲۰: جسمی کروی در هوای ساکن نامتناهی در محیطی بدون گرانش قرار دارد. اگر قطر کره ۲ برابر شود ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)

۱) دو برابر می‌شود. ۲) $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود. ۳) تغییری نمی‌کند. ۴) نصف می‌شود.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** اگر کره‌ای در داخل سیال ساکن در محیط بدون گرانش شناور باشد، مقدار عدد نوسلت، ثابت و برابر با ۲ می‌باشد، بنابراین:

$$Nu = \frac{hD}{k} = ۲ \Rightarrow h = \frac{۲k}{D}$$

با توجه به رابطه بالا ضریب جابه‌جایی سیال (h) با قطر کره رابطه عکس دارد. بنابراین با دو برابر شدن قطر کره ضریب جابه‌جایی سیال نصف می‌شود.

مثال۲۱: در جابه‌جایی آزاد روی یک صفحه تخت عمودی کدام گزینه صحیح است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد ـ سراسری ۸۹)

۱) ضخامت لایه مرزی دما و سرعت همواره برابر است.

۲) ضخامت لایه مرزی دما در مایعات از ضخامت لایه مرزی سرعت کمتر است.

۳) ضخامت لایه مرزی دما در مایعات از ضخامت لایه مرزی سرعت بیشتر است.

۴) ضخامت لایه مرزی دما و سرعت تنها در رژیم آرام برابر است.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»** عدد پرانتل اغلب مایعات بزرگتر از یک می‌باشد بنابراین ضخامت لایه مرزی دما از ضخامت لایه مرزی سرعت آنها کمتر است.

مثال۲۲: در چه نوع از مسایل مبدل‌های حرارتی روش $\varepsilon - NTU$ بر $F - LMTD$ برتری دارد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) در مبدل‌های قاب ـ صفحه‌ای

۲) در مبدل‌های پوسته ـ لوله‌ای

۳) در همه مسایلی که فقط ۳ دما معلوم باشد.

۴) در طراحی مبدل‌هایی که حداقل ۴ پارامتر از دو دبی و ۴ دما معلوم باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** در حالتی که از شش پارامتر (دو دبی و چهار دما) فقط چهار پارامتر مشخص باشد از روش $\varepsilon - NTU$ استفاده می‌کنیم و از روش LMTD نمی‌توان برای تعیین دو پارامتر مجهول استفاده کرد.

مثال ۲۳: کدام عبارت در خصوص NTU در مبدل‌های حرارتی صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) هر چه مقدار NTU بیشتر باشد کارایی مبدل بیشتر است.

۲) معیاری از اندازه مبدل و شدت انتقال حرارت در مبدل است.

۳) مقدار NTU بیشتر از ۳ برای مبدل‌های همسو پیشنهاد نمی‌شود.

۴) همه موارد ۱، ۲ و ۳ می‌توانند صحیح باشند.

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** همه موارد ذکر شده صحیح است.

مثال ۲۴: براساس کدام معیار می‌توان پیش بینی کرد میعان فیلمی رخ خواهد داد یا قطره‌ای؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) هر وقت سطح دارای صیقل آئینه‌ای باشد.

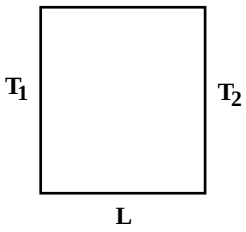
۲) هر وقت سیال حاوی مواد فعال کننده سطحی باشد.

۳) وقتی کشش سطحی سیال کمتر از کشش سطحی بحرانی سطح باشد.

۴) هر وقت نیروی فشاری بخار اشباع بیش از نیروی کشش سطحی سیال باشد.

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** وقتی کشش سطحی سیال کمتر از کشش سطحی بحرانی سطح باشد میعان فیلمی رخ می‌دهد.

مثال ۲۵: در هدایت یک بعدی اگر چنانچه هدایت حرارتی جسم به صورت تابع خطی از دما یعنی $k = k_\circ(1+\beta T)$ باشد، مقاومت حرارتی از کدام رابطه زیر بدست می‌آید؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) $\dfrac{2L}{k_\circ A(2+\beta T_1+\beta T_2)}$

۲) $\dfrac{Lk_\circ}{A(1+\beta T_1+\beta T_2)}$

۳) $\dfrac{Lk_\circ}{A\beta(T_1+T_2)}$

۴) $\dfrac{L}{k_\circ A\beta(T_1+T_2)}$

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** ابتدا مقدار حرارت عبوری از دیوار را به دست می‌آوریم. چون ضریب هدایت دیوار متغیر است مقدار حرارت عبوری از دیوار را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$q = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k\,dT = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k_\circ(1+\beta T)dT = \frac{A}{L}\left[k_\circ T + \frac{k_\circ\beta}{2}T^2\right]_{T_2}^{T_1}$$

$$\Rightarrow q = \frac{A}{L}\left[k_\circ(T_1-T_2) + \frac{k_\circ\beta}{2}(T_1^2-T_1^2)\right] = \frac{A}{L}\left[k_\circ + \frac{k_\circ\beta}{2}(T_1+T_2)\right](T_1-T_2)$$

بنابراین مقاومت حرارتی دیوار برابر است با:

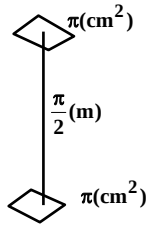
$$R = \frac{T_1-T_2}{q} = \frac{T_1-T_2}{\frac{A}{L}\left(k_\circ + \frac{k_\circ\beta}{2}(T_1+T_2)\right](T_1-T_2)} \Rightarrow R = \frac{2L}{k_\circ A(2+\beta T_1+\beta T_2)}$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

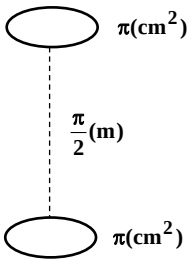
مثال۲۶: دو المان کوچک با سطح π سانتی‌متر مربع به فاصله $\frac{\pi}{۲}$ متر از هم قرار گرفته‌اند. ضریب شکل تشعشعی این دو المان نسبت به هم کدام یک از اعداد زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{\pi^۲}$ ۲) $\frac{۴\times۱۰^{-۸}}{\pi^۲}$

۳) $\frac{۴\times۱۰^{-۴}}{\pi}$ ۴) $\frac{۴\times۱۰^{-۴}}{\pi^۲}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** چون مساحت صفحات نسبت به فاصله آنها خیلی کوچک است می‌توانیم دو صفحه مربعی را با دو صفحه دایره‌ای با مساحت برابر جایگزین کنیم بنابراین مسأله تبدیل می‌شود به تعیین ضریب شکل دو صفحه دایره‌ای نسبت به یکدیگر در حالی که مساحت دو صفحه برابر با π سانتی متر مربع و فاصله آنها $\frac{\pi}{۲}$ متر می‌باشد:



شعاع هر صفحه دایره‌ای برابر است با: $\pi R^۲ = \pi\ (cm^۲) \Rightarrow R^۲ = ۱\,cm^۲ = ۱۰^{-۴}\ m^۲$

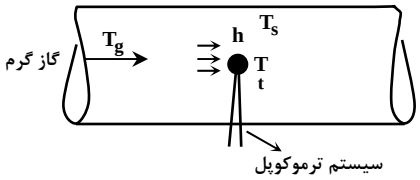
زمانی که دو صفحه دایره‌ای با شعاع R در فاصله L از یکدیگر قرار دارند در صورتی که نسبت $\frac{R}{L}$ کوچک باشد، ضریب شکل دو صفحه نسبت به هم از رابطه مقابل بدست می‌آید:

$$F_{۱۲} = \frac{R^۲}{R^۲ + L^۲} = \frac{۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۴} + (\frac{\pi}{۲})^۲}$$

اگر از عبارت $۱۰^{-۴}$ در مقایسه با $(\frac{\pi}{۲})^۲$ در مخرج صرف نظر کنیم خواهیم داشت:

$$F_{۱۲} = \frac{۱۰^{-۴}}{(\frac{\pi}{۲})^۲} = \frac{۴\times۱۰^{-۴}}{\pi^۲}$$

مثال۲۷: یک ترموکوپل که تقاطع آن به صورت یک کرهٔ کوچک می‌باشد برای اندازه‌گیری درجهٔ حرارت یک گاز بسیار گرم (T_g) که در لوله‌ای مطابق شکل زیر جریان دارد به کار می‌رود عملاً دیده شده که ترموکوپل درجهٔ حرارت دیگری (T_t) را نشان می‌دهد. اگر ضریب کنوکسیون بین گاز و تقاطع ترموکوپل h و ضریب صدور سطح تقاطع ترموکوپل ε_t و درجهٔ حرارت سطح لوله T_s باشد. خطای اندازه‌گیری با صرفنظر کردن از انتقال حرارت هدایت از سیم ترموکوپل چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\varepsilon_t\sigma(T_t^۴ - T_s^۴)}{۲}$ ۲) $\varepsilon_t\sigma(T_t^۴ - t_s^۴)$

۳) $\frac{\varepsilon_t\sigma(T_t^۴ - T_s^۴)}{h}$ ۴) $\frac{\varepsilon_t\sigma(T_t^۴ - T_s^۴)}{hA}$

☑ **پاسخ: گزینه «۳»** در حالت پایدار شار حرارتی ورودی به کره ترموکوپل از طریق گاز گرم (با دمای T_g) برابر است با شار حرارتی خروجی از ترموکوپل به سطح لوله (به طریق تشعشعی)، بنابراین: شار حرارتی خروجی $= \varepsilon_t\sigma(T_t^۴ - T_s^۴)$ و شار حرارتی ورودی $= h(T_g - T_t)$

$$\Rightarrow h(T_g - T_t) = \varepsilon\sigma(T_t^۴ - T_s^۴) \Rightarrow T_g - T_t \frac{\varepsilon\sigma(T_t^۴ - T_s^۴)}{h}$$

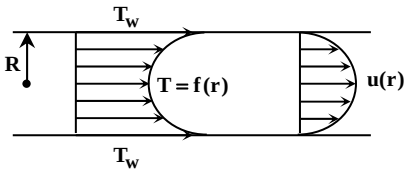
نکته: خطای اندازه‌گیری برابر است با اختلاف دمای بین گاز گرم (T_g) و دمای اندازه‌گیری شده توسط ترموکوپل (T_t) به عبارت دیگر:

خطای اندازه‌گیری $= T_g - T_t$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



مثال۲۸: جریان آرام سیالی در درون یک لوله دارای توزیع دما و سرعت به صورت شکل روبرو می‌باشد، کدام رابطه نشان دهنده دمای اختلاط فنجانی این سیال است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

۱) $\overline{T}-T_\circ=\dfrac{\int_\circ^R [f(r)dr]}{\int_\circ^R u(r)dr}$

۲) $\overline{T}-T_\circ=\dfrac{\int_\circ^R u(r)[f(r)-T_\circ]dr}{\int_\circ^R u(r)dr}$

۳) $\overline{T}-T_\circ=\dfrac{۴\int_\circ^R u(r)[f(r)-T_\circ]dr}{\pi R^۲}$

۴) $\overline{T}-T_\circ=\dfrac{\int_\circ^R u(r)[f(r)-T_\circ]rdr}{\int_\circ^R u(r)rdr}$

☑ **پاسخ: گزینه «۴»** دمای اختلاط فنجانی از رابطه روبرو بدست می‌آید:

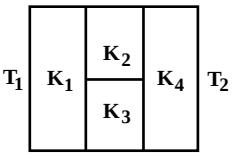
$$\overline{T}-T_\circ=\frac{\int_\circ^R u(f-T_\circ)rdr}{\int_\circ^R urdr}$$

که در رابطه بالا u توزیع سرعت و f توزیع دما در داخل لوله می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲۹: برای شکل روبه‌رو کدام گزینه غلط است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی و نانومواد و داروسازی ـ سراسری ۹۱)



۱) اگر $k_۱\approx k_۲$ و $k_۳\approx k_۴$ باشد، انتقال حرارت دو بعدی است.

۲) اگر $k_۲\ll k_۳$ و $k_۱\approx k_۴$ باشد، انتقال حرارت دو بعدی است.

۳) اگر $k_۲\approx k_۳$ و $k_۱\gg k_۴$ باشد، انتقال حرارت یک‌بعدی است.

۴) اگر $k_۴\approx k_۳\approx k_۲\approx k_۱$ باشد، انتقال حرارت یک‌بعدی است.

☑ **پاسخ: گزینه «۱»** اگر $k_۱\simeq k_۲$ و $k_۳\simeq k_۴$ باشد انتقال حرارت دو بعدی نمی‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

www.modaresanesharif.ac.ir