مدرسان شریف

فصل اول

«مقدمه آماری»

مقدمه

آمار (Statistics) علم و هنر جمع‌آوری، تنظیم، تجزیه تحلیل و تفسیر مشاهدات حاصل از سرشماری و آزمایش است. جمع‌آوری مشاهدات (Collection of data) مرحله تهیه اندازه‌ها یا شمارش‌ها می‌باشد. نتایج قابل اطمینان فقط از مشاهدات نمونه‌ای که به طور صحیح جمع‌آوری شده باشند بدست می‌آید. تنظیم مشاهدات (Organization of data) شامل معرفی اندازه‌ها یا شمارش گردآوری شده در قالب مناسب، جهت استنتاج نهایی و منطقی می‌باشد. در حقیقت مشاهدات بوسیله جداول و نمودارها نشان داده می‌شوند. در تجزیه مشاهدات (Analysis of data) اطلاعات ارقام قابل اطمینان به صورت ارقام خلاصه شده و قابل درک از اندازه‌ها یا اعداد استخراج می‌شوند.

از مهمترین اندازه‌هایی که برای این منظور به کار می‌روند می‌توان به میانگین، میانه، دامنه تغییرات و انحراف معیار اشاره کرد. مرحله آخر در یک محاسبه آماری تفسیر مشاهدات (Interpretation of data) می‌باشد. در این مرحله نتیجه‌گیری از تجزیه مشاهدات به عمل می‌آید. همچنین اطلاعات بدست آمده از این مجموعه کوچک از مواد مورد بررسی (نمونه)، به مجموعه بزرگ از همان مواد (جمعیت)، تعمیم داده می‌شود.

درسنامه (۱): تعریف پارامترهای آماری

محاسبات آماری را می‌توان به دو بخش آمار توصیفی و آمار استنباطی تقسیم کرد. هدف از آمار توصیفی خلاصه کردن و شرح ویژگی‌های یک سری از داده‌ها یا مشاهدات است. از مهمترین روش‌های آماری توصیفی می‌توان رسم انواع نمودار، تجزیه غیر استنباطی داده‌ها، محاسبه میانگین‌ها، واریانس و انحراف استاندارد مشاهدات را نام برد. به طور مثال میانگین معدل ۵۰ دانش آموز ابتدایی به صورت نمودار گزارش می‌گردد.

هدف از آمار استنباطی اطلاع از ویژگی‌های جمعیت از طریق اندازه‌گیری ویژگی‌های نمونه است. به طور مثال با اندازه‌گیری میانگین معدل ۵۰ دانش آموز از ۵۰۰ دانش آموز یک مدرسه ابتدایی، میانگین معدل دانش آموزان آن مدرسه تعیین می‌گردد.

جمعیت و نمونه

به مجموعه بزرگی از افراد که دست کم دارای یک صفت مشترک باشند جمعیت (Population) گفته می‌شود. اگر شمار افراد یک جمعیت مشخص باشد آن را جمعیت محدود (Finite) و اگر تعداد افراد جمعیت بی‌شمار باشد آن جمعیت را نامحدود (Infinite) می‌نامند.

به مجموعه افراد یا موادی که از یک جمعیت انتخاب می‌شوند نمونه (Sample) می‌گویند. در اصل از آنجایی که جمعیت‌های مورد استفاده برای پژوهشگران غالباً بسیار بزرگ است و اندازه‌گیری کلیه افراد یک جمعیت امکان پذیر نیست به منظور بررسی خصوصیات، جمعیت تعدادی از افراد را به عنوان نمونه انتخاب و ارزیابی می‌کنند.

* روش صحیح انتخاب نمونه، انتخاب تصادفی است تا کلیه افراد جمعیت شانس مساوی در تشکیل آن داشته باشند.
* هرچه تعداد افراد در نمونه بیشتر باشد برآورد ویژگی جمعیت دقیق‌تر خواهد بود. اگر اندازه نمونه بیشتر از ۳۰ باشد آن را نمونه بزرگ و اگر کمتر از ۳۰ باشد آن را نمونه کوچک می‌نامند.

معیار جمعیت و نمونه

کمیتی که ویژگی جمعیت را نشان می‌دهد معیار جمعیت یا پارامتر (Parameter) نامیده می‌شود. معیار نمونه ((Estimator (Sample criterion) نیز ویژگی نمونه را نمایان می‌سازد. مقدار عددی معیار جمعیت (پارامتر)، ثابت و معیار نمونه قابل نوسان است چرا که نمونه‌های برداشته شده از یک جمعیت الزاماً مشابه نیستند. معیار نمونه را با حروف کوچک لاتین و معیار جمعیت را با حروف کوچک یونانی نشان می‌دهند. (جدول زیر)

معیارهای جمعیت و نمونه

	میانگین	واریانس	انحراف معیار
معیارجمعیت	$m(\mu)$	σ^2	σ
معیار نمونه	$\bar{x}$	s^2	s

ـ داده‌ها (مشاهدات) (Data): اعداد و ارقامی هستند که از اندازه‌گیری صفت یا متغیر مورد مطالعه در افراد یا از شانس افراد برای داشتن یک صفت حاصل می‌شوند.

ـ متغیر (Variate) (Variable): عبارت است از عامل یا صفتی که ارزش آن از فردی به فرد دیگر تغییر کند. انواع تقسیم‌بندی متغیرها به شرح زیر است:

۱ـ متغیر تصادفی و ثابت: اگر مقادیر به طور تصادفی از جمعیت برداشته شود آن متغیر را متغیر تصادفی (Random Variable) می‌نامند که اطلاعات آن قابل تعمیم به جامعه است در حالی که اگر مقادیر یک متغیر به طور غیر تصادفی و توسط پژوهشگر تعیین شود آن را متغیر ثابت (Fixed Variable) می‌گویند.

۲ـ متغیر کمّی و کیفی: هنگامی که ارزش متغیر با اعداد و ارقام و افراد درون جمعیت به چند نوع مجزا تقسیم شوند به آن متغیر کیفی (Qualitive Variable) می‌گویند. بالعکس در متغیر کمّی (Quantitative Variable) ارزش افراد توسط اعداد بدست می‌آید.

۳ـ متغیر پیوسته و ناپیوسته: در متغیر پیوسته (Continuous Variable) افراد مورد اندازه قرار گرفته و می‌توانند هر مقدار ممکن در دامنه تغییرات (Range of Variable) (اختلاف دو حد بالا و پایین) را به خود اختصاص دهند. در متغیرهای ناپیوسته (Discrete Variable) ارزش افراد از طریق شمارش بدست آمده و قابل اندازه‌گیری نیست. مقادیر حاصل جدا از هم بوده و در دسته‌های مجزا گروه‌بندی می‌شوند.

۴ـ متغیرهای مستقل و غیر مستقل: مقادیر متغیر مستقل (Independent Variable) معمولاً توسط آزمایش کننده تعیین می‌شود و مقادیر متغیر وابسته (Dependent Variable) بستگی به سطوح انتخابی متغیر مستقل دارد.

نکته۱: متغیر کیفی همواره ناپیوسته است و متغیر کمّی غالباً پیوسته است.

مثال۱: در مدل آماری زیر، کدام عامل متغیر کمکی (کوواریت) محسوب می‌شود؟ (علوم دام و طیور ـ سراسری ۹۵)

(باقی‌مانده‌ها+ روزهای شیردهی+ نوبت زایش+ تیمار+ میانگین = تولید شیر)

۱) روزهای شیردهی ۲) تیمار و نوبت زایش ۳) تیمار و روزهای شیردهی ۴) نوبت زایش و روزهای شیردهی

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در مدل آماری (باقی‌مانده‌ها + روزهای شیردهی + نوبت زایش + تیمار + میانگین = تولید شیر)، روزهای شیردهی به عنوان عامل کوواریت محسوب می‌شود چون بر روی ماده آزمایشی تأثیر می‌گذارد.

نکته۲: متغیر وابسته همواره تصادفی و متغیر مستقل اکثراً ثابت است.

انواع مقیاس اندازه‌گیری

۱ـ مقیاس اسمی (Nominal): در این مقیاس اعداد، را به عنوان اسم به کار می‌برند. این اعداد، مقادیر کمّی، واقعی نیستند و فقط اختلاف بین افراد را نشان می‌دهند از این مقیاس برای گروهبندی افراد استفاده می‌شود.

۲ـ مقیاس رتبه‌ای (Ordinal): این مقیاس علاوه بر آنکه مانند مقیاس اسمی تفاوت‌ها را نمایان می‌سازد افراد و اشیاء را در طول یک مقیاس کمّی مرتب می‌کند.

۳ـ مقیاس فاصله‌ای (Interval): این مقیاس علاوه بر داشتن دو ویژگی مقیاس‌های قبلی فاصله بین داده‌های اندازه‌گیری شده در آن یکسان است.

۴ـ مقیاس نسبتی (Ratio): در این مقیاس علاوه بر آنکه کلیه ویژگی‌های سه مقیاس قبلی وجود دارد، نقطه صفر واقعی بوده و امکان گزارش داده‌ها به صورت نسبت وجود دارد.

نکته۳: داده‌های کیفی بر اساس مقیاس اسمی اندازه‌گیری می‌شوند در حالی که داده‌های کمّی بر مبنای سه مقیاس دیگر قابل اندازه‌گیری است. اطلاع از نوع مقیاس اندازه‌گیری، نقش مهمی در انتخاب روش‌های آماری مناسب برای تجزیه داده‌ها ایفا می‌کند.

نکته۴: داده‌های دارای مقیاس اسمی و رتبه‌ای فاقد توزیع نرمال بوده و برای تجزیه آماری آن‌ها از روش‌های آماری غیر پارامتری استفاده می‌شود.

ـ علامت جمع (Summation notatio:n): اگر متغیری با x نشان داده شود مشاهدات متوالی n بار آن به صورت X_1 (X اندیس ۱)، X_2، X_3 و ... تا X_n نوشته می‌شود. در حقیقت مشاهده iام به صورت X_i نمایش داده می‌شود. برای نشان دادن جمع این مشاهدات از رابطه زیر استفاده می‌شود.

* حرف یونانی سیگما به عنوان علامت جمع استفاده می‌شود.

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

* $\sum_{i=1}^{n} X_i$ نشان دهنده جمع عباراتی است که اولین آن‌ها دارای اندیس برابر عدد صحیح زیر سیگما یعنی ۱ و آخرین آن‌ها عدد صحیح بالای سیگما یعنی n می‌باشد.

خواص علامت جمع:

۱ـ جمع یک جمله که خود شامل دو عبارت یا بیشتر باشد برابر است با مجموع جمع تک تک عبارات.

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i + Z_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

۲ـ جمع حاصلضرب یک عدد ثابت در یک متغیر برابر است با حاصلضرب عدد ثابت در جمع متغیر.

$$\sum_{i=1}^{n} aX_i = a\sum_{i=1}^{n} X_i$$

معیارهای تمایل به مرکز

میانگین((Mean (Arithmetic Mean): برای محاسبه میانگین (میانگین حسابی) n مشاهده از X_i تا X_n از رابطه زیر استفاده می‌کنند:

$$\mu = m = \frac{\sum X_i}{n}$$

خواص میانگین حسابی:

۱ـ اگر از تمامی مشاهدات عدد ثابتی مانند C کم یا اضافه شود، به میانگین آن اعداد نیز عدد ثابت C کم یا اضافه می‌شود.

۲ـ اگر تمامی مشاهدات در عدد ثابتی مانند C ضرب یا تقسیم شوند، میانگین آن اعداد نیز در عدد ثابت C ضرب یا تقسیم می‌شود.

۳ـ مجموعه انحراف معیار مشاهدات از میانگین برابر صفر است.

برای محاسبه میانگین از روی جدول فراوانی که در آن f_i فراوانی مشاهده را نشان می‌دهد از رابطه زیر استفاده می‌شود: (در این رابطه $n = \sum f_i$)

$$\mu = m = \frac{\sum X_i f_i}{n}$$

میانگین حسابی را معمولاً معدل نیز می‌نامند. اصطلاح معدل برای سایر اندازه‌های تمایل به مرکز به کار می‌رود. بنابراین هرگاه این اصطلاح به کار رود خواننده باید از متن پی ببرد که منظور کدام اندازه تمایل به مرکز است.

میانه (Mediun): میانه یک سری N عددی که به ترتیب صعودی یا نزولی مرتب شده باشد عبارت است از حد وسط آن سری اگر N فرد باشد و یا میانگین دو عدد وسط اگر N زوج باشد.

میانگین هندسی (Geometric Mean): میانگین هندسی یکی از اندازه‌های تمایل به مرکز است که کمتر از سایر اندازه‌های تمایل به مرکز مورد استفاده قرار می‌گیرد. میانگین هندسی از رابطه مقابل محاسبه می‌گردد:

$$M_g = \sqrt[n]{X_۱ \times X_۲ \times \cdots \times X_n}$$

نکته۵: از میانگین هندسی برای مشاهداتی استفاده می‌شود که در آن، نسبت هر دو عدد متوالی ثابت یا تقریباً ثابت است.

میانگین هارمونیک (Harmonic mean): از میانگین هارمونیک برای اندازه‌گیری متوسط سرعت هنگامی که فواصل مربوط به آن‌ها برابر باشد، استفاده می‌شود. میانگین هارمونیک اعداد از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$M_h = \frac{n}{\frac{۱}{X_۱} + \frac{۱}{X_۲} + \cdots + \frac{۱}{X_۱}} = \frac{n}{\sum_{i=۱}^{N} \frac{۱}{X_i}}$$

مد (Mode) (نما):

دسته یا دسته‌هایی که فراوانی آن‌ها از همه بیشتر باشد را مد (Modal class) می‌نامند. ممکن است برخی مشاهدات دارای یک مد، چند مد یا بدون مد باشند.

ارزش‌های معیارهای تمایل به مرکز

۱ـ متداول‌ترین معیار تمایل به مرکز، میانگین حسابی است که محاسبه و تعریف آن آسان است و تمامی اندازه‌ها را شامل می‌شود.

۲ـ از نظر اهمیت، میانگین در رتبه اول و میانه و مد در رتبه‌های بعدی قرار دارد.

۳ـ میانگین حسابی نسبت به میانه و مد دارای ثبات بیشتری است. این مسئله را این گونه می‌توان توضیح داد که اگر از یک جمعیت چند نمونه گرفته شود و میانگین و مد آن‌ها محاسبه شود میانگین‌ها نسبت به میانه و مد به هم نزدیکترند.

پارامترهای پراکندگی

اگرچه میانگین حسابی یک پارامتر ایده‌آل تمایل به مرکز است، به تنهایی تصویر روشنی از یک سری از متغیرها یا توزیع آن‌ها را بدست نمی‌دهد. در جدول ۲ میانگین حسابی سه دسته عددی A، B و C آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود میانگین حسابی سه دسته با یکدیگر برابر و مساوی ۴ ($m = ۴$) می‌باشد که نشان‌دهنده یکسانی این سه دسته اعداد با هم است در صورتی که اگر نمودار توزیع فراوانی این اعداد را ترسیم کنیم خواهیم دید که سه دسته عدد A، B و C با یکدیگر متفاوتند. این مثال و مثال‌های نظیر آن اهمیت پارامترهای پراکندگی را نشان می‌دهد.

میانگین و داده‌های سه گروه A، B و C

A	B	C
۳	۴	۶
۵	۴	۴
۶	۴	۰
۳	۴	۶
۳	۴	۴
$m = ۴$	$m = ۴$	$m = ۴$

مدرسان شریف

فصل دوم

«کلیات طرح‌های آزمایش‌های کشاورزی»

مقدمه

به کلیه عملیاتی که برای رد یا قبول یک فرضیه استفاده می‌شود آزمایش گفته می‌شود. آزمایش می‌تواند به صورت مقایسه‌ای یا مطلق اجرا شود. وجه تمایز این دو در آن است که در آزمایش مقایسه‌ای دو یا چند مسئله مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرند. در حالی که در آزمایش‌های مطلق بررسی فقط روی یک مسئله انجام می‌گیرد.

در مطالعات کشاورزی علاوه بر آزمایشات آماری گوناگون مانند آزمون t، رگرسیون، همبستگی و ...، شکل خاصی از آزمایشات مقایسه‌ای به نام طرح‌های کشاورزی استفاده می‌گردد و همان‌طور که در فصل قبل بیان شد ریشه آماری دارد. در این فصل با تعاریف، اصطلاحات و مفاهیم مختلف در طرح‌های کشاورزی آشنا شده و نحوه اجرای طرح‌های کشاورزی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

درسنامه (۱): مفاهیم پایه در طرح‌های آزمایشی

طرح‌های آزمایشی (Experimental design): طرح‌های آزمایشی الگوهای از پیش تعیین‌شده‌ای هستند که به منظور طرح‌ریزی، اجرا، تجزیه آماری و نتیجه‌گیری آزمایشات مقایسه‌ای در کشاورزی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تیمار (Treatment): عامل مورد مطالعه که اثر آن بر روی صفت یا صفات مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد را تیمار گویند. مانند ارقام و تراکم‌های مختلف یک گیاه، انواع آرایش کاشت، انواع مکمل غذایی و ...

ماده آزمایشی (Experimental material): مقایسه تیمارها به کمک وسیله یا موجودی انجام می‌گیرد که آن وسیله یا موجود ماده آزمایشی نامیده می‌شود.

نکته۱: ماده آزمایشی باید همگن و یکنواخت بوده و همچنین یک نمونه تصادفی از جامعه باشد.

نکته۲: بدون وجود ماده آزمایشی امکان بررسی تیمارها یا سطوح فاکتورها وجود ندارد.

واحد آزمایشی (Experimental unit) (کرت یا پلات (Plot)): به منظور اجرای آزمایش ماده آزمایشی به قسمت‌های متعدد تقسیم می‌گردد. کوچکترین قسمت از ماده آزمایشی که در آن یک تیمار (یک سطح یک فاکتور) در یک تکرار تحت آزمایش قرار می‌گیرد واحد آزمایشی یا کرت نامیده می‌شود. یکنواختی، شکل و اندازه واحدهای آزمایشی در دقت آزمایش نقش مهمی دارد. برای اطمینان از یکنواختی واحدهای آزمایشی از آزمون یکنواختی استفاده می‌شود. در آزمون یکنواختی، واحدهای آزمایشی تحت تیمار مشابه قرار می‌گیرند و واریانس بین آن‌ها تعیین و بررسی می‌گردد.

تکرار (Replication): به تعداد بررسی و اندازه‌گیری هر تیمار اطلاق می‌شود. در یک آزمایش هر تیمار معمولاً بیش از یکبار مورد بررسی و اندازه‌گیری قرار می‌گیرد که به هر مرتبه یک تکرار می‌گویند.

به منظور آشنایی بیشتر با اصطلاحات بالا به مثال زیر توجه نمائید:

در بررسی ۳ نوع مکمل غذایی بر میزان تولید شیر گاو در طرح بلوک کامل تصادفی در ۳ تکرار، نوع مکمل غذایی تیمار آزمایش می‌باشد. همچنین با توجه به آنکه اثر هر مکمل غذایی باید ۳ بار مورد آزمایش قرار گیرد بنابراین در این آزمایش به ۹ گاو شیری نیاز است که ماده آزمایشی را تشکیل می‌دهند. هر ۱ رأس گاو شیری که یکی از ۳ نوع مکمل غذایی بر روی آن آزمایش می‌گردد یک کرت آزمایشی نامیده می‌شود.

بلوک (Block): به گروهی از واحدهای آزمایشی که دارای تیمارهای مختلف بوده اما تحت شرایط مشابهی تشکیل شده باشد بلوک اطلاق می‌شود. بلوک می‌تواند به صورت کامل یا ناقص باشد که در بلوک ناقص تنها تعدادی از کل تیمارها موجود می‌باشند.

نکته۳: کلیه عملیات اجرایی و آماری و ... در مورد تیمارهای متعلق به یک بلوک باید از لحاظ ماهیت، زمان و فرد انجام‌دهنده یکسان باشد. این مسئله می‌تواند محقق را در تقسیم کار کمک نماید.

مثال۱: طرح‌های آزمایشی طرح‌هایی هستند که برای:

۱) انجام آزمایشات مورد استفاده قرار می‌گیرند. ۲) اثبات فرضیه مورد استفاده قرار می‌گیرند.
۳) اثبات یک تئوری مورد استفاده قرار می‌گیرند. ۴) هر سه مورد

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» طرح‌های آزمایشی برای انجام آزمایشات مورد استفاده قرار می‌گیرند و فقط برای قبول یک فرضیه هستند نه اثبات.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: می‌خواهیم اثر پنج نوع جیره غذایی را بر روی افزایش گوشت گاوها مورد مطالعه قرار دهیم در این آزمایش:

۱) جیره غذایی ماده آزمایشی است. ۲) افزایش گوشت ماده آزمایشی است. ۳) گاوها ماده آزمایشی هستند. ۴) هیچکدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در این آزمایش گاوها ماده آزمایشی محسوب می‌شوند و جیره غذایی ماده آزمایشی نیست بلکه تیمار است افزایش گوشت هم ماده آزمایشی نیست چون قید نشده افزایش گوشت گاو.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: بستر هر تیمار را .... گوئیم:

۱) ماده آزمایشی ۲) واحد آزمایشی ۳) تکرار ۴) بلوک

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» بستری که هر تیمار اشغال می‌کند را واحد آزمایشی می‌گوییم.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۴: می‌خواهیم اثر چند نوع سم را روی آفت یک نوع گیاهی مورد مطالعه قرار دهیم، در این آزمایش ماده آزمایشی کدام است؟

۱) آفت ۲) زمین ۳) سم ۴) گیاه

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ماده آزمایشی آفت گیاه است و این مسئله به درک ماده آزمایشی کمک می‌کند که بدانیم بدون ماده آزمایشی اجرای آزمایش غیرممکن است. بنابراین اگر آفت روی گیاه وجود نداشته باشد ما نمی‌توانیم اثر سم را بررسی کنیم پس ماده آزمایشی، آفت می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۵: تعریف واحد آزمایش کدام است؟

۱) قسمتی از آزمایش که بتوان آن را تکرار کرد. ۲) واحدی از آزمایش که در همه تکرارها موجود است.
۳) واحدی از ماده آزمایشی که یک تکرار در آن قرار می‌گیرد. ۴) قسمتی از ماده آزمایشی که یک تیمار در یک تکرار به آن تعلق می‌گیرد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» طبق تعریف واحد آزمایشی قسمتی از ماده آزمایشی است که یک تکرار از یک تیمار به آن تعلق می‌گیرد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۶: در انتخاب طرح مناسب برای یک آزمایش دو عامل عمده که دخالت دارند، کدام‌اند؟

۱) تعداد تیمار و تعداد تکرار ۲) ماده آزمایش و تعداد تیمارهای آزمایشی
۳) تعداد تکرار و تعداد صفحات مورد مطالعه ۴) تیمارهای آزمایشی و صفات مورد مطالعه

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در انتخاب طرح مناسب عامل مهم و اصلی ماده آزمایشی می‌باشد به صورتی که اگر ماده آزمایشی کاملاً همگن و یکنواخت باشد (شرایط آزمایشگاه) از طرح کاملاً تصادفی (CRD)، اگر ماده آزمایشی دارای شیب تغییرات یک طرفه باشد (مزرعه با شیب یک طرفه زمین، دام با شیب تغییرات وزنی و ...) از طرح بلوک کامل تصادفی (RCBD) و اگر ماده آزمایشی دارای تغییرات دو طرفه باشد (مزرعه با شیب دو طرفه زمین، دام با سن‌ها و نژادهای گوناگون) از طرح مربع لاتین (LS) استفاده می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷: می‌خواهیم ۵ نوع جیره غذایی را بر روی ۵ نژاد گاو در ۵ سن مختلف مورد مطالعه قرار دهیم، در این آزمایش ....

۱) پنج نژاد گاو تیمار است. ۲) پنج سن مختلف تیمار است. ۳) پنج جیره غذایی تیمار است. ۴) هر سه مورد

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در این سؤال پنج جیره غذایی به عنوان تیمار است و گاوها به عنوان ماده آزمایشی و با توجه به ۵ نژاد گاو و ۵ سن مختلف می‌توان از طرح مربع لاتین استفاده کرد. (نکته انحرافی)

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸: می‌خواهیم ۴ نوع جیره را روی افزایش وزن جوجه‌های ۴۰ روزه آزمایش کنیم در این حالت:

۱) جیره، ماده آزمایشی است. ۲) جوجه‌ها، ماده آزمایشی است. ۳) افزایش وزن، تیمار است. ۴) افزایش وزن، واحد آزمایشی است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» جیره غذایی تیمار و افزایش وزن صفت مورد مطالعه می‌باشد.

مثال۹: در مورد ماده آزمایشی کدام مورد از همه مهمتر است:

۱) اندازه واحد آزمایشی　۲) شکل واحد آزمایشی　۳) همگنی ماده آزمایشی　۴) تعداد واحد آزمایشی

پاسخ: گزینه «۳» که براساس یکنواختی یا عدم یکنواختی ماده آزمایشی نوع طرح را مشخص می‌کنیم.

مثال۱۰: الگوهای ریاضی ابداع‌شده‌ای هستند که با توجه به شرایط آزمایش به کار گرفته می‌شوند.

۱) Experimental Design　۲) plot　۳) Experimental unit　۴) Variable

پاسخ: گزینه «۱» طرح‌های آزمایشی الگوهای از پیش تعیین‌شده‌ای هستند که به منظور طرح‌ریزی، اجرا، تجزیه آماری و نتیجه‌گیری آزمایشات مقایسه‌ای در کشاورزی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

صحت و دقت آزمایش (Accuracy and precision)

هرگاه برآورد بدست آمده برای یک مشخصه جامعه معادل مقدار حقیقی آن باشد یا به عبارت دیگر چنانچه امید ریاضی مقدار اندازه‌گیری شده مساوی اندازه حقیقی آن باشد عمل انجام شده صحیح است.

اگر برآوردهای بدست آمده برای اندازه‌گیری‌های مختلف یک پارامتر به هم نزدیک باشند در این صورت دقت کار بالا بوده است. به عبارت دیگر چنانچه واریانس مقادیر برآورد شده برای یک پارامتر صفر باشد حداکثر دقت وجود دارد.

در یک آزمایش دو فرد وزن بسته ۵۰۰گرمی را بدون اطلاع از وزن آن ۳ بار تخمین می‌زنند. نفر اول وزن بسته را ۴۸۰، ۴۵۰و ۵۰۰ گرم و نفر دوم وزن بسته را ۴۷۰، ۴۸۰و ۴۹۰ گرم تخمین زدند. بدین ترتیب می‌توان گفت که صحت آزمایش نفر اول و دقت آزمایش نفر دوم بالا بوده است. (زیرا نفر اول وزن صحیح بسته را تخمین زده و تفاوت کمی در اعداد گزارش شده نفر دوم وجود دارد).

نکته۴: طرح‌های آزمایشی برای سنجش دقت آزمایش‌ها از میانگین مربعات خطای آزمایشی یا به عبارت دیگر واریانس خطای آزمایشی استفاده می‌شود. بالطبع هرچه میانگین مربعات خطای آزمایشی کمتر باشد پراکندگی مشاهدات کمتر و دقت آزمایش افزایش می‌یابد.

منابع تغییر در طرح‌های آزمایشی

در طرح‌های آزمایشی دو نوع تغییرات یا پراکندگی وجود دارد که عبارتند از:

۱ـ تغییرات قابل کنترل یا سیستماتیک، این عوامل موجب تغییرات قابل کنترل می‌شوند و عبارتند از:

۱ـ عواملی که مطالعه آن‌ها هدف آزمایش است مانند تیمار یا فاکتور؛ ۲ـ عوامل شناخته‌شده‌ای که می‌توانند روی نتایج اثر گذارند ولی می‌توان اثر آن‌ها را روی نتایج کنترل کرد مانند بلوک، ردیف و ستون. این عوامل به عنوان منابع تغییر قابل کنترل در جدول تجزیه واریانس شناخته می‌شوند.

۲ـ تغییرات غیر قابل کنترل یا تصادفی، که تغییرات تصادفی از آن‌ها ناشی می‌شود و به سه دسته تقسیم می‌شوند:

۱ـ تغییرات محیطی که شامل تغییرات ناشی از خاک و موجودات خاکزی و عوامل آب و هوایی می‌شود؛ ۲ـ تغییرات مربوط به موجود زنده؛ ۳ـ تغییرات مربوط به مجریان طرح.

اشتباه آزمایشی (Experimental error)

وجود عوامل ایجادکننده تغییرات غیر قابل کنترل یا تصادفی موجب می‌شود که هرچه آزمایش با کمال دقت اجرا گردد باز هم پراکندگی‌هایی وجود خواهد داشت که به علت عدم تساوی اثر عوامل غیر قابل کنترل در واحدهای آزمایشی می‌باشد این پراکندگی‌ها را اشتباه آزمایشی می‌نامند.

اشتباه آزمایشی اصطلاحی است برای توضیح گوناگونی بین کرت‌هایی که به طور یکسان تیمار شده‌اند.

به طورکلی خطاهای آزمایشی ناشی از سه دسته عوامل می‌باشند: الف ـ اختلاف بین واحدهای آزمایشی قبل از اعمال تیمارها، ب ـ عدم یکسانی شرایط آزمایش برای واحدهای آزمایشی، ج ـ خطاهای یادداشت‌برداری و نمونه‌برداری و غیره

برای درک اشتباه آزمایشی به این مثال توجه کنید. در آزمایشی اثر سه سم علف‌کش بر کنترل رشد علف هرز یولاف وحشی در مزرعه گندم بررسی می‌گردد. این آزمایش در قالب طرح بلوک کامل تصادفی در ۳ تکرار اجرا می‌گردد. با توجه به توضیحات داده شده، تیمار در این آزمایش سه نوع سم علف‌کش بوده و ماده آزمایشی یولاف وحشی است (زیرا اثر سم بر روی یولاف وحشی بررسی می‌گردد) جدول زیر نشان‌دهنده میزان اثر سه نوع سم بر نابودی یولاف وحشی است.

میزان تخریب علف هرز یولاف تحت تأثیر کاربرد سموم علف‌کش A، B و C

تکرار \ تیمار	A	B	C
۱	۱۰۰	۸۶	۴۴
۲	۹۴	۷۴	۴۰۱
۳	۹۲	۸۱	۴۲

داده‌های جدول همان‌طور که مشاهده می‌شود با یکدیگر متفاوت است این پراکندگی همان‌طور که گفته شد ناشی از تغییرات قابل کنترل و غیر قابل کنترل است. این تغییرات را می‌توان بدین‌گونه تفکیک نمود: ۱ـ تفاوت مشاهده شده میان داده‌های ناشی از کاربرد سه نوع سم علف‌کش که نشان دهنده منبع تغییر قابل کنترل یا همان تیمار است. ۲ـ تفاوت مشاهده شده میان داده‌های ناشی از کاربرد یک نوع سم که نشان دهنده تغییرات غیر قابل کنترل یا همان اشتباه آزمایشی است.

مدرسان شریف

فصل سوم

«طرح کاملاً تصادفی Completely randomized design (CRD)»

درسنامه (۱): مقدمه‌ای بر طرح کاملاً تصادفی (مزایا و معایب)

طرح کاملاً تصادفی ساده‌ترین آزمایش در کشاورزی محسوب می‌شود. همان‌طور که از نام این طرح مشخص است تیمارها به طور کاملاً تصادفی در واحدهای آزمایشی قرار می‌گیرند به طوری که هر یک از واحدهای آزمایشی از شانس مساوی برای دریافت هر یک از تیمارها برخوردارند. از این طرح در آزمایشاتی که ماده آزمایشی در آن کاملاً همگن و یکنواخت باشد مانند شرایط آزمایشگاهی، گلخانه‌های پیشرفته و اتاقک‌های رشد (ژرمیناتورها) استفاده می‌گردد. طرح کاملاً تصادفی در دو حالت متعادل و نامتعادل اجرا می‌شود که در حالت نامتعادل تعداد تکرار برای تیمارها متفاوت بوده و این طرح را از این نظر از سایر طرح‌های پایه مستثنی می‌کند.

ـ مزایا

۱ـ هر تعداد تیمار و تکرار را می‌توان بدون وجود اشکالی استفاده نمود.
۲ـ تعداد تکرار تیمارهای مختلف می‌تواند متفاوت باشد.
۳ـ تجزیه آماری این طرح نسبت به دو طرح پایه دیگر ساده‌تر است.
۴ـ از بین رفتن یک یا چند واحد آزمایشی حتی یک تیمار، تجزیه آماری مشکلی برای تجزیه آماری ایجاد نمی‌کند.
۵ـ این طرح در شرایط یکسان بالاترین درجه آزادی خطا (df_E) را دارا می‌باشد.

نکته۱: با توجه به آنکه شاخص F از رابطه $\frac{MS_t}{MS_E}$ محاسبه می‌شود، بنابراین کوچک بودن میانگین مربعات خطای آزمایشی در نتیجه بزرگ بودن درجه آزادی خطا موجب افزایش شاخص F و بالطبع بالا رفتن دقت آزمایش می‌شود.

در طرح‌های بلوک کامل تصادفی و مربع لاتین با وجود کوچک بودن درجه آزادی خطای آزمایشی نسبت به طرح کاملاً تصادفی توقع می‌رود که خطای آزمایشی بزرگ‌تر از طرح کامل تصادفی باشد که این گونه نیست. دلیل این مسئله گروه‌بندی تیمارها در این دو طرح می‌باشد. در حقیقت بخشی از خطای آزمایشی به صورت بلوک، ردیف و ستون محاسبه شده و از آن جدا می‌گردد (رجوع به مدل‌های ریاضی طرح بلوک کامل تصادفی و مربع لاتین)، توجه داشته باشید این مسئله در صورتی اتفاق می‌افتد که گروه‌بندی تیمارها به درستی انجام شده باشد.

نکته۲: اگر ماده آزمایشی همگن باشد باید از طرح کاملاً تصادفی استفاده گردد زیرا بزرگ‌ترین درجه آزادی خطا را دارا می‌باشد و اگر ماده آزمایشی دارای تغییرات یک طرفه یا دو طرفه باشد باید از طرح بلوک کامل تصادفی و مربع لاتین استفاده شود تا با محاسبه مجموع مربعات بلوک، ردیف و ستون بتوان خطای آزمایشی را کاهش داد.

ـ معایب

۱ـ مهم‌ترین عیب طرح کاملاً تصادفی در آن است که اشتباه آزمایشی همه منابع تغییر بین واحدهای آزمایشی را در بر می‌گیرد بنابراین اشتباه آزمایشی غالباً بزرگ است.
۲ـ دقت آزمایش پایین است. (که در نتیجه بالا بودن اشتباه آزمایشی می‌باشد.)
۳ـ جدول تجزیه واریانس تنها دارای دو منبع تغییر تیمار و خطا می‌باشد.

مثال۱: در طرح‌های کاملاً تصادفی:

۱) قابلیت انعطاف‌پذیری وجود ندارد.
۲) درجه آزادی خطای آزمایش از بقیه طرح‌ها بیشتر است.
۳) یکنواختی ماده آزمایش از بقیه کمتر است.
۴) تعداد تیمارها باید برابر تکرار باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» طرح کاملاً تصادفی انعطاف‌پذیری زیادی دارد و ماده آزمایش یکنواخت است.

درسنامه (۲): نقشه طرح کاملاً تصادفی و مدل ریاضی آن

همان‌طور که در قسمت قبل بدان اشاره شد شانس هر کرت برای دریافت هر تیمار در طرح کاملاً تصادفی مساوی است و تیمارها به طور کاملاً تصادفی در داخل کرت‌ها توزیع می‌شوند. به طور مثال در طرح کاملاً تصادفی با ۴ تیمار A، B، C و D که در ۴ تکرار انجام می‌گردد ۱۶ کرت آزمایشی مورد نیاز است (تعداد کرت آزمایشی از ضرب تعداد تکرار در تعداد تیمار بدست می‌آید). حال برای توزیع تیمارها در داخل ۱۶ کرت این گونه می‌توان عمل کرد که اسامی تیمارها را بر روی ۴ کارت نوشته و در داخل ظرفی قرار داد، سپس برای مشخص کردن تیمار کرت اول یک کارت از داخل ظرف خارج کرده و اسم تیمار در کرت اول یادداشت می‌گردد، سپس کارت خارج‌شده به داخل ظرف برگردانده شده و برای کرت دوم این عمل تکرار می‌گردد.

این مسئله موجب می‌شود که کرت دوم نیز مانند کرت اول از شانس یکسان برای قرارگیری هر چهار تیمار برخوردار گردد. این عمل تا آن جا ادامه می‌یابد که همه تیمارهای ۱۶ کرت آزمایش تعیین گردند. توجه داشته باشید که در این آزمایش هر تیمار ۴ بار تکرار می‌گردد بنابراین هنگامیکه یک تیمار در ۴ کرت آزمایشی قرار گرفت کارت آن تیمار از ظرف خارج می‌گردد. نقشه مقابل یکی از نقشه‌های ممکن برای انجام این آزمایش است.

C	A	B	A
D	D	B	B
B	D	C	A
C	C	A	D

نقشه احتمالی آزمایش ۴ تیمار A، B، C و D در یک طرح کاملاً تصادفی با ۴ تکرار

نکته۳: برای شناسایی نقشه طرح کاملاً تصادفی از این مسئله استفاده می‌شود که در صورتی که بیش از یک تیمار مشابه در یک ردیف قرار گرفته باشند طرح حتماً از نوع کاملاً تصادفی می‌باشد.

مثال۲: نقشه آزمایشی زیر در مقایسه سه تیمار با سه تکرار در سه ایستگاه، مربوط به کدام طرح است؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری۹۷)

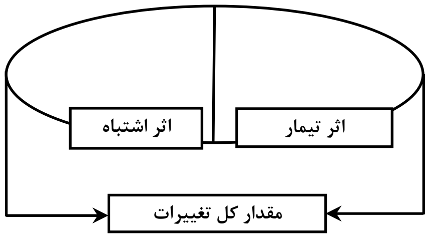
۱) مربع لاتین در سه ایستگاه
۲) کاملاً تصادفی در سه ایستگاه
۳) فاکتوریل در سه ایستگاه
۴) بلوک کامل تصادفی در سه ایستگاه

B	A	B		C	B	A		A	B	B
A	C	C		A	A	C		C	C	A
C	B	A		B	C	B		B	A	C

پاسخ: گزینه «۴» طرح کاملاً تصادفی، طرحی است که در آن اثر هر تیمار از طریق انتساب آنها به تعداد معینی واحد آزمایشی که به‌طور تصادفی از میان واحدهای موجود انتخاب شده‌اند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این طرح ممکن است دو تیمار یکسان در کنار هم قرار بگیرند. با توجه به صورت سؤال و نقشه طرح چون در برخی موارد دو تیمار یکسان کنار هم قرار گرفته‌اند طرح می‌تواند کاملاً تصادفی باشد.

مدل ریاضی

در طرح کاملاً تصادفی فقط عامل پراکندگی یعنی اثر تیمارها کنترل می‌شود. این بدان معنا است مقدار تغییرات کل ناشی از دو عامل است: عامل اول اثر تیمار می‌باشد که هدف انجام آزمایش می‌باشد و توسط محقق اعمال می‌شود (منبع تغییر قابل کنترل) و عامل دوم اشتباه آزمایشی است که ناشی از عوامل ناشناخته محیطی و ژنوتیپی موجود در آزمایش می‌باشد (منبع غیر قابل کنترل).
این مدل را می‌توان با فرمول ریاضی مقابل توضیح داد: $X_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij}$



در این فرمول X_{ij} نشان‌دهنده هر مشاهده (هر داده) می‌باشد. اگر اندیس i را برای تکرار و اندیس j را برای تیمار در نظر بگیریم X_{ij} مشاهده مربوط به تکرار i ام و تیمار j ام است.

μ میانگین کل جمعیتی است که از طریق نمونه‌ها با فرض صفر مورد بررسی قرار می‌گیرد، τ_j اثر هر تیمار و ε_{ij} اثر اشتباه آزمایشی می‌باشد. با توجه به فرمول بالا اگر بین تیمارها اختلافی وجود نداشته باشد و اشتباه آزمایشی به صفر تقلیل پیدا کند، مقدار هر مشاهده برابر میانگین کل جمعیت خواهد بود به عبارت دیگر $X_{ij} = \mu$ است.

مثال۳: در صورت یکنواخت نبودن وزن اولیه در شروع آزمایش طرح کاملاً تصادفی، معادله مدل مناسب برای تجزیه داده‌ها کدام است؟
(علوم دام و طیور ـ سراسری ۹۴)

۱) $Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$
۲) $Y_{ij} = \mu + T_i + B_j + e_{ij}$
۳) $Y_{ij} = \mu + T_i + b(x_{ij} - \overline{x}_{\circ\circ}) + e_{ij}$
۴) $Y_{ij} = \mu + T_i + b(\overline{x}_{\circ\circ}) + e_{ij}$

پاسخ: گزینه «۳» طرح‌های کاملاً تصادفی از نظر تعداد برای هر تیمار متعادل یا نامتعادل می‌باشند. در طرح‌های متعادل همه تیمارها دارای تکرار مساوی هستند. در مواردی نیز به علت محدودیت مواد آزمایشی یا از بین رفتن بعضی از واحدهای آزمایشی، تیمارها دارای تکرارهای مساوی نخواهند بود. هر یک از این دو نوع طرح نیز می‌توانند با یک یا چند مشاهده در هر واحد آزمایشی به اجرا درآیند؛ اما در صورت یکنواخت نبودن وزن اولیه در یک آزمایش، یک عامل دیگر به معادله طرح افزوده می‌شود. چون یکنواخت نبودن وزن در روند محاسبات تأثیر دارد؛ بنابراین معادله طرح به صورت $Y_{ij} = \mu + T_i + b(x_{ij} - \overline{x}_{\circ\circ}) + e_{ij}$ تغییر می‌یابد.

درسنامه (۳): انواع طرح کاملاً تصادفی

۱ـ طرح کاملاً تصادفی تک‌مشاهده‌ای متعادل؛ ۲ـ طرح کاملاً تصادفی تک‌مشاهده‌ای نامتعادل، ۳ـ طرح کاملاً تصادفی چندمشاهده‌ای.

۱ـ محاسبات آماری طرح کاملاً تصادفی تک‌مشاهده‌ای متعادل

طرح کاملاً تصادفی به دو صورت تک‌مشاهده‌ای و چندمشاهده‌ای اجرا می‌گردد. در طرح کاملاً تصادفی تک‌مشاهده‌ای از هر واحد آزمایشی (کرت) تنها یک نمونه انتخاب می‌شود. این طرح خود به دو صورت متعادل و نامتعادل اجرا می‌گردد که در حالت متعادل تعداد تکرار برای تمامی تیمارها برابر است اما در حالت نامتعادل تعداد تکرار تیمارهای مختلف متفاوت است. طرح کاملاً تصادفی نامتعادل این انعطاف‌پذیری را دارد که هر تعداد تیمار با هر تعداد تکرار را مورد آزمایش قرار دهد. طرح کاملاً تصادفی نامتعادل در اجرای آزمایشاتی که ماده آزمایشی برخی تیمارها کم بوده یا داده‌های تعدادی از کرت‌های آزمایشی به دلایل مختلف موجود نمی‌باشد از اهمیت خاصی برخوردار است.

اگر آزمایش انجام‌شده دارای t تیمار و r تکرار باشد و تکرارها با اندیس i و تیمارها با اندیس j نمایش داده شوند، جدول تجزیه واریانس (ANOVA) طرح کاملاً تصادفی تک‌مشاهده‌ای متعادل به صورت زیر می‌باشد.

تجزیه واریانس طرح کاملاً تصادفی متعادل شامل درجات آزادی، فرمول‌های تعریفی و کاربردی مجموع مربعات، میانگین مربعات و شاخص F و امید ریاضی میانگین مربعات برای منابع تغییر

منبع تغییر	درجه آزادی df	فرمول تعریفی SS	فرمول کاربردی SS	میانگین مربعات MS	F	امید ریاضی E(MS)
تیمار t (بین تیمارها)	$t-1$	$r\sum(\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..})^2$	$\frac{\sum X_{.j}^2}{r}-CF$	$\frac{SS_t}{df_t}$	$\frac{MS_t}{MS_E}$	$\sigma_e^2+r\sigma_t^2$
اشتباه آزمایشی E (داخل تیمارها)	$t(r-1)$ df_T-df_t	$\sum(X_{ij}-\bar{X}_{.j})^2$	$\sum X_{ij}^2-\frac{\sum X_{.j}^2}{r}$	$\frac{SS_E}{df_e}$	—	σ_e^2
کل T	$rt-1$	$\sum(X_{ij}-\bar{X}_{..})^2$	$\sum X_{ij}^2-CF$	—	—	—

مثال ۴: برای محاسبه درجه آزادی خطای آزمایش در طرح کاملاً تصادفی کدام عبارت به کار می‌رود؟

۱) $(rt-1)$ ۲) $(n-1)$ ۳) $t(r-1)$ ۴) $(n-r)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» درجه آزادی خطا در طرح کاملاً تصادفی از رابطه $t(r-1)$ به دست می‌آید.

مثال ۵: در آزمایشی در گلخانه اثر پنج سطح کود ازته بر روی عملکرد مادهٔ خشک یک ژنوتیپ سویا در ۴ تکرار مورد بررسی قرار گرفت. در صورتی که طرح کاملاً تصادفی باشد، مادهٔ آزمایشی و درجه آزادی اشتباه آزمایشی عبارتست از:

۱) گلخانه و ۱۲ ۲) گلخانه و ۱۵ ۳) ژنوتیپ سویا و ۱۲ ۴) ژنوتیپ سویا و ۱۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در آزمایش بیان شده ماده آزمایشی، ژنوتیپ سویا است زیرا بنا به تعریف ماده آزمایشی وسیله یا موجودی است که آزمایش با استفاده از آن انجام می‌شود. بنابراین اگر گلخانه باشد ولی گیاه سویا نباشد آزمایش انجام نمی‌شود. در طرح آزمایشی کاملاً تصادفی درجه آزادی اشتباه آزمایشی از فرمول $df_E=t(r-1)$ بدست می‌آید. $df_E=t(r-1)$ $[t=5,\ r=4]$ $df_E=5(4-1)=15$

مثال ۶: پنج رقم گندم به عنوان والد نر هر یک با سه رقم (در مجموع ۱۵ رقم) به عنوان والد ماده تلاقی داده شده‌اند و از هر تلاقی ۴ بذر ارزیابی شده است. درجه آزادی منابع تغییر والد ماده و خطای آزمایشی از راست به چپ برابر است با:

۱) ۲و ۵۳ ۲) ۱۰و ۴۵ ۳) ۱۴و ۴۵ ۴) ۱۴و ۵۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در صورت سؤال آمده است که ۵ رقم گندم به عنوان والد نر و ۳ رقم گندم به عنوان والد ماده با هم تلاقی داده شده‌اند و ۱۵ رقم گندم تولید گردیده است و بذور این ۱۵ رقم گندم با هم بررسی گردیده است. بنابراین تیمار آزمایش، ارقام جدید تولید شده گندم می‌باشد همچنین از هر رقم، ۴ بذر مورد بررسی قرار گرفته است. تعداد تکرار آزمایش نیز برابر ۵ خواهد بود با توجه به اینکه آزمایشات مرتبط با بذور در آزمایشگاه و در داخل ژرمیناتورها (اتاقک رشد) انجام می‌گیرد و در نتیجه ماده آزمایشی یکسان است بنابراین معمولاً از طرح کاملاً تصادفی استفاده می‌گردد. بدین ترتیب می‌توان گفت که آزمایش به صورت طرح کاملاً تصادفی با ۱۵ تیمار و ۴ تکرار انجام شده است که در این آزمایش منابع تغییر تیمار (والد ماده) و خطای آزمایشی به صورت مقابل است:

$df_t=(t-1)$ $df_t=(15-1)=14$

$df_e=t(r-1)$ $df_e=15(4-1)=45$

مثال۷: درجه آزادی اشتباه آزمایشی در طرح کاملاً تصادفی با کدام مورد مطابقت دارد؟

۱) $r(t-1)$ ۲) $(r-1)(t-1)$ ۳) $(r-1)-(r-1)(t-1)$ ۴) $(r-1)+(r-1)(t-1)$

پاسخ: گزینه «۴» درجه آزادی در طرح کاملاً تصادفی به صورت $(df_E = t(r-1))$ است و این عبارت را می‌توان به صورت $(df_E = rt - t)$ نوشت که این عبارات باید با گزینه‌ها مطابقت داده شوند.

گزینه ۱: $r(t-1) \neq t(r-1)$

گزینه ۲: $(r-1)(t-1) \neq rt - r - t + 1 \neq t(r-1)$

گزینه ۳: $(r-1)-(r-1)(t-1) \neq r - 1 - rt + r + t + 1 \neq t(r-1)$

گزینه ۴: $(r-1)-(r-1)(t-1) = rt - t = t(r-1)$

در جدول تجزیه واریانس طرح کاملاً تصادفی (X_{ij}) داده هر مشاهده (مشاهده تکرار i ام و تیمار j ام)، ($\bar{X}_{..}$) میانگین کل داده‌ها و ($\bar{X}_{.j}$) میانگین تیمارها می‌باشد. فرمول‌ها و روابط لازم در طرح کاملاً تصادفی در جدول زیر آمده است.

فرمول‌ها و روابط محاسباتی طرح کاملاً تصادفی متعادل

نام رابطه	فرمول محاسباتی	نام رابطه	فرمول محاسباتی
میانگین کل ($\bar{X}_{..}$)	$\bar{X}_{..} = \frac{X_{..}}{rt}$	ضریب تغییرات	$CV = \frac{\sqrt{MS_E}}{\bar{X}_{..}} \times ۱۰۰$
میانگین تیمار ($\bar{X}_{.j}$)	$\bar{X}_{.j} = \frac{X_{.j}}{r}$	انحراف استاندارد اختلاف بین دو میانگین تیمار	$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲MS_E}{r}}$
فاکتور تصحیح CF	$CF = \frac{(X_{..})^۲}{rt}$	اشتباه استاندارد اختلاف بین میانگین‌ها تیمار	$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{MS_E}{r}}$

تمرین ۱: در آزمایشی محققین اثر ۳ مقدار پلیمر سوپر جاذب صفر، ۵۰و ۱۰۰ گرم در هر گلدان را بر تعداد گره در گیاه سویا مورد بررسی قرار دادند. نقشه طرح به صورت زیر است.

نقشه و نتایج فرضی آزمایش تأثیر مقادیر پلیمر سوپر جاذب بر تعداد گره در گیاه سویا

A ۲۴	C ۲۷	B ۳۲
B ۲۴	B ۲۴	A ۲۲
A ۲۱	C ۲۲	C ۲۸
A ۲۵	B ۲۹	C ۲۴

نقشه آزمایش نشان می‌دهد طرح در قالب طرح کاملاً تصادفی با ۳ تیمار $(t=۳)$ و ۴ تکرار $(r=۴)$ انجام شده است. برای انجام محاسبات از اندیس i برای تکرار و از اندیس j برای تیمار استفاده می‌کنیم.

یادآوری: توجه داشته باشید اختصاص اندیس‌ها امری اختیاری بوده و می‌تواند تغییر کند که منجر به تغییر اندیس‌ها در فرمول‌های کاربردی و تعریفی نیز می‌گردد.

به منظور انجام محاسبات آماری آزمایش مذکور لازم است در مرحله اول نتایج در یک جدول پیاده شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود یک سمت جدول مورد نظر تیمار و سمت دیگر تکرار قرار گرفته و به همین دلیل جدول ۲×۲ تیمار و تکرار نیز خوانده می‌شود.

نتایج فرضی تأثیر مقادیر پلیمر سوپر جاذب بر تعداد گره

تکرار	مقادیر مختلف پلیمر سوپر جاذب		
	A	B	C
۱	۲۴	۳۲	۲۷
۲	۲۲	۲۴	۲۸
۳	۲۱	۲۴	۲۲
۴	۲۵	۲۹	۲۴
جمع($X_{.j}$)	۹۲	۱۰۹	۱۰۱

فصل چهارم

«طرح بلوک کامل تصادفی Randomized Completely Block Design (RCBD)»

در آزمایش‌های مزرعه‌ای مشاهده می‌شود که کرت‌های نزدیک به هم برای صفات اندازه‌گیری‌شده تشابه بیشتری نسبت به کرت‌های دور از هم نشان می‌دهند. این مسئله در آزمایشات دامی نیز دیده می‌شود بدین نحو که حیوانات هم وزن و هم سن واکنش نزدیکتری نسبت به یک عامل نشان می‌دهند. با توجه به آنکه از طرح کاملاً تصادفی زمانی استفاده می‌شود که ماده آزمایشی کاملاً همگن و یکنواخت باشد در این آزمایشات نمی‌توان از این طرح استفاده نمود زیرا وجود تفاوت در ماده آزمایشی به خطای آزمایشی افزوده و از دقت آزمایش می‌کاهد. در این مورد و موارد مشابه از طرح بلوک کامل تصادفی (RCBD) استفاده می‌شود.

به طور کلی از طرح بلوک کامل تصادفی زمانی استفاده می‌شود که در هر دسته واحدهای مشابه و یکنواخت قرار گیرند. در طرح بلوک کامل تصادفی واحدهای آزمایشی طوری گروه‌بندی می‌شوند که تعداد واحدها در هر دسته مساوی تعداد تیمارها باشد در این صورت هر گروه را یک بلوک کامل یا یک تکرار می‌گویند.

در آزمایشات مزرعه‌ای بلوک را عمود بر روند غیر یکنواختی زمین انتخاب می‌کنند. در آزمایش‌هایی که بر روی جانوران صورت می‌گیرد بلوک‌ها بر اساس تشابهات وزنی، سنی، نژادی و غیره تشکیل می‌شوند. در سطح مزرعه می‌توان بلوک‌ها را مجاور هم یا دور از هم قرار دارد ولی کرت‌های داخل یک بلوک باید مجاور هم باشند و عملیات اجرایی و مشاهدات کرت‌های آزمایشی داخل یک بلوک مشابه باشد.

مزایا:

۱ـ به علت گروه‌بندی با وجود کاهش درجه آزادی خطا (df_e) دقت آن نسبت به طرح کاملاً تصادفی بالاتر است.

۲ـ حذف یک یا چند کرت یک بلوک یا تیمار هیچ اثری روی اجرای طرح ندارد.

۳ـ با انجام طرح بلوک کامل تصادفی می‌توان اثرات یک طرفه زمین، وزن، نژاد و ... را محاسبه نمود.

۴ـ این طرح برای اجرا از نظر تعداد تیمار و تکرار از محدودیت‌های کمتری از طرح مربع لاتین (LS) برخوردار است.

۵ـ طرح بلوک کامل تصادفی بیشترین مورد استعمال را در میان طرح‌های پایه به خود اختصاص داده است.

معایب:

۱ـ اگر ماده آزمایشی در دو جهت غیر یکنواخت باشد این طرح قابل اجرا نمی‌باشد.

۲ـ اگر تعداد تیمار یا تکرار بیش از ۱۵ باشد از این طرح نمی‌توان استفاده نمود.

مثال۱: تعداد تیمار و تکرار را در طرح‌های کاملاً تصادفی و بلوک‌های کامل تصادفی تا میزانی می‌توان افزایش داد که:

۱) در اولی بلوک و در دومی ماده آزمایشی یکنواخت باشد.

۲) در اولی ماده آزمایشی و در دومی بلوک از لحاظ ماده آزمایشی یکنواخت باشد.

۳) در اولی ماده آزمایشی و کلیه عملیات اجرایی و در دومی بلوک و کلیه عملیات اجرایی یکنواخت باشد.

۴) در اولی ماده آزمایشی و کلیه عملیات اجرایی و در دومی بلوک و عملیات اجرایی در بلوک یکنواخت باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» فرض موجود برای استفاده از طرح کاملاً تصادفی آن است که ماده آزمایشی و عملیات اجرایی ما کاملاً یکنواخت است و تا زمانی که این دو عامل دستخوش تغییر نشوند می‌توان تیمار و تعداد تکرار را اضافه نمود. در شرایطی که ماده آزمایشی یکنواخت نباشد مانند مزرعه از طرح بلوک کامل تصادفی استفاده می‌شود.

در حقیقت بدین وسیله ماده آزمایشی داخل بلوک یکنواخت می‌گردد تا آزمایش با دقت بیشتری انجام شود. حال تا جایی که یکنواختی ماده آزمایشی و عملیات اجرایی در داخل هر بلوک از میان نرود می‌توان به تعداد تیمار و تکرار (بلوک) افزود.

مثال۲: پرکاربردترین طرح مورد استفاده در آزمایش‌های کشاورزی کدام است؟

۱) طرح مربع لاتین ۲) طرح بلوک کامل تصادفی ۳) طرح فاکتوریل ۴) طرح کاملاً تصادفی

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» طرح بلوک کامل تصادفی با توجه به توانایی در برآورد غیر یکنواختی در ماده آزمایشی پرکاربردترین طرح آزمایشی می‌باشد. در حقیقت از طرح بلوک کامل تصادفی می‌توان در آزمایشات مزرعه‌ای که دارای شیب یک طرفه زمین می‌باشد یا در آزمایشات مربوط به علوم دامی که در آن دام‌ها از لحاظ وزنی یا سن با هم متفاوتند استفاده کرد.

* توجه داشته باشید در آزمایشات آماری کشاورزی طرحی به نام فاکتوریل وجود ندارد بلکه آزمایش فاکتوریل وجود دارد که در قالب یکی از سه طرح پایه اجرا می‌گردد.

مثال۳: کدام گزینه در مورد طرح بلوک کامل تصادفی صحیح نمی‌باشد؟

۱) واحدهای آزمایشی به موازات شیب تغییرات ایجاد می‌شود.
۲) یکنواختی در داخل واحدهای آزمایشی افزایش می‌یابد.
۳) یکنواختی در داخل بلوک‌های آزمایشی افزایش می‌یابد.
۴) تعداد بلوک‌ها و تکرارها با یکدیگر برابر است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» هدف از اجرای طرح بلوک کامل تصادفی افزایش یکنواختی ماده آزمایشی در داخل بلوک‌های کامل تصادفی می‌باشد. بدین منظور بلوک‌ها عمود بر جهت شیب تغییرات و واحدهای آزمایشی به موازات شیب تغییرات ایجاد می‌گردد، همچنین در طرح بلوک کامل تصادفی منظور از تکرار همان بلوک است؛ بالطبع تعداد تکرار و بلوک با یکدیگر برابر می‌گردد.

مثال۴: مهم‌ترین فرض طرح بلوک‌های کامل تصادفی کدام است؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۱)

۱) داده‌ها نرمال هستند.
۲) اثر بلوک و تیمار افزایشی نیست.
۳) اثر متقابل بین بلوک و تیمار وجود دارد.
۴) اثر متقابل بین بلوک و تیمار وجود ندارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» فرض اصلی در طرح بلوک این است که تفاوت اثرات تیمارها در بلوک‌های مختلف متناسب با تفاوت بین بلوک‌ها باشد و بین تیمار و بلوک اثر متقابل وجود نداشته باشد.

درسنامه (۱): نقشه طرح بلوک کامل تصادفی

در طرح کاملاً تصادفی گروه‌بندی تیمارها از توزیع تصادفی تیمارها در واحدهای آزمایشی جلوگیری می‌کند اما به دلیل برآورد اثر ماده آزمایشی و جدا کردن از اشتباه آزمایشی موجب افزایش دقت آزمایش می‌شود. اگر آزمایش دارای ۴ تیمار A، B، C و D و ۳ تکرار بوده و ماده آزمایشی دارای شیب یکنواخت و تغییرات یک طرفه باشد نقشه طرح بدین صورت ترسیم می‌شود که بلوک‌ها عمود بر جهت شیب تغییرات ترسیم و هر کدام در جهت شیب تغییرات به ۵ کرت آزمایشی تقسیم می‌شوند. با توجه به توضیحات داده شده در هر بلوک هر تیمار تنها یکبار تکرار می‌شود.

به منظور توضیح تصادفی تیمارها در هر بلوک می‌توان اینگونه عمل کرد که اسامی تیمارها را بر روی کارت‌های جداگانه نوشته شده و در داخل ظرفی قرار داده می‌شود سپس برای انتخاب تیمار کرت اول بلوک اول یکی از کارت‌ها خارج شده و نام تیمار در کرت اول بلوک نوشته می‌شود و کارت خارج شده کنار گذاشته شده و برای انتخاب تیمار کرت دوم از سه کارت دیگر استفاده می‌شود این کار تا انتخاب تیمار آخرین کرت بلوک اول پیگیری می‌گردد. برای توزیع تیمارهای بلوک دوم و سوم نیز مشابه بلوک اول عمل می‌گردد. نقشه زیر یکی از نقشه‌های ممکن برای انجام این آزمایش است.

نقشه تصادفی طرح بلوک کامل تصادفی با ۴ تیمار و ۳ تکرار

بلوک‌ها عمود بر جهت شیب تغییرات

جهت شیب تغییرات

بلوک ۱	D	B	C	A
بلوک ۲	C	D	A	B
بلوک ۳	D	B	A	C

نکته۱: برای شناسایی نقشه طرح بلوک کامل تصادفی به دو نکته باید دقت کرد: اول آنکه دو تیمار مشابه در یک ردیف (بلوک) قرار نگیرند در غیر این صورت طرح از نوع کاملاً تصادفی است. دوم آنکه در یک ستون دو تیمار مشابه وجود دارند یا نه؛ اگر این مسئله در نقشه طرح دیده شود طرح از نوع بلوک کامل تصادفی بوده و در غیر این صورت طرح می‌تواند مربع لاتین نیز باشد.

مثال۵: چهار رقم جو طبق نقشه زیر مورد مطالعه قرار گرفته است. نقشه آزمایش مربوط به:

A	B	C	D
B	C	B	A
C	D	A	C
D	A	D	B

۱) طرح کاملاً تصادفی است.

۲) طرح بلوک‌های کامل تصادفی است.

۳) طرح مربع لاتین است.

۴) طرح مربع لاتین استاندارد است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در طرح کاملاً تصادفی تعداد تکرارها برای هر تیمار می‌تواند متفاوت باشد. در طرح مربع لاتین هر تیمار فقط یک‌بار در هر سطر یا ستون تکرار می‌شوند. روند تغییرات در طرح بلوک یک‌طرفه است. در اینجا چون تیمارها فقط در سطرها تکرار شده‌اند و در ستون‌ها تکرار نشده‌اند، طرح بلوک کامل تصادفی است.

مثال۶: در طرح بلوک‌های کامل تصادفی، جهت بلوک‌ها باید چگونه باشد؟

۱) در جهت تغییرات باشد. ۲) هر طرفی می‌توان تعیین کرد.

۳) عمود بر جهت تغییرات باشد. ۴) بستگی به نوع تیمار دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» عامل تغییرات مهم نیست بلکه جهت آن مهم است. در طرح بلوک جهت بلوک ما باید عمود بر جهت تغییرات باشد.

مثال۷: نقشه زیر مربوط به کدام طرح است؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۵)

ایستگاه ۱

A	B	C	D
C	C	B	A
D	A	D	B
B	D	A	C

ایستگاه ۲

C	B	A	B
A	C	B	C
D	D	C	A
B	A	D	D

۱) طرح مربع لاتین در دو ایستگاه

۲) آزمایش فاکتوریل در دو ایستگاه

۳) طرح کرت‌های خردشده در دو ایستگاه

۴) طرح بلوک کامل تصادفی در دو ایستگاه

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» نقشه، مربوط به طرح بلوک‌های کامل تصادفی در دو ایستگاه است. این آزمایش طرح فاکتوریل یا کرت‌های خردشده نمی‌تواند باشد، چون در این دو طرح بیش از یک عامل همزمان بررسی می‌شود، در حالی که با توجه به نقشه این طرح فقط دارای یک عامل است. طرح مربع لاتین هم رد می‌شود. در صورتی طرح مربع لاتین بود که در هر ستون و ردیف هر تیمار فقط یکبار تکرار شود. اگر دقت شود این آزمایش یک طرح بلوک کامل تصادفی است که بلوک‌ها به صورت ستونی قرار گرفته‌اند و در صورتی طرح بلوک است که در هر ستون یا ردیف هر تیمار، یکبار تکرار شود.

مثال۸: به منظور تقسیم کار طی مراحل انجام آزمایش، استفاده از کدام طرح آماری مناسب است؟ (دکتری ۹۴)

۱) مربع لاتین ۲) کاملاً تصادفی ۳) بلوک کامل تصادفی ۴) کاملاً تصادفی با نمونه‌برداری

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» طرح بلوک‌های کامل تصادفی این امکان را فراهم می‌سازد که مقدار تفاوت‌های ناشی از عدم یکنواختی مواد آزمایشی محاسبه شده و بنابراین مقدار واقعی میانگین تیمارها و خطای آزمایش محاسبه شود. در طرح بلوکی باید با واحدهای آزمایشی داخل هر بلوک به‌طور مشابه رفتار کرد، مثلاً اگر قرار است مزرعه آزمایشی در چند روز برداشت شود باید محصول همه واحدهای هر بلوک را در یک روز برداشت کرد. همچنین چنانچه از افراد مختلفی برای عملیات زراعی استفاده شود باید یک فرد کارهای مربوط به یک بلوک را انجام دهد و با این عمل می‌توان نوعی تقسیم کار انجام داد.

مثال۹: در یک طرح بلوک‌های کامل تصادفی:

۱) کلیه تیمارهای آزمایش در داخل هر بلوک قرار می‌گیرند.

۲) چنانچه اثر متقابل بلوک با تیمار صد در صد باشد امکان تجزیه واریانس طرح وجود ندارد.

۳) چنان‌چه اثر متقابل بلوک با تیمار صفر باشد مقدار واریانس خطا نیز صفر خواهد بود.

۴) هر سه مورد فوق صحیح است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در طرح بلوک کامل تصادفی در هر بلوک تمامی تیمارها قرار گرفته همچنین در صورتی که اثر متقابل بلوک و تیمار ۱۰۰٪ گردد امکان تجزیه واریانس وجود نداشته و در صورتی که این اثر متقابل صفر باشد مقدار واریانس خطا برابر صفر است.

فصل پنجم

«طرح مربع لاتین Latin square (LS)»

درسنامه (۱): مقدمه‌ای بر طرح مربع لاتین (مزایا و معایب)

همان‌طور که در فصول قبل بیان شد اگر ماده آزمایشی یکنواخت و همگن باشد تیمارها به طور کاملاً تصادفی بین واحدهای آزمایشی توزیع می‌شوند و اگر ماده آزمایشی دارای تغییرات یک جهته باشد واحدهای آزمایشی در هر بلوک به شکلی گروه‌بندی می‌شوند تا در هر بلوک واحدهای آزمایشی مشابه هم باشند و بتوان با اختصاص همه تیمارها به واحدهای آزمایشی هر بلوک اثر تغییرات یک طرفه ماده آزمایشی را به عنوان تغییرات بین بلوک‌ها محاسبه و از خطای آزمایشی کسر کرد.
در مواردی که روند غیر یکنواختی ماده آزمایشی در دو جهت باشد یا به عبارت دیگر ماده آزمایشی از لحاظ دو عامل با یکدیگر متفاوت باشد از طرح مربع لاتین استفاده می‌شود.
در حقیقت در مواردی که ماده آزمایشی دارای تغییرات دو جهته عمود بر هم باشد مانند زمین با شیب حاصلخیزی دو طرفه (غربی ـ شرقی و شمالی و جنوبی) یا دام‌هایی که از لحاظ دو عامل مانند سن و نژاد یا وزن و جنس با هم تفاوت دارند لازم است که آن‌ها را برحسب دو عامل ایجادکننده تغییر گروه‌بندی نمود تا در گروه‌های مختلف هر معیار طبقه‌بندی واحدهای آزمایشی مشابه باشند به عبارت دیگر دو بلوک‌بندی انجام می‌شود که برای تمایز به یکی از آن‌ها ردیف و به دیگری ستون گفته می‌شود. در این طرح لازم است که توزیع تیمارها به واحدهای آزمایشی به گونه‌ای باشد که همه تیمارها در تمام بلوک‌ها (ستون‌ها و ردیف‌ها) وجود داشته باشد یا به عبارت دیگر در هر ردیف و ستون هم شماره (مانند ردیف اول ستون اول) از هر تیمار یک واحد دیده می‌شود، زیرا در غیر این صورت محاسبه اثر ردیف و ستون غیر ممکن است.
نام مربع لاتین برای این طرح بدین علت انتخاب شده است که در آن تعداد تکرار و تعداد تیمار با هم برابر بوده و بنابراین واحد آزمایشی به شکل مربع می‌باشد که تیمارها در واحدهای آزمایشی با حروف لاتین نمایش داده می‌شوند. اگر t تیمار در آزمایش وجود داشته باشد $t \times t$ واحد آزمایشی خواهیم داشت به عبارت دیگر مربعی خواهیم داشت که هر ضلع آن به t قسمت تقسیم گردیده است در این صورت نوارهای افقی ردیف‌ها و نوارهای عمودی ستون‌ها بوده و در نتیجه $t \times t$ مربع کوچک خواهیم داشت که هر تیمار فقط یکبار در هر ردیف و فقط یکبار در هر ستون قرار می‌گیرد؛ بنابراین دلیل نام‌گذاری مربع لاتین این است که:
۱ـ تعداد خانه‌های آن برابر مربع تعداد تیمارهای آن است.
۲ـ تیمارها با حروف لاتین در آن نام‌گذاری می‌شوند.

ردیف ۱	
	ستون ۱

مزایا:

۱ـ امکان اجرای آزمایش با استفاده از ماده آزمایشی دارای تغییرات دو طرفه
۲ـ امکان کنترل تغییرات دو طرفه برای محقق
۳ـ با توجه به آنکه اختلاف مربوط به ردیف‌ها و ستون‌ها محاسبه گشته و از اشتباه آزمایشی کاسته می‌شود دقت آزمایش افزایش می‌یابد.
۴ـ از طرح مربع لاتین می‌توان برای بررسی تیمارها در مزارع مختلف یا محیط‌های مختلف که دارای تغییرات دو طرفه مشابه هستند استفاده نمود (با استفاده از طرح مربع لاتین تکرارشونده)

معایب:

۱ـ تعداد تکرار برای هر تیمار برابر است. ۲ـ تعداد تیمار باید برابر تعداد تکرار باشد. ۳ـ تعداد تیمار و تکرار نباید کمتر از ۵ و بیشتر از ۸ باشد.

نکته۱: تعداد زیاد تیمار را نمی‌توان در طرح مربع لاتین به کار برد زیرا بزرگ شدن مربع لاتین منجر به افزایش خطای آزمایشی می‌شود و با توجه به آنکه تعداد تکرار و تیمار برابر است اجرای آزمایش سخت و هزینه‌بر می‌گردد. همچنین کاهش تعداد تیمار موجب کاهش درجه آزادی خطای آزمایشی شده که از اعتبار آزمایش می‌کاهد (در این موارد از طرح مربع لاتین تکرارشونده استفاده می‌شود.)

نکته۲: درجه آزادی خطا (df_e) در طرح مربع لاتین از دو طرح دیگر کوچک‌تر بوده و می‌تواند موجب افزایش خطای آزمایشی گردد.

نکته۳: داده مربوط به کرت گمشده باید تخمین زده شود و در صورتی که یک تکرار یا تیمار حذف شود آزمایش به صورت بلوک کامل تصادفی در می‌آید.

نکته۴: برآورد مشاهده از بین رفته نسبت به طرح بلوک کامل تصادفی دشوارتر می‌باشد.

مثال۱: پنج جیره غذایی را می‌خواهیم در افزایش وزن پنج نژاد گاو گوشتی در پنج سن مختلف مورد مطالعه قرار دهیم. کدام‌یک از طرح‌های زیر را پیشنهاد می‌کنید؟

۱) طرح کاملاً تصادفی (CRD)
۲) طرح بلوک‌های کامل تصادفی (RB)
۳) طرح مربع لاتین (LS)
۴) هر سه مورد

پاسخ: گزینه «۳» به دلیل این‌که برای انجام این آزمایش یک تجزیه واریانس سه طرفه باید صورت گیرد و سه عامل متغیر داریم کـه اول جیـره‌هـای غذایی دوم نژاد گاو گوشتی و سوم سنین مختلف است.

مثال۲: یکی از معایب طرح مربع لاتین این است که:

۱) درجه آزادی اشتباه این طرح کمتر از طرح‌های کاملاً تصادفی و بلوک‌های کامل تصادفی است.
۲) تعداد تیمار بایستی مساوی تعداد تکرار باشد.
۳) تعداد زیاد را نمی‌توان به کار برد.
۴) هر سه مورد

پاسخ: گزینه «۴» وقتی درجه آزادی مربع لاتین را با دو طرح مقایسه کنیم می‌بینیم که درجه آزادی آن کوچکتر است. علاوه بر این بایـد تعـداد تیمار و تکرار حتماً مساوی باشد و در عین حال تعداد زیادی تیمار را نمی‌توان به کار برد چون تعداد تکرار هم باید زیاد شود پس هر سه جـزو معایـب طرح مربع لاتین محسوب می‌شوند.

مثال۳: کدام مورد، مهم‌ترین فرض طرح مربع لاتین است؟ (علوم دام و طیور ـ سراسری ۹۶)

۱) داده‌ها نرمال هستند.
۲) اثرات تیمارها افزایشی هستند.
۳) شیب غیریکنواختی دوطرفه وجود دارد.
۴) اثر متقابل بین ردیف، ستون و تیمار وجود ندارد.

پاسخ: گزینه «۴» اگر محیط یا ماده آزمایشی در دو جهت عمود برهم تغییرات ممتد و مداوم داشته باشد باید از طرح مربع لاتین استفاده کرد ولی این مهم‌ترین فرض طرح مربع لاتین نیست. مهم‌ترین فرض طرح مربع لاتین این است که اثر متقابل بین ردیف، ستون و تیمار وجود نداشته باشد زیرا اگر اثر متقابل وجود داشته باشد نمی‌توان این طرح را اجرا کرد و طرح باید به‌صورت فاکتوریل اجرا شود.

مثال۴: مهمترین مزیت و محدودیت طرح مربع لاتین عبارت از کنترل دو طرفه تغییرات............. است. (دکتری ۹۲)

۱) محیطی پراکنده غیر جهت‌دار، تعداد محدود تیمار
۲) محیطی، تعداد تیمار در حدود سایر طرح‌های پایه
۳) جهت‌دار محیطی، تعداد تیمار ۵ و ۸
۴) جهت‌دار محیطی، تعداد محدود و کم تیمار

پاسخ: گزینه «۴» مزایای و معایب طرح مربع لاتین: ۱) جدا شدن اختلاف مربوط به ستون‌ها و سطرها از اختلاف بین تیمارها که باعث بهتـر مقایسـه شدن تیمارها باهم می‌شود. ۲) کاهش خطای آزمایشی و افزایش دقت آزمایش به دلیل محاسبه جداگانه اختلافات مربوط به سطرها و سـتون‌هـا، ۳) آسـان بودن تجزیه آماری در این طرح.

از معایب این طرح می‌توان به این نکات اشاره کرد: ۱) در این طرح تعداد تکرار برای هر تیمار باید مساوی باشد.۲) تعداد تیمار باید برابر تعداد تکـرار باشـد. ۳) تعداد زیادی تیمار را نمی‌توان در طرح مربع لاتین به کار برد زیرا اولاً کار کردن با مربع لاتین بزرگ دشوار است و ثانیاً بزرگ شدن مربع لاتین منجر بـه افزایش خطای آزمایشی می‌شود. علاوه بر این چون باید تعداد تکرار برابر تعداد تیمار باشد در این صـورت تکـرار زیـاد منجـر بـه افـزایش هزینـه مطالعـه و وقت‌گیر شدن اندازه‌گیری‌ها بدون افزایش بازدهی می‌شود. ۴) در صورتی که تعداد تیمار کم باشد درجه آزادی خطای آزمایشی کوچک خواهـد شـد و ایـن مسئله از اعتبار قضاوت‌های آماری می‌کاهد. ۵) درجه آزادی خطا در طرح مربع لاتین کم‌تر از درجه آزادی خطا در طرح کاملاً تصادفی و طـرح بلـوک‌هـای کامل تصادفی است و این مسئله می‌تواند موجب بزرگ شدن خطای آزمایش شود.

مدرسان شریف

فصل ششم

«مقایسه تیمارها»

مقایسه میانگین دوبه‌دو تیمارها و مقایسه گروهی تیمارها (مقایسات ارتوگونال)

پس از انجام محاسبات آماری و تشکیل جدول تجزیه واریانس (ANOVA) بر مبنای آزمون F فرض صفر یعنی فرض مساوی بودن میانگین تیمارها رد می‌شود و می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که میانگین تیمارها مساوی بوده و از نظر آماری تفاوت معنی‌داری بین آن‌ها وجود دارد. بنابراین لازم است تا تیمارهای مورد آزمایش با یکدیگر مورد مقایسه قرار گیرند. این امر به دو صورت انجام می‌گردد در حالت اول میانگین تیمارها به صورت دو به دو با یکدیگر مقایسه می‌گردند تا معلوم گردد که تفاوت کدام تیمارها معنی‌دار است که بدین منظور از آزمون‌های مقایسه میانگین تیمارها (LSD، دانت، دانکن و ...) استفاده می‌گردد. در حالت دیگر تیمارها به صورت گروهی با یکدیگر مقایسه می‌شوند که این نوع مقایسات به مقایسات گروهی (ارتوگونال) معروف‌اند.

نکته۱: به طور کلی F معنی‌دار بدین مفهوم است که حداقل بین دو میانگین از نظر آماری تفاوت معنی‌داری وجود دارد.

مثال۱: مقایسه‌های تیماری یعنی:

۱) مقایسه میانگین‌های چند تیمار با روش دانکن

۲) مقایسه میانگین‌های چند تیمار با روش LSD

۳) مقایسه میانگین‌های چند تیمار با هم با یکی از روش‌های LSD، دانکن، دانت، توکی یا استیودنت نیومن کویل

۴) مقایسه میانگین یک تیمار با میانگین یک دسته از تیمارها یا مقایسه میانگین یک دسته از تیمارها با میانگین یک دسته از تیمارهای دیگر

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در مقایسه تیمارها، میانگین تیمارها به صورت منفرد و با استفاده از یکی از روش‌های آزمون مقایسه میانگین تیمارها که شامل حداقل اختلاف معنی‌دار LSD، دانکن، توکی HSD و استیودنت نیومن کویل SNK می‌باشد بررسی می‌گردد. برای این منظور قدر مطلق تفاضل میانگین دو تیمار با عدد بدست آمده از هر یک از آزمون‌های مقایسه میانگین سنجیده می‌شود. اگر قدر مطلق تفاضل دو میانگین بزرگتر یا مساوی عدد آزمون مقایسه میانگین بود دو تیمار با یکدیگر اختلاف معنی‌دار دارند. لازم به ذکر است که برای مقایسه بیش از یک تیمار با یکدیگر از مقایسات گروهی (ارتوگونال) استفاده می‌شود.

درسنامه (۱): مقایسات میانگین تیمارها

محققین برای انجام مقایسه میانگین تیمارها (مقایسه دو به دو) از آزمون‌های متعددی استفاده می‌کنند که مهمترین آن‌ها LSD، دانت، دانکن، توکی، SNK و شفه می‌باشد که با توجه به خصوصیات هر کدام، هدف انجام آزمایش و سلیقه شخصی محقق برای مقایسه میانگین تیمارها استفاده می‌شود.

۱ـ آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار (Least Signification Different) LSD

از مزایای این آزمون سادگی و سرعت عمل آن است؛ زیرا در این آزمون یک مقدار ثابت به نام LSD محاسبه و اختلاف بین میانگین‌ها را با آن مقایسه می‌کنند. فرمول محاسباتی LSD به صورت مقابل است:

$$LSD = S_{\bar{d}} \times t_{p, df_e}$$

در این رابطه $S_{\bar{d}}$ انحراف استاندارد اختلاف بین دو میانگین است و از رابطه زیر بدست می‌آید. در این رابطه میانگین مربعات اشتباه آزمایشی و r تعداد تکرار می‌باشد.

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{۲MS_E}{r}}$$

$S_{\bar{d}}$ به خطای معیار یا خطای استاندارد نیز شناخته می‌شود.

در رابطه LSD همچنین p سطح احتمال آماری، df_e درجه آزادی اشتباه آزمایشی و t مقدار ثابتی است که از جدول t استخراج می‌شود.

نکته۲: آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار از فرمول t مشتق شده است. همان‌طور که اشاره شد فرمول t برای مقایسه میانگین دو گروه ۱ و ۲ به صورت $t=\frac{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{2S^2}{n}}}$ می‌باشد. در این فرمول S^2 واریانس مشترکی است که برای مقایسه کلیه میانگین‌ها به کار می‌رود که در حقیقت همان واریانس درون گروهی یا واریانس خطای آزمایشی (MS_E) در جدول تجزیه واریانس می‌باشد و بالطبع به جای تعداد n نیز می‌توان تعداد تکرار r را قرار داد. حال برای پاسخ به این سؤال که اختلاف بین دو تیمار باید حداقل چه میزانی باشد تا تفاوت دو تیمار معنی‌دار گردد مقدار t در سطح احتمال مورد نظر را جایگزین کرده و حداقل اختلاف معنی‌دار یا LSD را بدست می‌آوریم.

$$t=\frac{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{2S^2}{n}=\frac{2MS_E}{r}}} \Rightarrow t.\sqrt{\frac{2S^2}{n}}=|\bar{x}_1-\bar{x}_2| \Rightarrow t.S_{\bar{d}}=LSD$$

نحوه مقایسه میانگین تیمارها با روش LSD بدین صورت است که قدر مطلق تفاوت میانگین دو تیمار مورد نظر با مقدار عدد محاسبه شده LSD مقایسه می‌گردد. اگر قدر مطلق تفاوت میانگین دو تیمار از عدد LSD بزرگ‌تر یا مساوی بود دو تیمار با یکدیگر اختلاف معنی‌داری در سطح احتمال P دارند؛ در غیر این صورت اختلاف دو تیمار تصادفی بوده و اختلاف آماری بین آن دو وجود ندارد.

نکته۳: کاربردهای آزمون LSD:

۱ـ روش صحیح کاربرد آزمون LSD در مقایسه‌های متعامد یا مستقل است. مقایساتی متعامد یا مستقل نامیده می‌شوند که تیمارها در همه آن‌ها فقط یکبار تکرار شده باشند. به طور مثال در مقایسه تیمارهای A، B، C، D، E و F مقایسه A_B، C_D و E_F مقایسه مستقل است.

۲ـ از آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار LSD زمانی می‌توان استفاده نمود که F مربوط به تیمار معنی‌دار شده باشد. این روش گاهی LSD محافظت شده یا PLSD (Protected LSD) نامیده می‌شود.

۳ـ از آزمون LSD برای مقایسه تیمارها با شاهد استفاده می‌شود.

۴ـ انجام مقایساتی که از قبل تعیین شده‌اند.

مثال۲: آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار (LSD) شکل دیگری از کدام آزمون است؟

۱) F　　۲) t یک طرفه　　۳) t دو طرفه　　۴) دانکن

پاسخ: گزینه «۳» آزمون t از رابطه $t=\frac{|\bar{X}_{.1}-\bar{X}_{.2}|}{\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}}$ به دست می‌آید. اگر دو سمت این رابطه را در هم ضرب کنیم رابطه به صورت $t\times\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}=|\bar{X}_{.1}-\bar{X}_{.2}|$ در می‌آید. این رابطه نشان‌دهنده آن است که حداقل مقدار تفاوت برای میانگین دو تیمار $\bar{X}_{.1}$ و $\bar{X}_{.2}$ برای وجود تفاوت معنی‌دار که با LSD نشان داده می‌شود از رابطه $t\times\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}$ به دست می‌آید. بنابراین در حقیقت می‌توان رابطه را به صورت $t\times\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}=LSD$ نشان داد که به جای $\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}$ نیز می‌توان $S_{\bar{d}}$ قرار داده و رابطه به صورت $LSD=S_{\bar{d}}\times t_{(p,dfe)}$ در می‌آید. بنابراین می‌توان گفت که آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار (LSD) شکل دیگر آزمون t دو طرفه است.

مثال۳: در آزمایشات آماری برای مقایسه میانگین تیمارها از چه آزمونی استفاده می‌شود؟

۱) F　　۲) t　　۳) z　　۴) χ

پاسخ: گزینه «۲» برای مقایسه میانگین تیمارها از آزمون t استفاده می‌شود، در حقیقت آزمونی مانند آزمون حداقل اختلاف میانگین تیمارها LSD از آزمون t استخراج گردیده است.

مثال۴: محاسبه حداقل دامنه‌های معنی‌دار در کدام آزمون انجام می‌شود؟

۱) دانکن ۲) توکی ۳) دانت ۴) LSD

پاسخ: گزینه «۴» آزمون حداقل اختلاف معنی‌دار LSD از فرمول t مشتق شده است. فرمول t برای مقایسه میانگین دو گروه ۱ و ۲ به صورت $t=\frac{|\bar{X}_1-\bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{2S^2}{n}}}$ می‌باشد. در این فرمول S^2 واریانس مشترک است که برای مقایسه کلیه میانگین‌ها به کار می‌رود که در حقیقت همان واریانس درون گروهی یا واریانس خطای آزمایشی (MS_E) در جدول تجزیه واریانس می‌باشد و همینطور به جای تعداد n نیز می‌توان تعداد تکرار r را قرار داد.

حال برای پاسخ به این سؤال که اختلاف بین دو تیمار باید حداقل چه میزانی باشد تا تفاوت دو تیمار معنی‌دار گردد مقدار t در سطح احتمال مورد نظر را جایگزین کرده و حداقل اختلاف معنی‌دار یا LSD را به دست می‌آوریم.

مثال۵: خطای استاندارد برای مقایسه دو تیمار ($S_{\bar{d}}$) از کدام رابطه محاسبه می‌شود؟

۱) $\sqrt{\frac{2S_p^2}{r}}$ ۲) $\frac{\sqrt{2S_p^2}}{r.t}$ ۳) $\sqrt{\frac{S_p^2}{r}}$ ۴) $\frac{\sqrt{S_p^2}}{r.t}$

پاسخ: گزینه «۱» در مقایسه دو تیمار واریانس خطا برابر با واریانس مشترک یا S_p^2 می‌باشد.

مثال۶: آزمون LSD در کدام موارد زیر استفاده نمی‌شود؟

۱) برای مقایسه دو به دوی تیمارها ۲) مقایسه تیمارها با شاهد

۳) مقایسه تیمارهای دامنه ۲ ۴) مقایسه‌هایی که از قبل انتخاب شده‌اند.

پاسخ: گزینه «۱» در مقایسه‌های دو به دو تیمارها با توجه به آنکه تیمارها در دامنه‌های مختلف قرار می‌گیرند نمی‌توان از این آزمون استفاده کرد.

مثال۷: اگر در یک طرح کاملاً تصادفی، ۴ تیمار در ۶ تکرار مورد مقایسه قرار گرفته باشند و اطلاعات زیر موجود باشد، در این صورت مقدار LSD جهت مقایسه میانگین‌های تیمارها برابر کدام است؟ (۲/۵ = مقدار t جدول) (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۶)

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}(x_{ij}-\bar{x}_{\circ\circ})^2=300 \quad و \quad \sum_{i=1}^{4}(\bar{x}_{i\circ}-\bar{x}_{\circ\circ})^2=10$$

۱) ۲۵/۵۰ ۲) ۱۸/۰۰ ۳) ۵/۰۰ ۴) ۴/۰۰

پاسخ: گزینه «۳» در محاسبات با استفاده از فرمول‌های نظری دقت شود که فرمول‌ها مربوط به کدام مجموع مربعات هستند.

$$LSD=|t_{\frac{\alpha}{2},dfe}\times S_{\bar{d}}|$$

$$SST=r\Sigma(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2=6\times10=60$$

$$SST=\Sigma\Sigma(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=300$$

$$SSe=300-60=240 \Rightarrow MSe=\frac{SSe}{df}=\frac{240}{4(6-1)}=\frac{240}{20}=12$$

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{2MSe}{r}} \Rightarrow S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{2\times12}{6}}=\sqrt{4}=2$$

$$LSD=2/5\times2=5$$

مثال۸: در یک طرح مربع لاتین، ۶ تیمار مورد ارزیابی قرار گرفته و مجموع مربعات خطا (SS_e) برابر ۲۴۰ به دست آمده است. چنانچه مقدار t از جدول برابر ۲ فرض شود، مقدار LSD جهت مقایسه میانگین تیمارها کدام است؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۵)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه «۳»

$r=t=6$ جدول $t=2$

$$SS_E=240 \Rightarrow MS_E=\frac{SS_E}{(t-2)(t-1)}=\frac{240}{20}=12$$

$$S_{\bar{d}}=\sqrt{\frac{2MS_E}{r}}=\sqrt{\frac{2\times12}{6}}=\sqrt{4}=2$$

$$LSD=S_{\bar{d}}\times t \Rightarrow LSD=2\times2=4$$

مدرسان شریف

فصل هفتم

«آزمایشات چندعاملی فاکتوریل (Factorial experiment)»

درسنامه (۱): تعریف اصطلاحات آزمایش فاکتوریل

در طرح‌های پایه که در فصل‌های قبل مورد بررسی قرار گرفت در هر آزمایش امکان مطالعه یک عامل وجود دارد. در بسیاری از موارد لازم است عامل دیگری نیز که بر صفت مورد مطالعه اثر می‌گذارد مورد بررسی و مطالعه قرار گیرد. بدین منظور از آزمایشات چندعاملی فاکتوریل استفاده می‌کنیم. این آزمایشات به ما این توانایی را می‌دهد تا اطلاعات بیشتر و کامل‌تری را نسبت به آزمایشات جداگانه بدست آوریم.

نکته۱: آزمایشات فاکتوریل در قالب یکی از طرح‌های پایه طرح کامل تصادفی (CRD)، طرح بلوک کامل تصادفی (RCBD) و طرح مربع لاتین (LS) اجرا می‌گردند.

در آزمایشات فاکتوریل با برخی اصطلاحات روبه‌رو می‌شویم که در ذیل به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

فاکتور

(Factor): نوع عامل مورد مطالعه فاکتور نامیده می‌شود و به‌وسیله حروف بزرگ نمایش داده می‌شود؛ به طور مثال میزان کود پتاس (K)، تراکم گیاه گندم (D)، نوع شخم (T) و ... .

سطح (Level): حالت‌های مربوط به هر فاکتور را سطح آن فاکتور می‌نامند و آن‌ها را با حروف کوچک نمایش می‌دهند.

به طور مثال میزان کود پتاس در سه سطح ۰، ۵۰ و ۱۰۰کیلوگرم در هکتار (k_1، k_2 و k_3)، تراکم گیاه گندم در دو سطح ۴۰۰ و ۵۰۰ بوته در متر مربع (d_1 و d_2)، نوع شخم در سه سطح بدون شخم، ۵۰٪ خاکورزی و ۱۰۰٪ خاکورزی (t_1، t_2 و t_3) و ...

اثر متقابل (Interaction): وقتی عکس‌العمل صفت مورد مطالعه نسبت به تغییرات سطوح دو یا چند فاکتور روال مشابهی نداشته باشد گفته می‌شود که این فاکتورها از نظر تأثیر روی صفت مزبور اثر متقابل دارند، به گفته دیگر مستقل از هم عمل نمی‌کنند.

تیمار: به ترکیب سطوح فاکتورهای مختلف در آزمایش اطلاق می‌شود. به طور مثال در آزمایشی با دو عامل تراکم در سه سطح و میزان کود اوره در دو سطح تعداد تیمار برابر ۶ (۳×۲=۶) است.

مزایا:

۱) در یک آزمایش دو یا چند آزمایش جداگانه صورت می‌گیرد. ۲) صرفه‌جویی در هزینه اجرای آزمایش (ادغام دو آزمایش در یک آزمایش)، ۳) صرفه‌جویی در زمان اجرای آزمایش، ۴) به دست آوردن اثرات متقابل عوامل، ۵) افزایش دقت آزمایش نسبت به آزمایش‌های جداگانه (درجه آزادی خطا df_e کاهش می‌یابد)

معایب:

۱) مشکلات اجرایی طرح زیاد است. ۲) تفسیر برخی از اثرات متقابل چند طرفه مشکل است.

مثال۱: مزایای آزمایش‌های فاکتوریل کدام است؟ (دکتری ۹۲)

۱) به دست آوردن اثرات متقابل　　۲) یافتن اثرات اصلی و متقابل چند عامل

۳) صرفه‌جویی در کار، زمان و بودجه و آگاهی از اثرات متقابل عامل‌ها　　۴) صرفه‌جویی در بودجه و کار و به دست آوردن اثرات متقابل دلخواه

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مزایای طرح فاکتوریل عبارت است از:

۱ـ از آن‌جا که دو یا چند آزمایش در قالب یک آزمایش انجام می‌شود از نظر اقتصادی و زمانی مقرون به صرفه می‌باشد. ۲ـ در این آزمایش‌ها می‌توان اثرات متقابل را مورد بررسی قرار داد در صورتی که این امکان در طرح‌های پایه وجود ندارد. ۳ـ به خاطر شرایط خاص آزمایش، تعداد تکرار برای سطوح فاکتورها زیاد و در نتیجه دقت برآورد بیشتر می‌باشد.

درسنامه (۲): نقشه طرح و مدل ریاضی آزمایش فاکتوریل

نقشه طرح آزمایش فاکتوریل

همانطور که بیان شد در آزمایشات فاکتوریل فاکتورها با حروف بزرگ و سطوح آن‌ها با حروف کوچک نمایش داده می‌شوند. برای نمایش سطوح مختلف فاکتورها نیز به حروف کوچک آن فاکتور اندیس عددی اضافه می‌شود. به طور مثال در آزمایشی اثر تراکم ذرت در سه سطح و میزان باکتری آزوسپیریلیوم بر عملکرد گیاه ذرت مورد بررسی قرار گرفت. در این آزمایش فاکتور تراکم با D و سطوح آن به صورت d_1، d_2 و d_3 و میزان کود آزوسپیریلیوم با Z و سطوح آن با z_1 و z_2 نمایش داده می‌شود. همان‌طور که گفته شد تیمارهای آزمایش از ترکیب سطوح تیمارها بدست می‌آید بنابراین آزمایش دارای ۶ تیمار به صورت روبه‌رو می‌باشد: $d_1z_1 - d_1z_2 - d_2z_1 - d_2z_2 - d_3z_1 - d_3z_2$

به منظور ترسیم نقشه طرح در آزمایشات فاکتوریل باید به نقشه طرح پایه دقت کرد و ویژگی‌های طرح پایه مورد نظر را برای ترسیم نقشه طرح رعایت نمود. در زیر نقشه طرح آزمایش فوق در قالب سه طرح پایه و ۴ تکرار ترسیم گردیده است.

۱ـ طرح پایه کاملاً تصادفی (CRD)

در طرح کاملاً تصادفی هر واحد آزمایش شانس مساوی برای دریافت هر کدام از ۶ تیمار را دارا می‌باشد.

نقشه تصادفی آزمایش فاکتوریل ۲×۳ در قالب طرح پایه کاملاً تصادفی

تکرار اول	d_1z_1	d_2z_1	d_1z_1	d_2z_2	d_3z_1	d_2z_1
تکرار دوم	d_3z_2	d_1z_2	d_2z_1	d_1z_1	d_3z_2	d_2z_2
تکرار سوم	d_3z_2	d_3z_1	d_1z_1	d_2z_2	d_2z_1	d_1z_2
تکرار چهارم	d_2z_2	d_3z_1	d_2z_2	d_3z_2	d_3z_1	d_2z_2

۲ـ طرح بلوک کامل تصادفی (RCBD)

در طرح بلوک کامل تصادفی هر تیمار تنها یکبار در هر بلوک قرار می‌گیرد.

نقشه تصادفی آزمایش فاکتوریل ۲×۳ در قالب طرح بلوک کامل تصادفی

بلوک اول	d_1z_1	d_3z_2	d_2z_2	d_1z_2	d_2z_1	d_3z_1
بلوک دوم	d_1z_2	d_3z_1	d_2z_2	d_3z_2	d_2z_1	d_1z_1
بلوک سوم	d_3z_2	d_2z_1	d_1z_1	d_3z_1	d_1z_2	d_2z_2
بلوک چهارم	d_2z_1	d_2z_2	d_3z_2	d_1z_1	d_3z_1	d_1z_2

۳ـ طرح مربع لاتین (LS)

در طرح مربع لاتین هر تیمار تنها یکبار در هر ردیف و تنها یکبار در هر ستون قرار می‌گیرد.

نقشه تصادفی آزمایش فاکتوریل ۲×۳ در قالب طرح مربع لاتین

	ستون اول	ستون دوم	ستون سوم	ستون چهارم	ستون پنجم	ستون ششم
ردیف اول	d_1z_1	d_1z_2	d_2z_1	d_2z_2	d_3z_1	d_3z_2
ردیف دوم	d_1z_2	d_2z_1	d_2z_2	d_3z_1	d_3z_2	d_1z_1
ردیف سوم	d_2z_1	d_2z_2	d_3z_1	d_3z_2	d_1z_1	d_1z_2
ردیف چهارم	d_2z_2	d_3z_1	d_3z_2	d_1z_1	d_1z_2	d_2z_1
ردیف پنجم	d_3z_1	d_3z_2	d_1z_1	d_1z_2	d_2z_1	d_2z_2
ردیف ششم	d_3z_2	d_1z_1	d_1z_2	d_2z_1	d_2z_2	d_3z_1

مدل ریاضی آزمایش فاکتوریل

در آزمایشات فاکتوریل دو یا چند عامل و اثر متقابل عوامل (دو گانه و سه گانه) به طور همزمان مورد بررسی قرار می‌گیرند. این آزمایش در قالب یکی از سه طرح پایه انجام می‌گیرد. بنابراین مدل ریاضی آزمایشات فاکتوریل در وهله اول به طرح پایه مورد استفاده بستگی دارد و تنها تفاوت میان این دو مدل در آن است که به جای اثر تیمار در مدل ریاضی طرح‌های پایه اثر فاکتورها به همراه اثر متقابل فاکتورها قرار می‌گیرد.

مدل ریاضی آزمایش فاکتوریل با دو فاکتور در قالب سه طرح پایه به صورت زیر است:

۱ـ آزمایش فاکتوریل در قالب طرح کاملاً تصادفی

$$X_{ijk} = \mu + A_j + B_k + AB_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

در این مدل μ میانگین جمعیت، A_j اثر فاکتور A، B_k اثر فاکتور B، AB_{jk} اثر متقابل دو فاکتور و ε_{ijk} اثر خطای آزمایشی می‌باشد.

X_{ijk} نشان‌دهنده مشاهده تکرار i ام، سطح j ام فاکتور A و سطح k ام فاکتور B می‌باشد. به طور مثال X_{112} مشاهده تکرار اول سطح اول فاکتور A (a_1) و سطح دوم فاکتور B (b_2) است.

۲ـ آزمایش فاکتوریل در قالب طرح بلوک کامل تصادفی

$$X_{ijk} = \mu + R_i + A_j + B_k + AB_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

در این مدل μ میانگین جمعیت، R_i اثر بلوک A_j اثر فاکتور B_k ،A اثر فاکتور AB_{jk} ،B اثر متقابل دو فاکتور و ε_{ijk} اثر خطای آزمایشی می‌باشد.

X_{ijk} نشان‌دهنده مشاهده بلوک i ام، سطح j ام فاکتور A و سطح k ام فاکتور B می‌باشد. به طور مثال X_{112} مشاهده بلوک اول سطح اول فاکتور A (a_1) و سطح دوم فاکتور B (b_2) است.

۳ـ آزمایش فاکتوریل در قالب طرح مربع لاتین

$$X_{ijkl} = \mu + R_i + C_j + A_k + B_l + AB_{kl} + \varepsilon_{ijkl}$$

در این مدل μ میانگین جمعیت، R_i اثر ردیف، C_j اثر ستون، A_k اثر فاکتور A، B_l اثر فاکتور B، AB_{kl} اثر متقابل دو فاکتور و ε_{ijkl} اثر خطای آزمایشی می‌باشد.

X_{ijkl} نشان‌دهنده مشاهده ردیف i ام، ستون j ام، سطح k ام فاکتور A و سطح l ام فاکتور B می‌باشد. به طور مثال X_{1212} مشاهده ردیف اول ستون دوم سطح اول فاکتور A (a_1) و سطح دوم فاکتور B (b_2) است.

مثال ۲: دو عامل A و B طبق نقشه زیر مطالعه شده‌اند. درجه آزادی اشتباه آزمایشی برابر است با: (طرح بلوک کامل تصادفی)

a_1b_1	a_1b_2	a_2b_2	a_2b_1
a_2b_2	a_2b_1	a_1b_2	a_1b_1

۱) ۳ ۲) ۲
۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینه «۱» نقشه مربوط به یک طرح بلوک کامل تصادفی است، چون هر تیمار یک بار در هر بلوک قرار گرفته است و چون دو عامل A و B داریم که هر کدام با دو سطح آمده‌اند، بنابراین یک آزمایش فاکتوریل 2^2 است که دارای ۲ تکرار می‌باشد. از حاصلضرب سطوح عامل‌ها در هم تعداد تیمارها به دست می‌آید.

$$df_e = (ab-1)(r-1) = (4-1)(2-1) = 3$$

مثال ۳: درجه آزادی مجموع مربعات $\frac{\Sigma y^2_{.jk}}{a} - \frac{\Sigma y^2_{.j.}}{ar}$ کدام است؟ (دکتری ۹۱)

۱) $ar-b$ ۲) $b(r-1)$ ۳) $ar(b-1)$ ۴) $(a-1)(b-1)$

پاسخ: گزینه «۲» در ابتدا باید تشخیص داد که هر اندیس نشان‌دهنده چه عاملی است و در مرحله دوم هر عبارت را به عبارت مترادف آن تبدیل کرد. برای شناسایی اندیس‌ها اینگونه عمل می‌شود که هر عبارت عامل مربوط به اندیسی که به جای آن نقطه قرار گرفته در مخرج کسر قرار داده می‌شود. با توجه به این نکته به بررسی عبارات می‌پردازیم. در عبارت $\frac{\sum Y^2_{.jk}}{a}$ به جای اندیس i نقطه قرار داده شده است و در مخرج کسر نیز a قرار دارد بنابراین اندیس i مربوط به عامل A می‌باشد. در عبارت $\frac{\sum X^2_{.j.}}{a}$ نیز اندیس نقطه در جای k قرار گرفته و در مخرج کسر عامل r یا تکرار آمده است که نشان‌دهنده این مطلب است که اندیس k نشان‌دهنده تکرار می‌باشد. با توجه به آنکه در عبارات تنها سه اندیس i، j و k آمده است بدیهی است که اندیس j نیز نشان‌دهنده عامل B خواهد بود.

در مرحله دوم هر عبارت را با توجه به اندیس‌های موجود در صورت و بدون احتساب اندیس‌های که به صورت نقطه آمدند به عبارت مترادف آن‌ها در درجه آزادی کسر تبدیل می‌کنیم و بدین معنی است که عبارت $\Sigma Y^2_{.jk}$ که دارای دو اندیس j و k می‌باشد به rb و عبارت $\Sigma Y_{.j.}$ دارای اندیس j می‌باشد به b تبدیل می‌گردد یعنی کل عبارت را می‌توان به مترادف آن در درجه آزادی تبدیل کرد که به صورت مقابل خواهد بود:

$$\frac{\Sigma Y^2_{.jk}}{a} - \frac{\Sigma Y^2_{.j.}}{ar} = br - b \Rightarrow b(r-1)$$

مثال ۴: درجه آزادی منبع تغییری که مجموع مربعات آن از رابطه زیر به دست می‌آید، کدام است؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۵)

$$\frac{\sum_{ij} x_{ij\circ}}{r} - \frac{\sum_{i} x_{i\circ\circ}}{rb}$$

۱) $b(a-1)$ ۲) $ab-a$
۳) $ab(r-1)$ ۴) $(a-1)(b-1)$

پاسخ: گزینه «۲» در این مواقع برای به دست آوردن درجه آزادی به مخرج کسر نگاه می‌کنیم و آنچه که در مخرج وجود ندارد را می‌نویسیم. با توجه به اینکه X سه اندیس دارد، پس یک اندیس مربوط به تکرار و دو اندیس دیگر مربوط به تیمار a و b هستند. در مخرج کسر اول ab وجود ندارد و در مخرج کسر دوم a پس:

$$ab - a = a(b-1)$$

درسنامه (۳): انواع آزمایشات چندعاملی (فاکتوریل)

۱ـ آزمایشات ۲^n: در این آزمایشات n تعداد فاکتور و ۲ تعداد سطوح هر فاکتور می‌باشد. این آزمایشات شامل آزمایشات $۲^۲$ (دو فاکتور هر کدام در دو سطح) و $۲^۳$ (سه فاکتور هر کدام در دو سطح) می‌باشد.

۲ـ آزمایشات غیر ۲^n: این آزمایشات شامل طیف وسیعی از آزمایشات می‌باشد که می‌توانند تعداد مختلف فاکتور را با سطوح مختلف به خود اختصاص دهند. این آزمایشات را با استفاده از ضرب سطوح فاکتورها به نمایش می‌گذارند: مانند ۲×۳ ، ۳×۴ و ۲×۳×۳.

مثال۵: تفاوت آزمایشات فاکتوریل ۲^n و غیر ۲^n در .... است.

۱) تعداد فاکتورها
۲) تعداد سطوح
۳) هم تعداد فاکتورها و هم تعداد سطح فاکتورها
۴) هیچکدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» تفاوت آزمایشات فاکتوریل ۲^n با غیر ۲^n در تعداد سطوح است زیرا عدد ۲ تعداد سطوح را نشان می‌دهد و تعداد فاکتورها نیز خود به خود متغیر خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۶: مقدار اثرات تشکیل‌دهنده تیمار در آزمایش‌های فاکتوریل ۲^n بستگی دارد به:

۱) هم تعداد فاکتور و هم تعداد سطح آن‌ها
۲) تعداد سطح فاکتورها
۳) تعداد فاکتور یا عامل
۴) نوع آزمایش از نظر ۲^n و غیر ۲^n

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در آزمایش‌های فاکتوریل با n فاکتور تعداد اثرات اصلی برابر $\overline{n}$، تعداد اثرات متقابل دوجانبه برابر $C_n^۲$، تعداد اثرات متقابل سه جانبه برابر $C_n^۳$ و ... خواهد بود. بنابراین تعداد و مقدار اثرات فقط به تعداد فاکتورها بستگی دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۷: کدام‌یک از موارد زیر در مورد آزمایش فاکتوریل $۲^۲$ صحیح نمی‌باشد؟

۱) آزمایش از نوع ۲^n می‌باشد.
۲) آزمایش دارای ۴ تیمار می‌باشد.
۳) آزمایش دارای دو فاکتور اصلی است.
۴) آزمایش دارای دو اثر متقابل است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در آزمایش $۲^۲$ دو فاکتور اصلی A و B وجود دارد که هر کدام دارای ۲ سطح می‌باشند ($a_۱$، $a_۲$ و $b_۱$، $b_۲$) بنابراین آزمایش دارای ۴ تیمار می‌باشد. همچنین آزمایش دارای دو اثر اصلی A و B و یک اثر متقابل AB می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۸: تعداد اثرات تشکیل‌دهنده در آزمایش‌های فاکتوریل $۲^۲$ و $۲^۵$ چقدر است؟

۱) ۳ و ۵
۲) ۴ و ۱۶
۳) ۸ و ۳۲
۴) ۷ و ۳۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در آزمایشات فاکتوریل ۲^n، n تعداد فاکتور و ۲ تعداد سطوح هر عامل می‌باشد. بنابراین در آزمایش $۲^۳$ سه فاکتور که هر کدام دارای دو سطح می‌باشند وجود دارد که اثرات آنها شامل A، B، C، AB، AC، BC و ABC می باشد که در مجموع ۷ اثر می‌باشد. مشخص کردن اثرات آزمایش فاکتوریل $۲^۵$ کار مشکلی بوده و بدین منظور می‌توان از ترکیب ۲ از ۵ $(C_۵^۲)$ استفاده کرد که عدد ۳۱ را نشان خواهد داد.

◆ ◆ ◆ ◆

اثرات ساده، اصلی و متقابل در آزمایش‌های چندعاملی:

به خاطر سهولت در درک مطالب برای توضیح اثرات ساده، اصلی و متقابل از آزمایش $۲^۲$ استفاده می‌کنیم. در این آزمایش دو فاکتور A در دو سطح ($a_۱$ و $a_۲$) و B در دو سطح ($b_۱$ و $b_۲$) وجود دارد که جدول دو طرفه عوامل به صورت مقابل است:

	$a_۱$	$a_۲$
$b_۱$	$a_۱b_۱$	$a_۲b_۱$
$b_۲$	$a_۱b_۲$	$a_۲b_۲$

اثر ساده (Simple effect)

بر حسب تعریف $a_۲ - a_۱$ را اثر ساده A در هر سطح B و $b_۲ - b_۱$ را اثر ساده B در هر سطح A می‌خوانند.

اثر اصلی (Main effect)

میانگین اثرات ساده را اثر اصلی می‌گویند.

$$A = \frac{۱}{۲}[(a_۲b_۲ - a_۱b_۲) + (a_۲b_۱ - a_۱b_۱)] \;,\; B = \frac{۱}{۲}[(a_۲b_۲ - a_۲b_۱) + (a_۱b_۲ - a_۱b_۱)]$$

فصل هشتم

«آزمایشات کرت‌های خردشده (اسپلیت پلات Split-plot design)»

درسنامه (۱): نقشه طرح اسپلیت پلات

در هنگام اجرای برخی آزمایشات آماری چند فاکتوری ممکن است محقق با این مسئله روبه‌رو شود که یکی از فاکتورهای مورد آزمایش مانند دور آبیاری، تراکم، مقادیر کود و سم و ... نیاز به کرت‌های بزرگ داشته باشد. برای اجرای این آزمایشات از کرت‌های خردشده (اسپلیت پلات) استفاده می‌گردد. در این آزمایشات، فاکتوری که برای اجرا نیاز به کرت بزرگ‌تر داشته باشد فاکتور اصلی نامیده می‌شود که در کرت‌های بزرگ‌تر که کرت اصلی (Main plot) (mp) نامیده می‌شوند، قرار می‌گیرند. کرت‌های اصلی به تعداد عامل دوم که عامل فرعی ((Sub-plot (sp)) نامیده می‌شود تقسیم شده و هر قسمت یک کرت فرعی را تشکیل می‌دهد. فاکتورهای فرعی در داخل کرت‌های فرعی قرار می‌گیرند.

در ادامه خواهیم دید که عامل فرعی نسبت به عامل اصلی با دقت بیشتری محاسبه می‌گردد. بنابراین برای اجرای آزمایشاتی که یکی از دو عامل باید با دقت بیشتری مطالعه شوند نیز می‌توان از کرت‌های خردشده استفاده کرد.

نکته۱: در حقیقت آزمایشات کرت‌های خردشده دسته‌ای از آزمایش‌های چندعاملی هستند که در آن‌ها اثر یک یا تعدادی از عوامل مورد بررسی با اثر واحدهای آزمایشی اختلاط یافته و به دقت قابل بررسی نیست.

مزایا: ۱ـ اجرای همزمان دو آزمایش جداگانه در یک آزمایش؛ ۲ـ عملیات اجرایی راحت‌تر آزمایش؛ ۳ـ بررسی دقیق‌تر یکی از دو عامل (عامل فرعی)

معایب: ۱ـ تجزیه آماری آن نسبت به آزمایش فاکتوریل دشوارتر است. ۲ـ فاکتور اصلی با دقت کمتری سنجیده می‌شود. ۳ـ درجه آزادی خطای عامل اصلی کوچک است.

نکته۲: به طور کلی جز در مواردی که برای اجرای آزمایش نیاز به کرت بزرگ‌تر برای یکی از دو عامل وجود دارد از آزمایش اسپلیت پلات استفاده نمی‌گردد.

مثال۱: تعداد فاکتورها در طرح اسپلیت پلات چند عدد است؟

۱) بستگی به تیمار دارد. ۲) بستگی به هدف دارد. ۳) ۵ فاکتور می‌تواند باشد. ۴) فقط دو فاکتور

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» فقط دو فاکتور که اهمیت یکی بیشتر است و در کرت اصلی قرار می‌گیرد.

مثال۲: در طرح اسپلیت پلات:

۱) تعداد تکرار فاکتور اصلی بیشتر از فاکتور فرعی است.

۲) دقت آزمون اثر عامل اصلی (A) از عامل فرعی (B) بیشتر است.

۳) همواره میانگین مربعات خطای A از میانگین مربعات خطای B بیشتر است.

۴) همیشه تعداد تکرار فاکتور فرعی بیشتر از فاکتور اصلی است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در آزمایشات اسپلیت پلات درجه آزادی خطای آزمایشی کرت اصلی از کرت فرعی کوچکتر بوده ($df_{Ea} \le df_{Eb}$) و بنابراین میانگین مربعات کرت اصلی از فرعی بزرگتر است ($MS_{Ea} \ge MS_{Eb}$). این مسئله موجب می‌شود تا عامل فرعی با دقت بیشتری سنجیده شود.

مثال۳: سه رقم از یک گونه گیاهی تحت چهار شدت نور متفاوت در دست مطالعه است. چه نوع طرح آزمایشی توصیه می‌شود؟
(آگروتکنولوژی ـ دکتری ۹۵)

۱) فاکتوریل
۲) مربع لاتین
۳) کرت‌های خردشده
۴) کرت‌های خردشده در زمان

پاسخ: گزینه «۳» وقتی از طرح کرت‌های خردشده استفاده می‌شود که بخواهیم دقت بیشتری برای آزمایش سطوح یک فاکتور نسبت به فاکتور دیگر داشته باشیم با توجه به اینکه سه نوع از یک گونه گیاهی تحت چهار شدت نوری متفاوت دارد، بنابراین بهترین طرح آزمایش کرت‌های خردشده است.

در پیاده‌سازی نقشه آزمایش کرت خردشده دو مرحله تصادفی کردن وجود دارد. مرحله اول انتساب سطوح فاکتور اصلی A به کرت‌های اصلی بر اساس یکی از طرح‌های پایه (CRD، RCBD و LS) و مرحله دوم نیز انتساب تصادفی سطوح فاکتور فرعی B به کرت‌های فرعی می‌باشد. نحوه تصادفی کردن و پیاده کردن نقشه آزمایش کرت خردشده که در آن عامل اصلی A دارای سه سطح و عامل فرعی B دارای دو سطح و آزمایش دارای ۳ تکرار باشد بر اساس هر سه طرح پایه (CRD، RCBD و LS) برای آزمایش به صورت زیر است:

طرح پایه کامل تصادفی:

در طرح کامل تصادفی همان طور که پیش‌تر گفته شده ماده آزمایشی کاملاً یکنواخت می‌باشد. بنابراین عامل A به طور کاملاً تصادفی در ۹ کرت موجود ($a\times r=۳\times۳=۹$) توزیع می‌گردد. در مرحله دوم هر کرت اصلی به تعداد سطوح فرعی که در اینجا برابر ۲ است تقسیم شده و هر قسمت یک کرت فرعی را تشکیل می‌دهد و سطوح عامل فرعی در آن‌ها قرار می‌گیرد. توجه داشته باشید که تصادفی شدن سطوح عامل فرعی در داخل کرت اصلی صورت می‌گیرد.

نقشه تصادفی آزمایش کرت خردشده در قالب طرح کامل تصادفی

تکرار ۱	a_1		a_2		a_1	
	b_1	b_2	b_2	b_1	b_1	b_2
تکرار ۲	a_3		a_1		a_2	
	b_2	b_1	b_1	b_2	b_2	b_1
تکرار ۳	a_2		a_3		a_3	
	b_1	b_2	b_2	b_1	b_1	b_2

طرح پایه بلوک کامل تصادفی:

در این حالت هر سطح کرت اصلی تنها یکبار در هر بلوک قرار می‌گیرد بنابراین در مرحله اول توزیع سطوح عامل اصلی A در هر بلوک به طور تصادفی صورت گرفته سپس سطوح کرت فرعی به طور تصادفی در داخل کرت‌های اصلی قرار می‌گیرد.

نقشه تصادفی آزمایش کرت خردشده در قالب طرح بلوک کامل تصادفی

بلوک ۱	a_3		a_2		a_1	
	b_1	b_2	b_2	b_1	b_2	b_1
بلوک ۲	a_3		a_1		a_2	
	b_1	b_2	b_1	b_2	b_2	b_1
بلوک ۳	a_2		a_1		a_3	
	b_2	b_1	b_1	b_2	b_1	b_2

طرح مربع لاتین:

طرز پیاده کردن نقشه آزمایش کرت خردشده در قالب طرح مربع لاتین مانند دو طرح پایه دیگر است با این تفاوت که سطوح کرت اصلی فقط یکبار در هر ردیف و فقط یکبار در هر ستون قرار می‌گیرند.

نقشه تصادفی آزمایش کرت خردشده در قالب طرح مربع لاتین

	ستون ۱		ستون ۲		ستون ۳	
ردیف ۱	a_3		a_2		a_1	
	b_2	b_1	b_2	b_1	b_2	b_1
ردیف ۲	a_1		a_3		a_2	
	b_2	b_1	b_1	b_2	b_1	b_2
ردیف ۳	a_2		a_1		a_3	
	b_2	b_1	b_2	b_1	b_2	b_1

درسنامه (۲): مدل ریاضی و محاسبات آماری آزمایش اسپلیت پلات

تفاوت عمده آزمایشات کرت خردشده (اسپلیت پلات) با آزمایشات فاکتوریل وجود دو خطای آزمایشی است. در حقیقت اشتباه آزمایشی به دو قسمت نامساوی به نام‌های خطای کرت اصلی E_a و خطای کرت فرعی E_b تقسیم می‌گردد که سهم اشتباه اصلی بیشتر از اشتباه فرعی است. مدل آماری آزمایش کرت خردشده در قالب سه طرح پایه به صورت زیر است:

طرح پایه کامل تصادفی

$$X_{ijk} = \mu + A_j + E_{ij} + B_k + (AB)_{jk} + E_{ijk}$$

در این مدل μ میانگین کل جمعیت، A_j اثر فاکتور اصلی، E_{ij} خطای کرت اصلی، B_k اثر فاکتور فرعی، $(AB)_{jk}$ اثر متقابل دو فاکتور و E_{ijk} خطای کرت فرعی می‌باشد.

طرح بلوک کامل تصادفی

$$X_{ijk} = \mu + R_i + A_j + E_{ij} + B_k + (AB)_{jk} + E_{ijk}$$

در این مدل μ میانگین کل جمعیت، R_i اثر بلوک، A_j اثر فاکتور اصلی، E_{ij} خطای کرت اصلی، B_k اثر فاکتور فرعی، $(AB)_{jk}$ اثر متقابل دو فاکتور و E_{ijk} خطای کرت فرعی می‌باشد.

طرح مربع لاتین

$$X_{ijkl} = \mu + R_i + C_j + A_k + E_{ijk} + B_l + (AB)_{kl} + E_{ijkl}$$

در این مدل μ میانگین کل جمعیت، R_i اثر ردیف، C_j اثر ستون، A_j اثر فاکتور اصلی، E_{ij} خطای کرت اصلی، B_k اثر فاکتور فرعی، $(AB)_{jk}$ اثر متقابل دو فاکتور و E_{ijkl} خطای کرت فرعی می‌باشد.

مثال۴: اگر i، j و k در X_{ijk} به ترتیب مربوط به تکرار، عامل A و عامل B باشند، مدل زیر مربوط به کدام طرح آزمایشی است؟

(زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۶)

$$\mathbf{X_{ijk} = \mu + \delta_i + \delta_j + \varepsilon_{ij} + \delta_k + \delta_{jk} + \varepsilon_{ijk}}$$

۱) کرت خردشده در قالب طرح کاملاً تصادفی

۲) کرت خردشده در قالب طرح بلوک‌های کامل تصادفی

۳) آزمایش فاکتوریل با دو عامل در قالب طرح کاملاً تصادفی

۴) آزمایش فاکتوریل با دو عامل در قالب طرح بلوک‌های کامل تصادفی

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» مدل آماری طرح کرت‌های خردشده زمانی که کرت‌های اصلی در قالب بلوک‌های کامل تصادفی پیاده شده باشند، به‌صورت زیر است:

$$Y_{ijk} = \mu + R_k + A_i + e_{ik} + B_j + AB_{ij} + e_{ijk}$$

در این رابطه μ میانگین، R_k اثر بلوک، A_i اثر عامل اصلی، e_{ik} خطای آزمایشی ناشی از اثر متقابل عامل A با بلوک (خطای a)، B_{jr} اثر عامل فرعی، AB_{ij} اثر متقابل عامل اصلی و جزئی و e_{ijk} خطای آزمایشی ناشی از اثرات متقابل عامل B و اثر متقابل AB با بلوک (خطای b) است.

دقت شود که در صورت فرمول در سؤال به‌جای R، A و B از حذف σ استفاده شده ولی اندیس‌ها متفاوت هستند.

محاسبات آماری آزمایش کرت خردشده در قالب سه طرح پایه کاملاً تصادفی (CRD)، بلوک کامل تصادفی (RCBD) و مربع لاتین (LS) و فرمول‌های کاربردی لازم برای هر طرح در جداول آورده شده آمده است.

توجه داشته باشید که نحوه محاسبه در آزمایشات کرت‌های خردشده در سه طرح پایه یکسان بوده و به طور جداگانه توضیح داده خواهد شد.

مدرسان شریف

فصل نهم

«طرح‌های آزمایشی با کاربردهای خاص»

هدف این فصل آشنایی با طرح‌های آزمایشی می‌باشد که از موارد کاربردی خاصی برخوردار است. در این فصل با کاربردها، نقشه‌ها و جداول تجزیه واریانس این آزمایشات آشنا خواهیم شد. لازم به تذکر است که همان طور که در ادامه مطالعه خواهید کرد برخی از این طرح‌ها مختص آزمایشات زراعی و برخی مختص آزمایشات علوم دامی می‌باشند.

درسنامه (۱): انواع طرح‌های آزمایشی

آزمایش کرت دو بار خردشده (اسپلیت اسپلیت پلات Split – split – plot design)

آزمایش کرت دو بار خردشده (اسپلیت اسپلیت پلات) آزمایشی است که در آن ۳ عامل A، B و C و اثرات متقابل آنها بررسی می‌گردد. در حقیقت این آزمایش مانند آزمایش فاکتوریل ۳ عاملی می‌باشد با این تفاوت که همانند آنچه که در مورد آزمایش کرت خردشده گفته شد برای اجرای ساده‌تر آزمایش از این طرح استفاده می‌شود. در این آزمایش نیز مانند آزمایش کرت خردشده عامل اصلی A عاملی است که برای اجرا نیاز به کرت‌های بزرگ‌تر داشته و بنابراین در کرت اصلی قرار می‌گیرد. عامل فرعی B در داخل کرت اصلی و در کرت‌های فرعی و عامل C در داخل کرت فرعی و در کرت‌های فرعی فرعی قرار می‌گیرد.

نکته۱: در آزمایش کرت دوبار خردشده عامل C نسبت به B و عامل B نسبت به عامل A نیاز به کرت کوچکتری دارد.

نکته۲: آزمایش کرت دوبار خردشده در قالب یکی از سه طرح پایه CRD، RCBD و LS اجرا می‌گردد.

نحوه اجرا و نقشه طرح

نحوه اجرای آزمایش کرت دو بار خردشده‌ای که عامل اصلی A دارای ۳ سطح و عامل‌های فرعی B و فرعی فرعی C هر کدام دارای دو سطح هستند و آزمایش در قالب طرح بلوک کامل تصادفی با ۳ تکرار انجام می‌گردد؛ بدین صورت است که در مرحله اول هر بلوک به تعداد سطوح عامل اصلی A به سه قسمت تقسیم شده و سطوح عامل اصلی A (a_1، a_2 و a_3) به‌طور تصادفی در آنها توزیع می‌گردند. در مرحله دوم هر کرت اصلی به تعداد سطوح عامل فرعی B به دو قسمت تقسیم شده و سطوح عامل فرعی b_1 و b_2 در داخل آنها که همان کرت فرعی هستند توزیع می‌گردد. در نهایت هر کرت فرعی برای تشکیل کرت‌های فرعی فرعی به تعداد سطوح عامل فرعی فرعی C به دو قسمت تقسیم شده و سطوح عامل فرعی c_1 و c_2 در آنها به طور تصادفی توزیع می‌گردد. این عمل برای سایر بلوک‌ها (دو بلوک دیگر این آزمایش) تکرار می‌گردد. نقشه این آزمایش می‌تواند به صورت زیر باشد.

نقشه آزمایش کرت دو بار خردشده در قالب طرح بلوک کامل تصادفی

بلوک ۱	a_1				a_3				a_2			
	b_2		b_1		b_1		b_2		b_1		b_2	
	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_1	c_2	c_2	c_1	c_2	c_1
بلوک ۲	a_1				a_2				a_3			
	b_1		b_2		b_2		b_2		b_2		b_1	
	c_1	c_2	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1
بلوک ۳	a_3				a_1				a_2			
	b_1		b_2		b_2		b_1		b_2		b_1	
	c_2	c_1	c_1	c_2	c_2	c_1	c_1	c_2	c_1	c_2	c_2	c_1

جدول زیر، جدول تجزیه واریانس آزمایش کرت دو بار خردشده در قالب بلوک کامل تصادفی می‌باشد که در آن درجات آزادی، فرمول‌های کاربردی جداول دو طرفه و سه طرفه مورد نیاز و رابطه شاخص F آورده شده است. در این جدول اندیس i برای بلوک، اندیس j برای عامل اصلی A، اندیس k برای عامل فرعی b و اندیس l برای عامل فرعی فرعی C به کار می‌رود.

تجزیه واریانس آزمایش کرت دو بار خردشده در قالب طرح بلوک کامل تصادفی شامل درجات آزادی، فرمول کاربردی و جداول مورد نیاز برای محاسبه مجموع مربعات و شاخص F

منابع تغییر	درجه آزادی df	مجموع مربعات	جداول مورد نیاز	F
بلوک R	$r-1$	$\frac{\sum X_{i...}^2}{abc}-CF$	RA	$\frac{MS_R}{MS_{Ea}}$
فاکتور اصلی A	$a-1$	$\frac{\sum X_{.j..}^2}{rbc}-CF$	RA	$\frac{MS_A}{MS_{Ea}}$
خطای کرت اصلی Ea	$(a-1)(r-1)$	$SS_{mp}-SS_R-SS_A$	---------	---------
کرت اصلی mp	$ra-1$	$\frac{\sum X_{ij..}^2}{b}-CF$	داخل RA	---------
عامل فرعی B	$b-1$	$\frac{\sum X_{..k.}^2}{rac}-CF$	RB یا AB	$\frac{MS_B}{MS_{Eb}}$
اثر متقابل AB	$(a-1)(b-1)$	$\frac{\sum X_{.jk.}^2}{rc}-CF-SS_A-SS_B$	AB	$\frac{MS_{AB}}{MS_{Eb}}$
خطای کرت فرعی Eb	$a(r-1)(b-1)$	$SS_{sp}-SS_B-SS_{AB}$	---------	---------
کرت فرعی sp	$ra(b-1)$	$\frac{\sum X_{ijk.}^2}{rab}-CF-mp$	RAB	---------
عامل فرعی C	$c-1$	$\frac{\sum X_{...l}^2}{rab}-CF$	AC	$\frac{MS_C}{MS_{Ec}}$
اثر متقابل AC	$(a-1)(c-1)$	$\frac{\sum X_{.j.l}^2}{rb}-CF-SS_A-SS_C$	داخل AC	$\frac{MS_{AC}}{MS_{Ec}}$
اثر متقابل BC	$(b-1)(c-1)$	$\frac{\sum X_{..kl}^2}{ra}-CF-SS_B-SS_C$	داخل BC	$\frac{MS_{BC}}{MS_{Ec}}$
اثر متقابل ABC	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$\frac{\sum X_{.jkl}^2}{r}-CF-SS_A-SS_B-SS_C-SS_{AB}-SS_{AC}-SS_{BC}$	داخل ABC	$\frac{MS_{ABC}}{MS_{Ec}}$
خطای کرت فرعی Ec	$ab(r-1)(c-1)$	$SS_{sp}-SS_C-SS_{AC}-SS_{BC}-SS_{ABC}$	---------	---------
کرت فرعی ssp	$rab(c-1)$	$SS_T-SS_{mp}-SS_{sp}$	---------	---------
کل T	$rabc-1$	$\sum X_{ijkl}^2-CF$	داده‌های اولیه	---------

به منظور محاسبه فاکتور تصحیح CF از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$CF=\frac{(X_{....})^2}{rabc}$$

مدرسان شریف

فصل دهم

«مقایسات کمّی تیمارها (بررسی منحنی پاسخ)»

درسنامه (۱): انواع روابط بین دو متغیر

در برخی از تحقیقات نه تنها مقایسه اثر تیمارها یا مقایسه گروهی تیمارها مورد نظر است، بلکه چنانچه تیمارها یا سطوح فاکتورها کمّی باشند مانند مقادیر، زمان‌ها، فاصله یا غلظت نوع رابطه بین دو متغیر (تیمار یا فاکتور و خصوصیت اندازه‌گیری شده مثلاً ارتفاع یا عملکرد) نیز جالب توجه است. در حقیقت محقق باید پاسخ به دست آمده y را به صورت رگرسیونی بررسی کند. بدین منظور از ضرایب چندجمله‌ای متعامد (ارتوگونال) استفاده می‌شود که برای کدگذاری مقادیر X و محاسبه سریع رگرسیون Y با X به کار برده می‌شوند (جدول ضرایب چندجمله‌ای متعامد). برای استفاده از این ضرایب دو شرط لازم است:

۱ـ تعداد تکرار برای همه تیمارها یا سطوح فاکتورها یکسان باشد.

۲ـ مقادیر افزایش یا کاهش تیمارها یا سطوح فاکتورها هم اندازه یا هم فاصله باشد. (به طور مثال بررسی اثر مقادیر ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰ و ۳۰۰ کیلوگرم کود ازت در هکتار، همان‌طور که می‌بینیم فاصله تیمارها از یکدیگر مساوی و برابر ۵۰ می‌باشد.)

مثال۱: در چه صورت می‌توان روند بین سطوح معکوس یک تیمار را معین نمود؟

۱) تیمار کیفی دارای سطوح هم‌فاصله باشد.
۲) تیمار با تکرار از نظر تعداد مساوی باشد.
۳) تیمار کمّی و دارای سطوح هم‌فاصله باشد.
۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

پاسخ: گزینه «۳» اگر تیمارها کمّی و دارای سطوح هم‌فاصله باشند می‌توانیم روند بین سطوح را از نظر درجه دوم و ... تعیین کنیم.

مقایسه بین تیمارها باید به نحوی تعیین شود که هر مقایسه ماهیت تغییرات صفت مورد بررسی را نسبت به تغییرات تیمار اعمال شده نشان دهد. به طور کلی ممکن است بین دو متغیر روابط مختلفی وجود داشته باشد که در زیر به آن‌ها اشاره می‌شود:

رابطه خطی: این رابطه نشان می‌دهد که با افزایش یا کاهش یک متغیر، صفت مورد مطالعه نیز به طور خطی کاهش یا افزایش می‌یابد. در اصطلاح به این نوع تبعیت دو متغیر از یکدیگر رابطه خطی یا درجه اول گفته می‌شود که دارای فرمول مقابل است.

$$\hat{Y} = a + bX$$

رابطه درجه ۲: هنگامی دو متغیر دارای رابطه درجه ۲ می‌باشند که با افزایش یک متغیر تا یک حد معین دیگری افزایش یافته و سپس کاهش پیدا کند یا بالعکس این مدل از معادله مقابل تبعیت می‌کند.

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2$$

رابطه درجه ۳: در این حالت با افزایش متغیر اول متغیر دوم نیز افزایش یافته و به حداکثر خود می‌رسد، سپس با افزایش متغیر اول، متغیر دوم شروع به کاهش می‌کند و به حداقل خود رسیده و دوباره شروع به افزایش می‌کند. معادله مدل درجه سوم به صورت زیر است.

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2 + dX^3$$

نکته۱: با توجه به آنکه در مطالعات کشاورزی روابط درجه ۳ و بالاتر کمتر مطرح بوده و تفسیر آن‌ها مشکل و یا غیر واقعی است، معمولاً به روابط درجه ۱ و ۲ اکتفا می‌شود.

مسئله قابل توجه آن است که چنانچه هر یک از دو متغیر تنها دو حالت داشته باشند (تعداد تیمار یا سطوح فاکتور برابر ۲ بوده و بالطبع ۲ پاسخ یا صفت مورد اندازه‌گیری را به همراه داشته باشد) امکان ترسیم دو نقطه وجود داشته و بین دو نقطه تنها می‌توان یک خط ترسیم کرد. اگر تعداد تیمار یا سطوح فاکتور برابر ۳ باشد ابتدا رابطه خطی بین دو متغیر بررسی شده و در مرحله بعد رابطه درجه ۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. بالطبع به دلیل آنکه با ۳ نقطه تنها می‌توان یک منحنی با یک نقطه ماکزیمم یا مینیمم ترسیم نمود بررسی رابطه درجه ۳ امکانپذیر نمی‌باشد.

درسنامه (۲): نحوه تشکیل جدول تجزیه واریانس اجزای رگرسیونی

نکته مهم آن است که در مطالعات روند تغییرات ابتدا بررسی می‌گردد که چه مقدار از تغییرات صفت مورد مطالعه یا متغیر y توسط رابطه خطی با درجه آزادی ۱ توجیه می‌شود و چه میزان توسط رابطه خطی توجیه نمی‌گردد که در اصطلاح به آن انحراف از خطی می‌گویند و درجه آزادی آن برابر $t-2$ می‌باشد. در مرحله دوم همین روند بررسی در مورد رابطه درجه ۲ انجام می‌گیرد یعنی مشخص می‌گردد چه میزان از تغییرات y توسط رابطه درجه ۲ با درجه آزادی ۱ توجیه گشته و چه میزان توسط این مدل توجیه نمی‌گردد که در حقیقت منظور انحراف از درجه ۲ می‌باشد که درجه آزادی آن برابر $t-3$ می‌باشد. این روند را برای درجات بالاتر نیز می‌توان ادامه داد.

در حقیقت در هر مرتبه مجموع مربعات انحراف از یک مدل به دو بخش مجموع مربعات مدل جدید با درجه آزادی ۱ و مجموع مربعات انحراف از آن مدل با یک درجه آزادی کمتر تفکیک می‌گردد. جدول تجزیه واریانس رگرسیون و انحراف از رگرسیون خطی و درجه ۲ به صورت زیر می‌باشد.

ضرایب چندجمله‌ای متعامد برای محاسبه مجموع مربعات مدل‌های رگرسیونی بین تیمارها یا سطوح فاکتور با صفت مورد مطالعه

تعداد تیمار	درجه پلی نوم	اثر یا جزء	تعداد سطوح یک فاکتور (تعداد تیمار هم فاصله)					$\sum C_j^2$
			۱	۲	۳	۴	۵	
۲	۱	خطی (Linear)	-۱	+۱				۲
۳	۲	خطی	-۱	۰	+۱			۲
		درجه دوم (Quadratic) (انحراف از درجه خطی ۱)	+۱	-۲	+۱			۶
۴	۳	خطی	-۳	-۱	+۱	+۳		۲۰
		درجه دوم	+۱	-۱	-۱	+۱		۴
		درجه سوم (Cubic) (انحراف از درجه ۲)	-۱	+۳	-۳	+۱		۲۰
۵	۴	خطی	-۲	-۱	۰	+۱	+۲	۱۰
		درجه دوم	+۲	-۱	۰	+۱	+۲	۱۴
		درجه سوم	-۱	+۲	۰	-۲	+۱	۱۰
		درجه چهارم (Quartic) (انحراف از درجه ۳)	+۱	-۴	+۶	-۴	+۱	۷۰

محاسبه مجموع مربعات اجزای رگرسیونی

به منظور محاسبه مجموع مربعات مدل‌های خطی، درجه ۲ و درجه ۳ و ... را با استفاده از ضرایب چندجمله‌ای متعامد می‌توان محاسبه کرد. جدول ضرایب چندجمله‌ای متعامد برای ۳ تا ۵ تیمار توسط فیشر و ییتز تهیه گردیده است.

چنانچه قبلاً بدان اشاره شد اگر تیمار دو جزء هم فاصله داشته باشد درجه آزادی آن یا همان درجه پلی نوم برابر ۱ (۱=۱-۲) است و بنابراین تنها محاسبه مجموع مربعات رگرسیون خطی امکان‌پذیر است. به همین ترتیب اگر تیمار با سطوح فاکتور شامل ۳ سطح هم فاصله باشد درجه پلی نوم برابر ۲ بوده و بررسی مدل رگرسیون خطی و درجه ۲ (انحراف از رگرسیون خطی) امکان‌پذیر است. جدول آورده‌شده ضرایب چندجمله‌ای متعامد را برای ۲ تا ۵ تیمار نشان می‌دهد.

به منظور محاسبه مجموع مربعات اجزا رگرسیونی از روش ضرایب متعامد مانند آنچه که در مقایسات گروهی (ارتوگونال) بیان شد از رابطه $SS=\frac{Q^2}{r\sum C_j^2}$ استفاده می‌شود که در این رابطه Cj ضرایب متعامد هستند که با توجه به تعداد تیمار (درجه آزادی پلی نوم) و نوع مدل مورد نظر (خطی، درجه دوم و ..) از جدول مربوطه استخراج می‌شوند. همچنین در این رابطه مقدار عددی Q از رابطه $Q=\sum C_j X_{.j}$ محاسبه گشته و r نیز تعداد تکرار می‌باشد.

جدول تجزیه واریانس رگرسیون و تفکیک مجموع مربعات به مدل‌های خطی، انحراف از خطی، درجه ۲ و انحراف از درجه ۲

منبع تغییر	درجه آزادی	مجموع مربعات
تیمار t	$t-1$	$\sum(Y-\bar{Y})^2$
مدل خطی L	۱	$\sum(\hat{Y}_L-\bar{Y})^2$
انحراف از مدل خطی	$t-2$	$\sum(Y-\hat{Y}_L)^2$
مدل درجه ۲	۱	$\sum(\bar{Y}_Q-\bar{Y})^2$
انحراف از مدل درجه ۲	$t-3$	$\sum(Y-\hat{Y}_Q)^2$

نکته۲: جمع مجموع مربعات اجزای برابر مجموع مربعات تیمار می‌باشد و مجموع مربعات هر جزء به‌وسیله خطای آزمایشی آزمون می‌شود. معنی‌دار شدن هر جزء نشان‌دهنده این مطلب است که تغییرات صفت به‌وسیله آن مدل توجیه می‌گردد.

نکته۳: به طور کلی ضرایب چندجمله‌ای متعامد را می‌توان برای تعداد تیمار یا سطوح فاکتور مختلف به صورت زیر محاسبه نمود.

$$P_{1(X)}=\lambda_1[\frac{X-\bar{X}}{L}]$$

$$P_{2(X)}=\lambda_2[(\frac{X-\bar{X}}{L})^2-(\frac{a^2-1}{12})]$$

$$P_{3(X)}=\lambda_3[(\frac{X-\bar{X}}{L})^3-(\frac{X-\bar{X}}{L})(\frac{3a^2-7}{20})]$$

$$P_{4(X)}=\lambda_4[(\frac{X-\bar{X}}{L})^4-(\frac{X-\bar{X}}{L})(\frac{3a^2-13}{14})+\frac{3(a^2-1)(a^2-9)}{560}]$$

(در این روابط L فاصله تیمارها، a تعداد سطوح تیمار و λ_i مقدار ثابتی است که طوری انتخاب می‌شود که ضرایب عدد صحیح و بدون اعشار باشند.)

مثال۲: در مطالعه تأثیر سه میزان هورمون رشد (۵،۰، ۱۰ میلی‌مولار ـ فاکتور A با اندیس j) در سه درجه حرارت (۱۰، ۱۵، ۲۰ سانتی‌گراد ـ فاکتور B با اندیس i) بر میزان سرعت رشد یک گیاه زراعی در مدت یک ماه نتایج زیر در قالب یک طرح کاملاً تصادفی با چهار تکرار حاصل شده است. (Q_1، Q_2 نماد مقایسات مستقل هستند.) (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۱)

تیمار	a_1b_1	a_2b_1	a_3b_1	a_1b_2	a_2b_2	a_3b_2	a_1b_3	a_2b_3	a_3b_3
$x_{.ji}$ جمع تیمار	۴	۴	۳	۳	۷	۴	۱	۵	۵
Q_1	۱−	۱−	۱−	۲	۲	۲	۱−	۱−	۱−
Q_2	۱−	۰	۱	۱−	۰	۱	۱−	۰	۱

ضرایب Q_1 مربوط به محاسبه SS کدام‌یک از موارد زیر است؟

۱) رگرسیون خطی برای سطوح هورمون
۲) رگرسیون خطی برای سطوح درجه حرارت
۳) رگرسیون درجه دو برای سطوح هورمون
۴) رگرسیون درجه دو برای سطوح درجه حرارت

پاسخ: گزینه «۴» در مواردی که تیمارهای کمّی به فاصله مساوی از یکدیگر انتخاب شوند می‌توان از ضرایب مقایسه‌های مستقل رگرسیونی در محاسبه استفاده کرد. چون هر دو فاکتور دارای سه سطح هستند پس می‌توان ۲ سطح رگرسیونی درجه ۱ (خطی) و درجه ۲ را برای آن‌ها محاسبه کرد. با توجه به جدول ضرایب مقایسات برای ۳ تیمار متوجه شویم که ضرایب مربوط به رگرسیون درجه ۲ است و چون تمامی تیمارهایی که دارای ضریب ۱- هستند دارای b_1 و دارای ضریب ۲ـ برای b_2 و دارای ضریب ۱ برای b_3 هستند پس ضرایب Q_1 مربوط به رگرسیون درجه ۲ برای سطوح درجه حرارت هستند.

C_1	۱−	۰	۱
C_2	۱	۲−	۱

مثال۳: برای مقایسه ۵ تیمار، درجه آزادی واریانس انحراف از درجه ۲ (روند درجه ۲ یا (Quadratic)) برابر است با:

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) به اطلاعات بیشتری نیاز است.

پاسخ: گزینه «۲» درجه آزادی واریانس انحراف از درجه دوم رابطه مقابل بدست می‌آید:

$$5-1-1=3$$

$$df_e=3-1=2$$

مدرسان شریف

فصل یازدهم

«شرایط لازم برای اجرای طرح‌های آزمایشی»

درسنامه (۱): مفروضات تجزیه واریانس

مفروضات یا پیش‌شرط‌های لازم برای تجزیه واریانس (Data transformation)

۱ـ مشاهدات یا خصوصیات مورد اندازه‌گیری باید دارای توزیع نرمال باشند.

۲ـ خطاهای آزمایشی در تکرارهای مختلف یک تیمار مستقل باشند.

۳ـ خطاهای آزمایشی دارای توزیع نرمال باشند.

۴ـ خطاهای آزمایش دارای واریانس مساوی باشند.

۵ـ اثر تیمار و محیط (بسته به نوع طرح، تکرار، ردیف و ستون) به صورت جمع‌پذیر (افزایشی) باشد. به عبارت دیگر اثر متقابلی بین تیمار و بلوک (در طرح بلوک کامل تصادفی) و بین تیمار و ردیف و ستون (در طرح مربع لاتین) وجود نداشته باشد.

عدم تحقق هر یک از شرایط بیان شده تجزیه واریانس داده‌های بدست آمده را نامکمن می‌سازد و در این موارد می‌توان از روش‌های آماری غیرپارامتری (Non − parametric) برای تجزیه آماری داده‌ها استفاده نمود. راه دیگر برای رفع این مشکل تبدیل داده‌ها و تغییر وضعیت داده‌ها است.

دلایل صادق نبودن مفروضات تجزیه واریانس

۱) عدم توزیع نرمال داده‌ها: این مسئله بیشتر در مشاهدات حاصل از وقایع نادر مانند تعداد کرم زنده در یک آزمایش بررسی سموم که دارای توزیع پواسون می‌باشند یا در آزمایشاتی که داده‌ها بر حسب درصد می‌باشند که توزیع دیگری غیر از نرمال دارند مانند توزیع دوجمله‌ای دیده می‌شود.

۲) داده‌های ناجور یا پرت: در اجرای برخی آزمایشات ممکن است هنگام ثبت داده‌های اندازه‌گیری داده‌ای به غلط ثبت گردد. این اشتباه موجب تغییر میانگین تیمار مربوطه و افزایش اشتباه آزمایشی می‌گردد. در این موارد باید داده مورد نظر حذف گشته و آن داده با استفاده از روش‌های بیان شده برای برآورد کرت گمشده محاسبه گردد.

نکته۱: به منظور اطمینان از آنکه یک داده، داده پرت است می‌توان از آمون بارنت و لویس (آزمون دورافتادگی) استفاده کرد.

۳) نامستقل بودن خطای آزمایشی: در برخی آزمایشات بین خطای آزمایشی و تیمار همبستگی مثبت به‌وجود می‌آید که این نوع همبستگی با بررسی داده‌ها مشخص نمی‌گردد. وجود همبستگی بین خطای آزمایشی و تیمار ناشی از دو مسئله می‌باشد:

الف ـ کار افرادی که مسئولیت یادداشت‌برداری را به عهده دارند.

ب ـ وجود اختلاف بین ماده آزمایشی در تیمارهای مختلف

وجود همبستگی مثبت بین خطا و تیمار موجب افزایش مقدار شاخص F گشته در نتیجه نتایج آزمایش بی‌اعتبار می‌شود.

۴) نرمال نبودن توزیع خطاهای آزمایشی: عدم نرمال بودن توزیع خطای آزمایشی موجب می‌گردد که میانگین مشاهدات هر تیمار دقیق‌ترین برآورد میانگین جامعه برای آن تیمار نباشد. این مسئله موجب افزایش مقدار دو شاخص F و t می‌گردد. در این موارد از تبدیل داده‌ها استفاده می‌شود. از دو نوع تبدیل داده به ریشه دوم $(\sqrt{y})$ و تبدیل زاویه‌ای $(\arcsin\sqrt{y})$ در این موارد می‌توان استفاده نمود.

۵) نامساوی بودن واریانس خطاهای آزمایشی: این امر زمانی صورت می‌گیرد که توزیع خطاهای آزمایشی نرمال بوده اما یک یا چند واریانس تیمار با بقیه متفاوت است. این مسئله در بیشتر موارد ناشی از ناهماهنگی در اندازه‌گیری تیمارها اتفاق می‌افتد.

آزمون متجانس بودن واریانس‌ها (آزمون بارتلت)

یکی از مفروضات تجزیه واریانس این است که عوامل آزمایشی واریانس مشابهی داشته باشند. این فرض در حالتی صادق است که همه آزمایش‌ها در مناطق و سال‌های مختلف به طور مشابه اجرا شوند، عوامل ناشناخته و محیطی در همه آن‌ها به یک اندازه و به طرز مطلوب کنترل گردند و سرانجام تنوع و ناهمگنی ماده آزمایشی در همه آن‌ها یکسان باشد.

در اکثر آزمایش‌های صحرایی با گیاهان زراعی، شرایط اقلیمی از جمله خاک و آب از آزمایشی به آزمایش دیگر متفاوت می‌باشند. متجانس بودن واریانس خطاهای آزمایشی از مهمترین مفروضات تجزیه مرکب آزمایش‌ها است. خطای آزمایشی در تجزیه مرکب داده‌ها از ادغام واریانس‌های خطای آزمایش‌های جداگانه حاصل می‌شود و این ادغام فقط در صورتی که خطاها از نظر آماری متجانس باشند دارای اعتبار است.

روش‌های مختلفی برای آزمون تجانس واریانس‌ها پیشنهاد گردیده است که از آن میان آزمون بارتلت معمول‌ترین و بهترین است. در مواردی که درجه آزادی واریانس‌های خطاها متفاوت است نیز می‌توان این آزمون را به‌کار برد.

قبل از بحث در خصوص روش انجام آزمون بارتلت، این نکته قابل ذکر است که در مواردی می‌توان با توجه به مقدار واریانس‌ها، آزمایش‌ها را به گروه‌های مختلف تفکیک نمود و تجزیه مرکب داده‌ها را برای هر گروه به طور جداگانه انجام داد. به طور مثال ممکن است لازم باشد که مشاهدات مکان‌های مختلف را برای هر سال به طور جداگانه ادغام نمود یا مشاهدات سال‌های مختلف هر مکان را مورد تجزیه مرکب قرار داد.

گاهی نیز به دلیل شباهت عوامل اقلیمی و آب و هوایی مشاهدات چند سال و چند مکان خاص با یکدیگر و مشاهدات سال‌ها و مکان‌های دیگری نیز با یکدیگر قابل ادغام باشند.

آزمون بارتلت بر مبنای توزیع کای اسکوئر استوار است. بدین جهت با توجه به فرمول زیر ابتدا مقدار X^2 با درجه آزادی $(k-1)$ محاسبه می‌گردد. k تعداد آزمایش‌ها یا تعداد واریانس‌ها است.

$$X^2 = \frac{1}{C}[f_t \log_e S_P^2 - \sum f_i \log_e S_i^2)]$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)}[\sum(\frac{1}{f_i}) - \frac{1}{f_t}]$$

در این فرمول f_i و S_i^2 به ترتیب درجه آزادی و واریانس خطای هر آزمایش است و f_t مجموع درجه‌های آزادی و S_P^2 واریانس خطای ادغام شده می‌باشد، به طوری که:

$$S_P^2 = \frac{\sum f_i S_i^2}{f_t}$$

برای فرض صفر $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ثابت می‌شود که چنانچه برآوردهای واریانس دو جامعه موردنظر (S_2^2, S_1^2) به واریانس مفروض در فرض صفر تقسیم شوند و سپس نسبت آنها محاسبه گردد، این نسبت که نسبت دو کای اسکوئر به یکدیگر است، دارای توزیعی به نام F می‌باشد.

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma^2}{S_2^2 / \sigma^2} = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 / \sigma^2}{(n_2 - 1)S_2^2 / \sigma^2} = \frac{\chi_1^2}{\chi_2^2}$$

به منظور اینکه با ماهیت توزیع F آشنا شوید، فرض کنید از جامعه‌ای نمونه‌ای با تعداد n_1 عضو به طور تصادفی استخراج و واریانس جامعه (σ_1^2) برآورد گردیده است. همچنین فرض کنید از همان جامعه یا جامعه دیگری نمونه‌ای با تعداد n_2 استخراج و واریانس آن نیز با S_2^2 برآورد شده است. این دو برآورد (S_1^2 / S_2^2) دارای توزیع F است.

به عبارت دیگر چنانچه این عمل به دفعات زیاد تکرار شود، نسبت‌های حاصل دارای الگو و توزیع فراوانی خاصی هستند که به F معروف است. این توزیع نیز نظیر سایر توزیع‌های آماری یک توزیع احتمالی است و احتمال وقوع رویدادهای تصادفی آن محاسبه و در جدولی به همین نام ثبت شده است.

مثال۱: کدام مورد در رابطه با آزمون بارتلت صادق نیست؟ (دکتری ۹۲)

۱) آزمون یکنواختی واریانس‌هاست.
۲) در تعیین نوع تبدیل داده‌ها به کار می‌رود.
۳) آزمونی برای مبنای توزیع کی‌دو (χ^2) است.
۴) آزمون مقدماتی در اعتبار تجزیه مرکب داده‌ها است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» یکی از مفروضات تجزیه واریانس این است که عوامل آزمایشی واریانس مشابهی داشته باشند.

این فرض در حالتی صادق است که همه آزمایش‌ها در مناطق و سال‌های مختلف به طور مشابه اجرا شوند، عوامل ناشناخته و محیطی در همه آن‌ها به یک اندازه و به طرز مطلوب کنترل گردند و سرانجام تنوع و ناهمگنی ماده آزمایشی در همه آن‌ها یکسان باشد.

در اکثر آزمایش‌های صحرایی با گیاهان زراعی، شرایط اقلیمی از جمله خاک و آب از آزمایشی به آزمایش دیگر متفاوت است و به ندرت فرض فوق صادق است. بنابراین انتظار می‌رود که خطاهای آزمایشی در آزمایش‌های مختلف از منطقه‌ای به منطقه دیگر یا از سالی به سال دیگر متفاوت باشند.

متجانس بودن واریانس خطاهای آزمایشی از مهم‌ترین مفروضات تجزیه مرکب آزمایش‌ها است. همان‌گونه که ملاحظه شد، خطای آزمایشی در تجزیه مرکب داده‌ها از ادغام واریانس‌های خطای آزمایش‌های جداگانه حاصل گردید و این ادغام فقط در صورتی که خطاها از نظر آماری متجانس باشند دارای اعتبار است.

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۲: برای انجام آزمون یکنواختی واریانس‌ها در یک طرح کاملاً تصادفی با ۱۰ تیمار و ۴ تکرار از کدام معیار استفاده می‌شود؟
(زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۱)

۱) $\chi^2(df = 3)$
۲) $\chi^2(df = 9)$
۳) $\chi^2(df = 10)$
۴) $F\ (9, 30)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» یکی از مفروضات تجزیه واریانس این است که عوامل آزمایشی واریانس مشابهی داشته باشند. روش‌های مختلفی برای آزمون تجانس واریانس‌ها پیشنهاد گردیده است که از آن میان آزمون بارتلت معمول‌ترین و بهترین است. در مواردی که درجه آزادی واریانس‌های خطاها متفاوت است نیز می‌توان این آزمون را به‌کار برد.

درسنامه (۲): جمع‌پذیر یا افزایشی بودن اثر تیمارها و محیط

همان‌طور که پیش‌تر بیان شد تمامی طرح‌های آماری پایه دارای یک مدل آماری می‌باشند که با دقت به این مدل‌ها خواهیم دید در تمامی این مدل‌ها اجزاء مدل با یکدیگر جمع می‌گردد. در حقیقت مقدار هر مشاهده در هر مدل مجموع چند اثر می‌باشد.

مدل های آماری سه طرح پایه کاملاً تصادفی (CRD)، بلوک کامل تصادفی (RCBD) و مربع لاتین (LS)

طرح کاملاً تصادفی (CRD)	$X_{ijk} = \mu + A_j + B_k + (AB)_{jk} + e_{ijk}$
طرح بلوک کامل تصادفی (RCBD)	$X_{ijk} = \mu + R_i + A_j + B_k + (AB)_{jk} + e_{ijk}$
طرح مربع لاتین (LS)	$X_{ijk} = \mu + R_i + C_i + A_j + B_k + (AB)_{ik} + e_{ii'jk}$

به طور مثال مدل طرح مربع لاتین بیان می‌کند که مقدار هر مشاهده برابر مجموع مقادیر میانگین کل، اثر ردیف، اثر ستون، اثر تیمار و اثر خطای آزمایشی است. با توجه به این توضیحات در مدل‌های آماری طرح‌های آزمایشی خاصیت جمع‌پذیری اثرات مختلف وجود دارد.

چنانچه اثرات تیمارها و محیط دارای خاصیت ضرب‌پذیر باشند ولی یک مدل جمع‌پذیر برای تجزیه آماری مشاهدات به کار رود، واریانس خطای آزمایشی بزرگ شده و دقت آزمایش کم خواهد شد. برای روشن شدن خاصیت جمع‌پذیری و ضرب‌پذیری مشاهدات به مثال زیر دقت کنید:

مشاهدات فرضی برای دو مدل دارای خاصیت جمع‌پذیر و ضرب‌پذیر

بلوک	مدل افزایشی (جمع‌پذیر)		مدل غیرافزایشی (ضرب‌پذیر)	
	تیمار A	تیمار B	تیمار A	تیمار B
۱	۱۰	۱۵	۱۰	۱۵
۲	۱۶	۱۹	۲۰	۳۰
۳	۱۸	۲۲	۴۰	۶۰

همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدل ضرب‌پذیر اعداد تیمار B در هر سه بلوک ۱/۵ برابر تیمار A می‌باشد. همچنین مقدار مشاهده تیمار A در بلوک ۳، ۲ برابر بلوک ۲ و در بلوک ۲، ۲ برابر بلوک ۱ می‌باشد.

نکته۲: به منظور تعیین جمع‌پذیر بودن اثر تیمار و بلوک از آزمون توکی برای جمع‌ناپذیری استفاده می‌شود.

برای تبدیل یک آزمایش دارای مدل ضرب‌پذیر به مدل افزایشی (جمع‌پذیر) از تبدیل داده $x = y^p$ استفاده می‌شود که مقدار P با استفاده از آزمون توکی محاسبه می‌شود.

اگر $P = \frac{۱}{۲}$ از تبدیل ریشه دوم ($\sqrt{y}$)، اگر $P = -۱$ باشد از تبدیل معکوس ($\frac{۱}{y}$) و اگر $P = ۰$ باشد از تبدیل لگاریتمی $(\log y)$ استفاده می‌شود.

مثال ۳: فرض آماری استفاده از طرح بلوک‌های کامل تصادفی کدام است؟

۱) عدم اثر متقابل بین بلوک و تیمار
۲) وجود اثر متقابل بین بلوک و تیمار
۳) وجود تفاوت بین بلوک‌های ماده آزمایشی
۴) وجود تفاوت بین تیمارهای مورد مطالعه

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» یکی از فرضیات مهم تجزیه واریانس در طرح بلوک‌های کامل تصادفی، نبودن اثر متقابل بین بلوک و تیمار است. محققین باید سعی کنند تا جایی که امکان دارد عواملی را که این اثرات را به‌وجود می‌آورند شناسایی کرده و از آزمایش حذف کنند.

مثال ۴: در کدام مورد، تبدیل داده‌ها ضرورتی ندارد؟ (زراعت و اصلاح نباتات ـ سراسری ۹۶)

۱) جمع‌پذیر بودن اثر تیمار و محیط
۲) عدم توزیع نرمال خطاهای آزمایشی
۳) واریانس نامساوی خطاهای آزمایشی
۴) ارتباط میان خطاهای آزمایشی در تکرارهای مختلف یک تیمار

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در مدل‌های مربوط به طرح‌های کاملاً تصادفی، بلوک‌های کامل تصادفی و مربع لاتین مقدار هر مشاهده مجموع چند اثر است. مثلاً در طرح مربع لاتین مدل آماری به‌صورت مقابل است: $Y_{ijk} = \mu + R_i + C_j + T_{(k)} + e_{ij(k)}$

یعنی هر مشاهده برابر است با مجموع مقادیر میانگین کل، اثر ردیف، اثر ستون، اثر تیمار و اثر عوامل غیرقابل کنترل و ناشناخته‌ای که در آزمایش وجود دارند. بنابراین در مدل آماری طرح‌های آزمایشی باید خاصیت جمع‌پذیری اثرات وجود داشته باشد. علاوه بر این باید مقدار $T_{(k)}$، یعنی اثر تیمار k در همه ردیف‌ها و ستون‌ها ثابت باشد و همچنین اثر ردیف i در همه واحدهای آن ردیف و نیز اثر ستون j در تمام واحدهای آن ستون نیز یکسان باشد. ممکن است اثر تیمارها و محیط به جای اینکه خاصیت جمع‌پذیری داشته باشند، دارای خاصیت ضرب‌پذیری بوده که در این صورت مدل آماری فوق به‌صورت زیر خواهد بود: $Y_{ijk} = \mu.R_i.C_j.C_j.T_{(k)}.e_{ij(k)}$