www.modaresanesharif.ac.ir

فصل اول

«کلیات»

مثال ۱: توزیع سرعت یک مایع لزج ($\mu = ۰/۹ N.s/m^۲$) بر روی یک سطح صلب به وسیله رابطه $u = ۰/۶۸y - y^۲$ داده شده است. u سرعت مایع بر حسب m/s در فاصله y متر از سطح صلب می‌باشد. تنش برشی در نقطه $y = ۰/۱۷ m$ از سطح برابر است با:

۱) $۰/۶۱۲ N/m^۲$ ۲) $۰/۳۴۰ N/m^۲$ ۳) $۰/۳۰۶ N/m^۲$ ۴) $۰/۱۵۳ N/m^۲$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از قانون لزجت نیوتن، برای محاسبه تنش برشی داریم: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

پس از مشتق‌گیری از رابطه سرعت $u = ۰/۶۸y - y^۲$ و قرار دادن در رابطه بالا داریم: $\frac{du}{dy} = ۰/۶۸ - ۲y \Rightarrow \tau = \mu(۰/۶۸ - ۲y)$

$\tau|_{y=۰/۱۷} = ۰/۹(۰/۶۸ - ۲\times ۰/۱۷) \Rightarrow \tau = ۰/۳۰۶ (\frac{N}{m^۲})$

مثال ۲: سیالی با لزجت دینامیکی $\mu = ۰/۰۰۹۵۸ N.s/m^۲$ در لوله‌ای به قطر ۱۰cm جریان دارد. توزیع سرعت آن به صورت سهمی و طبق معادله $V = ۰/۱۳۷۲[۱-(\frac{r}{R})^۲]$ است که در آن V بر حسب m/s، r فاصله شعاعی از مرکز لوله و R شعاع لوله است. تنش برشی وارده بر جدار لوله چند $N/m^۲$ است؟

۱) ۰/۰۰۰۵۲۶ ۲) ۰/۰۱۳۱ ۳) ۰/۰۵۲۶ ۴) ۰/۱۳۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از توضیحات قبل داریم:

$R = ۰/۰۵ (m)\ ,\ \mu = ۰/۰۰۹۵۸ (\frac{N.s}{m^۲})$ $\quad \frac{dv}{dr} = ۰/۱۳۷۲(\frac{-۲r}{R^۲})$ $\quad \tau = -\mu \frac{dv}{dr}$

در جداره لوله : $r = R$ $\quad \tau_w = ۰/۰۰۹۵۸ \times ۰/۱۳۷۲ \times \frac{۲}{۰/۰۵} \Rightarrow \tau_w = ۰/۰۵۲۶ (\frac{N}{m^۲})$

علامت منفی در قانون لزجت نیوتن به خاطر جابه‌جایی مبدأ مختصات است.

مثال ۳: کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) برای کلیه سیالات، ویسکوزیته یک خاصیت سیال است.
۲) فقط برای سیال نیوتنی، ویسکوزیته خاصیت سیال محسوب می‌شود.
۳) برای سیال نیوتنی، ویسکوزیته وابسته به تنش برشی است.
۴) برای سیال نیوتنی، ویسکوزیته فقط به شدت برشی بستگی دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای کلیه سیالات (نیوتنی و غیرنیوتنی)، ویسکوزیته خاصیتی از سیال محسوب می‌شود.

مثال ۴: توزیع سرعت در سیالی تراکم‌ناپذیر و نیوتنی در یک کانال استوانه‌ای از رابطهٔ $V_z = ۶[۱-(r/R)^۲]$ تبعیت می‌کند. اگر ویسکوزیته سیال ۲ cp باشد، مقدار نیروی وارد شده بر دیواره کانال بر واحد طول کانال چند N می‌باشد؟

۱) ۲۴×۱۰^{-۳} ۲) $۴۸\pi \times ۱۰^{-۳}$ ۳) ۴۸π ۴) ۰/۰۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$V_z = ۶[۱-(\frac{r}{R})^۲] \Rightarrow \frac{dV_z}{dr} = -\frac{۱۲r}{R^۲}$

قانون لزجت نیوتن : $\tau_w = -\mu \frac{dV_z}{dr}|_{r=R} = -\mu(-\frac{۱۲r}{R^۲})|_{r=R}$ $\quad \tau_w = \frac{۱۲\mu}{R}$

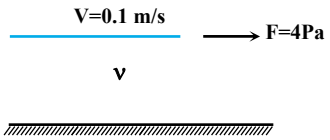
نیروی وارد بر دیواره کانال : $f = \tau_w A = \frac{۱۲\mu}{R}(۲\pi RL) \Rightarrow \frac{f}{L} = ۲۴\pi\mu$

$\frac{f}{L} = ۲۴\pi \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{f}{L} = ۴۸\pi \times ۱۰^{-۳} (\frac{N}{m})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵: یک صفحه شیشه‌ای متحرک به فاصله ۱ mm از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین دو صفحه از سیالی با جرم مخصوص $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه متحرک با سرعت ثابت $۰/۱۰\frac{m}{s}$ معادل $۴Pa(\frac{N}{m^۲})$ باشد، ضریب لزجت سینماتیکی سیال ν برابر چند $\frac{m^۲}{s}$ است؟



۱) $۱۰^{-۵}$

۲) $۰/۰۴\times۱۰^{-۳}$

۳) $۰/۰۲\times۱۰^{-۳}$

۴) ۰/۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به معلوم بودن جرم مخصوص (ρ)، برای محاسبه لزجت سینماتیکی باید لزجت دینامیکی محاسبه شود. لذا با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:

$$\tau=\mu\frac{\Delta V}{h} \qquad ۴=\mu\frac{۰/۱-۰}{۱\times۱۰^{-۳}} \qquad \mu=۰/۰۴\ (\frac{kg}{m.s})$$

لزجت سینماتیکی: $\nu=\frac{\mu}{\rho}$ $\qquad \nu=\frac{۰/۰۴}{۱۰۰۰}\Rightarrow\nu=۰/۰۴\times۱۰^{-۳}\ (\frac{m^۲}{s})$

مثال ۶: با افزایش درجه حرارت، گرانروی گازها و مایعات از کدام یک از مصادیق ذیل تبعیت می‌نماید؟

۱) گرانروی مایعات افزایش و گرانروی گازها کاهش می‌یابد.

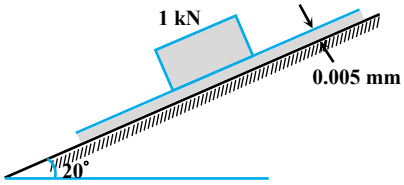
۲) گرانروی مایعات کاهش و گرانروی گازها افزایش می‌یابد.

۳) گرانروی در هر دو مورد افزایش می‌یابد.

۴) گرانروی در هر دو مورد کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» افزایش دما در مایعات باعث کاهش جاذبه مولکول‌ها و در نتیجه کاهش لزجت می‌شود. افزایش دما در گازها باعث ازدیاد برخوردهای مولکولی و در نتیجه افزایش لزجت می‌شود.

مثال ۷: بلوکی به وزن ۱kN و ضلع ۲۰۰mm روی فیلمی از روغن به ضخامت ۰/۰۰۵mm بر یک سطح شیب‌دار می‌لغزد. با فرض پروفیل سرعت خطی در روغن، سرعت حد بلوک را تعیین کنید؟ ویسکوزیته روغن P ۷×۱۰^{-۲} است.



☑ **پاسخ:**

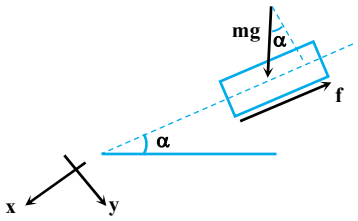
$$\mu=۷\times۱۰^{-۲}\ P\ (\frac{g}{cm.s})=۷\times۱۰^{-۲}\frac{g}{cm.s}\times\frac{۱kg}{۱۰۰۰g}\times\frac{۱۰۰cm}{۱m}=۷\times۱۰^{-۳}\ (\frac{kg}{m.s})$$

با توجه به خطی بودن پروفیل سرعت، قانون لزجت نیوتن عبارت است از:

$$\tau=\mu\frac{\Delta V}{\Delta y}=۷\times۱۰^{-۳}\times\frac{V-۰}{۰/۰۰۵\times۱۰^{-۳}}=۱۴۰۰V\,(Pa)$$

لذا نیروی اصطکاک بین بلوک و روغن برابر است با:

$$f=\tau A=(۱۴۰۰V)(۰/۲)^۲=۵۶V\,(N)$$



با استفاده از دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر بلوک، در جهت x داریم:

$$\sum F_x=۰:\ mg\sin\alpha-f=۰$$

$$۱\times۱۰^۳\sin۲۰^\circ-۵۶V=۰\Rightarrow V=۶/۱۱(\frac{m}{s})$$

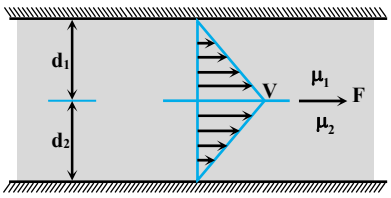
با توجه به مفهوم سرعت حد، لغزش بلوک یکنواخت فرض شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸: نیروی لازم برای کشیدن صفحه بین دو سیال با ویسکوزیته‌های مختلف را به دست آورید. (V سرعت صفحه و ثابت است)

پاسخ: نیروی لازم برای کشیدن این صفحه، برابر با مجموع دو نیرویی است که از سیال بالایی و پایینی به آن وارد می‌شوند، لذا داریم:



$$\sum F = 0 : \; F = f_1 + f_2$$

$$f_1 = \tau_1 A_1 \;\; , \;\; f_2 = \tau_2 A_2$$

$$A_1 = A_2 = A$$

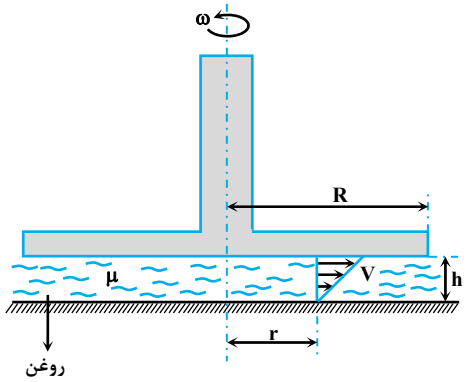
$$\tau_1 = \mu_1 \frac{V-0}{d_1} \qquad , \qquad \tau_2 = \mu_2 \frac{V-0}{d_2}$$

$$F = (\tau_1 + \tau_2)A \qquad , \qquad F = (\frac{\mu_1}{d_1} + \frac{\mu_2}{d_2})VA$$

حالت خاص: $\begin{cases} \mu_1 = \mu_2 \\ d_1 = d_2 \end{cases} \Rightarrow F = 2\,\frac{\mu V A}{d}$ (حرکت صفحه در یک سیال)

مثال ۹: یک دیسک مدور مطابق شکل با شعاع R در ارتفاع کم h با استفاده از یک لایه روغن ثابت نگه داشته شده است. اگر دیسک با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد، عبارتی برای گشتاور اصطکاکی دیسک به دست آورید.

پاسخ: چون فاصله دیسک مدور و صفحه ثابت پایینی کم است، توزیع سرعت خطی فرض می‌شود. لذا با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:



$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} = \mu \frac{V-0}{h} = \frac{\mu r \omega}{h}$$

$$dF = \tau dA = \frac{\mu r \omega}{h}(2\pi r dr)$$

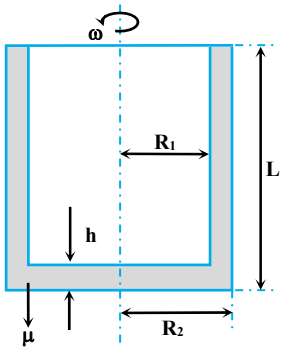
$$dT = dF.r = \frac{\mu r \omega}{h}(2\pi r dr)r$$

$$dT = \frac{2\pi\mu\omega r^3 dr}{h} \qquad T = \int_0^R dT \Rightarrow T = \frac{\pi\mu\omega R^4}{2h}$$

مثال ۱۰: مطابق شکل، استوانه‌ای در داخل استوانه دیگر با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. فضای بین دو استوانه از سیالی با لزجت دینامیکی μ پر شده است. توان لازم برای این حرکت را به دست آورید.

پاسخ: گشتاور کل وارده برابر با مجموع گشتاور وارده از طرف پیرامون استوانه و گشتاور وارده از طرف کف استوانه است، لذا داریم:

a) گشتاور وارده از طرف پیرامون استوانه:



$$\tau_1 = \mu \frac{\Delta V}{\Delta n} = \mu \frac{V-0}{R_2 - R_1} = \frac{\mu R_1 \omega}{R_2 - R_1}$$

$$F_1 = \tau_1 A_1 = \frac{\mu R_1 \omega}{R_2 - R_1}(2\pi R_1 L) = \frac{2\pi\mu R_1^2 \omega L}{R_2 - R_1}$$

$$T_1 = F_1.R_1 = \frac{2\pi\mu R_1^3 \omega L}{R_2 - R_1}$$

b) گشتاور وارده از طرف کف استوانه:

با توجه به حل مثال قبلی، گشتاور وارده از طرف کف استوانه برابر است با:

$$T_2 = \frac{\pi\mu\omega R_1^4}{2h}$$

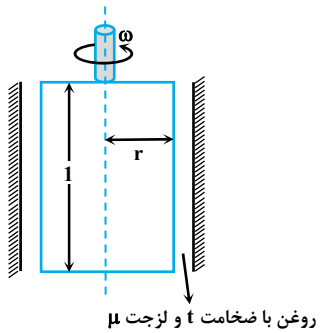
گشتاور کل: $T = T_1 + T_2 = \frac{2\pi\mu R_1^3 \omega L}{R_2 - R_1} + \frac{\pi\mu\omega R_1^4}{2h} = \pi\mu\omega R_1^3 (\frac{2L}{R_2 - R_1} + \frac{R_1}{2h})$

توان لازم برای حرکت: $P = T.\omega = \pi\mu\omega^2 R_1^3 (\frac{2L}{R_2 - R_1} + \frac{R_1}{2h})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱: در شکل زیر با ثابت نگه داشتن ضخامت فیلم روغن، شعاع استوانه نصف می‌شود. میزان گشتاور لازم برای چرخاندن سیلندر، با توجه به ثابت بودن سرعت چرخشی ω و جنس روغن، چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۱}{۸}$

۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

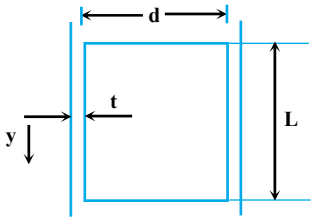
$$T = F.r = (\tau A).r = (\mu \frac{\Delta u}{\Delta r})(۲\pi rl)r = \mu \times \frac{r\omega - ۰}{t} \times ۲\pi rl \times r$$

$$T = \frac{۲\pi r^۳ l\mu\omega}{t} \qquad T \sim r^۳$$

ملاحظه می‌شود که گشتاور لازم برای چرخاندن سیلندر با توان سوم شعاع متناسب است.

$$\frac{T_۲}{T_۱} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۳ = (\frac{۱}{۲})^۳ \qquad T_۲ = \frac{۱}{۸} T_۱$$

مثال ۱۲: استوانه‌ای را به قطر d و طول L و جرم حجمی ρ در نظر بگیرید که داخل استوانه دیگری قرار گرفته و در اثر وزن خود با سرعت V در حال حرکت به سمت پایین است. اگر بین دو استوانه از سیالی با لزجت μ و ضخامت t پر شده باشد، سرعت V را به دست آورید.



☑ **پاسخ:** چون سرعت حرکت استوانه داخلی ثابت است، لذا برآیند نیروهای وارده بر آن در جهت حرکت برابر صفر خواهد بود:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow mg - f = ۰ \Rightarrow f = mg$$

وزن استوانه داخلی برابر است با:

$$w = mg = \rho vg = \rho \frac{\pi d^۲}{۴} Lg$$

از طرف دیگر با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:

$$f = \tau A = \mu \frac{V - ۰}{t} (\pi dL)$$

با استفاده از روابط فوق خواهیم داشت:

$$\rho \frac{\pi d^۲}{۴} Lg = \mu \frac{V}{t} \pi dL \Rightarrow V = \frac{\rho dgt}{۴\mu}$$

مثال ۱۳: دو استوانه متحدالمرکز طویل و به طول b را در نظر بگیرید. سیالی با ضریب چسبندگی μ بین آن دو قرار دارد. استوانه داخلی (با شعاع $r_۱$) را با سرعت زاویه‌ای ω و گشتاور T می‌چرخانیم، ولی استوانه خارجی (با شعاع $r_۲$) ساکن است. در حالت دائم، تنش برشی روی سطح استوانه خارجی از کدام رابطه زیر به دست می‌آید؟

۱) $\frac{\mu r_۱ \omega}{r_۲ - r_۱}$

۲) $\frac{T}{\pi r_۱^۲ b}$

۳) $\frac{\mu r_۲ \omega}{r_۲ - r_۱}$

۴) $\frac{T}{\pi r_۲^۲ b}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

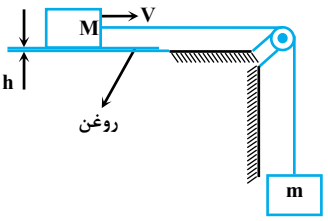
با فرض پروفیل سرعت خطی بین دو استوانه : $\tau = \mu \frac{du}{dr} = \mu \frac{\Delta u}{\Delta r} = \mu \frac{r_۱\omega - ۰}{r_۲ - r_۱}$; $\tau = \frac{\mu r_۱ \omega}{r_۲ - r_۱}$

با توجه به پروفیل سرعت خطی بین دو استوانه، تنش برشی در همه جا یکسان است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴: در سیستم مقابل جرم **M** با مساحت **A** بر روی سطح افقی پوشیده شده از قشری به ضخامت **h** از روغن می‌لغزد. حداکثر سرعت **V** در سیستم چقدر است؟



۱) $V=\frac{mgh}{\mu A}$

۲) $V=\frac{(m+M)gh}{\mu A}$

۳) $V=(\frac{m+M}{m})\frac{gh}{\mu A}$

۴) تابعی از زمان است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$f=\tau A$

حداکثر سرعت سیستم $\equiv$ سرعت حد $\Rightarrow a=0\Rightarrow \sum F=0: mg-f=0$

با فرض توزیع سرعت خطی : $\tau=\mu\frac{\Delta V}{h}=\mu\frac{V-0}{h}=\frac{\mu V}{h}$

$mg=\frac{\mu V}{h}A\Rightarrow V=\frac{mgh}{\mu A}$

مثال ۱۵: یک شفت به قطر ۱۰ سانتی‌متر و طول ۱۰ سانتی‌متر در داخل یک غلاف با سرعت ۱۲۰ دور در دقیقه می‌چرخد. فاصله بین شفت و غلاف به میزان ۰/۰۳ سانتی‌متر با روغن به ویسکوزیته $\mu=0/008\frac{kg}{m.s}$ پر شده است. توان لازم برای چرخش شفت برابر است با:

۱) ۰/۲۵w

۲) ۰/۳۳w

۳) ۰/۵w

۴) ۰/۶۶w

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» توزیع سرعت در روغن (بین شفت و غلاف) را خطی در نظر می‌گیریم:

ابتدا سرعت زاویه‌ای را از واحد دور بر دقیقه، به واحد $\frac{rad}{s}$ تبدیل می‌کنیم.

$\omega=2\pi f=2\pi\times 120\frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}}\times\frac{1\text{ دقیقه}}{60\text{ ثانیه}}$; $\omega=4\pi(\frac{rad}{s})$

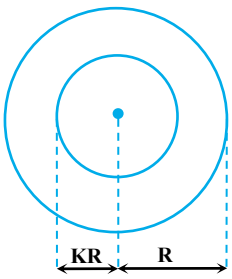
قانون لزجت نیوتن : $\tau=\mu\frac{\Delta V}{t}=\mu\frac{V-0}{t}=\frac{\mu r\omega}{t}$

نیروی لازم برای چرخش شفت : $F=\tau A=\frac{\mu r\omega}{t}.2\pi rL=\frac{2\pi\mu r^2\omega L}{t}$

توان لازم برای چرخش شفت : $P=F.V=\frac{2\pi\mu r^2\omega L}{t}.r\omega$ $\qquad P=\frac{2\pi\mu r^3\omega^2 L}{t}$

$P=\frac{2\pi\times 0/008\times(5\times10^{-2})^3(4\pi)^2\times10\times10^{-2}}{0/03\times10^{-2}}\Rightarrow P=0/33\ (w)$

مثال ۱۶: اگر سیالی بین دو استوانه هم‌محور به شعاع‌های **R** و **KR** و طول **L** محبوس باشد و استوانه بیرونی را با سرعت زاویه‌ای معینی حول محور آن‌ها به دوران در آوریم، مقدار گشتاور لازم از کدام یک از روابط زیر به دست می‌آید؟



۱) $2\pi R^2L(\tau_{rz})|_{r=R}$

۲) $2\pi RL(-\tau_{r\theta})|_{r=R}$

۳) $2\pi R^2L(-\tau_{rz})|_{r=R}$

۴) $2\pi R^2L(-\tau_{r\theta})|_{r=R}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

گشتاور پیچشی : $T = f.R \quad , \quad f = \tau_w A \quad , \quad A = 2\pi RL$

$$T = (-\tau_{r\theta})|_{r=R} \times 2\pi RL \times R \Rightarrow T = 2\pi R^2 L(-\tau_{r\theta})|_{r=R}$$

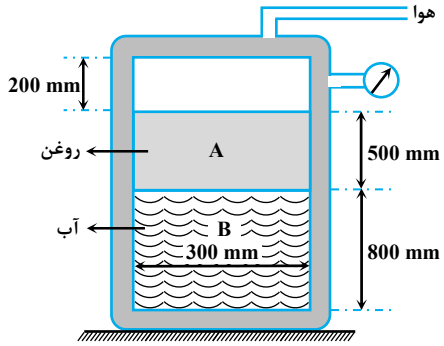
توجه شود که در این مورد تنش برشی مورد استفاده در رابطه قانون لزجت نیوتن به صورت $\tau_{r\theta}$ است و τ_{rz} در واقع تنش عمود بر سطح دیواره لوله است نه تنش برشی دیواره لوله.

مثال ۱۷: در سیالات شبه‌پلاستیک (Pseudo plastic) با افزایش تنش برشی، ویسکوزیته ظاهری .....

۱) کاهش می‌یابد. ۲) تغییر نمی‌کند. ۳) به صورت خطی افزایش می‌یابد. ۴) به صورت نمایی افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در سیالات شبه‌پلاستیک (مایع رقیق‌شونده در برابر نیروی برشی) با افزایش تنش برشی، از مقاومت آن کاسته شده و ویسکوزیته ظاهری کاهش می‌یابد (مانند محلول‌های پلیمر، خمیر کاغذ در آب، شیر و سیمان).

مثال ۱۸: یک تانک سنگین حاوی روغن (A) و آب (B) است که فشار هوای روی آن‌ها تغییر می‌کند. ابعاد نشان داده شده در شکل مربوط به فشار اتمسفر است. اگر هوا توسط کمپرسور به آرامی وارد تانک شود تا فشار هوا به ۱MPa نسبی برسد، مقدار تغییر مکان سطح آب و روغن در ظرف چقدر خواهد بود؟ مقدار متوسط مدول حجمی برای محدوده فشار مذکور را برای روغن ۲۰۵۰MPa و برای آب ۲۰۷۵MPa در نظر بگیرید. فرض کنید حجم محفظه تغییر نمی‌کند. از فشارهای هیدرواستاتیک صرف‌نظر کنید.



☑ **پاسخ:** با توجه به رابطه بیان شده برای مدول حجمی داریم:

$$\Delta V = -\frac{V}{K}\Delta P \qquad (\Delta V)_{tot} = (\Delta V)_A + (\Delta V)_B$$

$$(\Delta V)_{tot} = -\frac{\frac{\pi}{4}(0/3)^2(0/5)\times 1}{2050} - \frac{\frac{\pi}{4}(0/3)^2(0/8)\times 1}{2075} = -4/449\times 10^{-5}\ (m^3)$$

$$\frac{\pi}{4}(0/3)^2(\Delta h) = -4/449\times 10^{-5} \Rightarrow \Delta h = -6/294\times 10^{-4}\ (m) = -0/63\ (mm)$$

یعنی سطح روغن به اندازه $0/63mm$ پایین می‌آید.

مثال ۱۹: یک قطره بنزین به قطر یک میلی‌متر در تماس با هوا با فشار $100 kN/m^2$ می‌باشد. اگر نیروی کشش سطحی بنزین $28/18\times 10^{-3}\ N/m$ باشد، فشار داخلی قطره چه مقدار می‌باشد؟

۱) $99887/3\ N/m^2$ ۲) $100112/7\ N/m^2$ ۳) $100225/4\ N/m^2$ ۴) $99774/6\ N/m^2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r} \Rightarrow \Delta P = \frac{2\times 28/18\times 10^{-3}}{0/5\times 10^{-3}} = 112/72\ (pa)$$

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} \Rightarrow 112/72 = P_{in} - (100\times 10^3) \Rightarrow P_{in} = 100112/72\ (\frac{N}{m^2})$$

مثال ۲۰: تنش سطحی و اختلاف فشار ΔP برای یک حباب در حال تعادل به قطر D، چند برابر $\frac{\sigma}{D}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به مطالب مطرح شده در متن درس برای یک نیم‌کره حباب، در حالت تعادل داریم:

(نیروی کشش سطحی بر روی سطوح داخلی و خارجی حباب اثر می‌کند)

$$(\Delta P)(\frac{\pi D^2}{4}) = 2[\sigma(\pi D)] \Rightarrow \Delta P = 8\frac{\sigma}{D}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۱: آب در لوله‌ای جریان دارد. پروفیل سرعت در مقطعی از لوله طبق رابطه مقابل داده شده است: $V = \frac{\alpha}{4\mu}(1-\frac{r^2}{r_0^2})$

که در آن α مقداری ثابت، r فاصله شعاعی از محور لوله و r_0 شعاع داخلی لوله می‌باشد. تنش برشی وارده از آب به جداره لوله کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) $-\frac{\alpha}{2r_0}$ ۲) $-\frac{\alpha}{4r_0}$ ۳) $\frac{\alpha}{2r_0}$ ۴) $\frac{\alpha}{4r_0}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:

$$V = \frac{\alpha}{4\mu}(1-\frac{r^2}{r_0^2}) \qquad \tau_w = \mu(\frac{\partial V}{\partial r})\Big|_{r=r_0} \Rightarrow \tau_w = \mu \times \frac{\alpha}{4\mu}\frac{d}{dr}(1-\frac{r^2}{r_0^2})\Big|_{r=r_0}$$

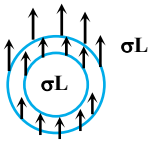
$$\tau_w = \frac{\alpha}{4}(-\frac{2r}{r_0^2})\Big|_{r=r_0} \Rightarrow \tau_w = \frac{\alpha}{4}(-\frac{2}{r_0}) \Rightarrow \tau_w = -\frac{\alpha}{2r_0}$$

مثال ۲۲: سیمی به قطر خیلی کوچک به صورت حلقه‌ای به قطر D درآورده شده است. این حلقه به آهستگی روی سطح آزاد مایعی با کشش سطحی σ قرار می‌گیرد. نیروی وارد از طرف سیال به حلقه کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) $\pi D\sigma$ ۲) $\frac{\pi D^2}{4}\sigma$ ۳) $2\pi D\sigma$ ۴) $2\frac{\pi D^2}{4}\sigma$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»



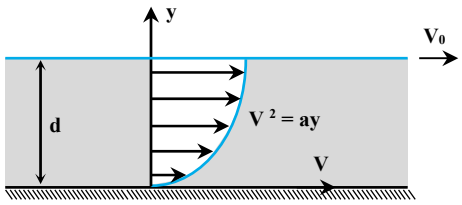
$L = \pi D \Rightarrow F = 2\sigma\pi D$, $F = 2\sigma(L)$ نیروی وارد از طرف سیال به حلقه

ضریب ۲ برای سطح داخلی و خارجی حلقه است.

لازم به تأکید است که به علت کوچک بودن قطر سیم، از تغییرات شعاع داخلی و خارجی صرف‌نظر شده است.

مثال ۲۳: در شکل زیر سیالی با لزجت μ بین دو صفحه قرار دارد، به طوری که صفحه پایینی ثابت است و صفحه بالایی با سرعت V_0 حرکت می‌کند. اگر توزیع سرعت بین این دو صفحه به صورت سهمی باشد، تنش برشی اعمال شده از سیال بر صفحه متحرک کدام است؟ (a پارامتر ثابتی فرض شود.)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) $2\mu v_0 d$ ۲) $-\mu\frac{v_0}{d}$ ۳) $2\mu\frac{v_0}{d}$ ۴) $\mu\frac{v_0}{2d}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

قانون لزجت نیوتن: $\tau = \mu\frac{dV}{dy}$ $\qquad V^2 = ay \Rightarrow V = \sqrt{ay}$

$$dV = \sqrt{a} \times \frac{1}{2\sqrt{y}}dy \qquad \frac{dV}{dy} = \frac{a}{2\sqrt{ay}}$$

$$\frac{dV}{dy} = \frac{a}{2V} \qquad \tau = \mu(\frac{a}{2V}) \Rightarrow \text{تنش برشی اعمال شده از سیال بر صفحه متحرک } \tau_0 = \frac{\mu a}{2V_0}$$

$$y = d, V = V_0 \Rightarrow V_0^2 = ad \Rightarrow a = \frac{V_0^2}{d} \Rightarrow \tau_0 = \mu\frac{V_0}{2d}$$

مثال ۲۴: سرعت یک سیال با ویسکوزیته $\mu = 10/2\,poise$ بر روی یک صفحه افقی از رابطه $V = 3y^{1/5} + 5/0$ تبعیت می‌کند که در آن y فاصله عمودی از سطح می‌باشد. مقدار تنش برشی بر روی صفحه بر حسب Pa چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۰ ۲) ۰/۶۲ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۱/۵۶

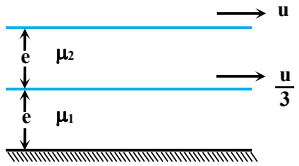
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم: $\tau_w = 0$

$$V = 3y^{1/5} + 5 \qquad \tau_w = \mu\frac{dV}{dy}|_{y=0} = \mu(3 \times 1/5y^{0/5})|_{y=0}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۵: دو سیال مخلوط‌نشدنی با ضخامت کم و برابر، روی یک سطح ساکن قرار گرفته‌اند. صفحه‌ای که بر روی سیال بالایی قرار دارد با سرعت u حرکت می‌کند. در صورتی که سرعت در سطح تماس دو سیال $\frac{u}{3}$ باشد، ارتباط ویسکوزیته دو سیال کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)



۱) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{3}$ ۲) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{6}$

۳) $\mu_1 = 3\mu_2$ ۴) $\mu_1 = 2\mu_2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در حالت نشان داده شده (ضخامت کم)، پروفیل سرعت را می‌توان خطی در نظر گرفت:

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{\Delta u}{\Delta y}$$

تنش برشی در سطح تماس دو سیال ناشی از سیال پایینی (τ_1) و سیال بالایی (τ_2) مقداری یکسان است (قانون سوم نیوتن)، لذا داریم:

$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow \mu_1\frac{\frac{u}{3}-0}{e} = \mu_2\frac{u-\frac{u}{3}}{e} \Rightarrow \mu_1 = 2\mu_2$$

مثال ۲۶: یک پیستون به قطر d و جرم m و طول l در داخل یک سیلندر به قطر D رها می‌شود. بین پیستون و سیلندر روغن با لزجت μ قرار دارد. سرعت حدی پیستون در حین پایین آمدن چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) $\frac{mg(D-d)}{\mu\pi dl}$ ۲) $\frac{\mu\pi dl}{mg(D-d)}$

۳) $\frac{\mu mg(D-d)}{\pi dl}$ ۴) $\frac{mg(D-d)}{2\mu dl\pi}$

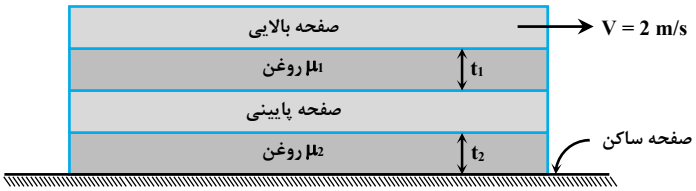
☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

سرعت حدی $V = const. \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0 : w - f = 0 \quad , \quad f = \tau A$

$$mg = \tau A \qquad \tau = \mu\frac{dV}{dr}$$

$$mg = \mu\frac{V-0}{\frac{D-d}{2}}(\pi d l) \qquad mg = \frac{2\mu V\pi dl}{D-d} \qquad V = \frac{mg(D-d)}{2\mu\pi dl}$$

مثال ۲۷: مطابق شکل، صفحه بالایی با سرعت $2\frac{m}{s}$ به سمت راست در حرکت بوده و صفحه پایینی بین دو لایه روغن به لزجت‌های μ_1 و μ_2 و به ضخامت t_1 و t_2 می‌تواند آزادانه حرکت نماید. در صورتی که $\mu_1 = 0/1\ pa.s$، $t_1 = 2\ mm$، $\mu_2 = 0/05 pa.s$ و $t_2 = 1mm$ باشد، سرعت صفحه پایینی برابر است با (m/s): (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۰/۵ ۲) ۲/۰ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

$$A = A' \Rightarrow \tau'_{\text{بالای صفحه}} = \tau_{\text{پایین صفحه}} \quad ; \quad \sum F = 0 \Rightarrow F_{\text{بالای صفحه}} = F'_{\text{پایین صفحه}}$$: در حالت سرعت ثابت برای صفحه پایینی

$$(\tau = \mu\frac{\Delta V}{t}) \Rightarrow \mu_1 \times \frac{(2-V)}{t_1} = \mu_2 \times \frac{(V-0)}{t_2}$$

$$0/1 \times \frac{2-V}{2} = 0/05 \times \frac{V}{1} \Rightarrow 2 - V = V \Rightarrow V = 1\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۲۸: تنش روی دیواره سیلندر یک ویسکومتر چرخان به قرار زیر داده شده است. شعاع سیلندر R و طول سیلندر $2R$ می‌باشد. در صورتی که T گشتاور لازم برای چرخانیدن سیلندر باشد، مقدار تنش مطابق کدام گزینه تغییر می‌نماید؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) $\tau = RTr^2$ ۲) $\tau = \frac{T}{4\pi r^3}$

۳) $\tau = \frac{4RT}{r^3}$ ۴) $\tau = \frac{2R^3}{r^2}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

تنش برشی روی دیواره سیلندر : $\tau = \frac{f}{A}$

مساحت سطح دیواره سیلندر : $A = ۲\pi RL = ۲\pi R(۲R) = ۴\pi R^۲$ $\qquad f = \tau(۴\pi R^۲)$

گشتاور لازم برای چرخاندن سیلندر : $T = f.R = ۴\pi R^۳\tau$ $\qquad \tau = \frac{T}{۴\pi R^۳} \Rightarrow \tau = \frac{T}{۴\pi r^۳}$

مثال ۲۹: سیالی با لزجت $۰/۰۵\,Pa.s$ بین دو صفحه موازی بی‌نهایت به فاصله ۵ سانتی‌متر از یک‌دیگر قرار دارد. اگر صفحه بالا با سرعت $۵\,m/s$ نسبت به صفحه پایین شروع به حرکت نماید و توزیع سرعت بین دو صفحه سهمی باشد به طوری‌که رأس سهمی در روی صفحه پایین باشد، تنش روی صفحه بالا بر حسب نیوتن چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۲/۵ $\qquad$ ۲) ۸/۲ $\qquad$ ۳) ۱۰ $\qquad$ ۴) ۱۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$u = ay^۲ + by + c \qquad \frac{du}{dy} = ۲ay + b$

$$\begin{cases} y = ۰ & u = ۰ \\ y = ۵(cm) & u = ۵(\frac{m}{s}) \\ y = ۰ & \frac{du}{dy} = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۲۰۰۰\ ,\ b = ۰\ ,\ c = ۰ \qquad ; \qquad \tau = \mu \frac{du}{dy}\Big|_{y=۰/۰۵}$$

$$\Rightarrow u = ۲۰۰۰y^۲$$

$$\frac{du}{dy} = ۴۰۰۰y \Rightarrow \frac{du}{dy}\Big|_{y=۰/۰۵} = ۴۰۰۰ \times ۰/۰۵ = ۲۰۰(s^{-۱}) \qquad ; \qquad \tau = ۰/۰۵ \times ۲۰۰ = ۱۰(\frac{N}{m^۲})$$

مثال ۳۰: توزیع سرعت یک مایع لزج $\mu = ۵\,Pa.s$ بر روی یک سطح صلب به وسیله رابطه $u = ۰/۵y - \frac{y^۲}{۲}$ داده شده است. u سرعت مایع بر حسب متر بر ثانیه در فاصله y متر از سطح صلب می‌باشد. در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از سطح صلب تنش چند نیوتن بر متر مربع می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) ۲/۲۵ $\qquad$ ۲) ۲/۵ $\qquad$ ۳) ۱/۵ $\qquad$ ۴) ۱/۷۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$$\begin{cases} \frac{du}{dy} = ۰/۵ - y & \tau = \mu \times \frac{du}{dy} \\ \frac{du}{dy}\Big|_{y=۰/۲} = ۰/۳ & \tau = ۵ \times ۰/۳ = ۱/۵(\frac{N}{m^۲}) \end{cases}$$

مثال ۳۱: میدان سرعت سیالی که ویسکوزیته آن $۰/۰۰۱\,\frac{N.s}{m^۲}$ است، به صورت مقابل داده شده است: $V_x = ۱۰(y - ۱۰۰y^۲)\frac{m}{s}$

تنش برشی وارد بر این سیال را در $y = ۲mm$ حساب کنید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) $۴\frac{N}{m^۲}$ $\qquad$ ۲) $۰/۰۰۶\frac{N}{m^۲}$ $\qquad$ ۳) $-۴\frac{N}{m^۲}$ $\qquad$ ۴) $-۰/۰۰۶\frac{N}{m^۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$\tau = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} \qquad \tau = \mu \frac{\partial}{\partial y}[۱۰(y - ۱۰۰y^۲)]$

$\tau = ۰/۰۰۱(۱۰ - ۲۰۰۰y)|_{y=۰/۰۰۲} \Rightarrow \tau = ۰/۰۰۶\,(\frac{N}{m^۲})$

مثال ۳۲: قانون لزجت نیوتن بیان می‌دارد: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

۱) تنش برشی نسبت معکوس با لزجت سیال دارد.
۲) تنش برشی نسبت مستقیم با گرادیان سرعت دارد.
۳) تنش برشی نسبت معکوس با کرنش برشی دارد.
۴) تنش برشی نسبت مستقیم با سرعت دارد.

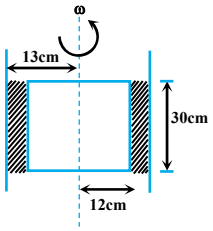
☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

قانون لزجت نیوتن : $\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau \propto \frac{du}{dy}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۳: فضای بین دو استوانه هم‌محور به شعاع‌های ۱۲cm و ۱۳cm را از سیالی به ضریب لزجت دینامیکی μ پُر کرده‌ایم. استوانه داخلی را با حرکت یکنواخت و با سرعت زاویه‌ای $2\,rad/sec$ به دوران واداشته‌ایم. اگر گشتاور لازم $0/88\,N.m$ باشد، ضریب لزجت دینامیکی μ بر حسب $pa.sec$ چقدر خواهد بود؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) ۰/۶۷۵

۲) ۰/۷۹۴

۳) ۱/۳۵

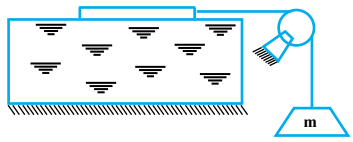
۴) صفر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

گشتاور وارد از طرف پیرامون استوانه: $T = FR = \tau AR = \mu\frac{u}{y}(2\pi RL)R = \mu\frac{R\omega}{b}(2\pi RL)R$

$$T = \frac{2\pi R^3 L\mu\omega}{b} \Rightarrow \mu = \frac{Tb}{2\pi R^3 L\omega} \Rightarrow \mu = \frac{0/88\times1\times10^{-2}}{2\pi\times(0/12)^3\times0/3\times2} = 1/35\,(pa.s)$$

مثال ۳۴: یک صفحه شیشه‌ای متحرک با حرکت یکنواخت به فاصله $5mm$ از صفحه ثابت دیگری قرار گرفته و به یک وزنه به جرم $0/001kg$ متصل شده است. در صورتی که سطح تماس صفحه متحرک با سیال $0/5m^2$ و ضریب لزجت سیال μ، $0/89\times10^{-3}\,N.s/m^2$ باشد، سرعت حرکت صفحه چه مقدار خواهد بود؟ $g = 9/81\,m/s^2$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) $0/11\,m/s$

۲) $3\,m/s$

۳) $3\,mm/s$

۴) $0/11\,mm/s$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$\left.\begin{array}{l}\sum F = 0 \Rightarrow mg - F_f = 0\\ F_f = \tau A = \mu\frac{u}{h}A\end{array}\right\} \Rightarrow mg = \mu\frac{u}{h}A \Rightarrow u = \frac{mgh}{\mu A} = \frac{0/001\times9/81\times5\times10^{-3}}{0/89\times10^{-3}\times0/5} \Rightarrow u = 0/11\left(\frac{m}{s}\right)$$

مثال ۳۵: سیالی بین دو صفحه موازی جریان می‌یابد. اگر جریان ورقه‌ای بوده و صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی در حال حرکت باشد، تنش برشی: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

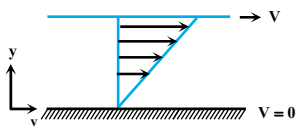
۱) در فاصله بین دو صفحه ثابت می‌باشد.

۲) در صفحه پایینی حداکثر بوده و به صورت خطی تا مقدار صفر در صفحه بالایی کاهش می‌یابد.

۳) در صفحه پایینی برابر صفر بوده و به صورت خطی تا یک مقدار حداکثر در صفحه فوقانی افزایش می‌یابد.

۴) به صورت سهمی شکل در فاصله بین دو صفحه تغییر می‌نماید.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» چون جریان لایه‌ای است، سرعت به صورت خطی تغییر می‌کند و مقدار مشتق آن ثابت است و لذا تنش برشی در فاصله بین دو صفحه ثابت است.



$$\tau = \mu\times\frac{du}{dy}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۶: دیسک نشان داده شده در شکل توسط محوری با سرعت زاویه‌ای ω به دوران در می‌آید. فضای بین دیسک و سطح ساکن توسط روغن پر شده است. مقدار گشتاور لازم برای دوران دیسک در صورتی که $\omega = ۲\,rad/s$ ، $D = ۸cm$ ، $y = ۲mm$ و $\mu = ۰/۰۱N.s/m^۲$ باشد، برابر است با:

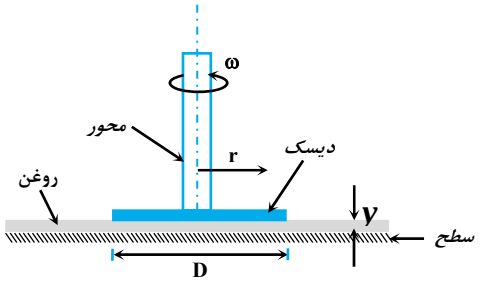
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

۱) $۳/۵\times۱۰^{-۲}\ N.m$

۲) $۱/۲\times۱۰^{-۳}\ N.m$

۳) $۳/۵\times۱۰^{-۴}\ N.m$

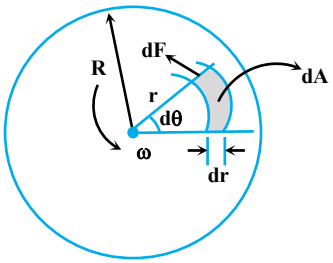
۴) $۴/۰۲\times۱۰^{-۵}\ N.m$



$$\tau = \mu\frac{\Delta V}{y} = \mu\frac{V-۰}{y} = \frac{\mu r\omega}{y}$$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

با در نظر گرفتن المان مساحت زیر برای محاسبه گشتاور لازم برای دوران دیسک داریم:



$$dT = dF.r = \tau.dA.r = \frac{\mu r\omega}{y}(rd\theta.dr)r$$

$$dT = \frac{\mu r(۲)}{۲\times۱۰^{-۳}}r^۲drd\theta = ۱۰۰۰\mu r^۳drd\theta \qquad T = \int_۰^{۲\pi}\int_۰^{۰/۰۴}dT$$

$$T = ۱۰۰۰\times۰/۰۱\times۲\pi\times\frac{(۰/۰۴)^۴}{۴} \Rightarrow T = ۴/۰۲\times۱۰^{-۵}(N.m)$$

مثال ۳۷: یک دستگاه ویسکومتر از دو استوانه هم‌مرکز به طول $۳۰cm$ و قطرهای $۲۰cm$ و $۲۰/۲cm$ تشکیل شده است. برای چرخاندن استوانه داخلی با سرعت ۴۰۰ دور در دقیقه باید به آن گشتاور $۰/۱۳\,N.m$ وارد نمود. ویسکوزیته سیال موجود بین دو استوانه چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) $۰/۰۰۱۶۵\,pa.s$

۲) $۰/۰۰۸۵\,pa.s$

۳) $۰/۰۱۶۵\,pa.s$

۴) $۰/۰۸۵۲pa.s$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

قانون لزجت نیوتن: $\tau = \mu\frac{dV}{dr}$

سرعت استوانه داخلی در سطح بیرونی: $V = R\omega \Rightarrow \tau = \mu\frac{V-۰}{t} = \frac{\mu R\omega}{t}$

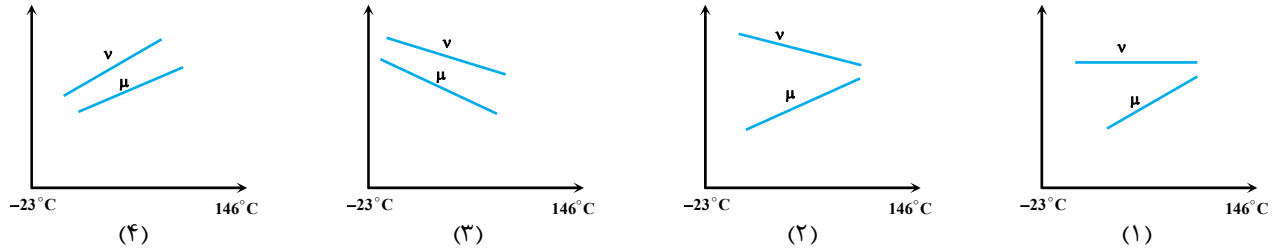
نیروی لازم برای به حرکت در آوردن استوانه داخلی: $f = \tau A$ $\qquad f = (\frac{\mu R\omega}{t})(۲\pi RL) = \frac{۲\pi\mu R^۲\omega L}{t}$

گشتاور لازم برای به حرکت در آوردن استوانه داخلی: $T = f.R$ $\qquad T = \frac{۲\pi\mu R^۳\omega L}{t}$

$$۰/۱۳ = \frac{۲\pi\mu(\frac{۰/۲}{۲})^۳(۴۰۰\times\frac{۲\pi}{۶۰})\times۰/۳}{\frac{۲۰/۲-۲۰}{۲}\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow \mu = ۰/۰۰۱۶۵(pa.s)$$

مثال ۳۸: کدام یک از منحنی‌های زیر نشان‌دهنده تغییرات ویسکوزیته مطلق (μ) و ویسکوزیته سینماتیکی (ν) هوا در مقابل دما (T) می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

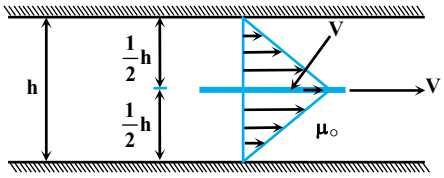
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای هوا داریم: $\mu \propto T^{\frac{1}{2}}$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \ , \ \rho = \frac{P}{RT} \Rightarrow \nu = \frac{\mu RT}{P} \Rightarrow \nu \propto T^{\frac{3}{2}}$$

ν و μ هر دو با افزایش دما افزایش می‌یابند، ولی افزایش ν بیشتر از μ است.

مثال ۳۹: در بین دو صفحه موازی که به فاصله **h** از هم‌دیگر قرار گرفته و با روغنی با لزجت دینامیکی $\mu_\circ$ پر شده است، یک ورق نازک به مساحت **A**، با سرعت ثابت **V** مطابق شکل کشیده می‌شود. نیروی مقاومت **F** در مقابل حرکت ورق با کدام یک از روابط زیر بیان می‌شود؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $\frac{V\mu_\circ A}{4h}$

۲) $\frac{4V\mu_\circ A}{h}$

۳) $\frac{2V\mu_\circ A}{h}$

۴) $\frac{V\mu_\circ A}{2h}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

f_1 : نیروی وارد بر صفحه از طرف سیال بالایی

f_2 : نیروی وارد بر صفحه از طرف سیال پایینی

نیروی مقاومت F در مقابل حرکت: $F = f_1 + f_2 = \tau_1 A + \tau_2 A = \mu_\circ (\frac{\Delta V}{\Delta y})_1 A + \mu_\circ (\frac{\Delta V}{\Delta y})_2 A$

$$F = \mu_\circ A(\frac{V-\circ}{\frac{1}{2}h} + \frac{V-\circ}{\frac{1}{2}h}) \Rightarrow F = \frac{4\mu_\circ AV}{h}$$

مثال ۴۰: توزیع سرعت یک سیال نیوتنی در داخل لوله‌ای با قطر ۱۰cm به صورت $V = 2(1-3r^{\frac{2}{3}})$ می‌باشد. اگر ویسکوزیته سیال ۳cp و طول لوله ۱۰۰ متر باشد، نیروی وارد شده از طرف سیال به جداره لوله در جهت حرکت چند نیوتن می‌باشد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۵۱۱

۲) ۱/۰۲۳

۳) ۱۰۲/۳

۴) −۱/۰۲۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» تبدیل واحد ویسکوزیته به واحد استاندارد (pa.s)

$$\mu = 3cp = 3\times10^{-2}\frac{gr}{cm.s}\times\frac{1kg}{1000gr}\times\frac{100cm}{1m} = 3\times10^{-3}(\frac{kg}{m.s})$$

توزیع سرعت: $V = 2(1-3r^{\frac{2}{3}})$

$$\tau_w = \mu(\frac{dV}{dr})\Big|_{r=R} = \mu(2)(-3)(\frac{2}{3})r^{-\frac{1}{3}}\Big|_{r=R}$$

$$\tau_w = -\frac{4\mu}{\sqrt[3]{R}} \qquad f = \tau_w A = -\frac{4\mu}{\sqrt[3]{R}}(\pi DL) \qquad f = -\frac{4\times3\times10^{-3}}{\sqrt[3]{0/05}}(\pi)(0/1)(100) \Rightarrow f = -1/023\ (N)$$

مثال ۴۱: ویسکوزیته سیال 0/048pa.s می‌باشد. اگر در نقطه **A** که ۷۵ میلی‌متر از دیواره فاصله دارد سرعت $1/125\frac{m}{s}$ اندازه گرفته شده باشد، با فرض توزیع سرعت خطی در نزدیکی دیواره، تنش برشی $(\frac{N}{m^2})$ در نقطهٔ **B** که ۵۰ میلی‌متر از دیواره فاصله دارد چقدر خواهد بود؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۰/۰۳۲

۲) ۰/۰۴۸

۳) ۰/۷۲

۴) ۱۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \qquad \tau = \mu\frac{V-\circ}{y-\circ} = \mu\frac{V}{y} \qquad \tau = 0/048\times\frac{1/125}{0/075} \Rightarrow \tau = 0/72\ (pa)$$

با فرض توزیع سرعت خطی، تنش برشی در کلیه نقاط یکسان خواهد بود، زیرا شیب $\frac{dV}{dy}$ در حالت توزیع سرعت خطی در همه نقاط یکسان است.

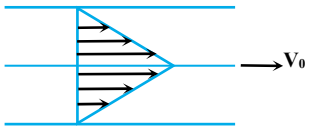
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۲: در شکل زیر صفحه میانی با سرعت $10\frac{m}{s}$ در حرکت است و صفحات بالایی و پایینی ثابت هستند. اگر ویسکوزیته سیالی که بین دو صفحه ثابت قرار دارد **۵ mpa.s** باشد، تنش برشی وارد بر صفحه متحرک چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) $5\frac{N}{m^2}$
۲) $10\frac{N}{m^2}$
۳) $15\frac{N}{m^2}$
۴) $20\frac{N}{m^2}$

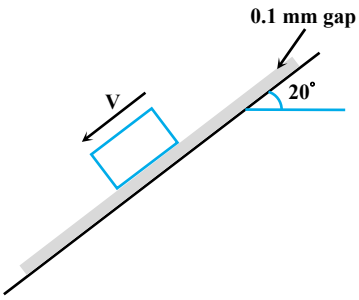
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» تنش برشی در بالا و پایین صفحه با هم برابر است.



$$\tau_{total} = 2\tau = 2\mu\frac{dV}{dy} = 2\mu\frac{V_\circ - \circ}{t} = 2\mu\frac{V_\circ}{t}$$

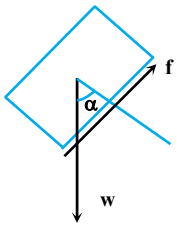
$$\tau_{tot.} = \frac{2\times 5\times 10^{-3}\times 10}{5\times 10^{-3}} \Rightarrow \tau_{tot.} = 20\ (pa)$$

مثال ۴۳: قطعه ۱۰ کیلوگرمی روی سطح شیب‌دار که با افق زاویهٔ 20° می‌سازد، می‌لغزد. سرعت حد قطعه را محاسبه کنید اگر فاصلهٔ **۰/۱mm** بین قطعه و سطح شیب‌دار از روغن با ویسکوزیته **۰/۳۸pa.s** پر شده باشد. (سطح تماس قطعه با روغن $0/2m^2$ است.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $0/044\frac{m}{s}$
۲) $0/009\frac{m}{s}$
۳) $0/22\frac{m}{s}$
۴) $0/005\frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه«۱»



در سرعت حد: $a = \circ \Rightarrow \sum F = \circ : mg\sin\alpha - f = \circ$

$$mg\sin\alpha = \tau A = \mu\frac{dV}{dy}.A = \mu\frac{V-\circ}{t}A = \frac{\mu VA}{t} \qquad V = \frac{(mg\sin\alpha)t}{\mu A}$$

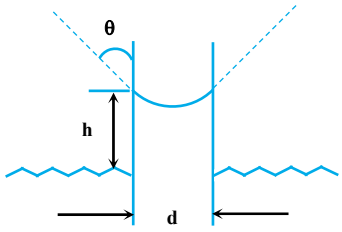
$$V = \frac{10\times 9/8\sin 20^\circ \times \circ/1\times 10^{-3}}{\circ/38\times \circ/2} \Rightarrow V = \circ/\circ 44\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۴۴: ارتفاع بالارفتگی و پایین‌رفتگی موییِنگی به وسیله کدام رابطه قابل محاسبه است؟ (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۴)

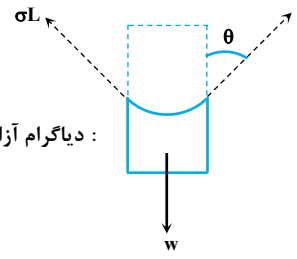
(کشش سطحی = σ، وزن حجمی = γ، قطر = d)

۱) $h = \frac{\sigma\cos\theta}{2\gamma d}$
۲) $h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$
۳) $h = \frac{A\sigma\cos\theta}{\gamma d}$
۴) $h = \frac{4\gamma\cos\theta}{\sigma d}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای نمونه ارتفاع بالارفتگی موییِنگی را محاسبه می‌کنیم. (برای ارتفاع پایین‌رفتگی نیز مشابه است)



$\Rightarrow$ دیاگرام آزاد نیرو برای حالت مایع بالارفته :



با توجه به دیاگرام آزاد نیروهای فوق داریم:

$$W = \gamma v = \gamma\cdot\frac{\pi d^2}{4}h = \sigma(\pi d)\cos\theta \Rightarrow h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۵: ویسکوزیته گازها: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) با کم شدن دما کم می‌شود.
۲) با کم شدن دما زیاد می‌شود.
۳) با دما تغییر نمی‌کند.
۴) بستگی به فشار داشته و مستقل از دما است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ویسکوزیته مایعات با کم شدن دما افزایش و ویسکوزیته گازها با کم شدن دما کاهش می‌یابد.

مثال ۴۶: توزیع سرعت در لوله برابر $u = ۲۰y - ۱۰y^۲$ (y به متر و u متر در ثانیه) است. لزجت برابر ۱ نیوتن ثانیه به متر مربع و شعاع $r_۰$ برابر ۰/۲۰ متر است. تنش برشی در دیواره برابر با چند پاسکال است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

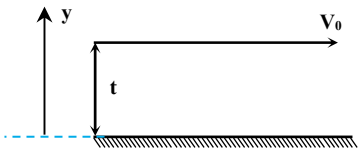
$$\frac{du}{dy} = ۲۰ - ۲۰y \quad ; \quad \tau_w = \mu \frac{du}{dy}\Big|_{y=۰} = \mu(۲۰ - ۲۰y)\Big|_{y=۰} = ۱ \times ۲۰ = ۲۰ (pa)$$

مثال ۴۷: کشش سطحی آب: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) با افزودن نمک کاهش می‌یابد.
۲) با افزایش دما کاهش می‌یابد.
۳) تأثیری بر ارتفاع کاپیلاری ندارد.
۴) با افزایش دما افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با افزایش دما تحرک مولکول‌ها افزایش و کشش سطحی کاهش می‌یابد.

مثال ۴۸: در شکل زیر منحنی تغییرات سرعت بین دو صفحه به صورت $V = \frac{V_۰}{t} y$ می‌باشد. نیروی لازم جهت کشیدن صفحه بالایی متناسب است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



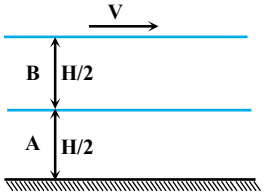
۱) $\frac{V_۰ t}{۳}$
۲) $\frac{۸\mu}{V_۰}$
۳) $\frac{V_۰}{۳t}$
۴) $\frac{V_۰ \mu}{t}$

☑ **پاسخ:** گزینه«۴» در حالت تعادل داریم:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} = \mu \frac{V_۰}{t} \qquad F = f = \tau A \qquad \sum F = F - f = ۰$$

$$F = \frac{\mu V_۰ A}{t} \Rightarrow F \sim \frac{\mu V_۰}{t}$$

مثال ۴۹: دو مایع غیرقابل امتزاج A و B بین دو صفحه موازی مطابق شکل قرار گرفته‌اند. اگر صفحه فوقانی با سرعت ثابت V حرکت کند و صفحه پایینی ثابت باشد و اگر $\mu_B > \mu_A$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) گرادیان سرعت در هر دو لایه خطی و شیب در دو لایه یکسان است.
۲) توزیع سرعت در هر دو لایه خطی و گرادیان سرعت در لایه B کوچک‌تر است.
۳) توزیع سرعت در هر دو لایه خطی و گرادیان سرعت در لایه A کوچک‌تر است.
۴) گرادیان در لایه‌های A و B ارتباطی به مقدار ویسکوزیته دو سیال ندارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در مرز مشترک دو مایع، تنش برشی در آن‌ها با هم برابر هستند (قانون سوم نیوتن) و داریم:

$$\tau_A = \tau_B \Rightarrow \mu_A \left(\frac{dV}{dy}\right)_A = \mu_B \left(\frac{dV}{dy}\right)_B$$

$$\mu_B > \mu_A \Rightarrow \left(\frac{dV}{dy}\right)_B < \left(\frac{dV}{dy}\right)_A$$

(فاصله مرز مشترک تا صفحات متحرک و ساکن یکسان است.)

www.modaresanesharif.ac.ir

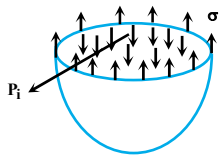
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۰: یک قطره کروی کوچکی از یک مایع دارای شعاع r و کشش سطحی σ می‌باشد. فشار داخلی برای این قطره چقدر است؟ (عدد پی = π)

(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات» ـ آزاد ۸۵)

۱) $P=\frac{\sigma}{r}$ ۲) $P=\frac{2\sigma}{r}$ ۳) $P=2\sigma\pi r$ ۴) $P=\frac{2\sigma}{\pi}$

پاسخ: گزینه «۲»



$$L=2\pi r \quad , \quad A=\pi r^2$$

$$\sum F=0 \Rightarrow P(\pi r^2)=\sigma(2\pi r) \Rightarrow P=\frac{2\sigma}{r}$$

کشش سطحی باعث می‌شود که فشار داخل قطرات و حباب‌ها، از فشار محیط بیشتر شود.

برای جت استوانه: $\Delta P=\frac{\sigma}{r}$ برای حباب: $\Delta P=\frac{4\sigma}{r}$ برای قطره: $\Delta P=\frac{2\sigma}{r}$

مثال ۵۱: توزیع سرعت یک مایع لزج $(\mu=0/9\frac{N.S}{m^2})$ بر روی یک سطح صلب به وسیله رابطه $V=0/68\,y-y^2$ داده شده است. V سرعت مایع بر حسب متر بر ثانیه در فاصله y متر از سطح صلب می‌باشد. تنش برشی در نقطه $y=0/17m$ از سطح برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) $0/612\ N/m^2$ ۲) $0/153\ N/m^2$ ۳) $0/306\ N/m^2$ ۴) $1/224\ N/m^2$

پاسخ: گزینه «۳»

$$\tau=\mu\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$V=0/68y-y^2 \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial y}=0/68-2y \quad y=0/17(m) \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial y}=0/34 \Rightarrow \tau\Big|_{y=0/17}=0/9\times0/34=0/306\ (\frac{N}{m^2})$$

مثال ۵۲: یک صفحه شیشه‌ای متحرک به فاصله 1mm از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین این دو صفحه، از سیالی با جرم مخصوص $1000\,kg/m^3$ پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه متحرک با سرعت ثابت $0/1\,m/s$ معادل 4pa باشد، ضریب لزجت سینماتیکی سیال (υ) برابر چند m^2/sec است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) 10^{-5} ۲) $0/4$ ۳) $0/01\times10^{-2}$ ۴) $0/04\times10^{-3}$

پاسخ: گزینه«۴»

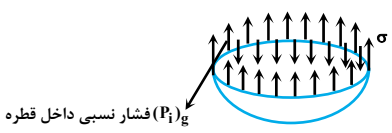
$$F=\tau A \Rightarrow \tau=\frac{F}{A}=\mu\frac{du}{dy} \Rightarrow 4=\mu\times\frac{0/1}{10^{-3}} \Rightarrow \mu=4\times10^{-2} \Rightarrow \nu=\frac{\mu}{\rho}=\frac{4\times10^{-2}}{10^3}=0/04\times10^{-3}\ (\frac{m^2}{s})$$

مثال ۵۳: کدام یک از گزینه‌های زیر رابطه فشار نسبی داخل قطره کوچک آب به قطر d می‌باشد؟ (σ ضریب کشش سطحی است.)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

۱) $P=\frac{\sigma}{d}$ ۲) $P=\frac{\sigma}{2d}$ ۳) $P=\frac{2\sigma}{d}$ ۴) $P=\frac{4\sigma}{d}$

پاسخ: گزینه «۴»



در حالت تعادل: $-(P_i)_g(\pi R^2)+(\sigma)(2\pi R)=0$

فشار نسبی داخل قطره کوچک $(P_i)_g=\frac{2\sigma}{R}=\frac{4\sigma}{d}$

مثال ۵۴: توزیع سرعت جریانی روی یک صفحه به صورت $u=2y-2y^3+y^4$ بیان شده است. اگر ویسکوزیته سیال $10^{-3}\,\frac{kg}{m.s}$ باشد، مقدار تنش برشی روی صفحه‌ای که در $y=0/1m$ واقع است چند $\frac{N}{m^2}$ است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $0/2\times10^{-3}$ ۲) $0/1944\times10^{-3}$ ۳) $1/944\times10^{-3}$ ۴) 2×10^{-3}

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

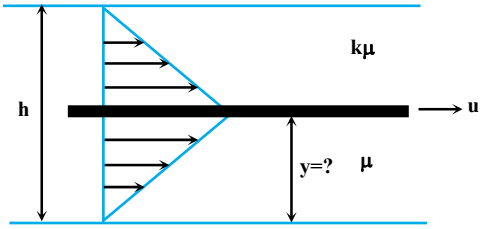
$$u = ۲y - ۲y^۳ + y^۴ \qquad \frac{du}{dy} = ۲ - ۶y^۲ + ۴y^۳$$

برای محاسبه تنش برشی وارد بر صفحه با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:

$$\tau = \mu(\frac{du}{dy})\Big|_{y=۰/۱} \qquad \tau = ۱۰^{-۳}[۲ - ۶(۰/۱)^۲ + ۴(۰/۱)^۳] \Rightarrow \tau = ۱/۹۴۴ \times ۱۰^{-۳}\ (\frac{N}{m^۲})$$

مثال ۵۵: صفحه مستطیل شکل نازکی با سرعت ثابت **u** در میان دو صفحه که به فاصله **h** از یک‌دیگر قرار دارند، کشیده می‌شود. اگر ویسکوزیته سیالاتی که در طرفین صفحه قرار دارند **μ** و **kμ** باشد، مکان صفحه میانی را طوری تعیین کنید که نیروی درگ بر روی صفحه حداقل شود؟

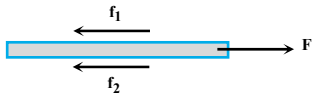
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{h}{۱+\sqrt{k}}$ ۲) $\frac{h}{\sqrt{۱+k}}$

۳) $\frac{۱+\sqrt{k}}{h}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱+k}}{h}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» نیروی وارد بر صفحه متحرک از طرف سیال بالایی را $f_۱$ و نیروی وارد بر صفحه متحرک از طرف سیال پایینی را $f_۲$ در نظر می‌گیریم. لذا دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه متحرک به صورت زیر است:



$$f_۱ = \tau_۱ A$$
$$f_۲ = \tau_۲ A$$
$$u = const. \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow \sum F = ۰ : \ F - f_۱ - f_۲ = ۰ \Rightarrow F = f_۱ + f_۲$$
$$\tau = \mu\frac{\Delta u}{\Delta y} \qquad F = (\mu\frac{u-۰}{y} + k\mu\frac{u-۰}{h-y})A = \mu u A(\frac{۱}{y} + \frac{k}{h-y})$$

برای یافتن فاصله y به طوری که نیروی درگ بر روی صفحه میانی حداقل شود، از مشتق‌گیری نیروی درگ صفحه میانی نسبت به متغیر y استفاده می‌کنیم. لذا داریم:

$$\frac{dF}{dy} = ۰ \ : \ -\frac{۱}{y^۲} + \frac{k}{(h-y)^۲} = ۰ \qquad (h-y)^۲ = ky^۲ \Rightarrow h - y = \pm\sqrt{k}y$$

$$h - y = \sqrt{k}y \Rightarrow y = \frac{h}{۱+\sqrt{k}} \qquad h - y = -\sqrt{k}y \Rightarrow y = \frac{h}{۱-\sqrt{k}}$$ غیرقابل قبول

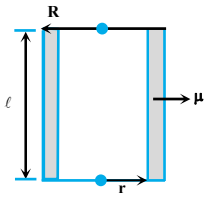
مثال ۵۶: یک استوانه توپر به شعاع **r** و جرم **m** و طول ℓ داخل یک استوانه توخالی عمودی به شعاع **R** که پر از سیالی با لزجت **μ** می‌باشد، رها می‌شود. سرعت ثابت پایین آمدن استوانه توپر کدام است؟

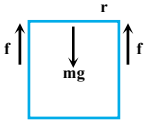
(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات» ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{\mu mg(R-r)}{\pi r\ell}$ ۲) $\frac{\mu\pi r\ell}{mg(R-r)}$

۳) $\frac{mg(R-r)}{۲\pi r\ell\mu}$ ۴) $\frac{mg(R-r)}{\mu\pi r\ell}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» شکل دو بعدی مسأله به صورت مقابل است:





نیروهای وارد بر استوانه داخلی به صورت زیر است:

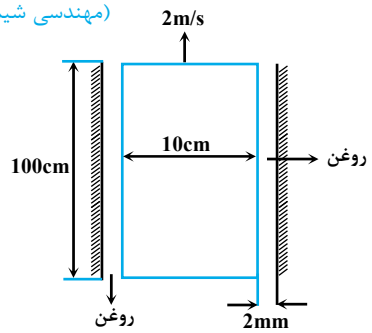
$$V = const. \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow \sum F = ۰ : \ mg - f = ۰ \quad , \quad f = \tau A = \tau(۲\pi r\ell) \quad , \quad \tau = \mu\frac{V-۰}{(R-r)}$$

$$mg = \mu\frac{V}{R-r}(۲\pi r\ell) \Rightarrow V = \frac{mg(R-r)}{۲\pi r\ell\mu}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۷: صفحه‌ای به عرض ۲۰ سانتی‌متر، طول ۱۰۰ سانتی‌متر و ضخامت ۱۰ سانتی‌متر در فضای بین دو صفحه موازی به سمت بالا حرکت داده می‌شود. اگر سرعت صفحه $۲\frac{m}{s}$ بوده و دو لایه روغن به ضخامت ۲mm بین صفحه متحرک و صفحات ثابت با ویسکوزیته ۵cp قرار داشته باشد و دانسیته صفحه متحرک نیز $۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$، نیروی لازم چند نیوتن است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



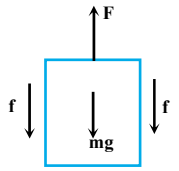
۱) ۳۵۶۰

۲) ۱۵۶۲

۳) ۲

۴) ۱۵۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر بلوک به صورت روبه‌رو است:



$$f=\tau A \quad , \quad \tau=\mu\frac{\Delta V}{\Delta t}=\mu\frac{V-۰}{t}$$

$$V=const. \Rightarrow a=۰ \Rightarrow \sum F=۰: \; F-mg-۲f=۰$$

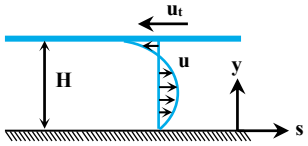
$$F=mg+۲\tau A$$ (نیروی اصطکاک در دو طرف صفحه اثر می‌کند)

$$F=\rho vg+۲\frac{\mu V}{t}A \qquad F=۷۸۰۰\times(۱\times۰/۲\times۰/۱)\times۱۰+\frac{۲\times۵\times۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۱}\times۲}{۲\times۱۰^{-۳}}\times(۱\times۰/۲)\Rightarrow F=۱۵۶۲\,(N)$$

مثال ۵۸: یک جریان آرام بین دو صفحه افقی، تحت گرادیان فشار $\frac{dP}{ds}$ (P با جهت مثبت s کاهش می‌یابد) برقرار است. صفحه بالایی با سرعت u_t به سمت چپ حرکت می‌کند. بیان سرعت u برای نقاط بین دو صفحه به صورت زیر می‌باشد:

$$u=-\frac{۱}{۲}\frac{\gamma}{\mu}\frac{dP}{ds}(Hy-y^۲)+u_t\frac{y}{H}$$

کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) ماکزیمم تنش برشی در نقطه تماس با صفحه بالایی $(y=H)$ است.

۲) ماکزیمم تنش برشی در نقطه تماس با صفحه پایینی $(y=۰)$ است.

۳) ماکزیمم تنش برشی در نقطه‌ای بین دو صفحه بالایی و پایینی اتفاق می‌افتد.

۴) با توجه به اطلاعات داده شده، در زمینه مقایسه تنش‌های برشی نمی‌توان اظهار نظر نمود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم:

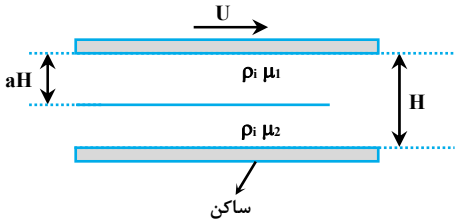
$$\tau=\mu\frac{du}{dy}$$

برای محاسبه شیب سرعت با مشتق‌گیری از سرعت داده شده نسبت به y داریم:

$$\frac{du}{dy}=-\frac{۱}{۲}\frac{\gamma}{\mu}\frac{dP}{ds}(H-۲y)+\frac{u_t}{H} \quad ; \quad \tau=(-\frac{\gamma}{۲}\frac{dP}{ds}H+\frac{\mu u_t}{H})+\gamma\frac{dP}{ds}y$$

$\tau=\tau_{max}$: تنش برشی ماکزیمم $\Rightarrow \; y=y_{max}=H$

مثال ۵۹: دو مایع غیرقابل اختلاط با دانسیته یکسان و ویسکوزیته‌های متفاوت فضای بین دو صفحه تخت افقی را پر کرده‌اند و صفحه بالایی با سرعت ثابت U حرکت می‌کند. اگر فاصله دو صفحه H، ضخامت مایع اول aH و ضخامت مایع دوم H(۱−a) باشد، سرعت سطح تماس دو مایع را محاسبه کنید. (در جهت حرکت مایع فشار ثابت است.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) $U.\frac{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}(۱-a)}{(۱-a)+a\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}$

۲) $U.\frac{(۱-a)}{a+(۱-a)\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}$

۳) $U.\frac{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}(۱-a)}{a+(۱-a)\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}$

۴) $U.\frac{a\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}{a+(۱-a)\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» اگر تنش برشی وارد بر صفحه بالایی τ_1 و تنش برشی وارد بر صفحه پایینی τ_2 باشد، با توجه به حرکت با سرعت ثابت صفحه متحرک از تعادل نیروها داریم: $\mu_1\frac{U-V}{aH}=\mu_2\frac{V-0}{(1-a)H}$ در سطح تماس دو مایع : $\tau_1=\tau_2$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2}U=V(\frac{\mu_1}{\mu_2}+\frac{a}{1-a})$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2}(U-V)=\frac{aV}{1-a}$$

$$V=U.\frac{\frac{\mu_1}{\mu_2}(1-a)}{a+(1-a)\frac{\mu_1}{\mu_2}}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2}U=V[\frac{\frac{\mu_1}{\mu_2}(1-a)+a}{1-a}]$$

مثال ۶۰: **لزجت تترا کلرید کربن در دمای ۲۰ درجه سانتی‌گراد معادل $9/7\times10^{-4}\ kg/(m.s)$ می‌باشد. تنش برشی مورد نیاز بر حسب پاسکال برای از شکل انداختن این مایع در مقدار کشش $5000\ s^{-1}$ برابر است با:** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) ۴۸/۵ ۲) ۴/۸۵ ۳) ۵/۱۵ ۴) ۵/۵۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم: $\tau=4/85(Pa)$ $\tau=9/7\times10^{-4}\times5000$ $\tau=\mu\frac{\partial V}{\partial n}$

مثال ۶۱: **تنها عامل تلفات انرژی در حرکت سیالات چیست؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) تنش برشی ۲) فشار ۳) اصطکاک ۴) گزینه‌های ۱ و ۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» عامل تلفات انرژی در حرکت سیالات، تنش برشی بین لایه‌های سیال است.

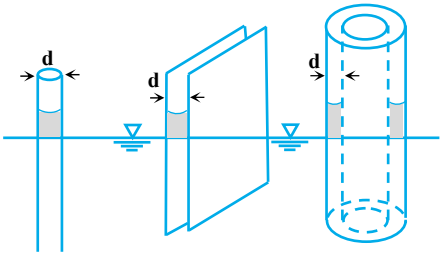
مثال ۶۲: **یک پیستون به قطر d و جرم m و طول L در داخل یک سیلندر به قطر D رها می‌شود. بین پیستون و سیلندر روغن با گرانروی μ قرار دارد. سرعت حدی در حین پایین آمدن پیستون چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{mg(D-d)}{\mu\pi Ld}$ ۲) $\frac{mg(D-d)}{2\mu dL\pi}$ ۳) $\frac{\mu\pi dL}{mg(D-d)}$ ۴) $\frac{\mu gm(D-d)}{\pi dL}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» $V=const.\Rightarrow a=0\Rightarrow\sum F=0: w-f=0$ $mg=\tau A$

$$\tau=\mu\frac{dV}{dr}\qquad mg=\mu\frac{V-0}{\frac{D-d}{2}}(\pi dL)\qquad mg=\frac{2\mu V\pi dL}{D-d}\qquad V=\frac{mg(D-d)}{2\mu\pi dL}$$

مثال ۶۳: **در کدام یک از سه حالت، در شرایط یکسان و با فاصله یکسان دو جداره، میزان بالاآمدگی سیال تحت اثر کشش سطحی بیشتر است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) لوله باریک به قطر d

۲) دو صفحه موازی به فاصله d از هم

۳) دو لوله متحدالمرکز به فاصله d از هم

۴) در هر سه حالت ارتفاع بالاآمدگی یکسان است.

☑ **پاسخ:** گزینه«۱» میزان بالاآمدگی سیال تحت اثر کشش سطحی (ارتفاع مویینگی) در حالات مختلف عبارت است از:

ارتفاع مویینگی در لوله باریک به قطر d : $h=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

ارتفاع مویینگی بین دو صفحه موازی به فاصله d از هم : $h=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

ارتفاع مویینگی بین دو لوله به قطرهای داخلی D_1 و خارجی D_2 : $h=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma(D_2-D_1)}=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma(2d)}=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

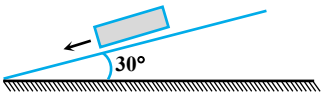
مثال ۶۴: صفحه‌ای به جرم $2kg$ و ابعاد یک متر در یک متر بر روی سطح شیب‌داری با زاویه 30° با امتداد افق به سمت پایین و با سرعت $2\frac{cm}{sec}$ در حال حرکت است. صفحه توسط روغنی با $\mu = 0/06 \frac{N.s}{m^2}$ از سطح جدا شده است. با صرف‌نظر کردن از اثرات لبه و اصطکاک هوا، فاصله صفحه از سطح شیب‌دار بر حسب mm چقدر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) $0/012$

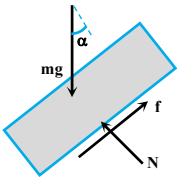
۲) $0/04\sqrt{3}$

۳) $0/12$

۴) $0/4\sqrt{3}$



پاسخ: گزینه «۳» دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه را به صورت زیر ترسیم می‌کنیم:



$$V = const. \Rightarrow a = 0$$
$$\sum F = 0: \ mg\sin\alpha - f = 0 \qquad f = \tau A$$

برای محاسبه τ با توجه به قانون لزجت نیوتن داریم:

$$\tau = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} \qquad \tau = \mu \frac{V - 0}{t}$$

با قرار دادن در روابط فوق داریم:

$$mg\sin\alpha = \frac{\mu V}{t}.A \qquad t = \frac{\mu VA}{mg\sin\alpha}$$

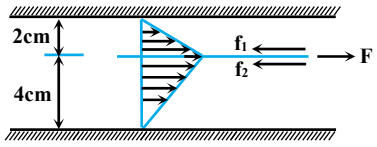
$$t = \frac{0/06 \times 2 \times 10^{-2} \times (1 \times 1)}{2 \times 10 \times (0/5)} \qquad t = 12 \times 10^{-5} \ (m) = 0/12 (mm)$$

مثال ۶۵: صفحه‌ای به ابعاد $4m \times 4m$ در داخل آب با سرعت $V = 10 \frac{m}{s}$ و با نیروی F کشیده می‌شود. اگر ضخامت آب در دو طرف صفحه $2cm$ و $4cm$ باشد، نیروی F را بر حسب N پیدا کنید. (گرانروی آب $\mu = 0/01 \frac{gr}{cm.s}$ می‌باشد.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه«۲» شکل صفحه مورد نظر و نیروهای وارد بر آن در زیر نشان داده شده است.

تبدیل واحد ویسکوزیته به واحد SI:



$$\mu = 0/01 (\frac{gr}{cm.s}) = 0/001 (\frac{kg}{m.s})$$
$$V = const. \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0$$

مطابق شکل، نیروی وارد بر صفحه متحرک از طرف سیال بالایی را f_1 و از طرف سیال پایینی را f_2 در نظر می‌گیریم. لذا داریم:

$$F - f_1 - f_2 = 0 \quad ; \quad f = \tau A \Rightarrow F = (\tau_1 + \tau_2) A$$

$$\tau_1 = \mu \frac{V - 0}{d_1} \qquad \tau_2 = \mu \frac{V - 0}{d_2}$$

$$F = \mu VA (\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}) \Rightarrow F = 0/001 \times 10 \times 4 \times 4 (\frac{1}{0/02} + \frac{1}{0/04}) \Rightarrow F = 12 \ (N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۶: توزیع سرعت داخل لوله در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته با رابطه $u=\frac{a}{4\mu}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)$ داده شده است که در آن a عددی ثابت، r فاصله شعاعی از محور لوله و R شعاع داخلی لوله می‌باشد. اگر τ_w تنش در دیواره لوله باشد، توزیع تنش در مقطع لوله کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)

۱) $\tau=\tau_w\frac{r}{R}$ ۲) $\tau=\tau_w$ ۳) $\tau=\tau_w\left(1-\frac{r}{R}\right)$ ۴) $\tau=\tau_w\frac{2r}{R}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$u=\frac{a}{4\mu}(1-\frac{r^2}{R^2})\Rightarrow\frac{du}{dr}=\frac{a}{4\mu}(\frac{-2r}{R^2})$$

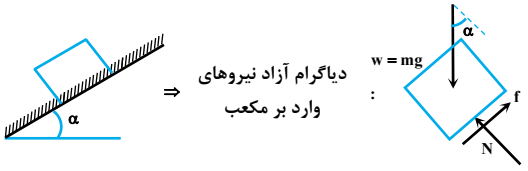
تنش برشی با استفاده از قانون لزجت نیوتن : $\tau=\mu(\frac{du}{dr})$ $\quad\tau=\mu\times\frac{a}{4\mu}(-\frac{2r}{R^2})=-\frac{ar}{2R^2}$

تنش برشی روی دیواره : $\tau_w=\mu(\frac{du}{dr})\Big|_{r=R}=-\frac{a}{2R}\Rightarrow\tau=\tau_w\frac{r}{R}$

مثال ۶۷: مکعبی فولادی به ضلع a بر روی سطح شیب‌دار، روی یک فیلم نازک روغن با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. پروفیل سرعت در فیلم روغن را می‌توان خطی فرض کرد. اگر اضلاع مکعب دو برابر شوند، سرعت مکعب چند برابر خواهد شد؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مکعب فولادی روی سطح شیب‌دار مطابق شکل مقابل را در نظر می‌گیریم:



$$V=\text{const.}\quad;\quad a=0$$
$$\sum F=0:\ mg\sin\alpha-f=0$$
$$f=\tau A$$

قانون لزجت نیوتن : $\tau=\mu\frac{V-0}{t}$ $\quad\rho(a)^3g\sin\alpha=\frac{\mu V}{t}(a)^2$ $\quad V=\frac{\rho gt\sin\alpha}{\mu}a$ $\quad V=Ka$

ضلع مکعب : a $\quad$ ضریب ثابت : K $\quad\frac{a_2}{a_1}=2\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=2$

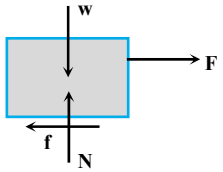
مثال ۶۸: صفحه‌ای به قطر ۱۰۰mm موازی با فاصله ۱mm از یک صفحه ساکن قرار دارد و بین آن‌ها سیالی با ویسکوزیته $0/1\frac{kg}{m.s}$ واقع است. نیروی لازم برای حرکت آن با سرعت $4\frac{m}{s}$ چقدر است؟ $\pi=3$ (مهندسی مواد ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲N ۲) ۳N ۳) ۴N ۴) ۵N

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$\tau=\mu\frac{\Delta V}{\Delta y}=\mu\frac{V-0}{t}\qquad f=\tau A=\frac{\mu V}{t}\times\frac{\pi D^2}{4}$$

سرعت صفحه : $V=\text{const.}\Rightarrow a=0\Rightarrow\sum F_x=0$



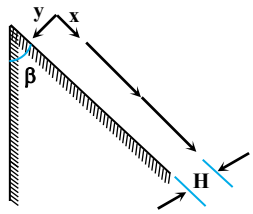
دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه نشان داده شده است:

$$F-f=0\qquad F=\frac{0/1\times4\times3\times(0/1)^2}{4\times0/001}\qquad F=3\,(N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۹: سیالی مطابق شکل با ضخامت H به طرف پایین می‌آید. اگر سیال نیوتنی در شرایط یکنواخت و آرام باشد، توزیع تنش برشی برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)



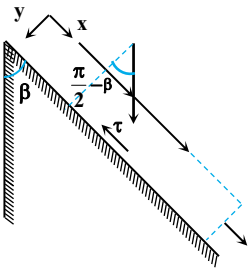
۱) $\tau = (\frac{\rho g \sin\beta}{۲}) y^۲$

۲) $\tau = (\rho g \cos\beta) y$

۳) $\tau = \frac{\rho g \sin\beta}{۴} y^۳ + y$

۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» به علت معلوم نبودن معادله سرعت سیال، نمی‌توان مستقیماً و با استفاده از قانون لزجت نیوتن تنش برشی را به دست آورد. ولی از روی موازنه نیروها در امتداد سطح شیب‌دار می‌توان تنش برشی بر روی سطح را حساب کرد:



نیروی رو به پایین $= mg\cos\beta = \rho vg\cos\beta = \rho(A\times H)g\cos\beta$

تعادل نیروها در امتداد سطح شیب‌دار: $\Sigma F = ۰ :\ \rho gAH\cos\beta - \tau_w A = ۰$

$\tau_w = \rho gH\cos\beta$

با استفاده از گزینه‌های داده شده، داریم:

تنش برشی روی دیواره $(y = H) \Rightarrow \tau_w = \rho gH\cos\beta$ $\quad \tau = (\rho g\cos\beta)y$

مثال ۷۰: کدام عبارت صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) با افزودن نمک کشش سطحی آب کاهش می‌یابد.

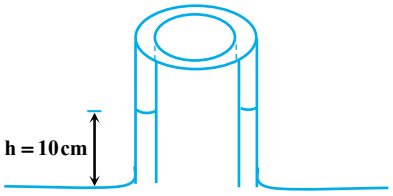
۲) با افزودن الکل کشش سطحی آب کاهش می‌یابد.

۳) با افزودن پودر صابون، کشش سطحی آب افزایش می‌یابد.

۴) با افزایش دما کشش سطحی آب افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با افزودن مواد شوینده به آب کشش سطحی آب کم می‌شود و از طرف دیگر با افزایش دما کشش سطحی در مایعات مانند ویسکوزیته کاهش می‌یابد. افزودن نمک به آب سبب کاهش کشش سطحی می‌شود، چون مولکول‌های آب اطراف مولکول‌های نمک قرار می‌گیرند و در نتیجه بین مولکول‌های آب فاصله افتاده و کشش سطحی کم می‌شود.

مثال ۷۱: نیروی افقی ناشی از کشش سطحی وارد بر سیال بین دو لوله شیشه‌ای هم‌مرکز به قطرهای ۲/۰ و ۲/۵ متر (مطابق شکل زیر) چقدر می‌باشد؟ در صورتی که کشش سطحی σ و زاویه تماس آب با جداره‌ها ۳۰ درجه فرض گردد. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



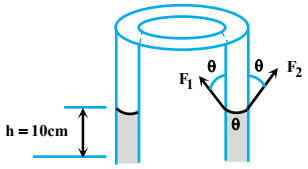
۱) $\frac{\sigma}{۴}$

۲) $\frac{\sigma\sqrt{۳}}{۴}$

۳) صفر

۴) $\frac{۹\sigma}{۴}$

☑ **پاسخ:** هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.



دو نیرو به سیال بین لوله‌ها وارد می‌شود که یکی به سمت محور لوله‌ها و یکی به سمت بیرون است:

$F_۱ = \sigma\times$ (محیط لوله داخلی) $= ۲\pi\sigma$

$F_۲ = \sigma\times$ (محیط لوله خارجی) $= ۲/۵\pi\sigma$

نیروی برآیند افقی: $F_t = F_۲\sin\theta - F_۱\sin\theta = \sin ۳۰^\circ (F_۲ - F_۱) = \frac{۱}{۲}(۲/۵\pi\sigma - ۲\pi\sigma) = \frac{\pi\sigma}{۴}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۲: **کدام یک از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) پمپاژ آب گرم در مقایسه با آب سرد نیاز به انرژی کمتری دارد.

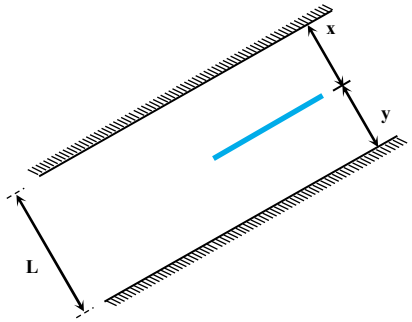
۲) پمپاژ آب سرد در مقایسه با آب گرم نیاز به انرژی کمتری دارد.

۳) پمپاژ آب و نمک و آب خالص نیاز به انرژی یکسانی دارند.

۴) پمپاژ آب سرد و گرم نیاز به انرژی یکسانی دارند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» آب گرم در مقایسه با آب سرد ویسکوزیته و کشش سطحی کمتری دارد و در نتیجه انرژی لازم برای پمپ کردن آب گرم کمتر از انرژی لازم برای پمپ کردن آب سرد می‌باشد. از طرفی آب نمک هم کشش سطحی کمتری از آب خالص دارد و انرژی لازم برای پمپ کردن آن کمتر است.

مثال ۷۳: **در شکل زیر، برای آن که صفحه‌ای به سطح ۵ متر مربع و وزن 10μ با سرعت ثابت $1\frac{m}{sec}$ در فضای بین سیالی با لزجت μ بتواند حرکت کند، حداقل فاصله بین دو صفحه چقدر باید باشد؟ توزیع سرعت در دو طرف صفحه خطی فرض گردد.** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) $L > 2m$

۲) $L > 4m$

۳) $L > 8m$

۴) $L > 6m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا حداقل نیروی وارده از طرف سیال به سطح را به دست می‌آوریم.

اگر تنش وارد بر صفحه از طرف سیال بالایی τ_1 و تنش وارد بر صفحه از طرف سیال پایینی τ_2 باشد، کل نیروی وارد بر صفحه از طرف سیال برابر است با:

$$F = (\tau_1 + \tau_2)A \ , \ \tau = \mu\frac{\Delta u}{\Delta d} \quad , \quad \tau_1 = \mu\frac{V-0}{x} \quad , \quad \tau_2 = \mu\frac{V-0}{L-x}$$

$$F = \mu AV(\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x})$$

برای محاسبه حداقل نیروی وارد به صفحه از طرف سیال از رابطه فوق نسبت به متغیر x مشتق می‌گیریم، لذا:

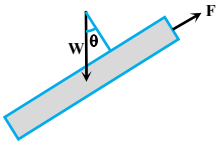
$$\frac{dF}{dx} = 0 \ \Rightarrow \ \mu AV(\frac{-1}{x^2} + \frac{1}{(L-x)^2}) = 0$$

$$(L-x)^2 = x^2 \ \Rightarrow L - x = x \ \Rightarrow L = 2x$$

تصویر نیروی وزن در امتداد سطح شیب‌دار عبارت است از:

$$w' = w\sin\theta = 10\mu\sin\theta$$

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه در شکل نشان داده شده است:



$$V = cte \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow F - W\sin\theta = 0$$

$$F = 5\mu(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x-x}) = 10\mu\sin\theta$$

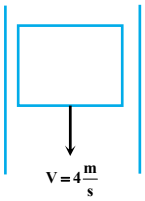
$$\frac{2}{x} = 2\sin\theta \ \Rightarrow \ x = \frac{1}{\sin\theta} \ , \ |\sin\theta| \le 1 \ \Rightarrow \ x \ge 1 \ \Rightarrow \ L = 2x \ge 2(m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

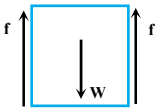
مثال ۷۴: مکعب زیر به ضلع ۱m بین دو دیواره عمودی و موازی با سرعت ثابت $۴\frac{m}{s}$ پایین می‌آید. بین مکعب و دیوارها لایه‌ای از روغن به ضخامت ۲cm قرار دارد که در تمام حرکت به همین ضخامت باقی می‌ماند. اگر جرم مکعب ۲۰kg باشد، لزجت سیال چقدر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی کاربردی» ـ آزاد ۸۹)



۱) $\mu = ۰/۲۵ pa.s$
۲) $\mu = ۱ pa.s$
۳) $\mu = ۰/۵ pa.s$
۴) $\mu = ۲ pa.s$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر مکعب به صورت مقابل است:



$$f = \tau A \quad , \quad \tau = \mu \frac{du}{dy}$$

ضخامت لایه روغن را اندک در نظر گرفته و لذا می‌توان توزیع سرعت را خطی فرض کرد. بنابراین داریم:

$$\tau = \mu \frac{u - ۰}{t} = \mu \frac{۴ - ۰}{۲ \times ۱۰^{-۲}} = ۲۰۰\mu$$

$$V = cte \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow \sum F = ۰ \Rightarrow ۲f = w$$

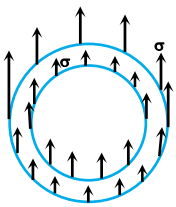
$$۲ \times ۲۰۰\mu \times A = ۲۰ \times ۱۰ \Rightarrow \mu = \frac{۱}{۲A} = \frac{۱}{۲ \times ۱ \times ۱} = ۰/۵ \ (pa.s)$$

مثال ۷۵: چه نیرویی لازم است که یک حلقه به شعاع r را بتوان از روی سطح آب بلند نمود؟ (وزن حلقه ناچیز بوده و σ نیروی کشش سطحی آب می‌باشد.)

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)

۱) $۴\pi r\sigma$ ۲) $۲\pi r\sigma$ ۳) $\pi r\sigma$ ۴) $۸\pi r\sigma$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» نیروهای وارد بر حلقه به شعاع r روی سطح آب به صورت شکل زیر است:



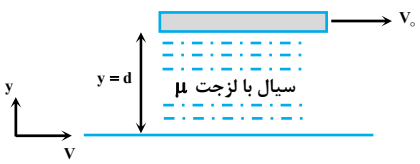
نیروی کشش سطحی وارد بر داخل حلقه : $F_۱ = ۲\pi r\sigma$

نیروی کشش سطحی وارد بر بیرون حلقه : $F_۲ = ۲\pi r\sigma$

نیروی کشش سطحی کل وارد بر حلقه : $F = F_۱ + F_۲ = ۴\pi r\sigma$

مثال ۷۶: یک صفحه بزرگ با سرعت $V_۰$ بر روی یک لایه سیال به ضخامت d در حال حرکت بوده و سیال در تماس با صفحه همان سرعت صفحه را دارد. در صورتی که پروفیل سرعت سهموی $(V^۲ = ay)$ و تنش برشی وارد شده بر صفحه متحرک را $\tau_۱$ نامیده و برای حالتی که پروفیل سرعت خطی و تنش برشی وارد شده بر صفحه متحرک $\tau_۲$ نامیده شود، نسبت $\frac{\tau_۱}{\tau_۲}$ برابر است با:

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه«۴» برای محاسبه تنش برشی با استفاده از قانون لزجت نیوتن داریم: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

ابتدا با توجه به معلومات مشخص شده در شکل، پارامتر مجهول a را به دست می‌آوریم:

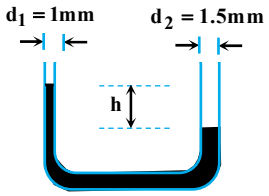
$$y = d \ , \ V = V_\circ \Rightarrow V_\circ^2 = ad \Rightarrow a = \frac{V_\circ^2}{d}$$

$$\text{حالت اول}: V^2 = \frac{V_\circ^2}{d} y \Rightarrow V = V_\circ \sqrt{\frac{y}{d}} \Rightarrow \frac{dV}{dy} = \frac{V_\circ}{2\sqrt{dy}}$$

$$y = d \Rightarrow \tau_1 = \mu \frac{V_\circ}{2\sqrt{d \times d}} = \frac{\mu V_\circ}{2d}$$

$$\text{حالت دوم}: \tau_2 = \mu \frac{V_\circ - \circ}{d} = \mu \frac{V_\circ}{d} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\frac{\mu V_\circ}{2d}}{\frac{\mu V_\circ}{d}} = \frac{1}{2}$$

مثال ۷۷: **لوله U شکل مقابل از دو لوله موئین به قطرهای ۱ میلی‌متر و ۱/۵ میلی‌متر تشکیل شده است و به صورت قائم قرار دارد. اگر در این لوله، مقداری سیال با وزن حجمی $\gamma = 10000 \frac{N}{m^3}$ و کشش سطحی $\sigma = 0/06 \frac{N}{m}$ و زاویه تماس $\theta = \circ$ ریخته شود، اختلاف ارتفاع بین ترازهای سیال در دو لوله ناشی از عمل‌کرد موئینگی چند میلی‌متر است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



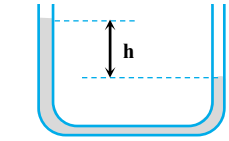
۱) ۱۶

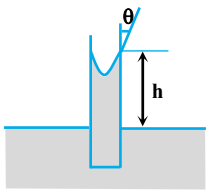
۲) ۸

۳) ۴

۴) صفر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه ارتفاع مویینگی در لوله به صورت زیر عمل می‌شود:





$$\sigma L \cos\theta = W \ , \ L = \pi d \Rightarrow \sigma(\pi d)\cos\theta = \gamma v \Rightarrow \sigma(\pi d)\cos\theta = \gamma \times \frac{\pi d^2}{4} \times h$$

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d} \Rightarrow \Delta h = h_1 - h_2 = h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)$$

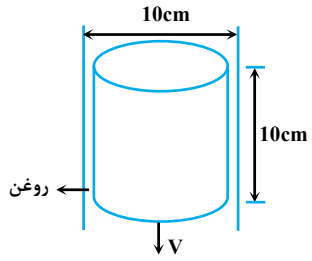
$$h = \frac{4 \times 0/06 \times 1}{10000}\left(\frac{1}{0/001} - \frac{1}{0/0015}\right) \Rightarrow h = 8 \times 10^{-3} \ (m) = 8 (mm)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل اول

۱ـ پیستونی با دانسیته $۸\frac{gr}{cm^۳}$ در داخل سیلندری که آغشته به یک لایه نازک از روغن به ضخامت $۰/۱mm$ است، با سرعت ثابت $۲۰\frac{cm}{s}$ مطابق شکل در حرکت است. اگر $g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}$ باشد، ویسکوزیته روغن برابر است با:



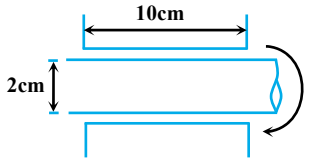
۱) $۰/۹۸cp$

۲) $۱/۹۶ cp$

۳) $۱/۹۶\frac{kg}{m.s}$

۴) $۰/۹۸\frac{kg}{m.s}$

۲ـ اگر فاصله محور و یاتاقان $۰/۱mm$ و ویسکوزیته روغن موجود در این فاصله $۱\frac{N.s}{m^۲}$ باشد، به منظور دست‌یابی به گردش $۱۰۰۰rpm$ به چه گشتاوری بر حسب $N.m$ نیاز داریم؟



۱) $۰/۱\pi$

۲) $\frac{\pi^۲}{۳}$

۳) $\frac{۰/۲\pi^۲}{۳}$

۴) $\pi^۲$

۳ـ جریان آبی با سرعت حداکثر $۵۰\frac{cm}{s}$ روی یک سطح شیب‌دار تحت اثر ثقل حرکت می‌کند. اگر جریان ورقه‌ای بوده، شیب کف ۱ درجه و توزیع سرعت در عمق خطی باشد، ضخامت لایه آب در حال حرکت چند میلی‌متر است؟ $(g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}\ ,\ \nu = ۰/۸\times۱۰^{-۶}\frac{m^۲}{s})$

۱) ۲/۸ ۲) ۱/۵۳ ۳) ۰/۸ ۴) هیچ کدام

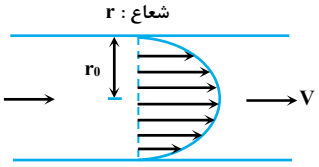
۴ـ در یک لوله مویینه با قطر داخلی $۲\ mm$، اگر زاویه بین مماس بر سطح آب و راستای قائم برابر ۲۵° باشد، ارتفاع صعود مویینگی چقدر است؟ $(\sigma = ۰/۰۷۵\frac{N}{m}\ ,\ \gamma_{آب} = ۹۸۰۶\frac{N}{m^۳})$

۱) $۱۰mm$ ۲) $۱۴\ mm$ ۳) $۲۸\ mm$ ۴) $۷/۵\ mm$

۵ـ استوانه‌ای در خارج استوانه دیگر که هم‌محور هستند دوران می‌کند. لایه‌ای از روغن به ضخامت $۲\ mm$ و لزجت $\mu = ۶\times۱۰^{-۳}\frac{N.s}{m^۲}$ استوانه‌ها را از هم جدا می‌کند. اگر قطر استوانه داخلی برابر با $۱۰cm$، طول استوانه‌ها برابر با $۳۰cm$ و سرعت زاویه‌ای استوانه خارجی برابر با $۱۴۳/۲rpm$ باشد، مقدار توان مورد نیاز برای غلبه بر اصطکاک در این سرعت چقدر است؟

۱) $۰/۱۶w$ ۲) $۰/۱w$ ۳) $۰/۱۸w$ ۴) $۰/۳۲w$

۶ـ آب در لوله‌ای جریان دارد. در صورتی که سرعت در هر مقطع با رابطه $V = (a^۲ - b^۲r^۲)$ داده شده باشد، مقدار تنش برشی در روی جداره لوله کدام است؟



۱) $\tau = -۲\mu ab^۲$

۲) $\tau = -۴\mu ab^۲$

۳) $\tau = -۴\mu ab$

۴) $\tau = -۲\mu ab$

۷ـ در یک سیال نیوتنی:

۱) لزجت دینامیکی مستقیماً متناسب با میزان تغییر شکل سیال است.

۲) لزجت سینماتیکی به طور معکوس متناسب با تنش برشی است.

۳) تنش برشی به طور مستقیم متناسب با میزان تغییر شکل سیال است.

۴) لزجت دینامیکی صفر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ در لوله‌ای غوطه‌ور در آب به قطر ۴ mm صعود مویینگی ۷/۵ mm است. در صورتی که لوله دیگری به قطر ۳ mm در همان آب وارد شود، صعود مویینگی در آن چقدر است؟

۱) ۱۳/۳۳ mm ۲) ۱۱/۵۵ mm ۳) ۱۰mm ۴) ۵/۷ mm

۹ـ ویسکوزیته مطلق یک مایع μ پواز و جرم مخصوص آن $\rho(\frac{g}{cm^3})$ است. ویسکوزیته سینماتیکی این مایع چند $\frac{m^2}{s}$ است؟

۱) $\frac{\mu}{\rho}\times 10^{-4}$ ۲) $\frac{\mu}{\rho}\times 10^{-2}$ ۳) $\frac{\mu}{\rho}\times 10^{-6}$ ۴) $\frac{\mu}{\rho}$

۱۰ـ نسبت اختلاف فشار بین یک حباب صابون دارای شعاع R و یک قطره کوچک دارای شعاع ۲ R با کشش سطحی یکسان چقدر است؟

۱) ۱:۴ ۲) ۱:۱ ۳) ۱:۲ ۴) ۴:۱

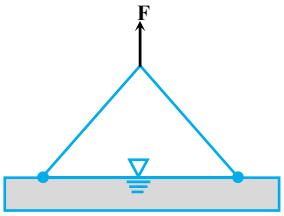
۱۱ـ یک بلوک مستطیلی با وزن w به سمت پایین یک سطح شیب‌دار با زاویه 30° نسبت به افق حرکت می‌کند. سطح شیب‌دار با یک سیال لزج با لزجت μ و ضخامت t روغن‌کاری می‌شود. در صورتی که سرعت لغزش بلوک V باشد، سطح تماس بلوک با سطح شیب‌دار روغن‌کاری شده چقدر است؟

۱) $\frac{wt}{2\mu V}$ ۲) $\frac{wt}{\mu V}$ ۳) $\frac{2wt}{\mu V}$ ۴) $\frac{4wt}{\mu V}$

۱۲ـ افزایش فشار تا $200\frac{N}{cm^2}$ جرم مخصوص آب را تا ۰/۱% افزایش می‌دهد. مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک) آب چقدر است؟

۱) $200\frac{GN}{m^2}$ ۲) $20\frac{GN}{m^2}$ ۳) $2\frac{GN}{m^2}$ ۴) $0/2\frac{GN}{m^2}$

۱۳ـ اگر کشش سطحی آب برابر $0/074\frac{N}{m}$ باشد، نیروی لازم برای جدا کردن دو حلقه به قطر ۲ cm (مطابق شکل) چند نیوتن است؟

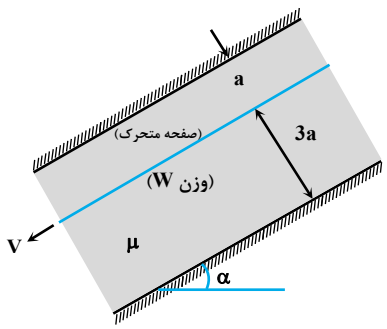


۱) ۰/۹۳
۲) ۰/۰۹۳
۳) ۰/۰۰۹۳
۴) ۰/۰۰۴۶۴

۱۴ـ شفت فولادی به قطر ۳ cm و طول ۴۰cm توسط نیروی وزن خود در داخل لوله پر از گلیسیرین با ویسکوزیته ۱/۴ pa.s قرار می‌گیرد. اگر ضخامت لایه گلیسیرین دور شفت ۱ cm باشد، سرعت حد شفت را به دست آورید؟ (S = ۷/۶ فولاد)

۱) $2\frac{m}{s}$ ۲) $4\frac{m}{s}$ ۳) $6\frac{m}{s}$ ۴) $8\frac{m}{s}$

۱۵ـ صفحه‌ای مطابق شکل بین دو صفحه ساکن با سرعت ثابت V به سمت پایین حرکت می‌کند. فضای بین دو صفحه با سیالی به لزجت μ پر شده است. اگر توزیع سرعت در هر دو قسمت جریان خطی بوده و سطح صفحه متحرک برابر A فرض شود، وزن این صفحه را به دست آورید.

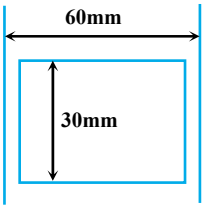


۱) $W=\frac{\mu VA}{a\sin\alpha}$
۲) $W=\frac{\mu VA}{3a\sin\alpha}$
۳) $W=\frac{4\mu VA}{3a\sin\alpha}$
۴) $W=\frac{2\mu VA}{3a\sin\alpha}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ در داخل لوله قائم پر از روغن (مطابق شکل)، جسم استوانه‌ای به جرم ۳۰۰gr و به قطر ۵۶ mm با سرعت $۱\frac{m}{s}$ پایین می‌آید. اختلاف فشار روغن در بالا و پایین استوانه چقدر است؟ دانسیته روغن $۹۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و ویسکوزیته دینامیکی روغن $۰/۱\frac{N.s}{m^۲}$ است.



۱) $۱/۲\times۱۰^۳\ \frac{N}{m^۲}$
۲) $۱/۴۵\times۱۰^۳\ \frac{N}{m^۲}$
۳) $۱/۰۹\times۱۰^۳\ \frac{N}{m^۲}$
۴) $۱/۶\times۱۰^۳\ \frac{N}{m^۲}$

۱۷ـ بین دو سیلندر هم‌مرکز به طول یک فوت و شعاع داخلی ۰/۵ فوت و شعاع خارجی ۰/۵۳ فوت از مایعی پر شده است. سیلندر داخلی با سرعت ۳ فوت بر ثانیه می‌چرخد. تنش لازم برای چرخش $۰/۷\frac{lb_f}{ft^۲}$ است. در صورتی که از انحنا صرف‌نظر شود، ویسکوزیته سیال بر حسب $\frac{lb_f.sec}{ft^۲}$ برابر است با:

۱) ۰/۰۱۷
۲) ۰/۰۰۷
۳) ۰/۷۱
۴) ۰/۷

۱۸ـ یک قطره کوچک آب به قطر ۰/۰۲in در دمای ۸۰°F در تماس با هوا است. اگر فشار نسبی درون قطره ۰/۰۸۲psi باشد، مقدار کشش سطحی مایع چند $\frac{lb_f}{ft}$ است؟

۱) $۰/۰۱۹۶۸\frac{lb_f}{ft}$
۲) $۰/۰۰۱۲۳\frac{lb_f}{ft}$
۳) $۰/۰۵۹۰۴\frac{lb_f}{ft}$
۴) $۰/۰۰۴۹۲\frac{lb_f}{ft}$

۱۹ـ در مکانیک جامدات، قانون شبیه به قانون نیوتنی ویسکوزیته، اصل یا قانون ..... نامیده می‌شود:

۱) اصل ارشمیدس
۲) قانون سوم نیوتن
۳) قانون Hooke
۴) قانون اول نیوتن

۲۰ـ کدام نوع سیال غیرنیوتنی در تنش‌های کمتر از تنش تسلیم، رفتار جامد و در تنش‌های بالاتر، رفتار سیال از خود نشان می‌دهد؟

۱) دیلاتنت
۲) شبه پلاستیک
۳) پلاستیک
۴) بینگهام ـ پلاستیک

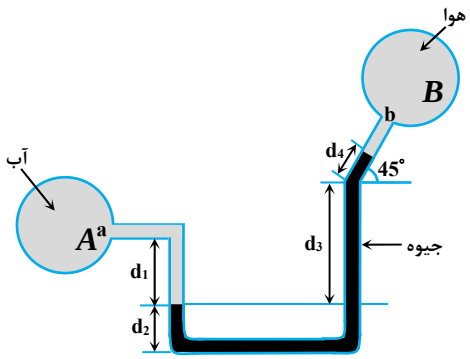
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«استاتیک سیالات»

مثال ۱: اختلاف فشار مخازن A و B را به دست آورید.



پاسخ : از یک نقطه با فشار معلوم شروع کنید. این نقطه معمولاً فشار یک مخزن یا فشار سطح آزاد (صفر) است. فشار را بنویسید.

مسیر مانومتر را دنبال کنید. در صورتی که به سمت پایین حرکت می‌کنید، γh را به مقدار فشار قبلی اضافه کنید. (مقدار صحیح γ را با توجه به نوع سیال استفاده کنید)

در صورتی که به سمت بالا حرکت می‌کنید، γh را از مقدار فشار قبلی کم کنید.

در نهایت سمت راست معادله را با فشار نقطه آخر (مثلاً مخزن B) برابر قرار دهید.

بنابراین با شروع از مخزن A داریم:

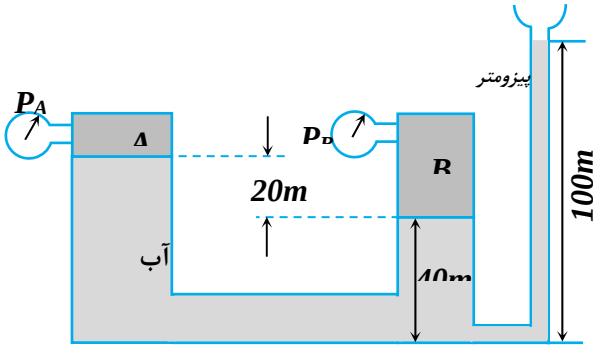
$$P_A + \gamma_w d_1 - \gamma_{Hg} d_3 - \gamma_{Hg}(d_4 \sin 45^\circ) = P_B$$

$$\gamma_{Hg} = S_{Hg}\gamma_w$$

$$P_A - P_B = \gamma_w(-d_1 + S_{Hg} d_3 + S_{Hg} d_4 \sin 45^\circ)$$

توجه کنید که مقدار $\gamma_{Hg} d_2$ باید یک بار اضافه و بار دیگر کم شود، لذا در معادله تأثیری ندارد.

مثال ۲: با توجه به شکل زیر مقادیر P_A و P_B را به دست آورید؟ (از اثرات مویینگی صرف‌نظر می‌شود.)

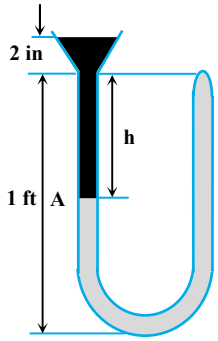


پاسخ : با شروع از سطح آزاد (فشار نسبی صفر) داریم:

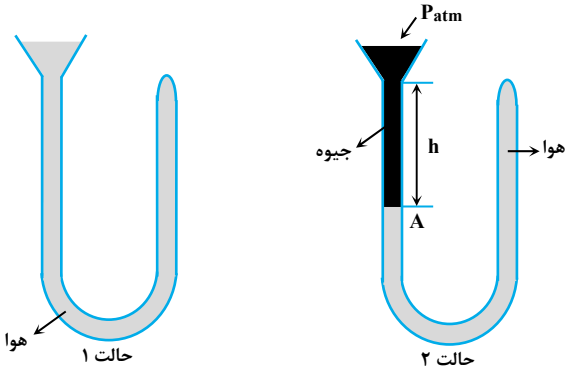
$$P_B = ۰ + ۰/۱\gamma_w - ۰/۰۴\gamma_w = ۰/۰۶ \times ۹۸۰۶ = ۵۸۸/۳۶ (pa)$$

$$P_A = ۰ + ۰/۱\gamma_w - ۰/۰۴\gamma_w - ۰/۰۲\gamma_w = ۰/۰۴ \times ۹۸۰۶ = ۳۹۲/۲۴ (pa)$$

مثال ۳: لوله U شکلی را در نظر بگیرید که یک انتهایش مسدود شده و در انتهای دیگر دارای قیفی به ارتفاع ۲ in است. قطر داخلی لوله ۰/۱in و طول کلی آن ۳ ft است. به داخل قیف جیوه می‌ریزیم تا هوا را حبس کند. فرض کنید تراکم هوا به صورت ایزوترمال انجام شود. وقتی که قیف لبریز می‌شود ارتفاع h چقدر خواهد بود؟ از اثرات مویینگی صرف‌نظر می‌شود.



پاسخ : حالت قبل و بعد از فرآیند هم‌دما (مسدود شدن لوله با جیوه) را در نظر می‌گیریم:



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

با توجه به کوچک بودن ابعاد مسأله، فشار هوا را در تمام نقاط یکسان فرض می‌کنیم.

با توجه به معادله حالت گاز کامل $(PV = mRT)$ و این که دما از حالت ۱ به حالت ۲ تغییر نکرده است، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{حالت ۱}: P_1V_1 = mRT \\ \text{حالت ۲}: P_2V_2 = mRT\end{array}\right\} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \quad (*)$$

در حالت ۱، فشار هوا با فشار اتمسفر برابر است:

$$P_1 = ۱۴/۷\frac{lb_f}{in^2}\times\frac{۱۴۴in^2}{۱ft^2} = ۲۱۱۶/۸(\frac{lb_f}{ft^2})$$

در حالت ۲ فشار هوا را برابر با فشار نقطه A در نظر می‌گیریم که عبارت است از:

$$P_2 = P_{atm} + \gamma_{Hg}h = ۲۱۱۶/۸ + ۱۳/۶\times۶۲/۴\times(۲in\times\frac{۱ft}{۱۲in} + h) = ۲۲۵۸/۲۴ + ۸۴۸/۶۴h$$

اگر سطح مقطع لوله را A در نظر بگیریم، آن‌گاه خواهیم داشت:

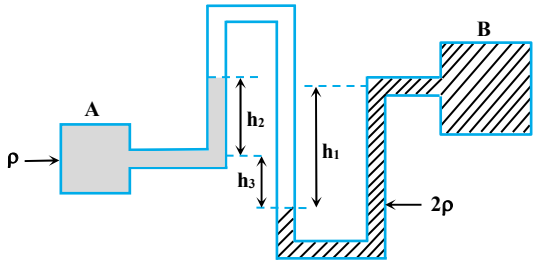
$$V_1 = ۳\times A \ , \ V_2 = (۳-h)\times A$$

با قرار دادن این مقادیر در رابطه (*) داریم:

$$۲۱۱۶/۸\times۳\times A = (۲۲۵۸/۲۴ + ۸۴۸/۶۴h)\times(۳-h)\times A$$

$$۸۴۸/۶۴h^2 - ۲۸۷/۶۸h - ۴۲۴/۳۲ = ۰ \Rightarrow h = ۰/۸۹۶۶(ft)$$

مثال ۴: اگر $h = h_1 = h_2 = ۲h_3$ باشد، اختلاف فشار در دو نقطه A و B چقدر است؟



۱) $۳\rho gh$

۲) ρgh

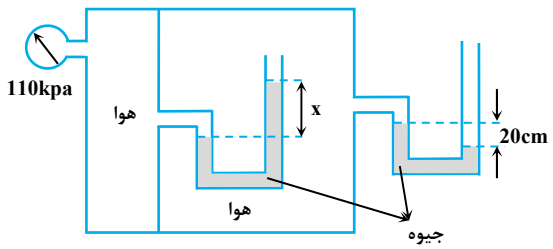
۳) $۲\rho gh$

۴) $۴\rho gh$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در قسمت هاشور خورده که هوا وجود دارد، از اختلاف فشار عمودی به دلیل چگالی ناچیز هوا چشم‌پوشی شده است.

$$P_A - \rho gh_2 + (۰)(h_2 + h_3) - ۲\rho gh_1 = P_B \qquad P_A - P_B = \rho g(h + ۲h) = ۳\rho gh$$

مثال ۵: با توجه به شکل مقابل مقدار x برابر است با: $(S_{Hg} = ۱۳/۵۶ \ , \ \gamma_{(آب)} = ۹۸۰۶N/m^3)$



۱) $۱/۲۵\ m$

۲) $۱/۰۳\ m$

۳) $۰/۷۵\ m$

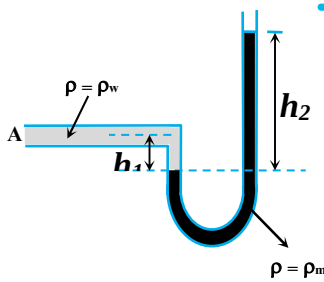
۴) $۰/۵۷\ m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با نوشتن معادله مانومتری و با صرف‌نظر از وزن مخصوص هوا، داریم:

$$۱۱۰\times۱۰^3 - \gamma_{Hg}(x) + \gamma_{Hg}(۰/۲) = ۰ \qquad \gamma_{Hg} = S_{Hg}\gamma_w$$

$$x = \frac{۱۱۰\times۱۰^3 + ۱۳/۵۶\times۹۸۰۶\times۰/۲}{۱۳/۵۶\times۹۸۰۶} \Rightarrow x = ۱/۰۳\ (m)$$

مثال ۶: فشار استاتیک نسبی در نقطه A با کدام گزینه برابر است؟



۱) $\rho_m gh_2 - \rho_w gh_1$

۲) $\rho_m gh_2 + \rho_w gh_1$

۳) $\rho_w gh_1 - \rho_m gh_2$

۴) فشار اتمسفر $+ \rho_m gh_2 - \rho_w gh_1$

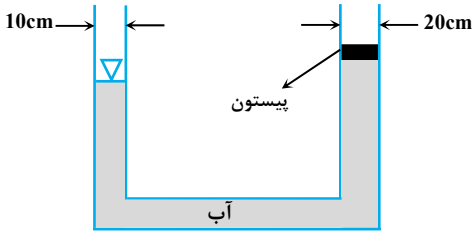
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با نوشتن معادله مانومتری داریم:

$$P_A + \rho_w gh_1 - \rho_m gh_2 = ۰ \Rightarrow P_A = \rho_m gh_2 - \rho_w gh_1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷: در شکل زیر در صورتی که پیستونی را با وزن ۹/۸۱ N در شاخه سمت راست قرار دهیم، اختلاف سطوح مایع در طرفین چند سانتی‌متر خواهد شد؟



۱) ۲/۵۴

۲) ۰/۶۴

۳) ۴/۷۷

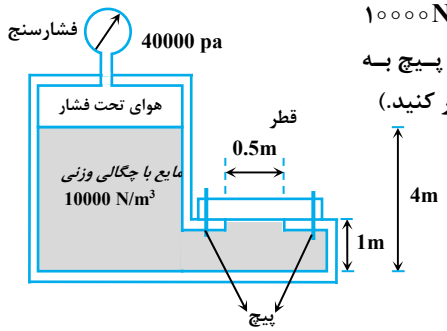
۴) ۳/۱۸

پاسخ: گزینه «۴»

در حالت تعادل پیستون : $W = PA = \gamma hA = \gamma h.\frac{\pi D^2}{4}$

$$۹/۸۱ = ۹۸۱۰ \times h \times \frac{\pi}{۴}(۰/۲)^۲ \Rightarrow h = ۰/۰۳۱۸\ (m) = ۳/۱۸\ (cm)$$

مثال ۸: در مخزن نشان داده شده که محتوی مایعی با چگالی وزنی (وزن مخصوص) $۱۰۰۰۰\ N/m^3$ است، فشارسنج، فشار هوای تحت فشار را $۴۰۰۰۰\ pa$ نشان می‌دهد. دریچه نشان داده شده با دو پیچ به مخزن متصل شده است. هر پیچ چه نیرویی بر حسب نیوتن را تحمل می‌کند؟ (از وزن دریچه صرف‌نظر کنید.)



۱) ۴۹۲۵

۲) ۵۸۹۰

۳) ۶۸۷۲

۴) ۵۰۰۰۰

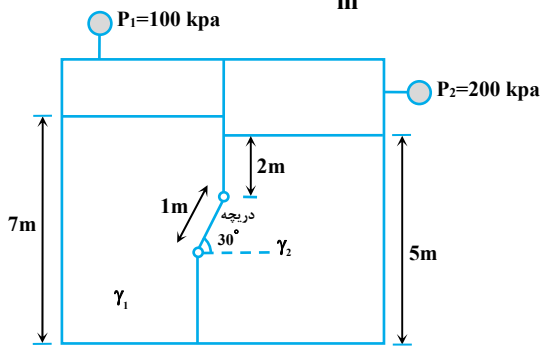
پاسخ: گزینه «۳»

فشار در محل پیچ‌ها : $P = ۴۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰(۴-۱) = ۷۰۰۰۰\ (\frac{N}{m^۲})$

نیروی وارد بر دریچه : $F = P.\frac{\pi d^۲}{۴} = ۷ \times ۱۰^۴ \times \frac{\pi}{۴}(۰/۵)^۲ = ۱۳۷۴۴/۵\ (N)$

نیروی وارده بر هر پیچ $= \frac{F}{۲} = ۶۸۷۲\ (N)$

مثال ۹: نیروی وارد بر دریچه مثلثی به قاعده و ارتفاع یک متر در شکل زیر، چند کیلو نیوتن است؟ $(\gamma_۱ = \gamma_۲ = ۱۰۰۰ \frac{N}{m^۳})$



۱) ۶۵/۳۳

۲) ۳۲/۶۶

۳) ۴۹

۴) ۹۸

پاسخ: گزینه «۳» ابتدا ارتفاع معادل فشار فشارسنج‌های سمت راست و چپ را می‌یابیم:

$$P_۱ = \gamma_۱ h_{eq_۱} \qquad h_{eq_۱} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^۳}{۱۰۰۰} = ۱۰۰\ (m) \Rightarrow h_۱ = ۱۰۰ + ۷ - ۳ = ۱۰۴(m)$$

$$P_۲ = \gamma_۲ h_{eq_۲} \qquad h_{eq_۲} = \frac{۲۰۰ \times ۱۰^۳}{۱۰۰۰} = ۲۰۰\ (m) \Rightarrow h_۲ = ۲۰۰ + ۵ - ۳ = ۲۰۲(m)$$

نیروی افقی وارد بر دریچه از سمت چپ : $F_L = \gamma_۱ \bar{h}_۱ A = ۱۰۰۰ \times (۱۰۰ + ۷ - ۳ + \frac{\sin ۳۰^\circ}{۲}) \times \frac{۱ \times ۱}{۲}$

نیروی افقی وارد بر دریچه از سمت راست : $F_R = \gamma_۲ \bar{h}_۲ A = ۱۰۰۰ \times (۲۰۰ + ۵ - ۳ + \frac{\sin ۳۰^\circ}{۲}) \times \frac{۱ \times ۱}{۲}$

نیروی وارد بر دریچه مثلثی : $\sum F = F_R - F_L = ۱۰۰۰ \times ۰/۵(۲۰۲/۲۵ - ۱۰۴/۲۵) = ۴۹۰۰۰\ (N) \Rightarrow \sum F = ۴۹\ (kN)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰: در وسط یک صفحه مربع شکل به ضلع یک متر، سوراخی مربع شکل به طور متقارن و به ضلع ۰/۱ متر ایجاد شده است. اگر این صفحه را به صورت عمودی در زیر سطح آب (γ_w) طوری نگه داریم که مرکز آن ۵ متر زیر آب باشد، مقدار نیروی وارد بر یک طرف این صفحه چند نیوتن خواهد بود؟

۱) $۰/۰۵\gamma_w$ ۲) $۰/۵\gamma_w$ ۳) $۴/۹۵\gamma_w$ ۴) $۵\gamma_w$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$$F_R = F_{hor.} = \gamma h_c A \qquad F_h = \gamma_w (۵)[(۱)^۲ - (۰/۱)^۲] \Rightarrow F_h = ۴/۹۵\gamma_w$$

مثال ۱۱: لوله عمودی به ارتفاع **h** پر از آب مایع را در نظر بگیرید. اگر فشار در بالاترین نقطهٔ لوله برابر **۳ρgh** باشد، در لحظه‌ای که شیر باز می‌شود تا آب را به اتمسفر تخلیه کند، با فرض جریان بدون اصطکاک، مقدار شتاب سیال کدام است؟

۱) g ۲) ۲g ۳) ۳g ۴) ۴g

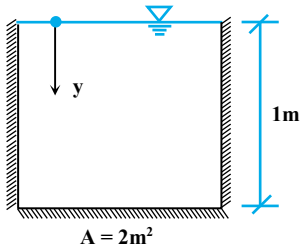
☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

فشار وارده به کف لوله : $P = ۳\rho gh + \rho gh = ۴\rho gh$

نیروی وارده به کف لوله : $F = PA = ۴\rho ghA$

$$F = m.a \qquad a = \frac{F}{m} = \frac{۴\rho g\not{h}\not{A}}{\rho\not{A}\not{h}} \Rightarrow a = ۴g$$

مثال ۱۲: یک ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعده ۲ متر مربع و ارتفاع یک متر از سیالی به وزن مخصوص متغیر به معادلهٔ $\gamma = a + by$، که در آن **a** و **b** مقادیر ثابت و مثبت می‌باشند، پر شده است. γ نیز بر حسب $\frac{N}{m^۳}$ می‌باشد. نیروی هیدرواستاتیکی ناشی از وزن سیال وارده بر کف ظرف چند نیوتن است؟



۱) $(a + b)$
۲) $(۲a + b)$
۳) $(a + ۲b)$
۴) $۲(a + b)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به توزیع فشار در سیال ساکن داریم:

$$\frac{dP}{dy} = \gamma \quad , \quad \gamma = a + by \Rightarrow dP = (a + by)dy$$

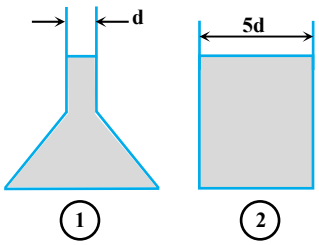
با انتگرال‌گیری از رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\int_۰^P dP = \int_۰^۱ (a + by)dy$$

$$P = (ay + \frac{b}{۲}y^۲)\Big|_۰^۱ \qquad P = a + \frac{b}{۲}$$

نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر کف ظرف: $F = \int_A pdA = \int_A (a + \frac{b}{۲})dA = (a + \frac{b}{۲})A \quad ; \quad F = (a + \frac{b}{۲}) \times ۲ \Rightarrow F = ۲a + b$

مثال ۱۳: با توجه به داده‌های روی شکل و با فرض این که مساحت کف هر دو مخزن به صورت افقی قرار گرفته و با هم برابر هستند، کدام یک از گزینه‌های زیر برای نیروهای وارد بر کف صحیح است؟



۱) $F_۲ = ۲۵F_۱$
۲) $F_۲ = ۵F_۱$
۳) $F_۱ = F_۲$
۴) $F_۱ = ۲۵F_۲$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» طبق تعریف فشار هیدرواستاتیک خواهیم داشت:

$$P=\rho gh \;,\; F=PA: \; h_۱=h_۲ \Rightarrow P_۱=P_۲ \;,\; A_۱=A_۲ \Rightarrow F_۱=F_۲$$

فشار موجود در هر تراز (از تراز کف) متناسب با ارتفاع ستون سیال روی آن است. مساحت کف هر دو ظرف نیز برابر است، بنابراین نیرو که برابر حاصل‌ضرب فشار در سطح مقطع است، در هر دو حالت یکسان خواهد بود.

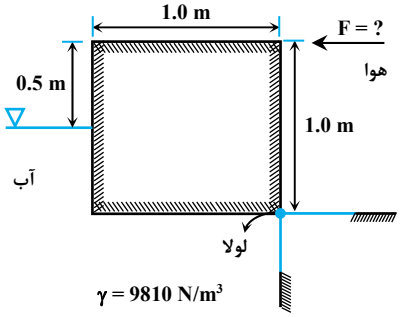
مثال ۱۴: قطعه بلوک مکعب مستطیلی به طول ۴ m در حال تعادل است. اگر سطح آب تا سطح فوقانی بلوک بالا بیاید، برای نگه‌داری بلوک در وضعیت نشان داده شده، چه نیرویی باید بر بال فوقانی آن وارد شود تا تعادل حفظ شود؟ بر حسب نیوتن (N).

۱) ۹۸۱۰

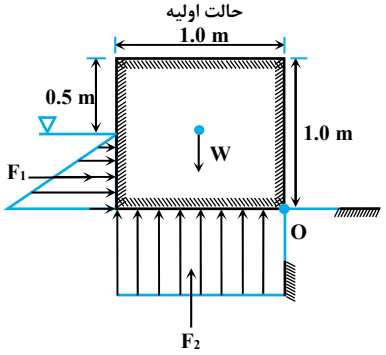
۲) ۲۴۵۲۵

۳) ۱۹۶۲۰

۴) ۱۵۵۳۲



☑ **پاسخ:** گزینه «۴»



$F_۱=\frac{۱}{۲}(۹۸۱۰\times ۰/۵\times ۴)(۰/۵)=۴۹۰۵\ (N)$: نیروی افقی وارد بر بلوک در حالت اولیه

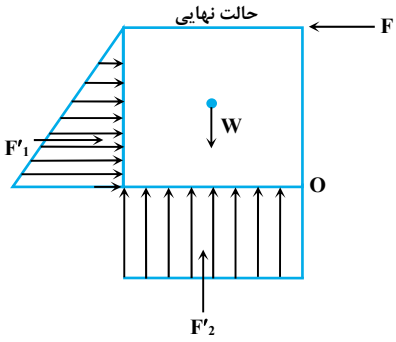
$F_۲=(۹۸۱۰\times ۰/۵\times ۴)(۱)=۱۹۶۲۰\ (N)$: نیروی عمودی وارد بر بلوک در حالت اولیه

$$+\circlearrowleft \sum M_o=۰: \; -F_۱(\tfrac{۱}{۳}\times ۰/۵)-F_۲(\tfrac{۱}{۲})+W(\tfrac{۱}{۲})=۰$$

$$W=۲۱۲۵۵\ (N)$$

ضریب $\frac{۱}{۳}$ در روابط، مربوط به مرکز اثر نیروی وارد بر صفحه مستطیلی قائم است.

محاسبه محل اثر نیروی هیدرواستاتیک برای صفحه قائم فرورفته در آب:



$$y'=\frac{h}{۲}+\frac{\frac{۱}{۱۲}bh^۳}{\frac{h}{۲}.bh}=\frac{h}{۲}+\frac{h}{۶}=\frac{۲h}{۳} \Rightarrow h-\frac{۲h}{۳}=\frac{h}{۳}$$

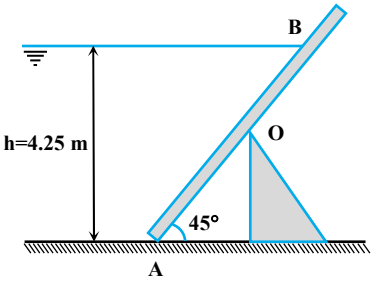
$F'_۱=\frac{۱}{۲}(۹۸۱۰\times ۱\times ۴)(۱)=۱۹۶۲۰\ (N)$: نیروی افقی وارد بر بلوک بعد از بالا آمدن آب

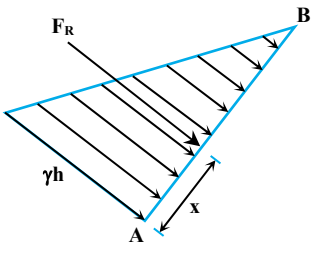
$F'_۲=(۹۸۱۰\times ۱\times ۴)(۱)=۳۹۲۴۰\ (N)$: نیروی عمودی وارد بر بلوک بعد از بالا آمدن آب

$$+\circlearrowleft \sum M_o=۰: \; -F'_۱(\tfrac{۱}{۳}\times ۱)-F'_۲(\tfrac{۱}{۲})+W(\tfrac{۱}{۲})+F(۱)=۰$$

$$F=۱۵۵۳۲/۵\ (N)$$

مثال ۱۵: یک دریچه شیب‌دار مطابق شکل حول نقطه O لولا شده و آب در پشت آن ذخیره شده است. نیروی برآیند هیدرواستاتیکی وارده بر دریچه و محل اثر آن را تعیین کنید.





www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

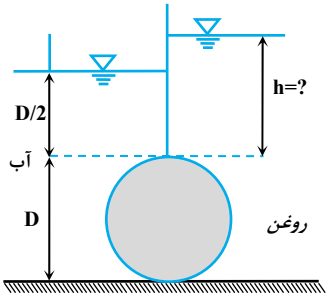
☑ پاسخ :

$AB=\frac{h}{\sin ۴۵^\circ}$ $AB=\frac{۴/۲۵}{\sin ۴۵^\circ}=۶\ (m)$ $x=\frac{۱}{۳}(AB)\Rightarrow x=۲\ (m)$ محل اعمال نیروی برآیند نسبت به پایین دریچه

$F_R=\frac{(\gamma h)(AB)}{۲}\times t$ $F_R=\frac{۱}{۲}\times ۹۸۰۶\times ۴/۲۵\times ۶\times ۱\Rightarrow F_R=۱۲۵۰۲۶/۵\ (N)$

F_R نیروی برآیند وارده بر واحد عرض دریچه است.

مثال ۱۶: اگر وزن مخصوص نسبی روغن ۰/۸ باشد، ارتفاع h چه مقدار باید باشد تا برآیند نیروی افقی وارد بر لوله استوانه‌ای شکل به قطر D صفر شود؟



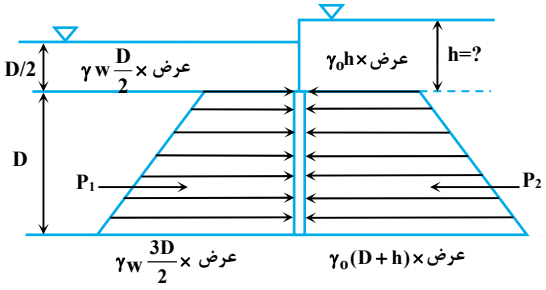
۱) $h=\frac{۵}{۳}D$

۲) $h=\frac{۳}{۴}D$

۳) $h=۱/۵D$

۴) $h=\frac{۵}{۴}D$

☑ پاسخ : گزینه «۲»



P_1 : نیروی وارد بر کره از طرف سیال سمت چپ $=\frac{(\gamma\frac{D}{۲}t+\gamma\frac{۳D}{۲}t)}{۲}\times D$

$P_۲$: نیروی وارد بر کره از طرف سیال سمت راست $=\frac{[۰/۸\gamma ht+۰/۸\gamma(D+h)t]}{۲}\times D$

در حالت تعادل : $\sum F_x=۰\Rightarrow P_۱=P_۲$

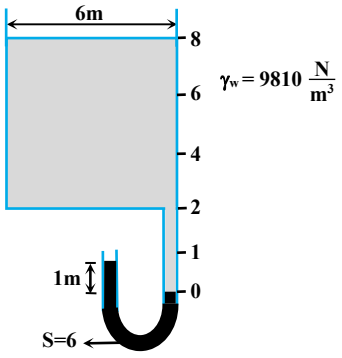
پس از حذف : $\frac{\gamma tD}{۲}$ $\frac{D}{۲}+\frac{۳D}{۲}=۰/۸h+۰/۸D+۰/۸h$

$h=\frac{۳}{۴}D$ $۱/۲D=۱/۶h$

راه حل دوم: نیروی افقی وارد بر کره از طرف سیال سمت راست $(F_h)_w=(F_h)_o$ نیروی افقی وارد بر کره از طرف سیال سمت چپ

$\gamma_w(\frac{D}{۲}+\frac{D}{۲})A=(۰/۸\gamma_w)(\frac{D}{۲}+h)A$ $D=۰/۴D+۰/۸h\Rightarrow h=\frac{۳}{۴}D$

مثال ۱۷: در شکل زیر مخزنی به ابعاد ۴ m × ۶ m × ۶m از آب پر شده و در کف بـه مـانومتری اتصال یافته است. اختلاف سطح سیال در مانومتر ۱ m و چگالی نسبی سیال در آن ۶ است. نیروی وارد بر سمت چپ بدنه مخزن از طرف آب چقدر است؟



۱) ۲۳۵/۴۴ kN

۲) ۷۰۶/۳۲kN

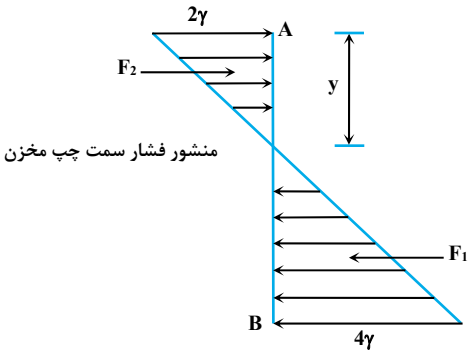
۳) ۴۵۳/۴۸ kN

۴) ۳۰۰/۲kN

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ پاسخ : گزینه «۱»



$$P_B = ۰ + ۶\gamma \times ۱ - \gamma \times ۲ = ۴\gamma \qquad P_A = ۴\gamma - \gamma \times ۶ = -۲\gamma$$

تشابه مثلث‌ها : $\frac{y}{۲\gamma} = \frac{۶-y}{۴\gamma} \Rightarrow y = ۲\ (m)$

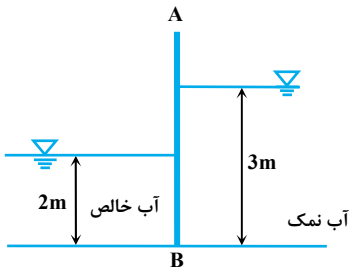
$$F_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۴\gamma \times ۴ \times ۴ = ۳۲\gamma \quad ; \quad F_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲\gamma \times ۴ \times ۲ = ۸\gamma$$

برآیند نیروی وارد بر سمت چپ بدنه مخزن از طرف آب عبارت است از:

$$R = F_۱ - F_۲ = ۳۲\gamma - ۸\gamma = ۲۴\gamma$$

$$R = ۲۴ \times ۹۸۱۰ = ۲۳۵۴۴۰\ (N) \qquad R = ۲۳۵/۴۴\ (kN)$$

مثال ۱۸: در طرف راست صفحه عمودی AB آب نمک با چگالی نسبی ۱/۰۳ و در طرف چپ آن آب خالص قرار دارد. گشتاور حول نقطهٔ B برای واحد عرض صفحه عمودی AB حدوداً برابر چند است؟



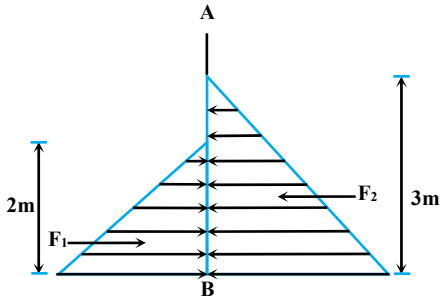
۱) ۱۳۱۳۰ N.m/m

۲) ۱۸۲۱۰ N.m/m

۳) ۲۵۸۰۰ N.m/m

۴) ۳۲۳۷۰ N.m/m

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» نیروی افقی وارد بر سمت چپ صفحه عمودی بدین قرار است:



$$F_۱ = \frac{۱}{۲}(\gamma_w \times ۲ \times ۱)(۲) = ۲\gamma_w$$

نیروی افقی وارد بر سمت راست صفحه عمودی برابر است با:

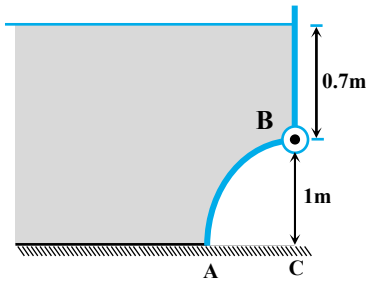
$$F_۲ = \frac{۱}{۲}(\gamma_s \times ۳ \times ۱)(۳) = ۴/۵\gamma_s$$

گشتاور نیروهای وارد بر صفحه عمودی حول B عبارت است از:

$$M_B = F_۲(\frac{۱}{۳} \times ۳) - F_۱(\frac{۱}{۳} \times ۲)$$

$$M_B = ۴/۵(۱/۰۳\gamma_w) - ۲\gamma_w(\frac{۲}{۳}) = ۳/۳\gamma_w = ۳/۳(۹۸۱۰) \Rightarrow M_B = ۳۲۳۷۳\ (N.m)$$

مثال ۱۹: نیروی وارده از طرف آب به دریچه AB را که به شکل ربع‌استوانه است به دست آورید؟ عرض دریچه m ۱/۳ است. ارتفاع مرکز فشار از سطح زمین چقدر است؟

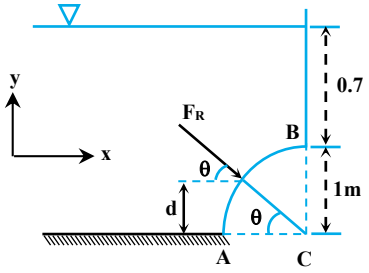


☑ **پاسخ :**

$$F_x = P_c A_x = \gamma h_c A_x$$

مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه AB : $F_x = (۹۸۰۶)(۰/۷ + ۰/۵)(۱ \times ۱/۳) = ۱۵۲۹۷/۴\ (N)$

مؤلفه قائم نیروی وارد بر دریچه AB : $F_y = w = \gamma V$



$$F_y = (۹۸۰۶)[(۱/۷ \times ۱) - \frac{\pi}{۴} \times (۱)^۲](۱/۳) = ۱۱۶۵۹/۲\ (N)$$

نیروی برآیند وارد بر دریچه AB : $F_R = \sqrt{F_x^۲ + F_y^۲} = ۱۹۲۳۴\ (N)$

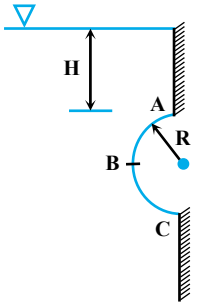
زاویه نیروی برآیند وارد بر دریچه AB با سطح افق : $\theta = \tan^{-۱}\frac{F_y}{F_x} = ۳۷/۳^\circ$

ارتفاع مرکز فشار از سطح زمین : $d = R\sin\theta = ۰/۶\ (m)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۰: نیروهای افقی و قائم وارده از طرف سیال بر سطح دریچه نیم‌استوانه ABC را به دست آورید؟ عرض دریچه را L در نظر بگیرید.



پاسخ :

نیروی افقی وارد بر دریچه ABC : $F_h = \gamma h_c A$　　$F_h = \gamma(H+R)(2RL)$

جهت نیروی افقی از چپ به راست است.

نیروی عمودی وارد بر سطح AB : $(F_v)_{AB} = \gamma V_{AB}$　　$(F_v)_{AB} = \gamma[(H+R)R - \frac{1}{4}\pi R^2]L$

جهت نیروی قائم وارده بر قسمت AB از بالا به پایین است.

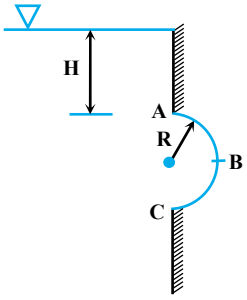
نیروی عمودی وارد بر سطح BC: $(F_v)_{BC} = \gamma V_{BC}$　　$(F_v)_{BC} = \gamma[(H+R)R + \frac{1}{4}\pi R^2]L$

جهت نیروی قائم وارده بر قسمت BC از پایین به بالا است.

نیروی عمودی وارد بر دریچه ABC: $(F_v)_{tot.} = (F_v)_{BC} - (F_v)_{AB} = \gamma(V_{BC} - V_{AB}) = \gamma(\frac{1}{2}\pi R^2)L$

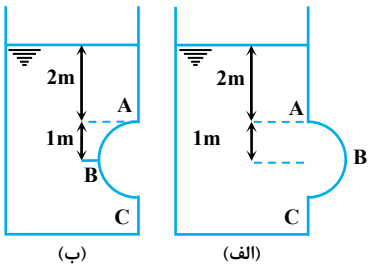
جهت نیروی قائم برآیند از پایین به بالا است.

مثال ۲۱: مسأله قبل را برای شکل مقابل حل کنید.



پاسخ : مقدار و جهت نیروی افقی مانند مسأله قبل است. مقدار نیروی قائم برآیند نیز مانند مسأله قبل است ولی جهت آن از بالا به پایین است، زیرا نیروی قائم وارده بر قسمت AB رو به بالا و نیروی قائم وارده بر قسمت BC رو به پایین است.

مثال ۲۲: با مقایسه شکل‌های «الف» و «ب» گزینه صحیح را انتخاب نمایید. شعاع دریچه ABC در هر دو حالت مساوی ۱ m و طول آن ۱ m و ارتفاع آب بالای دریچه ۲ m می‌باشد.



۱) مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه ABC از نظر کمیت مساوی ولی در دو جهت مخالف می‌باشند.

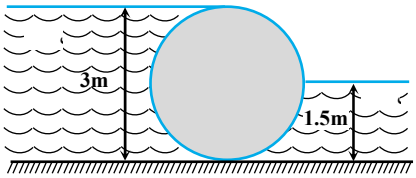
۲) مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه ABC در حالت «الف» کوچک‌تر از حالت «ب» می‌باشد.

۳) مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه ABC در حالت «الف» بزرگ‌تر از حالت «ب» می‌باشد.

۴) مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه ABC در هر دو حالت از نظر کمیت و جهت مساوی می‌باشند.

پاسخ : گزینه «۴» مؤلفه افقی نیروی وارد بر دریچه، عبارت از حاصل‌ضرب فشار مرکز سطح در سطح تصویر شده در صفحه عمود بر سطح آزاد است و لذا در هر دو حالت از نظر کمیت و جهت (به طرف راست) یکسان هستند.

مثال ۲۳: مطابق شکل مقابل سرریز استوانه‌ای برای کنترل سطح آب به کار می‌رود. قطر این استوانه ۳ m و طول آن ۶ m است. نیروی برآیند وارده از طرف سیال‌ها به سرریز را به دست آورید.



پاسخ :

$F_h = \gamma h_c A$　　$F_v = W = \gamma V$

نیروی افقی وارد بر استوانه از طرف سیال سمت چپ: $(F_h)_L = (۹۸۰۶)(\frac{۳}{۲})(۳\times۶) = ۲۶۴۷۶۲\ (N)$

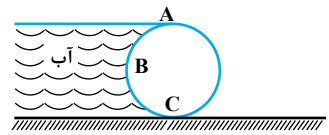
نیروی افقی وارد بر استوانه از طرف سیال سمت راست: $(F_h)_R = (۹۸۰۶)(\frac{۱/۵}{۲})(۱/۵\times۶) = ۶۶۱۹۰/۵\ (N)$

نیروی افقی کل وارد بر استوانه: $(F_h)_{tot.} = (F_h)_L - (F_h)_R \Rightarrow (F_h)_{tot.} = ۱۹۸۵۷۱/۵\ (N)$

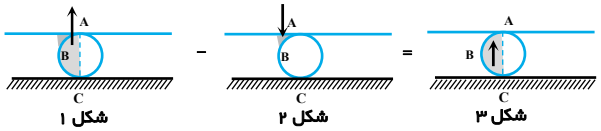
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

برای محاسبه نیروی قائم وارد بر استوانه از طرف سیال سمت چپ به صورت زیر داریم:

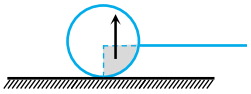


مطابق شکل ۱ بر سطح AB نیرویی رو به سمت پایین و مطابق شکل ۲ بر سطح BC نیرویی رو به سمت بالا وارد می‌شود. لذا برآیند این دو نیرو، نیروی قائم وارد شده بر استوانه از طرف سیال سمت چپ را نتیجه می‌دهد که برابر با وزن سیال هم‌حجم نیم‌استوانه و رو به بالا است (شکل ۳).



$(F_v)_L = (۹۸۰۶)(\frac{\pi}{۸}\times ۳^۲)(۶) = ۲۰۷۹۴۳/۶\ (N)$: نیروی قائم وارد بر استوانه از طرف سیال سمت چپ

برای محاسبه نیروی قائم وارد بر استوانه از طرف سیال سمت راست فقط یک نیرو به سمت بالا داریم (شکل مقابل):

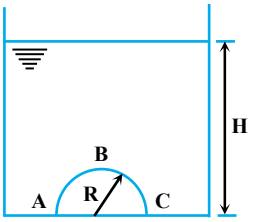


$(F_v)_R = (۹۸۰۶)(\frac{\pi}{۴}\times ۱/۵^۲)(۶) = ۱۰۳۹۷۱/۸(N)$

چون دو نیروی $(F_v)_L$ و $(F_v)_R$ به سمت بالا هستند، لذا برآیند نیروی قائم برابر است با:

$$(F_v)_{tot.} = (F_v)_L + (F_v)_R \Rightarrow (F_v)_{tot.} = ۳۱۱۹۱۵/۴\ (N)$$

مثال ۲۴: نیروهای افقی و قائم وارده از طرف سیال بر دریچه نیم‌کره‌ای شکل مقابل را به دست آورید.

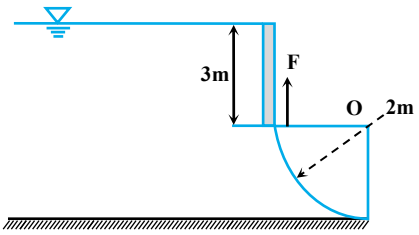


☑ **پاسخ :**

نیروهای افقی وارده بر قسمت AB و BC مساوی و خلاف جهت بوده و لذا نیروی افقی برآیند صفر است (به عبارت دیگر تصویر خالص دریچه بر صفحه قائم صفر است).

$$F_v = \gamma V = \gamma[\pi R^۲ H - \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)]$$

مثال ۲۵: دریچه‌ای به شعاع ۲ متر و عرض ۲ متر مطابق شکل در نقطه O لولا شده است. اگر از وزن دریچه صرف‌نظر کنیم، نیروی لازم برای باز کردن این دریچه چند کیلونیوتن است؟



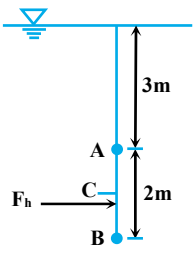
۱) ۱۷۹/۳

۲) ۱۷/۹۳

۳) صفر

۴) ۱۵۶/۹

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» نیروی افقی وارد بر دریچه:



$$F_h = \gamma \bar{h}_c A = \gamma(۳ + \frac{۲}{۲})(۲\times ۲) = ۱۶\gamma$$

فاصله محل اثر نیروی افقی تا سطح آزاد سیال:

$$y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} = ۴ + \frac{\frac{(۲)^۴}{۱۲}}{۴\times ۴} = ۴/۰۸۳\ (m)$$

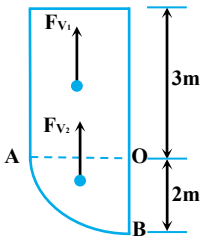
وزن سیال مجازی تا سطح آزاد فرضی $F = W$: نیروی عمودی وارد بر دریچه

$F = F_{v_۱} + F_{v_۲}$: نیروی قائم وارد بر دریچه

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در رابطه مذکور F_{V_2} وزن سیال مجازی قسمت ربع دایره و F_{V_1} وزن سیال مجازی قسمت مستطیل شکل از نقطه o تا سطح آزاد فرضی می‌باشد.



$$F_{V_1} = W_1 = \gamma V_1 = \gamma(3\times 2\times 2) = 12\gamma$$

o فاصله محل اثر نیروی قائم F_{V_1} تا لولای $= \frac{2}{2} = 1(m)$

$$F_{V_2} = W_2 = \gamma V_2 = \gamma(\frac{\pi}{4}\times 2^2\times 2) = 2\pi\gamma$$

o فاصله محل اثر نیروی قائم F_{V_2} تا لولای $= \frac{4r}{3\pi} = \frac{8}{3\pi}(m)$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = F_h(4/083-3) - F_{V_1}(\frac{2}{2}) - F_{V_2}(\frac{4\times 2}{3\pi}) - F(2) = 16\gamma\times 1/083 - 12\gamma - 2\pi\gamma\times\frac{8}{3\pi} - 2F = -0/0053\gamma - 2F < 0$$

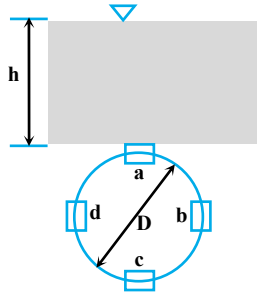
بنابراین دریچه خود به خود باز می‌شود، یعنی: $F = 0$.

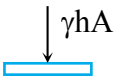
راه حل دوم: چون از وزن دریچه صرف‌نظر شده و خط اثر نیروی برآیند وارده از طرف آب بر دریچه از محور چرخش (نقطه o) می‌گذرد، لذا هیچ گشتاوری حول آن محور ایجاد نمی‌کند. بنابراین نیروی لازم برای باز کردن دریچه صفر است.

مثال ۲۶: یک ظرف کروی را از آب پر کرده و درب آن را می‌بندیم، سپس کره را در یک استخر آب رها می‌سازیم. به دلیل حرکت کره وضعیت دریچه نیز تغییر می‌کند. برآیند نیروهای وارد بر دریچه:

۱) در حالتی که دریچه در زیر کره قرار بگیرد بیشتر خواهد بود.
۲) در حالتی که دریچه در بالای کره قرار بگیرد بیشتر خواهد بود.
۳) در حالتی که دریچه در پهلو قرار بگیرد بیشتر خواهد بود.
۴) تنها به عمق محل قرار گرفتن کره بستگی دارد.

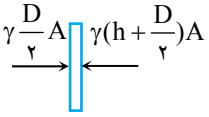
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» نیروی وارد بر دریچه زمانی که در بالای کره قرار گیرد (a):



(a) 

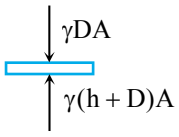
$$\sum F = \gamma hA$$

نیروی وارد بر دریچه زمانی که در پهلو قرار گیرد (b,d):

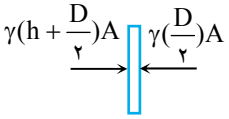
(b) 

$$\sum F = \gamma hA$$

نیروی وارد بر دریچه زمانی که در زیر قرار گیرد (c):

(c) 

$$\sum F = \gamma hA$$

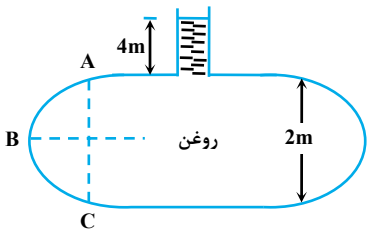
(d) 

$$\sum F = \gamma hA$$

لذا در همه حالت‌ها داریم:

بنابراین، برآیند نیروها فقط به عمق محل قرار گرفتن کره (h) بستگی دارد.

مثال ۲۷: در شکل زیر، تانک استوانه‌ای و لوله متصل به آن دارای روغن با چگالی نسبی $S = 0/8$ است. اگر سطح ABC یک نیم‌کره باشد، نیروی افقی وارد بر آن چند نیوتن است؟



۱) ۱۲۳۰۸۸　　۲) ۱۳۹۵۱۱
۳) ۱۵۳۸۶۰　　۴) ۱۶۴۲۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

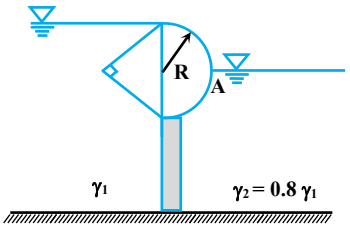
نیروی افقی وارد بر سطح ABC: $F_x = \gamma_{oil} h_c A = S_{oil}\gamma_w h_c \frac{\pi D^2}{4}$

$$F_x = 0/8\times 10000\times 9/8\times(1+4)\times\frac{3/14}{4}(2)^2 \Rightarrow F_x = 123088\ (N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۸: دریچه‌ای که مقطع آن از یک نیم‌مربع و یک نیم‌دایره به شعاع **R** تشکیل شده، دو سیال γ_1 و γ_2 را از هم جدا کرده است. در نقطه **A** چه نیروی افقی به دریچه وارد می‌شود؟



۱) $۲/۲\gamma_1 R^۲$

۲) $۱/۶\gamma_1 R^۲$

۳) $\gamma_1 R^۲(۱-۰/۲\pi)$

۴) $\gamma_1 R^۲(۱+۰/۲\pi)$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

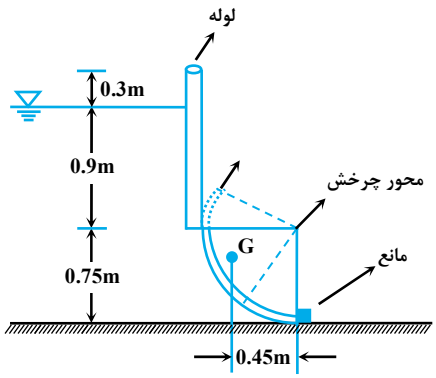
نیروی افقی وارد بر سمت چپ دریچه: $(F_x)_L = \gamma_1 h_{c_1} A_1 = \gamma_1 \times R \times (۲R \times ۱) = ۲\gamma_1 R^۲$

نیروی افقی وارد بر سمت راست دریچه: $(F_x)_R = \gamma_۲ h_{c_۲} A_۲ = ۰/۸\gamma_1 \times \frac{R}{۲} \times (R \times ۱) = ۰/۴\gamma_1 R^۲$

تعادل: $\sum F_x = ۰ : \ (F_x)_L - (F_x)_R - F_A = ۰$

$F_A = ۲\gamma_1 R^۲ - ۰/۴\gamma_1 R^۲ \qquad F_A = ۱/۶\gamma_1 R^۲$

مثال ۲۹: در شکل دریچه‌ای قطاعی به وزن ۵۰۰ کیلوگرم بر متر که بر **G** اثر می‌کند نشان داده شده است. در این حالت برای باز کردن دریچه، ممان پیچشی لازم بر متر را تعیین کنید؟



۱) صفر

۲) ۱/۰۲kN.m

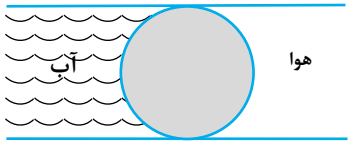
۳) ۲/۲۱kN.m

۴) ۳/۵۹kN.m

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» همان طور که در راه حل دوم مثال ۳۰ بیان شد، نیروهای هیدرواستاتیک وارده بر دریچه قطاعی بر سطح آن عمود هستند و لذا امتداد آن‌ها از محور چرخش می‌گذرد. در نتیجه ممان پیچشی لازم فقط باید بر گشتاور نیروی وزن غلبه کند.

$M = ۵۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۰/۴۵ \Rightarrow \ M = ۲۲۰۷ \ (N.m) \simeq ۲/۲۱ \ (kN.m)$

مثال ۳۰: در شکل زیر استوانه‌ای به قطر **۲m** و طول **۴m** قرار دارد. اگر وزن سیلندر برابر $۲\rho\pi g$ (ρ دانسیته آب است) باشد، برآیند نیروهای عمودی وارد بر سیلندر چقدر است؟



۱) $\rho\pi$

۲) $۲\rho\pi$

۳) $۳\rho\pi$

۴) صفر

☑ **پاسخ :** گزینه «۴»

برآیند نیروهای عمودی وارده بر استوانه: $\sum F_y = F_B - W$

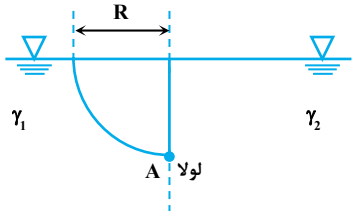
وزن آب هم‌حجم نیمه‌استوانه = نیروی شناوری $\qquad F_B = \rho g[\frac{۱}{۲} \times \frac{\pi}{۴}(۲)^۲](۴)$

$F_B = ۲\rho g\pi \quad \Rightarrow \sum F_y = ۲\pi\rho g - ۲\rho\pi g = ۰$

www.modaresanesharif.ac.ir

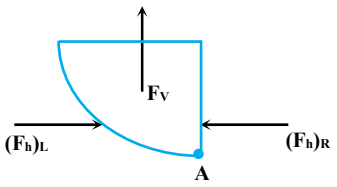
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۱: یک دریچه قطاعی به شکل ربع‌استوانه و به شعاع R، مطابق شکل در کف A لولا شده است. در طرفین این دریچه دو نوع مـایع بـه وزن مخصوص‌های γ_2 و γ_1 قرار دارند. با صرف‌نظر کردن از وزن دریچه، برای برقراری تعادل نسبت $\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ چقدر است؟ (طول دریچه واحد فرض شود.)



۱) ۱
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»



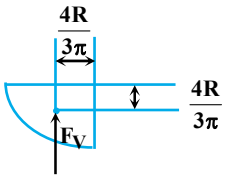
نیروی عمودی وارد بر دریچه: $F_V = W = \gamma V$ — نیروی افقی وارد بر دریچه: $F_h = \gamma h_c A$

به طرف راست $(F_h)_L = \gamma_1(\frac{R}{۲})(R\times ۱) = \frac{۱}{۲}\gamma_1 R^۲$

به طرف چپ $(F_h)_R = \gamma_2(\frac{R}{۲})(R\times ۱) = \frac{۱}{۲}\gamma_2 R^۲$

به طرف بالا $F_V = \gamma_1(\frac{۱}{۴}\pi R^۲)(۱) = \frac{۱}{۴}\pi\gamma_1 R^۲$

این نیرو به مرکز سطح قطاع به شکل مقابل وارد می‌شود:



فاصله محل اثر نیروهای افقی وارد بر دریچه از سطح آزاد: $y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} = \frac{R}{۲} + \frac{\frac{۱}{۱۲}(۱)(R)^۳}{\frac{R}{۲}(R\times ۱)} = \frac{۲}{۳}R$

با استفاده از منشور فشار نیز به این جواب می‌توان رسید.

$$+\circlearrowleft \sum M_A = ۰: \quad -(F_h)_L\times\frac{R}{۳} - F_v\times\frac{۴R}{۳\pi} + (F_h)_R\times\frac{R}{۳} = ۰$$

$$(\frac{۱}{۲}\gamma_1 R^۲)(\frac{R}{۳}) + (\frac{\pi}{۴}\gamma_1 R^۲)(\frac{۴R}{۳\pi}) = (\frac{۱}{۲}\gamma_2 R^۲)(\frac{R}{۳}) \quad \frac{۱}{۶}\gamma_1 + \frac{۱}{۳}\gamma_1 = \frac{۱}{۶}\gamma_2 \quad \frac{۱}{۲}\gamma_1 = \frac{۱}{۶}\gamma_2 \Rightarrow \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{۱}{۳}$$

مثال ۳۲: بر زیر یک گنبد به شکل نیم‌کره به شعاع $R = ۱m$، فشار هوای متراکم به مقدار $۲bar$ وارد می‌شود. حداقل وزن گنبد چقدر باید باشـد تا تحت تأثیر برآیند نیروهای فشاری قائم، گنبد به طرف بالا بلند نشود؟ (شتاب ثقل $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

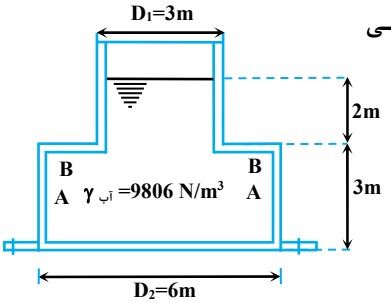
۱) ۶۲۸kN
۲) ۶۲/۸kN
۳) ۶/۲۸kN
۴) ۰/۶۲۸kN

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

در حالت تعادل: $W = PA = P(\pi r^۲)$

$$W = ۲bar\times\frac{۱۰^۵\frac{N}{m^۲}}{۱bar}\times\pi(۱)^۲(m^۲) \Rightarrow W = ۶۲۸/۳\ (kN)$$

مثال ۳۳: مخزن استوانه‌ای مطابق شکل از آب بر روی کف خود به جایی بسته شده است. تنش کششـی در دیواره‌های AA برابر چند $N/cm^۲$ است؟ (توجه: ضخامت مخزن ۵ میلی‌متر است.)



۱) ۲۴۰۰
۲) ۴۴۱
۳) ۳۲۰
۴) ۲۱۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای پیدا کردن تنش کششی در دیواره AA باید نیروی وارده از طرف آب بر سطح افقی BB را تعیین کنیم. لذا نیروی حاصله از ارتفاع آب را بر تفاضل دو سطح دایره به قطرهای D_2 و D_1 به دست می‌آوریم.

$$F = PA = \gamma h(A_۲ - A_۱) = ۹۸۰۶\times۲\times\frac{\pi}{۴}(۶^۲ - ۳^۲) \Rightarrow F = ۴۱۵۸۸۷/۲\ (N)$$

تنش کششی در دیواره AA: $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi Dt} = \frac{۴۱۵۸۸۷/۲}{\pi\times۶\times۰/۰۰۵} = ۴۴۱/۳\times۱۰^۴(\frac{N}{m^۲}) \Rightarrow \sigma = ۴۴۱(\frac{N}{cm^۲})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۴: یک بالون هلیوم با قطر ۳ متر موجود است. اگر بالون به صورت کره باشد و فشار هوا یک اتمسفر و دمای هوا $25^{\circ}C$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) بلند شدن بالون از زمین در هیچ شرایطی امکان‌پذیر نیست.

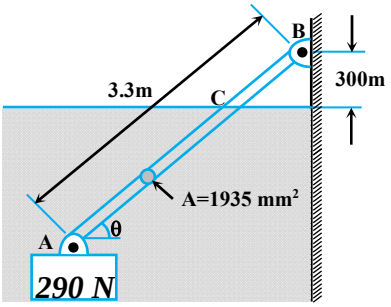
۲) اگر از وزن پوسته پلاستیکی بالون صرف‌نظر شود، بالون از زمین بلند می‌شود.

۳) بلند شدن بالون با هر وزنی از پوسته پلاستیکی امکان‌پذیر است.

۴) اگر از وزن پوسته پلاستیکی صرف‌نظر نشود بالون از زمین بلند نمی‌شود.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» گاز هلیوم از هوا سبک‌تر است و لذا بلند شدن بالون از زمین به وزن پوسته پلاستیکی آن بستگی دارد.

مثال ۳۵: بلوکی از یک ماده به حجم $0/028\,m^3$ و وزن $290\,N$ در آب غوطه‌ور است. یک میله چوبی به طول $3/3\,m$ و سطح مقطع $1935\,mm^2$ از یک طرف به بلوک و از طرف دیگر به دیواره متصل شده است. اگر وزن میله $13\,N$ باشد، در حالت تعادل زاویه θ چقدر خواهد بود؟



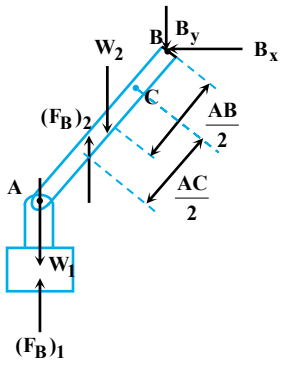
☑ **پاسخ :**

$$\overline{AC} = 3/3 - \frac{0/3}{\sin\theta}$$

$$(F_B)_1 = \gamma_w V = (9806)(0/028) = 274/6\ (N)$$: نیروی شناوری وارد بر بلوک از طرف سیال

$$(F_B)_2 = \gamma_w A(\overline{AC}) = (9806)(1935\times10^{-6})(3/3 - \frac{0/3}{\sin\theta}) = 18/97(3/3 - \frac{0/3}{\sin\theta})$$: نیروی شناوری وارد بر میله از طرف سیال

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر میله در شکل زیر نشان داده شده است:



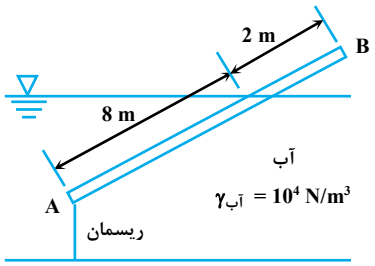
$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0:$$

$$(290 - 274/6)(3/3\cos\theta) + (13)(\frac{3/3}{2}\cos\theta)$$

$$-18/97(3/3 - \frac{0/3}{\sin\theta})\times[\frac{1}{2}(3/3 - \frac{0/3}{\sin\theta}) + \frac{0/3}{\sin\theta}]\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 9/55^{\circ}$$

توجه شود که مرکز اثر نیروی شناوری وارد بر میله، $(F_B)_2$، مرکز حجمی $\overline{AC}$ است.

مثال ۳۶: قطعه چوب AB توسط ریسمانی به کف متصل است. وزن مخصوص قطعه چوب چند kN/m^3 است؟



۱) ۲/۵

۲) ۶/۴

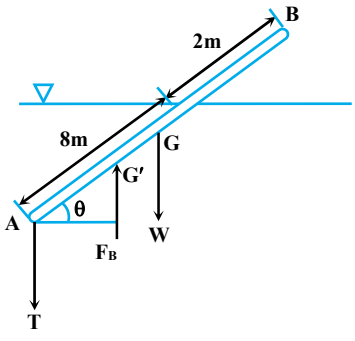
۳) ۷/۲

۴) ۱۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

وزن قطعه چوب AB : $W = \gamma_{\text{چوب}}.V = (\gamma_{\text{چوب}} \times A \times 10)$

نیروی شناوری وارد بر قطعه چوب AB : $F_B = \gamma_{\text{آب}}.V' = (\gamma_{\text{آب}} \times A \times 8)$



$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0: \quad -W(\frac{10}{2})\cos\theta + F_B(\frac{8}{2})\cos\theta = 0$$

$$10\gamma_{\text{چوب}} A\times5\cos\theta = 8\gamma_{\text{آب}} A\times4\cos\theta \qquad \frac{\gamma_{\text{چوب}}}{\gamma_{\text{آب}}} = \frac{32}{50} = 0/64$$

$$\gamma_{\text{چوب}} = 0/64\times10^4 = 6400\,(\frac{N}{m^3}) \Rightarrow \gamma_{\text{چوب}} = 6/4\,(\frac{kN}{m^3})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۷: **یک ظرف خالی را به طور وارونه به درون مایع فشار داده و در ارتفاع خاصی نگه می‌داریم. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟**

۱) اگر دست خود را از روی ظرف برداریم، ظرف به سمت بالا حرکت می‌کند.

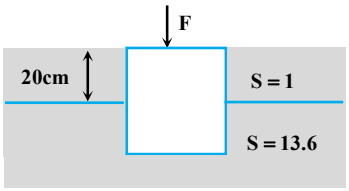
۲) اگر دست خود را از روی ظرف برداریم، بسته به موقعیت، ظرف ممکن است به سمت پایین یا بالا حرکت کند و یا در محل خود ثابت بماند.

۳) اگر دست خود را از روی ظرف برداریم، ظرف به سمت پایین حرکت می‌کند.

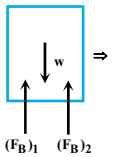
۴) اگر دست خود را از روی ظرف برداریم، ظرف در محل خود ثابت می‌ماند.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با فرو رفتن ظرف خالی به درون مایع، نیروی شناوری برابر وزن مایع جابه‌جا شده هم‌حجم هوای محبوس در راستای قائم و رو به بالا به ظرف وارد می‌شود و لذا با برداشتن دست از روی ظرف، به سمت بالا حرکت می‌کند.

مثال ۳۸: **یک بلوک مکعب مستطیل به ارتفاع ۳۰ سانتی‌متر و سطح مقطع ۰/۱ متر مربع تا ۰/۲۵ متر در سیالی شناور شده که ۲۰ سانتی‌متر بالای سیال آب و بقیه جیوه است. چه نیرویی بر حسب نیوتن بر بالای این بلوک وارد شود تا کل بلوک به صورت شناور درآید؟ (s = ۱۳/۶ جیوه)**



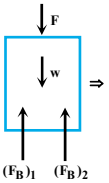
☑ **پاسخ :** برای حالت اول (قبل از اعمال نیروی خارجی F) داریم:



نیروی شناوری ناشی از جیوه + نیروی شناوری ناشی از آب = وزن بلوک

$$W = ۹۸۱۰(۰/۱\times۰/۲) + (۱۳/۶\times۹۸۱۰)(۰/۱\times۰/۰۵) = ۸۶۳/۳\,(N)$$

برای حالت دوم (بعد از اعمال نیروی خارجی F) داریم:



نیروی شناوری ناشی از جیوه + نیروی شناوری ناشی از آب = وزن بلوک + نیروی وارد بر بلوک

$$F + ۸۶۳/۳ = ۹۸۱۰(۰/۱\times۰/۲) + (۱۳/۶\times۹۸۱۰)(۰/۱\times۰/۱) \Rightarrow F = ۶۶۷/۱(N)$$

مثال ۳۹: **اسکله‌ای چوبی به ابعاد ۰/۵×۲×۴ متر با چگالی نسبی ۰/۵ تحت نیرویی معادل ۴۰۰kgf در آب شناور است. عمق غوطه‌وری اسکله چوبی برابر است با:**

۱) ۰/۱ متر ۲) ۰/۳ متر ۳) ۰/۲ متر ۴) ۰/۴ متر

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

در حالت شناوری (تعادل): $\sum F = ۰ \qquad F_B - W - F = ۰$

نیروی شناوری وارد بر اسکله چوبی: $F_B = \gamma_w V' = ۹۸۱۰(۴\times۲\times Z) = ۷۸۴۸۰Z\ (N)$

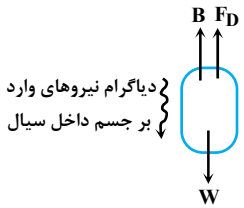
وزن اسکله چوبی: $W = S\gamma_w V = ۰/۵\times۹۸۱۰(۴\times۲\times۰/۵) = ۱۹۶۲۰\ (N)$

نیروی خارجی وارد بر اسکله: $F = ۴۰۰g = ۴۰۰\times۹/۸۱ = ۳۹۲۴\ (N) \qquad ۷۸۴۸۰Z = ۱۹۶۲۰ + ۳۹۲۴ \Rightarrow Z = ۰/۳\ (m)$

مثال ۴۰: **جسمی به چگالی ویژه ۳ در داخل آب ساکن رها می‌شود. مقدار شتاب اولیه آن بر حسب شتاب ثقل با کدام گزینه منطبق است؟**

۱) $a \geq ۲\frac{g}{۳}$ ۲) $a < ۲\frac{g}{۳}$ ۳) $a = ۲\frac{g}{۳}$ ۴) $a > ۲\frac{g}{۳}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»



$$\sum F = ma \qquad W - B = ma \qquad ۳\rho Vg - \rho Vg = ۳\rho Va \Rightarrow a = \frac{۲}{۳}g$$

شتاب فوق نشان‌دهنده شتاب اولیه جسم است، ولی با حرکت جسم و اعمال نیروی دراگ، شتاب حرکت جسم کمتر از شتاب اولیه خواهد شد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

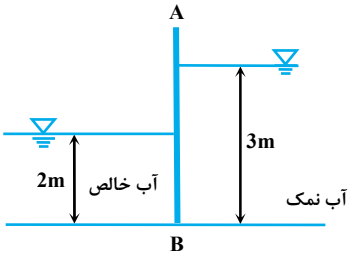
مثال ۴۱: در طرف راست صفحهٔ عمودی **AB** آب نمک با چگالی نسبی ۱/۰۳ و در طرف چپ آن آب خالص قرار دارد. گشتاور حول نقطـه **B** بـرای واحد عرض صفحه عمودی **AB** حدوداً برابر چند است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۷۷)

۱) $۱۳۱۳۰\ N.m/m$

۲) $۱۸۲۱۰\ N.m/m$

۳) $۲۵۸۰۰\ N.m/m$

۴) $۳۲۳۷۰\ N.m/m$

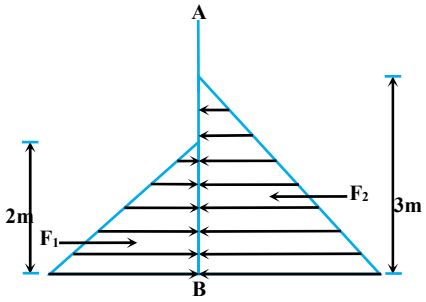


پاسخ: گزینه «۴» نیروی افقی وارد بر سمت چپ صفحهٔ عمودی:

$$F_۱ = \frac{۱}{۲}(\gamma_W \times ۲ \times ۱)(۲) = ۲\gamma_W$$

نیروی افقی وارد بر سمت راست صفحه عمودی:

$$F_۲ = \frac{۱}{۲}(\gamma_S \times ۳ \times ۱)(۳) = ۴/۵\gamma_S$$



گشتاور نیروهای وارد بر صفحه عمودی حول B:

$$M_B = F_۲(\frac{۱}{۳} \times ۳) - F_۱(\frac{۱}{۳} \times ۲)$$

$$M_B = ۴/۵(۱/۰۳\gamma_W) - ۲\gamma_W(\frac{۲}{۳}) = ۳/۳\gamma_W = ۳/۳(۹۸۱۰) \Rightarrow M_B = ۳۲۳۷۳\ (N.m)$$

مثال ۴۲: در مورد سرعت حد در حرکت یک جسم در شتاب ثقل، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) سرعت در طول حرکت ثابت و شتاب صفر می‌باشد.

۲) تعادل بین نیروهای وزن، شناوری و پسا (Drag) وجود دارد و شتاب صفر می‌باشد.

۳) نیروی وزن با نیروی پسا (Drag) برابر و شتاب صفر می‌باشد.

۴) نیروی وزن، نیروی شناوری و نیروی پسا (Drag) برابر بوده و شتاب صفر می‌باشد.

پاسخ: گزینه «۲» در حرکت یک جسم در داخل سیال با افزایش سرعت، نیروی درگ افزایش یافته و شتاب کاهش می‌یابد. در نهایت بـین نیروهـای وزن، شناوری و درگ تعادل برقرار شده، شتاب صفر و سرعت یکنواخت می‌شود که به آن سرعت حد می‌گویند.

مثال ۴۳: کدام جمله در مورد عبارت «سطوح افقی سیالات غیرقابل تراکم، دارای فشارهای یکسان هستند» صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) در مورد سیالات ساکن صادق است.

۲) بستگی به نوع سیال دارد و نمی‌توان قضاوت کلی در مورد آن داشت.

۳) علاوه بر سیالات ساکن در مورد سیالات دارای حرکت نیز صادق است.

۴) در حالتی که سرعت سیال نسبت به جداره ظرف صفر باشد.

پاسخ: گزینه «۱» در سیالات ساکن تراکم‌ناپذیر (هیدرواستاتیک)، سطوح افقی دارای فشارهای یکسان هستند (زیرا فشار فقط به ارتفاع از سـطح آزاد مـایع بستگی دارد).

مثال ۴۴: عبارت $P_x = P_y = P_z$ در سیال ساکن چه چیزی را نشان می‌دهد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) فشار در راستای افقی تغییر نمی‌کند.

۲) فشار فقط در راستای افقی تغییر می‌کند.

۳) فشار در یک نقطه در تمامی جهات برابر است.

۴) فشار در دو نقطه درون سیال با هم برابر است.

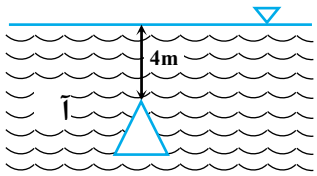
پاسخ: گزینه «۳» عبارت $P_x = P_y = P_z$ در سیال ساکن نشان می‌دهد که فشار در یک نقطه در تمامی جهت‌ها برابر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۵: یک صفحه مثلثی شکل به ضلع ۵۰cm مطابق شکل، در داخل آب قرار گرفته است. نیروی وارد شده بر یک طرف صفحه چند N است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲, \rho_w = ۱۰۰۰ kg/m^۳)$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)



۱) ۴۲۸۸۶/۷
۲) ۴۶۴۲/۵
۳) ۴۶۴/۲۵
۴) ۴/۶۴۲

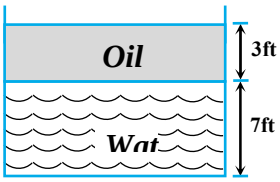
پاسخ: گزینه «۲» فاصله مرکز سطح مثلث از رأس بالایی: $\frac{۲h}{۳}$

$$F_R = \gamma h_c A \qquad F_R = \rho g(۴ + \frac{۲h}{۳})(\frac{bh}{۲})$$

$$F_R = (۱۰۰۰ \times ۱۰)(۴ + \frac{۲}{۳} \times ۰/۵ \sin ۶۰^\circ)(\frac{۰/۵ \times ۰/۵ \sin ۶۰^\circ}{۲}) \Rightarrow F_R = ۴۶۴۲/۶ \, (N)$$

مثال ۴۶: روغن مطابق شکل بر روی آب در تانکی ریخته شده است. فشار در پایین تانک چند kpa است؟ (دانسیته‌های آب و روغن بر حسب $\frac{lb_m}{ft^۳}$ به ترتیب ۶۲/۴ و ۵۰/۷ می‌باشند.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)



۱) ۲۸/۱
۲) ۲/۸۱
۳) ۲۸۱
۴) ۰/۲۸۱

پاسخ: گزینه «۱»

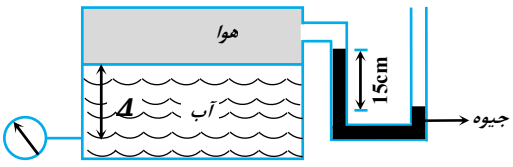
فشار ناشی از روغن + فشار ناشی از آب = فشار در پایین تانک

$$P_g = \gamma_w h_w + \gamma_o h_o \qquad P_g = \gamma_w (h_w + S_o h_o) \qquad S_o = \frac{\gamma_o}{\gamma_w} = \frac{۵۰/۰۷}{۶۲/۴} = ۰/۸۰$$

$$۱ \, (ft) = ۰/۳۰۴۸ \, (m) \qquad P_g = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ (۷ \times ۰/۳۰۴۸ + ۰/۸ \times ۳ \times ۰/۳۰۴۸) \Rightarrow P_g = ۲۸۱۰۶/۸ \, (pa) \simeq ۲۸/۱ \, (kpa)$$

مثال ۴۷: در شکل زیر فشارسنج چه فشاری را نشان می‌دهد؟ (چگالی آب $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و چگالی جیوه $۱۳۶۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ می‌باشد.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



۱) ۰/۲ بار نسبی
۲) ۰/۲ بار مطلق
۳) ۰/۶ بار نسبی
۴) ۰/۶ بار مطلق

پاسخ: گزینه «۱» فشارسنج فشار نسبی را نشان می‌دهد و لذا فشار نسبی هوا صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$P_g - \gamma_w h_w + \gamma_{Hg} h_{Hg} = ۰$$

$$P_g = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۴ - ۱۳۶۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۰/۱۵ \Rightarrow P_g = ۱۹۲۲۷/۶ \, (pa) = ۰/۱۹ \, (bar)$$

مثال ۴۸: کدام عبارت در مورد «منشور فشار» صحیح است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) برای یافتن مرکز سطح از آن استفاده می‌شود.
۲) مجموعه قواعدی است که در رابطه با فشار موجود است.
۳) فشاری است که ستون مایع در یک منشور به قاعده آن وارد می‌نماید.
۴) به حجم حاصل از توزیع فشار روی صفحه در تماس با مایع اطلاق می‌شود.

پاسخ: گزینه «۴» منشور فشار عبارت از حجم حاصل از توزیع فشار روی صفحه در تماس با مایع است.

www.modaresanesharif.ac.ir

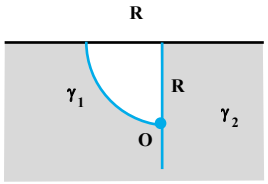
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۹: برآیند نیروهای وارد بر صفحه غیرافقی در تماس با مایع کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) فشار در مرکز سطح × مساحت سطح که در مرکز فشار وارد شود.
۲) فشار در مرکز فشار × مساحت سطح که در مرکز فشار وارد شود.
۳) فشار در مرکز سطح × مساحت سطح که در مرکز سطح وارد شود.
۴) فشار در مرکز فشار × مساحت سطح که در مرکز سطح وارد شود.

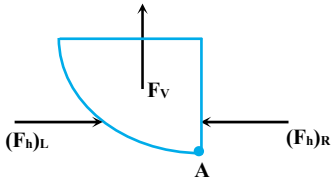
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برآیند نیروهای وارده از طرف مایع بر صفحه غیرافقی عبارت از حاصل‌ضرب فشار مرکز سطح در مساحت سطح است که در مرکز فشار وارد می‌شود.

مثال ۵۰: اگر ربع دایره (استوانه) حول محور O در حال تعادل باشد و شعاع دایره را R در نظر بگیریم، چه رابطه‌ای بین γ_1 و γ_2 وجود دارد؟ (γ وزن مخصوص سیال است.) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) $\gamma_2 = 3\gamma_1$
۲) $\gamma_2 = \frac{1}{3}\gamma_1$
۳) $\gamma_1\gamma_2 = 1$
۴) $\gamma_1 = \frac{1}{2}\gamma_2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» نیروی عمودی وارد بر دریچه: $F_v = W = \gamma V$ نیروی افقی وارد بر دریچه: $F_h = \gamma h_c A$

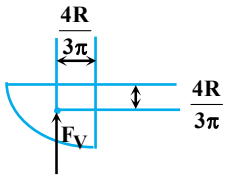


به طرف راست $(F_h)_L = \gamma_1(\frac{R}{2})(R\times 1) = \frac{1}{2}\gamma_1 R^2$

به طرف چپ $(F_h)_R = \gamma_2(\frac{R}{2})(R\times 1) = \frac{1}{2}\gamma_2 R^2$

به طرف بالا $F_v = \gamma_1(\frac{1}{4}\pi R^2)(1) = \frac{1}{4}\pi\gamma_1 R^2$

این نیرو به مرکز سطح قطاع به شکل مقابل وارد می‌شود:



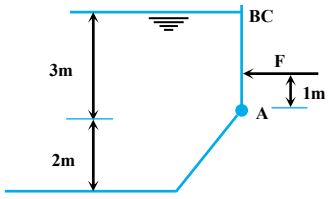
فاصله محل اثر نیروهای افقی وارد بر دریچه از سطح آزاد: $y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} = \frac{R}{2} + \frac{\frac{1}{12}(1)(R)^3}{\frac{R}{2}(R\times 1)} = \frac{2}{3}R$

با استفاده از منشور فشار نیز به این جواب می‌توان رسید.

$+\circlearrowleft \sum M_O = 0: \quad -(F_h)_L \times \frac{R}{3} - F_v \times \frac{4R}{3\pi} + (F_h)_R \times \frac{R}{3} = 0$

$(\frac{1}{2}\gamma_1 R^2)(\frac{R}{3}) + (\frac{\pi}{4}\gamma_1 R^2)(\frac{4R}{3\pi}) = (\frac{1}{2}\gamma_2 R^2)(\frac{R}{3}) \quad \frac{1}{6}\gamma_1 + \frac{1}{3}\gamma_1 = \frac{1}{6}\gamma_2 \quad \frac{1}{2}\gamma_1 = \frac{1}{6}\gamma_2 \Rightarrow \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1}{3}$

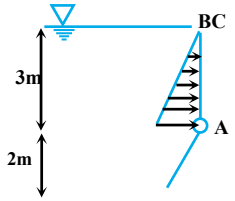
مثال ۵۱: کمترین نیروی F بر حسب γ چقدر باشد تا دریچه مثلث شکل متساوی‌الساقین ABC به قاعده ۲ متر باز نگردد. از وزن دریچه صرف‌نظر گردد. دریچه در A لولا شده است. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) ۴/۵
۲) ۵/۵
۳) ۳
۴) ۶/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به توزیع فشار در دریچه، مقدار نیروی وارد بر دریچه عبارت است از:

$F = P_C \times A = \gamma h_C A = \gamma\times 1\times(\frac{2\times 3}{2}) = 3\gamma$



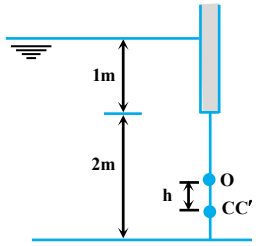
فاصله محل اثر نیرو از سطح آزاد مایع عبارت است از: $y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} = 1 + \frac{\frac{1}{36}\times(2)\times(3)^3}{(1)(\frac{1}{2}\times 3\times 2)} = 1/5\,(m)$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow 3\gamma\times(1/5) = F\times 1 \Rightarrow \frac{F}{\gamma} = 4/5$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۲: دریچه دایره شکل به مرکز O در محور C لولا شده، به طوری که فقط حول محور CC' در جهت عقربه‌های ساعت می‌تواند بچرخد. فاصله h بر حسب متر (مرکز دریچه تا محور CC') چقدر باشد تا ارتفاع ۱ متر روی دریچه حد بسته بودن دریچه باشد. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) ۰/۵

۲) ۰/۲۵

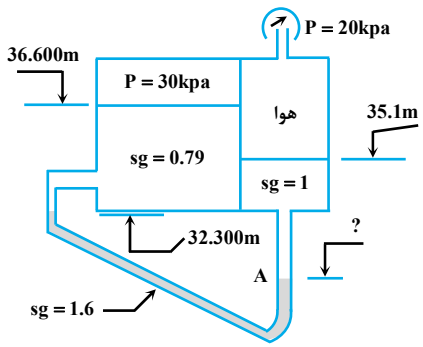
۳) ۰/۱۵

۴) ۰/۷۵

☑ **پاسخ :** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای این که دریچه در آستانه باز شدن قرار گیرد، باید مرکز فشار (محل اعمال نیروی برآیند) روی لولا واقع شود.

$$y'-y_c=\frac{\bar{I}}{y_cA}\ ,\ y'-y_c=h\Rightarrow h=\frac{\frac{\pi}{4}\times(1)^4}{(1+1)\times\pi(1)^2}\Rightarrow h=\frac{1}{8}=0/125\ (m)$$

مثال ۵۳: با مراجعه به شکل، سطح مانومتر بر حسب متر در A در چه رقومی خواهد ایستاد $(g=10\,m/s^2)$؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) ۲۷/۲

۲) ۲۹/۱

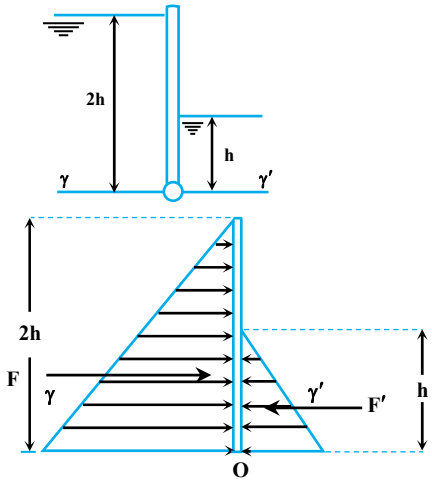
۳) ۲۶/۱

۴) ۲۸/۲

☑ **پاسخ :** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. رابطه مانومتری را از مخزن سمت چپ شروع کرده و تا مخزن سمت راست ادامه می‌دهیم.

$$30\times10^3+0/79\times10^4\times(36/6-32/3)+1/6\times10^4\times(32/3-h_A)-1\times10^4\times(35/1-h_A)=20\times10^3\Rightarrow h_A=34/96\simeq35(m)$$

مثال ۵۴: اگر بخواهیم تا دریچه AB که در A لولا شده به صورت قائم بایستد، نسبت γ' به γ باید چند باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»　$F'=\frac{1}{2}(\gamma')(h)(h)(b)$　　$F=\frac{1}{2}(\gamma)(2h)(2h)(b)$

$$\sum M_o=0:F(\frac{1}{3}\times2h)=F'(\frac{1}{3}h)$$

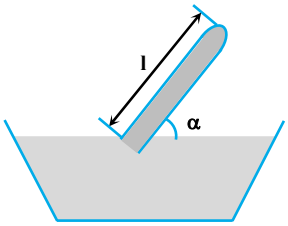
$$2\gamma bh^2\times(\frac{2h}{3})=\frac{\gamma' bh^2}{2}\times(\frac{h}{3})$$

$$\frac{\gamma'}{\gamma}=8$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۵: یک لوله شیشه‌ای پر از جیوه تحت زاویه α در داخل یک تشت جیوه با وزن مخصوص γ قرار دارد. طول قسمتی از لوله که بیرون تشت قرار می‌گیرد l و فشار هوا در محل آزمایش $P_\circ$ است. فشار بخار جیوه چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $P_\circ$

۲) $\gamma l \sin\alpha$

۳) $P_\circ - \gamma l \sin\alpha$

۴) $P_\circ + \gamma l \sin\alpha$

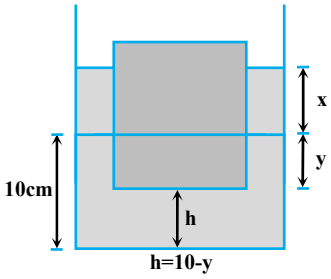
☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

فشار بخار جیوه + فشار ستون مایع = فشار هوا = فشار کل در سطح مایع

فشار ستون مایع : $P = \rho g h = \gamma(l\sin\alpha)$

فشار بخار جیوه $= P_\circ - \gamma l \sin\alpha$

مثال ۵۶: پیستونی به قطر ۸cm، دارای ۵ نیوتن وزن است. این پیستون در سیلندری به قطر ۱۲cm که تا عمق ۱۰cm آب دارد فرو می‌رود. در حالت شناور h چند سانتی‌متر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۴

۲) ۴/۲

۳) ۴/۴

۴) ۴/۷

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به شناوری و تعادل پیستون داریم:

نیروی شناوری = وزن پیستون

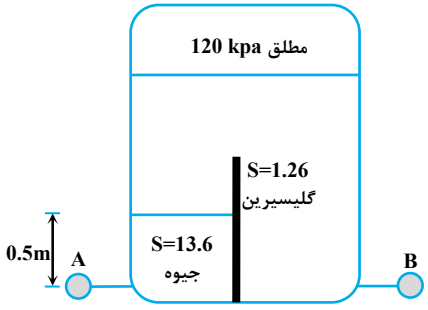
$$W = F_B \qquad \gamma(\frac{\pi D^2}{4})(y+x) = W \qquad y+x = \frac{4\times 5}{10000\times 9/81\times\pi(8\times 10^{-2})^2}$$

$$y+x = 0/1014\ (m) = 10/14\ (cm) \qquad m_1 = m_2 \Rightarrow V_1 = V_2$$

با توجه به ثابت بودن جرم آب، حجم آب در حالت‌های اول و دوم نیز با هم برابر است.

$$\frac{\pi}{4}(12)^2(10) = \frac{\pi}{4}(12)^2 h + \frac{\pi}{4}(12^2-8^2)\underbrace{(y+x)}_{10/14} \Rightarrow h = 4/37\ (cm) \simeq 4/4\ (cm)$$

مثال ۵۷: فشار مطلق در فشارسنج A برابر با ۱۹۵kpa است. اگر بارومتر فشار استاندارد محلی را ۱۰۱/۴۷kpa نشان دهد، فشار نسبی در نقطه B بر حسب کیلوپاسکال برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۸/۳

۲) ۳۳/۰

۳) ۶۶/۷

۴) ۷۵/۰

☑ **پاسخ :** گزینه«۲» با نوشتن معادله مانومتری و با استفاده از فشار نسبی داریم:

$$(195-101/47)\times 10^3 - 13/6\times 9810\times 0/5 + 1/26\times 9810\times 0/5 = P_B \Rightarrow P_B = 33\ (kpa)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۸: در چه مواردی فشار در یک نقطه از سیال در همه جهات یکسان است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) تنها در مواردی که سیال بی‌اصطکاک باشد.

۲) تنها در مواردی که سیال بی‌اصطکاک و تراکم‌ناپذیر باشد.

۳) تنها در مواردی که سیال ساکن بوده، لزجت آن صفر باشد.

۴) در مواردی که لایه‌های سیال نسبت به لایه‌های مجاور حرکت نکنند.

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» اگر سیال ساکن بوده و لایه‌های آن نسبت به هم حرکت نداشته باشند و نیز اگر لزجت سیال صفر بوده و تنش برشی و در نتیجه اصطکاک وجود نداشته باشد، فشار در یک نقطه از سیال در همه جهات یکسان خواهد بود. فقط در صورتی که سیال حرکت کند، فشار در همه جهات یکسان نخواهد بود.

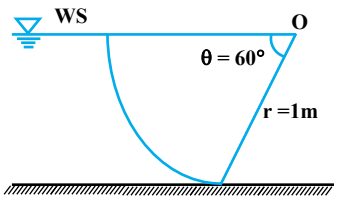
مثال ۵۹: نیروی فشار قائم در دریچه قطاعی با شعاع $r = ۱$ متر و با زاویه $\theta = ۶۰^\circ$ و برای عرض $b = ۱$ متر چند نیوتن است؟ (شتاب ثقل $g = ۹/۸۱$ متر بر مجذور ثانیه است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱۰۰۴/۲

۲) ۱۵۰۶/۳

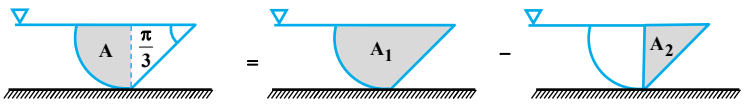
۳) ۳۰۱۲/۶

۴) ۴۰۱۶/۸



☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

وزن سیال مجازی تا سطح آزاد $W = \gamma V = \rho g A b$

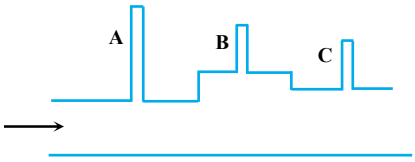


$$A = A_۱ - A_۲ \quad , \quad A_۱ = \text{مساحت قطاع} = \frac{\frac{\pi}{۳}}{۲\pi}(\pi r^۲) = \frac{\pi}{۶} r^۲ \qquad A_۲ = \text{مساحت مثلث} = \frac{۱}{۲}(r\cos ۶۰)(r\sin ۶۰)$$

$$A = \frac{\pi}{۶} r^۲ - \frac{۱}{۲}(r\cos ۶۰^\circ)(r\sin ۶۰^\circ) = \frac{\pi}{۶} r^۲ - \frac{r^۲}{۴}\sin ۱۲۰^\circ \quad \Rightarrow \quad A = (۱)^۲(\frac{\pi}{۶} - \frac{\sqrt{۳}}{۸})$$

$$W = F_y = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times (\frac{\pi}{۶} - \frac{\sqrt{۳}}{۸})(۱) \quad \Rightarrow \quad F_y = ۳۰۱۲/۶ \ (N)$$

مثال ۶۰: در لوله شکل مقابل آب جریان دارد. در کدام‌یک از ستون‌ها ارتفاع آب بلندتر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)



۱) B

۲) A

۳) C

۴) A و C بلندتر از B است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در هر سه لوله $Q_۱ = Q_۲ = Q_۳$ است. چون $Q = VA$، پس هر چه A کوچک‌تر باشد در نتیجه V (سرعت) بزرگ‌تر خواهد بود. با توجه به معادله برنولی، فشار و سرعت رابطه عکس دارند. بنابراین بلندترین ارتفاع مربوط به بیشترین فشار و کمترین سرعت و در نتیجه بیشترین سطح است که ستون B است.

مثال ۶۱: قانون فشار هیدرواستاتیک بیان می‌دارد که نرخ افزایش فشار در جهت قائم: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

۱) برابر با چگالی سیال است (ρ).

۲) برابر با وزن سیال است (w).

۳) برابر با وزن مخصوص سیال است (γ).

۴) برابر با چگالی نسبی سیال است (s).

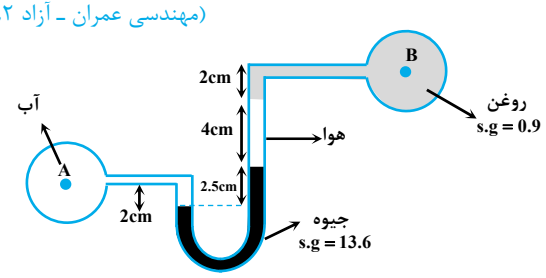
☑ **پاسخ :** گزینه «۳» در قانون فشار هیدرواستاتیک، تغییرات دیفرانسیلی فشار نسبت به ارتفاع در راستای قائم برابر با وزن مخصوص سیال است.

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۲: اختلاف فشار بین نقطه A و B در مانومتر شکل زیر چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) $0/358\gamma_w$

۲) $0/0358\gamma_w$

۳) $0/034\gamma_w$

۴) $0/34\gamma_w$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با استفاده از رابطه مانومتری داریم:

$$P_A + 0/02\gamma_w - 0/025(13/6\gamma_w) - \cancel{0/04\gamma_{air}}^{\,0} - 0/02(0/9\gamma_w) = P_B \Rightarrow P_A - P_B = 0/34\gamma_w$$

مثال ۶۳: مرکز فشار یک سطح مستوی مستغرق در یک مایع کدام‌یک از موارد زیر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

۱) پایین‌تر از مرکز ثقل سطح مستوی

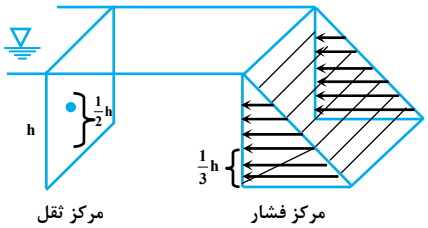
۲) بالاتر از مرکز ثقل سطح مستوی

۳) در مرکز ثقل سطح مستوی

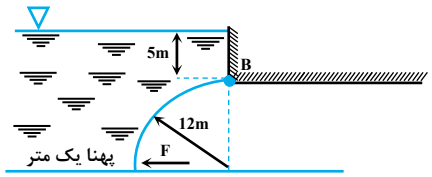
۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» برای مثال صفحه مستغرق در آب نشان داده شده است.

مرکز فشار این صفحه پایین‌تر از مرکز ثقل آن خواهد بود.



مثال ۶۴: مقدار نیروی لازم برای باز کردن دریچه منحنی شکل زیر را محاسبه نمایید؟ $g = 9/81 m/s^2$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



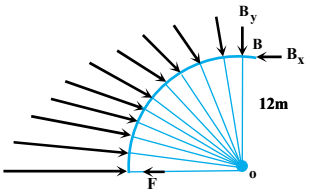
۱) ۲۳۵/۴kN

۲) ۱۲۹۵kN

۳) ۱۹۲۵kN

۴) ۱۵۰۷kN

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» در شکل زیر دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر دریچه نشان داده شده است:

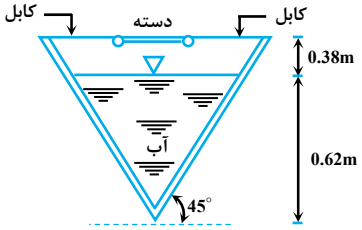


$$\sum M_o = 0 \Rightarrow B_x(12) = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

تصویر نیروهای وارد بر دریچه در راستای افقی : $F_H = \gamma \bar{h} A = \gamma \times (6+5) \times (12 \times 1) = 132\gamma$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = 132\gamma = 132 \times (9810) = 1294920\ (N) \simeq 1295\ (kN)$$

مثال ۶۵: وسیله روبه‌رو، برای حمل آب استفاده می‌شود. برای شرایط نشان داده شده در شکل، نیروی کشش در کابل را محاسبه نمایید؟ (کابل‌ها در فواصل یک متری تعبیه شده‌اند.) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) $0/08\gamma_w$

۲) $0/16\gamma_w$

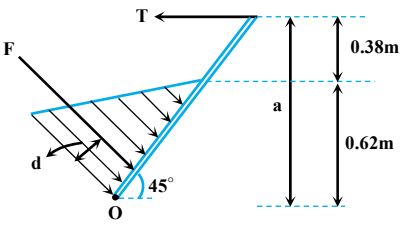
۳) $0/11\gamma_w$

۴) $0/24\gamma_w$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

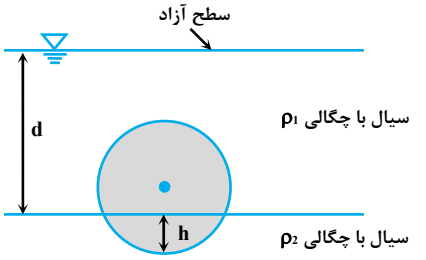
پاسخ : گزینه «۱» با توجه به دیاگرام آزاد نیروهای وارده داریم:



$$F=\gamma\bar{h}A=\gamma_w\times(\frac{0/62}{2}\times\frac{0/62}{\sin 45}\times 1)=0/2722\gamma_w$$

$$\sum M_o=0\ \Rightarrow Fd=Ta\ \Rightarrow 0/2722\gamma_w\times\left(\frac{0/62}{3\sin 45}\right)=T\times 1\Rightarrow T=0/08\gamma_w$$

مثال ۶۶: در شکل زیر کره‌ای در سطح تماس دو سیال با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 مطابق شکل در حال تعادل می‌باشد. افزایش ارتفاع d چه اثری روی مقدار h دارد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) اثری ندارد.

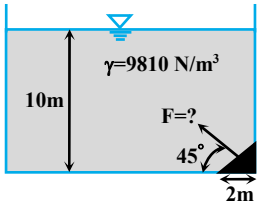
۲) باعث افزایش مقدار h می‌شود.

۳) باعث کاهش مقدار h می‌شود.

۴) بستگی به نسبت ρ_1 به ρ_2 ممکن است باعث کاهش یا افزایش h شود.

پاسخ : گزینه «۱» نیروی وزن کره با نیروی شناوری مربوط به دو سیال مختلف برابر است و لذا تغییر مقدار d تأثیری در این نیروها نخواهد داشت.

مثال ۶۷: منشوری با سطح مقطع مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ضلع ۲ متر و ارتفاع ۵ متر (عمود بر صفحه کاغذ) مطابق شکل در گوشه یک مخزن به عمق ۱۰ متر، کاملاً به دیواره‌ها چسبیده است. فشار اتمسفر برابر با ۱۰۰ کیلوپاسکال است. اگر بخواهیم منشور را در جهت نشان داده شده در شکل (با زاویه ۴۵ درجه نسبت به دیواره‌ها) حرکت دهیم، نیروی لازم برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۲۵۰ kN

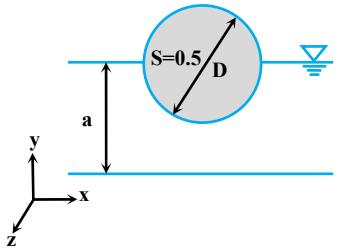
۲) ۵۳۳ kN

۳) ۱۲۴۹ kN

۴) ۲۶۶۳ kN

پاسخ : گزینه «۳» نیروی وارده بر منشور عبارت است از: $F=\gamma\bar{h}A$ $\quad F=9810(10-1)(2\sqrt{2}\times 5)\ \Rightarrow F=1248/6\ (kN)$

مثال ۶۸: استوانه‌ای همگن به قطر D و ارتفاع h (عمود بر صفحه کاغذ) مطابق شکل بر روی آبی به عمق a شناور است. چگالی نسبی استوانه برابر با ۰/۵ می‌باشد. اگر پایداری (تعادل) این استوانه در مقابل دوران حول محور z مورد بررسی قرار گیرد، کدام گزینه صحیح است؟ (مرکز سطح نیم‌دایره به فاصله $\frac{4R}{3\pi}$ از مرکز دایره واقع شده است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) استوانه ناپایدار است.

۲) استوانه پایدار است.

۳) استوانه در وضعیت خنثی (بی‌تفاوت) قرار دارد.

۴) اطلاعات مسأله برای بررسی پایداری استوانه کافی نیست.

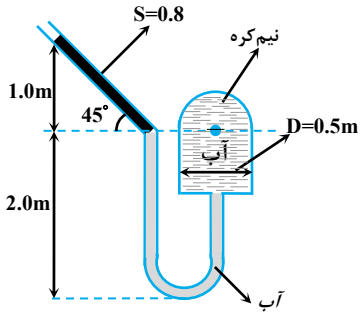
پاسخ : گزینه «۳» در حالت تعادل داریم: $W=F_B$ $\quad \gamma V=\gamma_w V'$ $\quad S=\frac{\gamma}{\gamma_w}=0/5\ \Rightarrow\ V'=0/5\,V$

بنابراین با توجه به وضعیت قرار گرفتن استوانه درون آب، با اعمال نیرو و دوران استوانه حول محور Z، به صورت خنثی برای مدتی دوران خواهد کرد. لذا در مقابل دوران دارای تعادل خنثی است.

www.modaresanesharif.ac.ir

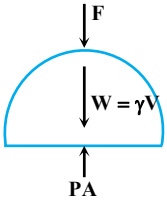
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۹: اگر وزن مخصوص آب برابر γ باشد، نیروی وارد از طرف سیال بر پوشش نیم‌کره‌ای شکل زیر چه مقدار می‌باشد؟ (حجم کره $\frac{\pi D^3}{6}$) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۰/۰۲۶۲γ نیوتن
۲) ۰/۰۳۲۷γ نیوتن
۳) ۰/۱۲۴۳γ نیوتن
۴) ۰/۱۴۰۶γ نیوتن

پاسخ: گزینه «۳» **روش اول:** با توجه به دیاگرام آزاد نیروهای وارده بر نیم‌کره و نیز رابطه مانومتری داریم:



$$0 + S\gamma(1) = P \Rightarrow P = 0/8\gamma$$

$$PA - F - W = 0 \Rightarrow F = PA - \gamma V = P(\frac{\pi D^2}{4}) - \frac{1}{2}\gamma(\frac{\pi D^3}{6})$$

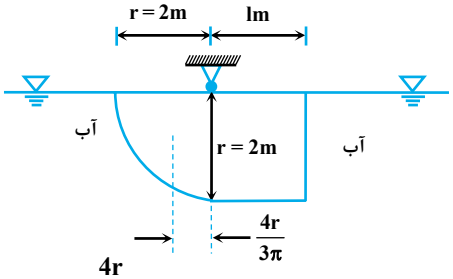
$$F = 0/8\gamma \times \frac{\pi}{4}(0/5)^2 - \frac{1}{12}\gamma\pi(0/5)^3 \Rightarrow F = 0/12435\gamma\ (N)$$

روش دوم: نیروی وارد بر پوشش نیم‌کره‌ای برابر با وزن سیال مجازی بالای نیم‌کره تا سطح آزاد است. بنابراین ابتدا ارتفاع معادل آب برای سیال را به دست آورده و داریم:

$$\gamma_w h_w = \gamma h \qquad h_w = \frac{\gamma}{\gamma_w} h = Sh = 0/8 \times 1 = 0/8$$

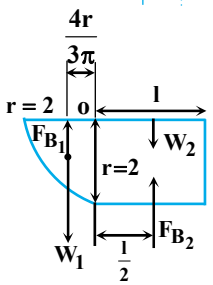
$$F_v = W = \gamma V = \gamma[\frac{\pi}{4}(0/5)^2(0/8) - \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6}(0/5)^3] \Rightarrow F_v = 0/12435\gamma\ (N)$$

مثال ۷۰: جسمی با ضخامت ۱ متر (عمود بر صفحه) و مقطع مرکب شامل ربع‌استوانه و مکعب مستطیل، در مرکز ربع‌استوانه لولا شده است. اگر جسم مطابق شکل در آب شناور و در حال تعادل باشد (لنگر حول محور لولا صفر باشد)، طول l برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۱/۹۳ متر
۲) ۱/۶۳ متر
۳) ۲/۶۳ متر
۴) ۲/۹۳ متر

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر دریچه داریم:



$$+\sum M_o = 0: \ (W_1 - F_{B_1})(\frac{4r}{3\pi}) - (W_2 - F_{B_2})(\frac{l}{2}) = 0$$

$$W = \gamma V = \gamma Ad \qquad F_B = \gamma_w V = \gamma_w Ad \qquad d = 1\ (m) \qquad (\gamma - \gamma_w)(\frac{\pi r^2}{4})(1)(\frac{4r}{3\pi}) = (\gamma - \gamma_w)(lr)(1)(\frac{l}{2})$$

$$\frac{\pi r^2}{4}(\frac{4r}{3\pi}) = (lr)\frac{l}{2} \qquad \frac{1}{3}r^2 = \frac{1}{2}l^2 \qquad l^2 = \frac{2}{3}(2)^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow l = 1/63\ (m)$$

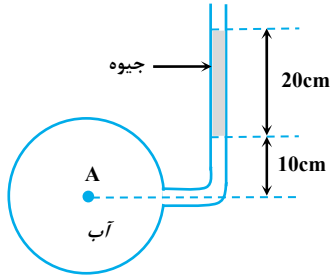
---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۱: لوله افقی به طول یک متر و شعاع ۰/۵ متر مطابق شکل محتوی آب می‌باشد. نیروی وارد بر نیمه بالایی سطح لوله چند نیوتن است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) $۱/۳۲۸۵\gamma_{H_2O}$

۲) $۲/۴۲۷۵\gamma_{H_2O}$

۳) $۲/۸۲۰\gamma_{H_2O}$

۴) $۳/۷۵۱۰\gamma_{H_2O}$

پاسخ: گزینه«۲» مانند تست ۴۳ داریم:

$$P_A = \gamma_w(۰/۱+۱۳/۶\times۰/۲)=۲/۸۲\gamma_w \qquad P_A-\gamma_w(۰/۱)-\gamma_{Hg}(۰/۲)=۰$$

$$R=F-W=PA-\gamma_w V \qquad R=۲/۸۲\,\gamma_w(۱\times۱)-\gamma_w\left(\frac{\pi(۰/۵)^۲}{۲}\times۱\right)\Rightarrow R=۲/۴۲۷۳\gamma_w$$

راه حل دوم نیز مشابه است.

مثال ۷۲: صفحه‌ای مثلث شکل به ارتفاع **h** به طور عمودی در داخل آب قرار داده شده، به طوری که قاعده آن در سطح آزاد آب و رأس آن در پایین قرار دارد. مرکز فشار این صفحه در چه فاصله از سطح آزاد آب می‌باشد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{h}{۲}$

۲) $\frac{h}{۳}$

۳) $\frac{۲h}{۳}$

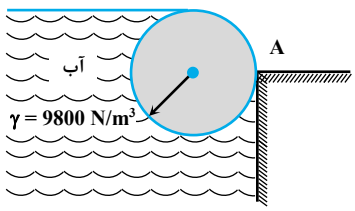
۴) $\frac{h}{۴}$

پاسخ: گزینه «۱» با استفاده از رابطه مرکز فشار داریم:

$$y'=y_c+\frac{\bar{I}}{y_cA} \qquad y'=\frac{h}{۳}+\frac{\frac{۱}{۳۶}bh^۳}{(\frac{h}{۳})(\frac{bh}{۲})}=\frac{h}{۳}+\frac{h}{۶}\Rightarrow y'=\frac{h}{۲}$$

مثال ۷۳: تنه درخت به شکل استوانه به طول ۳ متر و قطر ۰/۵ متر مانع عبور آب می‌شود. نیروی افقی وارد از طرف تنه درخت به نقطهٔ **A** چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

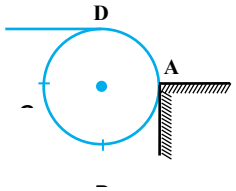


۱) ۳۶۷۵ N

۲) ۷۳۵۰ N

۳) ۹۱۸/۷۵ N

۴) ۱۸۳۷/۵ N

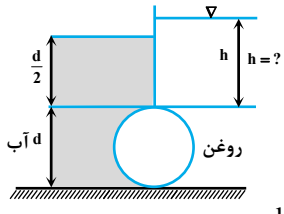


پاسخ: گزینه «۳» نیروهای افقی وارده بر سطوح AB و BC برابر و قرینه بوده و هم‌دیگر را خنثی می‌کنند و لذا نیروی برآیند، عبارت از نیروی وارده بر تصویر سطح CD در امتداد قائم خواهد بود:

$$F_h=\gamma h_c A \qquad F_h=۹۸۰۰\times\frac{۰/۲۵}{۲}\times(۰/۲۵\times۳)\Rightarrow F=۹۱۸/۷۵\ (N)$$

مثال ۷۴: اگر وزن مخصوص نسبی روغن ۰/۸ باشد، ارتفاع **h** چه مقدار باید باشد تا نیروی افقی وارد بر لوله استوانه‌ای شکل به قطر **d** صفر شود؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



۱) $h=\frac{۵}{۳}d$

۲) $h=\frac{۳}{۴}d$

۳) $h=\frac{۳}{۲}d$

۴) $h=\frac{۵}{۴}d$

پاسخ: گزینه «۲» در حالت تعادل داریم:

$$F_{روغن}=F_{آب}\Rightarrow ۰/۸\gamma_{آب}(h+\frac{d}{۲})A=\gamma_{آب}(\frac{d}{۲}+\frac{d}{۲})A\Rightarrow h=\frac{۳}{۴}d$$

www.modaresanesharif.ac.ir

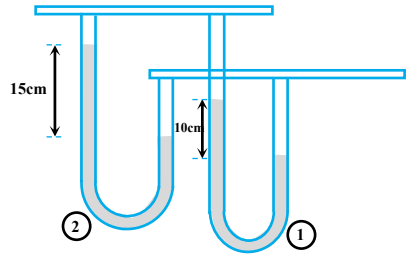
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۵: راستای اثر نیروی سبک‌کننده در اجسام شناور از نقطه بیان شده در زیر می‌گذرد: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) مرکز ثقل جرمی جسم شناور
۲) مرکز ثقل حجمی قسمت مستغرق
۳) مرکز ثقل حجمی جسم شناور
۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» اگر $\gamma_{\text{سیال}} > \gamma_{\text{جسم}}$ باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و غوطه‌ور می‌شود و نقطه اثر نیروی شناوری بر مرکز ثقل حجمی سیال جابه‌جا شده منطبق است. اگر $\gamma_{\text{سیال}} < \gamma_{\text{جسم}}$ باشد، جسم روی سیال شناور مانده و نقطه اثر نیروی شناوری به مرکز ثقل حجمی بخشی از جسم که داخل سیال فرو رفته منطبق است.

مثال ۷۶: دو لوله حاوی هوا به وسیله دو عدد مانومتر به یک‌دیگر متصل شده‌اند. مانومتر (۱) حاوی گلیسیرین با چگالی نسبی $S = 1/26$ بوده و اختلاف سطح مایع درون آن $10\,cm$ می‌باشد. اگر اختلاف سطح مایع در مانومتر (۲)، $15\,cm$ باشد، چگالی نسبی آن چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



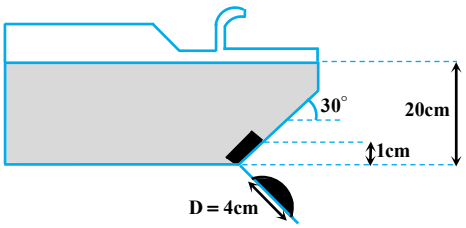
۱) ۰/۸۴
۲) ۰/۲۴
۳) ۰/۴۲
۴) ۱/۸۹

☑ **پاسخ :** گزینه «۱»

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow s_1 h_1 = s_2 h_2 \Rightarrow (1/26)\times(0/1) = s_2 \times (0/15) \Rightarrow s_2 = 0/84$$

مثال ۷۷: در یک تانک حامل گازوئیل، درب تخلیه در فاصله $1\,cm$ از کف تانک تعبیه شده است و تانک تا ارتفاع $2\,cm$ با گازوئیل تحت فشار نسبی $150\,kpa$ پر شده است. در صورتی که چگالی گازوئیل $710\,kg/m^3$ باشد، نیروی اعمال شده به درب نیمه‌دایروی چقدر می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) ۳۱/۴N
۲) ۹۴/۲N
۳) ۹۵N
۴) ۳۰/۶N

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

$$F = PA + \gamma \bar{h} A = 150\times10^3 \times \frac{\pi\times(0/04)^2}{8} + 710\times9/81\times0/195\times\frac{\pi(0/04)^2}{8} \Rightarrow F = 95(N)$$

مثال ۷۸: در کدام‌یک از موارد زیر فشار در یک نقطه از سیال در همه جهات یکسان است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)

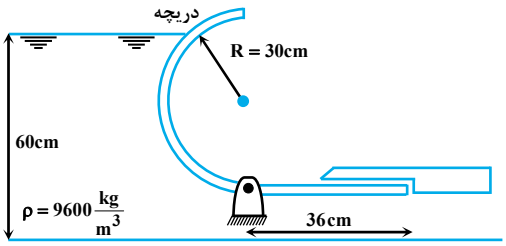
۱) در حالتی که لایه‌های سیال نسبت به یک‌دیگر حرکت نکنند.
۲) تنها در مواردی که سیال ساکن بوده و تراکم‌ناپذیر باشد.
۳) تنها در مواردی که ویسکوزیته سیال ناچیز بوده و سیال تراکم‌ناپذیر باشد.
۴) فقط در مواردی که ویسکوزیته سیال ناچیز باشد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» طبق قانون پاسکال، فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن در کلیه جهات یکسان بوده و مستقل از جهت است. این قانون قیدی روی ویسکوزیته سیال یا تراکم‌پذیری آن ندارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۹: دریچه انحنادار زیر دارای پهنای ۱/۲ متر می‌باشد. ممان ناشی از سیال بر روی این دریچه باعث باز شدن دریچه و خروج مقداری آب می‌گردد. در حالت نشان داده شده در شکل زیر ممان ناشی از سیال حول مفصل چقدر بوده و آیا دریچه باز می‌شود؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) ۶۷/۴ N.m و دریچه باز می‌شود.

۲) ۱۶۹/۱ N.m و دریچه بسته می‌ماند.

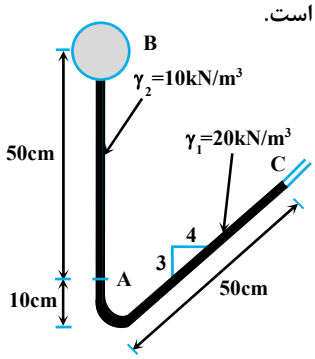
۳) ۱۶۹/۱ N.m و دریچه باز می‌شود.

۴) ۶۷/۴ N.m و دریچه بسته می‌ماند.

☑ **پاسخ :** اطلاعات مسأله کافی نیست. برای محاسبه ممان حول مفصل باید نیروهای وارد بر دریچه معلوم باشند. با توجه به معلوم نبودن فاصله مفصل تا سطح آزاد سیال، نمی‌توان مسأله را حل کرد.

مثال ۸۰: مقدار فشار در مرکز لوله (B)، بر حسب کیلوپاسکال برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)

توجه: از C تا A مایع شماره ۱ و از A به بالا مایع شماره ۲ وجود دارد. در ضمن در شکل، B وسط دایره انتهایی است.



۱) −۱/۰

۲) −۷/۰

۳) ۱/۰

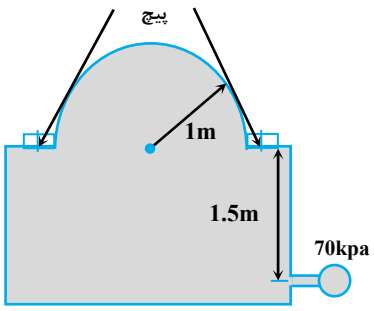
۴) ۳/۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با استفاده از رابطه مانومتری داریم:

$$P_B + \gamma_2 h_{BA} + \gamma_1 h_A - \gamma_1 h_C = 0$$

$$P_B = -10(0/5) - 20(0/1) + 20(0/5 \times \frac{3}{5}) \Rightarrow P_B = -1\ (kpa)$$

مثال ۸۱: نیم‌کره‌ای توسط دو عدد پیچ به بالای مخزنی پر از مایع با وزن مخصوص $15000 \frac{N}{m^3}$ متصل است. اگر وزن نیم‌کره 4500N باشد و فشارسنج مقدار ۷۰ کیلوپاسکال را نشان دهد، نیروی وارد بر هر پیچ بر حسب کیلونیوتن برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۵۶/۷

۲) ۷۲/۴

۳) ۱۲۷/۳

۴) ۱۴۳/۱

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» ارتفاع معادل فشار 70 kpa عبارت است از:

$$h_{eq} = \frac{P_g}{\gamma} = \frac{70000}{15000} = 4/67\ (m)$$

$$H = 4/67 - 1/5 = 3/17\ (m)$$ ارتفاع استوانه فرضی آب روی محل پیچ‌ها

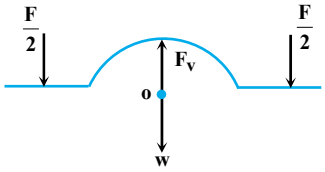
نیروی عمودی وارد بر نیم‌کره: $F_V = \gamma V = \gamma(\pi R^2 H - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3)$ (وزن سیال مجازی روی نیم‌کره تا سطح آزاد فرضی)

$$F_V = 15000[\pi(1)^2 \times 3/17 - \frac{2}{3}\pi(1)^3] = 11796/8\ (N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

با رسم دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر نیم‌کره بالای مخزن داریم:



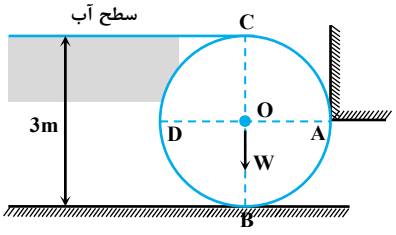
در حالت تعادل : $\sum F = 0 \Rightarrow -F - W + F_v = 0$

$F = 117966/8 - 45000 = 113466/8\ (N)$

نیروی وارده بر هر پیچ : $\frac{F}{2} = 56/7\ (kN)$

مثال ۸۲: استوانه‌ای به قطر $3\ m$ و به طول $4\ m$ مطابق شکل آب را در طرف سمت چپ خود نگه داشته است. در صورتی که وزن استوانه $w = 200\ kN$ باشد، مقدار نیروی عکس‌العمل قائم در B چند کیلونیوتن (kN) خواهد شد؟ (جرم مخصوص آب $\rho = 10^3\ \frac{kg}{m^3}$ و شتاب ثقل $(g \approx 10\ \frac{m}{s^2})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۱۱۷۲/۰

۲) ۵۸۶/۰

۳) ۱۱۷/۲

۴) ۵۸/۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به تعادل نیروهای عمودی وارد بر استوانه داریم:

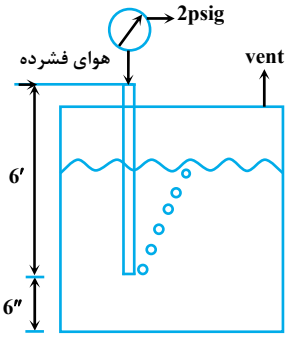
$$\sum F = 0:\ F_B - W + F_{\text{شناوری}} = 0$$

$$F_{\text{شناوری}} = \gamma V_{BDC} = \rho g.\frac{\pi r^2}{2}.l = 1000 \times 10 \times \frac{\pi}{2}(1/5)^2 \times 4 = 141371/7\ (N) \Rightarrow F_B = 200 - 141/4 \Rightarrow F_B = 58/6\ (kN)$$

مثال ۸۳: در شکل زیر، هوای فشرده با دبی خیلی کم وارد تانک می‌شود. ارتفاع مایع داخل تانک چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

(دانسیته مایع $60\ \frac{lb_m}{ft^3}$، دانسیته هوا $0/08\ \frac{lb_m}{ft^3}$)



۱) ۲/۵

۲) ۳/۳

۳) ۴/۸

۴) ۵/۳

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» ارتفاع معادل سیال برای فشار نسبی داده شده عبارت است از:

$$h_{eq} = \frac{P}{\gamma_w} \qquad h_{eq} = \frac{2(\frac{lb_f}{in^2}) \times \frac{144 in^2}{1 ft^2}}{60(\frac{lb_m}{ft^3}) \times \frac{1 slug}{32/2 lb_m} \times 32/2(\frac{lb_f}{slug})} = 4/8\ (ft)$$

بنابراین ارتفاع مایع داخل تانک برابر است با:

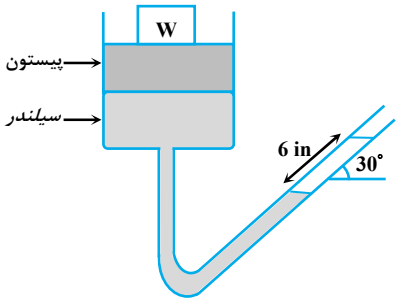
$$h = \frac{6}{12} + 4/8 = 5/3\ (ft)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸۴: پیستون به قطر $6\ in$ داخل سیلندر متصل به لوله شیب‌دار به قطر $\frac{1}{2}\ in$ قرار دارد. سیال داخل سیلندر و لوله روغن ($\gamma = 59\frac{lb_f}{ft^3}$) است. زمانی که وزنه به وزن W روی پیستون قرار می‌گیرد، روغن در طول لوله $6\ in$ بالا می‌رود، W چقدر است؟ (قطر سیلندر را $6\ in$ در نظر بگیرید.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $2/90\ lb_f$

۲) $5/79\ lb_f$

۳) $2/94\ lb_f$

۴) $5/83\ lb_f$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» فشار وارده به قسمتی از مرز سیال محبوس، عیناً به همه نقاط سیال منتقل می‌شود.

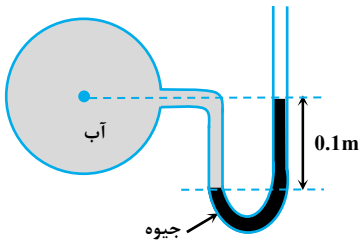
$$P = \frac{W}{A} = \gamma h \qquad W = \gamma h(\frac{\pi}{4}D^2)$$

$$W = 59 \times (\frac{6}{12}\sin 30^\circ) \times \frac{\pi}{4}(\frac{6}{12})^2 \Rightarrow W = 2/90\ (lb_f)$$

مثال ۸۵: آب در داخل یک لوله به قطر $0/5$ متر مطابق شکل قرار دارد. نیروی وارده بر نیمه بالایی لوله بر واحد طول چند کیلونیوتن است؟

($S_{Hg} = 13/6$, $g = 10\frac{m}{s^2}$)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $0/8675$

۲) $8/675$

۳) $86/75$

۴) $867/5$

☑ **پاسخ :** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

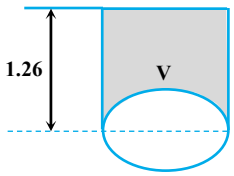
روش اول: برای تعیین فشار در مرکز لوله با استفاده از معادله مانومتری داریم:

$$P + \gamma_w(0/1) - \gamma_{Hg}(0/1) = 0 \qquad P = 1000 \times 10(13/6 - 1) \times 0/1 \Rightarrow P = 12600\ (pa)$$

$$\sum F = F - W = PA - \gamma v$$

$$\sum F = 12600(0/5 \times 1) - 1000 \times 10(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4}(0/5)^2 \times 1) = 5318/3\ (N) \Rightarrow \sum F = 5/32\ (kN)$$

روش دوم: ابتدا ارتفاع معادل سیال مجازی روی لوله را به دست می‌آوریم:



$$\gamma_w h_{eq} = P \Rightarrow h_{eq} = \frac{P}{\gamma_w} = \frac{12600}{10000} = 1/26(m)$$

$F = \gamma v$ (وزن سیال مجازی تا سطح آزاد فرضی)

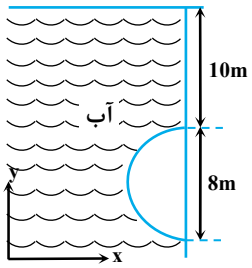
$$V = D(1)h_{eq} - \frac{1}{2}(\frac{\pi D^2}{4})(1) = 0/5 \times 1/26 - \frac{\pi}{8}(0/5)^2 = 0/53183$$

$$F = \gamma v = 10000 \times 0/53183 = 5/32(kN)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸۶: نیروی عمودی وارد بر سطح نیم‌کره زیر چه مقدار است؟ $(F_y = ?\ ,\ \rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $F_y = ۱/۳۱ \times ۱۰^۶\ N$

۲) $F_y = ۲/۶۲ \times ۱۰^۶\ N$

۳) $F_y = ۴/۳ \times ۱۰^۶\ N$

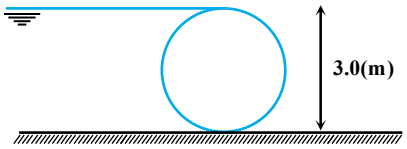
۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» نیروی عمودی وارده بر سطح نیم‌کره، همان نیروی شناوری است.

$$F_y = B = \gamma_w v \qquad F_y = \gamma(\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi R^۳)$$

$$F_y = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times \frac{۲\pi}{۳}(۴)^۳ \Rightarrow\ F_y = ۱/۳۱ \times ۱۰^۶\ (N)$$

مثال ۸۷: یک دریچه استوانه‌ای به قطر ۳ متر و طول ۸ متر در مقابل آب نصب شده و آب در یک طرف آن تا بالای دریچه می‌رسد. انـدازه و جهـت برآیند نیروی هیدرواستاتیک بر روی دریچه چه مقدار می‌باشد؟ $(g = ۹/۸۱ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



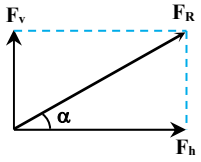
۱) $۴۴۹kN$, $۳۸/۱۲^\circ$

۲) $۴۴۹kN$, $۵۱/۸۸^\circ$

۳) $۶۵۷kN$, $۵۷/۵^\circ$

۴) $۶۵۷kN$, $۳۲/۵^\circ$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱»



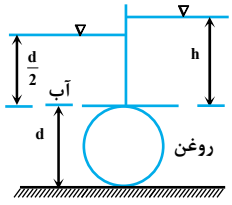
نیروی افقی وارد بر دریچه استوانه‌ای : $F_h = \gamma h_c A$

$$F_h = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times \frac{۳}{۲} \times (۳ \times ۸) \Rightarrow\ F_h = ۳۵۳/۱۶\ (kN)$$

نیروی عمودی وارد بر دریچه استوانه‌ای : $F_v = \gamma v = \gamma(\frac{۱}{۲} \times \frac{\pi D^۲}{۴} \times L)$ $\quad F_v = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times \frac{\pi}{۸} \times (۳)^۲ \times ۸ \Rightarrow\ F_v = ۲۷۷/۳۷\ (kN)$

نیروی کل وارد بر دریچه استوانه‌ای : $F_R = (F_h^۲ + F_v^۲)^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow\ F_R = ۴۴۹\ (kN)$ $\qquad \alpha = \tan^{-۱}\frac{F_v}{F_h} \Rightarrow\ \alpha = ۳۸/۱۵^\circ$

مثال ۸۸: اگر وزن مخصوص نسبی روغن ۰/۸ باشد، ارتفاع **h** چه مقدار باید باشد تا نیروی افقی وارد بر لوله استوانه‌ای شکل به قطر **d** صفر شود؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)



۱) $h = \frac{۵d}{۳}$

۲) $h = \frac{۳d}{۴}$

۳) $h = ۱/۵d$

۴) $h = \frac{۵d}{۴}$

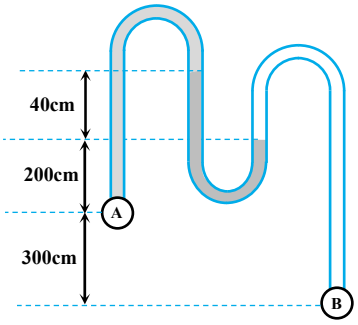
☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به تعادل در راستای افقی داریم:

$$F_{روغن} = F_{آب} \Rightarrow ۰/۸\gamma_{آب}(h + \frac{d}{۲})A = \gamma_{آب}(\frac{d}{۲} + \frac{d}{۲})A \Rightarrow h = \frac{۳}{۴}d$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸۹: وزن مخصوص سیال A، $8/4 kN/m^3$ و سیال B، $12/3 kN/m^3$ می‌باشد. اگر فشار در نقطه B، $200 kN/m^2$ باشد فشار در نقطه A چه مقدار می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) ۲۹۴/۵ kpa

۲) ۱۷۱/۱ kpa

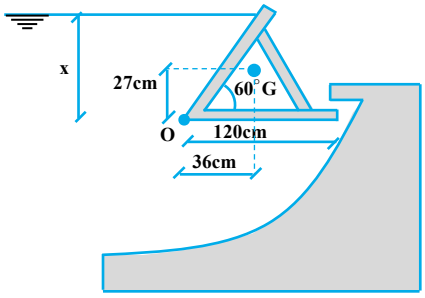
۳) ۲۲۲/۸ kpa

۴) ۱۰۶ kpa

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با فرض این که سیال وسط جیوه $(S=13/6)$ بوده و با استفاده از رابطه مانومتری داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_B - 12/3\times 5 - 13/6\times 9/81\times 0/4 + 8/4\times 2/4 = P_A \\ P_B = 200\left(\frac{kN}{m^2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow P_A = 105/3\ (kpa)$$

مثال ۹۰: دریچه شکل مقابل به پهنای $60\,cm$ (عمود بر صفحه) در نقطه O لولا شده است. در صورتی که وزن دریچه $2224\,N$ باشد و مرکز ثقل آن در نقطه G قرار گرفته باشد، به ازای چه محدوده‌ای از عمق آب (X) دریچه بسته باقی خواهد ماند؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



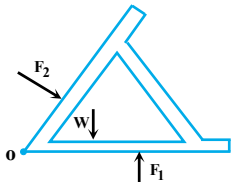
۱) $x > 1/45 m$

۲) $x < 0/192 m$

۳) $0/192 m < x < 1/45 m$

۴) $0/225 m < x < 1/64 m$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» شرط بسته ماندن دریچه عبارت است از:



$$\sum M_o < 0$$

$$F_1 L_1 - F_2 L_2 - W L_3 < 0$$

$$\begin{cases} F_1 = \gamma v = \gamma(1/2\times x\times 0/6) = 0/72\gamma x \\ L_1 = \frac{120}{2} = 60\,(cm) = 0/6\,(m) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_2 = \gamma \bar{h} A = \gamma\times\frac{x}{2}\times\left(\frac{x}{\sin 60^\circ}\right)\times 0/6 = 0/3464\gamma x^2 \\ L_2 = \frac{1}{3}\frac{x}{\sin 60^\circ} = 0/385x \end{cases}$$

$$\begin{cases} W = 2224\,(N) \\ L_3 = 0/36\ (m) \end{cases}$$

$$0/72\times 9810\times x\times 0/6 - 0/3464\times 9810\times x^2\times 0/385x - 2224\times 0/36 < 0 \Rightarrow x^3 - 3/24x + 0/612 > 0$$

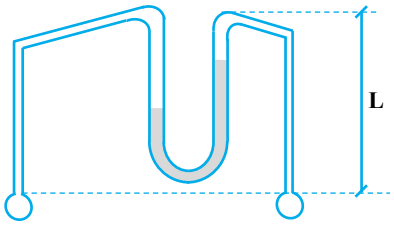
$$x < 0/191(m)\ ,\ x > 1/697(m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۱: برای آن که طول مانومتر (L) شکل مقابل از ۱۰۰cm تجاوز ننماید، چگالی سیال مناسب برای استفاده در مانومتر چقدر می‌باشد در صورتی که اختلاف فشار بین دو لوله یک اتمسفر باشد؟ $(g = 9/81 m/s^2)$

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $10/2 gr/cm^3$

۲) $12/4 gr/cm^3$

۳) $9/8 gr/cm^3$

۴) $8/4 gr/cm^3$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow 10^5 = \rho \times 9/81 \times 1 \Rightarrow \rho = 10194 \left(\frac{kg}{m^3}\right) = 10/2 \left(\frac{gr}{cm^3}\right)$$

مثال ۹۲: یک جسم شناور داخل آب (مایع) با چگالی ویژه ۲ از حالت سکون رها می‌شود. شتاب جسم در لحظه شروع به حرکت کدام است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)

۱) g ۲) 2g ۳) 3g ۴) $0/5g$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به چگالی ویژه بزرگ‌تر از یک، جسم پس از رها شدن به سمت پایین حرکت می‌کند و داریم:

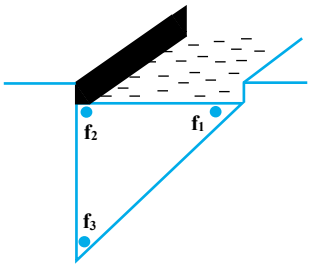
$\sum F = ma: \quad W - B = ma$ (در ابتدای حرکت، نیروی درگ وجود ندارد)

$\rho_{جسم} vg - \rho_w vg = \rho_{جسم} va$ (حجم آب جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است)

$$2\rho_w g - \rho_w g = 2\rho_w a \Rightarrow a = 0/5g$$

مثال ۹۳: دریچه مثلثی شکل زیر توسط سه پیچ جلوی آب در کانال با مقطع مثلثی را سد نموده است. اگر f_i نیروی کششی هر پیچ باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) $f_1 = f_2 = f_3$

۲) $f_3 > f_2 > f_1$

۳) $f_1 = f_2 > f_3$

۴) $f_1 = f_2 < f_3$

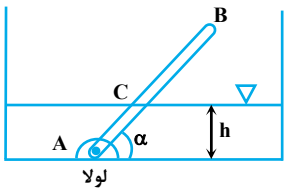
☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

نیروی افقی وارد بر دریچه مثلثی: $F_R = \gamma h_c A = f_1 + f_2 + f_3$

پیچ‌های (۱) و (۲) هم‌ارتفاع و پیچ (۳) نسبت به آن‌ها از سطح آزاد فاصله بیشتری دارد و با توجه به معادلات تعادل استاتیکی داریم: $f_1 = f_2 < f_3$

مثال ۹۴: در شکل زیر میله چوبی AB با مقطع ثابت در A لولا شده است. ارتفاع آب در مخزن (h) را به تدریج اضافه می‌کنیم تا زاویه α به ۹۰ درجه برسد. کدام گزینه زیر برای قسمتی از طول میله (AC) که در داخل آب قرار دارد صحیح می‌باشد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) زیاد می‌شود.

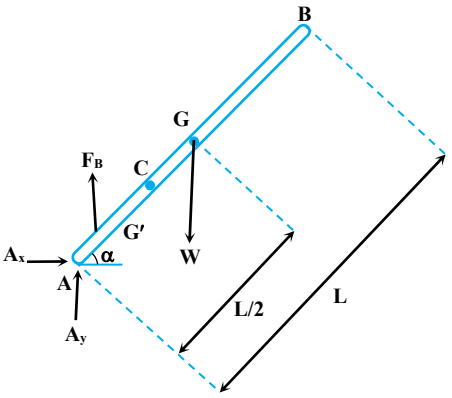
۲) ابتدا افزایش و سپس ثابت می‌ماند.

۳) ثابت می‌ماند.

۴) به مشخصه‌های سیال و چوب بستگی دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



☑ **پاسخ :** گزینه «۳» نیروی وزن در مرکز میله و نیروی شناوری در مرکز طول قسمت داخل آب میله (AC) اثر می‌کنند و داریم:

$$(\overline{AC})=\frac{h}{\sin\alpha}$$

$$W=\rho_{\text{چوب}}vg=S_{\text{چوب}}\rho_w ALg \qquad F_B=\rho_w v'g=\rho_w A\frac{h}{\sin\alpha}g$$

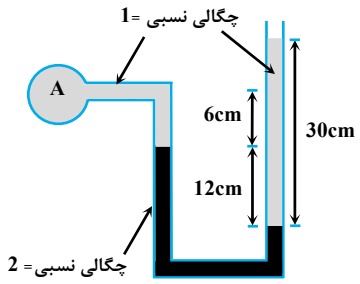
$$+\circlearrowleft \sum M_A=0:\ -W(\frac{L}{2}\cos\alpha)+F_B(\frac{h}{2\sin\alpha})\cos\alpha=0$$

$$(S\rho_w ALg)(\frac{L}{2})=(\rho_w A\frac{h}{\sin\alpha}g)(\frac{h}{2\sin\alpha})\Rightarrow\ (\frac{h}{\sin\alpha})^2=SL^2$$

$$(\overline{AC})=\sqrt{S}\,L$$

طول قسمتی از میله داخل آب (AC) به چگالی چوب و طول میله بستگی دارد که ثابت است. بنابراین با افزایش h، زاویه α طوری افزایش می‌یابد که همواره مقدار $\frac{h}{\sin\alpha}$ ثابت باقی بماند.

مثال ۹۵: مقدار فشار نسبی در نقطهٔ A در شکل مقابل برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



۱) صفر

۲) مثبت

۳) منفی

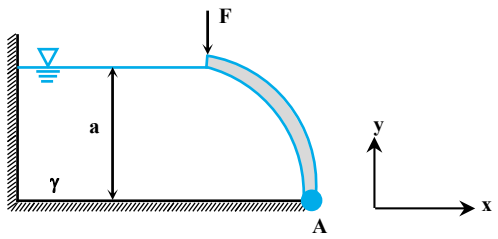
۴) قابل محاسبه نیست.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با نوشتن معادله مانومتری داریم:

$$(P_A)_g+\gamma_1 h_1+\gamma_2 h_2-\gamma_1 h_3=0 \qquad S_1=\frac{\gamma_1}{\gamma_w}=1 \qquad S_2=\frac{\gamma_2}{\gamma_w}=2$$

$$(P_A)_g=-\gamma_w(0/06)-2\gamma_w(0/12)+\gamma_w(0/3)\Rightarrow\ (P_A)_g=0$$

مثال ۹۶: در شکل زیر دریچه ربع‌دایره شکل به شعاع a آزادانه حول مفصل A دوران می‌کند. اگر دوران دریچه توسط نیروی قائم F مهار شده باشد، عکس‌العمل قائم وارد بر تکیه‌گاه A (R_{yA}) در واحد عرض دریچه برابر است با: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



۱) صفر　　۲) $\frac{\gamma a^2}{2}$

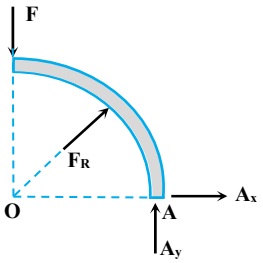
۳) $\gamma a^2(1-\frac{\pi}{4})$　　۴) $\frac{\gamma a^2}{6}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» **روش اول:** دریچه نشان داده شده تحت تأثیر نیروهای وارده از سه نقطه بر آن در حال تعادل است. لذا باید مطابق با شرایط تعادل اجسام سه نیرویی، این نیروها همدیگر را در یک نقطه قطع کنند. امتداد نیروی وارده از طرف آب بر دریچه (F_R) عمود بر دریچه بوده و از مرکز می‌گذرد. امتداد F نیز از O می‌گذرد و بنابراین امتداد نیروی عکس‌العمل برآیند در A نیز باید از O عبور کند و در نتیجه داریم: $A_y=0$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم:



نیروی افقی وارد بر دریچه : $F_h = \gamma h_c A = \gamma(\frac{a}{۲})(a\times ۱) = \frac{\gamma a^۲}{۲}$

فاصله محل اثر نیروی افقی وارد بر دریچه تا سطح آزاد : $y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A}$

$$y' = \frac{a}{۲} + \frac{\frac{۱}{۱۲}(۱)(a)^۳}{(\frac{a}{۲})(a\times ۱)} = \frac{a}{۲} + \frac{a}{۶} = \frac{۲a}{۳}$$

نیروی عمودی وارد بر دریچه : $F_v = \gamma(a^۲ - \frac{\pi a^۲}{۴})(۱)$ (وزن سیال مجازی تا سطح آزاد)

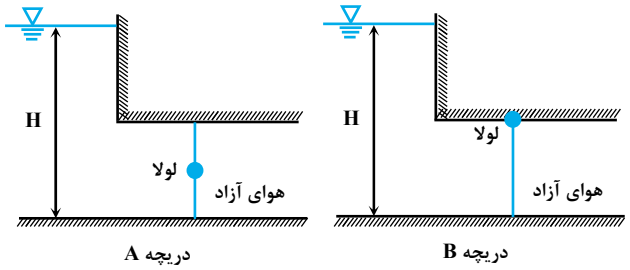
$$+\circlearrowleft \sum M_A = ۰ : F(a) - \frac{\gamma a^۲}{۲}(a - \frac{۲a}{۳}) - \gamma a^۲(\frac{a}{۲}) + (\gamma\frac{\pi a^۲}{۴})(a - \frac{۴a}{۳\pi}) = ۰$$

$$F = ۰/۲۱۴۶\gamma a^۲$$

$$+\uparrow \sum F_y = ۰ : A_y + F_v - F = ۰ \Rightarrow A_y = ۰/۲۱۴۶\gamma a^۲ - \gamma a^۲(۱ - \frac{\pi}{۴}) \Rightarrow A_y = ۰$$

مثال ۹۷: **دو دریچه مستطیلی به ابعاد مساوی را در شکل‌های زیر در نظر بگیرید. لولای بازشونده در دریچه A در مرکز و در دریچه B در نقطه فوقانی قرار دارد. برای بسته نگه داشتن دریچه‌ها نیاز به لنگر T می‌باشد. در صورتی که (H) افزایش یابد، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)



۱) T_A و T_B با افزایش H تغییری نمی‌کنند.

۲) T_A با افزایش H کاهش و T_B با افزایش H افزایش می‌یابد.

۳) T_A با افزایش H تغییری نمی‌کند و T_B با افزایش H افزایش می‌یابد.

۴) T_A و T_B با افزایش H افزایش می‌یابند.

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

t : عرض دریچه L : ارتفاع دریچه

نیروی افقی وارد بر دریچه : $F_R = \gamma h_c A \Rightarrow F_R = \gamma(H - \frac{L}{۲})(Lt)$

فاصله محل اثر نیروی وارد بر دریچه تا سطح آزاد : $y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} \Rightarrow y' = (H - \frac{L}{۲}) + \frac{\frac{۱}{۱۲}tL^۳}{(H - \frac{L}{۲})(Lt)}$

گشتاور نیروی افقی وارد بر دریچه A حول لولا : $T_A = F_R(y' - y_c) \Rightarrow T_A = \gamma(H - \frac{L}{۲})(Lt)\times\frac{\bar{I}}{(H - \frac{L}{۲})(Lt)}$ $T_A = \gamma\bar{I}$

لنگر T_A مستقل از H بوده و بنابراین با افزایش H تغییر نمی‌کند.

گشتاور نیروی افقی وارد بر دریچه B حول لولا : $T_B = F_R[(y' - y_c) + \frac{L}{۲}] \Rightarrow T_B = \gamma\bar{I} + \gamma(H - \frac{L}{۲})(Lt)(\frac{L}{۲})$

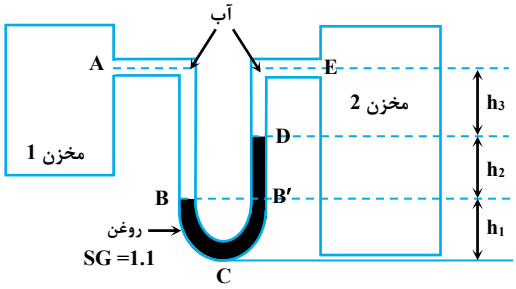
لنگر T_B به صورت خطی نسبت به H تغییر می‌کند و بنابراین با افزایش H، زیاد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۸: مطلوب است محاسبه اختلاف فشار بین دو مخزن ۱ و ۲، اگر $h_1 = ۳۰mm$، $h_2 = ۳۰۰mm$ و $h_3 = ۳۰۰mm$. (جرم مخصوص آب را $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$ در نظر بگیرید.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) ۲۹۴/۳pa

۲) ۳۲۳/۷pa

۳) ۲۹۴۳pa

۴) ۳۲۳۷pa

پاسخ: گزینه «۱» با نوشتن معادله مانومتری داریم:

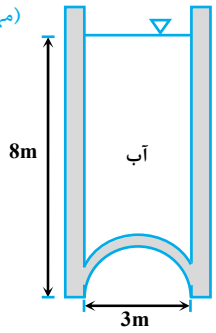
$$P_1 + \gamma_w(h_3 + h_2) - \gamma_o h_2 - \gamma_w h_3 = P_2$$

$$\gamma_o = S_o \gamma_w \qquad P_1 - P_2 = \rho_w g(S_o - 1)h_2$$

$$P_1 - P_2 = 1000 \times 9/81(1/1 - 1) \times 0/3 \Rightarrow P_1 - P_2 = 294/3\ (pa)$$

مثال ۹۹: یک مخزن استوانه‌ای با قطر ۳ متر که در آن آب قرار دارد دارای قسمت پایینی نیم‌کره‌ای است. مقدار نیروی عمودی وارده از طرف آب به قسمت خمیده پایین را محاسبه کنید.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) ۴۸/۵N

۲) ۴۸/۵kN

۳) ۴۸۵N

۴) ۴۸۵kN

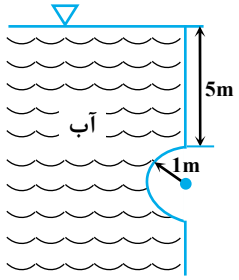
پاسخ: گزینه «۴»　(وزن سیال روی نیم‌کره تا سطح آزاد)　نیروی عمودی وارد بر سطح خمیده: $F_v = W = \gamma v$

$$F_v = \gamma[\frac{\pi D^2}{4} h - \frac{1}{2} \times \frac{4\pi}{3} (\frac{D}{2})^3] \qquad F_v = \gamma \pi D^2 (\frac{h}{4} - \frac{D}{12})$$

$$F_v = 9810 \times \pi(3)^2 (\frac{8}{4} - \frac{3}{12}) \Rightarrow F_v = 485/4\ (kN)$$

مثال ۱۰۰: با توجه به شکل نشان داده شده، نیروی عمودی وارده بر نیم‌کره چقدر است؟ $(\gamma = \rho g)$

(مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۵)



۱) $\frac{4\pi\gamma}{3}$

۲) $\frac{2\pi\gamma}{3}$

۳) $10\pi\gamma$

۴) $5\pi\gamma$

پاسخ: گزینه «۲» نیروی عمودی وارده بر نیم‌کره، همان نیروی شناوری و عبارت از وزن سیال هم‌حجم آن است.

$$F_B = W = \gamma v = \gamma(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3) \qquad F_B = \frac{2}{3} \gamma \pi (1)^3 \Rightarrow F_B = \frac{2\pi\gamma}{3}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۱: فشار هوای بالای سیالی با چگالی ۰/۸ در یک تانک برابر با ۱۲۰ کیلوپاسکال مطلق است. فشار در ۲/۵ متر زیر سطح روغن بر حسب کیلوپاسکال مطلق برابر است با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) ۱۴/۷ ۲) ۱۱۴/۵ ۳) ۱۳۴/۱ ۴) ۱۳۹/۶

پاسخ: گزینه «۴»

$$P_a = P_g + P_b = \rho gh + P_\circ$$

$$P_a = ۰/۸ \times ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۲/۵ \times ۱۰^{-۳} + ۱۲۰ \Rightarrow P_a = ۱۳۹/۶ \ (kpa)$$

مثال ۱۰۲: راستای اثر نیروی سبک‌کننده در اجسام شناور از کدام نقطه بیان شده در زیر می‌گذرد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) مرکز ثقل حجمی جسم مستغرق ۲) مرکز ثقل جرمی جسم شناور

۳) مرکز ثقل حجمی جسم شناور ۴) مرکز ثقل جرمی جسم مستغرق

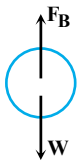
پاسخ: گزینه «۱» اگر $\gamma_{\text{سیال}} > \gamma_{\text{جسم}}$ باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و غوطه‌ور می‌شود و نقطه اثر نیروی شناوری بر مرکز ثقل حجمی سیال جابه‌جا شده منطبق است.

اگر $\gamma_{\text{سیال}} < \gamma_{\text{جسم}}$ باشد، جسم روی سیال شناور مانده و نقطه اثر نیروی شناوری به مرکز ثقل حجمی بخشی از جسم که داخل سیال فرو رفته منطبق است.

مثال ۱۰۳: یک قطعه برنجی $(۸/۴ gm/cm^۳)$ به داخل یک مخزن آب به عمق ۸ متر پرتاب می‌گردد. با صرف‌نظر از لزجت آب، چند ثانیه طول می‌کشد تا این قطعه به کف مخزن برسد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) ۸/۳۰ ثانیه ۲) ۱/۳۶ ثانیه ۳) ۰/۸۳ ثانیه ۴) ۱۰/۴ ثانیه

پاسخ: گزینه «۲» با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

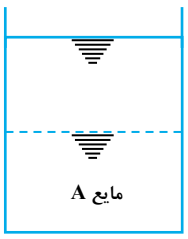


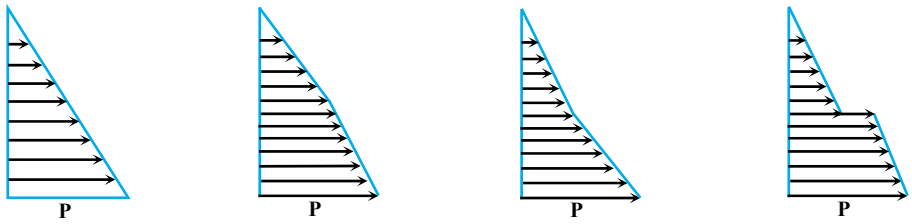
$$W - F_B = ma \Rightarrow mg - F_B = ma$$

$$\rho_B gv - \rho_w gv = \rho_B va \Rightarrow a = g(۱ - \frac{\rho_w}{\rho_B}) \Rightarrow a = ۹/۸ \times (۱ - \frac{۱}{۸/۴}) = ۸/۶۴ (\frac{m}{s^۲})$$

$$y = \frac{۱}{۲} at^۲ \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲} \times ۸/۶۴ t^۲ \Rightarrow t = ۱/۳۶ (s)$$

مثال ۱۰۴: در مخزن نشان داده شده، دو مایع مخلوط‌نشدنی با وزن مخصوص‌های γ_A و γ_B قرار دارند. کدام یک از نمودارهای زیر نمایانگر تغییرات فشار استاتیک در امتداد یک خط قائم در این مخزن می‌باشد؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)





(۴) (۳) (۲) (۱)

پاسخ: گزینه «۲» در مرز سیالات ساکن، فشار استاتیک یکسان است. بنابراین گزینه ۱ رد می‌شود. هم‌چنین با توجه به معادله هیدرواستاتیکی $P = \gamma h$ در سیال معین، فشار با افزایش ارتفاع از سطح آزاد به صورت خطی زیاد می‌شود. قابل ذکر است که سیال پایینی سنگین‌تر است $(\gamma_A > \gamma_B)$، بنابراین تغییرات فشار نسبت به ارتفاع در مایع A بیشتر از مایع B است.

مثال ۱۰۵: در اتمسفر زمین وزن مخصوص هوا با افزایش ارتفاع نسبت به زمین کاهش می‌یابد. با ثابت فرض کردن شتاب ثقل و حجم بالون، نیروی شناوری وارد بر بالون در حین بالا رفتن بالون: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

۱) کاهش می‌یابد. ۲) تغییر نمی‌کند.

۳) افزایش می‌یابد. ۴) بسته به بزرگی یا کوچکی بالون هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

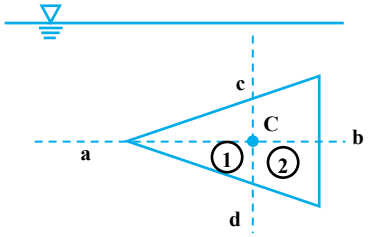
پاسخ: گزینه «۱» نیروی شناوری وارد بر بالون از رابطه مقابل به دست می‌آید: $F_B = \gamma_{air} v$

بنابراین در حین بالا رفتن بالون، وزن مخصوص هوا و در نتیجه نیروی شناوری وارد بر بالون کاهش می‌یابد (حجم بالون ثابت فرض شده است).

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۶: اگر C مرکز سطح مثلث متساوی‌الساقین مستغرق و $a-b$ محور تقارن مثلث باشد، مرکز فشار: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) در ناحیه ۲ قرار دارد.

۲) در ناحیه ۱ قرار دارد.

۳) بر روی محور $a-b$ قرار دارد.

۴) بر روی محور $c-d$ قرار دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» مختصات مرکز فشار از روابط مقابل تعیین می‌شوند:

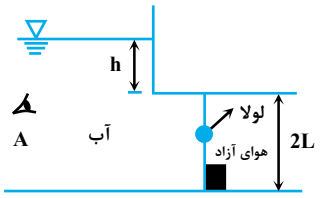
$$x' = x_C + \frac{\bar{I}_{xy}}{y_C A} \quad , \quad y' = y_C + \frac{\bar{I}}{y_C A}$$

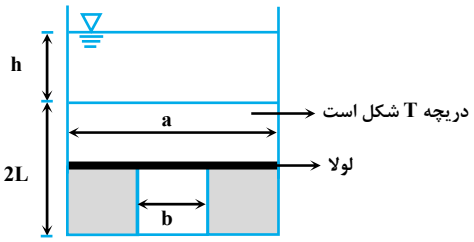
چون مثلث متساوی‌الساقین مستغرق دارای محور تقارن است، بنابراین $\bar{I}_{xy} = 0$ بوده و $x' = x_C$. از طرف دیگر $\frac{\bar{I}}{y_C A} > 0$ و در نتیجه $y' > y_C$ است.

لذا مرکز فشار روی خط $c-d$ و پایین‌تر از مرکز سطح C واقع است.

مثال ۱۰۷: شکل زیر دریچه‌ای که با بالا آمدن سطح آب، به طور خودکار باز می‌شود را از دو جهت نشان می‌دهد. لولایی که باعث چرخش دریچه می‌شود در وسط آن قرار دارد. عرض دریچه در بالای لولا a و در پایین لولا b است. نسبت $\frac{a}{b}$ چقدر باشد تا وقتی $h \geq L$ شود، دریچه باز شود؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)





مقطع از دید A

۱) $\frac{a}{b} \geq \frac{3}{2}$

۲) $\frac{a}{b} \leq 2$

۳) $\frac{a}{b} \geq 2$

۴) $\frac{a}{b} \geq 2L$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

نیروی وارده بر دریچه (بالای لولا): $(F_R)_1 = \gamma h_c A = \gamma(\frac{L}{2} + h)(aL)$

محل اثر نیروی $(F_R)_1$: $y'_1 = (y_c)_1 + \frac{\bar{I}_1}{(y_c)_1 A_1}$

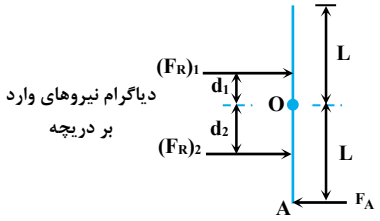
$$y'_1 = \frac{L}{2} + h + \frac{aL^3/12}{[(L/2)+h](aL)} = \frac{L}{2} + h + \frac{L^2/12}{(L/2)+h}$$

نیروی وارده بر دریچه (پایین لولا): $(F_R)_2 = \gamma h_c A = \gamma(\frac{3L}{2} + h)(bL)$

محل اثر نیروی $(F_R)_2$: $y'_2 = (y_c)_2 + \frac{\bar{I}_2}{(y_c)_2 A_2}$

$$y'_2 = \frac{3L}{2} + h + \frac{bL^3/12}{[(3L/2)+h](bL)} = \frac{3L}{2} + h + \frac{L^2/12}{(3L/2)+h}$$

در هنگام باز شدن دریچه، $F_A = 0$ و داریم:



$$\sum M_O = 0: \quad (F_R)_1 \times d_1 = (F_R)_2 \times d_2$$

$$\gamma(\frac{L}{2} + h)(aL)[(h+L) - y'_1] = \gamma(\frac{3L}{2} + h)(bL)[y'_2 - (h+L)]$$

$$(\frac{L}{2} + h)a(h + L - \frac{L}{2} - h - \frac{L^2/12}{(L/2)+h}) = (\frac{3L}{2} + h)b(\frac{3L}{2} + h + \frac{L^2/12}{(3L/2)+h} - h - L)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(\frac{3L}{2} + h)[(L/2) + \frac{L^2/12}{(3L/2)+h}]}{(\frac{L}{2} + h)[(L/2) - \frac{L^2/12}{(L/2)+h}]} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5L + 3h}{L + 3h}$$

$$h \geq L \Rightarrow \frac{a}{b} \leq 2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

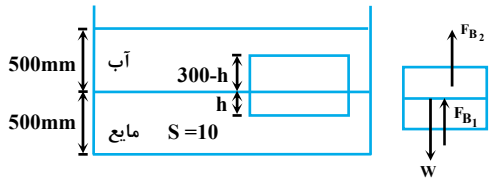
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۸: یک مکعب به ضلع ۳۰۰mm و وزن ۳۵۱ نیوتن بر روی قاعده خود وارد تانکی می‌شود که حاوی یک لایه آب به ضخامت ۵۰۰mm در بالا و یک لایه مایعی به چگالی ۱۰ و ضخامت ۵۰۰mm در پایین آن است. موقعیت قرارگیری کف مکعب را تعیین نمایید. $(g=10\frac{m}{s^2}\ ,\ \rho_w=1000\frac{kgr}{m^3})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۰ میلی‌متر پایین‌تر از سطح آزاد آب
۲) ۱۰ میلی‌متر پایین‌تر از سطح آزاد مایع زیرین
۳) ۱ میلی‌متر پایین‌تر از سطح آزاد مایع زیرین
۴) ۳/۹ میلی‌متر پایین‌تر از سطح آزاد مایع زیرین

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر مکعب داریم:



در حالت تعادل : $F_{B_1}+F_{B_2}-W=0$

$$s\gamma_w Ah+\gamma_w A(0/3-h)=W$$

$$1000\times10\times(0/3)^2[10h+(0/3-h)]=351 \qquad h=0/01\,(m)=10\,(mm)$$

مثال ۱۰۹: جسم جامدی با دانسیته $650\frac{kg}{m^3}$ در آب با دانسیته $1000\frac{kg}{m^3}$ در حال حرکت است. کدام یک از عبارات زیر در مورد نیروهای اعمال شده به جسم صحیح است؟ نیروی ثقل در جهت پایین، نیروی شناوری در جهت:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) پایین، نیروی کشش در جهت بالا
۲) بالا، نیروی کشش در جهت پایین
۳) بالا، نیروی کشش در جهت بالا
۴) پایین، نیروی کشش در جهت پایین

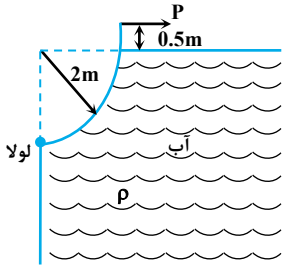
☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

$\rho<\rho_w \Rightarrow$ بنابراین جسم در داخل آب به طرف بالا حرکت می‌کند

لذا نیروهای وارد بر جسم عبارتند از:

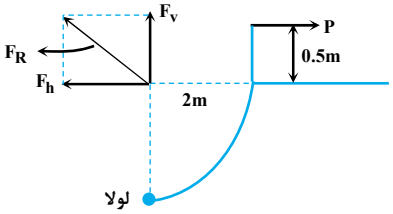
۱) نیروی وزن (ثقل) به طرف پایین
۲) نیروی شناوری به طرف بالا
۳) نیروی درگ (کشش) به طرف پایین

مثال ۱۱۰: با صرف‌نظر از وزن دریچه، نیروی P برای نگه‌داشتن دریچه چند kN است؟ طول دریچه ۴ m می‌باشد. $(g=10\frac{m}{s^2})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۳۲
۲) ۶۴
۳) ۱۰۰
۴) ۲۰۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»



دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر دریچه

نیروی افقی وارد بر دریچه : $F_h=\gamma h_c A \qquad F_h=1000\times10\times\frac{2}{2}\times(2\times4)\Rightarrow F_h=8\times10^4\,(N)$

وزن سیال مجازی بالای دریچه تا سطح آزاد = نیروی عمودی وارد بر دریچه

$$F_V=W=\gamma v \qquad F_V=1000\times10\times\frac{\pi}{4}(2)^2\times4\Rightarrow F_V=4\pi\times10^4\,(N)$$

$$F_R=\sqrt{F_h^2+F_V^2}=1/49\times10^5\,(N)$$

$$\alpha=\tan^{-1}\frac{F_V}{F_h}=57/5^\circ$$ امتداد نیروی F_R از مرکز دایره می‌گذرد

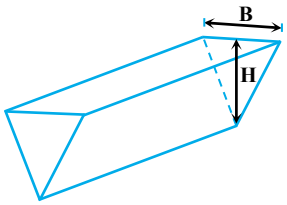
$$\sum M_{\text{لولا}}=0:\ F_h(R)-P(R+0/5)=0 \qquad (8\times10^4)(2)-P(2/5)=0\Rightarrow P=64000\,(N)=64\,(kN)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۱: یک تانک با سطح انتهایی مثلث شکل از سیالی با وزن مخصوص γ پر شده است. نیروی فشاری وارد بر لبه سطح تانک را به دست آورید.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



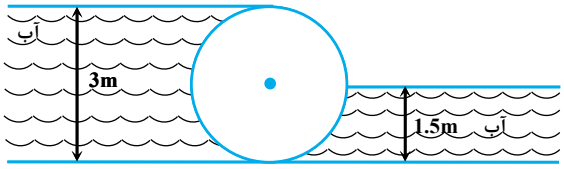
۱) $\rho gB\frac{H}{۶}$
۲) $\rho gB\frac{H^۲}{۶}$
۳) $\rho gB\frac{H}{۳}$
۴) $\rho gB\frac{H^۲}{۳}$

پاسخ: گزینه«۲»

نیروی فشاری وارد بر لبه تانک: $F_R=\gamma h_c A \Rightarrow F_R=(\rho g)(\frac{H}{۳})(\frac{BH}{۲}) \Rightarrow F_R=\rho gB\frac{H^۲}{۶}$

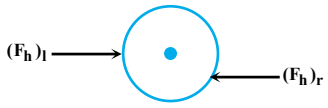
مثال ۱۱۲: سد استوانه‌ای شکل زیر را در نظر بگیرید که از دو طرف آب بر آن اثر می‌کند. قطر و طول این سد به ترتیب ۳ و ۶ متر است. مقدار نیروی برآیند که از طرف سیال بر این سد در جهت افق وارد می‌شود چند kN است؟ $(\gamma_w=۹۸۰۶\frac{N}{m^۳})$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۶۶/۲
۲) ۱۹۸
۳) ۲۶۵
۴) ۳۵۶

پاسخ: گزینه «۲» دیاگرام آزاد نیروهای افقی وارد بر دریچه به صورت زیر است:

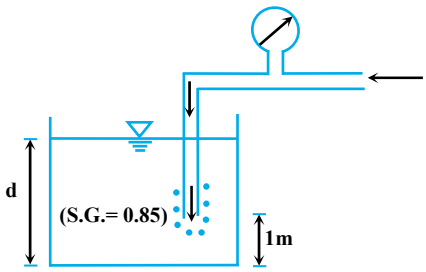


$$(F_h)_{tot.}=(F_h)_l-(F_h)_r \quad , \quad F_h=\gamma h_c A$$

$$(F_h)_{tot.}=(۹۸۰۶)[(\frac{۳}{۲})(۳\times۶)-(\frac{۱/۵}{۲})(۱/۵\times۶)]\times۱۰^{-۳} \Rightarrow (F_h)_{tot.}=۱۹۸/۶\ (kN)$$

مثال ۱۱۳: یکی از راه‌های تعیین سطح آب مخازن، تزریق مقدار کمی هوا از طریق لوله‌های نازک می‌باشد. راه‌کار به این صورت است که انتهای لوله هوا به درون مخزن وارد شده و فشار هوا از روی فشارسنج خوانده می‌شود. سپس سطح آب را می‌توان به دست آورد. در صورتی که درجه‌سنج فشار ۲۰ کیلوپاسکال را ثبت نماید، عمق آب در مخزن (d) معادل است با: $(\gamma_{H_۲O}=۹۸۱۰\frac{N}{m^۳})$

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) ۴/۵ متر
۲) ۳/۴ متر
۳) ۱/۵ متر
۴) ۲/۴ متر

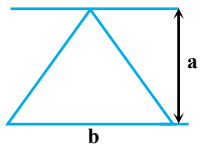
پاسخ: گزینه «۲» فشار در کف مخزن را در زیر لوله هوا و در نقطه زیر سطح آزاد آب برابر قرار داده و داریم:

$$\gamma d=۲۰\times۱۰^۳+\gamma(۱) \qquad s\gamma_w(d-۱)=۲۰۰۰۰$$

$$۰/۸۵\times۹۸۱۰(d-۱)=۲۰۰۰۰ \Rightarrow d=۳/۴\ (m)$$

مثال ۱۱۴: صفحه‌ای مثلثی شکل به ارتفاع a و قاعده b به نحوی در سیالی قرار دارد که رأس آن بر سطح سیال منطبق است. در این صورت فاصله مرکز فشار از سطح آب چقدر است؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $\frac{a}{۲}$
۲) $\frac{۲a}{۳}$
۳) $\frac{۴a}{۵}$
۴) $\frac{۳a}{۴}$

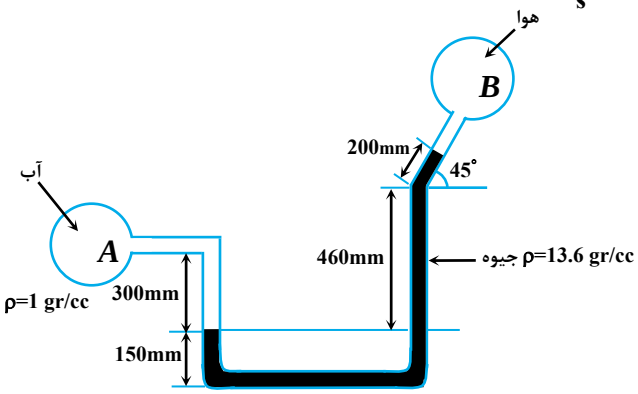
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» برای محاسبه فاصله مرکز فشار از سطح آب با توجه به مطالب بیان شده در متن درس داریم:

$$y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} \qquad y' = \frac{۲}{۳}a + \frac{\frac{۱}{۳۶}ba^۳}{\frac{۲}{۳}a(\frac{ba}{۲})} \qquad y' = \frac{۲}{۳}a + \frac{۱}{۱۲}a \Rightarrow y' = \frac{۳}{۴}a$$

مثال ۱۱۵: در شکل داده شده، اختلاف فشار بین مخازن A و B چند kpa است؟ $(g = ۹/۷۹ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) ۷/۸۸

۲) ۸۴/۹۳

۳) ۸۳/۰

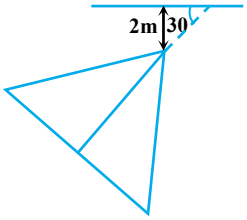
۴) ۷/۱۳

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با نوشتن معادله مانومتری بین مقطع A و B داریم:

$$P_A + \gamma_w(۰/۳) - \gamma_{Hg}(۰/۴۶) - \gamma_{Hg}(۰/۲)\sin ۴۵^\circ = P_B \qquad \gamma_{Hg} = S_{Hg}\gamma_w$$

$$P_A - P_B = ۱۰۰۰ \times ۹/۷۹[۱۳/۶(۰/۴۶ + ۰/۲\sin ۴۵^\circ) - ۰/۳] \Rightarrow P_A - P_B = ۸۴/۹۳ \text{ (kpa)}$$

مثال ۱۱۶: صفحه‌ای به شکل مثلث با قاعده ۳m و ارتفاع ۶m مطابق شکل در زیر آب با دانسیته $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ قرار گرفته است. نیروی وارد شده بر یک طرف صفحه چند kN است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) ۷۲۰

۲) ۳۶۰

۳) ۵۴۰

۴) ۳۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» برای محاسبه نیروی وارد بر یک طرف صفحه لازم است که فاصله عمودی مرکز سطح صفحه از سطح آزاد را به دست آوریم:

$$F_R = \gamma h_c A \qquad F_R = ۱۰۰۰ \times ۱۰(\frac{۲}{۳} \times ۶\sin ۳۰^\circ + ۲)(\frac{۳ \times ۶}{۲}) \Rightarrow F_R = ۳۶۰۰۰۰ \text{ (N)} = ۳۶۰ \text{ (kN)}$$

مثال ۱۱۷: یک جسم شناور داخل یک سیال را در نظر بگیرید. نیروی شناوری را در دو حالت جسم ساکن و جسم در حال حرکت داخل سیال مقایسه کنید:

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)

۱) نیروی شناوری در دو حالت یکسان است.

۲) نیروی شناوری در حال حرکت بیشتر از ساکن است.

۳) نیروی شناوری در حال سکون بیشتر از در حال حرکت است.

۴) نیروی شناوری در صورتی که سرعت جسم ثابت باشد با حالت ساکن برابر است.

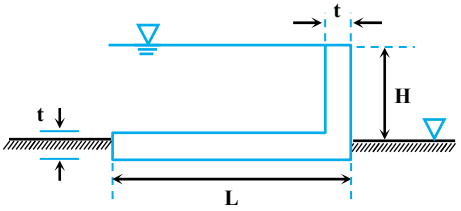
☑ **پاسخ :** گزینه«۱» نیروی شناوری برابر با وزن سیال جابه‌جا شده هم‌حجم قسمتی از جسم است که در داخل سیال قرار گرفته است. بنابراین نیروی شناوری برای دو حالت جسم ساکن و جسم در حال حرکت داخل سیال یکسان است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۸: یک سد بتن آرمه به شکل گونیا با ارتفاع کم H و به عرض L و به طول واحد در یک زمین نفوذپذیر مطابق شکل احداث شده است. برای این که سد مطابق شکل در حالت تعادل باشد، با صرف‌نظر کردن از وزن سد، نسبت $\frac{L}{H}$ با کدام یک از روابط زیر برابر می‌گردد؟ (مقدار t ضخامت سد در برابر ابعاد آن ناچیز است)

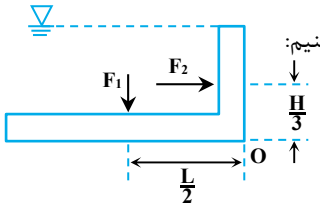
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{L}{H}=\sqrt{۳}$　　۲) $\frac{L}{H}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۳) $\frac{L}{H}=۱$　　۴) $\frac{L}{H}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» ابتدا هر یک از نیروهای عمودی ($F_۱$) و افقی ($F_۲$) وارده به سد از طرف سیال را محاسبه می‌کنیم:



$$F_۱=\gamma_w(h_c)_۱A_۱=\gamma_w(H)(L\times ۱)=\gamma_w HL$$

$$F_۲=\gamma_w(h_c)_۲A_۲=\gamma_w(\frac{H}{۲})(H\times ۱)=\frac{۱}{۲}\gamma_w H^۲$$

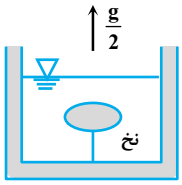
با توجه به شکل، نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ به مرکز فشار هر یک از قسمت‌های عمودی و افقی سد وارد می‌شوند و برای برقراری تعادل سد با گشتاورگیری نیروها حول نقطه O داریم:

$$+\circlearrowleft \sum M_O=۰ : \quad F_۱(\frac{L}{۲})-F_۲(\frac{H}{۳})=۰ \qquad \gamma_w HL(\frac{L}{۲})-\frac{۱}{۲}\gamma_w H^۲(\frac{H}{۳})=۰$$

$$L^۲=\frac{H^۲}{۳} \qquad \frac{L}{H}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

مثال ۱۱۹: جسمی به وسیله یک نخ در زیر سطح سیال غوطه‌ور نگه داشته شده است. اگر ظرف محتوی سیال با شتاب ثابت $\frac{g}{۲}$ به سمت بالا حرکت کند، نسبت کشش نخ در حالت حرکت به حالت سکون چقدر است؟

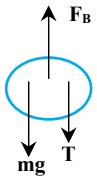
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) ۲　　۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۲}$　　۴) $\frac{۲}{۳}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» ابتدا دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر جسم را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:



تعادل نیرویی در راستای قائم: $\sum F_y=۰ : \quad F_B-T-mg=۰$

کشش کابل قبل از حرکت ظرف: $T=F_B-mg=(\rho_w-\rho)vg$

حال برای محاسبه کشش کابل بعد از حرکت ظرف، با نوشتن قانون دوم نیوتن در راستای قائم داریم:

$$\sum F=ma \Rightarrow F'_B-T'-mg=m\frac{g}{۲} \Rightarrow T'=F'_B-\frac{۳}{۲}mg=\frac{۳}{۲}\rho_w vg-\frac{۳}{۲}\rho vg=(\rho_w-\rho)v(\frac{۳}{۲}g)$$

نسبت نیروهای کشش کابل عبارت است از:

$$\frac{T'}{T}=\frac{(\rho_w-\rho)v(\frac{۳}{۲}g)}{(\rho_w-\rho)vg} \Rightarrow \frac{T'}{T}=\frac{۳}{۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۲۰: قایقی مکعب مستطیل شکل به عرض ۶ متر، طول ۲۰ متر، ارتفاع ۴ متر و وزن ۲۰۰ تن، با ارتفاع متاسنتریک ۴/۵ متر به صورت شناور در روی سطح آب قرار دارد. در صورتی که قایق حول محور طولی ۰/۰۲ رادیان دوران کند، کوپل نیروی بازگردان و تغییر مکان افقی مرکز شناوری (r) چقدر است؟ (فاصله مرکز ثقل قایق تا مرکز شناوری ۰/۵۰ متر است) $\gamma_w = ۱۰۰۰۰ \frac{N}{m^۳}$, $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

۱) کوپل نیروی بازگردان ۲۰ تن متر و $r = ۳۶mm$

۲) کوپل نیروی بازگردان ۲ تن متر و $r = ۳۶mm$

۳) کوپل نیروی بازگردان ۲۰ تن متر و $r = ۱۵mm$

۴) کوپل نیروی بازگردان ۲ تن متر و $r = ۱۵mm$

☑ **پاسخ :** هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای حالتی که مقدار دوران قایق حول محور طولی اندک باشد، کوپل نیروی بازگردان عبارت است از:

I_{yy} : ممان اینرسی حول محور طولی قایق C : کوپل نیروی بازگردان $C = \gamma \Delta\theta I_{yy}$

$C = (۱۰۰۰۰)(۰/۰۲)[\frac{۱}{۱۲}(۲۰)(۶)^۳]$ $C = ۷۲۰۰۰ \ (N.m) = ۷/۲ \ (ton.m)$

$۱(ton) = ۱۰۰۰(kg_f)$ $۱(kg_f) = g(N) = ۱۰(N)$ $۱ \ (ton) = ۱۰۰۰۰(N)$

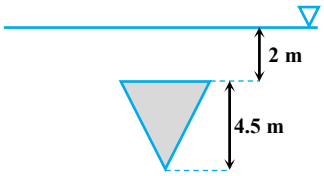
$r = \delta = \frac{C}{w}$ $r = \delta$: تغییر مکان افقی مرکز شناوری

$r = \frac{۷/۲(ton.m)}{۲۰۰(ton)} = ۰/۰۳۶(m) \Rightarrow r = ۳۶(mm)$

البته صورت سؤال نیز اشتباه است، زیرا ارتفاع متاسنتریک برابر است با:

$MG = \frac{\gamma I_{yy}}{w} - BG$ $MG = \frac{۱۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۲}(۲۰)(۶)^۳}{۲۰۰ \times ۱۰^۴} - ۰/۵ \Rightarrow MG = ۱/۳(m) \neq ۴/۵(m)$

مثال ۱۲۱: یک صفحه مثلثی شکل با قاعده ۳m و ارتفاع ۴/۵m مطابق شکل، زیر آب با دانسیته $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ قرار گرفته است. نیروی وارد شده به یک طرف صفحه چند kN است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) ۰/۰

۲) ۲۳/۶۲۵

۳) ۱۳۵

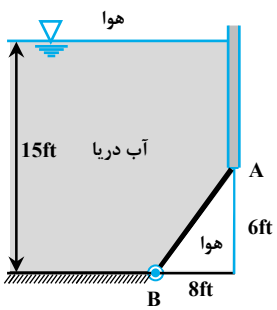
۴) ۲۳۶/۲۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» برای محاسبه نیروی وارد بر یک طرف صفحه لازم است که فاصله عمودی مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد را به دست آوریم:

$F_R = P_c A = \rho g h_c A$ $F_R = (۱۰۰۰)(۱۰)(۲ + \frac{۴/۵}{۳})(\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴/۵)$

$F_R = ۲۳۶۲۵۰(N) = ۲۳۶/۲۵ \ (kN)$

مثال ۱۲۲: مطابق شکل دریچه AB به شکل مستطیل به عرض 5ft در نقطه B لولا شده است. با توجه به اطلاعات روی شکل، نیرویی که از طرف آب به دریچه اعمال می‌شود، بر حسب lb_f چقدر است؟ $(\gamma_w = ۶۴ \frac{lb_f}{ft^۳})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) ۴۸۵۰۰

۲) ۳۸۴۰۰

۳) ۵۳۸۰۰

۴) ۸۴۵۰۰

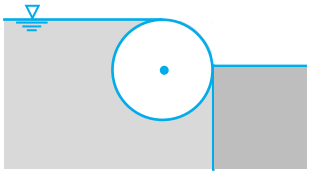
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» برای محاسبه نیروی وارد بر دریچه از طرف آب با توجه به فاصله مرکز سطح دریچه از سطح آزاد و مساحت سطح دریچه داریم:

$$F_R = \gamma h_c A \qquad F_R = ۶۴ \times (۱۵ - \frac{۶}{۲}) \times (\sqrt{۶^۲ + ۸^۲} \times ۵) \qquad F_R = ۳۸۴۰۰ \ (lb_f)$$

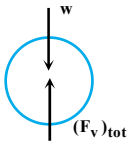
مثال ۱۲۳: در شکل نشان داده شده اگر قطر استوانه ۲ متر باشد، وزن آن چقدر است؟ (وزن حجمی مایع = γ) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



۱) $\left(\frac{\pi}{۴}+۱\right)\gamma$　　۲) $\left(\frac{\pi}{۲}+۱\right)\gamma$

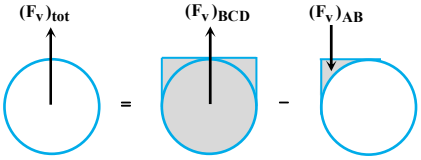
۳) $\left(\frac{۳\pi}{۴}+۱\right)\gamma$　　۴) $(\pi+۱)\gamma$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» طول استوانه واحد در نظر گرفته می‌شود.



با استفاده از تعادل نیروهای وارد بر استوانه داریم: $W = (F_v)_{tot}$

برای محاسبه نیروی شناوری $(F_v)_{tot}$ داریم: $(F_v)_{tot} = (F_v)_{BCD} - (F_v)_{AB}$

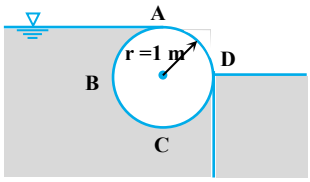


$(F_v)_{BCD}$ = وزن سیال مجازی بالای استوانه در قسمت BCD تا سطح آزاد $= \gamma V_{BCD}$

$$(F_v)_{BCD} = \gamma\left[\frac{۱}{۲}\pi r^۲ + (۲r)(r)\right](۱) = (\frac{\pi}{۲}+۲)\gamma$$

$(F_v)_{AB}$ = وزن سیال بالای استوانه در قسمت AB تا سطح آزاد $= \gamma V_{AB}$

$$(F_v)_{AB} = \gamma\left[(r)(r) - \frac{۱}{۴}\pi r^۲\right](۱) = (۱ - \frac{\pi}{۴})\gamma$$



با قرار دادن نیروهای به دست آمده در رابطه بالا داریم:

$$W = (\frac{\pi}{۲}+۲)\gamma - (۱ - \frac{\pi}{۴})\gamma \qquad w = (\frac{۳\pi}{۴}+۱)\gamma$$

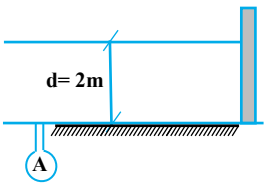
مثال ۱۲۴: نفت دارای چگالی $s = ۰/۸۱$ می‌باشد. ارتفاع ستون نفتی که معادل فشار ۲۰۰۰ پاسکال باشد، برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

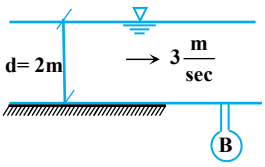
۱) ۰/۲۵m　　۲) ۲/۵m　　۳) ۴m　　۴) ۰/۴m

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» برای محاسبه ارتفاع معادل رابطه فشار هیدرواستاتیک استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho_o g h \qquad \text{چگالی} : s = \frac{\rho_o}{\rho_w} \qquad h = \frac{۲۰۰۰}{۰/۸۱ \times ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱} \qquad h = ۰/۲۵ \ (m)$$

مثال ۱۲۵: شکل زیر دو فشارسنج را که در عمق d از سطح مایع در دو سیال ساکن و جاری قرار گرفته‌اند نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)





۱) $P_A > P_B$

۲) $P_A < P_B$

۳) $P_A = P_B$

۴) بستگی به سطح مقطع جریان دارد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» فشارسنج A، فشار در عمق ۲ متری سیال ساکن را نشان می‌دهد و فشارسنج B نیز فشار در کف (جداره) سیال جاری را نشان می‌دهد. با توجه به این که سرعت سیال در روی مرز جامد صفر است، داریم: $P_A = P_B$

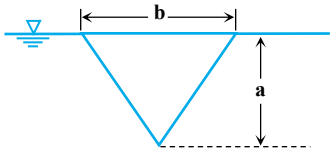
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۲۶: مرکز فشار یک دریچه مثلثی شکل به ارتفاع a که قاعده آن روی سطح آب است کدام گزینه می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{۲a}{۳}$ ۲) $\frac{a}{۲}$ ۳) $\frac{a}{۳}$ ۴) $\frac{۳a}{۴}$

پاسخ: گزینه «۲» برای محاسبه مرکز فشار با توجه به مطالب بیان شده در متن درس داریم:

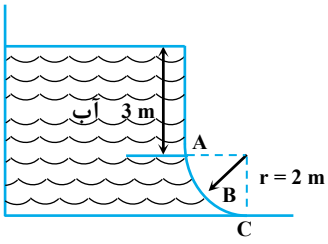


$$y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A} \qquad y' = \frac{a}{۳} + \frac{\frac{۱}{۳۶}ba^۳}{\frac{a}{۳}(\frac{ab}{۲})}$$

$$y' = \frac{a}{۳} + \frac{a}{۶} \qquad y' = \frac{a}{۲}$$

مثال ۱۲۷: نیروی لازم برای باز شدن دریچه ABC برابر است با: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

w = عرض دریچه = ۲m



۱) ۱۸۰kN

۲) ۱۶۰kN

۳) ۱۲۰kN

۴) صفر

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به امتداد و جهت نیروهای وارده از طرف آب بر دریچه ABC (عمود بر دریچه و به سمت داخل که از مرکز ربع‌دایره می‌گذرد) و با گشتاورگیری حول مرکز ربع‌دایره نتیجه می‌شود که دریچه خود به خود باز می‌شود و نیروی لازم برای باز کردن دریچه صفر است.

مثال ۱۲۸: قانون فشار هیدرواستاتیک بیان می‌دارد که نرخ افزایش فشار در جهت قائم، (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) برابر با چگالی سیال است.

۲) برابر با وزن سیال است.

۳) برابر با وزن مخصوص سیال است.

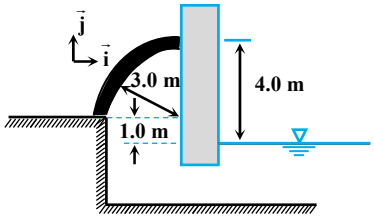
۴) برابر با چگالی نسبی سیال است.

پاسخ: گزینه «۳» معادلات تغییرات فشار در سیال ساکن به صورت زیر است:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = ۰ \;,\; \frac{\partial P}{\partial y} = ۰ \;,\; \frac{\partial P}{\partial Z} = -\gamma = -\rho g \Rightarrow \frac{dP}{dZ} = -\gamma$$

بنابراین نرخ افزایش فشار در جهت قائم، برابر با وزن مخصوص سیال است.

مثال ۱۲۹: سطح منحنی فلزی نشان داده شده در شکل زیر در نظر گرفته می‌شود. حجم زیرین این سطح کلاً از سیال پر شده است. بردار نیروهای وارد بر سطح در واحد عرض بر حسب کیلونیوتن چقدر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}, \pi = ۳, \gamma = ۱۰۰۰۰\frac{N}{m^۳})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $-۹۷/۵\hat{j}$

۲) $۹۷/۵\hat{i} + ۷۵\hat{j}$

۳) $۷۵\hat{i} - ۹۷/۵\hat{j}$

۴) $-۷۵\hat{i} - ۹۷/۵\hat{j}$

پاسخ: گزینه «۳» ابتدا هر یک از نیروهای افقی و عمودی وارد بر سطح فلزی را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم، لذا:

نیروی افقی وارد بر سطح: $F_h = \gamma h_c A$ $\quad F_h = (۱۰۰۰۰)(\frac{۳}{۲} + ۱)(۳ \times ۱)$ $\quad F_h = ۷۵۰۰۰\,(N) = ۷۵\,(kN)$

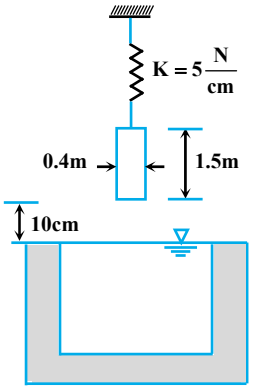
نیروی عمودی وارد بر سطح: $F_v = W = \gamma v = \gamma A t$ $\quad F_v = (۱۰۰۰۰)(\frac{\pi}{۴} \times ۳^۲ + ۳ \times ۱)(۱)$ $\quad F_v = ۹۷۵۰۰(N) = ۹۷/۵(kN)$

$$\vec{F}_R = F_h\vec{i} + F_v j = ۷۵\vec{i} - ۹۷/۵\vec{j}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳۰: استوانه‌ای به قطر $0/4m$ و وزن $500N$ در فاصله $10cm$ از یک ظرف لبریز از سیال نگه داشته شده و به آرامی رها می‌شود. این استوانه چند متر در سیال فرو می‌رود؟ $\gamma_{\text{سیال}} = 10000 \frac{N}{m^3}$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{4/5}{4\pi - 0/05}$

۲) $\frac{4/5}{4\pi + 0/05}$

۳) $\frac{4/5}{4\pi + 5}$

۴) $\frac{4/5}{5\pi - 4}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مقدار فرورفتگی استوانه در سیال : x

$+\uparrow \sum F_y = 0: \quad F_K + F_B - W = 0$

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر استوانه :

نیروی فنر وارد بر استوانه : $F_K = K\Delta l$

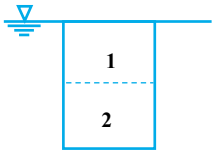
$F_K = 5 \frac{N}{cm} \times \frac{100 cm}{1 m} \times (0/1 + x) m = 500 + 500x$

نیروی شناوری وارد بر استوانه : $F_B = \gamma v = \gamma A x \qquad F_B = (10000)(\frac{\pi}{4} \times 0/4^2)x = 400\pi x$

حال با قرار دادن نیروهای فوق در رابطه تعادلی نیروها داریم:

$500 + 500x + 400\pi x - 500 = 0 \qquad x = \frac{450}{400\pi + 500} \Rightarrow x = \frac{4/5}{4\pi + 5}$

مثال ۱۳۱: یک صفحه مستطیلی قائم طوری در آب قرار داده شده که لبه بالایی آن بر سطح آب منطبق است. اگر این صفحه را به دو مستطیل مساوی ۱ و ۲ تقسیم کنیم و نیروهایی را که آب بر آن‌ها وارد می‌کند با F_1 و F_2 نشان دهیم، نسبت $\frac{F_1}{F_2}$ چقدر است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۱

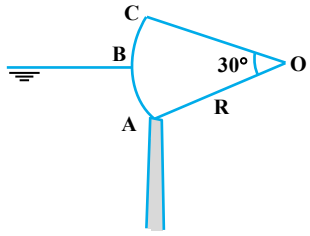
☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

نیروی افقی وارد بر صفحه ۱ : $F_1 = \gamma_w (h_c)_1 A_1 = \gamma_w (\frac{a}{4}) A_1$ طول صفحه مستطیل قائم : a

نیروی افقی وارد بر صفحه ۲ : $F_2 = \gamma_w (h_c)_2 A_2 \quad , \quad (h_c)_2 = \frac{a}{4} + \frac{a}{2} \Rightarrow F_2 = \gamma_w (\frac{3a}{4}) A_2$

$A_1 = A_2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$

مثال ۱۳۲: در شکل زیر یک دریچه قطاعی به شعاع $R = 5m$ و زاویه مرکزی 30° و عرض واحد را نشان داده‌ایم. هنگامی که سطح آب مطابق شکل هم‌تراز با لولای O است، نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاه در A برابر $20kN$ است. وقتی سطح آب به C برسد، این نیرو بر حسب kN چقدر می‌شود؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



۱) ۰

۲) ۱۰

۳) ۲۰

۴) ۳۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» نیروهای وارده از طرف آب بر دریچه قطاعی (در هر دو حالت) عمود بر آن و در نتیجه در راستای شعاع بوده و گشتاور آن‌ها نسبت به لولای O صفر است. بنابراین عکس‌العمل تکیه‌گاه A در هر دو حالت وابسته به وزن دریچه بوده که ثابت است و داریم:

$R_A = 20 (kN)$

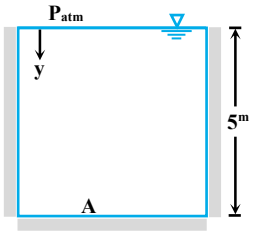
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳۳: در یک مخزن به ارتفاع h و سطح قاعده A مایعی وجود دارد که وزن مخصوص آن متغیر و تابع عمق مایع می‌باشد و با معادله $\gamma = ۱۸۰ + ۲۴۰h$ مشخص می‌شود. اگر ارتفاع مایع تا کف مخزن برابر ۵m و فشار هوا در بالای سطح آزاد مایع ۱۰۱/۳kpa باشد، کل فشار وارده بر کف مخزن چقدر است؟ (واحد γ بر حسب $\frac{N}{m^۳}$ می‌باشد.) (مهندسی مواد ـ سراسری ۸۸)

۱) $P = ۱۰۹/۲kpa$ ۲) $P = ۱۰۷/۲kpa$ ۳) $P = ۱۰۵/۲kpa$ ۴) $P = ۱۰۳/۲kpa$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»



$\gamma = ۱۸۰ + ۲۴۰y$

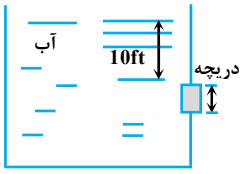
معادله توزیع فشار در سیال ساکن : $\frac{dP}{dy} = \gamma \qquad dP = (۱۸۰ + ۲۴۰y)dy$

$$\int_{۰}^{P} dP = \int_{۰}^{۵} (۱۸۰ + ۲۴۰y)dy \qquad P = (۱۸۰y + ۱۲۰y^۲)\Big|_{۰}^{۵}$$

فشار نسبی در کف مخزن : $P_g = ۱۸۰(۵) + ۱۲۰(۵)^۲ = ۳۹۰۰(pa)$

فشار مطلق در کف مخزن : $P_{tot} = P_a = P_g + P_{atm} = ۳/۹ + ۱۰۱/۳ \qquad P_{tot} = ۱۰۵/۲(kpa)$

مثال ۱۳۴: دریچه مربعی شکل قائم مطابق شکل به گونه‌ای قرار گرفته است که لبه فوقانی دریچه ۱۰ فوت پایین‌تر از تراز آب واقع شده است و هر ضلع دریچه ۳ فوت است. نیروی وارده بر دریچه برابر است با: $\gamma_w = ۶۲/۴ \frac{lb}{ft^۳}$ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)



۱) ۶۴۶۰ lb
۲) ۵۲۱۰ lb
۳) ۳۷۰۰ lb
۴) ۷۵۰۰ lb

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» نیروی وارد بر دریچه برابر با فشار در مرکز سطح ضرب در مساحت دریچه است که بر مرکز فشار وارد می‌شود:

$$F = P_c.A = \gamma h_c \times A \quad , \quad h_c = ۱۰ + \frac{۳}{۲} = ۱۱/۵\ (ft) \Rightarrow F = ۶۲/۴ \times ۱۱/۵ \times ۹ = ۶۴۵۸/۴\ (lb_f)$$

مثال ۱۳۵: یک مکعب با سطح ۲×۲ متر مربع و ارتفاع یک متر و وزن مخصوص ۰/۸ بر روی سطح آب شناور می‌باشد. در صورتی که این مکعب به مکعب دیگری با وزن مخصوص ۱/۲ و ابعاد ۱×۱×۱ متر متصل گردد، عمق شناوری چه تغییری می‌کند؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) ۵ سانتی‌متر افزایش می‌یابد. ۲) ۲/۵ سانتی‌متر افزایش می‌یابد. ۳) ۷/۵ سانتی‌متر افزایش می‌یابد. ۴) ۱۰ سانتی‌متر افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» مسأله با فرض این که مکعب کوچک از زیر به مکعب بزرگ وصل شده، حل شده است.

عمق شناوری در حالت اول را h در نظر گرفته و لذا از تعادل نیروهای در جهت قائم داریم:

$$W = F_B \Rightarrow mg = \rho vg = \rho_w(Ah)g \Rightarrow ۸۰۰ \times (۲ \times ۲ \times ۱)g = ۱۰۰۰ \times (۲ \times ۲ \times h)g \Rightarrow h = ۰/۸(m)$$

در حالت دوم با در نظر گرفتن حجم $v_۱$ برای مکعب اول و حجم $v_۲$ برای مکعب دوم (کوچک) و با استفاده از تعادل نیروهای وارد بر مکعب‌ها داریم:

$$W' = F'_B \Rightarrow \rho_۱ v_۱ g + \rho_۲ v_۲ g = \rho_w(A_۱ \times h' + v_۲)g \Rightarrow ۸۰۰ \times ۴g + ۱۲۰۰ \times ۱g = ۱۰۰۰(۴h' + ۱)g$$

$$h' = ۰/۸۵(m) \Rightarrow h' - h = ۰/۰۵(m) = ۵(cm)$$

مثال ۱۳۶: یک کشتی با وزن ۱۰۰۰۰۰ تن در آب دریا به عمق ۱۰۰متر غرق شده است. در صورتی که بخواهیم این کشتی را با پمپاژ هوا به داخل کشتی (در داخل محفظه‌هایی که امکان آب‌بندی نمودن آن‌ها وجود داشته باشد) به سطح آب منتقل کنیم، حداقل حجم آب تخلیه شده چقدر بایستی باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) $۱۰^۴$ متر مکعب ۲) $۱۰^۷$ متر مکعب ۳) $۱۰^۶$ متر مکعب ۴) $۱۰^۵$ متر مکعب

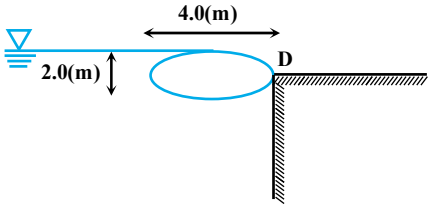
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در حالتی که کشتی در زیر آب است و تمام فضای آن را آب پر کرده باشد، نیروی شناوری $F_B = \gamma_w v_1$ است که v_1 حجم پوسته کشتی (بدون احتساب حجم فضاهای داخل کشتی) می‌باشد. اما با پمپاژ هوا به درون فضاهای داخل کشتی، حجم و در نتیجه F_B افزایش خواهد یافت. حداقل حجم آب تخلیه شده و هوای جایگزین شده به اندازه‌ای است که نیروی شناوری با وزن کشتی برابر باشد.

$$W = ۱۰^۵\,(ton) = ۱۰^۸\,(kg_f) = ۱۰^۹\,(N)\ ,\ F_B = \gamma_w \times V = ۱۰^۴\,v \qquad W = F_B \Rightarrow ۱۰^۹ = ۱۰^۴\,v \Rightarrow v = ۱۰^۵\,(m^۳)$$

مثال ۱۳۷: **یک استوانه بیضوی مطابق شکل زیر در مسیر حرکت آب قرار گرفته و در حال تعادل می‌باشد. در صورتی که تماس بین استوانه و دیواره صلب تنها در نقطه D باشد، وزن استوانه و نیروی افقی وارد بر دیوار (در واحد طول) به ترتیب برابرند با: ($\pi \approx ۳/۰$)** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



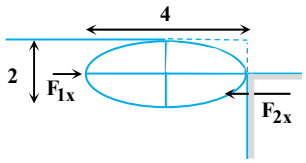
۱) ۱۰kN , ۳۵kN

۲) ۱۵kN , ۷۵kN

۳) ۵kN , ۳۴kN

۴) ۵kN , ۶۵kN

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» دو نیروی افقی بر استوانه وارد می‌شوند، یکی از چپ به راست $(F_{۱x})$ و یکی هم از راست به چپ $(F_{۲x})$ که عبارتند از:

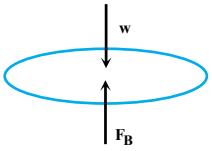


نیروی افقی وارد بر استوانه : $F_x = \gamma h_c A$

$$\sum F_x = F_{۱x} - F_{۲x} = \gamma h_{c۱} \times A_۱ - \gamma h_{c۲} A_۲ = ۱۰^۴ \times ۱ \times (۲ \times ۱) - ۱۰^۴ \times (۱ + ۰/۵) \times (۱ \times ۱) = ۵۰۰۰\,(N) = ۵\,(kN)$$

با توجه به تعادل نیروها در راستای افقی، نیروی افقی وارده بر دیوار نیز $۵(kN)$ خواهد بود.

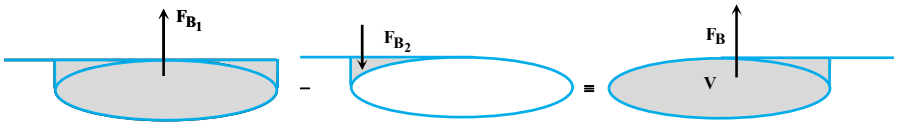
برای محاسبه نیروی وزن از تعادل نیروها در راستای قائم استفاده می‌کنیم:



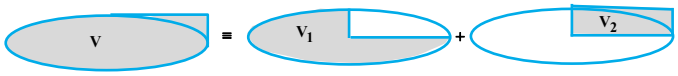
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow W = F_B$$

برای محاسبه نیروی شناوری داریم:

نیروی شناوری : F_B = وزن سیال روی استوانه تا سطح آزاد $= \gamma_w V$



برای محاسبه ساده‌تر حجم V می‌توان مجموع دو حجم شکل زیر را در نظر گرفت:



حجم استوانه = (مساحت بیضی)$\times(۱) = \pi \times a \times b = \pi \times ۲ \times ۱ = ۲\pi = ۶\,(m^۳)$

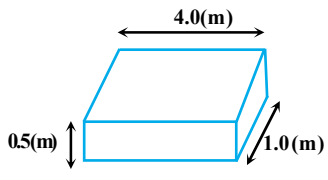
$$v_۱ = \frac{۳}{۴}\,(\text{حجم استوانه}) = \frac{۳}{۴}\pi ab = ۴/۵\,(m^۳) \qquad \Rightarrow v = v_۱ + v_۲ = ۴/۵ + ۲ = ۶/۵\,(m^۳)$$

$$v_۲ = ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲\,(m^۳)$$

وزن استوانه : $W = F_B = \gamma_w v = ۱۰۰۰۰ \times ۶/۵ = ۶۵\,(kN)$

مثال ۱۳۸: **برای استغراق مکعب مستطیل زیر با وزن مخصوص ۰/۸ تن در متر مکعب از یک بلوک سیمانی سبک با وزن مخصوص ۱/۴ تن در متر مکعب استفاده می‌گردد. نسبت حجم بلوک سیمانی به حجم مکعب مستطیل چوبی برای آن که هر دو در آب مستغرق باشند، چقدر می‌باشد؟**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۷۵

۳) ۱/۰

۴) ۰/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در حالت غوطه‌وری، مجموع وزن هر دو مکعب با نیروی شناوری برابر بوده و داریم:

$$۱(\text{ton}) = ۱۰۰۰(\text{kg}_\text{f}) = ۱۰۰۰۰(\text{N})$$

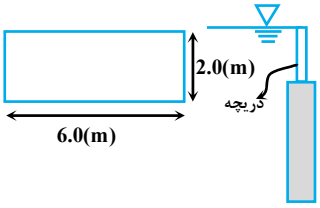
وزن مکعب مستطیل چوبی : $W_۱ = \gamma_۱ v_۱ = ۰/۸ \times ۱۰^۴ \times (۴ \times ۱ \times ۰/۵) = ۱۶۰۰۰(\text{N})$

وزن بلوک سیمانی : $W_۲ = \gamma_۲ v_۲ = ۱/۴ \times ۱۰^۴ \times v_۲ = ۱۴۰۰۰ v_۲$

نیروی شناوری وارد بر دو بلوک : $F_B = \gamma_w (v_۱ + v_۲) = ۱۰۰۰۰(۲ + v_۲)$

تعادل نیروهای وارد بر دو بلوک : $W_۱ + W_۲ = F_B \Rightarrow ۱۶۰۰۰ + ۱۴۰۰۰ v_۲ = ۱۰۰۰۰(۲ + v_۲) \Rightarrow v_۲ = ۱(\text{m}^۳) \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$

مثال ۱۳۹: در شکل زیر در صورتی که دریچه مستطیلی به اندازه ۲ متر زیر سطح آب فرو برده شود، محل تأثیر برآیند نیروهای شناوری چه تغییری می‌کند؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) ۲ متر افزایش می‌یابد.

۲) ۱/۵ متر افزایش می‌یابد.

۳) ۱ متر افزایش می‌یابد.

۴) ۰/۵ متر افزایش می‌یابد.

☑ **پاسخ :** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. محل تأثیر برآیند نیروهای شناوری در حالت اول عبارت است از:

$$y'_۱ = y_{c_۱} + \frac{\bar{I}}{y_{c_۱} A} \qquad y'_۱ = ۱ + \frac{\frac{۱}{۱۲}(۶)(۲)^۳}{(۱)(۶ \times ۲)} = \frac{۴}{۳}\,(\text{m})$$

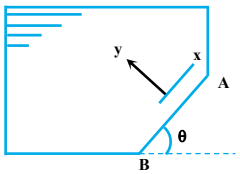
در حالتی که دریچه به اندازه ۲m زیر سطح آب فرو برده شود، محل تأثیر برآیند نیروهای شناوری عبارت است از:

$$y'_۲ = y_{c_۲} + \frac{\bar{I}}{y_{c_۲} A} \qquad y'_۲ = ۳ + \frac{\frac{۱}{۱۲}(۶)(۲)^۳}{(۳)(۶ \times ۲)} = \frac{۲۸}{۹}\,(\text{m})$$

بنابراین تغییر محل تأثیر برآیند نیروهای شناوری برابر است با:

$$\Delta y' = y'_۲ - y'_۱ = \frac{۲۸}{۹} - \frac{۴}{۳} \Rightarrow \Delta y' = \frac{۱۶}{۹}\,(\text{m}) \simeq ۱/۸\,(\text{m})$$

مثال ۱۴۰: مخزن زیر که عرض ۱ متر دارد (عمود بر صفحه) پر از آب است. اگر وزن آب بالای دریچه AB برابر با w باشد، اندازه نیروی وارد از آب به دریچه در جهت x چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ «تبدیل انرژی و طراحی کاربردی» ـ آزاد ۸۹)



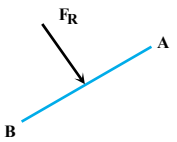
۱) $F_x = -W \sin\theta$

۲) $F_x = ۰$

۳) $F_x = W \sin\theta$

۴) $F_x = W \cos\theta$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر دریچه همواره در امتداد عمود بر سطح دریچه وارد می‌شود.

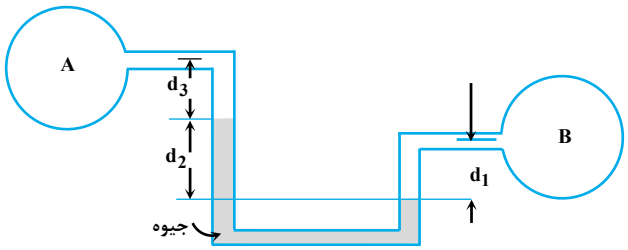


بنابراین مؤلفه نیروی وارد از طرف آب بر دریچه در راستای موازی دریچه (در امتداد محور Xها) برابر صفر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴۱: در مخزن A آب با چگالی $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ قرار دارد و در مخزن B هوا است. اگر $d_۱ = ۱۰mm$، $d_۲ = ۸۰mm$، $d_۳ = ۶۰mm$ باشند و چگالی جیوه ۱۳/۶ برابر چگالی آب باشد، اختلاف فشار $P_B - P_A$ چقدر است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی مکانیک ـ «تبدیل انرژی و طراحی کاربردی» ـ آزاد ۸۹)



۱) $P_B - P_A = ۱۰۲۸۰ pa$

۲) $P_B - P_A = ۲۱۴۰۰ pa$

۳) $P_B - P_A = ۱۱۴۸۰ pa$

۴) $P_B - P_A = ۲۰۸۰۰ pa$

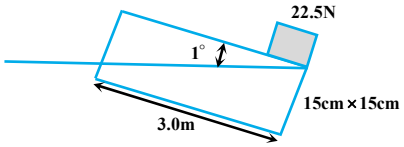
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با نوشتن معادله مانومتری بین دو مخزن A و B داریم:

$$P_A + \gamma_w \times d_۳ + \gamma_{Hg} \times d_۲ = P_B \Rightarrow P_B - P_A = \gamma_w \times d_۳ + ۱۳/۶ \gamma_w \times d_۲$$

$$P_B - P_A = \gamma_w (d_۳ + ۱۳/۶ d_۲) = ۱۰^۴ (۶۰ + ۱۳/۶ \times ۸۰) \times ۱۰^{-۳} = ۱۱۴۸۰ (pa)$$

مثال ۱۴۲: یک وزنه ۲۲/۵ نیوتنی بر روی انتهای یک تکه چوب به ابعاد $۳(m) \times ۱۵(cm) \times ۱۵(cm)$ که بر روی آب شناور می‌باشد مطابق شکل زیر قرار می‌گیرد و باعث می‌شود چوب با زاویه تقریبی ۱ درجه انحراف پیدا کند. چگالی چوب چقدر می‌باشد؟

$(tg۱^\circ = ۱۵ \times ۱۰^{-۳}, \gamma_{آب} = ۱۰۰۰۰ \frac{N}{m^۳})$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)

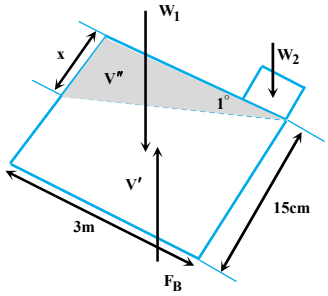


۱) $\frac{۲۴۵۰}{۵} \frac{kg}{m^۳}$

۲) $\frac{۲۴۵۰}{۴} \frac{kg}{m^۳}$

۳) $\frac{۲۴۵۰}{۶} \frac{kg}{m^۳}$

۴) $\frac{۲۴۵۰}{۳} \frac{kg}{m^۳}$



☑ **پاسخ:** گزینه «۴» دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر وزنه و تکه چوب را به صورت زیر ترسیم می‌کنیم:

$$F_B = \gamma_{آب} \times v' \quad و \quad W_۱ = \gamma_{چوب} \times v$$

حجم چوب داخل آب: $v' = v - v''$

$$x = ۳ tg۱^\circ = ۳ \times ۱۵ \times ۱۰^{-۳} = ۴۵ \times ۱۰^{-۳} (m)$$

$$v'' = \frac{۱}{۲} x \times ۳ \times ۱۵ \times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۲} \times ۴۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۴۵ \times ۱۰^{-۲} = ۱۰۱/۲۵ \times ۱۰^{-۴} (m^۳)$$

$$v = ۳ \times ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۰^{-۴} = ۶۷۵ \times ۱۰^{-۴} (m^۳)$$

$$v' = v - v'' = (۶۷۵ - ۱۰۱/۲۵) \times ۱۰^{-۴} = ۵۷۳/۷۵ \times ۱۰^{-۴} (m^۳)$$

نیروی شناوری وارد بر تکه چوب: $F_B = \gamma_{آب} \times v' = ۱۰^۴ \times ۵۷۳/۷۵ \times ۱۰^{-۴} = ۵۷۳/۷۵ (N)$

تعادل نیروها در راستای y: $W_۱ + W_۲ = F_B \Rightarrow \gamma_{چوب} (۶۷۵ \times ۱۰^{-۴}) + ۲۲/۵ = ۵۷۳/۷۵$

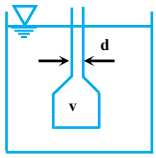
$$\gamma_{چوب} = \frac{۵۷۳/۷۵ - ۲۲/۵}{۶۷۵ \times ۱۰^{-۴}} = \frac{۵۵۱/۲۵ \times ۱۰^۴}{۶۷۵} = \frac{۲/۴۵ \times ۱۰^۴}{۳} (\frac{N}{m^۳}) \Rightarrow \gamma_{چوب} = \frac{۲۴۵۰۰}{۳} (\frac{N}{m^۳})$$

$$\gamma = \rho g \Rightarrow \rho = \frac{\gamma}{۱۰} \Rightarrow \rho = \frac{۲۴۵۰}{۳} (\frac{kg}{m^۳})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴۳: میزان استغراق یک هیدرومتر به وزن w، در داخل سیالی با چگالی ρ که قطر میله آن d می‌باشد به کدام‌یک از عوامل زیر بستگی دارد؟ (در صورتی که حجم مخزن پایینی هیدرومتر ثابت باقی بماند) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



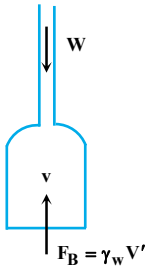
۱) شتاب ثقل (g)، وزن هیدرومتر (w)، چگالی سیال (ρ)

۲) شتاب ثقل (g) و وزن هیدرومتر (w)

۳) شتاب ثقل (g)، وزن هیدرومتر (w)، چگالی سیال (ρ) و قطر میله (d)

۴) شتاب ثقل (g)، وزن هیدرومتر (w) و قطر میله (d)

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر هیدرومتر به صورت زیر است:

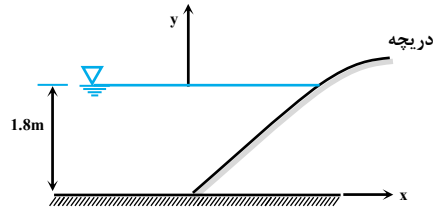


$v' =$ حجم سیال جابه‌جا شده

$F_B = W \Rightarrow W = \gamma v' \Rightarrow v' = \frac{W}{\gamma} = \frac{W}{\rho g}$: تعادل نیروها

با توجه به رابطه فوق، میزان استغراق هیدرومتر (حجم سیال جابه‌جا شده V') به وزن هیدرومتر (W)، شتاب ثقل (g) و چگالی سیال (ρ) بستگی دارد و مستقل از قطر میله است.

مثال ۱۴۴: در صورتی که مقطع دریچه زیر دارای منحنی به شکل $10x = 3y^2$ بوده و ارتفاع آب در پشت دریچه ۱/۸ متر باشد، نیروی افقی و قائم وارد بر طول واحد دریچه چقدر می‌باشد؟ ($\gamma_{آب} = 10000 \frac{N}{m^3}$) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



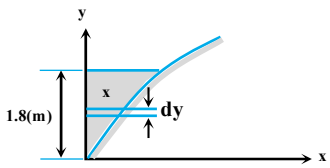
۱) ۵/۴ kN , ۱۶/۲ kN

۲) ۵/۸ kN , ۱۶/۲ kN

۳) ۵/۸ kN , ۳۲/۴ kN

۴) ۵/۴ kN , ۳۲/۴ kN

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه نیروی افقی و قائم وارد بر طول واحد دریچه داریم:



$F_x = \gamma \bar{h} A$

$F_y = \gamma v$

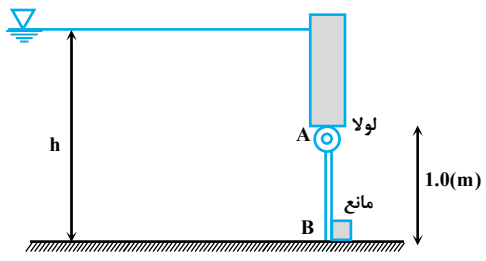
$F_x = 10^4 \times \frac{1/8}{2} \times 1/8 \times 1 = 16/2 (kN)$

برای محاسبه حجم v داریم:

$10x = 3y^2 \quad , \quad y = 1/8 \Rightarrow 10x = 3(1/8)^2 \Rightarrow x = 0/972 (m)$

$$A = \int_0^{1/8} x dy = \int_0^{1/8} \frac{3}{10} y^2 dy = \frac{1}{10} y^3 \Big|_0^{1/8} = \frac{(1/8)^3}{10} = 0/5832 \ (m^2) \Rightarrow F_y = \gamma v = 10^4 \times 0/5832 \times 1 = 5/8 (kN)$$

مثال ۱۴۵: در شکل زیر برای نگه‌داشتن دریچه AB به ارتفاع یک متر و پهنای ۳ متر از یک مانع استفاده شده است. این مانع در اثر حداکثر نیروی معادل ۴۰۰۰۰ نیوتن شکسته شده و از بین می‌رود. عمق آب بحرانی در پشت دریچه تقریباً چقدر خواهد بود؟ ($\gamma_{آب} = 10000 \frac{N}{m^3}$) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) ۳ متر

۲) ۲/۵ متر

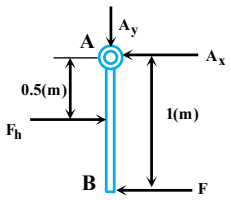
۳) ۲/۰ متر

۴) ۱/۵ متر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ : گزینه «۱» در شکل دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر دریچه نشان داده شده است:



(محل اعمال نیروی هیدرواستاتیک وارد بر دریچه در یک وضعیت حدی در وسط دریچه در نظر گرفته شده است)

در حالت تعادل : $\sum M_A = ۰ \Rightarrow F_h \times ۰/۵ = F \times ۱$

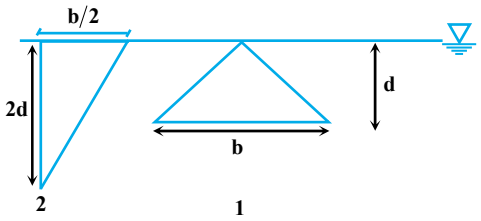
$$F_h = \gamma \bar{h} A = \gamma (h - ۰/۵) \times ۱ \times ۳ = ۱۰^۴ (h - ۰/۵) \times ۳$$

با قرار دادن در معادله فوق داریم:

$$۱۰^۴ (h_{cr} - ۰/۵) \times ۳ \times ۰/۵ = F_{max} \Rightarrow ۱۰^۴ (h_{cr} - ۰/۵) \times ۱/۵ = ۴۰۰۰۰ \Rightarrow h_{cr} - ۰/۵ = ۲/۶۷ \Rightarrow h_{cr} = ۳/۱۷ \simeq ۳ (m)$$

مثال ۱۴۶: در صورتی که دو صفحه مثلثی مطابق شکل زیر در داخل آب مستغرق گردند، نسبت مرکز فشار صفحه مثلثی شماره (۱) به صفحه شماره (۲) چقدر می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

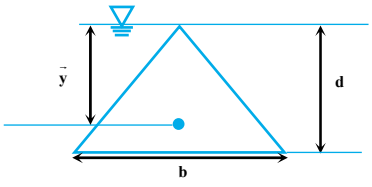
۳) ۱

۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ : گزینه «۴» مرکز فشار هر یک از صفحات مثلثی داده شده با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$y' = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{\bar{y} A}$$

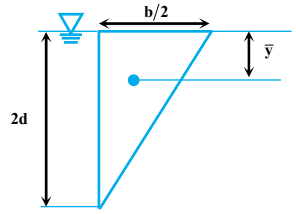
صفحه مثلثی ۱



$$, \quad \bar{I} = \frac{۱}{۳۶}(b)(d)^۳ \ , \ \bar{y} = \frac{۲d}{۳}$$

$$y'_۱ = \frac{۲d}{۳} + \frac{\frac{۱}{۳۶} bd^۳}{\frac{۲d}{۳} \times \frac{bd}{۲}} = \frac{۲d}{۳} + \frac{d}{۱۲} = \frac{۳d}{۴}$$

صفحه مثلثی ۲

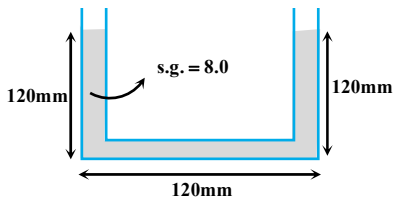


$$, \quad \bar{I} = \frac{۱}{۳۶}(\frac{b}{۲})(۲d)^۳ = \frac{۱}{۹} bd^۳ \quad , \quad \bar{y} = \frac{۲d}{۳}$$

$$y'_۲ = \frac{۲d}{۳} + \frac{\frac{۱}{۹} bd^۳}{\frac{۲d}{۳} \times \frac{۲d \times \frac{b}{۲}}{۲}} = \frac{۲d}{۳} + \frac{d}{۳} = d \quad ; \quad \frac{y'_۱}{y'_۲} = \frac{\frac{۳d}{۴}}{d} = \frac{۳}{۴}$$

مثال ۱۴۷: لوله U شکل زیر دارای قطر ۱۰ میلی‌متر و در ابتدا حاوی سیالی با وزن مخصوص s.g = ۸ می‌باشد. در صورتی که ۱۲ میلی‌لیتر آب به داخل لوله سمت راست اضافه گردد، ارتفاع نهایی سیال در دو لوله سمت راست و چپ به ترتیب چقدر است؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) ۱۶۰ میلی‌متر و ۱۳۰ میلی‌متر

۲) ۲۷۰ میلی‌متر و ۱۱۰ میلی‌متر

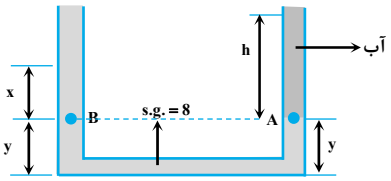
۳) ۲۷۰ میلی‌متر و ۱۳۰ میلی‌متر

۴) ۱۶۰ میلی‌متر و ۱۱۰ میلی‌متر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ : گزینه «۳» پس از افزودن آب به لوله سمت راست، ارتفاع نهایی سیال در دو سمت لوله به صورت زیر به دست می‌آید:



حجم آب افزوده شده : $v = ۱۲(mlit) = ۱۲\times۱۰^{-۶}\,(m^۳)$

$$v = hA = h\times\frac{\pi d^۲}{۴} \Rightarrow ۱۲\times۱۰^{-۶} = h\times\frac{\pi(۰/۰۱)^۲}{۴} \Rightarrow h = ۱۶۰(mm)$$

($\pi = ۳$ در نظر گرفته شده است)

نقاط A و B متعلق به سیال با چگالی $s.g = ۸$ بوده و به علت هم‌ترازی دارای فشار یکسان هستند و بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_A = \gamma_w h \\ P_B = \gamma x \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma_w\times۱۶۰ = ۸\gamma_w\times x \Rightarrow x = ۲۰\,(mm)$$

از طرف دیگر حجم سیال با چگالی $s.g = ۸$ داخل لوله ثابت است، لذا داریم:

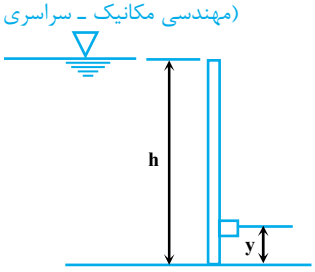
$$(۱۲۰+۱۲۰+۱۲۰)A = (۱۲۰+۲y+۲۰)\times A \Rightarrow ۲y = ۲۲۰ \Rightarrow y = ۱۱۰\,(mm)$$

بنابراین ارتفاع نهایی سیال در دو لوله سمت راست و چپ عبارت است از:

ارتفاع نهایی سیال در لوله سمت راست : $h + y = ۱۶۰+۱۱۰ = ۲۷۰\,(mm)$

ارتفاع نهایی سیال در لوله سمت چپ : $x + y = ۲۰+۱۱۰ = ۱۳۰\,(mm)$

مثال ۱۴۸: **فاصله y را به گونه‌ای پیدا کنید که تیر قائم واقع در شکل زیر پایدار باشد؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $h/۵$

۲) $h/۴$

۳) $h/۳$

۴) $h/۲$

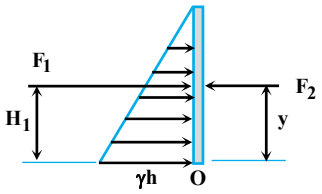
پاسخ : گزینه «۳» ابتدا شکل منشور فشار و دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر تیر قائم به صورت زیر نشان داده می‌شود:

شرایط لازم برای برقراری تعادل تیر قائم عبارتند از:

تعادل نیروهای افقی : $\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_۱ = F_۲$

تعادل گشتاور نیروهای وارد بر تیر حول نقطه دلخواه O : $\sum M_O = ۰ \Rightarrow F_۱H_۱ = F_۲y \Rightarrow H_۱ = y$

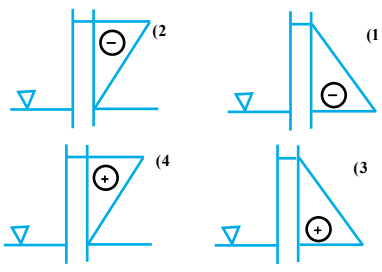
لذا باید محل اثر نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ روی تیر یکسان باشد.



با استفاده از روش منشور فشار، محل اثر نیروی $F_۱$ عبارت از مرکز سطح مثلث است. $(H_۱ = \frac{h}{۳})$

بنابراین نیروی $F_۲$ نیز باید در نقطه $y = \frac{h}{۳}$ (مرکز سطح مثلث) وارد شود.

مثال ۱۴۹: **توزیع صحیح فشار در بالاآمدگی سیال در داخل یک لوله موئین کدام گزینه است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



۱) ۱

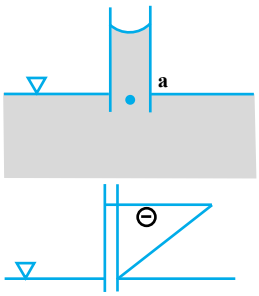
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

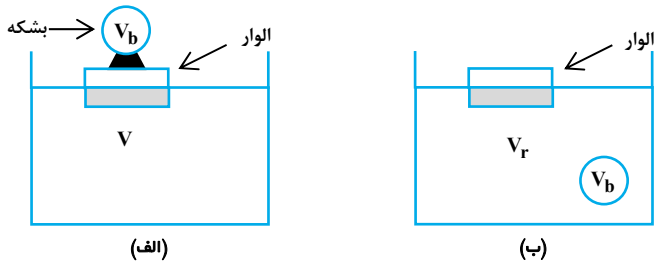


☑ **پاسخ :** گزینه «۲» لوله مویین شکل مقابل را در نظر می‌گیریم:

لازم به تأکید است که سطح آزاد در واقع متناظر با سطح آزاد مایع به دور از آثار مویینگی است. به این ترتیب سطح آزاد در سطح هلالی داخل لوله مویین نیست. بنابراین فشار نسبی در a صفر است، زیرا در ارتفاع یکسان با سطح آزاد قرار دارد که در آن فشار نسبی صفر است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح نیست. هم‌چنین باید توجه داشت که اگر یک نقطه به فاصله h داخل یک مایع بالاتر برود، فشار در آن نقطه به مقدار γh کاهش می‌یابد. بنابراین با بالا رفتن مایع درون لوله مویین فشار از صفر به سمت منفی کاهش می‌یابد.

مثال ۱۵۰: **شکل زیر را در نظر بگیرید. در حالت (الف) یک بشکه روی یک الوار قرار گرفته و حجم آب به اندازه V جابه‌جا شده است. در حالت (ب) بشکه از روی الوار برداشته شده و سپس الوار در آب فرو رفته است. به نظر شما در حالت (ب) حجم کل آب جابه‌جا شده چگونه تغییر می‌کند؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) تغییری نمی‌کند.

۴) به اندازه حجم بشکه تغییر می‌یابد.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» چون وزن مجموعه شناور کم شده، لذا حجم آب جابه‌جا شده نیز کم می‌شود. ولی مقدار آن معلوم نیست و بستگی به وزن بشکه و الوار دارد.

مثال ۱۵۱: **دو دریچه مثلثی با شکل و اندازه یکسان در دو سیال که دانسیته سیال (۱) پنج برابر سیال (۲) می‌باشد قرار گرفته‌اند. مرکز تأثیر نیروی ناشی از فشار (h^*) روی دو صفحه برای این دو سیال چگونه است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) $h_1^* = h_2^*$

۲) $h_1^* < h_2^*$

۳) $h_1^* > h_2^*$

۴) $h_1^* = 5h_2^*$

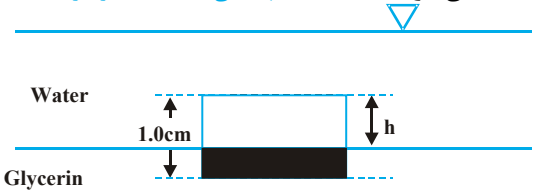
☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به روابط مرکز فشار:

$$X' = X_C + \frac{\bar{I}_{xy}}{y_C A} \quad ; \quad y' = y_C + \frac{\bar{I}}{y_C A}$$

محل اعمال نیروی فشاری ارتباطی به مشخصات سیال ندارد و فقط تابعی از هندسه سطح مورد نظر و محل قرارگیری نسبت به سطح آزاد سیال است.

مثال ۱۵۲: **مکعب توپری به چگالی $\rho = 1200 kg/m^3$ و حجم $V = 1cm^3$ در فصل مشترک آب و گلیسیرین معلق مانده که در شکل زیر نشان داده شده است. چگالی آب $1000 kg/m^3$ و چگالی گلیسیرین $1500 kg/m^3$ است. فاصله h چند سانتی‌متر است؟**

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)



۱) ۰/۳

۲) ۰/۵

۳) ۰/۸

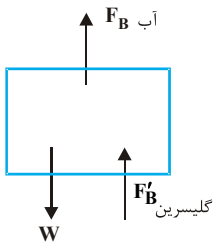
۴) ۰/۶

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ : گزینه «۴»

$v = a^۳ \quad ۱ = a^۳ \quad \Rightarrow \quad a = ۱(cm)$



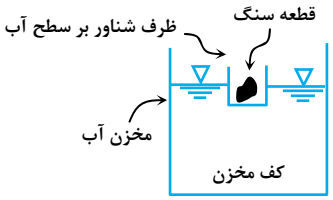
با استفاده از معادله تعادل برای مکعب داریم:

$$\sum F_y = ۰ : F_{B\ آب} + F'_{B\ گلیسرین} - mg = ۰$$

$$\gamma_w v_{آب} + \gamma_{گ} v_{گ} = \gamma_{مکعب} v_{مکعب} \rho_w g A h + \rho_{گ} g A (۱-h) = \rho_{مکعب} g A \times ۱$$

$$۱۰۰۰h + ۱۵۰۰ - ۱۵۰۰h = ۱۲۰۰ \qquad ۵۰۰h = ۳۰۰ \Rightarrow h = ۰/۶(cm)$$

مثال ۱۵۳: ظرفی بر سطح آب مخزن شناور است و قطعه سنگی در آن قرار دارد. اگر قطعه سنگ را از ظرف شناور بیرون آورده و در آب مخزن قرار دهیم، مقدار نیروی وارد بر کف مخزن فقط ناشی از آب نسبت به حالت اول چگونه تغییر می‌کند؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) افزایش می‌یابد.

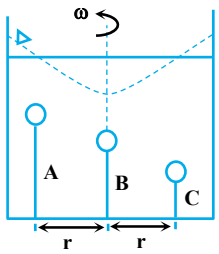
۲) ثابت می‌ماند.

۳) ممکن است کاهش یا افزایش یابد.

۴) کاهش می‌یابد.

پاسخ : گزینه «۴» در هر دو حالت ظرف بر سطح آب شناور است، پس نیروی شناوری مربوط به وزن ظرف یکسان است. نیروی شناوری مربوط به قطعه سنگ در حالت اول عبارت از وزن حجمی از آب است که برابر با وزن قطعه سنگ باشد، در صورتی که در حالت دوم نیروی شناوری برابر با وزن آب هم حجم قطعه سنگ است. بنابراین با توجه به این که جرم حجمی سنگ از آب بیش‌تر است، حجم آب جابه‌جا شده در حالت اول بیش‌تر از حالت دوم است و لذا سطح آب در حالت اول بالاتر است. نیروی وارد بر کف مخزن ناشی از فشار آب و در نتیجه وابسته به ارتفاع آب داخل مخزن است. بنابراین در حالت دوم نیروی وارد بر کف مخزن نسبت به حالت اول کاهش می‌یابد.

مثال ۱۵۴: به کف یک مخزن استوانه‌ای، سه جسم سبک صلب مشابه که در مایع درون مخزن توسط ریسمان به صورت معلق می‌باشند، مطابق شکل بسته شده‌اند. در صورتی که مخزن حول محورش با سرعت زاویه‌ای ω دوران کند، آن‌گاه بیش‌ترین کشش در کدام ریسمان به وجود می‌آید؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



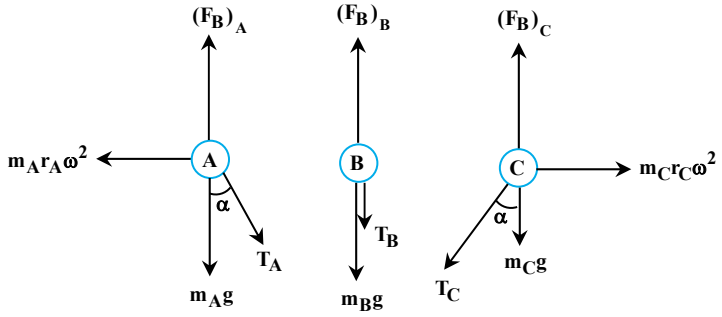
۱) A

۲) B

۳) C

۴) در همه موارد یکسان است.

پاسخ : گزینه «۳» دیاگرام آزاد سه جسم صلب به صورت زیر است:



برای هر سه جسم، نیروهای وزن و شناوری یکسان هستند. در مورد اجسام A و C نیز نیروهای گریز از مرکز برابرند (چون $r_A = r_C$).

برای اجسام A و C : $F_B - mg - T\cos\alpha = ۰ \Rightarrow T_A = T_C = \dfrac{F_B - mg}{\cos\alpha}$

برای جسم B : $F_B - mg - T_B = ۰ \Rightarrow T_B = F_B - mg$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

با توجه به $\cos\alpha < ۱$ نتیجه می‌شود که:

$$T_A = T_C > T_B$$

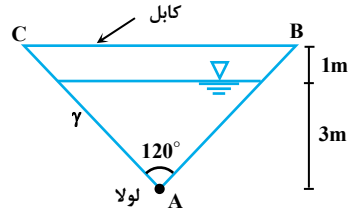
نیروی کشش ریسمان در A و C با احتساب وزن ریسمان عبارت است از:

$$T = \frac{F_B - mg - m'g}{\cos\alpha}$$

چون ریسمان A بلندتر از ریسمان C است، بنابراین: $m'_A g > m'_C g$ و لذا داریم: $T_C > T_A$

مثال ۱۵۵: **دو صفحه مستوی در نقطه A لولا شده و مخزنی را مطابق شکل زیر ایجاد کرده‌اند. صفحات در بالا توسط کابل BC به هم متصل شده‌اند. در صورتی که در هر متر عرض، دو کابل برای نگه‌داری صفحات به کار رفته و مخزن تا ارتفاع ۳ متری از سیالی با وزن مخصوص ۷ پر شده باشد، نیروی کششی وارد بر هر کابل چند نیوتن است؟**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۳γ

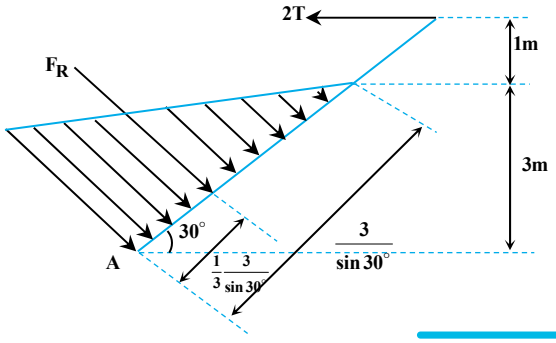
۲) $۲/۲۵\gamma$

۳) $۴/۵\gamma$

۴) ۹γ

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

دیاگرام آزاد نیروهای وارده بر AB (برای واحد عرض کانال) در شکل نشان داده شده است:



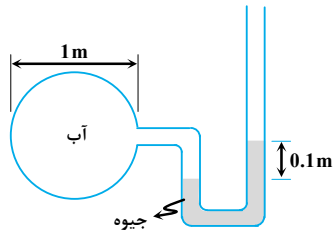
$$F_R = \gamma h_C A = \gamma(۱/۵)\left(\frac{۳}{\sin ۳۰^\circ}\times ۱\right) = ۹\gamma$$

$$\sum M_A = ۰ : ۲T(۴) - ۹\gamma(۲) = ۰ \quad \Rightarrow \quad T = ۲/۲۵\gamma$$

مثال ۱۵۶: **آب در داخل یک لوله به شعاع ۰/۵ متر مطابق شکل قرار دارد. نیروی وارد بر نیمه بالایی لوله در واحد طول لوله چند نیوتن است؟**

(دانسیته آب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ ، $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ ، $S_{Hg} = ۱۳/۶$)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) ۱۲۶۰۰

۲) ۹۶۷۵

۳) ۸۶۷۵

۴) ۱۰۶۷۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

روش اول: برای تعیین فشار در مرکز لوله با استفاده از معادله مانومتری داریم:

$$P + \gamma_w(۰/۱) - \gamma_{Hg}(۰/۱) = ۰ \quad \Rightarrow \quad P = ۱۰۰۰\times ۱۰(۱۳/۶ - ۱)\times ۰/۱ \quad \Rightarrow \quad P = ۱۲۶۰۰\ (pa)$$

برآیند نیروهای وارد بر نیمه بالایی لوله در واحد طول لوله عبارت است از:

$$\sum F = F - W = PA - \gamma V \quad \Rightarrow \quad \sum F = ۱۲۶۰۰(۱\times ۱) - ۱۰۰۰\times ۱۰\left[\frac{۱}{۲}\times\frac{\pi}{۴}(۱)^۲\times ۱\right] \quad \Rightarrow \quad \sum F = ۸۶۷۳(N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش دوم: ابتدا ارتفاع معادل سیال مجازی روی لوله را به دست می‌آوریم:

(وزن سیال مجازی تا سطح آزاد فرضی)

$$P=\gamma_w h_{eq} \Rightarrow h_{eq}=\frac{۱۲۶۰۰}{۱۰۰۰۰}=۱/۲۶\,(m) \qquad F=\gamma_w v$$

$$v=D\times ۱\times h_{eq}-\frac{۱}{۲}(\frac{\pi D^۲}{۴})(۱) \Rightarrow v=۱\times ۱/۲۶-\frac{\pi}{۸}(۱)^۲=۰/۸۶۷۳\,(m^۳)$$

$$F=۱۰۰۰۰\times ۰/۸۶۷۳ \qquad F=۸۶۷۳\,(N)$$

مثال ۱۵۷: استوانه‌ای توخالی به مساحت قاعده $\frac{۴\pi^۲}{g^۲}$ بر سطح آب شناور است. محور استوانه در راستای جاذبه است. زمانی که این استوانه به پایین برده و رها می‌شود با پریود ۲ ثانیه نوسان می‌کند. وزن استوانه چند نیوتن است؟ (دانسیته آب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و از اصطکاک استوانه و سیال صرف‌نظر کنید.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

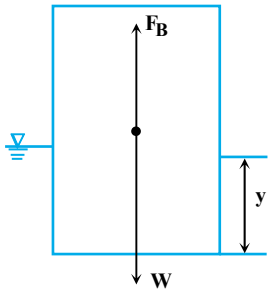
۱) ۲۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰

۳) ۵۰۰۰ ۴) ۶۰۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در حالت تعادل داریم: $W=F_B$

$$F_B=\gamma_w v=\gamma_w Ay=\gamma_w\frac{۴\pi^۲}{g^۲}y \Rightarrow y=\frac{Wg^۲}{۴\pi^۲\gamma_w}$$

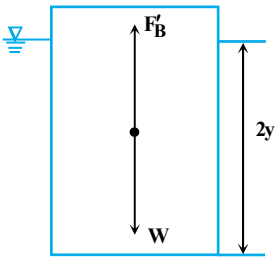
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi(\frac{rad}{s})$$



در حالت حرکت نوسانی داریم:

$$y=r\sin\omega t \qquad V=r\omega\cos\omega t \qquad a=-r\omega^۲\sin\omega t=-\omega^۲ y$$

در حالتی که استوانه به پایین برده و رها شود داریم:



$$\sum F=ma:\ W-F'_B=ma$$

$$F'_B=\gamma_w A(۲y)$$

$$W=\gamma_w A(۲y)+(\frac{W}{g})(-\omega^۲ y)$$

$$W=\gamma_w(\frac{۴\pi^۲}{g^۲})(\frac{۲Wg^۲}{۴\pi^۲\gamma_w})-\frac{W}{g}(\pi^۲)(\frac{Wg}{۴\pi^۲\gamma_w})$$

$$۱=۲-\frac{Wg}{۴\gamma_w} \qquad W=\frac{۴\gamma_w}{g}=\frac{۴\times ۱۰۰۰۰}{۱۰} \qquad W=۴۰۰۰\,(N)$$

مثال ۱۵۸: محفظه بزرگی محتوی آب با شتاب $۱/۲g(\frac{m}{s^۲})$ در جهت جاذبه حرکت می‌کند. درون این محفظه جسم جامدی با چگالی نسبی ۵ غوطه‌ور است. اگر از اثرات ویسکوزیته صرف‌نظر شود، شتاب حرکت جسم جامد چند برابر g است؟ فرض کنید آب از قوانین هیدرواستاتیک پیروی می‌کند؟

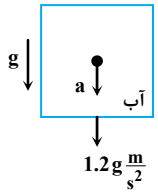
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

۱) ۰/۸

۲) ۰/۹۶

۳) ۱/۰۴

۴) ۱/۲

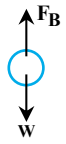


www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به حرکت رو به پایین، شتاب ظاهری محفظه برابر است با: $g' = g - a_z$ $\quad g' = g - ۱/۲g = -۰/۲g$

با استفاده از قانون دوم نیوتن برای جسم جامد داریم:



$$W - F_B = ma' \qquad W = s\rho_w vg' \quad , \quad F_B = \rho_w vg' \quad , \quad m = s\rho_w v$$

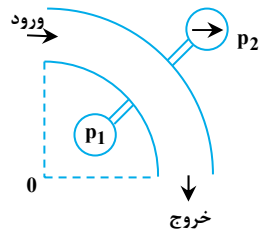
$$(۵-۱)\rho_w v(-۰/۲g) = ۵\rho_w va' \Rightarrow a' = -۰/۱۶g$$ شتاب ظاهری جسم جامد

بنابراین شتاب حرکت جسم جامد برابر است با:

$$a = ۱/۲g - ۰/۱۶g \Rightarrow a = ۱/۰۴g \Rightarrow \frac{a}{g} = ۱/۰۴$$

مثال ۱۵۹: در یک زانویی ۹۰° افقی، سیال غیرلزجی مطابق شکل زیر، جریان دارد. فرض کنید سیال از نوع تراکم‌پذیر بوده و تغییرات دانسیته‌ی آن به صورت رابطه‌ی $\rho(r) = Ar^۲$ باشد (A ثابت است). در ضمن بین دو فشارسنج پروفیل سرعت به صورت رابطه‌ی $V(r) = \frac{B}{r}$ باشد (B ثابت است). اگر اختلاف فشار بین دو فشارسنج به صورت رابطه‌ی $\Delta p = p_۲ - p_۱ = c\,Ln\frac{R_۲}{R_۱}$ باشد، مقدار ضریب C کدام است؟ ($R_۱$ شعاع داخل و $R_۲$ شعاع خارج زانویی می‌باشند).

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۲)



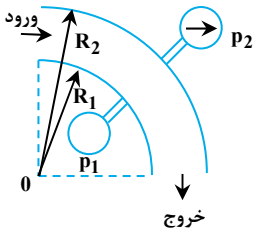
۱) $C = AB^۲$

۲) $C = A^۲B$

۳) $C = AB$

۴) $C = A^۲B^۲$

☑ **پاسخ :** گزینه«۱» باتوجه به روابط مربوط به جریان در انحنا داریم:



$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} = \rho\frac{v^۲}{r} \\ \rho(r) = Ar^۲ \\ v(r) = \frac{B}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = Ar^۲.\frac{(\frac{B}{r})^۲}{r} = \frac{AB^۲}{r}$$

$$\Rightarrow d\rho = \frac{AB^۲}{r}dr \Rightarrow \int_{\rho_۱}^{\rho_۲} d\rho = \int_{R_۱}^{R_۲} \frac{AB^۲}{r}dr \Rightarrow P_۲ - P_۱ = AB^۲ \ln r]_{R_۱}^{R_۲}$$

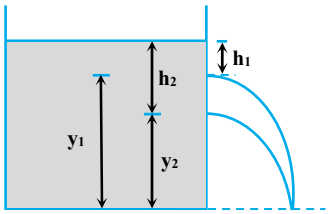
$$\Rightarrow P_۲ - P_۱ = AB^۲ \ln\frac{R_۲}{R_۱} \Rightarrow \Delta P = C\ln\frac{R_۲}{R_۱} \Rightarrow \boxed{C = AB^۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل دوم

۱ـ دو سوراخ تخلیه مطابق شکل در تانک نشان داده شده است. کدام یک از روابط زیر صادق است؟



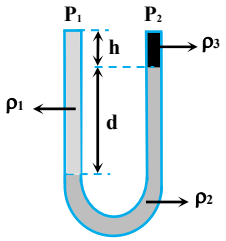
۱) $\frac{h_1}{h_2}=\frac{y_1}{y_2}$

۲) $\frac{h_1}{h_2}=\frac{y_1\cos\theta}{y_2}$

۳) $\frac{h_1}{h_2}=\frac{y_2}{y_1}$

۴) $h_1h_2=y_1y_2$

۲ـ در سیستم مانومتر زیر که سه سیال با دانسیته‌های ρ_1، ρ_2 و ρ_3 در آن قرار دارند، کدام یک از روابط زیر اختلاف فشار بین دو سطح ۱ و ۲ یعنی (P_1-P_2) را بیان می‌کنند؟



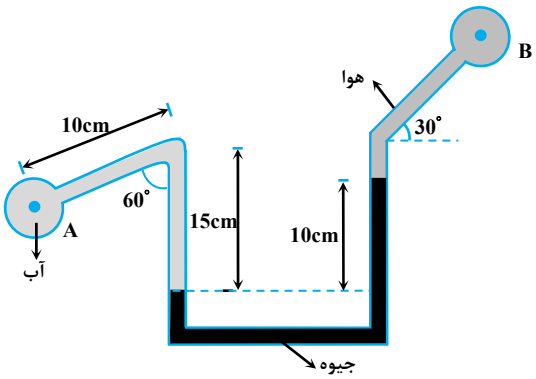
۱) $[(\rho_2-\rho_1)d+(\rho_3-\rho_1)h]g$

۲) $[(\rho_1-\rho_2)d+(\rho_1-\rho_3)h]g$

۳) $[(\rho_2-\rho_1-\rho_3)(d+h)]g$

۴) $[(\rho_2-\rho_1)h+(\rho_3-\rho_1)d]g$

۳ـ اختلاف فشار بین مخازن A و B چقدر است؟ $(S_{Hg}=13/6\ ,\ \gamma_w=9810\frac{N}{m^3})$



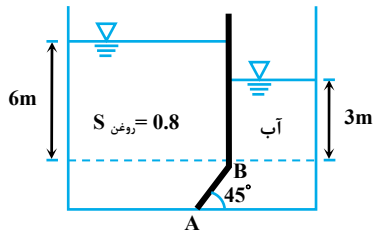
۱) ۱۲۳۶۰pa

۲) ۱۳۹۱۰pa

۳) ۱۴۵۲۹ pa

۴) ۱۲۷۱۹ pa

۴ـ دریچه AB در A لولا شده است و وقتی دریچه بسته است، زاویه آن با امتداد افقی 45° می‌باشد. دریچه مستطیلی و دارای عرض واحد است. لنگر نیروهای وارده بر دریچه حول نقطه A چقدر است؟ $(S_{\text{روغن}}=0/8\ ,\ \gamma_w=9810\frac{N}{m^3})$ طول دریچه AB، $0/5\,m$ است.



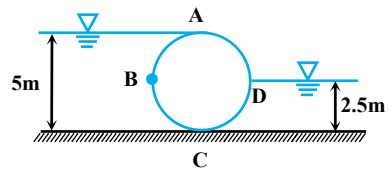
۱) ۴/۸kN.m

۲) ۳/۶kN.m

۳) ۲/۲kN.m

۴) ۱/۷kN.m

۵ـ یک سرریز استوانه‌ای مطابق شکل برای کنترل سطح آب به کار می‌رود. قطر استوانه 5 m و طول آن 10 m است. وزن استوانه باید چقدر باشد تا استوانه در جهت قائم حرکتی نداشته باشد؟ $(\gamma_w=9810\frac{N}{m^3})$



۱) ۹۶۳kN به سمت پایین

۲) ۱۴۴۴kN به سمت پایین

۳) ۹۶۳kN به سمت بالا

۴) ۱۴۴۴kN به سمت بالا

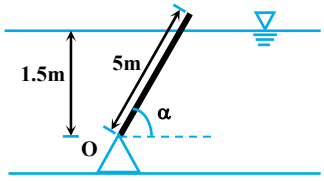
۶ـ در تست قبلی، مقدار نیروی افقی وارده بر سرریز چقدر است؟

۱) ۹۱۹/۵ kN ۲) ۱۲۲۶ kN ۳) ۳۰۶/۵kN ۴) ۱۵۳۲/۵ kN

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ یک میله چوبی به وزن $۲۰\,N$ در عمق $۱/۵\,m$ از سطح آزاد لولا شده است. طول میله $۵\,m$ بوده و سطح مقطع آن یکنواخت و برابر $۵۰۰\,mm^۲$ است. هنگامی که میله از وضعیت قائم رها می‌شود، تحت چه زاویه‌ای به حالت تعادل خواهد رسید؟ $(\gamma_w = ۹۸۱۰\frac{N}{m^۳})$



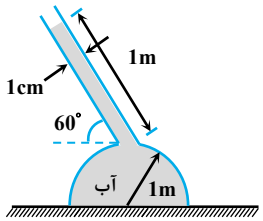
۱) $۵۸/۳^\circ$

۲) $۷۰/۵^\circ$

۳) $۱۹/۴^\circ$

۴) $۳۱/۶^\circ$

۸ـ مطابق شکل یک حجم نیم‌کره‌ای که دارای وزن $۵۰\,kN$ است پر از آب می‌باشد. اگر این حجم به وسیله ۵ پیچ در فواصل مساوی به زمین بسته شده باشد، نیروی وارد بر هر پیچ چقدر است؟ $(\gamma_w = ۹۸۱۰\frac{N}{m^۳})$



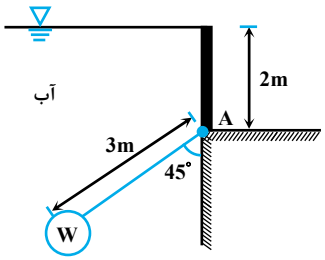
۱) $۲۰/۵\,kN$

۲) صفر

۳) $۷/۴\,kN$

۴) $۴/۱\,kN$

۹ـ یک دریچه به عرض $۳\,m$ (مطابق شکل) در حال تعادل است. یک وزنه کروی بتنی به چگالی نسبی ۲/۵ و به وزن W به وسیله یک بازو به لولای انتهای دریچه وصل شده است. با صرف‌نظر از وزن بازو مقدار W چقدر است؟ $(\gamma_w = ۹۸۱۰\frac{N}{m^۳})$



۱) $۱۸/۵\,kN$

۲) $۳۱\,kN$

۳) $۱۳/۲\,kN$

۴) $۳۹/۲\,kN$

۱۰ـ لوله U شکل از لوله شیشه‌ای به قطر $۸\,mm$ ساخته شده و حاوی جیوه در کف به ارتفاع $۱۰\,cm$ است. لوله در هر دو انتها به اتمسفر باز است. در صورتی که $۱۵/۲\,cm^۳$ آب به یکی از شاخه‌ها اضافه شود، در حالت تعادل اختلاف ترازهای جیوه چقدر است؟

۱) صفر ۲) $۲/۲۲\,cm$ ۳) $۲/۴۰\,cm$ ۴) $۳۰/۲۴\,cm$

۱۱ـ یک مجرای تحت فشار با قطر $۱/۶\,m$، آب را تحت ارتفاع فشاری $۱۰۰\,m$ انتقال می‌دهد. در صورتی که ضخامت دیواره مجرا $۸\,mm$ باشد، تنش کششی در دیواره مجرا بر حسب Mpa برابر است با:

۱) ۴۹ ۲) ۹۸ ۳) ۱۹۶ ۴) ۹۸۰

۱۲ـ در توده یخ شناوری ۱۴٪ حجم جسم در بالای سطح دریا است. در صورتی که وزن مخصوص آب دریا $۱۰/۱۰\frac{kN}{m^۳}$ باشد، وزن مخصوص توده یخ شناور بر حسب $\frac{kN}{m^۳}$ چقدر است؟

۱) ۱۰/۱ ۲) ۹/۸۱ ۳) ۸/۶۰ ۴) ۸/۶۹

۱۳ـ دو مکعب به ضلع $۱\,m$ یکی با چگالی نسبی ۰/۷ و دیگری با چگالی نسبی ۱/۲ با سیمی به هم متصل شده و در مخزن بزرگی قرار داده می‌شوند. در حالت تعادل، مکعب سبک‌تر تا چه ارتفاعی به بالای سطح آب خواهد آمد؟

۱) $۷۰\,cm$ ۲) $۵۰\,cm$ ۳) $۳۰\,cm$ ۴) $۱۰\,cm$

۱۴ـ یک مکعب مستطیل با طول $۲۰\,m$ و عرض $۵\,m$ شناور است. خط آب $۱/۵\,m$ بالای کف است. اگر فاصله مرکز ثقل از کف $۱/۸\,m$ باشد، ارتفاع متاسنتریک چقدر است؟

۱) $۳/۳\,m$ ۲) $۱/۶۵\,m$ ۳) $۰/۳۴\,m$ ۴) $۰/۳۰\,m$

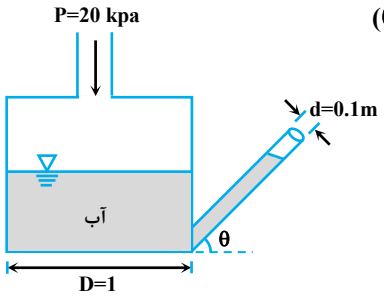
۱۵ـ یک پوسته کروی نازک (توخالی) به شعاع R و ضخامت t در وضعیت خنثی نسبت به هر عمقی، در زیر سطح آزاد آب است. چگالی مخصوص جنس این پوسته ۸ است. مقدار $\frac{t}{R}$ چقدر است؟

۱) ٪۱ ۲) ٪۲ ۳) ٪۳ ۴) ٪۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ در مانومتر مایل نشان داده شده، در اثر اعمال فشار P سطح آب چقدر پایین می‌رود؟ ($\theta = ۳۰^\circ$)



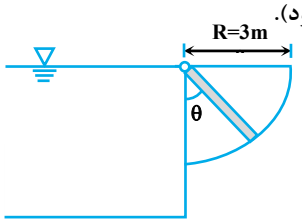
۱) ۵ mm

۲) ۱۰mm

۳) ۱۵ mm

۴) ۲۰mm

۱۷ـ θ را طوری تعیین کنید که آب توسط دریچه به وزن γ مهار شود (عرض دریچه ۱ m در نظر گرفته می‌شود).



۱) $۲۰/۸^\circ$

۲) $۶۳/۴^\circ$

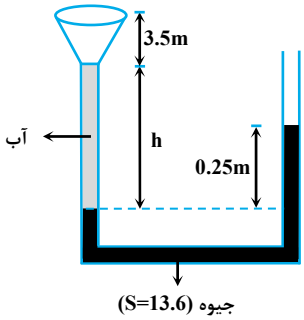
۳) $۷۴/۶^\circ$

۴) $۸۰/۵^\circ$

۱۸ـ مکعب فولادی به ارتفاع ۱۰cm و دانسیته نسبی ۷/۶ در سیال دو لایه‌ای غوطه‌ور است. لایه کف جیوه به دانسیته ۱۳/۶ و لایه بالایی آب است. چند سانتی‌متر از ارتفاع مکعب در آب باقی می‌ماند؟

۱) صفر ۲) ۲/۴ ۳) ۴/۸ ۴) ۶/۲

۱۹ـ یک ظرف مخروطی به یک مانومتر U شکل متصل است. وقتی مخروط خالی است، قرائت مانومتر ۰/۲۵m است. اگر داخل مخروط را با آب پر کنیم، قرائت مانومتر چقدر خواهد بود؟



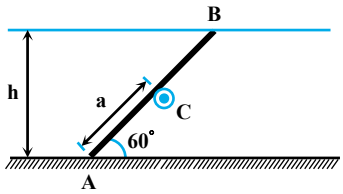
۱) ۰/۳۸۳m

۲) ۰/۵۱۶m

۳) ۰/۳۱۳m

۴) ۰/۲۵m

۲۰ـ دریچه مستطیلی AB به عرض واحد در نقطه C لولا شده است. مینیمم ارتفاع h برای باز شدن دریچه چقدر است؟



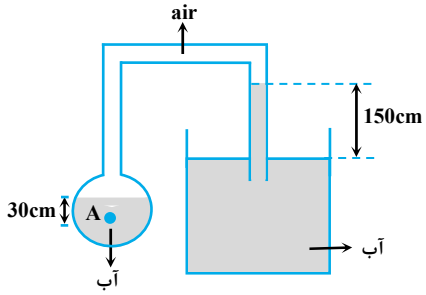
۱) $\frac{۳a}{۲}$

۲) $\sqrt{۳}a$

۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a$

۴) $۳a$

۲۱ـ در شکل مقابل فشار در نقطه A چند kpa است؟



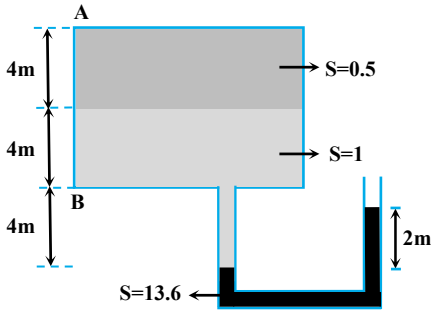
۱) -۱۱/۷۷

۲) ۱۱/۷۷

۳) -۱۷/۶۶

۴) ۱۷/۶۶

۲۲ـ در مخزن مکعب نشان داده شده، نیروی وارد بر دیواره AB را به دست آورید.



۱) ۳۹۱۱ kpa

۲) ۶۱۸۴ kpa

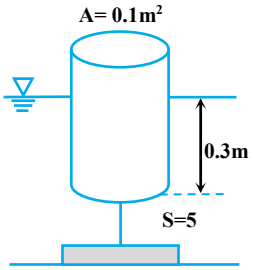
۳) ۶۰۲۷ kpa

۴) ۳۵۱۵ kpa

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳ـ در شکل زیر سطح آب چقدر بالا بیاید تا بشکه به همراه وزنه ۱۰۰ کیلوگرمی شناور شود؟ (چگالی نسبی وزنه S = ۵ و وزن بشکه با زنجیر متصل به آن ۱۰ کیلوگرم است.)



۱) ۰/۶m

۲) ۰/۸m

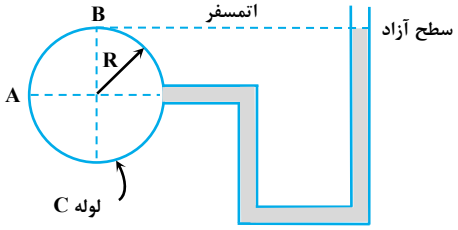
۳) ۱m

۴) ۱/۲m

۲۴ـ راستای اثر نیروی سبک‌کننده در اجسام شناور از نقطه بیان شده در زیر می‌گذرد:

۱) مرکز جرم جسم شناور ۲) مرکز حجم قسمت مستغرق ۳) مرکز حجم جسم شناور ۴) هیچ کدام

۲۵ـ در لوله C و مانومتر متصل به آن سیالی به وزن مخصوص γ ریخته شده است. نیروی قائم وارده به قوس AB را برای واحد طول C محاسبه کنید.



۱) $F = \gamma R^2 (1 - \frac{\pi}{4})$

۲) $F = \gamma R^2 \frac{\pi}{4}$

۳) $F = \gamma R^2 (1 + \frac{\pi}{4})$

۴) $F = 2R^2 \gamma$

۲۶ـ ارتفاع متاسنتریک یک جسم شناور عبارت است از:

۱) فاصله بین مرکز شناوری و مرکز متاسنتریک ۲) فاصله بین مرکز شناوری و مرکز ثقل

۳) فاصله بین مرکز متاسنتریک و مرکز ثقل ۴) هیچ کدام

۲۷ـ شرایط تعادل یک جسم شناور چیست؟

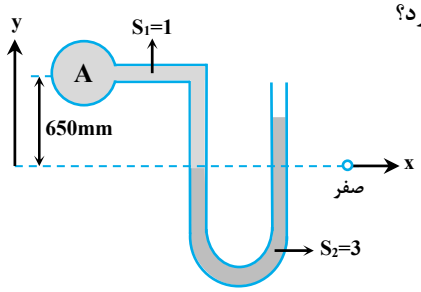
۱) مرکز متاسنتریک M با مرکز ثقل G روی هم قرار گیرند. ۲) مرکز متاسنتریک M زیر مرکز ثقل G باشد.

۳) مرکز متاسنتریک M بالای مرکز ثقل G باشد. ۴) مرکز شناوری B بالای مرکز ثقل G باشد.

۲۸ـ عمق مرکز فشار یک سطح غوطه‌ور مایل از سطح آزاد مایع، برابر است با:

۱) $\frac{I_G}{h} + h$ ۲) $\frac{I_G \sin^2 \theta}{hA} + h$ ۳) $\frac{I_G h}{A} + h$ ۴) $\frac{Ah}{I_G} + h$

۲۹ـ در شکل زیر هنگامی که ارتفاع سیال در طرف چپ مانومتر مقابل صفر باشد، فشار در نقطه A برابر با ۱۰۰mm آب است. اگر فشار در نقطه A به ۸ kpa تغییر یابد، سیال در طرف راست مانومتر حدوداً در چه ارتفاعی از محور ثابت x قرار می‌گیرد؟



۱) ۲۵۰mm

۲) ۸۱۵ mm

۳) ۵۳۶ mm

۴) ۳۹۳ mm

۳۰ـ فشار مطلق در ته ظرفی حاوی دو سیال کاملاً مخلوط‌شده با چگالی‌های ۳ و ۱ (با درصد حجمی به ترتیب ۲۵ و ۷۵) به ارتفاع ۳ ft و فشار بارومتر ۷۰۰mmHg معادل چند psia است؟

۱) ۱۳/۵۳ ۲) ۱۴/۳۲ ۳) ۱۵/۴۸ ۴) ۲۱/۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

« مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی »

مثال۱: کدام یک از تعاریف زیر در مورد خط جریان (stream line) در حالت ناپایدار (unsteady – state) صادق است؟

۱) خطی است که موقعیت آن همیشه ثابت است.

۲) خطی است که مسیر حرکت یک ذره را در جریان نشان می‌دهد.

۳) مکان هندسی نقاطی است که مماس بر آن‌ها جهت بردار سرعت را مشخص می‌نماید.

۴) مکان هندسی موقعیت ذراتی را نشان می‌دهد که به طور متوالی از یک نقطه گذشته باشند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» جریان‌ها را معمولاً به طور ترسیمی به وسیله خطوط جریان نمایش می‌دهند. این خطوط طوری رسم می‌شوند که همواره بر بردارهای سرعت ذرات سیال مماس باشند. در جریان دائمی شکل خطوط جریان ثابت می‌ماند. در این حالت، مسیرهایی که ذرات سیال طی می‌کنند بر خطوط جریان منطبق هستند. اما در جریان غیردائمی خطوط جریان فقط به طور لحظه‌ای معرف جریان بوده و خطوط مسیر و خطوط جریان بر هم منطبق نیستند.

مثال۲: میدان سرعت زیر داده شده است:

$$\vec{V}=(۶+۲xy+t^۲)\vec{i}-(xy^۲+۱۰t)\vec{j}+۲۵\vec{k}\ (\frac{m}{s})$$

شتاب ذره در $(۳,۰,۲)m$ و $t=۱s$ چقدر است؟

☑ **پاسخ:**

$$\vec{a}=V_x\frac{\partial\vec{V}}{\partial x}+V_y\frac{\partial\vec{V}}{\partial y}+V_z\frac{\partial\vec{V}}{\partial z}+\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}$$

$$\vec{a}=(۶+۲xy+t^۲)(۲y\vec{i}-y^۲\vec{j})-(xy^۲+۱۰t)(۲x\vec{i}-۲xy\vec{j})+۲۵(۰)+۲t\vec{i}-۱۰\vec{j}$$

$$\vec{a}=(۱۲y+۴xy^۲+۲t^۲y-۲x^۲y^۲-۲۰tx+۲t)\vec{i}+(-۶y^۲-۲xy^۳-t^۲y^۲+۲x^۲y^۳+۲۰txy-۱۰)\vec{j}$$

در موقعیت $\begin{vmatrix}x=۳m\\y=۰\\z=۲m\end{vmatrix}$ و $t=۱s$ داریم:

$$\vec{a}=(-۶۰+۲)\vec{i}-۱۰\vec{j}\Rightarrow\vec{a}=-۵۸\vec{i}-۱۰\vec{j}\ (\frac{m}{s^۲})$$

مثال۳: در میدان ..... است.

۱) جریان دائم $\nabla.\psi=۰$ ۲) جریان تراکم‌ناپذیر $\nabla.\phi=۰$ ۳) غیر چرخشی $\nabla\times V=۰$ ۴) غیر چرخشی $\nabla.V=۰$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در جریان غیر چرخشی، ترم چرخش $(\vec{\omega})$ صفر است:

$$\vec{\omega}=\frac{۱}{۲}(\vec{\nabla}\times\vec{V})\Rightarrow\vec{\nabla}\times\vec{V}=۰$$

پس کرل سرعت صفر است.

مثال۴: معادله تجربی برای توزیع سرعت در یک کانال افقی روباز به صورت $u=۱۰y^{\frac{۱}{۷}}$ می‌باشد، به طوری که u عبارت است از سرعت جریان در فاصله y از بستر کانال. برای عمق جریان $y=۱m$، شدت جریان در واحد عرض کانال عبارت است از:

۱) $۸/۷۵\ m^۳/sec.m$ ۲) $۷/۸۵\ m^۳/sec.m$ ۳) $۸/۵۷\ m^۳/sec.m$ ۴) $۷/۵۸\ m^۳/sec.m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای تعیین دبی حجمی جریان به ازای واحد عرض کانال، با استفاده از رابطه دبی حجمی داریم:

$$Q=\int udA=\int u(۱)dy=\int_۰^۱ ۱۰y^{\frac{۱}{۷}}dy=۱۰\frac{y^{\frac{۸}{۷}}}{\frac{۸}{۷}}\Big|_۰^۱=۱۰\times\frac{۷}{۸}\times۱\Rightarrow Q=۸/۷۵\ (\frac{m^۳}{s.m})$$

مثال۵: آب با توزیع سرعت $V_z=۰/۴[۱-(\frac{r}{R})^۲]\frac{m}{s}$ در لوله‌ای با قطر ۶cm در جریان است. اگر دانسیته آب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد، دبی جرمی آب چند $\frac{kg}{hr}$ خواهد بود؟

۱) ۵۶۵۲ ۲) ۲۰۳۵/۸ ۳) ۲/۰۳۴ ۴) ۰/۵۶۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

دبی جرمی: $\dot{m}=\int\rho\vec{V}.d\vec{A}\Rightarrow\dot{m}=\rho\int_{\circ}^{R}V_z(2\pi rdr)=2\pi\rho\int_{\circ}^{R}\circ/4[1-(\frac{r}{R})^2]rdr$

$$\dot{m}=\circ/8\pi\rho(\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2})\Big|_{\circ}^{R}=\circ/2\pi\rho R^2$$

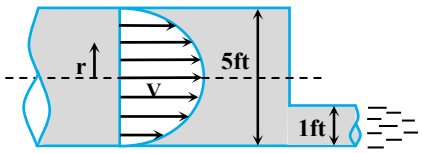
$$\dot{m}=\circ/2\pi\times1\circ\circ\circ\times(\circ/\circ3)^2\Rightarrow\quad\dot{m}=\circ/5655\ (\frac{kg}{s})=\circ/5655(\frac{kg}{s})\times\frac{36\circ\circ(s)}{hr}=2\circ35/8\ (\frac{kg}{hr})$$

مثال ۶: آب از مخزن بزرگی به قطر **5 ft** جریان می‌یابد. سرعت آب نسبت به مخزن با رابطه زیر داده شده است:

$$V=6/25-r^2(\frac{ft}{s})$$

سرعت متوسط آب خروجی از لوله کوچک‌تر چقدر است؟ قطر لوله کوچک 1 ft است.

☑ **پاسخ:** معادله پیوستگی برای جریان دائمی به صورت زیر است:



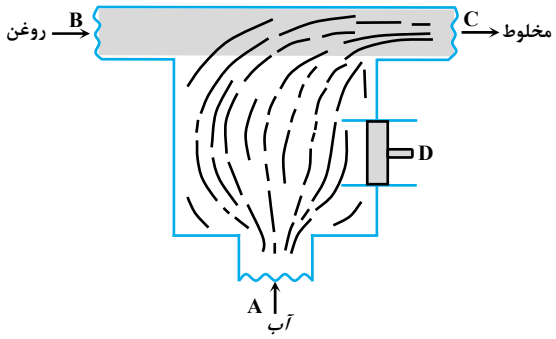
$$\oiint_{cs}\rho\vec{V}.\vec{dA}=-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv}\rho dv\xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}=\circ}\oiint_{cs}\vec{V}.\vec{dA}=\circ$$

دبی جرمی در مقطع ورودی منفی و در مقطع خروجی مثبت است و داریم:

$$-\int_{\circ}^{2/5}(6/25-r^2)(2\pi rdr)+V_{av.}(\frac{\pi}{4}\times1^2)=\circ$$

$$-2\pi[6/25\times\frac{(2/5)^2}{2}-\frac{(2/5)^4}{4}]+\frac{\pi}{4}V_{av.}=\circ\Rightarrow\ V_{av.}=78/1\ (\frac{ft}{s})$$

مثال ۷: آب از لوله **A** با دبی $\circ/1\frac{m^3}{s}$ و روغن از لوله **B** با دبی $\circ/\circ3\frac{m^3}{s}$ به داخل دستگاه وارد می‌شوند. چگالی روغن $\circ/8$ است. اگر مایعات تراکم‌ناپذیر بوده و یک مخلوط همگن از آب و روغن را تشکیل دهند، سرعت متوسط و جرم مخصوص مخلوط خروجی از لوله **C** چقدر است؟ قطر لوله **C**، $\circ/3\ m$ است.



☑ **پاسخ:** معادله پیوستگی برای جریان دائمی به صورت زیر است:

$$\oiint_{cs}\rho\vec{V}.\vec{dA}=\circ\Rightarrow\sum_{i=1}^{m}(\dot{m}_i)_{out}-\sum_{i=1}^{n}(\dot{m}_i)_{in}=\circ\ \Rightarrow\sum_{i=1}^{m}(\rho_iQ_i)_{out}-\sum_{i=1}^{n}(\rho_iQ_i)_{in}=\circ\ \Rightarrow\rho_CV_CA_C-\rho_AQ_A-\rho_BQ_B=\circ$$

$$\rho_CV_C\times\frac{\pi}{4}(\circ/3)^2-(1\circ\circ\circ)(\circ/1)-(\circ/8\times1\circ\circ\circ)(\circ/\circ3)=\circ\Rightarrow\ \rho_CV_C=1754/2$$

از طرف دیگر با توجه به تراکم‌ناپذیری داریم:

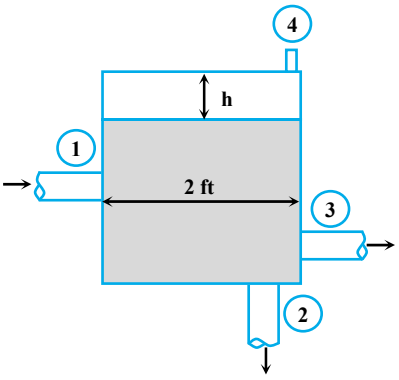
$$\oiint_{cs}\vec{V}.\vec{dA}=\circ\ \Rightarrow\sum_{i=1}^{m}(Q_i)_{out}-\sum_{i=1}^{n}(Q_i)_{in}=\circ\ \Rightarrow Q_C-Q_A-Q_B=\circ\Rightarrow Q_C-\circ/1-\circ/\circ3=\circ\ \Rightarrow Q_C=\circ/13(\frac{m^3}{s})$$

با توجه به تعریف دبی حجمی $(Q=AV)$:

$$\circ/13=V_C\times\frac{\pi}{4}(\circ/3)^2\Rightarrow\ V_C=1/839(\frac{m}{s})\qquad\rho_C(1/839)=1754/2\ \Rightarrow\rho_C=953/9(\frac{kg}{m^3})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



مثال ۸: آب از لوله ۱ با سرعت $20\frac{ft}{s}$ به مخزن استوانه‌ای وارد شده و آن را از لوله‌های ۲ و ۳ به ترتیب با سرعت‌های $8\frac{ft}{s}$ و $10\frac{ft}{s}$ ترک می‌کند. در نقطه ۴ یک هواکش باز وجود دارد. $\frac{dh}{dt}$ را به دست آورید. قطر داخلی لوله‌ها عبارتند از:

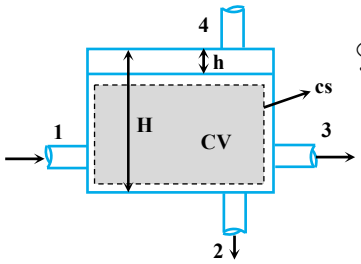
$D_1 = 3in \ , \ D_2 = 2in \ , \ D_3 = 2\frac{1}{2}in \ , \ D_4 = 2in$. جریان هوا را تراکم‌ناپذیر فرض کرده، سرعت متوسط آن را در هواکش ۴ به دست آورید.

پاسخ: ☑

برای آب : $\iint_{cs} \rho \vec{V}.\vec{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \rho dv$

برای آب، حجم کنترل نشان داده شده در شکل را در نظر می‌گیریم. ملاحظه می‌شود که به دلیل ثابت نبودن سطح کنترل (تغییر ضلع بالایی)، سمت راست معادله صفر نیست.

طرف اول معادله پیوستگی:



$$\iint_{cs} \rho \vec{V}.\vec{dA} = -\rho_w \times \frac{\pi}{4}(\frac{3}{12})^2(20) + \rho_w \times \frac{\pi}{4}(\frac{2}{12})^2(8) + \rho_w \times \frac{\pi}{4}(\frac{2/5}{12})^2(10) = -0/593750\rho_w(\frac{\pi}{4})$$

طرف دوم معادلهٔ پیوستگی:

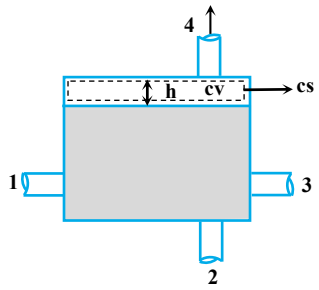
$$-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \rho dv = -\rho_w \frac{\pi}{4}(2)^2 \frac{d}{dt}(H-h) = \rho_w \pi \frac{dh}{dt}$$

با قرار دادن در معادله پیوستگی برای آب داریم:

$$-0/593750\rho_w(\frac{\pi}{4}) = \rho_w \pi \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = -0/1484(\frac{ft}{s})$$

با توجه به علامت منفی $\frac{dh}{dt}$، معلوم است که سطح آب در داخل مخزن بالا آمده و لذا هوا از مجرای ۴ خارج می‌شود.

برای هوا، حجم کنترل نشان داده شده در شکل را در نظر می‌گیریم. معادله پیوستگی برای این حجم کنترل به صورت مقابل است: $\iint_{cs} \rho \vec{V}.\vec{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \rho dv$



طرف اول معادله پیوستگی: $\iint_{cs} \rho \vec{v}.\,\vec{dA} = \dot{m} = \rho_a \frac{\pi}{4}(\frac{2}{12})^2 V_{av}$

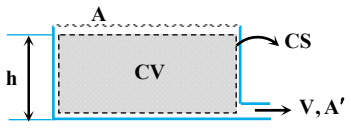
طرف دوم معادله پیوستگی: $-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \rho dv = -\rho_a \frac{\pi}{4}(2)^2 \frac{dh}{dt}$

معادله پیوستگی برای هوا : $\rho_a(\frac{\pi}{4})(\frac{2}{12})^2 V_{av} = -\rho_a(\frac{\pi}{4})(2)^2(-0/1484) \Rightarrow V_{av} = 21/37\ (\frac{ft}{s})$

مثال ۹: یک دریچهٔ کشویی آب را از مخزنی تخلیه می‌کند. سطح مقطع مخزن ثابت و برابر $100m^2$ و سطح مقطع بازشدگی دریچه $2m^2$ است. اگر در شروع تخلیه $10m$ آب روی دریچه باشد، پس از ۱۵ ثانیه سطح آب در مخزن چند متر پایین می‌آید؟

۱) ۳/۷۶ ۲) ۳/۵۵ ۳) ۴/۲ ۴) ۴/۸

پاسخ: ☑ گزینه «۱» با در نظر گرفتن حجم کنترل مقابل داریم: $\iint_{cs} \rho \vec{V}.\vec{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \rho dv$



$$\dot{m}_{out} = \rho AV \quad , \quad \dot{m}_{in} = 0 \quad , \quad \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = -\rho \frac{d}{dt}(v_{\text{آب مخزن}})$$

A : سطح مخزن، A' : سطح دریچه

$$\rho A'V = -\rho \frac{d}{dt}(Ah) \Rightarrow A'V = -\frac{d}{dt}(Ah)$$

برای تعیین سرعت V از رابطه برنولی بین سطح آزاد و خروجی مخزن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1}{\gamma}^{0} + \frac{V_1^2}{2g}^{0} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma}^{0} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2^{0} \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

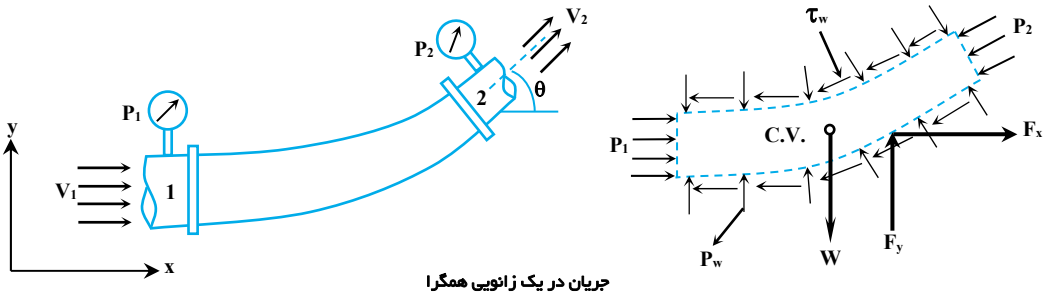
$$\sqrt{2gh}\times A' = -\frac{d}{dt}(+Ah) \qquad \sqrt{2gh}A' = -A\frac{dh}{dt} \qquad dt = \frac{-A}{A'\sqrt{2g}}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

با انتگرال‌گیری از طرفین تساوی فوق داریم:

$$\int_{\circ}^{t} dt = \frac{-A}{A'\sqrt{2g}}\int_{h_1}^{h_2} h^{-\frac{1}{2}}dh \qquad t = \frac{2A}{A'\sqrt{2g}}(\sqrt{h_1}-\sqrt{h_2})$$

$$15 = \frac{100\times 2}{2\sqrt{2\times 9/81}}(\sqrt{10}-\sqrt{h_2}) \Rightarrow h_2 = 6/24\ (m) \qquad \Delta h = h_1 - h_2 = 3/76\ (m)$$

مثال ۱۰: نیروی وارده از طرف جریان دائمی مایع به زانویی همگرای شکل زیر را به دست آورید.



جریان در یک زانویی همگرا

☑ **پاسخ:** با انتخاب یک حجم کنترل در فضای داخل زانویی داریم:

معادله پیوستگی : $\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$

معادله ممنتوم در راستای محور xها : $\sum F_x = \dot{m}_2 (V_{out})_x - \dot{m}_1 (V_{in})_x$

$$(V_{out})_x = V_2\cos\theta \quad , \quad (V_{in})_x = V_1$$

$$P_1A_1 - P_2A_2\cos\theta + F_x = \rho_2 V_2 A_2 (V_2\cos\theta) - \rho_1 V_1 A_1 (V_1)$$

معادله ممنتوم در راستای محور yها : $\sum F_y = \dot{m}_2 (V_{out})_y - \dot{m}_1 (V_{in})_y$

$$(V_{out})_y = V_2\sin\theta \quad , \quad (V_{in})_y = \circ$$

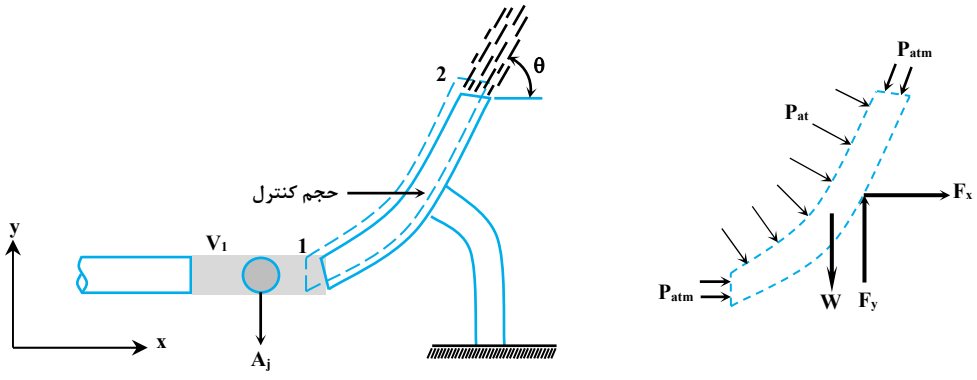
$$-P_2A_2\sin\theta - W + F_y = (\rho_2 V_2 A_2)(V_2\sin\theta)$$

F_x و F_y نیروهای وارده از جداره زانویی به سیال هستند و مؤلفه‌های نیروی وارده از سیال به زانویی قرینه آن‌ها خواهند بود.

$$K_x = -F_x = P_1A_1 - P_2A_2\cos\theta - \rho_1 V_1 A_1 (V_2\cos\theta - V_1)$$

$$K_y = -F_y = -P_2A_2\sin\theta - W - \rho_1 V_1 A_1 (V_2\sin\theta)$$

مثال ۱۱: نیروی وارده از طرف فواره آب بر پره ثابت را به دست آورید (از وزن پره صرف‌نظر می‌شود).



ناوودانی ساکن

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** با انتخاب حجم کنترل فوق داریم:

معادله ممنتوم در راستای محور xها : $F_x = \dot{m}_2 (V_{out})_x - \dot{m}_1 (V_{in})_x$

$(V_{out})_x = V_2 \cos\theta \quad , \quad (V_{in})_x = V_1$

$F_x = \rho V_2 A_2 (V_2 \cos\theta) - \rho V_1 A_j (V_1)$

معادله ممنتوم در راستای محور yها : $F_y = \dot{m}_2 (V_{out})_y - \dot{m}_1 (V_{in})_y$

$(V_{out})_y = V_2 \sin\theta \quad , \quad (V_{in})_y = 0$

$F_y = \rho V_2 A_2 (V_2 \sin\theta)$

با صرف‌نظر از تأثیر اصطکاک و نیروی جاذبه روی آب داریم:

$V_1 = V_2 = V$

معادله پیوستگی : $\rho V_1 A_j = \rho V_2 A_2 \Rightarrow A_j = A_2$

$K_x = -F_x = \rho V^2 A_j (1 - \cos\theta)$

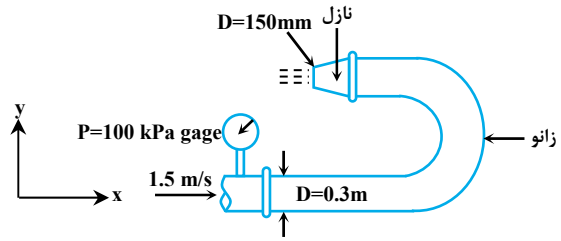
$K_y = -F_y = -\rho V^2 A_j \sin\theta$

$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = \rho V^2 A_j \sqrt{(1-\cos\theta)^2 + \sin^2\theta} \qquad K = 2\rho V^2 A_j \sin\frac{\theta}{2}$

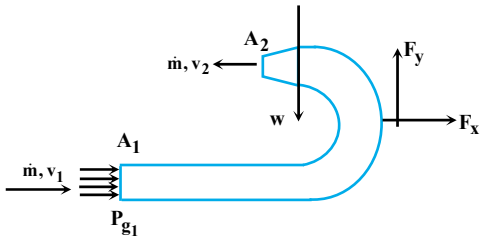
اگر ناودانی با سرعت V_0 به طرف راست حرکت کند، داریم:

$K_x = \rho A_j (V - V_0)^2 (1 - \cos\theta) \qquad K_y = -\rho A_j (V - V_0)^2 \sin\theta \Rightarrow \quad K = 2\rho A_j (V - V_0)^2 \sin\frac{\theta}{2}$

مثال ۱۲: **نیروی وارده از طرف آب و هوا به مجموعه زانو و نازل چقدر است؟ آب از نازل به صورت جت آزاد خارج می‌شود. حجم داخلی مجموعه نازل و زانو $0/1 m^3$ است.**



☑ **پاسخ:** حجم کنترل زیر را در نظر می‌گیریم:



معادله پیوستگی : $V_1 A_1 = V_2 A_2$

$1/5 \times \frac{\pi}{4}(0/3)^2 = V_2 \times \frac{\pi}{4}(0/15)^2 \Rightarrow V_2 = 6\ (\frac{m}{s})$

معادله ممنتوم : $\sum \vec{F} = \sum_{i=1}^{m} (\dot{m}_i \vec{V}_i)_{out} - \sum_{i=1}^{n} (\dot{m}_i \vec{V}_i)_{in}$

$(P_{g_1} A_1)\vec{i} - W\vec{j} + F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = (V_1)(-\rho V_1 A_1)\vec{i} + (-V_2)(\rho V_2 A_2)\vec{i}$

$$\begin{cases} \vec{i}) \ 100 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4}(0/3)^2 + F_x = -1000 \times (1/5)^2 \times \frac{\pi}{4}(0/3)^2 - 1000 \times (6)^2 \times \frac{\pi}{4}(0/15)^2 \\ \vec{j}) \ -9806(0/1) + F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} F_x = -7863/8\ (N) \\ F_y = 9806\ (N) \end{matrix}$$

$K_x = -F_x = 7863/8\ (N) \quad , \quad K_y = -F_y = -9806\ (N)$

توجه شود که در حل مثال فوق می‌توان از ابتدا دو معادله ممنتوم در دو راستای x و y نوشته و F_x و F_y را تعیین نمود.

لازم به ذکر است که w وزن سیال داخل مجموعه زانو و نازل بوده و از وزن نازل و زانو صرف‌نظر شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

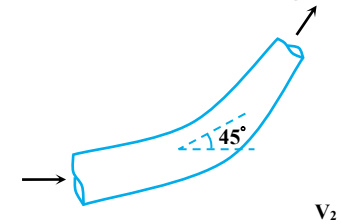
مثال ۱۳: آب در یک لوله با پیچ 45° در سطح افقی جریان دارد. فشار در مقطع ورودی برابر با $50\,kN/m^2$ با قطر $600\,mm$ و در مقطع خروجی، اتمسفریک با قطر $300\,mm$ می‌باشد. اگر شدت جریان برابر با $0/45\,m^3/s$ باشد، نیروی لازم جهت تأمین تعادل این لوله چند N است؟

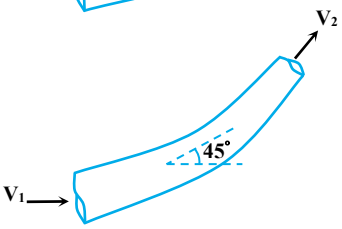
۱) ۲۰۲۶/۹

۲) ۱۲۸۲۵/۷

۳) ۱۲۸۹۲/۶

۴) ۱۲۹۸۴/۹





پاسخ: گزینه «۴» داده‌های مسأله عبارتند از:

$$(P_1)_g = 50\,(kPa) \qquad D_1 = 600\,(mm)$$

$$(P_2)_g = 0 \qquad D_2 = 300\,(mm) \qquad Q = 0/45\,(\frac{m^3}{s})$$

با نوشتن معادله پیوستگی بین ورودی و خروجی لوله داریم:

$$V_1A_1 = V_2A_2 \qquad V_1(0/6)^2 = V_2(0/3)^2$$

$$V_2 = 4V_1 \qquad V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0/45}{\frac{\pi}{4}(0/6)^2} = 1/59\,(\frac{m}{s}) \qquad V_2 = 6/36\,(\frac{m}{s})$$

معادله ممنتوم در امتداد محور xها : $F_x + P_1A_1 = \rho Q(V_2\cos 45^\circ - V_1)$

نیروی وارد به لوله از طرف سیال در راستای محور xها : $K_x = -F_x = P_1A_1 - \rho Q(V_2\cos 45^\circ - V_1)$

$$K_x = 50\times10^3 \times\frac{\pi}{4}(0/6)^2 - 1000\times0/45(6/36\cos 45^\circ - 1/59) \Rightarrow K_x = 12828/9\,(N)$$

معادله ممنتوم در امتداد محور yها : $F_y = \rho Q(V_2\sin 45^\circ - 0)$

نیروی وارد به لوله از طرف سیال در راستای محور yها : $K_y = -F_y = -1000\times0/45(6/36\sin 45^\circ) \Rightarrow K_y = -2023/7\,(N)$

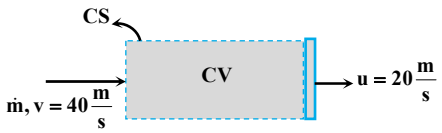
نیروی کل وارد به لوله از طرف سیال : $K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = 12987/5\,(N)$

بنابراین برای تأمین تعادل لوله باید نیروی فوق به آن وارد شود.

مثال ۱۴: آب با دبی ۵۰ لیتر بر ثانیه و با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه و به جرم مخصوص ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب به طور افقی به اتمسفر فوران می‌کند. فوران آب به یک صفحه مسطح قائم که هم‌سو با جت، با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه حرکت می‌کند برخورد می‌نماید. مقدار نیروی وارد بر صفحهٔ متحرک چند کیلو نیوتن است؟

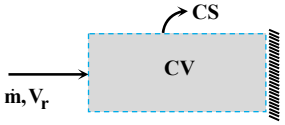
۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه «۱» حجم کنترل نشان داده شده را در نظر می‌گیریم:



سطح مقطع جت: $A = \frac{Q}{V} = \frac{50\times10^{-3}}{40} = 1/25\times10^{-3}\,(m^2)$

با توجه به حرکت صفحه قائم، برای محاسبه نیروی وارد بر سیال از طرف صفحه قائم باید از سرعت نسبی استفاده شود. لذا فرض می‌شود که صفحه قائم ثابت بوده و جت با سرعت نسبی $V_r = V - u$ به صفحه برخورد می‌کند. لذا داریم:



با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور xها داریم:

$$F_x = 0 - \dot{m}V_r \quad , \quad \dot{m} = \rho AV_r$$

$$F_x = -\rho AV_r^2 \Rightarrow K_x = -F_x = \rho AV_r^2$$ نیروی وارد به صفحهٔ قائم از طرف سیال

$$K_x = 1000\,(\frac{kg}{m^3})\times1/25\times10^{-3}\,(m^2)\times(40-20)^2\,(\frac{m^2}{s^2}) \qquad K_x = 500\,(N) = 0/5\,(kN)$$

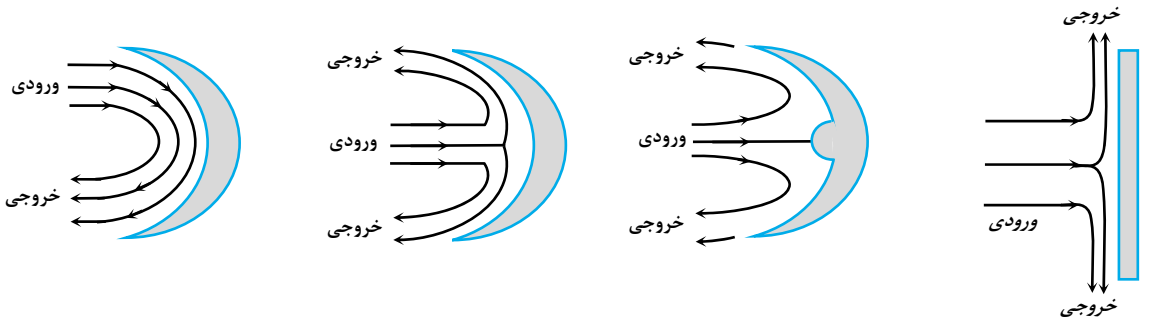
لازم به یادآوری است که اگر در مسأله فوق به جای استفاده از دبی حجمی نسبی ورودی به حجم کنترل از دبی حجمی مطلق ورودی به حجم کنترل استفاده می‌شد، جواب اشتباه عبارت است از:

$$K_x = \rho QV_r = 1000\times50\times10^{-3}\,(40-20) = 1000\,(N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۵: در کدام حالت، نیروی جت سیال به جسم بیشتر است؟ (اجسام، ساکن فرض شوند.)



(۴) (۳) (۲) (۱)

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای هر یک از اشکال نشان داده شده، رابطه ممنتوم در راستای محور xها را نوشته و نیروی وارده به جسم را به دست می‌آوریم:

شکل ۱: $F_1 = 0 - \dot{m}_{in}\vec{V}_{in} = -(\rho AV)(V) = -\rho AV^2 \Rightarrow K_1 = -F_1 = \rho AV^2$

شکل ۲: $F_2 = \sum_{i=1}^{m}(\dot{m}_i\vec{V}_i)_{out} - \sum_{i=1}^{n}(\dot{m}_i\vec{V}_i)_{in} = \frac{\dot{m}}{2}(-V\cos\alpha) + \frac{\dot{m}}{2}(-V\cos\alpha) - \dot{m}V$

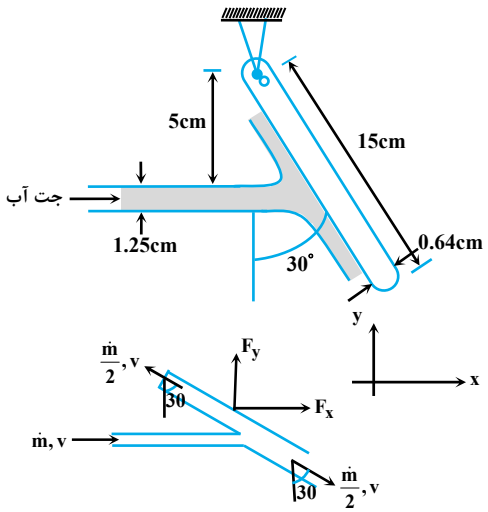
$F_2 = -\dot{m}V(1+\cos\alpha) \Rightarrow K_2 = -F_2 = \dot{m}V(1+\cos\alpha) = \rho AV^2(1+\cos\alpha)$

شکل ۳ نیز مانند شکل ۲ است، یعنی: $K_3 = K_2 = \rho AV^2(1+\cos\alpha)$

شکل ۴: $F_4 = \dot{m}_{out}\vec{V}_{out} - \dot{m}_{in}\vec{V}_{in} = \dot{m}(-V) - \dot{m}V = -2\dot{m}V \Rightarrow K_4 = -F_4 = 2\dot{m}V = 2\rho AV^2$

با مقایسه مقادیر فوق نتیجه می‌گیریم که بیشترین مقدار نیرو مربوط به شکل ۴ است.

مثال ۱۶: در شکل زیر جت آبی به قطر ۱/۲۵ cm با صفحه‌ای فلزی به ابعاد ۱۵cm×۱۵cm×۰/۶۴cm برخورد می‌کند. اگر حالت تعادل سیستم مطابق شکل باشد، سرعت جت آب (آب $\gamma = 9.8$ ، صفحه γ) چند m/s است؟



۱) $V = 0/53$

۲) $V = 3/25$

۳) $V = 12/5$

۴) $V = 8/31$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با در نظر گرفتن حجم کنترل مقابل داریم:

با استفاده از معادله ممنتوم در راستای x و y داریم:

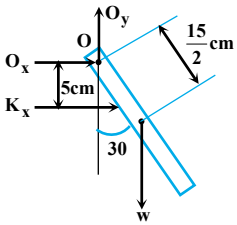
$x - Mom.: F_x = \frac{\dot{m}}{2}V\sin 30 + \frac{\dot{m}}{2}(-V\sin 30) - \dot{m}V = -\dot{m}V$

$F_x = -\dot{m}V = -\rho QV \Rightarrow K_x = -F_x = \rho QV = 1000 \times \frac{\pi}{4}(1/25\times 10^{-2})V^2 \Rightarrow K_x = 0/123V^2$

$y - Mom.: F_y = \frac{\dot{m}}{2}(V\cos 30) + \frac{\dot{m}}{2}(-V\cos 30) - 0 = 0 \Rightarrow K_y = -F_y = 0$

$W = \gamma V = 9.8 \times 0/15 \times 0/15 \times 0/064 \Rightarrow W = 11/3\,(N)$

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه عبارت است از:



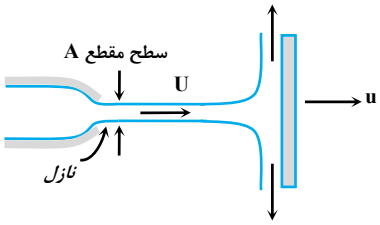
با گشتاور گرفتن حول نقطه O داریم:

$+\circlearrowleft \quad \sum M_O = 0 : K_x \times 0/05 - W \times (\frac{0/15}{2}\sin 30) = 0 \Rightarrow 0/123V^2 = 11/3 \times \frac{3}{4} \Rightarrow V = 8/3\,(\frac{m}{s})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۷: جت افقی آب با سرعت U از نازل خارج می‌شود. سطح خروجی جت آب برابر A می‌باشد. اگر این جت به صفحه قائمی که با سرعت u حرکت می‌کند برخورد کند، نیروی وارد به صفحه برابر است با:



۱) $\rho UA(U-u)$

۲) $\rho(U-u)^2 A$

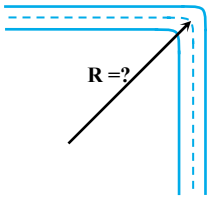
۳) $\rho(U^2-u^2)A$

۴) $\rho uA(U-u)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور x داریم:

$$x-Mom.:\ F=(U-u)[-\rho A(U-u)]+0 \qquad K=-F=\rho A(U-u)^2$$

مثال ۱۸: یک زانویی قائمه به قطر ۱ متر در یک سطح افقی قرار گرفته و آب را با سرعت $5\ \frac{m}{s}$ و با فشار ۲ اتمسفر منتقل می‌کند. در نبود افت انرژی، مقدار نیروی (R) وارد بر زانویی چند کیلونیوتن است؟



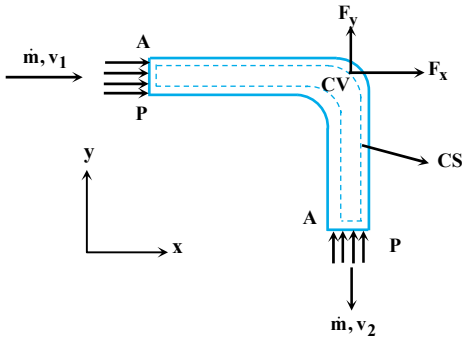
۱) ۱۸۵

۲) ۱۸/۵

۳) ۱۷۷

۴) ۱۷/۷

☑ **پاسخ: هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** حجم کنترل را داخل زانویی در نظر می‌گیریم و به علت عدم تغییرات سطح مقطع و در غیاب افت انرژی، سرعت و فشار ثابت هستند.



معادله پیوستگی: $V_1A_1=V_2A_2 \xrightarrow{A_1=A_2} V_1=V_2=V$

با استفاده از معادله ممنتوم در راستاهای x و y داریم:

$$x-Mom.:\ PA+F_x=-\dot{m}V+0=-\rho QV \Rightarrow K_x=-F_x=PA+\rho AV^2$$

$$y-Mom.:\ PA+F_y=\dot{m}(-V)+0=\rho Q(-V) \Rightarrow K_y=-F_y=PA+\rho AV^2$$

$$K=\sqrt{K_x^2+K_y^2} \quad , \quad K_x=K_y \Rightarrow K=\sqrt{2}(PA+\rho AV^2)$$

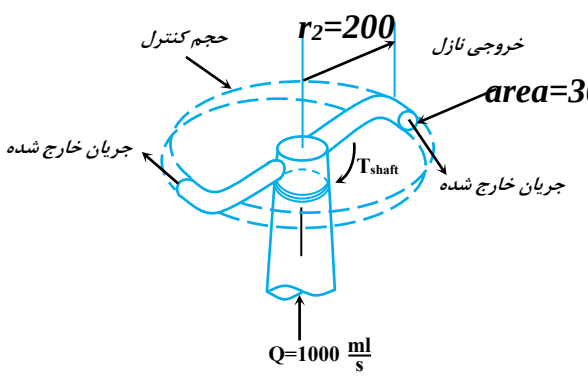
$$K=\sqrt{2}[(2\times 1/013\times 10^5)(\frac{\pi}{4}\times 1^2)+(1000)(\frac{\pi}{4}\times 1^2)(5)^2]=252800\ (N) \Rightarrow K=252/8\ (kN)$$

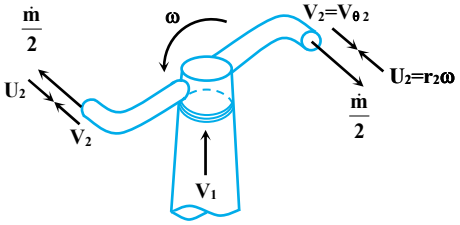
مثال ۱۹: آب با دبی حجمی $1000\ \frac{ml}{s}$ مطابق شکل وارد یک آب‌پاش چمنی می‌شود. سطح مقطع خروجی هر دو نازل $30mm^2$ و آب هر نازل را در جهت مماسی ترک می‌کند. شعاع دوران هر نازل $200mm$ است (جریان دائمی است).

الف) مطلوب است گشتاور لازم برای ثابت نگه داشتن آب‌پاش.

ب) گشتاور مقاوم در برابر دوران، در حالی که آب‌پاش با سرعت زاویه‌ای $500rpm$ می‌چرخد.

ج) اگر گشتاور مقاوم صفر باشد، سرعت زاویه‌ای آب‌پاش چقدر است؟

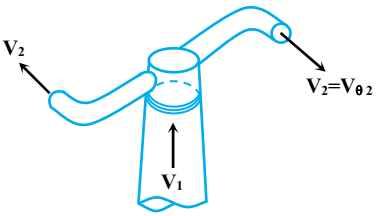




www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** الف) با فرض تراکم‌ناپذیری جریان:



معادله پیوستگی : $Q_{in}=Q_{out} \Rightarrow Q_{in}=2A_2V_2 \Rightarrow V_2=\dfrac{Q}{2A_2}$

$$V_2=\frac{1000\times10^{-3}\times10^{-3}}{2\times30\times10^{-6}}=16/67\ (\frac{m}{s})$$

و دبی جرمی جریان برابر است با:

$$\dot{m}_i=\rho Q=1000\times1000\times10^{-6}=1\ (\frac{kg}{s})$$

با وجود جریان آب، نیرویی آب‌پاش را ثابت نگه داشته است. لذا یک حجم کنترل ثابت به صورت نشان داده شده در شکل را در نظر می‌گیریم. T_{shaft} لنگری است که برای ثابت نگه داشتن آب‌پاش لازم است و محاسبهٔ آن جواب بخش (الف) مسأله است. با استفاده از معادلهٔ لنگر ممنتوم در مختصات استوانه‌ای داریم:

معادله لنگر ممنتوم : $\iint_{cs}\bar{r}T_\theta dA+\iiint_{cv}\bar{r}B_\theta\rho dv=\iint_{cs}(\bar{r}V_\theta)(\rho\vec{V}.d\vec{A})+\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv}(\bar{r}V_\theta)(\rho dv)$

رابطه فوق با توجه به دائمی بودن جریان و نیز صفر بودن لنگر نیروی وزن در جهت θ، به صورت زیر ساده می‌شود:

$$T_{shaft}=\iint_{cs}(\bar{r}V_\theta)(\rho\vec{V}.d\vec{A})=\sum_{i=1}^{2}\left(\bar{r}_i(V_\theta)_i\dot{m}_i\right)_{out}-(\bar{r}_i(V_\theta)_i\dot{m}_i)_{in}$$

لذا داریم: $T_{shaft}=0-rV_2\frac{\dot{m}}{2}-rV_2\frac{\dot{m}}{2}=-rV_2\dot{m} \Rightarrow T=-0/2\times16/67\times1 \Rightarrow T=-3/334\ (N.m)$

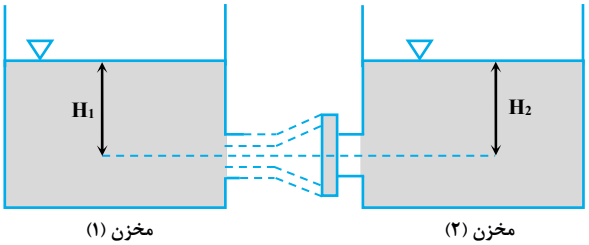
ب) در این حالت، حجم کنترل با یک سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. این حجم کنترل لخت در نظر گرفته شده و فقط باید در معادلهٔ لنگر ممنتوم، از سرعت نسبی جریان نسبت به حجم کنترل دوار استفاده کرد:

سرعت نسبی : $V_{rel.}=V-r\omega=16/67-(0/2)(500\times\frac{2\pi}{60}) \Rightarrow V_{rel.}=6/2\ (\frac{m}{s})$

ب) $T=-rV_{rel}\dot{m}=-0/2\times6/2\times1 \Rightarrow T=-1/24(N.m)$

ج) $T=0 \Rightarrow -r(V_{rel})\dot{m}=0 \Rightarrow V_{rel}=0 \Rightarrow V-r\omega=0 \Rightarrow \omega=\frac{16/67}{0/2} \Rightarrow \omega=83/35\ (\frac{rad}{s})$

مثال ۲۰: آب از سوراخ مخزن اول بدون اصطکاک و تحت ارتفاع ثابت H_1 خارج شده و به صفحه صاف و بدون وزن مقابل برخورد می‌کند. اگر ارتفاع آب پشت صفحه در مخزن دوم (H_2) ثابت و سطح مقطع سوراخ مخزن‌ها مساوی باشند، برای این که صفحه حرکت افقی نکند رابطه H_1 و H_2 چگونه است؟

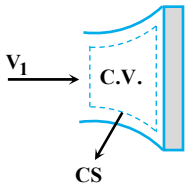


☑ **پاسخ:** ابتدا برای محاسبه سرعت سیال در خروجی مخزن ۱، از معادله برنولی بین سطح آزاد و خروجی مخزن استفاده کرده و داریم:

معادله برنولی : $\frac{P_a}{\gamma}+\frac{V_a^2}{2g}+Z_a=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1$

$$0+0+H_1=0+\frac{V_1^2}{2g}+0 \Rightarrow V_1^2=2gH_1 \qquad (*)$$

سپس برای محاسبه نیروی افقی وارد بر صفحه از طرف سیال خروجی از مخزن ۱، از حجم کنترل مقابل و معادله ممنتوم استفاده می‌شود:



$$(V_{in})_x=V_1$$
$$(V_{out})_x=0$$

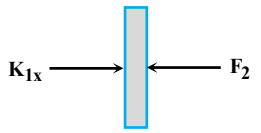
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

معادله ممنتوم در راستای محور x ها: $\sum F_x = \sum_{i=1}^{m}(\dot{m}_i V_i)_{out} - \sum_{i=1}^{n}(\dot{m}_i V_i)_{in} \Rightarrow F_x = 0 - \dot{m}_{in} V_1 = (-\rho A_1 V_1)(V_1) = -\rho A_1 V_1^2$

نیروی افقی وارد بر صفحه از طرف سیال خروجی مخزن ۱: $K_{1x} = -F_x = \rho A_1 V_1^2 \overset{(*)}{\Rightarrow} K_{1x} = \rho A_1 (2gH_1) = 2\gamma H_1 A_1$

نیروی افقی وارد بر صفحه از طرف سیال ساکن مخزن۲: $F_2 = P_2 A_2 = \gamma H_2 A_2$



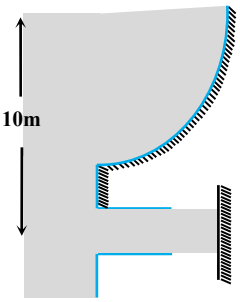
دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه

در حالت تعادل: $K_{1x} = F_2 \Rightarrow 2\gamma H_1 A_1 = \gamma H_2 A_2$

$A_1 = A_2 \Rightarrow 2H_1 = H_2$

مثال۲۱: **در شکل زیر آب از یک منبع تخلیه شده و به یک صفحه قائم برخورد می‌کند. نیروی وارد بر صفحهٔ قائم چند kN است؟**

(سطح مقطع لوله $A = 0/01 m^2$)



۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

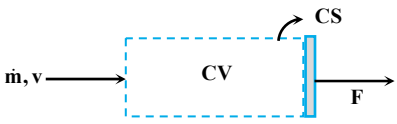
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله برنولی را بین سطح آزاد آب در منبع و خروجی آب از منبع می‌نویسیم:

سطح آزاد مخزن: $P_1 = 0 \ , \ V_1 = 0$　　خروجی مخزن به اتمسفر: $P_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$V_2^2 = 2g(Z_1 - Z_2) = 2gh$$

با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور xها برای سیال برخوردکننده به صفحه قائم داریم:



$$x - Mom.: \ F = V_2(-\rho V_2 A_2) + 0$$

نیروی وارد بر صفحه قائم از طرف سیال برخوردکننده به آن: $K = -F = \rho V_2^2 A_2 = \rho(2gh)A_2$

$$K = 1000 \times 2 \times 10 \times 10 \times 0/01 = 2000 \ (N) \Rightarrow K = 2 \ (kN)$$

مثال۲۲: **یک جت آب به قطر ۵۰mm و به صورت قائم با سرعت ۹ m/s فوران می‌کند. اگر از اصطکاک صرف‌نظر شود و شکل مقطع مـدور بمانـد، قطر جت در ارتفاع ۳ متری بالاتر از خروجی مساوی است با:**

۱) ۸۹ میلی‌متر　　۲) ۱۴۰ میلی‌متر　　۳) ۶۹ میلی‌متر　　۴) ۲۰ میلی‌متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله برنولی بین خروجی جت (نقطه۱) و ارتفاع ۳ متری بالاتر از خروجی جت (نقطه ۲) داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + y_2$$

$$\frac{(9)^2}{2 \times 9/81} = \frac{V_2^2}{2 \times 9/81} + 3 \Rightarrow V_2 = 4/7 \ (\frac{m}{s})$$

$P_1 = P_{atm}$, $P_2 = P_{atm}$

$y_1 = 0$, $y_2 = 3m$

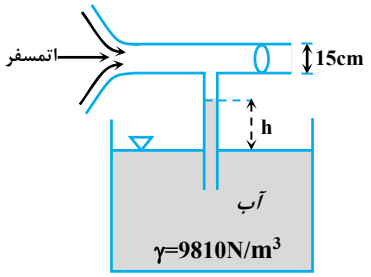
معادله پیوستگی: $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$V_1 \times \frac{\pi}{4} D_1^2 = V_2 \times \frac{\pi}{4} D_2^2 \qquad 9 \times (50)^2 = 4/7 D_2^2 \Rightarrow D_2 = 69 \ (mm)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۳: در نزدیکی دهانه ورودی یک کمپرسور هوا، مانومتری مطابق شکل برای اندازه‌گیری دبی هوای ورودی به کمپرسور تعبیه شده است. اگر ارتفاع مایع مانومتر $h = ۲۰cm$ و وزن مخصوص هوا $\gamma_{air} = ۱۰/۸ N/m^۳$ باشد، دبی هوای مکیده شده توسط کمپرسور چند lit/s است؟



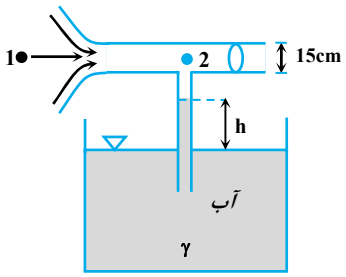
۱) ۳۷۰

۲) ۱۰۵۴

۳) ۱۹۶۲

۴) ۵۶۰۶

پاسخ: گزینه «۲»



۱) ورودی هوا ۲) محل اتصال مانومتر

در نقطه ۱ که نقطه ورودی است فشار اتمسفریک است، یعنی $P_۱ = ۰$

و سرعت نیز صفر است $V_۱ = ۰$.

بنابراین با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲$$

با استفاده از معادله مانومتری از سطح آزاد مخزن تا نقطه ۲ داریم:

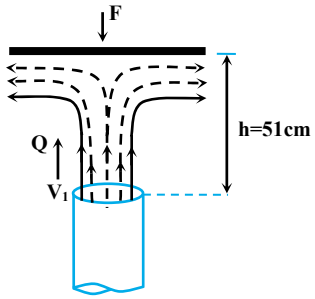
$$۰ - \gamma_w h - \gamma_{air} x = P_۲$$

با توجه به این که وزن مخصوص هوا در مقابل وزن مخصوص آب ناچیز است، بنابراین از عبارت $\gamma_{air} x$ در مقایسه با $\gamma_w h$ می‌توان صرف‌نظر کرد.

$$P_۲ = -۹۸۱۰ \times ۰/۲ = -۱۹۶۲ \left(\frac{N}{m^۲}\right) \quad ; \quad ۰ = \frac{-۱۹۶۲}{۱۰/۸} + \frac{V_۲^۲}{۲ \times ۹/۸۱} \Rightarrow V_۲ = ۵۹/۷ \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\text{دبی حجمی: } Q = VA = V \times \frac{\pi D^۲}{۴} \Rightarrow Q = ۵۹/۷ \times \frac{\pi}{۴} \times (۰/۱۵)^۲ = ۱/۰۵۵ \left(\frac{m^۳}{s}\right) \Rightarrow Q = ۱۰۵۵ \left(\frac{lit}{s}\right)$$

مثال ۲۴: از شیپوره‌ای (نازلی) فواره آبی به صورت قائم با سرعت $۵/۱ m/s$ و شدت جریان $۰/۵ \frac{m^۳}{s}$ خارج می‌گردد. در ۵۱ سانتی‌متری از لبه شیپوره، صفحه‌ای به صورت افقی قرار داده شده است. مطلوب است مقدار نیروی F وارد بر صفحه به طوری که آن را به صورت ثابت نگه دارد؟ (از وزن صفحه صرف‌نظر می‌گردد. $g = ۹/۸۰۶ m/s^۲$)



۱) ۳۰۰۰N

۲) ۲۶۰۰N

۳) ۲۰۰۰N

۴) ۱۵۰۰N

پاسخ: گزینه «۳»

۱) خروجی از نازل ۲) برخورد با صفحه

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲، سرعت برخورد سیال به صفحه افقی تعیین می‌شود.

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲$$

$$\frac{(۵/۱)^۲}{۲ \times ۹/۸۱} = \frac{V_۲^۲}{۲ \times ۹/۸۱} + ۰/۵۱ \Rightarrow V_۲ = ۴ \left(\frac{m}{s}\right)$$

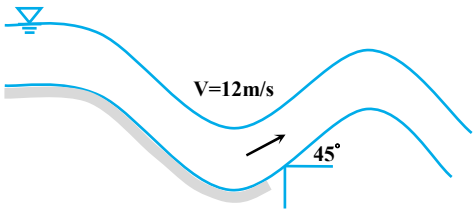
با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد قائم داریم:

$$F = \dot{m}V = \rho QV = ۱۰۰۰ \times ۰/۵ \times ۴ \Rightarrow F = ۲۰۰۰ (N)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۵: آب از سرریزی جامی شکل با سرعت $12\ m/s$ و زاویهٔ 45° به هوا پرتاب می‌شود. با صرف‌نظر کردن از اصطکاک هوا بر روی حرکت جت، ماکزیمم ارتفاعی که جت آب بالا می‌رود، برابر چند متر است؟



۱) ۱/۴۵

۲) ۲/۸۶

۳) ۳/۶۷

۴) ۴/۵۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

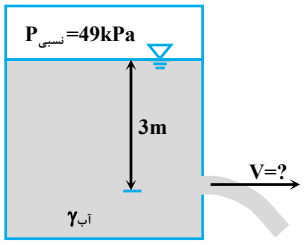
۱) محل پرتاب ۲) ماکزیمم ارتفاع

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}+\frac{V_1^2}{2g}+\cancel{Z_1}=\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

$$Z_2=h=\frac{V_1^2-V_2^2}{2g}=\frac{(12)^2-(12\cos 45^\circ)^2}{2\times 9/81}\Rightarrow h=3/67\ (m)$$

مثال ۲۶: مخزنی مسدود تحت فشار $49\ kpa$ قرار دارد. در وضعیت نشان داده شده در شکل، سرعت جریان در روزنه خروجی با صرف‌نظر کردن از تمامی افت‌ها تقریباً برابر چند m/s است؟



۱) $V=7/7$

۲) $V=8/5$

۳) $V=9/9$

۴) $V=12/5$

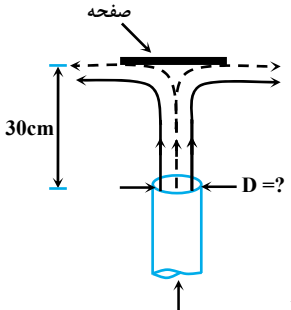
☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

۱) سطح آزاد مخزن ۲) روزنه خروجی

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}+Z_1=\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}+\frac{V_2^2}{2g}+\cancel{Z_2}\Rightarrow\frac{49\times 10^3}{9810}+3=\frac{V_2^2}{2\times 9/81}\Rightarrow V=12/5\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۲۷: قطر دهانه نازل باید چقدر باشد تا صفحه ۲۲۳ نیوتنی، تحت جریان با دبی $70\ \frac{lit}{s}$ در ارتفاع $30\ cm$ در بالای فواره قرار گیرد؟ $(\gamma_{آب}=9806\ \frac{N}{m^3})$



۱) $12\ cm$

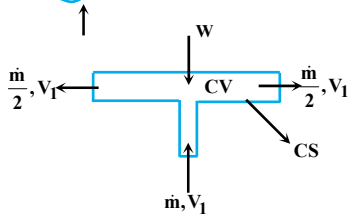
۲) $15\ cm$

۳) $17\ cm$

۴) $20\ cm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ۱) ورودی به حجم کنترل ۲) خروجی از نازل

حجم کنترل :



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

معادله ممنتوم در راستای y عبارت است از:

$$y-Mom.: -W=-\dot{m}V_1+0=-\rho QV_1 \quad V_1=\frac{W}{\rho Q}$$

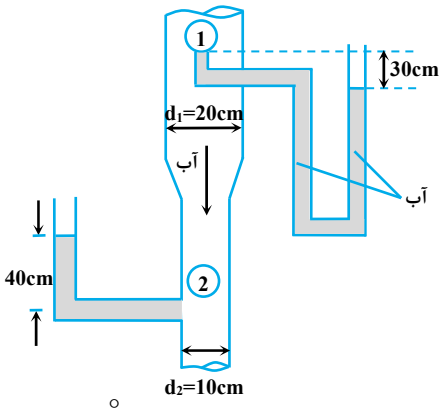
$$V_1=\frac{۲۲۳}{۱۰۰۰\times ۷۰\times ۱۰^{-۳}}=۳/۱۸۶\ (\frac{m}{s})$$

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1 \Rightarrow \frac{V_2^2}{2\times ۹/۸۱}=\frac{(۳/۱۸۶)^2}{2\times ۹/۸۱}+۰/۳ \Rightarrow V_2=۴/۰۰\ (\frac{m}{s})$$

$$Q=V_2\times A=V_2\times\frac{\pi D^2}{4} \quad ; \quad D=(\frac{4\times ۷۰\times ۱۰^{-۳}}{4\pi})^{\frac{1}{2}} \Rightarrow D=۰/۱۴۹\ (m)\simeq ۱۵\ (cm)$$

مثال ۲۸: با توجه به شکل زیر، مقدار دبی مساوی کدام یک از اعداد زیر است؟ اختلاف ارتفاع نقاط ۱ و ۲ مساوی ۲ متر می‌باشد. از هر گونه افت انرژی بین نقطهٔ ۱ و ۲ صرف‌نظر می‌شود.



۱) $۰/۰۴\frac{m^3}{s}$

۲) $۰/۱۶\frac{m^3}{s}$

۳) $۰/۲۵\frac{m^3}{s}$

۴) $۰/۵۷\frac{m^3}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

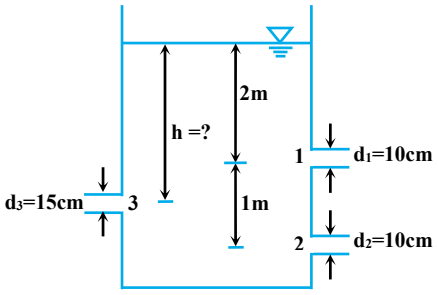
با توجه به این که نقطه ۱ نقطه سکون است، بنابراین $V_1=0$ بوده و با استفاده از معادله مانومتری برای نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$P_1+۰/۳\gamma=0 \Rightarrow P_1=-۰/۳\gamma \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma}=-۰/۳$$

$$0+۰/۴\gamma=P_2 \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma}=۰/۴$$

$$Q=AV_2=\frac{\pi D^2}{4}\times V_2 \Rightarrow V_2=\frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow -۰/۳+2=۰/۴+(\frac{4Q}{\pi(۰/۱)^2})^2\times\frac{1}{2\times ۹/۸۱} \Rightarrow Q=۰/۰۴۰\ (\frac{m^3}{s})$$

مثال ۲۹: در شکل زیر موقعیت ارتفاعی روزنه شماره ۳ را طوری تعیین نمایید که در حالت باز بودن کامل هر سه روزنه، برآیند نیروهای وارد بر مخزن در جهت افقی صفر باشد.



۱) ۲/۵۰ m

۲) ۲/۶۶ m

۳) ۲/۲۲ m

۴) ۱/۳۳ m

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و خروجی روزنه ۱ داریم:

$$\frac{P_0}{\gamma}+\frac{V_0^2}{2g}+Z_0=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1 \Rightarrow h_1=\frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow V_1^2=2gh_1$$

همچنین برای روزنه‌های ۲ و ۳ داریم:

$$V_2^2=2gh_2 \quad , \quad V_3^2=2gh_3=2gh$$

www.modaresanesharif.ac.ir

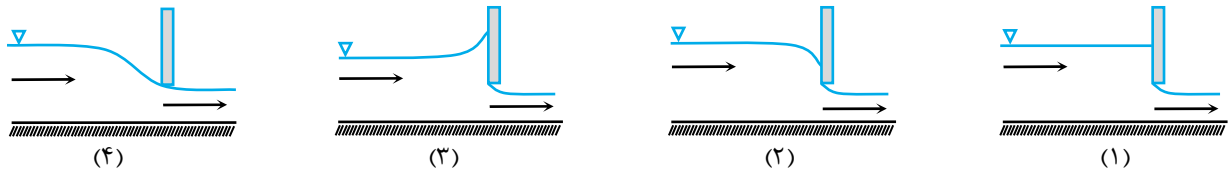
www.modaresanesharif.ac.ir

معادله ممنتوم در راستای محور Xها عبارت است از: $\circ = \dot{m}_1 V_1 + \dot{m}_2 V_2 + \dot{m}_3 (-V_3) \Rightarrow \circ = \rho Q_1 (V_1) + \rho Q_2 (V_2) + \rho Q_3 (-V_3)$

$$A_3 V_3^2 = A_1 V_1^2 + A_2 V_2^2 \quad ; \quad \frac{\pi}{4} d_3^2 \times 2gh = \frac{\pi}{4} d_1^2 \times 2gh_1 + \frac{\pi}{4} d_2^2 \times 2gh_2$$

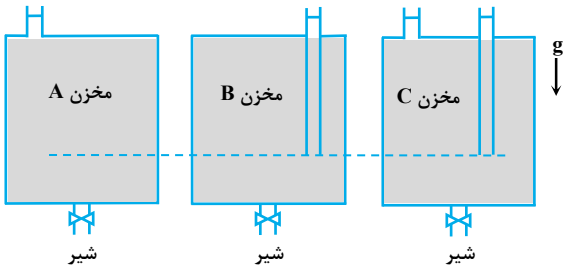
$$(15)^2 h = (10)^2 (2) + (10)^2 (3) \Rightarrow h = 2/22 \ (m)$$

مثال ۳۰: معمولاً برای تنظیم میزان آب عبوری در کانال‌های باز، از دریچه‌های تنظیم مطابق شکل زیر استفاده می‌شود. کدام یک از اشکال زیر، شکل تقریبی سطح آزاد آب را در پشت این دریچه‌ها نشان می‌دهد؟



☑ **پاسخ:** گزینه «۳» هنگامی که جریان آزاد آب به دریچه می‌رسد، در پشت دریچه سرعت سیال به صفر می‌رسد و در نتیجه فشار آن بالا می‌رود. با توجه به هم‌ارزی فشار سیال و ارتفاع ستونی از سیال، در نتیجه ارتفاع سیال در پشت دریچه افزایش خواهد یافت.

مثال ۳۱: حجم مخزن‌های A، B و C برابر بوده و همگی پر از آب می‌باشند. اگر این مخزن‌ها با لوله‌های نشان داده شده در شکل به محیط راه داشته باشند و شیر تخلیه آن‌ها مشابه باشند، کدام رابطهٔ زیر برای زمان تخلیه کامل این مخزن‌ها درست است؟ برای تخلیه مخزن، شیر تخلیه را به طور کامل باز می‌کنیم.



۱) $t_A = t_B = t_C$

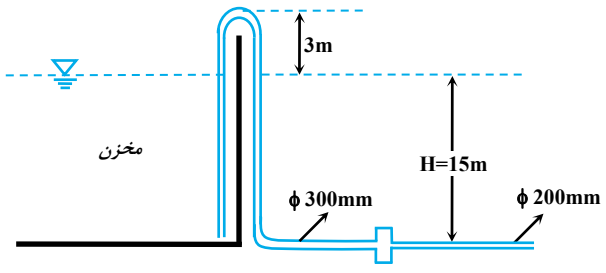
۲) $t_C > t_A, t_B$

۳) $t_B > t_A, t_C$

۴) $t_A > t_B, t_C$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به شکل، بر روی سطح آزاد مایع در مخازن A و C در هنگام تخلیه همواره فشار اتمسفر اعمال می‌شود. در مورد مخزن B در هنگام تخلیه در بالای مخزن خلأ نسبی به وجود می‌آید و لذا زمان تخلیه این مخزن از دو مخزن دیگر بیشتر خواهد بود. $t_B > t_A, t_C$

مثال ۳۲: در شکل زیر جریان سیال از یک مخزن بزرگ توسط یک سیفون برقرار است. با صرف‌نظر از افت‌های طولی و موضعی، سرعت و دبی جریان خروجی به ترتیب برابرند با:



۱) $Q = 540 \ L/s, V = 17/2 \ \frac{m}{s}$

۲) $Q = 593/5 \ L/s, V = 18/9 \ \frac{m}{s}$

۳) $Q = 1134 \ L/s, V = 17/2 \ \frac{m}{s}$

۴) $Q = 540 \ L/s, V = 18/9 \ \frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ۱) سطح آزاد مخزن ۲) خروجی آب

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$15 = \frac{V^2}{2 \times 9/81} \Rightarrow V = 17/2 \ (\frac{m}{s})$$

$$Q = V.A = V \times \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow Q = 17/2 \times \frac{\pi}{4} (0/2)^2 = 0/540 \ (\frac{m^3}{s}) \Rightarrow Q = 540 \ (\frac{lit}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۳: در یک خط لولهٔ آب در مقطعی به قطر ۲۰۰mm، سرعت جریان $۴\frac{m}{s}$ و فشار $۳۵۰\frac{kN}{m^۲}$ است. در نقطه‌ای به فاصلهٔ ۱۲ متر بعد، قطر لوله به ۱۰۰mm کاهش پیدا می‌کند. در صورتی که این خط لوله قائم باشد، میزان فشار در این نقطه چقدر خواهد بود؟

۱) $۳۵/۵\frac{kN}{m^۲}$ ۲) $۳۴/۷۷\frac{kN}{m^۲}$ ۳) $۲۳۰\frac{kN}{m^۲}$ ۴) $۳۴۷/۷\frac{kN}{m^۲}$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادله پیوستگی بین مقاطع ۱ و ۲ داریم:

$$\dot{m}_۱=\dot{m}_۲\Rightarrow \rho Q_۱=\rho Q_۲\Rightarrow Q_۱=Q_۲$$

$$V_۱A_۱=V_۲A_۲ \qquad V_۱D_۱^۲=V_۲D_۲^۲$$

$$D_۲=\frac{۱}{۲}D_۱\Rightarrow V_۲=۴V_۱ \qquad V_۲=۱۶\ (\frac{m}{s})$$

معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ عبارت است از:

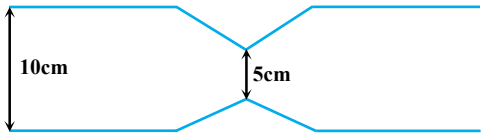
$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲$$

جهت رو به پایین :
$$\frac{۳۵۰\times ۱۰^۳}{۱۰۰۰\times ۹/۸۱}+\frac{(۴)^۲}{۲\times ۹/۸۱}+۱۲=\frac{P_۲}{۱۰۰۰\times ۹/۸۱}+\frac{(۱۶)^۲}{۲\times ۹/۸۱}+۰\Rightarrow P_۲=۳۴۷/۷۲\ (kPa)$$

جهت رو به بالا :
$$\frac{۳۵۰}{۹/۸۱}+\frac{(۴)^۲}{۲\times ۹/۸۱}+۰=\frac{P_۲(kPa)}{۹/۸۱}+\frac{(۱۶)^۲}{۲\times ۹/۸۱}+۱۲\Rightarrow P_۲=۱۱۲/۲۸\ (kPa)$$

بنابراین جهت جریان به سمت پایین بوده است.

مثال ۳۴: در شکل زیر آب با دانسیته $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ به یک ونتوری (Venturi) وارد می‌شود. اگر فشار آب ورودی ۳ atm و دمای آن $۱۰۰^\circ C$ باشد و با سرعت $۴\frac{m}{s}$ به اتصال وارد شود، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (از افت انرژی در مسیر صرف‌نظر می‌شود و درجهٔ حرارت ثابت می‌ماند.)



۱) فشار در گلوگاه ونتوری بیش از ۱/۵ atm خواهد بود.

۲) آب به صورت مایع از انتهای ونتوری خارج می‌شود.

۳) آب در گلوگاه ونتوری تبخیر شده و کاویتاسیون روی می‌دهد.

۴) فشار سیال در انتهای مسیر بیشتر از فشار آن در ابتدای ونتوری خواهد بود.

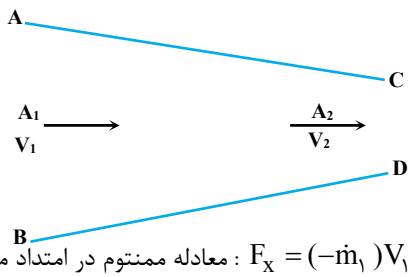
پاسخ: گزینه «۱» ۱) ورودی ونتوری ۲) گلوگاه ونتوری

معادله پیوستگی : $V_۱A_۱=V_۲A_۲ \qquad V_۲=V_۱(\frac{D_۱}{D_۲})^۲=۴(\frac{۱۰}{۵})^۲=۱۶\ (\frac{m}{s})$

معادله برنولی : $\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+y_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+y_۲ \quad , \quad y_۱=y_۲$

$$\frac{۳\times ۱۰^۵}{۱۰۰۰۰}+\frac{(۴)^۲}{۲۰}=\frac{P_۲}{۱۰۰۰۰}+\frac{(۱۶)^۲}{۲۰}\Rightarrow P_۲=۱/۸\times ۱۰^۵\ (Pa)=۱/۸\ (atm)$$

مثال ۳۵: سیالی در یک لوله با مقطع متغیر جریان دارد. سرعت سیال در مقاطع AB و CD به ترتیب $V_۱$ و $V_۲$ و مساحت این مقاطع به ترتیب $A_۱$ و $A_۲$ و دبی حجمی سیال Q می‌باشد. نرخ تغییر ممنتوم سیال بین مقاطع مزبور کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)



۱) $\rho Q(V_۲-V_۱)$

۲) $\rho Q(V_۲^۲-V_۱^۲)$

۳) $\rho Q(A_۲V_۲-A_۱V_۱)$

۴) $\rho Q(A_۲V_۲^۲-A_۱V_۱^۲)$

پاسخ: گزینه «۱»

معادله ممنتوم در امتداد محور xها : $F_x=(-\dot{m}_۱)V_۱+(\dot{m}_۲)V_۲$

معادله پیوستگی : $\dot{m}_۱=\dot{m}_۲=\dot{m}=\rho Q \qquad F_x=\rho Q(V_۲-V_۱)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۶: در یک زانویی که روی صفحهٔ افقی قرار دارد سطح مقطع ورودی دو برابر سطح مقطع خروجی است و اختلاف فشار ورودی و خروجی برابر $۰/۳۷۵\rho$ کیلو پاسکال است که در آن ρ دانسیته آب می‌باشد. سرعت ورودی و خروجی در صورتی که جریان بدون اصطکاک باشد، به ترتیب با کدام گزینه برابر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱ و ۲ ۲) ۰/۲۵ و ۰/۵ ۳) ۰/۵ و ۱ ۴) ۰/۷۵ و ۱/۵

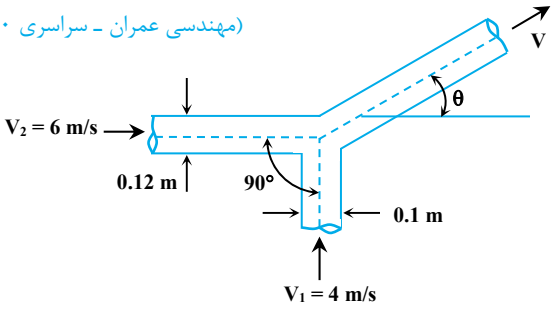
☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ۱) ورودی ۲) خروجی

معادله پیوستگی : $V_۱A_۱ = V_۲A_۲ \qquad A_۱ = ۲A_۲ \qquad V_۲ = ۲V_۱$

معادله برنولی : $\frac{P_۱}{\rho}+\frac{V_۱^۲}{۲}+gy_۱=\frac{P_۲}{\rho}+\frac{V_۲^۲}{۲}+gy_۲ \qquad y_۱=y_۲$ (لوله افقی)

$$\frac{P_۱-P_۲}{\rho}=\frac{۱}{۲}(V_۲^۲-V_۱^۲) \Rightarrow \frac{۰/۳۷۵\rho\times۱۰^۳}{\rho}=\frac{۱}{۲}(۴V_۱^۲-V_۱^۲) \Rightarrow ۳۷۵=\frac{۳}{۲}V_۱^۲ \Rightarrow V_۱=۱۵/۸\ (\frac{m}{s})\ ,\ V_۲=۳۱/۶\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۳۷: دو جت آب با یکدیگر برخورد نموده و یک جت یک‌پارچه را مطابق مشخصات داده شده در شکل ایجاد می‌کنند. در این صورت سرعت جت حاصل چند m/s خواهد بود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) ۳/۸۲
۲) ۴/۲۹
۳) ۵/۷۳
۴) ۷/۲۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

با توجه به تراکم‌ناپذیری سیال‌های تداخلی $\rightarrow \dot{m}_۱+\dot{m}_۲=\dot{m}_۳$: معادله پیوستگی

$$Q_۱+Q_۲=Q_۳ \qquad V_۱A_۱+V_۲A_۲=V_۳A_۳$$

$$۶\times\frac{\pi}{۴}(۰/۱۲)^۲+۴\times\frac{\pi}{۴}(۰/۱)^۲=V_۳A_۳ \Rightarrow \quad V_۳A_۳=۰/۰۹۹۳\ (\frac{m^۳}{s})$$

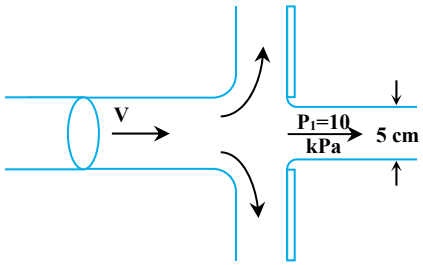
با توجه به این که دو جت آب با یک‌دیگر برخورد کرده و جت سوم را تشکیل می‌دهند، بنابراین هیچ نیروی خارجی بر سیالات وارد نمی‌شود. لذا با استفاده از معادلات ممنتوم در راستای محورهای x و y داریم:

$$x-Mom.:\ ۰=-\rho Q_۲V_۲+\rho Q_۳V_۳\cos\theta \qquad A_۳V_۳^۲\cos\theta=(۶)^۲\times\frac{\pi}{۴}(۰/۱۲)^۲=۰/۴۰۷۱۵$$

$$y-Mom.:\ ۰=-\rho Q_۱V_۱+\rho Q_۳V_۳\sin\theta \qquad A_۳V_۳^۲\sin\theta=(۴)^۲\times\frac{\pi}{۴}(۰/۱)^۲=۰/۱۲۵۶۶$$

$$\tan\theta=۰/۳۰۸۶ \Rightarrow \quad \theta=۱۷/۱۵^\circ \quad ; \quad V_۳(۰/۰۹۹۳)\cos۱۷/۱۵^\circ=۰/۴۰۷۱۵ \Rightarrow \quad V_۳=۴/۲۹\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۳۸: در صفحه‌ای دایره‌ای شکل، سوراخ لبه‌تیزی به قطر ۵ سانتی‌متر در مرکز آن تعبیه گردیده است. جت آبی با سرعتی برابر ۳۰ m/s و قطر ۱۰ cm به آن برخورد می‌نماید. نیروی لازم جهت ثابت نگه داشتن صفحه در محل خود، چند کیلونیوتن(kN) است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) ۱/۷۷
۲) ۵/۳
۳) ۷/۰۷
۴) ۸/۸۴

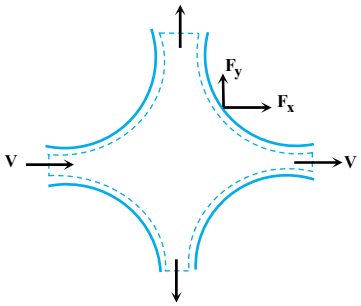
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با در نظر گرفتن نقطه ۱ به عنوان نقطه قبل از برخورد جت با صفحه‌ی دایره‌ای و نقطه ۲ به عنوان نقطه بعد از سوراخ صفحه دایره‌ای و همچنین با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma}^{\circ}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}^{\circ}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲$$

$$\frac{(۳۰)^۲}{۲g}=\frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow \quad V_۲=۳۰\ (\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



با استفاده از معادله ممنتوم برای حجم کنترل زیر داریم:

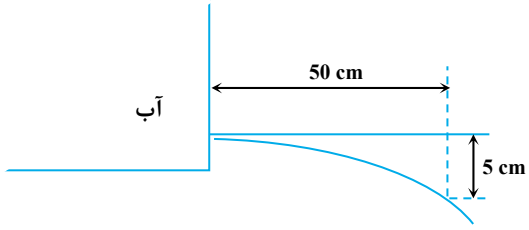
$$x-Mom.:\ F_x=\dot{m}_2V_2-\dot{m}_1V_1=-\rho V_1^2A_1+\rho V_2^2A_2$$

$$K_x=-F_x=\rho(V_1^2\times\frac{\pi}{4}D_1^2-V_2^2\times\frac{\pi}{4}D_2^2)$$

$$K_x=1000[(30)^2\times\frac{\pi}{4}(0/1)^2-(30)^2\times\frac{\pi}{4}(0/05)^2]=5301/4\ (N)\Rightarrow\ K_x=5/3\ (kN)$$

مثال ۳۹: سوراخ لبه‌تیزی به قطر ۲ سانتی‌متر به صورت افقی در دیواره قائم مخزن آبی وجود دارد. آب مطابق شکل از مخزن خارج می‌شود. جرم مخصوص آب $1000\ kg/m^3$ و شتاب ثقل برابر با $9/81\ m/s^2$ می‌باشد. دبی خروجی مخزن بر حسب لیتر بر ثانیه کدام است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



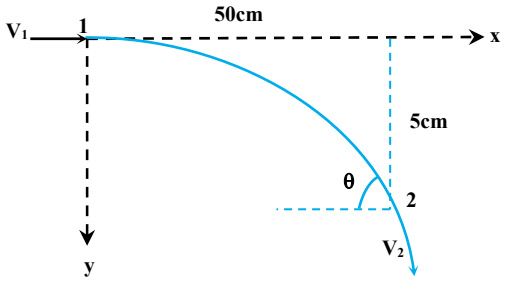
۱) ۱/۵۶

۲) ۳/۱۴

۳) ۴/۹۵

۴) ۶/۲۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» **روش اول:**



معادله منحنی خط جریان : $y=Kx^2\Rightarrow\ (0/05)=K(0/5)^2\Rightarrow\ K=0/2$

$$y=0/2x^2\Rightarrow\ y'=0/4x$$

$$y'=\tan\theta=0/4(0/5)=0/2\Rightarrow\ \theta=11/31^\circ$$

$$x-Mom.:\ 0=-\rho QV_1+\rho QV_2\cos\theta\Rightarrow\ V_1=V_2\cos\theta$$

$$V_1=0/981V_2\Rightarrow\ V_2=1/02V_1$$

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ مشخص شده در شکل داریم:

$$\frac{\cancel{P_1}^{\,0}}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{\cancel{P_2}^{\,0}}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+\cancel{Z_2}\Rightarrow\ \frac{V_1^2}{2g}+0/05=\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_1^2}{2\times9/81}+0/05=\frac{(1/02V_1)^2}{2\times9/81}\Rightarrow\ V_1=4/93\ (\frac{m}{s})$$

$$Q=V_1.A=4/93\times\frac{\pi}{4}(0/02)^2=1/55\times10^{-3}\ (\frac{m^3}{s})\Rightarrow\ Q=1/55\ (\frac{lit}{s})$$

روش دوم: این مسأله را می‌توان به صورت یک حرکت پرتابی با زاویه پرتاب صفر در نظر گرفت، لذا داریم:

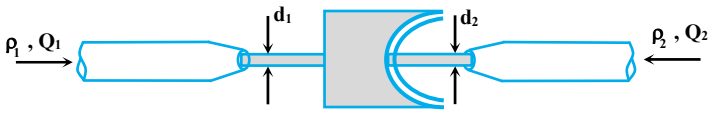
معادله حرکت پرتابه افقی : $y=\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha}+x\,tg\alpha\ \xrightarrow[\alpha=0]{\text{پرتابه افقی}}\ y=\frac{gx^2}{2V_0^2}\Rightarrow\begin{cases}x=0/5\\y=0/05\Rightarrow\\V_0=V_1\end{cases}$

$$0/05=\frac{9/81(0/5)^2}{2V_1^2}\Rightarrow\ V_1=4/95\ (\frac{m}{s})$$

$$Q=V_1A=4/95\times\frac{\pi}{4}(0/02)^2\Rightarrow\ Q=1/56\ (\frac{lit}{s})$$

مثال ۴۰: با توجه به شکل زیر، شرط تعادل جسم صلب کدام است؟ $(\rho_1=\rho_2)$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)



۱) $Q_1=Q_2(\frac{d_1}{d_2})$

۲) $Q_1=Q_2\sqrt{2}\frac{d_1}{d_2}$

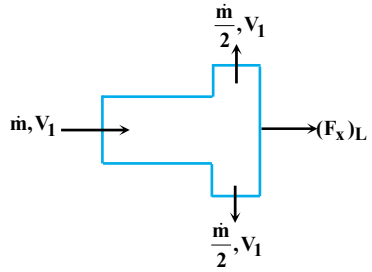
۳) $Q_1=Q_2(\frac{d_1}{d_2})^2$

۴) $Q_1=Q_2\frac{d_1}{\sqrt{2}d_2}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

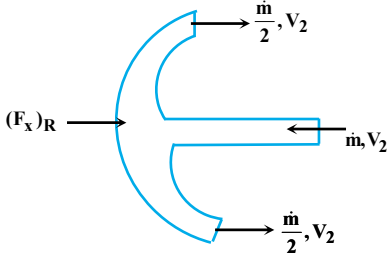
پاسخ: گزینه «۲» حجم کنترل سیال سمت چپ جسم صلب:



نیروی وارده از سمت چپ بر جسم صلب : $(F_x)_L = (-\dot{m}_1)(V_1) = (-\rho_1 Q_1)(+V_1) + 0$

$$(K_x)_L = (-F_x)_L = \rho_1 Q_1 V_1$$

حجم کنترل سیال سمت راست جسم صلب:

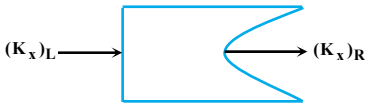


نیروی وارده از سمت راست بر جسم صلب : $(F_x)_R = 2(\frac{\dot{m}}{2})(V_2) + (-\dot{m})(V_2)$

$$= 2(\frac{\rho_2 Q_2}{2})(V_2) + (-\rho_2 Q_2)(-V_2)$$

$$(K_x)_R = (-F_x)_R = -2\rho_2 Q_2 V_2$$

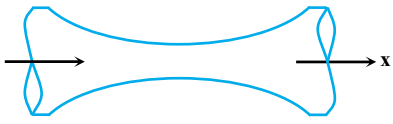
دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر جسم صلب:

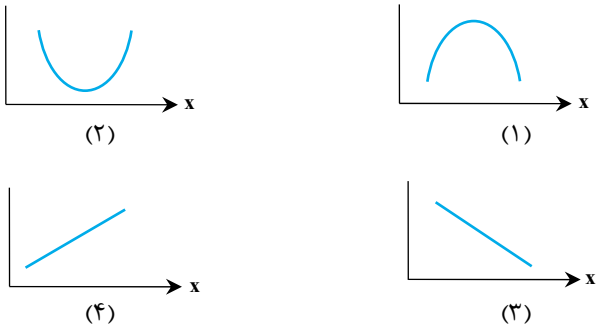


در حالت تعادل : $(K_x)_L + (K_x)_R = 0 \Rightarrow \rho_1 Q_1 V_1 - 2\rho_2 Q_2 V_2 = 0$

$$\rho_1 Q_1 V_1 = 2\rho_2 Q_2 V_2 \qquad Q_1(\frac{\pi}{4}d_1^2) = 2Q_2(\frac{\pi}{4}d_2^2) \qquad \frac{Q_1^2}{d_1^2} = 2\frac{Q_2^2}{d_2^2} \Rightarrow Q_1 = \sqrt{2}Q_2\frac{d_1}{d_2}$$

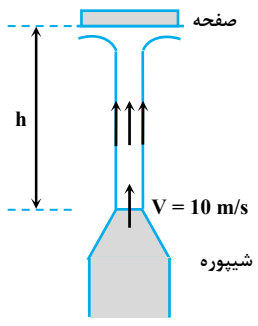
مثال ۴۱: شکل کیفی فرضی تغییرات فشار درون ونتوری در جریان سیال تراکم‌ناپذیر کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)





پاسخ: گزینه «۲» با استفاده از معادله پیوستگی، چون در وسط لوله مقطع کاهش یافته، لذا سرعت افزایش می‌یابد. بنابراین با استفاده از معادله برنولی، فشار در وسط لوله کمتر خواهد بود.

مثال ۴۲: صفحه‌ای به وزن ۳۰ نیوتن فقط می‌تواند آزادانه در راستای قائم حرکت کند. آب از شیپوره‌ای به قطر ۳ سانتی‌متر با سرعت اولیه $10\ m/s$ به پایین صفحه برخورد می‌کند. فاصله صفحه از شیپوره، h، در حالت تعادل صفحه برابر است با: (جرم مخصوص آب $\rho = 10^3\ kg/m^3$ و شتاب ثقل $g = 9/81\ m/s^2$) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۴/۱۸ m

۲) ۵/۱۵ m

۳) ۱/۱۳ m

۴) ۲/۲۶ m

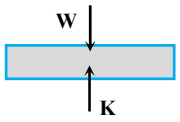
www.modaresanesharif.ac.ir

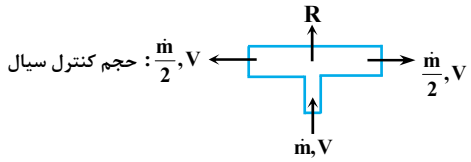
www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه«۱»

دبی حجمی : $Q = V.A$ $\quad Q = ۱۰\times\frac{\pi}{۴}(۰/۰۳)^۲ \Rightarrow Q = ۷/۰۶۸۶\times۱۰^{-۳}\ (\frac{m^۳}{s})$

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه افقی : $K = W$ در حالت تعادل





$R = -K = -W$

$y-Mom.: \quad -W = -\dot{m}V + ۰ = -\rho QV$

$۳۰ = ۱۰۰۰\times۷/۰۶۸۶\times۱۰^{-۳}\ V \Rightarrow \quad V = ۴/۲۴۴\ (\frac{m}{s})$ سرعت برخورد آب با صفحه

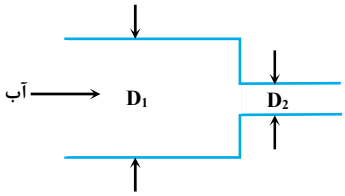
۱) خروجی جت ۲) برخورد با صفحه

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲$$

$$\frac{(۱۰)^۲}{۲\times۹/۸۱}=\frac{(۴/۲۴۴)^۲}{۲\times۹/۸۱}+h \Rightarrow h = ۴/۱۸\ (m)$$

مثال ۴۳: آبی با دبی حجمی $۳۰\frac{m^۳}{s}$ وارد لوله (۱) می‌گردد. برای آن که آب در لوله (۲) دارای سرعتی معادل با ۴ برابر سرعت آب در لوله (۱) باشد، قطر لوله (۲) چند برابر قطر لوله (۱) است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

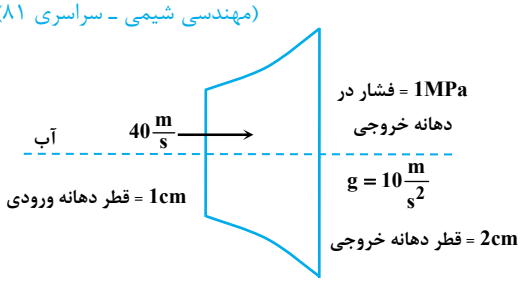
۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینه «۲»

معادله پیوستگی : $Q = V_۱A_۱ = V_۲A_۲$

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}=(\frac{D_۱}{D_۲})^۲ \qquad \frac{D_۲}{D_۱}=(\frac{V_۱}{V_۲})^{\frac{۱}{۲}}=(\frac{V_۱}{۴V_۱})^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow D_۲=\frac{۱}{۲}D_۱$$

مثال ۴۴: جریان جرمی در شیپوره واگرای زیر با کدام گزینه برابر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



۱) $۰/۴\pi\frac{kg}{s}$ ۲) $۰/۸\pi\frac{kg}{s}$

۳) $\pi\frac{kg}{s}$ ۴) $۴۰\pi\frac{kg}{s}$

پاسخ: گزینه «۳»

دبی جرمی : $\dot{m} = \rho VA$ $\quad \dot{m} = (۱۰۰۰)(۴۰)(\frac{\pi}{۴}(۰/۰۱)^۲) \Rightarrow \dot{m} = \pi\ (\frac{kg}{s})$

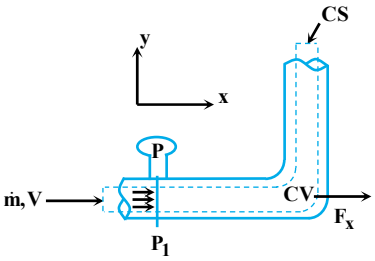
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۵: آب با سرعت ۵ متر بر ثانیه در یک زانویی ۹۰ درجه و با قطر ۲۵ سانتی‌متر جریان دارد. اگر فشار آب در ورود به زانویی ۳۵- کیلوپاسکال باشد، در این صورت نیرویی که آب در راستای حرکت به زانو وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) $-۷۰۶/۵$ ۲) $-۴۹۰/۶$ ۳) $۷۰۶/۵$ ۴) $۴۹۰/۶$

پاسخ: گزینه «۲»

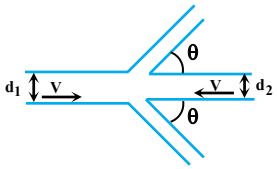


معادله ممنتوم در امتداد محور xها : $F_x + P_1A = (-\dot{m})V + 0$

$$K_x = -F_x = P_1A + \rho V^2 A = (P_1 + \rho V^2)A$$

$$K_x = (-۳۵\times۱۰^3 + ۱۰۰۰(۵)^2)\times\frac{\pi}{۴}(۰/۲۵)^2 \Rightarrow K_x = -۴۹۰/۹\ (N)$$

مثال ۴۶: دو جت آب که دارای سطح مقطع دایره‌ای شکل هستند، با سرعت V و اقطار d_1 و d_2 به هم برخورد می‌کنند و مطابق شکل روی سطح مخروطی با زاویه رأس θ پراکنده می‌شوند. چه رابطه‌ای بین θ، d_1 و d_2 وجود دارد. (از نیروی وزن صرف‌نظر می‌کنیم.) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) $\sin\theta = \frac{d_1 d_2}{d_1^2 - d_2^2}$ ۲) $\tan\theta = \frac{d_1^2 - d_2^2}{(d_1 + d_2)^2}$

۳) $\sin\theta = \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2}$ ۴) $\cos\theta = \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1^2 + d_2^2}$

پاسخ: گزینه «۴» معادله اندازه حرکت در امتداد محور xها برای دو جهت عبارت است از:

$$F_1 = \dot{m}_1(V - V\cos\theta) \quad ; \quad F_2 = \dot{m}_2(V + V\cos\theta)$$

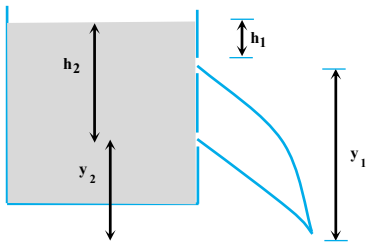
$$F_1 = F_2 \Rightarrow \dot{m}_1(V - V\cos\theta) = \dot{m}_2(V + V\cos\theta) \Rightarrow \rho Q_1 V(۱ - \cos\theta) = \rho Q_2 V(۱ + \cos\theta)$$

$$Q_1(۱ - \cos\theta) = Q_2(۱ + \cos\theta)$$

$$Q = AV\ ,\ V_1 = V_2 \Rightarrow d_1^2(۱ - \cos\theta) = d_2^2(۱ + \cos\theta) \Rightarrow d_1^2 - d_2^2 = \cos\theta(d_1^2 + d_2^2)$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1^2 + d_2^2}$$

مثال ۴۷: دو سوراخ تخلیه مطابق شکل در تانک نشان داده شده است. کدام‌یک از روابط زیر صادق است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)



۱) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{y_1}{y_2}$

۲) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{y_1\cos\theta}{y_2}$

۳) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{y_2}{y_1}$

۴) $h_1 h_2 = y_1 y_2$

پاسخ: گزینه «۳»

معادله حرکت پرتابی : $y = x\tan\theta - \frac{۱}{۲}g\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta}$

در پرتابه افقی : $\theta = 0 \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}g\frac{x^2}{V_0^2} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{-\frac{۱}{۲}g\frac{x^2}{۲g_0^2 h_2}}{-\frac{۱}{۲}g\frac{x^2}{۲g_0^2 h_1}} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{h_1}{h_2}$ (با توجه به شکل $x_1 = x_2 = x$)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۸: لوله پیتو دستگاهی است که: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) فشار سیال را اندازه‌گیری می‌کند.
۲) دبی سیال را اندازه‌گیری می‌کند.
۳) سرعت و دما و دبی سیال را اندازه‌گیری می‌کند.
۴) سرعت سیال را اندازه‌گیری می‌کند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» لوله پیتوت دستگاهی است که فشارهای استاتیک و سکون را اندازه گرفته و با استفاده از اختلاف آن‌ها سرعت موضعی در یک نقطه را تعیین می‌کند.

مثال ۴۹: اگر صفحه‌ای با سرعت V_1 در جهت آب حرکت کند نیروی وارده بر صفحه برابر است با F. در صورتی‌که سرعت آب u باشد و قطر جت را d در نظر بگیریم، نیروی F مقدارش مساوی است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

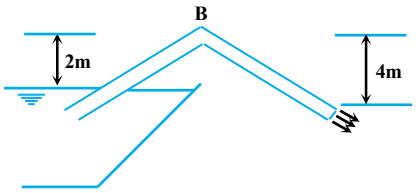
۱) $F=\frac{\pi d^2}{4}\frac{\gamma(u-V_1)^2}{g}$
۲) $F=\frac{\pi d^2}{4}\frac{\gamma(u+V_1)^2}{g}$
۳) $F=\frac{\pi R^2}{4}\frac{\gamma(u+V_1)^2}{3g}$
۴) $F=\frac{\pi R^2}{4}\frac{\gamma(u-V_1)^3}{2g}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله ممنتوم داریم:

$$F=\rho QV=\rho AV^2\Rightarrow F=\left(\frac{\gamma}{g}\right)\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)(u-V_1)^2=\frac{\pi d^2}{4}\frac{\gamma(u-V_1)^2}{g}$$

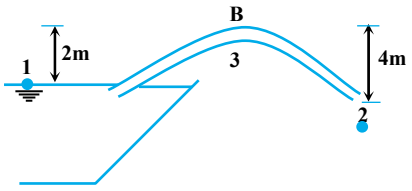
سرعت نسبی: $V=u-V_1$

مثال ۵۰: برای حالت بدون افت در سیستم، هد فشار مطلق در نقطه B بر حسب متر تقریباً چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) ۱
۲) ۶
۳) ۵/۲
۴) ۳/۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از رابطه برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:



$$\begin{cases}\frac{P_{atm}}{\gamma}+Z_1+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_{atm}}{\gamma}+Z_2+\frac{V_2^2}{2g}\\ V_1=0\\ Z_1=2\\ Z_2=0\end{cases}\Rightarrow\frac{V_2^2}{2g}=2\Rightarrow V_2=\sqrt{40}\ (\frac{m}{s})$$

رابطه برنولی بین نقاط ۲ و ۳ عبارت است از:

$$\frac{P_3}{\gamma}+Z_3+\frac{V_3^2}{2g}=\frac{P_{atm}}{\gamma}+Z_2+\frac{V_2^2}{2g}\quad;\quad V_2=V_3\ \text{(رابطه پیوستگی)}$$

$$\frac{P_3-P_{atm}}{\gamma}=Z_2-Z_3\Rightarrow\frac{P_3}{\gamma}-\frac{100000}{10000}=-4\Rightarrow\frac{P_3}{\gamma}=6(m)$$

مثال ۵۱: در جریانی اگر خط جریان (Stream Line) و خط گذر (Path Line) یکی باشند، در این‌صورت: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) جریان یکنواخت است.
۲) جریان یک بعدی است.
۳) جریان دائم است.
۴) جریان لایه‌ای است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در جریان دائم، خطوط جریان و مسیر بر هم منطبق هستند.

مثال ۵۲: برای اندازه‌گیری فشار کل از کدام وسیله استفاده می‌شود؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) لوله پیتو (Pitute tube)
۲) بادسنج سیم داغ (Hot wire)
۳) وانتوری (Venturi meter)
۴) منفذ فشار (Pressure tap)

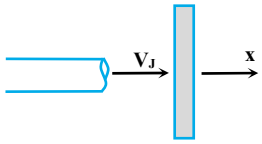
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای اندازه‌گیری فشار کل از لوله پیتو استفاده می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۳: جت آزاد آب با سرعت V_J در جهت افقی(x) بر پره مسطح ساکن و عمود بر آن برخورد می‌کند. حال اگر پره با سرعت V_J به سمت جت حرکت کند، نیروی وارد بر پره در جهت x نسبت به حالت قبل چه وضعیتی دارد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) هشت برابر

۲) مساوی

۳) چهار برابر

۴) دو برابر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حالت دوم باید از سرعت نسبی جت نسب به پره استفاده کرد، یعنی:

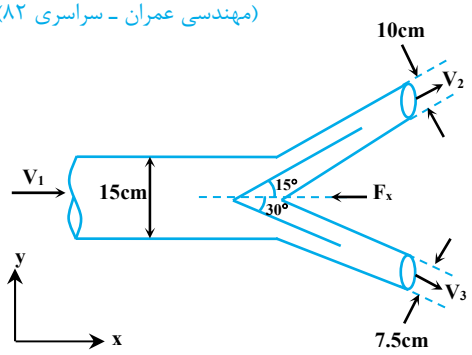
$$V_{rel} = V_j - (-V_j)$$

$$x - Mom.: \; F_{1x} = -\rho V_j^2 A + 0$$

$$K_{1x} = -F_{1x} = \rho V_j^2 A \qquad K_{2x} = \rho V_{rel}^2 A = \rho[V_j - (-V_j)]^2 A \Rightarrow K_{2x} = 4\rho V_j^2 A \Rightarrow \frac{K_{2x}}{K_{1x}} = 4$$

مثال ۵۴: در شکل زیر نیروی وارد در جهت محور xها را بر حسب نیوتن محاسبه کنید. سرعت جت خروجی در هر دو لوله $12\frac{m}{s}$، لوله‌ها افقی و از افت در سیستم صرف‌نظر شده است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۲۲۲

۲) ۲۴۳

۳) ۲۸۵

۴) ۳۱۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

معادله پیوستگی : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \qquad \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 + \rho V_3 A_3$

$$V_1 \times \frac{\pi}{4}(15)^2 = 12 \times \frac{\pi}{4}(10)^2 + 12 \times \frac{\pi}{4}(7/5)^2 \Rightarrow V_1 = 8/33 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$x - Mom.: \; P_1 A_1 + F_x = -\dot{m}_1 V_1 + \dot{m}_2 V_2 \cos 15^\circ + \dot{m}_3 V_3 \cos 30^\circ \qquad K_x = -F_x$$

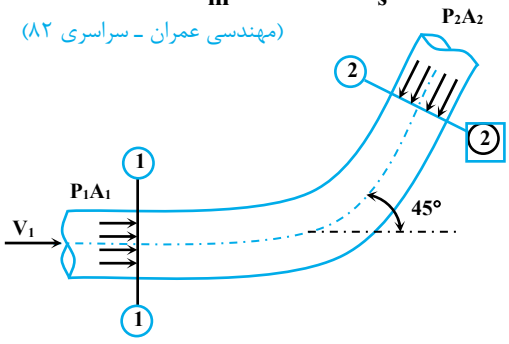
۱) محل انشعاب در لوله اول ۲) خروجی لوله دوم

معادله برنولی : $\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \xrightarrow{y_1 = y_2} \frac{P_1}{9806} + \frac{(8/33)^2}{2 \times 9/806} = \frac{(12)^2}{2 \times 9/806} \Rightarrow P_1 = 37305/6 \; (Pa)$

$$K_x = 1000 \times \frac{\pi}{4}[(0/15)^2 (8/33)^2 - (0/1)^2 (12)^2 \cos 15^\circ - (0/075)^2 (12)^2 \cos 30^\circ] + 37305/6 \times \frac{\pi}{4}(0/15)^2 \Rightarrow K_x = 242/1 \; (N)$$

مثال ۵۵: یک زانویی به قطر $d = 30\,cm$ مطابق شکل در یک سطح افقی قرار گرفته و آب را با سرعت $V = 3/5\frac{m}{s}$ منتقل می‌کند. اگر فشار در ورودی زانویی $P_1 = 196/2\,kPa$ بوده و از افت انرژی صرف‌نظر شود، برآیند نیروهای وارد بر زانویی چیست؟ $(\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3} \;,\; g = 9/81 \frac{m}{s^2})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۱۸/۱ kN

۲) ۱۵/۴ kN

۳) ۱۱/۳ kN

۴) ۳/۳ kN

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به معادله پیوستگی و ثابت بودن سطح مقطع لوله، سرعت در طول زانویی ثابت است و لذا با توجه به افقی بودن لوله و با استفاده از معادله برنولی، فشار در طول زانویی ثابت است.

معادله ممنتوم در راستای محورxها : $PA - PA\cos 45^\circ + F_x = -\dot{m}V + \dot{m}V\cos 45^\circ \qquad \dot{m} = \rho AV$

$$K_x = -F_x = PA(1-\cos 45^\circ) + \rho AV^2(1-\cos 45^\circ) = (1-\frac{\sqrt{2}}{2})\times\frac{\pi}{4}(0/3)^2(196/2\times10^3 + 1000\times3/5^2) \Rightarrow K_x = 4315/6\ (N)$$

معادله ممنتوم در راستای محور yها : $-PA\sin 45^\circ + F_y = 0 + \dot{m}V\sin 45 = \rho AV^2\sin 45$

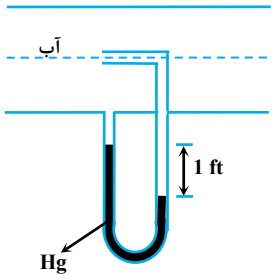
$$K_y = -F_y = -A\sin 45^\circ(P+\rho V^2)$$

$$K_y = -\frac{\pi}{4}(0/3)^2\times\frac{\sqrt{2}}{2}(196/2\times10^3 + 1000\times3/5^2) \Rightarrow K_y = -10418/8\ (N)$$

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = 11277/2\ (N) \qquad K \approx 11/3\ (kN)$$

مثال ۵۶: **سرعت سیال روی محور لوله با استفاده از پیتوت تیوب زیر برابر است با:**

در ضمن ($\rho_{آب} = 62/4\ \frac{lb}{ft^3}$) و برخورد سیال با دهانه پیتوت تیوب را ایده‌آل فرض می‌کنیم. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



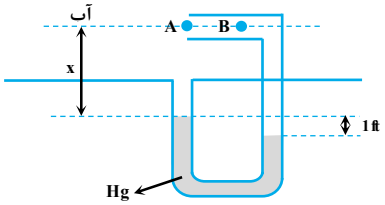
۱) $28/47\ \frac{ft}{sec}$

۲) $29/50\ \frac{ft}{sec}$

۳) $63/60\ \frac{ft}{sec}$

۴) هیچ کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»



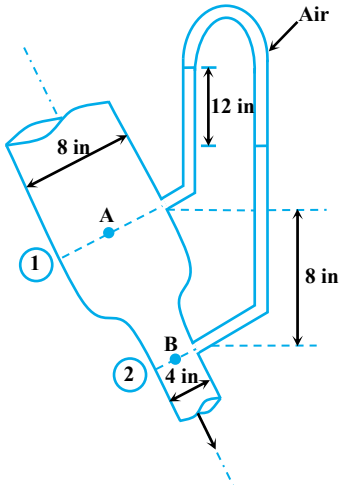
معادله برنولی : $\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + \cancel{y_A} = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\cancel{V_B^2}^{\,0}}{2g} + \cancel{y_B} \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2(P_B - P_A)}{\rho}}$

با استفاده از معادله مانومتری داریم:

$$P_A + \cancel{\gamma_w x} + \gamma_{Hg}(1) - \gamma_w(1) - \cancel{\gamma_w x} = P_B \Rightarrow P_B - P_A = \gamma_{Hg} - \gamma_w = \gamma_w(S_{Hg} - 1)$$

$$V_A = \sqrt{\frac{2\gamma(S_{Hg}-1)}{\rho}} = \sqrt{2g(S_{Hg}-1)} \Rightarrow V = \sqrt{2\times32/2(13/6-1)} \Rightarrow V = 28/49\ (\frac{ft}{s})$$

مثال ۵۷: **دبی حجمی در لوله نشان داده شده در شکل در صورتی که بارومتر تفاضلی معادل ۱ ft را نشان دهد برابر است با: با فرض این که جریان ایده‌آل باشد (بدون اصطکاک).** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $q_v = 1/315\ \frac{ft^3}{s}$

۲) $q_v = 0/129\ \frac{ft^3}{s}$

۳) $q_v = 0/327\ \frac{ft^3}{s}$

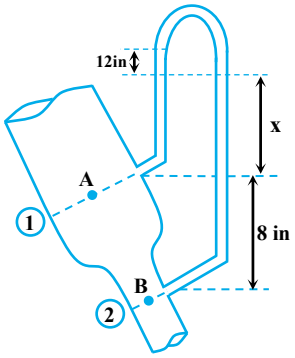
۴) $q_v = 0/723\ \frac{ft^3}{s}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۴»

معادله پیوستگی بین مقاطع ۱ و ۲ : $V_1A_1 = V_2A_2$



$$V_2 = V_1(\frac{d_1}{d_2})^2 = V_1(\frac{8}{4})^2 \Rightarrow V_2 = 4V_1$$

با استفاده از رابطه مانومتری بین نقاط A و B و صرف‌نظر از وزن مخصوص هوا داریم:

$$P_1 - \cancel{\gamma_w x} - \gamma_w(1) + \cancel{\gamma_w x} + \gamma_w(\frac{8}{12}) = P_2 \qquad \frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ : $\frac{P_1}{\gamma_w} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{P_2}{\gamma_w} + \frac{V_2^2}{2g} + y_2$

$$\frac{1}{3} + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{8}{12} = \frac{(4V_1)^2}{2g} + 0 \qquad \frac{15V_1^2}{2g} = 1 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2\times 32/2}{15}} = 2/072\ (\frac{ft}{s})$$

$$Q = V_1A_1 \qquad Q = 2/072 \times \frac{\pi}{4}(\frac{8}{12})^2 \Rightarrow Q = 0/723\ (\frac{ft^3}{s})$$

مثال ۵۸: فرضیات لازم برای به دست آوردن معادلهٔ: $gz + \frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = cte$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

عبارتند از:

۱) جریان پایدار، یکنواخت، تراکم‌ناپذیر و در امتداد خط جریان

۲) جریان یکنواخت، بی‌اصطکاک، در امتداد خط جریان و ρ تابع P

۳) جریان پایدار، بی‌اصطکاک، تراکم‌ناپذیر و در امتداد خط جریان

۴) جریان پایدار، بی‌اصطکاک، در امتداد خط جریان و ρ تابع P

پاسخ: گزینه «۴» معادله $gZ + \frac{V^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = cte$ فرم تراکم‌پذیر معادله برنولی است که برای جریان پایدار، بدون اصطکاک، در امتداد خط جریان صادق است و در صورتی قابل انتگرال‌گیری است که $\rho = \rho(P)$ (جریان‌های باروتروپیک).

مثال ۵۹: آب در لوله‌ای با سرعت $5\frac{ft}{s}$ جریان دارد. شیری در انتها ناگهان بسته می‌شود. ازدیاد فشار را در لوله محاسبه نمایید. $(\rho = 62/4\frac{lb}{ft^3})$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) $\Delta P = 1560\frac{lb}{ft^2}$ ۲) $\Delta P = 4/85\frac{lb}{ft^2}$ ۳) $\Delta P = 9/70\frac{lb}{ft^2}$ ۴) $\Delta P = 24/24\frac{lb}{ft^2}$

پاسخ: گزینه «۴»

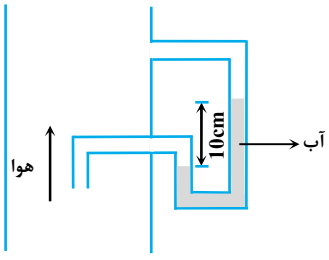
معادله برنولی بین یک نقطه از جریان و انتهای لوله : $\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + y_2$

$$y_1 = y_2\ ,\ V_2 = 0 \Rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} \qquad \text{ازدیاد فشار در لوله : } \Delta P = \gamma\frac{V_1^2}{2g} = \frac{1}{2}\rho V^2$$

$$\Delta P = 62/4 \times \frac{(5)^2}{2\times 32/2} \Rightarrow \Delta P = 24/22\ (\frac{lb_f}{ft^2})$$

مثال ۶۰: در صورتی که اختلاف ارتفاع آب مانومتر در شکل مقابل ۱۰cm باشد، سرعت هوا را در لوله حساب کنید. فشار هوا ۱ atm و دمای آن ۲۰°C است.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $8\frac{m}{s}$

۲) $26\frac{m}{s}$

۳) $40\frac{m}{s}$

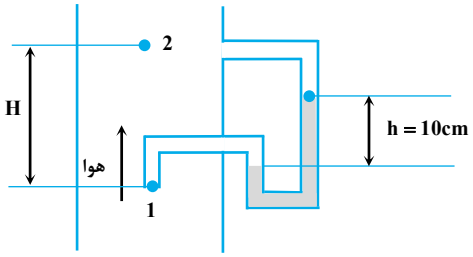
۴) $1/3\frac{m}{s}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۳»

$$\rho_{air}=\frac{P}{RT}=\frac{۱/۰۱۳\times۱۰^{۵}}{۲۸۷(۲۰+۲۷۳)}=۱/۲۰\ (\frac{kg}{m^{۳}})$$



معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲: $\frac{P_۱}{\gamma_{air}}+\frac{V_۱^{۲}}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma_{air}}+\frac{V_۲^{۲}}{۲g}+Z_۲$

نقطه سکون = نقطه ۱ $\Rightarrow V_۱=۰$

با ضرب طرفین معادله برنولی در γ_{air} $\Rightarrow P_۱+\gamma_{air}(\overbrace{Z_۱-Z_۲}^{-H})=P_۲+\frac{\gamma_{air}V_۲^{۲}}{۲g}$

با توجه به کوچک بودن وزن مخصوص هوا می‌توان از ترم $\gamma_{air}H$ در مقایسه با بقیه ترم‌ها صرف‌نظر کرد. البته اگر صرف‌نظر هم نکنیم، در طی محاسبات خود به خود حذف خواهد شد.

$$P_۱-P_۲=\frac{\gamma_{air}V_۲^{۲}}{۲g}\qquad(*)$$

از وزن مخصوص هوا در مقابل وزن مخصوص آب صرف‌نظر کرده و با استفاده از معادله مانومتری بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$P_۲+\gamma_w h=P_۱\Rightarrow P_۱-P_۲=\gamma_w h$$

$$\xrightarrow{(*)}\gamma_w h=\frac{\gamma_{air}V_۲^{۲}}{۲g}$$

$$V_۲=\sqrt{۲gh(\frac{\gamma_w}{\gamma_{air}})}=\sqrt{۲\times۹/۸۱\times۰/۱\times\frac{۱۰۰۰}{۱/۲}}\Rightarrow V_۲=۴۰/۴\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۶۱: **از استخری توسط سیفون آب به نقطه‌ای هشت متر پایین‌تر از سطح آب استخر در اتمسفر تخلیه می‌شود. اگر بالاترین نقطه لوله سیفون ۳ متر از سطح آب استخر بالاتر باشد و دمای آب استخر ۲۰ درجه سانتیگراد باشد:** (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

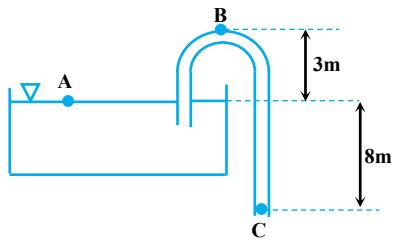
۱) در بالاترین نقطه سیفون فشار از فشار اتمسفر بیشتر است.

۲) در بالاترین نقطه سیفون فشار برابر فشار اتمسفر منهای فشار ۳ متر آب است.

۳) در بالاترین نقطه سیفون فشار برابر فشار اتمسفر منهای فشار ۱۱ متر آب است.

۴) در بالاترین نقطه سیفون فشار حداقل می‌تواند به فشار تبخیر آب بیست درجه سانتی‌گراد برسد.

پاسخ: گزینه «۳» با استفاده از معادله برنولی داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^{۲}}{۲g}+Z_A=\frac{P_C}{\gamma}+\frac{V_C^{۲}}{۲g}+Z_C\\ V_A=۰\ ,\ P_A=P_C=۰\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{V_C^{۲}}{۲g}=۸$$

طبق معادله پیوستگی $(V_C=V_B)$ داریم: $\frac{V_B^{۲}}{۲g}=۸$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{P_A}{\gamma}+\frac{v_A^{۲}}{۲g}+Z_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^{۲}}{۲g}+z_B\\ P_A=۰\ ,\ V_A=۰\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{P_B}{\gamma}+۸+۳=۰\Rightarrow\frac{P_B}{\gamma}=-۱۱\ (mH_۲O)$$

$$(\frac{P_B}{\gamma})_a=(\frac{P_B}{\gamma})_g+P_{atm}\Rightarrow(\frac{P_B}{\gamma})_a=P_{atm}-۱۱(mH_۲O)$$

مثال ۶۲: **اگر در خروجی آب از یک فواره با سر قابل تنظیم بتوان قطر خروجی آب را تغییر داد و قطر انتهای خروجی آب فواره را به نصف مقدار اولیه برسانیم:** (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) مقدار دبی فوران کم می‌شود ولی به علت کاهش افت‌ها در مسیر جریان، سرعت خروجی آب افزایش خواهد یافت و ارتفاع فوران بیشتر خواهد شد.

۲) سرعت فوران تقریباً چهار برابر شده و ارتفاع فوران نیز حدود چهار برابر خواهد شد.

۳) سرعت فوران و ارتفاع فوران حدود دو برابر خواهد شد، چون سطح مقطع خروجی آب نصف شده است.

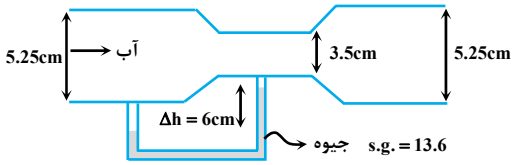
۴) سرعت فوران و ارتفاع فوران ثابت می‌ماند و هیچ تغییری در سرعت خروجی آب و ارتفاع فوران نخواهیم داشت، چون دبی آب به همان مقداری که سطح مقطع کم شده کم می‌شود.

پاسخ: گزینه «۱» مقدار دبی فوران کم می‌شود ولی به علت کاهش افت‌ها در مسیر جریان، سرعت خروجی آب افزایش یافته و ارتفاع فوران نیز بیشتر خواهد شد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

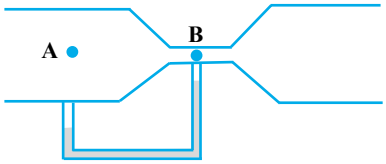
مثال ۶۳: دبی جریان آب از درون یک ونتوری متر مانند شکل زیر بر حسب m^3/sec چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) ۰/۰۰۵۱۶
۲) ۰/۰۴۱۶
۳) ۰/۰۰۴۱۶
۴) ۰/۰۵۱۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط A و B داریم:



$$\frac{P_A}{\gamma_w}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A=\frac{P_B}{\gamma_w}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B \Rightarrow \frac{P_A-P_B}{\gamma_w}=\frac{V_B^2-V_A^2}{2g}$$

طبق معادله مانومتری داریم:

$$P_A+\gamma_w\times 0/06-13/6\gamma_w\times 0/06=P_B \Rightarrow \frac{P_A-P_B}{\gamma_w}=0/756$$

براساس معادله پیوستگی داریم:

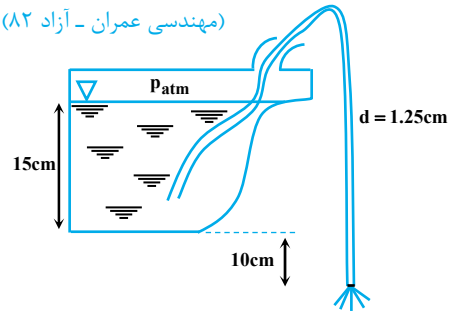
$$V_AA_A=V_BA_B \Rightarrow \frac{V_B}{V_A}=(\frac{D_A}{D_B})^2=(\frac{5/25}{3/5})^2=\frac{9}{4}$$

از مقایسه نتایج سه رابطه فوق داریم:

$$0/756=\frac{1}{2\times 9/81}[(\frac{9}{4}V_A)^2-V_A^2] \Rightarrow V_A=1/91(\frac{m}{s})$$

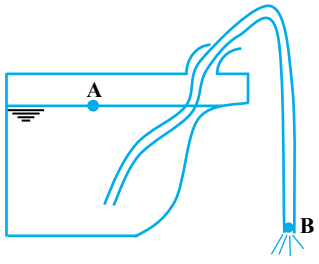
$$Q=V_AA_A \quad Q=1/91\times\frac{\pi}{4}(0/0525)^2 \Rightarrow Q=0/00413(\frac{m^3}{s})$$

مثال ۶۴: سیفون مقابل برای تخلیه نفت از داخل یک تانک نصب شده است. برای این منظور از یک لوله انعطاف‌پذیر استفاده شده است. دبی خروجی از این لوله بر حسب m^3/sec چه مقدار است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) $2/7\times10^{-3}$
۲) $2/7\times10^{-4}$
۳) 1×10^{-3}
۴) 1×10^{-2}

☑ **پاسخ:** گزینه«۲» با استفاده از معادله برنولی بین نقاط A و B داریم:

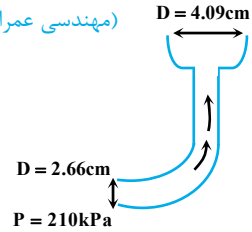


$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B \qquad P_A=P_B \ , \ V_A=0$$

$$0/15+0/1=\frac{V_B^2}{2\times 9/81} \Rightarrow V_B=2/215\ (\frac{m}{s})$$

$$Q=A_B\times V_B=\frac{\pi\times(0/0125)^2}{4}\times 2/215=2/72\times10^{-4}\ (\frac{m^3}{s})$$

مثال ۶۵: نیروی افقی و نیروی قائم وارد شده از طرف سیال به خم نشان داده شده در شکل در یک صفحه افقی، به ترتیب چقدر است؟ (دبی جریان $0/001 m^3/sec$ می‌باشد). (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

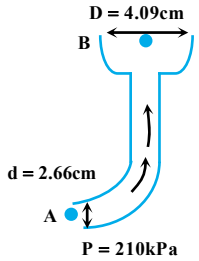


۱) ۲۲۷N و ۱۱۸N
۲) ۲۶۵N و ۱۵۰N
۳) ۱۱۸N و ۲۲۷N
۴) ۱۵۰۸N و ۲۶۵N

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.



$$Q = V_A A_A \Rightarrow ۰/۰۰۱ = V_A \times \frac{\pi(۰/۰۲۶۶)^۲}{۴} \Rightarrow V_A = ۱/۸ \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$Q = V_B A_B \Rightarrow ۰/۰۰۱ = V_B \times \frac{\pi(۰/۰۴۰۹)^۲}{۴} \Rightarrow V_B = ۰/۷۶۱ \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^۲}{۲g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^۲}{۲g} + Z_B \\ Z_A = Z_B \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۲۱۰\times۱۰^۳}{۹۸۱۰} + \frac{۱/۸^۲}{۲\times۹/۸۱} = \frac{P_B}{۹۸۱۰} + \frac{۰/۷۶۱^۲}{۲\times۹/۸۱} \Rightarrow P_B = ۲۱۱۳۳۰(Pa) = ۲۱۱/۳۳(kPa)$$

با استفاده از معادله ممنتوم داریم:

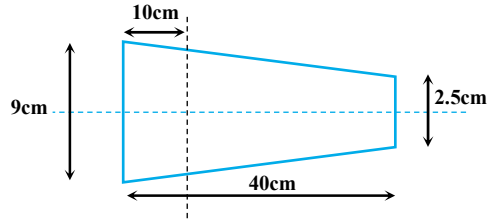
$$x-Mom.: F_x + P_A A_A = V_A - (m^\circ) + ۰ \Rightarrow K_x = -F_x = P_A A_A + \rho A_A V_A^۲$$

$$\Rightarrow k_x = (۲۱۰\times۱۰^۳)\frac{(\pi\times۰/۰۲۶۶^۲)}{۴} + ۱۰۰۰\times\frac{\pi\times۰/۰۲۶۶^۲}{۴}\times۱/۸^۲ = ۱۱۸/۵\ (N)$$

$$y-Mom.: F_y - P_B A_B = V_B(m^\circ) \Rightarrow k_y = -F_y = -P_B A_B - \rho A_B V_B^۲$$

$$\Rightarrow k_y = -۲۱۱۳۳۰\times\frac{\pi\times(۰/۰۴۰۹)^۲}{۴} - ۱۰۰۰\times\frac{\pi\times(۰/۰۴۰۹)^۲}{۴}\times(۰/۷۶۱)^۲ = -۲۷۸/۴\ (N)$$

مثال ۶۶: **آب با چگالی $۱۰۰۰\,kg/m^۳$ از یک نازل مانند شکل زیر با دبی ثابت $۲۵\,kg/sec$ جریان می‌یابد. سرعت جریان در فاصله $۱۰\,cm$ انتهای سمت چپ لوله چه مقدار می‌باشد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



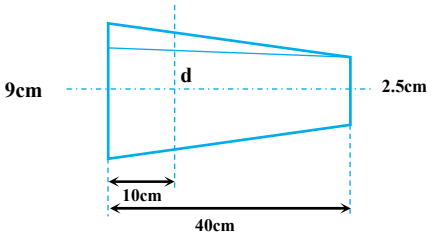
۱) $۳/۵\,m/sec$

۲) $۰/۴۷\,m/sec$

۳) $۰/۳۵\,m/sec$

۴) $۵/۸۵\,m/sec$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از شکل و نسبت مثلث‌های مشابه داریم:



$$\frac{۳۰}{۴۰} = \frac{\frac{d-۲/۵}{۲}}{\frac{۹-۲/۵}{۲}} \Rightarrow d = ۷/۳۷۵(cm)$$

$$m^\circ = \rho V A \Rightarrow V = \frac{m^\circ}{\rho A} = \frac{۲۵}{۱۰^۳ \times \frac{\pi\times(۰/۰۷۳۷۵)^۲}{۴}} = ۵/۸۵\ \left(\frac{m}{s}\right)$$

مثال ۶۷: **رابطه برنولی $\frac{P_۱}{\rho} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gZ_۱ = \frac{P_۲}{\rho} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gZ_۲$ را می‌توان در هر لحظه:** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)

۱) در تمام میدان یک جریان تراکم‌ناپذیر غیر چرخشی بین هر دو نقطه نوشت.

۲) در جریان با لزجت خیلی کم مثل هوا در امتداد یک لوله جریان در هر طولی نوشت.

۳) در امتداد یک خط جریان در لایه مرزی لامینار نوشت.

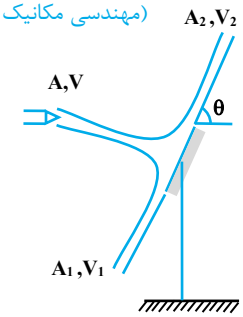
۴) فقط در امتداد دو نقطه هر خط جریان وقتی که ρ سیال ثابت باشد، می‌توان نوشت.

پاسخ: گزینه «۱» معادله برنولی را می‌توان برای جریان دائمی، تراکم‌ناپذیر و بدون اصطکاک برای نقاط روی خط جریان اعمال کرد. علاوه بر این اگر جریان غیر چرخشی نیز باشد، معادله برنولی بین هر دو نقطه از جریان معتبر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۸: جریان جت مطابق شکل به صفحه مایل با زاویه θ برخورد می‌کند. در صورتی که از اثر اصطکاک صرف‌نظر شود، کدام عبارت درست و مناسب‌تر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) $V_1 > V_2 \ ، \ A_1 < A_2$

۲) $V_1 = V_2 \ ، \ A_1 = A_2$

۳) $V_1 = V_2 \ ، \ A_1 > A_2$

۴) $V_1 = V_2 \ ، \ A_1 < A_2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

معادله برنولی بین ورودی و خروجی ۱ : $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z \Rightarrow V_1=V$

معادله برنولی بین ورودی و خروجی ۲ : $\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2=\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z \Rightarrow V_2=V \Rightarrow V_1=V_2$

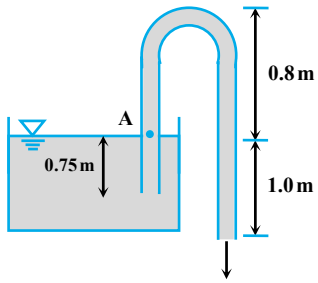
معادله پیوستگی : $Q=Q_1+Q_2$

$$VA=V_1A_1+V_2A_2 \qquad A=A_1+A_2 \qquad (*)$$

معادله ممنتوم در امتداد صفحه : $0=(-\rho VA)(V\cos\theta)+(\rho V_2A_2)(V_2)+(\rho V_1A_1)(-V_1)$

$$A\cos\theta=A_2-A_1 \xrightarrow{(*)} A_1=A\left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right),\ A_2=A\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right) \Rightarrow A_2>A_1$$

مثال ۶۹: مایعی در سیفون نشان داده شده در شکل، جریان دارد. با صرف‌نظر کردن از هر گونه افت انرژی در مسیر، فشار مطلق در نقطه A برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟ فشار هوا در محل برابر P_a پاسکال و وزن مخصوص مایع γ نیوتن بر هر متر مکعب می‌باشند. قطر سیفون ثابت است. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) $P_a-\gamma$

۲) $0/8\gamma$

۳) $P_a-0/75\gamma$

۴) $P_a+0/8\gamma$

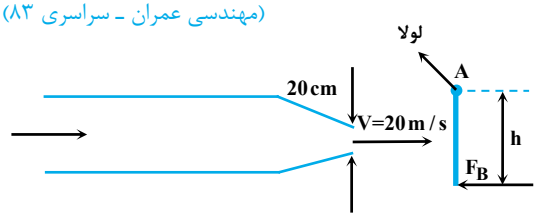
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین نقطه A و خروجی لوله داریم:

$$\frac{(P_A)_a}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A=\frac{(P_B)_a}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B \qquad D_A=D_B \Rightarrow V_A=V_B$$

لازم به ذکر است که با توجه به ثابت بودن قطر سیفون و با استفاده از معادله پیوستگی $V_A=V_B$ است.

$$\frac{(P_A)_a}{\gamma}+1=\frac{P_a}{\gamma} \Rightarrow (P_A)_a=P_a-\gamma$$

مثال ۷۰: فوران آب از یک نازل به قطر ۲۰cm با سرعت ۲۰m/s به مرکز یک صفحه قائم برخورد می‌کند. صفحه در قسمت فوقانی A مطابق شکل لولا شده است. برای این که صفحه به حالت قائم نگه داشته شود، نیروی F_B وارد بر انتهای پایین دریچه چند کیلونیوتن باید باشد؟ (جرم مخصوص آب $\rho=10^3\ kg/m^3$ و شتاب ثقل $g=10\ m/s^2$) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۶/۲۸ کیلونیوتن

۲) ۸/۶۲ کیلونیوتن

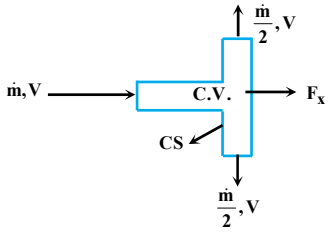
۳) ۱۲/۵۶ کیلونیوتن

۴) ۲۵/۱۳ کیلونیوتن

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

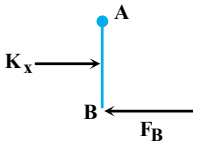
پاسخ: گزینه «۱» حجم کنترل زیر را در نظر می‌گیریم:



$K_x = -F_x = \rho V^2 A$ معادله ممنتوم در راستای محور xها : $F_x = -\rho V^2 A + 0$

$K_x = 1000 \times (20)^2 \times \frac{\pi}{4}(0/2)^2 = 12566/4\ (N)$

دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر صفحه قائم برابر است با:

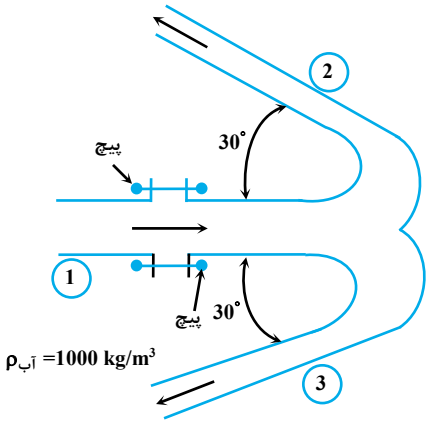


$+\circlearrowleft \sum M_A = 0: \quad K_x(\frac{h}{2}) - F_B(h) = 0$

$F_B = \frac{K_x}{2} = 6/28\ (kN)$

مثال ۷۱: در شکل زیر اتصال انتهایی لوله توسط پیچ‌هایی به لوله متصل شده است. فشار مطلق آب در مقطع ۱ برابر با ۱۴۰ کیلوپاسکال می‌باشد و در مقاطع ۲ و ۳ آب با فشار نسبی صفر (فشار مطلق ۱۰۱ کیلوپاسکال) به هوای آزاد تخلیه می‌شود. سطح مقطع لوله‌ها در مقاطع مختلف عبارتند از: $A_1 = 0/01\ m^2$ و $A_2 = A_3 = 0/005\ m^2$. دبی آب در مقاطع ۲ و ۳ با یکدیگر مساوی و برابر با ۰/۰۴۲ متر مکعب بر ثانیه می‌باشد. نیروی وارد بر پیچ‌ها برابر است با:

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۲۹۵/۳ نیوتن

۲) ۴۸۴/۶ نیوتن

۳) ۹۲۶/۶ نیوتن

۴) ۱۷۰۶/۶ نیوتن

پاسخ: گزینه «۴» معادله پیوستگی : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \Rightarrow \rho Q_1 = \rho Q_2 + \rho Q_3 \Rightarrow Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_1 = 2 \times 0/042 = 0/084\ (\frac{m^3}{s})$

$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{0/084}{0/01} = 8/4\ (\frac{m}{s}) \qquad V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{0/042}{0/005} = 8/4\ (\frac{m}{s}) = V_3$

$x - Mom.: \quad (P_1)_g A_1 + F_x = -\rho Q_1(V_1) + \rho Q_2(-V_2 \cos 30^\circ) + \rho Q_3(-V_3 \cos 30^\circ)$

$K_x = -F_x = (140 - 101) \times 10^3 \times 0/01 + 1000 \times 0/084 \times 8/4 + (1000 \times 0/042 \times 8/4 \cos 30^\circ) \times 2$

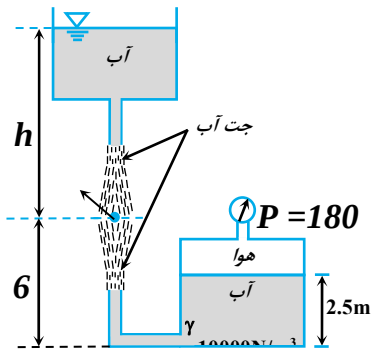
$K_x = 1706/7\ (N)$

$y - Mom.: \quad F_y = 0 + \rho Q_2(V_2 \sin 30^\circ) + \rho Q_3(-V_3 \sin 30^\circ)$

$K_y = -F_y = 0 \qquad K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = K_x \qquad K = 1706/7\ (N)$

مثال ۷۲: دو جریان آب از دو تانک به یکدیگر برخورد می‌کنند. اگر نقطهٔ A نقطهٔ سکون ($\vec{V} = 0$) باشد، ارتفاع h را محاسبه کنید. از اثرات ویسکوزیته صرف‌نظر کنید.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) ۰

۲) ۲/۵ متر

۳) ۲۱/۵ متر

۴) ۱۴/۵ متر

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ۱) سطح آزاد آب در مخزن بالایی ۲) سطح آزاد آب در مخزن پایینی

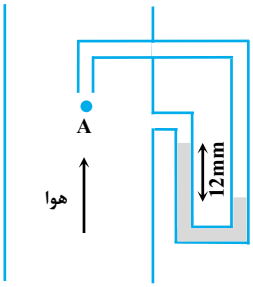
سرعت‌های خروجی آب از هر دو مخزن در نقطه A با یکدیگر برابر هستند و داریم:

معادله برنولی بین نقطه ۱ و A : $\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+y_A=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1 \qquad 0+\frac{V_A^2}{2g}+0=0+0+h \qquad \frac{V_A^2}{2g}=h$

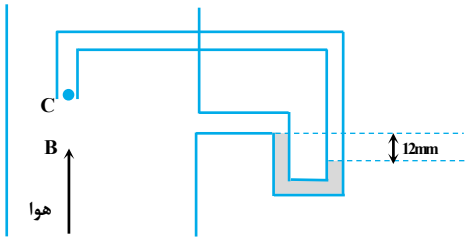
معادله برنولی بین نقطه ۲ و A : $\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+y_A=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2 \qquad 0+\frac{V_A^2}{2g}+6=\frac{180\times10^3}{10000}+0+2/5$

$h+6=18+2/5 \Rightarrow h=14/5\ (m)$

مثال ۷۳: در لولهٔ شکل زیر هوا با فشار ۱ atm و دمای $20^\circ C$ جریان دارد. مانومتر مطابق شکل اختلاف فشار $12\,mmH_2O$ را نشان می‌دهد. عدد ماخ را برای جریان هوا در نقطهٔ مشخص شده تعیین کنید. (سرعت صوت در این شرایط $C = 323\frac{m}{s}$ است.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) ۰/۰۲۸
۲) ۰/۰۳۶
۳) ۰/۰۴۳
۴) ۰/۰۵۱



☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

معادله پیوستگی : $V_B = V_A$

$\rho_{air}=\frac{P}{RT} \qquad \rho_{air}=\frac{1/013\times10^5}{287(20+273)}=1/20\ (\frac{kg}{m^3})$

معادله برنولی بین نقطه‌های B و C : $\frac{P_B}{\gamma_{air}}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B=\frac{P_C}{\gamma_{air}}+\frac{V_C^2}{2g}+Z_c$

نقطه C = نقطه سکون $\Rightarrow V_C=0$

با ضرب کردن طرفین معادله برنولی در γ_{air} $\Rightarrow \frac{\gamma_{air}V_B^2}{2g}=P_C-P_B+\gamma_{air}(Z_C-Z_B)$

با توجه به کوچک بودن وزن مخصوص هوا می‌توان از عبارت $\gamma_{air}(Z_C-Z_B)$ در مقایسه با بقیه عبارت‌های فوق صرف‌نظر کرد. لذا داریم:

$$V_B=\sqrt{\frac{(P_C-P_B)2g}{\gamma_{air}}}$$

با استفاده از معادله مانومتری بین نقاط C و B و با صرف‌نظر از وزن مخصوص هوا در مقایسه با وزن مخصوص آب داریم:

$P_C-\gamma_w h=P_B \Rightarrow P_C-P_B=\gamma_w h$

$V_B=\sqrt{\frac{\gamma_w}{\gamma_{air}}(2gh)}=\sqrt{\frac{1000}{1/2}\times2\times9/81\times12\times10^{-3}}=\sqrt{2\times9/81\times10}=14\ (\frac{m}{s})$

$M=\frac{V_{air}}{C} \Rightarrow M=\frac{14}{323}=0/043$

مثال ۷۴: بین دو صفحه موازی بی‌نهایت با صفحه فوقانی متحرک با سرعت ثابت V، سیالی نیوتنی قرار گرفته است. چنانچه ویسکوزیته سیال دو برابر شود، دبی سیال چه تغییری خواهد کرد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) دو برابر می‌شود.
۲) چهار برابر می‌شود.
۳) هشت برابر می‌شود.
۴) تغییر نمی‌کند.

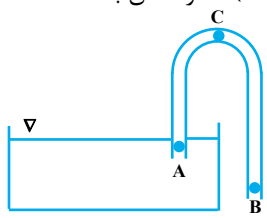
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» دبی سیال به جرم مخصوص، سرعت و سطح مقطع بستگی داشته و از ویسکوزیته سیال مستقل است. $\dot{m}=\rho VA$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

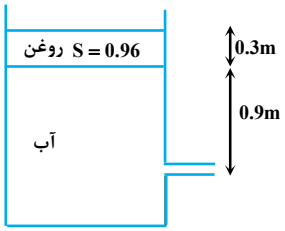
مثال ۷۵: سیفون در لوله وقتی اتفاق می‌افتد که: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) انرژی منفی باشد. ۲) جریان آشفته باشد. ۳) فشار منفی باشد. ۴) فشار مطلق باشد.



☑ **پاسخ:** گزینه «۳» سیفون در لوله وقتی اتفاق می‌افتد که فشار نسبی در بالاترین قسمت لوله منفی بوده و کمتر از فشار نسبی صفر روی سطح آزاد مخزن باشد. بنابراین جریان از سمت فشار بیشتر (سطح آزاد مخزن) به سمت فشار کمتر (بالاترین قسمت لوله) برقرار خواهد شد.

مثال ۷۶: سرعت جت آب خارج شده از سیستم نشان داده شده در شکل روبه‌رو چقدر است؟ $(g = 9/8\,m/s^2)$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) $343\,cm/sec$

۲) $485\,cm/sec$

۳) $483\,cm/sec$

۴) $341\,cm/sec$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا ارتفاع معادل آب برای ستون روغن را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{oil}h_{oil} = S_w h_w \Rightarrow 0/96\times 0/3 = 1\times h_w \Rightarrow h_w = 0/288\,(m)$$

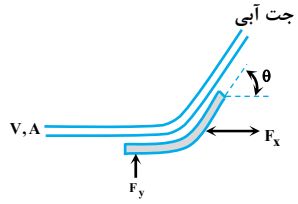
بنابراین کل ارتفاع ستون آب برابر است با:

$$H = 0/288 + 0/9 = 1/188\ (m)$$

با استفاده از معادله برنولی، سرعت جت آب خروجی عبارت است از:

$$V = \sqrt{2gH} \Rightarrow V = \sqrt{2\times 9/81\times 1/188} = 4/83\left(\frac{m}{s}\right) = 483\left(\frac{cm}{s}\right)$$

مثال ۷۷: اگر نسبت مؤلفه‌های نیروی وارد شده بر پره افقی زیر به‌صورت $F_x = 2F_y$ باشد، زاویه θ که پره باعث تغییر جهت جت آبی می‌شود چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) $63/4^\circ$

۲) $53/1^\circ$

۳) $26/6^\circ$

۴) $36/9^\circ$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله ممنتوم در دو راستای x و y داریم:

$$x = Mom.: F_x = (V)(-m^\circ) + (V\cos\theta)(m^\circ) \Rightarrow k_x = -F_x = m^\circ V(1-\cos\theta)$$

$$y = Mom.: F_y = (V\sin\theta)(m^\circ) \Rightarrow k_y = -F_y = -m^\circ V\sin\theta$$

$$F_x = 2F_y : m^\circ V(1-\cos\theta) = -2m^\circ V\sin\theta \Rightarrow 1-\cos\theta = -2\sin\theta \qquad (1-\cos\theta)^2 = (-2\sin\theta)^2$$

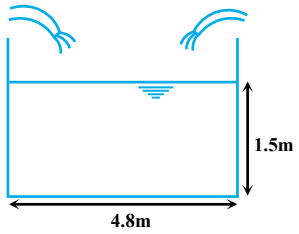
$$1+\cos^2\theta - 2\cos\theta = 4(1-\cos^2\theta) \Rightarrow 5\cos^2\theta - 2\cos\theta - 3 = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0 \ (\text{غ ق ق})$$

$$\cos\theta = -\frac{3}{5} \Rightarrow \theta = -53/1^\circ$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۸: یک استخر دایروی به قطر ۴/۸m توسط دو لوله به قطر ۱/۸cm پر می‌شود. سرعت جریان خروجی از لوله‌ها ۱/۸m/sec و ۱/۲m/sec می‌باشد. زمان لازم برای پر شدن استخر تا ارتفاع ۱/۵ متری چه مقدار می‌باشد؟ (استخر در ابتدا کاملاً خالی می‌باشد.) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) ۹/۹hr

۲) ۶/۶hr

۳) ۳۹/۵hr

۴) ۲۶/۳hr

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله پیوستگی در حالت غیردائم داریم:

حجم استخر : $V=\frac{\pi}{۴}(۴/۸)^۲\times ۱/۵=۲۷/۱۴\ (m^۳)$

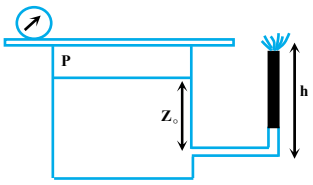
دبی حجمی خروجی از لوله‌ها عبارت است از:

$$Q=Q_۱+Q_۲=AV_۱+AV_۲=\frac{\pi\times ۰/۰۱۸^۲}{۴}(۱/۲+۱/۸)=۰/۰۰۰۷۶\ (\frac{m^۳}{s})$$

برای محاسبه زمان لازم برای پر شدن استخر داریم:

$$V=Qt\Rightarrow t=\frac{۲۷/۱۴}{۰/۰۰۰۷۶}=۳۵۷۱۱(sec)\times\frac{۱h}{۳۶۰۰sec}=۹/۹۲(hr)$$

مثال ۷۹: جت آب خارج شده از تانک تحت فشار مقابل تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟ (از افت‌ها صرف‌نظر شود.) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



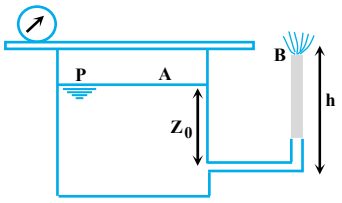
۱) $\frac{P}{\gamma}-Z_۰$

۲) $\frac{P}{\gamma}+Z_۰$

۳) $\sqrt{(\frac{P}{\gamma}+Z_۰)Z_۰}$

۴) $۲(\frac{P}{\gamma}+Z_۰)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد آب داخل مخزن و حداکثر ارتفاع جت آب داریم:

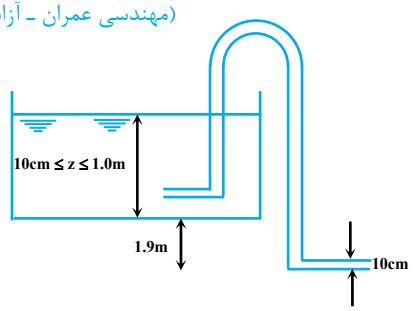


$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^۲}{۲g}+Z_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^۲}{۲g}+Z_B$$

$$\frac{P}{\gamma}+۰+Z_۰=۰+۰+h\Rightarrow h=\frac{P}{\gamma}+Z_۰$$

مثال ۸۰: در شکل مقابل مدت لازم برای تخلیه تانک از عمق ۱m تا عمق ۱۰cm چه مقدار می‌باشد؟ (از کلیه افت‌ها صرف‌نظر شود.)

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) ۰/۹۷۵ min.

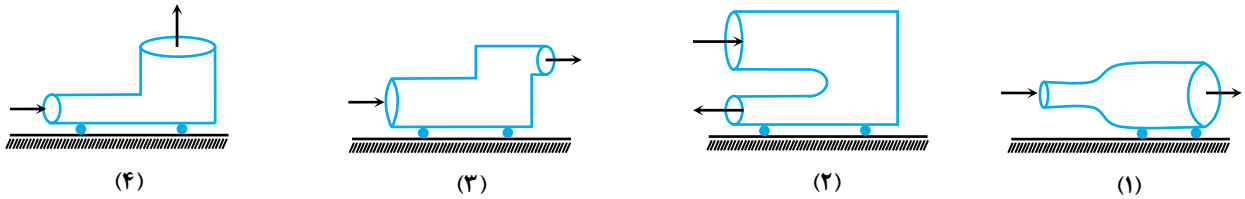
۲) ۱/۹۵ min.

۳) ۷/۸ min.

۴) ۳/۹ min.

☑ **پاسخ:** اطلاعات مسأله کافی نیست. برای حل این تست به سطح مقطع تانک نیاز است.

مثال ۸۱: در شکل زیر وسایل نشان داده شده دارای چرخ‌های بدون اصطکاک می‌باشند و در آن‌ها سیال تراکم‌ناپذیری در جریان است. فشار در مقاطع ورودی و خروجی برابر با فشار اتمسفر می‌باشد. چنانچه این وسایل بتوانند آزادانه به طرف چپ و راست حرکت نمایند، کدام یک از این وسایل به سمت راست حرکت می‌کنند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۱) (۲) و (۳)

۲) (۲)، (۳) و (۴)

۳) (۱)، (۲) و (۳)

۴) (۱)، (۲) و (۴)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۴» نیروی وارده از جداره لوله به سطح کنترل $F=-\dot{m}V_{in}+\dot{m}V_{out}$: معادله ممنتوم در امتداد محور x

نیروی وارده به لوله از طرف سطح کنترل : $K=-F=\dot{m}(V_{in}-V_{out})$

الف) $A_{in}<A_{out}\Rightarrow V_{in}>V_{out}\Rightarrow K>0$ به سمت راست حرکت می‌کند.

ب) $V_{in}>0\ ,\ V_{out}<0\Rightarrow K>0$ به سمت راست حرکت می‌کند.

ج) $A_{in}>A_{out}\Rightarrow V_{in}<V_{out}\Rightarrow K<0$ به سمت چپ حرکت می‌کند.

د) $V_{in}>0\ ,\ V_{out}=0$ (در جهت x) $\Rightarrow K>0$ به سمت راست حرکت می‌کند.

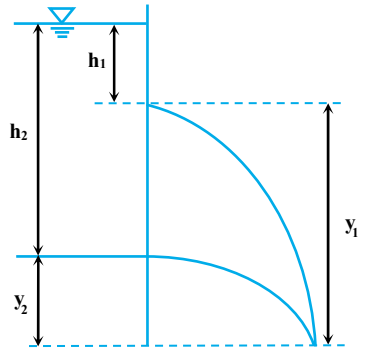
مثال ۸۲: در میدان ..... است. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) غیر چرخشی $\nabla.V=0$ ۲) جریان دائم $\nabla.\phi=0$ ۳) غیر چرخشی $\nabla\times V=0$ ۴) جریان تراکم‌ناپذیر $\nabla.\phi=0$

پاسخ: گزینه «۳» در میدان غیر چرخشی، ترم چرخش یا ورتیسیتی $(\vec{\omega})$ صفر است و داریم:

$$\vec{\omega}=\frac{1}{2}(\vec{\nabla}\times\vec{V})\Rightarrow\vec{\omega}=0\Rightarrow\vec{\nabla}\times\vec{V}=0$$

مثال ۸۳: سیالی مطابق شکل از دو روزنه که به فواصل h_1 و h_2 بر روی دیواره یک مخزن بزرگ نصب شده‌اند، تخلیه می‌شود. جت‌های خروجی از این دو روزنه در نقطه‌ای با یکدیگر برخورد کرده‌اند. با فرض عدم تلفات انرژی تا قبل از نقطه تلاقی،کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $h_1h_2=y_1y_2$

۲) $h_1y_1^2=h_2y_2^2$

۳) $h_1h_2^2=y_1y_2^2$

۴) $h_1y_1=h_2y_2$

پاسخ: گزینه «۴»

معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و خروجی از روزنه : $\frac{P_0}{\gamma}+\frac{V_0^2}{2g}+y_0=\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+y\qquad V^2=2gh$

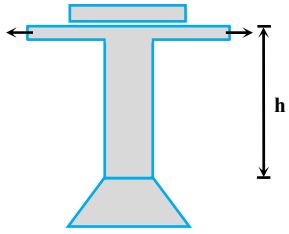
حرکت سیال بعد از خروجی روزنه را می‌توان مانند حرکت یک پرتابه افقی در نظر گرفت. لذا داریم:

پرتابه افقی : $y=\frac{-gx^2}{2V_0^2}\quad,\quad V_0^2=V^2=2gh$

$$\begin{cases}-y_1=\dfrac{-gx_1^2}{2(2gh_1)}\\ -y_2=\dfrac{-gx_2^2}{2(2gh_2)}\end{cases}$$

در نقطه تلاقی جت‌های خروجی : $x_1=x_2\Rightarrow\frac{y_2}{y_1}=\frac{h_1}{h_2}\Rightarrow h_1y_1=h_2y_2$

مثال ۸۴: جت عمودی که از یک روزنه با سرعت $10\frac{m}{s}$ و قطر ۲۰ میلی‌متر خارج شده با برخورد به صفحه‌ای با جرم ۱/۵ کیلوگرم، آن را در فاصله h نگاه می‌دارد. مقدار فاصلهٔ h بر حسب متر برابر است با: $(g=9/81\frac{m}{s^2}\ ,\ \rho=1000\frac{kg}{m^3})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) ۳/۹۸

۲) ۴/۸

۳) ۵/۴

۴) ۶/۰

www.modaresanesharif.ac.ir

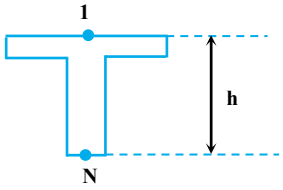
www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۱»

معادله ممنتوم در امتداد محور yها : $F_y = (\dot{m}V)_{\text{خروجی}} - (\dot{m}V)_{\text{ورودی}}$

$K_y = -F_y = \rho QV - 0 = \rho QV$ (جریان خروجی در راستای افقی است)

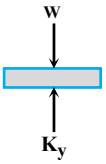
معادله برنولی بین خروجی نازل (N) و برخورد به صفحه (۱) : $\frac{P_N}{\gamma}^{0} + \frac{V_N^2}{2g} + y_N^{0} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 \Rightarrow V = \sqrt{V_N^2 - 2gh}$



$Q = V_N A = 10 \times \frac{\pi}{4}(0/02)^2 = \pi \times 10^{-3}\ (\frac{m^3}{s})$

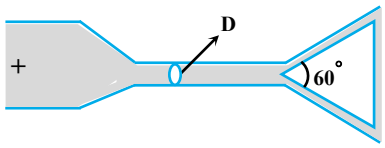
در حالت تعادل : $K_y = W \qquad \rho QV = mg$

$1000 \times \pi \times 10^{-3} \times \sqrt{(10)^2 - 2 \times 9/81 h} = 1/5 \times 9/81 \Rightarrow h = 3/98\ (m)$



مثال ۸۵: **مطابق شکل فوارهٔ آب به قطر D متر و سرعت V متر بر ثانیه توسط یک مخروط بدون اصطکاک با زاویهٔ رأس ۶۰ درجه منحرف می‌گردد. برآیند نیروهای وارد بر مخروط از طرف جریان چه مقدار می‌باشد؟ (جرم مخصوص آب ρ می‌باشد و از تغییر رقوم در مسیر جریان صرف‌نظر می‌گردد.)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $\rho V^2 D^2$

۲) $0/105\rho V^2 D^2$

۳) $0/393\rho V^2 D^2$

۴) $0/785\rho V^2 D^2$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به معادله برنولی بین فواره و هر یک از دو انشعاب و توجه به این که از تغییرات ارتفاع صرف‌نظر شده و فشار نیز اتمسفریک است، داریم:

$V = V_1 = V_2$

معادله پیوستگی : $\dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$

$VA = V_1 A_1 + V_2 A_2 \qquad A = A_1 + A_2$

معادله ممنتوم در امتداد محور y : $K_y = -F_y$ ممنتوم ورودی - ممنتوم خروجی = F_y

$K_y = 0 - \frac{\dot{m}}{2}(V_1 \sin 30^\circ) - \frac{\dot{m}}{2}(-V_2 \sin 30^\circ) \Rightarrow K_y = 0$

معادله ممنتوم در امتداد محور x : $K_x = -F_x$ = ممنتوم خروجی - ممنتوم ورودی

$K_x = \dot{m}V - \frac{\dot{m}}{2}(V_1 \cos 30^\circ) - \frac{\dot{m}}{2}(V_2 \cos 30^\circ) \qquad \dot{m} = \rho VA$

$K_x = \rho V^2 A(1 - \frac{1}{2}\cos 30^\circ - \frac{1}{2}\cos 30^\circ) = \rho V^2 \times \frac{\pi}{4}D^2(1 - \cos 30^\circ) \Rightarrow K_x = 0/105\rho V^2 D^2$

مثال ۸۶: **آب با سرعت $4\frac{m}{s}$ و فشار ۲ atm به یک اتصال با قطر ورودی ۴cm وارد می‌شود. اگر قطر خروجی اتصال ۲ cm باشد، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) سرعت آب به هنگام خروج $16\frac{m}{s}$ و فشار آن کمتر از ۲ atm است.

۲) سرعت آب به هنگام خروج $16\frac{m}{s}$ و فشار آن بیشتر از ۲ atm است.

۳) سرعت آب به هنگام خروج $8\frac{m}{s}$ و فشار آن کمتر از ۲ atm است.

۴) سرعت آب به هنگام خروج $8\frac{m}{s}$ و فشار آن ۲ atm است.

پاسخ: گزینه «۱»

$V_2 = 4(\frac{4}{2})^2 = 16\ (\frac{m}{s}) \qquad V_2 = V_1(\frac{D_1}{D_2})^2 \qquad V_1 A_1 = V_2 A_2 \qquad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho Q_1 = \rho Q_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$ معادله پیوستگی :

همچنین در جهت جریان با توجه به افت فشار، فشار اندکی کاهش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸۷: یک جت آب با سرعت $۶/۳\frac{m}{s}$ از دهانه یک نازل به قطر $۵۰mm$ به صورت افقی خارج شده و به یک صفحه عمودی کـه در مقابـل آن قرار دارد برخورد می‌کند. نیروی وارده بر صفحه عمودی چند نیوتن است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۱۳/۵۴ ۲) ۵۲/۵۴ ۳) ۷۸/۰ ۴) ۱۲۵/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» $K_x = -F_x = \rho V^۲ A$ معادله ممنتوم در جهت افقی : $F_x = (-\dot{m})V + ۰$

$$K_x = (۱۰۰۰)(۶/۳)^۲ (\frac{\pi}{۴})(\frac{۵۰}{۱۰۰۰})^۲ \Rightarrow K_x = ۷۷/۹۳ \simeq ۷۸ \ (N)$$

مثال ۸۸: مایعی که فشار بخار آن $۷۰kPa$ و چگالی آن $۹۵۰\frac{kg}{m^۳}$ است، در مخزن دربازی (با فشار اتمسفریک) قرار دارد. برای تخلیه این مخـزن، تلمبه را حداکثر چند متر بالاتر از آن می‌توان قرار داد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۳/۳۶ m ۲) ۷/۵۱ m ۳) ۶/۱۲ m ۴) ۱۰/۸۷ m

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای تخلیه مخزن، فشار در محل تلمبه نباید کمتر از فشار بخار شود.

۱) سطح آزاد مایع در مخزن ۲) محل تلمبه

معادله پیوستگی : $V_۱ = V_۲$ معادله برنولی : $\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + y_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + y_۲$

$$\frac{P_۱ - P_۲}{\gamma} = (y_۲ - y_۱) \qquad y_۲ - y_۱ = h = \frac{P_۱ - P_۲}{\gamma} \qquad h = \frac{۱/۰۱۳ \times ۱۰^۵ - ۷۰ \times ۱۰^۳}{۹۵۰ \times ۹/۸۱} \Rightarrow h = ۳/۳۶ \ (m)$$

مثال ۸۹: آب با دانسیتهٔ $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ از یک لوله که رو به بالا قرار دارد به سمت خارج و با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ فوران می‌کند. اگر از افـت انـرژی هنگـام خروج صرف‌نظر شود، آب تا چند متر بالا خواهد رفت؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

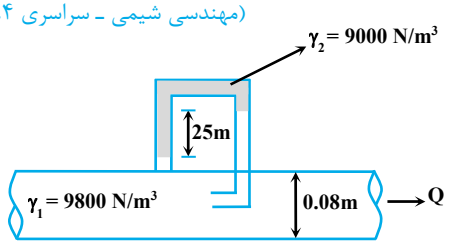
۱) ۱ ۲) ۱۴/۱۴ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ۱) خروجی لوله ۲) حداکثر ارتفاع

معادله برنولی : $\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + y_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + y_۲$ $P_۱ = P_۲ = P_{atm}$ $V_۲ = ۰$

$$y_۲ - y_۱ = \frac{V_۱^۲}{۲g} \qquad h = y_۲ - y_۱ = \frac{V_۱^۲}{۲g} = \frac{(۲۰)^۲}{۲ \times ۱۰} \Rightarrow h = ۲۰ \ (m)$$

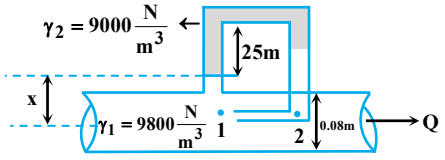
مثال ۹۰: دبی جریان در لولهٔ زیر را تعیین کنید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)



۱) $۰/۰۱۷\frac{m^۳}{s}$ ۲) $۰/۰۶۸\frac{m^۳}{s}$

۳) $۰/۰۵۸\frac{m^۳}{s}$ ۴) $۰/۰۳۴\frac{m^۳}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»



معادله برنولی : $\frac{P_۱}{\gamma_۱} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + \cancel{y_۱}^{۰} = \frac{P_۲}{\gamma_۱} + \frac{\cancel{V_۲^۲}^{۰}}{۲g} + \cancel{y_۲}^{۰} \Rightarrow V_۱ = \sqrt{\frac{۲(P_۲ - P_۱)}{\rho_۱}}$

معادله مانومتری : $P_۱ - \cancel{\gamma_۱ x} - \gamma_۲ h + \gamma_۱ h + \cancel{\gamma_۱ x} = P_۲ \Rightarrow P_۲ - P_۱ = h(\gamma_۱ - \gamma_۲)$

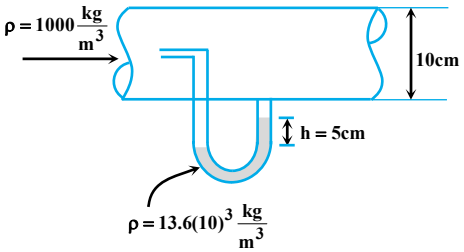
$$V = \sqrt{\frac{۲}{\rho_۱}(\gamma_۱ - \gamma_۲)h} = \sqrt{۲g(۱ - \frac{\gamma_۲}{\gamma_۱})h} \qquad V = \sqrt{۲ \times ۹/۸۱(۱ - \frac{۹۰۰۰}{۹۸۰۰}) \times ۲۵} \Rightarrow V = ۶/۳۳ \ (\frac{m}{s})$$

$$Q = V.A \qquad Q = ۶/۳۳ \times \frac{\pi}{۴}(۰/۰۸)^۲ \Rightarrow Q = ۰/۰۳۲ \ (\frac{m^۳}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۱: سرعت جریان در لوله داده شده چند متر در ثانیه است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)



۱) ۱

۲) ۱/۲۵

۳) ۳/۵۲

۴) ۳/۶۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله برنولی بین نقطه‌ای از سیال که دارای سرعت V و فشار P است و نقطه ورودی لوله پیتوت داریم: $\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z=\frac{P_\circ}{\gamma}+\frac{V_\circ^2}{2g}+Z_\circ$

در نقطه ورودی لوله پیتوت سرعت برابر صفر است و داریم: $Z=Z_\circ \Rightarrow \frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}=\frac{P_\circ}{\gamma} \Rightarrow V=\sqrt{\frac{2(P_\circ-P)}{\rho}}$

با استفاده از معادله مانومتری: $P_\circ-P=(\gamma_{Hg}-\gamma_w)\times 0/05=12/6\times 0/05\gamma_w=0/63\gamma_w \Rightarrow V=\sqrt{\frac{2\times 0/63\gamma_w}{\rho_w}}=\sqrt{2\times 0/63\times 9/8}=3/52(\frac{m}{s})$

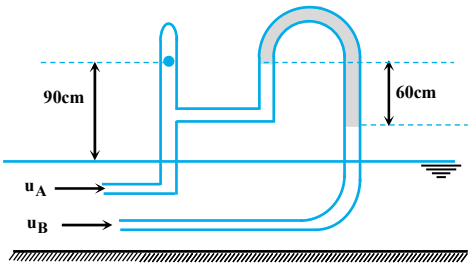
مثال ۹۲: آب با دبی ۵۰ لیتر بر ثانیه و با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه و به جرم مخصوص ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب به طور افقی به اتمسفر فوران می‌کند. فوران آب به یک صفحه مسطح قائم که هم‌سو با جت، با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه حرکت می‌کند برخورد می‌نماید. مقدار نیروی وارد بر صفحه متحرک چند کیلونیوتن است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای حرکت و نیز سرعت نسبی داریم:

$$F=\dot{m}V=\rho Q(V-u)=1000\times(50\times 10^{-3})\times(40-20)=1000\,(N)=1(kN)$$

مثال ۹۳: آب در یک کانال باز مانند شکل مقابل جریان دارد. دو عدد سرعت‌سنج به یک مانومتر که حاوی سیال با چگالی نسبی S = ۰/۸۲ می‌باشد متصل شده‌اند. مقادیر سرعت در نقاط A و B به ترتیب برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $u_B=1/78\frac{m}{sec}$ ، $u_A=3/43\frac{m}{sec}$

۲) $u_B=3/94\frac{m}{sec}$ ، $u_A=4/2\frac{m}{sec}$

۳) $u_B=1/03\frac{m}{sec}$ ، $u_A=4/97\frac{m}{sec}$

۴) $u_B=3/43\frac{m}{sec}$ ، $u_A=1/78\frac{m}{sec}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ارتفاع معادل آب برای سیال داخل مانومتر عبارت است از:

$$u_A=\sqrt{2gh_A}=\sqrt{2\times 9/81\times 0/9}=4/2\,(\frac{m}{s})$$

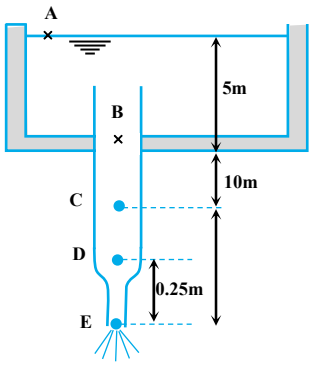
$$0/6\times 0/82=h\times 1 \Rightarrow h=0/492\,(m)$$

$$h_B=0/492+0/30=0/792\,(m) \quad ; \quad u_B=\sqrt{2gh_B}=\sqrt{2\times 9/81\times 0/792}=3/94\,(\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۴: آب از مخزن شکل زیر توسط یک لوله قائم به قطر ۱۰cm به داخل اتمسفر تخلیه می‌گردد. قطر جت خروجی در نقطه E، ۷cm بوده و سطح آب در مخزن ثابت باقی می‌ماند. با صرف‌نظر کردن از کلیه افت‌ها، هد فشار در نقاط B، C و D به ترتیب: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $P_D = ۱۹\gamma_w \ , \ P_C = ۹\gamma_w \ , \ P_B = \gamma_w$

۲) $P_D = ۲۴/۷۵\gamma_w \ , \ P_C = ۱۵\gamma_w \ , \ P_B = -۵\gamma_w$

۳) $P_D = ۱۸/۷۵\gamma_w \ , \ P_C = ۹\gamma_w \ , \ P_B = -\gamma_w$

۴) $P_D = ۱۹\gamma_w \ , \ P_C = ۹\gamma_w \ , \ P_B = ۵\gamma_w$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله برنولی بین نقاط B و C داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{P_B}{\gamma}+\dfrac{V_B^۲}{۲g}+Z_B=\dfrac{P_C}{\gamma}+\dfrac{V_C^۲}{۲g}+Z_C \\ V_B=V_C\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_B}{\gamma}+۱۰=\frac{P_C}{\gamma} \Rightarrow P_C-P_B=۱۰\gamma$$

با بررسی گزینه‌های داده شده درمی‌یابیم که، نتیجه فوق فقط در گزینه «۳» صدق می‌کند.

مثال ۹۵: لوله U شکل نشان داده شده، آب را با دبی جرمی ۲۰kg/s به اتمسفر تخلیه می‌کند. فشار نسبی در ورودی لوله برابر $۱۰^۴$ Pa می‌باشد. نیروی افقی وارده از طرف هوا و آب بر قوس را محاسبه نمائید؟ $(\rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳})$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱۸۳/۸N

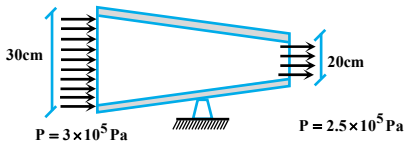
۲) ۷۰/۸N

۳) ۱۴۸/۴N

۴) ۱۱۳/۰N

☑ **پاسخ:** اطلاعات مسأله کافی نیست. برای حل این تست باید قطر لوله معلوم باشد.

مثال ۹۶: آب با دبی جرمی ۳۵۰ kg/sec از طریق یک نازل مخروطی شکل جریان می‌یابد. فشار نسبی در ورودی و خروجی این مخروط به ترتیب ۳×۱۰^۵ Pa و $۳/۵\times۱۰^۵$ Pa می‌باشد. وزن نازل نیز ۹۸/۱N است. نیروهای افقی و قائم وارد بر تکیه‌گاه از طرف نازل و سیال درون آن چقدر می‌باشد؟ $(\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳})$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) نیروی افقی ۱۱۷۵۱N و نیروی قائم ۳۹۰/۷N

۲) نیروی افقی ۱۱۷۵۱N و نیروی قائم ۲۹۲/۶N

۳) نیروی افقی ۱۱۱۷۸N و نیروی قائم ۳۹۰/۷N

۴) نیروی افقی ۱۱۱۷۸N و نیروی قائم ۲۹۲/۶N

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله ممنتوم در دو راستای افقی و قائم داریم:

$$x-\text{Mom.}: F_x+P_۱A_۱-P_۲A_۲=\dot{m}(V_۲-V_۱) \Rightarrow K_x=-F_x=P_۱A_۱-P_۲A_۲-\dot{m}(V_۲-V_۱)$$

$$V_۱=\frac{\dot{m}}{\rho_۱A_۱}=\frac{۳۵۰}{۱۰۰۰\times\frac{\pi\times۰/۳^۲}{۴}}=۴/۹۵\ (\frac{m}{s}) \quad ; \quad V_۲=\frac{\dot{m}}{\rho_۲A_۲}=\frac{۳۵۰}{۱۰۰۰\times\frac{\pi\times۰/۲^۲}{۴}}=۱۱/۱۴\ (\frac{m}{s})$$

$$K_x=۳\times۱۰^۵\times\frac{\pi\times۰/۳^۲}{۴}-۲/۵\times۱۰^۵\times\frac{\pi\times۰/۲^۲}{۴}-۳۵۰(۱۱/۱۴-۴/۹۵)=۱۱۱۷۸(N)$$

$$y-\text{Mom.}: F_y-W_{\text{نازل}}-W_{\text{آب}}=۰ \qquad F_y=-K_y=W_{\text{نازل}}+W_{\text{آب}}$$

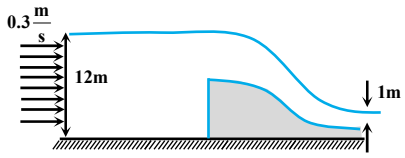
برای محاسبه وزن آب داخل نازل، به طول نازل نیاز است. با توجه به گزینه‌های داده شده ۳۹۰/۷ = ۹۸/۱ + ۲۹۲/۶، گزینه «۳» صحیح است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۷: یک مانع همانند شکل زیر در مسیر جریان آب قرار داده می‌شود. جریان در بالادست دارای عمق ۱۲ متر و سرعت متوسط $0/3\ m/sec$ می‌باشد. عمق آب در پایین‌دست یکنواخت و برابر ۱/۰ متر می‌باشد. نیروی افقی وارد بر مانع در واحد عرض چقدر می‌باشد؟ $(g = 9/81\ m/s^2)$

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $۶۸۹۵۳۵\ N/m$

۲) $۷۲۵۲۶۵\ N/m$

۳) $۷۰۱۴۱۵\ N/m$

۴) $۷۰۷۴۰۰\ N/m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» براساس معادله پیوستگی داریم:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Rightarrow ۱۲\times ۰/۳ = ۱\times V_2 \Rightarrow V_2 = ۳/۶\ (\frac{m}{s})$$

با استفاده از معادله ممنتوم در راستای افقی داریم:

$$P_1A_1 - P_2A_2 + F_x = \rho A_2V_2^2 - \rho A_1V_1^2$$

با توجه به توزیع هیدرواستاتیک فشار در طرفین داریم:

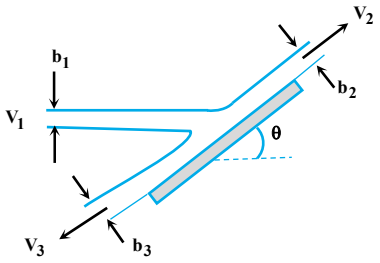
$$F_1 = P_1A_1 = \frac{1}{2}\gamma h_1^2 b \quad و \quad F_2 = P_2A_2 = \frac{1}{2}\gamma h_2^2 b$$

$$\gamma\times\frac{12}{2}\times(12\times1) - \gamma\times\frac{1}{2}\times(1\times1) + F_x = \rho\times(1\times1)\times ۳/۶^2 - \rho\times(12\times1)\times ۰/۳^2$$

$$K_x = F_x = (۷۲ - ۰/۵)\times ۹۸۱۰ - ۱۰۰۰(۱۲/۹۶ - ۱/۰۸) \Rightarrow K_x = ۶۸۹۵۳۵\ (\frac{N}{m})$$

مثال ۹۸: یک جت دو بعدی با سرعت V_1 و قطر b_1 به یک صفحه افقی برخورد می‌کند. با صرف‌نظر از اصطکاک و جاذبه، کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد این جت و نیروی وارد بر صفحه درست می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $F = \rho b_1V_1^2\cos\theta\ ,\ b_2b_3 = (\frac{b_1\cos\theta}{2})^2$

۲) $F = \rho b_1V_1^2\cos\theta\ ,\ b_2b_3 = (\frac{b_1\sin\theta}{2})^2$

۳) $F = \rho b_1V_1^2\sin\theta\ ,\ b_2b_3 = (\frac{b_1\cos\theta}{2})^2$

۴) $F = \rho b_1V_1^2\sin\theta\ ,\ b_2b_3 = (\frac{b_1\sin\theta}{2})^2$

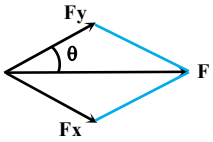
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد عمود و موازی با سطح شیب‌دار داریم:

$$n - Mom.: -F_n = \dot{m}(۰ - V_1\sin\theta)\ ,\ \dot{m} = \rho V_1A_1 \Rightarrow F_n = \rho V_1^2A_1\sin\theta$$

با بهره‌گیری از معادله برنولی و در نظر گرفتن عرض واحد برای صفحه دو بعدی داریم:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V\ ,\ A_1 = b_1\ ,\ A_2 = b_2\ ,\ A_3 = b_3$$

بنابراین نیروی وارد بر صفحه عبارت است از:



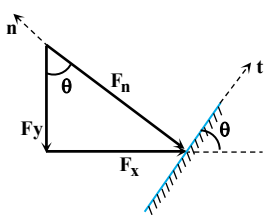
$$F_n = \rho b_1V_1^2\sin\theta$$

$$t - Mom.: -F_t = (V_1\cos\theta)(-\rho Q_1) + (V_2)(\rho Q_2) + (-V_3)(\rho Q_3) = ۰ \Rightarrow Q_2 - Q_3 = Q_1\cos\theta \quad (*)$$

معادله پیوستگی : $Q_2 + Q_3 = Q_1\ (**) \xrightarrow{(*),(**)} Q_2 = \frac{Q_1}{2}(1+\cos\theta)\ ,\ Q_3 = \frac{Q_1}{2}(1-\cos\theta)$

$$Q_1 = A_1V_1 = b_1V\ ,\ Q_2 = A_2V_2 = b_2V\ ,\ Q_3 = A_3V_3 = b_3V$$

$$\begin{cases} b_2 = \frac{b_1}{2}(1+\cos\theta) \\ b_3 = \frac{b_1}{2}(1-\cos\theta) \end{cases} \Rightarrow b_2b_3 = \frac{b_1^2}{4}(1-\cos^2\theta) \Rightarrow b_2b_3 = (\frac{b_1\sin\theta}{2})^2$$



;

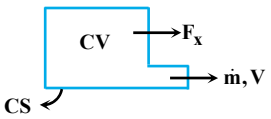
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۹: روزنه‌ای به قطر **d** در دیوار قائم یک مخزن کوچک تعبیه شده که از آن آب به جرم مخصوص **ρ** و با سرعت **V** به اتمسفر فوران می‌کند. نیروی عکس‌العمل فوران مایع (جت) وارد بر دیوار مقابل روزنه با کدام یک از روابط زیر بیان می‌شود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

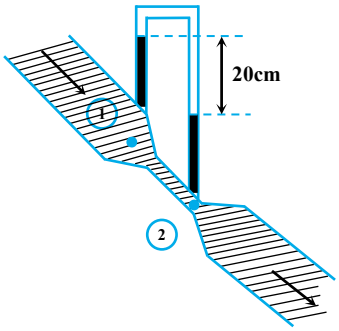
۱) $\rho V.\pi d^2$ ۲) $\rho V^2.\pi d^2$ ۳) $\frac{\rho V^2}{2}.\pi d^2$ ۴) $\rho V^2.\frac{\pi d^2}{4}$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی داریم:



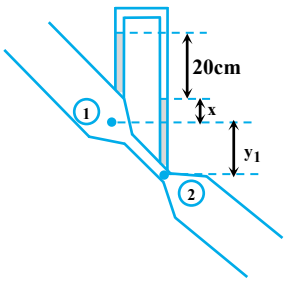
$$x-Mom.: F_x=(-\dot{m})(+V)+0 \qquad K_x=-F_x=\rho V^2 A \qquad K_x=\rho V^2.\frac{\pi d^2}{4}$$

مثال ۱۰۰: اگر از اتلاف انرژی در خط لوله شکل زیر صرف‌نظر شود، دبی آب جاری در خط لوله چند لیتر بر ثانیه است؟ $(D_1=30\,cm, D_2=20\,cm)$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) ۰/۶۹۴
۲) ۶/۹۴
۳) ۶۹/۴
۴) ۶۹۴/۰

پاسخ: گزینه «۳»



معادله برنولی: $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2$ (۰)

معادله هیدرواستاتیکی: $\frac{P_1}{\gamma}-x-0/2+x+y_1=\frac{P_2}{\gamma}\Rightarrow\frac{P_1}{\gamma}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+0/2$ (۱)

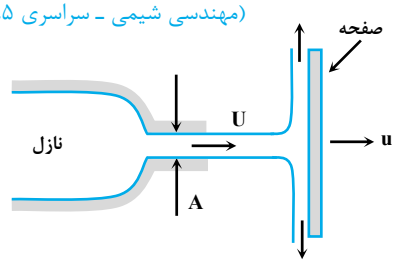
معادله پیوستگی: $V_1A_1=V_2A_2\Rightarrow V_1=V_2(\frac{20}{30})^2=\frac{4}{9}V_2$ (۲)

با قرار دادن روابط (۱) و (۲) در معادله برنولی داریم:

$$0/2+\frac{(\frac{4}{9}V_2)^2}{2g}=\frac{V_2^2}{2g} \qquad 0/2\times2\times9/81=\frac{65}{81}V_2^2\Rightarrow V_2=2/21\,(\frac{m}{s})$$

دبی حجمی: $Q=V_2A_2=2/21\times\frac{\pi}{4}(0/2)^2\Rightarrow Q=69/43\,(\frac{lit}{s})$

مثال ۱۰۱: جت افقی با سرعت **U** از نازل خارج می‌شود. سطح خروجی جت آب برابر **A** می‌باشد. اگر این جت به صفحهٔ قائمی که با سرعت **u** حرکت می‌کند برخورد کند، نیروی وارد بر صفحه برابر است با: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\rho A(U-u)^2$
۲) $\rho AU(U-u)$
۳) $\rho A(u-U)^2$
۴) $\rho Au(U-u)$

پاسخ: گزینه «۱» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی و نیز سرعت نسبی داریم:

$$x-Mom.: F_x=(-\rho AV_{rel.})(+V_{rel.})+0 \qquad K_x=-F_x=\rho AV_{rel.}^2$$

$$V_{rel.}=U-u\Rightarrow K_x=\rho A(U-u)^2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۲: **خط جریان عبارت است از:** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) خطی که کل انرژی جریان را نشان می‌دهد.

۲) خطی که جریان مقطع عرضی (سطح مقطع) را نشان می‌دهد.

۳) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت مماس بر آن است.

۴) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت ترسیمی عمود بر آن است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» خط جریان همواره بر بردارهای سرعت ذرات سیال مماس است.

مثال ۱۰۳: **سوراخ‌های متعددی در دیوارهٔ ظرف استوانه‌ای حاوی آب ایجاد شده است. کدام شکل تغییرات سرعت آب خروجی از سوراخ‌ها را صحیح نشان می‌دهد؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» معادله برنولی بین سطح آزاد آب در ظرف و خروجی از سوراخ : $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2$

$$h=\frac{V^2}{2g}\Rightarrow V=\sqrt{2gh}$$

بنابراین مقدار سرعت خروجی از هر سوراخ، با جذر فاصله هر سوراخ از سطح آزاد آب در مخزن رابطه مستقیم دارد.

مثال ۱۰۴: **رابطه $\int V.dA$ چه نوع جریانی است؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) جرمی ۲) وزنی ۳) مومنتم ۴) حجمی

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» رابطه $Q=\int \vec{V}.\overrightarrow{dA}$، عبارت از دبی حجمی است.

مثال ۱۰۵: **تئوری مومنتم به کدام یک از قوانین فیزیکی زیر ارتباط دارد؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) قانون بقای جرم ۲) قانون اول ترمودینامیک ۳) قانون دوم حرکت نیوتن ۴) هیچ کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله ممنتوم شکل خاصی از قانون دوم نیوتن است.

مثال ۱۰۶: **آب با دبی ۵۰ لیتر بر ثانیه و با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه و به جرم مخصوص ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب به طور افقی به اتمسفر فوران می‌کند. فوران آب به یک صفحه مسطح قائم که هم‌سو با جت با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه حرکت می‌کند برخورد می‌نماید. مقدار نیروی وارد بر صفحه متحرک چند کیلونیوتن می‌باشد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۰/۵

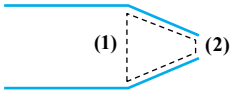
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای حرکت و نیز سرعت نسبی داریم:

$$F=\dot{m}V=\rho Q(V-u)\Rightarrow F=1000\times(50\times10^{-3})\times(40-20)\Rightarrow F=1000(N)=1(kN)$$

مثال ۱۰۷: **مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر یک افشانک (نازل) به قطر ۱۹ میلی‌متر که به انتهای یک لوله به قطر ۶۴ میلی‌متر متصل است، هنگامی که جت آب با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه به اتمسفر تخلیه می‌شود (از افت انرژی در نازل صرف‌نظر شود).** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۲۳kN ۲) ۱/۶۷kN ۳) ۱/۲۰kN ۴) ۰/۱۰kN

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با انتخاب حجم کنترل نشان داده شده و استفاده از معادلات پیوستگی، برنولی و ممنتوم در راستای افقی داریم:



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Rightarrow V_1 = V_2(\frac{A_2}{A_1}) = V_2(\frac{\frac{\pi d_2^2}{4}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}) = 30(\frac{19}{64})^2 = 2/644 \ (\frac{m}{s})$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2\\ Z_1=Z_2 \quad , \quad P_2=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{P_1}{9810}+\frac{(2/644)^2}{2\times 9/8}=\frac{(30)^2}{2\times 9/81} \Rightarrow P_1 = 44650.5 \ (Pa)$$

$$F_x + P_1A_1 = \dot{m}(V_2 - V_1) \quad , \quad K_x = -F_x = P_1A_1 - \rho V_1A_1(V_2 - V_1)$$

$$K_x = 44650.5\times\frac{\pi\times 0/064^2}{4} - 10^3\times\frac{\pi\times(0/064)^2}{4}\times 2/644\times(30-2/644) \Rightarrow K_x = 1203/7 \ (N) \simeq 1/2(kN)$$

مثال ۱۰۸: رابطه پیوستگی عبارت است از: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

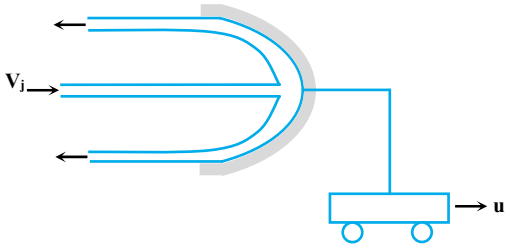
۱) $\frac{dQ}{ds}=0$ ۲) $\frac{du}{dx}=0$ ۳) $\frac{d\dot{Q}_m}{dt}=0$ ۴) $\frac{du}{dt}=0$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» رابطه پیوستگی به فرم دیفرانسیلی در جریان سه بعدی عبارت است از:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

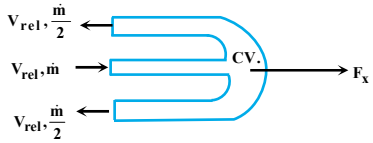
برای جریان دو بعدی $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$ و برای جریان یک بعدی $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ و در نتیجه داریم: $\frac{du}{dx}=0$

مثال ۱۰۹: جت آب مطابق شکل زیر به یک پره برخورد نموده و به اندازهٔ 180° تغییر مسیر می‌دهد. سرعت پره برابر با مقدار معلوم **u** است. اگر بدانیم که توان انتقالی به پره مقدار ماکزیمم خود را دارد، سرعت جت آب چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{u}{3}$
۲) $\frac{u}{2}$
۳) $2u$
۴) $3u$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» چون که پره دارای سرعت است، لذا در معادله ممنتوم از سرعت نسبی استفاده می‌شود. بنابراین برای حجم کنترل مشخص شده، معادله ممنتوم به صورت زیر است:



$$x-Mom: \sum F_x = \sum(\dot{m}V_x)_{out} - \sum(\dot{m}V_x)_{in}$$

$$F_x = -\dot{m}V_{rel} + \frac{\dot{m}}{2}(-V_{rel}) + \frac{\dot{m}}{2}(-V_{rel}) = -2\dot{m}V_{rel}$$

نیروی وارده به پره از طرف جت آب : $K_x = -F_x = 2\dot{m}V_{rel} = 2\rho AV_{rel}^2$

سرعت نسبی آب ورودی به حجم کنترل : $V_{rel} = V_j - u \Rightarrow K_x = 2\rho A(V_j-u)^2$

توان انتقالی به پره $P = K_x.u = 2\rho Au(V_j-u)^2$

برای تعیین ماکزیمم توان انتقالی به پره از عبارت فوق نسبت به **u** مشتق گرفته و حاصل را برابر صفر قرار می‌دهیم. لذا داریم:

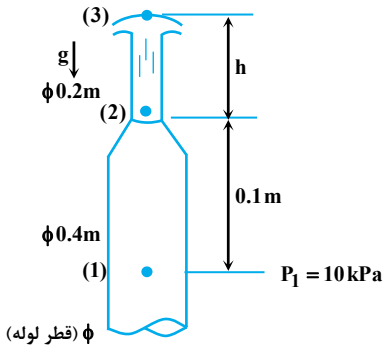
$$\frac{dP}{du} = 2\rho A[(V_j-u)^2 - 2u(V_j-u)] = 0 \Rightarrow (V_j-u)(V_j-u-2u) = 0 \Rightarrow$$ نقاط بحرانی: $\begin{cases} V_j = u \rightarrow P = P_{min} \\ V_j = 3u \rightarrow P = P_{max} \end{cases}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۰: سیال با خصوصیات فیزیکی زیر از یک نازل خارج می‌شود. این سیال پس از خروج از سر نازل تا ارتفاع **h** بالا می‌رود. این ارتفاع چقدر است؟ فشار درون لوله در مقطع ۱ را ۱۰kPa اندازه گرفته‌ایم و از تأثیرات لزجت صرف‌نظر می‌کنیم. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

$$(\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}\ ,\ g = 10 \frac{m}{s^2})$$



۱) ۰/۱m

۲) ۰/۹m

۳) ۱m

۴) ۳/۹m

پاسخ: گزینه «۳»

معادله پیوستگی : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$V_1 = V_2 (\frac{0/2}{0/4})^2 = \frac{V_2}{4}$$

با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

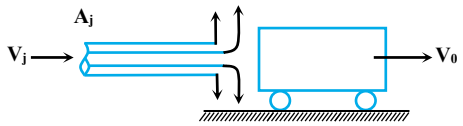
$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g\cancel{y_1}^{0} = \frac{P_2}{\rho}^{0} + \frac{V_2^2}{2} + g y_2 \Rightarrow \frac{10 \times 10^3}{1000} + \frac{V_2^2}{32} = \frac{V_2^2}{2} + (10)(0/1) \Rightarrow V_2^2 = 19/2$$

برای محاسبه ارتفاع h با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۲ و ۳ داریم:

$$\cancel{\frac{P_2}{\rho}}^{0} + \frac{V_2^2}{2} + g\cancel{y_2}^{0} = \frac{P_3}{\rho}^{0} + \cancel{\frac{V_3^2}{2}}^{0} + g y_3 \Rightarrow h = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h = \frac{19/2}{2(9/8)} \Rightarrow h = 0/98\ (m) \simeq 1\ (m)$$

مثال ۱۱۱: جت آبی با سرعت V_j و سطح مقطع A_j به اتومبیلی که با سرعت V_0 در حال حرکت است برخورد می‌کند. نیروی اعمال شده به اتومبیل از طرف جت با فرض ثابت ماندن سرعت اتومبیل برابر است با: (جرم حجمی= ρ) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



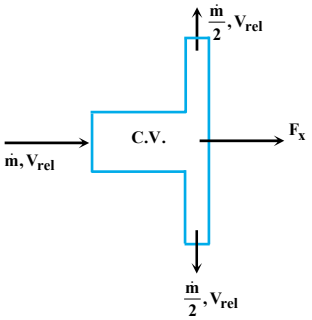
۱) $V_j V_0 \rho A_j$

۲) $V_j (V_j - V_0) \rho A_j$

۳) $(V_j - V_0)^2 \rho A_j$

۴) $V_j (V_j + V_0) \rho A_j$

پاسخ: گزینه «۳» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور xها و مفهوم سرعت نسبی برای حجم کنترل نشان داده شده داریم:

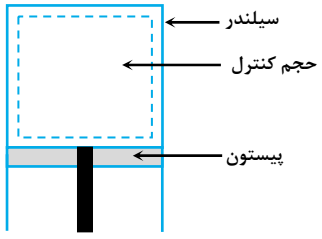


$$x - Mom.\ :\ F_x = (-\dot{m})(V_{rel}) + 0$$

نیروی وارد به اتومبیل از طرف جت آب : $K_x = -F_x = \rho A_j V_{rel}^2$

سرعت نسبی آب ورودی به حجم کنترل : $V_{rel} = V_j - V_0 \Rightarrow K_x = \rho A_j (V_j - V_0)^2$

مثال ۱۱۲: پیستون داخل سیلندر به سمت بالا حرکت می‌کند. حجم کنترل (∀) نشان داده شده در شکل (نقطه‌چین) با حرکت پیستون تغییر می‌کند و در داخل آن گازی قرار دارد. نشان دهید که برای وضعیت موجود، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (ρ چگالی، t زمان، V سرعت، n بردار یکه سطح، cv حجم کنترل، cs سطح کنترل): (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) مقدار $\sum_{cs} (\vec{V}.\vec{n})$ برابر صفر است.

۲) مقدار $\frac{d}{dt} \int_{cv} \rho d\forall$ برابر صفر است.

۳) جریان داخل حجم کنترل جریان پایدار است.

۴) مقدار چگالی گاز در داخل حجم کنترل با زمان تغییری نمی‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۲»

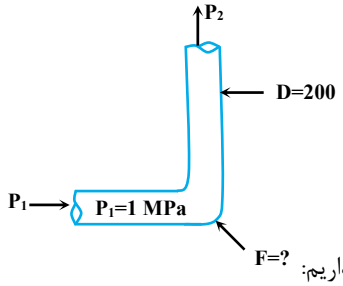
معادله بقای جرم : $\iint_{cs}\rho\vec{V}.d\vec{A}=-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv}\rho d\forall$

ورود و خروج جرم از مرز سطح کنترل وجود ندارد و در نتیجه داریم: $\iint_{cs}\rho\vec{V}.d\vec{A}=0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\int_{cv}\rho d\forall=0$

یعنی تغییرات جرم داخل حجم کنترل نسبت به زمان صفر است.

مثال ۱۱۳: منتجه نیروی لازم برای نگه‌داری زانویی نشان داده شده در شکل زیر، در صورتی که جریانی در آن وجود نداشته باشد چند کیلونیوتن است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



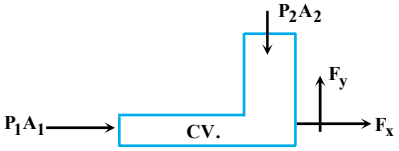
۱) ۰/۰

۲) ۳۱/۴۰۰

۳) ۴۴/۲۷۴

۴) ۶۲/۸۰۰

پاسخ: گزینه «۳» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محورهای x و y برای حجم کنترل نشان داده شده داریم:



$x-Mom.: P_1A_1+F_x=0 \quad ; \quad$ نیروی وارد بر لوله در راستای x : $K_x=-F_x=P_1A_1$

$y-Mom.: -P_2A_2+F_y=0 \quad ; \quad$ نیروی وارد بر لوله در راستای y : $K_y=-F_y=-P_2A_2$

$P_1=P_2 \quad , \quad A_1=A_2 \Rightarrow K=\sqrt{K_x^2+K_y^2}=\sqrt{2}PA$

$K=\sqrt{2}\times 1\times 10^6\times\frac{\pi}{4}(0/2)^2\times 10^{-3} \Rightarrow K=44/43\ (kN)$

مثال ۱۱۴: فشار سکون در مرکز یک لوله $145000\ Pa$ و فشار استاتیک $100000\ Pa$ است. سرعت سیال چند $\frac{m}{s}$ است؟ $(\rho=1000\frac{kg}{m^3})$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۹ ۲) ۴/۵ ۳) ۳/۴۲ ۴) ۳

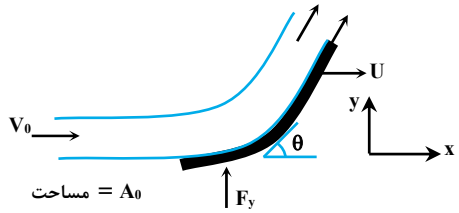
پاسخ: گزینه «۴» با توجه به مطالب بیان شده برای لوله پیتوت در متن درس داریم:

$P=P_0+\frac{1}{2}\rho V^2 \qquad V=\sqrt{\frac{2(P-P_0)}{\rho}}$

$V=[\frac{2(145000-100000)}{1000}]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow V=3\ (\frac{m}{s})$

مثال ۱۱۵: یک پره متحرک مطابق شکل با سیالی که بر آن به طور مماسی جریان دارد نشان داده شده است. نیروی F_y برابر است با:

(مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۶)



۱) $\rho(V_0-U)^2A_0\cos\theta$

۲) $\rho(V_0-U)A_0(1-\cos\theta)$

۳) $\rho(V_0-U)^2A_0(1-\cos\theta)$

۴) $\rho(V_0-U)^2A_0\sin\theta$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور y داریم:

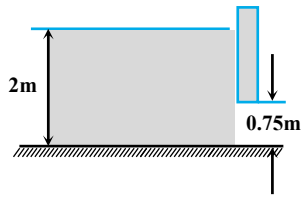
$F_y=(\dot{m}V_{out})_y-(\dot{m}V_{in})_y=\dot{m}(V_{out}-V_{in})_y$

$F_y=\dot{m}V_{rel}\sin\theta-0 \qquad V_{rel}=V_0-U \Rightarrow F_y=\rho(V_0-U)^2A_0\sin\theta$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۶: جریان دو بعدی در شکل نشان داده شده است. با فرض این که تلفات در کانال نداشته باشیم، دبی عبوری بر حسب متر مکعب در ثانیه برابر است با: (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۶)



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

پاسخ: گزینه «۱» عرض کانال (در امتداد عمود بر صفحه) برابر با واحد در نظر گرفته می‌شود.

با استفاده از معادله پیوستگی بین ورودی و خروجی داریم:

$$V_1A_1 = V_2A_2 \Rightarrow V_1(2\times1) = V_2(0/75\times1) \Rightarrow V_2 = \frac{8}{3}V_1$$

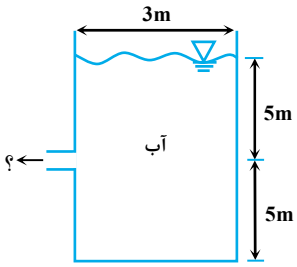
با استفاده از معادله برنولی بین ورودی و خروجی داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1 = \frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2 \qquad \frac{V_1^2}{2g}+2 = \frac{V_2^2}{2g}+0/75$$

با قرار دادن رابطه اول در معادله برنولی داریم:

$$\frac{(1-\frac{64}{9})V_1^2}{2\times9/81} = -1/25 \Rightarrow V_1 = 2\ (\frac{m}{s}) \qquad \text{دبی حجمی عبوری}: Q = V_1A_1 = (2)(2\times1) \Rightarrow Q = 4\ (\frac{m^3}{s})$$

مثال ۱۱۷: در شکل نشان داده شده، سرعت خروج آب از سوراخ مخزن چقدر است؟ (مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات» ـ آزاد ۸۶)

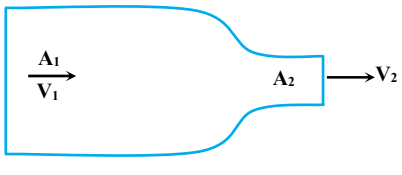


۱) $7/07\ \frac{m}{s}$
۲) $10\ \frac{m}{s}$
۳) $5\ \frac{m}{s}$
۴) $14/1\ \frac{m}{s}$

پاسخ: گزینه «۲» معادله برنولی بین نقاط واقع در سطح آزاد آب در مخزن و خروجی آب از سوراخ مخزن عبارت است از:

$$\frac{P_1}{\gamma}^{\circ}+\frac{V_1^2}{2g}^{\circ}+y_1 = \frac{P_2}{\gamma}^{\circ}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2^{\circ} \Rightarrow y_1 = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{2gh} \qquad V = \sqrt{2\times10\times5} \Rightarrow V = 10\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۱۱۸: در شیپوره زیر (Nozzle)، در سطح مقطع بزرگ‌تر ($A_1 = 0/4m^2$) فشاری معادل $600\ kpa$ و در مقطع کوچک‌تر ($A_2 = 0/1m^2$) فشاری معادل $700\ kpa$ وارد گردیده است. در صورتی که آب در ورودی این شیپوره با سرعت $V_1 = 2/4\ m/sec$ و در مقطع خروجی آن دارای سرعت $V_2 = 9/8\ m/sec$ باشد، نیروی خارجی مورد نیاز برای نگه داشتن آن در حالت سکون را به دست آورید. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) ۵۰
۲) ۲۳
۳) ۴۰
۴) ۱۰

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در دو راستای محور x ها و y ها داریم:

$$x-Mom: F_x + P_1A_1 - P_2A_2 = \dot{m}(V_{out}-V_{in})_x = \dot{m}(V_2-V_1)$$

$$y-Mom: F_y = \dot{m}(V_{out}-V_{in})_y = 0$$

نیروی خارجی مورد نیاز برای نگه داشتن شیپوره: $K = -F_x = P_1A_1 - P_2A_2 + \dot{m}(V_1-V_2)$

$$\dot{m} = \rho V_1A_1 = \rho V_2A_2$$

$$K = 600\times10^3\times0/4 - 700\times10^3\times0/1 + 1000\times2/4\times0/4(2/4-9/8) \Rightarrow K = 9896\ (N) \simeq 10\ (kN)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

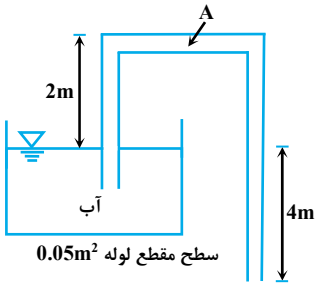
www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۹: در رابطه اولر کدام عبارت صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) یکنواخت بودن جریان ۲) تراکم‌پذیر بودن سیال مایع ۳) دائم یا ماندگار بودن جریان ۴) تراکم‌ناپذیر بودن سیال مایع

پاسخ: گزینه «۴» در معادله اولر، سرعت نسبت به مکان و زمان تغییر می‌کند، پس جریان دائم و یکنواخت نیست. معادله اولر با فرض تراکم‌ناپذیری جریان حاصل شده است.

مثال ۱۲۰: در صورتی که از افت‌ها در شکل زیر صرف‌نظر گردد، مقدار فشار در نقطه A را بر حسب بار به دست آورید. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) ۵۹-

۲) ۲۰-

۳) ۰/۵۹-

۴) ۰/۲۰-

پاسخ: گزینه «۳» چون سرعت سیال در داخل لوله مجهول است، ابتدا از معادله برنولی بین نقطهٔ ۱ در سطح آزاد مخزن و نقطهٔ ۲ در خروجی آب از لوله استفاده می‌کنیم. لذا داریم:

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+gy_1=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+gy_2$$

$$9/81(4)=\frac{V_2^2}{2}\Rightarrow V_2=8/86\ (\frac{m}{s})$$

با داشتن سرعت و استفاده از معادله برنولی بین نقطهٔ ۱ در سطح آزاد مخزن و نقطهٔ A ، فشار نقطه A تعیین می‌شود:

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+gy_1=\frac{P_A}{\rho}+\frac{V_A^2}{2}+gy_A \qquad V_A=V_2 \text{ (معادله پیوستگی)}$$

$$0=\frac{P_A}{1000}+\frac{(8/86)^2}{2}+9/81(2)$$

$$P_A=-58870\,(Pa)\times\frac{1\,bar}{1/0135\times10^5\,(Pa)}\Rightarrow P_A=-0/58\,(bar)$$

مثال ۱۲۱: آب از فضای بین دو استوانه هم‌محور و تودرتو با شعاع‌های ۲ و ۶ سانتی‌متر با سرعت $5\frac{m}{s}$ در حرکت است. این مجموعه به لوله‌ای با قطر ۸ سانتی‌متر وصل می‌شود. کدام یک از عبارات زیر در خصوص سرعت آب در مقطع جدید صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

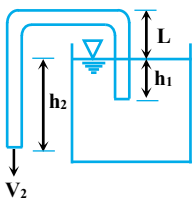
۱) سرعت افزایش می‌یابد. ۲) سرعت کاهش می‌یابد. ۳) سرعت تغییری نمی‌کند. ۴) سرعت $1/25\frac{m}{s}$ می‌شود.

پاسخ: گزینه «۱» برای تعیین سرعت در لوله جدید با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$Q=V_1A_1=V_2A_2 \qquad V_2=\frac{5\times\pi[(0/06)^2-(0/02)^2]}{\frac{\pi}{4}(0/08)^2}=10\ (\frac{m}{s})$$

بنابراین در مقطع جدید، سرعت افزایش می‌یابد.

مثال ۱۲۲: سیال درون منبع بزرگی غیرلزج فرض می‌شود. سیفون نشان داده شده در شکل، این سیال را به صورت پیوسته به بیرون تخلیه می‌نماید. سرعت آب خروجی V_2 را محاسبه نمائید. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $\sqrt{2gh_2}$

۲) $\sqrt{2g(h_2-h_1)}$

۳) $\sqrt{2g(h_2+h_1)}$

۴) $\sqrt{2g(L+h_1-h_2)}$

پاسخ: گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد سیال درون منبع بزرگ (۱) و خروجی لوله (۲) داریم:

سطح آزاد سیال درون مخزن : $P_1=0\ ,\ V_1=0$; خروجی لوله : $P_2=0\ ,\ y_2=0$

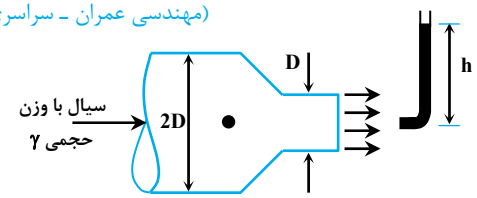
$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+gy_1=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+gy_2 \qquad 0+0+gh_2=0+\frac{V_2^2}{2}+0 \qquad V_2=\sqrt{2gh_2}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۲۳: ارتفاع سیال در لوله پیتوت که در مقابل جت خروجی از لوله به قطر **D** قرار گرفته است، **h** می‌باشد. فشار در نقطه قبل از تغییر مقطع چقدر است؟ (از افت انرژی صرف‌نظر می‌شود)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $h\gamma$

۲) $\frac{۳h\gamma}{۴}$

۳) $\frac{۷h\gamma}{۸}$

۴) $\frac{۱۵h\gamma}{۱۶}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا با استفاده از معادله برنولی بین خروجی جت و نقطه سکون لوله پیتوت، مقدار سرعت خروجی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{V_۲^۲}{۲g}=h \Rightarrow V_۲=\sqrt{۲gh}$$

حال با استفاده از معادله پیوستگی بین مقاطع ۱ و ۲ در شکل مقابل داریم:

$$\dot{m}_۱=\dot{m}_۲ \Rightarrow \rho V_۱A_۱=\rho V_۲A_۲$$

$$\frac{V_۱}{V_۲}=(\frac{D_۲}{D_۱})^۲=(\frac{D}{۲D})^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow V_۱=\sqrt{\frac{gh}{۸}}$$

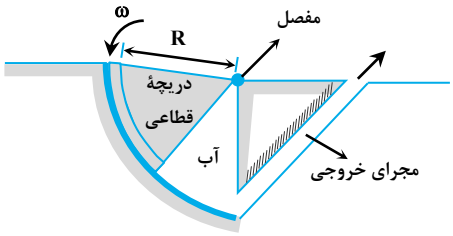
اکنون با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+\cancel{Z_۱}^{\circ}=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+\cancel{Z_۲}^{\circ}$$

$$\frac{P_۱}{\gamma}=\frac{۲gh}{۲g}-\frac{\frac{gh}{۸}}{۲g} \Rightarrow P_۱=\frac{۱۵h\gamma}{۱۶}$$

مثال ۱۲۴: دریچه قطاعی به شعاع **R** مطابق شکل با سرعت زاویه‌ای **ω** ثابت دوران می‌کند و آب از مجرای لوله‌ای خارج می‌شود. اگر عرض دریچه **b** باشد و آب فقط از طریق لوله خروجی خارج شود، دبی جریان در لوله چقدر است؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $bR^۲\omega$

۲) $bR^۲\frac{\omega}{۲}$

۳) $\pi R^۲b\omega$

۴) $\pi R^۲b\frac{\omega}{۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

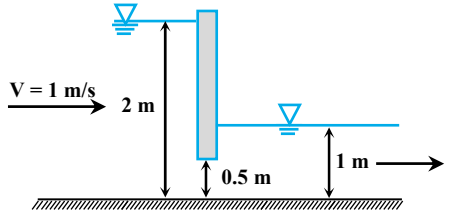
$$A=\frac{۱}{۲}(bR) \qquad V=R\omega \qquad q=VA \text{ : دبی حجمی}$$

$$q=(R\omega)(\frac{bR}{۲}) \Rightarrow q=bR^۲\frac{\omega}{۲}$$

مثال ۱۲۵: در شکل زیر آب از زیر دریچه‌ای به پهنای ۲ متر در حال عبور است. نیروی افقی وارد بر دریچه برابر است با:

$$g=۱۰\frac{m}{s^۲} \quad , \quad \rho=۱۰۰۰\frac{kgr}{m^۳}$$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) ۳۰۰۰۰N

۲) ۴۰۰۰ N

۳) ۲۰۰۰۰N

۴) ۲۶۰۰۰ N

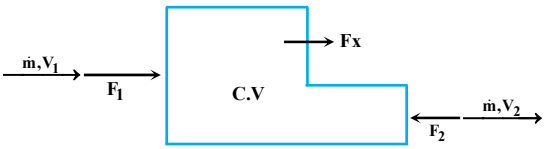
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ابتدا با استفاده از معادله پیوستگی سرعت سیال خروجی محاسبه می‌شود:

$$V_۱A_۱=V_۲A_۲ \qquad ۱\times(۲\times۲)=V_۲(۱\times۲) \qquad V_۲=۲(\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

برای محاسبه نیروی افقی وارد بر دریچه، با استفاده از معادله ممنتوم برای حجم کنترل داریم:



$$\sum F_x = \dot{m}(V_{out} - V_{in})_x \Rightarrow F_x + F_1 - F_2 = (+V_1)(-\rho V_1 A_1) + (+V_2)(\rho V_2 A_2)$$

نیروهای افقی F_1 و F_2 به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

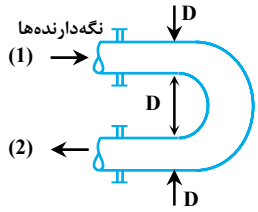
$$F = \gamma h_c A \qquad F_1 = (1000 \times 10)\left(\frac{2}{2}\right)(2 \times 2) = 40000\ (N)$$

$$F_2 = (1000 \times 10)\left(\frac{1}{2}\right)(1 \times 2) = 10000\ (N)$$

$$F_x + 40000 - 10000 = -1000 \times (1)^2 \times (2 \times 2) + 1000 \times (2)^2 \times (1 \times 2) \qquad K_x = -F_x = 26000\ (N)$$

مثال ۱۲۶: **فرض کنید فشار نسبی در هر دو مقطع ۱ و ۲ شکل زیر در یک زانویی افقی (در یک صفحه) یکسان باشد. جریان سیال در زانویی دارای دانسیته ρ، دبی Q و سرعت V می‌باشد. سطح مقطع لوله A است. مقدار نیروی وارده به نگه‌دارنده‌ها جهت نگه‌داری زانویی در محل خود کدام است؟ (از نیروی ثقل و افت انرژی صرف‌نظر کنید)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

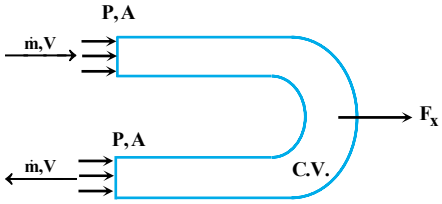


۱) PA

۲) $2\rho QV$

۳) $2PA + \rho QV$

۴) $2PA + 2\rho QV$



☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم برای حجم کنترل در راستای محور x ها داریم:

$$F_x + PA + PA = \dot{m}(V_{out} - V_{in}) = \dot{m}(-V - V) = -2\dot{m}V$$

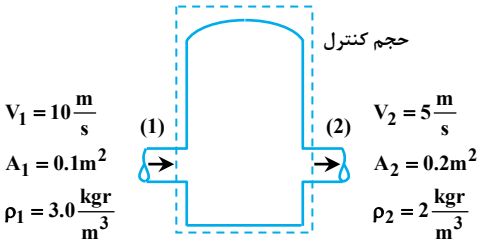
$$F_x = -2\rho QV - 2PA$$

نیروی وارده به نگه‌دارنده‌ها جهت نگه‌داری زانویی در محل خود : $K_x = -F_x$

$$K_x = 2PA + 2\rho QV$$

مثال ۱۲۷: **سیال گازی شکل از دو لوله متصل به مخزن نشان داده شده وارد و خارج می‌گردد. در حالت نشان داده شده، کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد کاربرد حجم کنترل برای قانون پیوستگی صحیح نیست؟ (N_{sys} خاصیت در سیستم، η خاصیت در واحد جرم، V سرعت و $\forall$ نشان‌دهنده حجم است)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $N_{sys} \neq 0$

۲) $\frac{dN_{sys}}{dt} = 0$

۳) $\frac{d}{dt}\int_{c.v} \rho d\forall \neq 0$

۴) $\sum_{c.s} \eta \rho \vec{V}.\vec{A} = 0$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در حالت کلی معادله انتقال رینولدز که در واقع ارتباط روش سیستم و حجم کنترل را بیان می‌کند به صورت زیر است:

$$\frac{DN}{Dt} = \iint_{cs} \eta\, \rho \vec{V}.\overrightarrow{dA} + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv} \eta\, \rho dv$$

برای معادله پیوستگی مجهولات N و η عبارتند از: $N = m$ (جرم سیستم) و $\eta = 1$

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dN_{sys}}{dt} = 0 \Rightarrow \iint_{cs} \rho \vec{V}.\overrightarrow{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{c.v} \rho dv$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

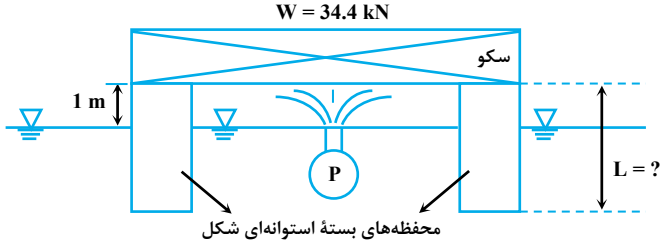
بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح هستند. از طرفی با توجه به اطلاعات مسئله، دبی جرمی ورودی و خروجی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\dot{m}_1=\rho_1 V_1 A_1=3\times 10\times 0/1=3\left(\frac{kg}{s}\right) \qquad \dot{m}_2=\rho_2 V_2 A_2=2\times 5\times 0/2=2\left(\frac{kg}{s}\right)$$

$\dot{m}_1\neq\dot{m}_2 \Rightarrow \sum_{c.s}\eta\rho\vec{V}.\vec{A}\neq 0$ جمع خالص دبی جرمی‌های ورودی و خروجی مخالف صفر است.

بنابراین با توجه به رابطه فوق گزینه ۳ نیز صحیح بوده و گزینه ۴ غلط است.

مثال ۱۲۸: **سکوی نشان داده شده به وسیله ۴ محفظه بسته استوانه‌ای شکل به سطح مقطع $1m^2$ در سطح آب شناور است. وزن سکو برابر $34/4kN$ در هوا و وزن واحد طول استوانه‌ها $1kN$ می‌باشد. علاوه بر این فواره‌ای به سطح مقطع ۰/۱ متر مربع آب را با سرعت $6\frac{m}{s}$ از تراز سطح آب به صفحه تحتانی شناور پرتاب می‌کند. در صورتی که بخواهیم صفحه تحتانی سکو به فاصله ۱ متر از تراز سطح آب باشد، طول کلی استوانه‌ها (L) عبارت است از: $(\gamma=10000\frac{N}{m^3}\ ,\ g=10\frac{m}{s^2})$ چهار استوانه در چهار گوشه سکو قرار دارند.** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



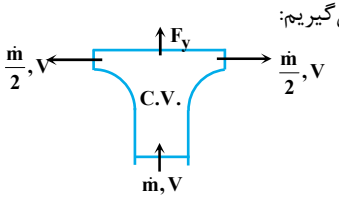
۱) ۱/۸۸ متر

۲) ۲ متر

۳) ۲/۸۸ متر

۴) ۳/۰۲ متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا برای محاسبه نیروی عمودی وارده بر سکو از طرف فواره، حجم کنترل زیر را در نظر می‌گیریم:



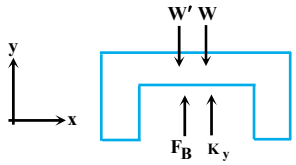
با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور y ها برای حجم کنترل فوق داریم:

$$F_y=V(-\dot{m})+0$$

$K_y=-F_y=\dot{m}V=\rho V^2 A \ ,\ \rho=\frac{\gamma}{g}$: نیروی عمودی وارده بر سکو از طرف جت

$$K_y=\frac{10000}{10}(6)^2(0/1)=3600\,(N)$$

دیاگرام آزاد نیروهای وارده بر سکو به صورت زیر است:



W : وزن سکو

W' : وزن پایه‌ها

K_y : نیروی عمودی وارده بر سکو از طرف فواره

F_B : نیروی شناوری وارده بر پایه‌ها

$$\sum F_y=0:\ F_B+K_y-W-W'=0$$

$$F_B=4W''=4\gamma[A(L-1)]=4\times 10000\times 1(L-1)=40000(L-1) \qquad W'=4\times(1000\,L)=4000\,L$$

$$40000(L-1)+3600-34400-4000L=0 \ \Rightarrow\ L=1/97(m)\simeq 2(m)$$

مثال ۱۲۹: **معادله خطوط جریان دو بعدی به صورت $x^2+y^2-\frac{k}{c}y=0$ است (c و k مقادیر ثابتی هستند) و x و y بر حسب متر می‌باشند. در صورتی که سرعت در جهت x در نقطه $x=5m$ و $y=10m$ برابر ۵ متر بر ثانیه باشد، مقدار V_y در آن نقطه برابر است با:** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)

۱) $-6/67\frac{m}{s}$

۲) $-3/75\frac{m}{s}$

۳) $+3/75\frac{m}{s}$

۴) به دلیل نامشخص بودن مقادیر k و c جواب در بین گزینه‌های بالا وجود ندارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا با توجه به داده‌های مسئله، مجهول $\frac{k}{c}$ در معادله خط جریان را تعیین می‌کنیم:

$$x^2+y^2-\frac{k}{c}y=0 \qquad \begin{vmatrix} x=5(m)\\ y=10(m)\end{vmatrix} : 25+100-\frac{k}{c}(10)=0 \ \Rightarrow\ \frac{k}{c}=12/5$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

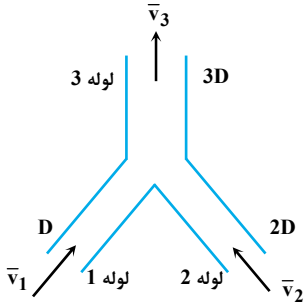
حال با دیفرانسیل‌گیری از معادله خط جریان، شیب خط جریان به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$۲xdx + ۲ydy - \frac{k}{c}dy = ۰ \qquad (\frac{dy}{dx})_{\text{خط جریان}} = \frac{۲x}{\frac{k}{c} - ۲y} \qquad (\frac{dy}{dx})_{\text{خط جریان}} = \frac{۲(۵)}{۱۲/۵ - ۲(۱۰)} = -\frac{۴}{۳}$$

با توجه به معادله دیفرانسیل خط جریان داریم:

$$\frac{dy}{V_y} = \frac{dx}{V_x} \Rightarrow \frac{V_y}{V_x} = (\frac{dy}{dx})_{\text{خط جریان}} \qquad \frac{V_y}{۵} = -\frac{۴}{۳} \Rightarrow V_y = -۶/۶۷ (\frac{m}{s})$$

مثال ۱۳۰: در شکل مقابل کدام یک از روابط در خصوص سرعت متوسط سیال خروجی از لوله $(\bar{V}_۳)$ صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) $\bar{V}_۳ = \frac{۱}{۹}(\bar{V}_۱ + ۴\bar{V}_۲)$

۲) $\bar{V}_۳ = \bar{V}_۱ + \bar{V}_۲$

۳) $\bar{V}_۳ = \frac{۱}{۹}(\bar{V}_۱ + ۲\bar{V}_۲)$

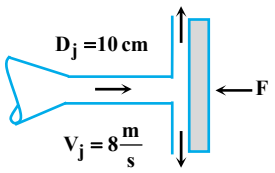
۴) $\bar{V}_۳ = \frac{۱}{۳}(\bar{V}_۱ + ۲\bar{V}_۲)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای محاسبه رابطه بین سرعت متوسط سیال خروجی و سرعت متوسط سیال‌های ورودی از معادله پیوستگی استفاده می‌شود، لذا داریم:

$$\bar{v}_۱ . \frac{\pi}{۴}D^۲ + \bar{v}_۲ . \frac{\pi}{۴}(۲D)^۲ = \bar{v}_۳ . \frac{\pi}{۴}(۳D)^۲ \qquad Q_۱ + Q_۲ = Q_۳$$

$$\bar{V}_۳ = \frac{۱}{۹}(\bar{V}_۱ + ۴\bar{V}_۲) \qquad \bar{V}_۱ + ۴\bar{V}_۲ = ۹\bar{V}_۳$$

مثال ۱۳۱: با صرف‌نظر کردن از نیروی ثقل و اصطکاک، نیروی مورد نیاز برای نگه‌داری صفحه در محل در شکل زیر عبارت است از: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)



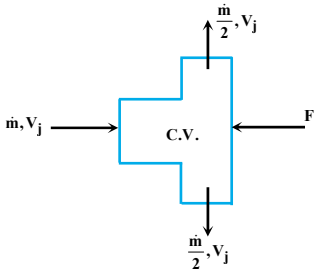
۱) ۵۰N

۲) ۵۰۰N

۳) ۶۲N

۴) ۶۲۷N

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی برای حجم کنترل مقابل داریم:



$$F_x = \dot{m}(V_{out})_x - \dot{m}(V_{in})_x \Rightarrow F_x = ۰ - \dot{m}V_j = -(\rho A_j V_j)V_j$$

نیروی لازم برای نگه‌داری صفحه در محل: $K_x = -F_x = \rho V_j^۲ . \frac{\pi}{۴}D_j^۲$

$$F = (۱۰۰۰)(۸)^۲ . \frac{\pi}{۴}(۰/۱)^۲ \qquad F \simeq ۵۰۰\,(N)$$

مثال ۱۳۲: در رابطه برنولی کدام عبارت صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) سیال تراکم‌ناپذیر ۲) تراکم‌پذیری سیال ۳) چرخشی بودن سیال ۴) عدم یکنواخت بودن جریان

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» معادله برنولی را می‌توان برای جریان دائمی، تراکم‌ناپذیر و بدون اصطکاک برای نقاط روی خط جریان اعمال کرد. ولی اگر فرض شود که جریان غیر چرخشی نیز باشد، معادله برنولی بین هر دو نقطه از جریان معتبر است.

مثال ۱۳۳: لوله پیتوت برای اندازه‌گیری کدام یک از موارد زیر به کار می‌رود؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) سرعت در یک نقطه معلوم ۲) دبی ۳) افت متوسط ۴) فشار در یک نقطه معلوم

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» لوله پیتوت برای اندازه‌گیری سرعت در یک نقطه معلوم به کار می‌رود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳۴: آب از سوراخ بدون اصطکاک A تحت ارتفاع ثابت h_1 خارج می‌شود. جت آب خارج شده از A به صفحه صاف و بدون وزنی که سوراخ مخزن دومی را پوشانده برخورد می‌کند. در صورتی که ارتفاع آب در مخزن دوم ثابت و h_2 باشد و سطح مقطع دو سوراخ برابر باشد، رابطه h_1 با h_2 چه می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $h_1 = \frac{h_2}{2}$ ۲) $h_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} h_2$ ۳) $h_1 = h_2$ ۴) $h_1 = 2h_2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و a داریم:

a) سطح آزاد آب در مخزن A ۱) خروجی آب از مخزن A

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{V_a^2}{2} + gZ_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 \qquad gh_1 = \frac{V_1^2}{2} \qquad V_1^2 = 2gh_1$$

با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور x ها داریم:

$$F_{1x} = (V_1)(-\rho V_1 A_1) + 0 \qquad K_{1x} = -F_{1x} = \rho V_1^2 A_1$$

$$K_{1x} = \rho(2gh_1)A_1 = 2\gamma h_1 A_1 \qquad F_2 = P_2 A_2 = \gamma h_2 A_2$$

در مخزن دوم، با استفاده از فشار هیدرواستاتیک داریم:

در حالت تعادل : $K_{1x} = F_2$

$$2\gamma h_1 A_1 = \gamma h_2 A_2 \qquad A_1 = A_2 \Rightarrow 2h_1 = h_2 \qquad h_1 = \frac{h_2}{2}$$

مثال ۱۳۵: بردار سرعت سیالی به صورت مقابل تعریف شده است: $\mathbf{u} = -2x\hat{i} + 3y\hat{j} + (5-7)\hat{k}$

خط جریان را در نقطه A(۲,۱,۱) تعیین کنید.

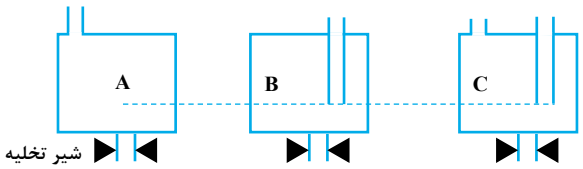
(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) $x = 3y$ $z = (5-x)^{\frac{1}{2}}$ ۲) $x^2 = y^3$ $x = (5-z)^{\frac{1}{2}}$ ۳) $x^2 = 3y$ $z = (5-x)^{\frac{1}{2}}$ ۴) $x^2 = y^3$ $z = (5-x)^{\frac{1}{2}}$

☑ **پاسخ:** صورت سؤال اشتباه است (ضریب k).

مثال ۱۳۶: حجم مخزن‌های A، B و C برابر بوده و همگی پر از آب می‌باشند. اگر این مخزن‌ها با لوله‌های نشان داده شده در شکل به محیط راه داشته باشند و شیر تخلیه آن‌ها نیز مشابه باشد، کدام رابطه برای زمان تخلیه کامل این مخزن‌ها صحیح است؟ برای تخلیه، شیر تخلیه را به طور کامل باز می‌کنیم.

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) $t_B > t_A, t_C$

۲) $t_C > t_A, t_B$

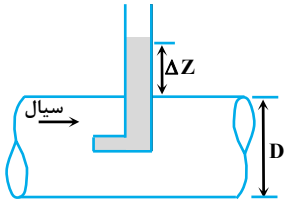
۳) $t_A = t_B = t_C$

۴) $t_A > t_B, t_C$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به شکل، بر روی سطح آزاد مایع در مخازن A و C در هنگام تخلیه همواره فشار اتمسفر اعمال می‌شود. در مورد مخزن B در هنگام تخلیه در بالای مخزن خلأ نسبی به وجود می‌آید و لذا زمان تخلیه این مخزن از دو مخزن دیگر بیشتر خواهد بود. بنابراین t_C و $t_B > t_A$ است.

مثال ۱۳۷: از سیستم زیر برای اندازه‌گیری سرعت در لوله استفاده می‌شود. در صورتی که قطر لوله اصلی (D) نصف شود، در دبی ثابت ارتفاع ΔZ چگونه تغییر می‌کند؟

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)



۱) ۴ برابر می‌شود.

۲) ۲ برابر می‌شود.

۳) ۱۶ برابر می‌شود.

۴) ۸ برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

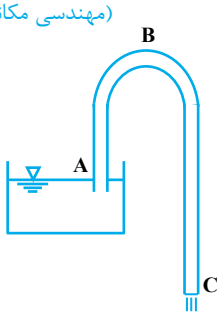
$$\Delta Z = \frac{V^2}{2g} \qquad V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \qquad \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = \left(\frac{D_1}{\frac{1}{2}D_1}\right)^2 = 4$$

$$\frac{(\Delta Z)_2}{(\Delta Z)_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = (4)^2 \Rightarrow (\Delta Z)_2 = 16(\Delta Z)_1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳۸: کدام رابطه در مورد سیفون شکل مقابل صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $P_B < P_A = P_C$

۲) $P_B < P_A < P_C$

۳) $P_A > P_B = P_C$

۴) $P_A = P_B = P_C$

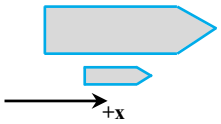
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» فشار نسبی در نقاط A و C که در مجاورت هوای آزاد هستند صفر بوده و در نقطه B (بالاترین نقطه سیفون) حداقل است. (جهت جریان از A به B است)

البته برای مقایسه فشار در نقاط A و B می‌توان از معادله برنولی نیز استفاده نمود. لذا داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^{2}}{2g}+Z_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^{2}}{2g}+Z_B \Rightarrow \frac{P_B}{\gamma}=\frac{P_A}{\gamma}-\frac{V_B^{2}}{2g}-Z_B \Rightarrow P_B < P_A \Rightarrow P_B < 0$$

و لذا : $P_B < P_A = P_C$.

مثال ۱۳۹: یک کشتی بزرگ و یک قایق کوچک در یک آب‌راه به موازات یکدیگر و با سرعت مساوی در جهت x+ حرکت می‌کنند. اگر قایق‌ران موتور و سکان قایق را به گونه‌ای تنظیم کند که نیروی جلوبرنده در جهت x+ باشد، به مرور و با گذشت زمان فاصلهٔ قایق با کشتی، چگونه تغییر می‌کند؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) کاهش می‌یابد.

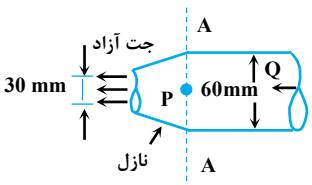
۲) تغییر نمی‌کند.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) بسته به سرعت حرکت ممکن است کاهش یا افزایش یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» به علت کاهش سطح مقطع، سرعت متوسط آب در بین قایق و کشتی افزایش می‌یابد و لذا یک ناحیه کم‌فشار بین آن‌ها ایجاد شده و نیرویی قایق و کشتی را به هم نزدیک می‌کند.

مثال ۱۴۰: جریان آب با چگالی $\rho=1000\frac{kg}{m^3}$ از طریق نازل شکل زیر به صورت جت آزاد خارج می‌شود. اگر نیروی وارد بر نازل 8100N باشد، مقدار فشار در مقطع قبل از نازل (مقطع AA) بر حسب $(\frac{N}{m^2})$ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



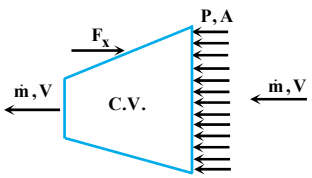
۱) $\frac{9\times10^6}{\pi}$

۲) $\frac{15\times10^6}{2\pi}$

۳) $\frac{15\times10^6}{\pi}$

۴) $\frac{9\times10^6}{2\pi}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی برای حجم کنترل نشان داده شده داریم:



$$\sum F_x=\sum(\dot{m}V_{out})_x-\sum(\dot{m}V_{in})_x$$

$$F_x-P_1A_1=(-V_1)(-\rho V_1A_1)+(-V_2)(\rho V_2A_2)$$

معادله پیوستگی : $V_1A_1=V_2A_2$

$$\frac{V_2}{V_1}=(\frac{D_1}{D_2})^2=(\frac{60}{30})^2 \qquad V_2=4V_1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

با استفاده از معادله برنولی بین ورودی و خروجی حجم کنترل، رابطه بین فشار و سرعت به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+\cancel{gy_1}=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+\cancel{gy_2}\qquad P_1=\frac{\rho}{2}[(4V_1)^2-V_1^2]\qquad P_1=\frac{15}{2}\rho V_1^2$$

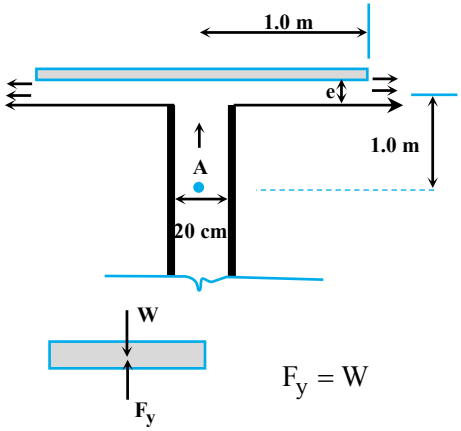
$$V_1^2=\frac{2}{15}\frac{P_1}{\rho}\qquad \frac{V_2^2}{16}=\frac{2}{15}\frac{P_1}{\rho}\qquad V_2^2=\frac{32}{15}\frac{P_1}{\rho}$$

با قرار دادن روابط فوق در معادله ممنتوم داریم:

$$8100-P_1\times\frac{\pi}{4}(0/06)^2=1000\times\frac{2}{15}\times\frac{P_1}{1000}\times\frac{\pi}{4}(0/06)^2-1000\times\frac{32}{15}\times\frac{P_1}{1000}\times\frac{\pi}{4}(0/03)^2$$

$$8100-P_1\times\pi(9\times10^{-4}+1/2\times10^{-4}-4/8\times10^{-4})=0\qquad P_1=\frac{15\times10^6}{\pi}\ (\frac{N}{m^2})$$

مثال ۱۴۱: **جریان دائمی در لوله‌ای به قطر ۲۰ سانتی‌متر مطابق شکل زیر برقرار است. در انتهای لوله یک صفحه دایره‌ای شکل به وزن 90π نیوتن قرار داده شده است که جریان پس از رسیدن به آن به صورت شعاعی خارج می‌گردد. در صورتی که فشار در نقطه A برابر $13/5kPa$ باشد، با صرف‌نظر کردن از کلیه افت‌ها و هم‌چنین با فرض این که در فضای بین لوله و صفحه در جریان شعاعی فقط سیال وجود دارد، فاصله صفحه فوقانی با لبه انتهایی لوله (e) بر حسب mm چقدر است؟ (ضخامت جریان در جهت شعاعی ثابت فرض می‌شود.)** $\left(\gamma=10000\frac{N}{m^3}\ ,\ g=10\frac{m}{s^2}\right)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) ۲/۸۱۲۵

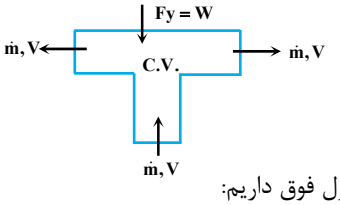
۲) ۳/۷۵

۳) ۶/۶۷

۴) ۷/۵

☑ **پاسخ:** اطلاعات مسأله کافی نیست. برای صفحه دایره‌ای در حالت تعادل داریم:

$$F_y=W$$

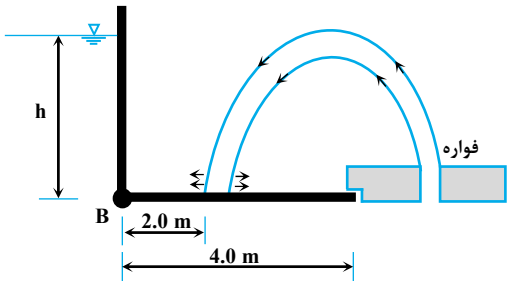


با استفاده از معادله ممنتوم در راستای محور y ها برای حجم کنترل فوق داریم:

$$-W=-\dot{m}V\qquad W=\rho V^2A\qquad V=(\frac{90\pi}{1000\times\frac{\pi}{4}\times0/2^2})^{\frac{1}{2}}=3(\frac{m}{s})$$

به علت مشخص نبودن حد بالایی فاصله $1(m)$ قائم در شکل، ادامه حل مسأله میسر نیست. در صورت معلوم بودن حد بالایی فاصله $1(m)$ قائم، با استفاده از معادله برنولی و معادله پیوستگی می‌توان جواب را به دست آورد.

مثال ۱۴۲: **در شکل زیر دریچه‌ای L شکل وجود دارد که در محل B لولا شده است. سطح مقطع فوّاره ثابت بوده و مقدار آن در واحد عرض $0/5$ متر مربع است. با توجه به مقادیری که در شکل داده شده است، حداقل ارتفاع h جهت باز شدن دریچه چند متر است؟ (از افت فشار صرف‌نظر می‌شود.) (فواره به صورت عمودی بر دریچه برخورد می‌نماید.)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) ۶

۲) $\sqrt{12}$

۳) $\sqrt{42}$

۴) $\sqrt{48}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۱» حداقل ارتفاع h جهت باز شدن دریچه وقتی است که: $F_A = 0$

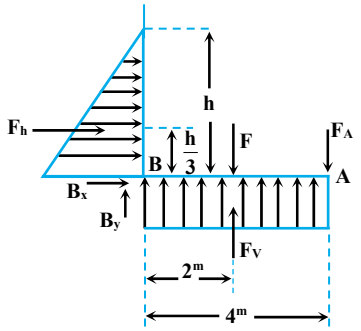
با گشتاورگیری نیروهای مشخص شده در شکل حول لولای B داریم:

$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 : \; -F_h\left(\frac{h}{3}\right) + F_V(2) - F(2) = 0$$

نیروی افقی وارد بر دریچه : $F_h = \gamma h_c A = \rho g \times \frac{h}{2} \times (h \times 1) = \frac{1}{2}\rho g h^2$

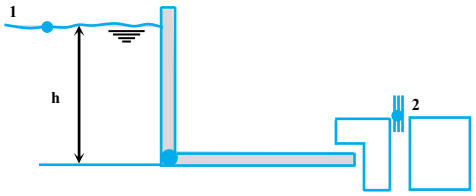
نیروی عمودی وارد بر دریچه : $F_V = (\rho g h)(4 \times 1) = 4\rho g h$

نیروی ناشی از برخورد فواره به صفحه : $F = \dot{m}V = \rho V^2 A_N$



شکل منشور فشار و دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر دریچه

با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد و نقطه شروع فوران، می‌توان سرعت فوران V را تعیین نمود. لذا داریم:



$$P_1 = P_2 = 0 \;,\; V_1 = 0$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = h \Rightarrow V^2 = 2gh$$

$$F = \rho(2gh)(0/5) = \rho g h$$

با قرار دادن نیروهای مشخص شده در رابطه تعادل گشتاورها داریم: $h^2 = 36 \Rightarrow h = 6(m)$

$$-\frac{1}{2}\rho g h^2 \left(\frac{h}{3}\right) + 4\rho g h(2) - \rho g h(2) = 0$$

مثال ۱۴۳: **شکل داده شده دو سیستم جریان را نشان می‌دهد که در هر دو سیستم، جریان یک سیّال تراکم‌پذیر با دبی ثابت Q از چپ به راست برقرار می‌باشد. هر دو سیستم از نظر هندسی کاملاً یکسان می‌باشند و در آن‌ها سطح مقطع لوله در یک فاصله ثابت از A به 2A تغییر می‌کند. بر اساس تحلیل یک بعدی و با فرض توزیع یکنواخت سرعت در مقاطع جریان، کدام عبارت در مورد شتاب ذره‌ای که در نقطه B (در وسط و در امتداد محور لوله) قرار دارد، صادق می‌باشد؟**

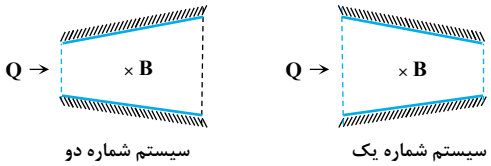
(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) هر دو سیستم دارای شتاب تندشونده هستند.

۲) شتاب در نقطه B در هر دو سیستم برابر صفر می‌باشد.

۳) شتاب در سیستم شماره یک، شتاب تندشونده و در سیستم شماره دو شتاب کندشونده می‌باشد.

۴) شتاب در سیستم شماره یک، شتاب کندشونده و در سیستم شماره دو شتاب تندشونده می‌باشد.



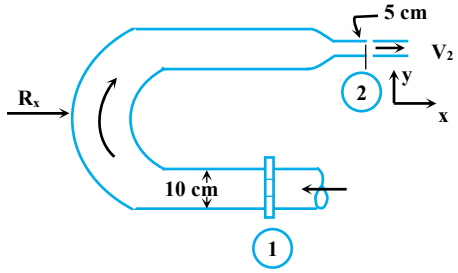
پاسخ: گزینه «۳» بر اساس تحلیل یک بعدی (جریان در جهت x) و با دبی ثابت و نیز توزیع سرعت یکنواخت در مقاطع برای جریان تراکم‌پذیر مادون صوت داریم:

$$a_x = V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y\frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial t} \qquad a_x = V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}$$

در هر دو سیستم و با توجه به سطح مقطع یکسان در نقطه B، V_x ها برابر بوده ولی در سیستم شماره یک با توجه به کاهش مقطع، سرعت افزایش و در سیستم شماره دو با توجه به افزایش سطح مقطع، سرعت کاهش می‌یابد. بنابراین در سیستم شماره یک، شتاب تندشونده و در سیستم شماره دو، شتاب کندشونده است.

مثال ۱۴۴: **جریان آب با دبی $0/05\pi \frac{m^3}{s}$ در یک لوله زانویی واقع در یک سطح افقی توسط یک نازل به قطر $d_2 = 5cm$ به اتمسفر تخلیه می‌شود. در صورتی که قطر لوله $d_1 = 10cm$ بوده و از افت انرژی صرف‌نظر شود، مقدار نیروی عکس‌العمل R_x زانویی وارد بر جریان مایع چند کیلونیوتن (kN) خواهد شد؟** $\left(\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3},\; g = 10\frac{m}{s^2}\right)$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $2/5\pi$

۲) $7/5\pi$

۳) $10/5\pi$

۴) $12/5\pi$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد محور x ها برای حجم کنترل فوق داریم:

$$\sum F_x = \sum (\dot{m}V_x)_{out} - \sum (\dot{m}V_x)_{in}$$

$$F_x - P_1A_1 = (-V_1)(-\rho Q) + (+V_2)(+\rho Q)$$

$$R_x = \rho Q(V_1 + V_2) + P_1A_1$$

نیروی وارد بر زانویی : $R_x = -K_x \quad , \quad K_x = -F_x$

با توجه به معلوم بودن دبی حجمی، برای محاسبه سرعت سیال در مقاطع ۱ و ۲ داریم:

$$V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}d_2^2} = \frac{0/05\pi}{\frac{\pi}{4}(0/05)^2} = 80\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}d_1^2} = \frac{0/05\pi}{\frac{\pi}{4}(0/1)^2} = 20\left(\frac{m}{s}\right)$$

برای محاسبه فشار مقطع ۱ با استفاده از معادله برنولی بین مقاطع ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g\cancel{y_1} = \cancel{\frac{P_2}{\rho}}^{\circ} + \frac{V_2^2}{2} + g\cancel{y_2}$$

$$P_1 = \frac{\rho}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

$$P_1 = \frac{1000}{2}(80^2 - 20^2) = 3\times10^6\,(Pa)$$

$$R_x = 1000\times0/05\pi(20+80) + 3\times10^6\times\frac{\pi}{4}(0/1)^2$$

$$R_x = 12500\pi\,(N) = 12/5\pi\,(kN)$$

مثال ۱۴۵: **برای به دست آوردن معادله $\left(\sum f_x = \rho Q(V_{xout} - V_{xin})\right)$ از بین چهار فرض ذکر شده، دو فرض ساده‌کننده که نیاز می‌باشد کدام می‌باشند؟ ۱ـ سرعت روی سطح مقطع ثابت است. ۲ـ جریان پایا. ۳ـ سیال تراکم‌پذیر. ۴ـ جریان بدون اصطکاک (سیال ایده‌آل).**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲ و ۱ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۴ و ۲ ۴) ۲ و ۳

پاسخ: گزینه «۱»

$$\sum F_x = \rho Q\left[(V_x)_{out} - (V_x)_{in}\right]$$

در استخراج معادله فوق از فرم انتگرالی معادله ممنتوم، باید جریان پایدار، تراکم‌ناپذیر، دارای یک ورودی و یک خروجی و نیز سرعت ثابت روی این سطح مقطع‌ها باشد.

مثال ۱۴۶: **از یک لوله به شکل نازل (nozzle) که به صورت عمودی قرار دارد، آب با شدت جریان $6/28\frac{kg}{s}$ از آن خارج شده و به سمت بالا پرتاب می‌گردد. اگر قطر نازل در قسمت خروجی آب ۲cm باشد، آب تا ارتفاع چند متری پرتاب می‌شود؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$، جرم مخصوص آب $\rho = 1\frac{kg}{lit}$ می‌باشد.)**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

پاسخ: گزینه «۲»

تبدیل واحد جرم مخصوص آب به واحد SI : $\rho = 1\frac{kg}{lit}\times\frac{1000\,lit}{1m^3} = 1000\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

دبی جرمی : $\dot{m} = \rho VA$

$$V = \frac{6/28}{1000\times\frac{3/14}{4}\times(0/02)^2} = 20\left(\frac{m}{s}\right)$$

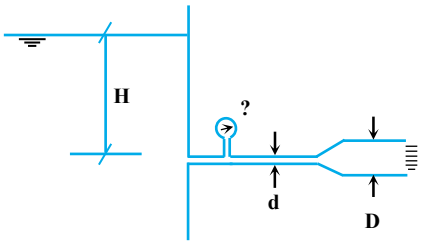
با استفاده از معادله برنولی بین خروجی نازل و قسمت انتهایی آب پرتاب شده داریم:

$$\frac{\cancel{P_1}^{\circ}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{Z_1}^{\circ} = \frac{\cancel{P_2}^{\circ}}{\gamma} + \frac{\cancel{V_2}^{\circ}}{2g} + Z_2 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} = h \Rightarrow h = \frac{(20)^2}{2\times10} \qquad h = 20\,(m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴۷: در شکل زیر، آب که تمام مقطع لوله قطور را پر کرده است، به اتمسفر تخلیه می‌شود. می‌دانیم که $D = ۱/۵d$ است. با صرف‌نظر کردن از کلیه تلفات، فشار در لوله باریک بر حسب ρgH تقریباً چقدر است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)



۱) -۱

۲) -۲

۳) -۳

۴) -۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

معادله برنولی بین سطح آزاد آب در مخزن و ورودی لوله: $\frac{P_a}{\gamma}+\frac{V_a^2}{2g}+y_a=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1 \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=H$

معادله برنولی بین ورودی و خروجی لوله: $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2 \Rightarrow \frac{V_2^2}{2}=gH$

معادله پیوستگی بین ورودی و خروجی لوله: $V_1d^2=V_2D^2 \qquad V_1=V_2(\frac{D}{d})^2=(1/5)^2V_2$

$$\frac{V_1^2}{2}=(2/25)^2\frac{V_2^2}{2}=(2/25)^2gH$$

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=H\Rightarrow\frac{P_1}{\gamma}=H-\frac{V_1^2}{2g}\Rightarrow\frac{P_1}{\gamma}=H-\frac{(2/25)^2gH}{g}=H(1-(2/25)^2)\approx -4H\Rightarrow\frac{P_1}{\rho gH}=-4$$

مثال ۱۴۸: یک میدان جریان با رابطه $\vec{V}=ax\hat{i}+by\vec{j}$ داده شده است که در آن a و b ضرایب ثابتی هستند. معادله خطوط جریان کدام است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

۱) $y=cx^{\frac{b}{a}}$ ۲) $y=cx^{\frac{a}{b}}$ ۳) $y=cx^{-\frac{a}{b}}$ ۴) $y=cx^{-\frac{b}{a}}$

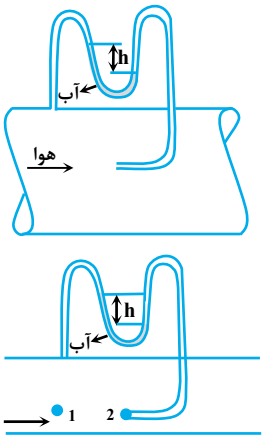
☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$\vec{V}=ax\vec{i}+by\vec{j} \qquad V_x=ax\ ,\ V_y=by$$

با توجه به معادله دیفرانسیل خط جریان داریم: $\frac{dy}{dx}=\frac{V_y}{V_x} \qquad \frac{dy}{V_y}=\frac{dx}{V_x} \qquad \frac{dy}{by}=\frac{dx}{ax} \qquad \frac{dy}{y}=\frac{b}{a}\frac{dx}{x}$

انتگرال‌گیری: $Lny=\frac{b}{a}Lnx+Lnc \qquad Lny=Lnx^{\frac{b}{a}}+Lnc=Ln(cx^{\frac{b}{a}}) \qquad y=cx^{\frac{b}{a}}$

مثال ۱۴۹: در شکل زیر اختلاف ارتفاع ستون آب در مانومتر دیفرانسیلی $h = ۹۸mm$ است. سرعت جریان هوا در مرکز لوله بر حسب متر بر ثانیه تقریباً چقدر است؟ (از اصطکاک صرف‌نظر کنید. $g = ۹/۸\frac{m}{s^2}$ و $\rho_{هوا} = ۸۰۰\rho_{آب}$) (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



۱) ۳۱

۲) ۳۹

۳) ۴۴

۴) ۴۹

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به شکل زیر و با استفاده از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۲ (سکون) داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma_{air}}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma_{air}}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2\Rightarrow V_1=\sqrt{\frac{2(P_2-P_1)}{\rho_{air}}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

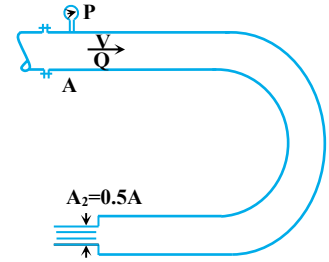
www.modaresanesharif.ac.ir

با استفاده از معادله مانومتری بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$P_1+\gamma_w h=P_2\Rightarrow P_2-P_1=\gamma_w h\Rightarrow V=\sqrt{\frac{2\rho_w gh}{\rho_{air}}}\quad,\quad \frac{\rho_w}{\rho_{air}}=800$$

$$V=\sqrt{2\times 9/8\times(800\times 98\times 10^{-3})}=\sqrt{16\times 98\times 98\times 10^{-2}}=4\times 98\times 10^{-1}\qquad V\approx 39(\frac{m}{s})$$

مثال ۱۵۰: **آب با سرعت V و دبی Q وارد یک زانویی ۱۸۰° می‌شود که در صفحه افق قرار دارد و آن را با سرعت 2V تحت فشار اتمسفر ترک می‌کند. نیرویی که بر این زانویی وارد می‌شود، چند برابر ρQV است؟ (از اصطکاک چشم‌پوشی کنید.)** (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

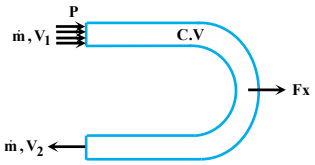


۱) ۱/۵

۲) ۳

۳) ۴/۵

۴) ۶



☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی برای حجم کنترل مشخص شده داریم:

$$\sum F_x=\dot m[(V_{out})_x-(V_{in})_x]\Rightarrow PA_1+F_x=\rho Q(-V_2-V_1)$$

معادله پیوستگی : $\dot m_1=\dot m_2\Rightarrow \rho V_1A_1=\rho V_2A_2\Rightarrow V\times A=V_2\times\frac{A}{2}\Rightarrow V_2=2V$

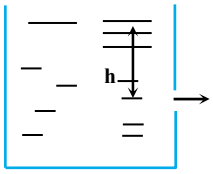
برای تعیین فشار P_1 از معادله برنولی بین ورودی ۱ و خروجی ۲ استفاده می‌کنیم، بدین ترتیب:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+\cancel{y_1}=\frac{\overset{\circ}{\cancel{P_2}}}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+\cancel{y_2}\qquad \frac{P_1}{\gamma}=-\frac{V^2}{2g}+\frac{(2V)^2}{2g}$$

$$P_1=\frac{3}{2}\rho V^2\qquad \text{نیروی وارده بر زانویی: } K_x=-F_x=(\frac{3}{2}\rho V^2)A+\rho QV+2\rho QV\qquad Q=VA$$

$$K_x=\frac{3}{2}\rho QV+3\rho QV\qquad K_x=4/5\rho QV$$

مثال ۱۵۱: **بر اساس قضیه تریسلی، سرعت خروج یک سیال از روزنه یک منبع (اگر جداره منبع نازک باشد) وقتی تا ارتفاع h از روزنه قرار گرفته باشد برابر است با:** (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)



۱) $V=2gh$

۲) $V=gh^2$

۳) $V=\sqrt{2gh}$

۴) $V=\circ$

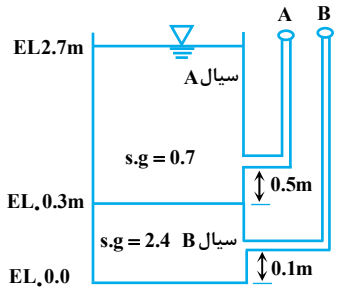
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله برنولی بین یک نقطه واقع در سطح آزاد سیال و یک نقطه واقع در خروج منبع داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2\ ،\ P_1=P_2=\circ\ ,\ V_1=\circ\ (\text{سطح تانک بزرگ است})\ ،\ z_1-z_2=h\quad ;\quad V_2=\sqrt{2gh}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۵۲: در شکل زیر اختلاف سطح پیزومترهای A و B چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) صفر

۲) ۱/۰ متر

۳) ۱/۷ متر

۴) ۲/۰ متر

پاسخ: گزینه «۳» از معادله برنولی یک بار بین سطح آزاد سیال A و یک نقطه واقع در سطح لوله پیزومتری A و بار دیگر بین سطح آزاد سیال B و یک نقطه واقع در سطح لولهٔ پیزومتری B استفاده کرده و داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma_A}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_A}{\gamma_A}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A \;,\; V_1=V_A=0 \;,\; P_1=P_A=0 \Rightarrow Z_1=Z_A=2/7\,(m)$$

$$\frac{P_1'}{\gamma_B}+\frac{V_1'^2}{2g}+Z_1'=\frac{P_B}{\gamma_B}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B \;,\; V_1'=V_B=0 \;,\; P_1'=(2/7-0/3)\times 0/7\gamma_w \;,\; P_B=0$$

$$\frac{2/4\times 0/7\times\gamma_w}{2/4\gamma_w}+0/3=Z_B \Rightarrow Z_B=1(m) \Rightarrow Z_A-Z_B=1/7(m)$$

مثال ۱۵۳: در شکل زیر از لوله (۱) با قطر d، مایعی با چگالی ρ و سرعت V وارد مخزن می‌گردد. از لوله (۲) به قطر $\sqrt{2}d$ نیز مایعی با چگالی $1/2\rho$ و سرعت $V/2$ وارد مخزن می‌شود. با فرض عدم تراکم سیال هنگام مخلوط شدن در مخزن، چگالی مایع خروجی از لوله (۳) با قطر 2d چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) $1/1\rho$

۲) $1/2\rho$

۳) $1/4\rho$

۴) $1/5\rho$

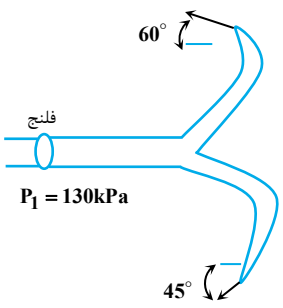
پاسخ: گزینه «۱» با توجه به این که سیال مایع و تراکم‌ناپذیر است، هم دبی جرمی ورودی برابر با دبی جرمی خروجی است و هم دبی حجمی ورودی برابر با دبی حجمی خروجی است. بنابراین داریم:

بقای دبی جرمی : $\dot{m}_1+\dot{m}_2=\dot{m}_3 \Rightarrow \rho V\times\frac{\pi}{4}d^2+1/2\rho\times\frac{V}{2}\times\frac{\pi}{4}2d^2=\rho_3V_3\times\frac{\pi}{4}\times 4d^2 \Rightarrow 0/55\rho V=\rho_3V_3\,(I)$

بقای دبی حجمی : $Q_1+Q_2=Q_3 \Rightarrow \frac{\pi}{4}d^2V+\frac{\pi}{4}\times 2d^2\times\frac{V}{2}=\frac{\pi}{4}\times 4d^2\times V_3$

$$V_3=\frac{V}{2} \xrightarrow{\text{قرار دادن در (I)}} 1/1\rho=\rho_3$$

مثال ۱۵۴: آب توسط دو نازل با سطح مقطع ۰/۰۰۱ متر مربع و سرعت $15\frac{m}{sec}$ در صفحه افقی پخش می‌شود. نیروی افقی که از طرف نازل‌ها بر فلنج واقع در مقطع (۱) وارد می‌شود چقدر است؟ $(\sqrt{2}\approx 1/4)$. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) ۱۱۲۰ نیوتن

۲) ۱۴۸۰ نیوتن

۳) ۱۶۶۰ نیوتن

۴) ۹۴۰ نیوتن

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از معادله ممنتوم در راستای افقی بین محل انشعاب هر یک از دو نازل و انتهای نازل‌ها داریم:

$$F_{1x}+P_1A_1=\dot{m}(-V_2\cos 60^\circ-V_1)\ ,\ F_{2x}+P_1A_1'=\dot{m}(-V_3\cos 45^\circ-V_1')$$

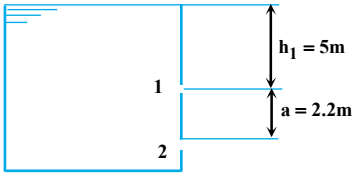
$$V_1=V_1'=V_2=V_3=15(\frac{m}{s})\qquad \dot{m}=\rho V_2A_2=\rho V_3A_3=1000\times 15\times 0/001=15(\frac{kg}{s})$$

$$K_{1x}=-F_{1x}=1300\times 10^3\times 0/001+15(15\times 0/5+15)\Rightarrow K_{1x}=467/5\ (N)$$

$$K_{2x}=-F_{2x}=1300\times 10^3\times 0/001+15(15\times 0/7+15)\Rightarrow K_{2x}=512/5\ (N)$$

$$(K_x)_{tot.}=K_{1x}+K_{2x}=467/5+512/5\Rightarrow (K_x)_{tot.}=980\ (N)$$

مثال ۱۵۵: **مخزن داده شده پر از آب است و از طریق خروجی‌های ۱ و ۲ تخلیه می‌شود. اگر سطح مقطع این مخزن بزرگ باشد، سرعت آب در خروجی‌ها به طور تقریبی چه اندازه است؟** (مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی کاربردی» ـ آزاد ۸۹)



۱) $V_1=10\frac{m}{s}$, $V_2=12\frac{m}{s}$

۲) $V_1=5\frac{m}{s}$, $V_2=8\frac{m}{s}$

۳) $V_1=6\frac{m}{s}$, $V_2=8\frac{m}{s}$

۴) $V_1=5\frac{m}{s}$, $V_2=6\frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد و هر یک از خروجی‌ها داریم:

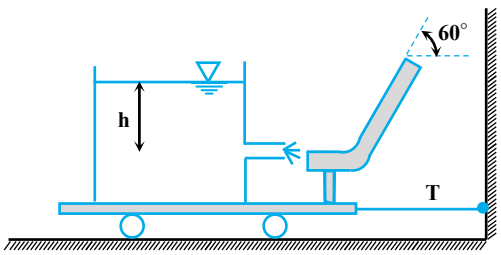
$$\frac{P_\circ}{\gamma}+\frac{V_\circ^2}{2g}+Z_\circ=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1\Rightarrow \frac{V_1^2}{2g}=Z_\circ-Z_1$$

$$V_1=\sqrt{2g(Z_\circ-Z_1)}=\sqrt{2\times 10\times 5}=10(\frac{m}{s})$$

$$\frac{P_\circ}{\gamma}+\frac{V_\circ^2}{2g}+Z_\circ=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

$$\frac{V_2^2}{2g}=Z_\circ-Z_2\Rightarrow V_2=\sqrt{2g(Z_\circ-Z_2)}=\sqrt{2\times 10\times 7/2}=12(\frac{m}{s})$$

مثال ۱۵۶: **در شکل زیر جت آب از داخل روزنه‌ای به قطر D در دیواره یک مخزن استوانه‌ای که بر روی یک ارابه قرار گرفته است، به یک پره با زاویه ۶۰ درجه برخورد می‌کند. در صورتی‌که اصطکاک بین ارابه و کف ناچیز باشد، نیروی کشش کابل (T) چقدر است؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) $\frac{\pi D^2gh}{2}$

۲) $\frac{\pi D^2gh}{8}$

۳) $\frac{\pi D^2gh}{16}$

۴) $\frac{\pi D^2gh}{4}$

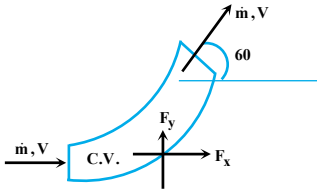
☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و خروجی روزنه داریم:

$$\frac{P_\circ}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2\Rightarrow V=\sqrt{2gh}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

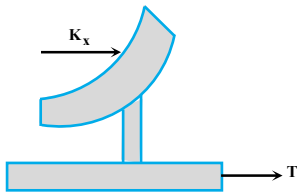
با استفاده از معادله ممنتوم در امتداد افقی برای حجم کنترل زیر داریم:



$$F_x = \dot{m}(V_{out})_x - \dot{m}(V_{in})_x$$

نیروی وارده از طرف سیال بر ارابه : $K_x = -F_x = \dot{m}(V - V\cos 60^\circ) = \frac{\dot{m}V}{2}$

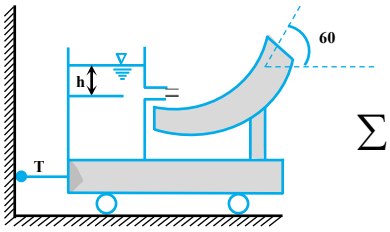
دیاگرام آزاد نیروهای وارده بر ارابه در راستای x را به صورت زیر در نظر گرفته داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T + K_x = 0 \Rightarrow T = -K_x = -\frac{\dot{m}V}{2}$$

با توجه به منفی شدن نیروی T نتیجه می‌شود که کابل اصلاً تحت کشش قرار نگرفته و هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست و $T = 0$ است.

حال اگر فرض شود که کابل از سمت چپ به ارابه متصل شده است، برای محاسبه نیروی کشش کابل داریم:

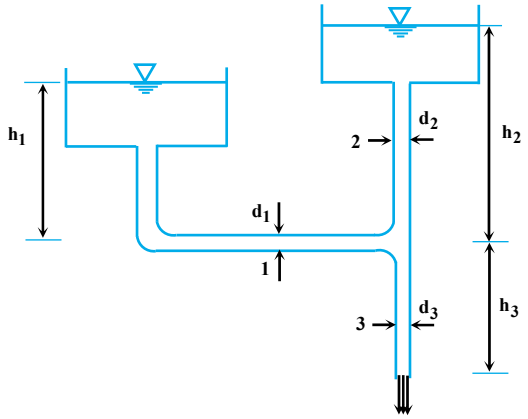


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = K_x = \frac{\dot{m}V}{2} \Rightarrow T = \frac{\rho AV \times V}{2} = \frac{\rho AV^2}{2} = \frac{\rho(\frac{\pi D^2}{4})(2gh)}{2} \Rightarrow T = \frac{\rho\pi D^2 gh}{4}$$

که در این صورت گزینه‌ی (۴) صحیح است (در پاسخ‌ها ρ جا افتاده است.)

مثال ۱۵۷: **جریان از دو مخزن به وسیله دو لوله شماره (۱) و (۲) خارج شده و در لوله شماره (۳) با هم مخلوط شده و مطابق شکل زیر به داخل فضای باز منتقل می‌گردد. در صورتی‌که هر دو مخزن حاوی یک سیال باشند، میزان دبی خروجی از لوله شماره (۳) چقدر است؟ (افت‌های اصطکاکی ناچیز است.)**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



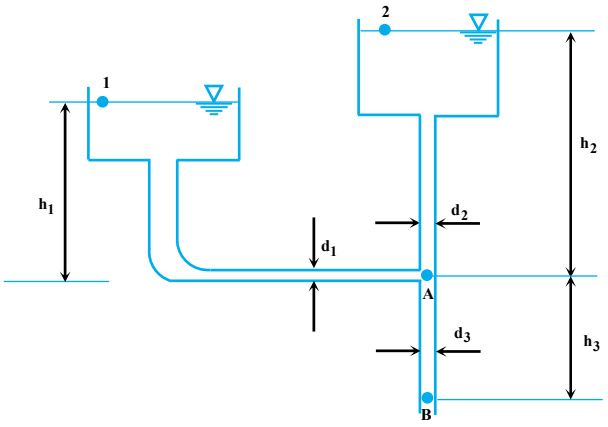
۱) $\pi\sqrt{2g}\left[d_1^2\sqrt{h_1+h_3} + d_2^2\sqrt{h_2+h_3}\right]$

۲) $\frac{\pi}{4}\sqrt{2g}\left[d_1^2\sqrt{h_1+h_3} + d_2^2\sqrt{h_2+h_3}\right]$

۳) $\frac{\pi}{2}\sqrt{2g}\left[d_1^2\sqrt{h_1+h_3} + d_2^2\sqrt{h_2+h_3}\right]$

۴) $\frac{\pi}{3}\sqrt{2g}\left[d_1^2\sqrt{h_1+h_3} + d_2^2\sqrt{h_2+h_3}\right]$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله برنولی بین نقطه ۱ و A (مربوط به سیال مخزن ۱ قبل از مخلوط شدن) و بین نقطه ۲ و A (مربوط به سیال مخزن ۲ قبل از مخلوط شدن) به صورت جداگانه داریم:



$$\frac{P_1}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_1^2}{2g}^{\circ} + Z_1 = \frac{P_{A_1}}{\gamma} + \frac{V_{A_1}^2}{2g} + Z_{A_1}$$

$$\frac{V_{A_1}^2}{2g} = (Z_1 - Z_{A_1}) - \frac{P_{A_1}}{\gamma} \Rightarrow V_{A_1} = \sqrt{2g(h_1 - \frac{P_{A_1}}{\gamma})}$$

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{P_{A_2}}{\gamma} + \frac{V_{A_2}^2}{2g} + Z_{A_2}$$

$$\frac{V_{A_2}^2}{2g} = (Z_2 - Z_{A_2}) - \frac{P_{A_2}}{\gamma} \Rightarrow V_{A_2} = \sqrt{2g(h_2 - \frac{P_{A_2}}{\gamma})}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فشار در نقطه A قبل و بعد از مخلوط شدن را یکسان در نظر گرفته و داریم: $P_{A_1} = P_{A_2} = P_A$

حال با استفاده از معادله برنولی بین نقطه A (بعد از مخلوط شدن) و خروجی لوله B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \cancel{\frac{P_B}{\gamma}}^{\circ} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B \quad , \quad V_A = V_B \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = Z_B - Z_A = -h_3$$

با قرار دادن در روابط فوق داریم:

$$V_{A_1} = \sqrt{2g(h_1 + h_3)} \quad , \quad V_{A_2} = \sqrt{2g(h_2 + h_3)}$$

از طرفی با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

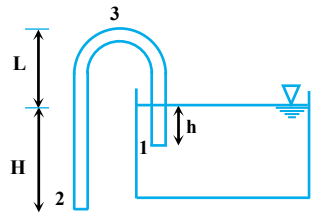
$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \Rightarrow \rho Q_1 + \rho Q_2 = \rho Q_3$$

$$A_1V_1 + A_2V_2 = Q_3 \Rightarrow Q_3 = \frac{\pi d_1^2}{4}\sqrt{2g(h_1 + h_3)} + \frac{\pi d_2^2}{4}\sqrt{2g(h_2 + h_3)}$$

$$Q_3 = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4}\left[d_1^2\sqrt{(h_1 + h_3)} + d_2^2\sqrt{(h_2 + h_3)}\right]$$

مثال ۱۵۸: **در سیفون نشان داده شده در شکل زیر در صورتی‌که h چهار برابر شود، سرعت در مقطع (۲) و فشار در مقطع (۳) به ترتیب چه تغییری می‌کند. (افت‌های اصطکاکی ناچیز است.)**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) سرعت و فشار بدون تغییر می‌ماند.

۲) سرعت بدون تغییر و فشار نصف می‌شود.

۳) سرعت بدون تغییر و فشار دو برابر می‌شود.

۴) سرعت نصف و فشار دو برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و نقاط ۲ و ۳ به صورت جداگانه داریم:

معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و نقطه ۲ : $\frac{P_\circ}{\gamma} + \frac{V_\circ^2}{2g} + Z_\circ = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2g(Z_\circ - Z_2)} = \sqrt{2gH}$

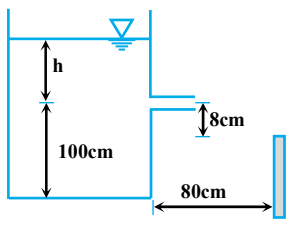
ملاحظه می‌شود که سرعت جریان داخل لوله سیفون فقط تابعی از H است و به h وابسته نیست.

معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و نقطه ۳ : $\cancel{\frac{P_\circ}{\gamma}}^{\circ} + \cancel{\frac{V_\circ^2}{2g}}^{\circ} + \cancel{Z_\circ}^{\circ} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 \Rightarrow \frac{P_3}{\gamma} = -\frac{V_3^2}{2g} - L$

از رابطه فوق مشخص است که فشار P_3 فقط تابعی از سرعت جریان داخل لوله سیفون و طول L است و چون سرعت جریان داخل لوله سیفون نیز فقط به H بستگی دارد و از h مستقل است، بنابراین فشار P_3 نیز از h مستقل خواهد بود.

مثال ۱۵۹: **در شکل زیر برای آن‌که جت آب خروجی از مخزن بتواند دیواره مجاور مخزن را تخریب نماید، ارتفاع آب h در مخزن باید چقدر باشد؟**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) ۲(m)

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$(m)

۳) $\sqrt{2}$(m)

۴) ۱(m)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای تعیین سرعت خروجی جت آب بر حسب ارتفاع h، با استفاده از معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و روزنه خروجی داریم:

$$\frac{P_\circ}{\gamma}+\frac{V_\circ^2}{2g}+Z_\circ=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1 \Rightarrow V_1=\sqrt{2gh}$$

از طرفی جریان خروجی از روزنه مخزن را می‌توان به صورت حرکت پرتابی با زاویه صفر در نظر گرفت. لذا با توجه به این که جریان خروجی باعث تخریب دیواره مجاور می‌شود، داریم:

معادله حرکت پرتابه افقی: $y=\frac{g x^2}{2V_1^2}$

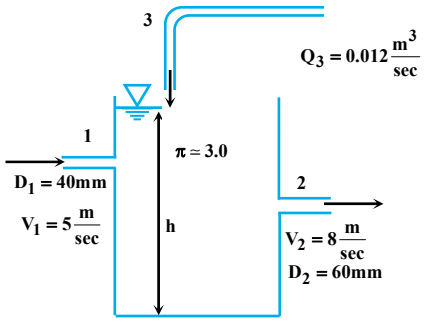
$$\begin{cases} x=80\,cm \\ y=8cm \end{cases} \Rightarrow 8\times10^{-2}=\frac{1}{2}g\times\frac{(80\times10^{-2})^2}{V_1^2} \Rightarrow V_1=2\sqrt{g}$$

با قرار دادن در رابطه سرعت خروجی از مخزن داریم:

$$\sqrt{2gh}=2\sqrt{g} \Rightarrow 2gh=4g \Rightarrow h=2\,(m)$$

مثال ۱۶۰: **در شکل زیر مخزن استوانه‌ای به قطر یک متر توسط لوله‌های (۱) و (۳) پر شده و توسط لوله (۲) به طور هم‌زمان تخلیه می‌گردد. نرخ تغییرات تراز آب مخزن چقدر می‌باشد؟**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



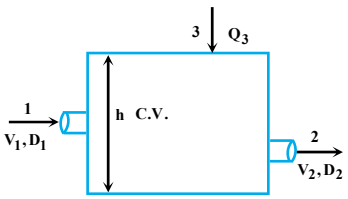
۱) $4/8\frac{mm}{sec}$ کاهش سطح آب

۲) $3/6\frac{mm}{sec}$ کاهش سطح آب

۳) $4/8\frac{mm}{sec}$ افزایش سطح آب

۴) $3/6\frac{mm}{sec}$ افزایش سطح آب

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله پیوستگی برای حجم کنترل نشان داده شده داریم:



$$\sum \dot{m}_{out}-\sum \dot{m}_{in}=-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dv$$

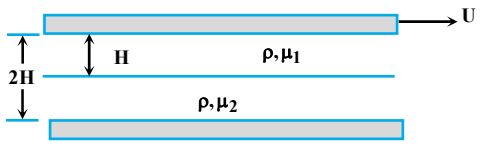
$$\rho A_2V_2-\rho Q_3-\rho A_1V_1=-\rho A\frac{dh}{dt} \Rightarrow Q_3+A_1V_1-A_2V_2=A\frac{dh}{dt}$$

$$Q_3+\frac{\pi D_1^2}{4}V_1-\frac{\pi D_2^2}{4}V_2=\frac{\pi D^2}{4}\frac{dh}{dt} \Rightarrow 0/012+\frac{3}{4}(0/04)^2\times5-\frac{3}{4}(0/06)^2\times8=\frac{3}{4}\times1\times\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt}=-4/8\times10^{-3}\,(\frac{m}{sec})=-4/8\,(\frac{mm}{sec})$$

لذا تراز آب داخل مخزن با نرخ $4/8(\frac{mm}{sec})$ کاهش می‌یابد.

مثال ۱۶۱: **دو مایع غیرقابل اختلاط با چگالی‌های یکسان و لزجت‌های متفاوت فضای بین دو صفحه افقی به فاصله 2H را پر کرده‌اند. صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی با سرعت ثابت U کشیده می‌شود. فشار در جهت حرکت ثابت است. تنش برشی (τ) که به صفحه پایینی وارد می‌شود چقدر است؟**

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\mu_2U(1+\frac{\mu_2}{\mu_1})}{H}$

۲) $\frac{\mu_1U}{H(1+\frac{\mu_2}{\mu_1})}$

۳) $\frac{\mu_2U}{H(1+\frac{\mu_2}{\mu_1})}$

۴) $\frac{H(1+\frac{\mu_2}{\mu_1})}{\mu_2U}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای محاسبه تنش برشی وارد بر صفحه پایینی، ابتدا باید سرعت در مرز مشترک دو سیال (V) محاسبه شود. برای محاسبه این سرعت، باید توجه داشت که تنش برشی ناشی از سیال بالایی (سیال با لزجت μ_1) با تنش برشی ناشی از سیال پایینی (سیال با لزجت μ_2) در این مرز با یک‌دیگر یکسان هستند.

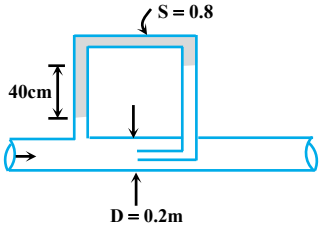
توجه شود که می‌توان ضخامت هر یک از دو سیال را ناچیز و در نتیجه پروفیل سرعت را خطی در نظر گرفت.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow \mu_1 \frac{U - V}{H} = \mu_2 \frac{V - 0}{H} \Rightarrow \mu_1 U = V(\mu_1 + \mu_2) \Rightarrow V = \frac{\mu_1 U}{\mu_1 + \mu_2}$$

تنش برشی وارد بر صفحه پایینی: $\tau = \mu_2 \frac{du}{dy} = \mu_2 \frac{\Delta u}{\Delta y} \Rightarrow \tau = \mu_2 \frac{V - 0}{H} = \mu_2 \times \frac{\frac{\mu_1 U}{\mu_1 + \mu_2}}{H} = \frac{\mu_1 \mu_2 U}{H(\mu_1 + \mu_2)} \Rightarrow \tau = \frac{\mu_2 U}{H(1 + \frac{\mu_2}{\mu_1})}$

مثال ۱۶۲: **جریان آب در یک لوله افقی به قطر ۰/۲ متر برقرار است. با توجه به شرایط نشان داده شده در شکل، مقدار دبی جریان چند متر مکعب بر ثانیه است؟ (از افت اصطکاکی صرف‌نظر می‌شود.)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



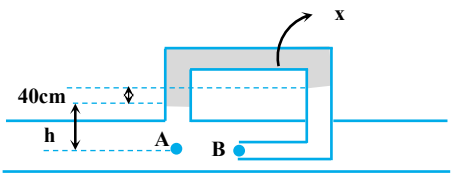
۱) $\frac{\pi\sqrt{g}}{250}$

۲) $\frac{\pi\sqrt{2g}}{500}$

۳) $\frac{\pi\sqrt{g}}{125}$

۴) $\frac{\pi\sqrt{2g}}{125}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» نقاط A و B در روی شکل در نظر گرفته می‌شوند.



$V_A = V$

$V_B = 0$ نقطه سکون

با نوشتن معادله مانومتری بین نقاط A و B داریم:

$$P_A - \gamma_w h - 0/4\gamma_x + 0/4\gamma_w + \gamma_w h = P_B$$

$$\frac{P_B - P_A}{\gamma_w} = 0/4 - 0/4\frac{\gamma_x}{\gamma_w} = 0/4(1 - S) \Rightarrow \frac{P_B - P_A}{\gamma_w} = 0/4 \times 0/2 = 0/08$$

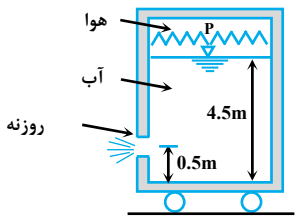
با نوشتن معادله برنولی بین نقاط A و B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

$$\frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B - P_A}{\gamma_w} = 0/08 \Rightarrow V_A^2 = 2g \times 0/08 \Rightarrow V_A^2 = \frac{16g}{100} \Rightarrow V_A = \frac{2\sqrt{g}}{5}$$

دبی جریان: $Q = V_A.A = V_A \times \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{2\sqrt{g}}{5}$; $Q = \frac{\pi \times (0/2)^2}{4} \times \frac{2\sqrt{g}}{5} = \frac{8\pi\sqrt{g}}{2000} = \frac{\pi\sqrt{g}}{250}$

مثال ۱۶۳: **یک ظرف مکعب مستطیلی دربسته، به قاعده ۱ متر در ۱ متر و ارتفاع ۵ متر و وزن ۱۰۰۰ نیوتن تا ۴/۵ متر از آب پر شده و در دیواره آن روزنه‌ای به مساحت ۴/۶ سانتی‌متر مربع در ارتفاع ۰/۵ متری از کف قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک بین چرخ ظرف و سطح زمین ۰/۱ باشد، سرعت خروجی سیال از روزنه (V) و فشار هوا (P) در بالای ظرف برای این که ظرف را به حرکت درآورد به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه و کیلوپاسکال می‌باشند؟** $(\rho_w = 1000 \frac{kg}{m^3}\ ,\ g = 10 \frac{m}{s^2})$. (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



۱) ۱۰ , ۲۳۰

۲) ۱۰ , ۴۶۰

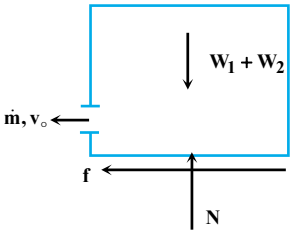
۳) ۳۳/۳ , ۴۶۰

۴) ۳۳/۳ , ۹۲۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» ابتدا دیاگرام آزاد کل نیروهای وارد بر ظرف را رسم می‌کنیم:



W_1 : وزن ظرف ; W_2 : وزن سیال داخل ظرف

$W_1 = 1000\ (N)$

$W_2 = \rho g v = 1000 \times 10 \times 1 \times 1 \times 4/5 = 45000\ (N)$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = W_1 + W_2 = 46000\ (N)$

با نوشتن معادله برنولی بین سطح آزاد سیال داخل مخزن و خروجی مخزن و با فرض جریان دائمی داریم:

$$\frac{P_\circ}{\gamma} + \frac{V_\circ^2}{2g} + Z_\circ = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z \Rightarrow \frac{V_\circ^2}{2g} = \frac{P}{\gamma} + 4$$

با در نظر گرفتن حجم کنترل در داخل مخزن و استفاده از معادله ممنتوم در راستای افقی داریم:

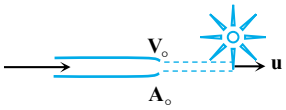
$$\sum F_x = (\dot{m}V_x)_{out} - (\dot{m}V_x)_{in} \Rightarrow -f = -\dot{m}V_\circ - 0 \Rightarrow f = \dot{m}V_\circ = \rho A V_\circ^2$$

$$f = \mu N = 0/01 \times 46000 = 460\ (N) \Rightarrow 460 = 1000 \times 4/6 \times 10^{-4} \times V_\circ^2 \Rightarrow V_\circ^2 = 1000 \Rightarrow V_\circ \simeq 32\ (\frac{m}{s})$$

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{V_\circ^2}{2g} - 4 = \frac{1000}{2 \times 10} - 4 = 50 - 4 = 46 \Rightarrow P = 46 \times 1000 \times 10 = 4600000\,(pa) \Rightarrow P = 460\ (Kpa)$$

مثال ۱۶۴: **در شکل زیر برخورد جت آب با سرعت $v_\circ$، سبب حرکت توربین با سرعت u می‌شود. سرعت حرکت توربین (u) چقدر باشد، تا حداکثر راندمان تولید گردد؟**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) $V_\circ$ ۲) $\frac{1}{2}V_\circ$

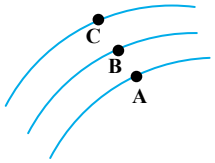
۳) $1/2V_\circ$ ۴) $2V_\circ$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» نیروی ناشی از جت برخوردی بر صفحه‌های تخت حول یک چرخ عبارت است از: $F = \rho A_\circ V_\circ (V_\circ - U)$

حداکثر راندمان وقتی تولید می‌شود که F ماکزیمم باشد. با توجه به ثابت بودن $\rho A_\circ V_\circ$، F وقتی ماکزیمم است که $(V_\circ - U)$ حداکثر باشد. با ملاحظه گزینه‌های داده شده برای U، مقدار $U = 2V_\circ$ مقدار F را بیشینه خواهد کرد.

مثال ۱۶۵: **خطوط جریان در یک زانویی به فرم روبه‌رو هستند. کدام گزینه زیر صحیح است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) $P_A > P_B > P_C$

۲) $P_C > P_B > P_A$

۳) $P_A = P_B = P_C$

۴) $P_C = P_B, P_B > P_A$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای جریان پایدار در صفحه افقی، معادله اولر در امتداد عمود بر خط جریان عبارت است از: $\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{v^2}{r}$

رابطه فوق نشان می‌دهد که در جهت خارج مرکز انحنای خطوط جریان، فشار افزایش می‌یابد. بنابراین داریم: $P_C > P_B > P_A$

مثال ۱۶۶: **دو مخزن حاوی آب با هم در ارتباط هستند. مخزن اول ۲۵m بالاتر از مخزن دوم قرار دارد و فشار نسبی آن ۲۴۰kpa است. فشار مخزن دوم چند kpa باشد تا جریانی بین این دو برقرار نگردد؟**

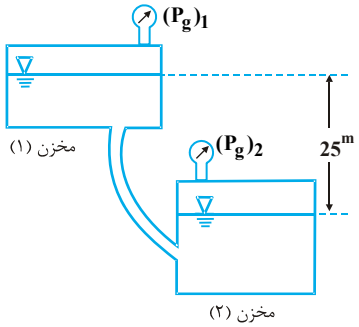
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

۱) فشار نسبی ۲۴۰ ۲) فشار مطلق ۴۹۰ ۳) فشار نسبی ۵۹۰ ۴) فشار مطلق ۵۹۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای عدم برقراری جریان بین دو مخزن، باید هد کل برای دو مخزن یکسان باشد.



$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{(P_1)_g}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{(P_2)_g}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + y_2$$

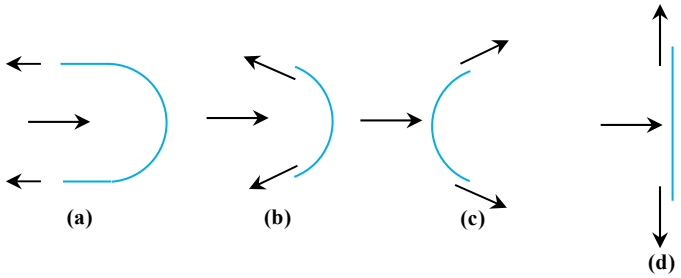
$$(P_2)_g = (P_1)_g + \gamma y_1$$

$$(P_2)_g = 240 \times 10^3 + 10^4 \times 25 \Rightarrow (P_2)_g = 490\,(kpa)$$

$$(P_2)_a = (P_2)_g + P_{atm} = 490 + 100$$

$$(P_2)_a = 590\,(kpa)$$

مثال ۱۶۷: آب به چهار جسم ثابت در حالت‌های زیر با دبی جرمی یکسان و سرعت یکسان وارد شده و به طور مساوی از دو گوشه‌ی جسم خارج می‌شود. حالت‌های مختلف را بر مبنای بزرگی نیروی افقی وارد بر جسم از طرف آب، مرتب کنید. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۲)



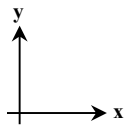
۱) $a > b > c > d$

۲) $a > b > d > c$

۳) $a = b = c = d$

۴) $c > d > b > d$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» نیروی هر چهار حالت را حساب می‌کنیم:



$$F_x = \dot{m}(V_{in} - V_{out})_x$$

a) $F = \dot{m}(V - (-V)) = 2\dot{m}V$

b) $F = \dot{m}(V - (-V.\cos\theta)) = \dot{m}V(1 + \cos\theta)$

c) $F = \dot{m}(V - (V\cos\theta)) = \dot{m}V(1 - \cos\theta)$

d) $F = \dot{m}(V - 0) = \dot{m}V$

پس با توجه به شکل و $\theta > 90^\circ$ داریم:

$F_a > F_b > F_d > F_c$ یا $a > b > d > c$

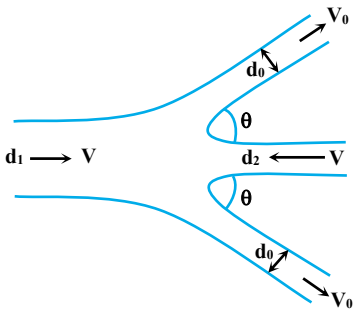
در نتیجه گزینهٔ ۲ صحیح است. (راستایی خروجی جریان با افق θ در نظر گرفته شده است).

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل سوم

۱ـ دو جت آب که دارای سطح مقطع دایره‌ای‌شکل هستند، با سرعت V و قطرهای d_1 و d_2 به هم برخورد می‌کنند و مطابق شکل روی سطح مخروطی با زاویه رأس θ پراکنده می‌شوند. چه رابطه‌ای بین θ، d_1 و d_2 وجود دارد؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر می‌شود.)



۱) $\sin\theta = \frac{d_1 d_2}{d_1^2 - d_2^2}$

۲) $\tan\theta = \frac{d_1^2 - d_2^2}{(d_1 - d_2)^2}$

۳) $\sin\theta = \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2}$

۴) $\cos\theta = \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1^2 + d_2^2}$

۲ـ اگر صفحه‌ای با سرعت V_1 در جهت جت آب حرکت کند، نیروی وارده بر صفحه برابر با F است. اگر سرعت آب برابر با u بوده و قطر جت d در نظر گرفته شود، نیروی F عبارت است از:

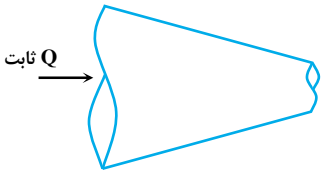
۱) $F = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\gamma(u - V_1)^2}{g}$

۲) $F = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\gamma(u + V_1)^2}{g}$

۳) $F = \frac{\pi R^2}{4} \cdot \frac{\gamma(u + V_1)^2}{3g}$

۴) $F = \frac{\pi R^2}{4} \cdot \frac{\gamma(u + V_1)^3}{2g}$

۳ـ کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟



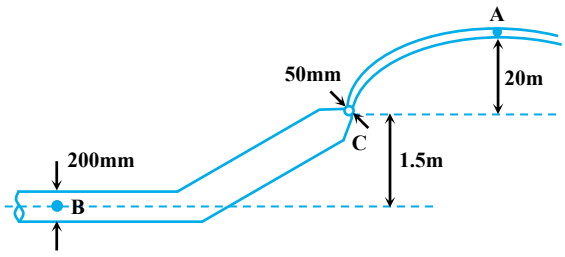
۱) جریان دائم و یکنواخت

۲) جریان غیردائم و یکنواخت

۳) جریان غیردائم و غیریکنواخت

۴) جریان دائم و غیریکنواخت

۴ـ فشار در نقطه B برابر با $400\,kPa$ است. اگر از اصطکاک صرف‌نظر کنیم، سرعت در نقطه A چقدر است؟



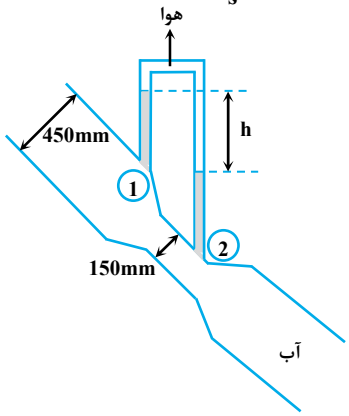
۱) $19/50\ \frac{m}{s}$

۲) $27/81\ \frac{m}{s}$

۳) $1/738\ \frac{m}{s}$

۴) $2/54\ \frac{m}{s}$

۵ـ مقدار h در ونتوری‌متر شکل زیر بر حسب mm چقدر است؟ (از کلیه افت‌ها صرف‌نظر می‌شود.) $\left(g = 9/81\ \frac{m}{s^2},\ Q = 50\ \frac{lit}{s}\right)$



۱) $400\,mm$

۲) $300\,mm$

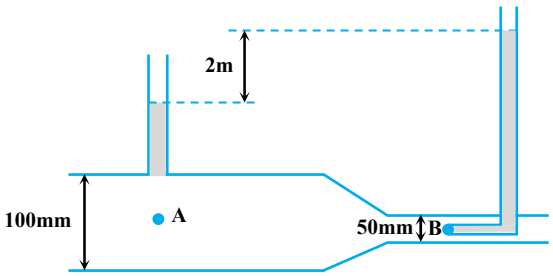
۳) $200\,mm$

۴) $100\,mm$

www.modaresanesharif.ac.ir

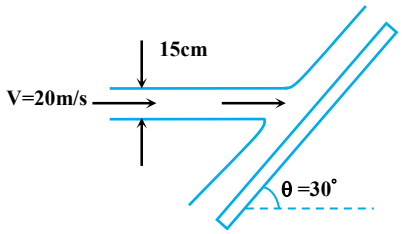
www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ سرعت در نقطه A در لوله زیر چند $\frac{m}{s}$ است؟



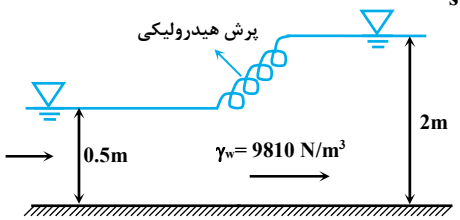
۱) ۷/۵۲
۲) ۸/۶۱
۳) ۶/۲۶
۴) ۵/۱۴

۷ـ در شکل زیر جت آبی با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ و قطر ۱۵ cm به صفحه برخورد می‌کند. نیروی لازم برای ثابت نگه داشتن صفحه در محل خود چند kN است؟ $(\rho_w = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$



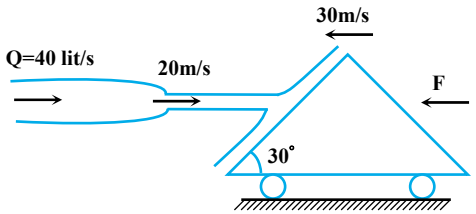
۱) ۵/۲
۲) ۶/۱
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

۸ـ دبی عبوری از واحد عرض جریان را در شکل زیر تحت وضعیت نشان داده شده بر حسب $\frac{m^۳}{s}$ تعیین کنید.



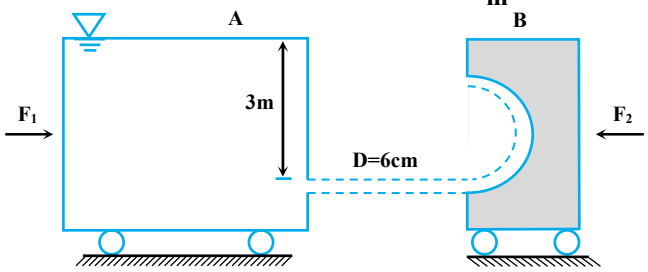
۱) ۳/۵
۲) ۲/۷
۳) ۲/۳
۴) ۱/۸

۹ـ در شکل زیر آب با دبی ۴۰ لیتر بر ثانیه و سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به صورت جت آزاد به صفحه‌ای که با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه به نازل نزدیک می‌شود برخورد می‌کند. مطلوب است تعیین مقدار نیروی F بر حسب kN.



۱) ۵
۲) ۱/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۱۰

۱۰ـ در شکل زیر مخزن A با سرعت $۳\frac{m}{s}$ و جسم B با سرعت ثابت $۶\frac{m}{s}$ هر دو به سمت راست حرکت می‌کنند. نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ در این لحظه به ترتیب برابرند با: (از اصطکاک صرف‌نظر شده و مخزن A بسیار بزرگ فرض می‌شود. $g = ۹/۸۱\frac{m}{s^۲}$ و $\rho_w = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و ارتفاع آب در مخزن ثابت است.)



۱) ۳۳۲/۶N , ۱۶۶/۴N
۲) ۳۲۱/۹N , ۱۲۳/۳N
۳) ۱۲۳/۳N , ۱۶۶/۴N
۴) ۶۴۳/۸N , ۱۲۳/۳N

۱۱ـ در یک جریان دو بعدی، $u = kx$ و $v = -ky$ (ثابت = k) است. معادله خطوط جریان چیست؟

۱) $\frac{x}{y}$ = ثابت
۲) xy = ثابت
۳) $x + y$ = ثابت
۴) $x - y$ = ثابت

۱۲ـ در جریان یک سیال، وقتی شتاب صفر است که:

۱) خطوط جریان موازی باشند و جریان دائمی باشد.
۲) خطوط جریان مستقیم و موازی باشند.
۳) خطوط جریان مستقیم باشند و جریان دائمی باشد.
۴) جریان دائمی باشد و خطوط جریان مستقیم و موازی باشند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳ـ در حرکت سه بعدی سیالی، مؤلفه چرخش (بردار چرخش) در امتداد محور z کدام است؟

۱) $(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z})$ ۲) $\frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y})$ ۳) $\frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z})$ ۴) $(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y})$

۱۴ـ در امتداد یک خط جریان مستقیم در حال عبور از طریق مبدأ، سرعت به وسیله رابطه $V=2\sqrt{x^2+y^2}$ تعیین می‌شود. شتاب در نقطه (۳,۴) چقدر است؟

۱) $14\frac{m}{s^2}$ ۲) $10\frac{m}{s^2}$ ۳) $20\frac{m}{s^2}$ ۴) صفر

۱۵ـ در نقطه‌ای روی یک خط جریان، سرعت $3\frac{m}{s}$ و شعاع انحناء ۹ m است. اگر نرخ افزایش سرعت در امتداد خط جریان در این نقطه $\frac{1}{3}\frac{m/s}{m}$ باشد، شتاب کلی در این نقطه چقدر است؟

۱) $1\frac{m}{s^2}$ ۲) $3\frac{m}{s^2}$ ۳) $\frac{1}{3}\frac{m}{s^2}$ ۴) $\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$

۱۶ـ مقدار ثابت در معادله، ثابت $=Z+\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}$، فقط در صورتی مقدار یکسانی را برای هر نقطه یک جریان خواهد داشت که:

۱) جریان غیرلزج، دائمی، غیر چرخشی و تراکم‌ناپذیر باشد.
۲) جریان تراکم‌ناپذیر، دائمی و غیر چرخشی باشد.
۳) جریان دائمی، تراکم‌پذیر و غیر چرخشی باشد.
۴) جریان یکنواخت، حقیقی و تراکم‌ناپذیر باشد.

۱۷ـ هنگامی که یک فواره آب (جت آب) دو بعدی روی سطح یک صفحه شیب‌دار ثابت با شیب 60° نسبت به محور فواره برخورد کند، نسبت تقسیم جریان چقدر است؟

۱) ۱ : ۱ ۲) ۱/۵ : ۱ ۳) ۳ : ۱ ۴) ۴ : ۱

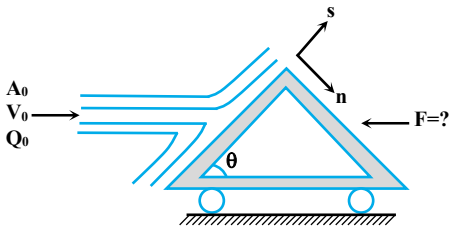
۱۸ـ اگر ضریب انقباض برای یک اریفیس لبه‌تیز ۰/۶۵ و ضریب سرعت جریان ۰/۹۲ باشد، ضریب دبی چقدر است؟

۱) ۰/۷۰۶ ۲) ۱/۵۷ ۳) ۰/۵۹۸ ۴) ۱/۴۱۵

۱۹ـ لوله پیتوت پرانتل برای اندازه‌گیری سرعت آب در یک لوله به کار برده می‌شود. ارتفاع معادل فشار سکون ثبت شده ۴ m و برای فشار استاتیک ۲ m است. سرعت جریان چقدر است؟

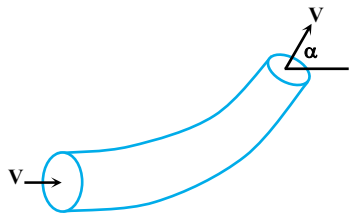
۱) $6\frac{m}{s}$ ۲) $6/26\frac{m}{s}$ ۳) $8\frac{m}{s}$ ۴) $2\frac{m}{s}$

۲۰ـ مانعی مطابق شکل در مقابل جت آب قرار دارد. نیروی F جهت سکون مانع چقدر است؟



۱) $\rho Q_\circ V_\circ \cos^2\theta$
۲) $\rho Q_\circ V_\circ \sin^2\theta$
۳) $\rho Q_\circ V_\circ \cos\theta$
۴) $\rho Q_\circ V_\circ \sin\theta$

۲۱ـ نیروی وارده بر خم مقابل چقدر است؟ (سرعت‌های ورودی و خروجی یکسان هستند.)

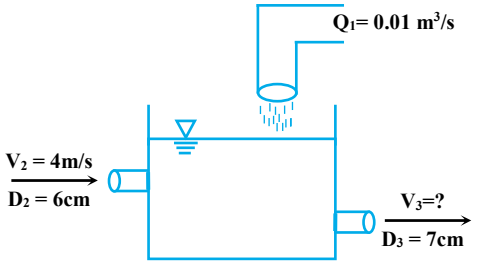


۱) $\rho QV\sin\alpha$
۲) $2\rho QV\sin\frac{\alpha}{2}$
۳) $2\rho QV\sin 2\alpha$
۴) ρQV

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۲ـ در مخزن نشان داده شده اگر قرار باشد سطح آب ثابت بماند، سرعت جت خروجی از روزنه (۳) چقدر است؟



۱) $۵/۵\frac{m}{s}$

۲) $۶/۵\frac{m}{s}$

۳) $۷/۵\frac{m}{s}$

۴) $۸/۵\frac{m}{s}$

۲۳ـ اگر دو کشتی در فاصله نزدیک به هم در حال سبقت گرفتن از یکدیگر باشند، کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

۱) نیرویی دو کشتی را از هم دور می‌سازد.

۲) نیرویی دو کشتی را به هم نزدیک می‌سازد.

۳) به علت ایجاد لایه مرزی، سرعت هر دو کشتی کاهش پیدا می‌کند.

۴) به علت ایجاد لایه مرزی، فشار وارد بر هر دو کشتی افزایش می‌یابد.

۲۴ـ برای انتقال (ثقلی) دبی ثابت Q با یک لوله تحت فشار به قطر D به نقطه معینی و یا با n لوله به اقطار ثابت D_n به همان نقطه، به شرط تساوی سرعت حرکت سیال در دو سیستم فوق و با در نظر گرفتن این که نوع لوله‌ها و نیز فشارهای وارده به جداره آن‌ها یکسان است، بین وزن لوله واحد (G) و وزن هر یک از n لوله (G_n) می‌توان نوشت:

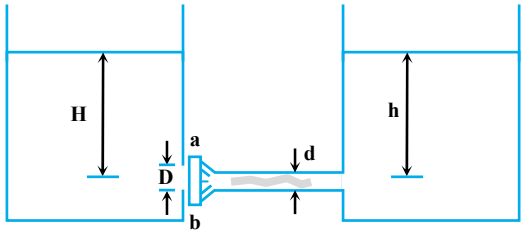
۱) $G > nG_n$

۲) $۲G = nG_n$

۳) $G < nG_n$

۴) $G = nG_n$

۲۵ـ جت آب به قطر معلوم d از مخزنی که ارتفاع سطح آزاد آن تا مرکز سوراخ h است خارج و با صفحه دایره‌ای شکل بدون وزن ab برخورد می‌کند. نسبت $\frac{h}{H}$ چقدر باشد تا دریچه ab دهانه دایره‌ای شکل به قطر D در مخزن دوم را مسدود نگه دارد؟ H فاصله مرکز دریچه ab تا سطح آزاد مخزن دوم می‌باشد.



۱) $۲\frac{D^۲}{d^۲}$

۲) $\frac{۴}{۳}\frac{D^۲}{d^۲}$

۳) $\frac{۳}{۴}\frac{D^۲}{d^۲}$

۴) $\frac{D^۲}{۲d^۲}$

۲۶ـ جسمی کروی شکل به شعاع $۱۵\ cm$ با سرعت $۱۵\frac{cm}{s}$ داخل استوانه‌ای پر از آب با قطر $۳۰/۵\ cm$ حرکت می‌کند. انتهای استوانه بسته است، به طوری که حرکت کره باعث می‌شود که آب در فاصله بین کره و جدار استوانه جریان یابد. متوسط سرعت جریان آب در این فاصله برابر است با: (بر حسب $\frac{m}{s}$)

۱) ۴/۵

۲) ۴/۴۶

۳) ۴/۴

۴) ۶/۵

۲۷ـ در یک زانویی ۹۰ درجه با قطر $۳۰\ cm$، آب با سرعت $۵\frac{m}{s}$ و فشار $۳۵\ kPa$ جریان دارد. مقدار مؤلفه نیروی وارد بر زانویی در امتداد سرعت که بتواند زانویی را در محل خود ثابت نگه دارد بر حسب (N) برابر است با:

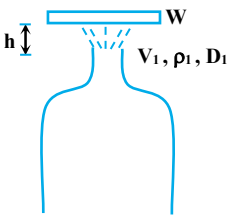
۱) -۱۷۶۸

۲) -۴۲۴۱

۳) +۷۰۶

۴) هیچ‌کدام از جواب‌های فوق

۲۸ـ در شکل زیر ارتفاع h را به دست آورید. ($\rho_۱$ دانسیته سیال، $V_۱$ سرعت سیال و $D_۱$ قطر نازل است.)



۱) $h = \frac{V_۱^۲}{۲g}(۱ - \frac{۱۶W^۲}{\rho_۱^۲V_۱^۴\pi^۲D_۱^۴})$

۲) h می‌تواند هر مقداری را به خود اختصاص دهد.

۳) $h = \frac{V_۱^۲}{g}(۱ - \frac{۴W}{\rho_۱ g\pi D_۱^۲})$

۴) هیچ‌کدام از جواب‌های بالا

۲۹ـ در رابطه $\sum \rho_i \vec{V}_i . \vec{A}_i = ۰$ از فرض‌های زیر کدام مجموعه صحیح است؟

۱) سیال ایده‌آل است. ۲) سیال تراکم‌ناپذیر است. ۳) مساحت به صورت برداری فرض شده است. ۴) جریان دائمی فرض شده است. ۵) جریان یکنواخت فرض شده است. ۶) جریان لایه‌ای فرض شده است. ۷) سرعت در مقاطع یکنواخت فرض شده است.

۱) ۱، ۳، ۴

۲) ۲، ۶، ۷

۳) ۳، ۴، ۷

۴) ۲، ۵، ۶

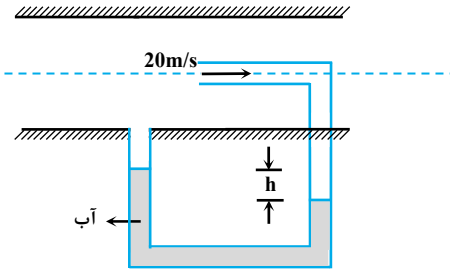
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۰ـ زیردریایی با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در عمق $۱۰m$ از سطح آب در حرکت می‌باشد. فشار در جلوی زیردریایی چقدر است؟ (جواب به متر آب می‌باشد.)

۱) ۵/۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵/۱ ۴) هیچ‌کدام

۳۱ـ اگر سرعت هوا در محور لوله برابر $۲۰\frac{m}{s}$ و شتاب ثقل $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ فرض شود، ارتفاع h در مانومتر متصل به لوله را به دست آورید. (نسبت وزن مخصوص آب به وزن مخصوص هوا برابر ۱۰۰۰ فرض شود.)



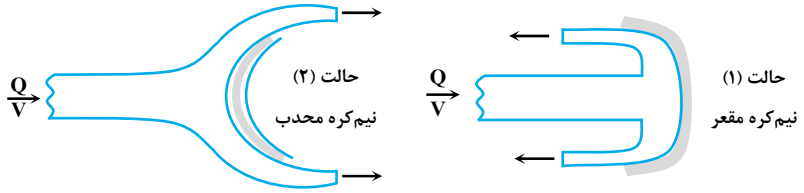
۱) $h = ۱۰mm$

۲) $h = ۲۰mm$

۳) $h = ۴۰mm$

۴) $h = ۸۰mm$

۳۲ـ جت سیال ایده‌آل به دو نیم‌کره محدب و مقعر برخورد می‌کند. از اصطکاک صرف‌نظر می‌شود. نسبت نیروی وارده به نیم‌کره در حالت (۱) به نیروی وارده به نیم‌کره در حالت (۲) چقدر است؟ شعاع نیم‌کره $r_۰$، دبی ورودی جت آب Q و سرعت متوسط آن V است. فشار هوای اطراف برابر اتمسفر است.



۱) ۲ برابر

۲) ۱ برابر

۳) ∞ برابر

۴) $\frac{۱}{۲}$ برابر

۳۳ـ نیرویی که از طرف یک جت آب بر صفحه منحنی شکل (ثابت شده در امتداد جت) وارد می‌شود برابر است با:

۱) $\rho AV^۲$ ۲) $\rho AV^۲ \sin^۲\theta$ ۳) $\rho AV^۲(۱-\cos\theta)$ ۴) $\rho AV^۲(۱+\sin\theta)$

۳۴ـ نیرویی که از طرف یک جت آب با سرعت V بر یک صفحه عمودی که در جهت جت با سرعت U حرکت می‌کند برابر است با:

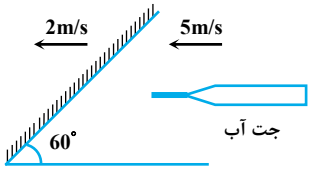
۱) $F_x = \rho A(V^۲ - U^۲)$

۲) $F_x = \rho A(V-U)^۲$

۳) $F_x = \rho A(V-U)^۲(۱+\cos\theta)$

۴) $F_x = \rho A(V-U)$

۳۵ـ یک جت آب به قطر $۲۵mm$ از یک افشانک (نازل) ثابت خارج شده و با زاویه ۶۰° با یک صفحه مسطح و متحرک برخورد می‌کند. اگر سرعت جت $۵\frac{m}{s}$ و سرعت حرکت صفحه $۲\frac{m}{s}$ در جهت جت باشد، نیروی وارد بر صفحه بر حسب (N) چقدر است؟



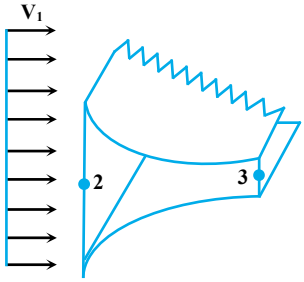
۱) ۳/۸۳

۲) ۱۰/۶۳

۳) ۱/۷

۴) ۴/۴۲

۳۶ـ هوا بین دو صفحه تخت بی‌نهایت (مطابق شکل) وارد می‌شود و $A_۲ << A_۳$ و $V_۱ = ۵\frac{m}{s}$. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟



۱) $V_۱ \approx V_۲ \approx V_۳$

۲) $V_۱ \approx V_۳ >> V_۲$

۳) $V_۱ \approx V_۲ << V_۳$

۴) هیچ‌کدام از روابط فوق به طور تقریب صادق نیست.

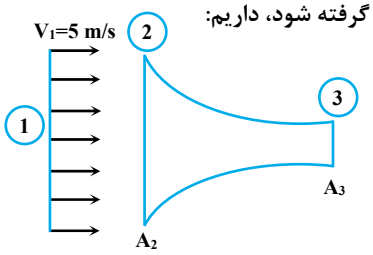
۳۷ـ مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر یک افشانک (نازل) به قطر $۱۹mm$ که به انتهای یک لوله به قطر $۶۴mm$ متصل است، هنگامی که جت آب با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ به اتمسفر تخلیه می‌شود. (از افت انرژی در نازل صرف‌نظر شود.)

۱) ۱/۶۷ kN ۲) ۱/۴۴ kN ۳) ۱/۲۱ kN ۴) ۰/۲۳ kN

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۸ـ مطابق شکل هوای آزاد که در فاصله دور از جسم سرعت V_1 دارد، در مقطع A_2 وارد دو صفحه متقارب ثابت شده و در مقطع A_3 از آن خارج می‌شود. اگر A_2 خیلی بزرگ‌تر از A_3 باشد و سرعت در فاصله دور از دو صفحه در مقطع ۱ برابر $5\frac{m}{s}$ در نظر گرفته شود، داریم:



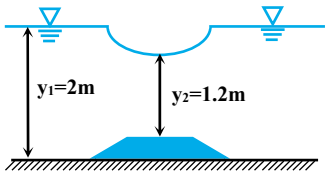
۱) $P_2 \approx P_3 < P_1$

۲) $P_1 \approx P_3 < P_2$

۳) $P_1 \approx P_2 < P_3$

۴) هیچ‌کدام

۳۹ـ کانال نشان داده شده دارای مقطع مستطیلی بوده و عرض آن در همه جا ثابت است. اگر سرعت حرکت آب در بالادست محل برآمدگی $1/5\frac{m}{s}$ باشد، سرعت حرکت آب در محل برآمدگی چقدر است؟



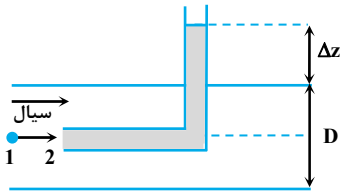
۱) $1/5\frac{m}{s}$

۲) $2\frac{m}{s}$

۳) $2/5\frac{m}{s}$

۴) $1/65\frac{m}{s}$

۴۰ـ از سیستم شکل زیر برای اندازه‌گیری سرعت در لوله استفاده می‌شود. در صورتی که قطر لوله اصلی (D) نصف شود، در دبی ثابت، ارتفاع Δz چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۴ برابر می‌شود.

۲) ۱۶ برابر می‌شود.

۳) ۲ برابر می‌شود.

۴) ۸ برابر می‌شود.

۴۱ـ اگر بردار سرعت جریان به صورت $\vec{V} = (3z - x^2)\vec{i} + yt^2\vec{j} + xz^2\vec{k}$ باشد، شتاب حرکت سیال در جهت y کدام است؟

۱) $a_y = xt^4 + 2xt$

۲) $a_y = zt^4 + 2zt$

۳) $a_y = yt^4 + 2yt$

۴) $a_y = yt + 2yt^2$

۴۲ـ معادله خط جریان برای سیالی که بردار سرعت آن در نقطه $A(1,1)$ عبارت از $\vec{V} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j}$ است، چیست؟

۱) $y = x^{3/2}$

۲) $y = (x-1)^{3/2} + 1$

۳) $y = x^{3/2} + 1$

۴) $y = (x-1)^{2/3} + 1$

۴۳ـ اگر مکان یک ذره سیال در هر زمان توسط $x = a$ و $y = bt^2$ که در آن a و b مقادیر ثابت هستند مشخص شود، مقدار سرعت V در هر زمان t برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟

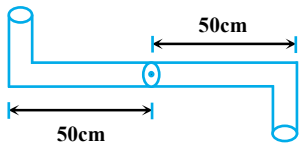
۱) ۰

۲) bt

۳) $\frac{bt}{2}$

۴) $2bt$

۴۴ـ آب‌پاش نشان داده شده در شکل زیر آب را با دبی $40\frac{lit}{s}$ از هر نازل تخلیه می‌کند. اگر سطح مقطع هر نازل $10cm^2$ باشد، گشتاور لازم برای ثابت نگه داشتن آب‌پاش چقدر است؟



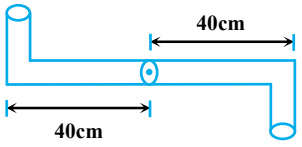
۱) $400N.m$

۲) $800N.m$

۳) $1600N.m$

۴) $3200N.m$

۴۵ـ آب‌پاش نشان داده شده در شکل زیر آب را با دبی $30\frac{lit}{s}$ از هر نازل تخلیه می‌کند. اگر سطح مقطع هر نازل $10cm^2$ بوده و گشتاور مقاوم در محور $0/02\omega^2$ باشد، سرعت دورانی آب‌پاش برابر است با:



۱) ۶۲۹/۷ rpm

۲) ۴۷۷/۴ rpm

۳) ۳۲۵/۲ rpm

۴) ۲۹۲/۷ rpm

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل چهارم

« فرم دیفرانسیلی قوانین اصلی »

مثال ۱: اگر در سیالی معادلهٔ پیوستگی برقرار و جریان دو بعدی و سرعت در جهت x برابر با $u = ۲x + ۵y$ باشد، مطلوب است سرعت در جهت y.

۱) $-۲y + c$ ۲) $۲x - ۵y + c$ ۳) $۲x - ۵y$ ۴) $-۵x + c$

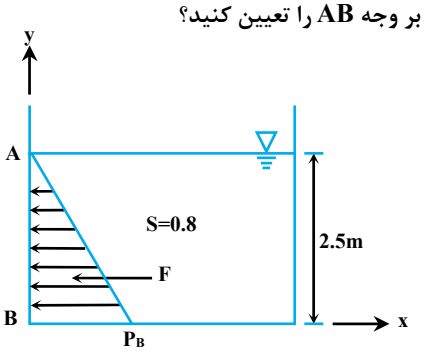
پاسخ: گزینه «۱»

معادله پیوستگی در جریان تراکم‌ناپذیر: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = ۰$

$u = ۲x + ۵y \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = ۲$

$\frac{\partial v}{\partial y} = -۲ \Rightarrow v = -۲y + c$

مثال ۲: اگر مخزن مکعبی نشان داده شده با شتاب $\frac{g}{۲}$ به طرف بالا حرکت کند، نیروی وارده بر وجه AB را تعیین کنید؟



پاسخ: توزیع فشار نسبی سیال به صورت زیر است:

$$P = P_۰ - \gamma\frac{a_x}{g}x - \gamma(۱ + \frac{a_y}{g})y$$

با استفاده از شرایط نقطه A به عنوان یک نقطه مرزی معلوم داریم:

$$\text{A نقطه} \begin{cases} x = ۰ \\ y = ۲/۵ \text{ (m)} \end{cases} \quad , \quad P_A = ۰ \text{ سطح آزاد سیال}$$

($P_۰$ فشار مبدأ مختصات است)

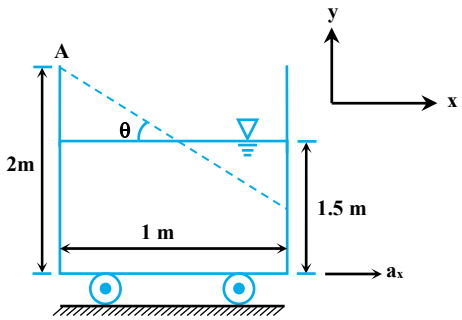
$$۰ = P_۰ - ۰ - \gamma(۱ + \frac{\frac{g}{۲}}{g})(۲/۵) \Rightarrow P_۰ = ۳/۷۵\gamma$$

$$\text{B نقطه} \begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases} \Rightarrow P_B = ۳/۷۵\gamma - ۰ - ۰ = ۳/۷۵\gamma$$

حال با استفاده از روش منشور فشار، نیروی وارده بر وجه AB تعیین می‌شود:

$$F = \frac{۱}{۲}(۳/۷۵\gamma \times ۲/۵)(۲/۵) = \frac{۱}{۲} \times ۳/۷۵ \times ۰/۸ \times ۹۸۰۶ \times (۲/۵)^۲ \Rightarrow F = ۹۱/۹۳ \text{ (kN)}$$

مثال ۳: حداکثر شتاب افقی در مخزن شکل زیر چقدر باشد تا وقتی که سطح آب به وضعیت ثابتی رسید، آب از مخزن بیرون نریزد؟



پاسخ: حداکثر شتاب افقی برای این که آب از مخزن بیرون نریزد، وقتی اتفاق می‌افتد که سطح آزاد سیال به صورت نقطه‌چین شکل مقابل باشد.

$$\begin{cases} \tan\theta = -\frac{a_x}{a_y + g} \xrightarrow{(a_y = ۰)} \tan\theta_{max} = \frac{-(a_x)_{max}}{g} \\ \tan\theta_{max} = -\frac{۲ - ۱/۵}{\frac{۱}{۲}} = -۱ \end{cases}$$

از طرف دیگر با توجه به شکل داریم:

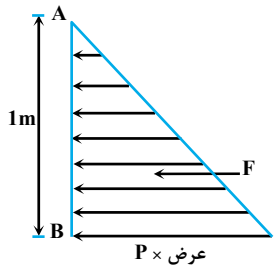
از مساوی قرار دادن دو رابطه خواهیم داشت: $(a_x)_{max} = g$

مثال ۴: مکعبی به ضلع یک متر از مایعی به چگالی نسبی $s.g. = ۰/۹۰$ (Specific Gravity) پر شده است و با شتاب $۱/۸۱\frac{m}{s^۲}$ به سمت پایین حرکت می‌کند ($\rho_w = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$, $g = ۹/۸۱\frac{m}{s^۲}$). منتجهٔ نیروی حاصل از فشار مایع وارده بر هر دیواره جانبی مکعب مساوی است با:

۱) ۵۲۲۹ N ۲) ۴۵۰۰N ۳) ۴۹۰۵N ۴) ۴۰۵۰N

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir



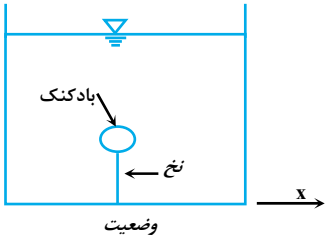
☑ **پاسخ: هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** همان‌طور که در متن درس بیان شد، برای حرکت در راستای قائم به سمت پایین، فشار در هر نقطه داخل مایع از رابطه مقابل به دست می‌آید: $P=\rho(g-a_y)h$

با استفاده از روش منشور فشار برای محاسبه نیروی وارد بر دیواره جانبی داریم:

$$F=\frac{۱}{۲}(P\times \text{عرض})\times ۱$$

$$F=\frac{۱}{۲}\times ۰/۹\times ۱۰۰۰(۹/۸۱-۱/۸۱)\times ۱\times ۱ \Rightarrow F=۳۶۰۰\,(N)$$

مثال ۵: بادکنکی در داخل مایعی کاملاً مستغرق می‌باشد. اگر سیستم تحت شتاب $۰/۵g$ که در آن g شتاب جاذبه است، در جهت مثبت محور xها قرار گیرد، نیروی کشش نخ:



۱) افزایش یافته و بادکنک به سمت راست حرکت می‌کند.

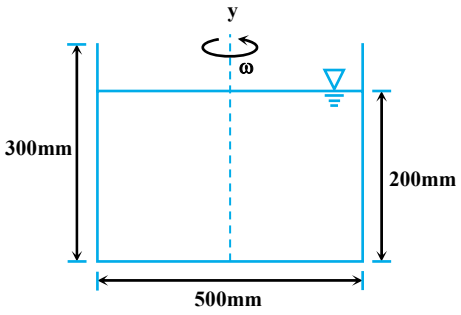
۲) افزایش یافته و بادکنک به سمت چپ حرکت می‌کند.

۳) کاهش یافته و بادکنک به سمت راست حرکت می‌کند.

۴) کاهش یافته و بادکنک به سمت چپ حرکت می‌کند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر سیستم با شتاب ثابت به طرف راست حرکت کند، سطح مایع غیرافقی شده و ارتفاع آن در سمت چپ بالا می‌آید و لذا فشار وارد بر بادکنک افزایش می‌یابد و بادکنک به سمت چپ منحرف شده و نیروی کشش نخ نیز افزایش پیدا می‌کند.

مثال ۶: مخزن آبی با سرعت زاویه‌ای ثابت در حال دوران است. در چه سرعتی آب از ظرف بیرون می‌ریزد؟



☑ **پاسخ:** در حالت دائم، ارتفاع سیال روی جداره نسبت به رأس سهمی (روی محور دوران)، دو برابر اختلاف ارتفاع سطح اولیه و رأس سهمی است. به عبارت دیگر بعد از دوران، آب در جداره ظرف به اندازه $\frac{h_۰}{۲}$ بالا می‌رود و در وسط ظرف (روی محور دوران) به اندازه $\frac{h_۰}{۲}$ پایین می‌آید.

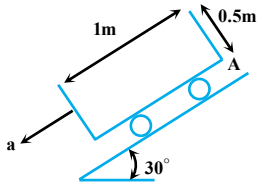
اکنون سرعت زاویه‌ای را تعیین می‌کنیم که باعث بالا رفتن آب در جداره تا لبه ظرف می‌شود.

یعنی سرعت زاویه‌ای متناظر با این ارتفاع برابر است با:

$$\frac{h_۰}{۲}=۰/۳-۰/۲=۰/۱$$

$$h_۰=\frac{r_۰^۲\omega^۲}{۲g}\Rightarrow ۲\times ۰/۱=\frac{\omega^۲ r_۰^۲}{۲g}\Rightarrow \frac{\omega^۲(۰/۲۵)^۲}{۲\times ۹/۸۱}=۰/۲ \Rightarrow \omega=۷/۹۲\,(\frac{rad}{s})$$

مثال ۷: واگن نشان داده شده در ابتدا پر از آب می‌باشد و قبل از این که شتاب بگیرد آبی از واگن خارج نمی‌گردد. حال اگر $a=\frac{g}{۲}$ باشد، فشار در نقطه A بر حسب γ چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



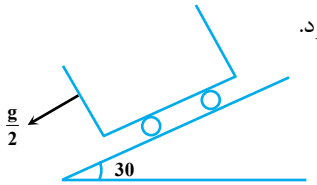
۱) ۰/۵۷

۲) ۰/۴۳

۳) ۰/۵

۴) ۰/۳۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر جسم فقط تحت تأثیر وزن خود پایین بیاید، سطح آزاد موازی سطح شیب‌دار خواهد بود.



$$a=g\times\sin\theta=\frac{g}{۲}$$

برای به دست آوردن فشار در نقطه A داریم:

$$P_A=\gamma\times H=\gamma\times ۰/۵\times\cos ۳۰^\circ=۰/۴۳\gamma \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma}=۰/۴۳$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸: یک میدان سرعت دو بعدی و تراکم‌ناپذیر توسط روابط مقابل داده شده است: $u = 2x^2 + y^2 \qquad v = yf(x) + x^2$

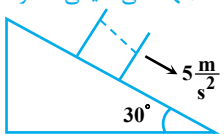
مقدار تابع $f(x)$ برای آن که این جریان از نظر فیزیکی وجود داشته باشد، کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)

۱) $-4x$ ۲) $4yx$ ۳) $-4x + 2$ ۴) $4x + 2y$

پاسخ: گزینه«۱» در جریان تراکم‌ناپذیر داریم: $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$: معادله پیوستگی برای جریان تراکم‌ناپذیر

قرار دادن مؤلفه‌های سرعت در معادله پیوستگی: $\frac{\partial(2x^2 + y^2)}{\partial x} + \frac{\partial[yf(x) + x^2]}{\partial y} = 0 \Rightarrow 4x + f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = -4x$

مثال ۹: در شکل زیر سیالی در داخل جعبه‌ای قرار دارد و روی یک سطح شیب‌دار با شتاب $5\,m/s^2$ به سمت پایین در حرکت است. جعبه حاوی $2m^3$ آب با دانسیتهٔ $\rho = 1000\frac{kg}{m^3}$ است. شیب سطح آزاد روغن چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $-0/177$ ۲) $-0/35$

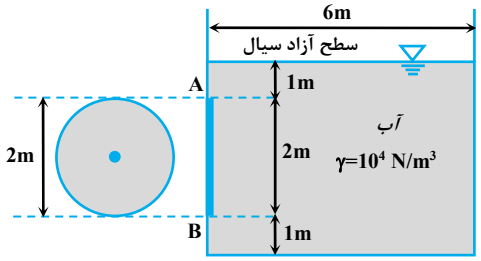
۳) $0/177$ ۴) $0/35$

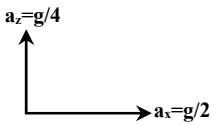
پاسخ: هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

مؤلفه‌های شتاب: $a_x = 5\cos 30 \quad , \quad a_y = -5\sin 30$

شیب سطح آزاد: $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\text{سطح آزاد}} = -\frac{a_x}{g + a_y} = -\frac{5\cos 30^\circ}{9/81 - 5\sin 30^\circ} = -0/592$

مثال ۱۰: مرکز دریچه دایره‌ای شکل AB نصب شده در جدار مخزن شکل زیر به فاصله $2\,m$ از سطح آب در حال سکون قرار دارد. نیروی فشاری وارد بر دریچه، در حالی که ظرف با شتاب یکنواخت $\frac{g}{2}$ در راستای x و $\frac{g}{4}$ در راستای قائم حرکت داده می‌شود، برابر با کدام گزینه است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)





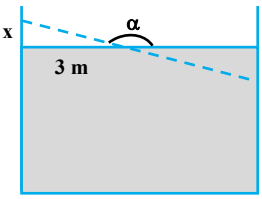
۱) $78/54kN$

۲) $100/53kN$

۳) $125/66kN$

۴) $157/08kN$

پاسخ: گزینه «۲»



شیب سطح آزاد: $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\text{سطح آزاد}} = -\frac{a_x}{g + a_y} = -\frac{\frac{g}{2}}{g + \frac{g}{4}} = -\frac{2}{5}$

با توجه به شیب منفی، بعد از اعمال شتاب، سطح آزاد روی جداره سمت چپ به اندازه x بالا می‌رود و داریم:

شیب سطح آزاد: $\tan\alpha = -\frac{x}{3} \qquad -\frac{2}{5} = -\frac{x}{3} \Rightarrow x = 1/2\,(m)$

نیروی وارد بر دریچه بعد از اعمال شتاب: $F = \gamma\bar{h}A \qquad F = 10^4 \times (2 + 1/2) \times \frac{\pi}{4}(2)^2 \Rightarrow F = 100/53\,(kN)$

لازم به تأکید است که در رابطه فوق، $\bar{h}$ فاصله مرکز سطح دریچه از سطح آزاد جدید سیال بعد از اعمال شتاب است.

مثال ۱۱: اگر در سیالی معادله پیوستگی برقرار، جریان دو بعدی، سرعت در جهت x برابر با $u = 2x + 5y$ باشد، سرعت در جهت y برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) $-2y + c$ ۲) $2x + 5y + c$ ۳) $2x - 5y$ ۴) $-5x + c$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» معادله پیوستگی برای این جریان عبارت است از:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0\\ u=2x+5y\Rightarrow \dfrac{\partial u}{\partial x}=2\end{array}\right\}2+\frac{\partial v}{\partial y}=0\Rightarrow\frac{\partial v}{\partial y}=-2\Rightarrow v=-2y+C$$

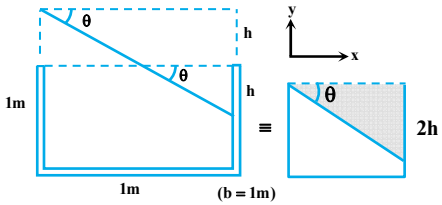
مثال ۱۲: ظرف مکعب شکلی به ضلع یک متر پر از آب بوده و در جهت x شتابی برابر با $\frac{g}{2}$ به آن داده می‌شود. حجم آبی که بیرون ریخته می‌شود چقدر است؟ (اشاره: می‌توانید از فرمول $P=P_0-\rho a_x x-(\rho g+\rho a_y)y$ استفاده کنید.)　(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) $0/125m^3$　　۲) $0/25m^3$　　۳) $0/5m^3$　　۴) $0/75m^3$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

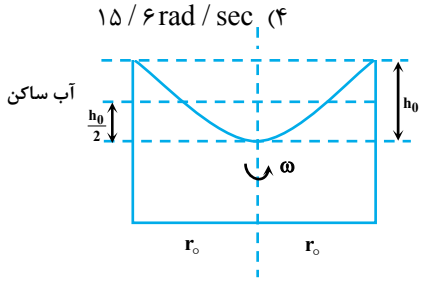
$$\left.\begin{array}{l}\text{شیب سطح آزاد سیال}: \tan\theta=\dfrac{-a_x}{a_y+g}\Rightarrow\tan\theta=\dfrac{-\frac{g}{2}}{0+g}=-0/5\\ \text{با توجه به شکل داریم}: \tan\theta=-\dfrac{h}{\frac{1}{2}}=-2h\end{array}\right\}\Rightarrow 2h=0/5\Rightarrow h=0/25(m)$$

حجم آب بیرون ریخته شده (هاشور خورده): $V=\frac{1}{2}(2h\times1\times1)=h=0/25(m^3)$



مثال ۱۳: یک سیلندر دوار به قطر ۳۰cm و به ارتفاع ۴۲cm، تا ارتفاع ۳۵cm با یک سیال پر شده است. حداکثر سرعت زاویه‌ای این سیلندر برای آن که ذره‌ای آب از آن بیرون نریزد چه مقدار است؟ $(g=9/81m/s^2)$　(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)

۱) $11rad/sec$　　۲) $5/5rad/sec$　　۳) $7/8rad/sec$　　۴) $15/6rad/sec$



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در حالت مورد نظر، سطح آزاد آب در لبه ظرف است و داریم:

$$h_0=2(42-35)=14\ (cm)$$

$$h_0=\frac{\omega^2 r_0^2}{2g}\qquad 0/14=\frac{\omega^2(0/15)^2}{2\times9/81}\Rightarrow\omega=11\ (\frac{rad}{sec})$$

مثال ۱۴: در جریان دو بعدی و تراکم‌ناپذیر، اگر سرعت در جهت y یعنی $U_y=-\frac{y}{x^2+y^2}$ باشد، در این صورت U_x برابر خواهد بود با:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) $U_x=\frac{x}{x^2+y^1}$　　۲) $U_x=-\frac{x}{x^2+y^2}$　　۳) $U_x=\frac{2x}{x^2+y^1}$　　۴) $U_x=\frac{-1}{x^2-y^2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

مؤلفه سرعت در جهت y: $U_y=-\dfrac{y}{x^2+y^2}$

معادله پیوستگی برای جریان دو بعدی و تراکم‌ناپذیر: $\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0\Rightarrow\dfrac{\partial U_x}{\partial x}+\dfrac{\partial U_y}{\partial y}=0$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

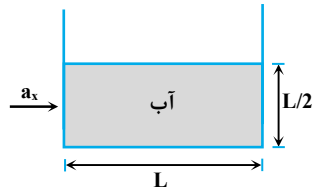
قرار دادن مؤلفه سرعت در معادله پیوستگی: $\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial(\frac{-y}{x^2+y^2})}{\partial y}=0$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}-\frac{x^2+y^2-2y^2}{(x^2+y^2)^2}=0 \Rightarrow \frac{\partial U_x}{\partial x}=\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2} \Rightarrow U_x=-\frac{x}{x^2+y^2}$$

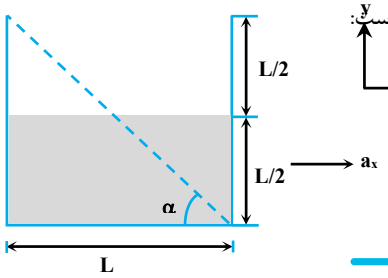
مثال ۱۵: در شکل نشان داده شده مقدار a_x چقدر باشد تا آب شروع به ریختن کند؟ (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۵)

۱) $a_x=g$ ۲) $a_x=\frac{g}{2}$

۳) $a_x=\frac{\sqrt{2}}{2}g$ ۴) $a_x=\frac{\sqrt{3}}{2}g$



پاسخ: گزینه «۱» در آستانه بیرون ریختن آب از مخزن، شکل سطح آزاد مایع به صورت شکل مقابل است:



$$\begin{cases}\text{شیب سطح آزاد}: (\frac{dy}{dx})_{\text{سطح آزاد}}=-\frac{a_x}{g+a_y}=-\frac{a_x}{g}\\ \text{شیب سطح آزاد با استفاده از شکل}: \tan\alpha=-\frac{L}{L}=-1\end{cases} \Rightarrow \frac{a_x}{g}=1 \Rightarrow a_x=g$$

مثال ۱۶: میدان سرعت سیالی به صورت $u_x=x^2-y^2$ و $u_y=-2xy$ بیان می‌شود. نوع این سیال و رفتار آن عبارت است از: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) تراکم‌ناپذیر بدون تأثیرات ویسکوزیته ۲) تراکم‌پذیر با تأثیرات ویسکوزیته

۳) تراکم‌ناپذیر با تأثیرات ویسکوزیته ۴) تراکم‌پذیر با تأثیرات ویسکوزیته ناچیز

پاسخ: گزینه «۱» مؤلفه قائم سرعت: $U_y=-2xy$ مؤلفه افقی سرعت: $U_x=x^2-y^2$

برای این که جریان تراکم‌ناپذیر باشد، باید معادله پیوستگی زیر ارضا شود. در غیر این صورت جریان تراکم‌پذیر خواهد بود:

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}=0$$

مؤلفه‌های سرعت را در رابطه فوق قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial(x^2-y^2)}{\partial x}+\frac{\partial(-2xy)}{\partial y}+0=2x-2x=0$$

بنابراین جریان تراکم‌ناپذیر بدون تأثیرات ویسکوزیته است.

مثال ۱۷: معادله برنولی در امتداد خط جریان در کدام شرایط صادق است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) جریان دائم، تراکم‌ناپذیر و غیرویسکوز

۲) جریان غیر چرخشی، تراکم‌ناپذیر و غیرویسکوز

۳) جریان دائم، غیر چرخشی و تراکم‌ناپذیر

۴) جریان دائم، غیر چرخشی و غیرویسکوز

پاسخ: گزینه «۱» در جریان غیرلزج، معادله اندازه حرکت عبارت است از: $\rho\frac{D\vec{V}}{Dt}=\rho\vec{g}-\vec{\nabla}P$

که عبارت از معادله اولر است.

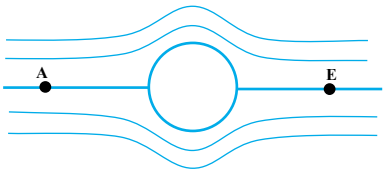
معادله اولر در جریان دائمی و در امتداد خط جریان به صورت مقابل است: $\int\frac{dP}{\rho}+\frac{V^2}{2}+gy=cte$

با فرض تراکم‌ناپذیر بودن جریان، معادله برنولی به دست می‌آید: $\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2}+gy=cte$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸: در شکل زیر جریان عبوری از روی سیلندر دارای خصوصیات ذیل می‌باشد (سرعت در A ثابت است). (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) دائم، دو بعدی، بدون شتاب محلی

۲) دائم، سه بعدی، با شتاب محلی

۳) غیردائم، دو بعدی، بدون شتاب محلی

۴) غیردائم، سه بعدی، بدون شتاب محلی

پاسخ: گزینه «۱» جریان روی استوانه دائم و دو بعدی است که در این جریان شتاب محلی وجود ندارد.

مثال ۱۹: شرط برقراری رابطهٔ پیوستگی در میدان دو بعدی جریانی که با رابطهٔ $\vec{V} = Ax^{2}\vec{i} + Bxy\vec{j}$ نمایش داده می‌شود را به دست آورید. (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

۱) $A = -2B$ ۲) $B = 2A$ ۳) $A = 2B$ ۴) $B = -2A$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از شکل دیفرانسیلی معادله پیوستگی داریم:

$$\vec{\nabla}.\vec{V} = 0 : \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

$$\vec{V} = Ax^{2}\vec{i} + Bxy\vec{j} \Rightarrow V_x = Ax^{2} \ , \ V_y = Bxy \Rightarrow 2Ax + Bx = 0 \ \Rightarrow \ 2A + B = 0 \Rightarrow \ B = -2A$$

مثال ۲۰: یک مخزن روباز به شکل مکعب مستطیل به طول ۸ متر، به عرض ۲ متر و به ارتفاع ۳ متر بر روی یک سطح افقی قرار گرفته و پر از آب می‌باشد. در صورتی که این مخزن تحت تأثیر شتاب ثابت افقی $a_x = 1/5 \frac{m}{s^2}$ در جهت طولی قرار گیرد، چند متر مکعب از آب مخزن به بیرون تخلیه می‌شود؟ (شتاب ثقل $g = 10 \frac{m}{s^2}$) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)

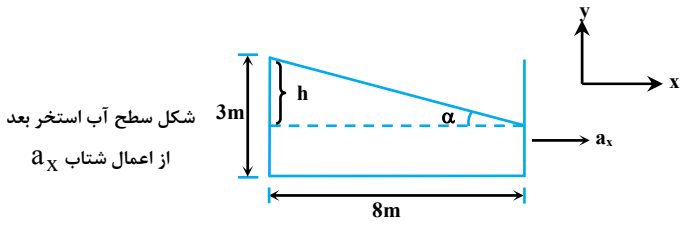
۱) ۹/۶ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۲۴ ۴) ۱۹/۲

پاسخ: گزینه «۱» شیب سطح آزاد با استفاده از معادله اولر:

$$\tan\alpha = -\frac{a_x}{g + a_y} = -\frac{1/5}{10 + 0} = -0/15$$

شیب سطح آزاد با استفاده از شکل هندسی:

$$\tan\alpha = -\frac{h}{8} \ \Rightarrow \ h = 1/2 \ (m)$$



حجم آب تخلیه شده از مخزن: $v = \frac{1}{2} \times 8 \times 1/2 \times 2 \Rightarrow v = 9/6 \ (m^3)$

مثال ۲۱: رابطه پیوستگی عبارت است از: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{dQ}{dt} = 0$ ۲) $\frac{dQ}{ds} = 0$ ۳) $\frac{du}{dx} = 0$ ۴) $\frac{du}{dt} = 0$

پاسخ: گزینه«۲» در رابطه پیوستگی، دبی نسبت به مسیر جریان تغییر نمی‌کند.

مثال ۲۲: معادله حرکت در حال یکنواخت (steady-state) به کدام یک از اشکال زیر است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) $-(\nabla.\rho vv) - [\nabla.\tau] - \nabla P + \rho g = 0$ ۲) $(\nabla.\rho v) = 0$

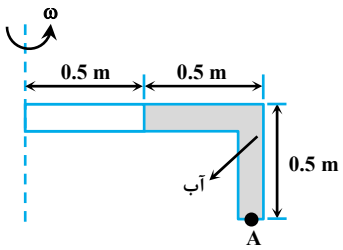
۳) $(\nabla.v) = 0$ ۴) $(-\nabla.\tau) + \nabla P + \rho g = 0$

پاسخ: گزینه «۱» معادله حرکت عبارت از جواب داده شده در گزینه «۱» است. جواب‌های «۲» و «۳» فرم خاصی از قانون بقای جرم بوده و جواب گزینه «۴» نیز ناقص است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۳: یک لوله باریک به شکل مقابل تا محل نشان داده شده از آب پر شده است و با سرعت زاویه‌ای ω حول محور قائم دوران می‌کند. فشار در نقطه A چقدر است؟ (وزن حجمی آب γ_w است) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $(\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g}+0/5)\gamma_w$

۲) $(\frac{3}{4}\frac{\omega^2}{g}+0/5)\gamma_w$

۳) $(\frac{3}{8}\frac{\omega^2}{g}+0/5)\gamma_w$

۴) $(\frac{3}{8}\frac{\omega^2}{g})\gamma_w$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از رابطه ترکیبی اولر برای حرکت دورانی یکنواخت حول محور قائم داریم:

$$P_2-P_1=\frac{\rho\omega^2}{2}(r_2^2-r_1^2)-\rho(g+a_y)(y_2-y_1)$$

با در نظر گرفتن نقطه $r=0/5(m)$ به عنوان نقطه ۱ و $r=1(m)$ (نقطه A) به عنوان نقطه ۲ داریم:

$$P_A-0=\frac{\gamma\omega^2}{2g}[(1)^2-(0/5)^2]-\gamma(1+0)(-0/5) \qquad P_A=(\frac{3}{8}\frac{\omega^2}{g}+0/5)\gamma_w$$

مثال ۲۴: میدان سرعت جریان دو بعدی به وسیله رابطه روبه‌رو به دست آمده است: $u=K(x^2-y^2)$, $v=cxy$

رابطه بین K و C برای یک جریان تراکم‌ناپذیر برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $C=-2K$

۲) $C=\frac{1}{2}K$

۳) $C=2K$

۴) $C=\frac{-1}{2}K$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$u=K(x^2-y^2)$ $\quad v=cxy$

با استفاده از معادله پیوستگی در جریان تراکم‌ناپذیر داریم: $\vec{\nabla}.\vec{V}=0$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0: \quad 2Kx+Cx=0\Rightarrow(2K+C)x=0\Rightarrow 2K+C=0\Rightarrow C=-2K$$

مثال ۲۵: اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف پر از آبی در حال سکون برابر P است. اگر ظرف آب با شتاب گرانشی سقوط کند، اختلاف فشار بین دو نقطه: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) بزرگ‌تر از P می‌شود.

۲) صفر می‌شود.

۳) برابر با P می‌شود.

۴) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از P می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

سقوط آزاد : $a_y=-g$ تغییرات فشار نسبی در امتداد قائم : $\frac{\partial P_g}{\partial y}=-\rho(g+a_y)$

بنابراین اختلاف فشار بین دو نقطه درون ظرف صفر می‌شود. $\frac{\partial P_g}{\partial y}=0$

مثال ۲۶: کدام عبارت صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) در حرکت سیال تراکم‌ناپذیر در حالت پایا $\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0$ است.

۲) در حرکت سیال تراکم‌پذیر در حالت پایا $\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0$ است.

۳) در حرکت سیال تراکم‌ناپذیر همواره $\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0$ است.

۴) در حرکت سیال تراکم‌ناپذیر در حالت پایا $\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}=0$ است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای جریان تراکم‌ناپذیر (حتی ناپایا) همواره داریم:

$$\vec{\nabla}.\vec{V}=0\Rightarrow\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۷: فرضیات رابطه اولر چیست؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) سیال نیوتنی و تراکم‌ناپذیر است.

۲) سیال ایده‌آل ـ جریان پایدار و برای نقاط روی خطوط جریان قابل استفاده است.

۳) جریان پایدار ـ سیال ایده‌آل و تراکم‌ناپذیر باشد.

۴) جریان پایدار ـ سیال دارای ویسکوزیته بالا و تراکم‌ناپذیر باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» اگر در معادله قانون دوم نیوتن تنش برشی وجود نداشته باشد و تنها نیروی بدنی، نیروی ثقل باشد معادله اولر نامیده می‌شود. در این صورت نیروی سطحی روی المان سیال فقط ناشی از فشار P خواهد بود. معادله اولر: $-\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P-g\vec{\nabla}Z=\vec{a}$

معادله اولر در حالت کلی برای جریان پایدار نیست، پس گزینه (۱) صحیح است.

مثال ۲۸: در یک میدان جریان دو بعدی، سرعت در جهت x و y به ترتیب $v_x=2x$ و $v_y=2y$ است. در این میدان: (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) جریان تراکم‌ناپذیر است.

۲) جریان پایدار است.

۳) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴) دانسیته تابعیت نمایی از زمان دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» شرط تراکم‌ناپذیری آن است که $\vec{\nabla}.\vec{V}=0$ و داریم:

$$\vec{\nabla}.\vec{V}=\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}=2+2\neq 0$$

بنابراین جریان تراکم‌پذیر است و از فرم کلی معادله پیوستگی داریم:

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{V})=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}\qquad \frac{\partial(2\rho x)}{\partial x}+\frac{\partial(2\rho y)}{\partial y}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

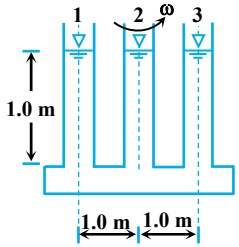
$$2\rho+2\rho=-\frac{\partial\rho}{\partial t}\Rightarrow\frac{d\rho}{\rho}=-4dt\Rightarrow \text{Ln}\rho=-4t+\text{Ln}c\Rightarrow \text{Ln}\frac{\rho}{c}=-4t\Rightarrow\rho=ce^{-4t}$$

بنابراین دانسیته تابعی نمایی از زمان است.

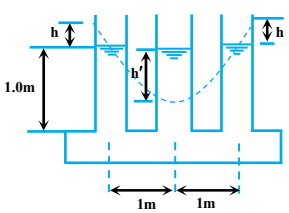
مثال ۲۹: یک مخزن به صورت افقی قرار دارد و حاوی سیال است. سه لوله قائم ۱، ۲ و ۳ به ترتیب با شعاع‌های a، 2a و a همانند شکل به آن متصل شده است و تا ارتفاع یک متر از سیال پر شده‌اند. مجموعه با سرعت زاویه‌ای ثابت $\omega=1\frac{rad}{s}$ حول محور مرکزی لوله ۲ در حال چرخش است. اگر از اثرات کشش سطحی صرف‌نظر شود، سطح سیال در لوله ۲ نسبت به حالت سکون چقدر پایین می‌آید؟ (a کوچک است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1}{2g}$ ۲) $\frac{1}{3g}$

۳) $\frac{1}{4g}$ ۴) $\frac{1}{6g}$



☑ **پاسخ:** گزینه «۴»



h': کاهش ارتفاع در لوله وسط نسبت به حالت سکون

h: افزایش ارتفاع در لوله‌های کناری نسبت به حالت سکون

معادله پیوستگی: $\pi a^2(1)+\pi(2a)^2(1)+\pi a^2(1)=\pi a^2(1+h)\times 2+\pi(2a)^2(1-h')$

$$0=2(\pi a^2)h-\pi(2a)^2h'\qquad 2h=4h'\qquad h=2h'$$

با استفاده از معادله اولر برای حالت دوران یکنواخت حول محور قائم داریم:

$$P=P_0+\rho\frac{\omega^2r^2}{2}-\gamma y$$

در لوله‌های کناری: $\begin{vmatrix} r=1(m)\\ y=1+h\end{vmatrix}$: $P=0$

$$0=P_0+\frac{1000(1)^2(1)^2}{2}-10000(1+h)\qquad P_0=9500+10000h$$

در لوله وسط: $\begin{vmatrix} r=0\\ y=1-h'=1-\frac{h}{2}\end{vmatrix}$: $P=0$

$$0=9500+10000h+0-10000(1-\frac{h}{2})\Rightarrow 10000-9500=10000h+5000h\Rightarrow h=0/033(m)=\frac{1}{3g}\Rightarrow h'=\frac{h}{2}=\frac{1}{6g}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۰: در مورد رابطه $\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0$ کدام عبارت صحیح می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) برای جریان پایدار و سیال تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر صادق است.
۲) برای جریان پایدار و فقط سیال تراکم‌پذیر صادق است.
۳) برای جریان ناپایدار و سیال تراکم‌ناپذیر صادق است.
۴) برای جریان پایدار و فقط سیال تراکم‌ناپذیر صادق است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی در حالت کلی : $\vec{\nabla}.(\rho\vec{V})=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

معادله فوق برای جریان پایدار (تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر) به صورت زیر تبدیل می‌شود $(\frac{\partial\rho}{\partial t}=0)$:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0$$

مثال ۳۱: برای یک سیال تراکم‌ناپذیر دو مؤلفه سرعت در شرایط پایا داده شده، مؤلفه سوم سرعت کدام می‌باشد؟ $(U_y=2y^2, U_z=2xyz)$

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) $-2y^2x-x^2yz+f(y,z)$ ۲) $-4xy-x^2y^2+f(y,z)$ ۳) $-2y^2x-x^2y+f(y,z)$ ۴) $-4xy-x^2y+f(y,z)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی برای جریان تراکم‌ناپذیر داریم:

$$\vec{\nabla}.\vec{V}=0 \qquad \frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}=0 \qquad \frac{\partial U_x}{\partial x}+4y+2xy=0$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}=-4y-2xy$$

با انتگرال‌گیری رابطه بالا نسبت به متغیر x داریم:

$$U_x=-4xy-x^2y+f(y,z)$$

مثال ۳۲: شرط برقراری رابطه پیوستگی برای یک سیال تراکم‌ناپذیر در شرایط پایا در جریانی که میدان سرعت آن $\vec{V}=ax^2\hat{i}+bxy\hat{j}$ است کدام می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) $b=2a$ ۲) $a=2b$ ۳) $a=-2b$ ۴) $b=-2a$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی برای جریان تراکم‌ناپذیر داریم:

$$\vec{\nabla}.\vec{V}=0 \quad \text{در حالت دو بعدی}: \frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}=0: \quad 2ax+bx=0 \Rightarrow (2a+b)x=0$$

$$2a+b=0 \qquad b=-2a$$

مثال ۳۳: توزیع سرعت با رابطه $\vec{V}=\hat{i}+2y\hat{j}$ داده شده است، نوع جریان کدام است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)

۱) یک بعدی و تراکم‌ناپذیر ۲) دو بعدی و تراکم‌پذیر ۳) یک بعدی و تراکم‌پذیر ۴) دو بعدی و تراکم‌ناپذیر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$$\vec{V}=\vec{i}+2y\vec{j} \qquad V_x=1 \qquad V_y=2y$$

با توجه به دو مؤلفه سرعت، جریان دو بعدی است.

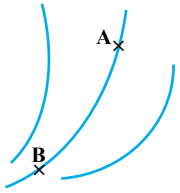
فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی برای جریان تراکم‌ناپذیر : $\vec{\nabla}.\vec{V}=\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}=0+2\neq 0$

بنابراین جریان تراکم‌پذیر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۴: در شکل مقابل خطوط جریان برای جریانی دو بعدی، غیرلزج و تراکم‌ناپذیر روی صفحه افقی رسم شده است، اما جهت جریان مشخص نشده است. کدام عبارت همواره صحیح است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



۱) فشار نقطه A از B کمتر است.

۲) فشار نقطه B از A کمتر است.

۳) فشار همواره در جهت جریان کاهش می‌یابد.

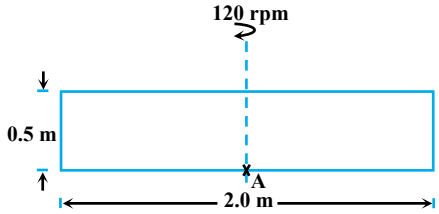
۴) بدون دانستن جهت جریان نمی‌توان در مورد فشار اظهار نظر کرد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به تراکم خطوط جریان در نقطه B، سرعت در نقطه B بیشتر از نقطه A است.

$y_A = y_B$ (نقاط روی صفحه افقی) معادله برنولی بین نقاط A و B : $\frac{P_A}{\rho}+\frac{V_A^2}{2}+\cancel{gy}_A=\frac{P_B}{\rho}+\frac{V_B^2}{2}+\cancel{gy}_B$

$V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$

مثال ۳۵: تانکی استوانه‌ای مطابق شکل با روغن (جرم حجمی $800\frac{kg}{m^3}$) تحت فشار ۲۰۰kpa پر شده است. اگر این تانک حول محورش با سرعت ۱۲۰rpm بچرخد، فشار نقطه A را محاسبه کنید. (مهندسی مواد ـ سراسری ۸۸)



۱) ۲۰۳/۹kPa

۲) ۲۰۰kPa

۳) ۲۶۳kPa

۴) ۲۶۷kPa

☑ **پاسخ:** هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ابتدا ارتفاع معادل روغن فشار ۲۰۰kPa را به دست می‌آوریم:

$h_{eq}=\frac{P_g}{\gamma_o}=\frac{200\times10^3}{800\times10}=25(m)$ $\omega=120\times\frac{2\pi}{60}=4\pi(\frac{rad}{s})$

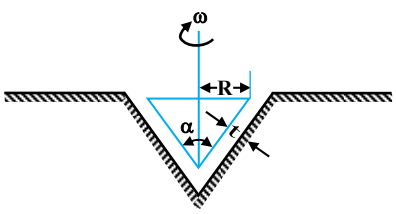
با استفاده از معادله اولر برای حرکت دورانی یکنواخت حول محور قائم داریم:

$P=-\rho gy+\frac{\rho r^2\omega^2}{2}+C$ $B.C.\begin{vmatrix} r=1(m) \\ y=0/5+h_{eq}=25/5\ (m)\end{vmatrix}\Rightarrow P=0$

$0=-800\times10\times25/5+\frac{800(1)^2(4\pi)^2}{2}+C$ $C=140834/5$

A نقطه : $\begin{vmatrix} r=0 \\ y=0\end{vmatrix}\Rightarrow P_A=C=140834/5(Pa)\simeq141(kPa)$

مثال ۳۶: کدام گزینه گشتاور مورد نیاز برای چرخاندن مخروط شکل زیر با سرعت زاویه‌ای ω بر حسب دور در دقیقه را نشان می‌دهد؟ (لزجت مایع بین مخروط و جدار ساکن μ و ضخامت آن t می‌باشد.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) $T=\frac{\pi R^3\omega\mu}{t\sin(\frac{\alpha}{2})}$

۲) $T=\frac{\pi R^3\omega\mu}{2t\sin(\frac{\alpha}{2})}$

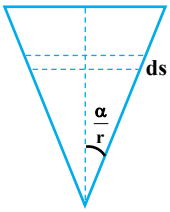
۳) $T=\frac{\pi R^4\omega\mu}{t\sin(\frac{\alpha}{2})}$

۴) $T=\frac{\pi R^4\omega\mu}{2t\sin(\frac{\alpha}{2})}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخ: گزینه «۴» برای المان مشخص شده در روی شکل داریم:



$$dA = 2\pi r ds = \frac{2\pi r dr}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \quad ; \quad ds = \frac{dr}{\sin(\frac{\alpha}{2})}$$

از طرفی با استفاده از قانون ویسکوزیته نیوتن داریم:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} = \mu \frac{u}{t} = \frac{\mu \cdot r\omega}{t}$$

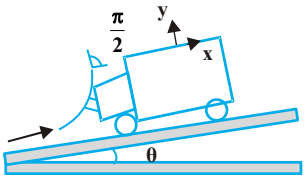
ابتدا نیرو و گشتاور لازم را برای المان و سپس با انتگرال‌گیری برای کل مخروط به دست می‌آوریم:

$$dF = \tau dA = \frac{\mu\omega \cdot 2\pi}{t \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})} r^2 dr \quad ; \quad dT = r dF = \frac{\mu\omega \cdot 2\pi}{t \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})} r^3 dr$$

$$T = \int_0^R dT = \frac{\mu\omega \cdot 2\pi}{t \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})} \int r^3 dr = \frac{\mu\omega \cdot 2\pi}{t.\sin(\frac{\alpha}{2})} \frac{R^4}{4} = \frac{\pi \mu \omega R^4}{2t \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})}$$

مثال ۳۷: **آب از نازلی به قطر ۱/۲mm خارج شده و با سرعت ۳۰m/s به یک اسباب‌بازی که روی سطح شیب‌دار قرار گرفته برخورد می‌کند. اگر جرم اسباب‌بازی ۶۰۰ گرم باشد، ماکزیمم زاویه تقریبی θ که اسباب‌بازی می‌تواند به ازای آن در امتداد سطح شیب‌دار به سمت بالا حرکت کند، چند درجه است؟ $(\sin(15^\circ) = 0/259 \ , \ \sin(5^\circ) = 0/087)$**

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)



۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۲۰

۴) ۱۵

پاسخ: گزینه «۲» در ابتدای حرکت رو به بالا در روی سطح شیب‌دار داریم:

$$\sum F_x = 0 : \ F - mg\sin\theta = 0$$: در آستانه حرکت رو به بالا

$$x - mom. : \ F = \rho V^2 A \quad \rho V^2 A = mg\sin\theta \Rightarrow 1000 \times (30)^2 \times \frac{\pi}{4}(1/2 \times 10^{-3})^2 = 0/6 \times 10 \sin\theta$$

$$\sin\theta = 0/17 \Rightarrow \boxed{\theta = 10^\circ}$$

مثال ۳۸: **برای جریان توسعه‌یافته داخل لوله به قطر 2R، در چه فاصله‌ای از جداره لوله سرعت موضعی برابر سرعت متوسط است؟**

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)

۱) $\frac{R}{\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{R}{2}$ ۳) $(\sqrt{2}-1)R$ ۴) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}R$

پاسخ: گزینه «۴» در جریان آرام توسعه یافته داخل لوله پروفیل سرعت سهمی شکل بوده و داریم:

$$V = K(R^2 - r^2)$$

در رابطه فوق r عبارت از فاصله شعاعی از محور لوله است.

$$q = \int VdA = \int_0^R K(R^2 - r^2)(2\pi r dr) = K(2\pi)\left[R^2(\frac{r^2}{2}) - \frac{r^4}{4}\right]_0^R = 2\pi K(\frac{R^4}{4})$$

$$\overline{V}_{av} = \frac{q}{A} = \frac{\pi K \frac{R^4}{2}}{\pi R^2} = \frac{K}{2}R^2 \qquad V_{max}\Big|_{r=0} = KR^2 \Rightarrow \overline{V}_{av} = \frac{V_{max}}{2}$$

با توجه به برابری سرعت موضعی با سرعت متوسط داریم:

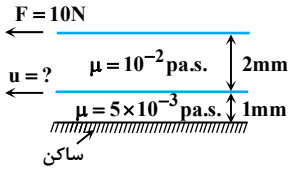
$$V = \overline{V}_{av} \Rightarrow \cancel{K}(R^2 - r^2) = \frac{\cancel{K}}{2}R^2 \Rightarrow \quad r^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow \quad r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$$

فاصله از جداره لوله : $y = R - r = R - \frac{\sqrt{2}}{2}R = \frac{2-\sqrt{2}}{2}R \Rightarrow \boxed{y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}R}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۹: مطابق شکل صفحات موازی و افقی بر روی هم با فاصله کم از هم قرار گرفته و بین آن‌ها از سیال با لزجت‌های نشان داده شده پر شده است. اگر صفحات دارای سطح $۴m^۲$ باشند و صفحه بالایی با نیروی $۱۰N$ به سمت چپ کشیده شود، صفحه وسط با چه سرعتی برحسب متر بر ثانیه به سمت چپ حرکت خواهد کرد؟ (سطح زیرین ساکن است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۰/۲۵
۲) ۰/۴
۳) ۱
۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه «۴» در حالت تعادل (سرعت یکنواخت) داریم:

$$V=\text{const.} \Rightarrow a=۰ \Rightarrow \Sigma F=۰: \ F-f=۰ \qquad F=f=۱۰(N)$$

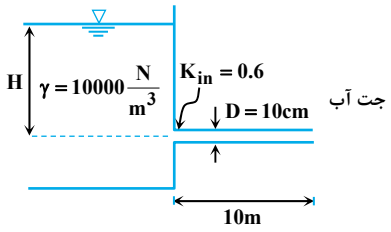
با فرض پروفیل سرعت خطی (به علت فاصله کم صفحات از هم)، تنش برشی در همه جا یکسان است.

$$f=\tau A \qquad \tau=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\ (Pa)$$

برای صفحه وسط : $F=F' \Rightarrow \tau A=\tau' A \Rightarrow \tau_{\text{بالای صفحه}}=\tau'_{\text{پایین صفحه}}$ $\qquad \tau=\mu\frac{\Delta V}{\Delta y} \qquad ۲/۵=۵\times۱۰^{-۳}\times\frac{u-۰}{۱\times۱۰^{-۳}} \qquad u=۰/۵\ (\frac{m}{s})$

مثال ۴۰: در شکل نشان داده شده مخزن به اندازه کافی بزرگ است. اگر تنش برشی در جداره لوله $۱۵\frac{N}{m^۲}$ باشد، مقدار H چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$ و $(f=۰/۰۲۴$ ضریب دارسی ویسباخ)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۱
۲) ۴
۳) ۷/۵
۴) ۵

پاسخ: هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست. در حالت تعادل داریم:

$$(\Delta P)A=\tau_w.A' \qquad \Delta P=\tau_w.\frac{\pi DL}{\pi\frac{D^۲}{۴}}=\frac{۴\tau_w L}{D} \qquad \Delta P=\frac{۴\times۱۵\times۱۰}{۰/۱}=۶۰۰۰\ (Pa)$$

معادله اصلاح شده برنولی بین ابتدا و انتهای لوله : $\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+y_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+y_۲+H_L+(H_L)_M$

معادله پیوستگی: $D_۱=D_۲ \Rightarrow V_۱=V_۲$

$$\frac{P_۱-P_۲}{\gamma}=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}+K\frac{V^۲}{۲g} \qquad \frac{۶۰۰۰}{۱۰۰۰۰}=(۰/۰۲۴\times\frac{۱۰}{۰/۱}+۰/۶)\times\frac{V^۲}{۲g} \qquad \frac{V^۲}{۲g}=۰/۲$$

$$V=\sqrt{۰/۲\times۲\times۱۰}=۲\ (\frac{m}{s}) \qquad \text{معادله برنولی}: \frac{P_a}{\gamma}+\frac{V_a^۲}{۲g}+y_a=\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+y_۱$$

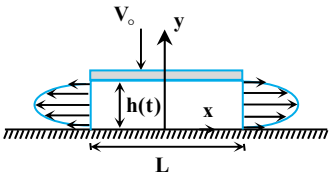
$$H=\frac{۶۰۰۰}{۱۰۰۰۰}+۰/۲ \Rightarrow H=۰/۸(m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۴۱: فاصله بین دو صفحه عریض به طول L که از سیالی با دانسیته ثابت پر شده، برابر $h(t)$ می‌باشد. h_0 فاصله اولیه بین دو صفحه در لحظه $t = 0$ می‌باشد و صفحه فوقانی با سرعت v_0 به پایین حرکت می‌کند. با فرض آنکه توزیع سرعت خروجی از رابطه $u(y) = 4u_0[\frac{y}{h(t)} - (\frac{y}{h(t)})^2]$ تبعیت کند، آن‌گاه مقدار u_0 (حداکثر سرعت در خروجی) برابر است با:

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) $\frac{2}{3}\frac{Lv_0}{h_0 - v_0 t}$

۲) $\frac{3}{4}\frac{Lv_0}{h_0 - v_0 t}$

۳) $\frac{3}{2}\frac{Lv_0}{L - v_0 t}$

۴) $\frac{4}{3}\frac{h_0 v_0}{L - v_0 t}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» قانون بقای جرم به صورت انتگرالی عبارت است از:

$$\oiint_{CS} \rho \vec{V}.\overrightarrow{dA} = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} \rho d\forall$$

دبی حجمی خروجی از هر طرف بین دو صفحه عبارت است از (b عرض صفحات است):

$$Q = \int VdA = \int u(y).(b)dy \Rightarrow Q = \int_0^{h(t)} 4u_0[\frac{y}{h(t)} - (\frac{y}{h(t)})^2](b)dy$$

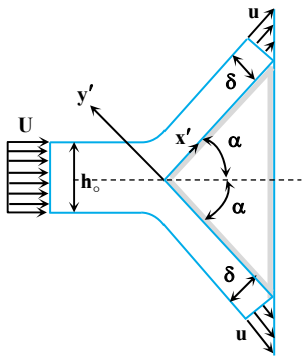
$$Q = 4u_0 b[\frac{1}{2}h(t) - \frac{1}{3}h(t)] = \frac{2}{3}u_0 bh(t) \Rightarrow \oiint_{CS} \vec{V}.\overrightarrow{dA} = \frac{4}{3}u_0 bh(t)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} d\forall = -\frac{d}{dt}[(L)(b)(h_0 - h(t))] = LbV_0 \qquad h(t) = h_0 - V_0 t$$

$$\frac{4}{3}u_0 b(h_0 - V_0 t) = Lb V_0 \Rightarrow u_0 = \frac{3}{4}\frac{LV_0}{h_0 - V_0 t}$$

مثال۴۲: یک جت دو بعدی آب به صورت متقارن بر روی یک گوه با زاویه رأس $2\alpha = 120^\circ$ برخورد می‌کند. در بالادست سرعت جت U و ضخامت آن h_0 است. به علت وجود اصطکاک بر روی جدار در انتهای گوه توزیع سرعتی با رابطه $u(y') = \frac{U}{\delta}y'$ شکل می‌گیرد. مقدار نیروی وارد از طرف جت بر گوه برابر است با:

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) $\frac{3}{4}\rho U^2 h_0$

۲) $\rho U^2 h_0 (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$

۳) $\frac{1}{2}\rho U^2 h_0$

۴) $\frac{2}{3}\rho U^2 h_0$

☑ **پاسخ:** گزینه«۳» با استفاده از معادله ممنتوم به صورت برداری داریم:

ممنتوم: $\vec{F} = m^\circ(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$

نیروی وارده از طرف جت بر گوه برابر است با:

$$\vec{K} = -\vec{F} = \rho Q(\vec{V}_1 - \vec{V}_2)$$

با توجه به تقارن جریان بر روی گوه $K_y = 0$ و نتیجه می‌شود:

$$K = K_x$$

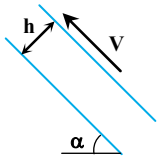
$$K = K_x = \rho(Uh_0)[U - (\frac{0 + U}{2}\cos 60^\circ)(2)] \Rightarrow K = \frac{1}{2}\rho U^2 h_0$$

با توجه به توزیع سرعت خطی در خروجی گوه، از سرعت متوسط استفاده شده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۳: دو صفحه موازی مطابق شکل قرار گرفته‌اند. صفحه فوقانی با سرعت ثابت V کشیده می‌شود. به ازای چه سرعتی از صفحه دبی جریان بین دو صفحه صفر می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) $\frac{1}{6}\frac{\rho g h^2 \sin\alpha}{\mu}$

۲) $\frac{1}{3}\rho g h^2 \sin\alpha$

۳) $\frac{1}{6}\rho g \frac{h^3 \sin\alpha}{\mu}$

۴) $\frac{1}{3}\rho g h^3 \sin\alpha$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با بررسی دیمانسیونی پاسخ‌های داده شده داریم:

گزینه ۱) $\frac{\frac{M}{L^3}\cdot\frac{L}{T^2}\cdot L^4}{\frac{M}{LT}} \equiv \frac{L}{T}$

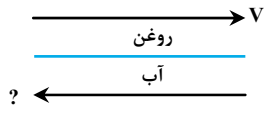
گزینه ۲) $\frac{M}{L^3}\cdot\frac{L}{T^2}\cdot L^4 \equiv \frac{M}{T^2}$

گزینه ۳) $\frac{\frac{M}{L^3}\cdot\frac{L}{T^2}\cdot L^4}{\frac{M}{LT}} \equiv \frac{L^2}{T}$

گزینه ۴) $\frac{M}{L^3}\cdot\frac{L}{T^2}\cdot L^4 \equiv \frac{ML}{T^2}$

فقط گزینه «۱» دارای دیمانسیون سرعت است.

مثال ۴۴: روغن با دانسیته ρ_1 و ویسکوزیته μ_1 روی آب با ضخامت برابر با روغن و با دانسیته ρ_2 و ویسکوزیته μ_2 قرار دارد (ضخامت‌ها کوچکند). صفحه روی روغن با سرعت v به سمت راست حرکت می‌کند. صفحه زیر آب با چه سرعتی به سمت چپ حرکت کند تا سطح تماس آب ـ روغن ساکن بماند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) v

۲) $\frac{\mu_1}{\mu_2}v$

۳) $\frac{\mu_2}{\mu_1}v$

۴) $(1-\frac{\mu_1}{\mu_2})v$

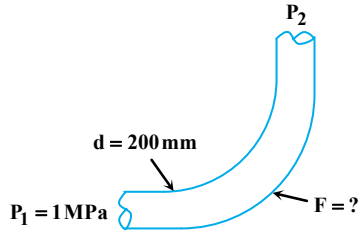
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به قانون عمل و عکس‌العمل، نیروهای وارده از طرف دو سیال در مرز مشترک با هم برابر هستند.

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \tau_1 A = \tau_2 A \Rightarrow \tau_1 = \tau_2$$

لازم به تأکید است که به علت ضخامت کوچک لایه‌های روغن و آب، می‌توان پروفیل سرعت در آن‌ها را خطی در نظر گرفته و داریم:

$$\mu_1 \frac{V-0}{t} = \mu_2 \frac{V'-0}{t} \Rightarrow V' = \frac{\mu_1}{\mu_2}V$$

مثال ۴۵: برآیند نیروی لازم جهت این که زانوی نشان داده شده در شکل تکان نخورد چند کیلو نیوتن است؟ (در لوله جریانی وجود ندارد و $\pi = 3$ فرض شود.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) $30\sqrt{2}$

۲) 30

۳) $60\sqrt{2}$

۴) 60

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله ممنتوم خطی در دو راستای x و y داریم:

$$x-Mom: F_x + P_1A = 0 \qquad K_x = -F_x = P_1A$$
$$y-Mom: F_y - P_2A = 0 \qquad K_y = -F_y = -P_2A$$

$P_1 = P_2 = P$ (در لوله جریانی وجود ندارد)

بنابراین نیروی وارده از طرف سیال بر لوله برابر است با:

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} \qquad K = \sqrt{2}PA \qquad K = \sqrt{2}\times 1\times 10^6 \times \frac{\pi}{4}(0/2)^2 \Rightarrow K = 30\sqrt{2}\,(kN)$$

مثال ۴۶: میدان سرعت یک جریان ماندگار $\vec{v} = x\vec{i} - y\vec{i}$ می‌باشد. ذره‌ای در لحظه $t = 0$ در موقعیت $(x = 1$ و $y = 2)$ قرار دارد. موقعیت ذره در لحظه $t = 4\,sec$، کدام است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۲)

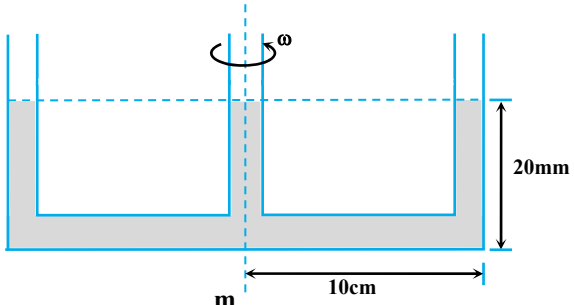
۱) $x = 2e^{-4},\ y = e^4$ ۲) $x = e^4,\ y = e^{-4}$ ۳) $x = e^4,\ y = 2e^{-4}$ ۴) $x = e^{-4},\ y = 2e^4$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای نوشتن موقعیت ذره از فرم لاگرانژی زیر استفاده می‌کنیم.

فرم لاگرانژی سرعت:
$$\frac{dx}{dt} = x \rightarrow Ln\frac{x}{x_0} = \Delta t \qquad Ln(\frac{x}{1}) = 4 \rightarrow x = e^4$$
$$\frac{dy}{dt} = -y \rightarrow Ln\frac{y}{y_0} = -\Delta t \qquad y = 2e^{-4}$$

آزمون فصل چهارم

۱ـ اگر مجموعه‌ای از لوله‌های مویین که در داخل آن‌ها آب است با سرعت زاویه‌ای $30\,rpm$ دوران کنند، ارتفاع h در لوله‌های مویین خارجی چقدر است؟ (از اثرات مویینگی صرف‌نظر کنید.)



۱) ۲۲/۵ mm
۲) ۲۴/۲ mm
۳) ۲۱/۶ mm
۴) ۲۵/۳ mm

۲ـ یک جعبه روباز با کف $3\,m\times 3\,m$ حاوی مایعی با چگالی نسبی ۰/۸۵ و به ارتفاع $2\,m$ است. در صورتی که شتاب $4/9\,\frac{m}{s^2}$ به طور عمودی و به سمت بالا به آن داده شود، فشار بر روی کف مخزن بر حسب kpa چقدر است؟

۱) صفر ۲) ۸/۳۳ ۳) ۱۶/۶۷ ۴) ۲۵

۳ـ روغنی با چگالی نسبی ۰/۹ در حدود ۰/۵ متری از بالای مخزن روبازی به طول $10\,m$، عرض $2/5\,m$ و ارتفاع $2\,m$ می‌ایستد. بدون سرریز شدن هیچ روغن اضافی، بیشترین شتابی که مخزن می‌تواند تحمل کند چقدر است؟

۱) $0/98\,\frac{m}{s^2}$ ۲) $0/49\,\frac{m}{s^2}$ ۳) $1/96\,\frac{m}{s^2}$ ۴) $3/92\,\frac{m}{s^2}$

۴ـ استوانه مدور دربازی با مایعی کاملاً پر شده است. سرعت دورانی ظرف به اندازه‌ای است که فشار در مرکز کف استوانه تا میزان ۵۰% فشاری که قبل از چرخش داشت، کاهش داده شود. حجم آب سرریز شده از استوانه نسبت به حجم اولیه چقدر است؟

۱) ٪۲۵ ۲) ٪۵۰ ۳) ٪۷۵ ۴) ٪۳۳/۳

۵ـ یک استوانه مدور قائم سرباز با مایعی با چگالی ۱/۶ پر شده و حول محور عمودی آن با سرعتی چرخانده می‌شود که نصف مایع بیرون می‌ریزد. فشار در مرکز کف چقدر است؟

۱) صفر
۲) یک چهارم مقدار زمانی که استوانه پر بود.
۳) نصف مقدار زمانی که استوانه پر بود.
۴) یکسان مانند قبل از آن که استوانه چرخانده شود.

۶ـ یک راکت به ارتفاع $10\,m$ دارای سوخت مایع با چگالی ۱/۲ با شتاب $5g$ بالا می‌رود. فشار روی صفحه کف راکت در هنگام بالا رفتن چقدر است؟ (g : شتاب گرانش)

۱) $6/7\,\frac{kg}{cm^2}$ ۲) $7/2\,\frac{kg}{cm^2}$ ۳) $8/4\,\frac{kg}{cm^2}$ ۴) $8/9\,\frac{kg}{cm^2}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ یک مخزن استوانه‌ای روباز با قطر ۲ m و ارتفاع ۲ m دارای آب تا عمق ۱/۵ m است. ماکزیمم سرعت زاویه‌ای استوانه حول محور عمودی آن بدون سرریز شدن آب چقدر است؟

۱) $\sqrt{2g}$ ۲) $\sqrt{g}$ ۳) $2g$ ۴) g

۸ـ کدام یک از میدان‌های سرعت زیر، جریان ممکن یک سیال را نشان می‌دهد؟

۱) $u = x\ ,\ v = y$ ۲) $u = x^2\ ,\ v = y^2$ ۳) $u = xy\ ,\ v = x^2y^2$ ۴) $u = x\ ,\ v = -y$

۹ـ معادله حرکت اولر .....

۱) قابل استفاده برای هر جریانی است.
۲) فقط عامل نیروهای ثقل و فشار را در یک جریان غیرلزج مورد بررسی قرار می‌دهد.
۳) فقط عامل نیروهای ثقل و لزجت را در یک جریان حقیقی مورد بررسی قرار می‌دهد.
۴) فقط عامل نیروهای فشار را در یک جریان حقیقی مورد بررسی قرار می‌دهد.

۱۰ـ مایعی حول یک محور قائم مانند جسم صلب دوران می‌کند. فشار در نقطه‌ای روی محور دوران با فشار در نقطه‌ای که ۶۰ cm بالاتر از آن و ۶۰ cm دورتر از محور دوران است برابر می‌باشد. سرعت دوران چند رادیان بر ثانیه است؟

۱) ۴/۰۴ ۲) ۴/۴۳ ۳) ۵/۷۲ ۴) ۶/۲۵

۱۱ـ در یک میدان جریان دو بعدی، مؤلفه x سرعت $u = 2x$ و مؤلفه y سرعت $v = 2y$ است. در این میدان:

۱) جریان تراکم‌ناپذیر است.
۲) دانسیته تابعی از زمان بوده و $\rho = Ce^{-4t}$ است.
۳) جریان دائم است.
۴) هیچ کدام

۱۲ـ ظرف کروی صلب پر از مایعی به طرف پایین و تحت نیروی ثقل رها می‌شود:

۱) فشار مایع در تمام نقاط ظرف یکسان است.
۲) سطوح هم‌فشار افقی بوده و فشار در نقاط پایین بیشتر است.
۳) سطوح هم‌فشار بر حسب این که سرعت ظرف با افق چه زاویه‌ای بسازد تغییر کرده و افقی باقی نمی‌مانند.
۴) هیچ کدام

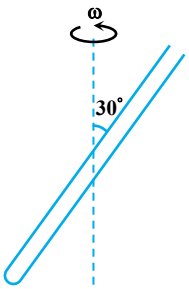
۱۳ـ ظرفی محتوی مایع در روی یک سطح مستوی با شیب α نسبت به سطح افقی و با شتاب a حرکت می‌کند. با انتخاب Ox به عنوان محور افقی و Oz به عنوان محور قائم می‌توان شیب سطح آزاد مایع را به صورت زیر نوشت:

۱) $\frac{dz}{dx} = \frac{a\sin\alpha}{g + \cos\alpha}$ ۲) $\frac{dz}{dx} = \frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha}$ ۳) $\frac{dz}{dx} = \frac{\cos\alpha}{a\sin\alpha}$ ۴) $\frac{dz}{dx} = \frac{g + a\cos\alpha}{a\sin\alpha}$

۱۴ـ ظرف مکعب شکلی به ضلع ۱ m پر از آب بوده و در امتداد x شتابی برابر با $\frac{g}{2}$ به آن داده می‌شود. حجم آبی که بیرون ریخته می‌شود چقدر می‌باشد؟ (می‌توانید از رابطه $P = P_0 - \rho a_x x - (\rho g + \rho a_y)y$ استفاده کنید.)

۱) $0/125\,m^3$ ۲) $0/25\,m^3$ ۳) $0/5\,m^3$ ۴) $0/75\,m^3$

۱۵ـ لوله‌ای به طول ۲ m که بالای آن باز می‌باشد و ته آن بسته است، حول محوری افقی که زاویه 30° با محور قائم می‌سازد و از وسط لوله می‌گذرد در حال دوران می‌باشد. سرعت زاویه‌ای دوران چقدر باشد تا فشار در مرکز لوله صفر شود. (می‌توانید از رابطه $P = P_0 + \frac{\rho\omega^2 r^2}{2} - \rho g y$ استفاده کنید.)

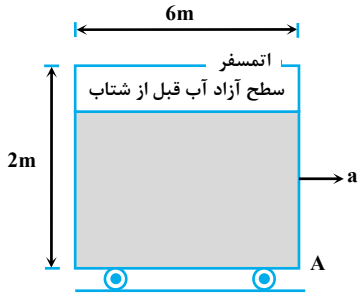


۱) $6/3\ \frac{rad}{s}$
۲) $8/2\ \frac{rad}{s}$
۳) $8/9\ \frac{rad}{s}$
۴) $17\ \frac{rad}{s}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ در شکل زیر شتاب افقی مخزن به سمت راست (a) چقدر باشد تا فشار نسبی در نقطه A برابر صفر گردد؟ (قبل از حرکت، ثلث حجم مخزن خالی است و بعد از حرکت، آب به آن وارد یا خارج نمی‌شود.)



۱) $a = \frac{۲g}{۳}$

۲) $a = \frac{g}{۲}$

۳) $a = ۲g$

۴) $a = g$

۱۷ـ معادله پیوستگی در تمام حالت‌های مختلف از کدام رابطه به دست می‌آید؟

۱) $\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} + \frac{d\rho}{\rho} = ۰$

۲) $\frac{A}{dA} + \frac{V}{dV} + \frac{\rho}{d\rho} = ۰$

۳) $\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} + \frac{d\rho}{\rho} = cte$

۴) $AdA + VdV + \rho d\rho = cte$

۱۸ـ با منظور داشتن ρ (جرم مخصوص)، u ، v و w (مؤلفه‌های سرعت در سه امتداد x ، y و z)، کدام رابطه بیان‌کننده رابطه کلی پیوستگی جریان می‌باشد؟

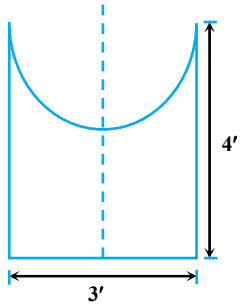
۱) $\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = ۰$

۲) $u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = ۰$

۳) $\frac{۱}{\rho}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{۱}{\rho}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{۱}{\rho}\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = ۰$

۴) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = ۰$

۱۹ـ در شکل زیر استوانه‌ای به شعاع ۱/۵ ft و ارتفاع ۴ ft و با سرعت زاویه‌ای $۱۰\frac{rad}{s}$ حول محورش دوران می‌کند. اگر استوانه قبل از دوران پر از آب باشد، بعد از دوران چه مقدار آب از استوانه به بیرون ریخته شده است؟



۱) $۶/۲\,ft^۳$

۲) $۱۲/۴\,ft^۳$

۳) $۱۴/۱۳\,ft^۳$

۴) $۲۸/۲۶\,ft^۳$

۲۰ـ کدام عبارت صحیح است؟

۱) در جریان تراکم‌ناپذیر همواره $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = ۰$ است.

۲) در جریان تراکم‌ناپذیر فقط در حالت پایا $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = ۰$ است.

۳) در جریان تراکم‌پذیر همواره $\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = ۰$ است.

۴) در جریان تراکم‌پذیر فقط در حالت پایا $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = ۰$ است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پنجم

« آنالیز ابعادی و تشابه »

مثال ۱: در یک سازه آبی، پارامترهای مؤثر عبارت از θ، V، g، H و Q هستند (θ زاویه کف سازه با افق است). پارامتر بی‌بعد این سازه در کدام گزینه وجود دارد؟

۱) θ ۲) $\frac{V}{\sqrt{gH}}$ ۳) $\frac{Q}{\sqrt{g}H^{۲/۵}}$ ۴) هر سه مورد

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» کلیه عبارت‌های داده شده را از نظر ابعادی بررسی می‌کنیم:

زاویه کمیت بی‌بعد است $\theta \equiv$

با توجه به جدول فوق برای ابعاد g, Q, V و H در دستگاه $MLT\theta$ داریم:

$$[V] \equiv \frac{L}{T} \qquad [g] \equiv \frac{L}{T^۲} \qquad [Q] \equiv \frac{L^۳}{T} \qquad [H] \equiv L$$

$$\frac{V}{\sqrt{gH}} \equiv \frac{\frac{L}{T}}{\sqrt{\frac{L}{T^۲} \times L}} \equiv ۱ \qquad \frac{Q}{\sqrt{g}H^{۲/۵}} \equiv \frac{\frac{L^۳}{T}}{\sqrt{\frac{L}{T^۲}}.L^{\frac{۵}{۲}}} \equiv ۱$$

بنابراین، هر سه گروه بی‌بعد هستند.

مثال ۲: توان مورد نیاز برای به حرکت در آوردن یک پنکه بستگی به عوامل زیر دارد:

D قطر پروانه، C سرعت صوت سیال، V سرعت جریان آزاد، μ لزجت دینامیکی سیال، ρ جرم مخصوص سیال، ω سرعت زاویه‌ای پروانه. تعداد گروه‌های بی‌بعد چقدر است؟

☑ **پاسخ:** با توجه به کمیت‌های موجود داریم:

کمیت‌ها: $P, D, C, V, \mu, \rho, \omega \Rightarrow n = ۷$

از طرفی با توجه به جدول قبلی، معادله ابعادی کمیت‌های داده شده عبارتند از:

$$[D] \equiv L \qquad [C] = [V] \equiv \frac{L}{T} \qquad [\mu] \equiv \frac{M}{LT}$$

$$[\rho] \equiv \frac{M}{L^۳} \qquad [\omega] \equiv \frac{۱}{T} \qquad [P] \equiv \frac{ML^۲}{T^۳}$$

لذا بعدهای اصلی کمیت‌های فوق، M و L و T هستند و در نتیجه: $r = ۳$.

بنابراین با توجه به قضیه π باکینگهام تعداد گروه‌های بی‌بعد برابر است با:

تعداد گروه‌های بی‌بعد $= n - r = ۷ - ۳ = ۴$

π_i ها گروه‌های بی‌بعد هستند.

قضیه π باکینگهام : $\pi_۱ = f(\pi_۲, \pi_۳, \pi_۴)$

مثال ۳: قرار است مقاومت موجی یک کشتی اقیانوس‌پیما توسط مدلی که به اندازه $\frac{۱}{۱۰۰}$ کوچک شده است، اندازه‌گیری شود. اگر نیروی مقاوم نمونه اصلی در سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ مطلوب باشد، سرعت مدل را به دست آورید؟

☑ **پاسخ:** مقاومت آب در برابر حرکت کشتی از سه قسمت تشکیل می‌شود که عبارتند از: درگ فشاری، درگ اصطکاکی و درگ موجی.

برای مطالعه درگ موجی از برابری عدد فرود استفاده می‌شود و داریم:

$$(Fr)_M = (Fr)_P \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_M = (\frac{V^۲}{Lg})_P \Rightarrow V_M = V_P(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}} \qquad V_M = ۱۰\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} \Rightarrow V_M = ۱(\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴: اگر مدل فیزیکی در لوله حاوی آب ($\nu = ۰/۸۰۴\times۱۰^{-۶}\ \frac{m^۲}{s}$) با مقیاس هندسی $\frac{۱}{۲۰}$ ساخته شود، نسبت سرعت در لوله اصلی حاوی آب ($\nu = ۲/۷۹\times۱۰^{-۴}\ \frac{m^۲}{s}$) به سرعت در مدل را به دست آورید.

☑ **پاسخ:** برای جریان داخل لوله‌ها عدد رینولدز حائز اهمیت است. لذا از برابری عدد رینولدز برای مدل اصلی و نمونه داریم:

$$(Re)_M = (Re)_P \qquad (\frac{VD}{\nu})_M = (\frac{VD}{\nu})_P \qquad \frac{V_P}{V_M} = \frac{D_M}{D_P}\cdot\frac{\nu_P}{\nu_M}$$

نسبت سرعت در لوله اصلی به سرعت در مدل: $\frac{V_P}{V_M} = \frac{۱}{۲۰}\times\frac{۲/۷۹\times۱۰^{-۴}}{۰/۸۰۴\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow \frac{V_P}{V_M} = ۱۷/۳۵$

مثال ۵: بازدارندگی مبدل یک وسیله کاشف زیردریایی قرار است از روی داده‌های آزمون در تونل باد تعیین شود. نمونه اصلی (کره‌ای به قطر ۳۰۰mm)، باید با سرعت ۵ نات (مایل دریایی در ساعت) در آب دریای $۵^\circ C$ حرکت کند. قطر مدل ۱۵۰mm است. سرعت لازم را برای آزمایش در هوا به دست آورید؟ اگر بازدارندگی مدل در شرایط آزمایش ۲۴/۸N باشد، بازدارندگی مؤثر بر نمونه اصلی را تخمین بزنید. (۱ مایل دریایی = ۱۸۵۲ m)

☑ **پاسخ:** گروه‌های بی‌بعد مؤثر عبارت از اعداد رینولدز و اولر هستند و داریم:

آب دریا: $T = ۵^\circ C \Rightarrow \rho_P = ۱۰۲۵\ (\frac{kg}{m^۳})\ ,\ \nu_P = ۱/۴\times۱۰^{-۶}\ (\frac{m^۲}{s})$

هوا در شرایط استاندارد: $\rho_M = ۱/۲۳\ (\frac{kg}{m^۳})\ ,\ \nu_M = ۱/۴۵\times۱۰^{-۵}\ (\frac{m^۲}{s})$

تبدیل واحد سرعت به واحد SI: $V_P = ۵\frac{\text{مایل دریایی}}{\text{ساعت}}\times\frac{۱۸۵۲m}{۱\ \text{مایل دریایی}}\times\frac{۱h}{۳۶۰۰s} = ۲/۵۷۲\ (\frac{m}{s})$

برابری عدد رینولدز مدل و نمونه اصلی:

$$(Re)_M = (Re)_P \qquad (\frac{VD}{\nu})_M = (\frac{VD}{\nu})_P$$

$$\frac{V_M\times۰/۱۵}{۱/۴۵\times۱۰^{-۵}} = \frac{۲/۵۷۲\times۰/۳}{۱/۴\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow V_M = ۵۳/۳\ (\frac{m}{s})$$

برابری عدد اولر مدل و نمونه اصلی:

$$(Eul)_M = (Eul)_P \qquad (\frac{F}{\rho V^۲D^۲})_M = (\frac{F}{\rho V^۲D^۲})_P$$

$$\frac{۲۴/۸}{۱/۲۳\times(۵۳/۳)^۲\times(۰/۱۵)^۲} = \frac{F_P}{۱۰۲۵\times(۲/۵۷۲)^۲\times(۰/۳)^۲} \Rightarrow F_P = ۱۹۲/۵\ (N)$$

مثال ۶: اگر برای ساخت مدل هیدرولیکی از یک جسم اصلی (Prototype) نیروهای لزجت و ثقل نیروهای اصلی باشند، برای وقتی که سیال مدل و جسم اصلی یکی هستند، کدام عبارت برای ایجاد تشابه کامل صحیح است؟

۱) $L_r = U_r^{\frac{۱}{۲}}$ ۲) $U_r = L_r^{\frac{۱}{۲}}$ ۳) $L_r = ۱$ ۴) $U_r = L_r$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در این حالت نیروهای لزجت (اصطکاک) و ثقل (جاذبه) نیروهای اصلی هستند. بنابراین عدد رینولدز و فرود حائز اهمیت بوده و لذا برای ایجاد تشابه کامل برای مدل و نمونه اصلی باید این دو عدد یکسان باشند. لذا داریم:

$$\begin{cases}(Re)_M = (Re)_P \Rightarrow (\frac{\rho VL}{\mu})_M = (\frac{\rho VL}{\mu})_P \Rightarrow \frac{V_M}{V_P} = \frac{L_P}{L_M}\\ (Fr)_M = (Fr)_P \Rightarrow (\frac{V^۲}{Lg})_M = (\frac{V^۲}{Lg})_P \Rightarrow (\frac{V_M}{V_P})^۲ = \frac{L_M}{L_P}\end{cases}$$

$$(\frac{L_P}{L_M})^۲ = \frac{L_M}{L_P} \qquad (\frac{L_M}{L_P})^۳ = ۱ \qquad \frac{L_M}{L_P} = ۱ \Rightarrow L_r = ۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷: مدل سرریزی با نسبت $L_r = \frac{۱}{۵۰}$ و دبی طراحی سرریز $۱۷۰۰۰ m^۳/s$ است. دبی سرریز مدل بر حسب متر مکعب در ثانیه برای ایجاد تشابه دینامیکی را از بین گزینه‌های زیر انتخاب کنید.

۱) ۴۸/۱ ۲) ۰/۹۶ ۳) ۰/۱۴ ۴) ۶/۸

پاسخ: گزینه «۲» برای جریان روی سرریز سد عدد فرود مهم است و لذا از برابری عدد فرود برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Fr)_M = (Fr)_P \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_M = (\frac{V^۲}{Lg})_P \qquad (\frac{V_M}{V_P})^۲ = \frac{L_M}{L_P} \qquad \frac{V_M}{V_P} = (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}}$$

نسبت دبی مدل به نمونه اصلی: $\frac{Q_M}{Q_P} = \frac{V_M A_M}{V_P A_P} = (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}} (\frac{L_M}{L_P})^۲ = (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۵}{۲}} \qquad Q_M = Q_P . L_r^{\frac{۵}{۲}}$

$$Q_M = ۱۷۰۰۰ (\frac{۱}{۵۰})^{\frac{۵}{۲}} \Rightarrow Q_M = ۰/۹۶ (\frac{m^۳}{s})$$

مثال ۸: در جریان تراکم‌ناپذیر از روی یک استوانه با طول محدود در صورتی که سرعت جریان دو برابر شود، طول و قطر استوانه باید چگونه تغییر کنند تا جریان متشابه جریان اول شود؟

۱) طول تغییر نکند و قطر نصف شود.
۲) طول نصف شود ولی قطر ثابت باقی بماند.
۳) هر دو ثابت باقی بمانند.
۴) هر دو نصف شوند.

پاسخ: گزینه «۴» اولین شرط تشابه جریان بین دو استوانه، تشابه هندسی است که به ازای آن تمام ابعاد شکل باید به یک نسبت بزرگ و یا کوچک شوند. هم‌چنین از برابری عدد رینولدز برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Re)_M = (Re)_P \qquad \frac{V_M L_M}{\nu} = \frac{V_P L_P}{\nu} \qquad V_M = ۲V_P \Rightarrow \frac{L_M}{L_P} = \frac{V_P}{V_M} = \frac{۱}{۲}$$

لذا هم طول و هم قطر استوانه باید نصف شوند.

مثال ۹: در یک مدل آزمایشگاهی با مقیاس $\frac{۱}{۲۰۰}$ یک بندرگاه (برای مطالعه جریان‌های جزر و مدی)، نسبت زمان واقعی جزر و مدی به زمان جزر و مدی در آزمایشگاه چقدر می‌باشد؟

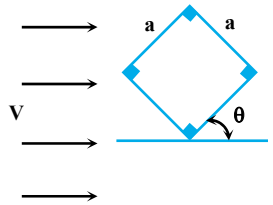
۱) $۵\sqrt{۲}$
۲) $۱۰\sqrt{۲}$
۳) ۲۰۰
۴) در صورتی که خواص فیزیکی دو سیال در آزمایشگاه و واقعیت یکی باشند، این نسبت برابر ۱ می‌باشد.

پاسخ: گزینه «۲» در هنگام جزر و مد نیروی ثقل تعیین‌کننده است، بنابراین از عدد فرود استفاده می‌کنیم. لذا از برابری عدد فرود بین مدل و نمونه اصلی داریم:

$$Fr = \frac{V^۲}{Lg} \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_P = (\frac{V^۲}{Lg})_M \qquad (\frac{\frac{L^۲}{T^۲}}{L})_P = (\frac{\frac{L^۲}{T^۲}}{L})_M$$

$$(\frac{L}{T^۲})_P = (\frac{L}{T^۲})_M \Rightarrow \frac{T_P}{T_M} = \sqrt{\frac{L_P}{L_M}} = \sqrt{۲۰۰} \Rightarrow \frac{T_P}{T_M} = ۱۰\sqrt{۲}$$

مثال ۱۰: مطابق شکل یک جسم مکعبی که مساحت هر وجه آن $a^۲$ می‌باشد، با زاویه θ در مسیر جریان یک سیال که با سرعت ثابت V در حال حرکت است، قرار گرفته است. اگر نیروی کل وارد بر مکعب (F) تابعی از لزجت سیال (μ)، جرم مخصوص سیال (ρ) و عوامل هندسی و سینماتیکی یاد شده باشد، شکل عمومی معادلهٔ F با کدام رابطه بیان می‌شود؟



۱) $F = \mu V \theta a f(\frac{\mu}{\rho V \theta}, \theta)$
۲) $F = \rho V^۲ a^۲ f(\frac{\mu}{\rho V a}, \theta)$
۳) $F = \mu V a f(\frac{\rho V \theta}{\mu}, a\theta)$
۴) $F = \rho V^۲ a^۲ f(\frac{\rho V a}{\mu}, \theta a)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$F = f(a,\theta,V,\mu,\rho)$ کمیت‌ها: $F,a,\theta,V,\mu,\rho \Rightarrow n = ۶$

از طرفی معادله ابعادی این کمیت‌ها عبارتند از: بی‌بعد $[\theta] \equiv$ ، $[a] \equiv L$ ، $[F] \equiv \frac{ML}{T^۲}$

$[\rho] \equiv \frac{M}{L^۳}$ ، $[\mu] \equiv \frac{M}{LT}$ ، $[V] \equiv \frac{L}{T}$

لذا بعدهای اصلی کمیت‌های متغیر فوق M و L و T هستند و در نتیجه: $r = ۳$.

تعداد گروه‌های بی‌بعد $n - r = ۶ - ۳ = ۳$

بنابراین با استفاده از قضیه π باکینگهام داریم: $\pi_۱ = f(\pi_۲,\pi_۳)$

با بررسی ابعادی گروه‌های داده شده در همه گزینه‌ها، گزینه «۲» صحیح است که گروه‌های بی‌بعد مربوطه عبارتند از:

$\pi_۱ = \frac{F}{\rho V^۲ a^۲}$ ، $\pi_۲ = \frac{\mu}{\rho V a}$ ، $\pi_۳ = \theta$

$\pi_۱ = Eul$ $\pi_۲ = Re$ $\pi_۳ = \theta$

روش دوم: با توجه به رابطه اندازه حرکت داریم: $F = \rho Q \Delta V$ ، $Q = AV \Rightarrow F \sim \rho A V^۲ \Rightarrow F \sim \rho d^۲ V^۲$

بنابراین گزینه ۲ یا ۴ صحیح است.

F باید تابعی از چند گروه بی‌بعد باشد. در گزینه ۴، $a\theta$ بی‌بعد نیست. بنابراین گزینه ۲ صحیح است، چون θ و $\frac{\mu}{\rho V a}$ هر دو بی‌بعد هستند.

مثال ۱۱: جریان سیالی به جرم مخصوص $۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ویسکوزیته $\mu = ۸\times۱۰^{-۳} \frac{kg}{m.s}$ در لوله‌ای به قطر ۸۰۰ میلی‌متر و با سرعت ۱/۵ متر بر ثانیه، در آزمایشگاه در لوله‌ای به قطر ۱۰ میلی‌متر و با آب به جرم مخصوص $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ویسکوزیته $\mu = ۱\times۱۰^{-۳} \frac{kg}{m.s}$ شبیه‌سازی شده است. اگر تنش برشی وارد بر جدار لوله در آزمایشگاه $۱۶۰۰ \frac{N}{m^۲}$ اندازه‌گیری شده باشد، تنش برشی وارد بر لوله اصلی بر حسب $\frac{N}{m^۲}$ چه میزان خواهد بود؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۳۲۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان داخل لوله‌ها عدد رینولدز مهم است. لذا از برابری عدد رینولدز برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$(Re)_P = (Re)_M$ $(\frac{\rho VD}{\mu})_P = (\frac{\rho VD}{\mu})_M$

$\frac{۸۰۰\times۱/۵\times۰/۸}{۸\times۱۰^{-۳}} = \frac{۱۰۰۰\times V_M \times ۰/۰۱}{۱\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow V_M = ۱۲ (\frac{m}{s})$

تنش برشی وارد بر لوله برابر است با:

$\tau = \mu \frac{\Delta V}{t} \Rightarrow \frac{\tau_P}{\tau_M} = \frac{(\frac{\mu V}{t})_P}{(\frac{\mu V}{t})_M}$ ، $\frac{t_M}{t_P} = \frac{D_M}{D_P}$

$\frac{\tau_P}{\tau_M} = \frac{\mu_P}{\mu_M} \times \frac{V_P}{V_M} \times \frac{t_M}{t_P} = \frac{۸\times۱۰^{-۳}}{۱\times۱۰^{-۳}} \times \frac{۱/۵}{۱۲} \times \frac{۱۰}{۸۰۰} = \frac{۱}{۸۰}$ $\tau_P = \frac{۱۶۰۰}{۸۰} \Rightarrow \tau_P = ۲۰ (\frac{N}{m^۲})$

مثال ۱۲: برای مشابه‌سازی حرکت گاز در داخل کانال، مایعی را به کار گرفته‌ایم که گرانروی سینتیکی آن ۴ برابر گاز است. اگر آزمایش را در کانالی که قطر مؤثر آن ۲ برابر کانال اصلی است انجام دهیم، سرعت مایع باید چند برابر سرعت گاز باشد؟

۱) نصف ۲) مساوی ۳) دو برابر ۴) هشت برابر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در جریان داخل کانال عدد رینولدز حائز اهمیت است. لذا از برابری عدد رینولدز برای گاز و مایع داریم:

$(Re)_L = (Re)_g$ $(\frac{VD}{\nu})_L = (\frac{VD}{\nu})_g$ $\begin{cases} \nu_L = ۴\nu_g \\ D_L = ۲D_g \end{cases} \Rightarrow \frac{V_L}{V_g} = ۲$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳: ضریب درگ (Drag) برای مایعی که بر روی جسم جامدی حرکت می‌کند تابعی است از: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۷۸)

۱) عدد فرود ۲) عدد وبر ۳) عدد فرود و رینولدز ۴) عدد رینولدز

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ضریب درگ تابعی از لزجت سیال و در نتیجه عدد رینولدز است.

مثال ۱۴: پارامترهای بدون بعد مهم در یک جریان خارجی و تراکم‌پذیر اطراف یک جسم کدام اعداد است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) ماخ، فرود و وبر ۲) رینولدز، ماخ و وبر ۳) رینولدز و اویلر ۴) رینولدز و ماخ

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» عدد بدون بعد مهم در جریان تراکم‌پذیر، ماخ است. در لایه مرزی اطراف جسم، نیروی لزجتی مؤثر بوده و لذا عدد رینولدز نیز دارای اهمیت خواهد بود.

مثال ۱۵: مدلی با مقیاس طولی $\frac{۱}{۵۰۰}$ جهت مطالعه جزر و مد امواج ساخته شده است. طول زمان لازم برای مدل که معادل یک شبانه روز نمونه اصلی باشد، (بر حسب ساعت) چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۰۵ ۲) ۱/۰۷ ۳) ۱/۵۲ ۴) ۲/۱۴

☑ **پاسخ:** گزینه«۲» برای جزر و مد نیروی ثقل و در نتیجه عدد بدون بعد فرود مهم و تعیین‌کننده است. لذا از برابری عدد فرود برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Fr)_P = (Fr)_M \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_P = (\frac{V^۲}{Lg})_M$$

با نوشتن معادله ابعادی سرعت بر حسب ابعاد اصلی در دستگاه MLTθ داریم:

$$(\frac{L^۲/T^۲}{L})_P = (\frac{L^۲/T^۲}{L})_M$$

$$(\frac{L}{T^۲})_P = (\frac{L}{T^۲})_M \qquad \frac{T_M}{T_P} = (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}} \qquad \frac{T_M}{۲۴} = \sqrt{\frac{۱}{۵۰۰}} \Rightarrow T_M = ۱/۰۷\ (hr)$$

مثال ۱۶: اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی به نیروهای اینرسی، ثقل و لزجت بستگی داشته باشد، نسبت نیرو در جسم اصلی به مدل چقدر می‌باشد وقتی که $M_\mu = ۲۰$ و $M_\rho = ۰/۵$ است. M مقیاس برای جسم اصلی به مدل می‌باشد. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) ۶۸ ۲) ۸۱ ۳) ۱۵۴ ۴) $\frac{۱}{۲}$

☑ **پاسخ:** هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

نیروهای مؤثر عبارت از ثقل، اینرسی و لزجت است. بنابراین برای تشابه باید از تساوی عدد رینولدز و فرود استفاده کرد.

$$M_{Re} = ۱$$

$$\frac{M_\rho \times M_V \times M_L}{M_\mu} = ۱ \Rightarrow M_V \times M_L = ۴۰$$

$$M_{Fr} = ۱ \quad M_{Fr} = \frac{M_V}{\sqrt{۱ \times M_L}} = ۱ \Rightarrow M_V = \sqrt{M_L}$$

$$M_V \times M_L = ۴۰ \Rightarrow (M_L)^{\frac{۳}{۲}} = ۴۰ \Rightarrow M_L = \sqrt[۳]{۱۶۰۰}$$

$$M_F = M_\rho \times (M_L)^۳ \times M_a \Rightarrow M_F = ۰/۵ \times ۱۶۰۰ \times ۱ \Rightarrow M_F = ۸۰۰$$

مثال ۱۷: جسمی داخل آب به صورت غوطه‌ور حرکت می‌کند. اگر مدل فیزیکی با مقیاس ۱:۵ ساخته و تحت شرایط یکسان آزمایش انجام شود، نسبت نیروی جسم اصلی به مدل چقدر است. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) ۱۲۵ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۲۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به غوطه‌وری جسم داخل آب، گروه‌های بی‌بعد مؤثر رینولدز و اولر هستند. لذا داریم:

$$(Re)_M = (Re)_P \Rightarrow (\frac{\rho VL}{\mu})_M = (\frac{\rho VL}{\mu})_P \Rightarrow \frac{V_M}{V_P} = \frac{L_P}{L_M}$$

$$(Eul)_M = (Eul)_P \Rightarrow (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_M = (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_P$$

$$\frac{F_P}{F_M} = (\frac{V_P}{V_M})^۲ (\frac{L_P}{L_M})^۲ \Rightarrow \frac{F_P}{F_M} = (\frac{L_M}{L_P})^۲ (\frac{L_P}{L_M})^۲ \Rightarrow \frac{F_P}{F_M} = ۱$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸: **اگر بخواهیم جریان کاملاً آشفته‌ای را در لوله‌ها مدل کنیم در این صورت:** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) عدد رینولدز مهم می‌باشد.
۲) عدد فرود و رینولدز هر دو مهم می‌باشند.
۳) عدد رینولدز و اویلر هر دو مهم می‌باشند.
۴) عدد اویلر مهم می‌باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان آشفته در لوله‌ها تابعی از عدد Re است.

مثال ۱۹: **کدام یک از تعاریف زیر صحیح است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) عدد فرود نسبت نیروی الاستیسیته به نیروی ثقل را بیان می‌کند.
۲) عدد وبر نسبت نیروی ثقل به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.
۳) عدد ماخ نسبت نیروی ثقل به نیروی لزجت را بیان می‌کند.
۴) عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می‌کند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» عدد رینولدز، نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت است.

مثال ۲۰: **مدل هواپیمایی با مقیاس طولی ۱:۲۰ در تونل باد مورد آزمایش قرار گرفته است. اگر سرعت هواپیما در فضا ۶۴۰ کیلومتر بر ساعت باشد، سرعت هواپیما در تونل باد چند کیلومتر بر ساعت خواهد بود؟ (فشار و درجه حرارت در مدل و فضا یکسان فرض شده است.)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) ۳۲ ۲) ۶۴۰ ۳) ۶۳۲۰ ۴) ۱۲۸۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» حرکت هواپیما در داخل تونل باد به صورت حرکت جسم غوطه‌ور داخل سیال است و لذا عدد رینولدز حائز اهمیت است. بنابراین از برابری عدد رینولدز برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$\frac{V_P}{V_M}=\frac{L_M}{L_P} \qquad (\frac{\rho VL}{\mu})_P=(\frac{\rho VL}{\mu})_M \qquad (Re)_P=(Re)_M$$

$$V_M=۶۴۰\times\frac{۲۰}{۱} \Rightarrow V_M=۱۲۸۰۰\,(\frac{km}{h})$$

مثال ۲۱: **سرعت جریان آب در روی مدل تاج سرریزی با مقیاس ۱:۲۵ برابر با $۰/۶\frac{m}{s}$ است. سرعت جریان آب در روی تاج سرریز پروتوتیپ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۱۵ ۴) ۰/۱۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای جریان روی سرریز سد عدد فرود مهم است. لذا با برابر قرار دادن عدد فرود در مدل و نمونه اصلی (پروتوتیپ) داریم:

$$\frac{V_P}{V_M}=(\frac{L_P}{L_M})^{\frac{۱}{۲}} \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_P=(\frac{V^۲}{Lg})_M \qquad (Fr)_P=(Fr)_M$$

$$V_P=۰/۶(\frac{۲۵}{۱})^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow V_P=۳\,(\frac{m}{s})$$

مثال ۲۲: **برای جریان آرام بین دو صفحه موازی با فاصله کم، مهم‌ترین نیروها کدامند؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)

۱) لزجی و فشاری ۲) اینرسی و لزجی ۳) جاذبه و فشاری ۴) فشاری و اینرسی

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان آرام (رینولدزهای کم)، نیروهای اینرسی کوچک و لزجی بزرگ هستند.

مثال ۲۳: **یک لوله به قطر ۶ فوت برای حمل نفت خام در دمای $۲۰^\circ C$ با سرعت متوسط $۲/۵m/sec$ طراحی شده است. تصمیم گرفته می‌شود که یک مدل با مقیاس ۱:۱۰ از خط لوله در آزمایشگاه مورد آزمایش واقع شود تا افت‌های اصطکاکی در لوله را بتوان تعیین نمود. اگر سیال مورد استفاده در مدل آب در دمای $۲۰^\circ C$ باشد، با چه سرعتی می‌بایستی آب جریان یابد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

($\rho=۸۵۸/۴۵kg/m^۳$ نفت، $\mu=۸\times۱۰^{-۳}\,N.sec/m^۲$ نفت، $\rho=۹۹۸/۲kg/m^۳$ آب، $\mu=۱/۰۰۵\times۱۰^{-۳}\,N.sec/m^۲$ آب)

۱) $۲/۷m/sec$ ۲) $۲۵m/sec$ ۳) $۲۷m/sec$ ۴) $۲/۵m/sec$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای جریان داخل لوله، از عدد رینولدز استفاده می‌شود:

$$(Re)_P=(Re)_M$$

$$(\frac{\rho VD}{\mu})_P=(\frac{\rho VD}{\mu})_M \Rightarrow (\frac{۸۵۸/۴۵\times۲/۵\times۶}{۸\times۱۰^{-۳}})_P=(\frac{۹۹۸/۲\times V\times۰/۶}{۱/۰۰۵\times۱۰^{-۳}})_M \Rightarrow V_M=۲/۷(\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۴: **با فرض ثابت بودن شتاب ثقل در مدل و طبیعت، رابطه بین نسبت لزجت سینماتیکی مدل به جسم واقعی ν_m / ν_p، در صورتی که معیار شبیه‌سازی بر مبنای استفاده توأم از قانون رینولدز و قانون فرود باشد (عدد رینولدز و فرود مدل و طبیعت یکی باشند)، برابر است با:**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

۱) $\frac{\nu_m}{\nu_p} = (\frac{\ell_m}{\ell_p})$

۲) $\frac{\nu_m}{\nu_p} = (\frac{\ell_m}{\ell_p})^{۲}$

۳) $\frac{\nu_m}{\nu_p} = (\frac{\ell_m}{\ell_p})^{\frac{۱}{۲}}$

۴) $\frac{\nu_m}{\nu_p} = (\frac{\ell_m}{\ell_p})^{\frac{۳}{۲}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» از برابری عدد فرود در مدل و نمونه اصلی داریم: $\frac{V_M}{V_P} = (\frac{\ell_M}{\ell_P})^{\frac{۱}{۲}}$ $(\frac{V^۲}{\ell g})_M = (\frac{V^۲}{\ell g})_P$ $(Fr)_M = (Fr)_P$

از آن‌جا که عدد رینولدز در مدل و نمونه اصلی برابر است، داریم: $\frac{\nu_M}{\nu_P} = (\frac{V_M}{V_P})(\frac{\ell_M}{\ell_P})$ $(\frac{V\ell}{\nu})_M = (\frac{V\ell}{\nu})_P$ $(Re)_M = (Re)_P$

با ترکیب روابط فوق و حذف پارامتر سرعت داریم: $\frac{\nu_M}{\nu_P} = (\frac{\ell_M}{\ell_P})^{\frac{۳}{۲}}$ $\frac{\nu_M}{\nu_P} = (\frac{\ell_M}{\ell_P})^{\frac{۱}{۲}}(\frac{\ell_M}{\ell_P})$

مثال ۲۵: **ارتفاع صعود مایع در یک لوله موئینه دایروی (Δh)، تابع قطر لوله (D)، وزن مخصوص مایع (γ) و کشش سطحی (σ) است. سه رابطه زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه روابط داده شده می‌توانند روابط مناسب برای بیان ارتباط بین پارامترهای بدون بعد مؤثر بر این پدیده باشند؟ (f و g و λ تابع می‌باشند.)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

الف) $\frac{\Delta h}{D} = f(\frac{\sigma}{\gamma D^۲})$

ب) $\Delta h\sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}} = \lambda(\frac{\sigma}{\gamma D^۲})$

ج) $\Delta h = Dg(\frac{\gamma D^۲}{\sigma})$

۱) فقط رابطه (۱)

۲) فقط روابط (۱) و (۳)

۳) روابط (۱) و (۲) و (۳)

۴) هیچ کدام از روابط (۱) و (۲) و یا (۳)

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» بر اساس قانون همگنی ابعادی تمام جملات در یک رابطه باید نمایش ابعادی یکسانی داشته باشند و به عبارت دیگر باید دارای واحد یکسانی باشند. لذا گزینه‌ای صحیح است که در آن تمام جملات واحد یکسانی داشته باشند:

$\Delta h\sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}} \equiv m\sqrt{\frac{N/m^۳}{N/m}} \equiv ۱$ $\frac{\sigma}{\gamma D^۲} \equiv \frac{\frac{N}{m}}{\frac{N}{m^۳}\times m^۲} \equiv ۱$ $\frac{\Delta h}{D} \equiv \frac{m}{m} \equiv ۱$

بنابراین جملات تمام عبارات بی‌بعد بوده و در نتیجه همه این عبارات صحیح هستند.

مثال ۲۶: **در لوله‌ای فلومتری نصب شده است. چنان‌چه ویسکوزیته سیال به نصف کاهش یابد و دانسیته سیال تغییری نکند، با کمک تشابه‌سازی دامنه اندازه‌گیری تغییرات دبی و فشار چگونه تغییر خواهد کرد؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) دبی اندازه‌گیری دو برابر می‌شود ولی ΔP قابل اندازه‌گیری تغییری نمی‌کند.

۲) دبی اندازه‌گیری تغییری نمی‌کند ولی ΔP قابل اندازه‌گیری تا دو برابر افزایش می‌یابد.

۳) دبی قابل اندازه‌گیری تا نصف و ΔP قابل اندازه‌گیری تا ربع کاهش می‌یابد.

۴) دبی قابل اندازه‌گیری تا دو برابر و ΔP قابل اندازه‌گیری تا چهار برابر افزایش خواهد یافت.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای به دست آوردن تغییرات دبی از برابری عدد رینولدز استفاده می‌شود. لذا داریم: $(\frac{\rho VD}{\mu})_۱ = (\frac{\rho VD}{\mu})_۲$ $(Re)_۱ = (Re)_۲$

$\frac{\dot m_۲}{\dot m_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱}{۲}$ $\dot m = \rho VA$ $\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\mu_۲}{\mu_۱} = \frac{۱}{۲}$ $\mu_۲ = \frac{۱}{۲}\mu_۱$

برای به دست آوردن تغییرات فشار از برابری عدد اولر استفاده می‌شود. لذا داریم:

$\frac{(\Delta P)_۲}{(\Delta P)_۱} = (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ = \frac{۱}{۴}$ $(\frac{\Delta P}{\rho V^۲})_۱ = (\frac{\Delta P}{\rho V^۲})_۲$ $(Eul)_۱ = (Eul)_۲$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۷: عدد اولر نشان‌گر نسبت: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) نیروی اینرسی به نیروی فشاری است.
۲) نیروی اینرسی به نیروی کشسانی است.
۳) نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی است.
۴) نیروی اینرسی به نیروی لزجت است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» عدد اویلر عبارت است از:

$$Eul=\frac{\Delta P}{\rho V^{2}}=\frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}}$$

مثال ۲۸: در یک لوله مویینه به قطر ۸mm سیالی با دبی $0/03\ m^3/sec$ جریان دارد. یک مدل از جریان با استفاده از آب و یک لوله به قطر ۳cm ساخته شده است. اگر تشابه دینامیکی برقرار بوده و افت فشار اندازه‌گیری شده در مدل ۵۰pa باشد، افت فشار متناظر در لوله مویینه چه مقدار است؟

(چگالی سیال $=1/48\ gr/cm^3$ و چگالی آب $=1\ gr/cm^3$، ویسکوزیته سیال $=0/42\times10^{-2}\ N.s/m^2$ و ویسکوزیته آب $=0/89\times10^{-2}\ N.s/m^2$)

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۴۵pa ۲) ۱۵pa ۳) ۱۰۵pa ۴) ۳۵pa

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» از برابری عدد رینولدز و اولر استفاده می‌شود.

$$V_P=\frac{0/03}{\pi\times\frac{0/008^{2}}{4}}=596/83\ (\frac{m}{s})$$

$$(Re)_M=(Re)_P\Rightarrow(\frac{\rho Vd}{\mu})_M=(\frac{\rho Vd}{\mu})_P\Rightarrow V_M=V_P\frac{\mu_M}{\mu_P}.\frac{\rho_P}{\rho_M}.\frac{d_P}{d_M}\Rightarrow V_M=596/83\times\frac{0/89\times10^{-2}}{0/42\times10^{-2}}\times\frac{1/48}{1}\times\frac{0/8}{3}$$

$$V_M=499/14\ (\frac{m}{s})$$

$$(Eul)_M=(Eul)_P\Rightarrow(\frac{\Delta P}{\rho V^{2}})_M=(\frac{\Delta P}{\rho V^{2}})_P\Rightarrow\Delta P_P=\Delta P_M\frac{\rho_P}{\rho_M}(\frac{V_P}{V_M})^{2}\Rightarrow\Delta P_P=50\times\frac{1/48}{1}\times(\frac{596/83}{499/14})^{2}\Rightarrow\Delta P_P=105/8\ (pa)$$

مثال ۲۹: یک لوله پیتوت مدل (m) به مقیاس $\frac{1}{5}$ نمونه اصلی (p) ساخته شده است. اگر هر دو در یک سیال مورد استفاده قرار گیرند، با در نظر گرفتن نیروهای لزجتی و اینرسی نسبت $\frac{\Delta P_p}{\Delta P_m}$ کدام گزینه زیر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{50}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{2}{50}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای به دست آوردن نسبت فشار $\frac{\Delta P_P}{\Delta P_M}$ باید از برابری عدد اولر بین مدل و نمونه اصلی استفاده کنیم. لذا داریم:

$$(Eul)_P=(Eul)_M\Rightarrow(\frac{\Delta P}{\rho V^{2}})_P=(\frac{\Delta P}{\rho V^{2}})_M\Rightarrow\frac{(\Delta P)_P}{(\Delta P)_M}=(\frac{V_P}{V_M})^{2}$$

با توجه به مجهول بودن نسبت سرعت $\frac{V_P}{V_M}$ و نیز در نظر گرفتن نیروهای لزجتی و اینرسی، عدد رینولدز اهمیت می‌یابد. لذا با استفاده از برابری عدد رینولدز بین مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Re)_P=(Re)_M\Rightarrow(\frac{\rho VL}{\mu})_P=(\frac{\rho VL}{\mu})_M\Rightarrow\frac{V_P}{V_M}=\frac{L_M}{L_P}=\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{(\Delta P)_P}{(\Delta P)_M}=(\frac{1}{5})^{2}=\frac{1}{25}=\frac{2}{50}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۰: از یک آنالیز ابعادی صحیح رابطه بی‌بعد مقابل به دست آمده است:

$$f(\frac{V}{\omega D}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{c}{\omega D}) = 0$$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

کدام یک از روابط زیر می‌تواند نادرست باشد؟

۱) $f(\frac{c}{V}, \frac{\rho c D}{\mu}, \frac{c}{\omega D}) = 0$

۲) $f(\frac{V}{\omega D}, \frac{\rho c D^2}{\mu}, \frac{c}{\omega D}) = 0$

۳) $f(\frac{V}{\omega D}, \frac{\rho c D}{\mu}, \frac{\rho V c}{\omega \mu}) = 0$

۴) $f(\frac{V\mu}{\omega^2 D^3 \rho}, \frac{\rho V D}{\mu}, \frac{c}{\omega D}) = 0$

☑ **پاسخ:** گزینه«۲» با بررسی معادله ابعادی کلیه گروه‌ها (مثلاً $\frac{V\mu}{\omega^2 D^3 \rho} \equiv \frac{\frac{L}{T} \times \frac{M}{LT}}{\frac{1}{T^2} \times L^3 \times \frac{M}{L^3}}$) مشخص می‌شود که تنها گروه بابعد عبارت است از:

$$\frac{\rho C D^2}{\mu} \equiv \frac{\frac{M}{L^3} \times \frac{L}{T} \times L^2}{\frac{M}{LT}} \equiv L$$

مثال ۳۱: در صورتی که نیروی مقاومت **R** هواپیمای مافوق صوت در هوا به هنگام پرواز، تابعی از طول هواپیما **L**، سرعت هواپیما **V**، لزجت دینامیکی هوا **μ**، جرم مخصوص هوا **ρ** و مدول الاستیسیته حجمی هوا **K** باشد، با اعمال تئوری **π** بوکینگهام، نیروی مقاومت **R** با کدام یک از روابط زیر بیان می‌شود؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)

۱) $R = \rho V L f(\frac{\mu}{\rho V L}, \frac{\rho V^2}{K})$

۲) $R = \rho L^2 V^2 f(\frac{\mu}{\rho V L}, \frac{K}{\rho V^2})$

۳) $R = \rho V^2 L^2 f(\frac{\mu}{\rho V^2}, \frac{K}{\rho V})$

۴) $R = \rho V^2 L f(\frac{\mu}{\rho V L}, \frac{K}{\rho V^2})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

تعداد گروه‌های بدون بعد : تئوری π باکینگهام $= n - r = ۶ - ۳ = ۳$

لذا با توجه به تئوری π باکینگهام داریم: $\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3)$.

π_i ها بدون بعد هستند.

از مقایسه گزینه‌ها مشخص است که عدد بی‌بعد اول، عدد اولر است:

$$\pi_1 = \text{عدد اولر}: Eul = \frac{R}{\rho V^2 L^2}$$

بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ غلط هستند.

با مقایسه گزینه‌های ۱ و ۳ مشخص است که عدد بی‌بعد دوم، عدد رینولدز است.

$$\pi_2 = \text{عدد رینولدز}: Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

در نتیجه گزینه ۳ غلط است.

عدد بی‌بعد سوم به صورت مقابل است:

$$\pi_3 = \frac{K}{\rho V^2} \equiv \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{kg}{m^3} \times \frac{m^2}{s^2}} = \frac{N.s^2}{kg.m} = \frac{kg.m.s^2}{s^2.kg.m} = 1$$

مثال ۳۲: نیروی وارده بر جسم استوانه‌ای شکلی به قطر ۵ متر و طول ۶۰ متر در تونل باد، توسط مدل به مقیاس $\frac{1}{10}$ مورد مطالعه قرار گرفته است.

در صورتی که سرعت باد در طبیعت $10 \frac{m}{sec}$ و نیروی وارده به استوانه در طبیعت $1540 N$ باشد، مقدار سرعت و نیروی وارده در مدل فوق چقدر خواهد بود؟ (سیال در مدل و در طبیعت هوا است.)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)

۱) $F_m = 1540 N \ , \ V_m = 100 \frac{m}{sec}$

۲) $F_m = 154 N \ , \ V_m = 10 \frac{m}{sec}$

۳) $F_m = 154 N \ , \ V_m = 1 \frac{m}{sec}$

۴) $F_m = 1540 N \ , \ V_m = 10 \frac{m}{sec}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه«۱» برای جسم داخل تونل باد مانند جسم غوطه‌ور داخل سیال عدد رینولدز مهم است. لذا از برابری عدد رینولدز برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Re)_M = (Re)_P$$

$$(\frac{\rho VL}{\mu})_M = (\frac{\rho VL}{\mu})_P \Rightarrow V_M = V_P \frac{L_P}{L_M}$$

$$V_M = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰ \ (\frac{m}{s})$$

برای به دست آوردن نیروی وارد به مدل با استفاده از برابری عدد اولر برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Eul)_M = (Eul)_P \qquad (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_M = (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_P$$

$$F_M = F_P (\frac{V_M}{V_P})^۲ (\frac{L_M}{L_P})^۲ \Rightarrow F_M = ۱۵۴۰ (\frac{۱۰۰}{۱۰})^۲ (۰/۱)^۲ \Rightarrow F_M = ۱۵۴۰ \ (N)$$

مثال ۳۳: **آب با سرعت ۳ متر در ثانیه در یک لوله صاف به قطر ۲۰ سانتی‌متر جریان پیدا می‌کند. سرعت هوا را در شرایط استاندارد در یک لوله صاف به قطر ۱۰ سانتی‌متر محاسبه کنید، به نحوی که تشابه دینامیکی در دو سیستم برقرار شود. ویسکوزیته سینماتیک هوا و آب را به ترتیب $۱/۵۱ \times ۱۰^{-۵}$ و ۱×۱۰^{-۶} متر مربع بر ثانیه در نظر بگیرید.** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) $۱۰/۵ \frac{m}{s}$ ۲) $۱۲ \frac{m}{s}$ ۳) $۹۰/۶ \frac{m}{s}$ ۴) در هیچ شرایطی تشابه برقرار نمی‌باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای سیال داخل لوله از برابری عدد رینولدز استفاده می‌شود.

$$\frac{V_w D_w}{\nu_w} = \frac{V_a D_a}{\nu_a}$$

برای برقراری تشابه دینامیکی: $(Re)_w = (Re)_a$

$$\frac{۳ \times ۰/۲}{۱ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{V_a \times ۰/۱}{۱/۵۱ \times ۱۰^{-۵}} \Rightarrow V_a = ۹۰/۶ \ (\frac{m}{s})$$

مثال ۳۴: **عدد رینولدز چه مفهوم فیزیکی دارد؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) تعیین‌کننده افت فشار است.
۲) بستگی به شکل هندسی دارد.
۳) مشخص‌کننده نوع جریان است.
۴) نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوز.

☑ **پاسخ:** گزینه«۴» عدد رینولدز عبارت از نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی (ویسکوزیته) است.

مثال ۳۵: **اگر مدل فیزیکی کانال روبازی با مقیاس ۱:۱۰ ساخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟ (مقیاس جرم مخصوص یک می‌باشد)**
(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۴)

۱) ۱:۱۰۰۰ ۲) ۱:۵۰۰ ۳) ۱:۱۰۰ ۴) ۱:۲۵۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» عدد فرود و اولر را برای نمونه و مدل برابر قرار می‌دهیم:

$$(Fr)_M = (Fr)_P \Rightarrow (\frac{V^۲}{Lg})_M = (\frac{V^۲}{Lg})_P \Rightarrow \frac{V_M^۲}{L_M} = \frac{V_P^۲}{L_P} \Rightarrow \frac{V_M^۲}{V_P^۲} = \frac{L_M}{L_P}$$

$$(Eul)_M = (Eul)_P \qquad (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_M = (\frac{F}{\rho V^۲ L^۲})_P$$

$$\frac{F_M}{F_P} = (\frac{V_M}{V_P})^۲ (\frac{L_M}{L_P})^۲ = (\frac{L_M}{L_P})(\frac{L_M}{L_P})^۲ = (\frac{L_M}{L_P})^۳ \Rightarrow \frac{F_M}{F_P} = (\frac{۱}{۱۰})^۳ \Rightarrow \frac{F_M}{F_P} = \frac{۱}{۱۰۰۰}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۶: در یک سیستم ابعادی جرم (M) – طول (L) – زمان (T)، ویسکوزیته مطلق یا دینامیکی (μ) دارای کدام یک از ابعاد زیر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) $ML^{-1}T^{1}$ ۲) MLT^{-1} ۳) MTL^{-1} ۴) TM^{-1}

پاسخ: گزینه «۱» با استفاده از قانون ویسکوزیته نیوتن و قانون همگنی ابعادی داریم:

$$\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial n} \qquad [\frac{F}{L^{2}}]=[\mu]\times\frac{[\frac{L}{T}]}{[L]}\Rightarrow[\mu]=\frac{F.T}{L^{2}}=\frac{\frac{M.L}{T^{2}}.T}{L^{2}}\Rightarrow[\mu]=\frac{M}{LT}=ML^{-1}T^{-1}$$

مثال ۳۷: به منظور برآورد نیروی پسا (drag) وارده بر یک کشتی تصمیم گرفته‌ایم که روی مدل کوچکی از آن با مقیاس $\frac{1}{25}$ تست انجام دهیم. برای دست‌یابی به تشابه کامل دینامیکی بین مدل و جسم اصلی، استفاده از کدام یک از سیالات زیر را در انجام آزمایشات بر روی مدل پیشنهاد می‌کنید؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)

۱) هوا ۲) آب

۳) نوع سیال از اهمیت خاصی برخوردار نیست. ۴) لازم است از مایعات خاصی با ویسکوزیته معین استفاده شود.

پاسخ: گزینه «۴» برای برقراری تشابه کامل دینامیکی بین مدل و جسم اصلی، باید گروه‌های بی‌بعد اولر و رینولدز با هم برابر باشند.

$$\begin{cases}(Eul)_P=(Eul)_M & (\frac{F}{\rho V^{2}L^{2}})_P=(\frac{F}{\rho V^{2}L^{2}})_M \qquad \frac{F_P}{F_M}=\frac{\rho_P}{\rho_M}(\frac{V_P}{V_M})^{2}(\frac{L_P}{L_M})^{2}\\ (Re)_P=(Re)_M & (\frac{\rho VL}{\mu})_P=(\frac{\rho VL}{\mu})_M \qquad \frac{V_P}{V_M}=\frac{\rho_M}{\rho_P}\frac{L_M}{L_P}\frac{\mu_P}{\mu_M}\end{cases}$$

با ترکیب دو رابطه فوق و حذف پارامتر سرعت داریم: $\frac{F_P}{F_M}=\frac{\rho_P}{\rho_M}[(\frac{\rho_M}{\rho_P})^{2}(\frac{L_M}{L_P})^{2}(\frac{\mu_P}{\mu_M})^{2}](\frac{L_P}{L_M})^{2}\Rightarrow\frac{F_P}{F_M}=\frac{\rho_M}{\rho_P}(\frac{\mu_P}{\mu_M})^{2}$

با توجه به سیال اصلی (آب)، در صورت استفاده از آب برای آزمایش‌های مدل $F_P=F_M$ و در صورت استفاده از هوا ۳ تا ۲ $\approx\frac{F_P}{F_M}$ که منطقی نیست. بنابراین لازم است از مایعات خاصی با ویسکوزیته معین استفاده شود تا نیروی درگ در آزمایش‌های مدل به اندازه کافی کوچک‌تر از نیروی درگ وارده بر کشتی باشد.

مثال ۳۸: اگر g شتاب ثقل و Q دبی حجمی را به عنوان متغیرهای تکراری در آنالیز ابعادی در نظر بگیریم، کدام یک از کمیت‌های زیر می‌تواند یک پارامتر بی‌بعد برای $F(Q,H,g,V_{\circ},\phi)$ باشد؟ ($V_{\circ}$ معرف سرعت، ϕ پارامتر اسکالر و H معرف طول است.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

۱) $\frac{Q}{\sqrt{gH}}$ ۲) $\frac{V_{\circ}^{2}}{g^{2}Q}$ ۳) $\frac{Q^{2}}{gH^{4}}$ ۴) هیچ کدام

پاسخ: گزینه «۴» بررسی گزینه‌های داده شده از نظر ابعادی:

$$\frac{Q}{\sqrt{gH}}\equiv\frac{\frac{L^{3}}{T}}{\sqrt{\frac{L}{T^{2}}\times L}}\equiv L^{2} \qquad \frac{V_{\circ}^{2}}{g^{2}Q}\equiv\frac{\frac{L^{2}}{T^{2}}}{\frac{L^{2}}{T^{4}}\times\frac{L^{3}}{T}}\equiv\frac{T^{3}}{L^{3}} \qquad \frac{Q^{2}}{gH^{4}}\equiv\frac{\frac{L^{6}}{T^{2}}}{\frac{L}{T^{2}}\times L^{4}}\equiv L$$

مثال ۳۹: اگر نیروی اصطکاک در واحد سطح τ، در یک جریان مایع در داخل یک لوله زبر، تابعی از زبری مطلق جدار لوله K_S، قطر لوله D، جرم مخصوص مایع ρ، سرعت جریان مایع V و لزجت دینامیکی مایع μ باشد، با اعمال تئوری π بوکینگهام، فرم عمومی معادله τ با کدام یک از روابط زیر بیان می‌شود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

۱) $\tau=\rho V^{2}.f(\frac{K_S}{D},\frac{\rho VD}{\mu})$ ۲) $\tau=\rho V^{2}.f(\frac{K_S}{D},\frac{VD}{\rho\mu})$ ۳) $\tau=\rho V\mu.f(\frac{K_S}{D},\frac{\rho VD}{\mu})$ ۴) $\tau=\rho VD.f(\frac{K_S}{D},\frac{\rho VD}{\mu})$

پاسخ: گزینه «۱»

تعداد گروه‌های بدون بعد : تئوری π باکینگهام $=n-r=۶-۳=۳$

لذا با توجه به تئوری π باکینگهام داریم: $\pi_1=f(\pi_2,\pi_3)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

هر یک از π_iها بدون بعد هستند.

با بررسی گزینه‌ها مشخص است که عدد بدون بعد اول $\frac{K_s}{D}$ است.

$$\pi_1 = \frac{K_s}{D} \quad , \quad \frac{K_s}{D} \equiv \frac{L}{L} \equiv 1$$

و عدد بی‌بعد دوم عدد رینولدز است.

$$\pi_2 = Re = \frac{\rho VD}{\mu} \quad , \quad \frac{\rho VD}{\mu} \equiv \frac{\frac{M}{L^3} \times \frac{L}{T} \times L}{\frac{M}{LT}} \equiv 1$$

و عدد بی‌بعد سوم عدد اولر می‌باشد.

$$\pi_3 = Eul = \frac{F}{\rho V^2 L^2} = \frac{\tau}{\rho V^2} \quad , \quad \frac{\tau}{\rho V^2} \equiv \frac{\frac{M.L}{T^2 L^2}}{\frac{M}{L^3} \times \frac{L^2}{T^2}} \equiv 1$$

مثال ۴۰: **یک مدل هواپیما دارای مقیاس $\frac{1}{25}$ نسبت به نمونه اصلی می‌باشد. اگر هواپیما برای سرعت ۴۰۰mph (مایل بر ساعت) طراحی شده باشد، سرعت هوا در تونل باد در صورتی که درجه حرارت و فشار یکسان باشند چه مقدار است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

۱) ۸۰mph ۲) ۱۰۰mph ۳) ۲۰۰۰mph ۴) ۱۰۰۰۰mph

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای حرکت هواپیما در تونل باد که مانند حرکت جسم غوطه‌ور درون سیال است، عدد رینولدز حائز اهمیت است. لذا از برابری عدد رینولدز برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Re)_M = (Re)_P \qquad (\frac{\rho VL}{\mu})_M = (\frac{\rho VL}{\mu})_P$$

$$\frac{V_P}{V_M} = \frac{L_M}{L_P} \Rightarrow \frac{400}{V_M} = \frac{1}{25} \Rightarrow V_M = 10000 \, (mph)$$

مثال ۴۱: **قدرت P برای به حرکت در آوردن یک پمپ جریان محوری، وابسته به این متغیرها است: قطر محور گرداننده، سرعت زاویه‌ای محور، جرم مخصوص سیال، ارتفاع و دبی حجمی سیال. تعداد گروه‌های بدون بعد که می‌توانند برای ارتباط اطلاعات تجربی به کار روند، برابر است با:**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$P = f(D, \omega, \rho, H, Q)$$

با توجه به کمیت‌های موجود داریم:

کمیت‌ها : $P, D, \omega, \rho, H, Q \Rightarrow n = 6$

از طرفی ابعاد اصلی کمیت‌های فوق در دستگاه MLTθ به صورت زیر است:

$$[P] \equiv \frac{ML^2}{T^3} \quad , \quad [D] \equiv L \quad , \quad [\omega] \equiv \frac{1}{T} \quad , \quad [\rho] \equiv \frac{M}{L^3} \quad , \quad [H] \equiv L \quad , \quad [Q] \equiv \frac{L^3}{T}$$

لذا بعدهای اصلی کمیت‌های بالا در دستگاه MLTθ، M و L و T هستند، در نتیجه: $r = 3$

تعداد گروه‌های بدون بعد $= n - r = 6 - 3 = 3$: قضیه π باکینگهام

مثال ۴۲: **سرعت صوت در هوا (C) به صورت تابعی از P و ρ (فشار و دانسیته) فرض می‌گردد. بر اساس آنالیز ابعادی C متناسب است با:**

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{P}{\rho}$ ۲) $P\rho$ ۳) $\sqrt{\frac{\rho}{P}}$ ۴) $\sqrt{\frac{P}{\rho}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

روش اول: با توجه به روش تشریح شده، ابتدا هر یک از کمیت‌ها را بر حسب ابعاد اصلی در دستگاه MLTθ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$[C] \equiv \frac{L}{T} \quad , \quad [P] \equiv \frac{M}{LT^2} \quad , \quad [\rho] \equiv \frac{M}{L^3}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

حال برای به دست آوردن رابطه بین C و P و ρ لازم است که بعدهای اصلی L و T مربوط به کمیت C را بر حسب کمیت‌های P و ρ بیابیم. لذا داریم:

$$\rho=\frac{M}{L^3}\Rightarrow L^3=\frac{M}{\rho}\Rightarrow L=(\frac{M}{\rho})^{\frac{1}{3}}$$

$$P=\frac{M}{LT^2}\Rightarrow P=\frac{M}{(\frac{M}{\rho})^{\frac{1}{3}}T^2}=\frac{\rho^{\frac{1}{3}}M^{\frac{2}{3}}}{T^2}\Rightarrow T^2=\frac{\rho^{\frac{1}{3}}M^{\frac{2}{3}}}{P}\Rightarrow T=\frac{\rho^{\frac{1}{6}}M^{\frac{1}{3}}}{P^{\frac{1}{2}}}$$

$$V=\frac{L}{T}=\frac{\rho^{-\frac{1}{3}}}{\frac{\rho^{-\frac{1}{6}}M^{-\frac{1}{3}}}{P^{-\frac{1}{2}}}}=\frac{P^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}}\Rightarrow V\sim\sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

روش دوم: با توجه به پارامترهای مؤثر داریم:

$$C=K(P)^a(\rho)^b$$

حال برای یافتن مجهول‌های a و b لازم است که کمیت‌های فوق را بر حسب ابعاد اصلی در دستگاه MLTθ بنویسیم. لذا داریم:

$$[C]=\frac{L}{T},[P]=\frac{M}{LT^2},[\rho]=\frac{M}{L^3}$$

با قرار دادن در معادله فوق داریم:

$$(\frac{L}{T})=(\frac{M}{LT^2})^a(\frac{M}{L^3})^b\Rightarrow\begin{cases}a+b=0\Rightarrow a=-b\\-a-3b=1\\2a=1\Rightarrow a=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow a=\frac{1}{2},b=-\frac{1}{2}\Rightarrow C=K(P)^{\frac{1}{2}}(\rho)^{-\frac{1}{2}}=K\sqrt{\frac{P}{\rho}}\Rightarrow C\sim\sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

روش سوم: با بررسی واحد گزینه‌های داده شده در SI داریم:

$$\sqrt{\frac{P}{\rho}}\equiv\sqrt{\frac{N/m^2}{kg/m^3}}=\sqrt{\frac{N.m}{kg}}=\sqrt{\frac{kg.m.m}{s^2.kg}}=\sqrt{\frac{m^2}{s^2}}=\frac{m}{s}$$

مثال ۴۳: **با فرض ثابت بودن شتاب ثقل در مدل و طبیعت، رابطه نسبت لزجت سینماتیکی مدل به جسم واقعی، $\frac{\upsilon_m}{\upsilon_p}$ در صورتی که معیار شبیه‌سازی بر مبنای استفاده توام از قانون رینولدز و قانون فرود باشد (عدد رینولدز و فرود مدل و طبیعت یکی باشد)، برابر است با:** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{\upsilon_m}{\upsilon p}=(\frac{l_m}{lp})^{\frac{1}{2}}$ ۲) $\frac{\upsilon_m}{\upsilon p}=(\frac{l_m}{lp})^2$ ۳) $\frac{\upsilon_m}{\upsilon p}=(\frac{l_m}{lp})^{\frac{3}{2}}$ ۴) $\frac{\upsilon_m}{\upsilon p}=(\frac{l_m}{lp})$

☑ **پاسخ:** گزینه«۳» از برابری گروه‌های بی‌بعد فرود و رینولدز برای مدل و طبیعت داریم:

$$(Fr)_M=(Fr)_P\qquad(\frac{V^2}{Lg})_M=(\frac{V^2}{Lg})_P\qquad\frac{V_M}{V_P}=(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{1}{2}}$$

$$(Re)_M=(Re)_P\qquad(\frac{\rho VL}{\mu})_M=(\frac{\rho VL}{\mu})_P\qquad(\frac{VL}{\nu})_M=(\frac{VL}{\nu})_P$$

$$\frac{\nu_M}{\nu_P}=\frac{V_M}{V_P}\times\frac{L_M}{L_P}=(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{1}{2}}\times\frac{L_M}{L_P}=(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{3}{2}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۴: اگر P معادل فشار و واحد y طول باشد، ابعاد $\int Pdy$ چیست؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{N}{m}$ ۲) $N.m$ ۳) $kg.s^2$ ۴) $\frac{N.m}{kg}$

پاسخ: گزینه «۱» با قراردادن واحدهای P و dy خواهیم داشت:

$$\int Pdy = \frac{N}{m^2} \times m = \frac{N}{m}$$

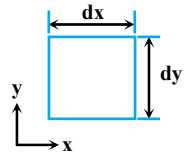
مثال ۴۵: اگر مدل فیزیکی کانال روبازی با مقیاس هندسی ۱:۱۰ ساخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟ (مقیاس جرم مخصوص‌ها یکسان است.) (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۶)

۱) ۱:۵۰۰ ۲) ۱:۱۰۰ ۳) ۱:۱۰۰۰ ۴) ۱:۲۵۰۰

پاسخ: گزینه«۳» در کانال روباز، عدد فرود حائز اهمیت است و برای تعیین مقیاس نیرو نیز از عدد اولر استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} (Fr)_M = (Fr)_P & (\frac{V^2}{Lg})_M = (\frac{V^2}{Lg})_P & (\frac{V_M}{V_P})^2 = \frac{L_M}{L_P} = \frac{1}{10} \\ (Eul)_M = (Eul)_P & (\frac{F}{\rho V^2 L^2})_M = (\frac{F}{\rho V^2 L^2})_P & \frac{F_M}{F_P} = (\frac{V_M}{V_P})^2 (\frac{L_M}{L_P})^2 = (\frac{L_M}{L_P})^3 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_M}{F_P} = \frac{1}{1000}$$

مثال ۴۶: برای جریان آرام یک بعدی در امتداد x ، توان خالص ورودی به حجم کنترل $d\forall$ به چه صورتی بیان می‌شود؟ $(d\forall = 1 \times dxdy \ , \ p = f(x) \ , \ u = g(y))$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{\tau}{\mu^2} d\forall$ ۲) $\tau \frac{du}{dy} d\forall$

۳) $\mu \frac{du}{dy} d\forall$ ۴) $\tau (\frac{du}{dy})^2 d\forall$

پاسخ: گزینه «۲» بررسی ابعادی گزینه‌های داده شده عبارت است از:

۱) $\frac{\frac{N}{m^2}.m^3}{\frac{N^2.s^2}{m^4}} = \frac{m^5}{N.s^2} = \frac{m^5.s^2}{kg.m.s^2} = \frac{m^4}{kg}$

۲) $\frac{N}{m^2}.\frac{\frac{m}{s}}{m}.m^3 = \frac{N.m}{s} = \frac{j}{s} = w$

۳) $\frac{kg}{m.s}.\frac{\frac{m}{s}}{m}.m^3 = \frac{kg.m}{s^2}.m = N.m = j$

۴) $\frac{N}{m^2}.(\frac{\frac{m}{s}}{m})^2.m^3 = \frac{N.m}{s.s} = \frac{w}{s}$

با توجه به واحدهای به دست آمده، گزینه (۲) صحیح است.

مثال ۴۷: افت فشار داخل یک افشانک (Diffuser) به دبی سیال گذرنده Q، قطرهای ورودی و خروجی D_1, D_2 ، طول افشانک l، دانسیته سیال ρ و ویسکوزیته سیال μ بستگی دارد. از آنالیز ابعادی کدام گزینه به دست نمی‌آید؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{\Delta P D_1^3}{Q\mu}$ ۲) $\frac{\Delta P D_1^4}{Q^2 \rho}$ ۳) $\frac{Q\rho}{D_1 \mu}$ ۴) $\frac{D_2}{D_1}$

پاسخ: هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. گروه‌های داده شده را از نظر ابعادی بررسی می‌کنیم و گزینه‌ای جواب است که بی‌بعد نباشد، لذا:

$$\frac{\Delta P.D_1^4}{Q^2.\rho} \equiv \frac{\frac{N}{m^2}.m^4}{\frac{m^6}{s^2}.\frac{kg}{m^3}} \equiv \frac{N}{\frac{kg.m}{s^2}} \equiv 1$$

$$\frac{\Delta P.D_1^3}{Q\mu} \equiv \frac{\frac{N}{m^2}.m^3}{\frac{m^3}{s}.\frac{N.s}{m^2}} \equiv 1$$

$$\frac{D_2}{D_1} \equiv \frac{m}{m} \equiv 1$$ همه گروه‌ها بی‌بعد هستند

$$\frac{Q\rho}{D_1 \mu} \equiv \frac{\frac{m^3}{s}.\frac{kg}{m^3}}{m.\frac{kg}{m.s}} \equiv 1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۸: **اگر یک مدل و نمونه تشابه سینماتیکی داشته باشند، در آن صورت ..... .** (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) سرعت‌های آن‌ها برابرند.
۲) سرعت‌ها و ابعاد آن دو لزوماً متناسب هستند.
۳) فقط سرعت‌ها متناسب هستند.
۴) سرعت‌ها و ابعاد آن دو لزوماً برابر هستند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» وقتی خطوط جریان مربوط به دو جریان با هم مشابه باشند، آن دو جریان تشابه سینماتیکی دارند. چون مرزها خود تعدادی از خطوط جریان را تشکیل می‌دهند، بنابراین جریان‌های مشابه سینماتیکی تشابه هندسی نیز دارند. لذا اگر یک مدل و نمونه تشابه سینماتیکی داشته باشند، در آن صورت سرعت‌ها و ابعاد آن دو لزوماً متناسب هستند.

مثال ۴۹: **یک کشتی دارای سرعت ۲۰ گره دریایی و طول ۲۰ متر می‌باشد. مدلی با ابعاد $\frac{۱}{۱۰}$ ساخته می‌شود. در صورتی که مدل در آب دریا مورد آزمایش قرار گیرد، سرعت مدل باید چقدر باشد تا بتوان به طور معقول از نتایج آزمایش بر روی مدل برای کشتی استفاده کرد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) ۲ گره دریایی ۲) ۲۰ گره دریایی ۳) ۶/۳ گره دریایی ۴) ۰/۲۶ گره دریایی

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به حرکت کشتی در آب و وجود سطح آزاد، عدد فرود حائز اهمیت است. لذا از برابری عدد فرود برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$(Fr)_M=(Fr)_P \qquad (\frac{V^۲}{Lg})_M=(\frac{V^۲}{Lg})_P$$

$$V_M=V_P\sqrt{\frac{L_M}{L_P}} \qquad V_M=۲۰\times\sqrt{\frac{۱}{۱۰}} \Rightarrow V_M=۶/۳ \text{ (گره دریایی)}$$

مثال ۵۰: **در پدیده جریان سیالی، هم نیروهای لزجی و هم نیروهای ثقلی غالب بوده و در مدل آزمایشگاهی اثر هر دو نیرو مدّنظر است. در صورتی که سیالی که در مدل آزمایشگاهی به کار برده می‌شود دارای لزجت سینماتیکی $\frac{۱}{۸}$ برابر سیال در نمونه اصلی باشد، مقیاس هندسی مدل نسبت به نمونه اصلی چقدر می‌تواند باشد؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\left(\frac{۱}{۸}\right)^{\frac{۳}{۲}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به اهمیت نیروهای لزجی و ثقلی باید مقدار عدد رینولدز و عدد فرود در نمونه و مدل اصلی با هم برابر باشند. لذا داریم:

$$\begin{cases}(Re)_M=(Re)_P \\ (Fr)_M=(Fr)_P\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{V_ML_M}{\nu_M}=\frac{V_PL_P}{\nu_P} \\ \frac{V_M^۲}{L_Mg}=\frac{V_P^۲}{L_Pg}\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{V_M}{V_P}=\frac{L_P}{L_M}.\frac{\nu_M}{\nu_P} \\ \frac{V_M}{V_P}=(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}}\end{cases}$$

با حذف پارامتر سرعت در دو رابطه فوق داریم:

$$(\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}}=\frac{L_P}{L_M}.\frac{\nu_M}{\nu_P} \qquad (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۳}{۲}}=\frac{\nu_M}{\nu_P}\ ,\ \frac{\nu_M}{\nu_P}=\frac{۱}{۸} \qquad \frac{L_M}{L_P}=(\frac{۱}{۸})^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow \frac{L_M}{L_P}=\frac{۱}{۴}$$

مثال ۵۱: **مدل هیدرولیکی مناسب برای مطالعه شبکه لوله آب‌رسانی بر اساس کدام قانون تشابه ابعادی بایستی تهیه گردد؟**(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) تشابه فرود ۲) تشابه رینولدز ۳) تشابه وبر ۴) قانون برنولی

☑ **پاسخ:** گزینه«۲» در جریان‌های داخلی تشابه عدد رینولدز و در جریان‌های خارجی تشابه عدد فرود مطرح است. در پدیده‌هایی نظیر صعود یا نزول در لوله مویین که کشش سطحی اهمیت دارد، تساوی عدد وبر مطرح است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۲: یک مدل هیدرولیکی از یک بندر با مقیاس $\frac{۱}{۲۲۵}$ ساخته می‌شود. امواج طوفان به ارتفاع ۸ متر و سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به موج‌شکن‌ها برخورد می‌کنند. با صرف‌نظر از اثرات لزجت، سرعت امواج در مدل هیدرولیکی چه مقدار است؟ اگر زمان بین جزر و مد در بندر ۱۲ ساعت باشد، این زمان در نمونه آزمایشگاهی چقدر خواهد بود؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)

۱) $۰/۸hr, ۰/۷۵\frac{m}{s}$ ۲) $۱/۲۵hr, ۰/۷۵\frac{m}{s}$ ۳) $۰/۸hr, ۱/۳۳\frac{m}{s}$ ۴) $۱/۲۵hr, ۱/۳۳\frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای جریان دارای سطح آزاد و امواج حاصل از جزر و مد، نیروی جاذبه تعیین‌کننده است و در نتیجه عدد فرود دارای اهمیت است.

لذا از برابری عدد فرود برای مدل و نمونه اصلی داریم:

$$Fr = \frac{V^۲}{Lg} \quad , \quad (Fr)_P = (Fr)_M$$

$$\frac{V_P^۲}{L_P} = \frac{V_M^۲}{L_M} \Rightarrow (\frac{V_M}{V_P}) = (\frac{L_M}{L_P})^{\frac{۱}{۲}} \quad ; \quad \frac{L_M}{L_P} = \frac{۱}{۲۲۵} \Rightarrow \frac{V_M}{V_P} = (\frac{۱}{۲۲۵})^{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۱۵} \Rightarrow V_M = \frac{V_P}{۱۵} = \frac{۲۰}{۱۵} = ۱/۳۳ \ (\frac{m}{s})$$

برای محاسبه زمان در نمونه آزمایشگاهی (T_M) با استفاده از تعریف دیمانسیون سرعت داریم:

$$[V] \equiv \frac{L}{T} \Rightarrow \frac{V_M}{V_P} = \frac{(\frac{L}{T})_M}{(\frac{L}{T})_P} \Rightarrow \frac{T_M}{T_P} = \frac{L_M}{L_P}.\frac{V_P}{V_M} = \frac{۱}{۲۲۵} \times ۱۵ = \frac{۱}{۱۵} \Rightarrow T_M = \frac{T_P}{۱۵} \Rightarrow T_M = \frac{۱۲}{۱۵} = ۰/۸ \ (hr)$$

مثال ۵۳: یک مدل هیدرولیکی از حوضچه آرامش یک سد با مقیاس $\frac{۱}{۵۰}$ ساخته شده است. اگر استهلاک انرژی کل در مدل آزمایشگاهی در یک زمان مشخص ۱ ژول باشد، مقدار استهلاک انرژی کل در مدل واقعی در زمان نظیر آن چند ژول است؟ (سیال مورد استفاده در هر دو مدل یکسان است) (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۲)

۱) $۵۰^{\frac{۷}{۲}}$ ۲) $۵۰^{\frac{۵}{۲}}$ ۳) ۵۰ ۴) $۵۰^۴$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

$$E = E(P, \rho, h)$$

اعداد بی‌بعد را تشکیل می‌دهیم:

$$\pi_۱ = \frac{E}{\rho g L^۴} \quad \pi_۱ = \pi_۲ \quad \frac{E_۱}{(L_۱)^۴} = \frac{E_۲}{(L_۲)^۴} \rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = (\frac{L_۱}{L_۲})^۴ = ۵۰^۴$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل پنجم

۱ـ مقدار دبی جرمی هوا از داخل لوله به قطر یک اینچ معادل $۰/۱۴۲\frac{lb_m}{s}$ است. بر اساس اصول تشابه، مقدار سرعت آب در لوله‌ای به قطر ۴ اینچ چند $\frac{ft}{s}$ خواهد بود؟ ($\nu_{هوا} = ۴/۸۲۵\times۱۰^{-۵}\frac{ft^۲}{s}$ ، $\rho_{هوا} = ۰/۲۵۶\frac{lb_m}{ft^۳}$ ، $\nu_{آب} = ۱/۲۱\times۱۰^{-۵}\frac{ft^۲}{s}$)

۱) ۴ ۲) ۶/۳۸ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۲ـ برای مطالعه امواج اطراف پایه پل از مدلی با مقیاس $\frac{۱}{۲۰}$ استفاده می‌شود. اگر سرعت جریان رودخانه $۵\frac{m}{s}$ و دبی خروجی در پایه پل در مدل $۰/۱\frac{m^۳}{s}$ باشد، سرعت آب در مدل و دبی در نمونه اصلی به ترتیب چند $\frac{m}{s}$ و $\frac{m^۳}{s}$ خواهند بود؟

۱) ۱/۱ – ۱۷۹ ۲) ۱/۱ – ۲۷۹ ۳) ۲/۱ – ۱۷۹ ۴) ۲/۱ – ۲۷۹

۳ـ در شبیه‌سازی یک جسم غوطه‌ور در یک سیال متحرک در آزمایشگاه با تشابه دینامیکی، کدام یک از اعداد بدون بعد حائز اهمیت است؟

۱) عدد فرود ۲) عدد رینولدز ۳) عدد اولر ۴) عدد فرود و عدد اولر

۴ـ در مدل $\frac{۱}{۵۰}$ سرریزی، دبی اندازه‌گیری شده $۰/۵\frac{m^۳}{s}$ است. دبی در نمونه اصلی بر حسب $\frac{m^۳}{s}$ چقدر است؟

۱) ۱۷۷ ۲) ۶۲۵ ۳) ۸۸۴۰ ۴) ۱۷۶۸۰

۵ـ با فرض استفاده از مایع یکسان در مدل و نمونه اصلی و در شرایطی که عدد رینولدز و عدد فرود در آن‌ها برابر باشند، نسبت مقیاس مدل چقدر است؟ (V_r : نسبت سرعت)

۱) V_r ۲) ۱ ۳) $V_r^{۱/۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۶ـ مدل پدیده موج ورودی به آب به ارتفاع ۴ m و با فرکانس ۰/۱Hz با مقیاس $\frac{۱}{۱۶}$ ساخته می‌شود. فرکانس موج‌های مشابه در مدل چقدر است؟

۱) ۰/۱Hz ۲) ۱/۶ Hz ۳) ۰/۴Hz ۴) ۰/۰۲۵Hz

۷ـ مدلی از یک زیردریایی با نسبت مقیاس L_r در آب دریا با طناب کشیده می‌شود. نسبت مقاومت کل مدل به مقاومت کل نمونه اصلی در سرعت یکسان چقدر است؟

۱) $L_r^۲$ ۲) L_r ۳) ۱ ۴) $L_r^{-۵/۲}$

۸ـ سرعت سقوط نهایی یک دانه ماسه کروی به قطر ۱ mm در یک مخزن آب $۱۵\frac{cm}{s}$ است. قطر یک جسم کروی با چگالی نسبی مشابه ماسه که با همان سرعت در مخزنی شامل سیالی با لزجت سینماتیکی ۱۰۰۰ برابر لزجت سینماتیکی آب سقوط می‌کند، چقدر است؟

۱) ۱ mm ۲) ۱ cm ۳) ۱ m ۴) ۱۰ m

۹ـ کدام یک از عبارت‌های زیر نمی‌تواند درست باشد؟

۱) $\phi(\frac{F}{\rho L_۱^۲V^۲}, \frac{L_۲}{L_۱}, \frac{\mu}{\rho VL_۲}) = ۰$

۲) $\phi(\frac{F}{\rho V^۲L_۲^۲}, \frac{L_۲}{L_۱}, \frac{\rho VL_۱}{\mu}) = ۰$

۳) $\phi(\frac{\rho V^۲L_۲^۲}{F}, \frac{\rho VL_۲}{\mu}, \frac{\mu}{\rho VL_۱}) = ۰$

۴) $\phi(\frac{F}{\rho V^۲L_۱^۲}, \frac{F}{VL_۱\mu}, \frac{\rho VL_۱}{\mu}) = ۰$

۱۰ـ مدل یک کشتی با مقیاس $\frac{۱}{۵۰}$، با سرعت $۱\frac{m}{s}$ و با نیروی ۲۰N کشیده می‌شود. سرعت و نیروی جلوبرنده کشتی در مقابل موج چقدر است؟

۱) $۲۵۰۰kN , ۷/۰۷\frac{m}{s}$ ۲) $۵۰kN , ۲/۶۶\frac{m}{s}$ ۳) $۲۵۰۰kN , ۳/۵۴\frac{m}{s}$ ۴) $۵۰kN , ۳۵۳\frac{m}{s}$

۱۱ـ از یک لوله ونتوری، مدلی با مقیاس $\frac{۱}{۱۰}$ نمونه اصلی ساخته شده است. اگر لزجت سینماتیک سیال در نمونه اصلی برابر $۱۰^{-۶}$ استوک و در مدل $۰/۳\times۱۰^{-۶}$ استوک، قطر گلوگاه نمونه اصلی ۱ m و سرعت در آن $۵\frac{m}{s}$ باشد، برای برقراری تشابه دینامیکی دبی لازم عبوری از مدل چقدر است؟

۱) $۲/۴۸\frac{L}{s}$ ۲) $۱۱۸\frac{L}{s}$ ۳) $۱۱/۸\frac{L}{s}$ ۴) $۲/۴۸\frac{m^۳}{s}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ یک کشتی دارای سرعت ۲۰ گره دریایی و طول ۲۰m است. مدلی با ابعاد $\frac{۱}{۱۰}$ کشتی ساخته می‌شود. اگر مدل در آب دریا مورد آزمایش قرار گیرد، سرعت مدل باید چقدر باشد تا بتوان به طور معقولی از نتایج آزمایش بر روی مدل برای کشتی استفاده کرد؟

۱) ۲ گره دریایی ۲) ۶/۳ گره دریایی ۳) ۲۰ گره دریایی ۴) ۲۰۰ گره دریایی

۱۳ـ از نتایج مربوط به آزمایش یک ایرفویل در تونل آب، می‌خواهیم برای ایرفویلی به همان شکل ولی با ابعاد نصف که در جریان هوا قرار داده شده است استفاده کنیم.

۱) چون هوا تراکم‌پذیر است ولی آب تراکم‌ناپذیر، نمی‌توان از این نتایج استفاده کرد.

۲) چون ابعاد ایرفویل کوچک‌تر شده، نمی‌توان از این نتایج استفاده کرد.

۳) برای استفاده از این نتایج، کافی است که سرعت هوا دو برابر سرعت آب باشد.

۴) هیچ کدام

۱۴ـ شرایط لازم و کافی برای آن که جریان گازها در دو شیپوره به طور کلی تشابه داشته باشند، آن است که:

۱) عدد رینولدز و عدد ماخ دو جریان مساوی باشند. ۲) عدد ماخ در دو جریان مساوی و دو کانال تشابه هندسی داشته باشند.

۳) عدد رینولدز دو جریان مساوی و دو کانال تشابه هندسی داشته باشند. ۴) جمع شرایط ۲ و ۳.

۱۵ـ دو لوله صیقلی افقی با مقطع دایره‌ای، آب و هوا را با سرعت‌هایی حمل می‌کنند که عدد رینولدز و افت فشار در واحد طول لوله‌ها یکسان است. با صرف‌نظر از تراکم‌پذیری هوا، نسبت سرعت جریان هوا به جریان آب چقدر است؟

$$(\mu_{air}=۱/۸\times۱۰^{-۵}\ \frac{kg}{m.s},\ \rho_{air}=۱/۲۵\frac{kg}{m^۳},\ \mu_w=۱۰^{-۳}\ \frac{kg}{m.s},\ \rho_w=۱۰^۳\ \frac{kg}{m^۳})$$

۱) ۲۰/۱ ۲) ۲۲/۶ ۳) ۴۰/۲ ۴) قابل محاسبه نیست.

۱۶ـ اگر جسمی به صورت شناور در داخل آب کشیده شود، برای مدل کردن این جسم علاوه بر نیروی اینرسی، نیروی (نیروهای) دیگر مهم عبارتند از:

۱) فقط ویسکوزیته ۲) فشار + ویسکوزیته ۳) کشش سطحی + ویسکوزیته ۴) ثقل + ویسکوزیته

۱۷ـ اگر مقیاس طول برای مدل‌سازی موجی ۱:۱۰ باشد، در این صورت مدل پریود زمانی موج طبق تئوری‌های مدل‌سازی چقدر است؟

۱) ۱:۱ ۲) $۱:\sqrt{۱۰}$ ۳) ۱:۱۰ ۴) $۱:۱۰\sqrt{۱۰}$

۱۸ـ اگر مدل فیزیکی کانال روبازی با مقیاس هندسی ۱:۱۰ ساخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟ مقیاس جرم مخصوص‌ها یک است.

۱) ۱:۱۰۰ ۲) ۱:۵۰۰ ۳) ۱:۱۰۰۰ ۴) ۱:۲۵۰۰

۱۹ـ در صورتی که بدانیم نیروی برشی در واحد سطح τ در یک جریان آشفته تابعی از قطر لوله d، زبری مطلق جدار لوله K، سرعت جریان مایع V، جرم مخصوص مایع ρ و لزجت دینامیکی (ویسکوزیته دینامیکی) مایع μ باشد، شکل عمومی معادله τ با کدام یک از روابط زیر بیان می‌شود؟

۱) $\tau=\rho V^۲\phi(\frac{\mu}{\rho Vd},\frac{K}{d})$ ۲) $\tau=\rho V^۲\phi(\frac{\mu}{\rho Vd},d)$ ۳) $\tau=\rho V^۲\phi(\frac{\mu}{\rho Vd})$ ۴) $\tau=\rho V^۲\phi(K)$

۲۰ـ معیار تراکم‌پذیری یک جریان سیال، مقدار عدد بدون بعد ..... می‌باشد.

۱) Froude No. ۲) Mach No. ۳) Weber No. ۴) Strouhl No.

www.modaresanesharif.ac.ir

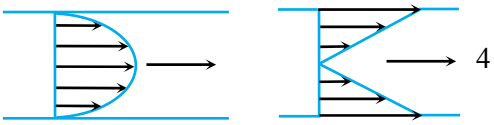
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل ششم

« جریان تراکم‌ناپذیر لزج در لوله‌ها »

مثال ۱: کدام یک از عبارات زیر در مورد حرکت توسعه یافته سیال نیوتنی در داخل لوله افقی صحیح است؟

۱) توزیع تنش و سرعت سهمی است.
۲) توزیع تنش و سرعت هر دو خطی است.
۳) توزیع تنش سهمی و توزیع سرعت خطی است.
۴) توزیع تنش خطی و توزیع سرعت سهمی است.



☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در حرکت توسعه یافته سیال نیوتنی در داخل لوله افقی، توزیع سرعت سهمی چون تنش مشتق سرعت است پس درجهٔ منحنی تنش برشی یک مرتبه از سرعت کمتر است، در نتیجه توزیع تنش برشی خطی است.

مثال ۲ : در داخل لوله‌ای به قطر D، سیالی با چگالی ρ و لزجت μ جریان دارد. چنانچه افت فشار در طول L از لوله که در آن جریان توسعه یافته است، برابر a باشد، تنش برشی برابر است با:

۱) $\frac{aD}{4L}$ ۲) $\frac{aL}{4D}$ ۳) $\frac{aD}{\pi L}$ ۴) $\frac{aL}{\pi D}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» از تعادل نیروها برای استوانه‌ای از سیال به قطر D و طول L داریم:

$$\Delta P.A = \tau.A' \qquad \tau = \Delta P.\frac{A}{A'} = \Delta P.\frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi DL} = \frac{\Delta P}{L}\frac{D}{4} \qquad \tau = \frac{aD}{4L}$$

مثال ۳ : برای جریان آرام عبوری از یک لولهٔ افقی در صورت ثابت بودن سرعت اگر قطر لوله ۳ برابر شود، افت فشار چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{27}$ ۴) $\frac{1}{81}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

$$V_{\text{ثابت}} \rightarrow \Delta p \propto \frac{1}{D^2} \rightarrow \frac{(\Delta P)_2}{(\Delta P)_1} = (\frac{D_1}{D_2})^2 \Rightarrow \frac{(\Delta p)_2}{(\Delta P)_1} = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$$

مثال ۴ : در جریان آرام یک سیال نیوتنی از داخل لولهٔ افقی در صورتی که قطر لوله نصف گردد و دبی جریان ثابت بماند، افت فشار در واحد طول چند برابر می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۳۲ ۴) ۱۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به رابطهٔ پوازی با ثابت بودن دبی مقدار افت فقط تابعی از قطر (D) خواهد بود.

رابطه پوازی (جریان آرام داخل لوله) : $h_l = \frac{128\mu LQ}{\pi\rho D^4}(\frac{j}{kg})$

$$\frac{(h_l)_2}{(h_l)_1} = (\frac{D_1}{D_2})^4 = (\frac{D_1}{\frac{1}{2}D_1})^4 = 16$$

مثال ۵ : اگر افت فشار در لوله‌ای به قطر ۱۰ سانتی‌متر و طول ۱۰۰ متر برابر ۱۰۰kPa باشد، تنش برشی در دیواره لوله چند Pa خواهد بود؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۵۰ ۴) ۳۷/۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» **روش اول:** با نوشتن رابطه تعادل روی دیواره، تنش برشی را بر حسب اختلاف فشار بیان می‌کنیم:

در حالت تعادل : $\tau_w(\pi DL) = (\Delta P)\frac{\pi D^2}{4}$

$$\tau_w = \frac{D}{4}\frac{\Delta P}{L} \qquad \tau_w = \frac{0/1}{4} \times \frac{100 \times 10^3}{100} \Rightarrow \tau_w = 25\ (Pa)$$

روش دوم: طبق رابطه بیان شده در متن درس:

$$\tau = \frac{R}{2}\frac{\Delta P}{L} = \frac{0/05}{2} \times \frac{100 \times 10^3}{100} = 25\ (Pa)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶ : سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیری مطابق شکل بین دو صفحه موازی بسیار بزرگ قرار گرفته است. چنانچه صفحهٔ بالایی را با سرعت ثابت V به حرکت درآوریم و کشیدن صفحه همچنان ادامه یابد، توزیع سرعت در جریان آرام در سیال بین صفحات شبیه به کدام یک از اشکال زیر است؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» بر اساس شرط مرزی عدم لغزش، سرعت نسبی فیلم نازک سیال روی جدار جامد صفر و بر روی جداری که با سرعت V حرکت می‌کند برابر V است و نیز توزیع سرعت در جریان آرام سهمی است.

مثال ۷ : در یک لوله به شعاع یک فوت در جریان آرام و سیال نیوتنی و جریان توسعه‌یافته، تنش در فاصله $r = ۶\,inch$ از محور لوله برابر $\tau = ۰/۵\frac{lb_f}{ft^۲}$ می‌باشد. تنش روی دیواره معادل چند $\frac{lb_f}{ft^۲}$ می‌باشد؟

۱) $\tau_w = ۱۰$ ۲) $\tau_w = ۲$ ۳) $\tau_w = ۱$ ۴) $\tau_w = ۰/۲۵$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» با توجه به پروفیل سهمی سرعت نسبت به تغییرات شعاع در جریان آرام، رابطهٔ تنش برشی بر حسب شعاع را به صورت زیر می‌یابیم:

پروفیل سرعت در جریان آرام داخل لوله : $V = k[۱-(\frac{r}{R})^۲]$

$$\tau = \mu\frac{dv}{dr} \Rightarrow \tau = -\frac{۲\mu k}{R^۲}r \quad , \quad \frac{\tau_۲}{\tau_۱} = \frac{r_۲}{r_۱} \Rightarrow \tau_۲ = ۰/۵ \times \frac{۱}{\frac{۶}{۱۲}} = ۱\,(\frac{lb_f}{ft^۲})$$

مثال ۸ : اگر پروفیل سرعت در لوله‌ای به صورت $u = \frac{۳}{\mu}(R^۲ - r^۲)$ باشد، کاهش فشار در واحد طول لوله چه مقدار است؟

۱) ۱۹ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به رابطه‌ای که بین سرعت و تنش برشی وجود دارد، می‌توان نوشت: (۱)

$$\tau = -\mu\frac{du}{dr} = -\mu\frac{۳}{\mu}(-۲r) = ۶r$$

از طرفی رابطه‌ای که بین افت فشار و تنش برشی وجود دارد عبارتست از: (۲)

$$\tau = \frac{r}{۲}\frac{\Delta P}{L}$$

$$(۲),(۱) \rightarrow ۶r = \frac{r}{۲}\frac{\Delta P}{L} \rightarrow \frac{\Delta P}{L} = ۱۲$$

مثال ۹ : توزیع تنش (Shear Stress) برای یک سیال غیرقابل‌تراکم در یک لوله با سطح مقطع دایره‌ای از کدام گزینه به دست می‌آید؟ (طول لوله L و شعاع آن r است)

۱) $\Delta P/۲r + ۲\tau/L = ۰$ ۲) $\Delta P/\tau + r/L = ۰$ ۳) $\Delta P/L + ۲\tau/r = ۰$ ۴) $\Delta P/r + ۲\tau/L = ۰$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» کافی است رابطهٔ تعادل را بنویسیم:

در حالت تعادل : $\tau(۲\pi rL) + (\Delta P)\pi r^۲ = ۰ \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} + \frac{۲\tau}{r} = ۰$

مثال ۱۰ : نمودار سرعت جریان آرام در لوله دایره‌ای شکل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$u(r) = \frac{R^۲ - r^۲}{۴\mu}\frac{\Delta P}{L}$$

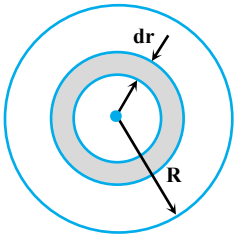
که در آن R شعاع لوله، r فاصله هر نقطه از مرکز لوله، μ لزجت دینامیکی، ΔP افت فشار و L طول لوله است. مقدار سرعت متوسط چقدر می‌باشد؟

۱) $\frac{R^۲}{۴\mu}\frac{\Delta P}{L}$ ۲) $\frac{R^۲}{۸\mu}\frac{\Delta P}{L}$ ۳) $\frac{R^۲}{۱۶\mu}\frac{\Delta P}{L}$ ۴) $\frac{R^۳}{۸\mu}\frac{\Delta P}{L}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»



روش اول: از روش انتگرال، دبی و سپس سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$Q=\int_A udA=\int_0^R \frac{R^2-r^2}{4\mu}\frac{\Delta P}{L}\times 2\pi r\,dr=\frac{2\pi}{4\mu}\frac{\Delta P}{L}\int_0^R (R^2-r^2)r\,dr$$

$$Q=\frac{\pi}{2\mu}\frac{\Delta P}{L}(R^2\times\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4})\Big|_0^R=\frac{\pi}{2\mu}\frac{\Delta P}{L}(\frac{R^4}{2}-\frac{R^4}{4})\Rightarrow Q=\frac{\pi}{2\mu}\frac{\Delta P}{L}\frac{R^4}{4}$$

$$V_{av}=\frac{Q}{A}=\frac{\frac{\pi R^4}{8\mu}\times\frac{\Delta P}{L}}{\pi R^2}\Rightarrow V_{av}=\frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta P}{L}$$

روش دوم: سرعت متوسط در جریان آرام، نصف سرعت ماکزیمم (روی محور لوله) می‌باشد:

$$u(r)=\frac{R^2-r^2}{4\mu}\frac{\Delta P}{L}\qquad r=0\Rightarrow V_{max}=\frac{R^2}{4\mu}\frac{\Delta P}{L}\qquad V_{av}=\frac{1}{2}V_{max}\Rightarrow V_{av}=\frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta P}{L}$$

مثال ۱۱ : کدام جمله در رابطه با ضریب f در رابطه دارسی وایسباخ غلط است؟

۱) برای اعداد رینولدز کاملاً بالا، به ازای یک زبری نسبی خاص، ضریب f ثابت است.

۲) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام فقط تابع عدد رینولدز است.

۳) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های کاملاً آشفته فقط تابع زبری نسبی است.

۴) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام و انتقالی فقط تابع زبری نسبی است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: با توجه به دیاگرام مودی ملاحظه می‌شود که برای اعداد رینولدز بالا خطوط تغییرات f به صورت افقی است و فقط با تغییر زبری نسبی تغییر می‌کند.

گزینه «۲»: با توجه به دیاگرام مودی می‌بینید که برای جریان آرام تغییرات f فقط تابعی از عدد رینولدز است و مستقل از زبری نسبی است.

گزینه «۳»: همانطور که در توضیح گزینه ۱ بیان شد f تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است ولی برای منطقهٔ کاملاً زبر و کاملاً آشفته فقط تابعی از زبری نسبی است.

گزینه «۴»: با توجه به توضیحات فوق این گزینه غلط است.

مثال ۱۲ : آب با ویسکوزیته ۱ cp، دانسیتهٔ $1000\,kg/m^3$ و سرعت $1\,m/s$ از لوله‌ای به قطر ۲ cm عبور می‌کند. در صورتی که زبری لوله ۰/۰۳ mm باشد، کدام یک از عبارات زیر در مورد f (ضریب اصطکاک) صحیح است؟

۱) $f>0/008$

۲) هیچ‌گونه قضاوتی در مورد مقدار f نمی‌توان نمود.

۳) چون لوله زبر است مقدار f خیلی زیاد است.

۴) $f<0/008$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱»

$$Re=\frac{\rho VD}{\mu}\qquad Re=\frac{1000\times 1\times 2\times 10^{-2}}{1\times 10^{-3}}=20000\ (\text{Turbulent Flow})$$

رابطه تجربی بلازیوس برای $Re\le 100000$:

$$\frac{e}{D}=\frac{0/03}{20}=0/0015\qquad f=\frac{0/3164}{Re^{0/25}}\Rightarrow f=\frac{0/3164}{(20000)^{0/25}}=0/0266>0/008$$

مثال ۱۳ : در جریان درهم در داخل لوله در صورتی که $Re>>10^7$ (اعداد رینولدز خیلی بزرگ) باشد، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) ضریب اصطکاک فقط تابع عدد رینولدز است.

۲) ضریب اصطکاک فقط تابع زبری نسبی لوله می‌باشد.

۳) ضریب اصطکاک تابع Re و زبری نسبی نمی‌باشد.

۴) ضریب اصطکاک تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با توجه به دیاگرام مودی در اعداد رینولدز خیلی بزرگ داخل لوله نمودار تغییرات ضریب اصطکاک افقی می‌شود و ضریب اصطکاک فقط تابع زبری نسبی لوله است $(f=f(\frac{e}{D}))$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۴: سیالی با دانسیته $800\,kg/m^3$ با سرعت متوسط ۵ متر در ثانیه در لوله‌ای به قطر $20\,cm$ جریان داشته و ضریب افت انرژی از دیاگرام مودی (Moody)، ۰/۰۲ به دست آمده است. مقدار تنش برشی روی دیوار برابر است با:

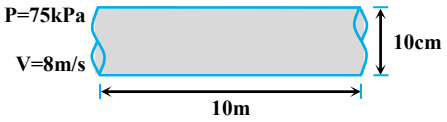
۱) ۵۰Pa ۲) ۱۰۰Pa ۳) ۲۰۰Pa ۴) ۴۰۰Pa

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» از اطلاعات داده شده در صورت سؤال می‌توان میزان افت را محاسبه کرد و با نوشتن رابطهٔ تعادل در جدارهٔ لوله می‌توان تنش برشی را به میزان افت فشار مرتبط ساخت:

$$\left.\begin{aligned} h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \Rightarrow \Delta P = f\frac{L}{D}\left(\frac{1}{2}\rho V^2\right) \\ (\Delta P)\frac{\pi D^2}{4} = \tau_w(\pi DL) \Rightarrow \Delta P = \frac{4\tau_w L}{D} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{4\tau_w L}{D} = f\frac{L}{D}\left(\frac{1}{2}\rho V^2\right) \Rightarrow \tau_w = \frac{f}{4}\left(\frac{1}{2}\rho V^2\right)$$

$$\tau_w = \frac{1}{8}(0/02)(800)(5)^2 \Rightarrow \tau_w = 50\,(Pa)$$

مثال ۱۵: در لوله افقی زیر نیروی اصطکاک وارد بر طول لوله چند نیوتن است؟ ضریب دارسی وایسباخ ۰/۰۲ است. $\left(h_f = f\frac{l}{D}\frac{V^2}{2g}\right)$



۱) ۱۰۰ ۲) ۳۵۲ ۳) ۵۰۲ ۴) ۶۴۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با داشتن تنش برشی وارد بر جداره می‌توان آن را در مساحت جانبی ضرب کرد و نیروی وارد بر طول لوله را به دست آورد:

$$F_f = \tau_w \times A \quad ; \quad \tau_w = \frac{1}{8} f \rho V^2 \quad , \quad A = \pi D \ell$$

با قرار دادن معلومات در رابطه تنش برشی و مساحت جانبی خواهیم داشت:

$$F_f = \frac{1}{8} \times 1000 \times \underset{(\frac{kg}{m^3})}{8^2} \times \underset{(\frac{m^2}{s^2})}{\pi} \times \underset{(m)}{0/1} \times \underset{(m)}{10} \times 0/02 \Rightarrow F_f = 502/65\,(N)$$

مثال ۱۶: سیالی با لزجت سینماتیک $\nu = 5\times10^{-4}\,\frac{m^2}{s}$ در لوله‌ای به قطر ۳۵ سانتی‌متر با سرعت $2/5\,\frac{m}{s}$ در جریان است. افت انرژی برای ۱۰۰ متر لوله مساوی چند متر از ارتفاع سیال است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۳۳ ۳) ۵/۷۵ ۴) ۶/۶۷

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبهٔ افت بر حسب رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ نیاز به داشتن ضریب افت داریم، از طرفی در صورت سؤال لزجت سینماتیک داده شده که می‌توان از طریق آن عدد رینولدز را محاسبه کرد و نوع جریان را از لحاظ آرام یا درهم بودن تشخیص داد.

$$(Laminar\ Flow)\ Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2/5\times0/35}{5\times10^{-4}} \Rightarrow Re = 1750 < 2300$$

جریان آرام است لذا ضریب افت فقط به عدد رینولدز بستگی دارد و از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1750} = 0/03657$$

پس از محاسبهٔ ضریب افت با قرار دادن در رابطه دارسی ـ ویسباخ مقدار افت محاسبه می‌شود:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow H_l = 0/03657\times\frac{100}{0/35}\times\frac{(2/5)^2}{2\times9/81} \Rightarrow H_l = 3/33\,(m)$$

مثال ۱۷: آب در لوله‌ای گالوانیزه ($f = 0/015$) با دبی حجمی $3\,\frac{ft^3}{s}$ در جریان است. در صورتی که افت فشار در هر ۱۰۰۰ فوت برابر ۵ فوت باشد، قطر لوله برابر چند فوت است؟ (f = Fanning Friction Factor)

۱) ۰/۹۲۶ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۰۹

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ را بر حسب Q به دست آورده و معلومات مسئله را در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \quad , \quad V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow H_l = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5}$$

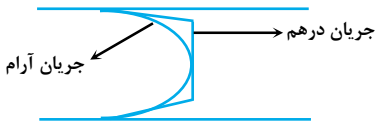
$$5 = \frac{8\times0/015\times1000\times(3)^2}{32/2\times\pi^2\times D^5} \Rightarrow D = 0/926\,(ft)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸: در داخل لوله‌ای یک بار جریان توسعه‌یافته آرام و بار دیگر جریان توسعه‌یافته درهم داریم. اگر سرعت مرکز لوله در هر دو حالت یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) دبی جریان رژیم درهم بیشتر از رژیم آرام است.
۲) دبی جریان رژیم درهم مساوی رژیم آرام است.
۳) دبی جریان رژیم درهم کمتر از رژیم آرام است.
۴) دبی جریان به عوامل دیگری بستگی دارد.



☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در جریان آرام، سرعت در مرکز لوله ماکزیمم است ولی در جریان درهم سرعت در مرکز لوله تقریباً با سرعت متوسط برابر است:

بنابراین در حالتی که سرعت در مرکز برای هر دو رژیم جریان برابر باشد، سرعت متوسط در جریان درهم بیشتر از جریان آرام است، لذا پس دبی جریان در رژیم جریان درهم بیشتر است.

مثال ۱۹: در یک جریان آشفته (Turbulent) کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

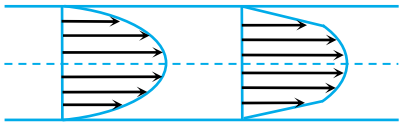
۱) لایه‌های سیال به طور موازی با هم حرکت می‌کنند.
۲) تنش بین لایه‌ها از حالت مشابه در جریان ورقه‌ای بیشتر است.
۳) چسبندگی بین لایه‌ها بسیار مهم است.
۴) ضریب دارسی ـ وایسباخ همواره تابعی از عدد رینولدز است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» شیب (گرادیان) سرعت در امتداد عمود بر راستای جریان آزاد سیال برای جریان درهم بزرگ‌تر از جریان آرام است و لذا تنش برشی بین لایه‌ها از حالت مشابه در جریان آرام بیشتر است. گزینه‌های ۱ و ۳ در جریان حالت لایه‌ای و آرام صادق هستند.

گزینه ۴ در جریان لایه‌ای همواره درست بوده اما در جریان آشفته وابسته به پارامترهای دیگری نیز می‌گردد. (در جریان لایه‌ای $Re < ۲۳۰۰$, $f = \frac{۶۴}{Re}$)

مثال ۲۰: در یک لوله با سیال و دبی‌های یکسان:

۱) برای هر دو جریان افت یکسان است، چون در مجاورت دیوار لزجت گردابه (eddy viscosity) صفر است.
۲) در جریان آرام افت بیشتر است، چون ماکزیمم سرعت بیش از جریان درهم است.
۳) بدون مشخص نمودن زبری، امکان مقایسه بین افت‌ها نمی‌باشد.
۴) در حالت جریان درهم افت بیشتر از جریان آرام است، چون گرادیان سرعت در مجاورت دیوار بیشتر است.



☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به شکل، به ازای یک دبی معین گرادیان سرعت در دیواره برای جریان درهم بیشتر از جریان آرام است. لذا افت فشار در جریان درهم بیشتر از جریان آرام خواهد بود.

مثال ۲۱: با توجه به رابطهٔ افت انرژی به واسطهٔ اصطکاک در لوله‌ها، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ $(h_{fs} = ۴f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^۲}{۲g_c})$ **در جریان درهم اگر سرعت سیال افزایش یابد، ضریب اصطکاک ..... و h_{fs} ..... می‌یابد.**

۱) کاهش ـ افزایش
۲) کاهش ـ کاهش
۳) افزایش ـ افزایش
۴) افزایش ـ کاهش

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در جریان درهم با افزایش سرعت سیال، عدد رینولدز نیز افزایش یافته و با توجه به نمودار مودی و یا رابطه بلازیوس $(f = \frac{۰/۳۱۶۴}{Re^{۰/۲۵}})$ ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. همچنین با استفاده از رابطه دارسی ـ وایسباخ $(h_{fs} = ۴f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g_c})$، افزایش سرعت باعث افزایش h_{fs} خواهد شد (افزایش $V^۲$ بیشتر از کاهش f تأثیر دارد)

مثال ۲۲: ۳۰۰m لوله با قطر ۲۵۰mm و ضریب اصطکاک ۰/۰۲ معادل چه طولی از لوله به قطر ۱۵۰mm و ضریب اصطکاک ۰/۰۱۸ خواهد بود؟

☑ **پاسخ :** طبق نکتهٔ بالا دو لوله در صورتی با هم معادل هستند که میزان افت دو لوله با هم برابر باشد، لذا:

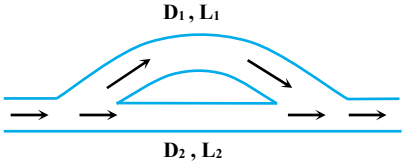
$$(h_l)_۱ = (h_l)_۲ \qquad \frac{۸f_۱L_۱Q^۲}{\pi^۲D_۱^۵} = \frac{۸f_۲L_۲Q^۲}{\pi^۲D_۲^۵} \Rightarrow \frac{f_۱L_۱}{D_۱^۵} = \frac{f_۲L_۲}{D_۲^۵}$$

$$\frac{۰/۰۲\times۳۰۰}{(۰/۲۵)^۵} = \frac{۰/۰۱۸\times L_۲}{(۰/۱۵)^۵} \Rightarrow L_۲ = ۲۵/۹۲ \simeq ۲۶\ (m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۳: با توجه به شکل زیر نسبت $\frac{Q_1}{Q_2}$ (در جریان تحت فشار) چقدر است؟ $(f_1 = f_2 \ , \ D_1 = 2D_2 \ , \ L_1 = 2L_2)$



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۶

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» از آنجایی که افت در شاخه‌های موازی برابر است پس طبق رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ می‌توان نوشت:

در لوله‌های موازی : $(H_l)_1 = (H_l)_2$

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{D}\frac{(\frac{4Q}{\pi D^2})^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} \qquad \frac{8f_2(2L_2)Q_1^2}{g\pi^2(2D_2)^5} = \frac{8f_2L_2Q_2^2}{g\pi^2 D_2^5} \qquad (\frac{Q_1}{Q_2})^2 = 16 \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = 4$$

مثال ۲۴: لوله‌های شماره (۱) و (۲) بین نقاط **A** و **B** به طور موازی کار گذاشته شده‌اند که در آن **L** طول لوله، λ ضریب دارسی وایسباخ، **D** قطر لوله، **V** سرعت جریان و **Q** دبی جریان را بیان می‌کند. با صرف‌نظر کردن از افت انرژی موضعی، مشخص کنید که بین این دو لوله کدام یک از روابط زیر صادق است؟

۱) $\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1 L_1 D_1^5}{\lambda_2 L_2 D_2^5}}$
۲) $\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2 D_1^5}{\lambda_1 L_1 D_2^5}}$
۳) $\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1 L_1 D_1^4}{\lambda_2 L_2 D_2^4}}$
۴) $\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2 D_2^5}{\lambda_1 L_1 D_1^5}}$

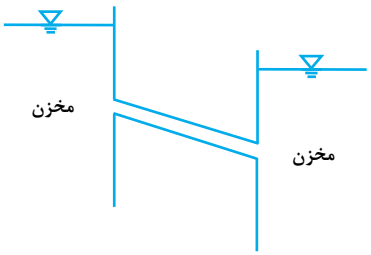
☑ **پاسخ :** گزینه «۲» از آنجایی که افت در شاخه‌های موازی برابر است، لذا می‌توان نوشت:

(۱) در لوله‌های موازی : $(H_l)_1 = (H_l)_2$

(۲) $H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5}$

$$(2),(1) \Rightarrow \frac{8\lambda_1 L_1 Q_1^2}{g\pi^2 D_1^5} = \frac{8\lambda_2 L_2 Q_2^2}{g\pi^2 D_2^5} \rightarrow (\frac{Q_1}{Q_2})^2 = \frac{\lambda_2 L_2 D_1^5}{\lambda_1 L_1 D_2^5} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{\lambda_2 L_2 D_1^5}{\lambda_1 L_1 D_2^5}}$$

مثال ۲۵: در جریان بین دو مخزن مطابق شکل زیر اگر قطر لوله دو برابر شود، دبی جریان چند برابر می‌شود؟ (عدد دارسی وایسباخ را ثابت فرض کنید.)



۱) ۳۲
۲) ۱۶
۳) ۵/۶۶
۴) ۲

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ بر حسب دبی به صورت مقابل است:

(۱) $H_l = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5}$

با نوشتن معادله اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد آب در دو مخزن، در هر دو حالت H_l ثابت است، لذا داریم:

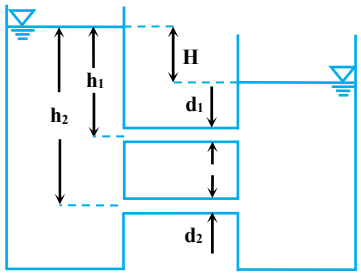
(۲) $(H_l)_1 = (H_l)_2$

$$(2),(1) \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = (\frac{D_2}{D_1})^{\frac{5}{2}} = \sqrt{(2)^5} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 5/66$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۶: در شکل زیر، اگر ضرایب اصطکاک در دو لوله بالا و پایین که مخازن را به هم ارتباط داده‌اند، به ترتیب f_1 و f_2 باشند، نسبت دبی‌های عبوری از دو مسیر برابر است با: (از افت‌های موضعی صرف‌نظر می‌شود)



۱) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_1}{f_2}\frac{h_1}{h_2}\frac{d_1^3}{d_2^3}}$

۲) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_1h_2}{f_2h_1}\frac{d_1}{d_2}}$

۳) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_1h_1}{f_2h_2}}$

۴) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2}{f_1}\frac{d_1^5}{d_2^5}}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» در لوله‌های موازی میزان افت در تمامی لوله‌ها یکسان می‌باشد و برابر میزان افت کلی است:

$H_{l_1}=H_{l_2}=H$

$L_1=L_2$

$f_1\frac{L_1}{d_1}\frac{V_1^2}{2g}=f_2\frac{L_2}{d_2}\frac{V_2^2}{2g}$

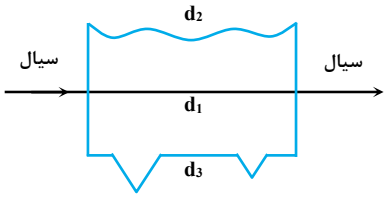
صورت سؤال مقایسهٔ دبی‌ها را خواسته پس کافی است در رابطه بالا به جای سرعت دبی را جایگزین کنیم:

$Q=V.A\Rightarrow V=\frac{4Q}{\pi d^2}$

$\frac{f_1}{d_1}\times\frac{16Q_1^2}{\pi^2d_1^4}=\frac{f_2}{d_2}\times\frac{16Q_2^2}{\pi^2d_2^4}$

$\frac{Q_1^2}{Q_2^2}=\frac{f_2}{f_1}\times\frac{d_1^5}{d_2^5}\Rightarrow\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2}{f_1}\frac{d_1^5}{d_2^5}}$

مثال ۲۷: در شکل زیر افت فشار در کدام لوله بیشتر است؟ $(d_1>d_2>d_3)$



۱) افت فشار در هر سه لوله با هم برابر است.

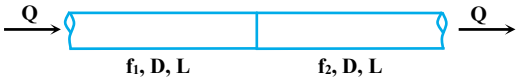
۲) افت فشار در لوله با قطر d_3 از همه بیشتر است.

۳) افت فشار در لوله با قطر d_1 از همه بیشتر است.

۴) افت فشار در لوله با قطر d_2 از همه بیشتر است.

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» با توجه به تعریف لوله‌های موازی تغییرات فشار بین دو سر لوله‌ها در لوله‌های موازی، یکسان است و لذا افت فشار در هر سه لوله با هم برابر است.

مثال ۲۸: شکل داده شده، دو لولهٔ قرار گرفته به صورت سری را نشان می‌دهدکه در آن $L_1=L_2=L$ ، $D_1=D_2=D$ و $f_1\neq f_2$ می‌باشد. در صورتی که از نظر هیدرولیکی معادل‌سازی کل سیستم با یک لوله به قطر D و فاکتور اصطکاک f_1 مدنظر باشد، طول لولهٔ معادل از کدام رابطه به دست می‌آید؟



۱) $\frac{Lf_1}{f_2}$

۲) $\frac{Lf_2}{f_1}$

۳) $\frac{L(f_1+f_2)}{f_2}$

۴) $\frac{L(f_1+f_2)}{f_1}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» دو لوله وقتی با یکدیگر معادل هستند که به ازای افت اصطکاکی یکسانی دبی جریان یکسانی در آن‌ها برقرار باشد و همچنین در حالت اول دو لوله با هم سری هستند و افت هیدرولیکی کل برابر مجموع افت‌های هر لوله است، لذا می‌توان نوشت:

در لوله‌های سری : $\begin{cases}Q_1=Q_2=Q\\(H_l)_{tot}=(H_l)_1+(H_l)_2\end{cases}$

$V_1A_1=V_2A_2=VA$ $\qquad A_1=A_2=A\Rightarrow V_1=V_2=V$

طبق تعریف لوله‌های معادل:

$Q_{eq}=Q\ ,\ (H_l)_{eq}=(H_l)_{tot}$

$f_1\frac{L_{eq}}{D}\frac{V^2}{2g}=f_1\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+f_2\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ $\qquad f_1L_{eq}=(f_1+f_2)L\Rightarrow L_{eq}=\frac{L(f_1+f_2)}{f_1}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۹: دو لوله به طول $۲۵۰\,m$ برای اتصال دو مخزن با دبی $۰/۰۸\frac{m^۳}{s}$ به کار می‌رود. قطر لوله‌ها $۱۰\,cm$ و $۲۰\,cm$ است. نسبت افت انرژی در حالت سری به حالت موازی آرایش لوله‌ها را به دست آورید. برای هر دو لوله $C_f = ۰/۰۱$ در نظر بگیرید.

☑ **پاسخ :** با توجه به نکته فوق می‌توان نوشت:

در حالت سری : $(h_l)_{tot.} = (h_l)_۱ + (h_l)_۲ = \frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D_۱^۵} + \frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D_۲^۵}$

$$(h_l)_{tot.} = \frac{۸\times(۴\times ۰/۰۱)\times ۲۵۰\times(۰/۰۸)^۲}{\pi^۲}\left(\frac{۱}{۰/۱^۵}+\frac{۱}{۰/۲^۵}\right) \Rightarrow (h_l)_{tot.} = ۵۳۵۰\left(\frac{j}{kg}\right)$$

در حالت موازی : $(h_l)_۱ = (h_l)_۲$ $\qquad \frac{۸fLQ_۱^۲}{\pi^۲D_۱^۵} = \frac{۸fLQ_۲^۲}{\pi^۲D_۲^۵} \Rightarrow Q_۲ = Q_۱\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^{\frac{۵}{۲}}$

$$Q_۲ = Q_۱\left(\frac{۰/۲}{۰/۱}\right)^{\frac{۵}{۲}} = ۵/۶۶Q_۱ \quad , \quad Q_۱ + Q_۲ = ۰/۰۸$$

$$Q_۱ = ۰/۰۱۲\left(\frac{m^۳}{s}\right) \quad , \quad Q_۲ = ۰/۰۶۸\left(\frac{m^۳}{s}\right)$$

$$(h_l)_{tot.} = (h_l)_۱ = (h_l)_۲ = \frac{۸fLQ_۱^۲}{\pi^۲D_۱^۵} \quad , \quad (h_l)_{tot.} = \frac{۸\times(۴\times ۰/۰۱)\times ۲۵۰\times(۰/۰۱۲)^۲}{\pi^۲(۰/۱)^۵} \Rightarrow (h_l)_{tot.} = ۱۱۶/۷\left(\frac{j}{kg}\right)$$

$$\frac{(h_l)_{\text{سری}}}{(h_l)_{\text{موازی}}} = \frac{۵۳۵۰}{۱۱۶/۷} = ۴۵/۸$$

مثال ۳۰: دو مخزن آب از طریق شبکه لوله‌ای شامل ۲ لولهٔ **A** و **B** با ضریب اصطکاک و طول یکسان که به طور سری قرار گرفته‌اند، به یکدیگر ارتباط دارند. اگر قطر لولهٔ **A**، ۲۰ درصد بیشتر از قطر لولهٔ **B** باشد، نسبت افت هد **(head)** در لولهٔ **A** به افت هد در لولهٔ **B** چقدر است؟

۱) ۰/۴۰۲ ۲) ۰/۵۲۹ ۳) ۰/۶۰۰ ۴) ۰/۸۳۳

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» رابطهٔ افت هد در لوله به صورت مقابل است:

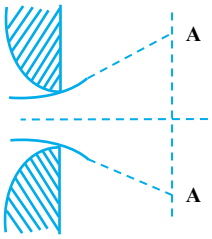
$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g} = f\frac{L}{D}\frac{\left(\frac{۴Q}{\pi D^۲}\right)^۲}{۲g} = \frac{۸fLQ^۲}{g\pi^۲D^۵}$$

از طرفی طبق معلومات صورت سؤال داریم: $f_A = f_B \quad , \quad L_A = L_B \quad , \quad D_A = ۱/۲D_B$

همچنین در لوله‌های سری دبی عبوری از شاخه‌ها با هم برابرند: $Q_A = Q_B$

$$\frac{(H_l)_A}{(H_l)_B} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^۵ = \left(\frac{۱}{۱/۲}\right)^۵ = ۰/۴۰۲$$

مثال ۳۱: در شکل زیر جریان از یک سوراخ گذشته و وارد یک محیط که ابتدا پر از سیالی راکد است، می‌شود. برای جریان حاصل در محیط برای هر مقطع دلخواه (مانند مقطع **A – A**)، می‌توان گفت ..... مستقل از مقطع انتخابی است.



۱) انرژی کل جریان

۲) انرژی جنبشی جریان

۳) جمع انرژی‌های مکانیکی جریان

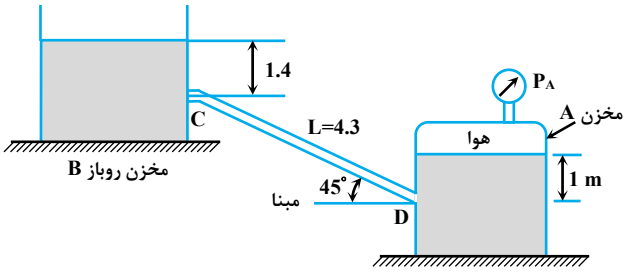
۴) ممنتم کل جریان

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» برای جریان جت سیال که وارد یک محیط راکد می‌شود، انرژی کل جریان، انرژی جنبشی جریان و جمع انرژی‌های مکانیکی جریان وابسته به مقطع انتخابی است (زیرا در مرز جت و سیال راکد، مقداری از انرژی جت، صرف حرکت دادن به مرز سیال راکد می‌شود) و فقط ممنتوم کل جریان ثابت و مستقل از مقطع انتخابی است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۲: مطابق شکل، یک لولهٔ موئین به قطر داخلی ۶ mm مخزن A و مخزن روباز B را به هم مربوط می‌کند. مایع داخل لوله و مخازن آب با وزن مخصوص $۹۷۸۰\frac{N}{m^۳}$ و لزجت $۰/۰۰۰۸\frac{kg}{m.s}$ است. فشار نسبی P_A برابر ۳۴/۵ kpa است. آب در چه جهتی جریان می‌یابد؟



☑ **پاسخ :** برای تشخیص جهت جریان هد کل مکانیکی (خط تراز انرژی) را محاسبه کرده، جریان از طرفی که هد بیشتری دارد به سمتی که هد کمتری دارد حرکت می‌کند، لذا:

$$H_D=\frac{P_D}{\gamma}+\frac{V_D^۲}{۲g}+y_D \Rightarrow H_D=\frac{۳۴/۵\times۱۰^۳}{۹۷۸۰}+\frac{V_D^۲}{۲g}+۱=۴/۵۳+\frac{V_D^۲}{۲g}$$

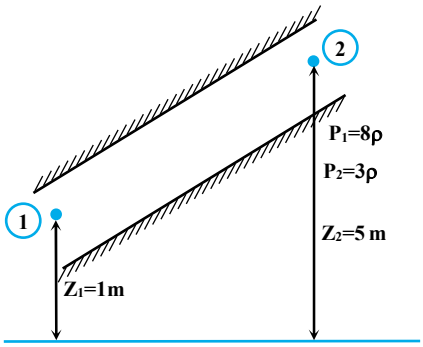
$$H_C=\frac{P_C}{\gamma}+\frac{V_C^۲}{۲g}+y_C \Rightarrow H_C=۰+\frac{V_C^۲}{۲g}+۱/۴=۱/۴+\frac{V_C^۲}{۲g}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ پیوستگی در داخل لوله:

$$V_C=V_D=V$$

پس نتیجه می‌شود که $H_D>H_C$ است و با توجه به مطالب فوق جریان از مخزن A به مخزن B حرکت می‌کند.

مثال ۳۳: جهت جریان در داخل لوله با سطح مقطع ثابت در شکل زیر چگونه است؟ (افت اصطکاکی در طول لوله قابل صرف‌نظر کردن است.)



۱) از نقطهٔ ۱ به نقطهٔ ۲

۲) از نقطهٔ ۲ به نقطهٔ ۱

۳) از نقطهٔ ۱ به نقطهٔ ۲ و برعکس

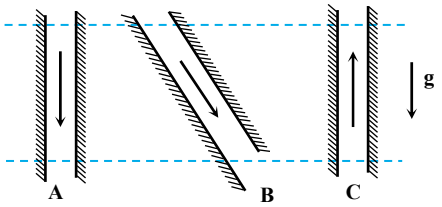
۴) قابل تشخیص نیست.

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» هد کل (خط تراز انرژی) را برای مقاطع (۱) و (۲) محاسبه و با هم مقایسه می‌کنیم، هر کدام که هد کل بیشتری داشته باشد جریان از آن شروع شده و به سمت هد کل کمتر حرکت می‌کند.

$$H_۱=\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{۸\rho}{\rho(۱۰)}+\frac{V_۱^۲}{۲\times۱۰}+۱=۱/۸+\frac{V_۱^۲}{۲۰} \quad , \quad H_۲=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲=\frac{۳\rho}{\rho(۱۰)}+\frac{V_۲^۲}{۲\times۱۰}+۵=۵/۳+\frac{V_۲^۲}{۲۰}$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی: $V_۱=V_۲ \Rightarrow H_۲>H_۱$

مثال ۳۴: در سه لوله با قطر یکسان، دبی جریان یکسان است. اگر جریان در هر سه آرام و توسعه یافته باشد، کدام یک از رابطه‌های زیر برای افت فشار در ناحیه‌ای که با خط‌چین مشخص شده است درست است؟



۱) $\Delta P_B>\Delta P_A=\Delta P_C$

۲) $\Delta P_B<\Delta P_A=\Delta P_C$

۳) $\Delta P_C<\Delta P_A<\Delta P_B$

۴) $\Delta P_C>\Delta P_B>\Delta P_A$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» میزان افت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta P}{\gamma}=h_f \rightarrow \Delta p=\gamma h_f$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

h_f از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ به صورت روبه‌رو است: $h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \rightarrow \Delta P = f\frac{L}{D}\rho\frac{V^2}{2}$

برای هر ۳ لوله ρ، V و D با هم برابرند، از طرفی در جریان آرام f از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید: $f = \frac{64}{Re}$, $Re = \frac{VD}{\nu}$

پس برای هر سه لوله ضریب افت f با هم برابرند: $\Rightarrow \Delta P \propto L \Rightarrow L_B > L_A = L_C \Rightarrow \Delta P_B > \Delta P_A = \Delta P_C$

مثال ۳۵: **لوله‌ای به قطر ۱m، آب را به داخل مخزنی با دبی $2\frac{m^3}{s}$ تخلیه می‌کند. اگر جریان به داخل مخزن به صورت مستغرق انجام شود، تـوان از دست رفته بر حسب کیلووات مساوی است با:**

۱) ۰/۳۳ ۲) ۱/۰۶۸ ۳) ۶/۵ ۴) ۶۶۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» همانطور که در متن درس اشاره شد، برای حالتی که سیال از لوله به داخل مخزن خالی شود میزان اتلاف انرژی به صورت زیر است:

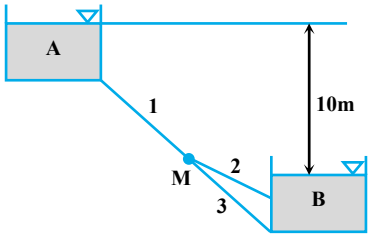
$$(H_l)_M = K\frac{V^2}{2g}, K = 1$$

با داشتن دبی سرعت را می‌توان محاسبه کرد: $V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\times 2}{\pi(1)^2} = 2/546(\frac{m}{s}) \Rightarrow (H_l)_M = \frac{V^2}{2g} = \frac{(2/546)^2}{2\times 9/81} = 0/33\ (m)$

رابطهٔ انرژی اتلافی به صورت زیر است: $P = \gamma(H_l)_M Q$

$$P = 9810(\frac{N}{m^3})\times 0/33(m)\times 2(\frac{m^3}{s})\times\frac{1kw}{1000\frac{N.m}{s}} \Rightarrow P = 6/47 \simeq 6/5\ (kw)$$

مثال ۳۶: **در شکل زیر در حالت ثقلی دبی $1\frac{m^3}{s}$ از مخزن A به مخزن B انتقال می‌یابد. در صورتی که قرار باشد با نصب پمپی در نقطـه M همـان مقدار دبی این بار از مخزن B به مخزن A منتقل شود، توان لازم پمپ را با احتساب راندمان ۷۰ درصد محاسبه نمایید. (از افت‌هـای فرعـی صـرف‌نظـر می‌شود.)**



شماره لوله	طول لوله (m)	قطر لوله (m)	ضریب اصطکاک f
۱	۵۰۰	D	۰/۰۱۵
۲	۴۰۰	۰/۸D	۰/۰۱۸
۳	۴۵۰	۰/۶D	۰/۰۲۰

۱) ۹۸ kW ۲) ۱۴۰kW ۳) ۱۹۶ kW ۴) ۲۸۰kW

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» برای محاسبه راندمان پمپ داریم: $\eta_{p\ مصرفی} = \frac{Q\gamma H_p}{P} \Rightarrow$ توان لازم پمپ : $P_{مصرفی} = \frac{Q\gamma H_p}{\eta}$

حالت اول: با نوشتن معادله برنولی در حالت اول (قبل از نصب پمپ) بین سطح آزاد مخزن A و B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_A^2}{2g}^{\circ} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_B^2}{2g}^{\circ} + Z_B + H_L \Rightarrow H_L = Z_A - Z_B = 10\ (m)$$

حالت دوم: با در نظر گرفتن دبی یکسان، افت انرژی در هر دو حالت (قبل و بعد از نصب پمپ) برابر است، لذا بعد از نصب پمپ داریم: $H_L = 10\ (m)$

حال با نوشتن معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن A و B داریم:

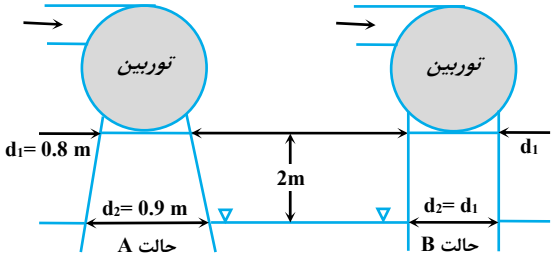
$$\frac{P_B}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_B^2}{2g}^{\circ} + Z_B + H_p = \frac{P_A}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_A^2}{2g}^{\circ} + Z_A + H_L \Rightarrow H_p = H_L + (Z_A - Z_B) = 10 + 10 = 20\ (m)$$

$$\text{توان لازم پمپ : } P_{مصرفی} = \frac{1\times 9810\times 20}{0/7} = 280285/7(w) = 280/3\ (kw)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۷: در هر دو حالت شکل زیر، جریان آب با دبی یک متر مکعب در ثانیه از توربین وارد مخزن پایین‌دست می‌شود. کدام گزینه برای افت انرژی مکانیکی در لوله مکش بعد از توربین درست است؟



۱) در حالت B بیشتر از حالت A می‌باشد.

۲) در هر دو حالت بسیار ناچیز است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

۳) در حالت A بیشتر از حالت B می‌باشد.

۴) در هر دو حالت یکسان، اما صرف‌نظر کردنی نیست.

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با نوشتن معادله انرژی بین نقاط ۰ و ۱ برای هر یک از حالت‌های A و B داریم:

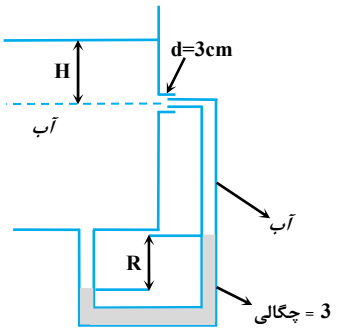
نقطه ورودی توربین : ۱ نقطه روی سطح آزاد مخزن : ۰

$$\text{حالت A}: \quad \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_0}{\gamma}+\frac{V_0^2}{2g}+Z_0+H_t+(H_L)_A$$

$$\text{حالت B}: \quad \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_0}{\gamma}+\frac{V_0^2}{2g}+Z_0+H_t+(H_L)_B$$

از آنجایی که برای توربین‌های یکسان، حالت‌های A و B یکسان است، بنابراین با توجه به منحنی مشخصه H بر حسب Q مقدار H_t درهر دو حالت یکسان است، از طرفی با توجه به این که در نقطه (۱) شرایط هر دو توربین یکسان است (از نظر Z,V,P)، لذا از دو معادله فوق می‌توان نتیجه گرفت که علی‌رغم این که در حالت A، $d_1 \neq d_2$ است ولی داریم: $(H_l)_A=(H_l)_B$

مثال ۳۸: در شکل زیر اگر افت انرژی مربوط به خروج آب از سوراخ معادل ۰/۱H باشد، اختلاف سطح مانومتر (R) بر حسب H چقدر است؟



۱) ۰/۱

۲) ۰/۰۳۳

۳) ۰/۰۵

۴) صفر

☑ **پاسخ :** گزینه «۳» ابتدا معادلهٔ اصلاح شده برنولی را بین سطح آزاد مخزن و ورودی مانومتری می‌نویسیم تا میزان فشار در ورودی مانومتر به دست می‌آید:

۱) سطح آزاد مخزن ۲) ورودی مانومتر

$$\frac{\overset{\circ}{P_1}}{\gamma}+\frac{\overset{\circ}{V_1^2}}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{\overset{\circ}{V_2^2}}{2g}+\overset{\circ}{Z_2}+H_l$$

در معادلهٔ فوق سیال خروجی از مخزن به لوله برخورد می‌کند و سرعتش صفر شده و انرژی جنبشی آن به فشاری تبدیل می‌شود.

$$H=\frac{P_2}{\gamma}+0/1H \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma}=0/9H$$

معادله مانومتری را بین نقطهٔ ورودی مانومتر و سطح آزاد با شروع از ورودی مانومتر به صورت زیر می‌نویسیم:

(x میزان فاصله از ورودی مانومتر تا شروع سیال با چگالی ۳ است.)

$$\frac{P_2}{\gamma}+x+3R-1R-x-H=0 \Rightarrow 0/9H+2R=H \Rightarrow 2R=0/1H \Rightarrow R=0/05H$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳۹: دبی جریان عبوری از یک توربین ۰/۲۵ متر مکعب بر ثانیه و فشار مؤثر بر توربین معادل ۱۲۰ متر آب است. توان تولیدی توربین (توان در محور توربین) با راندمان ۰/۸ و با فرض وزن مخصوص آب به میزان $10\frac{kN}{m^3}$ برابر است با .....

۱) ۸۰kw ۲) ۳۰kw ۳) ۱۲۰kw ۴) ۲۴۰kw

پاسخ: گزینه «۴»

$$e_{\text{توربین}}=\frac{P_{\text{مکانیکی}}}{P_{\text{هیدرولیکی}}}\Rightarrow P_{\text{مکانیکی}}=e\times P_{\text{هیدرولیکی}}=e\times\gamma Q H_T$$

$$P=0/8\times10\times10^3\times120\times0/25=240000\,(w)\Rightarrow P=240\,(kw)$$

مثال ۴۰: جریان بدون اصطکاک در شاخه اصلی (۱) به دو شاخه (۲) و (۳) تقسیم می‌شود. در صورتی که دبی در شاخه (۲) سه برابر شاخهٔ (۳) باشد، رابطهٔ بین ارتفاع انرژی‌ها (انرژی در واحد وزن) در سه شاخهٔ فوق کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۰)

۱) $h_1=h_2=h_3$

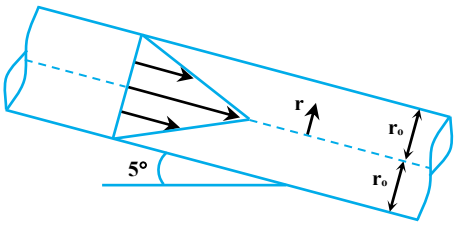
۲) $h_3=\frac{1}{3}h_1, h_2=\frac{3}{2}h_1$

۳) $h_2=3h_3, h_3=\frac{1}{3}h_1$

۴) $h_3=3h_2, h_1=\frac{1}{3}h_3$

پاسخ: گزینه «۱» در لوله‌های موازی میزان افت در لوله‌ها با هم یکسان و برابر میزان افت کلی است.

مثال ۴۱: با فرض این که توزیع سرعت در مقطع لوله نشان داده شده در شکل، مثلثی بوده و از رابطه $u=0/1(1-\frac{r}{r_0})(m/s)$ پیروی کند، در صورتی که بخواهیم فشار در طول لوله یکسان باشد، لزجت دینامیکی μ سیال کدام است؟ (بر حسب $\frac{N.s}{m^2}$). لوله بر روی شیب 5° واقع شده و قطر آن ۱cm است. (فرض کنید وزن مخصوص سیال $8000N/m^3$ باشد.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) ۰/۰۴۴

۲) ۰/۰۸۷

۳) ۰/۱۳۲

۴) ۰/۱۷۴

پاسخ: گزینه«۲» در حالتی که در دو طرف لوله‌ای با زاویهٔ θ فشار یکسان باشد، داریم:

$$\tau_w=\frac{R}{2}\gamma\sin\theta \qquad (1)$$

از طرفی تنش برشی در جداره‌های لوله عبارت است از:

$$\tau_w=-\mu\frac{du}{dr}=-\mu\left(\frac{-0/1}{r_0}\right)=-\mu\frac{-0/1}{\frac{0/01}{2}}\Rightarrow\tau_w=20\mu \qquad (2)$$

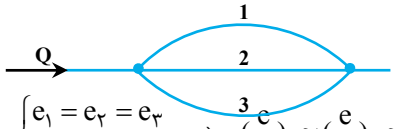
با مقایسه روابط (۱) و (۲) لزجت دینامیکی محاسبه می‌شود:

$$20\mu=\frac{0/005}{2}\times8000\times\sin5^\circ\Rightarrow\mu=0/087\left(\frac{N.S}{m^2}\right)$$

مثال ۴۲: لوله‌های شماره ۱، ۲ و ۳ از طول و جنس یکسانی برخوردار می‌باشند. در صورتی که دبی لوله شماره ۳، ۸۰ درصد دبی کل و $D_3=2D_2$ باشد، در آن صورت نسبت $\frac{D_3}{D_1}$ تقریباً با کدام گزینه برابر است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴



پاسخ: گزینه «۳»

$$\begin{cases}e_1=e_2=e_3\\L_1=L_2=L_3\end{cases}\Rightarrow\left(\frac{e}{D}\right)_1\simeq\left(\frac{e}{D}\right)_2\simeq\left(\frac{e}{D}\right)_3\Rightarrow f_1=f_2=f_3$$

در لوله‌های موازی میزان افت در طول هر یک از لوله‌ها با هم برابرند:

$$(H_l)_1=(H_l)_2=(H_l)_3\Rightarrow\frac{8fLQ_1^2}{g\pi^2D_1^5}=\frac{8fLQ_2^2}{g\pi^2D_2^5}=\frac{8fLQ_3^2}{g\pi^2D_3^5}\Rightarrow\frac{Q_1^2}{D_1^5}=\frac{Q_2^2}{D_2^5}=\frac{Q_3^2}{D_3^5}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

در لوله‌های موازی دبی کل برابر با مجموع میزان دبی عبوری از هر یک از لوله‌ها است:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \qquad Q_3 = 0/8Q \quad , \quad D_3 = 2D_2 \qquad \frac{D_3}{D_1} \approx ?$$

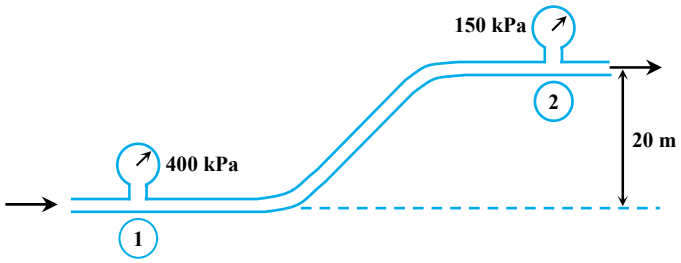
برای تعیین نسبت $\frac{D_3}{D_1}$ باید نسبت دبی آن‌ها معلوم باشد. برای یافتن این نسبت ابتدا با داشتن نسبت قطرهای ۲ و ۳، نسبت دبی عبوری در این دو لوله محاسبه می‌شود:

$$\frac{Q_2^2}{D_2^5} = \frac{Q_3^2}{D_3^5} \Rightarrow \frac{Q_2^2}{D_2^5} = \frac{(0/8Q)^2}{(2D_2)^5} = \frac{0/64Q^2}{32D_2^5} \Rightarrow Q_2 = 0/1414Q \Rightarrow Q_1 = 0/0586Q$$

با داشتن نسبت دبی‌ها، نسبت قطرها عبارت است از:

$$\frac{(0/0586Q)^2}{D_1^5} = \frac{(0/8Q)^2}{D_3^5} \Rightarrow \frac{D_3}{D_1} = 2/845 \simeq 3$$

مثال ۴۳: **جریان دائمی تراکم‌ناپذیر آب در لوله‌های با سطح مقطع ثابت شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر ضریب اصطکاک دارسی لوله برابر با ۰/۰۲۵، سرعت مجاز جریان ۱/۵ متر بر ثانیه و طول مسیر انتقال ۲۰۰ متر باشد، قطر لوله انتقال بر حسب میلی‌متر کدام است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)



۱) ۲۹

۲) ۷۰

۳) ۱۰۴

۴) ۲۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین دو نقطهٔ ۱ و ۲ و نیز قرار دادن H_l از معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ در معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + H_l \qquad H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$D_1 = D_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = V$$

$$\frac{400\times10^3}{9810} = \frac{150\times10^3}{9810} + 20 + 0/025\times\frac{200}{D}\times\frac{(1/5)^2}{2\times9/81} \Rightarrow D = 0/10455\ (m) = 104/55\ (mm)$$

مثال ۴۴: **کدام عبارت، در مورد «ضریب اصطکاک در لوله‌ها» صحیح است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) در جریان آرام درون لوله‌ها به زبری لوله بستگی ندارد.

۲) در جریان درهم درون لوله‌ها به زبری لوله بستگی ندارد.

۳) در جریان آرام درون لوله‌ها به زبری لوله بستگی دارد.

۴) در جریان آرام درون لوله‌ها مقدار ثابتی است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به دیاگرام مودی و مطالب متن درس، در جریان آرام داخل لوله‌ها، ضریب اصطکاک به زبری لوله بستگی نداشته و فقط تابع عدد رینولدز است.

$$f = \frac{64}{Re}$$

مثال ۴۵: **سیال تراکم‌ناپذیری در یک لولهٔ بسیار طویل قرار گرفته است. چنانچه لوله با سرعت ثابت V حرکت کند، توزیع سرعت در لوله در حالت پایا مطابق کدام شکل خواهد بود؟ (جریان آرام فرض می‌شود.)** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

(۱)　(۲)　(۳)　(۴)

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» پروفیل سرعت در جریان آرام داخل لوله سهمی بوده و بر اساس شرط مرزی عدم لغزش (no slip)، سرعت نسبی لایه نازک سیال در مرز جامد نسبت به آن صفر است و در مرز جامد باید سرعت سیال با سرعت جامد برابر باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴۶: اگر نفت با خواص $(\rho = ۵۶\,lb_m/ft^۳,\ \nu = ۵\times۱۰^{-۴}\,ft^۲/sec)$ با سرعت متوسط ۱/۲ ft / sec در داخل لوله‌ای با قطر داخلی $\frac{۱}{۲}$ اینچ و طول ۱۰۰ فوت در جریان باشد، افت فشار در طول لوله بر حسب $lb_f/ft^۲$ چقدر است؟ از افت‌ها در قسمت ورودی و خروجی صرف‌نظر می‌شود.

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) ۴۸۱/۳ ۲) ۹۵۳ ۳) ۱۹۲۵ ۴) ۲۱۳۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ میزان افت برابر است با:

$$H_l = \frac{\Delta P}{\gamma} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

برای محاسبهٔ f ابتدا عدد رینولدز را محاسبه کرده و در صورت آرام بودن جریان، از رابطهٔ موجود در جریان آرام برای محاسبهٔ f استفاده می‌شود:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{۱/۲(\frac{۰/۵}{۱۲})}{۵\times۱۰^{-۴}} = ۱۰۰\ (Laminar) \Rightarrow f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴}{۱۰۰} = ۰/۶۴ \quad \rho = ۵۶(\frac{lb_m}{ft^۳}) \Rightarrow \gamma = ۵۶(\frac{lb_f}{ft^۳})$$

$$\Delta P = ۵۶\times۰/۶۴\times\frac{۱۰۰}{\frac{۰/۵}{۱۲}}\times\frac{(۱/۲)^۲}{۲\times۳۲/۲} \Rightarrow \Delta P = ۱۹۲۳/۳\ (\frac{lb_f}{ft^۲})$$

مثال ۴۷: در جریان آرام داخل لوله، هرگاه فقط سرعت سیال نصف شود چه تغییری در افت فشار به وجود می‌آید؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) یک چهارم می‌شود. ۲) نصف می‌شود. ۳) دو برابر می‌شود. ۴) تغییر نمی‌کند.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» میزان افت با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ برابر است با:

$$h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad (۱)$$

در جریان آرام، f فقط تابع عدد رینولدز است، و داریم:

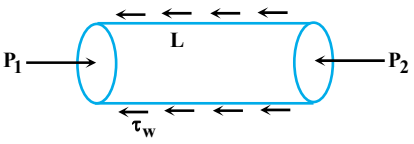
$$\text{در جریان آرام}: f = \frac{۶۴}{Re},\ Re = \frac{VD}{\nu},\ \nu = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow f = \frac{۶۴\nu}{VD} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \Delta P = \rho\frac{۶۴\nu}{VD}\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} = ۳۲\frac{\mu L}{D^۲}V \qquad \frac{(\Delta P)_۲}{(\Delta P)_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱}{۲}$$

مثال ۴۸: تنش برشی در جداره یک لوله افقی معادل $\tau = \frac{\mu}{R^۲}$ می‌باشد. مقدار افت فشار بر واحد طول کدام است؟ (R شعاع لوله می‌باشد.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) $\frac{۲\mu}{R}$ ۲) $۲\mu R$ ۳) $\frac{۲\mu}{R^۳}$ ۴) $۲\mu R^۳$



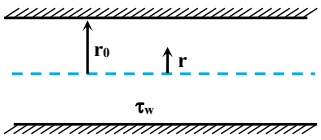
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به دیاگرام نشان داده شده و استفاده از

رابطهٔ تعادل نیروها در راستای محور استوانه نتیجه می‌شود که:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow \tau_w \times (\text{مساحت جانبی}) = \Delta P \times (\text{مساحت مقطع})$$

$$\tau_w.A' = (\Delta P)A \Rightarrow \frac{\mu}{R^۲}(۲\pi RL) = (\Delta P)(\pi R^۲) \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \frac{۲\mu}{R^۳}$$

مثال ۴۹: توزیع تنش برشی در مقطع یک لوله که جریان در آن کاملاً توسعه یافته و یکنواخت می‌باشد، کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)



۱) $\tau = \tau_w$ ۲) $\tau = \tau_w(۱-\frac{r}{r_۰})$

۳) $\tau = \tau_w\frac{r}{r_۰}$ ۴) $\tau = \tau_w(\frac{۲r}{r_۰}-۱)$

www.modaresanesharif.ac.ir

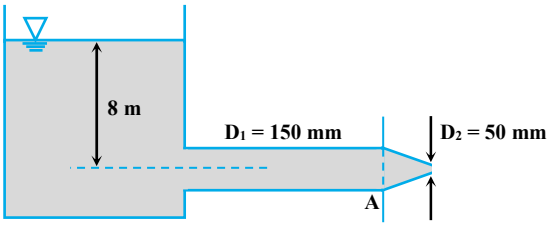
www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مقادیر تنش برشی در روی محور لوله صفر و در روی جداره لوله ماکزیمم است:

$$\left.\begin{array}{l}\tau=-\mu\dfrac{dV}{dr}\\ V=-\dfrac{r_\circ^2}{4\mu}\left[1-\left(\dfrac{r}{r_\circ}\right)^2\right]\dfrac{dP}{dx}\Rightarrow\tau=\dfrac{-r}{2}\dfrac{dP}{dx}\end{array}\right\}\Rightarrow\tau_w=\frac{-r_\circ}{2}\frac{dP}{dx}\Rightarrow\frac{dP}{dx}=\frac{-2\tau_w}{r_\circ}$$

$$\xrightarrow{\text{با قرار دادن }\frac{dP}{dx}\text{ در رابطهٔ }\tau}\tau=\frac{-r}{2}\times\left(\frac{-2}{r_\circ}\right)\tau_w\Rightarrow\tau=\frac{r}{r_\circ}\tau_w$$

مثال ۵۰: **اگر در شکل زیر ارتفاع نظیر انرژی تلف شده تا مقطع A معادل $5V_1^2/2g$ و در نازل معادل $0/05V_2^2/2g$ باشد، دبی سیستم چند لیتر بر ثانیه است؟ (از افت انرژی فرعی صرف‌نظر شده است.)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)



۱) ۳۱/۲

۲) ۲۶/۹

۳) ۲۳/۳

۴) ۱۵/۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد آب و خروجی آب از لوله داریم: ۱) سطح آزاد مخزن ۲) خروجی نازل

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+(H_l)_{tot.}$$

$$0+0+8=0+\frac{V_2^2}{2g}+0+\frac{5V_1^2}{2g}+\frac{0/05V_2^2}{2g}\Rightarrow 8-\frac{5V_1^2}{2g}=\frac{1/05V_2^2}{2g}$$

برای تعیین سرعت از رابطهٔ فوق، با استفاده از معادلهٔ پیوستگی بین مقطع A و خروجی نازل داریم:

$$V_1A_1=V_2A_2\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\qquad D_1=3D_2\Rightarrow V_2=9V_1$$

$$8-\frac{5V_1^2}{2\times9/81}=\frac{1/05(9V_1)^2}{2\times9/81}\Rightarrow V_1=1/320\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$Q=1/32\times\frac{\pi}{4}(0/15)^2=0/0233\left(\frac{m^3}{s}\right)\Rightarrow Q=23/3\left(\frac{lit}{s}\right)$$

مثال ۵۱: **دبی جریان روغن با لزجت سینماتیکی $0/001\ m^2/s$ که از درون لوله‌ای تحت فشار با قطر ۴۰ سانتی‌متر و طول ۴۰۰۰ متر جریان دارد، برابر ۱۲۶ لیتر بر ثانیه می‌باشد. مقدار انرژی تلف شده جریان بر حسب متر چقدر است؟ ($g=10\ m/s^2$ شتاب ثقل)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۱)

۱) ۳۵ ۲) ۵۴ ۳) ۶۵ ۴) ۸۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای تعیین اتلاف از معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ استفاده می‌شود. که ابتدا نوع جریان از لحاظ آرام یا درهم بودن تشخیص داده شود:

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{126\times0/001}{\frac{\pi}{4}(0/4)^2}=1/003\left(\frac{m}{s}\right)\quad;\quad(\text{Laminar})\ Re=\frac{VD}{\nu}=\frac{1\times0/4}{0/001}=400<2300$$

برای جریان آرام، ضریب اصطکاک فقط تابعی از عدد رینولدز است:

$$f=\frac{64}{Re}=\frac{64}{400}=0/16$$

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}=0/16\times\frac{4000}{0/4}\times\frac{(1)^2}{2\times10}\Rightarrow H_l=80\ (m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۲: آب با سرعت $۲/۵\frac{cm}{s}$ در یک لوله افقی به قطر ۵ cm جریان دارد. مقدار افت فشار بر واحد طول لوله برابر چند پاسکال می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

$(\rho_{H_۲O}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}\ ،\ \nu_{H_۲O}=۱/۰\times۱۰^{-۶}\frac{m^۲}{s}\ ،\ \pi=۳/۱۴)$

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۳۲ ۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۹۶

پاسخ: گزینه «۲» اختلاف فشار از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ عبارت است از:

$$h_l=\frac{\Delta P}{\rho}=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}$$

در رابطهٔ فوق، ضریب اصطکاک f مجهول است که برای به دست آوردن آن باید ابتدا نوع جریان از لحاظ آرام یا درهم بودن تعیین شود:

$$Re=\frac{VD}{\nu}=\frac{۲/۵\times۱۰^{-۲}\times۵\times۱۰^{-۲}}{۱\times۱۰^{-۶}}=۱۲۵۰\ (Laminar)$$

ضریب اصطکاک در جریان آرام برابر است با:

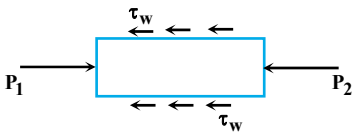
$$f=\frac{۶۴}{Re}=\frac{۶۴}{۱۲۵۰}=۰/۰۵۱۲$$

$$\Delta P=۱۰۰۰\times۰/۰۵۱۲\times\frac{۱}{۰/۰۵}\times\frac{(۲/۵\times۱۰^{-۲})^۲}{۲}\Rightarrow\ \Delta P=۰/۳۲\ (Pa)$$

مثال ۵۳: آب از داخل کانالی با سطح مقطع $۱۲ft^۲$ و محیط ۱۴ ft به طول ۳۰۰ ft با افت فشار معادل ۱۲ ft جریان دارد. تنش وارده به دیـواره (τ_w) کانال چند $psf(\frac{lb}{ft^۲})$ می‌باشد؟ $(\gamma_{آب}=۶۲/۴)$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)

۱) ۰/۱۴ ۲) ۱/۱۴ ۳) ۲/۱۴ ۴) ۲۱/۴

پاسخ: گزینه «۳» معادلهٔ تعادل برای نیروهای وارد بر جداره عبارت است از:



$$(P_۱-P_۲)\times(\text{مساحت وجه})=\tau_w\ (\text{مساحت جانبی})\Rightarrow\Delta P\times A=\tau_w\times(P\times L)$$

$$\tau_w=\frac{(\gamma h)A}{(PL)}\Rightarrow\tau_w=\frac{۶۲/۴\times۱۲\times۱۲}{۱۴\times۳۰۰}\Rightarrow\ \tau_w=۲/۱۴\ psf(\frac{lb_f}{ft^۲})$$

مثال ۵۴: اگر وزن مخصوص سیال γ و افت نظیر ارتفاع معادل h و شعاع لوله R و طول آن L باشد، تنش برشی بین سیال و دیوار لوله برابر است با: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۱)

۱) $\tau_w=\frac{h\gamma L}{۲R}$ ۲) $\tau_w=\frac{h\gamma R}{۲L}$ ۳) $\tau_w=\frac{h\gamma R^۲}{۴L}$ ۴) $\tau_w=\frac{hLR}{۲\gamma}$

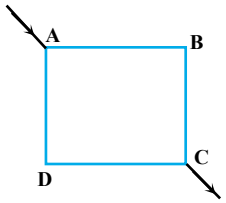
پاسخ: گزینه «۲» برای تنش برشی داریم:

$$\tau_{rx}=-\mu\frac{du}{dr}=-\frac{r}{۲}\frac{dP}{dx}$$

در جریان توسعه‌یافته: $\frac{dp}{dx}=-\frac{\Delta p}{L}$

تنش برشی روی دیواره لوله: $\tau_w=\tau\Big|_{r=R}=\frac{R}{۲}\frac{\Delta p}{L}$; در این تست: $\tau_w=\frac{R\gamma h}{۲L}$

مثال ۵۵: دبی کل خروجی از C نسبت به دبی شاخه AB تقریباً چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



$$L_{AB}=L\quad L_{BC}=\frac{L}{۲}\quad L_{AD}=\frac{L}{۴}\quad L_{DC}=\frac{۳}{۲}L$$

$$D_{AB}=D\quad D_{BC}=۱/۵D\quad D_{AD}=۱/۲۵D\quad D_{DC}=D$$

$$f_{AB}=f_{BC}=f_{AD}=f_{DC}$$

۱) ۲/۸ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۷

پاسخ: گزینه «۴» لوله‌های AB و BC با هم سری بوده و داریم:

$$\begin{cases}Q_{AB}=Q_{BC}=Q_{ABC}\\(H_l)_{ABC}=(H_l)_{AB}+(H_l)_{BC}\end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

لوله‌های AD و DC با هم سری بوده و داریم:

$$\begin{cases} Q_{AD} = Q_{DC} = Q_{ADC} \\ (H_l)_{ADC} = (H_l)_{AD} + (H_l)_{DC} \end{cases}$$

مسیرهای ABC و ADC با هم موازی بوده و داریم:

$$\begin{cases} Q_{tot.} = Q_{ABC} + Q_{ADC} \\ (H_l)_{ABC} = (H_l)_{ADC} \end{cases}$$

با استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5} \qquad f_{AB} = f_{BC} = f_{AD} = f_{DC} = f$$

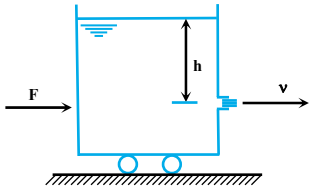
$$(H_l)_{ABC} = \frac{8fQ_{ABC}^2}{g\pi^2}\left(\frac{L}{D^5} + \frac{\frac{L}{2}}{(1/5D)^5}\right) = \frac{8fLQ_{ABC}^2}{g\pi^2 D^5}(1/066)$$

$$(H_l)_{ADC} = \frac{8fQ_{ADC}^2}{g\pi^2}\left(\frac{\frac{L}{4}}{(1/25D)^5} + \frac{\frac{3}{2}L}{D^5}\right) = \frac{8fLQ_{ADC}^2}{g\pi^2 D^5}(1/582)$$

$$\frac{8fLQ_{ABC}^2}{g\pi^2 D^5}(1/066) = \frac{8fLQ_{ADC}^2}{g\pi^2 D^5}(1/582) \Rightarrow Q_{ABC} = 1/2188Q_{ADC}$$

$$\begin{cases} Q_{ABC} + Q_{ADC} = Q_{tot.} \\ Q_{ADC} = 0/8211Q_{ABC} \end{cases} \Rightarrow Q_{ABC} = 0/5499Q_{tot.} \Rightarrow \frac{Q_{tot.}}{Q_{ABC}} = 1/82$$

مثال ۵۶: در حالی‌که بین ظرف و کف هیچ‌گونه اصطکاکی وجود نداشته باشد، کمترین نیروی **F** برای جلوگیری از حرکت ظرف چقدر است؟ (**H** ثابت بوده و **A** سطح مقطع اریفیس (روزنه) و ضریب سرعت اریفیس ۰/۹ و ضریب انقباض اریفیس ۰/۷ می‌باشد.) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) $1/1\gamma$

۲) $1/4\gamma$

۳) $1/3\gamma$

۴) $1/2\gamma$

☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

با استفاده از معادلهٔ برنولی بین سطح آزاد آب در مخزن و خروجی لوله داریم:

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{V_a^2}{2} + gy_a = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gy \Rightarrow gH = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V_{\text{ایدهآل}} = \sqrt{2gH}$$

$$V_{\text{واقعی}} = C_C C_V\sqrt{2gH} \Rightarrow V_{act.} = 0/7 \times 0/9 \times \sqrt{2gH} = 0/89\sqrt{gH}$$

$$X-Mom: F = \rho V_{act.}^2 A \Rightarrow F = \rho(0/89\sqrt{gH})A = 0/8\rho gHA \Rightarrow F = 0/8\gamma HA$$

این نیرو در خلاف جهت خروج جت آب از مخزن به آن وارد شده که برای جلوگیری از حرکت ظرف، باید همین نیرو به سمت راست اعمال شود.

مثال ۵۷: اگر سرعت در یک لوله از رابطه $u = u_{max}(r_0^2 - r^2)/r_0^2$ تبعیت کند وقتی‌که r فاصله از مرکز لوله و r_0 شعاع لوله می‌باشد، در این‌صورت سرعت متوسط در لوله نسبت به u_{max} در لوله چقدر است؟ ضریب α را برابر ۱/۵ در نظر بگیرید. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۳۳ ۴) ۰/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به پروفیل سرعت داده شده، دبی حجمی عبوری از لوله عبارت است از:

$$Q = \int udA = \int_0^R u_{max}[1-(\frac{r}{r_0})^2]2\pi r dr = 2\pi u_{max}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4r_0^2}\right)\Big|_0^{r_0} = \frac{1}{2}u_{max}(\pi r_0^2)$$

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{1}{2}u_{max} \quad ; \quad \frac{\bar{u}}{u_{max}} = 0/5$$

لازم به تأکید است که α (ضریب تصحیح انرژی جنبشی) در محاسبه سرعت متوسط تأثیر ندارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵۸: اگر در جریان کاملاً آشفته در لوله‌ها ارتفاع زبری معادل لوله‌ای دو برابر شود، در این‌صورت ضریب اصطکاک چه تغییری می‌کند؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) نصف می‌شود.
۲) تغییری نمی‌کند.
۳) دو برابر می‌شود.
۴) بسته به مشخصات لوله و جریان دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در جریان کاملاً آشفته در لوله‌ها، ضریب اصطکاک فقط بستگی به زبری نسبی دارد $f = f(\frac{\varepsilon}{D})$ بنابراین دبی عبوری به مشخصات لوله و جریان بستگی دارد.

مثال ۵۹: در جریان تحت فشار شیب‌دار، ترم $-\frac{dP}{dl}$ با کدام ترم جای‌گزین می‌گردد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) $-\frac{dh}{dl}$
۲) $-\frac{d(P+\gamma h)}{dl}$
۳) $-\gamma\frac{dh}{dl}$
۴) $\frac{-\gamma h_f}{dl}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در جریان‌های تحت فشار شیب‌دار، $P \to P+\gamma h$ بوده و داریم:

$$-\frac{dP}{dL} = -\frac{d(P+\gamma h)}{dl}$$

مثال ۶۰: اگر آب با ویسکوزیته $۱\frac{mm^۲}{s}$ با سرعت $۱m/s$ در مجرایی با مقطع مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر در جریان باشد، عدد رینولدز برای این جریان برابر است با:

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) $۱۰^۵$
۲) ۵×۱۰^۵
۳) ۵×۱۰^۴
۴) $۲/۵\times۱۰^۵$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به مقطع مربعی مجرا، قطر هیدرولیکی عبارت است از:

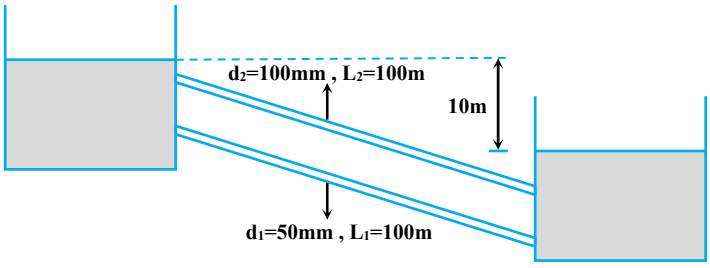
$$D_H = \frac{۴A}{P_w} \Rightarrow D_H = \frac{۴a^۲}{۴a} = a$$

با توجه به تعریف عدد رینولدز داریم:

$$Re = \frac{VD_H}{\nu} \Rightarrow Re = \frac{۱\times۰/۱}{۱\times۱۰^{-۶}} = ۱۰^۵$$

مثال ۶۱: دو لوله موازی مطابق شکل بین دو مخزن بزرگ کار گذاشته شده‌اند. با توجه به داده‌های مسأله در شکل، افت انرژی در مسیر جریان بین دو مخزن چند متر است؟ (ضریب اصطکاک $f = ۰/۳۲$، شتاب ثقل $g = ۹/۸۱\frac{m}{s^۲}$)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه این که مخازن بزرگ بوده و سطح آب تقریباً در حالت سکون قرار دارد، با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد دو مخزن، افت انرژی برابر با اختلاف سطح آزاد دو مخزن است:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲$$

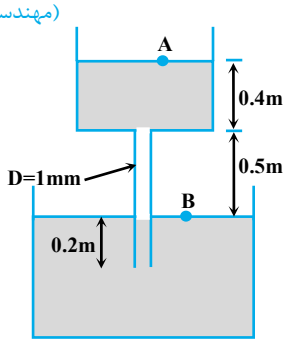
$$(\frac{P}{\gamma})_{۱,۲} , (\frac{V^۲}{۲g})_{۱,۲} = ۰ \Rightarrow H_l = (H_l)_۱ = (H_l)_۲ = (\Delta Z)_{tot.} = ۱۰\ (m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۲: در شکل زیر با فرض جریان ورقه‌ای و دائمی، شدت جریان چند لیتر بر ثانیه است؟ $(\nu = ۱۰^{-۶}\ \frac{m^۲}{s}\ ,\ g = ۹/۸\ \frac{m}{s^۲})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۲)



۱) $۱/۹۱\times۱۰^{-۴}$

۲) $۲/۰۹\times۱۰^{-۳}$

۳) $۳/۰۹\times۱۰^{-۴}$

۴) $۴/۰۱\times۱۰^{-۳}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» **راه حل اول:** معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی را برای دو حالت، یک بار بین نقطهٔ ورودی و خروجی لوله و بار دیگر بین سطح آزاد مخزن بالایی و ورودی لوله می‌نویسیم:　۱) ورودی لوله　۲) خروجی لوله　A) سطح آزاد مخزن بالایی

$$\frac{P_۱}{\rho}+\frac{V_۱^۲}{۲}+gy_۱=\frac{P_۲}{\rho}+\frac{V_۲^۲}{۲}+gy_۲+h_l \qquad (۱)$$

$$\frac{P_A}{\rho}+\frac{V_A^۲}{۲}+gy_A=\frac{P_۱}{\rho}+\frac{V_۱^۲}{۲}+gy_۱ \Rightarrow \frac{P_۱}{\rho}+\frac{V_۱^۲}{۲}=۰/۴g \qquad (۲)$$

با استفاده از معادله مانومتری بین سطح آزاد مخزن پایینی و خروجی لوله داریم:

$$P_۲=\rho gh \Rightarrow \frac{P_۲}{\rho}=۰/۲g \qquad (۳)$$

میزان افت انرژی با استفاده از معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ برابر است با:

$$h_l=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}=\frac{۶۴}{Re}\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}=\frac{۶۴\nu}{VD}\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}=\frac{۳۲\nu LV}{D^۲} \qquad V_۱=V_۲=V$$

با قرار دادن روابط ۲ و ۳ در رابطهٔ ۱ داریم:

$$۰/۴g+(۰/۵+۰/۲)g=۰/۲g+\frac{V^۲}{۲}+\frac{۳۲\nu LV}{D^۲} \qquad V^۲+\frac{۶۴\nu L}{D^۲}V-۱/۸g=۰$$

$$V^۲+\frac{۶۴\times۱۰^{-۶}\times۰/۷}{(۱۰^{-۳})^۲}V-۱/۸\times۹/۸=۰ \Rightarrow V^۲+۴۴/۸\,V-۱۷/۶۴=۰$$

$$V=\frac{-۲۲/۴\pm\sqrt{(۲۲/۴)^۲+۱۷/۶۴}}{۱} \Rightarrow V=۰/۳۹۰\ (\frac{m}{s})$$

$$Q=VA=۰/۳۹(\frac{\not m}{s})\times\frac{\pi}{۴}(۱\times۱۰^{-۳})^۲(\not m^۲)\times\frac{۱۰۰۰lit}{۱\not m^۳} \Rightarrow Q=۳/۰۶\times۱۰^{-۴}(\frac{lit}{s})$$

راه حل دوم: در این روش از معادلهٔ پوازی استفاده می‌شود و تنها مجهول در این معادله H_l است:

رابطه پوازی : $H_l=\frac{\Delta P}{\gamma}=\frac{۱۲۸\mu LQ}{\gamma\pi D^۴}$

برای محاسبهٔ H_l با استفاده از معادلهٔ اصلاح‌شدهٔ برنولی بین دو سطح آزاد A و B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^۲}{۲g}+y_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^۲}{۲g}+y_B+H_l \Rightarrow ۰/۹=H_l\ ,\ \mu=\nu\rho$$

با قرار دادن H_l در معادله پوازی، مقدار دبی عبوری تعیین می‌شود:

$$Q=\frac{H_l\gamma\pi D^۴}{۱۲۸\nu\rho L} \qquad Q=\frac{۰/۹\times۹۸۰۰\times\pi\times(۰/۰۰۱)^۴}{۱۲۸\times۱۰^{-۶}\times۱۰۰۰\times۰/۷}=۳/۰۹\times۱۰^{-۷}(\frac{m^۳}{s}) \Rightarrow Q=۳/۰۹\times۱۰^{-۴}(\frac{lit}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۶۳: در جریان متلاطم در لوله با رینولدزهای بسیار بالا، فاکتور اصطکاک تابعی است از: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

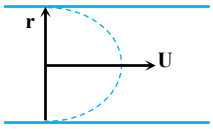
۱) $f = f(Re)$ ۲) $f = f(\frac{\varepsilon}{D})$ ۳) $f = f(Re, \varepsilon)$ ۴) $f = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به دیاگرام مودی نکات زیر قابل برداشت است:

در جریان درهم: $f = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$ ؛ در جریان آرام: $f = f(Re)$

در جریان درهم با رینولدزهای بسیار بالا: $f = f(\frac{\varepsilon}{D})$ ؛ در جریان درهم در لوله‌های صاف: $f = f(Re)$

مثال ۶۴: روغن در داخل لوله‌ای به قطر $0/4\,m$ در حرکت است. اگر توزیع سرعت $U = (0/6 - 15r^2)$ باشد، مقدار دبی حجمی را محاسبه نمایید. حرکت آرام است. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $0/0\,3768\ \frac{m^3}{sec}$ ۲) $0/0\,7536\ \frac{m^3}{sec}$

۳) $0/3768\ \frac{m^3}{sec}$ ۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» **روش اول:**

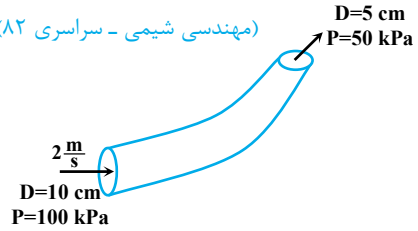
$$Q = \int UdA = \int_0^{0/2} (0/6 - 15r^2)(2\pi r dr) = 2\pi\left(\frac{0/6}{2}r^2 - \frac{15}{4}r^4\right)\Big|_0^{0/2} \Rightarrow Q = 0/0\,377\,0\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

روش دوم:

$$U_{av} = \frac{1}{2}U_{max} \quad \text{(در جریان آرام)}$$

$$r = 0 \Rightarrow U = U_{max} = 0/6\ \left(\frac{m}{s}\right) \qquad Q = U_{av}.A = \frac{0/6}{2} \times \frac{\pi}{4}(0/4)^2 \Rightarrow Q = 0/0\,377\,0\ \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

مثال ۶۵: در شکل زیر افت انرژی در سیال گذرنده از اتصال چند $\frac{J}{kg}$ است؟ (اتصال به صورت افقی قرار گرفته است. دانسیتهٔ سیال $\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ است. فشارها gauge می‌باشند.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) ۰
۲) ۲
۳) ۲۰
۴) ۴۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی برای محاسبهٔ میزان افت انرژی داریم:

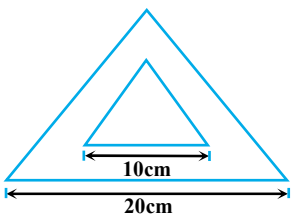
$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gy_2 + h_l$$

برای تعیین سرعت در خروجی لوله از معادله پیوستگی استفاده می‌شود:

معادله پیوستگی: $V_1A_1 = V_2A_2$ $\qquad V_2 = V_1(\frac{D_1}{D_2})^2 = 2(\frac{10}{5})^2 \Rightarrow V_2 = 8\ (\frac{m}{s})$

$$\frac{100 \times 10^3}{1000} + \frac{(2)^2}{2} + 0 = \frac{50 \times 10^3}{1000} + \frac{(8)^2}{2} + 0 + h_l \Rightarrow h_l = 20\ (\frac{j}{kg})$$

مثال ۶۶: آب با سرعت $2\ \frac{m}{s}$ از فضای بین دو مثلث مطابق شکل عبور می‌کند. عدد رینولدز جریان چقدر است؟ (دانسیته آب $\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ و ویسکوزیتهٔ آن $1\ cp$ است.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)



۱) $3/46 \times 10^2$
۲) $3/46 \times 10^5$
۳) $3/46 \times 10^7$
۴) $3/46 \times 10^4$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چون سطح دایروی نیست، بنابراین باید قطر هیدرولیکی برای سطح مورد نظر تعیین شود:

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع : $A=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع : $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

قطر هیدرولیکی : $D_H=\frac{4(\text{مساحت سطح خیس شده})}{\text{محیط خیس شده}}=\frac{4A}{P_w}\Rightarrow D_H=\frac{4\times\frac{\sqrt{3}}{4}(20^2-10^2)}{3\times20+3\times10}\Rightarrow D_H=5/7735\ (cm)$

$\mu=1cp=1\times10^{-2}\ (\frac{gr}{cm.s})=10^{-3}\ (\frac{kg}{m.s})$

$Re=\frac{\rho VD_H}{\mu}\qquad Re=\frac{1000\times2\times5/7735\times10^{-2}}{10^{-3}}\Rightarrow Re=1/155\times10^5$

مثال ۶۷: **آب در لوله‌ای به قطر ۱۰cm جریان دارد. به طور تقریبی در چه شدت جریانی انتقال از رژیم آرام به درهم اتفاق می‌افتد؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» انتقال از جریان آرام به درهم در عدد رینولدز ۲۳۰۰ اتفاق می‌افتد:

عدد رینولدز بحرانی : $Re_{cr.}=2300$ (انتقال از جریان آرام به درهم)

$Re=\frac{VD}{\nu}\Rightarrow2300=\frac{V\times0/1}{10^{-6}}\Rightarrow V=0/023\ (\frac{m}{s})$

$Q=VA=0/023\times\frac{\pi}{4}(0/1)^2\Rightarrow Q=1/8\times10^{-4}\ (\frac{m^3}{s})=0/18\ (\frac{lit}{s})$

واحد شدت جریان در صورت سؤال مطرح نشده است، ولی با توجه به گزینه‌ها احتمالاً $\frac{lit}{min}$ مدنظر بوده است. $Q=0/18\frac{lit}{s}\times\frac{60s}{min}=10/8(\frac{lit}{min})$

مثال ۶۸: **دو لوله به قطرهای ۱۲۰cm و ۶۰cm به صورت سری با یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر دبی حجمی آبی که از این سیستم عبور می‌نماید $2\frac{m^3}{s}$ باشد، سرعت آب در لوله ۶۰cm کدام یک از مقادیر زیر می‌باشد؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

۱) $7/08\frac{m}{s}$ ۲) $5/67\frac{m}{s}$ ۳) $1/77\frac{m}{s}$ ۴) $1/13\frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در لوله‌های سری، دبی عبوری از لوله‌ها یکسان و برابر دبی کل است:

$Q_1=Q_2=Q$

$Q=VA=V\times\frac{\pi}{4}D^2\Rightarrow V=\frac{4Q}{\pi D^2}\quad;\quad V=\frac{4\times2}{\pi(0/6)^2}\Rightarrow V=7/07\ (\frac{m}{s})$

مثال ۶۹: **دو لوله به طول‌های یکسان L و قطرهای d و 2d به صورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند. قطر لوله معادل با همان طول L کدام‌یک از مقادیر زیر می‌باشد؟**

(مهندسی عمران ـ آزاد۸۲)

۱) کمتر از d ۲) بین d و 1/5d ۳) بین 1/5 d و 2d ۴) بزرگ‌تر از 2d

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» رابطه دارسی ـ ویسباخ در جریان داخل لوله‌ها عبارت است از:

$\Delta H_{total}=H_1+H_2$ (1) L, D, Q — (2) L, 2D, Q

$H_1=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}=\frac{8fLQ^2}{g\pi^2D^5}$

$\Delta H_{eq}=\Delta H_{total}$ — D_{eq}, L, Q

در لوله‌های سری، دبی یکسان بوده و داریم:

$\Delta H_{total}=H_1+H_2=\frac{8fLQ^2}{g\pi^2D^5}+\frac{8fLQ^2}{g\pi^2(2D)^5}=\frac{33}{21}\frac{8fLQ^2}{g\pi^2D^5}$

www.modaresanesharif.ac.ir

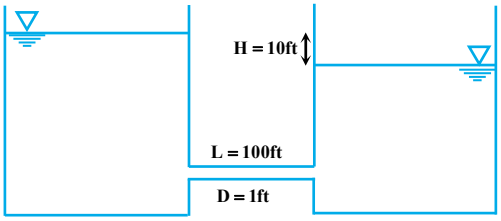
www.modaresanesharif.ac.ir

در لوله معادل، Q و H_l یکسان بوده و داریم:

$$\frac{۸fLQ^۲}{g\pi^۲D_{eq}^۵}=\frac{۳۳}{۳۲}\frac{۸fLQ^۲}{g\pi^۲D^۵}$$

$$\frac{D_{eq}}{D}=۰/۹۹۴\Rightarrow D_{eq}=۰/۹۹۴\,D\Rightarrow D_{eq}<D$$

مثال ۷۰: در سیستم نشان داده شده اگر $\nu=۸/۶\times۱۰^{-۵}\ ft^۲/sec$ و ضریب تناسب f در رابطه $f(L/D)(V^۲/۲g)$ برابر ۰/۰۱۷ باشد، مطلوب است تعیین دبی بر حسب $ft^۳/sec$ (از افت‌های موضعی صرف نظر کنید) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) ۴۲

۲) ۱۵

۳) ۳۴

۴) ۲۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد دو مخزن داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲+H_l\Rightarrow ۰+۰+۱۰=۰+۰+۰+f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

$$۱۰=۰/۰۱۷\times\frac{۱۰۰}{۱}\times\frac{V^۲}{۲\times۳۲/۲}\Rightarrow V=۱۹/۴۶\left(\frac{ft}{s}\right)\qquad Q=VA=۱۹/۴۶\times\frac{\pi}{۴}(۱)^۲\Rightarrow Q=۱۵/۳\left(\frac{ft^۳}{s}\right)$$

مثال ۷۱: دو لوله با قطر و طول و دبی یکسان داریم. لوله اولی از جنس سیمان و دومی از جنس شیشه کاملاً صاف می‌باشد. جریان آب در هر دو لوله ورقه‌ای Laminar و با لزجت یکسان است. کدام گزینه در خصوص افت انرژی در این دو لوله صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

۱) افت انرژی هر دو لوله یکسان است.

۲) افت انرژی لوله سیمانی به علت تفاوت زبری، بیشتر است.

۳) چون لوله شیشه‌ای صاف است، جریان با سرعت بیشتر حرکت خواهد کرد و در نتیجه افت انرژی در آن بیشتر خواهد بود.

۴) با اطلاعات داده شده، اظهار نظر در خصوص مقایسه افت انرژی دو لوله امکان‌پذیر نیست.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به رابطه دارسی ـ ویسباخ و یکسان بودن طول و قطر و دبی، میزان افت فقط به ضریب اصطکاک f بستگی دارد:

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}\qquad L_۱=L_۲\ ,\ D_۱=D_۲\ ,\ Q_۱=Q_۲\ \Rightarrow\ V_۱=V_۲$$

با توجه به آرام بودن جریان، ضریب اصطکاک فقط تابعی از عدد رینولدز است و از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$f=\frac{۶۴}{Re}\qquad (۱)$$

با توجه به رابطهٔ عدد رینولدز برای لوله‌ها و نیز یکسان بودن دبی و لزجت و قطر هر دو لوله، عدد رینولدز در دو لوله یکسان خواهد بود. لذا با توجه به رابطهٔ ۱، ضریب اصطکاک دو لوله نیز برابر است:

$$Re=\frac{VD}{\nu}\qquad \nu_۱=\nu_۲\ \Rightarrow\ (Re)_۱=(Re)_۲\ \Rightarrow\ f_۱=f_۲$$

با توجه به رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ $\Rightarrow H_{l_۱}=H_{l_۲}$

مثال ۷۲: جریان یک سیال لزج در داخل یک لوله با عدد رینولدز $Re=۱۵۰۰$ برقرار است. اگر طول لوله ۲۰ متر، قطر آن پنج سانتی‌متر و لزجت سینماتیکی آن برابر با $۲\times۱۰^{-۵}\ m^۲/s$ باشد، افت انرژی در طول لوله معادل چند متر خواهد بود؟ $(g=۹/۸۱m/s^۲)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۲۱۱ متر ۲) ۰/۳۱۶ متر ۳) ۰/۴۷۴ متر ۴) ۰/۶۳۲ متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبهٔ میزان افت انرژی از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ استفاده می‌شود:

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

$$Re=۱۵۰۰<۲۳۰۰\qquad (\text{Laminar flow})$$

با توجه به عدد رینولدز داده شده جریان آرام است و ضریب اصطکاک عبارت است از:

$$f=\frac{۶۴}{Re}=\frac{۶۴}{۱۵۰۰}=۰/۰۴۲۶۷$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

برای تعیین سرعت با استفاده از رابطه عدد رینولدز داریم:

$$Re=\frac{VD}{\nu} \qquad V=\frac{۱۵۰۰\times۲\times۱۰^{-۵}}{۵\times۱۰^{-۲}}=۰/۶\ (\frac{m}{s})$$

$$H_l=۰/۰۴۲۶۷\times\frac{۲۰}{۰/۰۵}\times\frac{(۰/۶)^۲}{۲\times۹/۸۱} \Rightarrow H_l=۰/۳۱۳\ (m)$$

مثال ۷۳: **سرعت باد در طوفان می‌تواند به $۱۸۰\frac{km}{h}$ برسد. نیرویی که این باد به پنجره‌ای در طبقات بالای یک آسمان‌خراش به ابعاد ۲m × ۱m وارد می‌کند چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۱۲۷/۴ N ۲) ۲۹۷۵ N ۳) ۱۴۸۷/۵ N ۴) ۲۵۴/۸ N

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای تعیین جرم حجمی هوا با استفاده از دما و فشار محیط و معادلهٔ حالت گاز کامل داریم:

$$\rho=\frac{P}{RT} \qquad \rho=\frac{۱/۰۱۳\times۱۰^۵}{۲۸۷(۲۵+۲۷۳)}=۱/۱۸۴\ (\frac{kg}{m^۳})$$

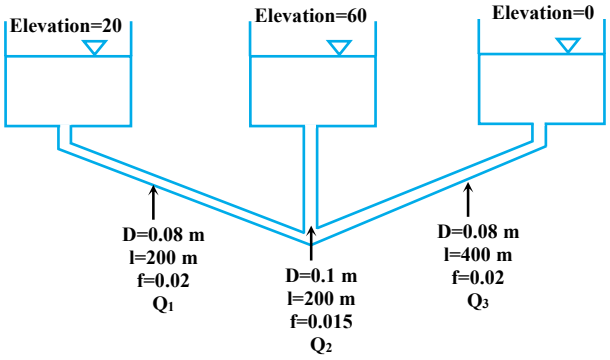
با استفاده از معادلهٔ برنولی بین دو نقطه هم ارتفاع، یکی قبل از برخورد به شیشه و دیگری روی شیشه، می‌توان فشار باد در برخورد به شیشه را محاسبه کرد:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲ \Rightarrow P_۲=\frac{\rho V_۱^۲}{۲}$$

از طرفی نیروی وارده برابر است با:

$$F=PA=\frac{۱}{۲}\rho V^۲(۲\times۱) \Rightarrow F=(۱/۱۸۴)(۱۸۰\times\frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰})^۲ \Rightarrow F=۲۹۶۰\ (N)$$

مثال ۷۴: **با صرف‌نظر کردن از اتلافات جزئی، میزان دبی جریان در هر لوله چقدر است؟ ضریب اصطکاک در هر لوله ثابت است.** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)



۱) $Q_۱=۰/۰۱۴\ ,\ Q_۲=۰/۰۲۸\ ,\ Q_۳=۰/۰۱$

۲) $Q_۱=۰/۰۱\ ,\ Q_۲=۰/۰۲\ ,\ Q_۳=۰/۰۱$

۳) $Q_۱=۰/۰۱۴\ ,\ Q_۲=۰/۰۲۸\ ,\ Q_۳=۰/۰۱۴$

۴) $Q_۱=۰/۰۲۸\ ,\ Q_۲=۰/۰۱۴\ ,\ Q_۳=۰/۰۱۴$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به ارتفاع سطح آزاد سیال در هر سه مخزن، سیال حتماً از مخزن وسط (۲) خارج شده و حتماً به مخزن راست (۳) وارد می‌شود. ولی ممکن است به مخزن سمت چپ (۱) وارد شده و یا از آن خارج شود. لذا معادله پیوستگی را در محل اتصال سه مخزن به یکی از دو صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:

$$Q_۲+Q_۱=Q_۳ \qquad \text{یا} \qquad Q_۲=Q_۱+Q_۳$$

با توجه به روابط فوق، فقط یکی از گزینه‌های ۲ یا ۳ در رابطه $Q_۲=Q_۱+Q_۳$ صدق می‌کند. از طرف دیگر و با توجه به صرف‌نظر کردن از اتلافات جزئی، رابطه اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد سیال در هر مخزن و محل اتصال شاخه‌ها عبارت است از:

$$|H-H_j|=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

با توجه به این رابطه، فقط جواب‌های گزینه «۳» آن را ارضاء خواهد کرد.

$$V_۱=\frac{Q_۱}{A_۱}=\frac{۰/۰۱۴}{\frac{\pi}{۴}(۰/۰۸)^۲}=۲/۷۸۵\ (\frac{m}{s}) \qquad V_۳=\frac{Q_۳}{A_۳}=۲/۷۸۵\ (\frac{m}{s}) \qquad V_۲=\frac{Q_۲}{A_۲}=\frac{۰/۰۲۸}{\frac{\pi}{۴}(۰/۱)^۲}=۳/۵۶۵\ (\frac{m}{s})$$

$$H_j=۲۰+۰/۰۲\times\frac{۲۰۰}{۰/۰۸}\times\frac{(۲/۷۸۵)^۲}{۲\times۹/۸۱}=۳۹/۷۷\ (m) \qquad H_j=۶۰-۰/۰۱۵\times\frac{۲۰۰}{۰/۱}\times\frac{(۳/۵۶۵)^۲}{۲\times۹/۸۱}=۴۰/۵۷\ (m)$$

$$H_j=۰+۰/۰۲\times\frac{۴۰۰}{۰/۰۸}\times\frac{(۲/۷۸۵)^۲}{۲\times۹/۸۱}=۳۹/۵۳\ (m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۵: آب ($\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$) با سرعت ۱/۲ متر بر ثانیه از لوله‌ای به سطح مقطع ۰/۵ متر مربع خارج می‌شود. توان موجود در این جت آب چند کیلووات است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۰/۱۲۵ ۲) ۰/۴۳۲۰ ۳) ۰/۵۸۷۰ ۴) ۰/۰۷۳۴

پاسخ: گزینه «۲»

معادلهٔ برنولی : $\frac{P_۱}{\rho} + \frac{V_۱^۲}{۲} + g y_۱ = \frac{P_۲}{\rho} + \frac{V_۲^۲}{۲} + g y_۲ \Rightarrow h = \frac{V^۲}{۲g}$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \dot{m}gh = (\rho AV)(g)(\frac{V^۲}{۲g}) = \frac{۱}{۲}\rho AV^۳$$

$$P = \frac{۱}{۲}(۱۰۰۰)(۱/۲)^۳(۰/۵) = ۴۳۲ \ (w) \Rightarrow \ P = ۰/۴۳۲ \ (kw)$$

مثال ۷۶: جریانی از روغن ($\nu = ۱۰^{-۵} \frac{m^۲}{s}$) به میزان $۱۴۰ \frac{lit}{s}$ از داخل یک لوله صاف به طول ۲۰۰ متر و قطر ۲۰۰ میلی‌متر عبور می‌نماید. افت بار انرژی در این حالت چند متر روغن است؟ ($\pi = ۳/۱۴$, $g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}$, $f = \frac{۰/۳۱۶}{Re^{۰/۲۵}}$) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) ۲/۳۱ ۲) ۴/۶۳ ۳) ۹/۲۷ ۴) ۱۸/۴۷

پاسخ: گزینه «۴» برای تعیین افت بار انرژی از معادله دارسی ـ ویسباخ استفاده می‌شود.

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g} \qquad V = \frac{Q}{A} = \frac{۴Q}{\pi D^۲} = \frac{۴ \times ۱۴۰ \times ۱۰^{-۳}}{\pi(۰/۲)^۲} = ۴/۴۵۸۶ \ (\frac{m}{s})$$

برای تعیین ضریب اصطکاک، ابتدا نوع جریان را از لحاظ آرام یا درهم بودن تعیین می‌شود:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{۴/۴۵۸۶ \times ۰/۲}{۱۰^{-۵}} = ۸۹۱۷۲ < ۱۰^۵$$

با توجه به درهم بودن جریان از رابطهٔ بلازیوس برای محاسبهٔ f استفاده می‌شود:

$$f = \frac{۰/۳۱۶}{Re^{۰/۲۵}} = \frac{۰/۳۱۶}{(۸۹۱۷۲)^{۰/۲۵}} = ۰/۰۱۸۳$$

$$H_l = ۰/۰۱۸۳ \times \frac{۲۰۰}{۰/۲} \times \frac{(۴/۴۵۸۶)^۲}{۲ \times ۹/۸} \Rightarrow \ H_l = ۱۸/۵۶ \ (m)$$

مثال ۷۷: جریان آرام سیال تراکم‌ناپذیر به صورت پایا بین دو صفحهٔ موازی نامحدود یکی ساکن و دیگری متحرک در جهت x حرکت می‌کند. در صورتی که $\frac{dP}{dx}$ افزایش یابد، محل وقوع سرعت بیشینه ..... (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۳)

۱) به صفحهٔ تقارن نزدیک‌تر خواهد شد.
۲) به صفحهٔ ساکن نزدیک‌تر خواهد شد.
۳) به صفحهٔ متحرک بالا نزدیک‌تر خواهد شد.
۴) توزیع سرعت خطی و بیشینه آن همواره در صفحهٔ متحرک خواهد بود.

پاسخ: گزینه «۱» در حالتی که سیال بین دو صفحه باشد و علاوه بر اعمال $\frac{dP}{dx}$، یکی از صفحات نسبت به دیگری با سرعت U حرکت کند، پروفیل سرعت به صورت زیر است:

پروفیل سرعت در بین دو صفحه : $u = \frac{Uy}{a} - \frac{۱}{۲\mu}\frac{dP}{dx}(ay - y^۲)$

سرعت بیشینه در مکانی اتفاق می‌افتد که (a فاصله بین دو صفحه است) $\frac{\partial u}{\partial y} = ۰$ باشد:

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{a} - \frac{۱}{۲\mu}\frac{dP}{dx}(a - ۲y) = ۰ \qquad y = \frac{a}{۲} - \frac{U}{a}\mu\frac{۱}{\frac{dP}{dx}}$$

با توجه به رابطه بالا، با افزایش $\frac{dP}{dx}$، y به سمت $\frac{a}{۲}$ میل می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۷۸: جریانی آرام در لوله‌ای به شعاع R حرکت می‌کند. اگر جریان را Steady State و تراکم‌ناپذیر در نظر بگیریم، پروفیل سرعت در لوله عبارت است از: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) $u=\frac{-R^2}{4\mu}\frac{\partial P}{\partial x}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ ۲) $u=\frac{R^2}{2\mu}\frac{\partial P}{\partial x}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ ۳) $u=\frac{2\mu}{R^2}\frac{\partial P}{\partial x}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ ۴) $u=\frac{2\mu}{R^2}\frac{\partial P}{\partial x}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)\right]^2$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان آرام داخل لوله داریم: $\tau_{rx}=\mu\frac{du}{dr}$ ، $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rx})=\frac{\partial P}{\partial x}$

سمت راست معادله فوق تابعی از x و سمت چپ تابعی از r است، پس هر دو طرف باید با یک ثابت برابر باشند. با اعمال شرایط مرزی و انتگرال‌گیری، پروفیل سرعت به صورت زیر تعیین می‌شود:

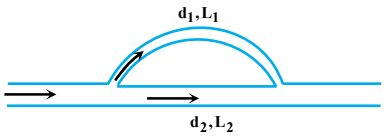
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rx})=\frac{\partial P}{\partial x}=k \Rightarrow \frac{dP}{dx}=k \ , \ \frac{1}{r}\frac{d}{dr}[r(\mu\frac{du}{dr})]=k$$

$$\frac{d}{dr}(r\frac{du}{dr})=\frac{kr}{\mu} \Rightarrow r\frac{du}{dr}=\frac{kr^2}{2\mu}+C_1 \Rightarrow \frac{du}{dr}=\frac{kr}{2\mu}+\frac{C_1}{r}$$

$$u=\frac{kr^2}{4\mu}+C_1\ln r+C_2 \qquad \text{B.C.}\left|\begin{matrix}r=0\\ \frac{du}{dr}=0\end{matrix}\right. \Rightarrow C_1=0 \ , \ \text{B.C.}\left|\begin{matrix}r=R\\ u=0\end{matrix}\right. \Rightarrow C_2=-\frac{KR^2}{4\mu}$$

$$u=\frac{k}{4\mu}(r^2-R^2) \ , \ k=\frac{dP}{dx} \Rightarrow u=\frac{-R^2}{2\mu}\frac{dP}{dx}[1-(\frac{r}{R})^2]$$

مثال ۷۹: با توجه به شکل داده شده نسبت $\frac{Q_1}{Q_2}$ (در جریان تحت فشار) چقدر است؟ $L_1=2L_2$, $d_1=2d_2$, $F_1=F_2$ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)



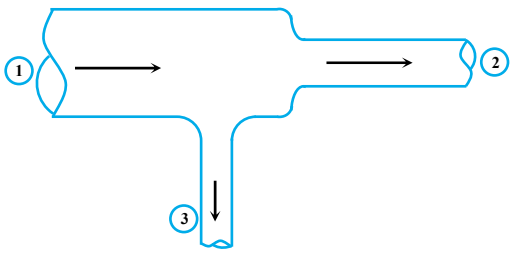
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ و اتصال موازی لوله‌ها، نسبت دبی‌ها در دو لوله موازی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$h_l=f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2}=\frac{8fLQ^2}{\pi^2 d^5} \ , \ (h_l)_1=(h_l)_2 \Rightarrow \frac{8f_1L_1Q_1^2}{\pi^2 d_1^5}=\frac{8f_2L_2Q_2^2}{\pi^2 d_2^5}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2}{f_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{d_1^5}{d_2^5}} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{1\times\frac{1}{2}\times 2^5}=4$$

مثال ۸۰: در اتصال T شکل زیر، توزیع سرعت در مقطع لوله (۱) توسط رابطه $V(r)=(1-\frac{r^2}{R^2})(\frac{m}{sec})$ تعیین می‌گردد. شعاع لوله در مقطع (۱)، $R=7/5cm$ می‌باشد. در مقطع (۲) و (۳) شعاع لوله ۵ cm می‌باشد. اندازه‌گیری نشان می‌دهد که $\frac{2}{3}$ کل جریان وارد شده از مقطع (۱)، از مقطع (۲) خارج می‌گردد. سرعت متوسط در مقطع (۲) و (۳) به ترتیب چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) ۰/۳۷۵ m/sec و ۰/۷۵ m/sec
۲) ۰/۲۵ m/sec و ۰/۷۵ m/sec
۳) ۰/۷۵ m/sec و ۰/۳۷۵ m/sec
۴) ۰/۷۵ m/sec و ۰/۲۵ m/sec

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» توزیع سرعت داده شده در مقطع لوله (۱) سهمی بوده و مربوط به جریان آرام است و داریم:

$$V(r)=(1-\frac{r^2}{R^2}) \Rightarrow r=0: V=V_{max}=1(\frac{m}{s})$$

$$\bar{V}_1=\frac{1}{2}V_{max}=0/5(\frac{m}{s})$$

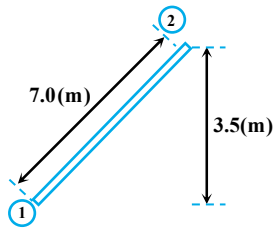
$$Q_1=A_1\bar{V}_1=0/5\times\pi\times(0/075)^2=8/836\times10^{-3}\ (\frac{m^3}{s}) \quad ; \quad Q_2=\frac{2}{3}Q_1=5/891\times10^{-3}\ (\frac{m^3}{s})$$

$$\bar{V}_2=\frac{Q_2}{A_2}=\frac{5/891\times10^{-3}}{\pi\times(0/05)^2}=0/75(\frac{m}{s}) \quad ; \quad Q_3=\frac{1}{3}Q_1=\frac{1}{3}(8/836\times10^{-3})=2/945\times10^{-3}\ (\frac{m^3}{s})$$

$$\bar{V}_3=\frac{Q_3}{A_3}=\frac{2/945\times10^{-3}}{\pi\times(0/05)^2}=0/375(\frac{m}{s})$$

راه‌حل دوم: با توجه به اطلاعات مسأله، دلی لوله (۲) دو برابر لوله (۳) است و چون سطح مقطع این دو لوله با هم برابرند، با استفاده از معادله پیوستگی $\bar{V}_2=2\bar{V}_3$ و فقط گزینه (۳) صحیح است.

مثال ۸۱: **یک لوله به قطر $5/25cm$ با زاویه 30° نسبت به افق، برای انتقال آب به بالای کوه به میزان $0/001m^3/sec$ استفاده می‌گردد. اگر طول لوله $7m$ باشد، افت فشار در لوله چقدر می‌باشد؟ (ضریب اصطکاک $f=0/03$ می‌باشد)** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)



۱) $34/8\ kPa$

۲) $14/8\ kPa$

۳) $42/8\ kPa$

۴) $66/2\ kPa$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین نقاط (۱) و (۲) داریم:

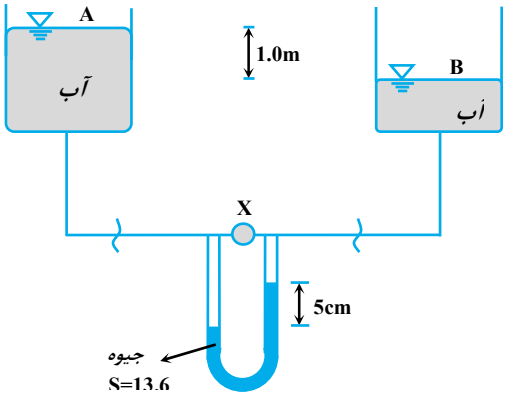
$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+H_l \quad , \quad H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}=\frac{8fLQ^2}{g\pi^2D^5}$$

با توجه به ثابت بودن قطر لوله و استفاده از رابطه پیوستگی داریم:

$$V_1=V_2=V$$

$$\frac{P_1-P_2}{9810}=3/5+\frac{8\times0/03\times7\times(0/001)^2}{9/81\times\pi^2\times(0/0525)^5} \Rightarrow \Delta P=P_1-P_2=34761/8(P)\simeq34/8(KPa)$$

مثال ۸۲: **مطابق شکل جریان آب بین دو مخزن برقرار است. اگر مانومتر نشان داده شده اختلاف فشار قبل و بعد از وسیله X را نشان دهد، کدام عبارت در مورد وسیله X و جهت جریان، با توجه به اطلاعات عددی شکل صحیح می‌باشد؟ (اختلاف تراز بین دو مخزن یک متر است و شکل بدون مقیاس می‌باشد. همچنین، قطرها ثابت بوده و تراز قرارگیری وسیلهٔ X پایین‌تر از کف مخازن می‌باشد.)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) جهت جریان از A به سمت B بوده و وسیلهٔ مورد نظر پمپ است.

۲) جهت جریان از B به سمت A بوده و وسیلهٔ مورد نظر توربین است.

۳) جهت جریان از A به سمت B بوده و وسیلهٔ مورد نظر توربین است.

۴) جهت جریان از B به سمت A بوده و وسیلهٔ مورد نظر پمپ است.

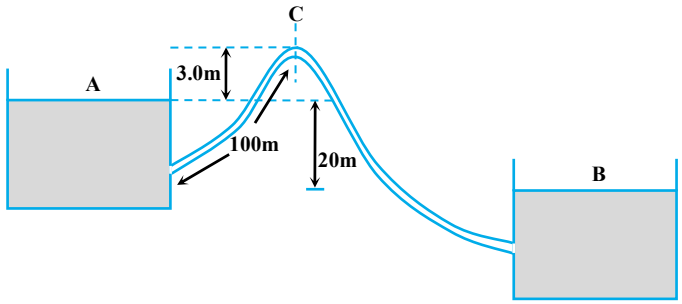
☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون سطح آزاد جیوه در سمت راست مانومتر (طرف B) بالاتر از سمت چپ (طرف A) است، پس فشار سمت چپ بیشتر بوده و جهت جریان از A به B است. همچنین به علت این که تراز مخزن A بیشتر از مخزن B است، لذا وسیله X توربین است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۸۳: سیفونی به قطر $20\,cm$ مطابق شکل آب را از مخزن بزرگ A به مخزن بزرگ B با سرعت $V = 2/8\,\frac{m}{s}$ تخلیه می‌کند. رأس سیفون C در ارتفاع ۳ متری از سطح آزاد مخزن بالادست A قرار گرفته است. فاصله محل انشعاب سیفون از مخزن تا رأس سیفون $L = 100m$ بوده و اختلاف ارتفاع دو سطح آزاد مخازن نیز $20\,m$ می‌باشد. با صرف‌نظر کردن از افت انرژی موضعی و با در نظر گرفتن ضریب افت دارسی وایسباخ $f = 0/02$، مقدار فشار نسبی $\frac{P_c}{\gamma}$ در رأس سیفون بر حسب متر ارتفاع آب چقدر خواهد بود؟ ($g = 9/81\,\frac{m}{s^2}$ و وزن مخصوص آب $\gamma = 1000\,\frac{kg_f}{m^3}$ می‌باشد.)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۴)



۱) $-4/7\ m$

۲) $-7/4\ m$

۳) $-9/4\ m$

۴) $-14/8\ m$

☑ **پاسخ:** گزینه«۲» برای محاسبه فشار در رأس سیفون، با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد مخزن A و نقطه C که رأس سیفون است، داریم:

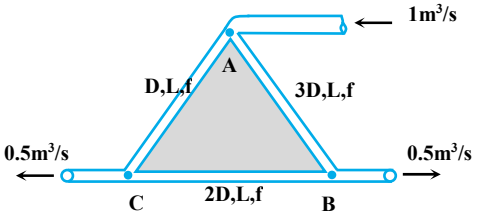
$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + y_A = \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} + y_C + H_l$$

مجهول H_l در رابطه فوق با داشتن سرعت از طریق معادله دارسی ـ ویسباخ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \quad ; \quad 0 = \frac{P_C}{\gamma} + 3 + \frac{(2/8)^2}{2\times 9/81}\left(1 + 0/02\times\frac{100}{0/2}\right) \Rightarrow \frac{P_C}{\gamma} = -7/4\ (m)$$

مثال ۸۴: در سیستم لوله‌کشی افقی نشان داده شده در شکل، طول و فاکتور اصطکاک کلیه لوله‌ها ثابت ولی قطر آن‌ها متغیر می‌باشد. دبی یک متر مکعب در ثانیه وارد سیستم می‌شود و با تنظیم جریان از هر جهت $0/5$ متر مکعب در ثانیه خارج می‌گردد. اگر از افت‌های انرژی موضعی صرف‌نظر شود، در مورد جهت و دبی جریان در لولهٔ BC چه می‌توان گفت؟

(مهندسی عمران ـ سراسری۸۴)



۱) دبی جریان در لولهٔ BC صفر است.

۲) جهت جریان از B به طرف C و میزان دبی تقریباً $0/3526\,\frac{m^3}{s}$ است.

۳) جهت جریان از B به طرف C بوده و میزان دبی تقریباً $0/4074\,\frac{m^3}{s}$ است.

۴) جهت جریان از C به طرف B بوده و میزان دبی تقریباً $0/4074\,\frac{m^3}{s}$ است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» **روش اول:**

در این راه حل، برای سادگی سرعت در شاخه‌ها ثابت در نظر گرفته شده است و داریم:

$$1 = \frac{\pi D^2}{4}\times V + \frac{\pi(3D)^2}{4}\times V \qquad 1 = 10\frac{\pi D^2}{4}\times V$$

$$Q_{AC} = \frac{\pi D^2}{4}\times V = 0/1\ (\frac{m^3}{s}) \qquad 1 = 0/1 + Q_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 0/9\ (\frac{m^3}{s})$$

معادله پیوستگی در گره A : $Q = Q_{AC} + Q_{AB}$

معادله پیوستگی در گره B : $Q_{AB} = Q_{BC} + 0/5$ $\qquad Q_{BC} = 0/9 - 0/5 \Rightarrow Q_{BC} = 0/4\ (\frac{m^3}{s})$

معادله پیوستگی در گره C : $Q_{AC} + Q_{BC} = 0/5$ $\qquad 0/1 + 0/4 = 0/5$

بنابراین جهت جریان در لوله BC، از B به طرف C است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

راه حل دوم:

$$D_{AB}=۳D_{AC}\Rightarrow Q_{AB}>Q_{AC}$$

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}=\frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲gD^۵}$$

$$\frac{۸fL}{\pi^۲g}[\frac{Q_{AB}^۲}{(۳D)^۵}+\frac{Q_{BC}^۲}{(۲D)^۵}-\frac{Q_{CA}^۲}{D^۵}]=۰$$

قانون دوم کیرشهف : $(H_l)_{AB}+(H_l)_{BC}+(H_l)_{CA}=۰$

$$\frac{Q_{AB}^۲}{۲۴۳}+\frac{Q_{BC}^۲}{۳۲}-Q_{CA}^۲=۰$$

قانون اول کیرشهف : $\begin{cases}Q_{AB}=Q_{BC}+۰/۵\\ Q_{AC}=۰/۵-Q_{BC}\end{cases}$

از حل همزمان سه معادله فوق نتیجه خواهد شد:

$$Q_{BC}=۰/۴۰۷۴\ (\frac{m^۳}{s})$$

مثال ۸۵: **اگر آب در رودخانه‌ای با سرعت V جریان داشته باشد، فشار آب وارد بر پایه پلی در مسیر این جریان چقدر است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) $P=\rho gh$ ۲) $P=\frac{۱}{۲}\rho v^۲$ ۳) $P=p_۰+\rho gh$ ۴) $P=p_۰+\frac{۱}{۲}\rho v^۲$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از رابطهٔ برنولی بین یک نقطه روی پل و یک نقطه در مسیر جریان رودخانه داریم:

(نقطه ۱ در مسیر جریان و نقطهٔ ۲ روی پل است)

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+Z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+Z_۲\Rightarrow\frac{P_۲}{\gamma}=\frac{V_۱^۲}{۲g}\Rightarrow P=\frac{\rho V^۲}{۲}$$

مثال ۸۶: **مجموع طول معادل از یک لوله به قطر $۰/۵\,m$ و ضریب اصطکاک $f=۰/۰۲$ برای یک زانو $(k=۰/۹)$، یک شیر توپی $(k=۱۰)$ و یک شیر دروازه‌ای $(k=۰/۷)$ برابر چند متر است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۴)

۱) ۷۲/۵ ۲) ۱۳۰ ۳) ۱۴۵ ۴) ۲۹۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای طول معادل باید میزان افت‌ها در دو حالت با هم برابر باشند:

$$f\frac{L_{eq}}{D}\frac{V^۲}{۲}=(\sum K)\frac{V^۲}{۲}\Rightarrow$$ طول معادل : $L_{eq}=\frac{(\sum K)D}{f}$

$$L_{eq}=\frac{(۰/۹+۱۰+۰/۷)\times۰/۵}{۰/۰۲}\Rightarrow L_{eq}=۲۹۰\ (m)$$

مثال ۸۷: **در جریان‌های توربولنت در داخل لوله‌های زبر، ضریب اصطکاک (f)،**

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) مستقل از زبری لوله بوده و تنها بستگی به عدد رینولدز دارد.

۲) مستقل از عدد رینولدز بوده و فقط تابعی از زبری نسبی است.

۳) مقدار ثابتی بوده و مستقل از زبری لوله و عدد رینولدز می‌باشد.

۴) علاوه بر این که تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است، تابع عدد weber نیز می‌باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به دیاگرام مودی و نکات بیان شده در متن درس، در جریان‌های درهم داخل لوله‌های زبر، ضریب اصطکاک فقط تابع زبری نسبی است.

مثال ۸۸: **افت فشار به ازای واحد طول $(\frac{\Delta P}{L})$ در جریان لامینار بستگی به ویسکوزیته سیال، سرعت سیال و قطر لوله دارد و به صورت زیر بیان می‌شود:**

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۴)

۱) $\frac{d^۲}{۳۲\mu\bar{U}}$ ۲) $\frac{۳۲\mu\bar{U}}{d^۲}$ ۳) $\frac{۳۲\mu\bar{U}L}{\rho d^۲}$ ۴) $\frac{۸\mu\bar{U}}{d^۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» طبق رابطه پوازی داریم:

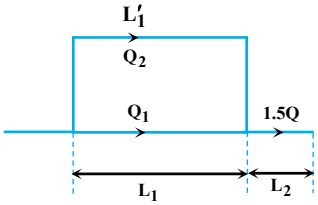
در جریان آرام : $\Delta P = \frac{۳۲\mu L \bar{U}}{d^۲} \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \frac{۳۲\mu \bar{U}}{d^۲}$

رابطه پوازی از معادله دارسی ـ ویسباخ به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$h_l = f\frac{L}{d}\frac{\bar{U}^۲}{۲} \ , \ f = \frac{۶۴}{Re} \Rightarrow h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{۶۴\mu}{\rho \bar{U} d} = \frac{L}{d}\frac{\bar{U}^۲}{۲} \Rightarrow \Delta P = \frac{۳۲\mu l \bar{U}}{d^۲}$$

مثال ۸۹: **دو مخزن با تراز سطح آب ثابت توسط یک خط لوله به طول $۱۰۰۰m$ به یکدیگر متصل شده‌اند. برای افزایش دبی به میزان ۵۰ درصد، لوله دیگری به همان قطر در بخشی از طرف لوله و در بالای آن قرار داده می‌شود، به طوری‌که این دو لوله برای آن مقدار طول موازی خواهند بود. با صرف‌نظر از افت‌های موضعی، طول لازم برای لوله جدید را با فرض این‌که ضریب اصطکاک لوله جدید نصف ضریب اصطکاک لوله اصلی باشد تعیین کنید؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) $۳۲۹/۴(m)$ ۲) $۴۷۱/۴(m)$ ۳) $۵۲۸/۶(m)$ ۴) $۶۷۰/۶(m)$



☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای لوله‌های موازی داریم:

$$\begin{cases} Q_۱ + Q_۲ = ۱/۵Q \\ (H_l) = (H_l)_۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{۸f_۱L_۱Q_۱^۲}{g\pi^۲D_۱^۵} = \frac{۸f_۲L'_۱Q_۲^۲}{g\pi^۲D_۲^۵}$$

$$L_۱ = L'_۱ \ , \ D_۱ = D_۲ \Rightarrow f_۱Q_۱^۲ = ۰/۵f_۱Q_۲^۲ \Rightarrow Q_۲ = \sqrt{۲}Q_۱ \Rightarrow Q_۱ = ۰/۶۲۱Q \ , \ Q_۲ = ۰/۸۷۹Q$$

با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد آب در دو مخزن داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + H_l \Rightarrow H_l = Z_۱ - Z_۲ = Const$$

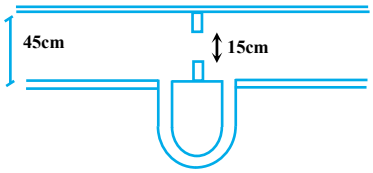
با توجه به تراز ثابت آب در دو مخزن، H_l در دو حالت یکسان بوده و داریم:

$$H_l = H'_l \Rightarrow \frac{۸fLQ^۲}{g\pi^۲D^۵} = \frac{۸fL_۱Q_۱^۲}{g\pi^۲D^۵} + \frac{۸fL_۲(۱/۵Q)^۲}{g\pi^۲D^۵} \ , \ L = L_۱ + L_۲$$

$$۱۰۰۰Q^۲ = L_۱(۰/۶۲۱)^۲Q^۲ + (۱۰۰۰ - L_۱)(۱/۵)^۲Q^۲ \Rightarrow L_۱ = L'_۱ = ۶۷۰/۶(m)$$

مثال ۹۰: **در نازل شکل زیر اگر اختلاف فشار قبل و پس از نازل، $۶۷kPa$ باشد، دبی جریان $۲۰۰lit/sec$ اندازه‌گیری شده و اگر دبی جریان $۲۶۵lit/sec$ باشد، اختلاف فشار $۱۱۷KPa$ را نشان می‌دهد. مقدار متوسط افت انرژی در نازل چه مقدار می‌باشد؟ $(g = ۹/۸۱m/s^۲)$**

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $۴۸/۵cm$
۲) $۵۹/۵cm$
۳) $۹۷cm$
۴) $۳۲/۵cm$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین قبل و بعد از نازل داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + H_l \Rightarrow H_l = \frac{P_۱ - P_۲}{\gamma} + \frac{۱}{۲g}[(\frac{۴Q}{\pi D_۱^۲})^۲ - (\frac{۴Q}{\pi D_۲^۲})^۲]$$

$$(H_l)_۱ = \frac{۶۷\times۱۰^۳}{۱۰۰۰\times۹/۸۱} + \frac{۱}{۲\times۹/۸۱}[(\frac{۴\times۰/۲}{\pi\times۰/۴۵^۲})^۲ - (\frac{۴\times۰/۲}{\pi\times۰/۱۵^۲})^۲] \Rightarrow (H_l)_۱ = ۰/۳۸۲(m)$$

$$(H_l)_۲ = \frac{۱۱۷\times۱۰^۳}{۱۰۰۰\times۹/۸۱} + \frac{۱}{۲\times۹/۸۱}[(\frac{۴\times۰/۲۶۵}{\pi\times۰/۴۵^۲})^۲ - (\frac{۴\times۰/۲۶۵}{\pi\times۰/۱۵^۲})^۲] \Rightarrow (H_l)_۲ = ۰/۶۰۶(m)$$

$$(H_l)_{av} = \frac{(H_l)_۱ + (H_l)_۲}{۲} = \frac{۰/۳۸۲ + ۰/۶۰۶}{۲} \Rightarrow (H_l)_{av} = ۰/۴۹۴(m) = ۴۹/۴(cm)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹۱: روغن با چگالی نسبی ۰/۸۵ در یک لوله به قطر داخلی ۷۵cm با سرعت متوسط ۱/۵m/sec جریان می‌یابد. افت فشار در طول ۳۰۰ متری لوله برابر ۱۰/۷ k Pa می‌باشد. ضریب افت اصطکاکی لوله چقدر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۰۲۴ ۲) ۰/۰۱۴ ۳) ۰/۰۳۶ ۴) ۰/۰۲۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \quad , \quad \rho_o = S_o\rho_w \Rightarrow f = \frac{2D(\Delta P)}{S_o\rho_w LV^2}$$

$$f = \frac{2\times 0/75\times 10/7\times 10^3}{0/85\times 1000\times 300\times (1/5)^2} \Rightarrow f = 0/028$$

مثال۹۲: اختلاف سطح آزاد آب در دو مخزن که به فاصله ۱۵ متر از یکدیگر قرار دارند ۳ متر بوده و توسط لوله‌ای به قطر ۷۵mm به یکدیگر متصل شده‌اند. دبی جریان بین آن‌ها با تعویض لوله فوق با لوله‌ای به قطر ۱۵mm چقدر افزایش می‌یابد؟ (از افت‌های موضعی صرف‌نظر کرده و f = ۰/۰۲ فرض نمائید. (سطح آب در مخازن ثابت باقی می‌ماند.) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) ۹۵/۸ lit/sec ۲) ۵۶/۴ lit/sec ۳) ۷۸/۹ lit/sec ۴) ۴۵/۵ lit/sec

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد آب در مخزن داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1 = \frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+H_l \Rightarrow H_l = Z_1 - Z_2 = Const$$

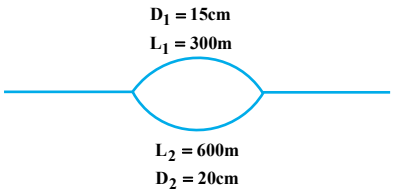
بنابراین H_l در هر دو حالت یکسان بوده و با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5} \qquad (H_l)_1 = \frac{8fLQ_1^2}{g\pi^2 D_1^5} \Rightarrow 3 = \frac{8\times 0/02\times 15Q_1^2}{9/81\times \pi^2\times (0/075)^5} \Rightarrow Q_1 = 16/95(\frac{lit}{S})$$

$$(H_l)_2 = \frac{8fLQ_2^2}{g\pi^2 D_2^5} \Rightarrow 3 = \frac{8\times 0/02\times 15Q_2^2}{9/81\times \pi^2\times (0/15)^5} \Rightarrow Q_2 = 95/87(\frac{lit}{S})$$

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 78/92(\frac{lit}{S})$$

مثال۹۳: دو لوله به صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. دبی کل عبوری از لوله ها $0/06 m^3/sec$ می‌باشد. دبی عبوری از هر لوله چقدر می‌باشد؟ $(\frac{f_1}{f_2} = 1/06)$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) $Q_2 = 0/0179\ m^3/sec \ , \ Q_1 = 0/0421\ m^3/sec$

۲) $Q_2 = 0/0395\ m^3/sec \ , \ Q_1 = 0/0205\ m^3/sec$

۳) $Q_2 = 0/0445\ m^3/sec \ , \ Q_1 = 0/0155\ m^3/sec$

۴) $Q_2 = 0/0359\ m^3/sec \ , \ Q_1 = 0/0241\ m^3/sec$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در لوله‌های موازی داریم:

$$\begin{cases}(H_l)_1 = (H_l)_2\\ Q_1+Q_2 = Q\end{cases}$$

با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5}$$

$$\frac{8f_1L_1Q_1^2}{g\pi^2D_1^5} = \frac{8f_2L_2Q_2^2}{g\pi^2D_2^5} \Rightarrow (\frac{Q_2}{Q_1})^2 = \frac{f_1}{f_2}\times\frac{L_1}{L_2}\times(\frac{D_2}{D_1})^5 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{1/06\times\frac{300}{600}\times(\frac{20}{15})^5} = 1/49$$

$$\begin{cases}Q_2 = 1/49Q_1\\ Q = Q_1+Q_2 = 0/06\end{cases} \Rightarrow Q_1 = 0/0241\ (\frac{m^3}{s}) \ , \ Q_2 = 0/0359\ (\frac{m^3}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۹۴: اگر در جریان آرام و نیز توربولنت در داخل لوله هر دو تنش برشی روی دیواره برابر فرض شود، نسبت گرادیان فشار جریان آرام به جریان توربولنت کدام است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از رابطه تعادل در جداره لوله و در راستای محور لوله داریم:

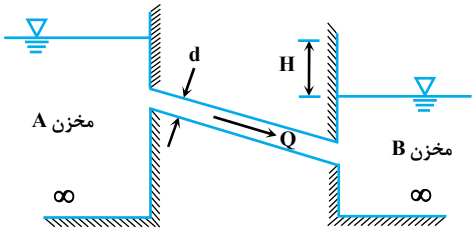
$$(\Delta P).A = \tau_w.A' \qquad (\Delta P)(\frac{\pi D^۲}{۴}) = \tau_w(\pi DL) \Rightarrow \frac{(\Delta P)}{L} = \frac{۴\tau_w}{D}$$

رابطه بالا برای هر دو جریان آرام و درهم صادق است.

بنابراین اگر تنش برشی روی دیواره برای هر دو جریان برابر باشد، گرادیان فشار هر دو جریان نیز یکسان خواهد بود.

مثال ۹۵: دو مخزن بی‌نهایت بزرگ مطابق شکل توسط لوله‌ای به قطر d به یکدیگر متصل شده‌اند و دبی Q در این لوله جریان دارد. اگر به جای این لوله از لولهٔ دیگری به قطر $\frac{d}{۲}$ استفاده شود، تلفات اصطکاکی در این لوله نسبت به حالت قبل چه تغییری می‌کند؟ (از تلفات موضعی در ورود و خروج صرف‌نظر کنید.)

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)



۱) تغییر نمی‌کند.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) با توجه به تغییر ضریب اصطکاک f، با این معلومات نمی‌توان نظر داد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد دو مخزن می‌توان میزان تلفات را محاسبه کرد:

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^۲}{۲} + gy_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^۲}{۲} + gy_B + h_l$$

$$gH = h_l$$

تلفات اصطکاکی در لوله فقط به اختلاف ارتفاع بین سطح آزاد دو مخزن بستگی داشته و از قطر لوله، دبی، طول و ... مستقل است. بنابراین در حالت دوم، تلفات اصطکاکی تغییر نمی‌کند.

مثال ۹۶: برای جریان کاملاً متلاطم (Complete Turbulent) در لوله‌ها، ضریب اصطکاک f تابعی است از: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

۱) زبری نسبی ۲) زبری مطلق ۳) عدد رینولدز ۴) زبری نسبی و عدد رینولدز

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به نمودار مودی و نکات بیان شده در متن درس، در جریان کاملاً درهم در لوله‌ها، ضریب اصطکاک فقط تابعی از زبری نسبی است.

مثال ۹۷: آب با دبی $۰/۱۲\frac{lit}{s}$ در درون لوله‌ای به قطر ۱۰ سانتی‌متر جریان دارد. تنش برشی را در دیواره لوله محاسبه کنید؟

$(\rho = ۱۰^۳ \frac{kgr}{m^۳}, \nu_{آب} = ۱۰^{-۶} \frac{m^۲}{s}, \pi = عدد ۳)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۵)

۱) $\tau = ۱/۲۸ \frac{N}{m^۲}$ ۲) $\tau = ۰/۰۲۵۶ \frac{N}{m^۲}$ ۳) $\tau = ۰/۰۰۱۲۸ \frac{N}{m^۲}$ ۴) $\tau = ۰/۰۰۲۵۶ \frac{N}{m^۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» **روش اول:** ابتدا عدد رینولدز را تعیین نموده تا نوع جریان از لحاظ آرام یا درهم بودن مشخص شود:

$$Re = \frac{۴ \times ۰/۱۲ \times ۱۰^{-۳}}{۳ \times ۰/۱ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۶۰۰$$

$$(Laminar)\ Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{۴Q}{\pi D^۲} \times \frac{D}{\nu} = \frac{۴Q}{\pi D\nu}$$

چون جریان آرام است، از رابطهٔ مقابل برای محاسبهٔ ضریب اصطکاک استفاده می‌شود:

$$f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴}{۱۶۰۰} = ۰/۰۴$$

$$h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} = \frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲ D^۵}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

از تعادل نیروها در دیواره لوله نتیجه می‌شود که:

$$\tau_w(\pi DL)=(\Delta P)(\frac{\pi D^2}{4}) \Rightarrow \tau_w=(\Delta P)\frac{D}{4L}$$

$$\tau_w=\frac{8\rho f LQ^2}{\pi^2 D^5}\times\frac{D}{4L}=\frac{2\rho f Q^2}{\pi^2 D^4} \Rightarrow \tau_w=\frac{2\times10^3\times0/04\times(0/12\times10^{-3})^2}{(3)^2(0/1)^4} \Rightarrow \tau_w=0/00128\ (\frac{N}{m^2})$$

روش دوم:

$$\tau_w=\frac{2\mu V_{max}}{R}\ ,\ V_{max}=2\bar{V} \Rightarrow \tau_w=\frac{4\mu\bar{V}}{R} \qquad \mu=V\rho=10^{-6}\times1000=10^{-3}\ (\frac{kg}{m.s})$$

$$A\bar{V}=Q \Rightarrow \bar{V}=\frac{Q}{A}=\frac{0/12\times10^{-3}}{\pi\times0/05^2}=0/016(\frac{m}{s}) \qquad \tau_w=\frac{4\times10^{-3}\times0/016}{0/05}=0/00128\ (\frac{N}{m^2})$$

مثال ۹۸: **افت فشار در یک خط لوله به قطر ۶۰ سانتی‌متر و طول ۱۵ متر برابر ۷۰ کیلوپاسکال می‌باشد. تنش برشی (Shear Stress) در بدنه لوله چند پاسکال است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

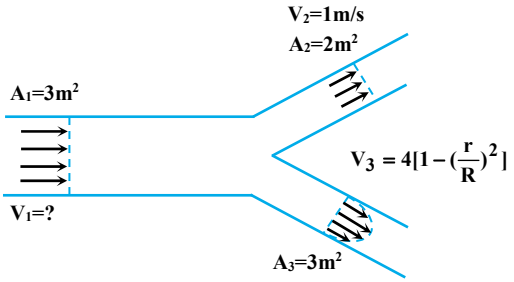
۱) ۴۲/۰ ۲) ۷۰/۰ ۳) ۴۲۰/۰ ۴) ۷۰۰/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از رابطهٔ تعادل در راستای محور لوله در بدنهٔ لوله نتیجه می‌شود که:

$$\tau_w.A'=(\Delta P).A \qquad \tau_w(\pi DL)=(\Delta P)\frac{\pi D^2}{4} \qquad \tau_w=\frac{D}{4L}(\Delta P)$$

$$\tau_w=\frac{0/6}{4\times15}\times700\times10^3 \Rightarrow \tau_w=700\ (Pa)$$

مثال ۹۹: **سیال تراکم‌ناپذیری در خط لولهٔ زیر جریان دارد. منحنی تغییرات سرعت در مقاطع ۱ و ۲ یکنواخت و در مقطع ۳ به صورت تابع درجه ۲ می‌باشد. سرعت در مقطع ۱ چند متر بر ثانیه است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{8}{3}$
۴) ۶/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای تعیین سرعت متوسط در لولهٔ شماره ۳، می‌توان از دو روش استفاده نمود.

$$\dot{m}_3=\int\rho\vec{V}.\vec{dA} \qquad \dot{m}_3=\rho\int_0^R 4[1-(\frac{r}{R})^2](2\pi r\,dr) \qquad \dot{m}_3=8\pi\rho(\frac{R^2}{2}-\frac{R^4}{4R^2})=2\pi\rho R^2$$

$$\dot{m}_3=\rho\bar{V}_3A_3 \qquad \bar{V}_3=\frac{2\pi\rho R^2}{\rho(\pi R^2)}=2\ (\frac{m}{s}) \qquad \text{روش دوم:} \qquad \text{جریان آرام در لوله (۳) :}\ \bar{V}_3=\frac{V_{max}}{2}=\frac{4}{2}=2\ (\frac{m}{s})$$

$$\text{جریان تراکم‌ناپذیر :}\ V_1A_1=V_2A_2+V_3A_3 \qquad \text{قانون بقای جرم :}\ \dot{m}_1=\dot{m}_2+\dot{m}_3$$

$$V_1(3)=1(2)+2(3) \Rightarrow V_1=\frac{8}{3}\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۱۰۰: **آب با سرعت $4\frac{m}{s}$ داخل لوله‌ای به قطر $0/05m$ جریان دارد. ضریب اصطکاک جریان داخل لوله ۰/۰۰۵ است. افت فشار در یک متر لوله چقدر است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) ۲۰۰ پاسکال ۲) ۸۰۰ پاسکال ۳) ۱۲۰۰ پاسکال ۴) ۳۲۰۰ پاسکال

www.modaresanesharif.ac.ir

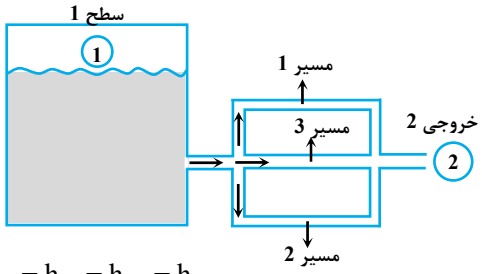
www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ میزان افت فشار عبارت است از: $h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$, $h_l = \frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow \Delta P = f\frac{L}{D}(\frac{1}{2}\rho V^2)$

$$\Delta P = 0/005 \times \frac{1}{0/05} \times \frac{1}{2} \times 1000 \times (4)^2 \Rightarrow \Delta P = 800\ (Pa)$$

مثال ۱۰۱: از سطح ۱ به خروجی ۲ رابطه بین افت انرژی اصطکاکی چگونه است؟ (فرض: قطر لوله‌های مسیر (۱ و ۲ و ۳) برابر و در ضمن طول لوله‌های مسیرهای (۱ و ۲ و ۳) برابر است.)

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $h_f = 2h_{f_3}$

۲) $h_f = h_{f_1} + h_{f_2}$

۳) $h_f = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3}$

۴) $h_f = h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» افت انرژی اصطکاکی در مسیرهای موازی یکسان است. لذا داریم: $h_f = h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3}$

مثال ۱۰۲: برای جاری شدن دسته‌ای از سیالات، می‌بایست مقدار تنش اعمال شده روی سیال از یک مقدار مشخص (τ_y) بیشتر باشد. چنان‌چه این سیال از لوله‌ای عبور کند، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نشان‌دهنده پروفایل سرعت این سیال در لوله در جریان آرام باشد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای جاری شدن سیال در داخل لوله، باید تنش اعمال شده از تنش تسلیم بیشتر باشد. لذا در هنگام جریان، هسته (Core) مرکزی جریان مانند جسم جامد حرکت می‌کند، یعنی لایه‌ها روی یکدیگر نمی‌لغزند و با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. ضمناً در روی جداره، سرعت صفر و در نزدیکی‌های جداره و تا رسیدن به تنش تسلیم، تغییرات سرعت وجود دارد.

مثال ۱۰۳: اگر سیالی که ویسکوزیته آن با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد در لوله‌ای جریان یابد، مقدار افت فشار آن در مقایسه با سیالی که ویسکوزیته آن ثابت است:

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) کمتر است. ۲) بیشتر است. ۳) تفاوتی نمی‌کند. ۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از رابطهٔ تعادل در راستای محور لوله در بدنهٔ لوله نتیجه می‌شود که:

$$(\Delta P)A = \tau . A' \qquad (\Delta P)(\pi r^2) = (\mu\frac{dV}{dr})(2\pi rL) \Rightarrow (\Delta P) = \mu\frac{dV}{dr}\frac{2L}{r}$$

افت فشار با ویسکوزیته رابطه مستقیم دارد، لذا با کاهش ویسکوزیته مقدار افت فشار نیز کمتر خواهد شد.

مثال ۱۰۴: در جریان آرام سیال در داخل لوله، ضریب تصحیح انرژی جنبشی (α) بیشتر از جریان درهم است. علت این تفاوت آن است که:

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) انتقال مومنتوم در جریان درهم بهتر صورت گرفته و توزیع سرعت یکنواخت‌تر است.

۲) اصطکاک سیال با دیواره لوله در جریان آرام کمتر است.

۳) سرعت در جریان درهم بیشتر است، پس ضریب تصحیح کاهش می‌یابد.

۴) انتقال مومنتم در جریان درهم به علت وجود eddyها با اشکال مواجه می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان درهم، انتقال ممنتوم بهتر صورت گرفته و توزیع سرعت، یکنواخت‌تر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۵: افت فشار در یک جریان مغشوش در داخل یک لوله: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) به طور مستقیم با سرعت جریان بستگی دارد.
۲) به طور تقریبی با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.
۳) به طور معکوس با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.
۴) به طور معکوس با جذر سرعت بستگی دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در جریان مغشوش داخل لوله، افت فشار به طور تقریبی با توان دوم سرعت تغییر می‌کند، زیرا:

در جریان درهم : $h_f \propto V^{1/5-2} \sim \quad h_f = \frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow \Delta P \sim V^{1/5-2}$

مثال ۱۰۶: در داخل لوله‌ای در حالت الف: جریان توسعه‌یافته آرام و در حالت ب: جریان توسعه‌یافته مغشوش داریم. چنانچه در هر دو حالت سرعت در مرکز لوله ($r = 0$) یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) دبی هر دو جریان مساوی است.
۲) دبی جریان مغشوش کمتر از دبی جریان آرام است.
۳) دبی جریان توسعه‌یافته مغشوش بیشتر از حالت آرام است.
۴) دبی جریان به آرام یا مغشوش بودن جریان بستگی ندارد.

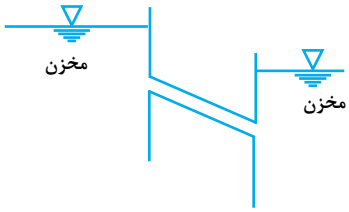
☑ **پاسخ:** گزینه«۳» توزیع سرعت در جریان توسعه یافته آرام (سهمی) و در جریان توسعه یافته درهم (پهن شده) در شکل زیر نشان داده شده است:

در جریان درهم: $\bar{V} = (0/8 \text{ تا } 0/82)V_{max}$ در جریان آرام: $\bar{V} = 0/5V_{max}$

با توجه به یکسان بودن V_{max} در هر دو جریان داریم:

$$\bar{V}_{\text{درهم}} > \bar{V}_{\text{آرام}} \quad , \quad Q = VA \Rightarrow Q_{\text{درهم}} > Q_{\text{آرام}}$$

مثال ۱۰۷: در جریان بین دو مخزن مطابق شکل زیر اگر قطر لوله دو برابر شود، دبی جریان چند برابر می‌شود؟ (عدد دارسی وایسباخ را ثابت فرض کنید) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)



۱) ۲
۲) ۸
۳) ۵/۶۶
۴) ۴/۲۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین سطح آزاد دو مخزن داریم:

$$\frac{P^{\nearrow 0}}{\gamma} + \frac{V_1^{2\nearrow 0}}{2g} + Z_1 = \frac{P^{\nearrow 0}}{\gamma} + \frac{V_2^{2\nearrow 0}}{2g} + Z_2 + H_l \Rightarrow H_l = Z_1 - Z_2 = \text{Const.}$$

با توجه به ثابت بودن H_l در هر دو حالت و استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5}$$

$$(H_l)_1 = (H_l)_2 \Rightarrow \frac{8fLQ_1^2}{g\pi^2 D_1^5} = \frac{8fLQ_2^2}{g\pi^2 D_2^5} \Rightarrow \left(\frac{Q_2}{Q}\right)^2 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 = (2)^5 = 32 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 5/66$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰۸: **دو لوله با قطر و طول و دبی یکسان داریم. لوله اولی از جنس سیمان و دومی از جنس شیشه کاملاً صاف می‌باشد. جریان آب در هر دو لوله ورقه‌ای (Laminar) و با لزجت یکسان است. کدام گزینه در خصوص افت انرژی در این دو لوله صحیح است؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) افت انرژی لوله سیمانی به علت تفاوت زبری، بیشتر است.

۲) چون لوله شیشه‌ای صاف است، جریان با سرعت بیشتر حرکت خواهد کرد و در نتیجه افت انرژی در آن بیشتر خواهد بود.

۳) با اطلاعات داده شده، اظهار نظر در خصوص مقایسه افت انرژی دو لوله امکان‌پذیر نیست.

۴) افت انرژی هر دو لوله یکسان است.

☑ **پاسخ:** گزینه«۴» با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ برای تعیین افت انرژی و نیز ضریب اصطکاک در جریان آرام داریم:

$$h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \quad , \quad f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{\frac{\rho VD}{\mu}}$$

بنابراین با توجه به یکسان بودن قطر، طول، دبی و لزجت در دو لوله، افت انرژی یکسان است.

مثال ۱۰۹: **جریان یک سیال لزج در داخل یک لوله با عدد رینولدز $R_e = 1500$ برقرار است. اگر طول لوله ۲۰ متر، قطر آن ۵ سانتی‌متر و لزجت سینماتیکی آن برابر $2\times10^{-5}\ \frac{m^2}{s}$ باشد، افت انرژی در طول لوله معادل چند متر خواهد بود؟ $(g = 9/81\ \frac{m}{sec^2})$** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) ۰/۲۱۱ متر ۲) ۰/۳۱۶ متر ۳) ۰/۴۷۴ متر ۴) ۰/۶۳۲ متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ برای تعیین افت انرژی داریم: $Re = 1500 < 2300$

$$H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

بنابراین جریان آرام است و داریم:

$$f = \frac{64}{Re} \qquad Re = \frac{VD}{V} \qquad 1500 = \frac{V\times5\times10^{-2}}{2\times10^{-5}} \Rightarrow V = 0/6\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$H_l = \frac{64}{Re}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad H_l = \frac{64}{1500}\times\frac{20}{5\times10^{-2}}\times\frac{(0/6)^2}{2\times9/81} \Rightarrow H_l = 0/313(m)$$

مثال ۱۱۰: **کدام عبارت ذیل معادل شیب خط انرژی سیال است؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) گرادیان پیزومتریک سیال در طول لوله

۲) گرادیان انرژی پتانسیل در طول لوله

۳) گرادیان مجموع انرژی جنبشی و پیزومتریک سیال در طول لوله

۴) گرادیان انرژی جنبشی سیال در طول لوله

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» خط انرژی نشان‌دهنده ارتفاع کلی $\left(\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z\right)$است. خط پیزومتریک نیز نشان‌دهنده ارتفاع $\left(\frac{P}{\gamma}+Z\right)$ است. بنابراین شیب خط انرژی عبارت از گرادیان مجموع انرژی جنبشی و پیزومتریک سیال در طول لوله است.

مثال ۱۱۱: **آب درون لوله‌ای با توزیع سرعت $u = u_{max}[1-(\frac{r}{R})^2]$ جاری است. تنش در دیواره بر حسب سرعت متوسط برابر است با:**

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۵)

۱) $\frac{4\mu\bar{u}}{R}$ ۲) $\frac{2\mu\bar{u}}{R}$ ۳) $\frac{\mu\bar{u}}{2R}$ ۴) $\frac{\mu\bar{u}}{6R}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

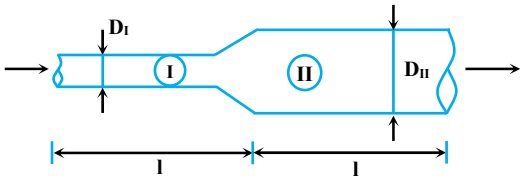
$$U = U_{max}[1-(\frac{r}{R})^2] \xrightarrow{\text{در جریان آرام}} \bar{U} = \frac{U_{max}}{2}$$

$$\tau = -\mu\frac{dU}{dr} \qquad \tau = -\mu U_{max}\left(-\frac{2r}{R^2}\right) \qquad \tau_{(r=R)} = \frac{2\mu U_{max}}{R} \Rightarrow \tau_{(r=R)} = \frac{4\mu\bar{U}}{R}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۲: دو لوله استوانه‌ای شکل به صورت افقی به هم متصل شده‌اند. در صورتی که طول هر دو برابر باشد و در لوله (I) افت فشار ۱۶ برابر لوله (II) باشد، با فرض جریان لایه‌ای کاملاً توسعه‌یافته، نسبت دو قطر لوله‌ها را محاسبه نمایید. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)



۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۴
۴) ۲

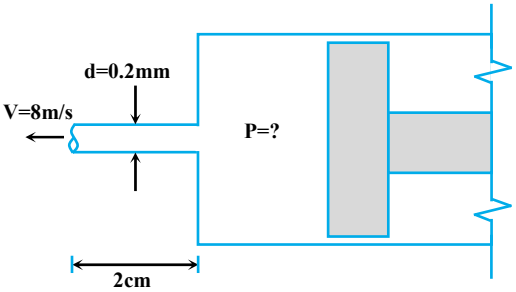
پاسخ: گزینه «۴» طبق رابطه پوازی، میزان افت فشار در حالت جریان آرام برابر است با: $(h_l)_I = ۱۶(h_l)_{II}$ (۲) ; $h_l = \frac{۱۲۸\mu LQ}{\rho\pi D^۴}$ (۱)

$$(۲),(۱) \Rightarrow \frac{۱۲۸\mu L_۱Q_۱}{\rho\pi D_۱^۴} = ۱۶ \times \frac{۱۲۸\mu L_۲Q_۲}{\rho\pi D_۲^۴} \quad , \quad L_۱ = L_۲$$

در لوله‌های سری، رابطهٔ دبی‌ها برابر است با: $Q_۱ = Q_۲$

$$\frac{D_۲^۴}{D_۱^۴} = ۱۶ \Rightarrow \frac{D_۲}{D_۱} = ۲$$

مثال ۱۱۳: مایعی با چگالی ۱/۰ و لزجت دینامیکی $\mu = ۰/۰۰۲ \frac{N.s}{m^۲}$ از محفظه‌ای توسط لوله‌ای به قطر ۲/۰ میلی‌متر و طول ۲ سانتی‌متر خارج می‌شود. در صورتی که سرعت خروجی ۸ متر بر ثانیه باشد، با فرض آرام یا ورقه‌ای بودن جریان در لوله، مقدار فشار در داخل محفظه را تعیین کنید. $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲} , \rho = ۱۰۰۰ \frac{kgr}{m^۳})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) ۲۵/۶kPa
۲) ۲۵۶kPa
۳) ۱۲۸kPa
۴) ۲۸۸kPa

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین نقطهٔ ۱ در داخل محفظه و نقطهٔ ۲ در خروجی سیال از لوله داریم:

$$\frac{P_۱}{\rho} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gy_۱ = \frac{P_۲}{\rho} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gy_۲ + h_l$$

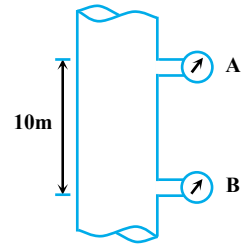
از میزان تلفات ناشی از انقباض صرف‌نظر نموده و با احتساب تلفات داخل لوله داریم:

رابطه پوازی (جریان آرام) : $h_l = \frac{۱۲۸\mu LQ}{\rho\pi D^۴} = \frac{۳۲\mu LV}{\rho D^۲}$

با قرار دادن h_l معلومات در رابطهٔ اصلاح شدهٔ برنولی نتیجه زیر به حاصل می‌شود:

$$P = \frac{\rho V^۲}{۲} + \frac{۳۲\mu LV}{D^۲} \qquad P = \frac{۱۰۰۰(۸)^۲}{۲} + \frac{۳۲ \times ۰/۰۰۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۲} \times ۸}{(۲ \times ۱۰^{-۴})^۲} \Rightarrow P = ۲۸۸ \times ۱۰^۳ \,(Pa) = ۲۸۸ \,(kPa)$$

مثال ۱۱۴: فشار در نقطهٔ A، ۱۰kPa و در نقطهٔ B، ۱۱/۵kPa است. جهت جریان: (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) جریانی وجود ندارد.
۲) به سمت پایین است.
۳) به سمت بالا است.
۴) به دلیل کافی نبودن اطلاعات لازم، تعیین آن ممکن نیست.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

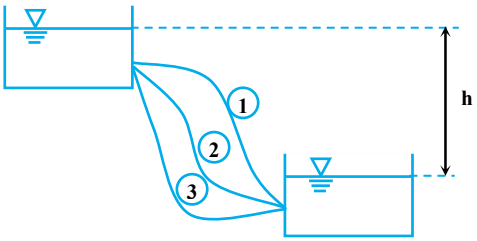
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای تعیین جهت جریان از خط تراز انرژی استفاده می‌شود و جریان از طرف هد بالاتر حرکت می‌کند. لذا داریم:

$$H_A = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + y_A \Rightarrow H_A = \frac{10\times10^3}{10^4} + \frac{V^2}{2g} + 10 = 11 + \frac{V^2}{2g}$$

$$H_B = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + y_B \Rightarrow H_B = \frac{11/5\times10^3}{10^4} + \frac{V^2}{2g} + 0 = 1/15 + \frac{V^2}{2g}$$

معادله پیوستگی : $V_A = V_B = V \Rightarrow H_A > H_B$ پس جهت جریان از A به B است (به سمت پایین).

مثال ۱۱۵: **در شکل زیر دو مخزن توسط سه لوله به هم متصل شده‌اند. در صورتی که کلیهٔ مشخصات لوله‌ها یکی باشد و فقط طول لوله شمارهٔ ۲ دو برابر طول لولهٔ شمارهٔ ۱ و طول لولهٔ شمارهٔ ۳ چهار برابر طول لولهٔ شمارهٔ ۱ باشد، کدام رابطه بین سرعت لوله‌ها برقرار است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) $V_1 = \sqrt{2}V_2 = 2V_3$

۲) $V_1 = 2V_2 = 4V_3$

۳) $V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}V_2 = \frac{1}{2}V_3$

۴) $V_1 = V_2 = V_3$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» سه لوله با هم موازی هستند و از طرفی اتلاف برای لوله‌های موازی یکسان است. لذا داریم:

$$(h_l)_1 = (h_l)_2 = (h_l)_3 \qquad f\frac{L_1}{D}\frac{V_1^2}{2} = f\frac{L_2}{D}\frac{V_2^2}{2} = f\frac{L_3}{D}\frac{V_3^2}{2}$$

$$L_1V_1^2 = L_2V_2^2 = L_3V_3^2 \qquad L_1V_1^2 = (2L_1)V_2^2 = (4L_1)V_3^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{2}V_2 = 2V_3$$

مثال ۱۱۶: **در جریان آرام در یک لوله اگر ضریب اصطکاک و گرادیان فشار ثابت بمانند و قطر لوله دو برابر شود، دبی جریان چند برابر می‌شود؟**
(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۴ ۴) ۱۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به رابطهٔ پوازی بر حسب دبی، می‌توان رابطهٔ دبی بر حسب تلفات و قطر لوله را به صورت زیر بیان کرد:

رابطه پوازی در جریان آرام داخل لوله : $h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{128\mu LQ}{\rho\pi D^4} \Rightarrow Q = \frac{\Delta P}{L}\frac{\pi D^4}{128\mu}$

با توجه به ثابت بودن اختلاف فشار داریم:

$$Q \sim D^4$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 = (2)^4 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 16$$

مثال ۱۱۷: **یک مایع نفتی با $SG = 0/85$ و $\nu = 1/8\times10^{-5}\ \frac{m^2}{sec}$ در درون لوله‌ای به طول L و قطر داخلی $10\,cm$ با دبی حجمی $0/5\ \frac{lit}{sec}$ در حال حرکت می‌باشد. سرعت ماکزیمم چند $\frac{m}{s}$ است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $u_{max} = 0/127$ ۲) $u_{max} = 0/508$ ۳) $u_{max} = 12/7$ ۴) $u_{max} = 127$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از رابطه بین دبی و سرعت متوسط داریم:

$$Q = VA \qquad V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4\times0/5\times10^{-3}}{\pi(0/1)^2} = 0/06366\ (\frac{m}{s})$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0/06366\times0/1}{1/8\times10^{-5}} = 353/7 \quad \text{(Laminar Flow)}$$

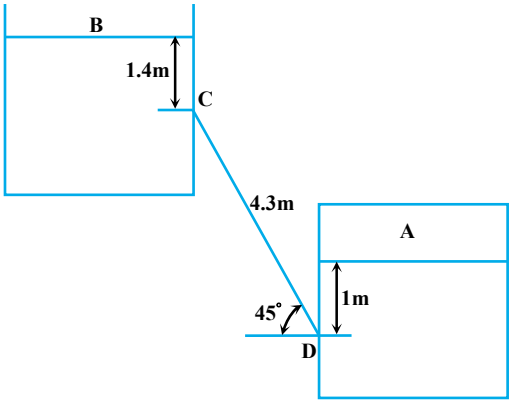
با معلوم بودن سرعت می‌توان عدد رینولدز را محاسبه کرده و نوع جریان را تشخیص داد:

با توجه به آرام بودن جریان، رابطهٔ بین سرعت ماکزیمم و سرعت متوسط عبارت است از: $V_{max} = 2\overline{V} = 2(0/06366) \Rightarrow V_{max} = 0/127\ (\frac{m}{s})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۱۸: لوله‌ای با قطر **d** تانک سربسته **A** را مطابق شکل به تانک سرباز **B** متصل می‌نماید. در صورتی که سیال درون هر یک از تانک‌ها آب با مشخصات $\mu = ۰/۰۰۰۸ \frac{kg}{m.sec}$ و $\rho = ۹۹۶/۴ \frac{kg}{m^۳}$ و فشار نسبی **A** برابر **۳۴/۵ kPa** باشد، جهت جریان را تعیین کنید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)



۱) جهت جریان از بالا به پایین است.

۲) جهت جریان از پایین به بالا است.

۳) جریانی وجود ندارد.

۴) جهت جریان به قطر لوله بستگی دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» جریان از هد کلی بیشتر به سمت هد کلی کمتر حرکت می‌کند. لذا داریم:

$$H_D = \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^۲}{۲g} + y_D \qquad H_D = \frac{۳۴/۵\times۱۰^۳}{۹۹۶/۴\times۹/۸۱} + \frac{V_D^۲}{۲g} + ۱ = ۴/۵۳ + \frac{V_D^۲}{۲g}$$

$$H_C = \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^۲}{۲g} + y_C \qquad y_C : ۴/۳\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \simeq ۳/۰۴m + ۱/۴ \Rightarrow H_C = ۴/۴۴m + \frac{V_C^۲}{۲g}$$

$V_D = V_C \Rightarrow H_D > H_C \Rightarrow$ پس جهت جریان از D به C است : معادلهٔ پیوستگی

مثال ۱۱۹: آب با سرعت ۵ متر بر ثانیه از لوله‌ای به سطح مقطع ۰/۵ متر مربع خارج می‌شود. اگر دانسیته آب ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد، توان موجود در این جت آب چند کیلووات است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۵/۶۲ ۲) ۳۱/۲۵ ۳) ۳۱۰/۱۵ ۴) ۶۲۰/۳۰

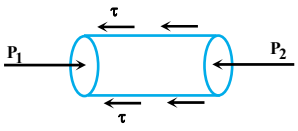
☑ **پاسخ:** گزینه«۲» برای محاسبه توان در جت آب از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$P = \frac{۱}{۲}\rho A V^۳ \qquad P = \frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰\times۰/۵\times(۵)^۳\times۱۰^{-۳} \Rightarrow P = ۳۱/۲۵\ (kw)$$

مثال ۱۲۰: جریانی از نفت خام در یک لوله به طول ۱۵ کیلومتر و قطر ۷۵ سانتی‌متر برقرار می‌باشد. اگر تنش مماسی (shear stress) وارد بر دیواره لوله ۱۰۰ پاسکال باشد، افت فشار در این خط چند مگاپاسکال خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲/۰ ۲) ۴/۰ ۳) ۸/۰ ۴) ۱۶/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از رابطهٔ تعادل در جدارهٔ لوله داریم:



$$\sum F_x = ۰ \qquad (\Delta P)A = \tau_w . A' \qquad (\Delta P)(\frac{\pi D^۲}{۴}) = \tau_w (\pi D L)$$

$$\Delta P = \tau_w \frac{۴L}{D} \Rightarrow \Delta P = ۱۰۰\times\frac{۴\times۱۵\times۱۰^۳}{۰/۷۵}\times۱۰^{-۶} \Rightarrow \Delta P = ۸\ (MPa)$$

مثال ۱۲۱: آب با دانسیتهٔ $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ از یک شیلنگ که به طور عمودی قرار گرفته است، با سرعت $۲۰ \frac{m}{s}$ خارج می‌شود. چنان‌چه آب تا ارتفاع **۱۵m** بالا رود، افت انرژی در مسیر چند $\frac{J}{kg}$ است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۰ ۲) ۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۸۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شده برنولی بین نقطهٔ ۱ در خروجی شلنگ و نقطهٔ ۲ در بالاترین نقطهٔ جریان داریم:

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+gz_1=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+gz_2+h_L$$

$$h_L=\frac{V^2}{2}-gh \qquad h_L=\frac{(20)^2}{2}-10(15)\Rightarrow h_L=50\ (\frac{j}{kg})$$

مثال ۱۲۲: روغنی با دانسیته $800\frac{kg}{m^3}$ در لوله‌ای افقی و صاف با قطر $10cm$ و عدد رینولدز ۸۰۰ و با افت فشار به ازاء واحد طول لوله $2000\frac{Pa}{m}$ در جریان است. سرعت روغن در لوله چند $\frac{m}{s}$ است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) $2/5\sqrt{10}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به افت فشار داده شده، از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ برای محاسبهٔ سرعت استفاده می‌شود. برای محاسبهٔ f باید ابتدا نوع جریان از نظر آرام یا درهم بودن مشخص شود. $(Laminar\ Flow)\ Re=800$

چون جریان آرام است، لذا داریم:

$$f=\frac{64}{Re}=\frac{64}{800}=0/08$$

$$h_l=\frac{\Delta P}{\rho}=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \qquad \frac{\Delta P}{L}=\frac{f}{D}(\frac{1}{2}\rho V^2)$$

$$2000=\frac{0/08}{0/1}\times\frac{1}{2}\times800V^2\Rightarrow V=2/5\ (\frac{m}{s})$$

مثال ۱۲۳: در معادله $\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z=cte$ جملات مختلف دارای چه واحدی هستند؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) ژول بر متر مکعب ۲) ژول بر ثانیه ۳) ژول بر کیلوگرم ۴) ژول بر نیوتن

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در معادله برنولی به صورت داده شده، کلیه جملات دارای واحد انرژی بر وزن یا در سیستم واحدهای بین‌المللی $(\frac{j}{N})$ هستند.

مثال ۱۲۴: اگر سرعت متوسط را با $\bar{u}$ و سرعت ماکزیمم در مرکز لوله را با u_{max} نشان دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر درست می‌باشد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) در جریان‌های آرام و درهم $\bar{u}=0/5u_{max}$ می‌باشد.

۲) در جریان‌های آرام و درهم $\bar{u}=0/82u_{max}$ می‌باشد.

۳) در جریان آرام $\bar{u}=0/82u_{max}$ و در جریان درهم $\bar{u}=0/5u_{max}$ می‌باشد.

۴) در جریان آرام $\bar{u}=0/5u_{max}$ و در جریان درهم $\bar{u}=0/82u_{max}$ می‌باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به مطالب بیان شده در متن درس، در جریان آرام $\bar{u}=0/5u_{max}$ و در جریان درهم $\bar{u}=0/82u_{max}$ است.

مثال ۱۲۵: در جریان لزج و آرام در شرایط Steady State، اگر سرعت چهار برابر گردد افت فشار ..... برابر می‌گردد.

(مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» طبق رابطهٔ پوازی بر حسب سرعت در جریان پایدار، لزج و آرام، افت فشار با سرعت رابطه مستقیم دارد:

$$\Delta P=\frac{32\mu LV}{D^2} \qquad V_2=4V_1\Rightarrow(\Delta P)_2=4(\Delta P)_1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۲۶: در جریان لزج، آرام و یکنواخت داخل لوله عدد رینولدز برابر ۳۲۰ می‌باشد. ضریب اصطکاک برابر با ..... است.

(مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ضریب اصطکاک در جریان آرام فقط تابعی از عدد رینولدز است، لذا داریم:

$$f=\frac{۶۴}{Re} \qquad f=\frac{۶۴}{۳۲۰}\Rightarrow f=۰/۲$$

مثال ۱۲۷: یک جریان آرام از سیالی درون لوله جریان دارد. اگر زبری نسبی لوله دو برابر گردد، ضریب اصطکاک چه تغییری می‌نماید؟

(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات» ـ آزاد ۸۶)

۱) نصف می‌شود. ۲) دو برابر می‌شود.

۳) ثابت می‌ماند. ۴) بستگی به قطر لوله و سرعت سیال دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در جریان آرام، ضریب اصطکاک فقط تابعی از عدد رینولدز بوده و به زبری نسبی لوله بستگی ندارد:

$$f=\frac{۶۴}{Re}$$

مثال ۱۲۸: یک گاز ایده‌آل با $R=۰/۲۷۸$ در دمای $۲۰^{\circ}C$ با سرعت $۴۵\frac{m}{s}$ در فشار $۱۰۰kpa$ از لوله‌ای عبور می‌نماید. اختلاف فشاری که برای اندازه‌گیری سرعت مورد استفاده قرار می‌گیرد چقدر است؟

(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات» ـ آزاد ۸۶)

۱) ۰/۸۵kPa ۲) ۱/۵kPa ۳) ۰/۵kPa ۴) ۱/۲kPa

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از رابطه برنولی بین دو نقطه‌ای که اختلاف فشار آن مدنظر است داریم:

$$\Delta P=\frac{۱}{۲}\rho V^{۲}$$

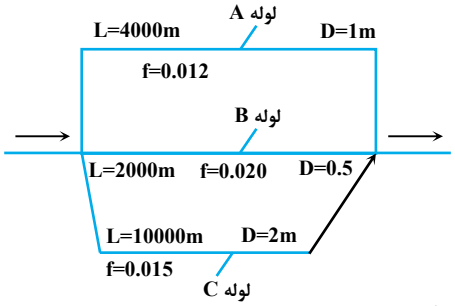
برای محاسبه ρ از معادله حالت گاز کامل استفاده می‌شود:

$$\rho=\frac{P}{RT}\Rightarrow \Delta P=\frac{PV^{۲}}{۲RT}$$

$$\Delta P=\frac{۱۰۰\times(۴۵)^{۲}}{۲\times۰/۲۷۸\times(۲۰+۲۷۳)}=۱۲۴۳\ (Pa)\Rightarrow \Delta P=۱/۲۴\ (kPa)$$

مثال ۱۲۹: در شکل زیر، آب از سمت چپ به راست در حال انتقال است. کدام لوله دارای بیشترین سرعت است؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) B

۲) C

۳) A

۴) با اطلاعات داده شده نمی‌توان مشخص نمود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» سه لوله با هم موازی هستند و در لوله‌های موازی میزان افت با هم برابرند. لذا داریم:

$$(h_l)_A=(h_l)_B=(h_l)_C$$

با قرار دادن میزان تلفات از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ در رابطهٔ فوق داریم:

$$f_A\frac{L_A}{D_A}\frac{V_A^{۲}}{۲}=f_B\frac{L_B}{D_B}\frac{V_B^{۲}}{۲}=f_C\frac{L_C}{D_C}\frac{V_C^{۲}}{۲}$$

$$۰/۰۱۲\times\frac{۴۰۰۰}{۱}\times\frac{V_A^{۲}}{۲}=۰/۰۲\times\frac{۲۰۰۰}{۰/۵}\times\frac{V_B^{۲}}{۲}=۰/۰۱۵\times\frac{۱۰۰۰۰}{۲}\times\frac{V_C^{۲}}{۲}$$

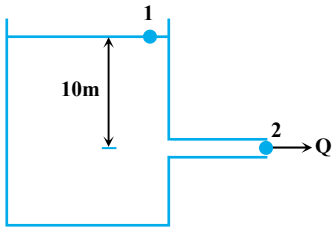
$$۲۴V_A^{۲}=۴۰V_B^{۲}=۳۷/۵V_C^{۲}\Rightarrow V_A>V_C>V_B$$

مثال ۱۳۰: در شکل زیر لوله‌ای به قطر ۱۵ سانتی‌متر، آب را از ۱۰ متری سطح آب در مخزن تخلیه می‌نماید. اگر افت ناشی از اصطکاک و ورود به لوله

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ متر باشد، دبی حجمی خروجی از مخزن چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) ۰/۴
۲) ۰/۰۴
۳) ۰/۵
۴) ۰/۱۷

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد مخزن و خروجی لوله داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2+H_l \qquad 10=\frac{V_2^2}{2\times 10}+5 \Rightarrow V_2=10\ (\frac{m}{s})$$

با تعیین سرعت جریان در داخل لوله و استفاده از رابطه بین دبی و سرعت داریم:

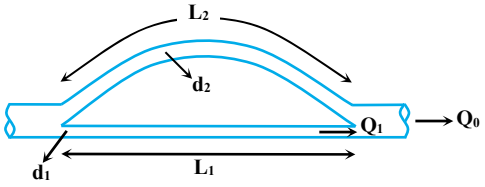
$$Q=V_2A \qquad Q=10\times\frac{\pi}{4}(0/15)^2 \Rightarrow Q=0/177\ (\frac{m^3}{s})$$

مثال ۱۳۱: کاویتاسیون در لوله حتماً وقتی به وجود می‌آید که: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) هیچ‌کدام ۲) جریان کاملاً آشفته باشد. ۳) فشار منفی باشد. ۴) سرعت بیش از ۴ متر بر ثانیه باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» فشار منفی شرط لازم برای ایجاد کاویتاسیون است و در واقع کاویتاسیون وقتی اتفاق می‌افتد که فشار به فشار بخار سیال مایع برسد و الزاماً هر فشار منفی با فشار بخار سیال مایع برابر نیست.

مثال ۱۳۲: در شکل زیر حرکت آب در لوله‌ها به صورت جریان آرام می‌باشد. اگر $Q_0 = 9$ ، $d_2 = 2d_1$ و $L_2 = 2L_1$ باشد، دبی در خط لوله ۱ ، Q_1 برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) ۳
۲) ۲/۵
۳) ۴/۸
۴) ۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در لوله‌های موازی رابطه بین افت انرژی و دبی عبوری عبارت است از: $(h_l)_1=(h_l)_2\ ,\ Q_1+Q_2=Q_0$

از طرف دیگر $h_l=\frac{\Delta P}{\rho}$ و ΔP از رابطهٔ پوازی برای جریان آرام داخل لوله به دست می‌آید. لذا داریم:

$$\frac{128\mu L_1Q_1}{\rho\pi d_1^4}=\frac{128\mu L_2Q_2}{\rho\pi d_2^4} \qquad \frac{L_1Q_1}{d_1^4}=\frac{(2L_1)Q_2}{(2d_1)^4} \Rightarrow Q_1=\frac{1}{8}Q_2\ ,\ Q_1+Q_2=9 \Rightarrow Q_1=1$$

مثال ۱۳۳: دو لوله به صورت موازی با مشخصات هیدرولیکی کاملاً مشابه آب را از نقطه A به نقطه B انتقال می‌دهند. اگر قطر یکی ۳ برابر دیگری باشد، نسبت تقریبی دبی که از دو لوله می‌گذرد، چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) ۲۵ ۲) ۱۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵/۶

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در لوله‌های موازی میزان تلفات با هم برابرند. لذا داریم: $(h_l)_1=(h_l)_2$

$$\frac{8fLQ_1^2}{\pi^2D_1^5}=\frac{8fLQ_2^2}{\pi^2D_2^5}$$

$$(\frac{Q_2}{Q_1})^2=(\frac{D_2}{D_1})^5 \qquad \frac{Q_2}{Q_1}=(\frac{3D_1}{D_1})^{\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1}=15/6$$

مثال ۱۳۴: کدام یک از عبارات زیر در خصوص توزیع تنش برشی در سیال در لوله‌ها صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱) توزیع به صورت $\tau = -\frac{dP}{dl}\frac{r}{۲}$ برای جریان‌های درهم و آرام و سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی است.

۲) توزیع به صورت $\tau = -\frac{dP}{dl}\frac{r}{۲}$ فقط برای جریان آرام سیالات نیوتنی است.

۳) توزیع به صورت $\tau = -\frac{dP}{dl}\frac{r}{۲}$ فقط برای جریان آرام و درهم سیال نیوتنی است.

۴) توزیع به صورت $\tau = -\frac{dP}{dl}\frac{r}{۲}$ فقط برای سیالات نیوتنی و در جریان درهم است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» رابطه $\tau = -\frac{r}{۲}\frac{\Delta P}{L}$ (توزیع تنش در جریان لوله‌ها) برای کلیه جریان‌ها (آرام و درهم) و فقط برای سیالات نیوتنی صادق است.

مثال ۱۳۵: **کدام یک از عبارات زیر در خصوص اصطکاک در لوله‌ها صحیح است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) ضریب اصطکاک در جریان درهم کمتر از ضریب اصطکاک در جریان آرام است.

۲) ضریب اصطکاک در جریان درهم بیشتر از ضریب اصطکاک در جریان آرام است.

۳) افت انرژی در جریان آرام همواره بیشتر از افت انرژی در جریان درهم است.

۴) افت انرژی در جریان درهم همواره بیشتر از افت انرژی در جریان آرام است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ضریب اصطکاک در جریان آرام تابعی از عدد رینولدز و در جریان درهم تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی است، بنابراین مقایسه آن‌ها امکان‌پذیر نیست. از طرف دیگر افت انرژی در جریان آرام تابعی از سرعت و در جریان درهم کاملاً زبر تابعی از مجذور سرعت است و در جریان درهم که کاملاً زبر نباشد تابعی از سرعت به توان (۲ – ۱/۵) می‌باشد، بنابراین افت انرژی در جریان درهم بیشتر از جریان آرام خواهد بود.

مثال ۱۳۶: **روغنی با دانسیته $۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$ در لوله‌ای صاف و افقی با طول ۲۰m و قطر ۵cm با عدد رینولدز ۱۶۰۰ و سرعت $۲\frac{m}{s}$ در جریان است. افت فشار به ازای واحد طول لوله چند $\frac{Pa}{m}$ است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۱۲۸۰ ۴) ۱۲/۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به عدد رینولدز داده شده جریان آرام است، لذا ضریب اصطکاک را می‌توان مستقیم از روی عدد رینولدز محاسبه کرد:

$$(\text{Laminar Flow})\ Re = ۱۶۰۰ \qquad f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴}{۱۶۰۰} = ۰/۰۴$$

با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ افت فشار عبارت است از:

$$h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad \frac{\Delta P}{L} = \rho\frac{f}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad \frac{\Delta P}{L} = ۸۰۰\times\frac{۰/۰۴}{۰/۰۵}\times\frac{(۲)^۲}{۲} \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = ۱۲۸۰\left(\frac{Pa}{m}\right)$$

مثال ۱۳۷: **در جریان آرام درون لوله‌ها اگر سرعت سیال و طول لوله نصف شوند و قطر تغییری ننماید، افت انرژی به ازای واحد طول لوله چند برابر خواهد شد؟**

(مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) تغییری نمی‌کند. ۴) ۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» طبق رابطهٔ پوازی برای جریان آرام درون لوله‌ها میزان افت فشار بر حسب سرعت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Delta P = \frac{۳۲\mu LV}{D^۲} \qquad h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{۳۲\mu LV}{\rho D^۲}$$

بنابراین افت فشار به ازای واحد طول لوله عبارت است از:

$$\frac{h_l}{L} = \frac{۳۲\mu V}{\rho D^۲} \qquad V_۲ = \frac{۱}{۲}V_۱ \Rightarrow \left(\frac{h_l}{L}\right)_۲ = \frac{۱}{۲}\left(\frac{h_l}{L}\right)_۱$$

مثال ۱۳۸: **کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) در جریان درهم در لوله‌ها طول ورودی بسیار کمتر از جریان آرام است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲) در جریان درهم در لوله‌ها طول ورودی بسیار بیشتر از جریان آرام است.
۳) طول ورودی در جریان آرام و درهم در لوله‌ها برابر است.
۴) طول ورودی در لوله‌ها مقدار ثابتی است که فقط به قطر لوله وابسته است و ربطی به نوع جریان ندارد.

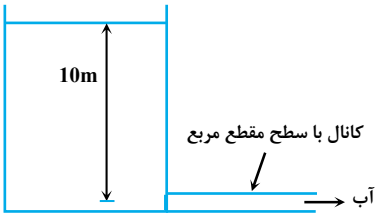
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان درهم، لایه‌های مرزی سریع‌تر رشد کرده و کل مقطع لوله را در بر می‌گیرند، لذا طول ورودی بسیار کمتر از جریان آرام است. با استفاده از روابط موجود، در جریان آرام طول ورودی تابعی از عدد رینولدز به توان یک و در جریان درهم تابعی از عدد رینولدز به توان $\frac{۱}{۶}$ است، پس طول ورودی در جریان درهم از جریان آرام کمتر است.

مثال ۱۳۹: **در جریان درهم درون لوله‌ها توزیع سرعت بسیار به توزیع Plug Flow نزدیک است. دلیل این امر کدام یک از موارد زیر است؟** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) Eddyهای موجود در جریان، فلاکس انتقال مومنتوم را به شدت افزایش می‌دهند و اختلاف سرعت نقاط مختلف را از بین می‌برند.
۲) Eddyها سرعت سیال را افزایش داده و اختلاف سرعت را در نقاط مختلف از بین می‌برند.
۳) Eddyها در نزدیک دیواره بسیار فعال هستند و اختلاف سرعت نزدیک دیواره و سایر نقاط را از بین می‌برند.
۴) Eddyها ضخامت زیرلایه ویسکوزیته را کاهش داده و سرعت در نقاط مختلف برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» گردابه‌های موجود در جریان درهم داخل لوله‌ها، فلاکس انتقال مومنتوم را به شدت افزایش داده و اختلاف سرعت نقاط مختلف را از بین می‌برند.

مثال ۱۴۰: **در شکل زیر سطح آب در تانک ثابت نگه داشته شده است. تانک به مجرایی با سطح مقطع مربع به ضلع ۱۰cm وصل شده است. اگر افت انرژی در مجرای با سطح مقطع مربع ۵m باشد، دبی آب خروجی از تانک چند $\frac{m^۳}{s}$ است؟ $(\alpha = ۱ \ , \ g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$** (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)



۱) $۰/۰۱\sqrt{۱۰}$
۲) $۰/۱\sqrt{۱/۹}$
۳) ۰/۱
۴) ۰/۰۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد آب در تانک و خروجی لوله داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+y_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+y_۲+H_l \quad ; \quad ۱۰=\frac{V_۲^۲}{۲\times ۱۰}+۵ \Rightarrow V_۲=۱۰(\frac{m}{s})$$

با محاسبه سرعت و استفاده از رابطهٔ بین دبی و سرعت متوسط، می‌توان میزان دبی عبوری از مقطع مربع شکل را محاسبه کرد:

$$Q=V_۲A \qquad Q=۱۰\times(۰/۱)^۲ \Rightarrow Q=۰/۱\ (\frac{m^۳}{s})$$

مثال ۱۴۱: **اگر بخواهیم به جای دو لوله سری با ضرایب اصطکاک یکسان و با مشخصات $(L_۱,d_۱)$ و $(L_۲,d_۲)$ از یک لوله با همان ضریب اصطکاک ولی با مشخصات (L , D) استفاده کنیم، به طوری که همان دبی و افت را داشته باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۷)

۱) $L=D^۳(\frac{L_۱}{d_۱^۳}+\frac{L_۲}{d_۲^۳})$
۲) $D^۳=L(\frac{d_۱^۳}{L_۱}+\frac{d_۲^۳}{L_۲})$
۳) $L=D^۵(\frac{L_۱}{d_۱^۵}+\frac{L_۲}{d_۲^۵})$
۴) $D^۵=L(\frac{d_۱^۵}{L_۱}+\frac{d_۲^۵}{L_۲})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در لوله‌های سری میزان افت کل برابر با مجموع افت در هر یک از لوله‌ها است:

در لوله‌های سری $\begin{cases} h_l=(h_l)_۱+(h_l)_۲ \\ Q=Q_۱=Q_۲ \end{cases}$ (۱) ; $h_l=\frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D^۵}$ (رابطه دارسی ـ ویسباخ)

با قرار دادن افت از رابطه دارسی ـ ویسباخ بر حسب دبی در رابطه (۱) داریم:

$$\frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D^۵}=\frac{۸fL_۱Q^۲}{\pi^۲d_۱^۵}+\frac{۸fL_۲Q^۲}{\pi^۲d_۲^۵} \qquad \frac{L}{D^۵}=\frac{L_۱}{d_۱^۵}+\frac{L_۲}{d_۲^۵} \qquad L=D^۵(\frac{L_۱}{d_۱^۵}+\frac{L_۲}{d_۲^۵})$$

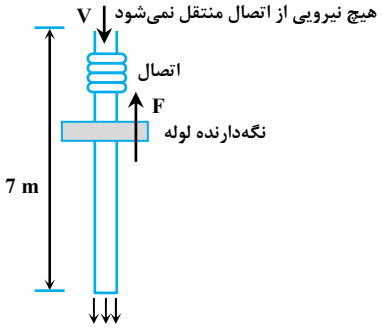
مثال ۱۴۲: **لوله‌ای به قطر ۴cm و طول ۷ متر به صورت عمودی قرار گرفته است و روغنی با چگالی $s=۰/۸$ و $\mu=۰/۱\frac{N.s}{m^۲}$ با سرعت متوسط ۳ متر بر ثانیه از انتهای لوله تخلیه می‌شود. اگر وزن لوله $۶۰\pi N$ باشد، نیرویی که برای نگه‌داری لوله لازم می‌باشد، بر حسب نیوتن چقدر است؟**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ ، $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kgr}{m^۳}$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۷)



۱) $۴۳/۲\pi$

۲) ۶۰π

۳) $۶۷/۲\pi$

۴) $۷۶/۸\pi$

☑ **پاسخ:** گزینه«۴» با استفاده از معادله مومنتم در راستای y داریم:

$$y-Mom.: \ F_y - P_۱A + P_۲A - W = (-V)(-\dot{m}) + (-V)(\dot{m}) = ۰ \qquad (۱)$$

ابتدا برای تشخیص نوع جریان، عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{۰/۸ \times ۱۰۰۰ \times ۳ \times ۰/۰۴}{۰/۱} = ۹۶۰ \ (Laminar\ Flow)$$

چون جریان آرام است، ضریب اصطکاک فقط تابعی از عدد رینولدز است. لذا داریم:

$$f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴}{۹۶۰} = \frac{۱}{۱۵}$$

مقدار افت فشار از رابطه دارسی ـ ویسباخ محاسبه می‌شود:

$$h_l = \frac{P_۱ - P_۲}{\rho} = f \frac{L}{D} \frac{V^۲}{۲} \qquad P_۱ - P_۲ = ۰/۸ \times ۱۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۵} \times \frac{۷}{۰/۰۴} \times \frac{(۳)^۲}{۲} = ۴۲۰۰۰ \ (Pa)$$

با قراردادن در رابطهٔ ۱ نیروی F_y محاسبه می‌شود:

$$F_y = ۴۲۰۰۰ \times \frac{\pi}{۴}(۰/۰۴)^۲ + ۶۰\pi = ۷۶/۸\pi \ (N)$$

$$K_y = -F_y \ , \ R_y = -K_y \qquad R_y = ۷۶/۸\pi \ (N)$$

مثال ۱۴۳: **در دو لوله با قطر یکسان و زبری‌های متفاوت، جریان سیال ویسکوز با $Re = ۴۵۳$ برقرار است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد افت فشار در واحد طول صحیح است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)

۱) افت فشار در واحد طول برای لوله زبرتر کمتر است.

۲) افت فشار در واحد طول برای هر دو لوله برابر است.

۳) افت فشار در واحد طول برای لوله زبرتر بیشتر است.

۴) افت فشار در واحد طول برای لوله زبرتر ممکن است بیشتر یا کمتر باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ابتدا از روی عدد رینولدز داده شده نوع جریان از لحاظ آرام یا درهم بودن مشخص می‌شود:

$$Re = ۴۵۳ < ۲۳۰۰ \ (Laminar\ Flow) \qquad ; \qquad f = \frac{۶۴}{Re}$$

در جریان آرام، ضریب اصطکاک فقط تابع عدد رینولدز بوده و مستقل از زبری لوله است. لذا داریم:

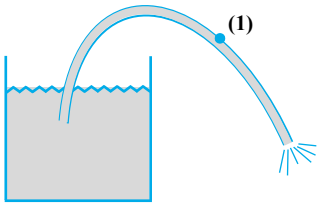
$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{V^۲}{۲} \qquad f_۱ = f_۲ \ , \ L_۱ = L_۲ = ۱ \ , \ D_۱ = D_۲ \ , \ (Re)_۱ = (Re)_۲ \Rightarrow V_۱ = V_۲ \Rightarrow (h_l)_۱ = (h_l)_۲$$

مثال ۱۴۴: **آب از یک مخزن توسط یک شیلنگ مطابق شکل سیفون می‌شود. اگر در نقطه (۱) سوراخی ایجاد شود، کدام یک از موارد زیر صادق است؟**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

(از افت انرژی به علت اصطکاک صرف‌نظر شود.) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) بستگی به اندازه قطر و طول لوله دارد.

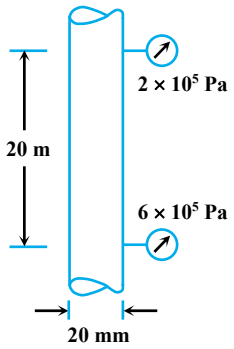
۲) آب از لوله به بیرون نشت می‌کند.

۳) بستگی به موقعیت سوراخ ندارد.

۴) هوا به داخل لوله مکیده می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» بسته به موقعیت سوراخ ایجاد شده، ممکن است جریان قطع شده و یا برقرار شود. بنابراین گزینه «۳» صادق نیست.

مثال ۱۴۵: سیالی ($\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$, $\mu = ۰/۲ \frac{kg}{m.s}$) در لوله نشان داده شده به قطر ۲۰mm با رژیم آرام در جریان است. جهت جریان و سرعت جریان در لوله را مشخص کنید. ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) از پایین به بالا، سرعت $\frac{۵}{۴} \frac{m}{s}$

۲) از بالا به پایین، سرعت $\frac{۵}{۸} \frac{m}{s}$

۳) از بالا به پایین، سرعت $\frac{۵}{۴} \frac{m}{s}$

۴) از پایین به بالا، سرعت $\frac{۵}{۸} \frac{m}{s}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای تعیین جهت جریان، هد کل در بالا و پایین لوله را محاسبه کرده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$H = \frac{P}{\gamma} + y + \frac{V^۲}{۲g}$$

در پایین: $H_۱ = \frac{۶ \times ۱۰^۵}{۱۰۰۰۰} + ۰ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۶۰ + \frac{V_۱^۲}{۲g}$

در بالا: $H_۲ = \frac{۲ \times ۱۰^۵}{۱۰۰۰۰} + ۲۰ + \frac{V_۲^۲}{۲g} = ۴۰ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$Q_۱ = Q_۲ \ , \ D_۱ = D_۲ \Rightarrow V_۱ = V_۲ = V$$

بنابراین $H_۱ > H_۲$ بوده و جهت جریان از پایین به بالا است. با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین پایین و بالا لوله داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + y_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + y_۲ + H_l \Rightarrow ۶۰ + \frac{V^۲}{۲g} + H_l \Rightarrow H_l = ۲۰ (m)$$

با استفاده از رابطه پوازی در جریان آرام داخل لوله‌ها داریم:

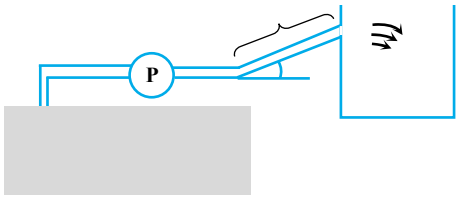
$$H_l = \frac{۳۲ \mu L V}{\rho g D^۲} \qquad ۲۰ = \frac{۳۲ \times ۰/۲ \times ۲۰ V}{۱۰۰۰ \times ۱۰ (۰/۰۲)^۲} \Rightarrow V = \frac{۵}{۸} (\frac{m}{S})$$

مثال ۱۴۶: در شکل نشان داده شده پمپ هم‌سطح آب بوده و دبی آن ۱۰۰ لیتر بر ثانیه و توان آن ۲۰kw است. با فرض این که تلفات سیستم معادل

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲ متر باشد، حداکثر طول ℓ چقدر است؟ (وزن حجمی آب $10000\frac{N}{m^3}$) (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)



۱) ۴۴ متر
۲) ۳۶ متر
۳) ۴۰ متر
۴) ۲۰ متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله انرژی بین سطح آزاد آب قبل از پمپ و خروجی آن از مخزن داریم:

$$P=\gamma Q H_P \qquad H_P=\frac{20\times10^3}{10000\times100\times10^{-3}}=20(m)$$

$$H_P=\Delta y+H_l \Rightarrow 20=\ell\sin30^\circ+2 \qquad \ell=36(m)$$

مثال ۱۴۷: با استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ می‌توان نشان داد که اگر قطر لوله‌ای به میزان ۲۰% کوچک‌تر شود ولی سایر کمیات ثابت بماند، افت اصطکاکی در این لوله: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) چهار برابر می‌شود. ۲) ۲/۵ برابر می‌شود. ۳) سه برابر می‌شود. ۴) ۱/۲۵ برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ بر حسب دبی، رابطه بین میزان تلفات و قطر عبارت است از:

$$h_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}=\frac{8fLQ^2}{\pi^2D^5} \qquad \frac{(h_l)_2}{(h_l)_1}=(\frac{D_1}{D_2})^5=(\frac{D_1}{0/8D_1})^5 \qquad \frac{(h_l)_2}{(h_l)_1}\simeq3$$

مثال ۱۴۸: ضریب اصطکاک برای جریان آرام درون یک لوله برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{64}{Re}$ ۲) $\frac{16}{Re}$ ۳) $64Re^{\frac{1}{4}}$ ۴) $46Re^{\frac{1}{4}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ضریب اصطکاک برای جریان آرام درون یک لوله، $f=\frac{64}{Re}$ است.

مثال ۱۴۹: دو مخزن آب از طریق شبکه لوله‌ای شامل دو لوله A و B با ضریب اصطکاک و طول یکسان که به طور سری قرار گرفته‌اند با یکدیگر ارتباط دارند. اگر قطر لوله A، ۲۰% بیشتر از قطر لوله B باشد، نسبت افت هد در لوله A به افت هد در لوله B چقدر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در لوله‌های سری دبی عبوری از تمام لوله‌ها با هم برابر بوده و میزان تلفات با استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ عبارت است از:

$$h_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}=\frac{8fLQ^2}{\pi^2D^5} \qquad f_A=f_B\ ,\ L_A=L_B$$

$$Q_A=Q_B \quad , \quad D_A=1/2D_B \Rightarrow \frac{(h_l)_A}{(h_l)_B}=(\frac{D_B}{D_A})^5=(\frac{1}{1/2})^5=0/4$$

مثال ۱۵۰: طول معادل برای اتصالات لوله عبارت است از: (f = ضریب اصطکاک لوله، D = قطر لوله، L = طول لوله، k = ضریب افت موضعی، u = سرعت آب در لوله) (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)

۱) $\frac{kf}{D}$ ۲) $k\frac{u^2}{2g}$ ۳) $f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2g}$ ۴) $\frac{kD}{f}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» طول معادل عبارت از طولی است که میزان افت در دو حالت با هم برابر باشند. لذا داریم:

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2g}=k\frac{u^2}{2g}\Rightarrow L_{eq}=\frac{kD}{f}$$

مثال ۱۵۱: کدام گزینه صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱) اتلاف انرژی در تمامی لوله‌های موازی یکسان می‌باشد.

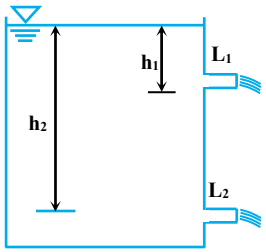
۲) اتلاف انرژی در لوله‌های موازی برابر با مجموع اتلاف انرژی در هر یک از لوله‌ها است.

۳) علت تشکیل لایه مرزی عدم وجود نیروی تنش برشی است.

۴) نیروی درگ با انرژی جنبشی سیال نسبت عکس دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» اتلاف انرژی در کلیه لوله‌های موازی واقع در صفحه یکسان است.

مثال ۱۵۲: **مطابق شکل، اگر $h_2 = 4h_1$ و دو لوله از نظر جنس و قطر یکسان باشند، برای این که نرخ جریان آب به صورت $Q_2 = 2Q_1$ باشد، می‌بایست کدام رابطه برقرار باشد؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۸)



۱) $L_1 = 2L_2$

۲) $L_1 = L_2$

۳) $L_2 = 2L_1$

۴) $L_2 = 4L_1$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» از طریق نسبت دبی می‌توان نسبت سرعت در دو لوله را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$Q_2 = 2Q_1 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 2 \Rightarrow \frac{V_2 A_2}{V_1 A_1} = 2 \qquad \text{قطر یکسان لوله‌ها: } A_1 = A_2 \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

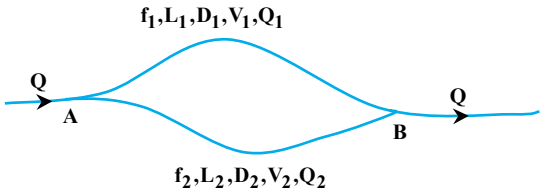
معادله اصلاح‌شدهٔ برنولی بین سطح آزاد آب و خروجی آب از لوله، سرعت خروجی مجرا عبارت است از:

$$\cancel{\frac{P_0}{\rho}}^{\circ} + \cancel{\frac{V_0^2}{2}}^{\circ} + gy_0 = \cancel{\frac{P_1}{\rho}}^{\circ} + \frac{V_1^2}{2} + \cancel{gy_1}^{\circ} + f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2}$$

$$\begin{cases} gh_1 = \dfrac{V_1^2}{2}\left(1 + f_1 \dfrac{L_1}{D_1}\right) \\ gh_2 = \dfrac{V_2^2}{2}\left(1 + f_2 \dfrac{L_2}{D_2}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2}\left(\frac{1 + f\dfrac{L_2}{D}}{1 + f\dfrac{L_1}{D}}\right) \qquad \text{جنس و قطر یکسان: } f_1 = f_2 = f$$

با توجه به این که $h_2 = 4h_1$ است، اگر بخواهیم که $V_2 = 2V_1$ شود، باید $L_1 = L_2$ باشد.

مثال ۱۵۳: **دو لوله موازی مطابق شکل برای انتقال آب استفاده می‌شوند. مشخصات هر کدام در کنار لوله نوشته شده است. کل اتلاف انرژی بین نقاط A و B در واحد زمان بر حسب ژول چقدر است؟ (γ وزن حجمی سیال)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $\gamma Q_1 \left(\dfrac{f_1 L_1}{D_1}\dfrac{V_1^2}{2g} + \dfrac{f_2 L_2}{D_2}\dfrac{V_2^2}{2g}\right)$

۲) $\gamma Q \left(\dfrac{f_1 L_1}{D_1}\dfrac{V_1^2}{2g} + \dfrac{f_2 L_2}{D_2}\dfrac{V_2^2}{2g}\right)$

۳) $\gamma Q_1 \left(\dfrac{f_1 L_1}{D_1}\dfrac{V_1^2}{2g}\right)$

۴) $\gamma Q \left(\dfrac{f_1 L_1}{D_1}\dfrac{V_1^2}{2g}\right)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در لوله‌های موازی میزان تلفات در دو لوله با هم برابر بوده و داریم:

$$(H_l)_1 = (H_l)_2 \qquad \text{توان تلف شده: } P = \gamma Q H_l$$

با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین نقاط A و B داریم:

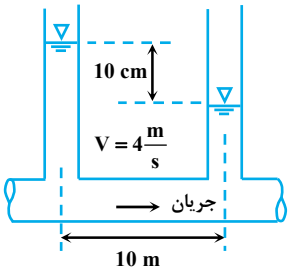
$$H_l = f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow P = \gamma Q\left(\frac{f_1 L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g}\right)$$

مثال ۱۵۴: **جریان سیال با سرعت ثابت $4/0 \frac{m}{s}$ در یک لوله افقی به قطر $0/2m$ در حرکت است. اگر مطابق شکل تراز سطح سیال در دو پیزومتری که به**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فاصله ۱۰m نصب شده‌اند، ۱۰cm اختلاف داشته باشد، تنش برشی در جداره داخلی لوله چقدر است؟ (γ وزن حجمی سیال) (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{\gamma}{۱۰۰۰}$

۲) $\frac{\gamma}{۲۰۰۰}$

۳) $\frac{۳\gamma}{۲۰۰۰}$

۴) $\frac{\gamma}{۴۰۰۰}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از تعادل نیروها در راستای محور لوله داریم:

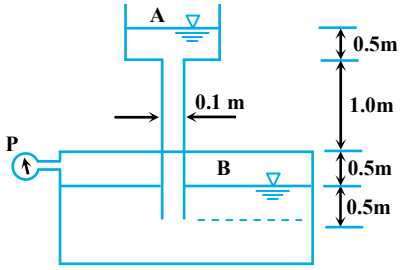
$$(\Delta P)(\frac{\pi D^۲}{۴}) = \tau_w(\pi DL) \Rightarrow \tau_w = \frac{(\Delta P)D}{۴L}$$

با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین دو محلی که به فاصلهٔ ۱۰ m از هم قرار دارند، داریم:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = H_l = ۱۰(cm) = ۰/۱\ (m) \qquad \tau_w = \frac{\gamma(۰/۱)(۰/۲)}{۴(۱۰)} \Rightarrow \tau_w = \frac{\gamma}{۲۰۰۰}$$

مثال ۱۵۵: **مخازن بسیار عریض A و B در شکل زیر نشان داده شده است. در صورتی که فشار گیج در مخزن B برابر ۲۷۶kPa بوده و لزجت دینامیکی سیال برابر π پاسکال ثانیه باشد، مقدار دبی انتقالی بین دو مخزن بر حسب لیتر در ثانیه چقدر است؟ (از افت‌های موضعی صرف‌نظر شود.)**

$\left(\gamma = ۱۰۰۰۰\frac{N}{m^۳}, g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)



۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰

۴) ۱۰۰۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به جهت جریان (از B به A)، با استفاده از معادله اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد دو مخزن داریم:

$$\frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^۲}{۲} + g y_B = \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^۲}{۲} + g y_A + h_l \qquad \frac{۲۷۶\times۱۰^۳}{۱۰۰۰} = ۱۰(۲) + h_l \qquad h_l = ۲۵۶$$

جریان را آرام فرض کرده و با استفاده از رابطهٔ پوازی بر حسب دبی عبوری داریم:

$$h_l = \frac{۱۲۸\mu LQ}{\rho\pi D^۴} \qquad Q = \frac{۲۵۶\times۱۰۰۰\times\pi\times(۰/۱)^۴}{۱۲۸\times\pi\times۲} \qquad Q = ۰/۱(\frac{m^۳}{s}) = ۱۰۰(\frac{lit}{s})$$

حال با استفاده از دبی، عدد رینولدز را محاسبه کرده تا بررسی شود که آیا فرض آرام بودن جریان صحیح است یا خیر:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{\rho(\frac{۴Q}{\pi D^۲})Q}{\mu} = \frac{۴\rho D}{\pi D\mu} \qquad Re = \frac{۴\times۱۰۰۰\times۰/۱}{\pi\times۰/۱\times\pi} = ۴۰۰ < ۲۳۰۰\ (\text{Laminar Flow})$$

بنابراین فرض جریان آرام صحیح است.

مثال ۱۵۶: **با توجه به دیاگرام مودی، کدام عبارت صحیح است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱) ضخامت زیرلایه آرام در ناحیه انتقالی تقریباً برابر ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۲) ضخامت زیرلایه آرام در ناحیه انتقالی بیشتر از ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۳) ضخامت زیرلایه آرام در ناحیه انتقالی کمتر از ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۴) هیچ کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ضخامت زیرلایه آرام (Viscous Sublayer) در ناحیه انتقالی (Transition) بیشتر از ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته (Fully Turbulent) است. (چون درهمی بالا، باعث کاهش ضخامت زیرلایه آرام می‌شود.)

مثال ۱۵۷: **در جریان ورقه‌ای در داخل لوله‌ها، تغییرات تنش برشی در اثر لزجت سیال در جهت شعاعی به صورت زیر می‌باشد؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) به صورت سهمی و صفر در محور لوله

۲) به صورت خطی و صفر در روی جدار

۳) به صورت سهمی و صفر در روی جدار

۴) به صورت خطی و صفر در محور لوله

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» پروفیل سرعت در جریان آرام در داخل لوله عبارت است از:

$$V=\frac{P_1-P_2}{4\mu L}\left(\frac{D^2}{4}-r^2\right)$$

با مشتق‌گیری از پروفیل سرعت نسبت به شعاع و قراردادن آن در رابطهٔ تنش برشی، داریم:

$$\tau=\mu\frac{dv}{dr} \qquad \tau=\mu\left[\frac{\Delta P}{4\mu L}(-2r)\right] \qquad \tau=-\frac{r}{2}\frac{\Delta P}{L}$$

بنابراین تغییرات τ نسبت به r به صورت خطی است و در روی محور لوله $(r=0)$ تنش برابر صفر است.

مثال ۱۵۸: **مقدار تنش برشی که سیال به دیواره‌های اطراف خود اعمال می‌کند ..... می‌باشد.** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) برای سیالات نیوتنی متناسب با توان دو سرعت سیال

۲) برای هر سیال متناسب با اختلاف سرعت سیال و دیواره

۳) برای هر سیال متناسب با توان دو اختلاف سرعت سیال و دیواره

۴) برای سیالات نیوتنی متناسب با توان دو اختلاف سرعت سیال و دیواره

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» مقدار تنش برشی که سیال به دیواره‌های اطراف خود اعمال می‌کند، برای هر سیال متناسب با توان دوم اختلاف سرعت سیال و دیواره است.

مثال ۱۵۹: **آب در یک لوله با قطر ۵۰ میلی‌متر با دبی حجمی $0/015\frac{m^3}{s}$ جریان دارد. اگر افت فشار در این لوله $12000\frac{Pa}{m}$ باشد، ضریب اصطکاک در این لوله چقدر است؟** $(\pi=3\ ,\ \rho_w=1000\frac{kg}{m^3})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1/5}{640}$ ۲) $\frac{3}{640}$ ۳) $\frac{5}{640}$ ۴) $\frac{3}{64}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از رابطهٔ دبی، سرعت عبوری آب از داخل لوله عبارت است از:

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4\times 0/015}{3(0/05)^2}=8\left(\frac{m}{s}\right)$$

با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ میزان تلفات برابر است با:

$$h_l=\frac{\Delta P}{\rho}=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$$

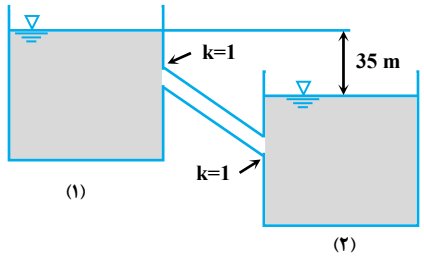
$$\frac{\Delta P}{L}=(4c_f)\frac{\rho}{D}\frac{V^2}{2} \qquad 12000=c_f\times\frac{4\times 1000}{0/05}\times\frac{(8)^2}{2} \qquad c_f=\frac{3}{640}$$

مثال ۱۶۰: **مطابق شکل آب از مخزن ۱ به ۲ جریان دارد که لوله بین دو مخزن به طول ۵۰ متر و قطر ۵۰mm می‌باشد. اگر ضریب اصطکاک در**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

لوله ۰/۰۰۵ باشد، سرعت در لوله چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۵
۴) ۱۰۰

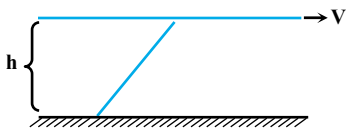
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین سطح آزاد دو مخزن داریم:

$$\frac{P_۱}{\rho}^{\circ} + \frac{V_۱^۲}{۲}^{\circ} + gy_۱ = \frac{P_۲}{\rho}^{\circ} + \frac{V_۲^۲}{۲}^{\circ} + gy_۲^{\circ} + h_l + (h_l)_m$$

میزان تلفات در داخل لوله و در ورودی و خروجی لوله بدین قرار است:

$$h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad (h_l)_m = k\frac{V^۲}{۲} \qquad ۱۰(۳۵) = (۰/۰۰۵\times\frac{۵۰}{۰/۰۵}+۱+۱)\frac{V^۲}{۲} \qquad V = ۱۰(\frac{m}{s})$$

مثال ۱۶۱: ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای پروفیل سرعت بین دو صفحه موازی در شرایط پایا چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)



۱) ۰
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) ۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ضریب تصحیح انرژی جنبشی عبارت است از:

$$\alpha = \frac{۱}{A}\int_A (\frac{V}{V_{av}})^۳ dA$$

معادله توزیع سرعت خطی عبارت است از:

$$V = ay + b$$

با اعمال شرایط مرزی، ضرایب a و b به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{vmatrix} y = ۰ \\ V = ۰ \end{vmatrix} \Rightarrow b = ۰ \qquad \begin{vmatrix} y = h \\ V = V_۰ \end{vmatrix} \Rightarrow V_۰ = ah \qquad a = \frac{V_۰}{h} \qquad V = \frac{V_۰}{h}y$$

$$V_{av} = \frac{V_{max}}{۲} \quad و \quad V_{max} = V\Big|_{y=h} = V_۰ \Rightarrow V_{av} = \frac{V_۰}{۲}$$

$$\alpha = \frac{۱}{h\times t}\int_۰^h (\frac{V_۰\frac{y}{h}}{\frac{V_۰}{۲}})^۳ (tdy) = \frac{۱}{h}\int_۰^h (\frac{۲y}{h})^۳ dy \qquad \alpha = \frac{۱}{h}(۲h) \qquad \alpha = ۲$$

مثال ۱۶۲: اگر تغییرات سرعت در داخل کانالی به ارتفاع H و به عرض W از رابطه $u_x = \frac{U}{H}y$ پیروی کند، در آن صورت سرعت متوسط در داخل کانال برابر کدام خواهد بود؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) U
۲) ۲U
۳) $\frac{UW}{H}$
۴) $\frac{U}{۲}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به تغییرات خطی سرعت در داخل کانال داریم:

$$U_{av} = \frac{۰ + U_{max}}{۲} = \frac{U_{max}}{۲}$$

$$y = H \Rightarrow U_{max} = U \Rightarrow U_{av} = \frac{۰+U}{۲} \Rightarrow U_{av} = \frac{U}{۲}$$

مثال ۱۶۳: کدام یک برای اندازه‌گیری سرعت نقطه‌ای در جریان مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱) اریفیس‌متر ۲) ونتوری‌متر ۳) لوله پیتوت ۴) لوله بردن

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» از اریفیس‌متر و ونتوری‌متر برای اندازه‌گیری دبی، از لوله بوردان برای اندازه‌گیری فشار و از لوله پیتوت برای اندازه‌گیری سرعت نقطه‌ای در جریان استفاده می‌شود.

مثال ۱۶۴: **معادله جریان حجمی یک سیال (حجم عبوری در واحد زمان) که از لوله‌ای به قطر D عبور می‌کند، به صورت $Q = k \times \rho^a \times D^b \times (\Delta P)^c$ بر حسب افت فشار (ΔP) و جرم مخصوص سیال (ρ) و قطر لوله (D) تعریف شده است. اگر k یک ثابت بدون بعد باشد، مقادیر a ، b و c کدام می‌باشند؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) $a = ۰/۵, b = ۲, c = -۰/۵$ ۲) $a = ۰/۵, b = -۲, c = -۰/۵$

۳) $a = -۰/۵, b = ۲, c = ۰/۵$ ۴) $a = -۰/۵, b = -۲, c = ۰/۵$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ بر حسب دبی و میزان تلفات بر حسب افت فشار داریم:

$$h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} = \frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D^۵}\ ,\ h_l = \frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow Q^۲ = \frac{\pi^۲D^۵(\Delta P)}{۸f\rho L}$$

با محاسبه Q از رابطه بالا و مقایسه آن با Q در صورت سؤال، می‌توان مقادیر مجهول را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} Q = k\times\rho^{-۰/۵}\times D^۲\times(\Delta P)^{۰/۵} \\ Q = k\times\rho^a\times D^b\times(\Delta P)^c \end{cases} \Rightarrow a = -۰/۵\ ,\ b = ۲\ ,\ c = ۰/۵$$

مثال ۱۶۵: **در یک لوله افقی به طول یک متر و قطر ۰/۵ متر آب جریان دارد که عدد رینولدز برای آن ۱۶۰۰ می‌باشد. اگر افت فشار در این لوله ۱۰ پاسکال باشد، سرعت آب در لوله چند متر بر ثانیه خواهد بود؟** $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ \rho_w = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}\right)$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به عدد رینولدز داده شده جریان آرام است، لذا می‌توان ضریب اصطکاک را مستقیماً از طریق عدد رینولدز محاسبه کرد:

$$f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴}{۱۶۰۰} = ۰/۰۴ \qquad (Laminar\ Flow) \qquad Re = ۱۶۰۰ < ۲۳۰۰$$

میزان تلفات از طریق رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h_l = \frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad ۱۰ = ۱۰۰۰\times ۰/۰۴\times\frac{۱}{۰/۵}\times\frac{V^۲}{۲} \qquad V = ۰/۵\left(\frac{m}{s}\right)$$

مثال ۱۶۶: **کدام عبارت درست است؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۸)

۱) جریان در لوله از نقطه‌ای که انرژی بیشتری دارد، به نقطه با انرژی کمتر برقرار می‌شود.

۲) جریان در لوله از نقطه‌ای که فشار بیشتری دارد، به نقطه‌ای که فشار کمتری دارد برقرار می‌شود.

۳) جریان در لوله از نقطه‌ای که ارتفاع بیشتری دارد، به نقطه‌ای که ارتفاع کمتری دارد برقرار می‌شود.

۴) موارد ۲ و ۳ صحیح می‌باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان در لوله از نقطه‌ای که انرژی (هد کل) بیشتری دارد به نقطه با انرژی کمتر برقرار می‌شود.

مثال ۱۶۷: **در جریان آرام کاملاً فراگیر در لوله‌ها، افت هد اصطکاکی با ..... نسبت مستقیم و با ..... نسبت معکوس دارد.**

(مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)

۱) سرعت ـ مجذور قطر ۲) مجذور سرعت ـ قطر ۳) مجذور سرعت ـ مجذور قطر ۴) سرعت ـ قطر

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان آرام داخل لوله‌ها، افت هد اصطکاکی طبق رابطه پوازی عبارت است از: $h_l = \frac{۳۲\mu LV}{\rho D^۲}$

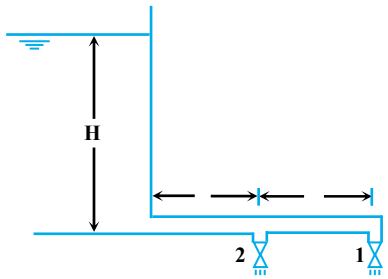
بنابراین افت هد اصطکاکی با سرعت نسبت مستقیم و با مجذور قطر نسبت معکوس دارد.

مثال ۱۶۸: **در لوله یکنواخت شکل مقابل، وقتی شیر ۱ باز و شیر ۲ بسته است دبی $Q_۱$ و وقتی شیر ۱ بسته و شیر ۲ باز است دبی $Q_۲$ جریان دارد. با**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

چشم‌پوشی از تلفات موضعی و با فرض ثابت ماندن ضریب اصطکاک، نسبت $\frac{Q_۲}{Q_۱}$ چقدر است؟ (مهندسی معدن ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\sqrt{۲}$

۴) ۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادلهٔ اصلاح‌شدهٔ برنولی را بین سطح آزاد مخزن و خروجی لوله داریم:

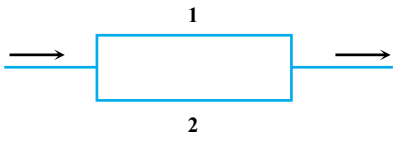
$$\frac{P_a}{\rho}+\frac{V_a^۲}{۲}+gy_a=\frac{P}{\rho}+\frac{V^۲}{۲}+gy+h_l$$

$$\begin{cases} gH=\frac{V_۱^۲}{۲}+f\frac{۲L}{D}\frac{V_۱^۲}{۲} \\ gH=\frac{V_۲^۲}{۲}+f\frac{L}{D}\frac{V_۲^۲}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_۱^۲}{۲}(۱+\frac{۲fL}{D})=\frac{V_۲^۲}{۲}(۱+\frac{fL}{D})$$

با قراردادن دبی به جای سرعت، نسبت دبی در دو لوله عبارت است از:

$$\frac{Q_۱^۲}{A^۲}(۱+۲\frac{fL}{D})=\frac{Q_۲^۲}{A^۲}(۱+\frac{fL}{D}) \qquad (\frac{Q_۲}{Q_۱})^۲=\frac{۱+۲\frac{fL}{D}}{۱+\frac{fL}{D}}\simeq ۲ \qquad \frac{Q_۲}{Q_۱}\simeq\sqrt{۲}$$

مثال ۱۶۹: دو لوله یکنواخت ۱ و ۲ به صورت موازی به هم متصل شده‌اند. می‌دانیم که $D_۲=۰/۵D_۱$ و $L_۲=۲L_۱$ و $f_۲=f_۱$. نسبت دبی‌های عبوری از دو لوله، $\frac{Q_۱}{Q_۲}$، چقدر است؟ (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)



۱) ۱۶

۲) ۸

۳) ۴

۴) ۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» میزان تلفات در لوله‌های موازی با هم برابرند:

$$(h_l)_۱=(h_l)_۲$$

$$h_l=f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}=\frac{۸fLQ^۲}{\pi^۲D^۵}$$

با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$\frac{f_۱L_۱Q_۱^۲}{\pi^۲D_۱^۵}=\frac{f_۲L_۲Q_۲^۲}{\pi^۲D_۲^۵} \Rightarrow (\frac{Q_۱}{Q_۲})^۲=\frac{L_۲}{L_۱}(\frac{D_۱}{D_۲})^۵=۲(۲)^۵=۶۴ \qquad \frac{Q_۱}{Q_۲}=۸$$

مثال ۱۷۰: در لوله یکنواخت شکل زیر، آب جریان دارد. فشار در نقاط A و B، مساوی و برابر $۱۰\ mH_۲O$ است. فشار در نقطه C بر حسب $mH_۲O$ چقدر است؟ (از تلفات در زانویی صرف‌نظر کنید) (مهندسی نفت ـ سراسری ۸۸)

www.modaresanesharif.ac.ir

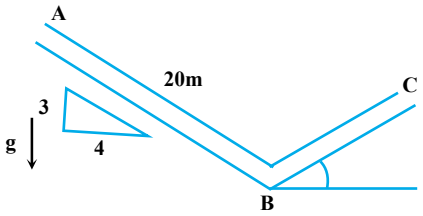
www.modaresanesharif.ac.ir

۱) ۱-

۲) ۲-

۳) ۱

۴) ۲



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین نقاط A و B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+y_A=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+y_B+(H_l)_{AB} \qquad \frac{P_A}{\gamma}=\frac{P_B}{\gamma}=10\ ,\ V_A=V_B$$

با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ برای تعیین میزان تلفات در واحد طول داریم:

$$(H_l)_{AB}=y_A=20(\frac{3}{5})=12(m)$$

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\Rightarrow(\frac{H_l}{L})_{AB}=\frac{f}{D}\frac{V^2}{2g}=\frac{12}{20}=0/6$$

با استفاده از معادلهٔ اصلاح شدهٔ برنولی بین نقاط B و C داریم:

$$\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+y_B=\frac{P_C}{\gamma}+\frac{V_C^2}{2g}+y_C+(H_l)_{BC} \qquad V_B=V_C \qquad (H_l)_{BC}=\frac{f}{D}\frac{V^2}{2g}(L_{BC})$$

$$(H_l)_{BC}=0/6(10)=6(m) \qquad 10=\frac{P_C}{\gamma}+10\sin30^\circ+6 \qquad \frac{P_C}{\gamma}=-1(mH_2O)$$

مثال ۱۷۱: نفت با سرعت $8\frac{m}{s}$ در یک لوله با قطر $2m$ و طول $5km$ جریان دارد. اگر ضریب اصطکاک در لوله $0/001$ باشد، افت اصطکاکی در لوله چند متر است؟ $g=10\frac{m}{s^2}$ (مهندسی مواد ـ سراسری ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» میزان افت اصطکاک از طریق رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad H_l=0/001\times\frac{5000}{2}\times\frac{(8)^2}{2\times10} \qquad H_l=8(m)$$

مثال ۱۷۲: در جریان‌های آرام: (مهندسی مواد ـ سراسری ۸۸)

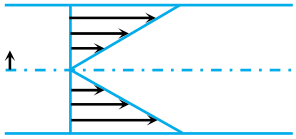
۱) پروفیل تنش برشی برای هر سیالی در لوله خطی است.

۲) پروفیل تنش برشی برای هر سیال مقدار ثابتی دارد.

۳) پروفیل تنش برشی برای سیال نیوتنی در لوله خطی است.

۴) پروفیل تنش برشی برای سیال نیوتنی مقدار ثابتی دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان آرام داخل لوله، پروفیل تنش برشی برای هر سیالی خطی است و مقدار آن از صفر در روی محور لوله تا مقدار ماکزیمم در روی جداره لوله تغییر می‌کند.



مثال ۱۷۳: در جریان آرام داخل یک لوله به شعاع R و طول L و سرعت $\bar{u}$ (متوسط)، کدام یک از روابط زیر اتلاف اصطکاکی h_f را نشان می‌دهد؟ عدد رینولدز = Re و قطر = d (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۸)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱) $\frac{۲۴}{Re}(\frac{L}{d})(\bar{u}^۲)$ ۲) $\frac{۱۲g}{Re}(\bar{u}^۲)$ ۳) اطلاعات مسأله کافی نیست. ۴) $\frac{۶۴}{Re}(\frac{L}{d})(\frac{\bar{u}^۲}{۲g})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در جریان درون لوله برای تعیین اتلاف اصطکاکی از رابطه دارسی ـ ویسباخ استفاده می‌شود و ضریب اصطکاک دارسی ـ ویسباخ برای جریان آرام درون لوله فقط تابعی از عدد رینولدز است و داریم:

$$f=\frac{۶۴}{Re}$$

$$h_f=f\frac{L}{d}\frac{\bar{u}^۲}{۲g} \Rightarrow h_f=\frac{۶۴}{Re}\times\frac{L}{d}\times\frac{\bar{u}^۲}{۲g}$$

مثال ۱۷۴: **یک رودخانه در یک منطقه کوهستانی با دمای یخبندان (زیر صفر درجه) به صورت یکنواخت با دبی ۳ متر مکعب در ثانیه در جریان می‌باشد. در صورتی که طول کانال یک کیلومتر بوده و تراز کف کانال در این طول، ۸۰ متر کاهش یابد، گرمایی که به وسیله آب در حال حرکت تولید شده و مانع از یخ زدن آن می‌شود چقدر است؟** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) $۱/۲kw/m$ ۲) $۴/۸kw/m$ ۳) $۲/۴kw/m$ ۴) $۳/۶kw/m$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» در حرکت آب رودخانه به دلیل ثابت بودن دبی حجمی، انرژی جنبشی ثابت می‌ماند. ولی انرژی پتانسیل به انرژی درونی تبدیل می‌شود و گرمای تولید شده مانع از یخ زدن آب رودخانه خواهد شد:

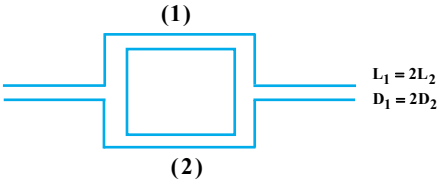
$$Q^{\bullet}=\Delta\dot{E}_p=\dot{m}g\Delta h=\rho Qg\Delta h=۱۰۰۰\times۳\times۱۰\times۸۰=۲/۴\times۱۰^۶\ w \Rightarrow \frac{Q^{\bullet}}{L}=۲/۴(\frac{kw}{m})$$

مثال ۱۷۵: **ضریب اصطکاک در رابطه دارسی ـ وایسباخ برای یک لوله با قطر D:** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)

۱) به تناسب عدد رینولدز افزایش می‌یابد.
۲) متناسب با (زبری / $\log(D$ می‌باشد.
۳) مستقل از زبری در جریان آشفته می‌باشد.
۴) می‌تواند به وسیله معادله مانینگ به دست آید.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در جریان آرام، ضریب اصطکاک فقط تابعی از Re بوده و با افزایش Re کاهش می‌یابد. در جریان درهم، ضریب اصطکاک تابعی از Re و $\frac{\varepsilon}{D}$ است که با افزایش Re کاهش یافته و با افزایش $\frac{\varepsilon}{D}$ افزایش می‌یابد.

مثال ۱۷۶: **در شکل زیر اگر کل دبی عبوری از سیستم ۵ متر مکعب بر ثانیه باشد، دبی عبوری از لوله‌های شماره (۱) و (۲) به ترتیب عبارتند از:** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) ۱ و ۴ متر مکعب بر ثانیه
۲) ۲ و ۳ متر مکعب بر ثانیه
۳) ۳ و ۲ متر مکعب بر ثانیه
۴) ۴ و ۱ متر مکعب بر ثانیه

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به موازی بودن دو لوله، افت فشار کل برابر افت فشار در هر لوله و دبی کل برابر مجموع دبی‌ها در هر لوله است و داریم:

$$h_f=h_{f_۱}=h_{f_۲}\ ,\ h_f=f\frac{L}{D}\times\frac{V^۲}{۲g}=\frac{f\,L\times Q^۲}{۲gD\times(\frac{\pi}{۴}D^۲)^۲}=\frac{۸f\,LQ^۲}{g\pi^۲D^۵}=cte \quad , \quad Q_t=Q_۱+Q_۲$$

$$\frac{f\,LQ^۲}{D^۵}=cte \Rightarrow \frac{f_۱\times L_۱\times Q_۱^۲}{D_۱^۵}=\frac{f_۲\times L_۲\times Q_۲^۲}{D_۲^۵}\ ,\ f_۱=f_۲ \Rightarrow \frac{۲\cancel{L_۲}\times Q_۱^۲}{(۲D_۲)^۵}=\frac{\cancel{L_۲}\times Q_۲^۲}{D_۲^۵} \quad (I)$$

با قراردادن نسبت دبی‌ها در رابطهٔ دبی کل، می‌توان مقدار هر یک از دبی‌ها را به صورت زیر محاسبه کرد:

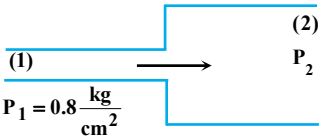
$$Q_۱^۲=۱۶Q_۲^۲ \Rightarrow Q_۱=۴Q_۲\ (I)\ ,\ Q_t=۵=Q_۱+Q_۲\ \ (II) \xrightarrow{(I),(II)} Q_۱=۴(\frac{m^۳}{s})\ ,\ Q_۲=۱(\frac{m^۳}{s})$$

مثال ۱۷۷: **در مقطع شکل زیر سطح جریان از ۱/۰ متر مربع به ۴/۰ متر مربع افزایش می‌یابد. در صورتی که دبی جریان ۴/۰ متر مکعب بر ثانیه**

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

باشد، اختلاف فشار قبل و پس از بازشدگی چند متر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۸)



۱) ۰/۰۴ متر
۲) ۰/۰۳ متر
۳) ۰/۰۲ متر
۴) ۰/۰۵ متر

☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. ابتدا با استفاده از معادله پیوستگی برای تعیین سرعت داریم:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1A_1 = V_2A_2 \Rightarrow V_1 \times 0/1 = V_2 \times 0/4 \Rightarrow V_1 = 4V_2 \ , \ Q = 0/4 = V_2A_2 = V_2 \times 0/4 \Rightarrow V_2 = 1(\frac{m}{s})$$

با استفاده از معادلهٔ اصلاح شده برنولی بین قبل و بعد از انبساط ناگهانی مقطع داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{Z_1} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{Z_2} + h_f \qquad (1)$$

$$h_f = \frac{(V_2 - V_1)^2}{2g} = \frac{(V_2 - 4V_2)^2}{2g} = \frac{9V_2^2}{2g} \qquad (2)$$

$$(2),(1) \longrightarrow \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - 9\frac{V_2^2}{2g} = \frac{(4V_2)^2}{2g} - 10\frac{V_2^2}{2g} = \frac{3V_2^2}{g} = \frac{3 \times 1^2}{g} = 0/3(m)$$

مثال ۱۷۸: ماکزیمم سرعت سیال در جریان آرام داخل لوله‌ای به شعاع R و تغییرات فشار $\frac{\partial p}{\partial x}$ و ویسکوزیته μ برابر است با: (طول لوله = L) (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۹)

۱) $\frac{-R}{2\mu}(\frac{\partial P}{\partial x}) = U_{max}$
۲) $\frac{-R^2}{4\mu}(\frac{\partial P}{\partial x}) = U_{max}$
۳) $\frac{-R^2}{L}(\frac{\partial P}{\partial x}) = U_{max}$
۴) $\frac{-4R^2}{\mu L}(\frac{\partial P}{\partial x}) = U_{max}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» معادله سرعت در جریان آرام داخل لوله‌ها عبارت است از: $u = -\frac{R^2}{4\mu}[1 - (\frac{r}{R})^2]\frac{\partial P}{\partial x}$

بنابراین توزیع سرعت در جریان آرام داخل لوله‌ها به صورت سهمی است که ماکزیمم سرعت در روی محور لوله $(r = 0)$ است و داریم:

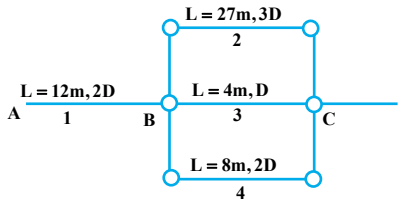
$$r = 0 \Rightarrow u_{max} = -\frac{R^2}{4\mu}(\frac{\partial P}{\partial x})$$

مثال ۱۷۹: اتلاف کلی در جریان لوله از رابطه ..... محاسبه می‌گردد.
(سرعت متوسط = $\bar{u}$، طول لوله = L، قطر لوله = d و ضریب اصطکاک = f) (مهندسی مکانیک «ساخت و تولید» ـ آزاد ۸۹)

۱) $h_f = f(\frac{d}{L})(\frac{\bar{u}^2}{2g})$
۲) $h_f = f(\frac{L}{d})(\frac{\bar{u}^2}{2g})$
۳) $h_f = f(\frac{L}{d})(\frac{\bar{u}^2}{g})$
۴) $h_f = f(\frac{L}{d})(\frac{2\bar{u}^2}{g})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اتلاف کلی در جریان داخل لوله‌ها از رابطه دارسی ـ ویسباخ محاسبه می‌شود: $h_f = f(\frac{L}{d})(\frac{\bar{U}^2}{2g})$

مثال ۱۸۰: در شکل زیر اگر افت هد انرژی بین نقاط A و C برابر ۲/۷ متر بوده و ضریب اصطکاک دارسی ـ ویسباخ برای کلیه لوله‌ها با هم برابر باشد، نسبت دبی عبوری از لوله شماره یک به لوله شماره سه $(\frac{Q_1}{Q_3})$ کدام‌یک از اعداد زیر می‌باشد؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) ۹/۰
۲) ۶/۰
۳) ۱۱/۰
۴) ۷/۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» لوله‌های ۲، ۳ و ۴ با هم موازی هستند، بنابراین داریم:

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$h_{f_۲} = h_{f_۳} = h_{f_۴} \quad , \quad h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^۲}{۲g}$$

$$Q = AV \quad , \quad A = \frac{\pi d^۲}{۴} \Rightarrow h_f = f\frac{L}{d^۵}\frac{۸Q^۲}{\pi^۲ g}$$

$$f\frac{۲۷}{(۳D)^۵}\times\frac{۸Q_۲^۲}{\pi^۲g} = f\frac{۴}{D^۵}\times\frac{۸Q_۳^۲}{\pi^۲g} = f\frac{۸}{(۲D)^۵}\times\frac{۸Q_۴^۲}{\pi^۲g} \Rightarrow \frac{۱}{۹}Q_۲^۲ = ۴Q_۳^۲ = \frac{۱}{۴}Q_۴^۲ \Rightarrow \begin{cases} Q_۴ = ۴Q_۳ \\ Q_۲ = ۶Q_۳ \end{cases}$$

هم‌چنین معادله پیوستگی برای لوله‌های موازی عبارت است از:

$$Q_۱ = Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۶Q_۳ + Q_۳ + ۴Q_۳ = ۱۱Q_۳ \Rightarrow \frac{Q_۱}{Q_۳} = ۱۱$$

مثال ۱۸۱: **توان از دست رفته در اثر اصطکاک در هر کیلومتر از لوله‌ای به قطر (d) که دبی آن Q می‌باشد چه تغییری می‌کند، در صورتی که دبی جریان دو برابر شود. (جریان را لایه‌ای فرض نمائید)** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)

۱) $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود. ۲) ۲ دو برابر می‌شود. ۳) نصف می‌شود. ۴) چهار برابر می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» توان از دست رفته در اثر اصطکاک برابر است با:

$$P = Q\gamma h_\ell \quad , \quad h_\ell = f\frac{L}{d}\frac{V^۲}{۲g}$$

از طرفی با توجه به جریان لایه‌ای داریم:

$$f = \frac{۶۴}{Re} = \frac{۶۴\nu}{Vd} \Rightarrow H_l = ۶۴\nu\frac{L}{d^۲}\frac{V}{۲g}$$

$$V = \frac{Q}{A} \quad , \quad A = \frac{\pi d^۲}{۴} \Rightarrow V = \frac{۴Q}{\pi d^۲} \Rightarrow H_l = ۱۲۸\nu\frac{L}{d^۴}\frac{Q}{\pi g}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

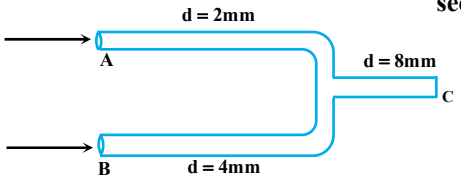
$$\frac{(H_l)_۲}{(H_l)_۱} = \frac{Q_۲}{Q_۱}$$

$$\frac{(P)_۲}{(P)_۱} = (\frac{Q_۲}{Q_۱})\times\frac{(H_l)_۲}{(H_l)_۱} = (\frac{Q_۲}{Q_۱})\times(\frac{Q_۲}{Q_۱}) = (\frac{Q_۲}{Q_۱})^۲$$

با توجه به ثابت ماندن قطر لوله و دو برابر شدن دبی جریان نتیجه می‌شود که:

$$d = cte \ , \ Q_۲ = ۲Q_۱ \Rightarrow \frac{(P)_۲}{(P)_۱} = ۲^۲ = ۴$$

مثال ۱۸۲: **جریان از طریق لوله‌های کاپیلاری A و B به لوله C انتقال می‌یابد. در صورتی‌که دبی جریان در لوله A، ۴ میلی‌لیتر در ثانیه باشد ماکزیمم مقدار دبی در لوله B برای آن‌که جریان در لوله C لایه‌ای باقی بماند چقدر است؟** $(\nu = ۱۰^{-۶}\frac{m^۲}{sec} \ , \ \pi \approx ۳)$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) ۴ میلی‌لیتر بر ثانیه

۲) ۸ میلی‌لیتر بر ثانیه

۳) ۲ میلی‌لیتر بر ثانیه

۴) ۱۲ میلی‌لیتر بر ثانیه

☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. چون جریان در لوله C لایه‌ای است، بنابراین دارای حداکثر مقدار عدد رینولدز است و داریم:

$$Re = \frac{Vd}{\nu} \quad , \quad Re_{cr} = ۲۳۰۰ : \text{در جریان لایه‌ای}$$

$$۲۳۰۰ = \frac{V_C \times ۸\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۶}} \Rightarrow V_C = \frac{۲/۳}{۸} = ۰/۲۸۷۵(\frac{m}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$Q_C = A_C V_C = \frac{\pi d_C^2}{4} V_C = \frac{\pi(8\times10^{-3})^2}{4}\times0/2875$$: دبی عبوری از لوله C

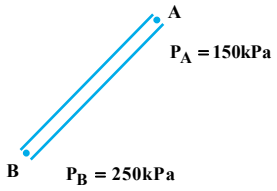
$$Q_C = 13/8\times10^{-6}\ (\frac{m^3}{s}) = 13/8\ (\frac{\text{میلی‌لیتر}}{\text{ثانیه}})$$

از طرفی با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$Q_A + Q_B = Q_C \Rightarrow Q_B = Q_C - Q_A = 13/8 - 4 = 9/8\ (\frac{\text{میلی‌لیتر}}{\text{ثانیه}})$$

مثال ۱۸۳: **در شکل زیر اختلاف ارتفاع بین دو نقطه A و B، ۱۰ متر بوده و سیال دارای وزن مخصوص نسبی ۰/۸ می‌باشد. در صورتی‌که از سیالی با وزن مخصوص نسبی ۱/۲ استفاده شود، جهت جریان چه تغییری می‌کند؟** $(g = 10\frac{m}{s^2})$

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۹)



۱) جهت جریان تغییر نمی‌کند.

۲) در ابتدا از A به سمت B بوده و سپس از B به سمت A

۳) در ابتدا از B به سمت A بوده و سپس از A به سمت B

۴) در ابتدا ساکن بوده و سپس از B به سمت A

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» جهت جریان سیال، همواره از سمت هد بیشتر به سمت هد کمتر است. لذا برای هر یک از دو حالت، هد در نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم:

حالت اول:
$$\begin{cases} H_A = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{150\times10^3}{0/8\times10^4} + \frac{V^2}{2g} + 10 = 28/75 + \frac{V^2}{2g} \\ H_B = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B = \frac{250\times10^3}{0/8\times10^4} + \frac{V^2}{2g} + 0 = 31/25 + \frac{V^2}{2g} \end{cases}$$

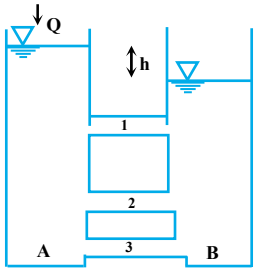
بنابراین $H_B > H_A$ بوده و لذا جهت جریان در حالت اول از B به سمت A است.

حالت دوم:
$$\begin{cases} H_A = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{150\times10^3}{1/2\times10^4} + \frac{V^2}{2g} + 10 = 22/5 + \frac{V^2}{2g} \\ H_B = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B = \frac{250\times10^3}{1/2\times10^4} + \frac{V^2}{2g} + 0 = 20/83 + \frac{V^2}{2g} \end{cases}$$

بنابراین $H_A > H_B$ بوده و لذا جهت جریان در حالت دوم از A به سمت B است.

مثال ۱۸۴: **دو مخزن مطابق شکل زیر توسط سه لوله یکسان (طول، قطر و زبری برابر) به هم متصل می‌باشند. نرخ جریان ورودی (Q) طوری تنظیم شده است که اختلاف ارتفاع مایع در دو مخزن (h) ثابت می‌ماند. کدام گزینه در مورد سرعت جریان سیال حقیقی در لوله‌ها صحیح است؟**

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $V_1 > V_2 > V_3$

۲) $V_3 > V_2 > V_1$

۳) $V_1 = V_2 = V_3$

۴) $V_3 = 2V_2 = 3V_1$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

روش اول: معادله انرژی بین سطح آزاد دو مخزن و برای سه مسیر مختلف عبارتند از: (هر یک از مسیرها از داخل یک لوله عبور می‌کند):

$$\text{مسیر ۱}: \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{l_1}\Rightarrow h_{l_1}=h \qquad (1)$$

$$\text{مسیر ۲}: \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{l_2}\Rightarrow h_{l_2}=h \qquad (2)$$

$$\text{مسیر ۳}: \frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{l_3}\Rightarrow h_{l_3}=h \qquad (3)$$

از مقایسه نتایج به دست آمده از روابط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$h_{l_1}=h_{l_2}=h_{l_3}$$

از طرف دیگر اتلاف انرژی در داخل لوله طبق رابطهٔ دارسی ـ ویسباخ برابر است با:

$$h_l=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} f_1=f_2=f_3 \\ L_1=L_2=L_3 \\ D_1=D_2=D_3 \end{cases}$$

بنابراین سرعت‌ها در سه لوله برابر خواهند بود:

$$V_1=V_2=V_3$$

روش دوم: در لوله‌های موازی اتلاف انرژی با هم برابرند:

$$h_{l_1}=h_{l_2}=h_{l_3}$$

بقیه حل نیز مانند روش اول است.

مثال ۱۸۵: **پمپی آب را با دبی ۱۰۰ لیتر بر ثانیه و راندمان ۸۰% در یک شبکه مدار بسته با تلفات کل ۱۰ متر پمپ می‌کند. اگر $g=10\frac{m}{s^2}$ و $\rho=1\frac{g}{cc}$ باشد، انرژی مورد نیاز پمپ چند کیلووات است؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۲۵۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$Q=100\left(\frac{lit}{s}\right),\ (1lit)=10^{-3}\,(m^3)\Rightarrow Q=10^{-1}\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$\rho=1\left(\frac{g}{cc}\right),\ 1\,(cc)=10^{-3}\,(lit)=10^{-6}\,(m^3)\Rightarrow \rho=1000\left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

معادله انرژی بین دو نقطه در یک شبکه مدار بسته دارای پمپ عبارت است از:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+H_p=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+H_l$$

$$H_p=H_l=10\,(m)$$

رابطه راندمان و توان مصرفی عبارت است از:

$$\eta=\frac{\gamma Q H_p}{P}\quad,\quad \gamma=\rho g=10^4\left(\frac{N}{m^3}\right)$$

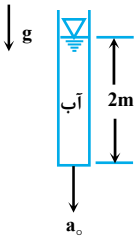
$$\text{توان مصرفی}: P=\frac{\gamma Q H_p}{\eta}=\frac{10^4\times10^{-1}\times10}{0/8}=12500\,(w)=12/5\,(kw)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸۶: لوله قائمی از آب با جرم مخصوص $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ تا ارتفاع ۲ متری پر شده است. شتاب حرکت رو به پایین لوله بر حسب $\frac{m}{s^۲}$ چقدر باشد تا پدیده کاویتاسیون در کف لوله اتفاق افتد؟ (فرض کنید فشار تبخیر P_v در رابطه $P_v = ۰/۱ P_{atm} = ۱۰^۴ Pa$ صدق نموده و $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ باشد.)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)

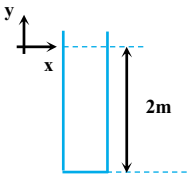


۱) ۲۷/۵

۲) ۵۵

۳) ۱۱۰

۴) در هیچ شرایطی کاویتاسیون اتفاق نمی‌افتد.



$$\begin{cases} a_x = ۰ \\ a_y = -a_۰ \end{cases}$$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

روش اول: با استفاده از معادله اولر برای توزیع فشار نسبی سیال در داخل لوله داریم:

$$P = P_۰ - \gamma \frac{a_x}{g} x - \gamma(۱ + \frac{a_y}{g}) y \Rightarrow P = P_۰ - \gamma(۱ - \frac{a_۰}{g}) y$$

با استفاده از فشار اتمسفر (فشار نسبی صفر) در سطح آزاد سیال داریم:

$$\begin{cases} y = ۰ \\ p = ۰ \end{cases} \Rightarrow P_۰ - \gamma(۱ - \frac{a_۰}{g})(۰) = ۰ \Rightarrow P_۰ = ۰$$

معادله توزیع فشار نسبی سیال داخل لوله : $P = -\gamma(۱ - \frac{a_۰}{g}) y$

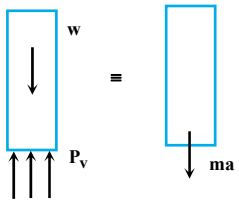
برای ایجاد پدیده کاویتاسیون در کف لوله باید فشار در کف برابر با فشار تبخیر P_v باشد، لذا داریم:

فشار مطلق تبخیر: $(P_v)_a = ۱۰^۴ (Pa)$

فشار نسبی تبخیر: $(P_v)_g = ۱۰^۴ - ۱۰^۵ = -۹۰۰۰۰ (Pa)$

$$\begin{cases} y = -۲ \\ P = P_v \end{cases} \Rightarrow P_v = -\gamma(۱ - \frac{a_۰}{g})(-۲) \Rightarrow -۹۰۰۰۰ = ۱۰^۴ (۱ - \frac{a_۰}{g})(۲) \Rightarrow a_۰ = ۵۵ (\frac{m}{s^۲})$$

روش دوم: دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر سیال داخل لوله به صورت زیر است:



$$\Rightarrow W - P_v A = ma \Rightarrow \rho \times ۲ \times A \times g - P_v A = \rho \times ۲ \times A \times a_۰ \Rightarrow ۲\rho g - P_v = ۲\rho a_۰$$

$$۲ \times ۱۰۰۰ \times ۱۰ - (-۹۰۰۰۰) = ۲ \times ۱۰۰۰ a_۰ \Rightarrow a_۰ = ۵۵ (\frac{m}{s^۲})$$

روش سوم: با توجه به حرکت شتاب‌دار رو به پایین، فشار در هر نقطه داخل مایع از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$P = \rho(g - a_z) h$$

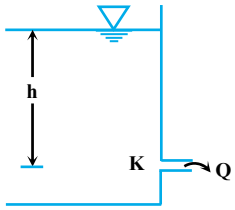
که h عبارت از ارتفاع از سطح آزاد مایع است. پدیده کاویتاسیون در صورتی در کف لوله اتفاق می‌افتد که فشار در کف لوله برابر با فشار نسبی تبخیر باشد و داریم:

$$-۹۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ (۱۰ - a_۰)(۲) \Rightarrow a_۰ = ۵۵ (\frac{m}{s^۲})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸۷: در مخزن نشان داده شده در شکل رابطه بین ضریب افت موضعی در خروجی مخزن (K) با ضریب تخلیه (C_d) که نشان‌دهنده نسبت دبی واقعی به دبی تئوری می‌باشد، چگونه است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



۱) $C_d = \frac{۱}{K}$

۲) $C_d = \frac{۱}{\sqrt{K}}$

۳) $C_d = \frac{۱}{۱+K}$

۴) $C_d = \frac{۱}{\sqrt{۱+K}}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» **روش اول:** دبی واقعی برای حالتی است که میزان تلفات انرژی در نظر گرفته شده و دبی تئوری برای حالتی است که اتلاف انرژی در خروجی آب از مخزن در نظر گرفته نشود. با استفاده از معادلهٔ انرژی بین سطح آزاد مخزن و خروجی آب از لوله، برای دو حالت فوق داریم:

حالت واقعی: $\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + H_l \;,\; H_l = K\frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow h = \frac{V_۲^۲}{۲g} + K\frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow (V_۲)_{ac.} = \sqrt{\frac{۲gh}{۱+k}}$

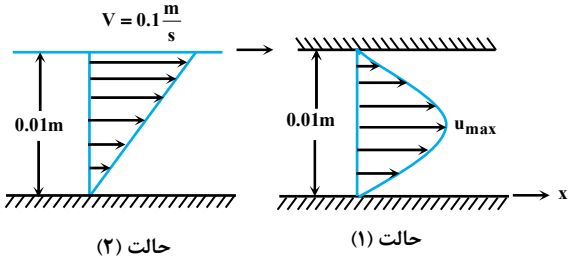
روش دوم:

حالت تئوری: $\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ \Rightarrow h = \frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow (V_۲)_{th.} = \sqrt{۲gh} \quad ; \quad Q = AV$

با توجه به یکسان بودن مساحت برای حالت‌های فوق داریم:

$$C_d = \frac{Q_{ac.}}{Q_{th.}} = \frac{(V_۲)_{ac.}}{(V_۲)_{th.}} = \frac{\sqrt{\frac{۲gh}{۱+K}}}{\sqrt{۲gh}} = \frac{۱}{\sqrt{۱+K}}$$

مثال ۱۸۸: حالت (۱) جریان با گرادیان فشار $\frac{dP}{dx}$، بین دو صفحه موازی با توزیع سرعت سهمی‌گون و حالت (۲) جریان بین دو صفحه موازی که صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی متحرک است را نشان می‌دهد. گرادیان فشار بر حسب $\frac{N}{m^۳}$ در حالت (۱) چقدر باشد تا دبی جریان بین دو صفحه در دو حالت با یک‌دیگر برابر باشد؟ (فرض کنید $\mu = ۰/۰۰۱\frac{N.s}{m^۲}$ باشد.) (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)



۱) -۱۵

۲) -۷/۵

۳) $-\frac{۸}{۳}$

۴) -۱/۵

☑ **پاسخ:** هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

معادله سرعت برای حالت اول (توزیع سهوی) به صورت زیر است:

$$u = \frac{۱}{۲\mu}(\frac{dP}{dx})(y^۲ - ay)$$

با انتگرال‌گیری می‌توان دبی عبوری برای این حالت را محاسبه کرد:

$$Q = \int udA = \int_۰^a (u)(b)(dy) \Rightarrow Q_۱ = \frac{-ba^۳}{۱۲\mu}\frac{dp}{dx}$$

با توجه به خطی بودن سرعت برای حالت دوم، معادله سرعت برای این حالت به صورت زیر است:

$$u = \frac{۰/۱y}{a} \Rightarrow Q_۲ = \int_۰^a (u)(b)(dy) \Rightarrow Q_۲ = \frac{۰/۱ab}{۲}$$

در روابط فوق $a = ۰/۰۱$ است، با توجه به فرض یکسان بودن دبی برای دو حالت داریم:

$$Q_۱ = Q_۲ \Rightarrow \frac{-ba^۳}{۱۲\mu}\frac{dp}{dx} = \frac{۰/۱ab}{۲} \Rightarrow \frac{dp}{dx} = -\frac{۰/۶\mu}{a^۲} = \frac{-۰/۶\times۰/۰۰۱}{۱۰^{-۴}} = -۶\,(\frac{N}{m^۳})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۸۹: روغنی با ویسکوزیتهٔ $20\,cp$ در لوله‌ای به قطر $5cm$ و طول $L = 4000\,m$ با سرعت $50\frac{cm}{s}$ در جریان است. اگر دانسیتهٔ روغن $800\frac{kg}{m^3}$ باشد، افت فشار دو سر لوله که به صورت افقی قرار گرفته است چند kPa است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۵۱۲ ۲) ۱۲۸ ۳) ۵۱۲ ۴) ۱۰۲۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» رابطه دارسی ـ ویسباخ به صورت زیر است:

$$h_L = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$$

$$\mu = 20cp = 0/2p = 2\times10^{-2}\ \frac{kg}{m.s}$$

برای تعیین رژیم جریان، عدد رینولدز را به دست می‌آوریم:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{800\times0/5\times0/05}{2\times10^{-2}} = 1000$$

پس جریان آرام است و در این جریان داریم:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1000} = 0/064 \quad ; \quad h_L = \frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow \Delta P = \rho f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$$

$$\Delta P = 800\times0/064\times\frac{4000}{0/05}\times\frac{(0/5)^2}{2} \Rightarrow \Delta P = 512000\,(Pa) = 512(KPa)$$

مثال ۱۹۰: می‌دانیم در Moody-Diagram مقدار f (friction-factor) برای جریان لامینار بیشتر از جریان توربولنت است. بنابراین افت فشار در کدام جریان بیشتر و تناسب صحیح کدام رابطه زیر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

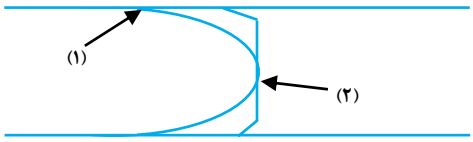
۱) لامینار $(\Delta P \sim f)$ ۲) توربولنت $(\Delta P \sim f.\bar{u}^2)$ ۳) توربولنت $(\Delta P \sim f.\bar{u})$ ۴) لامینار $(\Delta P \sim f.\bar{u})$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از رابطه دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$H_L = \frac{\Delta P}{\gamma} = f\frac{L}{D}\frac{\bar{u}^2}{2g} \Rightarrow (\Delta p \sim f\,\bar{u}^2)$$

ضمناً بیشتر بودن f در جریان آرام را نمی‌توان دلیل بیشتر بودن افت فشار در جریان آرام نسبت به جریان درهم تلقی نمود، زیرا $\bar{u}$ در جریان درهم بیشتر از جریان آرام است.

مثال ۱۹۱: برای پروفایل‌های سرعت نشان داده شده در لوله اگر α ضریب تصحیح انرژی جنبشی باشد، کدام گزینه صحیح می‌باشد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) $\alpha_2 = \frac{4}{3}\alpha_1$

۲) $\alpha_1 > \alpha_2$

۳) $\alpha_1 = \alpha_2$

۴) $\alpha_2 = 2\alpha_1$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ضریب تصحیح انرژی جنبشی به صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A (\frac{u}{V})^3\,dA$$

برای جریان آرام داخل لوله (پروفایل ۱)، $\alpha_1 = 2$ و برای جریان‌های درهم مختلف داخل لوله‌ها (پروفایل ۲)، با توجه به تخت بودن $1/1 < \alpha_2 < 1/01$ خواهد بود. لذا $\alpha_1 > \alpha_2$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۹۲: در لوله‌ای به قطر D چهار کره به قطر $\frac{۳}{۴}D$ قرار گرفته است. نسبت تقریبی افت فشار عبور جریان از این لوله به لوله خالی از کره برابر است با: $(R_e \ll ۱)$: (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{۱۲۵}{۲۸۸}$ ۲) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۳) $\frac{۳۶}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲۸۸}{۱۲۵}$

پاسخ: گزینه «۳» اگر قطر هیدرولیکی لوله دارای گلوله را به دست آوریم: داریم:

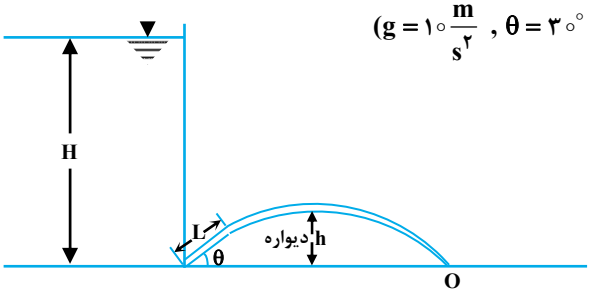
$$D_h = \frac{۴A}{P} = \frac{۵}{۶}D$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\Delta P \propto \frac{۱}{D^۲} \Rightarrow \frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{D^۲}{D'^۲} = (\frac{D}{D'})^۲ = (\frac{۶}{۵})^۲ = \frac{۳۶}{۲۵}$$

مثال ۱۹۳: آب از تانک بزرگی به عمق H از لوله‌ای به طول L خارج شده و به زمین برخورد می‌کند. حداقل ارتفاع دیواره (h) برای جلوگیری از برخورد آب به نقطهٔ O چند متر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

$$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ \theta = ۳۰^\circ\ ,\ H = ۲۰/۵m\ ,\ L = ۱m)$$



۱) ۴/۵
۲) ۵
۳) ۵/۵
۴) ۶

پاسخ: گزینه «۳» رابطه برنولی را بین سطح آزاد آب در مخزن و خروجی لوله می‌نویسیم.

با انتخاب مبنا در روی سطح زمین، ارتفاع خروجی آب از لوله برابر است با:

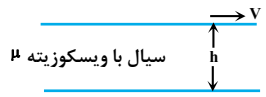
$$H' = L\sin\theta = \frac{L}{۲} = ۰/۵\ (m)$$

$$H + \frac{V^۲}{۲g} + \frac{P}{\gamma} = H' + \frac{V'^۲}{۲g} + \frac{P'}{\gamma} \Rightarrow V'^۲ = ۲g(H - H') = ۲\times۱۰(۲۰/۵ - ۰/۵) \Rightarrow V' = ۲۰(\frac{m}{s})$$

حداکثر ارتفاع اوج جت آب نسبت به خروجی لوله عبارت است از:

$$\Delta h = \frac{V'^۲\sin\theta}{۲g} = \frac{(۲۰)^۲(\frac{۱}{۲})^۲}{۲\times۱۰} = ۵(m) \quad ; \quad h_{max} = H' + \Delta h = ۰/۵ + ۵ = ۵/۵\ m$$

مثال ۱۹۴: مطابق شکل زیر سیالی بین دو صفحه موازی قرار گرفته است. اگر صفحه فوقانی با سرعت ثابت v حرکت کند، چه گرادیان فشاری نیاز است تا دبی Q صفر گردد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\Delta P}{L} = \frac{۶\mu V}{h^۲}$ ۲) $\frac{\Delta P}{L} = \frac{۱۲\mu V}{h^۲}$
۳) $\frac{\Delta P}{L} = ۶\mu V$ ۴) $\frac{\Delta P}{L} = ۱۲\mu V$

پاسخ: گزینه «۱» پروفیل سرعت در بین دو صفحه موازی که یکی ساکن و دیگری با سرعت V حرکت می‌کند، عبارت است از:

$$u = \frac{vy}{h} - \frac{۱}{۲\mu}\frac{dP}{dx}(hy - y^۲)$$

دبی عبوری بین دو صفحه از انتگرال‌گیری معادله سرعت به دست می‌آید:

$$Q = \int_۰^h u(b)dy \Rightarrow Q = \frac{bhv}{۲} - \frac{bh^۳}{۱۲\mu}\frac{dP}{dx}$$

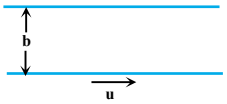
$$Q = ۰ \Rightarrow \frac{bhV}{۲} - \frac{bh^۳}{۱۲\mu}\frac{dp}{dx} = ۰ \Rightarrow \frac{bh^۳}{۱۲\mu}\frac{dP}{dx} = \frac{bhv}{۲}$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L} \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \frac{۶\mu V}{h^۲}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۹۵: جریان ویسکوز غیرقابل‌تراکم بین دو صفحهٔ نامتناهی موازی به فاصلهٔ b توسط حرکت صفحهٔ پایین و گرادیان فشار ایجاد می‌شود. در کدام گزینه زیر رابطه بین U و $\frac{\partial P}{\partial x}$ برای حالتی که تنش برشی روی صفحهٔ بالایی صفر باشد صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{b^2}{4\mu}\frac{\partial P}{\partial x}=U$

۲) $\frac{b^2}{2\mu}\frac{\partial P}{\partial x}=U$

۳) $\frac{b^2}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}=U$

۴) $\frac{2b^2}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}=U$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با انتخاب مبدأ بر روی صفحه بالایی و انتخاب جهت رو به پایین برای محور y ها، معادله پروفیل سرعت بین دو صفحه موازی عبارت است از:

$$u=\frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)(y^2-by)+\frac{U\cdot y}{b}$$

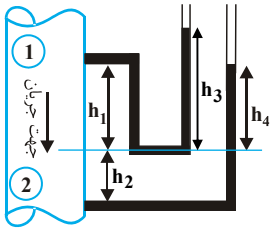
رابطه تنش برشی با استفاده از قانون ویسکوزیته نیوتن عبارت است از:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}\Rightarrow\tau=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)(2y-b)+\frac{U\mu}{b}$$

با قرار دادن تنش برشی صفر در روی صفحه بالایی داریم:

$$y=0\ ,\ \tau=0\Rightarrow b\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\mu\frac{U}{b}\Rightarrow U=\frac{b^2}{2\mu}\frac{\partial P}{\partial x}$$

مثال ۱۹۶: با توجه به شکل ترسیم شده، اگر وزن مخصوص سیال عبوری از لوله γ باشد، مقدار افت هد اصطکاکی جریان عبوری بین دو نقطه (۱) و (۲) چقدر است؟ جنس سیال در مانومترها و لوله اصلی یکسان است. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)



۱) h_3-h_4

۲) h_1+h_2

۳) $\gamma(h_4-h_3+h_1)$

۴) $\gamma(h_3-h_4)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از رابطه مانومتری داریم:

$$P_2-\gamma(h_2+h_4)=0\quad\Rightarrow\quad P_2=\gamma(h_2+h_4)\quad\Rightarrow\quad\frac{P_2}{\gamma}=h_2+h_4$$

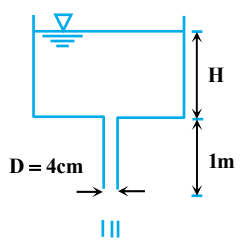
$$P_1+\gamma h_1-\gamma h_3=0\quad\Rightarrow\quad P_1=\gamma(h_3-h_1)\quad\Rightarrow\quad\frac{P_1}{\gamma}=h_3-h_1$$

با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی و معادله پیوستگی، نتایج زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2+H_L\ ,\ V_1=V_2$$

$$h_3-h_1+(h_1+h_2)=h_2+h_4+H_l\Rightarrow H_l=h_3-h_4$$

مثال ۱۹۷: مطابق شکل مقابل لوله‌ای به قطر ۴ سانتی‌متر و ارتفاع ۱ متر به مخزن بزرگی متصل است. سیالی به لزجت سینماتیکی $\nu=2\times10^{-4}\ \frac{m^2}{s}$ در مخزن وجود دارد. در صورت وجود افت اصطکاکی در لوله، حداکثر ارتفاع H سیال در مخزن چند متر باشد تا جریان در لوله به صورت آرام برقرار گردد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۸

۲) ۴

۳) ۹

۴) ۱۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» حداکثر مقدار عدد رینولدز در لوله برای این که جریان در لوله آرام باشد، عبارت است از:

$$Re_{cr.} = ۲۳۰۰$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} \qquad ۲۳۰۰ = \frac{V(۰/۰۴)}{۲\times۱۰^{-۴}} \qquad V = ۱۱/۵\ (\frac{m}{s})$$

معادله اصلاح شده برنولی برای جریان داخل لوله عبارت است از:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \cancel{\frac{V_۱^۲}{۲g}}^{\circ} + y_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \cancel{\frac{V_۲^۲}{۲g}}^{\circ} + \cancel{y_۲}^{\circ} + H_l \Rightarrow \frac{P_۱}{\gamma} = H_l - ۱$$

معادله پیوستگی : $V_۱ = V_۲ = V$

افت اصطکاکی در جریان آرام داخل لوله عبارت است از:

$$H_l = \frac{۳۲\nu LV}{gD^۲} \quad \text{یا} \quad H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g} \quad \text{و} \quad f = \frac{۶۴}{Re}$$

$$H_l = \frac{۶۴}{۲۳۰۰}\times\frac{۱}{۰/۰۴}\times\frac{(۱۱/۵)^۲}{۲\times۱۰} \Rightarrow H_l = ۴/۶\ (m)$$

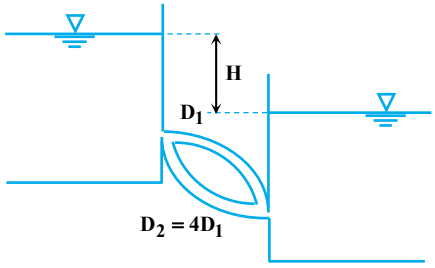
معادله برنولی بین سطح آزاد مخزن و ورودی لوله عبارت است از:

$$\cancel{\frac{P_a}{\gamma}}^{\circ} + \cancel{\frac{V_a^۲}{۲g}}^{\circ} + y_a = \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + \cancel{y_۱}^{\circ}$$

$$H = H_l - ۱ + \frac{(۱۱/۵)^۲}{۲\times۱۰} = ۴/۶ - ۱ + ۶/۶ = ۱۰/۲\ (m) \Rightarrow H \simeq ۱۰\ (m)$$

مثال ۱۹۸: **مطابق شکل دو لوله موازی، دو مخزن را به هم متصل کرده‌اند. قطر لوله بزرگ‌تر چهار برابر قطر لوله کوچک‌تر و اختلاف ارتفاع بین مخازن H است. در صورتی که طول و زبری نسبی دو لوله یکسان باشند، در دو حالت آرام و کاملاً آشفته جریان، از راست به چپ سرعت در لوله با قطر بزرگ‌تر چند برابر سرعت در لوله با قطر کوچک‌تر است؟**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۴ و ۲

۲) ۲ و ۲

۳) ۱۶ و ۲

۴) ۱۶ و ۴

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی داریم:

$$\cancel{\frac{P_۱}{\gamma}}^{\circ} + \cancel{\frac{V_۱^۲}{۲g}}^{\circ} + y_۱ = \cancel{\frac{P_۲}{\gamma}}^{\circ} + \cancel{\frac{V_۲^۲}{۲g}}^{\circ} + y_۲ + H_l \qquad H_l = H$$

جریان آرام : $H_l = \frac{۳۲\mu LV}{\rho gD^۲}$ $\qquad H \sim \frac{V}{D^۲}$ $\qquad \frac{V_۲}{V_۱} = (\frac{D_۲}{D_۱})^۲ = (\frac{\cancel{۴}D_۱}{\cancel{D_۱}})^۲ = ۱۶$

در جریان کاملاً آشفته، f فقط به زبری نسبی بستگی دارد و داریم:

جریان درهم : $H_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$

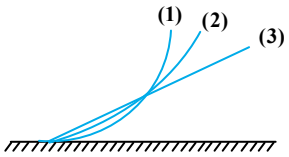
$$H \sim \frac{V^۲}{D} \qquad \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{D_۲}{D_۱}} = \sqrt{\frac{۴\cancel{D_۱}}{\cancel{D_۱}}} = ۲$$

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۹۹: سه پروفایل سرعت روی دیواره‌ای مطابق شکل زیر داده شده است. اگر دبی در سه حالت یکسان و ضریب اصطکاک f باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)



۱) $f_۳ < f_۲ < f_۱$

۲) $f_۳ = f_۲ = f_۱$

۳) $f_۳ > f_۲ > f_۱$

۴) $f_۳ = f_۲ > f_۱$

☑ **پاسخ:** گزینه«۱» با توجه به سه پروفایل سرعت داده شده روی دیواره و مقایسه شیب مماس بر آن‌ها در روی دیواره داریم:

$$(\frac{\partial y}{\partial V})_۱ < (\frac{\partial y}{\partial V})_۲ < (\frac{\partial y}{\partial V})_۳ \Rightarrow (\frac{\partial V}{\partial y})_۱\Big|_{y=۰} > (\frac{\partial V}{\partial y})_۲\Big|_{y=۰} > (\frac{\partial V}{\partial y})_۳\Big|_{y=۰}$$

$$\tau_w = \mu(\frac{\partial V}{\partial y})\Big|_{y=۰} \Rightarrow (\tau_w)_۱ > (\tau_w)_۲ > (\tau_w)_۳$$

برای تعیین رابطه بین τ_w با دبی و f از رابطه تعادل استفاده می‌کنیم:

$$\tau_w(\pi DL) = \Delta P(\frac{\pi D^۲}{۴}) \Rightarrow \tau_w = \frac{\Delta P}{۴}\frac{D}{L}\ ,\ \frac{\Delta P}{\rho} = h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \Rightarrow \tau_w = \frac{f}{۸}\rho V^۲ = \frac{۲f\rho Q^۲}{\pi^۲ D^۴}$$

با توجه به یکسان بودن دبی در سه حالت داریم: $\tau_w \sim f$

بنابراین مقایسه ضریب اصطکاک f عبارت است از: $f_۱ > f_۲ > f_۳$

مثال ۲۰۰: دبی آب در لوله‌ای برابر با $۴۰\frac{L}{s}$ است. در مسیر این لوله شیری قرار دارد که باعث افت فشاری برابر با ۴kPa می‌گردد. توان تلف شده در این شیر بر حسب وات چقدر است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

۱) ۴۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۶۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» توان تلف شده در شیر عبارت است از:

$$P_{loss} = \gamma_w H_L Q\ ,\ \Delta P = \gamma_w H_L \Rightarrow P_{loss} = \Delta P.Q$$

$$P = (۴\times۱۰^۳)(۴۰\times۱۰^{-۳}) \Rightarrow P = ۱۶۰(w)$$

مثال ۲۰۱: آب با سرعت $۲/۵\frac{cm}{s}$ در یک لوله‌ی افقی به قطر ۵ سانتی‌متر جریان دارد. اگر افت فشار دو سر خط لوله ۳۲۰۰ پاسکال باشد، طول خط لوله چند کیلومتر است؟ $(\mu = ۱۰^{-۳}\ pa.s\ ,\ \rho = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۱)

۱) ۱۴ ۲) ۱۲/۷ ۳) ۱۰ ۴) ۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با استفاده از معادله اصلاح شده برنولی بین دو سر خط لوله داریم: $\frac{P_۱}{\rho} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gy_۱ = \frac{P_۲}{\rho} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gy_۲ + h_l$

لوله افقی بوده و سرعت عبور جریان در آن ثابت است، بنابراین:

$$h_l = \frac{P_۱ - P_۲}{\rho}\ ,\ h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲}$$ (رابطه دارسی ـ وایسباخ)

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \quad Re = \frac{۱۰۰۰\times۲/۵\times۱۰^{-۲}\times۵\times۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۳}} = ۱۲۵۰ < ۲۳۰۰$$

بنابراین جریان آرام بوده و ضریب اصطکاک معادله فوق عبارت است از: $f = \frac{۶۴}{Re}$ $\quad f = \frac{۶۴}{۱۲۵۰} = ۰/۰۵۱۲$

با قرار دادن در معادله دارسی ـ وایسباخ داریم:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲} \qquad \frac{۳۲۰۰}{۱۰۰۰} = ۰/۰۵۱۲\times\frac{L}{۵\times۱۰^{-۲}}\times\frac{(۲/۵\times۱۰^{-۲})^۲}{۲} \Rightarrow L = ۱۰(km)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۲۰۲: در شکل روبه‌رو، در نقطه A پیزومتر و در نقطه B لوله پیتوت نصب شده است. قطر لوله ۲۵mm و سرعت جریان $v = ۱\frac{m}{s}$ است. اگر ضریب اصطکاک $f = ۰/۰۲$ باشد، اختلاف ارتفاع تراز آب در پیزومتر و لوله پیتوت که در فاصله ۵m از هم قرار دارند، چند متر است؟

$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}, \rho = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$

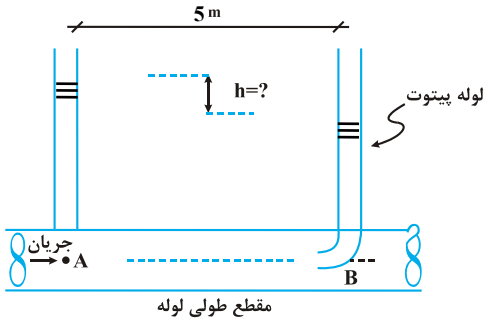
(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۲)

۱) ۰/۲

۲) ۰/۱۵

۳) ۰/۱

۴) ۰/۲۵



پاسخ: گزینه «۲» معادله برنولی را بین دو نقطه A و B می‌نویسیم.

$$P_B = P_A + \frac{V^۲}{۲} - \Delta P_f \rightarrow P_B - P_A = \frac{\rho V^۲}{۲} - \Delta P_f$$

از طرفی $-P_B + P_A = \rho g h$

$$\Delta P_f = \frac{۱}{۲} f \frac{L}{D} \rho u^۲ = \frac{۱}{۲} ۰/۰۲ \times \frac{۵ \times ۱۰^۳}{۲۵} \times ۱۰۰۰ \times ۱^۲ = ۲۰۰۰$$

$$۱۰^۴ h = -۵۰۰ + ۲۰۰۰$$

$$h = ۰/۱۵ (m)$$

نکته: چون در نقطه B دهانه لوله به طرف جریان است فشار دینامیکی نیز وجود دارد ولی در نقطه A این‌طور نیست.

مثال ۲۰۳: در یک خط لوله افقی به قطر $d = ۰/۱m$ نشتی در قسمت مدفون لوله در فاصله BC رخ می‌دهد. مشخصات طولی لوله و فشارسنجی‌های انجام شده در نقاط A، B، C و D به قرار زیر است:

$P_D = ۱bar$ ، $P_C = ۱/۵bar$ ، $P_B = ۴bar$ ، $P_A = ۶bar$ ، $L_۱ = ۱۰۰۰m$ و $L_۲ = ۱۵۰۰m$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۲)

۱) ۱/۱۷

۲) ۰/۹۲

۳) ۰/۶۳

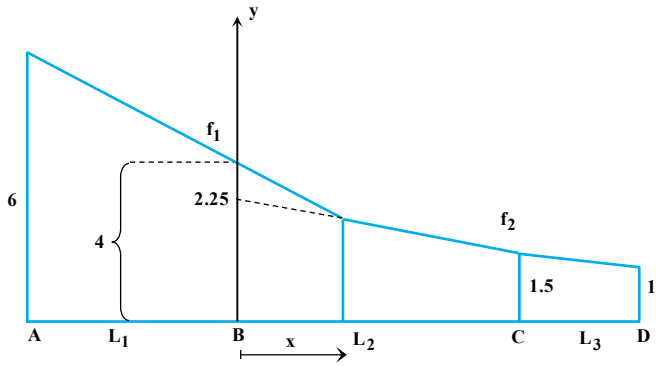
۴) ۱/۳۸

پاسخ: گزینه «۱» در نقطه دارای نشت، شیب افت فشار عوض می‌شود.

بنابراین داریم:

$$f_۱ = ۴ + (-\frac{۲}{۱۰۰۰})x$$

$$f_۲ = ۲/۲۵ + (-\frac{۰/۵}{۲۰۰۰})x$$



با مساوی قرار دادن معادلات خط $f_۲, f_۱$ می‌توانیم محل تقاطع یا x را پیدا کنیم.

$$f_۱ = f_۲ \rightarrow ۴ - \frac{۲x}{۱۰۰۰} = ۲/۲۵ - \frac{۰/۵}{۲۰۰۰}x \rightarrow ۱/۷۵ = \frac{۱/۵}{۱۰۰۰}x \rightarrow x = ۱/۱۷ \times ۱۰^۳ (m)$$

نکته: افت فشار ناشی از اصطکاک یک رابطه خطی با طول لوله دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل ششم

۱ـ اگر وزن مخصوص سیال γ و افت نظیر ارتفاع معادل h و شعاع لوله R و طول آن L باشد، تنش برشی بین سیال و دیوار لوله برابر است با:

۱) $\tau_w = \frac{h_l \gamma L}{2R}$ ۲) $\tau_w = \frac{h_l \gamma R}{2L}$ ۳) $\tau_w = \frac{h_l \gamma R^2}{4L}$ ۴) $\tau_w = \frac{h_l L R}{2L}$

۲ـ بین دو صفحه موازی به فاصله h سیالی جاری است. سرعت متوسط سیال برابر $u = \frac{ch^2}{12\mu}$ و تنش در دیواره برابر بـا $\tau_\circ = \frac{ch}{2}$ اسـت (c مقـداری ثابت و μ ویسکوزیته سیال است). کدام یک از روابط زیر بین ضریب اصطکاک دارسی و عدد رینولدز $Re = \frac{\rho u h}{\mu}$ برقرار است؟

۱) $f = \frac{12}{Re}$ ۲) $f = \frac{24}{Re}$ ۳) $f = \frac{48}{Re}$ ۴) $f = \frac{64}{Re}$

۳ـ جریان روغن با ویسکوزیته $0/5 \frac{N.s}{m^2}$، دانسیته $0/8 \frac{g}{cm^3}$ و دبی $0/6 \frac{L}{min}$ از لوله‌ای به قطر $2\ mm$ می‌گذرد. ضریب اصطکاک در این سیستم با فرض زبری $e = 0/01 mm$ چقدر است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{2\pi}{3}$

۴ـ در صورتی که توزیع تنش در لوله $\tau = \frac{\Delta P}{2L} r$ و افت فشار معادل $\Delta P = 16 \mu L$ فرض شود، توزیع سرعت عبارت است از: ($R = \frac{D}{2}$ شعاع لوله و سیال نیوتنی است.)

۱) $2D^2 - 4r^2$ ۲) $D^2 - r^2$ ۳) $D^2 - 2r^2$ ۴) $D^2 - 4r^2$

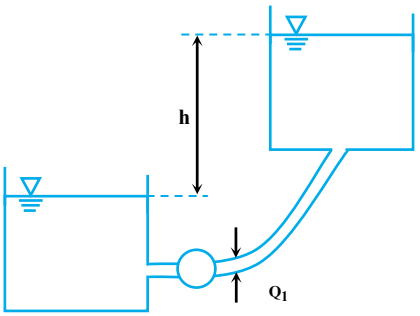
۵ـ پمپی روغنی به چگالی نسبی (S) را با راندمان $0/85$ و شدت جریان $15 \frac{lit}{s}$ به ارتفاع $50\ m$ پمپاژ می‌کند. اگر توان موتور پمپ (توان کل) $7\ kw$ باشد، چگالی نسبی روغن چقدر است؟

۱) $0/709$ ۲) $0/75$ ۳) $0/809$ ۴) $0/825$

۶ـ در حرکت آرام داخل لوله اگر دبی جریان دو برابر شده و سایر پارامترها ثابت باقی بمانند، تنش مطابق کدام یک از پاسخ‌ها تغییر می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند. ۲) چهار برابر می‌شود. ۳) دو برابر می‌شود. ۴) نصف می‌شود.

۷ـ اگر توان مورد نیاز پمپ در شکل زیر با راندمان ۷۵ درصد برای عبور دبی $20 \frac{lit}{s}$، $4\ kw$ باشد، اختلاف ارتفاع دو مخزن (h) چقدر است؟ (تلفات مسیر $\frac{5V^2}{2g}$ است.)



۱) $14/4\ m$
۲) $13/64\ m$
۳) $15/29\ m$
۴) $16/94\ m$

۸ـ در یک جریان حقیقی، حداکثر ارتفاع قله سیفون بالاتر از تراز بالادست مخزن:

۱) بستگی به افت هد تا نقطه اوج و فشار بخار دارد.
۲) فقط بستگی به فشار بخار دارد.
۳) بستگی به افت هد کلی در سیفون، تراز مجرای خروجی و فشار بخار دارد.
۴) ثابت است.

۹ـ عبارت نادرست را تعیین کنید. شرایط نامطلوبی که در یک سیستم جریان به وسیله کاویتاسیون ایجاد شده عبارت است از:

۱) کاهش راندمان ۲) افزایش سرعت ۳) خسارت به فضاهای جریان ۴) سر و صدا و لرزش

۱۰ـ در یک جریان آرام یکنواخت دائمی عبوری از یک لوله مدور به قطر D، نسبت سرعت در $\frac{D}{4}$ از مرکز به حداکثر سرعت چقدر است؟

۱) $0/25$ ۲) $0/50$ ۳) $0/75$ ۴) $0/90$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ در یک لوله مدور انتقال روغن بین دو نقطه در حالت جریان آرام، برای دو برابر شدن دبی و در صورت ثابت بودن تمام عوامل، توان مصرفی چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۵ برابر توان اولیه ۲) ۲ برابر توان اولیه ۳) ۴ برابر توان اولیه ۴) ۸ برابر توان اولیه

۱۲ـ برای انتقال روغن با دبی Q در لوله‌ای به طول L و قطر d، افت هد h است. اگر این لوله با لوله دیگری به قطر $\frac{d}{۲}$ عوض شده و تمام عوامل دیگر ثابت باقی بمانند، افت هد در این حالت چقدر است؟

۱) $۰/۵h$ ۲) $۲h$ ۳) $۸h$ ۴) $۳۲h$

۱۳ـ کدام عبارت نادرست است؟

۱) در جریان آرام، لزجت گردابی صفر است.

۲) در جریان درهم، لزجت مولکولی در مقایسه با لزجت گردابی کوچک است.

۳) در هر جریان معین، لزجت گردابی در سراسر جریان سیال ثابت است.

۴) لزجت گردابی وابسته به حالت جریان درهم است.

۱۴ـ در جریان درهم داخل لوله، تنش برشی .....

۱) در مرکز حداکثر است. ۲) در مرز حداکثر است و به طور خطی تا مقدار صفر در مرکز کاهش می‌یابد.

۳) در جداره حداکثر است و به طور لگاریتمی به سمت مرکز کاهش می‌یابد. ۴) در فاصله محدودی از جداره حداکثر است.

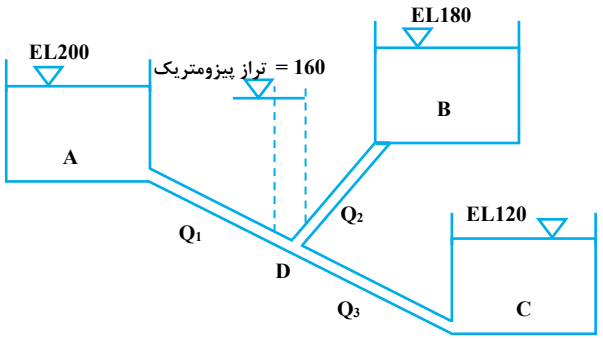
۱۵ـ دو مخزن به وسیله دو لوله M و N با قطر و طول یکسان به طور موازی متصل می‌شوند. در صورتی که ضریب اصطکاک لوله M، ۴ برابر ضریب اصطکاک لوله N باشد، نسبت دبی در لوله M به دبی در لوله N چقدر است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۶ـ اگر دبی کلی عبوری Q از لوله‌های موازی به طول L و قطر D عبور کند، افت هد h است. در صورت نصب سری این لوله‌ها برای همان میزان دبی، افت هد H است. با فرض ضریب اصطکاک یکسان برای هر دو سیستم، مقدار $\frac{H}{h}$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۱۷ـ سه مخزن A، B و C به وسیله لوله‌هایی (مطابق شکل) به هم متصل می‌شوند. ترازهای سطح آب در مخازن و تراز پیزومتریک در نقطه اتصال D مشخص شده است. رابطه بین دبی‌های مخازن کدام است؟



۱) $Q_۱ + Q_۲ = Q_۳$

۲) $Q_۱ - Q_۲ = Q_۳$

۳) $Q_۲ - Q_۱ = Q_۳$

۴) $Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰$

۱۸ـ آب با دبی $۰/۱\frac{m^۳}{s}$ تا ارتفاع $۱۰m$ پمپ می‌شود. اصطکاک و افت‌های جزئی $۵\ m$ است. توان لازم جهت پمپاژ چقدر است؟

۱) $۱۰۰۰\frac{kg.m}{s}$ ۲) $۱۵۰۰\frac{kg.m}{s}$ ۳) $۵۰۰\frac{kg.m}{s}$ ۴) $۲۰۰۰\frac{kg.m}{s}$

۱۹ـ در انقباض ناگهانی در لوله‌ای، ضریب انقباض .....

۱) تابعی از عدد رینولدز (Re) است.

۲) یک ثابت عمومی است.

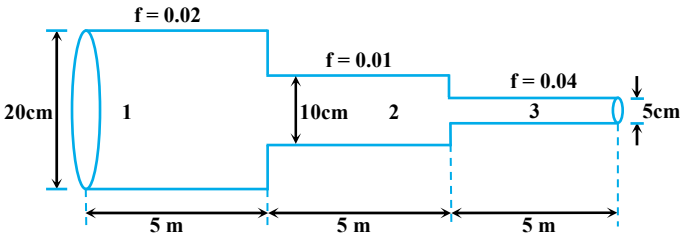
۳) تابعی از نسبت قطرها قبل و بعد از انقباض $(\frac{D_۱}{D_۲})$ است.

۴) تابعی از عدد رینولدز (Re) و نسبت قطرها قبل و بعد از انقباض $(\frac{D_۱}{D_۲})$ است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ با توجه به شکل اگر بخواهیم کل سیستم را معادل یک لوله با مشخصات لوله شماره ۲ تبدیل کنیم، طول لوله معادل چند متر خواهد بود؟

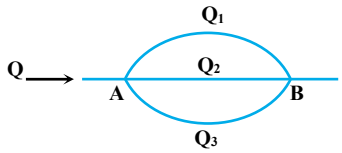


۱) ۱۲/۳۱۵
۲) ۱۲۳/۱۵
۳) ۶۴/۵۳۱
۴) ۶۴۵/۳۱

۲۱ـ ماکزیمم سرعت متوسط آب با لزجت دینامیکی $0/01\ Pa.s$ در یک لوله با قطر $6\ mm$ که دارای جریان آرام باشد، کدام است؟

۱) $2/87\ \frac{m}{s}$
۲) $3/87\ \frac{m}{s}$
۳) $4/87\ \frac{m}{s}$
۴) $6\ \frac{m}{s}$

۲۲ـ با توجه به شکل و اطلاعات داده شده، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟



$$\begin{cases} D_1 = D_2 = D_3 \\ L_1 = L_3 = 2L_2 \\ f_1 = f_3 = 0/5 f_2 \end{cases}$$

۱) $Q_1 = Q_2 = Q_3$
۲) $Q_1 = Q_3 = 2Q_2$
۳) $Q_1 = Q_3 = \frac{Q_2}{2}$
۴) $Q_1 = Q_3 = 1/5 Q_2$

۲۳ـ سیالی به وزن مخصوص $8500\ \frac{N}{m^3}$ در لوله‌ای به قطر $0/1m$ با دبی $0/5\ \frac{m^3}{s}$ جریان داشته و تنش برشی در جداره لوله $40\ Pa$ است. توان اصطکاکی تلف شده در واحد طول لوله چند kw است؟

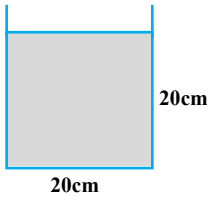
۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

۲۴ـ چرخ پلتون با مشخصات زیر را در نظر بگیرید. در صورتی که راندمان چرخ ۹۰ درصد باشد، قدرت مفید چرخ را محاسبه کنید؟

($V_j = 8\ \frac{m}{s}$ سرعت جت آب، $\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ دانسیته آب، $N = 150\ rpm$ دور چرخ، $D = 1/2\ m$ قطر چرخ، $d_j = 0/3\ m$ قطر جت آب.)

۱) ۱۶/۳ kw
۲) ۲۵/۸ kw
۳) ۴۳/۱ kw
۴) ۷۸/۱ kw

۲۵ـ در یک کانال روباز که مقطع آن در شکل زیر داده شده است، آب با سرعت $10\ \frac{m}{s}$ جریان دارد. عدد رینولدز برای این جریان چقدر است؟ ($\nu = 1\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$)



۱) $0/67\times10^6$
۲) $1/67\times10^6$
۳) $2/67\times10^6$
۴) $2/0\times10^6$

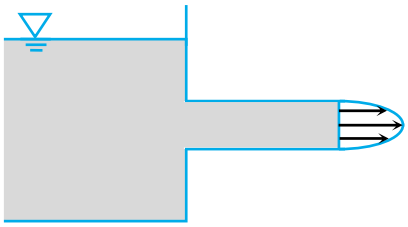
۲۶ـ علت ایجاد کاویتاسیون در جریان چیست؟

۱) فشار کم محیط
۲) فشار کم در جریان
۳) جدایی (Separation) در جریان
۴) سرعت و فشار زیاد در جریان

۲۷ـ افت بار خطی (Pressure Loss) در جریان درهم داخل یک لوله:

۱) به طور مستقیم با سرعت جریان بستگی دارد.
۲) به طور معکوس با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.
۳) به طور معکوس با توان دوم قطر لوله بستگی دارد.
۴) به طور تقریبی با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.

۲۸ـ مطابق شکل، سیال از طریق یک لوله به محیطی با فشار اتمسفر تخلیه می‌شود. پروفیل سرعت در مقطع خروجی از لوله سهمی است. اگر طول لوله افزایش یافته و سطح داخلی آن نیز زبرتر شود:

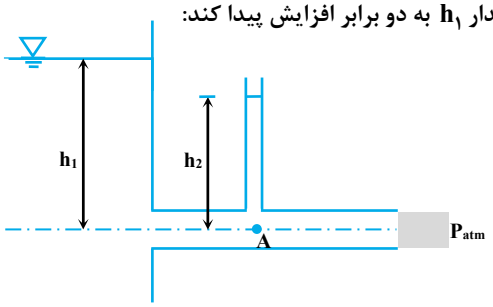


۱) پروفیل سرعت خروجی باز هم سهمی خواهد بود، لیکن مقدار ماکزیمم آن افزایش می‌یابد.
۲) پروفیل سرعت خروجی باز هم سهمی خواهد بود، لیکن مقدار ماکزیمم آن کاهش می‌یابد.
۳) هیچ تغییری در پروفیل سرعت ایجاد نمی‌شود.
۴) پروفیل سرعت خروجی به علت ایجاد جریان مغشوش کاملاً تغییر می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۹ـ در شکل نشان داده شده، آب از طریق یک لوله افقی به محیطی با فشار اتمسفر تخلیه می‌شود. اگر سطح آب در ارتفاع h_1 ثابت نگاه داشته شود، ارتفاع آب در داخل پیزومتر واقع در نقطه A از لوله مقدار h_2 را نشان خواهد داد. اگر مقدار h_1 به دو برابر افزایش پیدا کند:



۱) به مقدار h_2 به اندازه h_1 اضافه می‌شود.

۲) مقدار h_2 تغییری پیدا نمی‌کند.

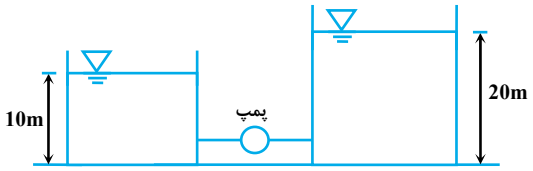
۳) مقدار h_2 به اندازه افزایش افت فشار از A تا دهانه خروجی لوله زیاد می‌شود.

۴) هیچ‌کدام

۳۰ـ اگر پروفیل سرعت جریان در لوله $U = \frac{A}{\mu}(R^2 - r^2)$ باشد (A مقدار ثابت، μ ضریب ویسکوزیته سیال، R شعاع لوله، r فاصله شعاعی از محور لوله)، کاهش فشار در واحد طول لوله برابر است با:

۱) $\frac{A}{4}$ ۲) $4A$ ۳) $2A$ ۴) A

۳۱ـ نرخ افت انرژی در سیستم زیر را به دست آورید. (قطر لوله بین دو مخزن $D = 10cm$ و طول آن $L = 10m$، دانسیته آب $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$، $g = 10 \frac{m}{s^2}$، قدرت پمپ $W^{\circ} = 5/2kw$ و دبی عبوری از پمپ $Q = 0/05 \frac{m^3}{s}$.)



۱) 200w ۲) 100w

۳) 1200w ۴) 600w

۳۲ـ در جدار قائم یک منبع روباز، یک روزنه (اوریفیس) دایره‌ای شکل با جدار باریک به قطر 3 cm ایجاد شده است. ارتفاع آب از مرکز روزنه 2/7 m و ضرایب سرعت و انقباض به ترتیب برابر با 0/95 و 0/65 است. توان (هیدرولیکی) فوران خارج شده از روزنه بر حسب (w) چقدر است؟ (شتاب ثقل $g = 9/8 \frac{m}{s^2}$)

۱) 151/64 ۲) 87/62 ۳) 105/2 ۴) 75/82

۳۳ـ طول معادل برای اتصالات لوله‌ها عبارت است از: (f = ضریب اصطکاک لوله، D = قطر لوله، L = طول لوله، k = ضریب افت، u = سرعت آب در لوله)

۱) $k\frac{u^2}{2g}$ ۲) $f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2g}$ ۳) $\frac{kD}{f}$ ۴) هیچ‌کدام

۳۴ـ سیفون در لوله وقتی اتفاق می‌افتد که:

۱) فشار مطلق باشد. ۲) فشار منفی باشد. ۳) انرژی منفی باشد. ۴) جریان آشفته باشد.

۳۵ـ اگر خط شیب هیدرولیکی در زیر نقاطی از سیستم قرار گیرد، فشار در آن نقاط:

۱) صفر است. ۲) بیش از فشار اتمسفر است. ۳) چنین وضعی امکان‌پذیر نیست. ۴) کمتر از فشار اتمسفر است.

۳۶ـ اگر قطر لوله در یک سیستم انتقال تحت فشار تغییر کند، در حالی که شدت جریان در آن ثابت باشد:

۱) شیب خطوط هیدرولیکی و انرژی تغییر می‌کند.

۲) فاصله بین خطوط شیب انرژی و هیدرولیکی تغییر می‌کند.

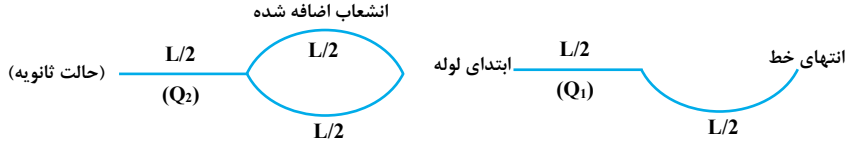
۳) هر دو مورد فوق اتفاق می‌افتد.

۴) هیچ‌کدام از موارد فوق تغییر نمی‌کند.

۳۷ـ با استفاده از رابطه دارسی ـ وایسباخ می‌توان نشان داد که اگر قطر لوله‌ای به میزان 20 درصد کوچک‌تر شود ولی سایر کمیت‌ها ثابت بمانند، افت اصطکاکی در این لوله:

۱) دو برابر می‌شود. ۲) چهار برابر می‌شود. ۳) سه برابر می‌شود. ۴) 1/25 برابر می‌شود.

۳۸ـ اگر از وسط خط لوله‌ای (مطابق شکل) یک انشعاب جدید موازی ایجاد شود، دبی عبوری به چه نسبتی افزایش می‌یابد؟ (فشار ابتدا و انتهای خط لوله در هر دو حالت ثابت بوده و قطر لوله‌ها یکسان است. ضریب f همواره در رابطه دارسی ـ وایسباخ ثابت فرض می‌شود و افت‌های موضعی قابل اغماض است.)

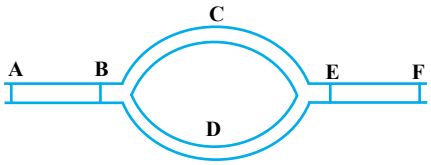


۱) $\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{2}$ ۲) $\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{1/8}$ ۳) $\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{1/6}$ ۴) $\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{1/4}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۹ـ در لوله‌های نشان داده شده، افت انرژی (h) بین نقاط A و F برابر است با:



۱) $h_{AB}+h_{BCE}+h_{BDE}+h_{EF}$

۲) $h_{AB}+h_{EF}$

۳) $h_{AB}+2h_{BCE}+h_{EF}$

۴) $h_{AB}+h_{BCE}+h_{EF}$

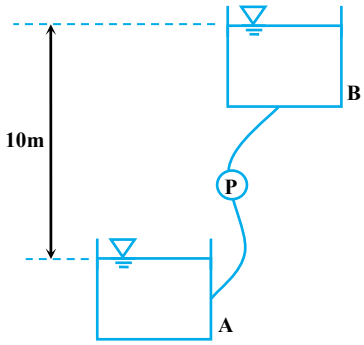
۴۰ـ لوله پیتوت برای اندازه‌گیری کدام یک از موارد زیر به کار می‌رود؟

۱) دبی ۲) فشار در یک نقطه معلوم ۳) سرعت در یک نقطه معلوم ۴) افت متوسط

۴۱ـ انرژی جذب شده توسط یک توربین آبی وقتی که دبی $50\frac{m^3}{s}$ با سرعت متوسط $8\frac{m}{s}$ از آن می‌گذرد برابر $40m$ است. در صورتی که راندمان کل توربین ۸۰% و شتاب ثقل $10\frac{m}{s^2}$ فرض شود، توان خروجی توربین چقدر است؟

۱) ۲۰/۴۸ مگاوات ۲) ۱۶ مگاوات ۳) ۲۵ مگاوات ۴) ۱۲/۸ مگاوات

۴۲ـ در شکل زیر آب از منبع A به منبع B توسط پمپ P با دبی $360\frac{m^3}{h}$ انتقال می‌یابد. اگر افت انرژی سیستم $100Q^2$ متر و اختلاف ارتفاع هندسی دو منبع $10m$ باشد، توان هیدرولیکی پمپ چند (kw) است؟



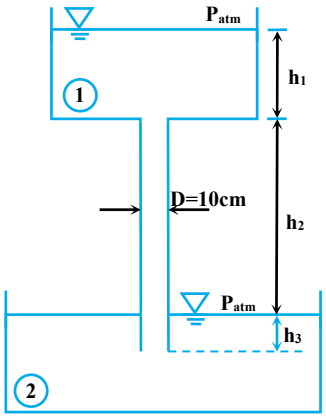
۱) g

۲) ۳۶/۲ g

۳) ۱/۱ g

۴) ۶۰/۴g

۴۳ـ از ظرف (۱) آب از طریق مجرایی به قطر $10cm$ به مخزن (۲) می‌ریزد (مطابق شکل). هر دو مخزن بزرگ در نظر گرفته شده‌اند. مشخصات هندسی عبارتند از: ضریب اصطکاک لوله $f=0/1$، ضریب افت دهانه ورودی لوله $k_1=0/15$ و ضریب افت دهانه خروجی لوله $k_2=0/1$ است. سرعت جریان در داخل لوله چقدر است؟



۱) $V=4/67\frac{m}{s}$

۲) $V=5/29\frac{m}{s}$

۳) $V=3/51\frac{m}{s}$

۴) $V=4/29\frac{m}{s}$

۴۴ـ توزیع سرعت به صورت $\frac{u}{u_{max}}=(\frac{y}{R})^{\frac{1}{7}}$ (R = شعاع لوله و y = فاصله از دیواره لوله) برای جریان درهم نمی‌تواند بر روی جداره لوله به کار گرفته شود، زیرا:

۱) تنش برشی بی‌نهایت می‌شود. ۲) تنش برشی صفر می‌شود.

۳) سرعت صفر می‌شود. ۴) سرعت بی‌نهایت می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۵ـ در جریان درهم داخل یک لوله، انتقال ممنتوم مولکولی در چه قسمتی از لوله نقش اساسی دارد؟

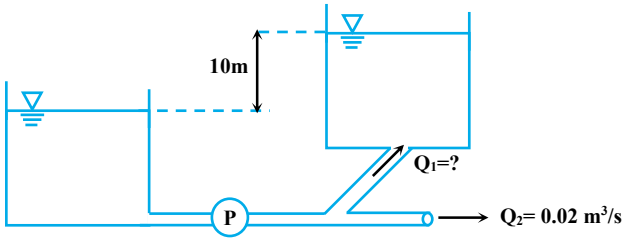
۱) کل لایه مرزی ۲) مرکز ۳) نزدیکی دیواره ۴) اصلاً ندارد.

۴۶ـ کدام یک از موارد زیر از شرایط لازم برای توسعه‌یافتگی جریان آرام در داخل کانال‌ها است؟

۱) ثابت بودن افت فشار در واحد طول کانال ۲) عدم تغییر پروفیل سرعت در جهت عمود بر حرکت سیال

۳) قابل توجه بودن اجزای سرعت در جهت‌های مختلف ۴) هر سه مورد صحیح هستند.

۴۷ـ در شکل زیر توان پمپ ۷/۵ kw است. مقدار دبی Q_1 را به دست آورید.



۱) $0/076 \frac{m^3}{s}$ ۲) $0/056 \frac{m^3}{s}$

۳) $0/096 \frac{m^3}{s}$ ۴) $0/036 \frac{m^3}{s}$

۴۸ـ معادله پرانتل برای توزیع سرعت جریان درهم در لوله‌ای به شعاع R برابر است با $u = u_{max}(\frac{y}{R})^{\frac{1}{7}}$. ضریب تصحیح ممنتوم برابر است با:

۱) $\beta = 2$ ۲) $\beta = \frac{1}{2}$ ۳) $\beta = \frac{2}{3}$ ۴) $\beta = 1/02$

۴۹ـ توزیع سرعت روی نصف یک مقطع عرضی یکنواخت بوده و روی نیمه بقیه صفر است. ضریب تصحیح ممنتوم چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

۵۰ـ اگر پروفیل سرعت جریان آب در داخل لوله به صورت خطی باشد، سرعت متوسط در هر مقطع از لوله چه کسری از سرعت ماکزیمم خواهد بود؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{2}{3}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

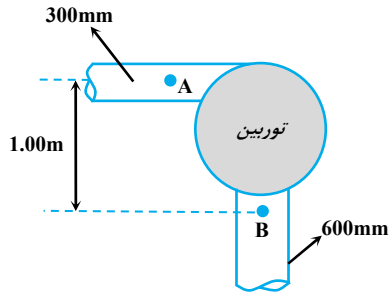
فصل هفتم

« توربو ماشین‌ها »

مثال۱: آب از توربین نشان داده شده در شکل با دبی $۰/۳۶\frac{m^۳}{s}$ می‌گذرد و فشار در نقاط A و B به ترتیب ۱۵۰kpa و −۴۰kpa می‌باشد. قطر لوله‌ها نیز در شکل نشان داده شده است. مقدار توان هیدرولیکی توربین بر حسب کیلو وات چقدر می‌باشد؟

$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}, \gamma_{آب} = ۱۰\frac{kN}{m^۳})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۷۹)



۱) ۴۴

۲) ۶۲

۳) ۷۶

۴) ۹۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» برای محاسبه توان هیدرولیکی توربین داریم: توان هیدرولیکی $: P = Q\gamma H_t$

برای به‌دست آوردن هد واقعی توربین، با نوشتن معادله انرژی بین ورودی (نقطه A) و خروجی (نقطه B) توربین داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^۲}{۲g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^۲}{۲g} + Z_B + H_t$$

دبی جریان $: Q = V.A \Rightarrow$ سرعت جریان $: V = \frac{۴Q}{\pi D^۲}$

سرعت جریان در نقطه A $: V_A = \frac{۴\times ۰/۳۶}{\pi(۰/۳)^۲} = ۵/۰۹۶\ (\frac{m}{s})$

سرعت جریان در نقطه B $: V_B = \frac{۴\times ۰/۳۶}{\pi(۰/۶)^۲} = ۱/۲۷۳\ (\frac{m}{s})$

با قرار دادن در معادله انرژی داریم:

$$\frac{۱۵۰\times ۱۰^۳}{۱۰^۴} + \frac{(۵/۰۹۶)^۲}{۲\times ۱۰} + ۱ = \frac{-۴۰\times ۱۰^۳}{۱۰^۴} + \frac{(۱/۲۷۳)^۲}{۲\times ۱۰} + H_t \Rightarrow H_t = ۲۱/۲۱۶(m)$$

توان هیدرولیکی توربین $: P = Q\gamma H_t = ۰/۳۶\times ۱۰^۴ \times ۲۱/۲۱۶ = ۷۶۳۷۷/۶\ (w) \simeq ۷۶/۴\ (kw)$

مثال۲: پمپی به توان ۶۰kw در یک سیستم آبیاری به کار می‌رود. جهت مطالعه آن مدلی ۸ بار کوچک‌تر از نمونه اصلی ساخته می‌شود. اگر نسبت سرعت‌ها $\frac{V_p}{V_m} = \frac{۲}{۱}$ باشد، آن‌گاه توان لازم برای پمپ مدل چند کیلو وات (kw) خواهد بود؟

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۰)

۱) ۰/۱۱۷ ۲) ۰/۲۳۴ ۳) ۰/۴۶۹ ۴) ۰/۹۳۸

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

روش اول: با استفاده از عدد بی‌بعد ضریب توان داریم:

$$C_p = \frac{P}{\rho N^۳ D^۵} \Rightarrow \frac{P_M}{P_P} = (\frac{\rho_M}{\rho_P})(\frac{N_M}{N_P})^۳(\frac{D_M}{D_P})^۵$$

N سرعت دورانی است و برای تبدیل آن به سرعت خطی V داریم: $V = ND$

$$\frac{N_M}{N_P} = (\frac{V_M}{V_P})(\frac{D_P}{D_M}) \ ,\ \rho_M = \rho_P \Rightarrow \frac{P_M}{P_P} = (\frac{V_M}{V_P})^۳(\frac{D_M}{D_P})^۲ \Rightarrow \frac{P_M}{۶۰} = (\frac{۱}{۲})^۳(\frac{۱}{۸})^۲$$

توان مصرفی مدل $P_M = ۰/۱۱۷(kw)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

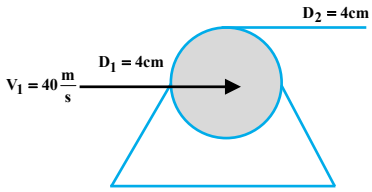
روش دوم:

$$P = Q\gamma H \quad , \quad H = \frac{V^2}{2g} \quad , \quad Q = AV$$

$$\frac{P_M}{P_P} = (\frac{\gamma_M}{\gamma_P})(\frac{V_M}{V_P})^2(\frac{Q_M}{Q_P}) = (\frac{V_M}{V_P})^2(\frac{V_M}{V_P})(\frac{A_M}{A_P}) = (\frac{V_M}{V_P})^3(\frac{D_M}{D_P})^2 \Rightarrow \frac{P_M}{60} = (\frac{1}{2})^3(\frac{1}{8})^2 \Rightarrow P_M = 0/117\ (kw)$$

مثال ۳: بازده تلمبه شکل زیر ۷۰% است. اگر این تلمبه فشار آب را ۸۰۰Kpa افزایش دهد، توان مورد نیاز آن چند کیلو وات می‌باشد؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۱)



۱) ۲/۵

۲) ۳/۵۷

۳) ۴۰

۴) ۵۷/۱۴

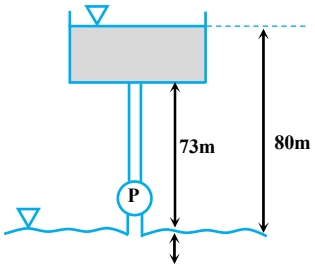
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای محاسبه توان مصرفی تلمبه داریم:

$$\text{راندمان تلمبه}: \eta = \frac{Q\gamma H}{P} \Rightarrow \text{توان مصرفی تلمبه}: P = \frac{Q\gamma H}{\eta} = \frac{Q(\Delta P)}{\eta} = \frac{(\Delta P)VA}{\eta}$$

$$P = \frac{800(\frac{kN}{m^2}) \times 40(\frac{m}{s}) \times \frac{\pi}{4}(4\times10^{-2})^2(m^2)}{0/7} \Rightarrow P = 57/45\ (kw)$$

مثال ۴: در شکل زیر آب از پایین به بالا پمپاژ می‌شود و داریم $Q = 0/01\frac{m^3}{s}$ و $\gamma = 9810\frac{N}{m^3}$. اگر توان داده شده توسط پمپ به سیستم برابر با 8kw باشد، ارتفاع معادل تلفات انرژی در لوله‌ها (ناشی از اصطکاک) به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ از افت‌های موضعی صرف‌نظر می‌شود.

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۳)



۱) ۰/۵ متر

۲) ۱/۵۵ متر

۳) ۲/۵۲ متر

۴) ۳/۵۱ متر

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با نوشتن معادله انرژی بین سطح آزاد دو مخزن داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma}^{0} + \frac{V_1^2}{2g}^{0} + Z_1 + H_p = \frac{P_2}{\gamma}^{0} + \frac{V_2^2}{2g}^{0} + Z_2 + h_f \Rightarrow H_p = h_f + (Z_2 - Z_1) \Rightarrow H_p = 80 + h_f$$

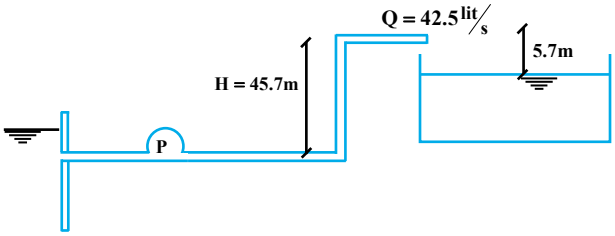
$$\text{توان مصرفی پمپ}: P = Q\gamma H_p \Rightarrow H_p = \frac{P}{Q\gamma} = \frac{8\times10^3}{0/01\times9810} = 81/55\ (m)$$

$$\text{ارتفاع معادل تلفات انرژی در لوله‌ها}: h_f = H_p - 80 = 81/55 - 80 = 1/55\ (m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۵: وان الکتریکی پمپ در شکل مقابل چقدر می‌باشد. بازده کلی را ۷۵ درصد و $g = 9/81 m/s^2$ فرض نمائید. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)



۱) ۲۲۲۳۶ N.m/s

۲) ۲۵۴۰۴ N.m/s

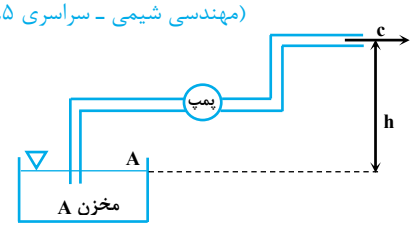
۳) ۱۴۲۹۰ N.m/s

۴) ۱۲۵۰۸ N.m/s

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$P = \frac{\gamma Q H_p}{\eta} = \frac{9810 \times 42/5 \times 10^{-3} \times 45/7}{0/75} = 254/5 \ (w)$$

مثال۶: پمپی آب را از مخزن A به خروجی C منتقل می‌نماید. اگر اصطکاک مسیر برابر $h_f = \frac{2V_c^2}{2g_c}$، قدرت پمپ $\eta w_p = \frac{2V_c^2}{2g_c}$ و سرعت خروجی $V_c = 4 \frac{m}{sec}$ باشد، ارتفاع h را محاسبه کنید. (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)



۱) $h = 1/63 m$

۲) $h = 3/26 m$

۳) $h = 2/63 m$

۴) $h = 2/448 m$

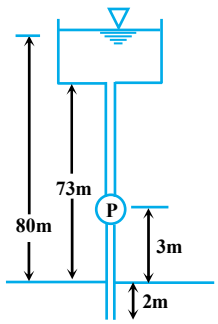
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با نوشتن معادله انرژی بین سطح آزاد مخزن (A) و خروجی لوله (C) داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_A^2}{2g}^{\circ} + Z_A^{\circ} + H_p = \frac{P_c}{\gamma}^{\circ} + \frac{V_c^2}{2g} + Z_c + h_f$$

$$\frac{5V_c^2}{2g} = \frac{V_c^2}{2g} + h + \frac{2V_c^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{V_c^2}{g} = \frac{(4)^2}{9/81} \Rightarrow h = 1/63 \ (m)$$

مثال۷: در شکل زیر آب از پایین به بالا پمپاژ می‌شود. اگر توان داده شده توسط پمپ به سیستم برابر ۸kw باشد، ارتفاع معادل تلفات انرژی در لوله‌ها (ناشی از اصطکاک) به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

از افت‌های موضعی صرف نظر می‌شود و داریم $Q = 0/01 m^3/sec$, $\gamma = 9810 \ N/m^3$



۱) ۰/۵۵ m

۲) ۱/۵۵ m

۳) ۲/۵۵ m

۴) ۳/۵۵ m

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اختلاف ارتفاع آزاد دو سطح آب در مخازن ۸۰ m است:

$$P = \gamma \times Q \times H \Rightarrow 8 \times 10^3 = 9810 \times 0/01 \times H$$

$$H = 81/55 \ (m) \quad ; \quad \Delta H = 81/55 - 80 = 1/55 (m)$$

مثال۸: انرژی جذب شده توسط یک توربین آبی وقتی دبی ۵۰ متر مکعب در ثانیه با سرعت متوسط ۸ متر بر ثانیه از آن می‌گذرد، برابر ۴۰ متر است. در صورتی که راندمان کل توربین برابر ۸۰ درصد بوده و شتاب ثقل برابر ۱۰ متر بر مجذور ثانیه فرض شود، توان خروجی توربین برابر است با: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

۱) ۲۰MW ۲) ۱۶MW ۳) ۲۵MW ۴) ۱۲MW

☑ **پاسخ:** گزینه «۲»

$$\eta_T = \frac{\dot{W}}{\gamma Q H_T} \Rightarrow \dot{W} = \eta_T \gamma Q H_T = (0/8)(10^4)(50)(40) = 16 (Mw)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال۹: کاویتاسیون در لوله حتماً وقتی به وجود می‌آید که: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۵)

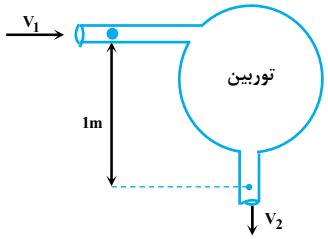
۱) فشار منفی باشد. ۲) جریان کاملاً آشفته باشد. ۳) سرعت بیش از ۳ متر در ثانیه باشد. ۴) هیچ‌کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» در صورتی که فشار مایع برابر فشار بخار یا کمتر شود، کاویتاسیون رخ می‌دهد. بنابراین وقوع کاویتاسیون در هر فشار منفی، حتمی نیست.

مثال۱۰: در صورتی که سرعت ورودی به توربین شکل زیر $۶(\frac{m}{s})$ و سرعت خروجی $۲(\frac{m}{s})$ و فشار در ورودی و خروجی به ترتیب ۱۵۴ و ۲۰- کیلو پاسکال باشد. با صرف‌نظر کردن از انتقال حرارت، توان اعمال شده از آب به توربین چقدر است؟ (دبی عبوری ۲۰۰ لیتر بر ثانیه است).

$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}, \rho = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۶)



۱) ۲۰kw

۲) ۳۲kw

۳) ۳۸kw

۴) ۴۰kw

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» توان اعمال شده به توربین (توان ورودی) برابر است با:

$P_{ورودی} = Q\gamma H_t$

برای محاسبه هد واقعی توربین با نوشتن معادله انرژی بین ورودی و خروجی توربین داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + H_t \Rightarrow \frac{۱۵۴\times۱۰^۳}{۱۰^۴} + \frac{۶^۲}{۲\times۱۰} + ۱ = \frac{-۲۰\times۱۰^۳}{۱۰^۴} + \frac{۲^۲}{۲\times۱۰} + ۰ + H_t \Rightarrow ۲۰(m)$$

توان اعمال شده به توربین : $P_{ورودی} = ۲۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰^۴\times۲۰ = ۴۰۰۰۰(w) = ۴۰(kw)$

مثال۱۱: پمپی با راندمان η آب را در یک مدار بسته به گردش در می‌آورد. اگر کل افت انرژی در این مدار H_f باشد، مقدار انرژی مصرف شده پمپ برابر کدام است؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{H_f}{\eta}$ ۲) H_f ۳) $\frac{H_f\eta}{۲}$ ۴) $H_f\eta$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

روش اول: با نوشتن معادله انرژی بین ابتدا و انتهای مدار بسته داریم:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ + H_p = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + h_f$$

به این دلیل که نقاط ۱ و ۲ در واقع یکسان هستند، داریم:

$P_۱ = P_۲$, $V_۱ = V_۲$, $Z_۱ = Z_۲ \Rightarrow H_p = h_f$ هد واقعی پمپ

با توجه به افت انرژی کل در این مدار داریم:

انرژی مفید پمپ $= Q\gamma H_p = Q\gamma h_f = H_f$ و کل افت انرژی در مدار بسته : $H_f = Q\gamma h_f$

حال برای محاسبه انرژی مصرفی پمپ داریم:

$$\text{راندمان} = \frac{\text{انرژی مفید}}{\text{انرژی مصرفی}} \Rightarrow \text{انرژی مصرفی} = \frac{\text{انرژی مفید}}{\text{راندمان}} = \frac{H_f}{\eta}$$

روش دوم: با استفاده از قانون اول ترمودینامیک بین ابتدا و انتهای مدار بسته داریم:

کل افت انرژی مدار بسته $H_p = H_f$ انرژی مفید پمپ

$$\text{راندمان پمپ} = \frac{\text{انرژی مفید پمپ}}{\text{انرژی مصرفی پمپ}} \Rightarrow \text{انرژی مصرفی پمپ} = \frac{\text{انرژی مفید پمپ}}{\text{راندمان پمپ}} = \frac{H_f}{\eta}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۲: هر گاه دو پمپ دارای تشابه هندسی باشند، کدام یک از روابط زیر در مورد آن‌ها صحیح نیست؟

(مهندسی مکانیک «تبدیل انرژی و طراحی جامدات ـ آزاد ۸۶)

۱) $\frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}(\frac{D_۲}{D_۱})^۳$

۲) $\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}(\frac{H_۲}{H_۱})^۳(\frac{D_۲}{D_۱})^۴$

۳) $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}(\frac{N_۲}{N_۱})^۳(\frac{D_۲}{D_۱})^۵$

۴) $\frac{H_۲}{H_۱}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲(\frac{D_۲}{D_۱})^۲$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» گروه‌های بی‌بعد مهم در پمپ‌ها عبارتند از:

$$\pi_۱=\frac{Q}{ND^۳}\qquad \pi_۲=\frac{gH}{N^۲D^۲}\qquad \pi_۳=\frac{P}{\rho N^۳D^۵}$$

گزینهٔ «۱»: $\frac{Q_۱}{N_۱D_۱^۳}=\frac{Q_۲}{N_۲D_۲^۳}\Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}(\frac{D_۲}{D_۱})^۳$

گزینهٔ «۳»: $\frac{P_۱}{\rho_۱N_۱^۳D_۱^۵}=\frac{P_۲}{\rho_۲N_۲^۳D_۲^۵}\Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}(\frac{N_۲}{N_۱})^۳(\frac{D_۲}{D_۱})^۵$

گزینهٔ «۴»: $\frac{gH_۱}{N_۱^۲D_۱^۲}=\frac{gH_۲}{N_۲^۲D_۲^۲}\Rightarrow \frac{H_۲}{H_۱}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲(\frac{D_۲}{D_۱})^۲$

گزینهٔ «۲»: $\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}(\frac{H_۲}{H_۱})^۳(\frac{D_۲}{D_۱})^۴\Rightarrow \pi=\frac{N}{QH^۳D^۴}$ بی‌بعد نیست

مثال ۱۳: پمپ P آب را از مخزن A به مخزن B که ۲۰ متر بالاتر قرار دارد انتقال می‌دهد. اگر افت در لوله‌ها ۵ متر باشد، برای دبی $۲۰\ lit/sec$ توان مورد نیاز چند کیلو وات می‌باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) ۱۵ ۲) ۵ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با استفاده از معادله انرژی بین نقاط A و B به ترتیب در سطح آزاد مخازن A و B داریم:

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^۲}{۲g}+y_A+H_p=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^۲}{۲g}+y_B+H_l\Rightarrow H_p=۲۰+۵=۲۵(m)$$

از طرفی رابطهٔ توان و هد پمپ به صورت زیر است:

$$P=\gamma QH_p\qquad P=۱۰۰۰\times۱۰\times۲۰\times۱۰^{-۳}\times۲۵\Rightarrow P=۵۰۰۰(w)=۵(kw)$$

مثال ۱۴: استفاده از Draft tube ..... .

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) در توربین‌های عکس‌العملی موجب تبدیل کامل انرژی جنبشی به جریان می‌شود.

۲) در کلیه توربین‌ها باعث افزایش راندمان می‌گردد.

۳) در توربین‌های ضربه‌ای باعث افزایش انرژی جنبشی جریان می‌گردد.

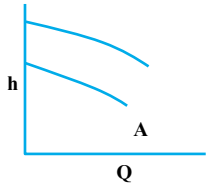
۴) در هر توربینی باعث هدایت و کنترل بهتر جریان می‌گردد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در توربین‌های عکس‌العملی، فشار نسبی آب در خروجی از چرخ منفی است. با افزودن لوله تخلیه (Draft tube) به توربین، بخشی از انرژی جنبشی سیال به فشار تبدیل می‌شود تا این خلأ نسبی در رسیدن به پایاب (Tail water) حذف شود.

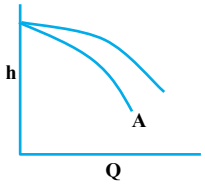
مثال ۱۵: منحنی مشخصه پمپ A با نمودار A در شکل نشان داده شده است. اگر دو پمپ A به صورت موازی قرار گیرند، نمودار مشخصهٔ مجموعهٔ پمپ‌ها کدام است؟

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

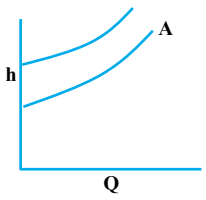
۱)



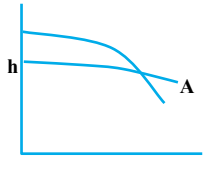
۲)



۳)



۴)



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

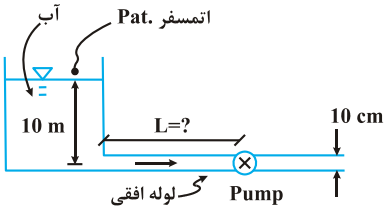
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر معادله منحنی مشخصه پمپی به صورت مقابل باشد: $H=H_{\circ}-AQ^{۲}$

در این صورت معادله منحنی مشخصه ۲ پمپ یکسان موازی عبارت است از: $H=H_{\circ}-A(\frac{Q}{۲})^{۲}$

با توجه به دو معادله فوق، عرض از مبدأ این دو منحنی برابر بوده و کاهش هد به ازای دبی یکسان در حالت دو پمپ موازی کمتر است.

مثال ۱۶: در سیستم زیر، از یک پمپ برای تأمین دبی $Q=۰/۰۱۵۷\frac{m^{۳}}{s}$ استفاده می‌شود. اگر فشار بخار آب $P_{at_{\circ}}=۱۰^{۴}\ Pa$ ، $P_v=۰/۱$ ، ضریب اصطکاک $f=۰/۰۲$ و چگالی آب $\rho=۱۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}$ باشد، موقعیت پمپ در چه فاصله‌ای (m) از مخزن باشد تا کاویتاسیون ایجاد نشود؟ (قطر لوله $۱۰cm$ و $(\pi=۳/۱۴, g=۱۰\frac{m}{s^{۲}})$)

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۲)



۱) ۵۰۰

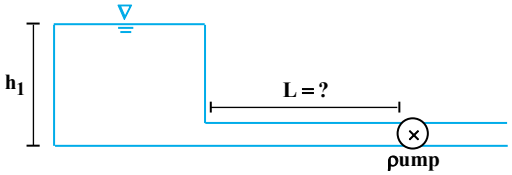
۲) ۴۷۰

۳) ۴۴۰

۴) ۵۳۰

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» معادله‌ی برنولی را بین دو نقطه‌ی سطح آزاد آب و طرف چپ پمپ می‌نویسیم.

نکته: به خاطر سطح زیاد، سطح آزاد آب، سرعت سطح صفر در نظر گرفته شده است.



$$\rho_{at}+\rho g h_{۱}-\frac{۱}{۲}f\frac{L}{D}\rho u^{۲}=P_v+\frac{۱}{۲}\rho u^{۲}$$

که در آن u سرعت در داخل لوله است.

$$۱۰^{۵}+۱۰\times۱۰\times۱۰۰۰-\frac{۱}{۲}\times۰/۰۲\times\frac{L}{۰/۱}\times۱۰۰۰\times u^{۲}=۱۰^{۴}+\frac{۱}{۲}\times۱۰^{۳}\times u^{۲}$$

$$۱۹\times۱۰^{۴}=(۱۰۰L+۵۰۰)u^{۲}\ ,\ \frac{Q}{\frac{\pi}{۴}D^{۲}}=u\rightarrow\frac{۰/۰۱۵۷\times۴}{۰/۰۱\pi}=u=۲(\frac{m}{s})\rightarrow L=۴۷۰(m)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

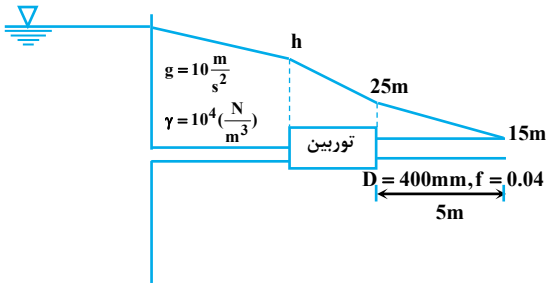
www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل هفتم

۱ـ اگر سرعت دورانی یک پمپ سانتریفوژ سه برابر شود و پره آن با پره‌ای که قطر آن ۲ برابر قطر پره اولیه است تعویض شود، هد و دبی آن چگونه تغییر می‌کند؟

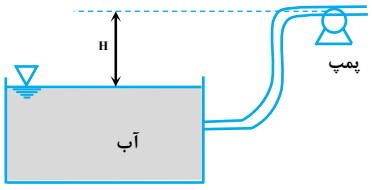
۱) هد ۲۴ برابر و دبی ۳۶ برابر می‌شود.
۲) هد و دبی ۱۲ برابر می‌شوند.
۳) هد ۳۶ برابر و دبی ۲۴ برابر می‌شود.
۴) هد ۱۲ برابر و دبی ۳۶ برابر می‌شود.

۲ـ با توجه به داده‌های شکل اگر توان تولیدی توربین ۴۸kw باشد ارتفاع h چند متر خواهد بود؟



۱) ۲۶(m)
۲) ۲۷(m)
۳) ۲۸(m)
۴) ۳۰(m)

۳ـ در شکل زیر پمپ در چه ارتفاعی از سطح آب نصب شود تا در ورودی آن NPSH برابر با ۲m شود. افت انرژی در لوله قبل از پمپ برابر ۳m می‌باشد و فشار محیط اطراف ۱bar و فشار بخار آب ۱۵kpa می‌باشد. $(g=10(\frac{m}{s^2})\ \text{و}\ \gamma=10^4(\frac{N}{m^3}))$



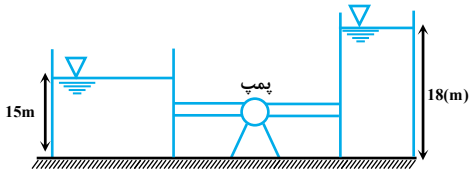
۱) ۲(m)
۲) ۲/۵(m)
۳) ۳/۵(m)
۴) ۵(m)

۴ـ در مورد تغییرات راندمان و هد خروجی یک پمپ سانتریفوژ با دبی حجمی Q، کدام‌یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) هد خروجی یک پمپ سانتریفوژ با افزایش دبی همواره افزایش می‌یابد.
۲) راندمان یک پمپ سانتریفوژ با افزایش دبی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۳) هد خروجی یک پمپ سانتریفوژ مستقل از دبی حجمی عبوری است و با تغییرات دبی حجمی ثابت باقی می‌ماند.
۴) راندمان یک پمپ سانتریفوژ با افزایش دبی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۵ـ در صورتی که قدرت پمپ $w=5/4(kw)$ و دبی حجمی عبوری از آن $Q=0/18\frac{m^3}{s}$ باشد، نرخ افت انرژی در سیستم شکل زیر را به دست آورید.

$(g=10\frac{m}{s^2}\ ,\ \gamma=10^4(\frac{N}{m^3}))$



۱) ۱/۸(kw)
۲) ۳/۶(kw)
۳) ۲/۴(kw)
۴) ۹(kw)

۶ـ پمپی دارای توان ۲/۷(kw) می‌باشد و روغن با چگالی نسبی S را با دبی $20\frac{lit}{s}$ به ارتفاع ۱۸(m) پمپ می‌کند. اگر راندمان پمپ ۰/۷۵ باشد، چگالی نسبی روغن چقدر است؟ $(g=10(\frac{m}{s^2})\ ,\ \gamma=10^4(\frac{N}{m^3}))$

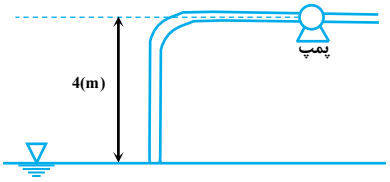
۱) ۰/۵۶
۲) ۰/۴۳
۳) ۰/۸۷
۴) ۰/۲۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ مطابق شکل زیر برای پمپ کردن آب از چاهی، پمپ در ارتفاع ۴ متری از سطح آب نصب شده است. افت انرژی در لوله قبل از پمپ برابر $5(m)$ می‌باشد و فشار محیط اطراف $1bar$ و فشار بخار آب در دمای محیط نیز $12KPa$ می‌باشد. در مورد احتمال وقوع پدیده کاویتاسیون چه می‌توان گفت؟

$(g = 10(\frac{m}{s^2}) \ , \ \gamma = 10^4 (\frac{N}{m^3}))$



۱) در ورودی پمپ کاویتاسیون رخ نمی‌دهد.

۲) در ورودی پمپ کاویتاسیون رخ می‌دهد.

۳) با توجه به مجهول بودن دبی در مورد وقوع کاویتاسیون نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴) محل قرارگیری پمپ تأثیری بر روی احتمال وقوع کاویتاسیون ندارد.

۸ـ توان لازم برای پمپ کردن یک سیال با دانسیته ρ و ویسکوزیته سینماتیکی ν در طول لوله به طول L و قطر D با دو برابر شدن سرعت سیال چه تغییری می‌کند؟

۱) دو برابر می‌شود. ۲) $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. ۳) نصف می‌شود. ۴) ۴ برابر می‌شود.

۹ـ در دو پمپ دارای تشابه هندسی سرعت دورانی پمپ ۱ دو برابر سرعت دورانی پمپ ۲ می‌باشد. نسبت هد خالص مکش مثبت پمپ ۲ نسبت به پمپ ۱ چقدر است؟

۱) نصف ۲) دو برابر ۳) چهار برابر ۴) $\frac{1}{4}$ برابر

۱۰ـ فشار و سرعت آب در ورودی یک توربین به ترتیب $200(kpa)$ و $25(\frac{m}{s})$ است و در خروج از توربین $50(kpa)$ و $10(\frac{m}{s})$ می‌باشد. اگر دبی جریان $400(\frac{lit}{s})$ و افت انرژی حاصل از اصطکاک برابر $6m$ و راندمان توربین $0/8$ باشد، توان تولیدی به وسیله توربین چقدر است؟

$(g = 10(\frac{m}{s^2}) \ , \ \gamma = 10^4 (\frac{N}{m^3}))$

۱) $32/3(kw)$ ۲) $24/6(kw)$ ۳) $48/8(kw)$ ۴) $76/25(kw)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هشتم

«جریان در کانال‌های روباز»

مثال۱: یک موج سطحی در آب (Elementry Wave) ساکن به عمق y برابر است با: $(gy)^{\frac{1}{2}}$ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) سرعت موج در سطح آب همیشه برابر است با: $(gy)^{\frac{1}{2}}$

۲) سرعت موج سطحی در آب برابر $(gy)^{\frac{1}{2}}$ نخواهد بود و مقدار $(gy^2)^{\frac{1}{3}}$ صحیح است.

۳) سرعت موج سطحی در روی آب با سرعت جریان مادون‌بحرانی برابر است.

۴) این موج متشابه موج صوتی در هوا می‌باشد.

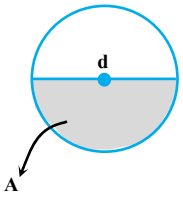
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به تعریف عدد فرود $Fr=\frac{V}{\sqrt{gy}}$ نتیجه می‌شود $Fr=1$ و جریان بحرانی است، در نتیجه سرعت موج در سطح آب همواره $\sqrt{gy}$ خواهد بود.

مثال۲: از یک کانال تقریباً افقی با مقطع دایره‌ای دبی $10\frac{m^3}{s}$ می‌گذرد. قطر کانال چقدر باشد تا عمق بحرانی کانال برابر با شعاع کانال شود؟

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) ۴m ۲) ۲m ۳) ۱/۴m ۴) ۲/۸m

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»



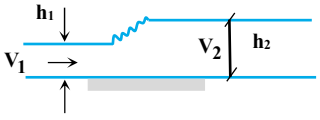
$$\left.\begin{array}{l} Q=VA\Rightarrow 10=V\frac{\pi d^2}{8} \\ Fr=\frac{V}{\sqrt{gD}}\ ,\ D=\frac{A}{d}=\frac{\pi d}{8}\ ,\ Fr=1_{\text{در جریان بحرانی}} \end{array}\right\}\Rightarrow 1=\frac{10\times\frac{8}{\pi d^2}}{\sqrt{10\times\frac{\pi d}{8}}}\Rightarrow d=2/8(m)$$

مثال۳: در صورتی‌که مدل هیدرولیکی از جریان آزاد در لوله‌ای به قطر ۱/۲ متر و با ضریب مانینگ ۰/۰۲۴، تهیه گردد، ضریب مانینگ مناسب برای لوله مدل چقدر می‌باشد؟ مقیاس هندسی را ۱/۰ فرض نمائید. (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۴)

۱) ۰/۰۲۴ ۲) ۰/۰۱۶ ۳) ۰/۰۳۲ ۴) ۰/۰۱۱

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ضریب مانینگ باید برای مدل و نمونه اصلی یکسان باشد.

مثال۴: با فرض هیدرواستاتیک بودن فشار در مقطع ۱ و ۲ در شکل زیر (قبل و بعد از پرش هیدرولیکی) و با استفاده از رابطه پیوستگی و مومنتم، رابطه بین سرعت در مقاطع ۱ و ۲ بر حسب h_1 و h_2 عبارت است از: $(V_2<V_1\ ,\ h_2>h_1)$ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۷)



۱) $V_1=\frac{h_1}{h_2}V_2$ ۲) $V_2=\frac{1}{2}\frac{h_1}{h_2}V_1$

۳) $V_1=\frac{1}{2}\frac{h_1}{h_2}V_2$ ۴) $V_2=\frac{h_1}{h_2}V_1$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به رابطه پیوستگی می‌توان نوشت: $V_2=\frac{h_1}{h_2}V_1$ $V_1(h_1\times t)=V_2(h_2\times t)$ $Q=V_1A_1=V_2A_2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۵: **جریان سیلاب در حال فروکش کردن در مسیر پیچانرودی (مسیرهای پیچ و خم‌دار) از یک رودخانه دارای کدام ویژگی می‌باشد؟**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۸۸)

۱) جریان ناپایدار ـ غیریکنواخت ـ آشفته
۲) جریان پایدار ـ غیریکنواخت ـ آرام
۳) جریان پایدار ـ یکنواخت ـ آشفته
۴) جریان ناپایدار ـ یکنواخت ـ آرام

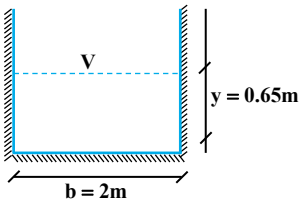
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان سیلاب در حال فروکش کردن در مسیرهای پیچ و خم‌دار از یک رودخانه به دلیل متغیر بودن نسبت به زمان، ناپایدار و به علت تغییرات سرعت نسبت به مسیر، غیریکنواخت و به علت نامنظمی و گردابه‌های موجود، آشفته است.

مثال ۶: **در یک کانال مستطیلی جریان متغیر تدریجی شکل گرفته است. دبی کانال $8\frac{m^3}{sec}$ و عرض آن ۲ متر است. اگر عمق جریان یکنواخت در آن ۰/۶۵ متر باشد و عمق نقطه‌ای از پروفیل سطح آب ۰/۸m باشد، پروفیل سطح آب کدام است؟ $(g=10\frac{m}{sec^2})$**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)

۱) S_2 ۲) M_2 ۳) S_1 یا C_1 ۴) M_2 یا S_2

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به عمق جریان و دبی، رژیم جریان قابل تعیین است.

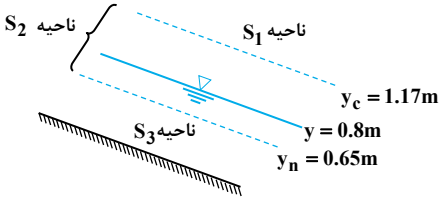


$$\begin{cases} Q=8\ (\frac{m^3}{sec}) \\ A=by=2\times 0/65=1/3m^2 \end{cases} \Rightarrow u=\frac{Q}{A}=\frac{8}{1/3}=6/154\ (\frac{m}{sec})$$

$$Fr=\frac{u}{\sqrt{gy}}=\frac{6/154}{\sqrt{10\times 0/65}}=2/41>1$$

در عمق نرمال جریان $Fr>1$ است در نتیجه پروفیل شیب از نوع S خواهد بود. در نتیجه تنها گزینه «۱» می‌تواند درست باشد.

برای تعیین اندیس نیمرخ جریان باید عمق ۰/۸ با عمق بحرانی مقایسه گردد.

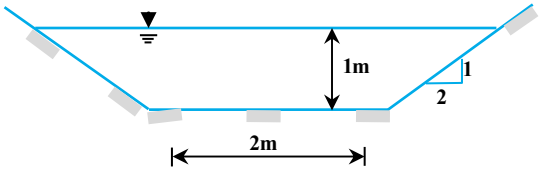


$$\begin{cases} Q=8\ (\frac{m^3}{sec}) \\ b=2\ (m) \end{cases} \Rightarrow q=\frac{Q}{b}=\frac{8}{2}=4\ (\frac{m^2}{sec}) \Rightarrow y_c=\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}=\sqrt[3]{\frac{4^2}{10}}=1/17\ (m)$$

با توجه به این‌که $y_n<y<y_c$ قرار دارد پروفیل از نوع S_2 است. $0/65<0/8<1/17$

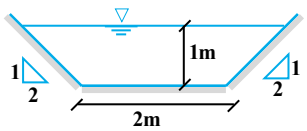
مثال ۷: **مطابق شکل یک کانال ذوزنقه‌ای جریان آب با سرعت $\frac{\sqrt{g}}{2}$ متر بر ثانیه را حمل می‌کند. این کانال در ادامه مسیر به یک کانال مستطیلی به عرض ۲ متر برخورد می‌کند. اگر از یک تبدیل ملایم و بدون افت انرژی برای اتصال دو کانال استفاده شده باشد؛ برای ورود جریان آب به کانال مستطیلی بدون ایجاد انسداد جریان، کف کانال مستطیلی نسبت به کف کانال ذوزنقه‌ای چقدر اختلاف دارد؟ (g شتاب ثقل است)**

(مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۱۲/۵ سانتی‌متر و بالاتر
۲) همتراز
۳) ۲۵ سانتی‌متر و پایین‌تر
۴) ۳۷/۵ سانتی‌متر و پایین‌تر

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای این‌که جریان آب در هر مقطع ذوزنقه‌ای و مستطیلی یکسان باشد یا مقدار انرژی در دو کانال یکسان باشد.



$$E_1=y_1+\frac{u_1^2}{2g}=1+\frac{(\frac{\sqrt{g}}{2})^2}{2g}=1+\frac{\frac{g}{4}}{2g}=1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}\ (m)$$

تراز بستر در مقطع ذوزنقه‌ای برابر صفر در نظر گرفته شده است. $E_2=y_2+\frac{u_2^2}{2g}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\begin{cases} Q = u_1 A_1 = (\frac{\sqrt{g}}{2})\{1(2+2\times1)\} = 2\sqrt{g} \\ u_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{2\sqrt{g}}{2y_2} = \frac{\sqrt{g}}{y_2} \end{cases} \qquad E_2 = y_2 + \frac{(\frac{\sqrt{g}}{y_2})^3}{2g} = y_2 + \frac{g}{2gy_2^2} = y_2 + \frac{1}{2y_2^2}$$

اکنون باید مقدار انرژی کل در دو مقطع برابر در نظر گرفته شود.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{9}{8} = y_2 + \frac{1}{2_2^2} + \Delta z$$

با روش آزمون و خطا و مقدار دهی به ΔZ مقدار y_2 یافت می‌شود.

با عددگذاری گزینه‌های ۳ و ۲ و ۱ به تناقض خواهیم رسید.

$$\begin{cases} \Delta z = +0/125m & \text{پاسخی یافت نمی‌شود} \\ \Delta z = 0 & \text{پاسخی یافت نمی‌شود} \\ \Delta z = -0/25 & \text{پاسخی یافت نمی‌شود} \end{cases}$$

تنها به ازای $\Delta z = -0/375$ پاسخ $y_2 = 1$ وجود خواهد داشت.

مثال۸: **دبی واحد عرض در یک کانال مستطیلی عریض $2\frac{m^2}{sec}$ است. در یک مقطع از این کانال عمق جریان 1m بوده و ضریب زبری مانینگ $n = 0/015$ و شیب کف کانال $S_0 = 0/0012$ می‌باشد. اگر $\gamma_w = 10000\frac{N}{m^3}$ باشد، تنش برشی در کف کانال در مقطع مورد نظر چند نیوتن بر متر مربع است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)

۱) ۶　　۲) ۲/۲۵　　۳) ۹　　۴) ۱۲

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای به دست آوردن تنش برشی وارد بر بدنه کانال در عمق y از رابطه زیر استفاده می‌شود.

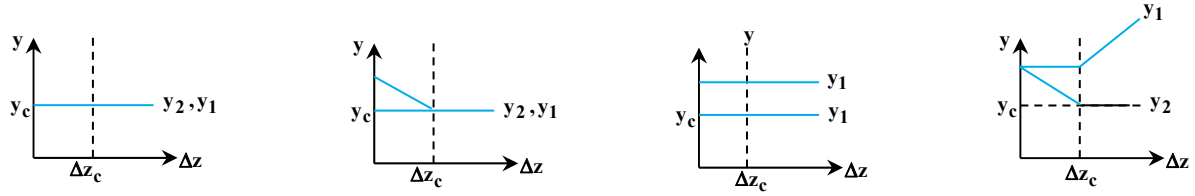
$$\tau = \gamma y S$$

در این مساله تمام پارامترها مشخص است.

$$\begin{cases} \gamma = 10000\frac{N}{m^3} \\ y = 1m \\ S = 0/0012 \end{cases} \Rightarrow \tau = 0/0012\times1\times10000 = 12\ (pa)$$

توجه شود که تنش برشی متوسط وارد بر دیواره جانبی کانال برابر ۷۵٪ مقدار تنش در کف یا 9pa می‌باشد.

مثال۹: **در وضعیت انسداد جریان در یک کانال روباز در اثر وجود برآمدگی در کف Δz، کدام یک از اشکال زیر رابطه بین عمق قبل از مانع (y_1) و عمق روی مانع (y_2) با ارتفاع برآمدگی در کف (Δz) را نشان می‌دهد؟ (جریان زیر بحرانی)** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



(۴)　　(۳)　　(۲)　　(۱)

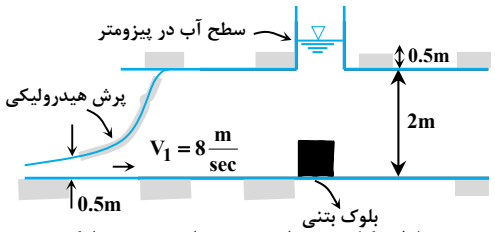
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» برای ارتفاع برآمدگی کف کانال جهت ایجاد جریان بحرانی و رخ دادن پس زدگی یک مقدار بحرانی یا مقداری حداقل وجود دارد که با Δz_c نمایش داده می‌شود. اگر ارتفاع مانع بیشتر از این مقدار باشد جریان در پشت مانع پس می‌زند. اما در روی مانع عمق جریان برابر عمق بحرانی است که مقداری ثابت دارد. اگر ارتفاع مانع کمتر از مقدار بحرانی باشد مقدار عمق جریان روی آن بیشتر از عمق بحرانی است. در حالت حدی یا صفر بودن ارتفاع مانع، مقدار عمق روی مانع برابر عمق اولیه y_1 است. در مورد عمق y_1 نیز باید گفت در شرایطی که ارتفاع مانع کمتر از Δz_c باشد تغییری در رژیم جریان بالادست رخ نمی‌دهد و با بیشتر شدن ارتفاع مانع از Δz_c جریان شروع پس زدن می‌کند. با افزایش بیشتر ارتفاع مانع جریان مقدار بیشتری پس می‌زند.

این شرایط تنها در گزینه«۱» دیده می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۰: پرش هیدرولیکی در یک کالورت سرپوشیده مطابق شکل اتفاق افتاده و بلوک بتنی در مسیر واقع شده است. اگر عرض جریان ۱m فرض شود، نیروی وارد بر بلوک بتنی چند نیوتن می‌باشد؟ ($\rho_w = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و $g = ۱۰ \frac{m}{sec^۲}$) (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)



۱) ۵۲۷۵

۲) ۴۷۵۰

۳) ۹۵۰۰

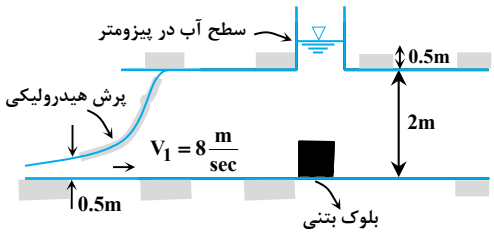
۴) ۱۰۵۵۰

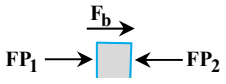
☑ **پاسخ:** گزینه «۴» کالورت همان آبگذر است که جریان در آن می‌تواند تحت فشار باشد. با به کار بردن معادله تکانه می‌توان نیروی وارد بر بدنه بلوک بتنی را یافت.

معادله تعادل نیروهای وارد بر بدنه بتنی از طرف سیال:

$$-Fb + FP_۱ - FP_۲ = \rho Q \Delta u$$

به دلیل این‌که بلوک عرض کمی دارد فشار هیدروستاتیک در دو طرف آن یکسان فرض شده است. در نتیجه معادله ممنتوم به صورت زیر است.





$$\begin{cases} FP_۱ = FP_۲ \\ -Fb = \rho Q \Delta u \end{cases}$$

$$Q = u_۱ A_۱ = ۸ \times ۰/۵ \times ۱ = ۴ \left(\frac{m^۳}{sec}\right)$$

$$-Fb = ۱۰۰۰ \times ۴ (u''_۲ - u'_۲)$$

$$\begin{cases} u'_۲ = \frac{Q}{A'_۲} = \frac{۴}{۱/۵} = ۲/۶۷ \left(\frac{m}{sec}\right) & \text{سرعت قبل از بلوک بتنی} \\ u''_۲ = ۰ & \text{سرعت در جلوی بلوک بتنی} \end{cases}$$

$$-Fb = ۱۰۰۰ \times ۴ \times (۰ - ۲/۶۷) = -۱۰۶۶۶ \ (N) \Rightarrow Fb \simeq ۱۰۶۶۶ \ (N)$$

نزدیکترین گزینه ۴ است. به نظر می‌رسد ترسیم این شکل در مساله کمی دچار اشکال باشد.

مثال ۱۱: در مورد خط تراز هیدرولیکی در یک کانال باز کدام گزینه درست است؟ (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۱)

۱) همواره خط تراز هیدرولیکی منطبق بر سطح آزاد آب است.

۲) خط تراز هیدرولیکی همواره بالاتر از سطح آزاد آب است.

۳) خط تراز هیدرولیکی ممکن است پایین‌تر یا بالاتر از سطح آزاد آب باشد.

۴) با توجه به شیب کانال خط تراز هیدرولیکی ممکن است منطبق بر سطح آب یا مقداری پایین‌تر از آن باشد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» خط تراز هیدرولیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$HGL = z + \frac{P}{\gamma} \cong z + y \cos^۲ \alpha$$

این خط منطبق بر خط پیزومتریک است. در شرایط جریان آزاد این خط بر سطح آزاد آب منطبق می‌گردد اگر شیب کف بسیار ملایم باشد. منظور از شیب ملایم $\alpha < ۶^\circ$ است. در حالت کلی این خط در صورتی که شیب کف کمی تند باشد مقداری از سطح آزاد آب پایین‌تر می‌آید که در اثر ضریب $\cos^۲ \alpha$ می‌باشد. می‌توان عنوان کرد که گزینه«۴» جواب کامل‌تری نسبت به گزینه«۱» ارایه نموده است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل هشتم

۱ـ در یک کانال عریض مستطیلی اگر شیب بحرانی دو برابر شود، عمق بحرانی چه تغییری خواهد کرد؟

۱) دو برابر
۲) $\frac{۱}{۴}$ برابر
۳) چهار برابر
۴) $\frac{۱}{۸}$ برابر

۲ـ در یک کانال با مقطع مثلثی، سرعت بحرانی برابر است با:

۱) $\sqrt{\frac{gy_c}{۲}}$
۲) $\sqrt{gy_c}$
۳) $\sqrt{۲gy_c}$
۴) $۲\sqrt{gy_c}$

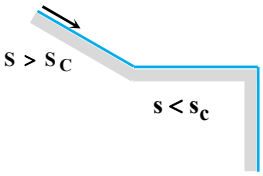
۳ـ جریانی در یک کانال مستطیلی با انرژی مخصوص E و عمق $\frac{E}{۲}$ برقرار است. نوع جریان از لحاظ بحرانی بودن را مشخص کنید.

۱) جریان زیربحرانی است.
۲) جریان بحرانی است.
۳) جریان فوق‌بحرانی است.
۴) تشخیص نوع رژیم جریان امکان‌پذیر نیست.

۴ـ در یک کانال روباز اگر شیب کانال ۴ برابر و شعاع هیدرولیکی کانال ۸ برابر شود، مقدار دبی چه تغییری می‌کند؟

۱) دو برابر
۲) چهار برابر
۳) هشت برابر
۴) شانزده برابر

۵ـ با توجه به شکل، کدام عبارت در خصوص وقوع پرش هیدرولیکی صحیح است؟



۱) پرش هیدرولیکی اتفاق نمی‌افتد.
۲) پرش هیدرولیکی اتفاق می‌افتد.
۳) تشخیص وقوع پرش هیدرولیکی امکان‌پذیر نیست.
۴) پرش هیدرولیکی تنها در جریان‌های زیربحرانی اتفاق می‌افتد.

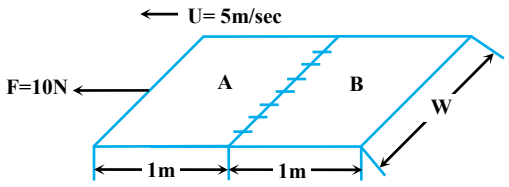
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل نهم

«لایه مرزی»

مثال ۱: دو صفحهٔ A و B با ابعاد مساوی و با ضخامت ناچیز مطابق شکل توسط چند تسمه، کاملاً به یکدیگر متصل شده‌اند. برای به حرکت درآوردن این مجموعه در داخل آب با سرعت ثابت $۵\frac{m}{sec}$، مقدار ۱۰N نیرو لازم است. با فرض این که لایه مرزی تشکیل شده روی این مجموعه سرتاسر آشفته است، مجموع نیروی کششی در تسمه‌ها:



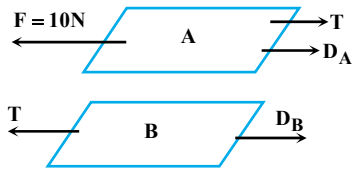
۱) از ۵N کمتر است.

۲) از ۵N بیشتر است.

۳) برابر با ۵N است.

۴) برابر با ۱۰N است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به این که جریان روی مجموعه صفحات سرتاسر آشفته است، لذا ضریب اصطکاک سطحی (C_f) با افزایش طول کاهش می‌یابد. در نتیجه با توجه به برابر بودن مساحت صفحات A و B، نیروی درگ روی صفحه A از نیروی درگ روی صفحه B بیشتر است. دیاگرام آزاد هر یک از صفحات A و B را جداگانه رسم کرده و معادلات تعادل را می‌نویسیم:



$$\left.\begin{array}{l}\sum F_{xA}=0\rightarrow T+D_A=10\\ \sum F_{xB}=0\rightarrow T=D_B\end{array}\right\}\Rightarrow D_A+D_B=10 \qquad (1)$$

با توجه به توضیحات بالا نتیجه می‌گیریم:

$$D_B<D_A \quad (2)$$

$$(2),(1)\rightarrow 2D_B<10\rightarrow D_B<5\rightarrow T<5(N)$$

مثال ۲: تفاوت عمده در اختلاف ضریب نیروی پسا (Drag force) در جریان اطراف یک کره و ایرفویل بدون زاویه حمله در چیست؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) در محل جدایی

۲) در محل نقطه سکون

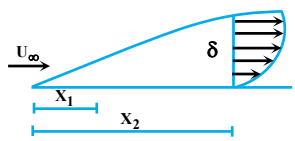
۳) در میزان اصطکاک پوسته‌ای

۴) در توزیع فشار در خارج از لایه مرزی آن دو

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» تفاوت در محل جدایش است، زیرا ایرفویل‌ها طوری طراحی می‌شوند که در آن‌ها محل جدایش به طرف انتهای آن حرکت کند، در واقع به نوعی خط جریانی شده‌اند. ولی در کره‌ها این‌گونه نیست و جدایش در جریان آرام در زاویهٔ ۸۵ درجه و در جریان درهم در زاویه ۱۴۰درجه رخ می‌دهد.

مثال ۳: پروفیل سرعت برای سیال تراکم‌ناپذیر، جریان آرام و یکنواخت به صورت زیر داده شده است: $\frac{u}{U_\infty}=\frac{3}{2}\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^3$ جریان بر روی صفحه مسطح است. میزان دبی جرمی بین دو نقطه x_2 و x_1 از ابتدای صفحه برابر است با:

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)



۱) $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2\left\{\frac{\delta_{x_2}}{\delta_{x_1}}\right\}$

۲) $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2\left\{1-\frac{\delta_{x_2}}{\delta_{x_1}}\right\}$

۳) $\frac{5}{8}\rho U_\infty\left\{\delta_{x_2}-\delta_{x_1}\right\}$

۴) $\frac{3}{4}\rho U_\infty\left\{\delta_{x_2}-\delta_{x_1}\right\}$

☑ **پاسخ:** گزینه«۳» دبی جرمی داخل لایه مرزی برابر است با: $\dot{m}=\int_0^\delta \rho u dy$

$$\dot{m}_2-\dot{m}_1=\int_0^{\delta_{x_2}}\rho u_\infty\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_{x_2}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_{x_2}}\right)^3\right]dy-\int_0^{\delta_{x_1}}\rho u_\infty\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_{x_1}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_{x_1}}\right)^3\right]dy=\frac{5}{8}\rho u_\infty(\delta_{x_2}-\delta_{x_1})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۴: کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد ناحیه مغشوش در لایه مرزی صفحه مسطح صادق است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۱)

۱) پروفیل سرعت در مجاورت دیواره خطی و در ناحیه بوفر سهمی‌گون و در ناحیه مغشوش لگاریتمی است.

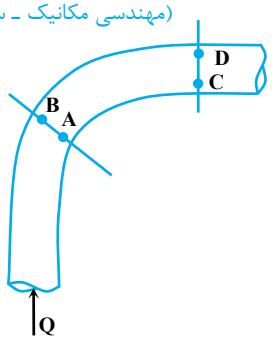
۲) پروفیل سرعت در مجاورت دیواره خطی و پروفیل سرعت در ناحیه بوفر و مغشوش لگاریتمی است، اما شیب پروفیل سرعت متفاوت است.

۳) پروفیل سرعت در ناحیه لامینار زیرین و بوفر خطی و پروفیل سرعت در ناحیه مغشوش سهمی‌گون است.

۴) پروفیل سرعت در ناحیه لامینار زیرین و بوفر و مغشوش سهمی‌گون است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» پروفیل سرعت در ناحیه مغشوش لایه مرزی صفحه مسطح در مجاورت دیواره خطی و با افزایش عدد رینولدز، توزیع سرعت به صورت لگاریتمی تبدیل می‌شود.

مثال ۵: در زاویه 90° شکل روبه‌رو و در اعداد رینولدز بالا: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



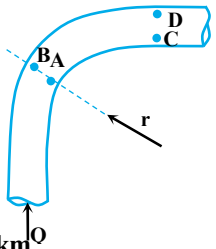
۱) فشار در نقاط A و B با هم برابر است و جدایی جریان حوالی نقطه C اتفاق می‌افتد.

۲) فشار در نقاط A و B با هم برابر است و جدایی جریان حوالی نقطه D اتفاق می‌افتد.

۳) سرعت در نقطه B بیشتر از نقطه A است و جدایی جریان حوالی نقطه D اتفاق می‌افتد.

۴) فشار در نقطه B بیشتر از نقطه A است و جدایی جریان حوالی نقطه C اتفاق می‌افتد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به مطالب گفته شده داریم: $\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} > 0$



از رابطهٔ بالا مشخص است که فشار در جهت شعاعی افزایش می‌یابد و در نقطهٔ B بیشتر از فشار در نقطهٔ A است و از معادله برنولی نتیجه می‌شود که سرعت در نقطهٔ B کمتر از سرعت در نقطهٔ A است، بنابراین فقط گزینه «۴» درست است.

مثال ۶: در صورتی که ضریب درگ در روی یک دودکش استوانه‌ای به ارتفاع ۸۰ متر و قطر ۱۰ متر که دمای باد $15^\circ C$ و سرعت آن $120 \frac{km}{hr}$ است برابر ۰/۳۴ باشد، نیروی درگ برابر کدام یک از مقادیر زیر خواهد بود؟ ($\rho_{هوا} = 1/226 \frac{kg}{m^3}$) (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۲)

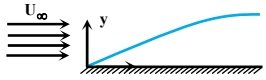
۱) $1/3 \times 10^5$ N ۲) $2/6 \times 10^5$ N ۳) $1/85 \times 10^5$ N ۴) $2/25 \times 10^5$ N

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» رابطه تعیین نیروی درگ از این قرار است: $F_D = C_D(\frac{1}{2}\rho V^2)A$

A : تصویر دودکش در امتداد عمود بر جریان

$$F_D = 0/34 \times \frac{1}{2} \times 1/226 (120 \times \frac{1000}{3600})^2 \times (80 \times 10) \Rightarrow F_D = 1/85 \times 10^5 \ (N)$$

مثال ۷: در یک لایه مرزی فشار در عرض لایه: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) ثابت است. ۲) تابعی از x و y است.

۳) تابعی از y است. ۴) هیچ کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» معادله ناویر استوکس در جهت y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

با توجه به فرض $u >> v$ نتیجه می‌شود: $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ بنابراین فشار در جهت عمود بر سطح ثابت است و $p = p(x)$. همچنین با توجه به ثابت بودن سرعت در بیرون از لایه مرزی و استفاده از معادله برنولی نتیجه می‌گیریم که فشار در جهت جریان ثابت بوده و $\frac{dp}{dx} = 0$ و معادله ناویر استوکس در جهت x به صورت $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ساده می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

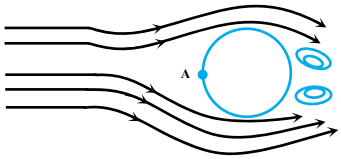
مثال ۸: در زیرلایه لزجتی در یک جریان آشفته بر روی یک صفحه مسطح: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

۱) لزجت مولکولی برابر با لزجت آشفتگی است.
۲) لزجت مولکولی غالب است.
۳) لزجت مولکولی اصلاً حضور ندارد.
۴) لزجت آشفتگی غالب است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» تبدیل جریان آرام به آشفته در رینولدزهای بالا رخ می‌دهد. با توجه به تعریف رینولدز ($Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجی}}$) در جریان آشفته، لزجت مولکولی غالب بوده و جریان آشفته می‌شود.

مثال ۹: اگر جریان سیال ایده‌آل اطراف یک کره داشته باشیم: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

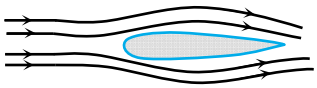
۱) فشار جلوی کره ماکزیمم و فشار نقطه مقابل در پشت کره مینیمم خواهد بود.
۲) سرعت در تمام نقاط روی جدار کره صفر می‌باشد.
۳) فشار ماکزیمم در دو نقطه جلوی کره روبه‌روی جریان و نقطه مقابل آن در پشت کره خواهد بود.
۴) پشت کره خلأ خواهیم داشت و به علت این خلأ و اختلاف فشار در جلو و پشت کره نیروی زیادی از طرف جریان به کره وارد خواهد شد.



☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان روی کره در نقطه A، نقطه سکون بوده و بیشترین نیروی درگ فشاری در آنجا وارد می‌شود. بعد از نقطه جدایش، جریان کم فشار در پشت کره در محل ظاهر شدن گردابه‌ها به وجود می‌آید.

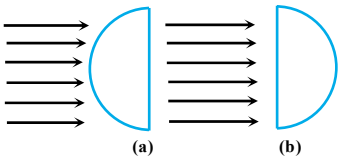
مثال ۱۰: در جریان هوا با سرعت دو متر بر ثانیه اطراف یک جسم خط جریانی دوکی شکل که پیشانی جسم در طرف جریان و دم نازک آن در نقطه مقابل پیشانی و در پشت جسم قرار دارد: (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)

۱) در تمام نقاط جریان حتی در لایه مرزی و در منطقه برخاستگی می‌توان جریان را ایده‌ال غیر چرخشی فرض کرد.
۲) خارج از لایه نازکی در نزدیک جدار جسم و در دنباله‌ای از جریان در پشت جسم، در بقیه نقاط می‌توان جریان را با تقریب خوب ایده‌آل غیر چرخشی فرض کرد.
۳) در هیچ قسمت از جریان حتی با تقریب نمی‌توان جریان را ایده‌ال غیر چرخشی فرض کرد.
۴) در این جریان حتماً باید تراکم‌پذیری سیال را در نظر گرفت و نمی‌توان حتی با تقریب از تغییرات جرم مخصوص و تراکم‌پذیری هوا صرف‌نظر کرد.



☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به این که تشکیل جریان چرخشی سبب اتلاف انرژی می‌شود، اغلب لازم است که جدایش لایه مرزی به حداقل رسیده یا مانع از جدایش شود. این کار را با تدریجی کردن افزایش فشار در لایه مرزی که علت اصلی جدایش است انجام می‌دهند. این اجسام مانند شکل روبه‌رو، در پشت نوک تیز هستند و با تقریب خوبی می‌توان جریان را در آن‌ها غیر چرخشی فرض کرد.

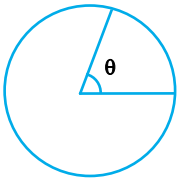
مثال ۱۱: با توجه به دو شکل a و b کدام‌یک از جملات زیر صحیح است؟ (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۲)



۱) نیروی مقاوم در شکل a کمتر از نیروی مقاوم در شکل b است.
۲) نیروی مقاوم در شکل a بیشتر از نیروی مقاوم در شکل b است.
۳) نیروی مقاوم در شکل a برابر نیروی مقاوم در شکل b است.
۴) نیروی مقاوم در شکل a رابطه‌ای با نیروی مقاوم در شکل b ندارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با توجه به آئرودینامیک اشکال a و b، ضرب درگ در جسم a کمتر بوده و لذا نیروی مقاوم کمتری دارد.

مثال ۱۲: در دو جریان اطراف استوانه در دو حالت رینولدز 10^5 و قطر و سرعت کاملاً یکسان فقط با تفاوت نقطه جدایی که در زاویه $\theta = 90^\circ$ و $\theta = 98^\circ$ باشد، مقدار نیروی پسا (نیروی درگ) ..... است. (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) در دو حالت کاملاً یکسان
۲) در حالت جدایی در زاویه $\theta = 90^\circ$ از حالت دیگر بیشتر
۳) در حالت زاویه جدایی $\theta = 90^\circ$ از حالت دیگر کمتر
۴) پسای فشاری $\theta = 90^\circ$ کمتر از مقدار پسای فشاری $\theta = 98^\circ$

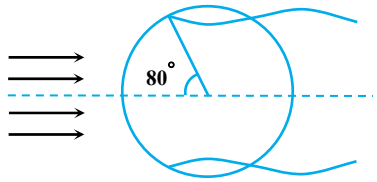
☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون $Re = 10^5 < Re_{critical}$، بنابراین جریان آرام است و با افزایش زاویه جدایی، جدایی به تعویق افتاده و نیروی درگ کاهش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳: اگر در جریان لایه‌ای اطراف سیلندر جدایی در زاویه 80° اتفاق افتد، ماکزیمم سرعت در کدام محدوده زاویه‌ای اتفاق خواهد افتاد؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) کمتر از 80°

۲) بیشتر از 80°

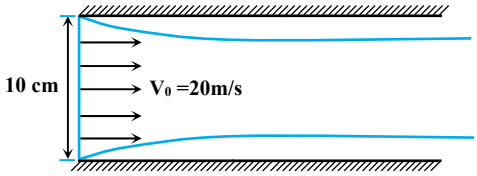
۳) مساوی 120°

۴) بیشتر از 120°

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جدایی در نقطه‌ای اتفاق می‌افتد که گرادیان فشار مثبت و گرادیان سرعت صفر باشد. پس از جدایش، سرعت کاهش می‌یابد تا این که سرعت برعکس شود. بنابراین قبل از آن سرعت ماکزیمم است.

مثال ۱۴: جریان آب در کانال دو بعدی در ورودی یکنواخت و با سرعت $20\frac{m}{s}$ است. اگر ضخامت جابه‌جایی در خروجی کانال ۱ cm باشد، افت فشار در طول کانال چقدر است؟

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) $80/5\,kpa$

۲) $225\,kpa$

۳) $337/5\,kpa$

۴) $112/5\,kpa$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» ضخامت جابه‌جایی، فاصله‌ای از مرز است که در خارج از آن می‌توان جریان را یکنواخت فرض کرد و به دلیل این که در خروجی ضخامت جابجایی از هر طرف ۱cm است، لذا در خروجی نیز جریان یکنواخت و عرض دهانه خروجی ۸ cm خواهد بود. بنابراین برای محاسبهٔ سرعت در خروجی، از معادله پیوستگی بین ورودی و خروجی کانال استفاده می‌شود.

معادله پیوستگی : $V_1A_1 = V_2A_2 \Rightarrow (20)(10\times t) = (V_2)(8\times t) \Rightarrow V_2 = 25\,(\frac{m}{s})$

برای محاسبه افت فشار در طول کانال باید از معادلهٔ برنولی بین نقطهٔ ۱ در ورودی و نقطهٔ ۲ در خروجی کانال استفاده شود.

معادله برنولی برای جریان یکنواخت داخل کانال (بدون اصطکاک) : $\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+\cancel{gy_1} = \frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+\cancel{gy_2}$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(V_2^2 - V_1^2) \qquad P_1 - P_2 = \frac{1000}{2}(25^2 - 20^2) = 112500(Pa) \Rightarrow \Delta P = 112/5\,(kPa)$$

مثال ۱۵: در جریان آرام (لایه مرزی) برای به دست آوردن پروفیل سرعت روی یک صفحه افقی وقتی سیال تراکم‌ناپذیر و steady state باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ τ = تنش برشی ، u = سرعت

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۳)

۱) $y=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$

۲) تنش ثابت است $(\tau = \text{ثابت})$

۳) $y=\delta \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ و $\frac{\partial P}{\partial x}=$ ثابت

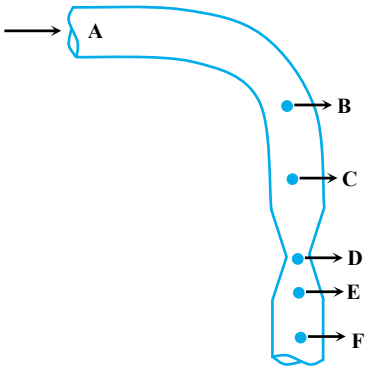
۴) گزینه‌های ۱ و ۳

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان لایه مرزی روی صفحه تخت، فشار ثابت است: $\frac{\partial p}{\partial x}=0$. همچنین $\tau = \mu\frac{\partial u}{\partial y}$ که تابعی از y بوده و ثابت نیست. علاوه بر آن یکی از شرایط مرزی عبارت است از: $y=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۶: سیستم لوله انتقال آب در شکل زیر به طور یکنواخت گرم می‌شود. با افزایش تدریجی دبی جریان، احتمال تشکیل حباب‌های هوا در کدام ناحیه بیشتر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)



۱) E یا D

۲) D یا C

۳) C یا B

۴) F یا E

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در ناحیه D به علت کاهش سطح مقطع، سرعت افزایش و فشار کاهش می‌یابد و لذا احتمال تشکیل حباب‌های هوا (کاویتاسیون) وجود دارد. در ناحیه E نیز به علت افزایش سطح مقطع سرعت کاهش و فشار نسبت به نقطه D افزایش می‌یابد و گرادیان فشار معکوس باعث می‌شود جدایش اتفاق افتد که در نتیجه آن ناحیه فشار کم ایجاد می‌شود و بنابراین احتمال تشکیل حباب‌های هوا (کاویتاسیون) وجود دارد.

مثال ۱۷: جدایی در لایه مرزی به $\frac{dP}{dA}$ بستگی دارد، لذا در این ارتباط: (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۴)

۱) چون جدایی به هندسه سطح نیز بستگی دارد، نمی‌توان با $\frac{dP}{dA}$ اظهار نظر کرد.

۲) اگر $\frac{dP}{dA} < 0$ حتماً جدایی اتفاق می‌افتد، چون ممنتوم رو به افزایش است.

۳) اگر $\frac{dP}{dA} = 0$ حتماً جدایی اتفاق می‌افتد، چون انرژی رو به کاهش است.

۴) اگر $\frac{dP}{dA} > 0$ حتماً جدایی اتفاق می‌افتد، چون ممنتوم رو به کاهش است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» گرادیان فشار مثبت شرط لازم برای جدایی است، جدایش (Separation) در لایه مرزی، علاوه بر $\frac{dP}{dA}$ (گرادیان فشار معکوس) به هندسه سطح نیز بستگی دارد.

مثال ۱۸: اگر جریان روی یک جسم یک بار آرام و بار دیگر توربولنت فرض شود، در صورتی که سرعت جریان آزاد برای هر دو جریان یکسان باشد، ضخامت لایهٔ مرزی آرام بیشتر است یا توربولنت؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۵)

۱) آرام

۲) مساوی‌اند.

۳) توربولنت

۴) نمی‌توان با اطلاعات داده شده ارزیابی کرد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» رابطه ضخامت لایه مرزی بر حسب عدد رینولدز در جریان‌های آرام و درهم عبارتند از:

$$\text{Laminar Flow: } \frac{\delta}{x} = \frac{4/96}{\sqrt{Re_x}} \qquad \text{Turbulent Flow: } \frac{\delta}{x} = \frac{0/37}{\sqrt[5]{Re_x}}$$

با توجه به یکسان بودن سرعت برای هر دو جریان، عدد رینولدز نیز برای هر دو جریان یکسان است. از طرف دیگر چون برای جریان درهم $\delta \sim Re_x^{-\frac{1}{5}}$ و برای جریان آرام $\delta \sim Re_x^{-\frac{1}{2}}$ است، با توجه به یکسان بودن عدد رینولدز نتیجه می‌شود که ضخامت لایه مرزی برای جریان درهم بیشتر از جریان آرام است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۹: پدیده جدایش (Separation) روی سطح به چه دلیل اتفاق می‌افتد؟ (مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۵)

۱) یک اختلاف فشار معکوس
۲) کاهش افت فشار به صفر
۳) کاهش فشار به فشار بخار
۴) کاهش ضخامت لایه مرزی به صفر

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» پدیده جدایش روی سطح، به علت گرادیان فشار معکوس اتفاق می‌افتد که شرط لازم برای شروع جدایی است.

مثال ۲۰: جریان‌های آرام هوا و آب، با سرعت‌های مساوی از روی دو صفحه مشابه عبور می‌کنند. ضخامت لایه مرزی کدام جریان بزرگ‌تر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۵)

۱) هوا
۲) به فاصله محل مورد نظر از لبه صفحه بستگی دارد.
۳) به عدد رینولدز جریان بستگی دارد.
۴) آب

☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$Re_x = \frac{V_\circ x}{\nu}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{آب } \nu \simeq ۱\circ^{-۶}\ \frac{m^۲}{s} \\ \text{هوا } \nu \simeq ۱/۷\times ۱\circ^{-۵}\ \frac{m^۲}{s} \end{array}\right\} \quad \nu_{\text{هوا}} > \nu_{\text{آب}}$$

در یک فاصله معین از لبه صفحه برای هر دو سیال داریم:

$$Re \sim \frac{۱}{\nu} \Rightarrow Re_{\text{هوا}} < Re_{\text{آب}}$$

$$\text{در جریان آرام: } \delta = \frac{۵x}{\sqrt{Re_x}} \Rightarrow \delta_{\text{هوا}} > \delta_{\text{آب}}$$

بنابراین برای یک x معین، δ برای هوا بزرگ‌تر است.

مثال ۲۱: آب با سرعت $۳\circ \frac{m}{s}$، دانسیته $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ به یک کره به قطر $۱\circ cm$ برخورد می‌کند. نیروی وارد بر کره چند N است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) $۱۹۸\circ\pi$
۲) ۴۹۵π
۳) $\circ/۴۹۵\pi$
۴) ۲۷π

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در جریان روی کره، با استفاده از نتایج جدول تغییرات C_D بر حسب عدد رینولدز، در محدوده عدد رینولدز داده شده $C_D = \circ/۴۴$ و ثابت است.

نیروی وارده بر کره، نیروی درگ است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F = C_D(\frac{۱}{۲}\rho V^۲)A \qquad A = \frac{\pi D^۲}{۴}$$

$$F = \circ/۴۴\times\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰۰\times(۳\circ)^۲\times\frac{\pi}{۴}(\circ/۱)^۲ \Rightarrow F = ۴۹۵\pi(N)$$

مثال ۲۲: اتوبوسی با سرعت $۷۲ \frac{km}{hr}$ حرکت می‌کند. اگر سطح مقطع جلوی آن $۴m^۲$ و دانسیته هوا $۱/۲ \frac{kg}{m^۳}$ باشد، نیروی لازم موتور برای حفظ حرکت مستقیم‌الخط یکنواخت با ضریب پسا ۲ چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) $۳۸۴\circ N$
۲) $۹۶\circ N$
۳) $۶۹\circ N$
۴) $۱۹۲\circ N$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به ثابت بودن سرعت و با استفاده از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که نیروی مورد نیاز برای حفظ حرکت مستقیم‌الخط با نیروی درگ برابر است:

$$V = const. \Rightarrow a = \circ \Rightarrow \sum F = \circ : F - F_D = \circ \qquad F = F_D = C_D(\frac{۱}{۲}\rho V^۲)A$$

$$V = ۷۲(\frac{km}{h}) = ۲\circ(\frac{m}{s}) \qquad F = ۲\times\frac{۱}{۲}\times ۱/۲\times(۲\circ)^۲\times ۴ \qquad F = ۱۹۲\circ(N)$$

مثال ۲۳: کدام گزینه در مورد چگونگی تغییرات ضریب درگ (C_D) با جدایی لایه مرزی و ایجاد جریان برگشتی (wake) و عدد رینولدز (N_{Re}) صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) افزایش N_{Re} و کاهش wake باعث کاهش C_D می‌شود.
۲) فقط افزایش wake باعث کاهش C_D می‌شود.
۳) فقط افزایش N_{Re} باعث کاهش C_D می‌شود.
۴) افزایش N_{Re} و افزایش wake باعث کاهش C_D می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» افزایش عدد رینولدز و کاهش دنباله (Wake) باعث کاهش ضریب درگ (C_D) می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

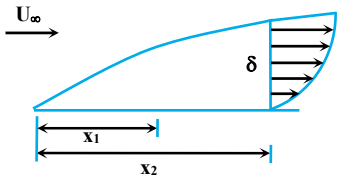
www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل نهم

۱ـ رابطه ضریب افت اصطکاکی بر حسب تنش برشی کدام است؟

۱) $F=\frac{۲\rho V^۲}{\tau_۰}$ ۲) $F=\frac{۲\tau_۰}{\rho V^۲}$ ۳) $F=\frac{\tau_۰}{۲\rho V^۲}$ ۴) $F=\frac{\rho V^۲}{۲\tau_۰}$

۲ـ پروفیل سرعت برای جریان تراکم‌ناپذیر، آرام و یکنواخت بر روی صفحه مسطح به صورت زیر داده شده است: $\frac{u}{U_\infty}=\frac{۳}{۲}(\frac{y}{\delta})-\frac{۱}{۲}(\frac{y}{\delta})^۳$

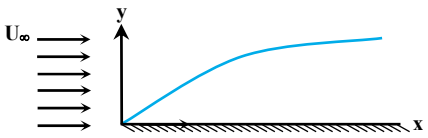


میزان دبی جرمی بین دو نقطه $x_۱$ و $x_۲$ از ابتدای صفحه برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲}\rho U_\infty^۲(\frac{\delta_{x_۲}}{\delta_{x_۱}})$ ۲) $\frac{۱}{۲}\rho U_\infty^۲(۱-\frac{\delta_{x_۲}}{\delta_{x_۱}})$

۳) $\frac{۵}{۸}\rho U_\infty(\delta_{x_۲}-\delta_{x_۱})$ ۴) $\frac{۳}{۴}\rho U_\infty(\delta_{x_۲}-\delta_{x_۱})$

۳ـ در یک لایه مرزی، فشار در عرض لایه:



۱) ثابت است.

۲) تابعی از x و y است.

۳) تابعی از y است.

۴) هیچ کدام

۴ـ در جریان هوا با سرعت $۲(\frac{m}{s})$ اطراف یک جسم خط جریانی دوکی شکل که پیشانی جسم در طرف جریان و دم نازک آن در نقطه مقابل پیشانی و در پشت جسم قرار دارد:

۱) در تمام نقاط جریانی حتی در لایه مرزی و در منطقه برخاستگی، می‌توان جریان را ایده‌آل غیر چرخشی فرض کرد.

۲) خارج از لایه نازکی در نزدیک جدار جسم و در دنباله‌ای از جریان در پشت جسم، در بقیه نقاط می‌توان جریان را با تقریب خوب ایده‌آل غیر چرخشی فرض کرد.

۳) در هیچ قسمت از جریان حتی با تقریب نمی‌توان جریان را ایده‌آل غیر چرخشی فرض کرد.

۴) در این جریان حتماً باید تراکم‌پذیری سیال را در نظر گرفت و نمی‌توان حتی با تقریب از تغییرات جرم مخصوص و تراکم‌پذیری هوا صرف نظر کرد.

۵ـ یک نیمه استوانه به طول ۸ m و شعاع ۵۰mm با تقعر به سمت بالادست (ضریب درگ = ۲) در جریان آب با سرعت $۰/۵\frac{m}{s}$ غوطه‌ور می‌شود. نیروی درگ روی این استوانه چقدر است؟

۱) ۱۰۰N ۲) ۴۰۰N ۳) ۲۰۰N ۴) ۸۰۰N

۶ـ در یک لایه مرزی آرام روی یک صفحه مسطح فلزی صاف، ضخامت در مقطع A، ۱ cm و در مقطع B، ۲ cm است. اگر مقطع B در ۱/۵ m پایین‌دست مقطع A باشد، فاصله مقطع A از لبه صفحه چقدر است؟

۱) ۱m ۲) ۱/۵m ۳) ۰/۵m ۴) ۰/۲۵m

۷ـ ضریب درگ متوسط C_f برای لایه مرزی آرام در روی صفحه فلزی صاف ۰/۰۱۳۳ است. اگر طول صفحه ۹ برابر شده و سایر عوامل ثابت باشند، ضریب درگ چقدر می‌شود؟

۱) ثابت ۲) ۰/۰۰۴۴ ۳) ۰/۱۲۶ ۴) ۰/۰۴

۸ـ جدایش وقتی رخ می‌دهد که:

۱) لایه مرزی به حالت سکون می‌رسد.

۲) به لایه مرزی شتاب داده می‌شود.

۳) فشار به فشار خلأ می‌رسد.

۴) لایه مرزی با فشار معکوس مواجه می‌شود.

۹ـ در جریان عبوری از روی یک استوانه مدور:

۱) جدایش آرام با زاویه‌ای در حدود ۱۲۰° از جلو نقطه سکون به وجود می‌آید.

۲) جدایش درهم با زاویه‌ای در حدود ۸۲° از جلو نقطه سکون به وجود می‌آید.

۳) جدایش آرام با زاویه ۹۰° از جلو نقطه سکون رخ می‌دهد.

۴) جدایش درهم با زاویه‌ای در حدود ۱۲۰° از جلو نقطه سکون رخ می‌دهد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ عبارت نادرست را تعیین کنید. هنگامی که جریانی عبور .....

۱) یک جسم خط جریانی را می‌پذیرد، درگ اصطکاکی غالب است.

۲) یک جسم توپی را می‌پذیرد، درگ فشاری بیشتر از درگ اصطکاک سطحی است.

۳) یک صفحه فلزی به طور عمود بر جریان نگه داشته شده را می‌پذیرد، درگ اصطکاک سطحی غالب است.

۴) یک ایرفویل را می‌پذیرد، نیروهای حاصل از لزجت غالب هستند.

۱۱ـ یک توپ کروی فولادی به قطر d و چگالی S به طور قائم با سرعت V در یک ستون مایع با چگالی S_1 و ویسکوزیته دینامیکی ۱ پوازی به سمت پایین حرکت می‌کند. عدد رینولدز ۰/۵ است. اگر همان توپ فولادی با قطر d در داخل ستون مایع دیگری با چگالی S_1 و ویسکوزیته دینامیکی ۳ پوازی حرکت کند، سرعت یکنواخت توپ فولادی در مایع دوم چقدر است؟

۱) $3V$ ۲) V ۳) $\frac{V}{9}$ ۴) $\frac{V}{3}$

۱۲ـ یک کره بسیار کوچک در مایع لزجی با عدد رینولدز ۰/۲ قرار می‌گیرد. ضریب درگ این کره چقدر است؟

۱) ۳۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۵

۱۳ـ نیروی درگ وارده بر کره‌ای با قطر معلوم که در زیر آب به صورت غوطه‌ور با سرعت $1/5\frac{m}{s}$ کشیده می‌شود، ۴ N است. اگر کره دیگری مانند کره فوق ولی با قطر دو برابر، در داخل آب با همان سرعت کشیده شود، نیروی درگ وارده بر آن چقدر است؟

۱) ۸ N ۲) ۱۶ N ۳) ۲۴ N ۴) ۳۲ N

۱۴ـ اگر δ_1 و δ_2 ضخامت لایه مرزی در نقطه‌ای به فاصله x از لبه یک صفحه فلزی مسطح نظیر اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۲۵۶ باشند، نسبت $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ چقدر است؟

۱) ۰/۶۲۵ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۵۶ ۴) ۴/۹۶

۱۵ـ نسبت ضریب درگ اصطکاکی در لایه مرزی آرام به ضریب درگ اصطکاکی در لایه مرزی درهم متناسب است با:

۱) $Re_L^{1/2}$ ۲) $Re_L^{1/5}$ ۳) $Re_L^{3/10}$ ۴) $Re_L^{-3/10}$

۱۶ـ در لایه مرزی درهم نسبت به لایه مرزی آرام، کدام عبارت صحیح است؟

۱) جدایی زودتر اتفاق می‌افتد. ۲) جدایی دیرتر اتفاق می‌افتد. ۳) افت بیشتری به وجود می‌آید. ۴) هیچ کدام

۱۷ـ جدایش (Separation) در لایه مرزی (Boundary Layer) در روی صفحه وقتی اتفاق می‌افتد که:

۱) $\frac{du}{dy}=0$ ۲) $\frac{du}{dx}<0$ ۳) $\frac{du}{dx}>0$ ۴) $\frac{du}{dx}=0$

۱۸ـ از نظر ریاضی، نیروی درگ (کشانه) چگونه محاسبه می‌شود؟

۱) $F_D=\frac{1}{2}\rho V^2\times C_D\times A$ ۲) $F_D=\rho V^2\times C_D\times A$ ۳) $F_D=2\rho V^2\times C_D\times A$ ۴) $F_D=\frac{\sqrt{2}}{2}\rho V^2\times C_D\times A$

۱۹ـ نرخ افزایش ضخامت لایه مرزی وقتی بیشترین مقدار را دارا می‌باشد که:

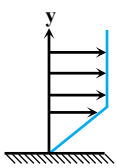
۱) گرادیان سرعت در جهت حرکت مثبت باشد.

۲) لایه مرزی از نوع درهم (Turbulent) باشد و اصولاً به گرادیان سرعت بستگی ندارد.

۳) گرادیان سرعت در جهت حرکت وجود نداشته باشد.

۴) گرادیان سرعت در جهت حرکت منفی باشد.

۲۰ـ در یک لایه مرزی به ضخامت δ سرعت از معادله: $\frac{u}{u_\circ}=ay^3+by^2+cy+d$ پیروی می‌کند. پارامترهای a ، b ، c و d در نقطه جدا شدن جریان چه مقادیری را دارند؟



۱) نمی‌توان تعیین کرد.

۲) $a=\frac{-2}{\delta^3}$ $b=\frac{3}{\delta^2}$ $c=0$ $d=0$

۳) $a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=0$

۴) $a=\frac{1}{\delta^3}$ $b=0$ $c=\frac{1}{\delta}$ $d=0$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱ـ کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

۱) مغشوش شدن جریان عبوری از روی یک استوانه سبب می‌شود که جدایی جریان در ناحیه کوچک‌تری از پشت استوانه تشکیل شود.

۲) افزایش عدد رینولدز در یک جریان، همیشه سبب کاهش ضریب اصطکاک روی یک صفحه مسطح می‌شود.

۳) افزایش زبری سطح همیشه سبب می‌شود که جریان آرام در Reهای کمتری به جریان مغشوش تبدیل گردد.

۴) در جریان آزاد روی اجسام، ویسکوزیته سیال فقط در نزدیکی جسم جامد مؤثر است و در فاصله معقولی دور از جسم می‌توان آن را نادیده انگاشت.

۲۲ـ کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

۱) با استفاده از معادلات جریان پتانسیل، می‌توان نیروی درگ وارد بر یک ایرفویل را تخمین زد.

۲) با افزایش زاویه حمله سیال بر روی یک ایرفویل، نیروی لیفت وارد بر ایرفویل همیشه افزایش می‌یابد.

۳) در جریان ایده‌آل، نیروی اصطکاک، انتقال حرارت و افت فشار نادیده فرض می‌شود.

۴) در صورت حل کامل معادلات دیفرانسیل بقای جرم و معادلات ناویر ـ استوکس و استفاده از یک سری معادلات حالت، می‌توان حل دقیق هر مسأله سیالاتی (بدون انتقال حرارت) را بدون هیچ‌گونه تقریبی به دست آورد.

۲۳ـ دو کرهٔ هم‌قطر را به طور جداگانه در مقابل جریان یکنواخت هوا قرار می‌دهیم. کره اول دارای زبری سطح خیلی کم (Smooth) و کره دوم دارای زبری سطح زیاد (Rough) می‌باشند:

۱) نیروی درگ وارد بر کره اول بیشتر از نیروی درگ وارد بر کره دوم است.

۲) نیروی درگ وارد بر کره دوم بیشتر از نیروی درگ وارد بر کره اول است.

۳) در Reهای کم نیروی درگ وارد بر کره اول برابر نیروی درگ وارد بر کره دوم است، ولی در Reهای بالا نیروی درگ وارد بر کره اول بیشتر از نیروی درگ وارد بر کره دوم است.

۴) در Reهای نسبتاً کوچک نیروی درگ وارد بر کره اول برابر نیروی درگ وارد بر کره دوم است، ولی در رینولدزهای بالا نیروی درگ وارد بر کره دوم بیشتر از نیروی درگ وارد بر کره اول است.

۲۴ـ کدام یک از بیان‌های زیر صحیح است؟

۱) شرط لازم و کافی برای جدا شدن لایهٔ مرزی، وجود گرادیان فشار در جریان است.

۲) شرط لازم برای جدا شدن لایهٔ مرزی، افزایش فشار در جهت جریان است.

۳) شرط لازم برای جدا شدن لایه مرزی، وجود گرادیان فشار در جریان است.

۴) شرط لازم و کافی برای جدا شدن لایه مرزی، افزایش فشار در جهت جریان است.

۲۵ـ اگر V_x و V_y به ترتیب مؤلفه‌های سرعت سیال در امتداد سطح جامد و عمود بر آن باشند، کدام توضیح در مورد جریان لایهٔ مرزی صحیح است؟

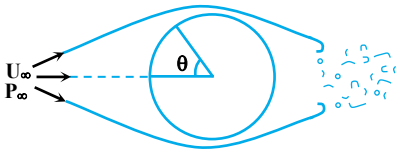
۱) $\frac{\partial V_y}{\partial y} >> \frac{\partial V_x}{\partial x}$ و $\frac{\partial P}{\partial y} >> \frac{\partial P}{\partial x}$

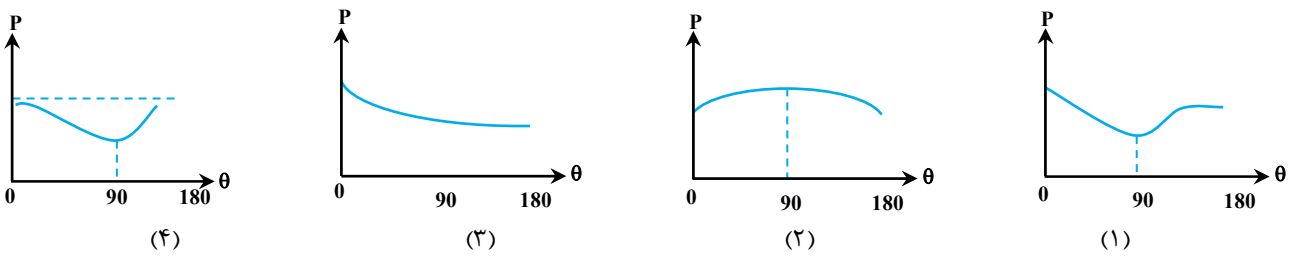
۲) $\frac{\partial V_x}{\partial y} >> \frac{\partial V_x}{\partial x}$ و تغییرات فشار با استفاده از جریان در خارج از لایه مرزی به دست می‌آید.

۳) $\frac{\partial V_y}{\partial y} >> \frac{\partial V_x}{\partial x}$ و $\frac{\partial P}{\partial y} << \frac{\partial P}{\partial x}$

۴) $\frac{\partial V_x}{\partial x} >> \frac{\partial V_y}{\partial y}$ و $V_x >> V_y$

۲۶ـ جریان یکنواختی با سرعت U_∞ و فشار P_∞ از روی استوانه طویلی و عمود بر محور آن عبور می‌کند. توزیع فشار روی استوانه مطابق کدام یک از اشکال زیر خواهد بود؟



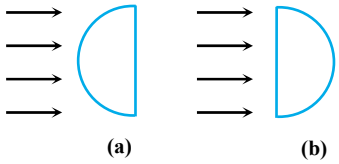


(۱) (۲) (۳) (۴)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷ـ با توجه به دو شکل a و b کدام یک از جملات زیر صحیح است؟



۱) نیروی مقاوم در شکل a بیشتر از نیروی مقاوم در شکل b است.
۲) نیروی مقاوم در شکل a کمتر از نیروی مقاوم در شکل b است.
۳) نیروی مقاوم در شکل a برابر با نیروی مقاوم در شکل b است.
۴) نیروی مقاوم در شکل a رابطه‌ای با نیروی مقاوم در شکل b ندارد.

۲۸ـ در لایه مرزی روی صفحه منحنی تحت گرادیان فشار نامساعد $\frac{\partial P}{\partial x} > 0$:

۱) پروفیل سرعت حتماً دارای نقطه عطف است.
۲) پروفیل سرعت دارای نقطهٔ عطف نیست.
۳) پروفیل سرعت نقطه عطفی دارد که در دیواره قرار گرفته است.
۴) نمی‌توان در مورد وجود نقطهٔ عطف اظهار نظر کرد.

۲۹ـ در دو آزمایش مختلف، نیروی پسا (Drag) بر روی دو صفحه به طول $L_1 = L$ و $L_2 = 2L$ اندازه‌گیری شده است. اگر شرایط جریان در هر دو آزمایش یکسان و جریان لایه‌ای باشد، کدام یک از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟ (نیروی F_1 مربوط به صفحه با طول L_1 و نیروی F_2 مربوط به صفحه با طول L_2 است.)

۱) $\frac{F_1}{F_2} = 1$
۲) $\frac{F_1}{F_2} > \frac{1}{2}$
۳) $\frac{F_1}{F_2} < \frac{1}{2}$
۴) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$

۳۰ـ کدام یک از عبارات زیر غلط است؟

۱) با افزایش درصد درهمی (توربولانس) در جریان اصلی روی یک صفحه، انتقال جریان از آرام (لامینار) به درهم (توربولانت) در لایه مرزی زودتر اتفاق می‌افتد.
۲) فشار کاهش‌یابنده در امتداد جریان روی یک سطح، تمایل به تأخیر در انتقال لایه مرزی از آرام به درهم را دارد.
۳) پیدایش جدایی جریان از روی یک سطح، عمدتاً ناشی از فشار افزایش‌یابنده در روی لایه مرزی می‌باشد.
۴) با افزایش عدد رینولدز جریان در اطراف یک استوانه از مقادیر کوچک به بزرگ، ضریب پسا (درگ) مرتباً افزایش می‌یابد.

۳۱ـ سرعت حد سقوط برای گلوله‌ای فولادی ($\gamma_s = 12000 \frac{N}{m^3}$) به قطر ۴ mm در داخل یک روغن ($\gamma_o = 9000 \frac{N}{m^3}$)، $2/58 \frac{m}{s}$ است. گرانروی روغن در SI چقدر است؟

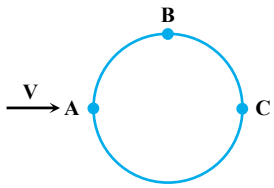
۱) $1/033 \times 10^{-3}$
۲) $1/033 \times 10^{-6}$
۳) $3/84 \times 10^{-5}$
۴) $3/84 \times 10^{-6}$

۳۲ـ هوا از روی سطحی به طول ۱۰m و به عرض ۳ m با سرعت $2 \frac{m}{s}$ در جریان است. نیروی مقاومت (Drag) چند (N) است؟

$(\nu = 1/6 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}, \rho = 1/2 \frac{kg}{m^3}, C_f = \frac{1/33}{\sqrt{Re}})$

۱) ۰/۰۶۸
۲) ۰/۰۸۶
۳) ۰/۱۵۶
۴) ۰/۵۷۶

۳۳ـ با توجه به شکل مقابل، کدام رابطه صحیح است؟



۱) $P_A > P_B$
۲) $P_A = P_B$
۳) $P_A < P_C$
۴) $P_A = P_C$

۳۴ـ کدام یک از جملات زیر صحیح نیست؟

۱) در Wake فشار بازیافت نمی‌شود و در نتیجه Pressure Drag به وجود می‌آید.
۲) کاستن Wake سبب کاهش Pressure Drag می‌شود.
۳) در حالت کلی Drag شامل هم Skin Friction و هم Pressure Drag است.
۴) با حذف Separation از روی جسم می‌توان Skin Friction را تقلیل داد.

۳۵ـ یک اتومبیل قدیمی دارای ضریب درگ $C_D = 0/9$ می‌باشد. در صورتی که یک اتومبیل جدید به دلیل شکل Streamline آن دارای $C_D = 0/3$ باشد، برای دو ماشین که با سرعت ۶۰mph حرکت می‌کنند نسبت قدرت مصرفی چقدر است؟ (قدرت ماشین جدید نسبت به قدرت ماشین قدیم) سطح جلویی هر دو اتومبیل را یکسان و $18 ft^2$ در نظر بگیرید. ($\rho_{Air} = 0/075 \frac{lb}{ft^3}$)

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{5}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دهم

«جریان تراکم پذیر یک بعدی»

مثال ۱: در جریان ایزوترم یک گاز ایده‌آل در یک لوله با طول ماکزیمم، عدد Mach خروجی از لوله مطابق با کدام گزینه است؟(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۰)

۱) یک
۲) همواره بزرگ‌تر از یک است.
۳) همواره کوچک‌تر از یک است.
۴) بستگی به این دارد که جریان در لوله مادون صوت و یا مافوق صوت باشد.

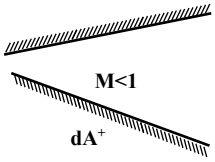
☑ **پاسخ:** گزینه«۴» در جریان ایزوترم یک گاز ایده‌آل در لوله طویل، سرعت و عدد ماخ خروجی بستگی به این دارد که جریان در لوله مادون صوت و یا مافوق صوت باشد.

مثال ۲: در جریان سیال می‌توانیم از تغییرات دانسیته و تغییرات جرم مخصوص (ρ) صرف‌نظر کنیم، اگر: (مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۲)

۱) سیال مایع باشد و هیچ ماده‌ای در آن حل نشده باشد.
۲) در هیچ جریانی مخصوصاً در جریان گازها نمی‌توان جرم مخصوص را ثابت گرفت، حتی اگر سرعت جریان بسیار کم باشد.
۳) مقدار محلول و درجه حرارت در سیال ثابت بوده و سرعت جریان کمتر از بیست درصد سرعت صوت در آن سیال باشد.
۴) سیال خالص داشته باشیم، در هر سرعتی حتی در سرعت‌های نزدیک سرعت صوت می‌توان از تغییرات دانسیته و جرم مخصوص صرف‌نظر کرد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» هرگاه عدد ماخ $(M=\frac{V}{C})$ کوچک‌تر از ۰/۳ باشد، می‌توان جریان را تراکم‌ناپذیر فرض کرد. $\frac{V}{C}<0/3 \Rightarrow V<0/3C$

مثال ۳: در حالتی که سرعت سیال در شیپوره که در شکل نشان داده شده است کمتر از سرعت صوت باشد، کدام عبارت برای حالت ذکر شده درست است؟
(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۳)



۱) سرعت سیال افزایش و فشار کاهش می‌یابد.
۲) سرعت سیال کاهش و فشار افزایش می‌یابد.
۳) سرعت سیال افزایش و فشار نیز افزایش می‌یابد.
۴) سرعت سیال کاهش و فشار نیز کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با توجه به نکات پیش گفته، در شیپوره مادون صوت $(M<1)$، با افزایش سطح مقطع، سرعت سیال کاهش ولی فشار آن افزایش می‌یابد.

مثال ۴: کدام یک از عبارات در مورد جریان آدیاباتیک اصطکاکی در لوله‌ها صحیح است؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۶)

۱) اگر سعی شود حرکت مافوق صوت به حرکت مادون صوت تبدیل شود و برعکس، این عمل اتفاق نمی‌افتد و دبی جریان سیال کم می‌شود.
۲) می‌توان به سادگی و با تغییر شرایط، حرکت مافوق صوت را به حرکت مادون صوت تبدیل نمود.
۳) اگر سعی شود حرکت مادون صوت به حرکت مافوق صوت تبدیل شود، دبی جریان افزایش می‌یابد.
۴) با تغییر شرایط نمی‌توان حرکت مافوق صوت را به حرکت مادون صوت تبدیل نمود، ولی تبدیل حرکت مادون صوت به حرکت مافوق صوت قابل انجام است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در جریان آدیاباتیک اصطکاکی داخل لوله‌ها، حرکت مافوق صوت به حرکت مادون صوت و برعکس تبدیل نمی‌شود و فقط باعث کاهش دبی جریان سیال خواهد شد.

مثال ۵: اگر سرعت هوا در گلوگاه یک شیپوره همگرا ـ واگرا با سرعت صوت برابر باشد، در این صورت دمای آن از دمای حالت سکون ..... .
(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۷)

۱) بیشتر است.
۲) کمتر است.
۳) برابر است.
۴) غیرقابل پیش‌بینی است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر سرعت هوا در گلوگاه یک شیپوره همگرا ـ واگرا (دولاوال) با سرعت صوت برابر باشد، در این صورت دمای گلوگاه از دمای حالت سکون کمتر خواهد بود.

مثال ۶: در حرکت آدیاباتیک سیال تراکم‌ناپذیر در لوله‌ها، کدام مورد باعث ایجاد Chocking می‌شود؟ (مهندسی شیمی ـ آزاد ۸۷)

۱) این پدیده فقط در سیالات تراکم‌پذیر اتفاق می‌افتد.
۲) حداکثر سرعت در لوله سرعت صوت باشد و افزایش دبی باعث پدیده Chocking می‌شود.
۳) سرعت در خروجی لوله به بیش از سرعت صوت برسد.
۴) سرعت در خروجی لوله به کمتر از سرعت صوت برسد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» پدیده شوک (Chocking)، فقط در سیالات تراکم‌پذیر اتفاق می‌افتد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل دهم

۱ـ در عبور از یک موج ضربه‌ای در جریان تراکم‌پذیر، افزایش:

۱) فشار، عدد ماخ و آنتروپی وجود دارد.
۲) فشار، عدد ماخ و ثابت ماندن آنتروپی مطرح است.
۳) فشار، آنتروپی و کاهش عدد ماخ وجود دارد.
۴) فشار، عدد ماخ و کاهش آنتروپی به وجود می‌آید.

۲ـ اگر سرعت حرکت یک سیال در قسمت واگرای نازل بیشتر از سرعت صوت باشد، عدد ماخ در گلوگاه چقدر است؟

۱) همیشه بیشتر از یک
۲) مساوی یک
۳) همیشه کمتر از یک
۴) هم می‌تواند بیشتر و هم کمتر از یک باشد.

۳ـ اگر سرعت جریان سیالی $۱۵۰۰\frac{m}{s}$ و سرعت صوت در سیال مربوطه $۲۹۰\frac{m}{s}$ باشد، نوع جریان کدام است؟

۱) تراصوتی (Transonic)
۲) مادون سرعت صوت (Subsonic)
۳) مافوق سرعت صوت (Supersonic)
۴) ماوراء صوت (Hypersonic)

۴ـ در دمای $T^\circ K$ سرعت صوت سیالی $۲۵۰\frac{m}{s}$ است. سرعت صوت در دمای $۲T^\circ K$ چقدر است؟

۱) $۵۰۰\frac{m}{s}$
۲) $۲۵۰\frac{m}{s}$
۳) $۳۵۳/۵\frac{m}{s}$
۴) $۴۰۰\frac{m}{s}$

۵ـ در یک نازل همگرا ـ واگرا اگر جریان در تمامی نازل زیرصوت باشد، تحت چه شرایطی جریان در قسمت واگرا شتاب‌دار می‌شود؟

۱) با افزایش کافی Back Pressure
۲) با کاهش کافی درجه حرارت
۳) با افزایش کافی فشار ورودی
۴) با کاهش کافی Back Pressure

۶ـ هوا (گاز کامل) با سرعت ناچیز و فشار بالا وارد یک شیپوره همگرا شده و پس از عبور از آن وارد لوله‌ای با قطر ثابت می‌شود. جریان در شیپوره آیزنتروپیک و در لوله آدیاباتیک و توأم با اصطکاک فرض می‌شود. در این صورت:

۱) دما و فشار سکون در شیپوره کمتر از لوله است.
۲) دما و فشار سکون در شیپوره و لوله یکسان است.
۳) دما و فشار سکون در شیپوره بیشتر از لوله است.
۴) دمای سکون در شیپوره و لوله یکسان و فشار سکون در لوله کمتر از شیپوره است.

۷ـ در یک مقطع از نازل آیزنتروپیک، عدد ماخ جریان تراکم‌پذیر ۱/۵ است. اگر در مقطع دیگری از نازل سرعت جریان ۴ برابر و دما $\frac{۱}{۴}$ شده باشد، عدد ماخ در این مقطع چقدر است؟

۱) ۱۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱/۵

۸ـ در جریان ایزوترم اصطکاکی سیال تراکم‌پذیر در مجاری با سطح مقطع ثابت، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

۱) $\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dP}{P}=-\frac{du}{u}$
۲) $\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dP}{P}=\frac{du}{u}$
۳) $\frac{d\rho}{\rho}=\frac{du}{u}=-\frac{dP}{P}$
۴) $\frac{d\rho}{\rho}+\frac{du}{u}+\frac{dP}{P}=۰$

۹ـ گرفتگی (choke) در لوله در سیالات تراکم‌پذیر یعنی:

۱) ضربه‌ای به لوله وارد می‌شود.
۲) محدودیت در سطح مقطع لوله ایجاد می‌شود.
۳) جریان از لوله نمی‌تواند عبور کند.
۴) هیچ کدام

۱۰ـ گازی در حالت آدیاباتیک با سرعت مادون صوت (subsonic) درون لوله‌ای افقی جاری می‌شود. اگر طول لوله بیشتر از طول حالت بحرانی باشد، دبی جرمی گاز جاری:

۱) به نسبت طول به طول بحرانی افزایش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد. (به صورت غیرقابل پیش‌بینی)
۳) کاهش می‌یابد.
۴) تغییر نمی‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل یازدهم

« جریان پتانسیل »

مثال ۱: **تابع جریان سیال تراکم‌ناپذیر و بدون اصطکاک به صورت $\psi = x^۲ + y^۲$ می‌باشد. آیا می‌توان به کمک رابطه برنولی، اختلاف فشار را مابین دو نقطه $(x,y) = (۱,۱)$ و $(x,y) = (۱,۲)$ محاسبه نمود؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۱)

۱) بله، چون جریان غیر چرخشی است.

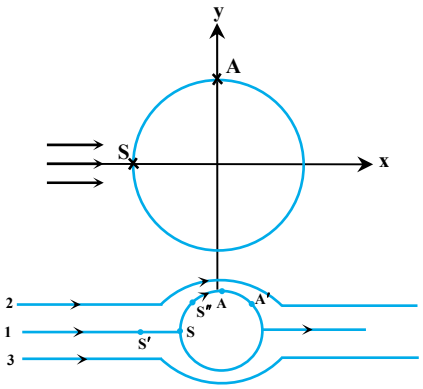
۲) خیر، چون جریان چرخشی است.

۳) خیر، چون نقاط در امتداد یک خط جریان نمی‌باشند.

۴) بله، چون جریان بدون اصطکاک، دائم، دو بعدی و تراکم‌ناپذیر است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به رابطه $\psi = x^۲ + y^۲$، خطوط جریان دوایری به مرکز مبدأ و شعاع مقدار ثابت ψ می‌باشند. از آن‌جایی که نقاط $(۱,۱)$ و $(۱,۲)$ روی یک دایره و در نتیجه روی یک خط جریان نیستند، لذا نمی‌توان رابطه برنولی را بین آن دو نقطه استفاده کرد، زیرا رابطه برنولی فقط در امتداد خط جریان قابل استفاده است.

مثال ۲: **در جریان پتانسیل اطراف سیلندر، کدام گزینه با توجه به شکل صحیح است؟** (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۲)



۱) $\left.\frac{\partial P}{\partial y}\right|_S = ۰$

۲) $\left.\frac{\partial P}{\partial x}\right|_A = ۰$

۳) $\left.\frac{\partial P}{\partial y}\right|_A = ۰$

۴) $\left.\frac{\partial P}{\partial x}\right|_S = ۰$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» برای رسیدن به جواب کافی است که رابطه برنولی برای اطراف نقطه داده شده نوشته شود. باید توجه داشت که سرعت فقط با تغییر θ تغییر می‌کند و هم‌چنین معادله برنولی را فقط در امتداد یک خط جریان می‌توان نوشت:

۱ـ معادله برنولی را روی مسیر ۱ بین نقطه S و نقطه قبل آن (S') می‌نویسیم:

$$\frac{P_{S'}}{\gamma} + \frac{V_{S'}^۲}{۲g} = \frac{P_S}{\gamma} + \frac{V_S^۲}{۲g}$$

چون از S به S'، زاویه تغییر نمی‌کند پس سرعت ثابت است و در نتیجه داریم:

$$\frac{P_{S'}}{\gamma} = \frac{P_S}{\gamma} \Rightarrow P_{S'} = P_S \Rightarrow$$ پس فشار در نقطع S در راستای x تغییر نمی‌کند

۲ـ معادله برنولی را روی مسیر ۱ بین نقطه S و "S می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_S}{\gamma} + \frac{V_S^۲}{۲g} + h_S = \frac{P_{S''}}{\gamma} + \frac{V_{S''}^۲}{۲g} + h_{S''} \\ V_S \neq V_{S''} \text{ و چون زاویه تغییر می‌کند } h_S \neq h_{S''} \end{array}\right\} \Rightarrow P_S \neq P_{S''}$$

پس فشار در نقطه S در راستای y تغییر می‌کند.

۳ـ معادله برنولی روی مسیر ۱ بین نقاط A و 'A عبارت است از:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^۲}{۲g} + y_A = \frac{P_{A'}}{\gamma} + \frac{V_{A'}^۲}{۲g} + y_{A'} \\ V_A \neq V_{A'} \text{ و چون زاویه تغییر می‌کند } y_A \neq y_{A'} \end{array}\right\} \Rightarrow P_A \neq P_{A'}$$

پس فشار در نقطه A در راستای x تغییر می‌کند.

۴ـ فشار در نقطه A از یک خط جریان به خط جریان دیگر متفاوت است، پس فشار در نقطه A در راستای y تغییر می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۳: اگر میدان پتانسیل مختلط سرعت $\omega(z)$ (Velocity Complex Potential) $\omega(z)=\phi(x,y)+i\psi(x,y)$ و $z=x+iy$ باشد، برای جریان Vortex، $\omega(z)$ برابر است با:

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) $\omega(z)=kLnz$ (k ثابت)

۲) $\omega(z)=\frac{i\Gamma}{2\pi}Lnz$ (Γ گردش)

۳) $\omega(z)=i\Gamma Lnz^{2}$ (Γ گردش)

۴) $\omega(z)=-\frac{\Gamma}{2\pi}Lnz^{\frac{1}{2}}$ (Γ گردش)

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای جریان گردابی داریم:

$$u_r=0\ ,\ u_\theta=-\frac{\Gamma}{2\pi r}\Rightarrow\psi=\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r\ ,\ \phi=-\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

پتانسیل مختلط جریان گردابی: $\omega=-\frac{\Gamma}{2\pi}\theta+i\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r=\frac{\Gamma}{2\pi}(-\theta+i\ln r)$

$$\omega=\frac{i\Gamma}{2\pi}(\ln r+i\theta)=\frac{i\Gamma}{2\pi}(\ln r+\ln e^{i\theta})=\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln re^{i\theta}\Rightarrow\omega(z)=\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z$$

مثال ۴: در جریان پتانسیل حول یک استوانه به شعاع a بدون گردش (Circulation)، تابع پتانسیل مختلط سرعت برابر است با:

(مهندسی مکانیک ـ آزاد ۸۳)

۱) $\omega(z)=u_\infty(z+\frac{a^{2}}{z})$

۲) $\omega(z)=u_\infty(\frac{az}{2}+1)$

۳) $\omega(z)=au_\infty(z-\frac{1}{z})$

۴) هیچ کدام

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

تابع پتانسیل مختلط: $f(z)=\phi(x,y)+i\psi(x,y)$

تابع سرعت مختلط: $\omega(z)=\frac{df}{dz}=u-iv$

در جریان حول استوانه بدون چرخش: $f(z)=\underbrace{uz}_{\text{یکنواخت}}+\underbrace{\frac{ua^{2}}{z}}_{\text{دابلت}}$ (شعاع استوانه $a=R$)

$$f(z)=u(z+\frac{a^{2}}{z})\quad;\quad\omega(z)=\frac{\partial f}{\partial z}=u(1-\frac{a^{2}}{z^{2}})$$

مثال ۵: برای یک جریان پتانسیل که تابع پتانسیل آن $\phi=y+x^{2}-y^{2}$ می‌باشد، کدام یک از توابع زیر می‌تواند یک تابع جریان باشد؟

(مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)

۱) $2xy-x$

۲) $2xy$

۳) $2x^{2}y$

۴) $2xy^{2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» با داشتن رابطه بین تابع جریان و پتانسیل سرعت می‌توان تابع جریان را به دست آورد:

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{\partial\phi}{\partial x}\ ,\quad\phi=y+x^{2}-y^{2}\Rightarrow\frac{\partial\phi}{\partial x}=2x\ ,\quad\frac{\partial\psi}{\partial y}=2x\xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری نسبت به y}}\psi=2xy+f(x)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}=2y+f'(x)\ ,\quad\frac{\partial\psi}{\partial x}=-\frac{\partial\phi}{\partial y}\ ,\quad\frac{\partial\phi}{\partial y}=1-2y\Rightarrow2y+f'(x)=2y-1\Rightarrow f'(x)=-1\Rightarrow f(x)=-x+c$$

$$\psi=2xy-x+c\Rightarrow\psi=2xy-x$$

مثال ۶: ورتیسیته در میدان سرعت که مؤلفه‌های آن توسط روابط مقابل داده شده‌اند، کدام است؟ $u=2xy^{2}\quad;\quad v=2(x^{2}-y^{2})$

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۸۶)

۱) $2x(1-y)$

۲) $4x(1-y)$

۳) $2y(y-1)$

۴) $4y(y-1)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» ورتیسیته یا چرخش با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

ورتیسیته: $\vec{\xi}=2\vec{\omega}=\vec{\nabla}\times\vec{V}\qquad u=2xy^{2}\ ,\ v=2(x^{2}-y^{2})$

www.modaresanesharif.ac.ir

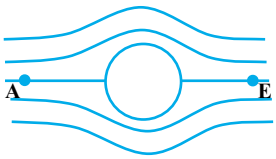
www.modaresanesharif.ac.ir

$$\vec{\xi}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ u & v & 0\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{\xi}=-\frac{\partial v}{\partial z}\vec{i}+\frac{\partial u}{\partial z}\vec{j}+(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y})\vec{k}\ \Rightarrow\ \vec{\xi}=\xi_z\vec{k}=(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y})\vec{k}$$

چون u و v تابعی از x و y هستند، پس مؤلفه‌های i و j ورتیسیته صفر است. لذا می‌توان نوشت:

$$\xi=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\Rightarrow\ \xi=4x-4xy\ \Rightarrow\ \xi=4x(1-y)$$

مثال ۷: **در شکل زیر جریان عبوری از روی سیلندر دارای خصوصیات ذیل می‌باشد (سرعت در A ثابت است).** (مهندسی عمران ـ آزاد ۸۶)



۱) دائم، دو بعدی، بدون شتاب محلی

۲) دائم، سه بعدی، با شتاب محلی

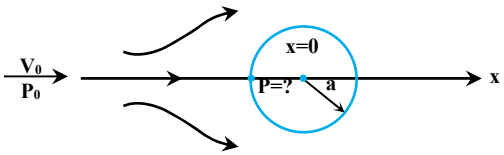
۳) غیردائم، دو بعدی، بدون شتاب محلی

۴) غیردائم، سه بعدی، بدون شتاب محلی

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» جریان عبوری از روی سیلندر، دائم، دو بعدی و بدون شتاب محلی است. یعنی در هر نقطه معین، با گذشت زمان سرعت تغییر نمی‌کند.

مثال ۸: **سیال تراکم‌ناپذیری به صورت پایا از روی یک استوانه عبور می‌کند. سرعت سیال روی خط جریان نشان داده شده در شکل $V=V_0(1-\frac{a^2}{x^2})$ است که a شعاع استوانه و V_0 سرعت بالادست است. اگر P_0 فشار در بالادست جریان باشد، فشار روی استوانه چقدر است؟**

(مهندسی شیمی ـ سراسری ۸۷)



۱) $P_0+\frac{1}{2}\rho V_0^2$

۲) $P_0+\rho V_0^2$

۳) $P_0-\frac{1}{2}\rho V_0^2$

۴) $P_0-\rho V_0^2$

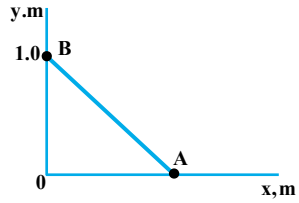
☑ **پاسخ:** گزینه «۱» ابتدا سرعت روی استوانه را تعیین نموده و معادله برنولی را بین نقطه‌ای در بالادست جریان و نقطه‌ای روی استوانه می‌نویسیم تا فشار روی استوانه به دست آید:

سرعت در روی استوانه : $x=a\ \Rightarrow\ V_b=0$

معادله برنولی بین نقطه روی استوانه و بالادست جریان : $\frac{P_b}{\rho}+\frac{V_b^2}{2}=\frac{P_0}{\rho}+\frac{V_0^2}{2}\Rightarrow P_b=P_0+\frac{1}{2}\rho V_0^2$

مثال ۹: **تابع جریان سیال تراکم ناپذیر به صورت مقابل داده شده است:** $\Psi=3x^2y-y^3$

سرعت متوسط سیال روی خط $A-B$ چقدر است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $\sqrt{2}$

۴) ۲

☑ **پاسخ:** هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\Psi=3x^2y-y^3\ ,\ u=\frac{\partial\psi}{\partial y}\ ,\ V=-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\ ,\ \frac{\partial\Psi}{\partial x}=6xy\ ,\ \frac{\partial\Psi}{\partial y}=3x^2-3y^2\Rightarrow\begin{cases}u=3x^2-3y^2\\ v=-6xy\end{cases}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

برای محاسبه سرعت متوسط روی خط $A-B$ کافی است که از انتگرال روی خط استفاده کنیم:

$$\bar{V}=\int_c (udx+vdy)$$

معادلهٔ خط عبارت است از:

$$y=1-x$$

$$\bar{V}=\int_c [(3x^2-3y^2)dx-6xydy]$$

$$y=1-x \Rightarrow dy=-dx \Rightarrow \bar{V}=\int_0^1 \{[(3x^2-3(1-x)^2)]dx-6x(1-x)(-dx)\}$$

$$\bar{V}=\int_0^1 (3x^2-3x^2+6x-3+6x-6x^2)dx \Rightarrow \bar{V}=\int_0^1 (12x-6x^2-3)dx=6x^2-2x^3-3x\Big|_0^1 \Rightarrow \bar{V}=6-2-3=1$$

مثال ۱۰: **میدان جریان سیال به شکل زیر را تصور کنید.**

$$\begin{cases} u=2xy \\ v=x^2-y^2 \end{cases}$$

برای این میدان با فرض سیال نیوتنی، کدام گزینه زیر صحیح است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۰)

۱) $\tau_{xy}=2\mu x$ ۲) $\tau_{xy}=4\mu x$ ۳) $\tau_{xy}=\mu(2y-2x)$ ۴) $\tau_{xy}=\mu(2x-2y)$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» برای محاسبه تنش برشی τ_{xy} با استفاده از قانون لزجت استوکس داریم:

$$\tau_{xy}=\mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)$$

$$V_x=u=2xy \Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial y}=2x \quad ; \quad V_y=v=x^2-y^2 \Rightarrow \frac{\partial V_y}{\partial x}=2x \quad ; \quad \tau_{xy}=\mu(2x+2x)=4\mu x$$

مثال ۱۱: **اگر u و v و w به ترتیب مؤلفه‌های سرعت جریان در راستاهای x و y و z باشند، در مورد معادله $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$ کدام مطلب زیر درست است؟** (مهندسی عمران ـ سراسری ۹۰)

۱) برای سیال تراکم‌پذیر و جریان پایدار صادق است.
۲) برای سیال تراکم‌ناپذیر و جریان اعم از پایدار و ناپایدار صادق است.
۳) برای جریان پایدار اعم از سیال تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر صادق است.
۴) برای جریان ناپایدار اعم از سیال تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر صادق است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی به صورت زیر است:

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{V})=-\frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\rho(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=-\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

برای جریان تراکم‌ناپذیر تغییرات ρ نسبت به زمان $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)$ و مکان $\left(\frac{\partial \rho}{\partial x},\frac{\partial \rho}{\partial y},\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$ صفر است، لذا معادله پیوستگی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\rho\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\frac{\partial v}{\partial y}+\rho\frac{\partial w}{\partial z}=0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

بنابراین برقراری رابطه فوق ارتباطی به پایداری یا ناپایداری جریان ندارد و همواره برای سیال تراکم‌ناپذیر برقرار است.

مثال ۱۲: **اگر در دستگاه محورهای مختصات کارتزین «دکارتی» $u_z=0$ و مولفه‌های u_x و u_y غیرصفر باشند، در آن صورت برای یک سیال تراکم‌ناپذیر، u_x چه رابطه‌ای با u_y خواهد داشت؟** (مهندسی شیمی ـ سراسری ۹۰)

۱) $u_x=\frac{1}{2}u_y$ ۲) $u_x=-u_y$ ۳) $u_x=-\int\frac{\partial u_y}{\partial y}dx$ ۴) $u_x=\int\frac{\partial u_y}{\partial y}dy$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» معادله پیوستگی برای سیال تراکم‌ناپذیر به صورت مقابل است:

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}=0$$

$$U_z=0 \Rightarrow \frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}=0 \Rightarrow \frac{\partial U_x}{\partial x}=-\frac{\partial U_y}{\partial y} \Rightarrow U_x=-\int\frac{\partial U_y}{\partial y}dx$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

مثال ۱۳: مؤلفه y سرعت جریانی در صفحه xy برابر با $V = ۲y^۲ - x + y$ است. اگر جریان پایا و تراکم‌ناپذیر باشد، مؤلفه x سرعت عبارت است از:

(مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۱)

۱) $-۴yx + y$ ۲) $-۴yx + x$ ۳) $-۴yx - x + ۴y^۲$ ۴) $-۴yx - y + ۴y^۲$

پاسخ: گزینه «۳» با استفاده از معادله دیفرانسیلی پیوستگی در جریان تراکم‌ناپذیر داریم: $\vec{\nabla}.\vec{V} = ۰ : \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = ۰ \ , \ v = ۲y^۲ - x + y$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = ۴y + ۱ \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -۴y - ۱ \Rightarrow u = -۴xy - x + f(y)$$

بنابراین فقط گزینه ۳ می‌تواند صحیح باشد.

مثال ۱۴: تابع جریان برای یک جریان خاص به صورت زیر داده شده است؟ (مهندسی مکانیک ـ سراسری ۹۲)

$$\psi = U_\infty y(۱ - \frac{R^۲}{x^۲ + y^۲})$$

اگر U_∞ و R ثابت باشند، کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) جریان غیر چرخشی و تراکم‌پذیر است.
۲) جریان غیردائمی و تراکم‌پذیر است.
۳) جریان دائمی و تراکم‌پذیر است.
۴) جریان غیرچرخشی و غیرقابل تراکم است.

پاسخ: گزینه «۱» طبق روابط مربوط به تابع جریان، اگر

$$\nabla^۲\psi = \frac{\partial^۲\psi}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲\psi}{\partial y^۲} = \frac{۲R^۲.U_\infty y^۳ - ۶R^۲U_\infty x^۲y}{(x^۲ + y^۲)^۳} - \frac{۲R^۲U_\infty y^۳ - ۶R^۲U_\infty x^۲y}{(x^۲ + y^۲)^۳} = ۰$$

باشد، پس جریان غیر چرخشی است.

از طرفی داریم:

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

اگر $\rho = cte$ و $\vec{\nabla}.\vec{V} = ۰$ باشد می‌توان گفت جریان تراکم‌ناپذیر است پس:

$$\vec{\nabla}.\vec{V} = \frac{\partial^۲\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^۲\psi}{\partial y\partial x} = -\frac{۲R^۲U_\infty x^۳ - ۶R^۲U_\infty xy^۲}{(x^۲ + y^۲)^۳} - \frac{۴x.(U_\infty x^۴ + U_\infty y^۴ + ۲U_\infty x^۲y^۲ - R^۲U_\infty x^۲ + R^۲U_\infty y^۲)}{(x^۲ + y^۲)^۳}$$

$$+ \frac{۴U_\infty x^۳ + ۴U_\infty xy^۲ - ۲R^۲U_\infty x}{(x^۲ + y^۲)^۲} \neq ۰$$

در نتیجه جریان تراکم‌پذیر است و گزینهٔ ۱ صحیح خواهد بود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

آزمون فصل یازدهم

۱ـ اگر جریان سیال ایده‌آل اطراف یک کره داشته باشیم:

۱) فشار جلو کره ماکزیمم و فشار نقطه مقابل در پشت کره مینیمم خواهد بود.

۲) سرعت در تمام نقاط روی جداره کره صفر است.

۳) فشار ماکزیمم در دو نقطه جلو کره روبه‌روی جریان و نقطه مقابل آن در پشت کره خواهد بود.

۴) پشت کره خلأ وجود دارد و به علت این خلأ و اختلاف فشار در جلو و پشت کره، نیروی زیادی از طرف جریان به کره وارد خواهد شد.

۲ـ پتانسیل سرعت $\phi = -ax$ مربوط به چه جریانی است؟

۱) یک جریان یکنواخت موازی با راستای محور x

۲) یک جریان دایره‌ای

۳) یک جریان شعاعی

۴) یک جریان یکنواخت موازی با راستای محور y

۳ـ تابع جریان $\psi = x^3 - y^3$ مبین کدام وضعیت است؟

۱) حالتی از جریان غیر چرخشی غیردائمی است.

۲) یک تابع پتانسیل وجود دارد.

۳) جریان غیر چرخشی دائمی است.

۴) یک حالت ممکن جریان است.

۴ـ شرط مرزی برای جریان دائمی یک سیال ایده‌آل عبارت است از:

۱) مؤلفه عمودی سرعت نسبت به مرز صفر است.

۲) مؤلفه مماسی سرعت نسبت به مرز صفر است.

۳) پتانسیل سرعت در مرز صفر است.

۴) تابع جریان در مرز صفر است.

۵ـ در یک جریان تراکم‌ناپذیر دو بعدی، در صورتی که مؤلفه‌های سرعت به وسیله روابط $u = x - 4y$ و $v = -y - 4x$ تعیین شوند، تابع جریان ψ کدام است؟

۱) $x^2 - xy + 2y^2$

۲) $2x^2 + 2xy + y^2$

۳) $2x^2 + xy - 2y^2$

۴) $2x^2 - xy + 2y^2$

۶ـ در جریان‌های پتانسیل ایده‌آل (دائمی، غیر چرخشی و تراکم‌ناپذیر):

عبارت ۱) شرط وجود تابع جریان ψ همیشه صادق است.

عبارت ۲) فقط در جریان‌های دو بعدی می‌توان تابع جریان را تعریف کرد.

عبارت ۳) خطوط جریان و خطوط هم‌پتانسیل بر هم عمودند.

عبارت ۴) شرط وجود تابع پتانسیل ϕ همیشه صادق است.

۱) عبارات ۱، ۳ و ۴ صحیح است.

۲) عبارات ۲ و ۴ صحیح است.

۳) عبارات ۲، ۳ و ۴ صحیح است.

۴) فقط ۳ صحیح است.

۷ـ برای یک جریان پتانسیل با تابع پتانسیل $\phi = y + x^2 - y^2$، کدام یک از توابع زیر می‌تواند یک تابع جریان باشد؟

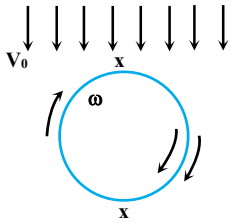
۱) $|2xy|$

۲) $|x|$

۳) $|x - 2xy|$

۴) $|x - 2xy + y^2|$

۸ـ استوانه‌ای در حالی که با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد، در مسیر جریان یکنواخت با سرعت $V_\circ$ قرار گرفته است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



۱) راستای برآیند نیروی وارده بر استوانه از چپ به راست عمود بر محور $x-x$ بوده و نقاط سکون سمت چپ محور $x-x$ قرار دارند.

۲) راستای برآیند نیروی وارده بر استوانه از پایین به بالا در امتداد محور $x-x$ بوده و نقاط سکون سمت راست محور $x-x$ قرار دارند.

۳) راستای برآیند نیروی وارده بر استوانه از راست به چپ عمود بر محور $x-x$ بوده و نقاط سکون سمت چپ محور $x-x$ قرار دارند.

۴) راستای برآیند نیروی وارده بر استوانه از پایین به بالا در امتداد محور $x-x$ بوده و نقاط سکون سمت چپ محور $x-x$ قرار دارند.

۹ـ اگر معادله Stream line به صورت $xy = c$ باشد که در آن c مقدار ثابت است، در این صورت مقادیر v_x و v_y برابر خواهد بود با:

۱) $v_x = x$, $v_y = -y$

۲) $v_x = x$, $v_y = y$

۳) $v_x = 2x$, $v_y = -3y$

۴) $v_x = 3x$, $v_y = -2y$

۱۰ـ در جریان دو بعدی اگر $u = 2xy$ و $v = x^2 + 1$ باشد، تابع پتانسیل جریان را به دست آورید.

۱) $x^2y + y + c$

۲) $xy^2 + x + c$

۳) $x^2 + xy + c$

۴) وجود ندارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه آزمون‌ها

فصل اول: کلیات

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۳»	۳ـ گزینه «۲»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۴»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۱»	۱۰ـ گزینه «۴»
۱۱ـ گزینه «۱»	۱۲ـ گزینه «۳»	۱۳ـ گزینه «۳»	۱۴ـ گزینه «۲»	۱۵ـ گزینه «۳»
۱۶ـ گزینه «۳»	۱۷ـ گزینه «۲»	۱۸ـ گزینه «۴»	۱۹ـ گزینه «۳»	۲۰ـ گزینه «۴»

فصل دوم: استاتیک سیالات

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۱»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۲»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۲»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۳»
۱۱ـ گزینه «۲»	۱۲ـ گزینه «۴»	۱۳ـ گزینه «۴»	۱۴ـ گزینه «۳»	۱۵ـ گزینه «۴»
۱۶ـ گزینه «۳»	۱۷ـ گزینه «۴»	۱۸ـ گزینه «۳»	۱۹ـ گزینه «۲»	۲۰ـ گزینه «۳»
۲۱ـ گزینه «۱»	۲۲ـ گزینه «۲»	۲۳ـ گزینه «۱»	۲۴ـ گزینه «۲»	۲۵ـ گزینه «۱»
۲۶ـ گزینه «۳»	۲۷ـ گزینه «۳»	۲۸ـ گزینه «۲»	۲۹ـ گزینه «۴»	۳۰ـ گزینه «۳»

فصل سوم: مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی

۱ـ گزینه «۴»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۱»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۳»
۱۱ـ گزینه «۲»	۱۲ـ گزینه «۴»	۱۳ـ گزینه «۴»	۱۴ـ گزینه «۳»	۱۵ـ گزینه «۴»
۱۶ـ گزینه «۱»	۱۷ـ گزینه «۳»	۱۸ـ گزینه «۳»	۱۹ـ گزینه «۲»	۲۰ـ گزینه «۲»
۲۱ـ گزینه «۲»	۲۲ـ گزینه «۱»	۲۳ـ گزینه «۲»	۲۴ـ گزینه «۳»	۲۵ـ گزینه «۴»
۲۶ـ گزینه «۲»	۲۷ـ گزینه «۲»	۲۸ـ گزینه «۱»	۲۹ـ گزینه «۳»	۳۰ـ گزینه «۳»
۳۱ـ گزینه «۲»	۳۲ـ گزینه «۳»	۳۳ـ گزینه «۳»	۳۴ـ گزینه «۲»	۳۵ـ گزینه «۱»
۳۶ـ گزینه «۳»	۳۷ـ گزینه «۳»	۳۸ـ گزینه «۲»	۳۹ـ گزینه «۳»	۴۰ـ گزینه «۲»
۴۱ـ گزینه «۳»	۴۲ـ گزینه «۱»	۴۳ـ گزینه «۴»	۴۴ـ گزینه «۳»	۴۵ـ گزینه «۱»

فصل چهارم: فرم دیفرانسیلی قوانین اصلی

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۴»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۱»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۲»	۷ـ گزینه «۱»	۸ـ گزینه «۴»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۲»
۱۱ـ گزینه «۳»	۱۲ـ گزینه «۲»	۱۳ـ گزینه «۱»	۱۴ـ گزینه «۲»	۱۵ـ گزینه «۲»
۱۶ـ گزینه «۲»	۱۷ـ گزینه «۲»	۱۸ـ گزینه «۱»	۱۹ـ گزینه «۱»	۲۰ـ گزینه «۲»
۲۱ـ گزینه «۱»	۲۲ـ گزینه «۴»	۲۳ـ گزینه «۲»	۲۴ـ گزینه «۳»	۲۵ـ گزینه «۳»

فصل پنجم: آنالیز ابعادی و تشابه

۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۲»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۲»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۳»	۹ـ گزینه «۴»	۱۰ـ گزینه «۱»
۱۱ـ گزینه «۲»	۱۲ـ گزینه «۲»	۱۳ـ گزینه «۴»	۱۴ـ گزینه «۴»	۱۵ـ گزینه «۲»
۱۶ـ گزینه «۲»	۱۷ـ گزینه «۲»	۱۸ـ گزینه «۳»	۱۹ـ گزینه «۱»	۲۰ـ گزینه «۲»

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل ششم: جریان تراکم‌ناپذیر لزج در لوله‌ها

۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۳»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۴»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۲»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۲»	۱۰ـ گزینه «۳»
۱۱ـ گزینه «۳»	۱۲ـ گزینه «۴»	۱۳ـ گزینه «۳»	۱۴ـ گزینه «۲»	۱۵ـ گزینه «۱»
۱۶ـ گزینه «۳»	۱۷ـ گزینه «۱»	۱۸ـ گزینه «۲»	۱۹ـ گزینه «۳»	۲۰ـ گزینه «۴»
۲۱ـ گزینه «۲»	۲۲ـ گزینه «۱»	۲۳ـ گزینه «۴»	۲۴ـ گزینه «۱»	۲۵ـ گزینه «۳»
۲۶ـ گزینه «۲»	۲۷ـ گزینه «۴»	۲۸ـ گزینه «۲»	۲۹ـ گزینه «۳»	۳۰ـ گزینه «۲»
۳۱ـ گزینه «۱»	۳۲ـ گزینه «۴»	۳۳ـ گزینه «۳»	۳۴ـ گزینه «۲»	۳۵ـ گزینه «۴»
۳۶ـ گزینه «۳»	۳۷ـ گزینه «۳»	۳۸ـ گزینه «۳»	۳۹ـ گزینه «۴»	۴۰ـ گزینه «۳»
۴۱ـ گزینه «۲»	۴۲ـ گزینه «۳»	۴۳ـ گزینه «۴»	۴۴ـ گزینه «۱»	۴۵ـ گزینه «۳»
۴۶ـ گزینه «۱»	۴۷ـ گزینه «۲»	۴۸ـ گزینه «۴»	۴۹ـ گزینه «۱»	۵۰ـ گزینه «۲»

فصل هفتم: توربو ماشین‌ها

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۴»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۴»	۹ـ گزینه «۴»	۱۰ـ گزینه «۳»

فصل هشتم:جریان در کانال‌های روباز

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۳»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۲»

فصل نهم: لایه مرزی

۱ـ گزینه «۲»	۲ـ گزینه «۳»	۳ـ گزینه «۱»	۴ـ گزینه «۲»	۵ـ گزینه «۱»
۶ـ گزینه «۳»	۷ـ گزینه «۲»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۴»	۱۰ـ گزینه «۳»
۱۱ـ گزینه «۴»	۱۲ـ گزینه «۲»	۱۳ـ گزینه «۱»	۱۴ـ گزینه «۲»	۱۵ـ گزینه «۴»
۱۶ـ گزینه «۱»	۱۷ـ گزینه «۲»	۱۸ـ گزینه «۱»	۱۹ـ گزینه «۴»	۲۰ـ گزینه «۲»
۲۱ـ گزینه «۴»	۲۲ـ گزینه «۴»	۲۳ـ گزینه «۳»	۲۴ـ گزینه «۲»	۲۵ـ گزینه «۲»
۲۶ـ گزینه «۱»	۲۷ـ گزینه «۲»	۲۸ـ گزینه «۴»	۲۹ـ گزینه «۲»	۳۰ـ گزینه «۴»
۳۱ـ گزینه «۱»	۳۲ـ گزینه «۲»	۳۳ـ گزینه «۱»	۳۴ـ گزینه «۴»	۳۵ـ گزینه «۳»

فصل دهم: جریان تراکم پذیر یک بعدی

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۲»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۳»	۵ـ گزینه «۴»
۶ـ گزینه «۴»	۷ـ گزینه «۱»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۱»	۱۰ـ گزینه «۱»

فصل یازدهم:جریان پتانسیل

۱ـ گزینه «۳»	۲ـ گزینه «۱»	۳ـ گزینه «۴»	۴ـ گزینه «۱»	۵ـ گزینه «۳»
۶ـ گزینه «۱»	۷ـ گزینه «۳»	۸ـ گزینه «۱»	۹ـ گزینه «۱»	۱۰ـ گزینه «۳»

www.modaresanesharif.ac.ir