



## سوالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۷

### استعداد تحصیلی

#### بخش اول: درک مطلب

■ راهنمایی: در این بخش، دو متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

#### متن (۱)

عملکرد موتورهای اشتعال تراکمی همگن (HCCI)، ترکیبی از عملکرد موتورهای اشتعال جرقه‌ای SI و اشتعال تراکمی CI است. مشابه با موتورهای SI، مخلوط سوخت و هوا وارد محفظه احتراق شده و در مرحله تراکم، مشابه با موتورهای CI، بدون استفاده از هرگونه سیستم جرقه‌زنی و به صورت خودبه‌خودی مشتعل می‌شود. مزیت این موتورها، نسبت به موتورهای دیزل مرسوم، احتراق همگن در داخل محفظه احتراق است. در موتورهای دیزل مرسوم، به واسطه اشتعال نقطه‌ای، بیشینه دمای احتراق بسیار بالاست که سبب تولید مقادیر بالایی از آلاینده‌های NO<sub>x</sub> و دوده می‌شود. از سوی دیگر، بیشینه دمای پایین‌تر موتورهای HCCI، خود نیز می‌تواند مشکلاتی نظیر کارکرد ضعیف موتور در بار کم، راه‌اندازی موتور در حالت سرد و افزایش آلاینده‌هایی نظیر مونوکسیدکربن و هیدروکربن‌های نسوخته را در پی داشته باشد. نبود سیستم جرقه‌زنی در این موتورها سبب شده است که فرایند احتراق، وابستگی فراوانی به خواص ترمودینامیکی و شیمیایی مخلوط سوخت و هوا داشته باشد. از این رو، پارامترهای بسیاری نظیر سوخت، ترکیب شیمیایی سوخت، دما و فشار ورودی، توزیع اولیه دما و نسبت هم‌ارزی در نواحی مختلف سیلندر، مشخصات هندسی موتور و استفاده از گازهای بازخوران و گازهای سنتزی می‌توانند زمان آغاز احتراق را کنترل کنند. در نتیجه، آزمایش‌های تجربی بسیاری برای دستیابی به راندمان بهینه در مقایسه با تولید آلاینده‌ها و معایب کارکردی این موتورها انجام شده و هنوز هم در حال اجراست.

احتراق HCCI، در ابتدا به‌عنوان روشی جایگزین برای موتورهای دوزمانه مطرح شد. اولین مطالعات بر روی این نوع از احتراق، توسط اونیچی و همکاران در سال ۱۹۷۹ انجام شد. این نوع جدید از احتراق، که کاملاً برای موتورهای پیستونی مورد قبول واقع شد، احتراق ترمواتمسفیری فعال نامگذاری شد که به جایگزینی مناسب برای موتورهای دیزل و جرقه‌ای تبدیل شد. از معایب موتورهای دوزمانه می‌توان به مقادیر بالای آلاینده‌گی آن در بارهای پایین و نسبتاً اندک و اثرات کوبش آن در سرعت‌های پایین اشاره کرد. بنابراین، اونیچی و همکاران با به‌کار گرفتن حالتی از احتراق، با استناد به میزان بالای یکنواختی و افزایش دمای اولیه مخلوط، این نقایص را تبدیل به نقطه قوت کردند. با ایجاد این شرایط، که منجر به اشتعال خودبه‌خودی مخلوط می‌شود، آنان توانستند به کاهش چشمگیری در مقادیر آلودگی و بهبود مؤثری در ارزش اقتصادی سوخت دست یابند. اندکی پس از ارائه اونیچی، این روند احتراق توسط شرکت تویوتا نشان داده شد. نتایج نشان داد که عملکرد موتور HCCI برای موتور دوزمانه در بار جزئی بسیار مناسب است. فرایند احتراق بسیار هموار و میزان مصرف سوخت و تولید آلودگی بسیار پایین است.

کجه ۱- براساس متن، نتیجه مطالعه اونیچی و همکاران (۱۹۷۹)، از کدام مورد، بیشتر از بقیه، حمایت می‌کند؟

- (۱) موتورهای دیزل و جرقه‌ای، قابلیت ارتقا به موتورهای HCCI را دارا هستند.
- (۲) افزایش دمای اولیه مخلوط در فرایندهای احتراقی، افزایش آلودگی را به‌دنبال دارد.
- (۳) با افزایش دمای اولیه سوخت و هوا در محفظه احتراق، می‌توان فرایند احتراق را هموارتر و مؤثرتر کرد.
- (۴) احتراق HCCI در موتورهای دوزمانه، یک نقص محسوب می‌شود و نه یک مزیت.

کجه ۲- کدام مورد در خصوص موتورهای اشتعال تراکمی همگن، در متن بحث نشده است؟

- (۱) عوامل مؤثر بر زمان شروع احتراق در آنها
- (۲) شبیه‌سازی فرایند احتراق در آنها
- (۳) مزایا و معایب
- (۴) شیوه کار

کجه ۳- براساس متن، کدام مورد در خصوص موتورهای اشتعال تراکمی همگن، صحیح است؟

- (I) احتراق در این موتورها، در نقطه‌ای خاص از محفظه احتراق شروع می‌شود.
- (II) مخلوط سوخت و هوا در آنها می‌تواند به حد خوداشتعالی برسد.
- (III) به علت دمای نسبتاً پایین در این موتورها، میزان تولید برخی آلاینده‌ها در آنها بالا می‌رود.

(۴) فقط II

(۳) I و II

(۲) II و III

(۱) I، II، III

۴- کدام مورد، رابطه بین پاراگراف دوم و سوم متن را به خوبی توصیف می کند؟

- ۱) پاراگراف دوم، عوامل مؤثر بر موتورهای HCCI در زمینه‌های خاص را معرفی می کند و پاراگراف سوم، به نتایج پژوهش‌های انجام شده بر روی تأثیرات هریک از این عوامل اشاره می کند.
- ۲) پاراگراف دوم، یک ویژگی اصلی موتورهای HCCI را معرفی می کند و پاراگراف سوم، آن را با ویژگی مشابه در انواع دیگر موتورها مقایسه می کند.
- ۳) پاراگراف دوم، موضوع راندمان موتورهای HCCI را مطرح می کند و پاراگراف سوم، درباره اهمیت آن از نظر برخی پژوهشگران، توضیحاتی ارائه می دهد.
- ۴) پاراگراف دوم، نکته‌ای را درخصوص کارکرد موتورهای HCCI مطرح می کند و پاراگراف سوم، با ارائه توضیحات کامل تر، از آن حمایت می کند.

#### متن (۲)

با حرکت خودرو روی یک جاده، ارتعاشاتی به قسمت‌های مختلف خودرو اعمال می شود که شدت این ارتعاشات، وابسته به میزان ناهمواری‌های سطح جاده و مشخصات خودرو است. ارتعاشات شدید، باعث خرابی سازه خودرو و آسیب جدی به تجهیزات مختلف آن می شود و راهکاری که به منظور محافظت خودرو و تجهیزات آن در مقابل ارتعاشات ارائه می شود، جداسازی ارتعاشات است. جداسازی یک سامانه در برابر ارتعاشات مکانیکی، با به کار بردن یک سری اتصالات نرم مکانیکی به نام جداساز بین سامانه و منبع ارتعاش در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع امکان پذیر است. معروف ترین جداسازهای موجود در خودرو، چرخ‌ها و سامانه تعلیق برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از جاده به بدنه و دسته موتورها برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از موتور به سازه خودرو هستند. البته در قسمت‌های دیگر خودرو، همانند تجهیزات حساس الکترونیکی و حتی صندلی‌ها نیز از جداساز ارتعاش برای کاهش میزان ارتعاشات منتقل شده از سازه خودرو به آنها استفاده می شود.

در یک دسته‌بندی کلی می توان جداسازهای ارتعاشات را به دو دسته فعال و غیرفعال دسته‌بندی کرد. در حالت فعال، با توجه به مشخصات ارتعاشی سامانه و منبع ارتعاش، مشخصات جداکننده طوری کنترل و تغییر داده می شود که کمترین ارتعاشات به سامانه منتقل شود. اما در حالت غیرفعال، با توجه به غیرقابل کنترل و ثابت بودن مشخصات جداکننده، طراحی و انتخاب جداکننده طوری انجام می گیرد که میزان ارتعاشات منتقل شده به سامانه، در کل طیف فرکانسی تحریک، کمینه گردد.

انتخاب جداساز بر مبنای سامانه در حوزه زمان یا حوزه فرکانس امکان پذیر است. با توجه به این که انتخاب بهینه جداساز بر مبنای بررسی سامانه در حوزه فرکانس، منجر به بروز رفتار مناسب سامانه نسبت به ارتعاشات ورودی در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع می شود، لذا به منظور انتخاب بهینه یک جداساز غیرفعال، بهتر است بررسی سامانه در حوزه فرکانس صورت گیرد. ساده ترین روش انتخاب جداساز، بر مبنای مدل سازی سامانه به عنوان یک جرم متمرکز و جداسازها به عنوان یک فنر است که در آن، نسبت فرکانس طبیعی جرم و فنر یک درجه آزادی به فرکانس تحریک، بسته به میزان انتقال پذیری مورد نظر، بایستی کمتر از مقدار مشخصی باشد. چنانچه از این روش برای طراحی جداساز یک محیط ارتعاشی که طیف تحریک آن در فرکانس‌های کوچک مقدار قابل توجهی دارد، استفاده شود، منجر به انتخاب یک جداساز نرم و انعطاف پذیر می شود و استفاده از جداساز خیلی انعطاف پذیر در چنین محیط ارتعاشی، باعث تغییر شکل شدید جداساز و آسیب جدی به سامانه می شود.

۵- می توان از متن نتیجه گرفت که جداسازهای خودرو ..... .

- ۱) به دو منبع عمده ارتعاشات نامطلوب، یعنی موتور و ناهمواری جاده، حساس هستند.
- ۲) که در بدنه خودرو تعبیه شده‌اند، مقاوم تر از انواع به کار گرفته شده در درون سازه خودرو می باشند.
- ۳) خود درموردی، از جمله منابع تولید نوسانات حرکتی و ارتعاشات در خودرو هستند.
- ۴) بایستی طوری طراحی شوند که به ارتعاشاتی که مستقیماً به بدنه خودرو وارد می شوند، زودتر واکنش نشان دهند، تا آنهایی که غیرمستقیم وارد می شوند.

۶- در متن، به کدام مورد، به عنوان وجه تمایز میان جداسازهای فعال و غیرفعال اشاره شده است؟

- ۱) شیوه طراحی و مورد استفاده آنها در سامانه‌های با مشخصات ارتعاشی متفاوت
- ۲) تأثیر طیف فرکانسی تحریک بر کارکرد آنها
- ۳) ثابت یا متغیر بودن مشخصات جداساز
- ۴) شیوه عملکرد آنها در کاهش ارتعاش

۷- براساس متن، در انتخاب یک جداساز غیرفعال، کدام مورد صحیح است؟

- ۱) بررسی سامانه بایستی ابتدا در حوزه فرکانس و پس از آن در حوزه زمان صورت گیرد.
- ۲) انتخاب بهینه آن، رابطه متقابلی با بررسی سامانه مربوطه در حوزه فرکانس دارد.
- ۳) کنترل میزان انعطاف پذیری جداساز در طیف فرکانسی وسیع، از اولویت‌هاست.
- ۴) فرکانس طبیعی جرم و فنر، بایستی ثابت نگه داشته شود.

۸- در کدام جمله از متن، دلایلی ارائه می شود که براساس آن، نتیجه‌گیری نیز انجام می شود؟

- ۱) جمله آخر پاراگراف سوم (چنانچه از این روش ... به سامانه می شود).
- ۲) جمله سوم پاراگراف دوم (اما در حالت غیرفعال ... کمینه گردد).
- ۳) جمله دوم پاراگراف اول (ارتعاشات شدید ... جداسازی ارتعاشات است).
- ۴) جمله دوم پاراگراف سوم (با توجه به این که ... صورت گیرد).



## پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۷

### استعداد تحصیلی

#### بخش اول: درک مطلب

#### پاسخ سؤالات متن (۱)

۱- گزینه «۳» با توجه به متن، «اونیشی و همکاران، با به کارگرفتن حالتی از احتراق، با استناد به میزان بالای یکنواختی و افزایش دمای اولیه مخلوط، این نقایص را تبدیل به نقطه قوت کردند.» و با توجه به «اندکی پس از ارائه اونیشی، این روند احتراق توسط شرکت تویوتا نشان داده شد. نتایج نشان داد که عملکرد موتور HCCI برای موتور دوزمانه در بار جزئی بسیار مناسب است. فرآیند احتراق بسیار هموار و میزان مصرف سوخت و تولید آلودگی بسیار پایین است.» می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش دمای اولیه سوخت و هوا در محفظه احتراق، می‌توان فرآیند احتراق را هموارتر و موثرتر کرد. **بررسی گزینه (۱):** در متن به این موضوع اشاره نشده است که آیا موتورهای دیزل و جرقه‌ای قابلیت ارتقاء به موتورهای HCCI را دارند یا خیر. **بررسی گزینه (۲):** مطالعه اونیشی و همکاران نشان داد که افزایش دمای اولیه مخلوط و اشتعال خودبه‌خودی، بهبود چشمگیری در مقادیر آلودگی را به همراه داشت. **بررسی گزینه (۴):** با توجه به متن، عکس این موضوع صادق است.

۲- گزینه «۲» در مورد عوامل موثر بر زمان آغاز احتراق در متن بحث شده است: «از این‌رو، پارامترهای بسیاری نظیر سوخت، ترکیب شیمیایی سوخت، دما و فشار ورودی، توزیع اولیه‌ها و نسبت هم‌ارزی در نواحی مختلف سیلندر، مشخصات هندسی موتور و استفاده از گازهای بازخوران و گازهای سنتزی می‌تواند زمان آغاز احتراق را کنترل کند.» **بررسی گزینه (۳):** با توجه به متن داریم: «مزیت این موتورها، نسبت به موتورهای دیزلی مرسوم، احتراق همگن در داخل محفظه احتراق است.» و همچنین «از سوی دیگر، بیشینه‌های پایین‌تر موتورهای HCCI، خود نیز می‌تواند مشکلاتی نظیر کارکرد ضعیف موتور در بار کم و... را در پی داشته باشد.» می‌توان دید که در مورد مزایا و معایب این موتورها بحث شده است. **بررسی گزینه (۴):** پاراگراف اول متن در مورد شیوه کار این موتورها توضیح می‌دهد.

۳- گزینه «۲» با توجه به این بخش از متن: «با ایجاد این شرایط که منجر به اشتعال خودبه‌خودی مخلوط می‌شود، آنان توانستند به کاهش چشمگیری در مقادیر آلودگی و بهبود انرژی در ارزش اقتصادی سوخت دست یابند.» صحت گزاره (II) ثابت می‌شود؛ و با توجه به اینکه «بیشینه‌های پایین‌تر موتورهای HCCI، خود نیز می‌تواند مشکلاتی نظیر کارکرد ضعیف موتور در بار کم، راه‌اندازی موتور در حالت سرد و افزایش آلاینده‌هایی نظیر CO و هیدروکربن‌های نسوخته را در پی داشته باشد» صحت گزاره (III) ثابت می‌شود. اما در مورد اینکه احتراق در نقطه خاصی از موتور شروع شود، صحبتی نشده است.

۴- گزینه «۴» پاراگراف دوم به این ویژگی در مورد کارکرد موتورهای HCCI اشاره می‌کند که سیستم جرقه‌زنی در این موتورها وجود ندارد و لذا فرآیند احتراق به خواص ترمودینامیکی و شیمیایی مخلوط سوخت و هوا بستگی دارد که این خواص و پارامترهای مربوط به آن‌ها بر مسائلی مانند زمان آغاز احتراق، میزان تولید آلاینده‌ها و ... تأثیرگذار است. در پاراگراف سوم با بیان این جمله که «اونیشی و همکاران با به کارگرفتن حالتی از احتراق، با استناد به میزان بالای یکنواختی و افزایش دمای اولیه مخلوط ... توانستند کاهش چشمگیری در مقادیر آلودگی و بهبود مؤثری در ارزش اقتصادی سوخت دست یابند» از این موضوع حمایت شده است و آن را تکمیل کرده است.

### پاسخ سؤالات متن (۲)

۵- گزینه «۱» با توجه به متن، «با حرکت خودرو روی یک جاده، ارتعاشاتی به قسمت‌های مختلف خودرو اعمال می‌شود که شدت این ارتعاشات، وابسته به میزان ناهمواری‌های سطح جاده و مشخصات خودرو است.» و همچنین با توجه به این جمله از متن که «معروف‌ترین جداسازهای موجود در خودرو، چرخ‌ها و سامانه تعلیق برای کاهش ارتعاشات منتقل‌شده از جاده به بدنه و دسته موتورها برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از موتور به سازه خودرو هستند» می‌توان نتیجه گرفت که دو منبع ارتعاشات نامطلوب یعنی موتور و ناهمواری‌های جاده هستند که جداسازهای خودرو به آن‌ها حساس هستند.

**بررسی گزینه (۲):** در مورد این موضوع در متن بحث نشده است.

**بررسی گزینه (۳):** در انتهای پاراگراف سوم اشاره شده است که ممکن است در مواردی موجب بروز آسیب جدی به سامانه شوند؛ اما اینکه لزوماً از جمله منابع تولید نوسانات حرکتی و ارتعاشات باشند، به آن اشاره‌ای نشده است.

**بررسی گزینه (۴):** در متن بیان شده است که: «معروف‌ترین جداسازهای موجود در خودرو، چرخ‌ها و سامانه تعلیق برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از جاده به بدنه و دسته موتورها برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از موتور به سازه خودرو هستند.» اما این موضوع لزوماً بیان نمی‌کند که جداسازها باید طوری طراحی شوند که به ارتعاشاتی که مستقیماً به بدنه خودرو وارد می‌شوند، زودتر واکنش نشان دهند، تا آنهایی که غیرمستقیم وارد می‌شوند.

۶- گزینه «۳» با توجه به پاراگراف دوم «اما در حالت غیرفعال، با توجه به غیرقابل کنترل و ثابت بودن مشخصات جداکننده، طراحی و انتخاب جداکننده طوری انجام می‌گیرد که میزان ارتعاشات منتقل شده به سامانه، در کل طیف فرکانسی تحریک، کمینه گردد.» اگرچه پاراگراف در مورد طراحی جداسازها و کارکردشان صحبت می‌کند، اما وجه تمایز این دو جداساز، ثابت یا متغیر بودن مشخصات آن‌ها است، که در نهایت بر شیوه طراحی آن‌ها تأثیر می‌گذارد.

**بررسی گزینه‌های (۲) و (۴):** اگرچه اشاره‌ای به طیف فرکانسی تحریک و عملکرد جداسازها بر کاهش ارتعاش شده است، اما موضوع اصلی وجه تمایز جداسازها نبوده و ریشه تمایز جداسازها مشخصات آن‌ها می‌باشد.

۷- گزینه «۲» با توجه به این جمله متن: «با توجه به اینکه انتخاب بهینه جداساز بر مبنای بررسی سامانه در حوزه فرکانس، منجر به بروز رفتار مناسب سامانه نسبت به ارتعاشات ورودی در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع می‌شود، لذا به‌منظور انتخاب بهینه یک جداساز غیرفعال، بهتر است بررسی سامانه در حوزه فرکانس صورت گیرد.» می‌توان نتیجه گرفت که انتخاب بهینه یک جداساز غیرفعال، رابطه متقابلی با بررسی سامانه مربوطه در حوزه فرکانس دارد.

**بررسی گزینه (۱):** در متن بیان شده است که انتخاب این نوع جداساز در حوزه زمان یا فرکانس امکان‌پذیر است. همین! در مورد ترتیب بررسی آن صحبت نشده است.

**بررسی گزینه (۳):** در مورد این موضوع در متن بحث نشده است.

**بررسی گزینه (۴):** در متن بیان شده است که «نسبت فرکانس طبیعی جرم و فنر یک درجه آزادی به فرکانس تحریک، بسته به میزان انتقال‌پذیری مورد نظر، باید کمتر از مقدار مشخصی باشد.» این نکته لزوماً بیان نمی‌کند که فرکانس طبیعی باید ثابت نگه داشته شود؛ بلکه طبق گفته متن صرفاً باید کمتر از مقدار مشخصی باشد.

۸- گزینه «۴» دلیل: «انتخاب بهینه جداساز بر مبنای بررسی سامانه در حوزه فرکانس، منجر به بروز رفتار مناسب سامانه نسبت به ارتعاشات ورودی در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع می‌شود.»

نتیجه‌گیری: «لذا، به‌منظور انتخاب بهینه یک جداساز غیرفعال بهتر است بررسی سامانه در حوزه فرکانس صورت گیرد.»

**بررسی گزینه (۱):** این جمله کاملاً توصیفی است و هیچ نتیجه‌گیری‌ای بر مبنای آن انجام نگرفته است.

**بررسی گزینه (۲):** این جمله بررسی می‌کند که چرا طراحی و انتخاب جداکننده طوری انجام می‌گیرد که میزان ارتعاشات منتقل شده به سامانه، در کل طیف فرکانسی تحریک، کمینه گردد. این جمله نتیجه‌گیری‌ای ندارد، بلکه دلیل یک پدیده را شرح می‌دهد.

**بررسی گزینه (۳):** این جمله بیان می‌کند که ارتعاشات شدید موجب خرابی سازه خودرو و آسیب جدی به تجهیزات مختلف آن می‌شود و به دنبال آن بیان می‌کند که برای حفاظت از خودرو جداسازی ارتعاشات راهکار مناسبی است. این موضوع پدیده‌ای است که به‌دنبال جمله قبل از آن می‌آید و لزوماً نتیجه‌گیری از یک موضوع نمی‌باشد. اما همانطور که می‌بینیم جمله دوم پاراگراف سوم به وضوح دلایل را برشمرده و به وضوح از آن نتیجه‌گیری کرده است.



**PART A: Grammar**

**Directions:** Select the answer choice (1), (2), (3) or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

31- Thunder is caused by lightning, ..... essentially a stream of electrons flowing between or within clouds or between a cloud and the ground.

- 1) which is                      2) that is                      3) to be                      4) it is

32- In ancient Egypt and India, people produced large blocks of ice with the help of evaporative cooling (the principle ..... draw heat from their surroundings).

- 1) water molecules that vaporizes                      2) that vaporizing water molecules  
3) to vaporize water molecules                      4) water molecules are vaporized

33- By the end of the 1800s, naturally occurring reserves of nitrogen-based compounds had been so badly depleted by their use as fertilizers ..... some feared a worldwide famine when supplies ran out.

- 1) that                      2) then                      3) which                      4) when

34- Work is currently under way on planes that could potentially fly ..... the speed of sound.

- 1) faster than 20 times of                      2) more than 20 times as much as that of  
3) at 20 times                      4) 20 times faster than that of

35- In 1894, ..... by the theories of physicist James Clerk Maxwell, Italian physicist Guglielmo Marconi began work on a technique to transmit electromagnetic signals through the air over long distances.

- 1) when was inspired                      2) having inspired                      3) to be inspired                      4) inspired

36- Because concrete generates considerable heat as it sets, large volumes can become exceedingly hot, .....

- 1) so the material's structural strength damaged                      2) that damages the material's structural strength  
3) and the material's structural strength damages                      4) damaging the material's structural strength

37- Back in the 1966 movie *Fantastic Voyage*, a band of intrepid travelers were scrunched down to the size of blood cells ..... they could swim through the veins of a big-shot diplomat and destroy a life-threatening blood clot.

- 1) so that                      2) since                      3) as though                      4) in which

38- The space telescope, after all, has broken all kinds of records, including probably .....

- 1) any single astronomical project produces the most newspaper headlines  
2) the most newspaper headlines produced by any single astronomical project  
3) producing the most newspaper headlines by any single astronomical project  
4) the most newspaper headlines of any single astronomical project is ever produced

## بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱- گزینه «۱» تندر در اثر رعد و برق ایجاد می‌شود که اساساً جریانی از الکترون‌ها است که بین ابرها یا بین ابر و زمین در جریان هستند. توضیح گرامری: اگر جمله را ترجمه کنیم، می‌بینیم به یک گزاره وصفی برای جای خالی نیاز داریم. پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند چون ضمیر موصولی ندارند. ضمناً گفتیم بعد از *that* کاربرد ندارد؛ پس گزینه ۲ هم نادرست است. حالا فقط گزینه (۱) می‌ماند که در اینجا *lightening* مرجع و از جای خالی به بعد هم گزاره وصفی است. البته چون گزاره وصفی ما بعد از *that* به کار رفته، از نوع غیرضروری است.

۳۲- گزینه «۲» در مصر و هند باستان، مردم با کمک سردسازی تبخیری (یعنی این اصل که مولکول‌های بخار آب، گرما را از محیط خود جذب می‌کنند) یخ تولید می‌کردند.

توضیح گرامری: برای پاسخگویی فقط به اطلاعات داخل پرانتز نیاز داریم. پس بیایید داخل پرانتز را تحلیل کنیم. *The principle* فاعل ما است؛ پس (۱) و (۴) حذف می‌شوند چون هر کلاز (جمله‌واره) یک فاعل نیاز دارد نه بیشتر. ضمناً در مبحث گزاره اسمی گفتیم یکی از کاربردهای *that clause* این است که بعد از یک سری اسم مثل *principle, view, belief* و ... بیاید. پس فقط (۲) صحیح است.

۳۳- گزینه «۱» تا پایان دهه ۱۸۰۰، منابع و مخازن طبیعی ترکیبات نیتروژنی به‌خاطر کاربردشان به‌عنوان کود شیمیایی چنان به پایان رسیدند که برخی می‌ترسیدند هنگام اتمام این مخازن، قحطی سرتاسر جهان را در برگیرد. توضیح گرامری: تست خیلی راحتی است. نویسنده از الگوی زیر استفاده کرده است:

*so + صفت + that ⇒ ... So badly depleted ... that ...*

۳۴- گزینه «۳» محققان در حال حاضر روی هواپیماهایی کار می‌کنند که می‌توانند ۲۰ برابر سرعت صوت پرواز کنند. توضیح گرامری: در گزینه‌های (۲) و (۴) اساساً معلوم نیست *that* به چه چیزی برمی‌گردد؛ پس هر دو نادرست هستند. گزینه (۱) هم به این دلیل نادرست است که قاعدتاً می‌گوییم *20 times faster than* نه *faster than 20 times*.

۳۵- گزینه «۴» در سال ۱۸۹۴، فیزیکدان ایتالیایی به نام گولیلمو مارکونی که از نظریه‌های جیمز کلرک ماکسول الهام گرفته بود، شروع به پژوهش در مورد فنی برای انتقال سیگنال‌های الکترومغناطیسی از طریق هوا در طول فواصل زیاد کرد.

توضیح گرامری: *by* خب بدل مدنظر سؤال است. پس گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند. حالا بیایید صورت سؤال را بررسی کنیم. بعد از جای خالی *by* آمده که نشانه ساختار مجهول است، اما گزینه (۲) که فعل مجهول نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است. برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۴) صحیح است باید اول اصل جمله را پیدا کنیم که این‌گونه بوده است:

*In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, who was inspired by the theories ....., began work ....*

خب قسمتی را که بولد (تیره) کردیم، گزاره وصفی غیرضروری است چون بین دو *that* قرار گرفته است. حالا می‌توانیم گزاره وصفی را کوتاه کنیم:

*In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, inspired by the theories ....., began work ....*

حالا قسمت بولدشده، بدل غیرضروری است. گفتیم بدل را می‌توانیم به قبل از مرجع انتقال دهیم. پس داریم:

*In 1894, inspired by the theories ....., Italian physicist Guglielmo Marconi began work ....*

۳۶- گزینه «۴» بتن زمانی که سخت می‌شود، گرمای زیادی ایجاد می‌کند و در نتیجه در حجم زیاد، باعث تولید گرمای زیادی می‌شود که این امر به نوبه خود می‌تواند بر توان و مقاومت سازه‌های مصالح آسیب بزند.

توضیح گرامری: اول از همه اینکه *that* بعد از *that* کاملاً استفاده نمی‌شود. پس گزینه (۲) نادرست است. گزینه (۱) هم نادرست است چون بعد از *so* که یک حرف ربط همپایه‌ساز است، باید جمله بیاوریم، اما اینجا جمله نداریم. گزینه (۳) هم نادرست است چون فعل *damage* متعدی است، یعنی بعد از آن باید مفعول بیاید؛ در حالی که مفعول نداریم. پس فقط گزینه (۴) صحیح است. اما چرا؟

یادتان هست در مبحث گزاره وصفی گفتیم استثنائاً مرجع ضمیر موصولی *which* می‌تواند جمله هم باشد. اینجا همین مسئله مطرح است، یعنی اول داشتیم:

*.....large volumes can become exceedingly hot, which damages the material's structural strength*

در اینجا قسمتی که زیر آن را خط کشیده‌ایم، مرجع جمله ما است. حالا می‌توانیم ضمیر موصولی را حذف کنیم و به فعل *ing* بدهیم. یعنی:

*.....large volumes can become exceedingly hot, damaging the material's structural strength*



۳۷- گزینه «۱» در فیلم سفر معجزه‌آسا، چند فرد ماجراجوی شجاع، به اندازه سلول‌های خونی کوچک شدند تا بتوانند داخل رگ‌های دیپلمات کله‌گنده شنا کنند و لخته خونی خطرناک او را نابود سازند.

**توضیح گرامری:** چون در گزینه‌ها حرف ربط وابسته‌ساز داریم، تست ما بیشتر جنبه مفهومی دارد تا گرامری. با این حساب مجبوریم صورت سؤال را ترجمه کنیم تا به جواب صحیح برسیم. چون جای خالی را به صورت «تا» ترجمه کردیم پس so that را انتخاب می‌کنیم که اینجا هدف را نشان می‌دهد.

(۱) تا (۲) چون که (۳) گویی (۴) که در آن

۳۸- گزینه «۲» تلسکوپ فضایی، همه رکوردها از قبیل تیتراهای ایجادشده در اثر هر پروژة نجومی دیگر را شکسته است.

**توضیح گرامری:** فعل include به معنی شامل‌شدن متعدی است؛ یعنی بعد از آن به مفعول نیاز داریم. مفعول که نباید فعل اصلی داشته باشد؛ پس گزینه (۱) به‌خاطر فعل produce و گزینه (۴) به‌خاطر فعل is produced هر دو حذف می‌شوند. گزینه (۳) هم که کلاً بی‌معنی است. فقط گزینه (۲) صحیح است که اصل آن این‌طور بوده است:

..... the most newspaper headlines **which** are produced by any single ....

**بخش دوم: واژگان**

**دستورالعمل:** در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۹- گزینه «۴» ده سال قبل چنین تلسکوپ‌های بزرگی غیرممکن بودند اما از آن به بعد، مهندسان، راه‌های مختلفی برای ساخت و حمایت از آینه‌های بزرگ و سنگین‌شان پیدا کرده‌اند.

(۱) بازتاب کردن (۲) تکرار کردن (۳) تشخیص دادن (۴) ساختن

۴۰- گزینه «۳» یک سری نیروی طبیعی و انسانی پل‌ها را تهدید می‌کنند که شامل تجزیه در اثر آب‌نمک، خاک‌های خورنده، ترافیک سنگین و تخریب عظیم ناگهانی در اثر زمین‌لرزه می‌شوند.

(۱) غیرقابل انعطاف (۲) کند، آهسته (۳) بزرگ، عظیم (۴) طعنه‌آمیز

۴۱- گزینه «۱» برای این که یک ساختمان را آزمایش کنیم باید توانایی آن را برای تحمل تندباد و زمین‌لرزه بسنجیم.

(۱) تحمل کردن (۲) بازداری کردن (۳) مستحکم کردن (۴) انکار کردن

۴۲- گزینه «۳» مطالعه آب و هوای کنونی شامل داده‌های هواشناسی جمع‌آوری‌شده در طول چند سال می‌باشد از قبیل داده‌های بارش، دما و آرایش جوی.

(۱) پیچیده کردن (۲) اطمینان دادن (۳) انباشته کردن (۴) تخمین زدن

۴۳- گزینه «۴» استفاده از حیوانات در آزمایش‌ها اغلب ناکارآمد است چون حیوانات، بسیاری از بیماری‌هایی که انسان به آن مبتلا می‌شود را نمی‌گیرند.

(۱) عملی، واقع‌گرایانه (۲) اجتناب‌ناپذیر (۳) معتبر، موثق (۴) ناکارآمد

۴۴- گزینه «۴» اثر «حفظ حیات» که اثری جامع و جذاب است و توسط اریک چیوین و آرون برنشتین ویراستاری شده است، بیان می‌کند که حفظ تنوع زیستی و سلامتی بشر درهم‌تنیده هستند و نمی‌توان یکی از آنها را به قیمت دیگری داشت.

(۱) معکوس کردن (۲) وساطت کردن (۳) قدغن کردن (۴) به‌هم پیچیدن

۴۵- گزینه «۲» ژاپن که در سال ۱۹۸۲ مایل نبود در مقابل جریان‌های بی‌پایان آب و هوا و زمان تسلیم شود، دیواری ایجاد کرد تا از فرسایش مخروط کوه مقدس فوجی جلوگیری کند.

(۱) ضعیف، نازک (۲) سنگدل، تغییرناپذیر (۳) ذاتی (۴) خفته، خاموش

۴۶- گزینه «۳» پژوهش اخیر نشان می‌دهد که رواج و گاهی اوقات استفاده نادرست از تلفن همراه و کامپیوتر باعث تردید در برخی از افراد در مورد مزایای فناوری شده است.

(۱) برداشت، احساس (۲) تکانه، ضربه (۳) تردید، دوسوگرایی (۴) نادانی، بی‌خردی

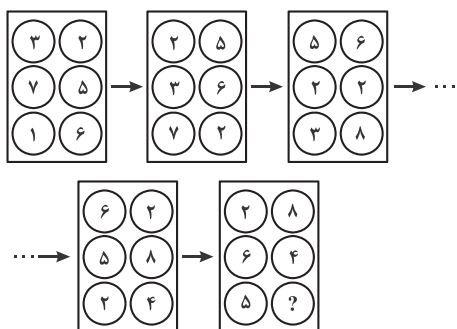
**بخش دوم: حل مسئله**

■ **راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و ... تشکیل شده است.

• توجه داشته باشید به‌خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۹ تا ۱۳ را به‌دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت‌بزنید.

کج ۹- در پنج شکل متوالی و پشت‌سرهم زیر، ارتباط خاص و یکسانی بین اعداد برقرار است. به‌جای علامت سؤال، کدام عدد زیر باید قرار بگیرد؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کج ۱۰- سعید مسافتی را که با برداشتن ۱۶ قدم به‌صورت دویدن طی می‌کند، همان مسافت را به‌صورت پیاده‌روی، با ۲۶ قدم می‌پیماید. اگر او مسیر خانه به پارک محله‌شان را به‌صورت دویدن طی کند، ۴۰ قدم برمی‌دارد. حال اگر سعید می‌خواست قسمتی از همین مسیر را به‌جای دویدن، پیاده طی کند، تعداد قدم‌هایش در مجموع،  $\frac{1}{5}$  برابر می‌شد. در این حالت، وی چند درصد از این مسیر را باید می‌دوید؟

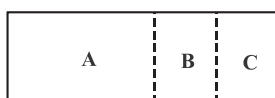
۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳/۳ (۱)

کج ۱۱- مقوایی مستطیل‌شکل که مربع نیست، در اختیار داریم. مطابق شکل زیر، با دو برش از روی نقطه‌چین‌ها، دو مستطیل یکسان جدا می‌کنیم، به‌طوری‌که از کنار هم قرار گرفتن سه قطعه A، B و C، یک مربع حاصل شود. مساحت مستطیل A، چند برابر مساحت مستطیل B است؟



۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

کج ۱۲- تعدادی دانش‌آموز، روی محیط دایره‌ای بزرگ، وسط حیاط مدرسه‌شان ایستاده و دست‌های یکدیگر را گرفته‌اند. با خروج ۲ نفر غیرمجاور از آنها، دانش‌آموزان به دو دسته به نسبت ۲ به ۵ تقسیم می‌شوند. سپس، اگر یک دانش‌آموز دیگر از دسته بزرگ‌تر خارج شود، همین دسته نیز، به دو دسته به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌شود. حداقل تعداد دانش‌آموزان در ابتدا، کدام می‌تواند باشد؟

۹۳ (۴)

۵۱ (۳)

۳۷ (۲)

۲۳ (۱)

کج ۱۳- هر کدام از حروف A، B، C، D، E و F، به‌طور متمایز، معادل یکی از اعداد ۱ تا ۶ (نه لزوماً به‌ترتیب) است، به‌طوری‌که روابط زیر برقرار باشند. میانگین A و E کدام است؟

۳/۵ (۱)

۴ (۲)

۴/۵ (۳)

۵ (۴)

$A + B = 7$

$B \times D = A + F$

$C - F = E + F$



**راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۱۴ و ۱۵، شامل دو مقدار یا کمیت هستند، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر براساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

۱۴- سه پروژه برای آسفالت کردن سه جاده A، B و C، همزمان با هم کلید می‌خورند. مجموع طول جاده‌های B و C به اندازه طول جاده A است و کار در هر سه پروژه به‌طور یکنواخت پیش می‌رود.

| الف  | ب   |
|--|---|
| مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا مسافت آسفالت‌نشده جاده B، نصف مسافت آسفالت‌نشده جاده A باشد. | چهار برابر مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا کار آسفالت کردن جاده C تمام شود. |

۱۵- رضا از هر کدام از اسکناس‌های ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی، ۳ عدد (مجموعاً ۹ اسکناس) دارد.

| الف  | ب  |
|--|--|
| حداقل مبلغی که می‌توان از رضا طلب کرد که وی برای پرداخت آن مجبور باشد از هر نوع اسکناس، حداقل یک عدد بدهد. | حداقل مبلغی که رضا می‌تواند توسط ۶ اسکناس که حداقل یکی از آنها ۱۰ هزار تومانی باشد، بپردازد. |

### بخش سوم: سؤالات تحلیلی

**راهنمایی:** در این بخش، توانایی تحلیلی شما مورد سنجش قرار می‌گیرد. سؤال‌ها را به‌دقت بخوانید و پاسخ صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

**راهنمایی:** با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۱۶ تا ۱۹ پاسخ دهید.

چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، به ترتیب، به‌صورت تلفنی، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ را برای بعدازظهر یک روز مشخص در یک مطب دندانپزشکی رزرو کرده‌اند. در روز موردنظر، افراد با ترتیبی (که لزوماً ترتیب نوبت رزروشان نیست)، وارد مطب می‌شوند و تا زمانی که نوبتشان برسد، در سالن انتظار مطب می‌نشینند. اطلاعات زیر موجود است:

- دومین نوبت رزرو شده، مربوط به B نیست.
- کسی که دقیقاً بعد از A وارد مطب شده، نوبتش زودتر از A است.
- آخرین نفری که وارد مطب شده، B را می‌بیند که به تنهایی در مطب نشسته است.
- D، آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.

۱۶- A، بعد از چه کسی می‌تواند وارد مطب شده باشد؟

- (۱) D  
(۲) C  
(۳) B  
(۴) A، همواره اولین کسی است که وارد مطب شده است.

۱۷- اگر سومین نفر وارد شده به مطب، آخرین نوبت را داشته باشد، کدام مورد زیر، صحیح است؟

- (۱) سومین نفر وارد شده به مطب، D بوده است.  
(۲) اولین نفر وارد شده به مطب، دومین نوبت را داشته است.  
(۳) دومین نفر وارد شده به مطب، سومین نوبت را داشته است.  
(۴) چهارمین نفر وارد شده به مطب، چهارمین نوبت را داشته است.

۱۸- اگر اولین نفر وارد شده، آخرین نوبت را داشته باشد، دومین نفر وارد شده به مطب، چه کسی است؟

- (۱) D  
(۲) C  
(۳) B  
(۴) A

۱۹- کدام فرد، به‌طور قطع، مشخص است که چندمین نفر وارد شده به مطب است؟

- (۱) C  
(۲) A  
(۳) B  
(۴) D

## پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۹

## استعداد تحصیلی

## بخش اول: درک مطلب

## پاسخ سؤالات متن (۱)

۱- گزینه «۴» در پاراگراف اول، نویسنده ابتدا به عبرت عددی اشاره می‌کند و سپس آن را تعریف می‌کند. در ادامه برای اینکه مفهوم عبرت عددی را آشکارتر کند، مثال عبران پیاده را می‌آورد.

۲- گزینه «۲» در پاراگراف اول، نویسنده ابتدا یادگیری ماشین را به دو دسته بدون نظارت و نظارت‌شده تقسیم می‌کند. سپس یادگیری نظارت‌شده را به دو دسته طبقه‌بندی و عبرت عددی تقسیم می‌کند.

۳- گزینه «۱» در پاراگراف دوم اشاره می‌شود که در روش تقویت یادگیری با دادن امتیاز منفی و مثبت، به دنبال بهبود یادگیری ماشین هستیم.

۴- گزینه «۳» نویسنده ابتدا حرف‌های ری کرزویل را تأیید می‌کند و به پیامدهای مثبت هوش مصنوعی اشاره می‌کند و در ادامه پس از آوردن «ولی» برخی پیش‌بینی‌های او را زیر سؤال می‌برد.

## پاسخ سؤالات متن (۲)

۵- گزینه «۲» طبق متن اگر بازیکنان اطلاعاتی داشته باشند که به آن‌ها در رسیدن به توافق کمک کند، توافق آن‌ها حاصل چانه‌زنی نیست و از محدوده نظر چانه‌زنی خارج می‌شود. پس گزینه (۲) صادق نیست.

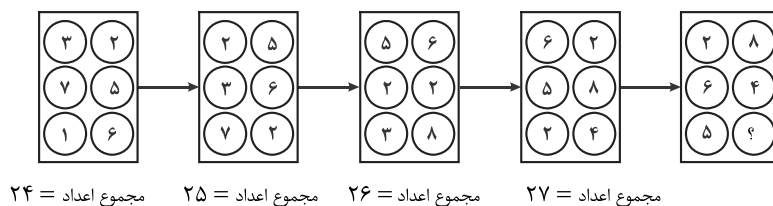
۶- گزینه «۴» طبق متن، راهبرد دترمینان صفر برای بازی‌های تکراری مطرح می‌شود و بازیکن می‌تواند با استفاده از دریافتن رابطه‌ی میان پیامدهای خود و پیامدهای حریف، راهبرد مطلوب را برای کسب سود بیشتر بازیکن انتخاب کند.

۷- گزینه «۳» طبق متن، بازیکنان متقابلاً از توافق روی یکی از نتایج ممکن معامله، نسبت به عدم توافق سود می‌برند. پس علی‌رغم ترجیحات متضاد همکاری شکل می‌گیرد.

۸- گزینه «۱» پیش از محل قرارگیری ۱، درباره‌ی بازی‌های تکراری و پس از آن درباره‌ی تأثیر حافظه‌ی بلندمدت صحبت می‌شود. پس ۱ بهترین مکان است.

## بخش دوم: حل مسئله

۹- گزینه «۱» این سؤال از نوع تست هوش می‌باشد که هدف آن یافتن روند خاصی بین مجموعه اعداد داده‌شده می‌باشد. با توجه به اعداد داده‌شده می‌توان گفت مجموع اعداد داخل هر شکل در هر مرحله یک واحد افزایش می‌یابد.



$$۲ + ۸ + ۶ + ۴ + ۵ + ؟ = ۲۸ \Rightarrow ؟ = ۳$$

بنابراین مجموع اعداد داخل شکل آخر باید برابر ۲۸ باشد در نتیجه داریم:



۱۰- گزینه «۳» مسلماً زمانی که سعید پیاده‌روی می‌کند نسبت به زمانی که می‌دود، طول قدم‌های او کوتاه‌تر و تعداد قدم‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\begin{matrix} ۱۶ & X & \\ \text{دویدن} & \Rightarrow & \frac{۲۶}{۱۶} X \\ ۲۶ & ? & \\ \text{پیاده‌روی} & & \end{matrix}$$

اگر قسمتی از مسیر را که به جای دویدن، پیاده طی می‌کند  $X$  بنامیم، خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} ۴۰-X & \text{قدم دویدن} \\ \swarrow & \\ ۴۰ & \text{قدم دویدن حالت اول} \\ \searrow & \\ X & \text{قدم پیاده‌روی به جای دویدن} \end{matrix} = \frac{۲۶}{۱۶} X$$

در نهایت تعداد قدم‌های طی شده که  $۱/۵$  برابر حالت قبل می‌شود برابر است با:

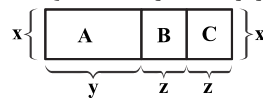
$$(۴۰-X) + \frac{۲۶}{۱۶} X = ۱/۵ \times ۴۰ \Rightarrow X = ۳۲$$

در نتیجه این مسیر را  $۴۰-X = ۸$  قدم دویدن و  $\frac{۲۶}{۱۶} X = ۵۲$  قدم پیاده‌روی طی می‌کند ( $۸+۵۲=۶۰$ ).

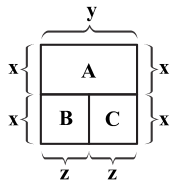
$$\frac{۸}{۴۰} \times ۱۰۰ = \%۲۰$$

بنابراین مقدار درصد دویدن در حالت دوم برابر است با:

۱۱- گزینه «۲» با توجه به اطلاعات داده‌شده، مساحت  $B$  و  $C$  برابر است. در نتیجه با توجه به شکل می‌توان گفت:

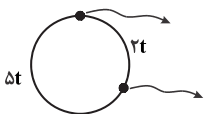


اکنون  $A$  و  $B$  و  $C$  یک مربع تشکیل می‌دهند که می‌توانند به شکل زیر قرار گیرند:



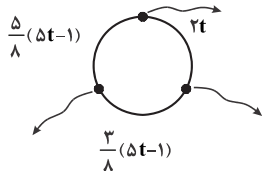
$$y = 2z \Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{xy}{xz} = \frac{y}{z} = 2$$

۱۲- گزینه «۲» اگر دو دانش‌آموز غیرمجاور از صف خارج شوند، نسبت دانش‌آموزان باقی‌مانده  $۲$  به  $۵$  می‌شود. پس می‌توان گفت:



دایره به دو قسمت که یک طرف تعداد افراد  $2t$  است و در طرف دیگر  $5t$  تقسیم می‌شود.

و اگر از دسته بزرگ‌تر یک نفر خارج شود، نسبت دانش‌آموزان باقی‌مانده این دسته  $۳$  به  $۵$  می‌شود.



از  $5t$  ابتدا یک نفر خارج می‌شود پس  $5t-1$  نفر باقی می‌ماند و سپس  $(5t-1)$  به نسبت  $۳$  و  $۵$  تقسیم می‌شوند.

$$\text{تعداد کل دانش‌آموزان} = 2t + 5t + 2 = 7t + 2$$

بر این اساس می‌توان گفت:

$$۸ \mid 5t - 1 = ۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, \dots$$

همچنین  $5t-1$  باید مضرب  $۸$  باشد

برای به‌دست آوردن تعداد حداقل دانش‌آموزان باید از رابطه دوم، حداقل مقدار  $t$  را به‌دست آورد.

$$۸ \mid 5t - 1 = ۲۴ \Rightarrow t = ۵$$

بر این اساس حداقل  $t$  به‌ازای  $۲۴$  به‌دست می‌آید.

$$\text{تعداد کل دانش‌آموزان} = 7t + 2 = 5 \times 7 + 2 = ۳۷$$

در نتیجه داریم:

۱۳- گزینه «۳» با توجه به اطلاعات داده‌شده می‌توان گفت:

$$A + B = ۷ \Rightarrow \{A, B\} = \{۱, ۶\} \text{ یا } \{۲, ۵\} \text{ یا } \{۳, ۴\}$$

$$C - F = E + F \Rightarrow C = E + 2F \xrightarrow{\text{از } ۶ \text{ نمی‌تواند بیشتر باشد}} F = ۱ \text{ یا } ۲$$

اکنون به‌ازای  $F = ۱$  داریم:

$$F = ۱ \Rightarrow C = E + 2 \Rightarrow \begin{matrix} F & E & C & A, B & D \\ ۱ & ۲ & ۴ & غ ق & - \\ & ۱ & ۳ & غ ق & - \\ & ۱ & ۴ & \{۲, ۵\} & ۳ \end{matrix} \xrightarrow{\text{از رابطه دوم}} B = ۲, A = ۵$$

$$\frac{A+E}{۲} = \frac{۵+۴}{۲} = ۴/۵$$

در نتیجه داریم:



۱۴- گزینه «۴» طول جاده‌ها را با  $L$  و مدت زمان انجام پروژه‌ها را با  $t$  نمایش می‌دهیم، در نتیجه داریم:  
 $L_A = L_B + L_C$   
 $t_A = t_B + t_C$   
 چون پروژه‌ها یکنواخت انجام می‌شود، داریم:  
 الف) اگر این مدت زمان را برابر  $t$  در نظر بگیریم:

$$t_B = L_B$$

$$t = ? \Rightarrow ? = L_B \frac{t}{t_B} \Rightarrow \text{طول جاده آسفالت نشده B} = L_B \left(1 - \frac{t}{t_B}\right)$$

$$\text{به طور مشابه} \Rightarrow \text{طول جاده آسفالت نشده A} = L_A \left(1 - \frac{t}{t_A}\right)$$

$$L_B \left(1 - \frac{t}{t_B}\right) = \frac{1}{2} L_A \left(1 - \frac{t}{t_A}\right)$$

$$t = \frac{|(L_A - 2L_B) t_B t_A|}{|2L_B t_A - t_B L_A|} \xrightarrow{\text{تقسیم صورت و مخرج بر } t_B} t = \frac{|(L_A - 2L_B)|}{|2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A|} \times t_A \Rightarrow t = \frac{|(2L_B - L_A)|}{|2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A|} \times t_A$$

$$\frac{t_A > t_B}{\frac{t_A}{t_B} > 1} \rightarrow t = k \times t_A \quad k < 1 \Rightarrow t < t_A$$

$$\left(\frac{t_A}{t_B} > 1 \rightarrow |2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A| > |2L_B - L_A| \Rightarrow k < 1\right)$$

ب) این مدت زمان برابر  $t_C$  است.

مقدار الف کمتر از  $t_A$  است و مقدار ب هم مشخص نیست که از  $t_A$ ، کمتر و یا بیشتر و یا حتی مساوی است. مبنایی برای مقایسه الف و ب نداریم.

#### ۱۵- گزینه «۱»

الف) با اسکناس‌های داده شده می‌توان مبلغی از ۶ تا حداکثر ۵۱ تومان را پر کرد. از مبالغ ۶ تا ۲۱ را می‌توان بدون استفاده از اسکناس ۱۰ تومانی پر کرد. به استثنای ۸ و ۱۳ و ۱۸ که با اسکناس‌های ذکر شده نمی‌توان پر کرد.

| مبلغ |   |  |
|------|---|--|
| ۲۲   | → | ۲ تا ۱۰، یکی ۲ × غ ق ق   |
| ۲۳   | → | با این اسکناس‌ها نمی‌توان پر کرد.  |
| ۲۴   | → | ۲ تا ۱۰ تومانی، ۲ تا ۲ تومانی غ ق ق  |
| ۲۵   | → | { یکی ۱۰ تومانی، ۳ تا ۵ تومانی<br>۲ تا ۱۰ تومانی، یکی ۵ تومانی غ ق ق                     |
| ۲۶   | → | { ۲ تا ۱۰ تومانی، ۳ تا ۲ تومانی<br>یکی ۱۰ تومانی، ۲ تا ۵ تومانی، ۳ تا ۲ تومانی غ ق ق     |
| ۲۷   | → | { ۲ تا ۱۰ تومانی، یکی ۵ و یکی ۲ تومانی<br>یکی ۱۰ تومانی، ۳ تا ۵ تومانی، یکی ۲ تومانی ق ق |

حداقل مبلغ = ۲۷ تومان

ب) برای حداقل کردن مبلغ، سعی می‌کنیم تا آنجا که ممکن است تعداد اسکناس‌های ۱۰ تومانی را با همان یک عدد نگه داریم، ۵ اسکناس باقی‌مانده را باید به اسکناس‌های ۲ تومانی و ۵ تومانی اختصاص دهیم، در ۳ اسکناس اول منطقی است با اسکناس ۲ تومانی پر شود. برای اسکناس چهارم ۵ تومانی را در نظر می‌گیریم، برای اسکناس پنجم هم منطقی است که اسکناس ۵ تومانی را در نظر بگیریم تا ۱۰ تومانی را!! همان‌طور که دیدیم مقدار ستون الف بیشتر از ب است. در نتیجه گزینه (۱) درست است.

#### بخش سوم: سؤالات تحلیلی

- اطلاعات مسئله: چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ مطبی را رزرو کرده و از اولین تا چهارمین نفر وارد مطب می‌شوند.
  - قیدهای مسئله: (۱) دومین نوبت رزرو شده مربوط به B نیست.
  - (۲) کسی که بعد از A وارد مطب شده نوبتش زودتر از A است ← A آخرین نفر نیست.
  - (۳) آخرین فردی که وارد مطب شده B را می‌بیند که به تنهایی نشسته ← B آخرین نفر نیست.
  - (۴) D آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.
- نتیجه‌گیری: آخرین نفر وارد شده به مطب C است و جایگاه او به‌طور قطع مشخص است.



**بخش چهارم: تجسمی**

■ **راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هریک از سؤال‌های ۲۴ تا ۳۰ را به‌دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

**راهنمایی:** در سؤال ۲۴، ۱۸ عدد لیوان که برخی خالی (لیوان‌های سفید) و برخی پر (لیوان‌های تیره) هستند، مطابق شکل زیر، داده شده است. اگر خالی کردن تمام محتویات یک لیوان پر در هر کدام از لیوان‌های خالی، یک حرکت محسوب شود، با حداقل چند حرکت می‌توان کاری کرد که لیوان‌ها، یک‌درمیان، خالی و پر باشند؟

۲۴ ✍



۴ (۴)

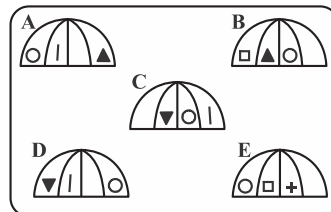
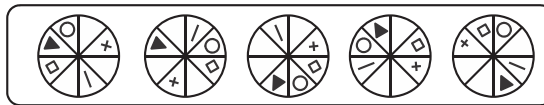
۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

در سؤال ۲۵، شکل بالایی، نمای از بالای ۵ چتر باز و شکل پایینی، نمای از کنار ۵ چتر باز را نشان می‌دهد. در شکل پایینی، تنها سه چتر می‌توانند نمای از کنار یکی از چترهای بالا باشند. این سه شکل، کدام‌اند؟

۲۵ ✍



۴) B, D و E

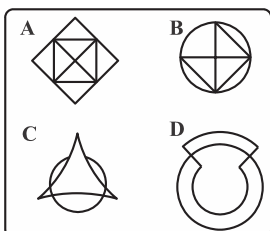
۳) A, C و D

۲) A, B و E

۱) A, C و E

**راهنمایی:** در سؤال ۲۶، ۴ الگو نمایش داده شده است. کدام یک از این ۴ الگو را نمی‌توان بدون برداشته شدن خودکار از روی کاغذ رسم کرد، طوری که از روی هر قسمت (مگر نقاط)، فقط یک بار عبور کند؟

۲۶ ✍



۱) A

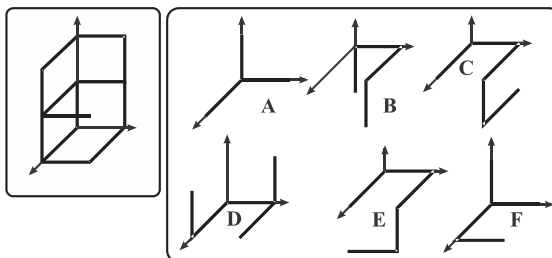
۲) B

۳) C

۴) D

**راهنمایی:** در سؤال ۲۷، در سمت چپ، یک الگوی سه‌بعدی و در سمت راست، ۶ سازه که با میله‌های مشابه ساخته شده‌اند را مشاهده می‌کنید. شکل سه‌بعدی سمت چپ، از کنار هم قرار گرفتن کدام یک از سازه‌های سمت راست، قابل ساخت است؟

ک ۲۷ -



(۴) E و D، B

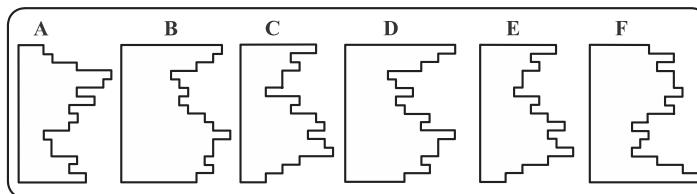
(۳) F و B، A

(۲) F و E، B

(۱) D و C، A

**راهنمایی:** در سؤال ۲۸، از کنار هم قرار گرفتن کدام دو قطعه زیر، یک مربع کامل تشکیل می‌شود؟

ک ۲۸ -



(۴) D و C

(۳) F و A

(۲) F و C

(۱) E و B

ک ۲۹ - در یک مکعب مستطیل به ابعاد ۶ در ۵ در ۴ سانتی‌متر، حداکثر چند مکعب مربع ۱ در ۱ در ۱ سانتی‌متر جا می‌شود، به شرطی که مکعب‌های کوچک، هیچ تماسی با هم نداشته باشند، مگر از رئوس؟

(۴) ۳۶

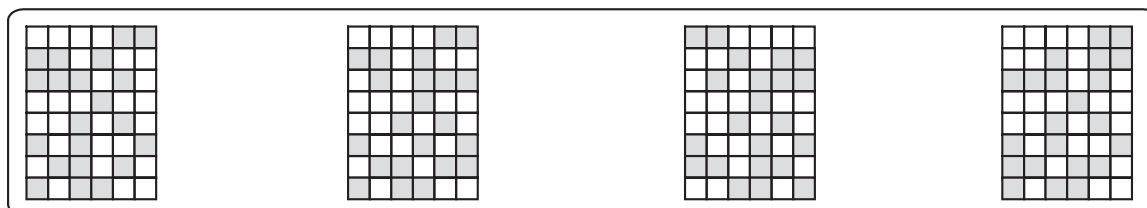
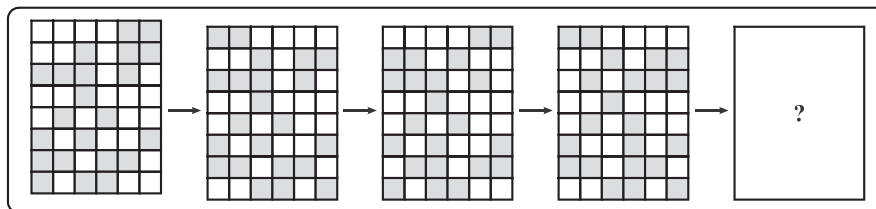
(۳) ۳۰

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

**راهنمایی:** در سؤال ۳۰، در ردیف بالا، از چپ به راست، الگوها با روندی خاص تغییر می‌کنند. کدام الگو (موارد ۱ تا ۴)، به جای علامت سؤال قرار گیرد تا این روند، همچنان ادامه یابد؟

ک ۳۰ -



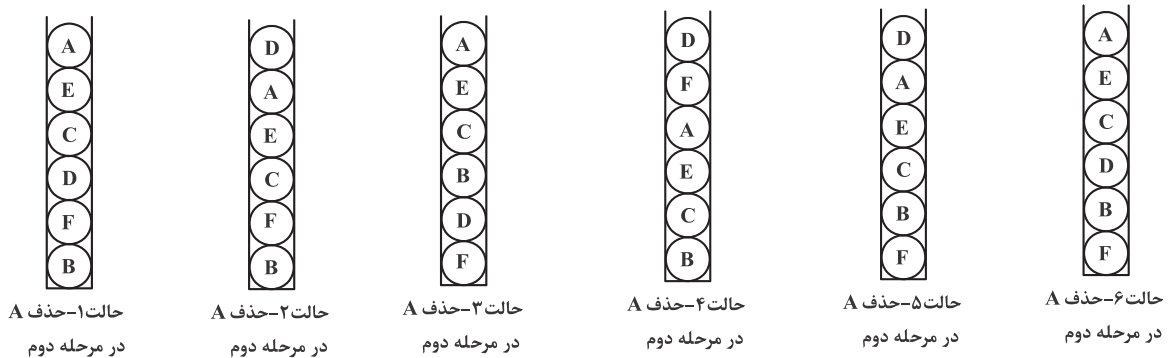
(۴)

(۳)

(۲)

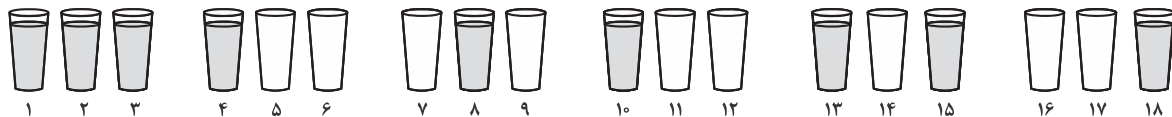
(۱)

توضیح حالت ۶: در این حالت نسبت به حالت ۳ و ۱ بین C و F و B جابه‌جایی صورت داده‌ایم که C در مرحله ۱ تکان نمی‌خورد و B در هر دو مرحله بدون تکان باقی می‌ماند و در آخر D و F جزو سه توپ آخر باقی می‌مانند.



**بخش چهارم: تجسمی**

۲۴- گزینه «۴» اگر لیوان‌ها را از چپ به راست با اعداد ۱ تا ۱۸ شماره‌گذاری کنیم داریم:

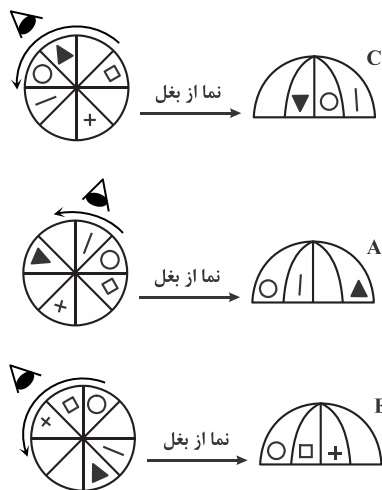


قرار است با انتقال آب بین لیوان‌ها، لیوان‌های پر و خالی یکی در میان کنار هم قرار گیرند. بنابراین یا لیوان‌های زوج پر هستند و لیوان‌های فرد خالی یا لیوان‌های زوج خالی‌اند و لیوان‌های فرد پر.

لیوان‌های با شماره زوج و پر: ۲، ۴، ۸، ۱۰، ۱۸

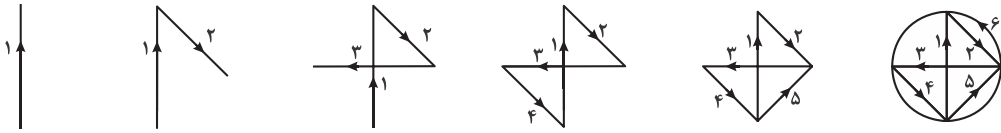
لیوان‌های با شماره فرد و پر: ۱، ۳، ۱۳، ۱۵

تعداد لیوان‌های پر و زوج از لیوان‌های فرد و پر بیشتر است، بنابراین به صرفه‌تر است لیوان‌های زوج پر و لیوان‌های فرد خالی باشند، پس با خالی کردن محتویات لیوان‌های ۱ و ۳ و ۱۳ و ۱۵ در لیوان‌های زوج و خالی ۶ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و جمعاً ۴ حرکت لیوان‌های زوج و فرد یکی در میان قرار می‌گیرند. در صورتی که می‌خواستیم لیوان‌های زوج خالی و فرد پر باشند، نیاز بود محتویات لیوان‌های ۲، ۴، ۸، ۱۰ و ۱۸ را در لیوان‌های ۵، ۷، ۹، ۱۱ و ۱۷ بریزیم که ۵ حرکت می‌شد.

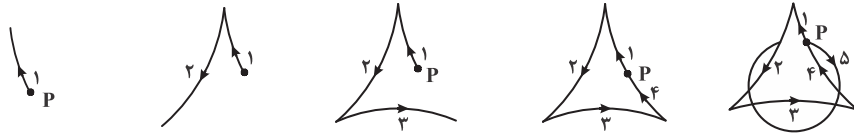


۲۵- گزینه «۱» با کمی دقت به سؤال می‌توان دریافت که در واقع اگر نمای از کنار (که در شکل مقابل نمونه‌هایی از آن آمده) را از چپ به راست ببینیم، معادل آن است که نمای از بالا را به صورت پادساعتگرد ببینیم. با توجه به این موضوع اشکال A، C و E قابل مشاهده هستند و پاسخ گزینه (۱) می‌باشد.

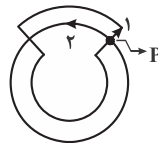
۲۶- گزینه «۱» شکل B را ۶ مرحله می‌توان کشید.



شکل C را با شروع از نقطه P می‌توان در ۵ مرحله کشید.



شکل D را می‌توان در ۲ مرحله کشید (با شروع از نقطه P) (مرحله ۱ شروع از شکل رویی و مرحله ۲ کشیدن دایره).



**روش دیگر:** در هر شکل هندسی محل تقاطع خطوط را گره می‌نامیم و تعداد خطوط متصل به هر گره را درجه. به عنوان مثال در شکل  $\times$  با گره‌ای با درجه ۵ روبرو هستیم. اگر درجه هر گره زوج باشد به ازای هر بار ورود می‌توانیم خروج هم داشته باشیم. پس در گره‌های با درجه زوج نیازی به برداشتن قلم از روی کاغذ نیست. می‌توان نشان داد که به ازای هر دو گره با درجه فرد باید یکبار قلم از کاغذ جدا شود. آخرین نقطه‌ای که قلم از کاغذ جدا می‌شود (پس از اتمام رسم شکل) نیز در محاسبات لحاظ نمی‌شود.

$$\text{تعداد کمترین دفعاتی که کاغذ باید از قلم جدا شود} = \left[ \frac{\text{تعداد گوی‌های درجه فرد} - 1}{2} \right]$$

$$\text{شکل A: تعداد رئوس درجه فرد} = 4 \Rightarrow \left[ \frac{4-1}{2} \right] = 1$$

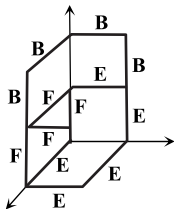
$$\text{شکل B: تعداد رئوس درجه فرد} = 2 \Rightarrow \left[ \frac{2-1}{2} \right] = 0$$

$$\text{شکل C: تعداد رئوس درجه فرد} = 0$$

$$\text{شکل D: تعداد رئوس درجه فرد} = 0$$

پس جواب گزینه (۱) است.

این تست مشابه تست ۳۲ سراسری ۹۵ رشته MBA است.



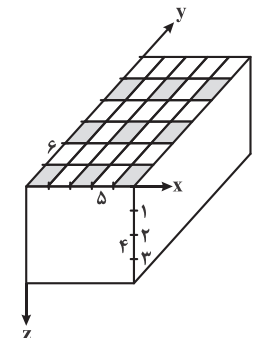
۲۷- گزینه «۲» شکل نهایی از ۱۳ میله ساخته شده است که با توجه به این مطلب گزینه (۳) با داشتن ۱۱ میله و گزینه (۴) با داشتن ۱۴ میله حذف می‌شود. تنها گزینه (۱) و (۲) دارای ۱۳ میله هستند. در گزینه (۱)، A و D بخشی از شکل را می‌سازند؛ اما C با شکل مطلوب مطابقت ندارد و حالت خواسته شده را نمی‌سازد. این شکل را با B، E و F می‌توان به صورت مقابل ساخت: (توجه شود که طول میله‌ها طبق گفته‌ی صورت سؤال برابر است).

۲۸- گزینه «۴» اگر شکل D را  $90^\circ$  در جهت پادساعتگرد بچرخانیم برجستگی‌ها و فرورفتگی‌های شکل D و C در هم قرار می‌گیرند. اگر فرض کنیم تنها با چرخش قطعات باید یک مربع ساخته شود، پس در واقع کم یا زیاد شدن طول یک قطعه از بالا باید کاملاً در تناسب با زیاد یا کم شدن طول قطعه‌ی دیگر از پایین باشد تا یک مربع ساخته شود. بنابراین گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

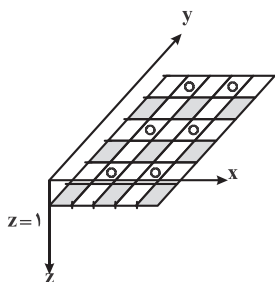




۲۹- گزینه «۳» وجه بالایی مکعب مستطیل را به مربع‌های  $1 \times 1$  تقسیم کردیم. مکعب مربع‌هایی را در نظر بگیرید که وجه بالایی آن‌ها روی وجه بالایی مکعب مستطیل قرار دارد و وجه پایینی آن‌ها در  $Z=1$ . این مکعب‌ها نباید با هم تماس داشته باشند، بنابراین برای حداکثر کردن تعداد مکعب‌ها باید وجوه بالایی آن‌ها به صورتی باشد که با هاشور نشان داده شده است. یعنی جمعاً ۹ مکعب.



حال مکعب‌هایی را در نظر بگیرید که وجه بالایی آن‌ها روی  $Z=1$  و وجه پایینی آن‌ها روی  $Z=2$  قرار دارد و با مکعب‌های بالایی تنها در رئوس مشترک است، بنابراین وجه بالایی آن‌ها در  $Z=1$  باید به صورت زیر باشد، یعنی جمعاً ۶ مکعب (وجه پایینی مکعب‌های مرحله پیش با هاشور و وجه بالایی مکعب‌های این مرحله با دایره مشخص شده‌اند).

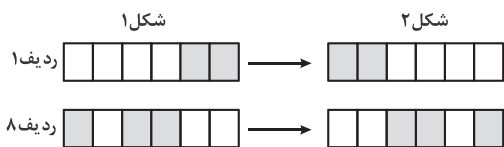


برای مکعب‌هایی که وجه بالایی آن‌ها روی  $Z=2$  و وجه پایینی آن‌ها روی  $Z=3$  قرار دارد، وضعیت مشابه مکعب‌هایی است که وجه بالای آن‌ها روی  $Z=0$  قرار دارد یعنی جمعاً ۹ مکعب و در نهایت برای مکعب‌هایی که وجه بالایی آن‌ها روی  $Z=3$  و وجه پایینی آن‌ها روی  $Z=4$  قرار دارد وضعیت مشابه مکعب‌هایی است بین  $Z=1$  و  $Z=2$  قرار دارند یعنی تعداد آن‌ها ۶ عدد است.

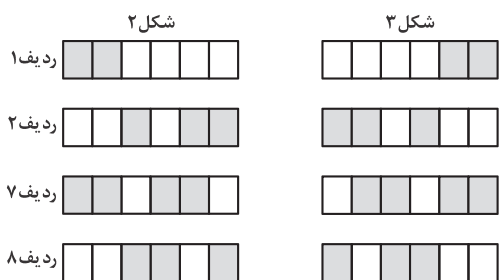
کل مکعب‌ها  $= 9 + 6 + 9 + 6 = 30$

۳۰- گزینه «۴» شکل‌ها را از چپ به راست با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ نشان می‌دهیم.

در روند تغییر شکل ۱ به ۲، همه ردیف‌ها ثابت و فقط ردیف ۱ و ردیف ۸ تصویر آینه‌ای شده است.



در روند تغییر شکل ۲ به شکل ۳، ردیف ۱ و ۲ و ۷ و ۸ تصویر آینه‌ای شده‌اند.



و در روند تغییر شکل ۳ به شکل ۴، ردیف‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۷ و ۸ از شکل ۳ آینه‌ای شده‌اند، بنابراین انتظار می‌رود در شکل ۴ تمام ردیف‌ها تصویر آینه‌ای شوند که این تنها در گزینه (۴) آمده است.

## بخش سوم: سؤالات تحلیلی

راهنمایی: در این بخش، توانایی تحلیلی شما مورد سنجش قرار می‌گیرد. سؤالات را با دقت بخوانید و پاسخ صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید. راهنمایی: با توجه به اطلاعات زیر، به سؤالاتی ۱۶ تا ۱۹ پاسخ دهید.

در یک مؤسسه آموزش زبان، در طول یک سال خاص، ۶ مرتبه آزمون برگزار می‌شود. آزمون‌ها در زبان‌های انگلیسی، فرانسه، ایتالیایی و آلمانی برگزار می‌شوند. در برخی فصول این سال، یک آزمون و در برخی دیگر، دو آزمون به نحوی برگزار می‌شود که در هر زبان، حداقل یک آزمون برگزار شود. همچنین می‌دانیم اگر آزمون در زبانی در فصلی برگزار شود، دیگر در همان فصل و دقیقاً فصل بعدی، آزمون در آن زبان برگزار نخواهد شد. اطلاعات زیر در این خصوص موجود است.

- آزمون زبان انگلیسی فقط یک مرتبه برگزار می‌شود.

- در یکی از فصل‌ها، دو آزمون به زبان آلمانی و فرانسوی برگزار می‌شود.

- در تابستان، فقط یک آزمون که یا انگلیسی است یا آلمانی، برگزار می‌شود.

- در بهار، آزمون زبان آلمانی برگزار نمی‌شود.

۱۶- اگر در پاییز آن سال، آزمون زبان آلمانی برگزار شود، آزمون زبان انگلیسی، در کدام فصل آن سال برگزار می‌شود؟  
 (۱) تابستان (۲) پاییز (۳) زمستان (۴) بهار

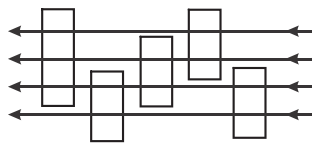
۱۷- اگر در فصل بهار، دو آزمون که زبان فرانسه جزو آنها نیست، برگزار شود، در فصل پاییز، آزمون کدام یک از زبان‌ها برگزار می‌شود؟  
 (۱) ایتالیایی و انگلیسی (۲) فرانسه و آلمانی (۳) فقط ایتالیایی (۴) فقط انگلیسی

۱۸- اگر آزمون زبان ایتالیایی، برای اولین بار در فصل پاییز برگزار شود، کدام مورد زیر، لزوماً صحیح است؟  
 (۱) در بهار، فقط یک آزمون برگزار می‌شود.  
 (۲) در پاییز، فقط یک آزمون برگزار می‌شود.  
 (۳) در پاییز، آزمون زبان فرانسه برگزار می‌شود.  
 (۴) در تابستان، آزمون زبان آلمانی برگزار می‌شود.

۱۹- اگر اولین آزمون زبان ایتالیایی زودتر از اولین آزمون زبان فرانسه برگزار شود، آزمون کدام زبان‌های زیر، به‌طور قطع در این سال، دو بار برگزار می‌شود؟  
 (۱) نمی‌توان تعیین کرد. (۲) فرانسه و آلمانی (۳) ایتالیایی و فرانسه (۴) ایتالیایی و آلمانی

راهنمایی: با توجه به اطلاعات و شکل زیر، به سؤالاتی ۲۰ تا ۲۳ پاسخ دهید.

در یک کارخانه صنعتی، مواد مطابق شکل زیر، روی چهار تسمه‌نقاله از راست به چپ حرکت کرده و از درون ۵ تونل بخار عبور می‌کنند. تسمه‌نقاله‌ها به اسامی X، Y، Z و T و تونل‌ها به اسامی A، B، C، D و E نامگذاری شده‌اند. اطلاعات زیر در خصوص تسمه‌نقاله‌ها و تونل‌ها موجود است.



- تسمه‌نقاله X، از تونل E رد نمی‌شود.

- از تونل B، دو تسمه‌نقاله که Z جزو شان نیست، رد می‌شود.

- تسمه‌نقاله Y، دقیقاً بعد از تونل A، وارد تونل D می‌شود.

- تسمه‌نقاله T، از بیش از ۲ تونل رد می‌شود.

- هیچ تسمه‌نقاله‌ای، هم از تونل A و هم تونل E عبور نمی‌کند.

۲۰- اگر تسمه‌نقاله X از ۴ تونل رد شود، از کدام تونل، سه تسمه‌نقاله عبور می‌کند؟

(۱) A (۲) C (۳) D (۴) E

۲۱- اگر از تونل‌های A و C هیچ تسمه‌نقاله یکسانی عبور نکند، به‌طور قطع، تسمه‌نقاله Y برای اولین بار، وارد کدام تونل می‌شود؟

(۱) A (۲) B (۳) C (۴) E

۲۲- اگر تسمه‌نقاله X برای اولین بار وارد تونل B شود، تسمه‌نقاله T در مسیر خود، می‌تواند بلافاصله از کدام تونل زیر، وارد کدام تونل شود؟

(۱) B به C (۲) E به B (۳) C به D (۴) E به D

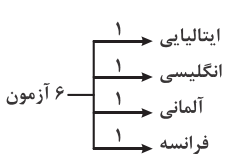
۲۳- اگر تسمه‌نقاله T در مسیرش، بلافاصله بعد از تونل D وارد تونل C شود، کدام مورد صحیح است؟

(۱) Y در مسیرش، از تونل D بلافاصله وارد تونل C می‌شود. (۲) X فقط از تونل‌های A و B عبور می‌کند.

(۳) T برای اولین بار وارد تونل D می‌شود. (۴) Z از تونل‌های E و D عبور می‌کند.

## بخش سوم: سؤالات تحلیلی

■ برای پاسخ به سؤالات ۱۶ تا ۱۹ ابتدا اطلاعات داده شده را کمی خلاصه‌تر می‌کنیم. ۴ نوع زبان خارجی داریم که از هر کدام حداقل یک‌بار در سال آزمون برگزار می‌شود و البته می‌دانیم ۶ آزمون در یک سال برگزار می‌شود.



دو آزمون دیگر ممکن است از یکی از زبان‌ها باشد و یا از دو زبان هر کدام یکی باشد. (باتوجه به اطلاع (۱)، انگلیسی قطعاً یک‌بار برگزار می‌شود) و البته می‌دانیم اگر در یک فصل، یک آزمون در زبانی برگزار شود، دیگر در همان فصل و فصل بعدی آزمون از آن زبان برگزار نمی‌شود.

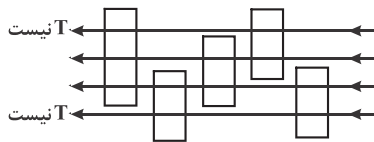
۱۶- گزینه «۱» چون آلمانی در پاییز برگزار شده است، پس نه در زمستان و نه در تابستان آزمون زبان آلمانی نمی‌تواند برگزار شود. خُب حالا با توجه به اطلاع سوم، قطعاً انگلیسی بوده که در تابستان برگزار شده است.

۱۷- گزینه «۳» در فصل بهار دو آزمون برگزار شده است که فرانسه جزو آنها نیست. با توجه به اطلاع چهارم می‌توان گفت زبان آلمانی هم در بهار برگزار نمی‌شود و البته با اطلاع دوم، در یک از فصل‌ها غیر از بهار زبان فرانسه و آلمانی با هم برگزار می‌شود.

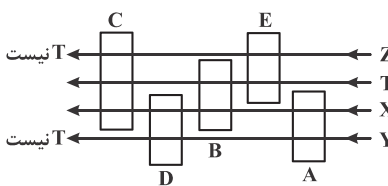
از طرفی در تابستان هم این دو زبان با هم نمی‌توانند برگزار شده باشند، چون با توجه به اطلاع سوم در تابستان فقط یک زبان برگزار می‌شود (که تا اینجا فهمیدیم زبان انگلیسی است). پس در پاییز یا زمستان این دو زبان با هم برگزار شده‌اند. فرض کنیم این دو زبان در فصل پاییز برگزار شده باشند، پس در آن صورت در تابستان فقط انگلیسی بوده است. از طرفی در فصل بهار چون دو زبان برگزار شده است، پس ایتالیایی با فرانسه یا ایتالیایی با آلمانی باید برگزار شده باشد و گفتیم فرض این است که در پاییز آلمانی و فرانسه برگزار شده! پس نمی‌شود. پس قطعاً آلمانی و فرانسه در فصل زمستان با هم برگزار شده‌اند، در تابستان زبان آلمانی برگزار شده است. و پاییز فقط ایتالیایی برگزار شده است و در بهار هم دو آزمون ایتالیایی و انگلیسی برگزار شده‌اند. (مجموعاً ۶ آزمون)

۱۸- گزینه «۴» اگر اولین آزمون زبان ایتالیایی نه بهار و نه تابستان برگزار نشده باشد و در پاییز برگزار شده باشد، اجباراً در زمستان هم ایتالیایی برگزار نشده است. از طرفی می‌دانیم در بهار زبان آلمانی برگزار نشده است، پس آن دو باری که فرانسه و آلمانی در یک فصل برگزار شود، قطعاً زمستان است. پس ۳ آزمون تا اینجا برگزار شده است. در پاییز این دو آزمون برگزار نشده بوده (چون دیگر نمی‌توانستند زمستان برگزار شوند!) حالا با توجه به اطلاع سوم اگر فرض کنیم زبان انگلیسی تابستان بوده باشد، ۴ تا آزمون تا حالا برگزار شده است و باید دو آزمون دیگر برگزار شده باشند که اجباراً آلمانی و فرانسه که نمی‌تواند باشد، پس باید ایتالیایی باشد، و چون گفتیم ایتالیایی بهار برگزار نشده است، پس فرض برگزاری زبان انگلیسی در تابستان غلط است و با توجه به اطلاع سوم آلمانی در تابستان برگزار شده است؛ پس گزینه (۴) صحیح است. در واقع آلمانی یک بار در تابستان و یک بار با فرانسه در زمستان برگزار شده است، ایتالیایی هم در پاییز برگزار شده است. حالا دو آزمون باقی می‌ماند که یک بار آن قطعاً باید انگلیسی باشد که با فرانسه در بهار برگزار شده است.

۱۹- گزینه «۴» فرض می‌کنیم، ایتالیایی بهار برگزار شده باشد؛ در این صورت با فرض این که تابستان آلمانی و پاییز ایتالیایی و زمستان آلمانی و فرانسه و در نهایت بهار انگلیسی پاسخ گزینه (۴) است. اگر فرض کنیم ایتالیایی برای اولین بار پاییز برگزار شود، در این صورت به اجبار زمستان فرانسه و آلمانی برگزار می‌شود و در بهار نمی‌تواند نه ایتالیایی برگزار کرد (چون با فرض ابتدایی تناقض دارد) و آلمانی و فرانسه با هم نمی‌تواند بهار برگزار شده باشد و بنابراین فرض این که اولین آزمون ایتالیایی که قبل از فرانسه برگزار می‌شود، پاییز باشد، غلط است. پس ایتالیایی همان برای اولین بار در بهار برگزار شده است.

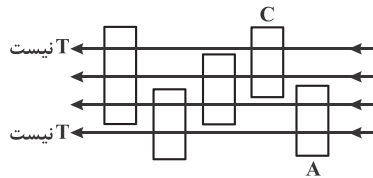


■ با توجه به اطلاعات اولیه می‌دانیم تسمه‌های بالایی و پایینی T نیستند (با توجه به اطلاع چهارم). اطلاعات دیگر را نیز می‌توان کمی روی شکل اعمال کرد ولی بهتر است سراغ سؤالات برویم و با توجه به فرض هر سؤال، این اطلاعات را هم اعمال کنیم.

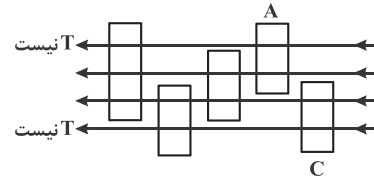


۲۰- گزینه «۲» با توجه به این که تسمه نقاله X از چهار تونل رد شده است، پس X تسمه سوم از بالا می‌باشد. با این حساب T تونل دوم از بالا خواهد بود (با توجه به اطلاع چهارم). با توجه به اطلاع اول که تسمه نقاله X از تونل E رد نمی‌شود، پس تونل دوم، تونل E است و با توجه به اطلاع سوم، تسمه نقاله Y باید تسمه چهارم باشد که اول از تونل A و بعد از تونل D رد می‌شود و تسمه نقاله بالایی Z می‌باشد و با توجه به اطلاع دوم، تونل B هم معلوم می‌شود که تونل سوم است و لاجرم تونل آخر، C است که سه تسمه نقاله از آن رد می‌شود.

۲۱- گزینه «۱» اگر قرار باشد از تونل‌های A و C هیچ تسمه نقاله‌ای یکسانی عبور نکند، A و C به یکی از شکل‌های زیر باید نامگذاری شوند. اگر فرض کنیم شکل (۱) برقرار باشد، دیگر نمی‌توانیم اطلاع آخر داده شده که هیچ تسمه نقاله‌ای، هم از تونل A و هم از تونل E عبور نمی‌کند، را برقرار کنیم! چون نمی‌توان تسمه نقاله‌ای با این شرایط یافت (چون بالاخره هر کدام از سه تونل دیگر E باشد تسمه نقاله هم از A و هم از E عبور می‌کند)، پس شکل (۲) احتمالاً برقرار است و تونل اول، C است و چون Y بعد از A باید وارد D شود، پس قطعاً اول وارد A شده است.

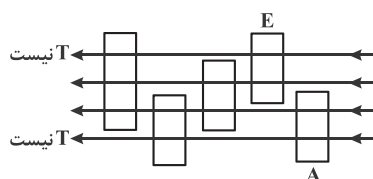


شکل (۱)

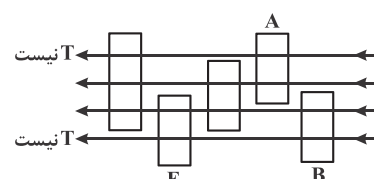


شکل (۲)

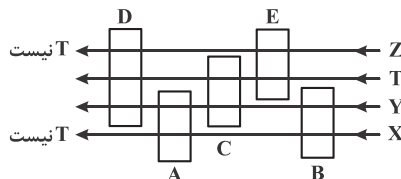
۲۲- گزینه «۳» اولاً دقت کنید که با توجه به اطلاع پنجم و سوم و E و A به شکل‌های مختلف زیر قابل تصور است:



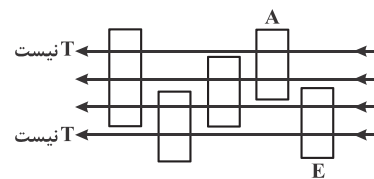
شکل (۲)



شکل (۱)



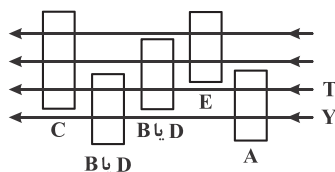
شکل (۴)



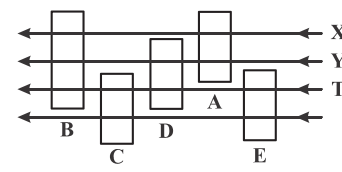
شکل (۳)

شکل (۱) نمی‌تواند برقرار باشد چون با اطلاع اول تناقض دارد (حالا X چه نقاله سوم باشد چه چهارم). شکل (۲) و (۳) هم نمی‌تواند برقرار باشد، چون X و B هر جا باشند، X نمی‌تواند برای اولین بار وارد تونل B شود و بالاخره شکل (۴) می‌تواند با توجه به اطلاعات برقرار باشد و می‌بینیم که تسمه نقاله T بلافاصله بعد از C به D برسد.

۲۳- گزینه «۲» با توجه به این که در این سؤال گفته شده تسمه نقاله T بعد از D وارد تونل C خواهد شد، پس D نمی‌تواند، آخرین تونل باشد. از طرفی در اطلاع سوم ابتدای توضیحات، گفته شده Y بعد از A وارد تونل D می‌شود. پس D اولین تونل هم نخواهد بود. همچنین D، دومین تونل (از سمت راست) هم نخواهد بود، چون آن وقت هیچ تونلی نیست که آن را A در نظر بگیریم و شرایط اطلاع سوم را برقرار کنیم. پس D یکی از دو تونل سوم و یا وسط است. هر دو حالت را در نظر می‌گیریم.



شکل (۲)



شکل (۱)

با فرض حالت (۱)، چون هیچ تسمه‌ای هم از A و هم از E عبور نمی‌کند. در حالت (۱)، E باید تونل اول باشد و لاجرم B تونل آخر خواهد بود و چون X از E عبور نمی‌کند، پس X تسمه اول از بالا است که اول از A و بعد از B رد می‌شود. با فرض شکل (۱)، گزینه (۲) درست است. اما اگر شکل (۲) را در نظر بگیریم، E باید تونل دوم باشد و در این صورت چون X هیچ‌وقت از E عبور نمی‌کند، پس X باید یکی از دو تونل پایین باشد و خب می‌بینیم که T و Y دو تونل پایین هستند، پس فرض شکل (۲) غلط است.


**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** Read the following two passages and select the choice (1), (2), (3), or (4) that best answers each question. Then mark the correct choice on your answer sheet.

**Passage 1:**

Good work-life balance has been found beneficial for businesses because it can reduce absenteeism, increase job satisfaction, promote better job autonomy, attract talents, improve employee retention, improve employee attitudes and behaviors, and improve productivity. Despite these benefits, the construction industry is still known for its poor work-life balance. For example, the average number of hours worked in the construction industry was 62.5 among site-based project staff, 56.1 among office-based project staff, and 49.0 among head or regional office staff, far longer than the typical 38-hour working week in Australia.

The male-dominated nature of the construction industry makes the culture of ‘work hard and play hard’ the norm of the industry. The industry is also highly competitive, forcing construction organizations to reduce their labor cost, operate with low profit margin, and work with unreasonable time constraints. This culture in the Australian construction industry drives employees to work longer hours than contractually obligated. The work-life balance of employees in the construction industry has been sacrificed for a large salary award, which has led to serious relationship strains and mental health issues, such as suicide and burnout. Despite the efforts to implement work-life balance strategies and initiatives, the work-life balance in the industry remains poor because of a lack of enforcement and the industry culture.

Previous research has identified factors that can affect work-life balance. Technology development has given individuals a greater sense of mobility in their daily lives. This increased mobility and interconnectedness has enabled the workforce to become more itinerant, thus allowing individuals to work from home, communicate while in transit, and be available 24 hours a day, seven days a week. Technology has the potential to improve work-life balance. For example, parents can complete work from home, thus allowing individuals to start a family, while undertaking the majority of work roles and responsibilities on one mobile device. This offers greater flexibility to individuals than traditional office-based personnel and helps individuals manage both work and life commitments with greater ease.

**51- The statistics presented in the last sentence of paragraph 1 are intended to which of the following?**

- 1) To suggest that there is a deficiency blocking progress in the construction industry
- 2) To justify a problem mentioned earlier in the same paragraph
- 3) To underscore a tendency to disregard a common challenge
- 4) To support an earlier assertion

**52- Which of the following best describes the main purpose of paragraph 2?**

- 1) To help resolve a paradox
- 2) To explore the causes of a phenomenon
- 3) To compare one domain of work with some others
- 4) To point out the shortcomings in a specific area of industry

**53- Which of the following is NOT stated in the passage about the issue of the poor work-life balance in the construction industry?**

- 1) The job contracts may sometimes not reflect the true severity of the issue.
- 2) The issue has the potential to lead to a state of mental exhaustion.
- 3) The competitiveness of this industry makes the issue insoluble.
- 4) The issue, as it is, has certain health-related consequences.

**54- Which of the following best describes the author’s attitude towards the effect technology can have on the work-life balance in the construction industry?**

- 1) Favorable
- 2) Skeptical
- 3) Mild irritation
- 4) Resigned acceptance

55- Which of the following is more likely to be the topic of the paragraph that comes after this passage?

- 1) Need for further research to illuminate the impact of technology on work-life balance
- 2) Reasons why work-life balance has gained prominence in recent times
- 3) Problems associated with traditional office-based jobs
- 4) Another factor that can affect work-life balance

**Passage 2:**

Positivism is a current of thought whose beginning is usually attributed to the approaches of Auguste Comte, who only considered the knowledge from the empirical sciences valid. This paradigm, also known as Quantitative or Rationalist, establishes the existence of a certain uniformity and order in nature, which means that the natural world has its own existence, independent of who investigates it. Based on this, it is governed by laws that allow explaining, predicting and controlling phenomena. This paradigm is particularly predominant in engineering education, where students are passive throughout the learning process, and depend on the educator as a source of information and not on themselves as constructors of knowledge.

From an epistemological point of view, Positivism has an objective position, a distant and non-interactive attitude between the subject and the peers, assuming that reality is given and can be absolutely known by the subject (e.g., an engineering student), and therefore requires finding the right and valid method to discover that reality. Consequently, positivist science is based on the assumption that the subject has an absolute possibility of knowing reality through a specific method. This is the type of problems that engineering students often encounter in classrooms, by using this traditional approach, which do not necessarily prepare them for the real problems that they will find as future engineers.

Hence, Positivism emphasizes verification, based on observation and opposing any science that is constructed without any empirical correlates. The most important characteristic of positivist theory is the search for a systematic, verifiable and measurable knowledge, focusing on the cause of phenomena that occur, from observation, measurement and statistical procedure. In this way, this paradigm leads the students to answer tests in the most accurate way possible in terms of either what educator has taught or study books, getting much better academic grades but not necessarily a better understanding.

56- The type of class run based on positivism, as it is described in the passage, is one which .....

- 1) stresses group work
- 2) presents highly subjective topics
- 3) is teacher-fronted
- 4) is project-oriented

57- What does the underlined "it" in paragraph 1 refer to?

- 1) uniformity
- 2) positivism
- 3) existence
- 4) world

58- The passage provides sufficient information to answer which of the following questions?

- 1) What attribute of positivism is said to be the most consequential?
- 2) How has positivism come to underlie the teaching methodology in engineering classes?
- 3) Is the assumption that "reality is given" a widely accepted one in the scientific community?
- 4) When are two positivist researchers likely to arrive at two different readings of the same outside reality?

59- Which of the following could best be inferred from the passage?

- 1) To investigate each type of reality, a positivist is required to use a discrete scientific method.
- 2) The laws established by Auguste Comte as those governing nature are accepted as such by other positivists.
- 3) Engineering students trained based on the tenets of positivism cannot efficiently handle their job demands once they start work.
- 4) The contribution of positivism to the discovery of the real world is undisputed, though there are some philosophers who argue otherwise.

60- The underlined "subject" in paragraph 2 can best be replaced by which of the following?

- 1) problem
- 2) researcher
- 3) assumption
- 4) scientific theme





۴۸- گزینه «۳» چنانچه به داخل بیشتر کلاس‌ها نگاهی بیاندازید، تخته‌سیاهی مشاهده نخواهید کرد چراکه آن‌ها امروزه در آموزش تقریباً منسوخ شده‌اند.

|   |          |                  |   |            |                  |
|---|----------|------------------|---|------------|------------------|
| ۱ | neutral  | بی طرف           | ۲ | transient  | زودگذر، ناپایدار |
| ۳ | obsolete | منسوخ، غیرمتداول | ۴ | invaluable | بارزش، گرانبها   |

۴۹- گزینه «۱» اگرچه کامپیوترها می‌توانند توانایی ارتباطی افراد را بهتر کنند، اما بازی‌های کامپیوتری یکی از علل مهارت‌های ارتباطی کم‌رشد یافته در کودکان هستند.

|   |          |                             |   |            |                             |
|---|----------|-----------------------------|---|------------|-----------------------------|
| ۱ | enhance  | بهبتر کردن                  | ۲ | duplicate  | تکرار کردن                  |
| ۳ | disclose | آشکار کردن، پرده برداشتن از | ۴ | anticipate | پیش‌بینی کردن، انتظار داشتن |

۵۰- گزینه «۴» بعد از اینکه رئیسش او را بابت کار و تلاش در آن پروژه بزرگ تحسین کرد، «سم» احساس کرد زمان خوش‌یمن و خوبی است که درخواست ترفیع کند.

|   |           |                    |   |            |                |
|---|-----------|--------------------|---|------------|----------------|
| ۱ | arbitrary | قراردادی، دلخواهی  | ۲ | apparent   | واضح، آشکار    |
| ۳ | ambitious | بلندپرواز، جاه‌طلب | ۴ | auspicious | خوش‌یمن، خجسته |

**Auspicious:** showing that something is likely to be successful

*auspicious start/beginning* {شروع و آغاز خوش‌یمنی}

بخش سوم: درک مطلب

دو متن زیر را بخوانید و از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) گزینه‌ای را انتخاب کنید که برای هر سؤال بهترین پاسخ باشد. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

متن ۱:

تعالد کار - زندگی خوب برای کسب‌وکارها مفید و مؤثر است چون می‌تواند غیبت از کار را کاهش دهد، رضایت شغلی را افزایش دهد، استقلال کاری بهتر را ارتقا دهد، افراد بااستعداد را جذب کند، حفظ و سرکار ماندن کارمندان را بالا ببرد، نگرش و رفتار کارکنان را بهتر کند، و بهره‌وری را بهبود ببخشد. به رغم این مزایا، صنایع عمرانی همچنان به خاطر تعادل کار - زندگی ضعیف‌شان معروف هستند. مثلاً، تعداد متوسط ساعت‌های کاری در صنایع عمرانی بین کارکنان پروژه‌های مبتنی بر محل ۶۲/۵ ساعت بود، بین کارکنان پروژه‌های مبتنی بر دفتر ۵۶/۱ ساعت بود، و بین کارکنان دفتری هیئت مدیره یا منطقه‌ای ۴۹ ساعت بود، که {تمام این ارقام} بسیار بیشتر از ۳۸ ساعت کار معمول در هفته در استرالیا است.

تسلط مردان بر صنایع عمرانی باعث می‌شود فرهنگ «سخت کار کن، سخت بازی کن» به یک هنجار در این صنعت تبدیل شود. همچنین رقابت در این صنعت بسیار بالاست که این موضوع شرکت‌های عمرانی را وادار می‌کند هزینه کار را کاهش دهند، با حاشیه سود پایین فعالیت کنند، و با محدودیت‌های زمانی غیرمعمولی کارکنند. این فرهنگ در صنایع عمرانی استرالیا کارکنان را وادار می‌کند که ساعت‌های طولانی‌تری از آنچه در قرارداد تعهد داده‌اند کار کنند. تعادل کار - زندگی کارکنان صنایع عمرانی، فدای حقوق بیشتر شده که این موضوع به روابط پُرتنش و بیماری‌ها و مسائل ذهنی از قبیل خودکشی و فرسودگی شغلی منجر شده است. به رغم تلاش‌های صورت گرفته جهت پیاده‌سازی استراتژی‌ها و راهکارهای تعادل کار-زندگی، تعادل کار-زندگی در صنایع عمرانی به خاطر نبود قوانین و فرهنگ صنعتی، ضعیف باقی مانده است.

پژوهش‌های پیشین، عوامل تأثیرگذار بر تعادل کار - زندگی را شناسایی کرده است. توسعه فناوری به افراد حس پویایی بیشتری در زندگی روزانه‌شان داده است. این افزایش پویایی و پیوند و همبستگی، نیروی کار را قادر ساخته که دوره‌گردتر شوند و در نتیجه به افراد اجازه می‌دهد که از خانه کار کنند، حین رفت‌وآمد با هم ارتباط برقرار کنند، هر روز هفته ۲۴ ساعته در دسترس باشند. فناوری این توانایی را دارد که تعادل کار - زندگی را بهتر کند. مثلاً، والدین می‌توانند از خانه کارهایشان را انجام دهند که این موضوع به افراد اجازه می‌دهد تشکیل خانواده بدهند، و اکثریت نقش‌ها و مسئولیت‌های کاری را بر روی یک موبایل انجام دهند. این، انعطاف‌پذیری بیشتری به افراد می‌دهد تا به پرسنل مبتنی بر دفتر سنتی و به افراد کمک می‌کند کار و تعهدات زندگی‌شان را با سهولت بیشتری مدیریت کنند.

۵۱- گزینه «۴» هدف از آمار و ارقام ارائه شده در جمله آخر پاراگراف ۱ چیست؟

گزینه (۴): پشتیبانی از ادعایی که قبل تر (در خط قبلی) مطرح شده است.

**توضیح:** به عنوان یک قانون سرانگشتی می‌توانیم بگوییم که اصلی‌ترین هدف ارائه مثال (exemplification) پشتیبانی از ایده‌های قبلی است. یعنی چون آمار و ارقام مذکور در قالب مثال آمده، می‌توان گفت آخرین جمله پاراگراف اول از جمله پُررنگ زیر حمایت و پشتیبانی می‌کند:

Despite these benefits, **the construction industry is still known for its poor work-life balance. For example, the average number of hours worked in the construction industry was 62.5 among site-based project staff, 56.1 among office-based project staff, and 49.0 among head or regional office staff, far longer than the typical 38-hour working week in Australia.**

۵۲- گزینه «۲» کدام یک از موارد زیر هدف اصلی پاراگراف ۲ را به بهترین نحو توصیف می‌کند؟

گزینه (۲): بیان علت و دلایل یک پدیده

**توضیح:** پاراگراف دوم در مورد causes (دلایل) این پدیده بحث می‌کند:

The construction industry is still known for its poor work-life balance.

۵۳- گزینه «۳» کدام یک از موارد زیر درباره مسئله تعادل کار - زندگی ضعیف در صنایع عمرانی در متن ذکر نشده است؟

گزینه (۳): رقابت {زیاد} در این صنایع باعث می‌شود این مسئله غیرقابل حل (insoluble) شود.

**توضیح:** متن اصلاً چیزی در مورد «غیرقابل حل بودن، حل‌نشده بودن» این مسئله نگفته اما باقی گزینه‌ها به وضوح در متن گفته شده‌اند: گزینه (۱):

This culture in the Australian construction industry drives employees to work longer hours than *contractually obligated*.

گزینه‌های (۲) و (۴):

The work-life balance of employees in the construction industry has been sacrificed for a large salary award, which has led to serious relationship strains and *mental health issues* (choice 4), such as suicide and *burnout* (choice 2)

۵۴- گزینه «۱» کدام یک از موارد زیر به بهترین نحو نگرش نویسنده متن را به تأثیر فناوری بر تعادل کار - زندگی در صنایع عمرانی توصیف می‌کند؟

گزینه (۱): {نگرش} مثبت و مطلوب

**توضیح:** با مطالعه پاراگراف آخر متن به سادگی در می‌یابیم که نویسنده نگرش مثبتی به این موضوع دارد.

۵۵- گزینه «۴» کدام یک از موارد زیر احتمالاً عنوان پاراگرافی خواهد بود که به دنبال این متن می‌آید؟

گزینه (۴): عامل دیگری که می‌تواند بر تعادل کار - زندگی اثر بگذارد.

**توضیح:** برای پاسخگویی به سؤالاتی که عنوان پاراگراف بعد از متن را می‌خواهند باید آخرین جمله (و گاهی اولین جمله آخرین پاراگراف) متن را بخوانیم. در این مورد، اولین جمله آخرین پاراگراف متن این است:

Previous research has identified **factors** that can affect work-life balance.

یکی از این عوامل، «فناوری» است که در پاراگراف آخر بهش پرداخته شده. بنابراین پاراگراف بعدی احتمالاً در مورد یک عامل دیگر خواهد بود.

متن ۲:

پوزیتیویسم یکی از مکاتب فکری است که آغازش معمولاً به رویکردهای آگوست کومته نسبت داده می‌شود. کومته صرفاً دانش به دست آمده از علوم تجربی را معتبر می‌دانست. این پارادایم که «کمی» یا «عقل‌گرایی» هم نامیده می‌شود، معتقد است در طبیعت نوعی همسانی و نظم مشخص وجود دارد که این یعنی جهان طبیعی وجودیت مختصی دارد که مستقل از کسانی است که آن {جهان طبیعی} را بررسی می‌کنند. براساس این نگرش، قوانینی بر جهان طبیعی حاکم هستند که توضیح، پیش‌بینی و کنترل پدیده‌ها را میسر می‌کنند. این پارادایم خصوصاً در آموزش مهندسی غالب است که در آن دانشجویان در طول فرایند یادگیری غیرفعال‌اند و به آموزش‌دهنده به عنوان منبع اطلاعات متکی‌اند و نه به خودشان به عنوان خلق‌کننده دانش.

از منظر معرفت‌شناختی، پوزیتیویسم یک موضع بی‌طرف دارد؛ یک نگرش از راه دور و غیرتعاملی بین سوژه و هم‌سن‌وسالانش، با این فرض که واقعیت مشخص است و سوژه (مثلاً یک دانشجوی مهندسی) می‌تواند آن را به طور کامل بداند؛ و بنابراین نیاز است روش مناسب و معتبر برای کشف آن واقعیت را پیدا کرد. در نتیجه، علم پوزیتیویست براساس این فرضیه است که سوژه از این شانس مطلق برخوردار است که واقعیت را از طریق یک روش خاص بداند. این از جمله مشکلاتی است که دانشجویان مهندسی اغلب در کلاس درس با آنها مواجه هستند، با استفاده از این رویکرد سنتی، که لزوماً آنها را برای مشکلات حقیقی که آنها ممکن است به عنوان مهندسان آینده با آنها روبه‌رو شوند، آماده نمی‌کند.



بنابراین، پوزیتیویسم بر تأیید (verification) تأکید دارد، آن هم براساس مشاهده و با هر گونه علمی که بدون استفاده از همبستگی‌های تجربی ایجاد شود، مخالف است. مهم‌ترین ویژگی نظریه پوزیتیویست، جستجو برای دانش سیستماتیک، قابل‌تأیید و قابل‌اندازه‌گیری از طریق مشاهده، اندازه‌گیری و رویه‌های آماری است. به این ترتیب، این پارادایم دانشجویان را هدایت می‌کند که آزمون‌ها را به دقیق‌ترین روش ممکن پاسخ دهند، یا براساس آنچه معلم تدریس کرده یا براساس مطالعه کتاب و کسب نمرات بسیار بهتر اما نه لزوماً درک و شناخت بهتر.

۵۶- گزینه «۳» آن‌طور که در متن گفته شده، کلاسی که براساس پوزیتیویسم اداره شود، کلاسی است که ..... .

(۱) بر کار گروهی تأکید دارد

(۲) موضوعاتی بسیار ذهنی و سلیقه‌ای ارائه می‌دهد

(۳) معلم‌محور است

(۴) مبتنی بر پروژه است

توضیح: در پاراگراف اول چنین گفته شده:

This paradigm [positivism] is particularly predominant in engineering education, where students are **passive** throughout the learning process, and depend on the *educator as a source of information* and not on themselves as constructors of knowledge.

از این جمله می‌توان برداشت کرد کلاسی که براساس پوزیتیویسم باشد، کلاسی است که دانشجویان نقش غیرفعالی در آن دارند و معلم به عنوان منبع اطلاعات نقش پررنگ‌تری دارد.

۵۷- گزینه «۴» ضمیر it به natural world برمی‌گردد.

۵۸- گزینه «۱» براساس اطلاعات متن به کدام یک از سؤالات زیر می‌توان پاسخ داد؟

گزینه (۱): مهم‌ترین ویژگی و مشخصه پوزیتیویسم چیست؟

توضیح: پاسخ سؤال مطرح شده در گزینه (۱) در این خطوط یافت می‌شود:

*The most important characteristic of positivist theory is the **search for a systematic, verifiable and measurable knowledge**, focusing on the cause of phenomena that occur, from observation, measurement and statistical procedure.*

گزینه‌های (۳) و (۴) به وضوح رد می‌شوند. گزینه (۲) هم کنار می‌رود چون معنی‌اش می‌شود: «پوزیتیویسم چگونه به اصل زیربنایی روش تدریس مرسوم در کلاس‌های مهندسی تبدیل شد؟» که در متن چیزی در این مورد گفته نشده.

۵۹- گزینه «۳» کدام یک از موارد زیر به درستی از متن استنباط می‌شود؟

گزینه (۳): دانشجویان مهندسی‌ای که براساس اصول پوزیتیویسم آموزش می‌بینند نمی‌توانند به محض شروع کار، به طرز مؤثری مسائل و مشکلات کاری‌شان را مدیریت کنند.

توضیح: پاسخ از خطوط آخر پاراگراف دوم استنباط می‌شود:

This is the type of problems that engineering students often encounter in classrooms, by using **this traditional approach [positivism]**, which *do not necessarily prepare them for the real problems that they will find as future engineers.*

۶۰- گزینه «۲» لغت subject در پاراگراف دوم را می‌توان با کدام یک از موارد زیر جایگزین کرد؟

گزینه (۲): محقق

توضیح: subject (که در متون پژوهشی به صورت «سوژه» ترجمه می‌شود) در اینجا به engineering student برمی‌گردد؛ یا به کسی که طبق متن in search of knowledge باشد. پس می‌توان آن را با researcher جایگزین کرد.

سوالات مهندسی مکانیک - تبدیل انرژی

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - مکانیک سیالات پیشرفته - ترمودینامیک پیشرفته)

۱- تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq a \\ 2a-x, & a < x < 2a \end{cases}$  تعریف شده است. سری فوریه مثلثاتی این تابع کدام است؟

$$\frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \right] \quad (۲)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (۱)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a} \quad (۳)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a} \quad (۴)$$

۲- ضرایب سری فوریه  $a_n$  تابع متناوب زیر با دوره تناوب  $2\pi$  برای  $n$  های بسیار بزرگ ( $n \rightarrow \infty$ ) با چه توانی از  $n$  متناسب اند؟

$$f(x) = \begin{cases} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

(۱)  $n^{-4}$       (۲)  $n^{-3}$       (۳)  $n^{-2}$       (۴)  $n^{-1}$

۳- اگر انتگرال فوریه تابع  $f(x)$  به صورت  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$  باشد، آنگاه حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} (1+x^2) f(x) \sin x dx$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{3}{8}$

۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $\alpha$  از جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \alpha u_t + u = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & u_t(x, 0) = g(x); 0 < x < 1 \end{cases}$$

(۱)  $[-\sqrt{1+\pi^2}, \sqrt{1+\pi^2}]$       (۲)  $[-2\sqrt{1+\pi^2}, 2\sqrt{1+\pi^2}]$       (۳)  $(-\infty, 4+4\pi^2)$       (۴)  $(-\infty, 2+2\pi^2)$

۵- با جایگزینی  $u(x, y) = w(x, y)e^{-(bx+ay)}$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم  $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = 0$ ، به کدام صورت در می آید؟

(۱)  $e^{-(bx+ay)} w_{xy} + (c-ab)w = 0$       (۲)  $w_{xy} + (c-ab)e^{-(bx+ay)} w = 0$       (۳)  $w_{xy} + (c+ab)w = 0$       (۴)  $w_{xy} + (c-ab)w = 0$

۶- برای پاسخ مسئله  $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \frac{\pi}{2}, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, u_t(x, 0) = \cos x \\ u_x(0, t) = 0, u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \end{cases}$  حاصل عبارت  $u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ ، کدام است؟

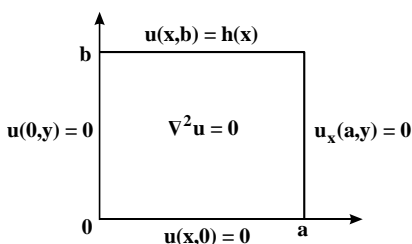
(۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\sqrt{2}+1$       (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۷- در میله‌ای به طول  $L = \pi$ ، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای  $u$  در زمان  $t=1$  و مکان  $x = \frac{L}{4}$ ، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{2\pi}{L}x) \end{cases}$$

(۱)  $e^{-4}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-4}$       (۴)  $e^{-1}$

۸- در مسئله مقدار مرزی زیر با شرایط داده شده بر مستطیل، پایه متعامد بسط شرط مرزی  $h(x)$  به صورت سری فوریه کدام است؟



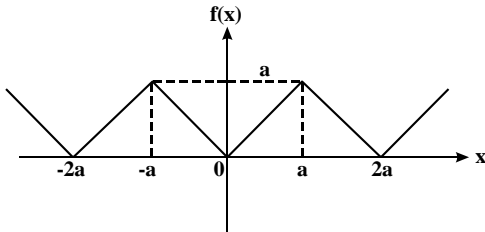
(۱)  $\{\sin \frac{k\pi x}{2a}\}_k$       (۲)  $\{\cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a}\}_k$       (۳)  $\{\sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a}\}_k$       (۴)  $\{\cos \frac{k\pi x}{a}\}_k$

## پاسخنامه مهندسی مکانیک - تبدیل انرژی

## مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - مکانیک سیالات پیشرفته - ترمودینامیک پیشرفته)

۱- گزینه «۳» سؤال را به چهار روش زیر حل می‌کنیم:

روش اول: حل تشریحی

با توجه به نمودار تابع واضح است که  $f(x)$  تابعی زوج است، لذا ضرایب  $b_n$ همگی صفر هستند و باید  $a_n$  ها را محاسبه کنیم. ( $b_n = 0$ )

$$L = a$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} f(x) dx \Rightarrow a_0 = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} f(x) dx = \frac{1}{2a} \left[ \int_0^a x dx + \int_a^{2a} (2a-x) dx \right] = \frac{1}{2a} \left[ \frac{x^2}{2} \Big|_0^a + 2ax \Big|_a^{2a} - \frac{x^2}{2} \Big|_a^{2a} \right]$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2a} \left( \frac{a^2}{2} + 2a^2 - \frac{3}{2}a^2 \right) = \frac{a}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_0^{2L} f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \Rightarrow a_n = \frac{1}{a} \int_0^{2a} f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \frac{1}{a} \left[ \underbrace{\int_0^a x \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx}_{I_1} + \underbrace{\int_a^{2a} (2a-x) \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx}_{I_2} \right]$$

ابتدا حاصل انتگرال‌های  $I_1$  و  $I_2$  را محاسبه می‌کنیم.

$$I_1 = \frac{ax}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_0^a + \frac{a^2}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_0^a = \frac{a^2}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1)$$

$$I_2 = \frac{2ax}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} - \frac{ax}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} - \frac{a^2}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \Big|_a^{2a} = \frac{a^2}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{1}{a} [I_1 + I_2] = \frac{2a}{n^2\pi^2} (\cos n\pi - 1) = \frac{2a}{n^2\pi^2} ((-1)^n - 1) = \begin{cases} a & ; n = 2k \\ \frac{-4a}{(2k-1)^2\pi^2} & ; n = 2k-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{2k-1} = \frac{-4a}{(2k-1)^2\pi^2}$$

در نتیجه سری فوریه مثلثاتی تابع متناوب  $f(x)$  برابر است با:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)) \Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a}{(2n-1)^2\pi^2} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{a}\right)$$

شبهه تست ۲۶ در صفحه ۳۹۷ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف می‌باشد.

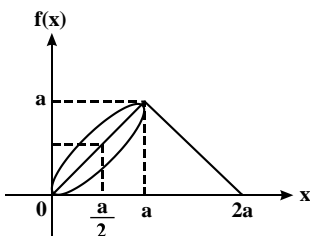
## روش دوم: استفاده از تقارن نیم‌موج

چون خود تابع اصلی یعنی تابع  $f(x)$  زوج است و آن قسمت از نمودار که در فاصلهبین  $0$  تا  $a$  قرار دارد، نسبت به خط  $x = \frac{a}{2}$  دارای تقارن فرد می‌باشد. بنابراینتابع  $f(x)$  فقط شامل هارمونیک‌های فرد می‌باشد که این مورد فقط در گزینه (۳)

مشاهده می‌شود، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

مربوط به درسنامه «داستان تقارن نیم‌موج» در صفحه ۵۰۱ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف است.

## روش سوم: رد گزینه

مقدار تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = \frac{a}{2}$  برابر با  $\frac{a}{2}$  است. لذا گزینه‌ای صحیح است که حاصلش به ازای  $x = \frac{a}{2}$  برابر با  $\frac{a}{2}$  شود. حال به بررسی تک تک گزینه‌ها بهازای  $x = \frac{a}{2}$  می‌پردازیم.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n^2} + \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \left[ -\frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots \right] + \frac{2a}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{3} + \dots \right] > \frac{a}{2}$$

گزینه (۱):

حاصل کروش اول منفی و حاصل کروش دوم مثبت است، بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  بیشتر از  $\frac{a}{2}$  می‌باشد. لذا گزینه (۱) غلط است.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n^2} + \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} = \frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi^2} \left[ -\frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots \right] + \frac{2a}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{3} + \dots \right] > \frac{a}{2}$$

گزینه (۲):

حاصل کروش اول منفی و حاصل کروش دوم مثبت است و مجموع مقادیر این دو سری برابر با صفر نیست، بلکه مقداری مثبت می‌باشد. بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  بیشتر از  $\frac{a}{2}$  است و گزینه (۲) نیز غلط می‌باشد.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\frac{\pi}{2}}{(2n-1)^2} = \frac{a}{2} + 0 = \frac{a}{2}$$

گزینه (۳):

حاصل سری فوق برابر با صفر است، چون همواره داریم:  $\cos(2n-1)\frac{\pi}{2} = 0$ .

بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  دقیقاً برابر با  $\frac{a}{2}$  است و گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n^2} = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \left[ -\frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots \right] > \frac{a}{2}$$

گزینه (۴):

حاصل کروش مقداری منفی است، بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  بیشتر از  $\frac{a}{2}$  است و در نتیجه گزینه (۴) نیز غلط می‌باشد.

### روش چهارم:

چون تابع  $f(x)$  زوج است، در نتیجه  $b_n = 0$  می‌باشد. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) غلط هستند (وجود تقارن مخفی، یعنی این که اگر نمودار تابع  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد به سمت چپ منتقل کنیم، تابع  $f(x)$  دارای تقارن زوج می‌شود).

در ادامه با قرار دادن مقدار  $x = \frac{a}{2}$  در دو گزینه (۳) و (۴) و مقایسه آن با  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  به گزینه صحیح می‌رسیم.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\frac{\pi}{2}}{(2n-1)^2} = \frac{a}{2} + 0 = \frac{a}{2}$$

گزینه (۳):

حاصل سری فوق برابر با صفر است، چون همواره داریم:  $\cos(2n-1)\frac{\pi}{2} = 0$ .

بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  دقیقاً برابر با  $\frac{a}{2}$  است و گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n^2} = \frac{a}{2} - \frac{2a}{\pi^2} \left[ -\frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots \right] > \frac{a}{2}$$

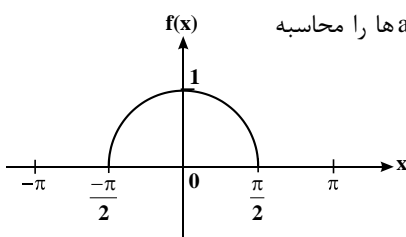
گزینه (۴):

حاصل کروش مقداری منفی است، بنابراین حاصل  $f\left(\frac{a}{2}\right)$  بیشتر از  $\frac{a}{2}$  است و در نتیجه گزینه (۴) نیز غلط می‌باشد.

### ۲- گزینه «۲»

#### روش اول: حل تشریحی

با توجه به نمودار تابع واضح است که  $f(x)$  تابعی زوج است، لذا ضرایب  $b_n$  همگی صفر هستند و باید  $a_n$ ها را محاسبه کنیم. ( $b_n = 0$ )



$$L = \pi$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \underbrace{\cos^2}_{\text{زو ج}} x dx$$





$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{\pi} \left[ x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{1}{4}$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos nx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) \cdot \cos nx dx = \frac{1}{\pi} \left[ \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos nx dx}_{I_1} + \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cos nx dx}_{I_2} \right]$$

ابتدا حاصل انتگرال‌های  $I_1$  و  $I_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{1}{n} \sin nx \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\cos(n+2)x + \cos(n-2)x] dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n+2} \sin(n+2)x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{n-2} \sin(n-2)x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \pi\right)}{n+2} + \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \pi\right)}{n-2} \right)$$

حاصل دو عبارت  $\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \pi\right)$  و  $\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \pi\right)$  با هم برابر است. لذا همواره داریم:

$$\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \pi\right) = \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \pi\right) = -\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \begin{cases} -1 & ; n = 1, 5, 9, \dots \\ 0 & ; n = 2, 4, 6, \dots \\ 1 & ; n = 3, 7, 11, \dots \end{cases}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \pi\right) \left( \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n-2} \right) = -\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \left( \frac{n}{n^2 - 4} \right)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\pi} [I_1 + I_2] = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} - \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \left( \frac{n}{n^2 - 4} \right) \right] = \frac{1}{\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{n}{n^2 - 4} \right) = -\frac{4 \sin \frac{n\pi}{2}}{\pi(n^2 - 4n)}, \quad (n \neq 2) \quad (*)$$

ضریب  $a_2$  به صورت جداگانه محاسبه می‌شود، بنابراین داریم:

$$a_2 = \frac{1}{\pi} \left[ \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx}_{I_1} + \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 2x dx}_{I_2} \right]$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 4x) dx = \frac{1}{2} \left[ x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \sin 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{1}{\pi} [I_1 + I_2] = \frac{1}{\pi} \left[ 0 + \frac{\pi}{4} \right] = \frac{1}{4}$$

بنابراین همان‌طور که از رابطه (\*) مشخص است، ضرایب سری فوریه متناوب  $a_n$  برای  $n$  های بسیار بزرگ ( $n \rightarrow \infty$ ) با توان  $n^{-3}$  متناسب هستند (در

رابطه مربوط به  $a_n$ ، عبارت  $\sin \frac{n\pi}{2}$  یک مقدار ثابت است).

روش دوم: رد گزینه براساس سرعت همگرایی ضرایب سری فوریه

در این روش باید به بررسی پیوستگی تابع و مشتق آن پرداخته شود. ابتدا به بررسی پیوستگی تابع  $f(x)$  می‌پردازیم.

اثبات پیوستگی تابع  $f(x)$  در نقاط  $x = \pm \frac{\pi}{2}$ :

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ حد راست تابع در نقطه } = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (0) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ در نقطه } = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \cos^2 x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ مقدار تابع در نقطه } = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

بنابراین تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  پیوسته است. حال به بررسی پیوستگی تابع در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  می‌پردازیم:

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ حد راست تابع در نقطه } = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^+} \cos^2 x = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ حد چپ تابع در نقطه } = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} (0) = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ مقدار تابع در نقطه } = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = -\frac{\pi}{2}$  نیز پیوسته می‌باشد.

بنابراین چون تابع  $f(x)$  در همه جا پیوسته است، لذا تا اینجا کار ضابطه  $a_n$  باید به صورت  $\frac{c}{n^2}$  باشد. در نتیجه گزینه (۴) قطعاً غلط است. از طرفی به دلیل وجود عامل صفرکننده  $\cos x$  در ضابطه مشتق تابع  $f(x)$ ، حاصل مشتق چپ و راست تابع در نقاط  $x = \pm \frac{\pi}{2}$  برابر با صفر می‌باشد و نتیجه می‌گیریم که مشتق تابع  $f(x)$  نیز در همه جا پیوسته است. لذا داریم:

$$a_n = \frac{c}{n^2} \Rightarrow a'_n = -\frac{c}{n^3}$$

بنابراین ضرایب سری فوریه  $a_n$  تابع متناوب  $f(x)$  برای  $n$  های بسیار بزرگ ( $n \rightarrow +\infty$ ) با عبارت  $n^{-3}$  متناسب هستند. مربوط به مبحث سرعت همگرایی ضرایب سری فوریه در صفحه ۵۰۷ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرس‌ان شریف است.

### ۳- گزینه «۳»

روش اول: حل با استفاده از تعریف انتگرال فوریه سینوسی

با توجه به ضابطه انتگرال فوریه تابع  $f(x)$  متوجه می‌شویم که  $A(\omega) = 0$  و  $B(\omega) = \frac{\omega}{\pi(1+\omega^4)}$  است.

برای هر عدد مثبت  $\omega > 0$  داریم:

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} f(x) \sin \omega x \, dx = \frac{\omega}{\pi(1+\omega^4)} \Rightarrow \int_0^{+\infty} f(x) \sin \omega x \, dx = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)}$$

بنابراین داریم:

$$I = \int_0^{+\infty} (1+x^2) f(x) \sin x \, dx = \int_0^{+\infty} f(x) \sin x \, dx + \int_0^{+\infty} x^2 f(x) \sin x \, dx \quad (*)$$

محاسبه انتگرال اول راحت است، لذا داریم:

$$\int_0^{+\infty} f(x) \sin x \, dx = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)} \Big|_{\omega=1} = \frac{1}{4}$$

ولی برای محاسبه انتگرال دوم، باید از ضریب انتگرال فوریه سینوسی مشتق گرفت. بنابراین می‌توان نوشت:

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} f(x) \sin \omega x \, dx$$

از طرفین رابطه بالا نسبت به  $\omega$  مشتق می‌گیریم، لذا داریم:

$$\frac{dB(\omega)}{d\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} x f(x) \cos \omega x \, dx$$

دوباره از طرفین رابطه بالا نسبت به  $\omega$  مشتق می‌گیریم تا در تابع زیر انتگرال دوم عبارت  $x^2 f(x) \sin x$  ظاهر شود.

$$\frac{d^2 B(\omega)}{d\omega^2} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} x^2 f(x) \sin \omega x \, dx \Rightarrow \int_0^{+\infty} x^2 f(x) \sin \omega x \, dx = -\frac{\pi}{2} \frac{d^2 B(\omega)}{d\omega^2}$$



بنابراین داریم:

$$\int_0^{+\infty} x^\gamma f(x) \sin x dx = -\frac{\pi}{\gamma} \frac{d^\gamma B(\omega)}{d\omega^\gamma} \Big|_{\omega=1}$$

$$B(\omega) = \frac{\omega}{\pi(1+\omega^4)} \Rightarrow \frac{dB(\omega)}{d\omega} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{(1+\omega^4) - 4\omega^3(\omega)}{(1+\omega^4)^2} \right) = \frac{1-3\omega^4}{\pi(1+\omega^4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^\gamma B(\omega)}{d\omega^\gamma} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{-12\omega^3(1+\omega^4)^\gamma - 2(4\omega^3)(1+\omega^4)^\gamma(1-3\omega^4)}{(1+\omega^4)^{2\gamma}} \right) \Rightarrow \frac{d^\gamma B(\omega)}{d\omega^\gamma} \Big|_{\omega=1} = -\frac{1}{\pi}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\int_0^{+\infty} x^\gamma f(x) \sin x dx = -\frac{\pi}{\gamma} \frac{d^\gamma B(\omega)}{d\omega^\gamma} \Big|_{\omega=1} = \left(-\frac{\pi}{\gamma}\right) \times \left(-\frac{1}{\pi}\right) = \frac{1}{\gamma}$$

در نهایت با قرار دادن مقادیر به دست آمده در رابطه (\*) داریم:

$$I = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

شبهه مثال ۱۵ در صفحه ۴۴۶ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرس‌ان شریف است.

**روش دوم: حل با استفاده از تعریف تبدیل فوریه سینوسی**

از فرمول تبدیل فوریه سینوسی نامتناهی داریم:

$$\hat{f}_s(\omega) = F_s\{f(x)\} = \frac{\gamma}{\pi} \int_0^{+\infty} f(x) \sin \omega x dx = \frac{\omega}{\pi(1+\omega^4)} \Rightarrow \int_0^{+\infty} f(x) \sin \omega x dx = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)}$$

از طرفی در صورت سؤال حاصل انتگرال  $I = \int_0^{+\infty} (1+x^\gamma) f(x) \sin x dx$  خواسته شده است، لذا داریم:

$$I = \int_0^{+\infty} f(x) \sin x dx + \int_0^{+\infty} x^\gamma f(x) \sin x dx \quad (*)$$

محاسبه انتگرال اول راحت است، لذا داریم:

$$\int_0^{+\infty} f(x) \sin x dx = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)} \Big|_{\omega=1} = \frac{1}{4}$$

ولی برای محاسبه انتگرال دوم، باید از خاصیت مشتق‌گیری از تبدیل فوریه استفاده کنیم. طبق خاصیت مشتق‌گیری از تبدیل فوریه، اگر تبدیل فوریه تابع  $f(x)$  برابر با  $F(\omega)$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$F\{x^n f(x)\} = (i)^n F^{(n)}(\omega)$$

که در رابطه بالا  $F(\omega)$  برابر است با:

$$F(\omega) = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\int_0^{+\infty} x^\gamma f(x) \sin x dx = i^\gamma F^{(\gamma)}(\omega) \Big|_{\omega=1}$$

$$F(\omega) = \frac{\omega}{2(1+\omega^4)} \Rightarrow \frac{dF(\omega)}{d\omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{(1+\omega^4) - 4\omega^3(\omega)}{(1+\omega^4)^2} \right) = \frac{1-3\omega^4}{2(1+\omega^4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^\gamma F(\omega)}{d\omega^\gamma} = \frac{1}{2} \left( \frac{-12\omega^3(1+\omega^4)^\gamma - 2(4\omega^3)(1+\omega^4)^\gamma(1-3\omega^4)}{(1+\omega^4)^{2\gamma}} \right) \Rightarrow \frac{d^\gamma F(\omega)}{d\omega^\gamma} \Big|_{\omega=1} = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\int_0^{+\infty} x^\gamma f(x) \sin x dx = i^\gamma F^{(\gamma)}(\omega) \Big|_{\omega=1} = -F^{(\gamma)}(\omega) \Big|_{\omega=1} = \frac{1}{2}$$

در نهایت با قرار دادن مقادیر به دست آمده در رابطه (\*) داریم:

$$I = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۴- گزینه «۲» معادله داده شده، یک معادله دیفرانسیل موج یک بعدی ناهمگن است. با استفاده از روش تفکیک متغیرها  $u(x, t) = F(x)G(t)$  و اعمال آن در معادله دیفرانسیل اصلی داریم:

$$F\ddot{G} - F''G + \alpha F\dot{G} + FG = 0 \Rightarrow (F'' - F)G = F(\ddot{G} + \alpha\dot{G}) \Rightarrow \frac{F'' - F}{F} = \frac{\ddot{G} + \alpha\dot{G}}{G} \Rightarrow \frac{F''}{F} - 1 = \frac{\ddot{G} + \alpha\dot{G}}{G} \Rightarrow \frac{F''}{F} = 1 + \frac{\ddot{G} + \alpha\dot{G}}{G} = k$$

به دلیل وجود شرایط مرزی تناوبی برای  $x$ ،  $k$  را برابر با  $-\lambda_n$  در نظر می‌گیریم. از طرفی با توجه به شرایط مرزی داده شده در صورت مسئله  $(u(0, t) = u(l, t) = 0)$ ، مقادیر ویژه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\lambda_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \xrightarrow{L=1} \lambda_n = (n\pi)^2 = n^2 \pi^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$1 + \frac{\ddot{G} + \alpha\dot{G}}{G} = -n^2 \pi^2 \Rightarrow \frac{\ddot{G} + \alpha\dot{G}}{G} = -n^2 \pi^2 - 1 \Rightarrow \ddot{G} + \alpha\dot{G} + (1 + n^2 \pi^2)G = 0$$

معادله فوق یک معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت است. شرط نوسانی بودن جواب‌ها در معادله دیفرانسیل مرتبه دوم  $\Delta < 0$  می‌باشد، لذا داریم:

$$a = 1, \quad b = \alpha, \quad c = 1 + n^2 \pi^2$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4(1 + n^2 \pi^2) < 0 \Rightarrow \alpha^2 < 4(1 + n^2 \pi^2) \Rightarrow -2\sqrt{1 + n^2 \pi^2} < \alpha < 2\sqrt{1 + n^2 \pi^2}$$

در نامعادله بالا  $n$  عددی طبیعی است و کوچکترین بازه مربوط به  $\alpha$  به ازای  $n = 1$  حاصل می‌شود. بنابراین داریم:

$$-2\sqrt{1 + \pi^2} \leq \alpha \leq 2\sqrt{1 + \pi^2}$$

این تست شبیه تست ۱۸ در صفحه ۵۳۷ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرس‌ان شریف است.

۵- گزینه «۴» برای به دست آوردن فرم جدید معادله دیفرانسیل مرتبه دوم، ابتدا مقادیر مشتق‌های جزئی  $u_x, u_y, u_{xy}$  را محاسبه می‌کنیم و سپس آن‌ها را در معادله دیفرانسیل داده شده قرار می‌دهیم. لذا داریم:

$$\begin{cases} u_x = w_x e^{-(bx+ay)} - b w e^{-(bx+ay)} \\ u_y = w_y e^{-(bx+ay)} - a w e^{-(bx+ay)} \\ u_{xy} = w_{xy} e^{-(bx+ay)} - a w_x e^{-(bx+ay)} - b(w_y e^{-(bx+ay)} - a w e^{-(bx+ay)}) \end{cases}$$

حال با قرار دادن مقادیر به دست آمده در بالا در معادله  $u_{xy} + a u_x + b u_y + c u = 0$  داریم:

$$e^{-(bx+ay)} [w_{xy} - a w_x - b w_y + a b w + a w_x - a b w + b w_y - a b w + c w] = 0$$

عبارت  $e^{-(bx+ay)}$  همواره مخالف صفر است، لذا عبارت داخل کروشه باید برابر با صفر باشد. بنابراین داریم:

$$w_{xy} - a b w + c w = 0 \Rightarrow w_{xy} + (c - a b)w = 0$$

تست فوق شبیه تست سال ۹۰ کنکور سراسری رشته مهندسی هوافضا می‌باشد و به طور خاص مربوط به نکته ۲ در صفحه ۶۸۳ کتاب ریاضی مهندسی مدرس‌ان شریف است.

۶- گزینه «۴» حل دالامبر معادله موج به روش جبری:

$$L = 1, \quad c^2 = 1 \Rightarrow c = 1, \quad f(x) = \sin x, \quad g(x) = \cos x$$

با توجه به این که  $t = \frac{\pi}{2}$ ،  $x = \frac{\pi}{4}$  و  $c = 1$  است، لذا داریم:

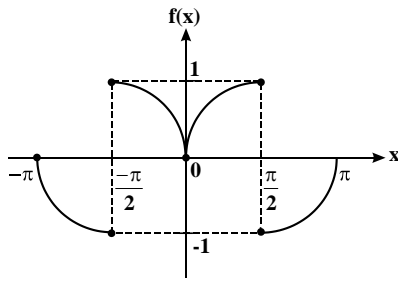
$$u(x, t) = \frac{1}{2} [f^*(x+ct) + f^*(x-ct)] + \frac{1}{2c} [G^*(x+ct) - G^*(x-ct)]$$

$$u\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \left[ f^*\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) + f^*\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \right] + \frac{1}{2} \left[ G^*\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) - G^*\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$\Rightarrow u\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \left[ f^*\left(\frac{3\pi}{4}\right) + f^*\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right] + \frac{1}{2} \left[ G^*\left(\frac{3\pi}{4}\right) - G^*\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (*)$$



چون یک شرط مرزی بر روی  $u$  و شرط مرزی دیگر بر روی  $u_x$  داده شده است، بنابراین دوره تناوب برابر با  $T = 4L$  است و داریم:



$$T = 4L = 4 \times \frac{\pi}{2} = 2\pi$$

ابتدا تکلیف  $f^*(-\frac{\pi}{4})$  و  $G^*(-\frac{\pi}{4})$  را معلوم می‌کنیم. چون شرط مرزی در  $x=0$  بر روی  $u_x$  است، بنابراین توابع  $f$  و  $g$  را نسبت به خط  $x=0$  گسترش زوج می‌دهیم. در نتیجه نسبت به خط  $x=0$ ،  $f^*$  گسترش زوج و  $G^*$  گسترش فرد (برعکس  $g$ ) می‌یابد. لذا داریم:

$$\begin{cases} f^*(-\frac{\pi}{4}) = f^*(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ G^*(-\frac{\pi}{4}) = -G^*(\frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

حال باید برای محاسبه  $G^*(\frac{\pi}{4})$  ضابطه تابع  $G(x)$  را به دست آوریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$G(x) = \int_0^x g(k)dk = \int_0^x \cos kdk = \sin x$$

بنابراین داریم:

$$G^*(-\frac{\pi}{4}) = -G^*(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

حال به سراغ محاسبه  $f^*(\frac{3\pi}{4})$  و  $G^*(\frac{3\pi}{4})$  می‌رویم. در این سؤال چون نمی‌توانیم که با استفاده از دوره تناوب مقادیر داخل پرانتز را به بازه  $(0, \frac{\pi}{4})$  بیاوریم، بنابراین از گسترش نسبت به خط  $x = \frac{\pi}{4}$  نیز باید کمک بگیریم. چون در  $x = \frac{\pi}{4}$  شرط مرزی بر روی  $u$  داده شده است، بنابراین  $f^*$  نسبت به خط  $x = \frac{\pi}{4}$  گسترش فرد و  $G^*$  نسبت به خط  $x = \frac{\pi}{4}$  گسترش زوج (برعکس  $g$ ) می‌یابد. لذا داریم:

$$\begin{cases} f^*(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = -f^*(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = -f^*(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ G^*(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = G^*(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = G^*(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

حال با قرار دادن مقادیر به دست آمده در رابطه (\*) داریم:

$$u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \underbrace{[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}]}_{=0} + \frac{1}{2} [\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2})] = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

این تست شبیه مثال ۱۲ در صفحه ۵۵۳ و مثال ۱۳ در صفحه ۵۵۴ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسان شریف است.

#### ۷- گزینه «۱»

$$c^2 = 1 \Rightarrow c = 1$$

شرط مرزی  $u(0, t) = 0$  نشان می‌دهد که  $F_n(x) = \sin(\sqrt{\lambda_n} x)$  سینوسی است. برای محاسبه  $\lambda_n$  (مقادیر ویژه) از شرط مرزی  $u(\pi, t) = 0$  (یا همان  $u(L, t) = 0$ ) استفاده می‌کنیم. لذا داریم:

$$F_n(\pi) = \sin(\sqrt{\lambda_n} \pi) = 0 \Rightarrow \sqrt{\lambda_n} \pi = n\pi \Rightarrow \sqrt{\lambda_n} = n \Rightarrow \lambda_n = n^2; (n = 1, 2, \dots)$$

بنابراین فرم کلی معادله انتقال حرارت در مسئله فوق چنین است:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx) e^{-n^2 t}$$

برای مشخص کردن ضرایب  $b_n$ ، از شرط اولیه داده شده در صورت سؤال استفاده می‌کنیم، لذا داریم:

$$u(x, 0) = \sin(\frac{2\pi}{L} x) \xrightarrow{L=\pi} u(x, 0) = \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$$

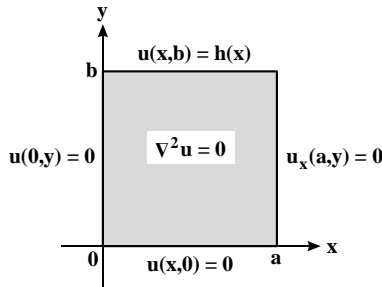
با نگاهی به تساوی فوق واضح است که  $\sin 2x$  به ازای  $n = 2$  در سری فوریه موجود است. بنابراین  $b_n$  فقط برای  $n = 2$  مخالف صفر است و مقدارش نیز برابر با یک می‌باشد. بنابراین داریم:

$$b_2 = 1 \Rightarrow u(x, t) = e^{-t} \sin 2x$$

حال با قرار دادن مقادیر  $x = \frac{\pi}{4}$  و  $t = 1$  در رابطه فوق، حاصل  $u(\frac{\pi}{4}, 1)$  به دست می‌آید که برابر است با:

$$u(\frac{\pi}{4}, 1) = e^{-1}$$

این تست شبیه مثال ۷ در صفحه ۵۸۱ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسار شریف است.



۸- گزینه «۳» مربوط به مبحث معادله لاپلاس

روش اول: حل تشریحی

می‌دانیم که متغیر  $x$  که دارای دو شرط مرزی همگن است، به شکل کلی  $F_n(x) = A \cos(\sqrt{\lambda_n} x) + B \sin(\sqrt{\lambda_n} x)$  در جواب ظاهر می‌شود.

$$F_n(x) = A \cos(\sqrt{\lambda_n} x) + B \sin(\sqrt{\lambda_n} x) \Rightarrow F'_n(x) = -A\sqrt{\lambda_n} \sin(\sqrt{\lambda_n} x) + B\sqrt{\lambda_n} \cos(\sqrt{\lambda_n} x)$$

همچنین با توجه به وجود شرایط مرزی  $u(0, y) = u_x(a, y) = 0$  نتیجه می‌شود که  $F'(a) = 0$  و  $F(0) = 0$  است. حال برای محاسبه ضرایب  $A$  و  $B$  شرایط مرزی را در معادله  $F_n(x)$  و مشتق آن یعنی  $F'_n(x)$  اعمال می‌کنیم. لذا داریم:

$$\begin{cases} F(0) = 0 \Rightarrow A = 0 \\ F'(a) = 0 \Rightarrow B\sqrt{\lambda_n} \cos(\sqrt{\lambda_n} a) = 0 \xrightarrow{B \neq 0} \cos(\sqrt{\lambda_n} a) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\lambda_n} a = (2k-1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sqrt{\lambda_n} = (2k-1)\frac{\pi}{2a} ; (k = 1, 2, \dots)$$

بنابراین پایه متعامد بسط تابع  $h(x)$  برابر با  $\{\sin(2k-1)\frac{\pi x}{2a}\}_{k \in \mathbb{N}}$  خواهد بود.

روش دوم: رد گزینه

با توجه به وجود شرط مرزی  $u(0, y) = 0$ ، کاملاً واضح است که پایه متعامد بسط تابع  $h(x)$  سینوسی است. بنابراین تا اینجا گزینه‌های (۲) و (۴) غلط می‌باشند. برای انتخاب گزینه صحیح از بین دو گزینه (۱) و (۳)، باید از شرط مرزی دوم یعنی  $u_x(a, y) = 0$  کمک بگیریم. گزینه (۱):

$$F(x) = \sin\left(\frac{k\pi}{2a}x\right) \Rightarrow F'(x) = \frac{k\pi}{2a} \cos\left(\frac{k\pi}{2a}x\right) \Rightarrow F'(a) = \frac{k\pi}{2a} \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) = \begin{cases} 0 & ; k = 2n-1 \\ \neq 0 & ; k = 2n \end{cases}$$

بنابراین گزینه (۱) نیز غلط است.

گزینه (۳):

$$F(x) = \sin(2k-1)\frac{\pi x}{2a} \Rightarrow F'(x) = (2k-1)\frac{\pi}{2a} \cos(2k-1)\frac{\pi x}{2a} \Rightarrow F'(a) = (2k-1)\frac{\pi}{2a} \times \underbrace{\cos(2k-1)\frac{\pi}{2}}_{=0} = 0$$

لذا گزینه (۳) صحیح است.

این تست شبیه تست ۱۵ در صفحه ۶۲۶ کتاب ریاضی مهندسی چاپ ۲۳ مدرسار شریف است.

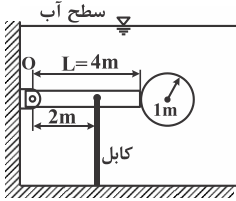
روش سوم: رد گزینه

چون مقدار تابع در نقطه  $x = 0$  برابر با صفر است، بنابراین تابع ویژه (یا همان پایه متعامد بسط تابع  $h(x)$ ) قطعاً از نوع سینوسی خواهد بود. لذا گزینه‌های (۲) و (۴) غلط است. از طرفی چون مقدار مشتق تابع در نقطه  $x = a$  که به شکل کسینوسی است، برابر با صفر می‌باشد، بنابراین نتیجه می‌گیریم که فقط

هارمونیک‌های فرد  $\frac{\pi}{2a}$  قابل قبول است. در نتیجه گزینه (۱) نیز غلط می‌باشد، چون شامل همه هارمونیک‌های  $\frac{\pi}{2a}$  است.

۱۷- یک کره ی چوبی به شعاع ۱m به یک میله ی چوبی به طول ۴m و قطر ۲m متصل شده و مجموعه مطابق شکل، زیر سطح آب به دیوار لولا شده است. کشش ایجاد شده در کابل برای حفظ تعادل مجموعه چقدر است؟ (چگالی آب  $1000 \frac{kg}{m^3}$ ، چگالی چوب  $700 \frac{kg}{m^3}$  و شتاب جاذبه ی

زمین  $10 \frac{m}{s^2}$  فرض شود.)



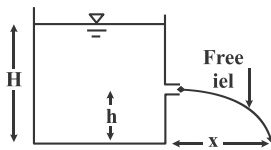
(۱)  $10120\pi$

(۲)  $\frac{101200\pi}{3}$

(۳)  $\frac{202400\pi}{3}$

(۴)  $20240\pi$

۱۸- مخزن نشان داده شده در شکل زیر حاوی مایع غیرلزج به عمق H است. اگر سوراخی در فاصله ی h از کف در دیواره ی مخزن تعبیه کنیم، حداکثر فاصله ی افقی که جت طی می کند تا به زمین برخورد کند، کدام است؟



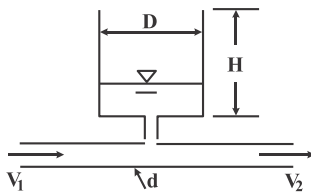
(۱)  $2\sqrt{H-h}$

(۲)  $2h$

(۳)  $2\sqrt{H(H-h)}$

(۴)  $2\sqrt{h(H-h)}$

۱۹- لوله ی شکل زیر، تانک متصل به آن را پر می کند. در زمان  $t=0$  عمق آب در تانک h است. زمان لازم برای پر شدن تانک تا عمق H کدام است؟



(۱)  $\frac{(D/d)^2}{(V_1 - V_2)(H-h)}$

(۲)  $\frac{(d/D)^2}{(V_1 - V_2)(H-h)}$

(۳)  $\frac{(H-h)}{(V_1 - V_2)(d/D)^2}$

(۴)  $\frac{(H-h)}{(V_1 - V_2)(D/d)^2}$

۲۰- در جریان سیالی، تابع جریان به صورت  $\psi = \frac{v}{2} \frac{y^2}{h} + A$  بیان شده است. کدام مورد درست است؟

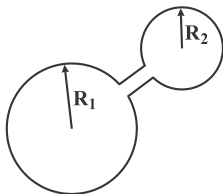
(۱) سیال تراکم پذیر - جریان چرخشی

(۲) سیال تراکم پذیر - جریان غیر چرخشی

(۳) سیال تراکم ناپذیر - جریان غیر چرخشی

(۴) سیال تراکم ناپذیر - جریان چرخشی

۲۱- وقتی دو قطره آب با اندازه های متفاوت ( $R_1 > R_2$ ) را با یک لوله مطابق شکل زیر به یکدیگر متصل کنیم، بعد از گذشت زمان لازم، چه اتفاقی می افتد؟



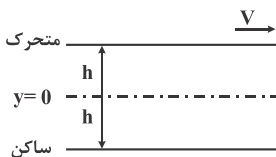
(۱) قطره ی بزرگ از بین می رود.

(۲) قطره ی کوچک از بین می رود.

(۳) دو قطره با اندازه ی یکسان خواهیم داشت.

(۴) قطره ها به همان شکل باقی می مانند.

۲۲- سیالی با ضریب ویسکوزیته ی دینامیکی  $\mu$  بین دو صفحه ی موازی افقی در اثر گرادیان فشار و حرکت صفحه ی بالایی جریان دارد. در جریان آرام و پایا،  $\frac{dp}{dx}$  چقدر باید باشد تا تنش در روی صفحه ی پایینی برابر صفر شود؟



(۱) صفر

(۲)  $\frac{2h^2}{\mu V}$

(۳)  $-\frac{\mu V}{2h^2}$

(۴)  $\frac{\mu V}{2h^2}$

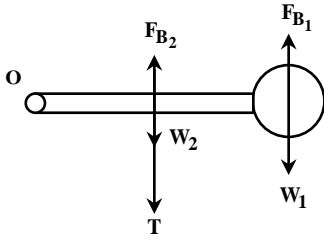
۱۶- گزینه «۲» نیروی شناوری مساوی نیروی وزن است.

$$F_{B_{water}} + F_{B_{Hg}} = W_{steel}$$

$$\gamma_w V_w + \gamma_{Hg} V_{Hg} = \gamma_{steel} (V_w + V_{Hg}) \quad , \quad V_w + s_2 V_{Hg} = s_1 V_w + s_1 V_{Hg}$$

$$A h_1 + s_2 A h_2 = s_1 (A) (h_1 + h_2) \quad , \quad \frac{h_1}{h_2} + s_2 = s_1 \frac{h_1}{h_2} + s_1$$

$$\frac{h_1}{h_2} (1 - s_1) = s_1 - s_2 \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{s_2 - s_1}{s_1 - 1}$$



۱۷- گزینه «۱» مجموع گشتاورها را نسبت به نقطه O مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\sum T = \Delta (F_{B1} - W_1) + \sum (F_{B2} - W_2)$$

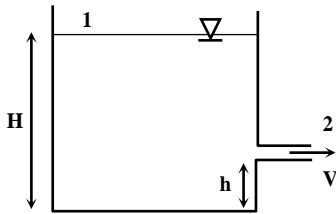
$$\sum T = \Delta V_1 (\gamma_w - \gamma_{چوب}) + \sum V_2 (\gamma_w - \gamma_{چوب})$$

$$V_2 = \frac{\pi D^2}{4} L = \frac{\pi \times 0.04^2}{4} \times 4 = 0.04\pi$$

$$V_1 = \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{3} \times 1 = \frac{4\pi}{3}$$

$$\sum T = \Delta \times \frac{4\pi}{3} \times (10^4 - 7 \times 10^3) + 2 \times 0.04\pi \times (10^4 - 7 \times 10^3) \Rightarrow T = 10120\pi$$

۱۸- گزینه «۴»



$$\text{برنولی بین ۱ و ۲: } \frac{\rho_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2y} + H = \frac{\rho_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2y} + h$$

$$\frac{V_2^2}{2y} = H - h$$

$$\text{حرکت پرتابه‌ای: } y = \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0} \right)^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{\sqrt{2g(H-h)}} \right)^2 \Rightarrow x^2 = 4h(H-h) \Rightarrow x = 2\sqrt{h(H-h)} \quad (\text{گزینه (۴)})$$

$$x_{\max} : \frac{\partial x}{\partial h} = \frac{2 \times (H - 2h)}{2\sqrt{h(H-h)}} = 0 \Rightarrow h = \frac{H}{2} \Rightarrow x_{\max} = 2\sqrt{\frac{H}{2} \left( H - \frac{H}{2} \right)} = 2 \times \frac{H}{2} = H = 2h \quad (\text{گزینه (۲)})$$

اگر منظور سؤال این باشد که فاصله h را تغییر می‌دهیم تا x حداکثر به دست آید گزینه (۲) درست است، ولی اگر h ثابت باشد گزینه (۴) درست است. با توجه به کلید سازمان سنجش منظور h ثابت است، پس گزینه (۴) درست است.

$$Q_{out} = A(V_1 - V_2)$$

۱۹- گزینه «۳» دبی خارج شده از لوله برابر است با:

همین دبی باید به تانک وارد شود:

$$Q_{out} = Q_{in} \rightarrow A_1(V_1 - V_2) = \frac{A_2 \times (H - h)}{t}$$

$$t = \frac{A_2(H-h)}{A_1(V_1 - V_2)} = \frac{D^2(H-h)}{d^2(V_1 - V_2)}$$





$$\psi = \frac{v}{2} \frac{y^2}{h} + A$$

۲۰- گزینه «۲»

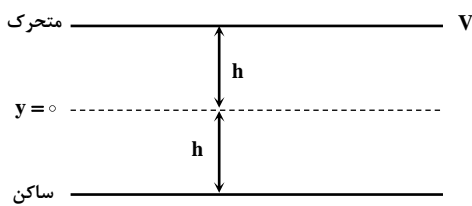
اگر برای سیال، تابع جریان تعریف شود حتماً باید تراکم‌ناپذیر باشد. اما برای چرخشی بودن جریان باید لاپلاس تابع جریان حساب شود که داریم:

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{v}{2h} \neq 0$$

جریان چرخشی است و گزینه (۲) درست است.

۲۱- گزینه «۲» با توجه به رابطه لانگ پلاس که به صورت  $\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$  است فشار در قطره بزرگ کمتر است. از آنجا که سیال ترجیح می‌دهد کمترین سطح تماس را با محیط اطراف داشته باشد، پس قطره کوچک به قطره بزرگ (یعنی از فشار زیاد به فشار کم) می‌پیوندد.

۲۲- گزینه «۴» رابطه حاکم بر سیال دائم و توسعه‌یافته را می‌نویسیم:



$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{dp}{dx}$$

$$\mu \frac{d}{dy} \left( \frac{du}{dy} \right) = \frac{dp}{dx} \rightarrow u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + Ay + B$$

شرایط مرزی را اعمال می‌کنیم:

$$\begin{cases} y = -h \rightarrow u = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h^2 - Ah + B = 0 \\ y = h \rightarrow u = v \Rightarrow \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h^2 + Ah + B = v \end{cases} \Rightarrow A = \frac{v}{2h}, B = \frac{v}{2} - \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h^2$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 - \frac{v}{2h} y + \frac{v}{2} = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h^2$$

$$\tau_{\text{صفحه پایین}} = \mu \left( \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} (-h) - \frac{v}{2h} \right) = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{v\mu}{2h^2}$$

۲۳- گزینه «۴» از آنجا که هم تابع پتانسیل و هم تابع جریان هر دو به یک میدان سرعت می‌رسند، پس اگر هر کدام در این معادله صدق کنند باید گفت دیگری نیز این معادله را ارضا می‌کند. پس یا گزینه (۳) درست است یا گزینه (۴). حال معادله لاپلاس تابع پتانسیل را چک می‌کنیم تا معادله پیوستگی را بررسی کنیم:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( U_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \right) \right) - \frac{1}{r^2} \left( U_\infty \left( r + \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta \right)$$

$$= \frac{1}{r} \left( U_\infty \cos \theta \left( 1 + \frac{R^2}{r} \right) \right) - \frac{1}{r^2} \left( U_\infty \left( r + \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta \right) = 0 \rightarrow \text{پس صدق می‌کند}$$

پس گزینه (۴) درست است. البته اگر به خاطر داشته باشیم می‌دانیم که توابع فوق مربوط به جریان پتانسیل حول استوانه هستند که حتماً معادله پیوستگی را ارضا می‌کنند.

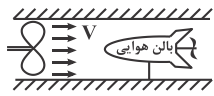
۲۴- گزینه «۳» رابطه ضخامت ممنوم را می‌نویسیم:

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U_\infty} \left( 1 - \frac{u}{U_\infty} \right) dy = \int_0^\delta \left( 1 - \exp\left(-\frac{ay}{\delta}\right) \right) \left( \exp\left(-\frac{ay}{\delta}\right) \right) dy = \int_0^\delta \left[ \exp\left(-\frac{ay}{\delta}\right) - \exp\left(-\frac{2ay}{\delta}\right) \right] dy$$

$$= \left. \left( -\frac{\delta}{a} \exp\left(-\frac{ay}{\delta}\right) + \frac{\delta}{2a} \exp\left(-\frac{2ay}{\delta}\right) \right) \right|_0^\delta = -\frac{\delta}{a} e^{-a} + \frac{\delta}{2a} e^{-2a} + \frac{\delta}{a} - \frac{\delta}{2a} = \frac{\delta}{2a} (e^{-2a} - e^{-a} + 1)$$



۲۵- قبل از ساخت یک موشک تصمیم گرفته‌ایم مدل کوچکی از آن به مقیاس  $\frac{1}{10}$  را در یک تونل باد مورد آزمایش قرار دهیم. اگر فشار در دماغه ( $P_{max}$ ) مدل، ۱۰۰ کیلوپاسکال باشد، فشار در دماغه موشک اصلی چند کیلوپاسکال تخمین زده می‌شود؟ (فرض کنید: ۱) تشابه دینامیکی برقرار است. ۲) خواص هوا در هر دو حالت یکی است. ۳) از اثرات ناشی از تراکم‌پذیری هوا می‌توان چشم‌پوشید.



- ۱ (۱) ۱۰۰
- ۲ (۲) ۱۰
- ۳ (۳) ۱۰۰۰
- ۴ (۴) ۱۰۰۰۰

۲۶- در جریان با رینولدز بالا، اگر دیسکی موازی جریان را به صورت عمود بر جریان قرار دهیم، نیروی پسا تقریباً ۲۰۰ برابر می‌شود. این مسئله را می‌خواهیم در جریانی با رینولدز بسیار پایین (جریان خزشی) آزمایش کنیم. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) در جریان خزشی نیروی پسا در این دو حالت افزایش نمی‌یابد.
- ۲) نسبت افزایش نیروی پسا در جریان خزشی، مساوی جریان با رینولدز بالا است.
- ۳) نسبت افزایش نیروی پسا در جریان خزشی، بیشتر از جریان با رینولدز بالا است.
- ۴) نسبت افزایش نیروی پسا در جریان خزشی، بسیار کمتر از جریان با رینولدز بالا است.

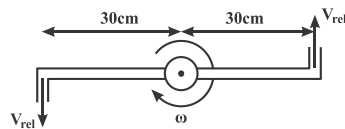
۲۷- دو جسم هم‌شکل و هم‌وزن و همگن ولی با اندازه‌های متفاوت را در نظر بگیرید که در آب یا در هوا رها کرده‌ایم. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) هر دو باشتاب جاذبه سقوط می‌کنند.
- ۲) هر دو با سرعت یکسان سقوط می‌کنند.
- ۳) جسم بزرگ‌تر در هوا و آب سرعت کمتری دارد.
- ۴) جسم کوچک‌تر در هوا و آب سرعت کمتری دارد.

۲۸- در مورد زیرکردن توپ تنیس، ضریب برآی (Lift) و ضریب پسای (drag) به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

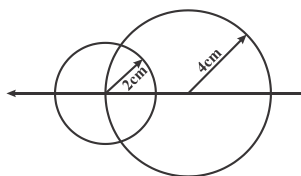
- ۱) افزایش - کاهش
- ۲) کاهش - افزایش
- ۳) افزایش - افزایش
- ۴) کاهش - کاهش

۲۹- شکل زیر یک آب‌پاش را نشان می‌دهد. سطح مقطع هر یک از دو نازل ۵ میلی‌متر مربع و طول هر بازو ۳۰ سانتی‌متر است. اگر نیروهای اصطکاکی در یاتاقان‌ها ناچیز باشند و دبی حجمی آب ۱/۰۰۰۰ مترمکعب بر ثانیه باشد، سرعت دورانی آب‌پاش چند رادیان بر ثانیه است؟



- ۱) ۱۱/۱۱
- ۲) ۲۲/۲۲
- ۳) ۴۴/۴۴
- ۴) ۳۳/۳۳

۳۰- ذره نشان داده شده در شکل زیر در حال حرکت در هوایی به دمای ۲۷ درجه سانتی‌گراد است. با توجه به دو اغتشاش نشان داده شده در شکل، دمای سکون چند کلوین است؟



- ۱) ۴۸۰
- ۲) ۵۴۰
- ۳) ۶۶۰
- ۴) ۷۶۰

۳۱- دو مخزن صلب با حجم برابر توسط یک شیر به هم متصل شده‌اند، مجموعه به صورت کامل عایق شده و در حالت اولیه فشار گاز موجود در مخزن A، دو برابر فشار مخزن B و دمای مخزن A نصف دمای مخزن B است. شیر باز می‌شود و به مجموعه زمان کافی داده می‌شود که به حالت تعادل برسد. دمای حالت تعادل نهایی چند برابر دمای اولیه مخزن A است؟

گاز درون دو مخزن یسکان بوده و مانند گاز ایده‌آل رفتار می‌کند، همچنین ظرفیت گرمایی ویژه را ثابت فرض کنید.



- ۱)  $\frac{1}{4}$
- ۲)  $\frac{2}{3}$
- ۳)  $\frac{6}{5}$
- ۴)  $\frac{3}{2}$



در هر لحظه‌ای مانند  $t = T$  باید از نقطه  $(1,1)$  عبور کند. پس در لحظه  $T$  باید در  $(1,1)$  قرار داشته باشد.

$$1 = \ln(1+T) + C_1 \Rightarrow C_1 = 1 - \ln(1+T)$$

$$1 = T + C_2 \Rightarrow C_2 = 1 - T$$

$$\text{در لحظه صفر} \begin{cases} x = 1 - \ln(1+T) \\ y = 1 - T \Rightarrow T = 1 - y \end{cases}$$

$$x = 1 - \ln(2 - y) \Rightarrow y = 2 - e^{1-x}$$

۲۴- گزینه «۳» می‌دانیم که اساس به دست آوردن گروه‌های بی‌بعد بررسی ماتریس ابعادی است و باید رتبه این ماتریس حساب شود. لازم به ذکر است زمانی می‌توان گزینه‌های (۱) یا (۲) را استفاده کرد که گروه‌های بی‌بعد در دو سیستم ابعادی FLT و MLT یکی باشد اما همیشه این موضوع صادق نیست و بعضاً این دو سیستم جواب‌های متفاوت دارند.

$$Re_L = Re_p \Rightarrow \frac{V_m L_m}{\nu} = \frac{V_p L_p}{\nu} \quad \text{۲۵- گزینه «۱» اولین گروه بی‌بعدی که باید بررسی شود رینولدز است.}$$

$$\frac{U_m}{V_p} = \frac{L_p}{L_m} = 1 \quad \text{هر دو هوا هستند پس } V_m = V_p$$

$$Eu_L = Eu_p \Rightarrow \frac{\Delta P_m}{\rho V_m^2} = \frac{\Delta P_L}{\rho V_L^2} \quad \text{حال با توجه به اهمیت فشار عدد بی‌بعد اویلر را چک می‌کنیم:}$$

$$\frac{\Delta P_m}{\rho V_m^2} = \frac{\Delta P_L}{\rho V_L^2} = 1 \quad \text{پس باز هم } P_L = P_m \text{ به خاطر سیال یکسان، برابر هستند:}$$

$$\Delta P_L = 1 \quad \text{از آنجا که } \Delta P_m = 100 \text{ است، پس داریم:}$$

۲۶- گزینه «۴» زمانی که دیسک از حالت موازی به عمودی تغییر می‌کند نیروی پسای حاصل از فشار بسیار زیاد می‌شود. از آنجا که در جریان خزشی نیروی پسای حاصل از فشار تقریباً صفر است، پس گزینه (۴) درست می‌باشد.

۲۷- گزینه «۳» زمانی که دو جسم هم وزن باشند ولی حجم آن‌ها متفاوت باشد نیروی بویانسی بیشتری به جسم با حجم بیشتر وارد می‌شود. علاوه بر آن هر چه جسم بزرگ‌تر باشد درگ روی آن بیشتر است (البته با شکل ثابت) پس گزینه (۳) درست می‌باشد چرا که نیروی بیشتر سرعت جسم را کم می‌کند.

۲۸- گزینه «۱» در مورد نیروی درگ باید گفت که حتماً کاهش می‌یابد، چرا که زبر کردن سطح باعث به تعویق افتادن جدایش و کاهش نیروی درگ می‌شود اما در مورد نیروی لیفت نمی‌توان نظر قطعی داد چرا که جریان اطراف جسم اهمیت دارد، اما اگر زاویه حرکت به گونه‌ای باشد که جریان به زیر توپ برخورد کند زبری باعث کاهش هر چه بیشتر سرعت زیر توپ می‌شود که در نتیجه آن فشار و نیروی برآی افزایش می‌یابد.

$$Q_{\text{هرشاخه}} = \frac{Q}{2} = \frac{10^{-4}}{2} = 5 \times 10^{-5} \frac{m^3}{s} \quad \text{۲۹- گزینه «۴» ابتدا سرعت خروجی را به صورت مقابل حساب می‌کنیم:}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{5 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-6}} = 10 \frac{m}{s}$$

گشتاوری به مجموعه وارد نمی‌شود پس ممنتوم زاویه‌ای باید صفر باشد، اما لازم به ذکر است برای محاسبه ممنتوم زاویه‌ای سرعت مطلق لازم است. دبی به ما سرعت نسبی را می‌دهد، پس سرعت مطلق به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} V_{\text{abs}} &= V_{\text{rel}} - \omega R \\ \sum T &= r m V \\ V_{\text{rel}} &= \omega R \end{aligned}$$

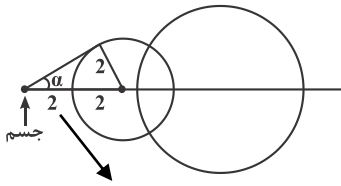
سرعت مطلق باید صفر باشد:

$$V_{\text{rel}} = \omega R$$

$$\omega = \frac{V_{\text{rel}}}{R} = \frac{10}{0.3} = 33.33$$



۳۰- گزینه «۲» این سؤال در شکل یک پارامتر کم دارد. در این سؤال ابتدا باید ماخ از روی زاویه ماخ به صورت زیر حساب شود.



$$\frac{1}{M} = \sin \alpha = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow M = 2$$

این تعداد باید در شکل صورت سؤال داده می‌شد که احتمالاً ۲ است.

سرعت سکون به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)M^2$$

پس داریم:

$$\frac{T_0}{T_{\infty}} = 1 + \left(\frac{1/4-1}{2}\right)2^2 = 1 + 0/8 = 1/8 \Rightarrow T_0 = 54 \cdot k$$

$$P_A = 2P_B, \quad T_A = \frac{1}{2}T_B$$

۳۱- گزینه «۳» طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$m_f U_f = m_A U_A + m_B U_B$$

با توجه به عایق بودن مجموعه و عدم توانایی انجام کار می‌توان نتیجه گرفت که انرژی کل ثابت است. پس داریم:

$$m_f = m_A + m_B$$

از رابطه گاز ایده‌آل خواهیم داشت:

$$m_A = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{2P_B V_B}{R \cdot \frac{1}{2}T_B} = 4m_B$$

$$m_f = 5m_B$$

$$m_f C_f T_f = m_A C_A T_A + m_B C_B T_B$$

C در همه حالات برابر است پس داریم:

$$T_f = \frac{m_A T_A + m_B T_B}{m_f} = \frac{3}{5}T_B = \frac{6}{5}T_A$$

۳۲- گزینه «۲» برای به دست آوردن بازده قانون دوم لازم است تا معادله تعادل انرژی را بنویسیم. برای اینکه این معادله را ساده بنویسیم می‌توان گفت که پره کار انجام می‌دهد تا دمای سیال بالا برود اما هم زمان مقداری از کار پره صرف جبران آنتروپی تولیدی می‌شود پس می‌توان نوشت:

$$W_{ad} = W_{\text{ایده‌آل}} + T_0 S_{\text{gen}}$$

منظور از ایده‌آل همان ایزنتروپیک است.

$$\eta_{II} = \frac{W_S}{W_{ad}} = \frac{W_{\text{ایده‌آل}}}{W_{act}} = \frac{W_{act} - T_0 S_{\text{gen}}}{W_{act}}$$

$$\eta_{II} = 1 - \frac{T_0 S_{\text{gen}}}{W_{act}}$$

$$Q - W = \Delta u \Rightarrow W = -\Delta U = mc\Delta T$$

از قانون اول داریم:

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sys}} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta_{II} = 1 - \frac{T_0 \ln \frac{T_2}{T_1}}{\Delta T}$$



۴۱- معادله حالت گاز واندروالس  $P = \frac{RT}{v-a} - \frac{b}{v^2}$  و ضریب انبساط حجمی گاز  $\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$  هستند، درجه حرارت در نقطه وارونگی (Inversion Temperature) کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{\alpha}$       (۲)  $\frac{\alpha}{1-\alpha}$       (۳)  $\alpha^2(1-\alpha)$       (۴)  $\alpha(1-\alpha)^2$

۴۲- دو استخر A و B با مقادیر مساوی آب پر شده‌اند.  $m_A = m_B = m$ . در ابتدا استخر A گرم‌تر از استخر B است.  $T_{A_0} > T_{B_0}$  که  $T_{A_0}$  دمای اولیه استخر A و  $T_{B_0}$  دمای اولیه استخر B است. دو استخر در تماس حرارتی با یکدیگر قرار می‌گیرند و نهایتاً به تعادل حرارتی می‌رسند. آنتروپی تولیدی ناشی از تبادل حرارت  $S_{gen}$  کدام است؟ (C گرمای ویژه آب و  $T_f$  دمای نهایی تعادل است.)

(۱)  $mC \ln \frac{T_f}{\sqrt{T_{A_0} T_{B_0}}}$       (۲)  $mC \ln \frac{T_f}{T_{A_0}} \times mC \ln \frac{T_f}{T_{B_0}}$       (۳)  $mC \ln \frac{T_f}{T_{A_0} + T_{B_0}}$       (۴)  $mC \ln \frac{T_f}{T_{A_0} T_{B_0}}$

۴۳- یک مخزن عایق حاوی یک کیلوگرم هوا با حجم  $\frac{1}{3}V$  در دمای  $T_1$  و فشار  $P_1$  قرار دارد. غشای بین هوا و قسمت خلأ برداشته می‌شود. میزان انهدام انرژی کدام است؟ (V حجم کل مخزن است.)

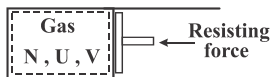


(۱)  $\frac{P_1 V}{3} \ln 4$       (۲)  $\frac{P_1 V}{4} \ln 4$       (۳)  $\frac{P_1 V}{3} \ln 3$       (۴)  $\frac{P_1 V}{4} \ln 3$

(۱)  $V_1 = \frac{V}{3}$       (۲)  $V_1 = \frac{V}{4}$

(۳)  $V_2 = \frac{2V}{3}$       (۴)  $V_2 = \frac{2V}{4}$

۴۴- فرایند برگشت‌پذیر و بی‌دررو انبساط گاز در داخل یک سیلندر و پیستون مطابق شکل در نظر گرفته می‌شود، در طی فرایند انبساط.....



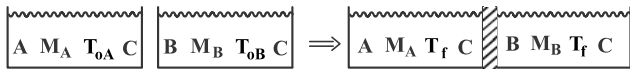
- توزیع مجدد ذرات روی ترازهای انرژی اتفاق نمی‌افتد در نتیجه تعداد میکرواستیت‌ها ثابت و آنتروپی ثابت می‌ماند.
- توزیع مجدد ذرات روی ترازهای انرژی اتفاق نمی‌افتد در نتیجه تعداد میکرواستیت‌ها افزایش و آنتروپی افزایش می‌یابد.
- ارتقای ترازهای انرژی به مقادیر جدید اتفاق نمی‌افتد در نتیجه تعداد میکرواستیت‌ها ثابت و آنتروپی ثابت می‌ماند.
- توزیع مجدد ذرات روی ترازهای انرژی اتفاق نمی‌افتد در نتیجه تعداد میکرواستیت‌های سیستم ثابت و آنتروپی هم ثابت می‌ماند.

۴۵- یک گاز تک اتمی که دو تراز انرژی الکترونیک آن فعال است ( $\epsilon_{e1}, \epsilon_{e0} = 0$ ) در نظر است، این دو تراز انرژی دارای دینوربسی  $g_{e0} = g_{e1} = 1$

هستند، تابع تقسیم الکترونیک کدام یک است؟ ( $y = \frac{\epsilon_{e1}}{KT}$ )

(۱)  $z_e = 1 + e^y$       (۲)  $z_e = 1 + e^{-y}$       (۳)  $z_e = 1 - e^{-y}$       (۴)  $z_e = 1 - e^y$

۴۲- گزینه «۴» از رابطه تغییر آنتروپی در مایعات برای محاسبه تغییر آنتروپی متغیرهای A و B و در نتیجه آنتروپی تولیدی طی فرایند تبادل حرارت دو استخر استفاده می‌شود:



$$S_{gen} = \Delta S_A + \Delta S_B = m_A c \ln \frac{T_f}{T_{A_0}} + m_B c \ln \frac{T_f}{T_{B_0}}, \quad m_A = m_B = m$$

$$S_{gen} = mc \left[ \ln \frac{T_f}{T_{A_0}} + \ln \frac{T_f}{T_{B_0}} \right] = mc \ln \left[ \frac{T_f}{T_{A_0}} \times \frac{T_f}{T_{B_0}} \right]$$

$$S_{gen} = mc \ln \left[ \frac{T_f^2}{T_{A_0} T_{B_0}} \right]$$

سنجش گزینه (۳) را به عنوان پاسخ اعلام کرده است، ولی با توجه به توضیحات فوق، گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

۴۳- گزینه «۳» از رابطه تغییر انرژی (exergy) سیستم طی یک فرایند معین از حالت ۱ به حالت ۲ با صرف نظر از تغییر انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$ex. = \left[ h - T_0 s + \frac{V^2}{2} + gz \right] - \left[ h_0 - T_0 s_0 \right]$$

$$\Delta ex. = [h_2 - h_1] - T_0 [s_2 - s_1], \quad h = c_p T \text{ (آنتالپی گاز کامل)}$$

$$s = c_v \ln T + R \ln V \text{ (آنتروپی گاز کامل)}, \quad \Delta ex. = c_p [T_2 - T_1] - T_0 \left[ c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right]$$

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \Delta Ex. = m \Delta ex. = 1 \times \Delta ex. = \Delta ex., \quad v_1 = \frac{V_1}{m} = v_1, \quad v_2 = \frac{V_2}{m} = v_2$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک برای سیستم‌های بسته، طی فرایند پاره شدن غشاء دمای گاز تغییر نمی‌کند:

$$\Delta U = Q - W, \quad Q = 0 \text{ (مخزن عایق)}$$

$$W = 0 \text{ (} P_{ex} = 0 \text{ وجود خلأ)}, \quad \Delta U = 0 - 0 = 0, \quad \Delta U = mc_v \Delta T = 0$$

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T_2 = T_1, \quad V_1 = \frac{V}{3} \text{ (حجم اولیه هوا)}, \quad V_2 = \frac{2V}{3} + \frac{V}{3} = V \text{ (حجم نهایی هوا)} \Rightarrow \Delta Ex. = c_p [T_1 - T_1] - T_0 \left[ c_v \ln \frac{T_1}{T_1} + R \ln \frac{V}{\frac{V}{3}} \right]$$

$$\Delta Ex. = -RT_0 \ln 3, \quad PV = mRT, \quad m = 1 \Rightarrow P_1 V_1 = RT_1, \quad T_1 = T_0 \text{ (فرض می‌شود)}$$

$$P_1 \frac{V}{3} = RT_0 \Rightarrow \Delta Ex. = -\frac{P_1 V}{3} \ln 3$$

۴۴- گزینه «۱» در فرایند انبساط گاز درون سیلندر - پیستون داده شده تعداد ذرات گاز [N] ثابت مانده، حجم گاز (V) افزایش یافته و انرژی گاز (E) طبق قانون اول ترمودینامیک برای سیستم‌های بسته کاهش می‌یابد. لذا تعداد میکرواستیت‌ها یا میکروحالت‌های سیستم (Ω) که تابع مستقیمی از N، V و E گاز است، ثابت می‌ماند (یک پارامتر ثابت، یک پارامتر افزایشی و یک پارامتر کاهش‌ی است). لذا توزیع مجدد ذرات بر روی ترازهای انرژی اتفاق نمی‌افتد. ثابت ماندن Ω از رابطه پلانک که ارتباط بین Ω و آنتروپی (s) را بیان می‌کند نیز قابل تشخیص است:

$$s = K_B \ln \Omega \text{ (رابطه پلانک)}, \quad K_B = 1/38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ (ثابت بولتزمن)}$$



از دیدگاه ماکروسکوپی فرایند انبساط داده شده به دو دلیل بی‌دررو بودن ( $Q = 0$ ) و برگشت‌پذیر بودن لزوماً یک فرایند آیزنتروپیک یا آنتروپی - ثابت می‌باشد؛ لذا طبق رابطه پلانک تعداد میکروحالت‌های سیستم ( $\Omega$ ) به دلیل ثابت ماندن آنتروپی ( $S$ ) طی این فرایند انبساط، ثابت می‌ماند و به این ترتیب توزیع مجدد ذرات بر روی ترازهای انرژی اتفاق نمی‌افتد.

از طرفی به دلیل افزایش حجم سیستم گازی، ارتقای ترازهای انرژی به مقادیر جدید لزوماً اتفاق می‌افتد.

$$\Delta E = Q - W \quad , \quad Q = 0 \quad (\text{فرایند بی‌دررو}) \quad , \quad W = \int P_{\text{ex}} dV = P_{\text{ex}} \Delta V$$

$$\Delta E = 0 - P_{\text{ex}} \Delta V = -P_{\text{ex}} \Delta V \quad , \quad \Delta V > 0 \quad (\text{فرایند انبساط}) \quad , \quad P_{\text{ex}} > 0 \Rightarrow \Delta E < 0$$

۴۵- گزینه «۲» از رابطه تابع پارش یا تابع تقسیم گاز کامل تک اتمی به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$z = \sum_i g_i e^{-\beta E_i} \quad [I] \quad , \quad g_i \quad (\text{تمایل ذاتی هر ذره به اشغال تراز انرژی } E_i)$$

$$\beta = \frac{1}{K_B T} \quad , \quad K_B = 1/38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (\text{ثابت بولتزمن})$$

$$z_e = \sum_i g_{ei} e^{-\beta \epsilon_{ei}} = \sum_i g_{ei} e^{-\frac{\epsilon_{ei}}{K_B T}}$$

رابطه I برای تابع تقسیم الکترونیک به شکل مقابل بازنویسی می‌شود:

برای یک گاز تک اتمی با دو تراز انرژی الکترونیک، تابع تقسیم الکترونیک به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$z_e = g_{e0} e^{-\frac{\epsilon_{e0}}{K_B T}} + g_{e1} e^{-\frac{\epsilon_{e1}}{K_B T}} \quad , \quad g_{e0} = g_{e1} = 1 \quad , \quad \epsilon_{e0} = 0$$

$$z_e = 1 \times e^{-\frac{0}{K_B T}} + 1 \times e^{-\frac{\epsilon_{e1}}{K_B T}} = 1 + e^{-\frac{\epsilon_{e1}}{K_B T}} \quad , \quad \frac{\epsilon_{e1}}{K_B T} = y \Rightarrow z_e = 1 + e^{-y}$$