# سؤالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

## زبان عمومی

### PART A: Grammar 1

**1- The popularity of game theory has varied ..... economics.**

1) to be introduced by
2) in order to introduce into
3) since its introduction into
4) from its introduction by

**2- Although there are many definitions of epistemology, ..... is probably ..... Brian MacMahonetal.**

1) most widely accepted one - by
2) the one most wide accepted – from
3) one mostly wide accepted – those by
4) the most widely accepted - that of

**3-This debate, ..... on such values as equality and liberty, may never be finally resolvable.**

1) it turns
2) turning as it does
3) which it turns
4) turning it does

**4- Experiments involve introducing a planned intervention, ..... a "treatment" into a situation.**

1) as usually referred to
2) as usually referring to
3) referring usually as
4) usually referred to as

**5- Research in the history of the family has progressed from the narrow view of the family as a household unit ..... as a process over the entire lives of its members.**

1) to consider itself
2) of considering it such
3) to considering it
4) for considering such

**6- In every war, each side tends to regard its own goals as legitimate and ..... illegitimate.**

1) those of the other as
2) one of the other as
3) ones for others being
4) that for others being

**7- Inflation is generally taken to be the rise of prices, or, ....., the fall of the general purchasing power of the monetary unit.**

1) to put other way round
2) to put it round other way
3) putting the way other round
4) put the other way round

**8- ..... the human brain is a "language learning" organ is provided by neurological studies of language disorders.**

1) Supporting further the view which
2) To support further the view which
3) Further supporting the view that
4) Further support for the view that

**9- Mass media ..... a new social institution, concerned with the production of knowledge ..... sense of the word.**

1) together comprising - in the widest
2) together comprise - in the widest
3) altogether comprised of - in most widely
4) is altogether comprised of - in most widely

# استعداد تحصیلی

## بخش اول: درک مطلب

■ در این بخش، چند متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤالاتی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آن‌چه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

### متن (۱)

بعد از ساخت اولین سلول مصنوعی، شاهد پیشرفت کوچک دیگری در زمینه ساخت ارگانیزم‌های مصنوعی هستیم: سیستم گوارش مصنوعی. توانایی اصلی این سیستم، می‌تواند کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل باشد. روبات‌هایی که بتوانند غذای خود را تامین و تغذیه کنند. [۱]

در تلاش برای تولید چنین روبات‌هایی، محققان به استفاده از مواد انرژی‌زای آلی به عنوان منبع انرژی روی آوردند. روبات‌ها با داشتن سامانه قابل تغذیه خود قادر خواهند بود برای مدت طولانی‌تری بدون دخالت انسان کار کنند. چنین روبات‌هایی در گذشته نیز به نمایش در آمده‌اند؛ روبات‌هایی که می‌توانستند به کمک سلول‌های سوختی میکروبی یا MFC انرژی تولید کنند. هر چند تاکنون، هیچ‌کس روی راهی برای دفع زباله زیادی که این روبات‌ها بر جا می‌گذارند، کار نکرده است. [۲]

کریس ملهویش مدیر یک آزمایشگاه علوم روباتی می‌گوید؛ این روبات‌ها به یک سیستم گوارش مصنوعی احتیاج داشتند. او از سه سال پیش تاکنون به همراه گروه کاری‌اش روی این موضوع کار کرده است که در نتیجه موفق به ساخت روبات اکوبوت ۳ شده‌اند. [۳]

ملهویش تاکید می‌کند که diarrhoea-bot روبات خیلی بهتری خواهد بود. البته این روبات هم زباله تولید خواهد کرد؛ اما اولین روباتی است که با سوخت آلی و بدون کمک انسان کار می‌کند. مدل‌های قدیمی‌تر اکوبوت نشان دادند که می‌توان نیروی کافی را برای انجام فعالیت‌های اولیه روبات و بعضی از رفتارهای پیچیده‌تر روبات، مانند حرکت به سمت منبع نور، تولید کرد. هر چند بعد از تغذیه روبات، کار تمیز کردن و جمع‌آوری فضولات توسط انسان انجام می‌شود. [۴]

با طراحی یک دستگاه گوارش در روبات، اکوبوت ۳ می‌تواند به مدت یک هفته به فعالیت خود بدون دخالت انسان ادامه دهد و بدون کمک، از آب و غذای مخصوص خود استفاده کند. اکوبوت مثل یک روبات حرف‌گوش‌کن، هر بیست و چهار ساعت یک بار، زباله‌اش را در یک سطل آشغال خالی می‌کند. [۵]

یروپولوس می‌گوید راز این سیستم هاضمه، در استفاده از سیستم بازیابی متکی بر یک پمپ رولی است که با کمک نیروی جاذبه کار می‌کند. این سیستم مانند روده بزرگ انسان، حرکات موجی شکل همراه با فشاری در طول مجرا ایجاد می‌کند که باعث خارج‌شدن مواد زاید از آن می‌شود. [۶]

در ابتدای فرآیند هضم، روبات با چسبیدن به یک تغذیه کننده، مواد غذایی لازم را به دست می‌آورد. با این کار، مقداری از محلول نیمه فرآوری شده مغذی وارد دهان روبات می‌شود و از آن‌جا بین چهل و هشت MFC مجزا در درون روبات پخش می‌شود. این مایع در واقع غذایی شامل مواد معدنی، نمک مخمرها و مواد مغذی دیگر است. هر چند این غذا ظاهر زشتی دارد و به ظاهر بدمزه است، اما برای باکتری‌های موجود در شکم روبات دلچسب‌ترین غذا است! [۷]

در قلب این فرآیند، یک واکنش اکسایش ـ کاهش قرار دارد که در دهلیز آند MFC روبات رخ می‌دهد. همین طور که باکتری مواد آلی را سوخت و ساز می‌کند، اتم‌های هیدروژن آزاد می‌شوند. الکترون‌های هیدروژن، به الکترود مهاجرت کرده، جریان الکتریسیته تولید می‌کنند. به طور همزمان، یون‌های هیدورژن از لایه نازک مبادله پروتون عبور می‌کنند و وارد دهلیز کاتد سلول MFC که حاوی آب است، می‌شوند. در این‌جا اکسیژن حل شده در آب با پروتون‌ها ترکیب می‌شود و آب بیشتری تولید می‌کند. از آن‌جا که مایع همراه غذا به مرور بخار می‌شود، روبات باید به طور مرتب آب بنوشد که آن را از یک ورودی دیگر دریافت می‌کند. [۸]

سلول‌ها در دو ردیف بیست‌وچهارتایی قرار داشته و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که نیروی جاذبه بتواند تمامی مواد هضم نشده باقی‌مانده را به سمت یک مخزن مرکزی باریک هدایت و در آن‌جا جمع‌آوری کند. محتویات به طور مرتب از درون این مخزن بازیافت و به مخزن تغذیه کننده روبات هدایت می‌شوند تا قبل از دفع شدن، حداکثر انرژی از آن به دست آید. [۹]

یروپولوس می‌گوید: دفع مواد زاید نه تنها از پر و مسدود شدن سلول‌ها جلوگیری می‌کند، بلکه هر گونه ماده اسیدی تولید شده در دستگاه گوارش روبات را که ممکن است باعث مسموم کردن باکتری‌ها شود، از بین می‌برد. آن‌طور که از شواهد برمی‌آید، با وجود فرآیند بازیافت، سلول‌های سوختی قادرند چیزی در حدود یک درصد انرژی شیمیایی موجود در غذایشان را استخراج کنند. بر پایه توضیحات یروپولوس، روبات در حال حاضر از قطعات موجود در بازار استفاده می‌کند، بنابراین استفاده از قطعات سفارش شده و تغییر شکل آن‌ها به نحوی که سطح تماس بیشتری داشته باشند تا باکتری‌ها بتوانند خود را به آن بچسبانند، می‌توانند موجب تولید انرژی به مراتب بیشتری شود. [۱۰]

# پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۱

## زبان عمومی

### قسمت اول: گرامر ۱

۱ـ گزینه «۳» محبوبیت «نظریه بازی» از زمان مطرح شدنش در اقتصاد متنوع بوده است.

**توضیح گرامری: مبدأ زمان + since** یکی از علائم زمان حال کامل است. زمان حال کامل بر انجام کار یا روی دادن حالتی دلالت می‌کند که از زمان گذشته شروع شده و تا زمان حال ادامه یافته است یا اثر آن تاکنون باقی مانده باشد. ساختار آن به صورت زیر است.

**فاعل + have/has + p.p**

He has lived here since childhood. از بچگی، او در اینجا زندگی کرده است.

**توضیح تست:** از آنجا که **has varied** در این جمله نشان دهنده **زمان حال کامل** است، بنابراین جمله با گزینه (۳) که در آن واژه **since** به کار رفته کامل می‌شود.

گزینه (۴) نیز علاوه بر اینکه from در اینجا کاربرد ندارد، به دلیل استفاده از حرف اضافه نادرست by نادرست است.

---

۲ـ گزینه «۴» اگرچه تعاریف زیادی از معرفت‌شناسی وجود دارد، اما مقبول‌ترین تعریف احتمالاً متعلق به بریان مک ماهونتال است.

**توضیح گرامری:** قید عالی به صورت زیر ساخته می‌شود:

the + most + قید → the most widely

به این نکته توجه کنید که قبل از **قید عالی** باید حتماً از حرف تعریف **the** استفاده کنیم.

**توضیح تست:** accepted صفت است بنابراین باید از قید قبل از آن استفاده کرد. پس گزینه (۴) صحیح است.

The most widely accepted.

حرف تعریف قید صفت

---

۳ـ گزینه «۲» این بحث چون که ارزش‌هایی مثل آزادی و برابری را مطرح می‌کند، ممکن است هرگز قابل حل نباشد.

**توضیح گرامری:** turning as it does شکل دیگری از since it turns است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

---

۴ـ گزینه «۴» آزمایش‌ها معمولاً شامل مداخله برنامه‌ریزی‌شده‌ای هستند که غالباً «تداخل» نامیده می‌شود.

**توضیح گرامری:** قیدهای تکرار عبارتند از: always, usually, sometimes, often,

جای قیدهای تکرار در جمله، قبل از فعل اصلی یا بعد از فعل کمکی یا to be است.

She had always assumed that Gabriel was a girl name. او همیشه فکر می‌کرد که گابریل اسم دخترانه است.

فعل اصلی فعل کمکی

It is often difficult to translate poetry. ترجمه شعر اغلب دشوار است.

فعل to be

# استعداد تحصیلی

## بخش اول: درک مطلب

### پاسخ سؤالات متن (۱)

**۱۰۱ـ گزینه «۱»** در متن به این گزینه، در سطرهای اول و دوم به وضوح اشاره شده است. اما گزینه ۲ که می‌گوید (سلول مصنوعی کلیدی برای گوارش مصنوعی) به راحتی با توجه به مطالب سطر اول رد می‌شود، چون می‌گوید پس از ساخت سلول مصنوعی شاهد پیشرفت دیگری هستیم و صحبت از کلیدی بودن سلول مصنوعی برای روبات‌ها نشده است و گزینه‌های ۳ و ۴ به خودی خود رد می‌شوند، چون سیستم گوارش مصنوعی براساس سطر ۵ فقط کلیدی برای ساخت روبات‌های مستقل است نه اینکه روبات‌ها ساخته شده باشد و حالا نگران سیستم گوارشی آن باشیم.

**۱۰۲ـ گزینه «۳»** به پاراگراف چهارم دقت کنید آنجا که ملهویش راجع‌به روبات diarrhoea – bot حرف می‌زند.

بررسی گزینه ۱: براساس سطر ۱ در پاراگراف ۴ این گزینه نمی‌تواند صحیح باشد. هیچ جای دیگری گفته نشده است که اکوبوت ۳ زباله بیشتری بر جای می‌گذارد.

بررسی گزینه ۲: در سطر ۳ پاراگراف (۲) گفته شده است که MFC راهی برای تولید انرژی است و به خصوص که راجع به اولین MFC صحبت شده است و تا آخر پاراگراف ۹ در رابطه با بدست آمدن انرژی توضیح می‌دهد. بنابراین این گزینه غلط است.

بررسی گزینه ۴: با توجه به پاراگراف ۲ سطر ۲ و ۳ این گزینه نیز صحیح نیست.

**۱۰۳ـ گزینه «۴»** چون تقریباً تمام انرژی حاصل از سوخت مصرف می‌شود و مواد زاید برای زیست محیطی ندارد و حتی آب اضافی هم به چرخه‌ی مصرف روبات بازگردانده می‌شود.

**۱۰۴ـ گزینه «۴»** I صحیح نمی‌باشد چون در پاراگراف ۸ سطر ۱ می‌گوید در قلب این **فرآیند**، اما عبارت I می‌گوید؛ در قلب MFC روبات، که صحیح نیست چون روبات قلب ندارد.

عبارت گزینه II در پاراگراف ۹ اشاره شده است و صحیح است و عبارت III در پاراگراف ۶ اشاره شده است و صحیح است پس گزینه ۴ که II و III را صحیح می‌داند، گزینه مناسب است.

**۱۰۵ـ گزینه «۱»** در پاراگراف ۷ به خصوص در سطر آخر توضیح کامل داده شده است.

بررسی گزینه ۲: پاراگراف ۶ اشاره می‌کند که سیستم گوارش روبات ۲ به کمک نیروی جاذبه کار می‌کند نه صرفاً با نیروی جاذبه پس گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد.

بررسی گزینه ۳: پاراگراف ۸ می‌گوید، آب اضافه تولید می‌شود اما در هیچ قسمتی گفته نشده است که بخشی از آن جذب و بخش دیگری دفع می‌شود.

بررسی گزینه ۴: پاراگراف ۱۱، ۱۲ و ۱۳ به عقیده رابرت فینکل اشتاین در این مورد اشاره می‌کند، اما در پاراگراف ۱۳ نظر نویسنده یکی از مزیت‌های MFC را توضیح می‌دهد. پس این گزینه هم صحیح نمی‌باشد. در واقع اشتاین از فناوری MFC انتقاد می‌کند و آن را بی‌فایده می‌داند و در پاراگراف دیگر EATR را که به جای خوردن یا هضم کردن مواد انرژی‌زای آلی انرژی خود را از سوزاندن آن به دست می‌آورد، برجسته می‌سازد.

### پاسخ سؤالات متن (۲)

**۱۰۶ـ گزینه «۲»** چون گزینه (۱) می‌گوید هدف اصلی نویسنده اشاره به کاستی‌های گروه اُپرا است در حالی که ما می‌بینیم که همه تلاش‌ها اعم از مثبت و منفی را راجع به گروه اُپرا توضیح می‌دهد پس تنها نمی‌خواهد کاستی‌های آنها را نشان بدهد.

گزینه (۳) می‌گوید بر شمردن دانشمندانی که بر علیه انیشتن موضع گرفته‌اند، که این طور نیست. فقط گروه اُپرا و با این مورد خاص مورد بررسی قرار گرفته است.

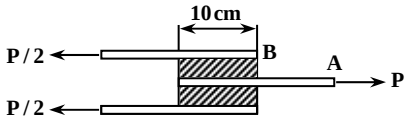
گزینه (۴) هرچند در پاراگراف ۷ دیدگاه‌های مختلف بیان شده است اما به خصوص در سطور آخر به نظر می‌رسد که دانشمندان با بی‌طرفی به این آزمایشات می‌نگرند و قصدشان فقط تقابل نیست. در سطر ۳۶ می‌گوید دانشمندان همیشه خودنسرد و بی‌طرف تلاش می‌کنند و یا در سطر ۳۷ می‌گوید (اگر نتایج آزمایش‌های اخیر تأیید شود) پس منتظر تأیید هم هستند و نه فقط تقابل با آن.

## سؤالات مهندسی عمران ـ مدیریت ساخت

**۱ـ یک مقطع جدار نازک نیم دایره‌ای شکل به ضخامت $t = 1cm$ و شعاع متوسط $R = 20\ cm$ تحت لنگر پیچشی $T = 1/2kN.m$ قرار دارد. حداکثر تنش برشی ایجاد شده در مقطع بر حسب مگاپاسکال به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟**

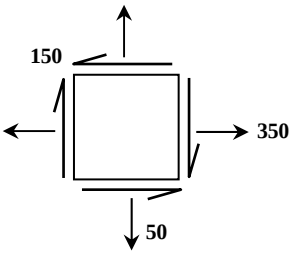
۱) $\frac{45}{\pi}$ ۲) $\frac{30}{\pi}$ ۳) $\frac{90}{\pi}$ ۴) $\frac{180}{\pi}$

**۲ـ دو لایه لاستیکی به ابعاد $2cm \times 10 \times 10$ به سه ورق فولادی صلب متصل شده‌اند. ورق‌های فولادی مطابق شکل بارگذاری شده‌اند. اگر $P = 1kN$ باشد، میزان تغییر مکان افقی نقطه A نسبت به B چند سانتی‌متر است؟ ضخامت عمود بر صفحه $10cm$ و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون لاستیک به ترتیب $E = 3 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$ و $\nu = 0/5$ است.**



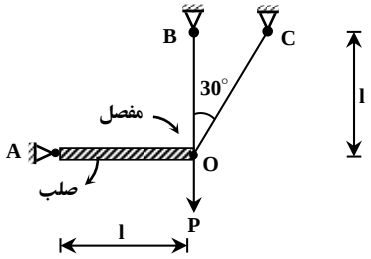

۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۱۵
۴) ۰/۲

**۳ـ وضعیت تنش در یک نقطه از جسمی به صورت مقابل است (واحد تنش‌ها MPa). وضعیت اصلی تنش نسبت به وضعیت نشان داده شده با دوران ..... درجه در جهت ..... حاصل می‌شود.**



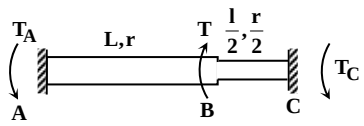

۱) ۲۲/۵ + پاد ساعتگرد
۲) ۴۵ـ ساعتگرد
۳) ۴۵+ پاد ساعتگرد
۴) ۶۷/۵ + پاد ساعتگرد

**۴ـ در سازه شکل مقابل نسبت نیروی میله BO به نیروی میله CO چقدر است؟ میله‌های BO و CO از یک جنس و دارای سطح مقطع یکسانند.**




۱) $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{5}{3}$
۳) ۲
۴) ۴

**۵ـ دو میله هم‌جنس با مقطع دایره که طول و شعاع مقطع آنها روی شکل مشخص شده است به هم‌دیگر جوش داده شده‌اند و به صورت گیردار به نقاط A و B متصل گردیده‌اند. اگر مجموعه در نقطه B توسط لنگر پیچشی T بارگذاری شود، نسبت عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی $\frac{T_A}{T_C}$ چقدر است؟**




۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

# پاسخنامه مهندسی عمران ـ مدیریت ساخت

**۱ـ گزینه «۴»** حداکثر تنش برشی ایجاد شده ناشی از لنگر پیچشی در مقاطع جدار نازک باز، توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 ab^2}$$

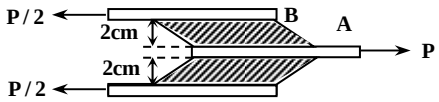
در رابطه فوق، a برابر محیط مقطع و b برابر ضخامت مقطع است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} a = \pi R = \pi(200) = 200\pi\,mm \\ b = t = 10\,mm \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b} > 10 \Rightarrow c_1 = \frac{1}{3}$$

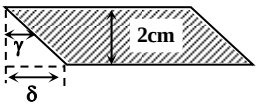
$$(1) \Rightarrow \tau_{max} = \frac{1/2\times10^6\ N.mm}{\frac{1}{3}\times(200\pi\,mm)\times(10^2\ mm^2)} = \frac{1/2\times10^2}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{180}{\pi}$$

---

**۲ـ گزینه «۲»** پس از اعمال نیروی P وضعیت صفحات و لایه‌های لاستیکی به صورت زیر خواهد بود:




همان‌طور که از شکل مشخص است، مقدار تغییر مکان افقی نقطه A نسبت به نقطه B برابر δ بوده که همان جابه‌جایی افقی سطح تحتانی لایه لاستیکی نسبت به سطح فوقانی آن است.

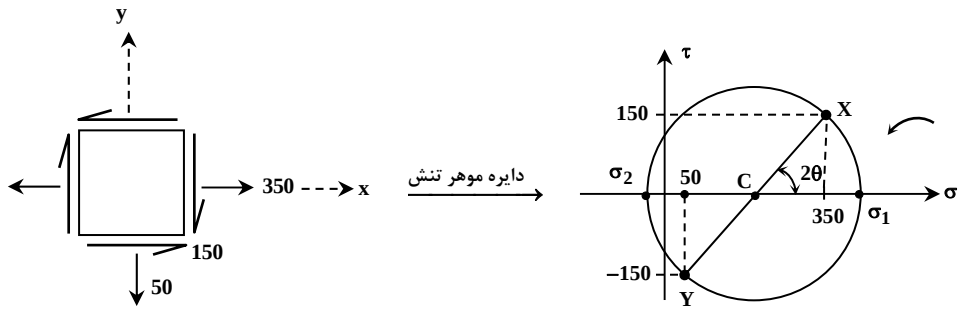



$$\text{طبق قانون هوک در برش}: \tau = G\gamma \xrightarrow{tg\gamma\simeq\gamma} \frac{P}{2A} = \frac{E}{2(1+\nu)}\times tg\gamma \xrightarrow{tg\gamma=\frac{\delta}{0/02}}$$

$$\Rightarrow \frac{1000\,N}{2[0/1m\times0/1m]} = \frac{3\times10^6\ \frac{N}{m^2}}{2(1+0/5)}\times\frac{\delta}{0/02} \Rightarrow \delta = 0/001m = 0/1cm$$

---

**۳ـ گزینه «۴»** طبق شکل رسم شده برای دایره موهر می‌توان نوشت:



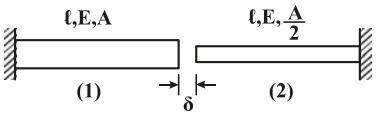

$$tg2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}} = \frac{2\times150}{350-50} = 1 \Rightarrow 2\theta = 45^\circ \rightarrow \theta = 22/5^\circ$$

اگر المان در وضعیت جاری به اندازه $22/5^\circ$ ساعتگرد دوران کند یا آن که به اندازه‌ی $67/5^\circ$ پادساعتگرد دوران کند، قطر XY در دایره موهر بر قطر متناظر با تنش‌های اصلی منطبق خواهد شد.

---

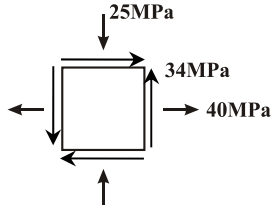
## سؤالات مهندسی عمران ـ مدیریت ساخت

**۱ـ** میله‌های هم محور نشان داده شده در شکل زیر مفروض است. اگر انتهای آزاد آنها را که به میزان $\delta$ از هم فاصله دارند به یکدیگر متصل نماییم، نیروی محوری ایجاد شده در میله (۲) چقدر است؟




۱) $\frac{EA\delta}{3\ell}$
۲) $\frac{EA\delta}{\ell}$
۳) $\frac{EA\delta}{2\ell}$
۴) $\frac{2EA\delta}{3\ell}$

**۲ـ** اگر مختصات طولی مرکز دایره مور، متناظر با وضعیت تنش نشان داده شده $x$ و شعاع دایره $R$ باشد، نسبت $\frac{R}{x}$ چقدر است؟

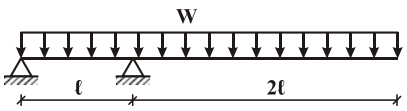



۱) ۱/۰۷۱
۲) ۱/۶۷۸
۳) ۴/۶۴۲
۴) ۶/۲۷۱

**۳ـ** میله‌ای با مقطع دایره‌ای، به طول $2m$ و شعاع مقطع $5cm$ مفروض است. حداکثر چند رادیان می‌توان میله را پیچاند، تا به نقطه تسلیم نرسد؟ تنش مجاز برشی $\tau_a = 1000 \frac{kg}{cm^2}$، مدول ارتجاعی $E = 2\times10^6 \frac{kg}{cm^2}$ و ضریب پواسون $\nu = 0/25$ است.

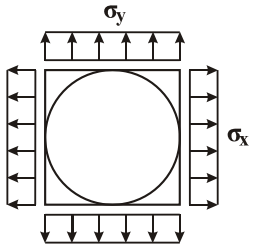
۱) ۰/۰۲
۲) ۰/۰۲۵
۳) ۰/۰۴
۴) ۰/۰۵

**۴ـ** تیری با مقطع مستطیلی، به عرض $b$ و ارتفاع $h$ مطابق شکل زیر تحت بار گسترده $W$ قرار دارد. حداکثر تنش برشی در تیر کدام است؟



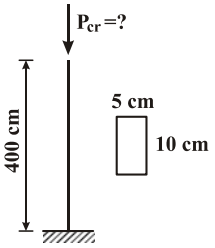

۱) $2/5\frac{W\ell}{bh}$
۲) $3\frac{W\ell}{bh}$
۳) $3/75\frac{W\ell}{bh}$
۴) $6/75\frac{W\ell}{bh}$

**۵ـ** صفحه‌ای نازک و مربع شکل به ابعاد $100mm\times100mm$ مفروض است. دایره‌ای به قطر $100mm$ روی صفحه ترسیم شده است (دایره محاطی). اضلاع قائم و افقی صفحه به ترتیب تحت تنش‌های کششی $\sigma_x = 80\times10^6\ MPa$ و $\sigma_y = 40\times10^6\ MPa$ قرار می‌گیرند. اندازه قطر بزرگ‌تر بیضی حاصل از تغییر شکل دایره چند میلی‌متر است؟ مدول ارتجاعی $E = 60\times10^9\ GPa$ و ضریب پواسون $\nu = 0/25$ است.




۱) ۱۰۰/۰۳۳
۲) ۱۰۰/۰۶۷
۳) ۱۰۰/۱۱۷
۴) ۱۰۰/۱۳۳

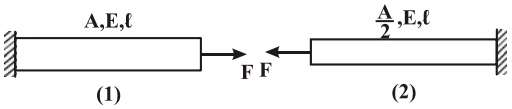
**۶ـ** بار بحرانی ستون روبه‌رو، چند تن است؟ مدول ارتجاعی $E = 2\times10^6 \frac{kg}{cm^2}$ است.




۱) ۳/۲۱
۲) ۱۲/۸۵
۳) ۲۶/۲۳
۴) ۵۱/۴۰

## پاسخنامه مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

**۱ــ گزینه «۱»** اگر نیروی محوری F به دو میله اعمال کنیم تا دو سر میله به هم برسد، آن‌گاه مقدار این نیرو توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:




$$\delta=\frac{F\ell}{AE}+\frac{F\ell}{\frac{A}{2}E}=\frac{F\ell}{AE}+\frac{2F\ell}{AE}=\frac{3F\ell}{AE}\Rightarrow F=\frac{AE\delta}{3\ell}$$

**۲ــ گزینه «۴»** مقدار x با توجه به نمودار دایره مور، برابر با میانگین تنش‌های نرمال اصلی $(\sigma_{xx},\sigma_{yy})$ می‌باشد. با توجه به روابط مربوط به دایره مور خواهیم داشت:

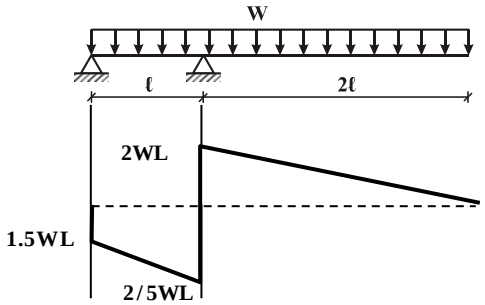
$$\frac{R}{x}=\frac{R}{\sigma_{ave}}=\frac{\sqrt{(\frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2})^2+\tau_{xy}^2}}{\frac{\sigma_{xx}+\sigma_{yy}}{2}}=\frac{\sqrt{(\frac{40-(-25)}{2})^2+34^2}}{\frac{40+(-25)}{2}}=6/271$$

**۳ــ گزینه «۴»** با توجه به روابط زیر می‌توان مقدار حداکثر زاویه پیچش در محدوده ارتجاعی را به دست آورد:

$$\left.\begin{aligned}\phi&=\frac{TL}{GJ}\\ \tau_{max}=\tau_a&=\frac{TR}{J}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{\phi}{\tau_a}=\frac{\frac{TL}{GJ}}{\frac{TR}{J}}=\frac{L}{RG}=\frac{200cm}{5cm\times\frac{2\times10^6}{2\times(1+0/25)}\frac{kg}{cm^2}}$$

$$\Rightarrow\frac{\phi}{\tau_a}=\frac{200}{5\times\frac{10^6}{1/25}}=5\times10^{-5}\Rightarrow\phi=\tau_a\times5\times10^{-5}\Rightarrow\phi=5\times10^{-2}=0/05rad$$

**۴ــ گزینه «۳»** ابتدا عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را بدست می‌آوریم و سپس با رسم دیاگرام برش مقدار حداکثر برش را مشخص می‌کنیم.




$$\sum M_A=0$$

$$W\times3d\times\frac{3d}{2}-R_B\times d=0\Rightarrow R_B=4/5WL\uparrow$$

$$\sum dy=0$$

$$-3Wd+4/5WL+R_A=0\Rightarrow R_A=1/5WL\downarrow$$

با توجه به نمودار حداکثر مقدار برشی $2/5WL$ است. می‌دانیم برش حداکثر در مقاطع مستطیل شکل $(\frac{3}{2}\frac{V}{A})$ می‌باشد.

$$\frac{3}{2}\times\frac{2/5WL}{b\times h}=\frac{15}{4}\frac{WL}{bh}=3/75\frac{WL}{bh}$$

**۵ــ گزینه «۳»** به دلیل این‌که $\sigma_x>\sigma_y$ است، بنابراین قطر بزرگ‌تر بیضی در راستای محور x می‌باشد. اگر قطر اولیه بیضی در راستای محور x برابر $d_x$ و قطر ثانویه بیضی در همان راستا برابر $d'_x$ باشد، آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$d'_x=d_x+\Delta d_x\Rightarrow d'_x=d_x+\varepsilon_x dx=d_x(1+\varepsilon_x)$$

$$\Rightarrow d'_x=d_x(1+\frac{1}{E}[\sigma_x-\upsilon(\sigma_y+\sigma_z)])$$

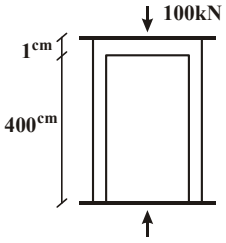
$$\Rightarrow d'_x=100(1+\frac{1}{60\times10^9}[80\times10^6-0/25(40\times10^6)])$$

$$\Rightarrow d'_x=100(1+\frac{1}{60\times10^9}\times70\times10^6)=100(1+\frac{7}{6000})=100/117mm$$

## سؤالات مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

**۱ــ دو استوانه توخالی به وسیله دوفک (صفحات صلب) در یک جک تحت اثر نیروی فشاری ۱۰۰ کیلونیوتن قرار می‌گیرند. اگر ارتفاع استوانه بیرونی ۱ سانتی‌متر از ارتفاع استوانه داخلی بیشتر باشد، نیروی وارد بر استوانه داخلی و استوانه خارجی به ترتیب از راست به چپ برحسب kN چقدر می‌باشند؟**

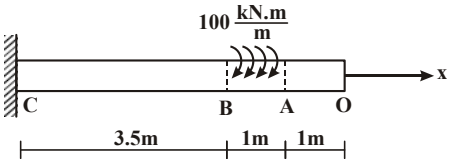
**(سطح مقطع هر کدام از استوانه‌ها $1cm^2$ و $E = 2\times10^7 \frac{N}{cm^2}$)**




۱) ۱۰۰، ۰
۲) ۷۵، ۲۵
۳) ۵۰، ۵۰
۴) ۲۵، ۷۵

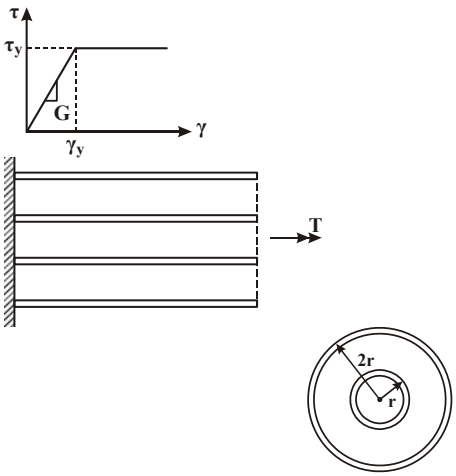
**۲ــ یک شفت با قطر خارجی ۲۰mm تحت یک لنگر پیچشی یکنواخت به مقدار $100\frac{kN.m}{m}$ مؤثر در روی قسمت AB در شکل مفروض است. اندازه‌ی دو کمیت زیر کدام است؟ $(G = 80\times10^9\ Pa)$**

**ماکزیمم تنش برشی $\tau_{max}$ برحسب $\frac{N}{m^2}$، $\phi$ زاویه‌ی چرخش «O» نسبت به «C» برحسب رادیان**



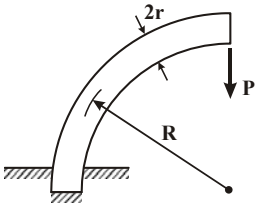

۱) $\tau_{max} = 63\times10^9$ و $\phi = 418/3$
۲) $\tau_{max} = 43\times10^9$ و $\phi = 318/3$
۳) $\tau_{max} = 43\times10^9$ و $\phi = 418/3$
۴) $\tau_{max} = 63\times10^9$ و $\phi = 318/3$

**۳ــ مجموعه نشان داده شده از دو لوله جدار نازک هم‌مرکز تشکیل شده که در یک انتها توسط دیسک صلب به یکدیگر متصل شده‌اند به طوری‌که میزان زاویه پیچش در هر دو یکسان است و از طرف دیگر تحت کوپل پیچشی T قرار می‌گیرند. هرگاه ضخامت لوله‌ها ثابت t و طول مجموعه L فرض شود و مصالح در هر دو لوله الاستوپلاستیک در نظر گرفته شود و G مدول برشی و $\tau_y$ تنش برشی تسلیم باشند. $T_y$ و $\phi_y$ در مجموعه که متناظر با رخداد اولین تسلیم باشد، کدام می‌باشند؟**




۱) $T_y = 9\pi tr^2\tau_y$ و $\phi_y = \frac{L}{r}\frac{\tau_y}{G}$
۲) $T_y = 12\pi tr^2\tau_y$ و $\phi_y = \frac{L}{2r}\frac{\tau_y}{G}$
۳) $T_y = 9\pi tr^2\tau_y$ و $\phi_y = \frac{L}{2r}\frac{\tau_y}{G}$
۴) $T_y = 12\pi tr^2\tau_y$ و $\phi_y = \frac{L}{r}\frac{\tau_y}{G}$

**۴ــ یک میله الاستیک به شعاع r (مقطع دایره‌ای) به شکل یک ربع دایره به شعاع R مطابق شکل خم شده و تحت بار قائم P قرار می‌گیرد. نسبت تغییر مکان قائم نقطه اثر بار (لبه آزاد جسم) ناشی از نیروی محوری ایجاد شده در میله به لنگر خمشی ایجاد شده در آن کدام است؟**




۱) $\frac{2r^2}{R^2}$
۲) $\frac{r^2}{R^2}$
۳) $\frac{4r^2}{R^2}$
۴) $\frac{1}{4}\frac{r^2}{R^2}$

# پاسخنامه مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

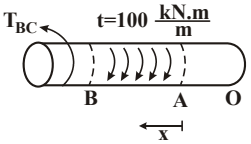
**۱ــ گزینه «۲»** اگر کاهش ارتفاع استوانه توخالی برابر $\delta_1$ و کاهش ارتفاع استوانه خارجی برابر $\delta_2$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}\delta_2=\delta_1+1\ (1)\\ F_1+F_2=100KN\ (2)\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{F_2L_2}{AE}=\frac{F_1L_1}{AE}+1\Rightarrow\frac{F_2\times401}{1\times2\times10^7}=\frac{F_1\times400}{1\times2\times10^7}+1$$

$$\Rightarrow 401F_2=400(100\times10^3-F_2)+2\times10^7\Rightarrow 801F_2=4\times10^7+2\times10^7=6\times10^7$$

$$\Rightarrow F_2=74906N\simeq 75kN\xrightarrow{(2)}F_1=100-F_2=100-75=25kN$$

**۲ــ گزینه «۴»** بیشترین لنگر پیچشی در بخش BC شفت ایجاد شده که مقدار آن برابر است با:




$$T_{BC}=100\times1=100kN.m=10^5\ N.m$$

از طرفی حداکثر تنش برشی در قسمت BC برابر است با:

$$\tau_{max}=\frac{TR}{J}=\frac{16T_{BC}}{\pi d^3}=\frac{16\times10^5}{\pi\times0/02^3}=63/66\times10^9\ pa$$

همچنین زاویه پیچش مقطع O نسبت به تکیه‌گاه C برابر است با:

$$\phi_O=\phi_{\frac{O}{A}}+\phi_{\frac{A}{B}}+\phi_{\frac{B}{C}}=0+\int_0^1\frac{Tdx}{GJ}+\frac{T_{BC}L_{BC}}{GJ}$$

$$\Rightarrow\phi_O=\int_0^1\frac{txdx}{GJ}+\frac{10^5\times3/5}{GJ}=\frac{1}{GJ}[\int_0^1 10^5dx+3/5\times10^5]$$

$$\Rightarrow\phi_O=\frac{1}{80\times10^9\times\frac{\pi}{32}(0/02)^3}[10^5\times\frac{1}{2}+3/5\times10^5]=318/3\ rad$$

**۳ــ گزینه «۳»** مقدار لنگر پیچشی لازم برای شروع تسلیم در لوله جدار نازک توسط رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau_y=\frac{T_yR}{J}\Rightarrow T_y=\frac{J}{R}\tau_y\qquad(1)$$

$$J=\text{مقطع خارجی }J+\text{مقطع داخلی }J=2\pi(2r)^3t+2\pi r^3t=18\pi r^3t\qquad(2)\quad(\text{کل مقطع})$$

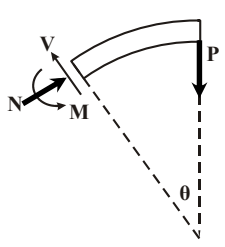
$$(1),(2)\Rightarrow T_y=\frac{18\pi r^3t}{2r}\tau_y\Rightarrow T_y=9\pi r^2t\tau_y\qquad(3)$$

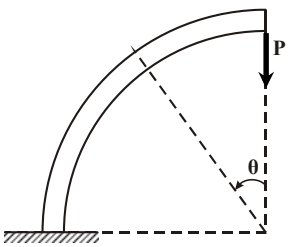
اما زاویه‌ی پیچش آغاز تسلیم $\phi_y$ برابر است با:

$$\phi_y=\frac{T_yL}{GJ}\xrightarrow{(1)}\phi_y=\frac{\frac{J}{R}\tau_yL}{GJ}\Rightarrow\phi_y=\frac{\tau_yL}{RG}\Rightarrow\phi_y=\frac{\tau_yL}{2rG}$$

**۴ــ گزینه «۴»** در یک زاویه $\theta$ دلخواه میله الاستیک برش زده شده و نیروی محوری و لنگر خمشی در مقطع برش خورده نمایش داده می‌شود. سپس با نوشتن معادلات تعادل، نیروی محوری N و لنگر خمشی M محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases}\sum F_x=0\Rightarrow -V\sin\theta+N\cos\theta=0 & (1)\\ \sum F_y=0\Rightarrow -P+V\cos\theta+N\sin\theta=0 & (2)\\ \sum M_z=0\Rightarrow M=PR\sin\theta & (3)\end{cases}$$



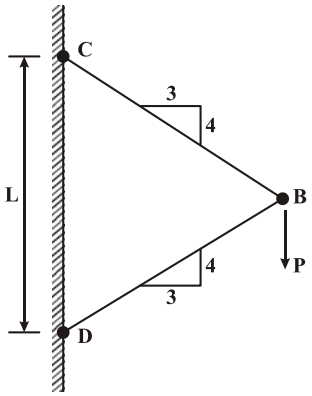




$$(1),(2)\Rightarrow -P+V\cos\theta+N\sin\theta=0$$

$$\Rightarrow -P+N\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\times\cos\theta+N\sin\theta=0\Rightarrow\frac{N}{\sin\theta}=P\Rightarrow N=P\sin\theta$$

## سؤالات مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

**۱ــ نیروی P در نقطه B بر دو میله با سطح مقطع یکنواخت و برابر A وارد می‌شود. تغییر مکان عمودی نقطه B کدام است؟ (E مدول ارتجاعی میله‌ها می‌باشد.)**



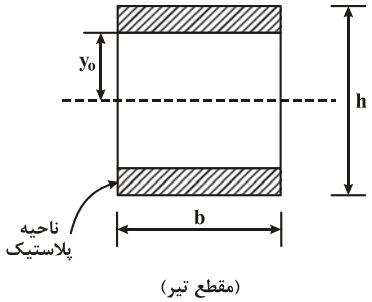

۱) $\circ/۸۳\frac{PL}{AE}$

۲) $\circ/۷۳\frac{PL}{AE}$

۳) $\circ/۳۶\frac{PL}{AE}$

۴) $۱/۴\frac{PL}{AE}$

**۲ــ اگر بخشی از مقطع یک تیر تحت اثر ممان خمشی پلاستیک شده و رفتار ماده مورد مصرف، الاستیک کاملاً پلاستیک و تنش تسلیم آن برابر $\sigma_y$ باشد، ممان وارده در این مقطع تیر کدام است؟**



(مقطع تیر)

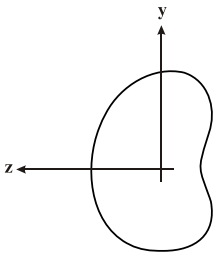
۱) $\sigma_y b\frac{h^۲}{۴}$

۲) $\sigma_y b\frac{h^۲}{۶}$

۳) $\sigma_y b(\frac{h^۲}{۴}-\frac{y_\circ^۲}{۳})$

۴) $\sigma_y b(\frac{h^۲}{۶}-\frac{y_\circ^۲}{۴})$

**۳ــ شرط لازم برای اینکه معادله اساسی خمشی $\sigma=\frac{-My}{I}$ برای یک مقطع نامتقارن تحت ممان خمشی $M=M_z$ مطابق شکل برقرار باشد چه است؟**



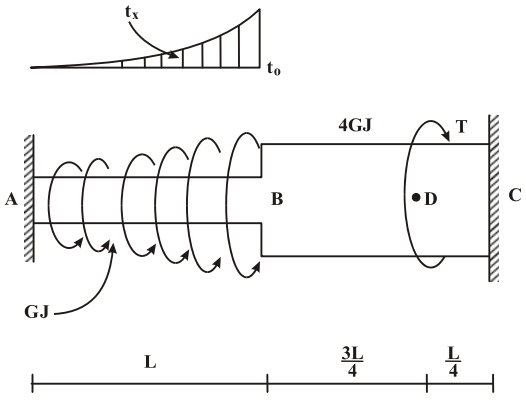

۱) ممان خمشی $M_y$ و یا حاصل‌ضرب اینرسی $I_{yz}$ برابر صفر باشد.

۲) حاصل‌ضرب اینرسی $I_{yz}$ مخالف صفر باشد.

۳) ممان خمشی $M_y$ مخالف صفر باشد.

۴) هیچ گونه شرطی نیاز نمی‌باشد.

**۴ــ عضو ABC تحت بارگذاری پیچشی مطابق شکل قرار می‌گیرد. مقدار T را طوری تعیین کنید که عکس‌العمل A صفر شود؟**



$t_x=(\frac{x}{L})^2 t_\circ$

۱) $\frac{Lt_\circ}{۳}$

۲) $\frac{۲Lt_\circ}{۳}$

۳) $\frac{Lt_\circ}{۴}$

۴) $\frac{Lt_\circ}{۵}$

## پاسخنامه مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

**۱ــ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.** برای تعیین خیز عمودی مفصل B می‌توان از روش انرژی و قضیه کاستی‌گیلیانو استفاده کرد. با استفاده از قانون مفصل B نیروی داخلی در اعضای BC و BD به دست می‌آیند.

$$F_{BC} = F_{BD} = \frac{P}{2\sin 53} = \frac{P}{2\times\frac{4}{5}} = \frac{5P}{8}$$

$$\text{انرژی کرنشی } U = \frac{F_{BC}^2 L_{BC}}{2AE} + \frac{F_{BD}^2 L_{BD}}{2AE} = \frac{F_{BC}^2 L_{BC}}{AE} \Rightarrow y_B = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{2F_{BC}L_{BC}}{AE}\times\frac{\partial F_{BC}}{\partial P}$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{2\times\frac{5P}{8}\times\frac{5L}{8}}{AE}\times\frac{5}{8} = \frac{125}{256}\frac{PL}{AE} = 0/488\frac{PL}{AE}$$

---

**۲ــ گزینه «۳»** ممان خمشی در ناحیه الاستیک ـ پلاستیک برابر است با:

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{3}{2}M_y\left(1-\frac{1}{3}\left(\frac{y_y}{c}\right)^2\right) \\ \sigma_y &= \frac{M_y C}{I} = \frac{6M_y}{bh^2} \Rightarrow M_y = \frac{1}{6}\sigma_Y\, bh^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow M = \frac{3}{2}\times\frac{1}{6}\sigma_y\, bh^2\left(1-\frac{1}{3}\left(\frac{2y_y}{h}\right)^2\right) = \frac{1}{4}\sigma_y\, b\left(h^2-\frac{4}{3}y_y^2\right)$$

$$\Rightarrow M = \sigma_y b\left(\frac{h^2}{4}-\frac{1}{3}y_0^2\right)$$

---

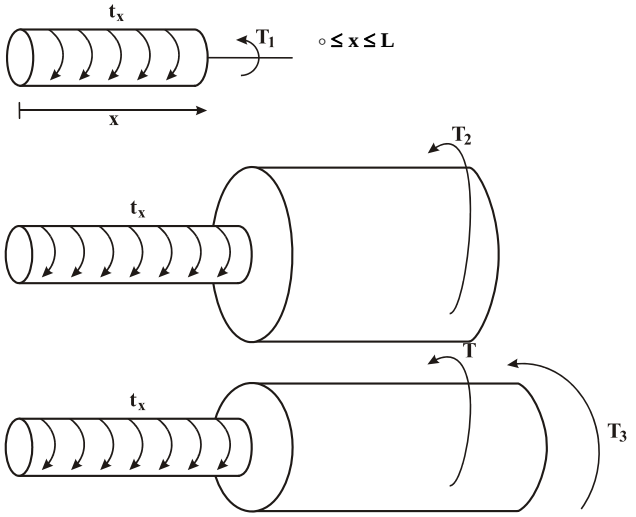
**۳ــ گزینه «۱»** مقدار تنش ناشی از خمش در یک تیر با مقطع نامتقارن با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

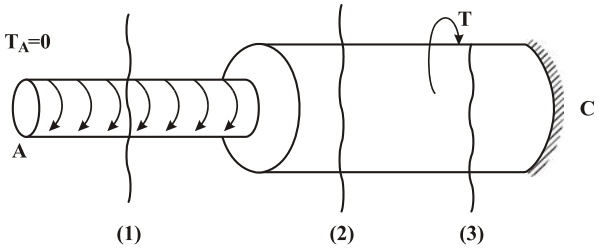
$$\sigma_x = \frac{(-M_y I_{yz} - M_z I_y)y + (M_y I_z + M_z I_{yz})z}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

برای آن که رابطه‌ی بالا به رابطه‌ی $\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z}$ تقلیل یابد باید ممان خمشی $M_y$ و حاصل‌ضرب $I_{yz}$ برابر صفر باشد.

---

**۴ــ هیچ‌یک از گزینه‌ها صحیح نیست.** مطابق شکل در هر بخش برش جداگانه زده و لنگر پیچشی داخلی در هر مقطع محاسبه می‌شود، سپس با جمع کردن زاویه‌های پیچش و مساوی صفر قرار دادن مجموعه آن‌ها لنگر پیچشی T تعیین می‌شود.




$$T_1 = \int_0^x t_x dx = \int_0^x \left(\frac{x}{L}\right)^2 t_0\, dx = \frac{t_0}{3L^2}x^3 \qquad T_2 = \int_0^L t_x dx = \int_0^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 t_0\, dx = \frac{t_0 L}{3} \qquad T_3 = \frac{t_0 L}{3} - T$$

## سؤالات مهندسی عمران ـ مدیریت ساخت

### ریاضیات

۱ـ اگر $Z$ ریشه پنجم واحد اصلی باشد، در این صورت حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $\frac{1+Z+Z^3+Z^4}{Z^2}+\frac{1+Z^2+Z^3+Z^4}{Z}$

۱) $-2$ ۲) $-1$ ۳) ۲ ۴) ۰

۲ـ معادله $5^x = 4^x + 3^x$ دقیقاً چند جواب حقیقی دارد؟

۱) دو ۲) یک ۳) چهار ۴) سه

۳ـ اگر مساحت ناحیه محدود بین منحنی‌های $y = c^2 - x^2$ و $y = x^2 - c^2$ برابر ۷۲ باشد، مقدار $c$ کدام است؟ $(c > 0)$

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۵

۴ـ مقدار حد $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^3(1^4+2^4+\ldots+n^4)}{1^7+2^7+\ldots+n^7}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{8}{5}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۵ـ تابع $f$، یک متغیره و همه‌جا مشتق‌پذیر است، اگر $z = f(\frac{x^2+y^2}{xy})$ باشد، مقدار $(x+1)z_x + (y+1)z_y$ در $(x,y) = (2,1)$ کدام است؟

۱) $-\frac{3}{4}f'(\frac{5}{2})$ ۲) $-\frac{3}{2}f'(\frac{5}{2})$ ۳) $\frac{3}{4}f'(\frac{5}{2})$ ۴) $\frac{3}{2}f'(\frac{5}{2})$

۶ـ منحنی $C$ از $(0,0)$ شروع شده بر محور $x$ به $(2,0)$ می‌رسد و سپس روی خطی موازی محور $y$ها به $(2,4)$ می‌رود و نهایتاً بر خطی موازی محور $x$ها به $(0,4)$ می‌رسد. اگر $F(x,y) = (\cos x \sin y, xy + \sin x \cos y + 1)$ باشد، مقدار انتگرال $F$ بر منحنی $C$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) $-4$ ۳) ۲۰ ۴) ۱۶

۷ـ حجم ناحیه درون $1 = z^2 + \frac{(y-z)^2}{9} + \frac{(x+y-z)^2}{4}$ کدام است؟

۱) $\frac{15\pi}{2}$ ۲) $\frac{17\pi}{2}$ ۳) $8\pi$ ۴) $9\pi$

۸ـ اگر $S$ سطح روی کره $2 = (z-3)^2 + (y-2)^2 + (x-1)^2$ باشد، مقدار شار گذرنده از سطح $S$ توسط $F = (3x, 2y + z^2 + 1, z + y^2)$ کدام است؟

۱) $(15\pi)\sqrt{2}$ ۲) $(14\pi)\sqrt{2}$ ۳) $(17\pi)\sqrt{2}$ ۴) $(16\pi)\sqrt{2}$

۹ـ جواب معادله دیفرانسیل $xy'y^2 + \frac{1}{3}y^3 = x\cos x$ کدام است؟

۱) $y^3 = 3\sin x + \frac{3}{x}\cos x + \frac{c}{x}$ ۲) $y^3 = 3\cos x + \frac{3}{x}\sin x + \frac{c}{x}$

۳) $y^3 = 3\sin x - \frac{3}{x}\cos x + \frac{c}{x}$ ۴) $y^3 = 3\cos x - \frac{3}{x}\sin x + \frac{c}{x}$

۱۰ـ معادله دیفرانسیل $(2y + y^2x)dx + (x + x^2y)dy = 0$ عامل انتگرالی به فرم $(xy)^\alpha$ دارد. جواب معادله کدام است؟

۱) $x^2y + Lnxy = c$ ۲) $xy^2 + Lnxy = c$ ۳) $xy + Lny^2x = c$ ۴) $xy + Lnx^2y = c$

۱۱ـ جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(\frac{x}{y^2} - \frac{x^2}{y^2})dy + (\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y}{x^2+y^2})dx = 0$ کدام است؟

۱) $\frac{x}{y} + \text{Arc}\tan(\frac{y}{x}) = c$ ۲) $\frac{x^2}{y} + \text{Arc}\tan(\frac{y}{x}) = c$

۳) $\frac{x^2}{y} + \text{Arc}\tan(\frac{x}{y}) = c$ ۴) $\frac{x^2}{y^2} + \text{Arc}\tan(\frac{y}{x}) = c$

۱۲ـ جواب عمومی معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی $y'' - y'^3e^{-2y} = 0$، کدام است؟

۱) $y = \frac{1}{4}e^{-2y} + c_1x + c_2$ ۲) $x = \frac{1}{4}e^{-2y} + c_1y + c_2$ ۳) $x = -\frac{1}{4}e^{-2y} + c_1y + c_2$ ۴) $y = -\frac{1}{4}e^{-2y} + c_1x + c_2$

# پاسخنامه مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

## ریاضیات

**۱ــ گزینه «۱»** برای هر عدد مختلط $z \neq ۱$ داریم $۱+z+z^۲+\cdots+z^{n-۱}=\frac{z^n-۱}{z-۱}$. بنابراین اگر $z$ ریشه‌ی پنجم واحد اصلی باشد (به $z=e^{i\frac{۲\pi}{n}}$ ریشه‌ی $n$امِ اصلی می‌گویند) خواهیم داشت:

$$۱+z+z^۲+z^۳+z^۴=\frac{z^۵-۱}{z-۱}=\frac{۱-۱}{z-۱}=۰$$

یک بار $z^۲$ و یک بار $z$ را به سمت دیگر تساوی می‌بریم. دو نتیجه مقابل به دست می‌آیند:

$$\begin{cases}۱+z+z^۳+z^۴=-z^۲\\ ۱+z^۲+z^۳+z^۴=-z\end{cases}$$

با این نتایج عبارت داده شده به سادگی محاسبه می‌شود:

$$\text{عبارت داده شده}=\frac{-z^۲}{z^۲}+\frac{-z}{z}=-۱-۱=-۲$$

**۲ــ گزینه «۲»** با تقسیم طرفین بر $۵^x$ خواهیم داشت:

$$(\frac{۳}{۵})^x+(\frac{۴}{۵})^x=۱ \Rightarrow f(x)=(\frac{۳}{۵})^x+(\frac{۴}{۵})^x-۱=۰$$

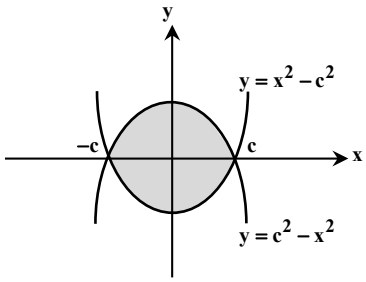
حالا مسأله تبدیل به یافتن تعداد ریشه‌های تابع $f(x)$ شد. این تابع به وضوح نزولی است؛ زیرا $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴}{۵}$ اعدادی کوچکتر از یک هستند و هرچه توان بزرگتری داشته باشند، حاصل کوچکتر می‌شود. با این حال با توجه به علامت $f'(x)$ هم می‌توانیم از نزولی بودن $f$ مطمئن شویم:

$$f'(x)=(\frac{۳}{۵})^x Ln(\frac{۳}{۵})+(\frac{۴}{۵})^x Ln(\frac{۴}{۵})<۰$$

$\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۳}{۵}$ کوچکتر از یک هستند پس $Ln\frac{۴}{۵}<۰$ و $Ln\frac{۳}{۵}<۰$. تا اینجا می‌دانیم که $f'(x)$ منفی است، پس $f(x)$ اکیداً نزولی است. هر تابع اکیداً نزولی حداکثر یک ریشه دارد. پس در بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی (۲) می‌تواند صحیح باشد. با این حال برای اطمینان از وجود یک ریشه، کافی است به این مطلب دقت کنید که $f(۰)=۱+۱-۱>۰$ و $f(۳)=\frac{۲۷}{۱۲۵}+\frac{۶۴}{۱۲۵}-۱<۰$. پس طبق قضیه‌ی مقدار میانی، $f(x)$ حداقل یک ریشه در این بازه دارد.

**توضیح:** با کمی دقت به اعداد ۳، ۴ و ۵ به خاطر می‌آوریم که این‌ها اعداد فیثاغورثی هستند، یعنی مثلث قائم‌الزاویه‌ای که دو ضلع قائمه‌ی ۳ و ۴ دارد، وتری به اندازه‌ی ۵ دارد، در واقع $۵^۲=۴^۲+۳^۲$. پس $x=۲$ ریشه‌ی $f(x)$ است و ما باید نشان می‌دادیم که ریشه‌ی دیگری وجود ندارد.

**۳ــ گزینه «۱»** منحنی‌های $y=c^۲-x^۲$ و $y=x^۲-c^۲$ را با هم برخورد می‌دهیم تا حدود $x$ مشخص شوند:




$$c^۲-x^۲=x^۲-c^۲ \Rightarrow ۲x^۲=۲c^۲ \Rightarrow x=\pm c$$

$$\text{مساحت}=\int_{-c}^{c}[(c^۲-x^۲)-(x^۲-c^۲)]dx=\int_{-c}^{c}۲(c^۲-x^۲)dx$$

$$=۲[c^۲x-\frac{x^۳}{۳}]_{-c}^{c}=۲(۲c^۳-\frac{۲c^۳}{۳})=\frac{۸c^۳}{۳}$$

طبق صورت سؤال، $\frac{۸c^۳}{۳}=۷۲$ در نتیجه داریم:

$$c^۳=\frac{۳\times ۷۲}{۸}=۳\times ۹=۲۷ \Rightarrow c=۳$$

**۴ــ گزینه «۲»** **روش اول:** از هم‌ارزی $۱^k+۲^k+\cdots+n^k \simeq \frac{n^{k+۱}}{k+۱}$ که در حالت $n \to \infty$ برقرار است، استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^۳(۱^۴+۲^۴+\cdots+n^۴)}{۱^۷+۲^۷+\cdots+n^۷} \simeq \lim_{n\to\infty}\frac{n^۳(\frac{n^۵}{۵})}{\frac{n^۸}{۸}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{۱}{۵}n^۸}{\frac{۱}{۸}n^۸}=\frac{۸}{۵}$$

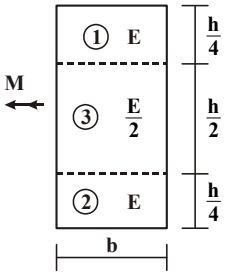
**روش دوم:** می‌توانیم از حد مجموع ریمانی هم برای محاسبه‌ی این حد استفاده کنیم. به این صورت که:

$$\begin{cases}\lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}(\frac{i}{n})^۴=\int_۰^۱ x^۴dx=\frac{۱}{۵}\\ \lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}(\frac{i}{n})^۷=\int_۰^۱ x^۷dx=\frac{۱}{۸}\end{cases}$$

# سؤالات مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

## مکانیک جامدات (مقاومت مصالح ــ تحلیل سازه‌ها)

**۱ــ در تیری با مقطع مرکب مطابق شکل، تحت بارگذاری نشان داده شده، نسبت مدول مقطع الاستیک ($S = \frac{M}{\sigma_{max}}$) آن به مدول مقطع تیر دیگری به عرض b، ارتفاع h و مدول ارتجاعی یکنواخت E کدام است؟**



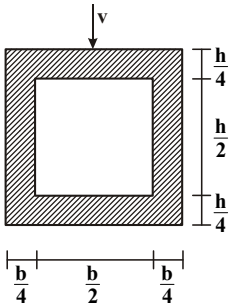

۱) ۱

۲) $\frac{۷}{۸}$

۳) $\frac{۸}{۷}$

۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

**۲ــ در تیری با مقطع توخالی مطابق شکل، بر اثر نیروی برشی v، بیشینه تنش برشی چه ضریبی از $\frac{v}{bh}$ می‌باشد؟**




۱) ۳

۲) $\frac{۱۴}{۵}$

۳) $\frac{۱۶}{۵}$

۴) $\frac{۱۸}{۵}$

**۳ــ تانسور تنش در نقطه P توسط $\sigma_{\circ} = \begin{bmatrix} ۷ & -۵ & ۰ \\ -۵ & ۳ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ داده شده است. بردار تنش که از نقطه P عبور نموده و موازی با صفحه ABC با مختصات: $A = \begin{pmatrix} ۴ \\ ۰ \\ ۰ \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۲ \\ ۰ \end{pmatrix}$ و $C = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۶ \end{pmatrix}$ کدام است؟**

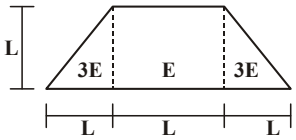
۱) $\vec{\sigma} = \frac{۵}{۷}\vec{i} + \frac{۹}{۷}\vec{j} + \frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۲) $\vec{\sigma} = \frac{۵}{۷}\vec{i} - \frac{۹}{۷}\vec{j} + \frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۳) $\vec{\sigma} = -\frac{۹}{۷}\vec{i} + \frac{۵}{۷}\vec{j} + \frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۴) $\vec{\sigma} = \frac{۹}{۷}\vec{i} - \frac{۵}{۷}\vec{j} + \frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

**۴ــ مقطع غیرهمگن مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت قرار دارد. نسبت حداکثر کرنش کششی به حداکثر کرنش فشاری کدام است؟**



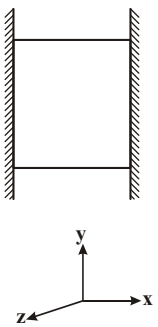

۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

**۵ــ مکعبی به ضلع a درون محفظه‌ای قرار دارد و فقط می‌تواند در جهت قائم تغییر طول بدهد. اگر دمای این مکعب به اندازه $\Delta T$ افزایش داده شود، تغییر طول ضلع قائم مکعب (در جهت y) کدام است؟ ($\alpha$ ضریب انبساط حرارتی، $\nu$ ضریب پواسون و E مدول ارتجاعی مکعب است).**




۱) $\frac{\nu}{۱-\nu}\alpha\Delta Ta$

۲) $\frac{۱+\nu}{۱-\nu}\alpha\Delta Ta$

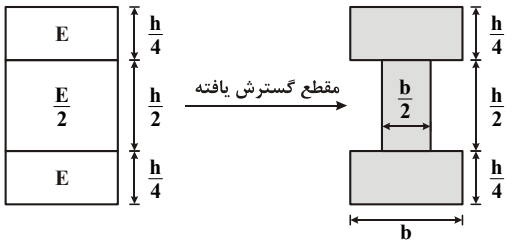
۳) $\frac{۱+۲\nu}{۱-\nu}\alpha\Delta Ta$

۴) $\frac{۱-\nu}{۲+\nu}\alpha\Delta Ta$

# پاسخنامه مهندسی عمران ـ مدیریت ساخت

## مکانیک جامدات (مقاومت مصالح ـ تحلیل سازه‌ها)

**۱ـ گزینه «۴»** مدول مقطع برابر نسبت $\frac{I}{C}$ می‌باشد، اما $I$ ممان اینرسی مقطع همگن حول تار خنثی می‌باشد. چون مقطع دارای مدول الاستیسیته‌های متفاوتی است، بنابراین ابتدا مقطع گسترش یافته آن تشکیل می‌شود. برای تشکیل مقطع گسترش یافته عرض آن بخش از مقطع که دارای مدول الاستیسیته $\frac{E}{۲}$ است، نصف می‌شود.




$$I_{N.A.}=[\frac{b(\frac{h}{۴})^۳}{۱۲}+b(\frac{h}{۴})(\frac{h}{۴}+\frac{h}{۸})^۲]\times ۲+\frac{\frac{b}{۲}\times(\frac{h}{۲})^۳}{۱۲}=\frac{۵}{۶۴}bh^۳$$

و اما مدول مقطع این مقطع برابر است با:

$$S_۱=\frac{I}{C}=\frac{\frac{۵}{۶۴}bh^۳}{\frac{h}{۲}}=\frac{۵}{۳۲}bh^۲$$

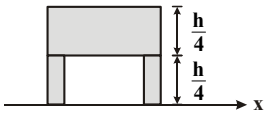
برای مقطع همگن با مدول الاستیسیته $E$ مدول مقطع برابر است با:

$$S_۲=\frac{I}{C}=\frac{\frac{bh^۳}{۱۲}}{\frac{h}{۲}}=\frac{bh^۲}{۶}$$

$$\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{\frac{۵}{۳۲}bh^۲}{\frac{۱}{۶}bh^۲}=\frac{۳۰}{۳۲}=\frac{۱۵}{۱۶}$$

---

**۲ـ گزینه «۲»** حداکثر تنش برشی در این مقطع در روی تار خنثی ایجاد می‌شود که مقدار آن برابر است با:




$$\tau_{max}=\frac{VQ_{max}}{It}$$

$$Q_{max}=\sum A_i\bar{y}_i=۲[(\frac{b}{۴}\times\frac{h}{۴})(\frac{h}{۸})]+(b\frac{h}{۴})(\frac{h}{۴}+\frac{h}{۸})\Rightarrow Q_{max}=bh^۲\frac{۷}{۶۴}$$

$$t=۲(\frac{b}{۴})=\frac{b}{۲}\quad,\quad I=\frac{bh^۳}{۱۲}-\frac{\frac{b}{۲}\times(\frac{h}{۲})^۳}{۱۲}=bh^۳\frac{۵}{۶۴}$$

$$\Rightarrow\tau_{max}=\frac{V\times bh^۲\frac{۷}{۶۴}}{\frac{b}{۲}\times bh^۳\frac{۵}{۶۴}}=\frac{V}{bh}\frac{۱۴}{۵}$$

---

**۳ـ گزینه «۳»** برای تعیین بردار نرمال صفحه گذرنده از نقاط $A$ و $B$ و $C$ ابتدا باید بردارهای $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را به دست آورده سپس ضرب خارجی آنها را محاسبه نمود. حاصل ضرب خارجی این دو بردار بر صفحه گذرنده از نقاط عمود است.

$$\overrightarrow{AB}=۲\hat{j}-۴\hat{i}$$
$$\overrightarrow{AC}=۶\hat{k}-۴\hat{i}$$
$$\Rightarrow\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\hat{i}&\hat{j}&\hat{k}\\-۴&۲&۰\\-۴&۰&۶\end{vmatrix}=۱۲\hat{i}+۲۴\hat{j}+۸\hat{k}$$

اکنون بردار یکه عمود بر صفحه توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{n}=\frac{\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\|}=\frac{۱۲\hat{i}+۲۴\hat{j}+۸\hat{k}}{\sqrt{۱۲^۲+۲۴^۲+۸^۲}}=\frac{۱۲\hat{i}}{۲۸}+\frac{۲۴\hat{j}}{۲۸}+\frac{۸\hat{k}}{۲۸}\Rightarrow\hat{n}=\frac{۳}{۷}\hat{i}+\frac{۶}{۷}\hat{j}+\frac{۲}{۷}\hat{k}$$

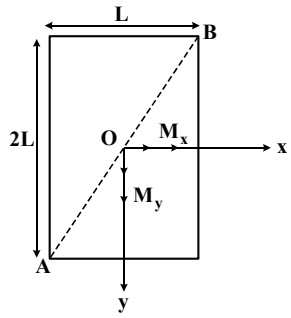
# سؤالات مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

## مجموعه دروس تخصصی (مکانیک جامدات (مقاومت مصالح ــ تحلیل سازه‌ها) ــ برنامه‌ریزی و کنترل پروژه ــ روش‌های ساخت)

**۱ــ** چنانچه داخل لوله‌ای جدار نازک به شعاع $R$ و به ضخامت $t = \frac{R}{16}$ و مدول ارتجاعی $E$، با مصالحی به مدول ارتجاعی $\frac{E}{8}$ پر شود، در این‌صورت بار کمانش اویلر ستون لوله‌ای توپر چند برابر ستون مشابه لوله‌ای توخالی خواهد بود؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

**۲ــ** مقطع مستطیلی یک تیر مطابق شکل تحت اثر همزمان لنگرهای خمشی $M_x$ و $M_y$ قرار گرفته است. نسبت $M_y$ به $M_x$ چقدر باشد تا اینکه قطر $AB$ محور خنثی شود؟

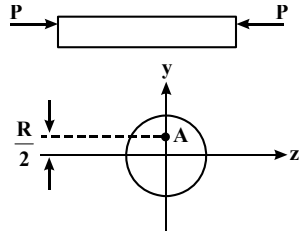



۱) $+\frac{1}{2}$
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $+2$
۴) $-2$

**۳ــ** در اثر اعمال لنگر پیچشی $T$ در مقطعی لوله‌ای جدار نازک، تنش برشی $\tau$ ایجاد شده است. چنانچه علاوه بر $T$، لنگر خمشی $M = T$ نیز به مقطع اعمال شود، تنش برشی حداکثر مقطع، چند برابر خواهد بود؟

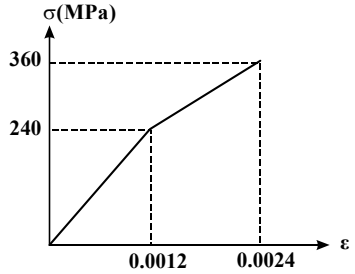
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{3}$

**۴ــ** نیروهای $P$ به دو مقطع انتهایی میله کوتاه مطابق شکل (در جهت محور $x$) در نقطه $A$ از مقاطع وارد می‌شوند. نسبت تنش حداکثر کششی به تنش حداکثر فشاری چقدر است؟




۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۲
۴) ۳

**۵ــ** میله‌ای با جنس مصالحی که رفتار آن از منحنی مطابق شکل تبعیت می‌کند، در آزمایش تحت بار محوری، تا کرنش ۰/۰۰۲۴ به پیش می‌رود و در این کرنش، بار برداری می‌شود. مقدار انرژی تلف شده چند $kJ$ برآورد می‌شود؟




۱) ۱۸۰
۲) ۲۸۰
۳) با توجه به داده‌ها، چنین مصالحی نمی‌تواند وجود داشته باشد.
۴) برای تعیین انرژی تلف شده، مدول ارتجاعی باید معلوم باشد.

**۶ــ** یک تیر دو سرگیردار در فاصله یک سوم طول دهانه از تکیه‌گاه سمت چپ، تحت اثر لنگر متمرکز پیچشی $T$ و در فاصله یک سوم طول دهانه از تکیه‌گاه سمت راست نیز تحت اثر لنگر متمرکز پیچشی $T$ ولی در جهت خلاف لنگر پیچشی قبلی قرار می‌گیرد. لنگرهای عکس‌العمل تکیه‌گاهی برابر کدام مقدار است؟

۱) صفر ۲) $\frac{T}{3}$ ۳) $\frac{T}{2}$ ۴) $T$

# پاسخنامه مهندسی عمران ــ مدیریت ساخت

## مجموعه دروس تخصصی مکانیک جامدات (مقاومت مصالح ــ تحلیل سازه‌ها) ــ برنامه‌ریزی و کنترل پروژه ــ روش‌های ساخت)

**۱ــ گزینه «۱»** نسبت بار بحرانی ستون لوله‌ای توپر به ستون لوله‌ای توخالی برابر است با:

$$\frac{F_{cr1}}{F_{cr2}}=\frac{\frac{\pi^2\sum E_iI_i}{L_e^2}}{\frac{\pi^2EI}{L_e^2}}=\frac{\sum E_iI_i}{EI}=\frac{E_1I_1+E_2I_2}{E_1I_1}$$

و اما مقادیر ممان اینرسی و مدول ارتجاعی برای هریک از قسمت‌ها برابر است با:

$$\frac{F_{cr1}}{F_{cr2}}=\frac{E\times\frac{\pi}{4}(R^4-(\frac{15R}{16})^4)+\frac{E}{8}\times\frac{\pi}{4}\times(\frac{15R}{16})^4}{E\times\frac{\pi}{4}(R^4-(\frac{15R}{16})^4)}\Rightarrow\frac{F_{cr1}}{F_{cr2}}=\frac{1-(\frac{15}{16})^4+\frac{1}{8}\times(\frac{15}{16})^4}{1-(\frac{15}{16})^4}=1/424$$

البته می‌توان ممان اینرسی لوله جدار نازک را توسط رابطه زیر نیز تعیین نمود:

$$I=\pi R^3t$$

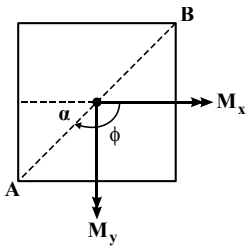
که در این‌صورت پاسخ مسأله پس از ساده‌سازی برابر است با:

$$\frac{F_{cr1}}{F_{cr2}}=\frac{E_1I_1+E_2I_2}{E_1I_1}=\frac{E\times\pi R^3t+\frac{E}{8}\times\frac{\pi}{4}(\frac{15R}{16})^4}{E\times\pi R^3t}\xrightarrow{t=\frac{R}{16}}\frac{F_{cr1}}{F_{cr2}}=\frac{\frac{1}{16}+\frac{1}{32}(\frac{15}{16})^4}{\frac{1}{16}}=1/386$$

**۲ــ گزینه «۲»** در مقاطعی که تحت لنگر خمشی مرکب (حول دو محور) قرار می‌گیرند زاویه تار خنثی $\phi$ حول محور قوی $x$ برابر خواهد بود با:

$$\tan\phi=\frac{I_x}{I_y}\tan\theta\qquad(1)$$

که در آن $\theta$ زاویه بردار لنگر خمشی با محور قوی $x$ بوده و برابر است با: $\tan\theta=\frac{M_y}{M_x}$




از طرفی $\tan\phi$ مطابق شکل به‌دست می‌آید:

$$\tan\phi=-\tan\alpha=-\frac{L}{\frac{L}{2}}=-2$$

با جایگذاری نتایج به‌دست آمده در رابطه (۱) نسبت $\frac{M_y}{M_x}$ به‌دست می‌آید:

$$-2=\frac{\frac{L\times(2L)^3}{12}}{\frac{2L\times L^3}{12}}\times\frac{M_y}{M_x}\Rightarrow-2=\frac{8}{2}\times\frac{M_y}{M_x}\Rightarrow\frac{M_y}{M_x}=-\frac{1}{2}$$

**۳ــ گزینه «۳»** در اثر اعمال لنگر پیچشی به مقطع جدار نازک مقدار تنش برشی برابر است با:

$$\tau=\frac{T}{2A_mt}=\frac{T}{2\pi R^2t}\qquad(1)$$

و اما در اثر لنگر خمشی، مقدار تنش قائم ایجاد شده برابر خواهد بود با:

$$\sigma=\frac{MC}{I}=\frac{T\times R}{\pi R^3t}=\frac{T}{\pi R^2t}\xrightarrow{(1)}\sigma=2\tau$$

(ممان اینرسی مقطع لوله‌ای جدار نازک حول قطرش برابر $\pi R^3t$ می‌باشد.)

حداکثر مقدار تنش برشی در یک المان تنش صفحه‌ای برابر شعاع دایره موهر بوده و طبق رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau_{max}=R=\sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2+\tau^2}=\sqrt{(\frac{2\tau}{2})^2+\tau^2}=\sqrt{2}\tau$$