فصل اول
الکترواستاتیک

بار الکتریکی

تمام مواد از ذرات ریزی به نام اتم تشکیل شده‌اند. دانشمندان وجود سه ذره در اتم را تشخیص داده‌اند که این ذرات پروتون، الکترون و نوترون هستند. الکترون بار منفی و پروتون به همان اندازه بار مثبت دارد، نوترون خنثی و بدون بار است. پس بار خالص موجود در اتم به دلیل برابری بار الکترون و پروتون صفر است. زمانی که مثلاً با مالش یک شانه به پارچه پشمی تعدادی از الکترونهای پارچه به شانه منتقل می‌شود شانه بار منفی پیدا می‌کند و چون از تعداد الکترونهای پارچه کم شده است لذا تعداد بارهای مثبت (پروتونها) نسبت به الکترونها در پارچه بیشتر شده و پارچه دارای بار مثبت می‌شود. بار الکتریکی را با q یا Q نمایش می‌دهیم و واحد آن کولن (C) می‌باشد. بار هر الکترون برابر $q_e = -1/6\times10^{-19}\ C$ و بار هر پروتون برابر $q_p = +1/6\times10^{-19}\ C$ می‌باشد. یک کولن مقدار باری است که موقع عبور جریان یک آمپر از سیمی، در مدت یک ثانیه از سطح مقطع آن عبور می‌کند .

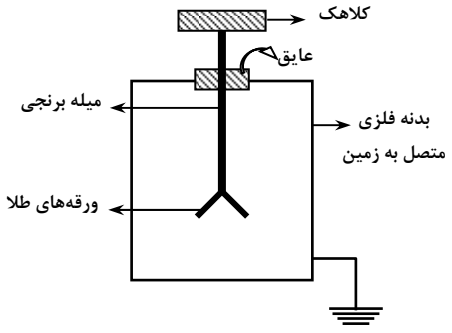
بار دار کردن میله شیشه‌ای و پلاستیکی

هنگامی که یک میله شیشه‌ای به ابریشم مالش داده می‌شود، شیشه مقادیری از بارهای منفی خود را از دست می‌دهد، در نتیجه تعداد بارهای مثبت شیشه بیشتر از بارهای منفی آن می‌شود. اگر با یک میلهٔ شیشه‌ای دیگر به همین شکل رفتار کنیم و دو میلهٔ شیشه‌ای را به هم نزدیک کنیم دو میله همدیگر را دفع خواهند کرد (چون هر دو میله دارای بار مثبت هستند). هنگامی که یک میله پلاستیکی را با خز مالش دهیم، از خز تعدادی الکترون به میله پلاستیکی منتقل می‌شود، در نتیجه میله پلاستیکی دارای بار منفی خواهد شد و اگر با یک میلهٔ پلاستیکی دیگر به همین شکل رفتار کنیم و دو میله پلاستیکی را به هم نزدیک کنیم، دو میله همدیگر را دفع خواهند کرد (چون دو میله دارای بار منفی هستند). اما اگر یک میله پلاستیکی و یک میله شیشه‌ای که با شرایط توضیح داده شده در فوق باردار شده‌اند را به هم نزدیک کنیم، آنگاه دو میله یکدیگر را جذب می‌کنند .

⟸ **نتیجه ۱**: بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای غیرهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند .

الکتروسکوپ (برق‌نما)

الکتروسکوپ یا برق‌نما وسیله‌ای است که برای تعیین وجود بارهای الکتریکی با مقادیر کم و مشخص کردن نوع بار به کار می‌رود.



این وسیله مطابق شکل از یک کلاهک، یک میله برنجی که یک سر آن به کلاهک و سر دیگر آن به دو ورقه طلا متصل است، عایقی که میله برنجی از آن عبور می‌کند ویک محفظه فلزی که به زمین متصل است تشکیل شده است. اگر جسم باردار را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم و یا با آن تماس دهیم بار الکتریکی از طریق میله برنجی به ورقه‌های طلا می‌رسد و چون هر دو ورقه یک نوع بار دارند از یکدیگر دور می‌شوند هر چه ورقه‌ها بیشتر از هم دور شوند مقدار بار بیشتر است. برای تعیین نوع بار باید یک الکتروسکوپ را باردار کنیم، سپس یک جسم به آن نزدیک کنیم اگر بار جسم موافق بار الکتروسکوپ باشد زاویه بین ورقه‌های طلا زیاد می‌شود و اگر بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ باشد زاویه بین ورقه‌های طلا ابتدا کم و بعد زیاد می‌شود .

اجسام رسانا (هادی) : به اجسامی مانند فلزات، آب آشامیدنی، بدن انسان و ... که در آنها الکترون آزاد (به تعداد زیاد) وجود دارد و بار الکتریکی در آنها به راحتی جابه جا می‌شود رسانا گفته می‌شود .

اجسام نیمه‌رسانا (نیمه هادی) : بعضی از اجسام مانند سیلیسیم در دمای حدود $۲۰^\circ C$ الکترون آزاد ندارند و با بالا رفتن درجه حرارت آنها الکترون آزاد ایجاد می‌شود و هادی می‌شوند، به این مواد نیمه رسانا می‌گویند.

اجسام نارسانا (عایق) : به اجسامی مانند آب خالص، چوب، پلاستیک و ... که بار الکتریکی در آنها امکان جابه‌جائی ندارد یا به عبارت دیگر به اجسامی که الکترون آزاد ندارند نارسانا گفته می‌شود .

چگونگی توزیع بار در هادیها و عایقها

هرگاه به یک جسم هادی بار الکتریکی بدهیم، بارها حرکت خواهند کرد و روی سطح فلز پخش خواهند شد. اگر شکل جسم هادی نامتقارن باشد، چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیز بیشتر است. هرگاه به یک جسم عایق (نارسانا) بار الکتریکی بدهیم، بارها در همان نقطه باقی خواهند ماند .

ناپیوستگی بار الکتریکی

هر بار مثبت یا منفی q را می‌توان به صورت مضربی از یک بار بنیادی $(e = ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\ C)$ نمایش داد. $q = ne\ ,\ (n = \pm ۱, \pm ۲, \pm ۳, ...)$ به عبارت دیگر بار الکتریکی کمیتی گسسته می‌باشد .

مثال۱: تعداد الکترونهای دو کولن الکتریسیته چقدر می باشد ؟

۱) ۶۲۵×۱۰^{۱۶} ۲) $۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}$ ۳) ۱۲۵۰×۱۰^{۱۶} ۴) $۳/۲\times ۱۰^{-۱۹}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{۲}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}} = ۲\times \frac{۱۰^{۱۹}}{۱/۶} = ۱۲۵۰\times ۱۰^{۱۶}$$

قانون کولن

می‌دانیم دو جسم باردار بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. اگر دو بار هم‌نام (هر دو مثبت یا هر دو منفی) باشند، نیروی دافعه (رانشی) بر یکدیگر وارد می‌کنند و اگر دو بار غیر همنام باشند نیروی جاذبه (ربایشی) بر یکدیگر وارد می‌کنند. دو بار نقطه‌ای با بزرگی $q_۱$ و $q_۲$ که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند را در نظر می‌گیریم، بزرگی این نیرو با استفاده از قانون کولن به صورت زیر بیان می‌شود :

$$\boxed{F = K\frac{|q_۱ q_۲|}{r^۲}}$$

در این رابطه K ثابت کولن می‌باشد و برابر با : $K = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = ۹\times ۱۰^۹ \left(\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ می‌باشد که $\varepsilon_۰ = ۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲} \left(\frac{C^۲}{N.m^۲}\right)$ ضریب گذردهی خلاء نام دارد، لازم به توضیح است که در فرمول فوق r برحسب متر و $q_۱$ و $q_۲$ برحسب کولن (C) بیان می‌شوند .

تذکر۱: اندازه نیروی وارده بین دو بار نقطه‌ای با حاصل‌ضرب دو بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن دو بار از یکدیگر نسبت عکس دارد.

مثال۲: بار $q_۲$ نیروئی به اندازه $F = ۶N$ به بار $q_۱ = +۵\mu C$ که به فاصله $۳۰cm$ از آن قرار دارد وارد می‌کند، اندازه بار $q_۲$ کدام است ؟

۱) $۱/۲\mu C$ ۲) $۱۲\mu C$ ۳) $۱۲۰\mu C$ ۴) $۱/۴\mu C$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

$$r = ۳۰cm = ۰/۳m$$

$$F = K\frac{q_۱ q_۲}{r^۲} \Rightarrow q_۲ = \frac{F.r^۲}{k.q_۱} = \frac{۶\times (۰/۳)^۲}{۹\times ۱۰^۹ \times ۵\times ۱۰^{-۶}} = ۱/۲\times ۱۰^{-۵}\ C = ۱۲\times ۱۰^{-۶}\ C = ۱۲\mu C$$

◆ ◆ ◆ ◆

مثال۳: جسم A و B با بارهای $q_A = ۱۰C$ و $q_B = ۲C$ در فاصله ۲ متری از یکدیگر قرار دارند نیروئی که بار A به B وارد می‌کند، چند برابر نیروئی است که بار B به بار A وارد می‌کند ؟

۱) ۵ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) ۱ ۴) ۱۰

☑ **پاسخ :** گزینه «۳»

$$F = K\frac{q_A q_B}{d^۲} = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۱۰\times ۲}{(۲)^۲} = ۴۵\times ۱۰^۹\ N$$

توضیح: دقت شود که نیروی الکتریکی که A بر B وارد می‌کند از لحاظ اندازه با نیروی الکتریکی که B بر A وارد می‌کند کاملاً برابر ولی مختلف‌الجهت هستند .

مثال۴: نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که با فاصله d از یکدیگر قرار دارند، F است اگر اندازه‌ی هر یک از دو بار و همچنین فاصله بین دو بار دو برابر گردد، نیروی بین آنها چند برابر F می‌شود ؟

۱) ۸ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به رابطه قانون کولن یعنی $F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2} \\ r' = 2r \\ q_1' = 2q_1 \\ q_2' = 2q_2 \end{cases} \Rightarrow F' = K\frac{(2q_1)(2q_2)}{(2r)^2} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

مثال۵: شعاع هسته اتم آهن تقریباً $4\times10^{-15}\,m$ می‌باشد، این اتم ۲۶ پروتون دارد. بزرگی نیروی الکترواستاتیکی دافعه بین دو پروتون در فاصله $4\times10^{-15}\,m$ تقریباً چقدر است ؟

۱) ۱۲N ۲) ۱۴N ۳) ۱۶N ۴) ۱۸N

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» توجه شود که مقدار دو بار با هم برابر و معادل $e = 1/6\times10^{-19}\,C$ می‌باشد .

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{(1/6\times10^{-19})^2}{(4\times10^{-15})^2} = 14N$$

مثال ۶: فاصلهٔ میان دو پروتون تقریباً چند سانتی‌متر باشد تا نیروی دافعهٔ الکتریکی وارد بر هر کدام با وزن آن در سطح زمین مساوی باشد. جرم پروتون $1/7\times10^{-27}\,kg$ است. $(g = 9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۱/۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۱۳۵

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» تنها کاری که باید انجام دهیم این است که نیروی دافعه الکتریکی وارد بر هر پروتون را برابر نیروی وزن آن قرار دهیم:

$$W = F \Rightarrow mg = k\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{kq^2}{mg}$$

$$r^2 = \frac{9\times10^9\times(1/6\times10^{-19})^2}{1/7\times10^{-27}\times9/8} = \frac{9\times(1/6)^2\times10^{-29}}{16/66\times10^{-27}} \Rightarrow r \simeq \frac{3\times1/6\times10^{-1}}{4} = 0/12m = 12cm$$

برای انجام محاسبات به صورت تقریبی فرض کردیم که $(4)^2 \simeq 16/66$ است.

مثال۷: دو بار مساوی هر یک برابر با q بر یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر نصف یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم و در همان فاصله قبلی قرار دهیم، نیروی متقابل چند برابر F می‌شود ؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» نیروی F قبل از تغییر بارها برابر است با :

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = K\frac{(q)(q)}{r^2} = K\frac{q^2}{r^2} \qquad (1)$$

وقتی نصف بار q_1 را برداریم و به q_2 اضافه کنیم :

$$q_1' = \frac{q}{2} \;,\; q_2' = q + \frac{q}{2} = \frac{3}{2}q \Rightarrow F' = \frac{k(\frac{q}{2})(\frac{3}{2}q)}{r^2} = \frac{3}{4}K\frac{q^2}{r^2} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{2,1} F' = \frac{3}{4}F$$

مثال۸: یک بار معین Q را به دو بخش q و $Q-q$ تقسیم می‌کنیم و سپس در فاصله معین r از یکدیگر قرار می‌دهیم، برای اینکه نیروی الکترواستاتیکی بین این دو بار ماکزیمم گردد، چه رابطه‌ای باید بین q و Q برقرار باشد؟

۱) $Q = \frac{2Q+3q}{3}$ ۲) $Q = \frac{Q+q}{2}$ ۳) $Q = \frac{3}{2}q$ ۴) $Q = 2q$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» باید نیروی F ماکزیمم گردد. معادله درجه دوم برحسب q داریم که باید از آن مشتق بگیریم و برابر صفر قرار دهیم:

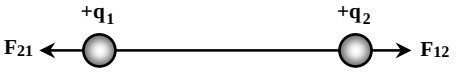
$$F=\frac{kq(Q-q)}{r^2} \Rightarrow F=-\frac{k}{r^2}q^2+\frac{kq}{r^2}Q \Rightarrow F'=-\frac{k}{r^2}(2q)+\frac{k}{r^2}Q$$

$$\Rightarrow F'=0 \Rightarrow -\frac{k}{r^2}(2q)+\frac{k}{r^2}(Q)=0 \Rightarrow Q=2q$$

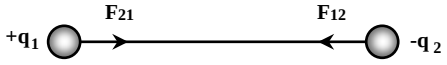
توضیح: قبل از مطالعه مطالب بعدی پیشنهاد می‌شود پیوست (۲) کتاب دقیقاً مطالعه شود .

تذکر۲: در رابطه کولن، اندازه نیرو محاسبه می‌گردد. در مسائلی که جهت نیرو مهم باشد، علامت قدر مطلق از کنار بارها برداشته می‌شود (غالباً دانشجویان در حل تست‌هائی که جهت نیرو و محاسبه برآیند آنها باید لحاظ گردد دچار مشکل می‌شوند، البته بعد از مطالعه این کتاب این مشکل قطعاً رفع خواهد شد !)

در شکل زیر جهت نیرو برای بارهای مختلف نشان داده شده است :



(جهت نیرو برای دو بار همنام)



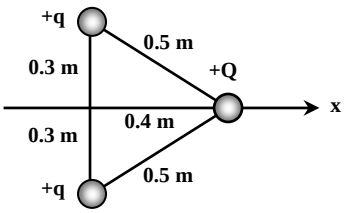
(جهت نیرو برای دو بار غیرهمنام)

توجه شود که همواره داریم :

$$\boxed{\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21} \ , \ |\vec{F}_{12}|=|\vec{F}_{21}|}$$

تذکر۳: اگر دو بار به طور همزمان بر بار سومی نیروئی وارد کنند، نیروی کل وارد بر بار سوم جمع برداری نیروهائی است که هر یک از دو بار به تنهائی بر بار سوم وارد می‌کند .

مثال۹: سه بار الکتریکی مثبت مطابق شکل قرار گرفته‌اند. اگر $q=2\mu C$ و $Q=4\mu C$ باشد، آنگاه مقدار کل نیروی وارد بر بار Q در راستای محور x ها کدام است ؟



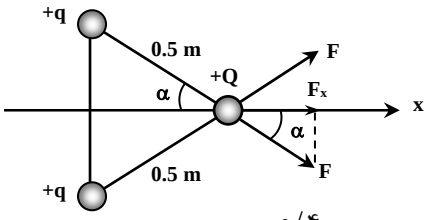
۱) ۰/۱۷N

۲) ۰/۴۶N

۳) ۰/۲۹N

۴) ۰/۲۳N

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» ابتدا مقدار نیروی F ناشی از بار q+ بالائی را محاسبه می‌کنیم :



$$F=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(0/5)^2}=0/29N$$

با استفاده از تجزیه نیروها مقدار مؤلفه F_x را محاسبه می‌کنیم :

$$F_x=F\cos\alpha=0/29\times\frac{0/4}{0/5}=0/23N$$

توجه شود که مقدار نیروی وارده از طرف بار q+ پائینی نیز دقیقاً همین مقدار است (چرا؟)

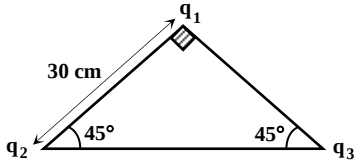
لذا برآیند نیروی وارده برابر است با :

$$F_x=0/23N+0/23N=0/46N \quad (کل)$$

تمرین ۱ : مقدار نیروی کل وارده بر بار Q در راستای محور y ها چند نیوتن است ؟

☑ **پاسخ :** صفر

مثال۱۰: سه بار نقطه‌ای $q_1=q_2=q_3=10\mu C$ در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه مطابق شکل قرار دارند نیروی وارد بر q_1 چند نیوتن است؟



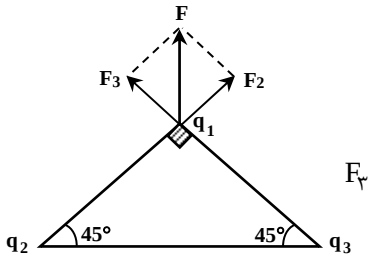
۱) $100\sqrt{2}$

۲) $10\sqrt{2}$

۳) ۲۰

۴) $20\sqrt{2}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» ابتدا نیروی وارد بر q_1 از طرف q_3 را محاسبه می‌کنیم :



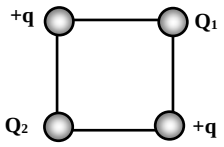
$$F_3 = K\frac{q_1 q_3}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{10\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{(0/3)^2} = 10\,N$$

مقدار F_2 نیز دقیقاً همین مقدار است (چون فاصله آن از بار q_1 و مقدار بار آن مانند q_3 می‌باشد.)

چون دو نیرو بر هم عمودند برآیند آنها برابر است با : $F = \sqrt{F_3^2 + F_2^2} = \sqrt{(10)^2 + (10)^2} = 10\sqrt{2}N$

نیروی وارد بر بار q_1 $F = 2F_1\cos(\frac{90}{2}) = 2F_1 \times \cos 45 = 2\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}N$

مثال۱۱: در چهار رأس مربعی بار نقطه‌ای مطابق شکل مقابل قرار دارد. اگر برآیند نیروهای وارد بر بار Q_1 برابر صفر باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) بار Q_1 الزاماً منفی است.

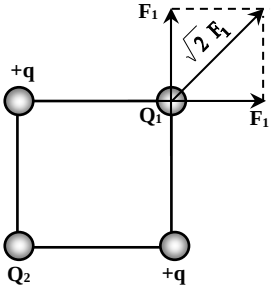
۲) بارهای Q_1 و Q_2 الزاماً هم‌نامند.

۳) بارهای Q_1 و Q_2 الزاماً ناهم‌نامند.

۴) بار Q_2 الزاماً منفی است.

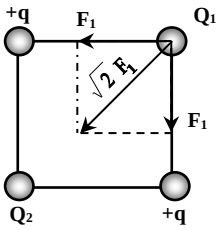
☑ **پاسخ :** گزینه «۴»

اگر Q_1 مثبت باشد، مطابق شکل داریم:



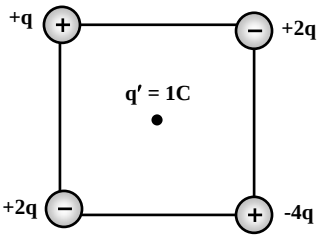
ملاحظه می‌گردد باید Q_2 منفی باشد تا نیروئی خلاف جهت $\sqrt{2}F_1$ بر Q_1 وارد شود و برآیند صفر گردد.

اگر Q_1 منفی باشد، شکل زیر را داریم:



ملاحظه می‌گردد که Q_2 باید منفی باشد تا بار Q_1 دفع گردد و نیروی $\sqrt{2}F_1$ خنثی گردد.

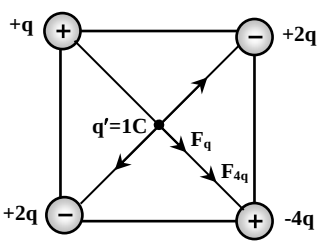
مثال۱۲: با توجه به شکل زیر اگر یک بار یک کولنی دقیقاً در مرکز مربع قرار دهیم، چه نیرویی بر آن وارد می‌شود؟ (طول ضلع مربع ۱m در نظر گرفته شود)



۱) $\frac{5q}{4\pi\varepsilon_0}$ ۲) $\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}$

۳) $\frac{8q}{2\pi\varepsilon_0}$ ۴) $\frac{5q}{2\pi\varepsilon_0}$

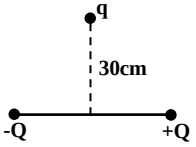
☑ **پاسخ :** گزینه «۴» با توجه به شکل واضح است که دو بار $2q+$ چون مثبت هستند، نیرویی دافعه به بار $q' = +1C$ وارد می‌کنند و چون اندازه این نیروها دقیقاً با هم برابر ولی در خلاف جهت همدیگر هستند، پس این دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند، لذا کافیست نیرویی که دو بار $q+$ و $4q-$ بر بار $q' = +1C$ وارد می‌کنند را حساب کنیم. دقت کنید نیرویی که بار $q+$ بر بار یک کولنی وارد می‌کند دافعه است و نیرویی که بار $4q-$ بر بار یک کولنی وارد می‌کند جاذبه است، پس مطابق شکل جهت نیروها در یک راستا قرار می‌گیرند و کافیست اندازه نیروها را حساب کنیم و با هم جمع کنیم.



می‌دانیم در مربع اندازه قطر همواره $\sqrt{۲}$ برابر اندازه هر ضلع مربع است، پس فاصله هر کدام از بارها تا مرکز مربع برابر $r=\frac{۱}{۲}d=\frac{۱}{۲}(\sqrt{۲})$ است:

$$\begin{cases} F_q=\dfrac{qq'}{۴\pi\varepsilon_\circ r^۲}=\dfrac{q\times ۱}{۴\pi\varepsilon_\circ(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}=\dfrac{۲q}{۴\pi\varepsilon_\circ} \\ F_{۴q}=\dfrac{۴q\times q'}{۴\pi\varepsilon_\circ r^۲}=\dfrac{۴q\times ۱}{۴\pi\varepsilon_\circ(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}=\dfrac{۸q}{۴\pi\varepsilon_\circ} \end{cases} \Rightarrow F_{\text{کل}}=F_q+F_{۴q}=\frac{۲q}{۴\pi\varepsilon_\circ}+\frac{۸q}{۴\pi\varepsilon_\circ}=\frac{۱۰q}{۴\pi\varepsilon_\circ}=\frac{۵q}{۲\pi\varepsilon_\circ}$$

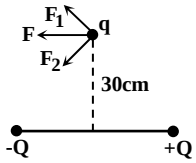
مثال ۱۳: طبق شکل بار $q=۳\times۱۰^{-۶}$ به فاصلهٔ $۳۰cm$ از یک دو قطبی کوچک و بر روی عمود منصف آن قرار دارد. بزرگی نیروی وارد بر بار $۵\times۱۰^{-۶}N$ است. جهت نیروی وارد بر بار و بزرگی نیروی وارد بر دو قطبی کدام است؟



۱) $۵\times۱۰^{-۶}N$, $\leftarrow$ ۲) $۲/۵\times۱۰^{-۶}N$, $\leftarrow$

۳) $۵\times۱۰^{-۶}N$, $\uparrow$ ۴) $۲/۵\times۱۰^{-۶}N$, $\downarrow$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» بارهای $+Q$ و $-Q$ دو قطبی به ترتیب بر بار q نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ را وارد می‌کنند. از آنجائیکه بار q بر روی عمود منصف دو قطبی قرار دارد فاصله آن از بارهای $+Q$ و $-Q$ یکسان است، در نتیجه بزرگی نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ با هم برابر است. چون مؤلفه‌های قائم نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ با هم برابر هستند هم دیگر را خنثی کرده و نیروی برآیند F افقی خواهد بود.



$$\vec{F}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲$$

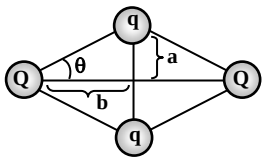
طبق قانون سوم نیوتن بزرگی نیروهای عمل و عکس‌العمل با هم برابر هستند، بنابراین نیرویی که بر دو قطبی وارد می‌شود از نظر بزرگی با نیروی وارد بر بار q برابر خواهد بود، یعنی بر دو قطبی نیروی $۵\times۱۰^{-۶}N$ وارد می‌شود.

مثال ۱۴: شش بار مساوی q را در گوشه‌های یک شش ضلعی منتظم قرار می‌دهیم. اگر یک بار q' در مرکز این شش ضلعی که فاصله آن از هر کدام از بارها r است قرار دهیم، نیروی کل وارد بر بار q' برابر ..... می‌باشد و اگر یکی از بارهای q را برداریم نیروی کل وارد بر بار q' برابر ..... می‌شود.

۱) صفر و $\frac{kqq'}{r^۲}$ ۲) صفر و $\frac{۵kqq'}{r^۲}$ ۳) $\frac{۶kqq'}{r^۲}$ و صفر ۴) $\frac{۵kqq'}{r^۲}$ و $\frac{۶kqq'}{r^۲}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» در حالت اول چون تقارن در شش ضلعی منتظم برقرار است، لذا نیروی هر کدام از بارها بر بار q' با نیروی ناشی از بار مقابل خنثی می‌شود و نیروی کل وارده بر بار q' در این حالت صفر است. در حالت دوم اگر یکی از بارها را برداریم پنج بار باقی می‌ماند که چهار بار دو به دو نیروی همدیگر را خنثی می‌کنند و فقط باید نیروی وارد از طرف یک بار را در نظر بگیریم، یعنی نیروی کل وارد بر بار q' برابر $F=\frac{kqq'}{r^۲}$ است.

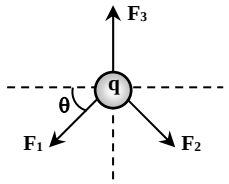
مثال ۱۵: دو بار Q و دو بار q در رئوس یک لوزی مطابق شکل قرار گرفته‌اند. لوزی از نخ ابریشمی است و مجموعه به حالت تعادل رسیده است. کدام گزینه صحیح است؟



۱) $tg^۳\theta=\frac{q^۲}{Q^۳}$ ۲) $tg^۳\theta=(\frac{q}{Q})^۲$

۳) $tg^۳\theta=\frac{q^۳}{Q^۲}$ ۴) $tg^۳\theta=(\frac{q}{Q})^۳$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲» با فرض اینکه اقطار لوزی $۲a$ و $۲b$ باشد آنگاه $tg\theta=\frac{a}{b}$ خواهد بود.



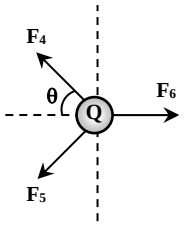
بدیهی است که برای حفظ تعادل لازم است که بارهای Q و q غیرهمنام باشند. در این صورت نیروی وارد بر هر کدام از بارهای q مطابق شکل روبرو محاسبه می‌گردد:

$$F_۲=F_۱=\frac{kQq}{a^۲+b^۲} \quad و \quad F_۳=\frac{kqq}{(۲a)^۲}$$

با توجه به این‌که مؤلفه‌های افقی نیروهای F_1 و F_2 یکدیگر را خنثی می‌کنند، کافیست مؤلفه‌های عمودی آنها را در نظر بگیریم. شرط تعادل آن است که نیروی F_3 با جمع مؤلفه‌های عمودی نیروهای F_2 و F_1 برابر گردد بنابراین داریم:

$$F_1\sin\theta + F_2\sin\theta = F_3 \Rightarrow \boxed{\frac{2kQq}{a^2+b^2}\sin\theta = \frac{kq^2}{(2a)^2}} \quad (1)$$

به همین ترتیب، نیروی وارد بر هر کدام از بارهای Q مطابق شکل زیر محاسبه می‌گردد:



$$F_4 = F_5 = \frac{kQq}{a^2+b^2} \quad و \quad F_6 = \frac{kQ^2}{(2b)^2}$$

شرط تعادل بارهای Q آن است که جمع مؤلفه‌های افقی نیروهای F_4 و F_5 با نیروی F_6 برابر گردد، بنابراین داریم:

$$F_4\cos\theta + F_5\cos\theta = F_6 \Rightarrow \boxed{\frac{2kQq}{a^2+b^2}\cos\theta = \frac{kQ^2}{(2b)^2}} \quad (2)$$

اگر طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

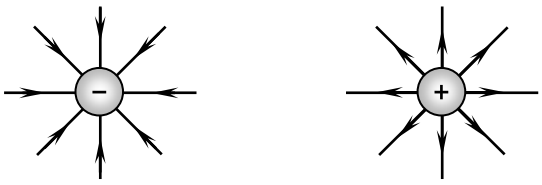
$$tg\theta = (\frac{q^2}{Q^2})(\frac{b}{a})^2 \Rightarrow (tg\theta)(\frac{a}{b})^2 = (\frac{q}{Q})^2 \xrightarrow{tg\theta=\frac{a}{b}} tg^3\theta = (\frac{q}{Q})^2$$

شدت میدان الکتریکی

هر بار الکتریکی در فضای اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. اگر یک بار الکتریکی مانند q_0 را در این میدان الکتریکی قرار دهیم، بر آن نیرو وارد می‌شود. نیروی وارد بر یکای بار مثبت ($q_0 = 1C$) را در هر نقطه ، شدت میدان الکتریکی در آن نقطه می‌نامیم.

اگر بر بار آزمون مثبت q_0 نیروی $\vec{F}$ وارد شود، شدت میدان در آن نقطه از رابطه $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ محاسبه می‌گردد و یکای آن در SI، نیوتن بر کولن $(\frac{N}{C})$ می‌باشد.

تذکر۴: خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت دور می‌شوند و به سوی بار منفی ادامه پیدا می‌کنند. به عبارت دیگر بردار شدت میدان برای بارهای منفی به طرف بار و برای بارهای مثبت از سوی بار به سمت خارج است.



تذکر۵: خطوط میدان الکتریکی هیچگاه همدیگر را قطع نمی‌کنند، زیرا میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا تنها یک مقدار دارد و اگر این خطوط یکدیگر را قطع کنند در یک نقطه دو میدان مختلف خواهیم داشت.

تذکر۶: فشردگی خطوط میدان الکتریکی در یک ناحیه نشان‌دهنده افزایش شدت میدان در آن قسمت می‌باشد .

محاسبه میدان الکتریکی ناشی از بار q :

توجه شود در رابطه قید شده، میدان از باری به غیر از q_0 ناشی شده است. به عبارت دیگر برای محاسبه شدت میدان الکتریکی ناشی از بار q در نقطه‌ای مانند A بار مثبت $q_0 = 1\,C$ را در آن نقطه قرار می‌دهیم و نیروی وارد بر این بار آزمون را محاسبه می‌کنیم.

$$F = \frac{kqq_0}{r^2} \quad , \quad E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{kq}{r^2}}$$

تذکر۷: شدت میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای با مقدار بار نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از بار نسبت عکس دارد.

تذکر۸: شدت میدان الکتریکی مانند نیروی الکترواستاتیک (کولنی) کمیتی برداری است. در محاسبات اگر فقط اندازه شدت میدان برای ما مهم باشد، لازم نیست علامت منفی بار در نظر گرفته شود و همواره مقدار بار را با علامت مثبت در فرمول لحاظ می‌کنیم و فقط در مواقعی که جهت شدت میدان مهم است و یا در شکل خطوط نیرو، بارهای منفی باید با علامت خود درنظر گرفته شوند .

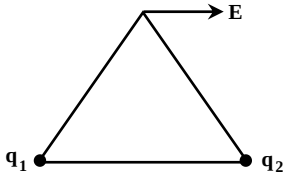
مثال ۱۶: اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله ۴m از بار نقطه‌ای q = ۱۶nc چقدر است؟

۱) $۹\frac{N}{C}$ ۲) $۴/۵\frac{N}{C}$ ۳) $۲/۲۵\frac{N}{C}$ ۴) $۴\frac{N}{C}$

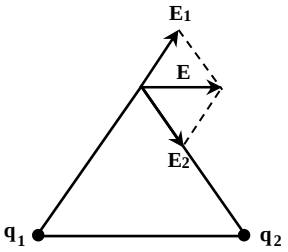
☑ **پاسخ :** گزینه «۱»

$$E=\frac{kq}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۶\times۱۰^{-۹}}{(۴)^۲}=۹(\frac{N}{C})$$

مثال ۱۷: در دو رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع دو ذره بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ قرار دارند و شدت میدان الکتریکی حاصل از آنها در رأس دیگر مطابق شکل است. کدام گزینه صحیح است؟

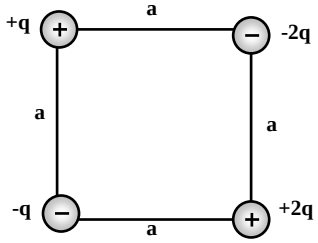


۱) $q_۱$ مثبت و $q_۲$ منفی و اندازه‌ی آنها برابر است.
۲) $q_۱$ مثبت و $q_۲$ منفی و اندازه‌ی آنها متفاوت است.
۳) $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت و اندازه‌ی آنها برابر است.
۴) $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت و اندازه‌ی آنها متفاوت است.



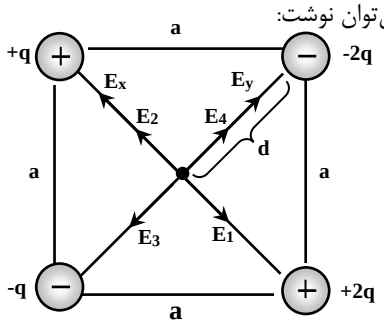
☑ **پاسخ :** گزینه «۱» توجه شود که تنها در حالتی که بردارهای شدت میدان $E_۱$ و $E_۲$ مطابق شکل باشند جهت بردار E می‌تواند مانند فرم نشان داده شده در صورت سؤال باشد و این در حالتی است که $q_۲$ منفی و $q_۱$ مثبت باشد. در صورتی مؤلفه عمودی میدان برآیند صفر می‌شود که اندازهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۲$ با هم برابر باشند.

مثال ۱۸: در مربع شکل زیر اگر $q = ۱\times۱۰^{-۸}\ C$ و $a = ۵\ cm$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی در مرکز آن چقدر است؟



۱) $۱/۰۲\times۱۰^۴\frac{N}{C}$ ۲) $۱/۰۲\times۱۰^۶\frac{N}{C}$
۳) $۲/۰۱\times۱۰^۵\frac{N}{C}$ ۴) $۱/۰۲\times۱۰^۵\frac{N}{C}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴» فاصله هر بار از مرکز مربع $d=\frac{a}{\sqrt{۲}}$ می‌باشد. اگر $E_۱$ شدت میدان ناشی از بار $q+$ و $E_۲$ شدت میدان ناشی از بار $۲q+$ باشد، میدان برآیند آنها E_x خواهد بود که جهت آن به سمت میدان بزرگتر می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



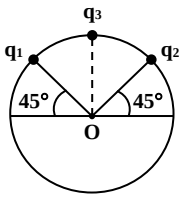
$$\begin{cases}E_۱=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\times\frac{q}{\frac{a^۲}{۲}}\\ E_۲=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\times\frac{(۲q)}{\frac{a^۲}{۲}}\end{cases}\xrightarrow{\text{برآیند دو میدان}}E_x=E_۲-E_۱=\frac{۲q}{۴\pi\varepsilon_۰a^۲}=۷/۱۹\times۱۰^۴\frac{N}{C}\quad(۱)$$

و اگر $E_۳$ شدت میدان ناشی از بار $q-$ و $E_۴$ شدت میدان ناشی از بار $۲q-$ باشد برآیند آنها بردار E_y است که جهت آن در شکل مشخص شده است و داریم:

$$\begin{cases}E_۳=\frac{q}{۴\pi\varepsilon_۰(\frac{a^۲}{۲})}\\ E_۴=\frac{۲q}{۴\pi\varepsilon_۰(\frac{a^۲}{۲})}\end{cases}\xrightarrow{\text{برآیند دو میدان}}E_y=\frac{۲q}{۴\pi\varepsilon_۰a^۲}=۷/۱۹\times۱۰^۴\frac{N}{C}\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{\text{شدت میدان کل}}E_T=\sqrt{E_x^۲+E_y^۲}=\sqrt{۲(۷/۱۹\times۱۰^۴)^۲}=۱/۰۲\times۱۰^۵\frac{N}{C}$$

مثال۱۹: در شکل مقابل اگر $q_1 = q_2 = -2\mu C$ باشد، q_3 چقدر باید باشد تا شدت میدان الکتریکی در نقطه O برابر صفر شود؟



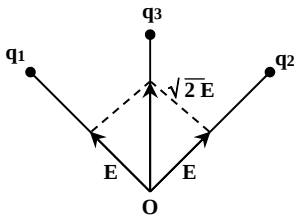
۱) $-2\sqrt{2}\mu C$

۲) $2\mu C$

۳) $-2\mu C$

۴) $2\sqrt{2}\mu C$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴»

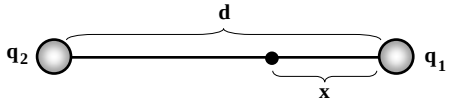


بار q_3 باید مثبت باشد تا شدت میدان الکتریکی در نقطه O صفر شود، پس گزینه‌های ۲ یا ۴ جواب خواهند بود.

$$E' = \sqrt{2}E \Rightarrow |\frac{kq_3}{r^2}| = |\sqrt{2}\frac{kq_1}{r^2}| \Rightarrow q_3 = \sqrt{2}q_1 = \sqrt{2}\times 2 = 2\sqrt{2}\mu C$$

نکته۱: اگر دو بار همنام داشته باشیم در نقطه‌ای بین دو بار، روی خط واصل دو بار و نزدیک به بار کوچکتر شدت میدان صفر خواهد شد.

نکته۲: اگر دو بار همنام q_1 و q_2 به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته باشند و فاصله نقطه‌ای که شدت میدان در آن نقطه برابر صفر است تا بار q_1 برابر x باشد آنگاه رابطه x و d به صورت $\boxed{x = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}\times d}$ می‌باشد .

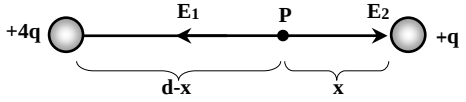


مثال۲۰: دو بار نقطه‌ای و مثبت q و 4q به فاصله d از یکدیگر قرار دارند. اگر در نقطه P به فاصله x از بار q، برآیند شدت میدان الکتریکی حاصل از دو بار صفر باشد، x برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۱) $\frac{3d}{4}$ ۲) $\frac{d}{4}$ ۳) $\frac{2d}{3}$ ۴) $\frac{d}{3}$

☑ **پاسخ :** گزینه «۴»

روش اول : چون دو بار همنام هستند، شدت میدان در بین دوبار صفر خواهد شد. اگر شدت میدان حاصل از بار q را E_1 و شدت میدان حاصل از بار 4q را E_2 بنامیم با توجه به شکل داریم :



$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{x^2} \\ E_2 = \frac{k(4q)}{(d-x)^2} \end{cases} \xrightarrow{\text{برای صفر شدن شدت میدان باید } E_1 = E_2 \text{ باشد .}} \frac{kq}{x^2} = \frac{4kq}{(d-x)^2}$$

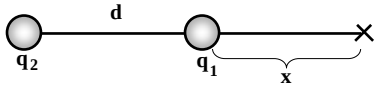
$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(d-x)^2} \Rightarrow (d-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow d-x = 2x \Rightarrow d = 3x \Rightarrow \boxed{x = \frac{d}{3}}$$

روش دوم : با استفاده از نکته (۳) داریم :

$$x = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}+\sqrt{4q}}\times d \Rightarrow x = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}+2\sqrt{q}}\times d = \frac{\sqrt{q}}{3\sqrt{q}}d = \frac{d}{3}$$

نکته۳: اگر دو بار غیرهمنام باشند، شدت میدان در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار، خارج از بارها و نزدیک به بار کوچکتر صفر می‌شود.

نکته۴: اگر دو بار ناهمنام q_1 و q_2 به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته باشند و در فاصله x (خارج از فاصله بین بارها) از بار q_1 شدت میدان صفر باشد آنگاه رابطه x و d به صورت $\boxed{x = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_2}-\sqrt{q_1}}\times d}$ می‌باشد. توجه شود که علامت بارها همواره مثبت در نظر گرفته می‌شود و همچنین بار q_1 از لحاظ مقدار کوچکتر از بار q_2 خواهد بود .

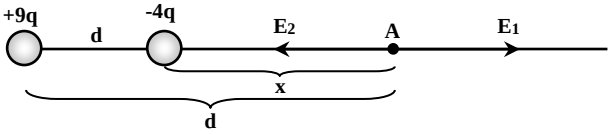


مثال۲۱: دو بار الکتریکی $9q$ و $-4q$ در فاصله d از یکدیگر قرار دارند. در چه فاصله‌ای از بار $+9q$ شدت میدان روی خط واصل صفر می‌شود؟

۱) $2d$ ۲) $3d$ ۳) $\frac{2}{3}d$ ۴) $\frac{3}{2}d$

☑ **پاسخ :** گزینه «۲»

روش اول: اگر E_1 شدت میدان حاصل از بار $+9q$ و E_2 شدت میدان حاصل از بار $-4q$ باشد داریم :



$$\begin{cases} E_1 = \frac{k(9q)}{(x+d)^2} \\ E_2 = \frac{k(4q)}{x^2} \end{cases} \xrightarrow[E_1 = E_2 \text{ میدان باید}]{\text{برای صفرشدن برآیند شدت}} \frac{k(9q)}{(x+d)^2} = \frac{k(4q)}{x^2}$$

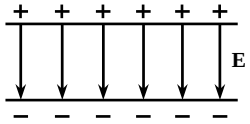
$$\Rightarrow x^2 = \frac{4}{9}(x+d)^2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}(x+d) \Rightarrow 3x = 2x + 2d \Rightarrow x = 2d \Rightarrow d_1 = x + d = 2d + d = 3d$$

روش دوم :
$$x = \frac{\sqrt{4q}}{\sqrt{9q} - \sqrt{4q}} \times d = \frac{2\sqrt{q}}{3\sqrt{q} - 2\sqrt{q}} \times d = \frac{2\sqrt{q}}{\sqrt{q}} \times d = 2d \Rightarrow d_1 = x + d = 2d + d = 3d$$

نکته۵: در یک رسانای باردار بار روی سطح بیرونی رسانا قرار می‌گیرد و در داخل رسانا $\vec{E} = 0$ می‌باشد .

میدان الکتریکی یکنواخت

به میدان الکتریکی که بردارهای شدت میدان در تمام نقاط مساوی، موازی و هم جهت باشند، میدان الکتریکی یکنواخت گفته می‌شود.



مثال۲۲: ذره‌ای که دارای بار $-2\times10^{-9}\ C$ است، در یک میدان الکتریکی یکنواخت تحت تأثیر یک نیروی الکتریکی (رو به پایین) $(N)\ 3\times10^{-6}$ قرار می‌گیرد. بزرگی و جهت میدان الکتریکی را تعیین کنید؟

۱) به سمت بالا، $1/5\times10^3\ (\frac{N}{C})$ ۲) به سمت بالا، $3\times10^3\ (\frac{N}{C})$

۳) به سمت پایین، $1/5\times10^3\ (\frac{N}{C})$ ۴) به سمت پایین، $3\times10^3\ (\frac{N}{C})$

☑ **پاسخ :** گزینه «۱» بر ذره باردار از طرف میدان الکتریکی نیروی $\vec{F} = \vec{E}q$ وارد می‌شود که در آن، E شدت میدان الکتریکی و q بار الکتریکی ذره است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F = Eq \Rightarrow E = \frac{F}{q} = \frac{3\times10^{-6}}{2\times10^{-9}} = 1/5\times10^3\ (\frac{N}{C})$$

چون جهت نیروی وارد بر ذره به سمت پایین است و بار الکتریکی آن منفی می‌باشد، جهت میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

نکته۶: بار الکتریکی مثبت (q) در جهت میدان الکتریکی و بار الکتریکی منفی $(-q)$ در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند.

مثال۲۳: اگر فرض کنیم ذره آلفا موجود در هسته اتم هلیم، دارای جرم $6/4\times10^{-26}$ کیلوگرم و بار الکتریکی $2e+$ کولن باشد، اندازه و جهت میدان الکتریکی که باعث توازن در وزن آن می‌شود، کدام است؟ $(g = 10\ ,\ e = 1/6\times10^{-19})$

۱) $2\mu\frac{N}{C}$ و به طرف بالا ۲) $2n\frac{N}{C}$ و به طرف بالا ۳) $4\mu\frac{N}{C}$ و به طرف پائین ۴) $4n\frac{N}{C}$ و به طرف بالا

☑ **پاسخ :** گزینه «۱»

$$Eq = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{6/4\times10^{-26}\times10}{2\times1/6\times10^{-19}} = 2\times10^{-6}\ \frac{N}{C} = 2\mu\frac{N}{C}$$

توجه شود چون نیروی وزن به سمت پائین است، لذا باید جهت میدان به سمت بالا باشد تا توازن در وزن اتم حفظ شود.