

PART A: Grammar

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

👉 1- The rate that bright comets enter the solar system implies there should be around 3000 of them buzzing around, only 25 are known.

- 1) nonetheless 2) regardless of the fact 3) and yet 4) as there are

👉 2- Contemporary theories of interpretation require that, in our analyses of texts, we consider not only what the text says“made.”

- 1) also its meaning gets and 2) but also gets the meaning of it
3) but its meaning also gets 4) but how its meaning gets

👉 3- individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.

- 1) That 2) An 3) The 4) It is that

👉 4- Plant scientists have been trying for years to genetically modify flowers for aesthetic purposes. The first to go on sale were blue carnations in Australia, in 1996.

- 1) were produced 2) produced 3) had been produced 4) to produce

👉 5- Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, weapon platforms.

- 1) they are often called 2) often called 3) called they are often 4) that are called often

👉 6- Articulating what the difference between humans and other creatures consists of behind it have formed a large and difficult project tackled by biologists, anthropologists, psychologists, and philosophers.

- 1) uncovering the biology 2) the biology of uncovering
3) the biology uncovering 4) and uncovering the biology

👉 7- Most healthcare professionals view depression as “just part of getting old and argue that this illness,, can have serious, even fatal consequences.

- 1) untreated then 2) untreated whether it is 3) if untreated 4) that is untreated

👉 8- Ted had a terrible habit of boasting so much about his smallest accomplishments his vainglory became renowned throughout the small college campus.

- 1) that 2) as 3) in that 4) as though

**PART B: Vocabulary**

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then, mark the correct choice on your answer sheet.

- 9-** Dogs growl and show their teeth in an attempt to frighten the animal or person they perceive as a
- 1) habitat 2) prey 3) suspicion 4) threat
- 10-** Based on his recent poor decisions, it was obvious that Seth lacked even a modicum of good
- 1) sentiment 2) sense 3) sensation 4) sensitivity
- 11-** The judge the extraneous evidence because it was not pertinent to the trial.
- 1) disclosed 2) distended 3) dismissed 4) distorted
- 12-** The more frequently employees take time to exercise during working hours each week, the fewer sick days they
- 1) expend 2) save 3) take 4) recall
- 13-** Classic psychology experiments have shown that when rats are first with an electrical shock to fear a tone when it sounds, they later fear the tone even without the associated shock.
- 1) conditioned 2) sparkled 3) displayed 4) intended
- 14-** In 1998 Gordon Sinclair, the owner of a well-known restaurant, was struggling with a problem that all restaurateurs. Patrons frequently reserve a table but, without notice, fail to appear.
- 1) delegates 2) afflicts 3) intensifies 4) evades
- 15-** Despite what the scientist said, the volcano eruption is not , so do not be concerned!
- 1) impassive 2) negotiable 3) vulnerable 4) imminent
- 16-** At the landfill, the process is in full swing, turning much of the garbage into gasses.
- 1) conversion 2) restoration 3) decomposition 4) pressurization
- 17-** Because I am an extreme planner who needs to control everything, I never engage in
- 1) justification 2) pretention 3) coincidence 4) spontaneity
- 18-** The roads in our town already have too much traffic; building a new shopping mall will the problem.
- 1) frustrate 2) exacerbate 3) preserve 4) exploit
- 19-** The movie *Close Encounters of the Third Kind* tells the story of the first contact between beings from outer space and creatures, that is, those living on earth.
- 1) terrestrial 2) dominant 3) ingenious 4) affable
- 20-** There is agreement that an airport is needed; no one disputes that, but there is fundamental disagreement about where to build it.
- 1) uniform 2) utilitarian 3) unique 4) unanimous

بخش اول: دستور زبان

در سوالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۱- گزینه «۳» با توجه به سرعت و تعداد ورود ستاره‌های دنباله‌دار به منظومه شمسی می‌توان حدس زد که باید تقریباً ۳۰۰۰ مورد از آن‌ها وجود داشته؛ یا این حال تنها ۲۵ عدد از آنها شناسایی شده‌اند.

توضیح: همان‌طور که می‌دانید *nonetheless* قید ربط است؛ یعنی قبل از آن باید نقطه یا نقطه‌ویرگول و بعد از آن باید حتماً *comma* بیاید. با این حساب گزینه (۱) نادرست است. گزینه (۲) در صورتی ارزش بررسی کردن دارد که طراح بعد از *fact* از حرف ربط *that* استفاده می‌کرد. گزینه (۳) صحیح است، هم با توجه به مفهوم جمله و هم با توجه به اینکه قبل از *and* *comma* می‌آید. و گزینه (۴) نادرست است چون بعد از *as* دو تا فعل داریم؛ یکی *are* و یکی *know*.

۲- گزینه «۴» نظریه‌پردازان معاصر در زمینه ترجمه شفاهی باور دارند ما در آنالیز متن، علاوه بر چیزی که متن می‌گوید، باید به نحوه شکل‌گیری معنی آن نیز توجه داشته باشیم.

توضیح: همان‌طور که می‌بینیم این تست با مبحث *not only ... but also* سروکار دارد. اول از همه اینکه در این ساختار *but also* می‌تواند به صورت *but* یا *also* هم به کار برود. پس امیدوارم فوری گزینه (۲) را نزنه باشید.

ضمناً می‌دانیم ساختار *(also) but ... not only* مستلزم رعایت ساختار موازی است؛ بنابراین چون بعد از *not only* کلمه پرسشی *what* را داریم باید بعد از *(also) but* هم از کلمه‌ی پرسشی *how* استفاده کنیم:

.... **not only what the text says but how its meaning gets made.**

۳- گزینه «۱» اینکه شبکه‌های اجتماعی بر روی رفتار افراد تاثیرگذار هستند، قابل تردید نمی‌باشد.

توضیح: تست بسیار ساده‌ای است. توی مبحث جمله‌واره‌ی اسمی گفتیم یکی از کاربردهای *that clause* این است که قبل از فعل *be* به عنوان فاعل استفاده شوند. گفتیم در این موارد *that* به صورت «اینکه» ترجمه می‌شود:

That individual behavior is influenced by social networks is beyond dispute.

مثال بیشتر:

That coffee grows in Brazil is well known.

۴- گزینه «۲» گیاه‌شناسان سال‌هاست که با استفاده از اصلاح ژنتیک به دنبال زیباتر ساختن گل‌ها هستند. گل میخک آبی اولین موردی بود که برای فروش عرضه شد. این گل در سال ۱۹۹۶ در استرالیا تولید شد.

توضیح: این تست از دو جمله تشکیل شده که برای پاسخگویی به آن فقط به جمله دوم نیاز داریم. جمله دوم دارای فعل اصلی *were* می‌باشد، با این حساب به هیچ فعل اصلی دوم دیگری نیاز نداریم چون هر جمله فقط و فقط باید یک فعل اصلی داشته باشد. این یعنی حذف همزمان گزینه‌های (۱) و (۳). گزینه (۴) نادرست است چون قصد بیان هدف نداریم. ضمناً شکل اولیه گزینه (۲) این‌طوری بوده:

The first to go on sale were blue carnations that were produced in Australia, in 1996.

اگر *that were* را حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.



۵- گزینه «۲» سلاح‌ها از طریق وسایل نقلیه مختلفی حمل و تحویل داده می‌شوند. این وسایل نقلیه اغلب با نام پلتفرم سلاح شناخته می‌شوند. توضیح: تقریباً هر سال از این مبحث سؤال می‌آید و ما هم هر سال می‌گوییم بعد از کاما کاربرد that ممنوع است. (این یعنی حذف گزینه (۴)). گزینه (۱) در صورتی صحیح است که کاما به نقطه تبدیل بشود و they هم به They. مهم‌ترین دلیل رد گزینه (۳) کاربرد they بعد از called است. ضمناً شکل اولیه‌ی گزینه‌ی ۲ این طوری بوده:

Weapons have been carried and delivered by a wide variety of vehicles, **which are often called** weapon platforms. اگر which are حذف کنیم، به گزینه (۲) می‌رسیم.

۶- گزینه «۴» درک تفاوت بین انسان و سایر موجودات و مسائل بیولوژیکی نهفته در آن باعث بوجود آمدن مباحث و تحقیقات دشوار و گسترده‌ای شده است که دانشمندانی از رشته‌های مختلف مانند زیست‌شناسی، انسان‌شناسی، روانشناسی و فلسفه به آن می‌پردازند. توضیح: توی تست‌هایی که این‌قدر طولانی هستند، اولین کار این است که به دنبال فعل اصلی باشیم. فعل اصلی سوال ما have formed است. پس به خاطر حضور have باید فاعلمون جمع باشد. اما articulating به تنهایی به فعل مفرد نیاز دارد، این یعنی باید articulating را با and به یک ساختار ing دار موازی دیگر متصل کنیم تا آن موقع کاربرد فعل have هم معنی پیدا کند. و چون فقط گزینه (۴) است که دارای and می‌باشد، می‌توانیم باقی گزینه‌ها را رد کنیم.

۷- گزینه «۳» اکثر متخصصین حوزه بهداشت و درمان، افسردگی را بخشی از پروسه افزایش سن می‌دانند و اعتقاد دارند که در صورت عدم درمان می‌تواند عواقب بسیار وخیمی داشته و یا حتی باعث مرگ بیمار شود. توضیح: اول از همه اینکه طراح سؤال ظاهراً یادش رفته آن (") را که باز کرده ببندد. باید این علامت را قبل از and بیاورد. حالا می‌رسیم به رد گزینه‌ها. کاربرد that بعد از کاما ممنوع است (یعنی رد گزینه (۴)). گزینه ۱ نادرست است چون معلوم نیست طراح سوال آن then را بابت چی استفاده کرده. گزینه (۲) هم کنار می‌رود چون بعد از is هیچ عبارت کامل‌کننده‌ای نداریم. اما برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۳) صحیح است باید اصل جمله را پیدا کنیم.

Most healthcare professionals argue that this illness, **if it is untreated**, can have serious, even fatal consequences. چون it به this illness برمی‌گردد، می‌توانیم با فرض اینکه فاعل‌ها یکسان هستند، فاعل جمله‌واره‌ی وابسته یعنی it و فعل is را حذف کنیم و یک وجه وصفی بسازیم:

Most healthcare professionals argue that this illness, **if untreated**, can have serious, even fatal consequences.

۸- گزینه «۱» تد اخلاق بسیار زشتی داشت و به خاطر کوچک‌ترین موفقیت‌هایش به قدری فخرفروشی می‌کرد که عادت خودستایی او در سرتاسر محوطه‌ی کوچک دانشگاه زبازد عام و خاص بود. توضیح: از ساختار that...so استفاده شده.

....so much about **that**

بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سوالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۹- گزینه «۴» سگ‌ها در هنگام مواجهه با خطر / تهدید، پارس می‌کنند و دندان‌های خود را نشان می‌دهند تا حیوان یا شخص مورد نظر را بترسانند.

(۴) خطر، تهدید

(۳) سوءظن، تردید

(۲) طعمه

(۱) زیستگاه، زیست‌بوم

۱۰- گزینه «۲» ضعف تصمیمات اخیر سبب نشان می‌دهد که کوچکترین درکی نسبت به مسائل مختلف ندارد.

- (۱) تمایل، گرایش، احساس (۲) شعور، معنی، ادراک (۳) احساس، هیجان (۴) حساسیت

۱۱- گزینه «۳» قاضی شواهد غیرضروری را مردود اعلام کرد زیرا ارتباط چندانی با روال دادرسی نداشت.

- (۱) افشاء کردن، فاش کردن (۲) بزرگ کردن، منبسط کردن (۳) مردود شمردن، رد کردن (۴) کج کردن، تحریف کردن

۱۲- گزینه «۳» کارمندان هرچقدر در طول هفته بیشتر ورزش کنند، کمتر به مرخصی استعلاجی نیاز پیدا می‌کنند.

توضیح: جواب این سؤال عیناً توی خود سؤال آمده. یعنی اول بوده take time حالا شده take days.

اصطلاح take sick days یعنی «استعلاجی گرفتن».

۱۳- گزینه «۱» طبق آزمایشات روانشناسی کلاسیک، وقتی موش‌ها برای ترسیدن از یک صدای بخصوص به وسیله شوک الکتریکی شرطی شوند، بعدها

بدون وجود شوک الکتریکی هم از آن صدا می‌ترسند.

- (۱) شرطی کردن (۲) درخشیدن، برق زدن (۳) نمایش دادن (۴) قصد داشتن

۱۴- گزینه «۲» گوردن سینکلر، صاحب یکی از رستوران‌های مشهور، در سال ۱۹۹۸ با یکی از مشکلاتی که تمامی رستوران‌ها را آزار می‌داد، دست

و پنجه نرم می‌کرد. مشتریان، میز رزرو می‌کردند اما بدون اطلاع در رستوران حاضر نمی‌شدند.

- (۱) تفویض کردن، سپردن (۲) رنجاندن، آزردن (۳) تشدید کردن (۴) طفره رفتن، شانه خالی کردن

۱۵- گزینه «۴» علیرغم دیدگاه آن دانشمند، فوران آتشفشان در آینده‌ای نزدیک اتفاق نخواهد افتاد. بنابراین جایی برای نگرانی نیست!

- (۱) خونسرد، بی‌عاطفه (۲) قابل مذاکره (۳) آسیب‌پذیر (۴) قریب‌الوقوع

۱۶- گزینه «۳» در مکان دفن زباله، پروسه‌ی تجزیه با قدرت در حال اجرا است. در این پروسه بخش زیادی از زباله به گاز تبدیل می‌شود.

- (۱) تبدیل، تغییر (۲) ترمیم، بازسازی (۳) تجزیه (۴) تحت فشار قرار دادن

۱۷- گزینه «۴» من، به دلیل اینکه برنامه‌ریز بسیار دقیقی هستم، باید همه چیز را تحت نظر داشته باشم. بنابراین در زندگی من هرگز چیزی

بدون برنامه‌ریزی (فی‌البداهه) اتفاق نمی‌افتد.

- (۱) توجیه، دلیل آوردن (۲) تظاهر، وانمود (۳) اتفاق، تصادف، تقارن (۴) بدون برنامه، خودبخودی

۱۸- گزینه «۲» خیابان‌های شهر ما در حال حاضر هم ترافیک سنگینی دارد و ساخت پاساژ این مشکل را بدتر خواهد کرد.

- (۱) خنثی کردن، مختل کردن (۲) بدتر کردن، تشدید کردن (۳) حفظ کردن، نگه داشتن (۴) استخراج کردن، بهره‌برداری کردن

۱۹- گزینه «۱» فیلم «برخورد نزدیک از نوع سوم» داستان اولین برخورد بین موجودات فضایی و موجودات زمینی را روایت می‌کند.

- (۱) زمینی، دنیوی، خاکی (۲) غالب، مسلط (۳) باهوش، ماهر (۴) مهربان، خوش‌برخورد

توجه: در گزینه (۳) واژه ingenious به معنی «باهوش، ماهر، ماهرانه» است که از واژه genius به معنای «نبوغ، ذکاوت» گرفته شده. اکثر داوطلبان این واژه را با واژه ingenuous به معنی «صاف‌وساده، بی‌ریا» اشتباه می‌گیرند.

۲۰- گزینه «۴» همه افراد با ساخت فرودگاه موافق هستند، اما در مورد مکان ساخت آن اختلاف نظر شدیدی وجود دارد.

- (۱) یک‌شکل، یک‌دست (۲) سوداگر، سودمند، کاربردی (۳) منحصربه‌فرد (۴) متفق‌القول، به‌اتفاق آرا

توجه: لغت unanimous معمولاً با واژگان consent, agreement, decision, vote و ... می‌آید.

سوالات ریاضی

مبانی علوم ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

کله ۱- دنباله توابع $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $C(n, x)$ به معنی پیوستگی f_n در x و $D(n, x)$ به معنی مشتق پذیری f_n در x باشد. کدام گزینه ترجمه گزاره زیر به زبان منطق است؟

اگر بعضی از f_n ها بر $[0, 1]$ پیوسته باشند ولی هیچ کدام آن‌ها در هیچ نقطه‌ای از $[0, 1]$ مشتق پذیر نباشند آنگاه تابعی پیوسته بر $[0, 1]$ وجود دارد که در هیچ نقطه‌ای مشتق پذیر نیست. (\mathbb{N} را مقید به اعداد طبیعی و x را مقید به بازه $[0, 1]$ می‌گیریم و \sim نماد نقیض است.)

$$(\forall n \exists x C(n, x)) \wedge (\nexists n \nexists x D(n, x)) \Rightarrow \exists n \exists x (C(n, x) \Rightarrow \sim D(n, x)) \quad (1)$$

$$(\exists n \exists x C(n, x)) \wedge (\forall n \forall x \sim D(n, x)) \Rightarrow \exists n \exists x (C(n, x) \wedge \sim D(n, x)) \quad (2)$$

$$(\exists n \forall x C(n, x)) \wedge (\nexists n \nexists x D(n, x)) \Rightarrow \exists n \forall x (C(n, x) \Rightarrow \sim D(n, x)) \quad (3)$$

$$(\exists n \forall x C(n, x)) \wedge (\forall n \forall x \sim D(n, x)) \Rightarrow \exists n \forall x (C(n, x) \wedge \sim D(n, x)) \quad (4)$$

کله ۲- فرض کنیم $\{A_i\}_{i \in I}$ ، $\{B_j\}_{j \in J}$ و $\{C_k\}_{k \in K}$ سه خانواده از مجموعه‌های ناتهی باشند که

$$\forall k \in K \forall j \in J (B_j \subseteq C_k) \text{ و } \forall i \in I \exists j \in J (B_j \subseteq A_i)$$

کدام گزینه درست است؟

$$\bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (2)$$

$$\bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (1)$$

$$\bigcap_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \not\subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (4)$$

$$\bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \not\subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (3)$$

کله ۳- رابطه R را روی $C[0, 1]$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم. به ازای هر $f, g \in C[0, 1]$ هرگاه تقریباً همه جا بر $[0, 1]$ ، $f(x) \leq g(x)$ کدام گزینه درباره رابطه R درست است؟

(۲) ترتیب کلی است.

(۱) هم‌ارزی است.

(۴) پادتقارنی است ولی متعددی نیست.

(۳) ترتیب جزئی است ولی ترتیب کلی نیست.

کله ۴- فرض کنید $X = \{x \in A : x < 0 \vee x^2 \leq \pi\}$ و $Y = \{x \in A : 0 < x \wedge \pi < x^2\}$ که در آن A مجموعه اعداد جبری است. کدام گزینه

نادرست است؟

$$X \cup Y = A \quad (1)$$

(۲) مجموعه X زیرینه (سوپرمم) دارد ولی بیشینه (ماکسیمم) ندارد.

(۳) مجموعه Y زیرینه (اینفیمم) دارد ولی زیرینه (سوپرمم) ندارد.

(۴) مجموعه X بیشینه (ماکسیمم) دارد ولی زیرینه (اینفیمم) ندارد.

کله ۵- فرض کنید α و β اعداد اصلی باشند. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر اعداد اصلی α و β متناهی نباشند و $\alpha < \beta$ آنگاه به ازای هر عدد اصلی γ ، $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$.

(۲) اگر $\alpha \leq \beta$ آنگاه به ازای هر عدد اصلی γ ، $\alpha^\gamma \leq \beta^\gamma$.

(۳) اگر $\alpha\beta = 0$ آنگاه $\alpha = 0$ یا $\beta = 0$.

(۴) اگر $\alpha\beta = 1$ آنگاه $\alpha = 1$ و $\beta = 1$.



مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

کله ۶- فرض کنید $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ تبدیل خطی با ضابطه $T(x, y, z) = (x+y+z, x+2y-2z, 2x+3y-2z, 3x+4y-z)$ است. در این صورت بعد فضای تصویر T ، کدام است؟

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{matrix}$$

کله ۷- فرض کنید A یک ماتریس 7×7 پادمتقارن $(A^T = -A)$ با درایه‌های حقیقی باشد. اگر I_7 ماتریس همانی باشد، آنگاه رتبه $I_7 + A$ ، کدام است؟

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \\ 6 & 6 & 6 \\ 7 & 7 & 7 \end{matrix}$$

کله ۸- فرض کنید A و B دو ماتریس 5×5 متمایز با درایه‌های حقیقی باشند به طوری که مجموع درایه‌های روی هر سطر برابر با ۲ است. در این صورت $\det(AB - BA)$ ، کدام است؟

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \end{matrix}$$

کله ۹- فرض کنید عملگر خطی T روی \mathbb{R}^3 ، به صورت $T(x, y, z) = (2y + z, x - 4y, 3x)$ تعریف شده است. نمایش ماتریسی T نسبت به پایه $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ ، $\alpha_2 = (1, 1, 0)$ ، $\alpha_3 = (1, 0, 0)$ کدام است؟

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & -2 \\ 6 & 5 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 & 6 & -6 \\ -3 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

کله ۱۰- فرض کنید A یک ماتریس 3×3 با درایه‌های مختلط اثر ۲ باشد $(\text{tr}(A) = 2)$. اگر A دارای یک مقدار ویژه ۷ با بردارهای ویژه متناظر

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ و } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} 588 & 343 & -343 & -588 \end{matrix}$$

مبانی آنالیز ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

کله ۱۱- برای تابع پیوسته $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ کدام گزینه نتیجه نمی‌دهد که $f = 0$ ؟

$$\begin{matrix} (1) \text{ برای هر } n \in \mathbb{Z} \int_0^n |f(t+n)| dt = 0 & (2) \text{ برای هر } r \in \mathbb{Q} \int_0^r f(t) dt = 0 \\ (3) \text{ برای هر } x \in \mathbb{R} \int_0^1 f(xt) dt = 0 & (4) \text{ برای هر } x \in \mathbb{R} \int_0^1 f(x+t) dt = 0 \end{matrix}$$

کله ۱۲- کدام گزینه درست است؟

$$\begin{matrix} (1) \text{ تابع پیوسته و پوشای } f: (0, 1) \rightarrow [0, 1] \text{ وجود ندارد.} \\ (2) \text{ تابع پیوسته و دوسویی } f: (0, 1) \rightarrow [0, 1] \text{ وجود ندارد.} \\ (3) \text{ تابع پیوسته و یک به یک } f: [0, 1] \rightarrow (0, 1) \text{ وجود ندارد.} \\ (4) \text{ یک تابع پیوسته و پوشای } f: [0, 1] \rightarrow (0, 1) \text{ وجود دارد.} \end{matrix}$$

کله ۱۳- تابع f را بر \mathbb{R} با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin^2 \frac{\pi}{2x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ تعریف می‌کنیم. کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{matrix} (1) \text{ تابع } f \text{ بر } \mathbb{R} \text{ یکنواخت پیوسته است.} \\ (2) \text{ تابع } f \text{ بر زیرمجموعه‌های فشرده } \mathbb{R} \text{ یکنواخت پیوسته است.} \\ (3) \text{ تابع } f \text{ بر } \mathbb{R} \text{ مشتق پذیر است ولی مشتق آن در صفر پیوسته نیست.} \\ (4) \text{ تابع } f \text{ بر } \mathbb{R} \text{ پیوسته است ولی پیوستگی آن یکنواخت نیست.} \end{matrix}$$

کله ۱۴- کدام گزینه در مورد دنباله $\{n!e - [n!e]\}$ درست است؟ ($[\cdot]$ نماد جزء صحیح است.)

$$\begin{matrix} (1) \text{ همگرا به صفر است.} & (2) \text{ همگرا به } 1 \text{ است.} & (3) \text{ همگرا به } \frac{1}{e} \text{ است.} & (4) \text{ واگرا است.} \end{matrix}$$

کله ۱۵- فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای کران دار از اعداد حقیقی باشد. کدام گزینه برابر با $\liminf x_n$ نیست؟

$$\begin{matrix} (1) \inf \bigcap_{k=1}^{\infty} \{x_n : n \geq k\} \\ (2) \sup \{ \alpha \in \mathbb{R} : \text{متناهی است } \{n \in \mathbb{N} : x_n < \alpha\} \} \\ (3) \inf \{x_n : n \in \mathbb{N}\}' \text{ (به شرط آنکه } \{x_n : n \in \mathbb{N}\}' \neq \emptyset \text{)} \\ (4) \inf \{ \alpha \in \mathbb{R} : \text{نامتناهی است } \{n \in \mathbb{N} : x_n < \alpha\} \} \end{matrix}$$

پاسخنامه ریاضی

مبانی علوم ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۱- گزینه «۴» چون $F_n(x)$ دنباله‌ای از توابع می‌باشد بنابراین وابسته به دو متغیر n و x است. عبارت «اگر بعضی از F_n ها بر $[0,1]$ پیوسته باشند»، یعنی n هایی وجود دارند که برای هر x در $[0,1]$ پیوسته می‌باشند و به صورت منطق ریاضی $\exists n \forall x \neg C(n,x)$ بیان می‌شود. عبارت «هیچ کدام از آنها در هیچ نقطه‌ای از $[0,1]$ مشتق‌پذیر نباشند» به عبارت قبل عطف شده است بنابراین نوع ترکیب عطفی می‌باشد و عدم مشتق‌پذیری یعنی نقیض $D(n,x)$ ولی کدامیک از x ها و کدامیک از n ها. واژه «هیچ کدام» یعنی تمامی x ها و تمامی n ها بنابراین $\forall n \forall x \exists \sim D(n,x)$. می‌توان گفت عبارت نتیجه‌گیری مانند عبارت «اگر بعضی از f_n ها» می‌باشد، بنابراین $\exists n \forall x$ و تابع پیوسته باشد ولی مشتق‌پذیر نباشد به صورت $C(n,x) \wedge \sim D(n,x)$ خواهد بود.

۲- گزینه «۲» چون $\forall k \in K$ و $\forall j \in J$ ، بنابراین داریم: $B_j \subseteq C_k$ پس می‌توان گفت: $\bigcap_j B_j \subseteq \bigcap_k C_k$ ولی در مورد $\forall i \in I$ و $\exists j \in J$ می‌توان گفت چون ترکیب وجودی برای J می‌باشد، بنابراین $\bigcap_j B_j$ و برای i ها ترکیب عمومی می‌باشد بنابراین $\bigcap_i A_i$ و در کل داریم:

$$x \in \bigcap_j B_j \Rightarrow \exists j \in J \Rightarrow x \in B_j \Rightarrow \exists j \in J, \forall i \in I \Rightarrow x \in A_i \Rightarrow \exists j \in J, \forall i \in I \Rightarrow x \in \bigcap_i A_i$$

۳- گزینه «۳» ترتیب کلی نمی‌باشد زیرا خاصیت $f \leq g$ و $g \leq f$ دارد بنابراین $f = g$ برقرار نمی‌باشد، ولی ترتیب جزئی می‌باشد زیرا خاصیت انعکاسی، پادمتقارن و متعددی برقرار می‌باشد.

۴- گزینه «۴» به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

- گزینه (۱) صحیح می‌باشد زیرا X مجموعه $(-\infty, \pi]$ و Y مجموعه (π, ∞) را در برمی‌گیرد که مجموعه A را ایجاد می‌کند.
گزینه (۲) نیز صحیح می‌باشد زیرا $\sup X = \pi$ ولی جبری نیست بنابراین ماکسیمم ندارد.
گزینه (۳) نیز صحیح می‌باشد زیرا $\inf Y = \pi$ ولی باز مانند گزینه (۲) جبری نمی‌باشد.

۵- گزینه «۱» فرض کنیم $\alpha = \text{Card}(N_0)$ ، $\beta = \text{Card}(N)$ ، $\gamma = \text{Card}(N_e)$ که N_0, N, N_e به ترتیب معرف اعداد طبیعی فرد، اعداد طبیعی و اعداد زوج باشند، آن‌گاه $\alpha + \gamma = \text{Card}(N)$ و $\beta + \gamma = \text{Card}(N)$ بنابراین $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$ می‌باشد در صورتی که $\alpha < \beta$ می‌باشد.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۶- گزینه «۲» فرض کنیم e_1, e_2, e_3 پایه‌های استاندارد \mathbb{R}^3 باشند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم نمایش ماتریسی تبدیل خطی T به صورت $A = [T(e_1), T(e_2), T(e_3)]$ است:

رتبه‌ی T برابر با رتبه‌ی A است.

اما محاسبات ساده نشان می‌دهد که ماتریس A دو ستون مستقل خطی دارد و:

۴ برابر ستون دوم - ۵ برابر ستون اول = ستون سوم

بنابراین داریم:

$$\text{Rank}(T) = \text{Rank}(A) = 2$$



۷- گزینه «۴» A یک ماتریس پاد متقارن 7×7 است. دترمینان ماتریس پاد متقارن با بعد فرد برابر صفر است پس $\det(A) = 0$. یعنی $\text{rank } A$ از ۷ کمتر است ($\text{rank } A$ یک عدد زوج است یعنی ۲، ۴ یا ۶).

I_7 یک ماتریس همانی است یعنی قطر اصلی آن ۱ است و بقیه‌ی درایه‌ها صفر هستند. قطر اصلی ماتریس A برابر صفر است. پس $I_7 + A$ یک ماتریس با $\det \neq 0$ است. بنابراین داریم:

$$\text{rank}(I_7 + A) = 7$$

یعنی:

۸- گزینه «۲»

بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض کنیم

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

در این صورت داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ و } BA = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ و } AB - BA = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(AB - BA) = 0$$

۹- گزینه «۴» ماتریس T نسبت به پایه‌ی مرتب استاندارد به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \beta = \{e_1, e_2, e_3\} \\ \beta' = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$$

$$\alpha_1 = e_1 + e_2 + e_3, \quad \alpha_2 = e_1 + e_2, \quad \alpha_3 = e_1$$

داریم:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین ماتریس P (ماتریس نسبت به پایه‌ی مرتب استاندارد) به صورت مقابل است:

حال داریم:

$$[T]_{\beta'} = P^{-1}[T]_{\beta} P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & +1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & +1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3 & +3 & +3 \\ -6 & -6 & -2 \\ 6 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه «۱» اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد مجموع n مقدار ویژه‌ی A برابر با $\text{tr}(A)$ و حاصل ضرب n مقدار ویژه‌ی آن برابر با $\det A$ است.

در ماتریس داده شده برای مقدار ویژه‌ی ۷ دو بردار ویژه‌ی متمایز داریم. پس یک ریشه‌ی مضاعف معادله مشخصه‌ی A است. داریم:

$$\text{tr}(A) = 2 \Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 2 \Rightarrow 7 + 7 + \lambda_3 = 2 \Rightarrow \lambda_3 = -12$$

پس مقادیر ویژه‌ی ۷ و ۷ و -12 هستند، بنابراین داریم:

$$\det(A) = \lambda_1 \times \lambda_2 \times \lambda_3 = 7 \times 7 \times -12 = -588$$

مبانی آنالیز ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۱۱- گزینه «۴» چون f پیوسته می‌باشد و از طرفی با تعویض متغیر $z = x + t$ آن‌گاه $\int_x^{x+1} f(z) dz = 0$ در بازه $[x, x+1]$ ($x \in \mathbb{R}$) کراندار نمی‌باشد بنابراین نمی‌توان از قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها استفاده کرد و نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که $f = 0$ می‌باشد.

قضیه: فرض کنید α و $F \in R(\alpha)$ بر $[a, b]$ و همچنین M و m به ترتیب سوپریم و اینفییم F روی $[a, b]$ باشند در این صورت عددی مانند c که $c \in [m, M]$ وجود دارد به نحوی که $\int_a^b f(x) dx = c(\alpha(b) - \alpha(a))$ به خصوص اگر f بر $[a, b]$ پیوسته باشد آن‌گاه $x_0 \in [a, b]$ وجود دارد که $f(x_0) = c$.

۱۲- گزینه «۲» فرض کنیم f یک به یک و پیوسته باشد بنابراین اکیداً یکنواست. حال فرض می‌کنیم f اکیداً صعودی است در این صورت f^{-1} نیز اکیداً صعودی است و از طرفی f^{-1} دارای خاصیت مقدار میانی است. یعنی:

$$x_1 < \lambda < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(\lambda) < f(x_2)$$

$$f(x_1), f(x_2) \in [0, 1] \text{ (پوشاست)}$$

$$f^{-1}(f(x_1)) < \lambda < f^{-1}(f(x_2))$$

و داریم $f^{-1}(f(\lambda)) = \lambda$ بنابراین f^{-1} دارای خاصیت مقدار میانی می‌باشد و نتیجه می‌گیریم f^{-1} نیز پیوسته است پس $f^{-1}([0, 1])$ می‌بایست بسته باشد که می‌بینیم باز است.

۱۳- گزینه «۴» ثابت می‌کنیم که f در \mathbb{R} پیوسته است. توجه داریم که اگر گسستگی وجود داشته باشد می‌تواند در نقطه صفر واقع شود بنابراین با در نظر گرفتن $\varepsilon > 0$ داریم:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \ni |x| < \delta \Rightarrow \left| x^2 \sin^2 \frac{\pi}{2x} \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| x^2 \right| \left| \sin^2 \frac{\pi}{2x} \right| < \varepsilon \Rightarrow x^2 < \varepsilon$$

می‌دانیم که $\sin^2 \frac{\pi}{2x} < 1$ بنابراین کفایت $\delta = \sqrt{\varepsilon}$ را در نظر بگیریم. حال در مورد پیوستگی یکنواخت داریم:

$$f'(x) = 2x \sin^2 \frac{\pi}{2x} - \frac{\pi}{x} \sin \frac{\pi}{x}$$

از طرفی داریم:

$$|f'(x)| = \left| 2x \sin^2 \frac{\pi}{2x} - \frac{\pi}{x} \sin \frac{\pi}{x} \right| \geq \left| 2x \sin^2 \frac{\pi}{2x} \right| - \left| \frac{\pi}{x} \sin \frac{\pi}{x} \right| \geq 2|x| + \frac{\pi}{2}$$

بنابراین مشتق تابع کراندار نمی‌باشد و می‌توان گفت که پیوسته یکنواخت نمی‌باشد.

۱۴- گزینه «۱» دنباله $n!e - [n!e]$ همواره عددی می‌باشد متعلق به بازه $(0, 1)$ و به هیچ‌وجه مقدار یک نخواهد شد زیرا $[n!e]$ همواره عددی صحیح

می‌باشد و $n!e \in \mathbb{Q}$ می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که $\frac{1}{n} \leq n!e - [n!e] < 1$ ($n \in \mathbb{N}$) می‌باشد و طبق قضیه فشردگی $\lim_{n \rightarrow \infty} (n!e - [n!e]) = 0$

۱۵- گزینه «۳» در مورد معادل $\liminf x_n$ می‌توان گفت که $\inf \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ صحیح می‌باشد زیرا:

$$\inf \overline{\{x_n : n \in \mathbb{N}\}} = \liminf x_n \in \overline{\{x_n : n \in \mathbb{N}\}}$$

اصول آموزش ریاضی

- ۶۶- مسیر ورود دیدگاه مکانیکی (آزمون‌های معناداری آماری) به حوزه روش‌شناسی تحقیق در آموزش ریاضی، علاوه بر آموزش ریاضی، کدام موارد هستند؟
 (۱) روان‌شناسی - علوم تربیتی (۲) فلسفه - روان‌شناسی (۳) کشاورزی - فلسفه (۴) علوم تربیتی - فلسفه
- ۶۷- فعالیت‌های کدام یک از موارد زیر را به‌عنوان ریشه تاریخی اقدام‌پژوهی در نظر می‌گیرند؟
 (۱) پیروان روان‌شناسی رفتارگرا در آمریکا (۲) مبتنی بر فلسفه کنفوسیوس در چین
 (۳) درس‌پژوهی در نظام آموزشی ژاپن (۴) کورت لوین در جریان جنگ جهانی دوم
- ۶۸- کدام نظریه فلسفه ریاضی، بیشترین اثر را روی پیدایش دیدگاه ساخت‌وسازگرایی در آموزش ریاضی داشته است؟
 (۱) صورت‌گرایی هیلبرت (۲) منطق‌گرایی راسل (۳) عدم تمامیت گودل (۴) افلاطون‌گرایی
- ۶۹- در سیر تاریخی تحول برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، هدایت کدام دوره بیشتر برعهده ریاضی‌دان‌ها بوده است؟
 (۱) ریاضی جدید (۲) بازگشت به اصول
 (۳) برنامه درسی مبتنی بر حل مسئله (۴) برنامه درسی استانداردمحور
- ۷۰- مهم‌ترین عاملی که باعث ترویج دیدگاه استعماری «استفاده از برنامه درسی ریاضی بین‌المللی» شده است، کدام است؟
 (۱) مستقل دانستن ریاضی از فرهنگ (۲) علم مطالعه الگوها، دانستن ریاضی
 (۳) قائل شدن به ارتباط متقابل بین ریاضی و فرهنگ (۴) توجه به فرهنگ‌های گوناگون در برنامه درسی ریاضی
- ۷۱- در سنت‌های آموزشی کدام کشور، برگزاری آزمون‌های کتبی ریشه دارد؟
 (۱) ژاپن (۲) چین (۳) ایران (۴) انگلستان
- ۷۲- آموزش ریاضی به‌عنوان یک رشته دانشگاهی، در کدام سال و پس از کدام واقعه شکل گرفت؟
 (۱) ۱۹۶۸ - تأسیس مجله مطالعات آموزشی در ریاضی
 (۲) ۱۹۵۲ - تشکیل مجدد کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی بعد از جنگ جهانی دوم
 (۳) ۱۹۰۸ - تأسیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی
 (۴) ۱۹۵۷ - فرستادن قمر مصنوعی اسپاتنیک شوروی به مدار زمین
- ۷۳- نهضت ساخت‌وسازگرایی در آموزش ریاضی، ریشه در کدام موارد دارد؟
 (۱) فلسفه صورت‌گرایی در ریاضی - ریاضی به‌عنوان یک پدیده چندفرهنگی
 (۲) نسبیت‌گرایی در فلسفه ریاضی - فلسفه صورت‌گرایی در ریاضی
 (۳) نسبیت‌گرایی در فلسفه ریاضی - ریاضی به‌عنوان یک پدیده جهانی
 (۴) نسبیت‌گرایی در فلسفه ریاضی - ریاضی به‌عنوان یک پدیده چندفرهنگی
- ۷۴- جنبش حل مسئله، در واکنش به کدام نوع برنامه درسی ارائه شده است؟
 (۱) ریاضی مبتنی بر سودمندی اجتماعی (۲) ریاضی مبتنی بر اصول موضوعه
 (۳) دوران «ریاضی جدید» (۴) رجعت به اصول
- ۷۵- از دیدگاه آلن بیشاپ، کدام موارد ویژگی‌های اصلی پژوهش‌های حوزه آموزش ریاضی را مشخص می‌کند؟
 (۱) مبتنی بر شواهد تجربی و بنیان نظری است.
 (۲) مبتنی بر شواهد و نظریه است و آگاهانه انجام می‌شود.
 (۳) آگاهانه و عمدی است و بر مبنای یک نظریه آموزشی شناخته‌شده طراحی شده است.
 (۴) مبتنی بر تجربه زیستن است و بر مبنای چند نظریه آموزشی از قبل تأییدشده، طراحی شده است.

۶۵- گزینه «۲» چون $(\forall i = 1, \dots, n) g_i$ متعامد و یکی می‌باشند، $\|g\|=1$ و $\langle g_i, g_j \rangle = 0$ ($\forall i \neq j = 1, \dots, n$). در گزینه (۱) چون متعامد می‌باشند، صحیح است. در گزینه (۳) نیز عملگر تصویر به خاطر یکی بودن صحیح می‌باشد، یعنی عملگر J تصویر f روی g_k می‌باشد، چون $P(f) = \frac{\langle f, g \rangle}{\|g\|^2} g \Rightarrow P_n(f) = \sum \frac{\langle f, g_k \rangle}{1} g_k$. گزینه (۴) نیز صحیح است، چون مسئله تقریب تابع معلوم f به وسیله ترکیب خطی از توابع $\{g_i\}_{i=1}^n$ می‌باشد که با یافتن ثابت‌های c_i بتواند $\|f - \sum c_i g_i\|$ کمینه نماید و تقریب $P(x) = \sum c_i g_i$ را عموماً تقریب کمترین مربعات می‌نامند.

اصول آموزش ریاضی

۶۶- گزینه «۱» مسیر ورود آزمون‌های آماری در آموزش ریاضی، روان‌شناسی، علوم تربیتی، کشاورزی و ... و حتی ریاضیات کاربردی و مهندسی نیز می‌باشد. به‌طور کلی، هر رشته‌ای که با تحلیل داده‌ها و استنتاج آماری سروکار داشته باشد، می‌تواند زمینه‌ساز ورود به این حوزه شود.

۶۷- گزینه «۴» فعالیت‌های کورت لوین (Kurt Lewin) در طول جنگ جهانی دوم، به‌ویژه کارهایش در زمینه پویایی گروه و تغییرات اجتماعی به‌عنوان یکی از ریشه‌های اقدام‌پژوهی (Action Research) شناخته می‌شوند. لوین به دنبال راهی بود تا بتواند مسایل اجتماعی را به‌صورت عملی حل کند و معتقد بود که تحقیق باید به عمل منجر شود. او با گروه‌های مختلف همکاری می‌کرد تا مشکلاتشان را شناسایی کرده و راه‌حلی برای آن‌ها پیدا کنند و این فرایند را به‌صورت چرخه‌های مشارکتی انجام می‌داد. این رویکرد او، بعدها به‌عنوان یکی از الگوهای اصلی اقدام‌پژوهی مورد استفاده قرار گرفت.

۶۸- «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» نظریه فلسفه ریاضی صورت‌گرایی (Formalism) هیلبرت (Hilbert) تأثیر زیادی بر پیدایش دیدگاه ساخت‌وسازگرایی (Constructivism) در ریاضیات نداشته است. اگرچه هر دو دیدگاه به نوعی با بحران بنیادین در اوایل قرن بیستم مرتبط هستند اما راه‌حل‌ها و رویکردهای متفاوتی را ارائه می‌دهند (ساخت‌وسازگراییان بر این باورند که وجود یک شیء ریاضی تنها زمانی معتبر است که بتوان آن را به‌صورت ذهنی یا فیزیکی ساخت. آن‌ها استفاده از قانون طرد ثالث (Law of Excluded Middle) را در حالت کلی رد می‌کنند و بر ارائه روشی برای ساختن شیء مورد نظر تأکید دارند.

منطق‌گرایی راسل (Bertrand Russell Logicism) با دیدگاه ساخت‌وسازگرایی تاحدودی متضاد می‌باشد (هدف اصلی منطق‌گرایی این بود که نشان دهد ریاضیات را می‌توان به‌طور کامل به منطق کاهش داد). راسل و وایتهد (Whitehead) در کتاب اصول ریاضی (Principia Mathematica) تلاش نمودند تا اصول ریاضیات را از اصول منطقی استخراج کنند. به‌عبارت دیگر، آن‌ها معتقد بودند که مفاهیم و قضایای ریاضی را می‌توان به زبان منطقی بیان و با استفاده از قوانین منطقی اثبات کرد.

در مورد عدم تمامیت گودل می‌توان گفت که ایده‌های اصلی ساخت‌وسازگرایی به‌ویژه شهودگرایی (Intuitionism) که پایه‌گذار آن بروئر (L.E.J. Brouwer) بود قبل از انتشار قضایای ناتمامیت گودل در سال ۱۹۳۱ شکل گرفته بودند. بنابراین، ساخت‌وسازگرایی به‌عنوان یک واکنش به نتایج گودل به‌وجود نیامده بود و در مورد فلسفه ریاضی افلاطون‌گرایی (Platonism) می‌توان گفت معمولاً در تضاد با دیدگاه ساخت‌وسازگرایی در ریاضیات بود. نظریه افلاطون‌گرایی معتقد است که اشیای ریاضی (مانند اعداد، مجموعه‌ها و اشکال هندسی) وجودی مستقل از ذهن انسان دارند و در یک جهان افلاطونی واقع شده‌اند. ریاضی‌دانان این اشیاء را کشف می‌کنند، نه اینکه آن‌ها را خلق کنند. سازمان سنجش گزینه (۳) را به‌عنوان پاسخ صحیح اعلام کرده است، اما طبق توضیحات فوق، هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد.

۶۹- گزینه «۱» در سیر تاریخی تحول برنامه درسی ریاضی، به‌ویژه دوران ریاضیات جدید (New math) که در دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ رایج بود، هدایت و رهبری این تغییرات به‌عهده ریاضی‌دانان بود. دلایل این امر را اصلاحات بنیادین، تخصص ریاضی، تأثیر نهادهای علمی و هدف بهبود آموزش می‌توان بیان نمود. به‌طور خلاصه، هدایت ریاضیات جدید به‌عهده ریاضی‌دانان بود زیرا این جنبش نیازمند دانش تخصصی و اصلاحات بنیادین در مفاهیم با هدف بهبود آموزش ریاضیات بود که تنها توسط ریاضی‌دانان قابل دستیابی بود.

۷۰- گزینه «۱» مستقل دانستن ریاضیات از فرهنگ، به‌عنوان یک عامل مهم در ترویج دیدگاه استعماری (استفاده از برنامه درسی ریاضی بین‌الملل) است. به دلایل: ۱- ادعای جهان‌شمولی ریاضی (دیدگاه استعماری اغلب با این فرض پیش می‌رود که ریاضیات یک دانش جهان‌شمول و بی‌طرف است که فارغ از فرهنگ و جغرافیا ارزش و کاربرد یکسانی دارد. این ادعا باعث می‌شود که برنامه درسی ریاضی بین‌المللی به‌عنوان یک استاندارد جهانی ارائه شود و همه باید از آن پیروی کنند). ۲- نادیده گرفتن دانش بومی ۳- تحصیل برنامه درسی ۴- استعمار دانش مستقل دانستن ریاضیات از فرهنگ می‌تواند به نوعی استعمار دانش منجر شود، به این معنا که یک دیدگاه خاص از دانش (ریاضیات غربی) به‌عنوان دانش برتر و جهانی ترویج می‌شود و دانش محلی و بومی را به حاشیه می‌راند. ۵- تضعیف هویت فرهنگی این دیدگاه اهمیت دارد.



۷۱- گزینه «۲» در سنت‌های آموزشی چین، برگزاری آزمون‌های کتبی ریشه دارد و نقش مهمی در نظام آموزشی این کشور ایفا کرده است. این آزمون‌ها که معمولاً به صورت کتبی و با سؤالات دشوار انجام می‌شوند، به عنوان معیاری برای سنجش دانش و استعداد دانش‌آموزان به کار می‌روند.

۷۲- گزینه «۳» آموزش ریاضی به عنوان یک رشته دانشگاهی قبل از سال ۱۹۰۸ وجود داشته و در آن سال نیز در دانشگاه‌های مختلف در سرتاسر جهان تدریس می‌شده است. این رشته به عنوان یک موضوع مطالعاتی و تحقیقاتی در دانشگاه‌ها تأسیس شده بود و فارغ‌التحصیلان می‌توانستند در زمینه‌های مختلفی مانند تدریس، تحقیقات، مهندسی و علوم کامپیوتر مشغول به کار شوند. همچنین این واقعه پس از تأسیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی اتفاق افتاد.

۷۳- گزینه «۴» نهضت سازه‌گرایی در آموزش ریاضی تا حد زیادی ریشه در فلسفه ریاضی نسبی‌گرایی دارد. نسبی‌گرایی با تأکید بر اینکه دانش ریاضیات ساخته می‌شود، نه اینکه کشف شود، در شکل‌گیری این رویکرد تأثیرگذار بوده است. این فلسفه دیدگاه سازنده‌تر و فعال‌تری از فرایند یادگیری ریاضیات پیشنهاد می‌دهد، اما در مورد ریشه در ریاضی به عنوان یک پدیده چندفرهنگی می‌توان گفت که ساخت‌وسازگرایی بیشتر بر این تمرکز دارد که دانش‌آموزان چگونه به طور فعال و از طریق تجربه و تعامل با محیط، مفاهیم ریاضی را می‌سازند و درک می‌کنند. این دیدگاه اهمیت نقش فعال دانش‌آموز را در ساخت دانش خود برجسته می‌کند، نه اینکه ریاضیات را به عنوان پدیده‌ای چندفرهنگی بررسی کند.

۷۴- گزینه «۴» جنبش حل مسئله در آموزش ریاضیات، تاحد زیادی در واکنش به برنامه درسی رجعت به اصول (به تعبیری، برنامه‌های درسی سنتی و حفظی) شکل گرفت. برنامه‌های رجعت به اصول معمولاً بر حفظ فرمول‌ها، الگوها و روش‌های حل مسائل تمرکز داشتند، بدون اینکه به درک عمیق مفاهیم و فرایند تفکر انتقادی بپردازند. جنبش حل مسئله در مقابل، بر توانایی دانش‌آموز در حل مسائل متنوع و به کارگیری استراتژی‌های مختلف حل مسئله تأکید می‌کرد.

۷۵- گزینه «۲» پژوهش‌ها باید بر پایه نظریه‌های موجود در حوزه‌های مختلف (مانند روان‌شناسی یادگیری، فلسفه آموزش ریاضیات و جامعه‌شناسی آموزش) بنا شوند و یافته‌ها و نتایج را با استفاده از روش‌های پژوهشی معتبر و قابل اطمینان به دست آورند. همچنین پژوهشگران باید آگاهانه و با در نظر گرفتن اهداف و پرسش‌های پژوهشی، به انجام تحقیق بپردازند. این موضوع شامل توجه به پیش‌زمینه‌ها، روش‌های جمع‌آوری داده، تحلیل داده و تعمیم نتایج می‌شود.