فصل اول

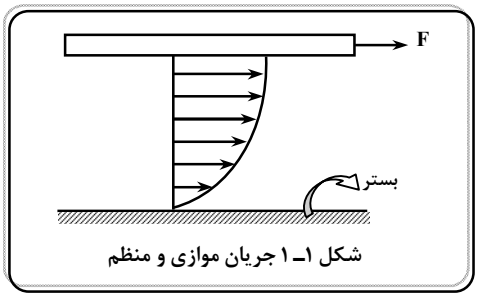
« خواص سیال »

۱ـ۱. تعریف سیال و لزجت

با مراجعه به هر کتاب مکانیک سیالات، اولین و ابتدایی‌ترین تعریفی که با آن مواجه خواهید شد، تعریف سیال می‌باشد. سیال ماده‌ای جاری شونده است که با کمترین نیروی برشی جریان می‌یابد و به دلیل نیروی کم بین مولکولی بسرعت به شکل ظرف خود در می‌آید و به شکل یکنواخت در سراسر حجم خالی پخش می‌شود. به طور خلاصه می‌توان گفت، سیال در مقابل نیروی خارجی و تنش‌های برشی مقاومت بسیار کمی دارد و اعمال نیروی متمرکز بر آن ممکن نیست و با کمترین نیروی برشی تغییر شکل می‌دهد.

لزجت، ویسکوزیته یا گرانروی: خاصیتی است که سیال توسط آن در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می‌دهد.

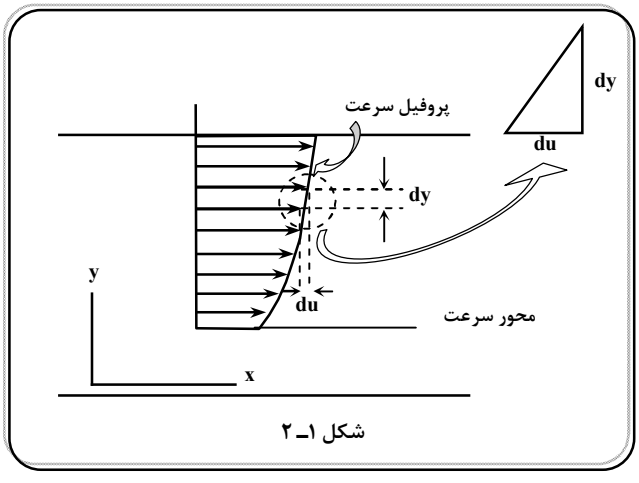
۱ـ۲. قانون لزجت نیوتن ـ تنش برشی در سیالات



شکل ۱ـ۱ جریان موازی و منظم

در بیان این قانون، پیش از هر چیز باید متذکر شد که قانون مذکور در یک جریان کاملاً منظم در خطوط مستقیم و موازی مطرح می‌شود. این جریان را بطور تقریبی و با تقریب بسیار خوب می‌توان در کشیدن صفحه‌ای روی سطح یک سیال تجربه کرد (فاصله بین صفحه و سطح بسیار کم است و لزجت سیال μ می‌باشد) که اگر این کار را کنیم، پروفیل سرعت (شاخص تغییرات سرعت) به شکل زیر می‌شود. (شکل ۱ـ۱)

اگر سرعت کشیدن صفحه U، (ذراتی که روی صفحه متحرک قرار دارند داری سرعتU و ذرات روی سطح ثابت دارای سرعت صفر می‌باشند.) نیروی لازم برای کشیدن صفحه F، عمق سیال زیر صفحه Y و سطح صفحه که در تماس با سیال است A باشد، می‌توان تجربه کرد که :



شکل ۱ـ۲

$$F \propto \frac{AU}{Y} \qquad (۱-۱)$$

و به عبارتی :

$$\frac{F}{A} = \tau \propto \frac{U}{Y} \quad \text{(تنش برشی)} \qquad (۱-۲)$$

نکته مهمی که باید به آن توجه کنید این است که اگر عمق سیال (Y) کم باشد، تناسب فوق با دقت بیشتری برقرار است چرا که در این حالت می‌توان تغییرات سرعت در طول Y را تقریباً خطی فرض کرد. اما در عمل تنها در تغییرات کوچک Y می‌توان روند خطی برای تغییرات U (سرعت) فرض کرد و چیزی مشابه تناسب اخیر را به شکل زیر و با توجه به شکل (۱ـ۲) نوشت.

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \qquad (۱-۳)$$

ضریب تناسب، در تناسب فوق با عددی به نام ویسکوزیته مطلق (μ) نمایش داده می‌شود که به آن ضریب گرانروی مطلق یا دینامیکی هم اطلاق می‌شود.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (۱-۴)$$

ویسکوزیته از خواص سیال است و می‌توان تصور کرد که سیالات چسبناک و غلیظ ویسکوزیته بیشتری دارند. این عامل باعث کند شدن حرکت لایه‌های سیال روی یکدیگر می‌شود و به عبارتی (τ) تنش برشی میان لایه‌های سیال را افزایش می‌دهد. $\frac{du}{dy}$ گرادیان یا نرخ تغییر شکل زاویه‌ای نامیده می‌شود و به رابطه (۱ـ۴) قانون لزجت نیوتن گفته می‌شود.

توجه : در جامدات نیروی ساکن ایجاد تغییر شکل می‌کند در حالی که در سیالات نیروی در حرکت تغییر شکل ایجاد می‌کند.

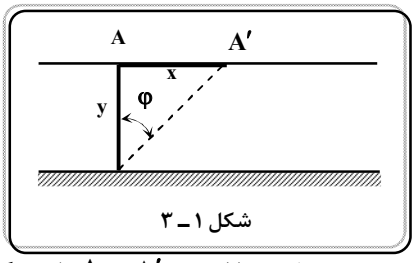
$\tau \propto \varphi^{\bullet}$ **(نرخ زمانی تغییر شکل) در سیالات** **(۱-۵)**

$\tau \propto \varphi$ **(تغییر شکل) در جامدات** **(۱-۶)**

$$\varphi = \frac{x}{y}$$

$$\varphi^{\bullet} = \frac{x/t}{y} \Rightarrow \varphi^{\bullet} = \frac{u}{y}$$

$$\tau = \mu\frac{u}{y} = \mu\varphi^{\bullet} \Rightarrow \tau \propto \varphi^{\bullet}$$ **(در سیالات)**



شکل ۱ ـ ۳

به محض اینکه سرعت حرکت حذف شود A' به A باز می‌گردد و تنش صفر می‌شود.

مثال ۱: در مورد تنش برشی (τ) در سیالات و جامدات کدام گزینه صحیح است؟

۱) تنش برشی در سیالات متناسب با تغییر شکل زاویه‌ای، ولی در جامدات متناسب با نرخ زمانی تغییر شکل زاویه‌ای است.

۲) تنش برشی در سیالات متناسب با نرخ زمانی تغییر شکل زاویه‌ای، ولی در جامدات متناسب با تغییر شکل زاویه‌ای است.

۳) تنش برشی در سیالات و جامدات متناسب با نرخ زمانی تغییر شکل زاویه‌ای است.

۴) تنش برشی در سیالات و جامدات متناسب با تغییر شکل زاویه‌ای است و نه نرخ زمانی تغییر شکل

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در سیالات $\tau\alpha\phi^{\circ}$ (نرخ زمانی تغییر شکل زاویه‌ای) و در جامدات $\tau\alpha\phi$ (تغییر شکل زاویه‌ای)

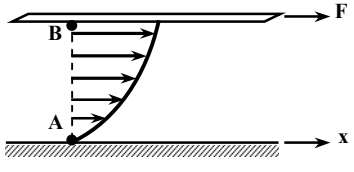
توجه : اگر بار دیگر به شکل (۱ـ۱) رجوع و در آن دقت کنید ملاحظه خواهید کرد که با نزدیک شدن به کف سیال سرعت به صفر نزدیک می‌شود و از طرفی تغییرات سرعت با ارتفاع، بیشتر می‌شود، و یا به بیان دیگر، مقدار $\frac{du}{dy}$ به ماکزیمم خود نزدیک‌تر می‌شود.

$$y \to \circ \Rightarrow \begin{cases} (\frac{du}{dy}) \to (\frac{du}{dy})_{max} \Rightarrow \tau \to \tau_{max} \\ u \to \circ \end{cases}$$ **(۱ـ۷)**

بر عکس، با دور شدن از بستر (مرز ثابت) سرعت بیشتر می‌شود (تا سرعت صفحه متحرک) اما پارامتر $(\frac{du}{dy})$ کمتر می‌شود، بنابراین:

- با نزدیک شدن به صفحه ثابت سرعت به صفر و تنش برشی به مقدار ماکزیمم نزدیک می‌شود.
- با دور شدن از صفحه ثابت سرعت بیشتر شده و تنش برشی کاهش می‌یابد.

مثال۲: صفحه‌ای مطابق شکل روی سیالی با نیروی F کشیده می‌شود. در مورد تنش برشی و سرعت در نقاط A و B، کدام گزینه صحیح است؟ (ویسکوزیته مطلق سیال ثابت فرض شود)



۱) $\begin{cases} V_B = \circ \\ \tau_B = \tau_{max} \end{cases}$

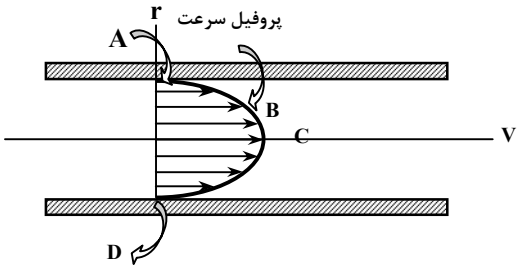
۲) $\begin{cases} V_A = \circ \\ \tau_A = \tau_{max} \end{cases}$

۳) $\begin{cases} V_A = V_{max} \\ \tau_A = \tau_{max} \end{cases}$

۴) $\begin{cases} \tau_A = \circ \\ V_A = V_{max} \end{cases}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» چون نقطه A روی صفحه ثابت است بنابراین $V_A = \circ$ و در صفحه ثابت تنش برشی مقدار ماکزیمم می‌گردد.

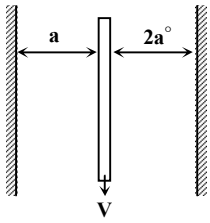
مثال۳: با توجه به پروفیل سرعت در لوله نشان داده شده در شـکل، در کدام نقطه کمترین تنش برشی را داریم؟ (τ)



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» این نقطه چون قلهٔ پروفیل است تغییر سرعت با فاصله از دیوار، $(\frac{du}{dy})$، در آن صفر است پس $\mu\frac{du}{dy}$ یعنی τ در این نقطه کمترین است.

مثال۴: صفحه‌ای به سطح A و وزن W با سرعت ثابتی در داخل ظرفی که در درون آن سیال لزجی با ویسکوزیته μ وجود دارد بـه طـرف پـائین حرکت می‌کند. اگر تغییرات سرعت بین صفحه متحرک و صفحه ثابت خطی باشد. سرعت صفحه متحرک برابر است با:



۱) $\frac{aw}{۳A\mu}$
۲) $\frac{۴aw}{۳A\mu}$
۳) $\frac{۲aw}{۳A\mu}$
۴) $\frac{۳aw}{۳A\mu}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» چون سرعت صفحه متحرک ثابت می‌باشد می‌توان نیروی برشی را با نیروی وزن برابر گرفت. نیروهای برشی عبارتند از $F_۱$ و $F_۲$ و خواهیم داشت.

$$\tau_۱=\frac{F_۱}{A}=\mu\frac{V}{a}\Rightarrow F_۱=\mu\frac{V}{a}A \quad ; \quad \tau_۲=\frac{F_۲}{A}=\mu\frac{V}{۲a}\Rightarrow F_۲=\mu\frac{V}{۲a}A$$

$$w=F_۱+F_۲\Rightarrow w=\mu\frac{V}{a}A+\frac{V}{۲a}A=\frac{۳\mu V}{۲a}A\Rightarrow V=\frac{۲aw}{۳A\mu}$$

مثال۵: معادله تغییرات سرعت سیالی لزج $\mu=۸/۴p$ در بالای سطحی ثابت به صورت $V=۳y^{\frac{۲}{۳}}$ داده شده است. تنش برشی این سـیال را بـه ترتیب در سطح ثابت و در $y=۰/۰۵m$ بر حسب $\frac{kg}{m^۲}$ کدام است؟

۱) $\tau_{سطح}=۰,\ \tau_{۰/۰۵}=۰/۱۶۵$
۲) $\tau_{سطح}=\infty,\ \tau_{۰/۰۵}=۰/۲۶۵$
۳) $\tau_{سطح}=۰,\ \tau_{۰/۰۵}=۰/۳۶۵$
۴) $\tau_{سطح}=\infty,\ \tau_{۰/۰۵}=۰/۴۶۵$

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

$$V=۳y^{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow\frac{dV}{dy}=۲y^{-\frac{۱}{۳}}$$

$$\left.\frac{dV}{dy}\right|_{y=۰}=\infty\Rightarrow\tau_{سطح}=\mu=\left.\frac{dV}{dy}\right|_{y=۰}=\infty$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\frac{dV}{dy}\right|_{y=۰/۰۵}=۵/۴۳\\ \mu=۸/۴p=۸/۴\frac{dyn.s}{cm^۲}=\frac{۸/۴}{۹۸۱\times۱۰۰۰}\frac{kg.s}{cm^۲}=۸/۵۶\times۱۰^{-۲}\frac{kg.s}{m^۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\tau_{۰/۰۵}=۸/۵۶\times۱۰^{-۲}\times۵/۴۳=۰/۴۶۵\frac{kg}{m^۲}$$

مثال۶: سیالی بین دو صفحه موازی با مساحت $۰/۰۱m^۲$ که در فاصله $۲cm$ از هم قرار دارند جریان دارد. سرعت آب از رابطهٔ $V=۲(۱-۱۰^۴y^۳)$ به دست می‌آید و ضریب لزجت $\mu=۱۰^{-۳}\frac{kg}{m.s}$ می‌باشد. نیروی برشی وارد به سیال که از طرف هر یک از صفحات وارد می‌شود عبارت است از:

۱) ۲mN
۲) ۳mN
۳) ۴mN
۴) ۵mN

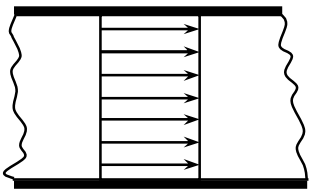
☑ **پاسخ:** گزینه «۳»

$$V=۲(۱-۱۰^۴y^۳)\Rightarrow\left.\frac{dV}{dy}\right|_{y=۰/۰۱}=-۴۰۰s^{-۱}$$

$$\tau=\frac{F}{A}=\mu\frac{dV}{dy}\Rightarrow F=\mu\frac{dV}{dy}A=۱۰^{-۳}\times-۴۰۰\times۰/۰۱=-۴\times۱۰^{-۳}\Rightarrow|F|=۴mN$$

۱ـ ۲ـ ۱. سیال ایده‌ال، سیال نیوتنی، غیر نیوتنی، سیال واقعی

اگر برای سیالی ویسکوزیته صفر فرض کنیم و برای آن قابلیت تراکم در نظر نگیریم، سیال، ایده‌آل خوانده می‌شود. طبیعتاً در سیال ایده‌آل تنش برشی میان لایه‌ها صفر می‌شود $(\tau = \mu \frac{du}{dy})$ و یا به عبارتی لایه‌ها بدون هیچ مقاومتی روی هم حرکت می‌کنند و هیچ چسبندگی به لایه‌های مجاور ندارند. با این فرض، اگر پروفیل سرعت را برای یک سیال ایده‌ال در لوله متصور شویم مانند شکل زیر می‌شود.



شکل ۱ـ۴. پروفیل سرعت در سیال ایده‌آل درون لوله

مثال۷: کدام عبارت در مورد سیال ایده‌آل صادق می‌باشد با:

۱) لزجت سیال ایده‌آل برابر صفر و لذاتش برشی در آن ما همواره صفر می‌باشد.

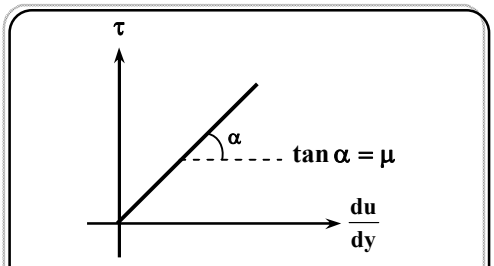
۲) سیال ایده‌آل غیر قابل تراکم بوده و دارای اصطکاک است.

۳) سیال ایده‌آل قابل تراکم بوده و دارای اصطکاک است.

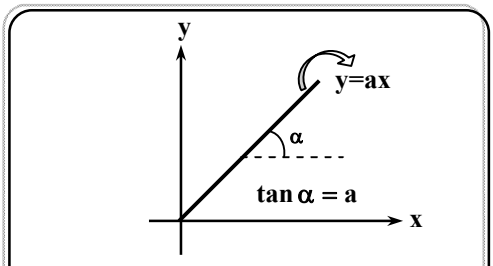
۴) سیال ایده‌آل قابل تراکم بوده و بدون اصطکاک است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در سیال ایده‌آل لزجت برابر صفر فرض می‌شود و تنش برشی $(\tau = \mu \frac{du}{dy})$ صفر است.

سیالات غیر ایده‌ال به دو دسته تقسیم‌بندی شده‌اند، سیال نیوتنی، سیال غیر نیوتنی (واقعی). در سیال نیوتنی مقدار ویسکوزیته ثابت می‌باشد و وابسته به (τ) و $(\frac{du}{dy})$ نیست و اگر تغییرات τ و $(\frac{du}{dy})$ را در یک نمودار رسم کنیم، این تغییرات خطی است و شیب خط معرف (μ) می‌باشد. برای درک بهتر این موضوع می‌توانید، معادله (۱ـ۴) (قانون لزجت نیوتن) را با رابطه ساده خطی $y = ax$ مقایسه کنید که در آن (a) ضریب زاویه خط می‌باشد.

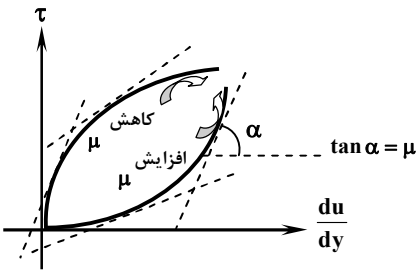


شکل ۱ـ ۵ . تغییرات τ با $(\frac{du}{dy})$ در سیال نیوتنی



شکل ۱ـ ۶ . رابطه خطی $y = ax$

بر عکس در سیال غیر نیوتنی مقدار μ با تغییر $(\frac{du}{dy})$ تغییر می‌کند یعنی روند تغییرات مثل نمودار شکل (۱ ـ ۵) خطی نیست. توجه کنید که شیب خط مماس بر منحنی $(\tau - \frac{du}{dy})$، معرف ویسکوزیته مطلق (μ) است.



شکل ۱ـ ۷. تغییرات τ با $(\frac{du}{dy})$ در سیال غیر نیوتنی

مثال۸: کدام گزینه در مورد سیال نیوتنی صحیح است؟

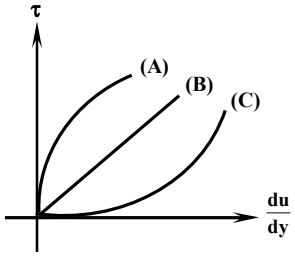
۱) مقدار تنش برشی در لایه‌های مختلف سیال در حالت حرکت یکسان است.

۲) ویسکوزیته سیال تابع تنش برشی نبوده و مقدار ثابتی دارد.

۳) ویسکوزیته سیال صفر است.

۴) مقدار تنش برشی در لایه‌های مختلف سیال در حالت حرکت یکسان نیست.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» در سیال نیوتنی لزجت ثابت بوده در نتیجه تنش برشی طبق یک رابطه خطی تغییر می‌کند.



مثال۹ : با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه صحیح است؟

۱) سیال (A) سیال غیر نیوتنی است که با افزایش (τ) مقدار ویسکوزیته آن کاهش می‌یابد.
۲) سیال (B) سیال غیر نیوتنی است و با افزایش (τ) ویسکوزیته آن کاهش می‌یابد.
۳) سیال (A) و (C) نیوتنی و (B) غیر نیوتنی است.
۴) سیال (C) سیال غیر نیوتنی است که با افزایش (τ) مقدار ویسکوزیته آن کاهش می‌یابد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» شیب نمودار با افزایش (τ) کاهش می‌یابد و این شیب معرف مقدار (μ) است.

۱ـ ۲ـ۲. ویسکوزیته سینماتیکی

ویسکوزیته سینماتیکی به شکل حاصل تقسیم ویسکوزیته مطلق بر دانسیته سیال (ρ) تعریف می‌شود:

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \qquad (۸_۱)$$

مثال۱۰: دانسیته یک سیال عبارت است از:

۱) نسبت حجم سیال به وزن آن ۲) نسبت وزن سیال به حجم آن ۳) نسبت حجم سیال به جرم آن ۴) جرم بر واحد حجم سیال

☑ **پاسخ:** گزینه «۴»

$$\rho = \frac{m}{V}$$

۱ـ ۲ـ ۳. عوامل مؤثر بر ویسکوزیته

عوامل مؤثر بر ویسکوزیته عبارتند از:

۱ـ جنس سیال ۲ـ دمای سیال

در مورد تأثیر دما بر ویسکوزیته باید گفت که در مجموع لزجت مایعات از پیوستگی بین ملکولها ناشی می‌شود و این پیوستگی و در نتیجه (μ) با افزایش دما در مایعات کاهش می‌یابد. از سوی دیگر لزجت در یک گاز تحت تأثیر حرکت تصادفی ملکولها است و این حرکت تصادفی و در نتیجه (μ) با افزایش دما بیشتر می‌شود. فشار تأثیر کمی بر لزجت دارد و معمولاً از تأثیر آن صرف نظر می‌شود. لزجت سینماتیکی مایعات مستقل از فشار است در صورتی‌که برای گازها به فشار بستگی دارد.

مثال ۱۱: کدام عامل تأثیر بیشتری بر لزجت (μ) دارد؟

۱) جنس ۲) دما ۳) فشار ۴) موارد (۱) و (۲)

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» درمایعات دما و جنس بر لزجت مؤثر است و لزجت مستقل از فشار است.

مثال ۱۲: کدام گزینه صحیح است؟

۱) لزجت در گازها تحت تأثیر پیوستگی بین مولکولها است. ۲) لزجت در مایعات تحت تأثیر حرکت تصادفی مولکولها است.
۳) لزجت در گازها تحت تأثیر حرکت تصادفی مولکولها است. ۴) لزجت در جامدات و مایعات بیشتر تحت تأثیر فشار است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» لزجت در یک گاز تحت تأثیر حرکت تصادفی مولکول‌ها است و با افزایش دما حرکت تصادفی مولکول‌ها افزایش می‌یابد بنابراین لزجت گازها با افزایش دما افزایش می‌یابد.

۱ـ۲ـ۴. ابعاد و واحدها برای ویسکوزیته

با توجه به رابطه (۱-۴)، واحد ویسکوزیته مطلق (μ) در SI، $\frac{kg}{m.s}$، $\frac{N.s}{m^2}$ و یا $Pa.s$ و بعد فیزیکی آن $ML^{-1}T^{-1}$ می‌باشد. ویسکوزیته سینماتیکی (υ) نیز در SI دارای واحد $\frac{m^2}{s}$ و بعد فیزیکی آن L^2T^{-1} می‌باشد.

واحدهای دیگری نیز برای μ و υ استفاده می‌شود. مثلاً پوآز برای ویسکوزیته مطلق، که $\frac{1}{10}$ واحد معمول آن در SI می‌باشد و برای ویسکوزیته سینماتیکی که واحد آن $\frac{m^2}{s}$ است با ضرب آن در 10^{+4} واحد متداول استوک بدست می‌آید.

مثال ۱۳ : استوک واحد کدام کمیت است؟

۱) لزجت سینماتیکی ۲) نیرو ۳) لزجت دینامیکی ۴) کشش سطحی

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» استوک واحد لزجت سینماتیکی است که یک استوک برابر است با $10^{-4}\ \frac{m^2}{s}$

مثال ۱۴: واحد ضریب گرانروی مطلق کدام است؟

۱) $\frac{kg}{m.s}$ ۲) $\frac{N.s}{m^2}$ ۳) $Pa.s$ ۴) همه موارد

☑ **پاسخ:** گزینه «۴» واحد لزجت مطلق برابر است با: $\frac{kg}{ms}$ یا $\frac{N.S}{m^2}$ یا $pa.s$

مثال ۱۵: دیمانسیون ویسکوزیته در رابطه $\tau = \mu\frac{du}{dy}$ کدام است؟

۱) $ML^{-1}T^{-1}$ ۲) $ML^{-1}T^{-2}$ ۳) $ML^{-2}T^{-1}$ ۴) $ML^{-2}T^{-2}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» واحد لزجت برابر $\frac{kg}{m.s}$ است بنابراین دیمانسیون آن $ML^{-1}T^{-1}$ می‌باشد.

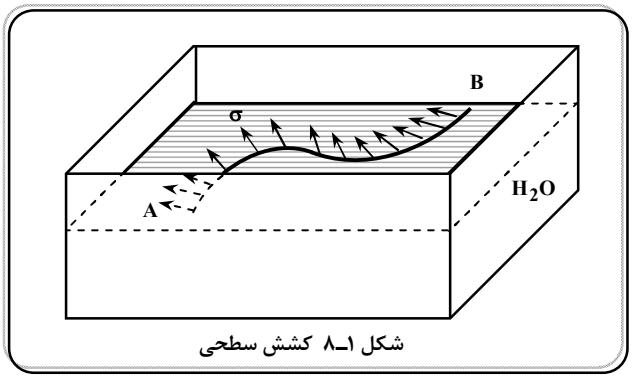
۱ـ۳. کشش سطحی

اگر سطح آزاد مایعی مانند آب را در نظر بگیریم، از آنجا که ملکولهای آن توسط یکدیگر کشیده می‌شوند، ایجاد شکاف در سطح آن نیاز به نیرو دارد. نیروی لازم در واحد طول برای ایجاد شکاف در سیال را کشش سطحی می‌گویند که معمولاً با نماد σ نشان داده می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{L} \qquad (۹-۱)$$

طول شکاف : L

نیرو : F



شکل ۱ـ۸ کشش سطحی

کشش سطحی عامل ایستادن برگ، سوزن یا پر روی سطح سیال می‌باشد. آب باران نیز بر اساس خاصیت کشش سطحی به شکل قطرات یکسان در می‌آید. همچنین از مفهوم کشش سطحی در توضیح پدیده‌هایی چون کشش سطحی و یا فشار داخلی قطره و حباب بهره گرفته می‌شود که در این بخش به آن خواهیم پرداخت. واحد کشش سطحی در SI، $(\frac{N}{m})$ و دیمانسیون آن (MT^{-2}) می‌باشد.

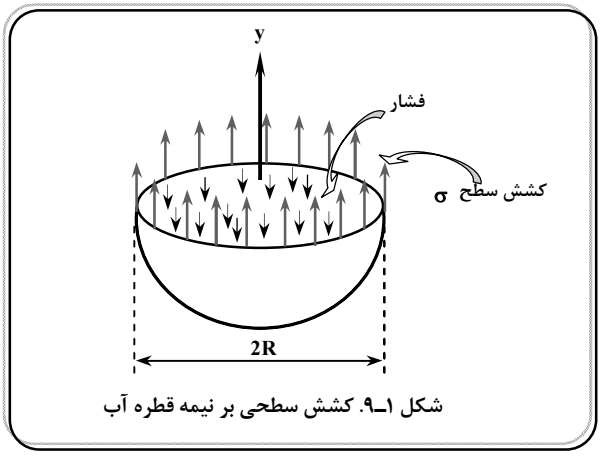
مثال ۱۶: برای کدام کمیت واحد صحیحی اختیار شده است؟

۱) فشار $(\frac{N^2}{m})$ ۲) ویسکوزیته مطلق $\frac{N}{m^2.s}$ ۳) کشش سطحی $(\frac{N}{m})$ ۴) ویسکوزیته سینماتیکی $\frac{m.s}{N}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» واحد کشش سطحی $(\frac{N}{m})$ می‌باشد که دیمانسیون آن (MT^{-2}) است.

۱ـ۳ـ۱. فشار داخلی قطره و حباب

بدلیل وجود نیروی کشش سطحی، فشار داخلی قطره و حباب بیش از فشار بیرون آن است. اگر این اختلاف فشار را با (P_i) در داخل قطره و حباب نشان دهیم می‌توان P_i را در آنها بر حسب مقدار کشش سطحی تخمین زد. در مورد قطره فشار داخلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:



شکل ۱ـ۹. کشش سطحی بر نیمه قطره آب

$$\sum F_y = 0$$

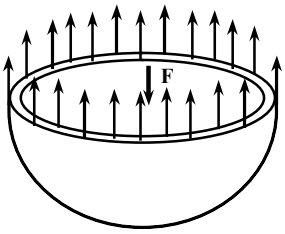
$$-(P_i)(\pi R^2) + \sigma(2\pi R) = 0 \Rightarrow P_i = \frac{2\sigma}{R} \qquad (۱۰ـ۱)$$

توجه کنید که در اثبات اخیر، جمله اول حاصل ضرب فشار در سطح اعمال فشار است $(P_i.A)$ که معرف نیروی فشاری است و جمله دوم حاصل ضرب کشش سطحی در طول اعمال این نیرو در لبه‌های قطره (مرز با بیرون) است که مقدار این نیرو را روی کل مرز تعیین می‌کند و کل تساوی نیز چیزی جز تعادل نیرو در راستای قائم نیست.

در مورد حباب نیز عملیاتی مشابه داریم. با این تفاوت که هنگام اعمال نیروی کشش سطحی در حباب، با برش عرضی حباب با دو مرز خارجی سیال با محیط، یکی داخل و یکی خارج حباب مواجه می‌شویم.

$$-(P_i)\pi R^2 + 2\left[\sigma(2\pi R)\right] = 0$$

$$\Rightarrow P_i = \frac{4\sigma}{R} \qquad (۱۱_۱)$$



شکل ۱ـ۱۰ کشش سطحی بر نیمه حباب

مثال ۱۷: فشار داخلی حباب از کدام یک از روابط زیر استخراج می‌شود؟ (σ کشش سطحی و R شعاع حباب)

۱) $\frac{2\sigma}{R}$ ۲) $\frac{4\sigma}{R}$ ۳) $\frac{\sigma}{R}$ ۴) $\frac{\sigma}{2R}$

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» فشار داخلی به ترتیب برای یک جت استوانه‌ای کوچک، یک قطره کروی و یک حباب به شعاع R به صورت $\frac{\sigma}{R}$, $\frac{2\sigma}{R}$, $\frac{4\sigma}{R}$ می‌باشد.

مثال ۱۸: با نصف شدن شعاع در یک قطره و یک حباب، فشار(نسبی) داخلی قطره ..... و حباب ..... می‌شود.

۱) نصف ـ نصف ۲) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}$ ۳) دو برابر ـ دو برابر ۴) ۴ برابر ـ ۴ برابر

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» شعاع در مخرج رابطه با توان (۱) قرار دارد.

مثال ۱۹: با توجه به رابطه $P_i = \frac{2\sigma}{R}$ برای فشار داخلی قطره، اگر این فشار داخلی نصف شود، .....

۱) کشش سطحی ثابت می‌ماند. ۲) کشش سطحی دو برابر می‌شود. ۳) کشش سطحی نصف می‌شود. ۴) کشش سطحی $\frac{1}{4}$ می‌شود.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» توجه کنید که کشش سطحی خاصیت سیال است و با تغییر P_i، فقط تغییرات R را داریم.

مثال ۲۰: قطر یک قطره آب هنگامی که فشار داخل آن $0/018\frac{kg}{m^2}$ از فشار خارج آن بیشتر باشد چقدر است؛ $(\sigma = 0/075\frac{kg}{m})$

۱) $1/67mm$ ۲) $3/46mm$ ۳) $1/67mm$ ۴) $3/47mm$

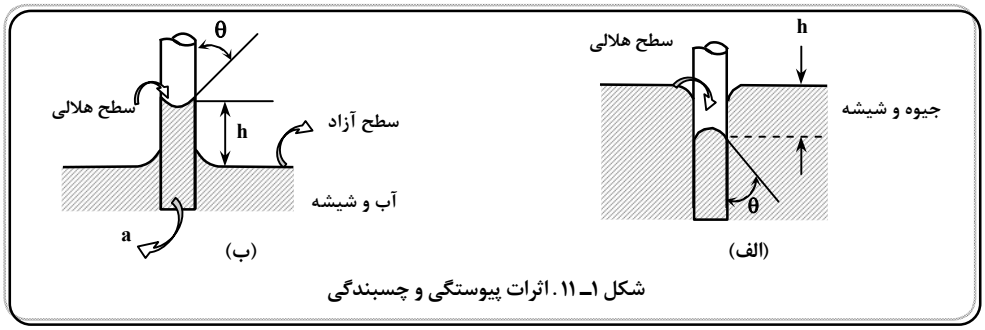
☑ **پاسخ:** گزینه «۱»

$$p = \frac{2\sigma}{r} \Rightarrow 2r = \frac{4\sigma}{p} \Rightarrow d = \frac{4\times 0/0075}{100\times 0/0018} = 0/167cm = 1/67mm$$

۱ـ۳ـ۲. خاصیت مویینگی ـ پیوستگی و چسبندگی

از قبل با دو خاصیت پیوستگی و چسبندگی آشنا هستید. یادآور می شویم که، پیوستگی نیروی جاذبه بین ملکولهای یک سیال و چسبندگی نیروی جاذبه میان ملکولهای سیال با ملکولهای ماده دیگر است. بعلت تفاوت این دو نیرو، سیال در لوله‌های مؤیین به سمت بالا یا پایین حرکت می‌کند.

- اگر نیروی چسبندگی میان ملکولهای سیال و لوله محتوی آن بیش از نیروی پیوستگی میان ملکولهای سیال باشد، سیال در لوله تمایل به بالا آمدن دارد .(شکل ۱ـ ۱۱، ب)
- اگر بالانس دو نیروی مذکور بر عکس حالت فوق باشد، سیال به سمت پایین متمایل می‌شود. مثل جیوه در لوله‌های شیشه‌ای. (شکل ۱ـ ۱۱، الف)



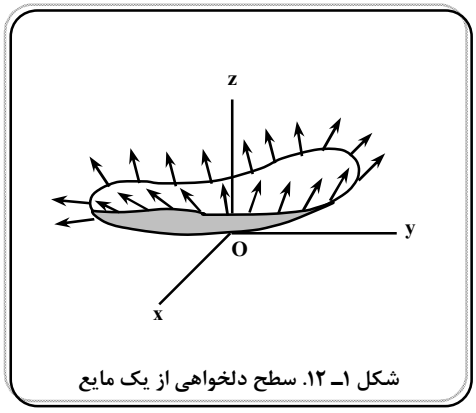
شکل ۱ـ ۱۱. اثرات پیوستگی و چسبندگی

اگر روابط تعادل نیرو را برای ستون سیال بالا آمده بنویسیم، نیروی کشش سطحی را در تقابل با وزن ستون مایع می‌بینیم که تعادل میان این دو نیرو، کلید حل تمام مسائل مشابه می‌باشد. تذکر اینکه سطح پایین و بالای ستون سیال بالا آمده هر دو تحت فشار اتمسفر هستند و دو نیروی مساوی فشاری از سوی اتمسفر یکدیگر را خنثی می‌کنند. (برای درک بهتر حل قسمت فشار را مطالعه کنید.)

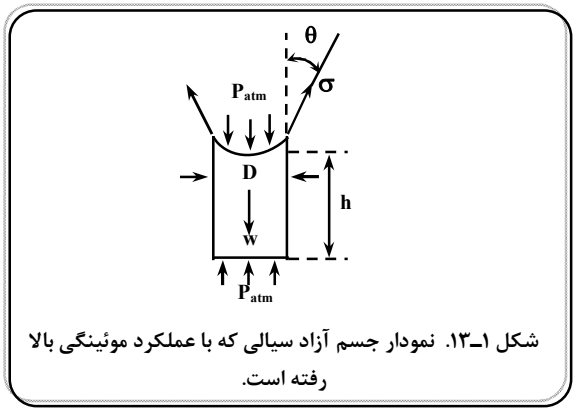
مؤلفه قائم نیروی کشش سطحی = (وزن ستون سیال) W

$$\sigma(2\pi R)\cos\theta = W \qquad \sigma(\pi D)\cos\theta = \rho vg \qquad \sigma(\pi D)\cos\theta = \rho(\frac{\pi D^2}{4}h)g$$

$$\Rightarrow h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho gD} = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma D} \qquad (۱-۱۲)$$



شکل ۱ـ ۱۲. سطح دلخواهی از یک مایع



شکل ۱ـ۱۳. نمودار جسم آزاد سیالی که با عملکرد موئینگی بالا رفته است.

یادآوری اینکه پارامتر γ وزن مخصوص (وزن واحد حجم) می‌باشد:

$$\gamma = \frac{mg}{v} = \frac{\rho vg}{v} = \rho g \qquad (۱-۱۳)$$

مثال۲۱: جاذبه مخصوص یک سیال عبارتست از:

۱) جرم در واحد حجم
۲) وزن در واحد حجم
۳) دانسیته سیال در واحد حجم
۴) نسبت دانسیته آن سیال به دانسیته سیال استاندارد.

☑ **پاسخ: گزینه «۲»**

$$\text{جاذبه مخصوص} = \frac{W}{V}$$

مثال۲۲: جرم مخصوص یک مایع $۸۳۷\frac{kg}{m^3}$ می‌باشد. وزن واحد حجم و وزن مخصوص نسبی آن چقدر است؟

۱) $۸۰۰۰\frac{N}{m^3}$, ۰/۸۳۷ ۲) $۸۲۱۰\frac{N}{m^3}$, ۰/۸۳۷ ۳) $۸۲۱۰\frac{N}{m^3}$, ۰/۸۲۷ ۴) $۸۳۰۰\frac{N}{m^3}$, ۰/۸۲

☑ **پاسخ: گزینه «۲»**

$$s = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{۸۳۷}{۱۰۰۰} = ۰/۸۳۷ \quad ; \quad \gamma = \rho g = ۸۳ \times ۹/۸۱ = ۸۲۱۰\frac{N}{m^3}$$

مثال ۲۳: کدام گزینه در مورد ارتفاع موئینگی صحیح است؟

۱) اگر کشش سطحی زیاد شود، ارتفاع موئینگی نیز کاهش می‌یابد.
۲) ارتفاعی موئینگی با توان دوم سطح مقطع لوله ارتباط مستقیم دارد.
۳) هر چه سیال چگالی بیشتری داشته باشد ارتفاع موئینگی در آن کمتر است.
۴) ارتفاع موئینگی فقط و فقط به قطر بستگی دارد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» اگر به رابطه (۱-۱۲) دقت کنید، چگالی با توان یک در مخرج قرار دارد. به همین دلیل است که آب شهری در مقابل آب مقطر ارتفاع موئینگی کمتری دارد.

مثال ۲۴ : با کاهش قطر لوله موئین ارتفاع موئینگی .....

۱) کم می‌شود. ۲) زیاد می‌شود. ۳) تغییر نمی‌کند. ۴) همه موارد می‌تواند اتفاق بیفتد.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» اگر به رابطه (۱-۱۲) مراجعه کنید، ملاحظه می‌کنید که قطر در مخرج رابطه قرار دارد.

مثال ۲۵: تغییرات ارتفاع موئینگی با قطر لوله موئین .....

۱) خطی است. ۲) غیر خطی است. ۳) تغییر نمی‌کند. ۴) قابل پیش بینی نیست.

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» نکته مهم این است که اگر چه قطر با توان (۱) در رابطه (۱-۱۲) ظاهر شده است، ولی در مخرج کسر می‌باشد.

با استفاده از همان روشی که ارتفاع مایع در لولهٔ مویین را حساب کردیم می‌توانیم ارتفاع بالا آمدگی مایع در مسائل مشابه، مانند اشکال زیر را محاسبه کنیم:

ـ دو صفحه موازی و بلند به طول L و به فاصله d (شکل ۱-۱۴)

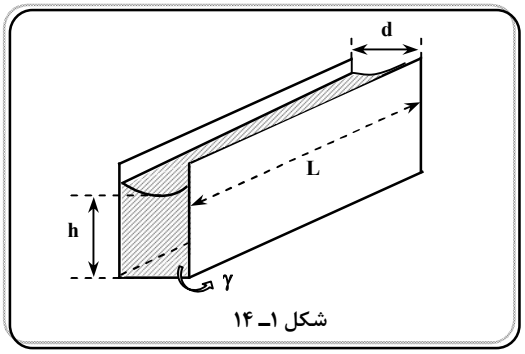
مؤلفه قائم نیروی کشش سطحی = وزن سیال بالا آمده

$$\Rightarrow h=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d} \qquad (۱-۱۴)$$

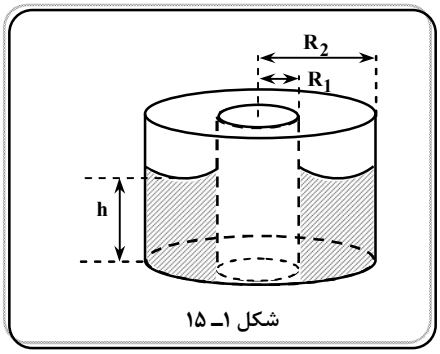
ـ دواستوانه تودرتو و متحدالمرکز به شعاعهای R_1 و R_2 (شکل ۱-۱۵)

مؤلفه قائم کشش سطحی = وزن سیال بالا آمده

$$\Rightarrow h=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma(R_2-R_1)} \qquad (۱-۱۵)$$



شکل ۱ـ ۱۴



شکل ۱ـ ۱۵

توجه کنید که فرمول(۱-۱۲) حالت خاصی از فرمول (۱-۱۵) می‌باشد که در آن $R_1=0$ می‌باشد.

مثال ۲۶: اگر ارتفاع آب در لوله مویین ۰/۲۵mm باشد قطر لوله چقدر است؟ $(\sigma=0/0075\frac{kg}{m})$

۱) ۱۱cm ۲) ۱۲cm ۳) ۱۱mm ۴) ۱۲mm

☑ **پاسخ:** گزینه «۲» با فرض کوچک بودن $(\cos\theta=1>\theta)$، داریم:

$$h=\frac{2\sigma}{\gamma r}\Rightarrow 2r=\frac{4\sigma}{\gamma h}\Rightarrow d=\frac{40/0075}{100\times0/025\times0/001}=12cm$$

۱ـ۴. مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک)

مدول بالک برای مایعی به حجم V و در دمای ثابت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$K=-\frac{dP}{\frac{dV}{V}} \qquad (۱-۱۶)$$

در رابطه فوق V حجم مایع و dV تغییر حجم آن بر اثر تغییر فشار dP می‌باشد. با توجه به بی‌بعد بودن مخرج کسر فوق، k از جنس صورت یعنی از جنس فشار می‌باشد. با توجه به تعریف ضریب فوق در رابطه (۱-۱۶) می‌توان گفت که این ضریب بیانی از قابلیت تراکم ماده می‌باشد.

در نگاهی غیر دیفرانسیلی به این ضریب، رابطه به شکل زیر بیان می‌شود:

$$K=-\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} \qquad (۱-۱۷)$$

علامت منفی برای این است که با افزایش فشار حجم کاهش می‌یابد. بنابراین k همواره مقداری مثبت دارد.

همچنین می‌توان نشان داد که K از رابطه زیر نیز به دست می‌آید:

$$K=\frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}} \qquad (۱-۱۸)$$