مدرسان شریف

فصل اول
«اعداد و کدها»

۱-۱ - نمایش اعداد در سیستم‌های مختلف عددی

انسان برای انجام عمل شمارش در ابتدا از انگشتان دست خود استفاده نمود و از آنجا که انگشتان دو دست انسان ده تا هستند لذا مبنای محاسبات انسانها مبنای ده شد.

از آنجایی که مدارهای الکتریکی و الکترونیکی چیزی جز روشن یا خاموش را نمی‌فهمند لذا برقراری جریان و روشن شدن را معادل یک و عدم برقراری جریان وخاموش شدن را معادل صفر در نظر گرفته‌اند.

بنابراین زبان یک سیستم دیجیتال یا یک سیستم سخت افزاری همان زبان ماشین یا مجموعه‌ای از صفر و یکهاست که همان اعداد در مبنای دو هستند.

اعداد در مبنای ۸ و ۱۶ هم خانواده‌های مبنای دو هستند زیرا دو به توان سه، برابر ۸ و دو به توان چهار، برابر ۱۶ هست و بنابراین اگر اعداد از مبنای دو به مبنای هشت برده شوند سه برابر فشرده می‌شوند و همچنین اگر از مبنای دو به مبنای ۱۶ برده شوند چهار برابر فشرده می‌شوند.

بنابراین بطور کلی ما با مبناهای ده، دو، هشت و شانزده سر و کار خواهیم داشت.

نمایش اعداد در مبنای ده:

برای نمایش یک عدد در مبنای ده، ـ چون ده مبنای پیش فرض است لذا ـ آنرا به صورت‌های زیر که با مثال ذکرمی‌شود نمایش می‌دهند.

مثال: $\left[325 = (325)_{10} = (325)_{Decimal} = (325)_{Dec} = (325)_{D}\right.$

عدد در مبنای ده یا دهدهی = $Decimal = Dec = D$

نکته ۱:

بطور کلی اگر r یک مبنای عددی باشد داریم:

$0 \le$ محدوده یک رقم در مبنای $r \le (r-1)$

بنابراین در مبنای ده، $r=10$ بوده و $0 \le$ محدوده یک رقم درمبنای ده ≤ 9.

یعنی ارقام مجاز، از صفر تا ۹ خواهند بود.

نمایش اعداد در مبنای دو:

در اینجا چون $r=2$ است داریم:

$0 \le$ محدوده یک رقم درمبنای دو ≤ 1 بنابراین ارقام مجاز، از صفرتا یک یعنی صفر ویک می‌باشند.

برای نمایش یک عدد در مبنای دو آنرا به صورت‌های زیر که با مثال ذکر می‌شود نمایش می‌دهند.

مثال ۱:

$(1101)_2 = (1101)_{Binary} = (1101)_{Bin} = (1101)_B$

عدد در مبنای دویادودویی $= Binary = Bin = B$

نمایش اعداد درمبنای هشت:

در اینجا چون r=8 است داریم:

$7 \le$ محدوده یک رقم در مبنای هشت ≤ 0 بنابراین ارقام مجاز، از صفر تا هفت خواهند بود. برای نمایش یک عدد در مبنای هشت آنرا بصورت‌های زیر که با مثال ذکر می‌شود نمایش می‌دهند.

مثال: $[(736)_8 = (736)_{octal} = (736)_{oct} = (736)_o$

عدد در مبنای هشت یا هشت هشتی $= octal = oct = o$

نمایش اعداد در مبنای شانزده:

در اینجا چون r=16 است داریم:

$15 \le$ محدوده یک رقم در مبنای شانزده ≤ 0.

اما همان طوری که مشاهده می‌شود عدد 15 دو رقمی است.

و با این که محدوده یا حد بالایی یک رقم درمبنای شانزده باشد در تضاد است.

از طرفی تمامی اعداد زیر برای مثال مجاز بوده و به یک شکل نمایش داده می‌شوند.

مثال: $\left.\begin{matrix}(1015)1/0/1/5\\(10F)1/0/15\\(A15)10/1/5\\(AF)10/15\end{matrix}\right\}\longrightarrow$ همگی یعنی هر ۴ حالت با 1015 نمایش داده می‌شوند.

و از طرف دیگر دو رقمی بودن، باعث مصرف دو برابر حافظه برای ذخیره سازی رقم خواهد شد. لذا بطور استاندارد و قراردادی عدد ده را معادل حرف A در نظر گرفته و یازده معادل B و... تا اینکه پانزده معادل F شود.

یعنی داریم:

رقم معادل در $\overbrace{\text{مبنای ده}}^{?}$	یک رقم درمبنای شانزده
0	0
⋮	⋮
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

پس درواقع: $F \le$ محدوده یک رقم درمبنای شانزده ≤ 0

نکته ۲: برای به خاطر سپردن راحت‌تر مطلب A را ده گرفته و هر رقم که افزایش یابد، یک حرف جلو می‌رویم.

بنابراین در واقع ارقام مجاز از صفر تا F خواهند بود. برای نمایش یک عدد در مبنای شانزده آنرا بصورت‌های زیر که با مثال ذکر می‌شود نمایش می‌دهند.

مثال: $[(A2B)_{16} = (A2B)_{Hexadecimal} = (A2B)_{Hex} = (A2B)_H$

عدد درمبنای شانزده یا شانزدهی $= Hexadecimal = Hex = H$

۲- ۱- تبدیل مبناهای عددی

روشهای مختلفی برای تبدیل مبناها وجود دارد که همگی طولانی وسخت بوده و مناسب تست نمی‌باشند. در زیر روشهای تستی سریع، راحت و مناسب برای تست ارائه خواهند شد.

مقدمه:

قبل از توضیح این روش‌ها لازم به یاد آوری است که هرعددی در مبنای ده را به صورت مجموعی از توانهای ده می‌توان نشان داد.

صدگان	دهگان	یکان
3	6	5

مثال ۲:

$$365 = 3\times 10^2 + 6\times 10^1 + 5\times 10^\circ = 3\times 100 + 6\times 10 + 5\times 1$$

بطورکلی اگر i نشان دهنده شماره رقم و n کل تعداد ارقام و r مبنا و a رقم باشد، داریم:

$$(a_n a_{n-1}\ \ldots\ldots\ a_2\ a_1\ a_\circ)_r = \sum_{i=\circ}^{n} a_i . r^i = a_\circ . r^\circ + a_1 . r^1 + a_2 . r^2 + \ldots + a_{n-1} . r^{n-1} + a_n . r^n$$

برای مثال یک عدد در مبنای هشت را نیز می‌توان بسط داد:

$$(\underset{\downarrow \atop a_3}{\overset{3}{3}}\ \underset{\downarrow \atop a_2}{\overset{2}{6}}\ \underset{\downarrow \atop a_1}{\overset{1}{7}}\ \underset{\downarrow \atop a_\circ}{\overset{0}{2}})_8 = 2\times 8^\circ + 7\times 8^1 + 6\times 8^2 + 3\times 8^3$$

$$r = 8$$

یا یک عدد درمبنای دو را نیز می‌توان بسط داد:

$$(\underset{\downarrow \atop a_5}{\overset{5}{1}}\ \underset{\downarrow \atop a_4}{\overset{4}{0}}\ \underset{\downarrow \atop a_3}{\overset{3}{1}}\ \underset{\downarrow \atop a_2}{\overset{2}{1}}\ \underset{\downarrow \atop a_1}{\overset{1}{0}}\ \underset{\downarrow \atop a_\circ}{\overset{0}{1}})_2 = 1\times 2^\circ + \circ\times 2^1 + 1\times 2^2 + 1\times 2^3 + \circ\times 2^4 + 1\times 2^5$$

$$r = 2$$

نکته ۳: بطور کلی هر عددی در هر مبنایی را می‌توان بصورت مجموعی از ضرب ارقامش در توانهای آن مبنا نشان داد.

در واقع در سیستم اعداد مکانی ازهر رقم به رقم مرتبه بالاتر که می‌رویم ارزش مکان قبلی درمبنا ضرب می‌شود تا ارزش مکان بعدی بدست آید و الی آخر.

برای مثال در مبنای ده داریم: $r = 10$

$$\ldots\ldots \xleftarrow{\times ۱۰} \text{صدگان} \xleftarrow{\times ۱۰} \text{دهگان} \xleftarrow{\times ۱۰} \text{یکان}$$

و یا برای مثال در مبنای دو داریم: $r = 2$

$$\ldots\ldots \xleftarrow{\times 2} \text{هشتگان} \xleftarrow{\times 2} \text{چهارگان} \xleftarrow{\times 2} \text{دوگان} \xleftarrow{\times 2} \text{یکان}$$

و یا برای مثال در مبنای هشت داریم: $r = 8$

$$\ldots\ldots\ \text{شصت وچهارگان} \xleftarrow{\times 8} \text{هشتگان} \xleftarrow{\times 8} \text{یکان}$$

روش تستی تبدیل از مبنای ده به دو:

۱- از سمت راست به چپ با شروع از عدد یک به ترتیب مجموعه توانهای صحیح دو را می‌نویسیم.

۲- این کار را تا زمانی ادامه می‌دهیم که عدد اولیه ما در مبنای ده، یا یکی از این توانها شود و یا بین دو تا ازآنها قرارگیرد.

درآن صورت اگر بین دوتا واقع شد، توان بزرگتر را حذف و بقیه را در نظر می گیریم.

۳- در زیر توانها از سمت چپ به راست با گذاشتن یک، انتخاب و با گذاشتن صفر، عدم انتخاب را انجام می‌دهیم.

باید دقیقاً مجموع توانهای انتخاب شونده برابر عدد اولیه ما شود.

این روش هیچگاه اشتباه نمی‌کند زیرا در صورت اشتباه، جمع توانهایی‌که زیر آنها یک است برابر عددی غیر از عدد اولیه خواهد شد.
توجه شود که:

$$\{2^r\} = \{2^\circ, 2^1, 2^2, \ldots\} = \{1,2,4,8,\ldots\}$$ = مجموعه توانهای صحیح دو

$$\ldots \xleftarrow{\times 2} 32 \xleftarrow{\times 2} 16 \xleftarrow{\times 2} 8 \xleftarrow{\times 2} 4 \xleftarrow{\times 2} 2 \xleftarrow{\times 2} 1$$

مثال ۳: عدد ۲۵ در مبنای ده، معادل چه عددی درمبنای دو است؟

$$(25)_{10} = (?)_2 \Rightarrow \frac{32 \quad 16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1}{\quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1}$$

$$\underbrace{16+8+1}_{\text{مجموع توانهایی که زیر آنها یک قرار}} = 25$$

دادہ‌ایم یعنی آنها را انتخاب کرده‌ایم.

بنابراین: $(25)_{10} = (11001)_2$

مثال ٤: $(64)_{10} = (?)_2$

(عدد 64 خود یکی از توانهای دو است.)

64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	0	0	0	0

بنابراین: $(64)_{10} = (1000000)_2$

مثال ۵: $(129)_{10} = (?)_2$

~~256~~	$\downarrow^{129}$ 128	64	32	16	8	4	2	1
	1	0	0	0	0	0	0	1

بنابراین: $(129)_{10} = (10000001)_2$

روش تستی تبدیل از مبنای دو به ده:

با استفاده از فرمول کلی ذکر شده درقسمت ۲-۱ داریم:

$$(a_n\, a_{n-1} \ldots a_2\ a_1\ a_\circ)_r = \sum_{i=\circ}^{n} a_1 . r^i = a_\circ . r^\circ + a_1 . r^1 + \ldots + a_n . r^n$$

مثال ٦: $(11001)_2 = (?)_{10}$

$$\overset{43210}{(11001)_2} = 1\times 2^\circ + \underbrace{\cancel{\circ\times 2^1}}_{\text{صفر}} + \underbrace{\cancel{\circ\times 2^2}}_{\text{صفر}} + 1\times 2^3 + 1\times 2^4 = 1+8+16 = (25)_{10}$$

روش ساده‌تر و تستی‌تر تبدیل از مبنای دو به ده:

۱ـ روی عدد اولیه درمبنای دو و در بالای ارقام آن به ترتیب با شروع از یک از راست به چپ مجموعه توانهای دو را می‌نویسیم.

۲ـ توان‌هایی را که زیر آنها یک قرار دارد را با هم جمع می‌کنیم. حاصل معادل در مبنای ده عدد اولیه است.

(تقریباً عکس تبدیل از ده به دو عمل می‌شود)

مثال ۷: مثال قبل را با استفاده از روش ساده تر فوق حل کنید؟

$$(11001)_2 = (?)_{10} \quad \frac{16 \ 8 \ 4 \ 2 \ 1}{1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1} = \underbrace{16+8+1}_{\text{مجموع توانهایی که زیرشان یک قرار دارد}} = 25$$

مثال ۸: $(101101)_2 = (?)_{10}$

$$\begin{array}{cccccc} 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} = 32 + 8 + 4 + 1 = (45)_{10}$$

مثال ۹: $(1111)_2 = (?)_{10}$

$$\begin{array}{cccc} 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} = 8 + 4 + 2 + 1 = (15)_{10}$$

نکته ٤: اگر n تا یک، در یک عدد در مبنای دو پشت سرهم باشد داریم:

$$(\underbrace{111\ldots1}_{\text{n تا یک پشت سر هم}})_2 = (2^n - 1)_{10}$$

مثال ۱۰: $(1111)_2 = (?)_{10}$

چهار تا یک پشت سر هم $\rightarrow n = 4 \Rightarrow 2^n - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = (15)_{10}$

مثال ۱۱: $(11111111)_2 = (?)_{10}$

هشت تایک پست سرهم $\rightarrow n = 8 \rightarrow 2^n - 1 = 2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$

روش تستی تبدیل ازمبنای دو به هشت:

۱-ازسمت راست سه تا سه تا ارقام عدد اولیه درمبنای دو را جدا می‌کنیم (زیرا $8 = 2^3$)

توجه شود که اگر در دسته آخر رقم کم بیاوریم به تعداد کافی صفر سمت چپ اضافه می‌کنیم تا سه تایی شود.

۲-هردسته سه تایی را بطور جداگانه با وزن (۱ ۲ ۴) ازمبنای دو به ده می‌بریم.

۱- ارقام حاصل را بدون جابجایی کنار هم قرار می‌دهیم تا معادل در مبنای هشت ایجاد شود.

مثال ۱۲: عدد $(110111)_2$ معادل چه عددی در مبنای هشت است؟

$$\begin{array}{ccc} 4\,2\,1 & & 4\,2\,1 \\ \hline 1\,1\,0 & / & 1\,1\,1 \\ \downarrow & & \searrow \\ 4+2 & & 4+2+1 \\ (6 & & 7)_8 \end{array} \qquad \Rightarrow \qquad (110111)_2 = (67)_8$$

مثال ۱۳:

$(1100100011)_2 = (?)_8 \qquad \Rightarrow \qquad (1100100011)_2 = (1443)_8$

$$\begin{array}{cccc} 421 & 421 & 421 & 421 \\ \hline \underline{0}01 & 100 & 100 & 011 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (1 & 4 & 4 & 3)_8 \end{array}$$

اضافه کردیم

روش تستی تبدیل ازمبنای هشت به دو:

هر رقم عدد در مبنای هشت را بطور جداگانه در سه رقم دو دویی (باوزن ۴۲۱) به مبنای دو می‌بریم.

۱- ارقام حاصل را بدون جابجایی کنار هم قرار می‌دهیم.

(اگر در سمت چپ عدد ایجاد شده نهایی درمبنای دو، یک یا چند صفر ظاهر شود آنها را حذف می‌کنیم زیرا صفر سمت چپ عدد بی‌معنی است.)

مثال ۱۴: عدد $(67)_8$ معادل چه عددی درمبنای دو است؟

$(67)_8 = (?)_2$

$$67 \rightarrow \frac{421}{110}\ \frac{421}{111} \rightarrow (110111)_2$$

$$\Rightarrow \quad (67)_8 = (110111)_2$$

مثال ۱۵:

$(1443)_8 = (?)_2$

$$1\ \ 4\ \ 4\ \ 3 \rightarrow \frac{421}{001}\ \frac{421}{100}\ \frac{421}{100}\ \frac{421}{011} \Rightarrow (1443)_8 = (1100100011)_2$$

$$\underbrace{00}_{\text{حذف می‌شود}}1\ \ 100\ \ 100\ \ 011 \Rightarrow (1100100011)_2$$

روش تستی تبدیل ازمبنای دو به شانزده:

۱- ارقام عدد اولیه در مبنای دو را ازسمت راست چهار تا چهار تا جدا می‌کنیم. (زیرا $16 = 2^4$)

توجه شود که اگر در دسته آخر رقم کم بیاوریم به تعداد کافی صفر سمت چپ اضافه می‌کنیم تا چهارتایی شود.

۲- هر دسته چهارتایی را بطور جداگانه با وزن (8421) از مبنای دو به ده می‌بریم.

اگر ارقام حاصل که از صفر تا ۹ بود خودش، ولی اگر از ۱۰ تا ۱۵ بود بجای آن از A تا F قرار می‌دهیم.

۳-ارقام حاصل را بدون جابجایی کنار هم قرار می‌دهیم تا معادل در مبنای ۱۶ بدست آید.

مثال ۱۶: عدد $(11010001)_2$ معادل چه عددی در مبنای شانزده است؟

$(11010001)_2 = (?)_16$

$$\frac{8\,4\,2\,1}{1101}\ /\ \frac{8\,4\,2\,1}{0001} \rightarrow \underbrace{8+4+1}_{13}\ ,\ 1 \rightarrow (D\ \ 1)_{16} \qquad (D=13)$$

$$\Rightarrow \quad (11010001)_2 = (D1)_{16}$$

مثال ۱۷:

$(111001101)_2 = (?)_{16}$

$$\frac{8\,4\,2\,1}{0001}\ /\ \frac{8\,4\,2\,1}{1100}\ /\ \frac{8\,4\,2\,1}{1101} \rightarrow 1\ \ 12\ \ 13 \rightarrow (1\ \ C\ \ D)_{16}$$

اضافه می کنیم

$$\Rightarrow \quad (111001101)_2 = (1CD)_{16}$$

روش تستی تبدیل از مبنای شانزده به دو:

۱- هر رقم عدد در مبنای شانزده را بطور جداگانه در چهار رقم دودویی (باوزن 8421) به مبنای دو می‌بریم.

۲- ارقام حاصل را بدون جابجایی کنار هم قرار می‌دهیم.

(اگر در سمت چپ عدد ایجاد شده نهایی درمبنای دو، یک یا چند صفر ظاهر شود آنها را حذف می‌کنیم. زیرا صفر سمت چپ عدد، بی‌معنی است.)

مثال ۱۸: عدد $(D1)_{16}$ معادل چه عددی درمبنای دو است؟

$(D1)_{16} = (?)_2$

$$\begin{array}{cc} D \xrightarrow{} 13 & 1 \\ \underline{8421} & \underline{8421} \\ 1101 & 0001 \end{array} \Rightarrow (11010001)_2$$

$\Rightarrow \quad (D1)_{16} = (1101000)_2$

مثال ۱۹:

$(1CD)_{16} = (?)_2$

$$\begin{array}{ccc} 1 & C \to 12 & D \to 13 \\ \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ 0001 & 1100 & 1101 \end{array}$$

$\Rightarrow \quad (1CD)_{16} = (111001101)_2$

$\underbrace{000}_{\text{حذف می شود}}111001101 \Rightarrow (111001101)_2$

نکته مهم ۵: برای تبدیل از مبناهای 8 به 10 وبالعکس، 16 به 10 وبالعکس، و8 به 16 وبالعکس روش مستقیمی که ساده باشد وجود ندارد لذا از مبنای دو به عنوان واسط استفاده می‌شود. پس شکل تبدیلات فوق مطابق زیر است.

$16 \rightleftarrows 2 \rightleftarrows 8$

$16 \rightleftarrows 2 \rightleftarrows 10$

$8 \rightleftarrows 2 \rightleftarrows 10$

مثال ۲۰: عدد $(120)_{10}$ را به مبنای 16 ببرید؟

$$(120)_{10} = (?)_2 \Rightarrow \begin{array}{cccccccc} \cancel{128} & \uparrow^{120} & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline & & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

البته راه حل مستقیم این است که بااستفاده از تقسیمات متوالی تبدیل به مبنای 16 کنیم ولی مبنای واسط روش تستی مناسب‌تری است.

بنابراین$\Rightarrow (120)_{10} = (1111000)_2 = (?)_{16}$

یعنی ابتدا 120 را ازمبنای ده به دو برده سپس آنرا از دو به 16 برده‌ایم.

$$\underbrace{\begin{array}{cccc} 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}}_{(\,7} \; / \; \underbrace{\begin{array}{cccc} 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}}_{8\,)_{16}}$$

$\Rightarrow \quad (120)_{10} = (78)_{16}$

مثال ۲۱: عدد $(242)_8$ رابه مبنای 16 ببرید؟

$$(242)_8 = (?)_2 \Rightarrow \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 2 \\ \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

یعنی ابتدا عدد را ازمبنای هشت به دو برده سپس از دو به ۱۶ می‌بریم.

$(010100010)_2$

حذف می شود

$(10100010)_2 = (?)_{16}$ $\quad \underbrace{\frac{8\ 4\ 2\ 1}{1\ 0\ 1\ 0}}_{10 \to (A} \,/\, \underbrace{\frac{8\ 4\ 2\ 1}{0\ 0\ 1\ 0}}_{2 \to 2)_{16}} \quad \Rightarrow \quad (242)_8 = (A2)_{16}$

روش دیگر:

برای تبدیل از هر مبنایی مانند r به مبنای ده می‌توان از فرمول ذکر شده درقسمت ۲-۱ نیز استفاده کرد.

$$(a_n\, a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_\circ)_r = \sum_{i=\circ}^{n} a_i . r^i = a_\circ . r^\circ + a_1 . r^1 + \ldots + a_n . r^n$$

مثال ۲۲: $(65F)_{16} = (?)_{10}$

یعنی درفرمول فوق $n = 2, r = 16$ خواهد بود.

$$\begin{aligned} \frac{2\ 1\ 0}{6\ 5\ F} &= F \times 16^\circ + 5 \times 16^1 + 6 \times 16^2 \\ &= 15 \times 1 + 5 \times 16 + 6 \times 256 \qquad \Rightarrow \qquad (65F)_{16} = (1631)_{10} \\ &= 15 + 80 + 1536 = (1631)_{10} \end{aligned}$$

مثال ۲۳: $(1304)_5 = (?)_{10}$

یعنی در فرمول فوق r=5 و n=3 خواهد بود.

$$\begin{aligned} \frac{3\ 2\ 1\ 0}{1\ 3\ 0\ 4} &= 4 \times 5^\circ + \circ \times 5^1 + 3 \times 5^2 + 1 \times 5^3 \\ &= 4 \times 1 + \circ \times 5 + 3 \times 25 + 1 \times 125 \qquad \Rightarrow \qquad (1304)_5 = (204)_{10} \\ &= 4 + 75 + 125 = (204)_{10} \end{aligned}$$

۳-۱- جمع در مبناهای مختلف عددی

برای ذکر قاعده کلی جمع در مبنای کلی r، ابتدا جمع را درمبنای ده یاد آوری می‌کنیم. فرض کنیم می‌خواهیم اعداد ۸ و۶ را در مبنای ده با هم جمع کنیم، داریم:

$$\begin{array}{r} 1 \\ +(6)_{10} \\ (8)_{10} \\ \hline 1\ \ (4)_{10} \\ \hline (14)_{10} \end{array}$$

$6 + 8 = 14$

↓

یک دسته ۱۰ تایی و 4 تایکی

یک دسته ۱۰ تایی ← رقم نقلی است ← همان ده بریک است

4 تایکی ← عیناً پایین نوشته می‌شود (رقم مجموع)

پس مشاهده می‌شود که اگر مبنا r باشد برای جمع دو رقم دلخواه در مبنای r به تعداد دسته‌های r تایی، یعنی مبنا تایی مبنا بریک خواهیم داشت که همان رقم نقلی است و با قیمانده هرچه بود عیناً پایین نوشته می‌شود که همان رقم مجموع است.

درمثال فوق r=۱۰است و تعداد دسته‌های ده‌تایی همان رقم نقلی یا ده بر یک است و باقیمانده، رقم مجموع است که در پایین نوشته می‌شود.

مثال ۲۴: دوعدد $(110110)_2$, $(11101)_2$ را با هم جمع کنید؟

$$\begin{array}{r} 1\;\;1\;\;1\;\;1\;\;\;\;\;\;\;\; \\ +(1\;\;1\;\;0\;\;1\;\;1\;\;0) \\ (1\;\;1\;\;1\;\;0\;\;1)_2 \\ \hline (1\;0\;1\;0\;0\;1\;1)_2 \end{array}$$

مبنا = r = 2 $\Rightarrow$ { رقم نقلی = تعداد دسته‌های دوتایی = دو بر یک
رقم مجموع = باقیمانده

1+1=2

یک دسته دوتایی و هیچ باقیمانده

رقم نقلی ← همان دوبریک

صفر ← عیناً پایین نوشته می‌شود (همان رقم مجموع).

1+1+1=3

یک دسته دوتایی و یک باقیمانده

۱ ← رقم نقلی = همان دوبریک

۱ ← رقم مجموع

نکته ٦: درمبنای دو بطورکلی پنج حالت زیر وجود دارد که سه حالت سمت چپ بدون بحث قابل قبول است ولی دو حالت سمت راست در بالا اثبات شد و در اینجا برای سرعت بیشتر بهترست حفظ شود.

$$\begin{array}{r} 0\;\; \\ 0 \\ +\,0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0\;\; \\ 0 \\ +\,1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0\;\; \\ 1 \\ +\,0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{r} 1\;\; \\ 1 \\ +\,1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\;\;1 \\ 1 \\ +\,1 \\ \hline 1 \end{array}$$

(وقتی رقم نقلی نداریم صفر است)

مثال ۲۵: دوعدد $(1753)_8$, $(632)_8$ را جمع کنید؟

$$\begin{array}{r} 1\;\;\;1\;\;\;\;\;\;\;\;\;\; \\ +(1\;\;7\;\;5\;\;3)_8 \\ (6\;\;3\;\;2)_8 \\ \hline (2\;\;6\;\;0\;\;5)_8 \end{array}$$

{ r= مبنا =8
رقم نقلی = تعداد دسته‌های هشت تایی هشت بریک
رقم مجموع= باقیمانده

5 + 3 = 8

یک دسته هشت تایی و هیچ باقیمانده

رقم نقلی ← همان هشت بر یک ← ۱

صفر ← عیناً به عنوان رقم مجموع در پایین نوشته می‌شود

1 + 7 + 6 = 14

یک دسته هشت تایی و شش تا یکی

۱ ← همان هشت بریک = رقم نقلی

6 ← رقم مجموع

مثال ۲۶: دوعدد $(A1B)_{16}$ و $(FA_2)_{16}$ را با هم جمع کنید؟

$$\begin{array}{r} \quad\;\; ^{1} \\ + \; (F \;\; A \;\; 2)_{16} \\ (A \;\; 1 \;\; B)_{16} \\ \hline (1 \;\; 9 \;\; B \;\; D)_{16} \end{array}$$

$B+2=11+2=13=D$

$A+1=10+1=B$

A+F=10+15=25

$\underbrace{\text{یک دسته 16تایی}}$ و $\underbrace{\text{9 تایکی}}$

۱ ← یک دسته 16تایی ، 9 ← 9 تایکی

۱۶ بریک = رقم نقلی ، رقم مجموع

۴-۱- نمایش اعداد منفی

برای نمایش اعداد منفی از روش علامت مقدار می‌توان استفاده کرد. البته روش مکمل یا متمم را نیز می‌توان بکار برد و در نتیجه در یک سیستم دیجیتال روش مکمل یک و مکمل دوعلامتدار ایجاد می‌شوند و قابل استفاده هستند.

۱-۴-۱- روش مکمل یا متمم:

متمم‌ها در کامپیوترهای دیجیتال برای ساده کردن عمل تفریق ویا عملیات منطقی بکار می‌روند. درهر مبنایی مانند r دونوع متمم وجود دارد. یکی متمم مبنا ودیگری متمم مبنای کاهش یافته. یعنی اولی به ترتیب متمم r ودومی را متمم (r-1) می گویند.

وقتی پایه یا مبنا را جایگزین کنیم برای اعداد دودویی،متمم‌های یک و دو وبرای اعداد دهدهی متمم‌های ۹ و ۱۰ را خواهیم داشت.

متمم (r-1):

برای بدست آوردن این متمم تمام ارقام را از (r-1) کم می کنیم.

برای مثال می‌خواهیم متمم 9 عدد 25 رابدست آوریم.

پس r =10 , r -1=9 و باید ارقام عدد را یکی یکی از ۹ کم کنیم و داریم:

$$\begin{array}{r} -99 \\ \underline{25} \\ 74 \end{array}$$

پس $(74)_{10}$ متمم 9 عدد $(25)_{10}$ می‌باشد.

متمم *r*: برای بدست آوردن این متمم کافی است ازرابطه زیر استفاده شود:

متمم r =متمم (r-1) +۱

برای متمم ده می‌توان گفت اولین رقم غیر صفر از راست را از 10 و بقیه ارقام را از 9 کم می کنیم حاصل متمم 10 عدد می‌باشد.

بنابراین درمثال قبل متمم ده عدد 25 برابر است با:

متمم 10 = متمم 9 +1 $\Rightarrow$ متمم ده عدد 25= متمم 9 عدد 25 +1 $= 74+1=(75)_{10}$

ازآنجا که مکمل یا متمم یک و دوی اعداد در سیستم‌های دیجیتال و سخت افزار کامپیوترها کـابرد زیـادی دارنـد لـذا آنهـا را بطـور کامـل وجداگانه بررسی می کنیم.

۲-۴-۱- روش مکمل یک:

در این روش برای بدست آوردن مکمل یک عدد باینری باید بیت به بیت تمام ارقامش را NOT کنیم. یعنی تمام صفرها را به یک و یک‌هـا را به صفر تبدیل کنیم.

مثال ۲۷: متمم یا مکمل یک عدد $(101101)_2$ چیست؟

$$(101101)_2 \xrightarrow[\text{یا متمم یک}]{\text{مکمل یک}} (010010)_2$$

عمل تفریق در سیستم‌های دیجیتال توسط مدار جمع‌گر انجام می‌شود. تفریق رابا دوروش مکمل یک و مکمل دو می‌توان انجام داد.

تعریف رقم سر ریز نقلی یا overflow carry:

رقمی است که اگر دو عدد n بیتی با هم جمع شود در عدد، رقم n+1ام ایجاد شود که برای جمع و درحالت عادی نباید حذف شود.

تفریق به کمک روش مکمل یک:

الف) ابتدا تعداد ارقام مفروق و مفروق منه را با استفاده از صفرهای کم ارزش برابر می‌کنیم.

ب) مکمل یک مفروق منه را گرفته با مفروق جمع می‌کنیم.

ج) ۱: اگر حاصل جمع کری داشت carry را بعنوان رقم نقلی چرخشی با حاصل جمع قسمت ب جمع کرده و جواب، حاصل تفریق مدنظر می‌باشد.

ج)۲: اگر حاصل جمع قسمت ب رقم carry نداشت برای بدست آوردن حاصل تفریق مدنظر، از جواب قسمت ب یک مکمل یک می‌گیریم و با علامت منفی منظور می‌کنیم.

مثال ۲۸:

$$A-B=1010100-1000011$$

$$\begin{array}{rccccccc}
A: & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\text{مکمل ۱ عدد B}: + & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\text{کری دارد} & & & & & & + & 1 \\
\hline
A-B: & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}$$

مثال ۲۹:

$$B-A=1000011-1010100$$

$$\begin{array}{rccccccc}
B: & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\text{مکمل ۱ عدد A}: + & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

$$\text{کری ندارد} \Rightarrow B-A=-(\text{مکمل ۱ عدد } 1101110)=-0010001$$

۳-۴-۱- روش مکمل دو:

برای به دست آوردن مکمل ۲ می‌بایست ابتدا مکمل ۱ را بدست آورده (یعنی همهٔ بیتها را Not کنیم، سپس یک واحد به آن اضافه کنیم).

مثال ۳۰: متمم یا مکمل دوعدد $(101101)_2$ چیست؟

$$\begin{array}{l}
(101101)_2 \xrightarrow{\text{مکمل یک}} (010010)_2 \\
\qquad\qquad\qquad + \qquad 1 \\
\hline
\text{مکمل دوی عدد اولیه } = (010011)_2
\end{array}$$

تفریق به کمک روش مکمل دو:

الف) ابتدا تعداد ارقام مفروق و مفروق منه را با استفاده از صفرهای کم ارزش برابر می‌کنیم.

ب) مکمل دو مفروق منه را گرفته با مفروق جمع می‌کنیم.

ج) ۱: اگر حاصل جمع carry داشت، carry را حذف کرده و مابقی جواب مورد نظر می‌باشد.

ج) ۲: اگر حاصل جمع carry نداشت، برای بدست آوردن حاصل تفریق مدنظر، از جواب قسمت ب یک مکمل دو گرفته و با علامت منفی منظور می‌کنیم.

مثال ۳۱:

$$A - B = 1010100 - 1000011$$

$$\begin{array}{rccccccc} A: & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{B مکمل 2 عدد} +: & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \text{حذف رقم کری} \leftarrow \textcircled{1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow A - B: 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1$$

مثال ۳۲:

$$B - A = 1000011 - 1010100$$

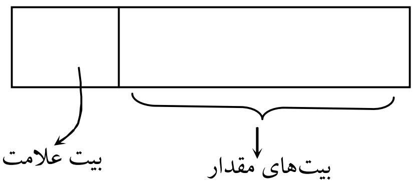
$$\begin{array}{rccccccc} B: & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \text{A مکمل 2 عدد} :+ & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{رقم کری ندارد} \Rightarrow B - A: -(\text{مکمل 2 عدد } 1101111) = -0010001$$

۴-۱-۴- روش علامت مقدار:

دراین روش یک بیت که سمت چپ‌ترین بیت است را به عنوان بیت علامت در نظر می‌گیرند که به شکل زیر است:

$$\text{بیت علامت} = \begin{cases} 0 & \text{عدد مثبت است:} \\ 1 & \text{عدد منفی است:} \end{cases}$$



اگر بیت علامت صفر شود عدد، مثبت و اگر یک باشد عدد، منفی است.

مثال ۳۳: عدد هفت برابر $(111)_2$ است برای نمایش عدد مثبت هفت در این حالت از 0111 و برای نمایش عدد منفی هفت دراین حالت از 1111 استفاده می‌شود.

نکته ۷: مشاهده می‌شود که در واقع اگر عدد دودویی، علامت‌دار باشد سمت چپ‌ترین بیت، علامت و بقیه بیت‌ها عدد هستند.

۵-۱-۴- روش متمم علامت‌دار:

وقتی که عملیات حسابی در یک کامپیوتر پیاده‌سازی می‌شود، بهتر است روش دیگری غیر از روش علامت مقدار به نام سیستم متمم – علامت‌دار (متمم یک و یا دو) برای ارائه اعداد منفی بکار گرفته شود. در این سیستم یک عدد منفی با متمم خود مشخص می‌شود، درحالی که سیستم علامت ـ مقدار، عدد رابا تغییر علامتش منفی می‌کند. سیستم متمم ـ علامت‌دار، منفی عدد را با متمم سازی آن تهیه می‌نماید. سیستم متمم ـ علامت‌دار می‌تواند از متمم یک یا متمم دو استفاده کند ولی متمم دو رایج‌تر است.

۱-۵-۱-۴- روش مکمل یک علامت‌دار:

در روش مکمل یا متمم یک علامت‌دار، یک عدد منفی را با متمم کردن همه بیت‌های عدد مثبت، ازجمله بیت علامت بدست می‌آوریم.

مثال ۳٤: فرض کنیم عدد ۹ در ۸ بیت نمایش داده شود. عدد ۹ـ را در روش مکمل یک علامت‌دار نشان دهید؟

$$(9)_{10} \Rightarrow \frac{8\ 4\ 2\ 1}{1\ 0\ 0\ 1} \quad \Rightarrow (9)_{10} = (1001)_2$$

$$\text{چون ۸ بیتی است} \Rightarrow \underbrace{0000}_{\text{اضافه می‌شوند}}1001 \xrightarrow{\text{متمم یک}} \underbrace{11110110}_{\text{نمایش عدد ۹ـ درروش متمم یک ـ علامت‌دار}}$$

۲-۵-۱-۴- روش مکمل دو علامت‌دار:

در روش مکمل یا متمم دو علامت‌دار، یک عدد منفی را با متمم دوکردن تمام بیت‌های عدد مثبت ازجمله بیت علامت بدست می‌آوریم.

مثال ۳۵: فرض کنیم عدد ۹ در ۸ بیت نمایش داده شود. عدد ۹ـ را در روش مکمل دو علامت‌دار نشان دهید؟

$$(9)_{10} \Rightarrow \frac{8\ 4\ 2\ 1}{1\ 0\ 0\ 1} \Rightarrow (9)_{10} = (1001)_2$$

$$\text{چون ۸ بیتی است} \Rightarrow \underbrace{0000}_{\text{اضافه می‌شود}}1001 \xrightarrow{\text{متمم دو}} \underbrace{11110111}_{\text{نمایش عدد ۹ـ در روش متمم دو علامت‌دار}}$$

۵-۱- نمایش اعداد منفی و تفریق در روش مکمل دو

مشاهده می‌شود که در بین تمامی روشهای فوق برای نمایش اعداد منفی، روش مکمل دومناسب‌تر است. همچنین برای تفریق نیز این روش کاراتر است. بنابراین عملاً درسیستم‌های دیجیتال اعداد بصورت مکمل یا متمم دونمایش داده شده و ذخیره می‌شوند و لذا در عمل هم مساله اعداد منفی و هم تفریق براحتی به جمع تبدیل شده و پیاده‌سازی می‌شود؛ یعنی برای تفریق A-B کافیست A را بعلاوه متمم 2 عدد B کنید.

۶-۱- اعداد دارای ممیز درمبناهای مختلف

برای بحث اعداد ممیزدار فرض کنید عدد $(17.25)_{10}$ راداریم. می‌توان نوشت:

$$\overset{1\ \circ\ -1\ -2}{(17.25)_{10}} = 1\times 10^1 + 7\times 10^\circ + 2\times 10^{-1} + 5\times 10^{-2}$$

$$= 10 + 7 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 17 + \frac{25}{100} = 17.25$$

پس بطور کلی اگر مبنای ما r باشد می‌توان نوشت:

$$(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_\circ . a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-m})_r = \sum_{i=-m}^{n} a_i . r^i$$

$$= a_{-m}.r^{-m} + a_{-m+1}.r^{-m+1} + \ldots + a_{-2}.r^{-2} + a_{-1}r^{-1} + a_\circ.r^\circ + a_1.r^1 + a_2.r^2 + \ldots a_{n-1}.r^{n-1} + a_n.r^n$$

مثال ۳۶: عدد $(1101.110)_2$ را به مبنای ده تبدیل کنید؟

$$\frac{3\ \ 2\ \ 1\ \ 0\ \ \ -1\ \ -2\ \ -3}{1\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ .\ \ 1\ \ \ 1\ \ \ 0} = 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^\circ + 1\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} + \circ\times 2^{-3}$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 0$$

$$= 13 + \frac{3}{4} = (13.75)_{10}$$

نکته ۸: روش ساده‌تر و تستی برای تبدیل اعداد ممیزدار دودویی به مبنای ده عبارتست از:

۱- برای قسمت صحیح، همان اوزان ۱، ۲، ۴، ... را نوشته و توانهایی را که زیر آنها یک است با هم جمع می‌کنیم.

۲- برای قسمت اعشار از نقطه اعشار به سمت راست به ترتیب وزنها برابر $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^n}$ خواهد بود.

بنابراین راه تستی حل مثال فوق عبارتست از:

$$\frac{8\ \ 4\ \ 2\ \ 1\ \ \ \ \frac{1}{2}\ \ \frac{1}{4}\ \ \frac{1}{8}}{(1\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ .\ \ 1\ \ 1\ \ 0)_2} = 8 + 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 13 + \frac{3}{4} = (13.75)_{10}$$

مثال ۳۷:

$$(4021.2)_5 = (?)_{10}$$

$$\overset{3\ 2\ 1\ 0\ \ -1}{(4\ 0\ 2\ 1\ .\ 2)_5} = 4\times 5^3 + 0\times 5^2 + 2\times 5^1 + 1\times 5^0 + 2\times 5^{-1} = 500 + 10 + 1 + \frac{2}{5} = (511.4)_{10}$$

مثال ۳۸:

$$(127.4)_8 = (?)_{10}$$

$$\frac{2\ 1\ 0\ .\ -1}{(1\ 2\ 7\ .\ 4)_8} = 1\times 8^2 + 2\times 8^1 + 7\times 8^\circ + 4\times 8^{-1}$$

$$= 64 + 16 + 7 + \frac{4}{8} = (87.5)_{10}$$

مثال ۳۹:

$$(6F.23)_{16} = (?)_{10}$$

$$\overset{1}{6}\ \overset{0}{F}\ .\ \overset{-1}{2}\ \overset{-2}{3} = 3\times 16^{-2} + 2\times 16^{-1} + F\times 16^\circ + 6\times 16^1$$

$$= \frac{3}{256} + \frac{2}{16} + 15 + 96 = 0.012 + 0.125 + 111$$

$$= (111.137)_{10}$$

مثال ۴۰: عدد $(0.6875)_{10}$ را به دودویی تبدیل کنید؟

ابتدا 0.6875 در دو ضرب می‌شود تا یک عدد صحیح و یک کسر حاصل شود. کسر دوباره در دوضرب می‌شود تا یک عدد صحیح جدید و یک کسر جدید بدست آید. این فرایند ادامه می‌یابد تا بخش کسری صفرشود و یا تعداد ارقام دقت مناسبی را ارائه دهند. ضرایب عدد دودویی از اعداد صحیح بصورت زیر بدست می‌آید:

		صحیح		کسری	ضریب
0.6875×2	=	۱	+	0.3750	$a_{-1} = 1$
0.3750×2	=	0	+	0.7500	$a_{-2} = 0$
0.7500×2	=	۱	+	0.5000	$a_{-3} = 1$
0.5000×2	=	۱	+	0.0000	$a_{-4} = 1$

بنابراین $\Rightarrow (0.6875)_{10} = (0.a_{-1}\ a_{-2}\ a_{-3}\ a_{-4}) = (0.\ 1011)_2$

نکته ۹: برای تبدیل یک عدد اعشاری ازمبنای10 به یک عدد در مبنای r، روش مشابه فوق است فقط به جای ضرب در 2 در r ضرب می‌شود وضرایب به جای 0 و 1 از محدوده 0 تا (r-1) خواهند بود.

مثال ۴۱: $(153.513)_{10} = (?)_8$

در این حالت قسمت صحیح را جداگانه و قسمت اعشار را نیز جداگانه تبدیل کرده و درکنار هم قرار می‌دهیم.

پس دوتبدیل جداگانه زیر را داریم: $(153)_{10} = (?)8$

$$(0.513)_{10} = (?)_8$$

که برای تبدیل عدد صحیح 153 ازمبنای ده به 8 ابتدا باید آنرا به مبنای دو برده سپس به هشت ببریم.

$$(153)_{10} = (?)_8 \rightarrow (153)_{10} = (?)_2$$

$$\frac{128\quad 64\quad 32\quad 16\quad 8\quad 4\quad 2\quad 1}{1\quad 0\quad 0\quad 1\quad 1\quad 0\quad 0\quad 1} \Rightarrow (153)_{10} = (10011001)_2$$

$$(10011001)2 = (?)_8 \Rightarrow \underbrace{\frac{4\,2\,1}{0\ 1\ 0}}_{(2}\ /\ \underbrace{\frac{4\,2\,1}{0\ 1\ 1}}_{3}\ /\ \underbrace{\frac{4\,2\,1}{0\ 0\ 1}}_{1)_8}$$

اضافه می‌شود

اکنون برای تبدیل عدد اعشاری $(0.513)_{10}$ به مبنای هشت داریم:

		r یا مبنا				ضریب صحیح		اعشاری	ضریب
0.513	×	8	=	4.104	=	4	+	0.104	⇒ 4
0.104	×	8	=	0.832	=	0	+	0.832	⇒ 0
0.832	×	8	=	6.656	=	6	+	0.656	⇒ 6
0.656	×	8	=	5.248	=	5	+	0.248	⇒ 5
⋮				⋮		⋮			⋮

بافرض اینکه ۴ رقم اعشار کافی باشد بنابراین: $(0.513)_{10} = (0.4065)_8$

پس باترکیب دوقسمت فوق نتیجه می‌شود که: $(153.513)_{10} = (231.4065)_8$

۷-۱- کد کردن اطلاعات

در سیستم‌های دیجیتال به سه دلیل زیر اطلاعات کد می‌شوند:

۱- وقتی اطلاعات کد شوند فشرده شده وحجم کمتری دارند لذا سرعت انتقال داده‌ها یا اطلاعات بیشتر می‌شوند.

۲- تا وقتی که اطلاعات به رشته یا دنباله‌ای ازصفر ویکها تبدیل نشود، توسط سیستم دیجیتال قابل فهم واستفاده نخواهد بود.

۳- باکد شدن اطلاعات، این اطلاعات توسط هرکسی قابل خواندن وفهمیدن نبوده وامنیت اطلاعات بالا خواهد رفت.

ذکر این نکته ضروری است که با مشاهده مجموعه‌ای ازصفر ویکها درکنار هم نمی‌توان فوراً به این نتیجه رسید که مجموعه فوق یک عدد دودویی است. زیرا هرآنچه که به کد تبدیل شود و بخواهد به یک سیستم دیجیتال داده شود باید بصورت مجموعه‌ای از صفر و یک‌ها باشد.

۸-۱- انواع کدهای اطلاعاتی و کنترلی

بطور کلی دو نوع کد وجود دارد. یکی کدهایی که با آنها اطلاعات و یا داده‌ها را کد می‌کنند و دیگری کدهای کنترلی. از کدهای کنترلی برای تشخیص خطای احتمالی به هنگام ارسال اطلاعات از مبدا به مقصد دلخواه استفاده می‌شود و بعضی از آنها غیر از تشخیص، توانایی عیب‌یابی خطا را نیز دارند.

کدهای اطلاعاتی خود به دو دسته کدهای وزن دار و بی وزن تقسیم‌بندی می‌شوند.

۹-۱- تعریف کدهای وزن‌دار یا : weighted

کد وزن‌دار کدی است که هر بیت یا هر رقم آن از وزن مشخصی پیروی کند. در واقع کد وزن‌دارکدی است که اگر به هر رقم آن یک ارزش مکانی معین نسبت داده شود، مجموع ارزش ارقام آن معادل دهدهی کد مورد نظر است.

۱۰-۱- انواع کدهای وزن‌دار

کدهای وزن‌دار مختلفی می‌تواند ایجاد شود.

بطورکلی کدهای وزن‌دار ۴ بیتی عبارتنداز: BCD، BCD باوزن خاص، NBCD.

وکدهای وزن‌دار حرفی ـ عددی ۷ و ۸ بیتی که به کد اسکی معروفند که با آن انواع کاراکترها را می‌توان کد کرد.

(هرکاراکتر می‌تواند حرف، عدد و یا علائم خاص باشد.)

کد وزن‌دار حرفی – عددی ۸ بیتی EBCDIC نیز وجود دارد و نهایتاً کد استاندارد جهانی یک کد وزن‌دار حرفی – عددی ۱۶ بیتی است که به آن unicode می‌گویند.

۱-۱۱- کد وزن‌دار ۴ بیتی ازنوع BCD

کد BCD مخفف Binary Coded Decimal است یعنی عدد دهدهی کد شده به مبنای دو.

درکدهای BCD هر رقم دهدهی که از صفر تا نه می‌باشد در۴ بیت به مجموعه‌ای از صفر ویکها کد می‌شود.

بیت‌های دودویی برطبق مکانشان دارای وزنهای مثبت یا منفی هستند درمجموع ۱۷ کد BCD با وزن مثبت و ۷۱ کد با وزن مثبت و منفی وجود دارد.

برخی کدهای BCD با وزن مثبت عبارتنداز:

(3,3,2,1) , (4,2,2,1) , (4,3,1,1) , (5,2,1,1) , (4,3,2,1) , (4,4,2,1) , (5,2,2,1) , (5,3,1,1).,
(5,3,2,1) , (5,4,2,1) , (6,2,2,1) , (6,3,1,1) , (6,3,2,1) , (6,4,2,1) , (7,3,2,1) , (7,4,2,1) , (8,4,2,1)

از کدهای با وزن مثبت و منفی می‌توان به کدهای (8,4,-2,-1) و (6,4,2,-3) اشاره نمود.

توجه : درکدهای BCD با وزن مثبت مجموع وزن‌های انتخاب شده نمی‌تواند از ۹ کمتر و از ۱۵ بیشتر باشد. همچنین یکی از وزن‌ها همیشه ۱ است ودیگری نیز باید از ۱یا ۲ باشد.
درکدهای BCD با وزن مثبت و منفی مجموع وزنها نمی‌تواند از ۹ کمتر باشد اما شرط وجود وزن ۱ ضروری نیست.

مثال ۴۲: فرض کنید ترکیب 1101 در کد BCD با وزن (6,3,2,1) وجود دارد. تعیین کنید معادل کدام عدد دهدهی است؟

(وزن مربوطه × بیت) $\sum$= مقدار ارزش عددی کد درمبنای ده = وزن کلی

اما ازآنجا که کدها از دو رقم صفر و یا یک تشکیل شده‌اند لذا عملاً داریم:

مجموع وزنهایی که در زیر آنها یک قرار دارد = مقدار ارزش عددی کد در مبنای ده = وزن کلی

بنابراین:

$$\frac{6\ 3\ 2\ 1}{1\ 1\ 0\ 1} = \overbrace{6+3+1}^{\text{مجموع وزن‌هایی که در زیر آنها یک قرار دارد}} = (10)_{10}$$

مثال ۴۳: فرض کنیم ترکیب 1011 در کد BCD باوزن (8,4,-2,-1) وجود دارد تعیین کنید معادل کدام عدد دهدهی است؟

$$\frac{8\quad 4\quad -2\quad -1}{1\quad 0\quad 1\quad 1} = 8+(-2)+(-1) = (5)_{10}$$

توجه : در وزن‌های منفی فقط کافی است علامت منفی وزن را منظور کنید.
گاهی اوقات مشاهده می‌شود که وقتی یک رقم دهدهی را به کد BCD با وزن مثبت می‌بریم برای یک رقم دوکد ایجاد می‌شود برای مثال اگر کد BCD وزن‌دار مثبت با وزن (2,4,2,1) باشد عدد دهدهی 5 را به دو شکل زیر می‌توان نمایش داد:

$$\frac{2\ 4\ 2\ 1}{1\ 0\ 1\ 1} = 2+2+1 = (5)_{10} \quad , \quad \frac{2\ 4\ 2\ 1}{0\ 1\ 0\ 1} = 4+1 = (5)_{10}$$

هر دو نمایش درستند اما یک قانون مهم می‌گوید که باید هرکد، منحصر به فرد باشد لذا حتماً فقط یکی از آنها را باید در نظر گرفت.
بنابراین قانون پرکردن وزن‌ها به شکل زیر است:
چون از 0 تا 9، ده تا کد است آنرا دو نیم می‌کنیم پنج کد اول یعنی از 0 تا 4 از سمت راست به چپ پر می‌شود وپنج کد دوم یعنی از 5 تا 9 ازسمت چپ به راست پر می‌شوند.
(منظور از پرکردن یعنی اولویت انتخاب کردن یک وزن از وزنهای یک کد)
بنابراین در مثال فوق عدد 5 باید از سمت چپ به راست پر شود و داریم:

$$\frac{2\ 4\ 2\ 1}{1\ 0\ 1\ 1} = 2+2+1 = (5)_{10}$$

و حالت دیگر غیر قابل قبول خواهد بود.

مثال ٤٤: عدد $(62)_{10}$ را به کد BCD وزن‌دار با وزن (4,2,2,1) کد کنید؟

از چپ به راست پر می‌شود → (پنج‌تای دوم) $\quad (6)_{10} = \dfrac{4\ 2\ 2\ 1}{1\ 1\ 0\ 0}$

ازراست به چپ پر می‌شود → (پنج تای اول) $\quad (2)_{10} = \dfrac{4\ 2\ 2\ 1}{0\ 0\ 1\ 0}$

بنابراین $\Rightarrow (62)_{10} = (\underbrace{1\,1\,0\,0}_{6}\quad \underbrace{0\,0\,1\,0}_{2}) = (1\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,0)_{BCD_{4221}}$

۱-۱۱-۱- کد NBCD:

اگر وزن یک کد BCD وزن‌دار مثبت از وزن طبیعی اعداد دودویی برای ۴ بیت یعنی (8,4,2,1) پیروی کند به آن کد NBCD گویند.

NBCD مخفف Natural BCD یعنی BCD طبیعی است.

توجه : گاهی اوقات درتست‌ها (به اشتباه) به جای کد NBCD، گفته می‌شود کد باینری یاکد BCD خالی یعنی وزن آن ذکر نمی‌شود که در هر دو مورد منظور همان NBCD است.

اگر n تعداد بیت‌های یک کد باشد تعداد حالات قابل کد شدن ویاتعداد ترکیب‌ها برابر خواهد بود با 2^n.

بنابراین$16 = 2^4$ یک کد ٤ بیتی می‌باشد که ١٦ حالت دارد.

اگر n تعداد بیت‌های یک کد باشد محدوده ارقام قابل کد شدن ازصفر تا $(2^n - 1)$ خواهد بود.

$$\circ \leq \text{محدوده رقم} \leq (2^n - 1)$$

بنابراین دریک کد ٤ بیتی داریم: $\quad \circ \leq \text{محدوده رقم} \leq \underbrace{(2^4 - 1)}_{15}$

پس ازآنجا که کد NBCD یک کد ۴ بیتی است لذا ۱۶ حالت که از ٠ تا 15 می‌باشد ایجاد می‌شود.

اما چون NBCD یک کد BCD است ودر کدهای BCD یک رقم دهدهی که از صفرتا نه می‌تواند باشد باید در ۴ بیت بطور جداگانه به مجموعه‌ای از صفر ویکها کد شوند لذا از ٠ تا ۹ قابل قبول واز 10 تا 15 غیر قابل استفاده یا unused می‌باشند.

یعنی درجدول زیر ده حالت اول قابل استفاده ولی ۶ تای آخر unused هستند.

اعداد دهدهی	NBCD (8,4,2,1) 8	4	2	1	
٠	٠	٠	٠	٠	بکارمی‌روند →
1	٠	٠	٠	1	
2	٠	٠	1	٠	
3	٠	٠	1	1	
4	٠	1	٠	٠	
5	٠	1	٠	1	
6	٠	1	1	٠	
7	٠	1	1	1	
8	1	٠	٠	٠	
9	1	٠	٠	1	
10	1	٠	1	٠	غیر قابل استفاده →
11	1	٠	1	1	
12	1	1	٠	٠	
13	1	1	٠	1	
14	1	1	1	٠	
15	1	1	1	1	

توجه : برای تبدیل اعداد دهدهی به کدNBCD باید هر رقم دهدهی بطورجداگانه درچهاربیت باوزن 8421 به مبنای دوبرده شود و بدون جابجایی کنارهم قرار داده شوند.

مثال ۴۵: عدد $(29)_{10}$ را در کد NBCD نمایش دهید؟

مشاهده می‌شود که مشابه تبدیل ازمبنای ۱۶ به دو می‌باشد با این تفاوت که محدوده ارقام بجای از ۰ تا F از ۰ تا 9 است.

$$(29)_{10}$$

8 4 2 1	8 4 2 1
0 0 1 0	1 0 0 1

$$(00101001)_{NBCD}$$

واضح است که یک عدد NBCD نسبت به مقدار دودویی به بیت‌های بیشتری احتیاج دارد. با این وجود، استفاده از اعداد دهدهی دارای مزیت است زیرا داده‌های ورودی وخروجی توسط انسان‌هایی که سیستم دهدهی را بکار می‌برند تولید می‌شود.

توجه شود که اعداد NBCD اعداد دهدهی هستند ونه اعداد دودویی هرچند که آنها درساختارشان ازبیت‌ها استفاده می‌کنند.

(بیت یک رقم دودویی است که می‌تواند صفر یا یک باشد.)

توجه شود که درجمع دوعدد درکد NBCD ممکن است خطا بوجود آید. یعنی حاصل جمع از عدد 9 یعنی $(1001)_2$ بزرگتر شود و نتیجه یک رقم NBCD نامعتبراست.

توجه : بنابراین برای تصحیح باید عدد 6 یا $(0110)_2$ به حاصل جمع اضافه شود ودرصورت لزوم رقم نقلی نیز تولید خواهد کرد.
دلیل این است که اختلاف بین یک رقم نقلی در با ارزش‌ترین مکان بیتی حاصل ازجمع دودویی و نقلی دهدهی برابراست با 6=10-16 به عبارت دیگر چون 6 حالت نامجاز دارد باید 6 تا به آن اضافه شود تا دور زده و به حالت صحیح خود که بین صفر تا ۹ است بازگردد.

مثال ٤٦: به جمع دو رقم BCD، توجه کنید:

$$\begin{array}{r} +8 \\ 9 \\ \hline 17 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8421 \\ +1000 \\ 1001 \\ \hline +10001 \\ 0110 \\ \hline 10111 \end{array}$$

$+10001 \rightarrow$ رقم نقلی دارد ونیز برابرعدد دهدهی ۱۷ درمبنای دو است

$0110 \rightarrow$ که همان عدد 6 دهدهی است وتصحیح خطا می‌کند

که مشاهده می‌شود

$$\underbrace{1}\underbrace{0111} \overset{\text{معادل}}{\leftrightarrow} \underbrace{0001}\ \underbrace{0111}$$

صفر سمت چپ بی‌تاثیراست

بنابراین: $(17)_{10} = (\underbrace{0001}\underbrace{0111})_{NBCD}$

یعنی عدد 17 در کد دودویی $(10001)_2$ می‌شود اما در NBCD هر رقم باید در ۴ بیت به مبنای دو برده شود و وزن (8,4,2,1) است لذا درکد NBCD به یک کد ۸ بیتی برای آن نیاز است.

۱۲-۱- کد وزن‌دار ۷ بیتی

مشاهده می‌شود که با چهار بیت حداکثر تا ۱۶ حالت را می‌توان کد کرد که در کدهای BCD عملاً ۱۰تای آنها بیشتراستفاده نمی‌شود. فرض کنیم دریک سیستم دیجیتال پیشرفته‌تر قرار داریم، پس نیاز به کاراکترهای حرفی وعددی باهم می‌باشد.

لذا برای نشان دادن حروف یک زبان (حروف بزرگ و کوچک)، ارقام صفر تا ۹ وعلائم خاص به حالات بیشتری نیاز است ولذا باید تعداد بیت‌های کد افزایش یابد.

درعمل برای این کار ابتدا کد ASCII هفت بیتی یا کد اسکی اولیه بکار گرفته شد.
کد استاندارد آمریکایی برای تبادل اطلاعات = ASCII=American Standard Code for Information Interchange
در این کد هرکاراکتر بطور قرار دادی با یک عدد نمایش داده شده و عدد نیز به مبنای دو برده می‌شود.
چون یک کد ۷ بیتی است پس: (n=7)

$$\begin{cases} \text{تعداد حالات قابل کد شدن} = 2^n = 2^7 = 128 \\ 0 \le \text{محدوده شماره کدهای موجود} \le 2^n - 1 \Rightarrow 0 \le \text{محدوده شماره کدها} \le 127 \end{cases}$$

بنابراین با این کد تا ۱۲۸ کاراکتر دلخواه کد می‌شود.
این کد زبان مشترک برای تبادل داده‌ها در سخت افزارها گشت که بین المللی بود.

۱-۱۳- کد وزن‌دار ۸ بیتی

پس از گذشت زمان، کد اسکی به حالات بیشتری نیاز پیدا کرد، بنابراین ۸ بیتی شد و $256 = 2^8$ حالت را کد کرد. که به آن کد اسکی پیشرفته گویند.
(کد اسکی اولیه ۷ بیتی و اسکی پیشرفته ۸ بیتی است)
و شماره کدها از ۰ تا 255 می‌باشد.

۱-۱۴- کد وزن‌دار ۱۶ بیتی

درسیستم‌های دیجیتال با سخت افزارهای مدرن و امروزی و علی‌الخصوص کامپیوترها، از یک کد ۱۶ بیتی بنام unicode استفاده می‌شود که با آن تمام فونت‌ها، زبانها وعلائم را براحتی می‌توان کد کرد.

$$\begin{cases} n = 16 \rightarrow \text{تعداد حالات قابل کد شدن} = 2^n = 2^{16} = 65536 \\ 0 \le \text{محدوده شماره کدها} \le 2^n - 1 \Rightarrow 0 \le \text{محدوده شماره کدها} \le 65535 \end{cases}$$

۱-۱۵- تعریف کدهای بی‌وزن یا unweighted

کدی که وزن‌دار نباشد بی‌وزن است به عبارت دیگر کد بی‌وزن کدی است که قانون دارد ولی هربیت آن از وزن مشخصی پیروی نمی‌کند وکدی است که نمی‌توان برای ارقام آن ارزشی در نظر گرفت.

۱۶- ۱- انواع کدهای بی‌وزن

نمونه‌های مختلفی از کدهای بی‌وزن می‌تواند وجود داشته باشد که مهمترین آنها عبارتند از کد بی‌وزن excess-3 وکد بی‌وزن Gray.

۱-۱۶-۱ کد بی‌وزن مازاد – ۳:

نام‌های دیگر آن excess-3 یا سه افزون یا سه اضافی است دراین کد به هر رقم درمبنای ده سه واحد افزوده شده سپس در ۴ بیت به مبنای دو برده می‌شود(با وزن ۱و۲و۴و۸) دلیل این که ۳ واحد افزوده می‌شود و نه عدد دیگری، آن است که این مسأله باعث خاصیت خود مکملی یا Self Complement می‌شود.

مثال ٤۷: عدد $(27)_{10}$ را به کد بدون وزن مازاد -۳ ببرید؟

$$(2\ 7)_{10}$$

$$2 \xrightarrow{+3} 5 \rightarrow \frac{8421}{0101} \qquad 7 \xrightarrow{+3} 10 \rightarrow \frac{8421}{1010}$$

$$(01011010)_{Excess\ -3}$$

مثال ٤۸: کد $(01011010)_{Excess-3}$ معادل چه عددی درمبنای ده است؟

توجه :
برای تبدیل از کد بدون وزن مازاد–۳ به مبنای ده ابتدا بیت‌های کد را ٤ تا ٤ تا جدا کرده سپس هردسته ٤ تایی را با وزن (8,4,2,1) از مبنای دو به ده می‌بریم بعد از هر رقم بطور جداگانه سه واحد کم کرده و ارقام حاصل را بدون جابجایی کنار هم می‌نهیم.

$$\underbrace{\frac{8421}{0101}}_{5} \quad \underbrace{\frac{8421}{1010}}_{10}$$

$$5 \xrightarrow{-3} 2 \qquad 10 \xrightarrow{-3} 7$$

$$(2\quad 7)_{10}$$

خاصیت خود مکملی یا :Self Complement:

اگر کدی بگونه‌ای باشد که برای بدست آوردن مکمل 9 آن فقط کافی باشد که تک تک بیت‌های آنرا NoT کنیم، درآن صورت خود مکمل است.

توجه : کد Excess-3 یا مازاد -۳ یک کد خود مکمل است.

مثال ۴۹: مکمل 9 عدد $(27)_{10}$ درکد مازاد -۳ چیست؟

حل تشریحی:

از دو مثال قبلی داریم:

$$(27)_{10} = (01011010)_{Execess-3}$$

مکمل ۹ $\downarrow$

$$\begin{array}{r} 99 \\ -\ 27 \\ \hline 72 \end{array} \Longrightarrow (72)_{10} =$$ مکمل 9 عدد 27 می‌باشد

ازطرفی $\Rightarrow (72)_{10} = (10100101)_{Excess-3}$

$$7 \xrightarrow{+3} 10 \rightarrow \frac{8421}{1010} \qquad 2 \xrightarrow{+3} 5 \rightarrow \frac{8421}{0101}$$

$$(10100101)_{Excess-3}$$

بنابراین عدد $(27)_{10}$ درکد مازاد –۳ بصورت (01011010) وعدد $(72)_{10}$ که مکمل ۹ آنست درکد مازاد –۳ بصورت (10100101) می‌باشد.

$$\begin{array}{ccc} (\underbrace{0101}\underbrace{1010})_{Excess-3} & \xrightarrow{\text{NoT کردن بیت به بیت}} & (\underbrace{1010}\underbrace{0101})_{Excess-3} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ (27)_{10} & \xrightarrow{\text{مکمل 9}} & (72)_{10} \end{array}$$

حل تستی بسیار سریع:

$$(27)_{10} = (01011010)_{Excess-3} \xrightarrow[\text{مکمل 9}]{\text{Not کردن بیت به بیت}} (10100101)_{Excess-3}$$

کد مازاد –۳ به دلیل خاصیت خود متممی‌اش درکامپیوترهای قدیمی بکار می‌رفت.

نکته ۱۰: کدهایی مانند Excess-3 , $(2,4,2,1)$, $(8,4,-2,-1)$ کدهای خود متمم یا خود مکمل‌اند. به این معنی که متمم ۹ عدد دهدهی به سادگی باتبدیل صفرها به یکها و برعکس بدست می‌آید.

نکته مهم ۱۱: برای آن که یک کد وزن‌دار n بیتی خود مکمل باشد باید جمع وزن‌های آن برابر ۹ باشد.

این خاصیت زمانی که اعمال محاسباتی کامپیوتر با اعداد دهدهی (درکد دودویی) صورت می‌گیرد و عمل تفریق با استفاده از متمم ۹ انجام می‌شود سودمند است.

توجه : ازکدهای وزن‌دار فقط ٤ کد وزن‌دار مثبت (2,4,2,1) ، (3,3,2,1) ، (4,3,1,1) و ۱۳ کد با وزن مثبت و منفی مانند (6,4,2,-3) , (8,4,-2,-1) دارای خاصیت خود مکملی هستند.

توجه : می‌دانید جمع دو بیت در مبنای ۲ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{array}{r} 0\,+ \\ 0 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,+ \\ 0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0\,+ \\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,+ \\ 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

جمع در ماژول $(xor)_2$ با نماد $\oplus$ نمایش داده می‌شود و به صورت زیر می‌باشد:

نتیجه:

$0 \oplus 0 = 1 \oplus 1 = 0$ $\qquad$ $1 \oplus 0 = 0 \oplus 1 = 1$

اگر تعداد "1" ها زوج باشد جمع در ماژول 2 آنها می‌شود "۰"

اگر تعداد "1" ها فرد باشد جمع در ماژول 2 آنها می‌شود "۱"

۲- ۱۶- ۱ کد بی‌وزن gray:

خاصیت این کد درآن است که هر عدد درکدگری با عدد قبلی و بعدی خود فقط در یک بیت اختلاف دارد. مثلاً کد گری اعداد ۷ و ۸ به ترتیب ۰۱۰۰ و ۱۱۰۰ می‌باشد که این دو تنها در یک بیت تفاوت دارند.

کد gray درکاربردهایی مورد استفاده است که رشته یا مجموعه صفر و یکها ممکن است درطول انتقال یا تبدیل ازیک عدد به عدد دیگری خطایی تولید کنند.

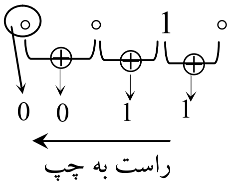
اگر از کد Binary استفاده شود عدد ۷ با ۰۱۱۱ وعدد ۸ با ۱۰۰۰ نمایش داده می‌شود که در حرکت از ۷ به ۸، چهار بیت همزمان تغییر می‌کنند و از آنجا که هنگام تغییرا ز صفر به یک یا بالعکس نویز محیط می‌تواند اطلاعات را خراب کند لذا نسبت به کد گری ۴ برابر خطر احتمال نویز را بیشتر می‌کند و سعی بر کمترین تغییرات که همان تغییر فقط یک بیت است می‌باشد تا کد، کدی با ثبات‌تر باشد.

روش تستی تبدیل از کد Binary به :Gray :

۱- ازقسمت راست دوتا دوتا بیت‌های مجاور کد NBCD را با هم XOR می‌کنیم و حاصل را عیناً پایین می‌نویسیم.

۲- به آخرین بیت که رسیدیم (چه صفر باشد چه یک) عیناً آنرا در پایین می‌نویسیم.

مثال ۵۰: عدد $(0010)_{Bin}$ یا باینری را به کد Gray معادل تبدیل کنید؟



یادآوری:

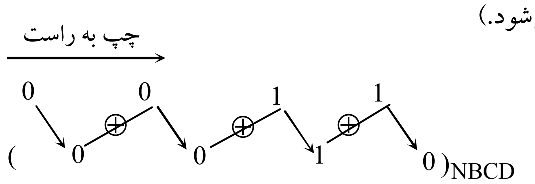
$$\left\{\begin{matrix} 1\oplus \circ = \circ \oplus 1 = 1 \\ \circ \oplus \circ = 1 \oplus 1 = \circ \end{matrix}\right. :$$ نماد $\oplus$ یعنی XOR

روش تستی تبدیل از کد Gray به Binary:

۱- اولین بیت از سمت چپ (چه صفر باشد چه یک) عیناً در پایین نوشته می‌شود سپس همان بیت با رقم مجاور از بالا XOR شده و حاصل در پایین نوشته می‌شود.

۲- این کار را تا آخرین بیت ادامه می‌دهیم. (پایینی با مجاور از بالایی XOR می‌شود.)

مثال ۵۱: عدد $(0011)_{Gray}$ را به کد یا باینری معادل تبدیل کنید؟



۱۷- ۱- کدهای عیب‌یابی و تشخیص خطا

کدهایی هستند که برای کد کردن اطلاعات استفاده نمی‌شوند. بلکه ازآنها برای تشخیص دادن و تصحیح کردن خطای احتمالی درهنگام ارسال اطلاعات از فرستنده به گیرنده به کار می‌روند.

ازکد همینگ بدین منظور استفاده می‌شد ولی به دلیل محدودیت‌هایی که داشت حذف شد.

امروزه ازکد CRC در عمل برای تشخیص و عیب‌یابی خطا در سیستم‌های دیجیتال و کامپیوتری امروزی استفاده می‌شود.

۱۸- ۱- مدار مولد توازن

گاهی اوقات هنگام انتقال اطلاعات باینری از یک فرستنده به یک گیرنده، براثر امواج ناخواسته و مزاحم محیطی (نویز) که براثر میدان مغناطیسی وسایل الکتریکی، زدن کلید برق، رعد و برق وغیره بوجود می‌آید بعضی از بیت‌های اطلاعات معکوس می‌شوند جهت خطایابی می‌توان از بیت توازن یا Parity استفاده کرد. به کمک پریتی درگیرنده می‌توان وجود خطاهایی که فقط در یک بیت رخ داده است را تشخیص داد و بدین ترتیب گیرنده ازفرستنده تقاضای ارسال مجدد اطلاعات را می‌کند.

مثلاً فرض کنیم می‌خواهیم اعداد BCD که ۴ بیتی هستند را انتقال دهیم. همراه این ۴ بیت می‌توان بیت پنجمی را نیز ارسال کرد به نحوی که تعداد یک‌ها در تمامی حالات فرد یا زوج باشد. اگر تعداد یک‌ها در فرستنده فرد باشد پریتی را فرد و اگر تعداد یک‌ها در فرستنده زوج باشد پریتی را زوج می‌نامند. در واقع پریتی فرد به XNOR و پریتی زوج به XOR خواهد رسید. اگر درگیرنده تعداد یک‌ها با فرستنده یکی نباشد می‌فهمد خطا رخ داده و دوباره فرستنده ۴ بیت را باید به گیرنده ارسال کند.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل اول

۱ـ عدد 1001101101111101 در مبنای دو معادل چه عددی در مبنای 16 است؟

۱) 9B7D ۲) 9B7E ۳) 3 C7D ۴) 3A7C

۲ـ حاصل جمع دو عدد باینری 11000100 و 10011011 کدام گزینه زیر می‌باشد؟

۱) 11100100 ۲) 101011111 ۳) 00011011 ۴) 010100000

۳ـ کدام گزینه زیر معادل عدد باینری 110011001101 در مبنای ده است؟

۱) 7328 ۲) 80001 ۳) 3277 ۴) 3286

٤ـ عدد CBF 3 در مبنای 16 معادل چه عددی در مبنای ۸ است؟

۱) 15551 ۲) 15557 ۳) 36267 ۴) 36277

۵ـ متمم دو عدد 1011101010011 کدام است؟

۱) 1000101011010 ۲) 100010101101 ۳) 10100010101111 ۴) 101101001101

٦ـ برای نمایش عدد 256 درمبنای دو به چند رقم نیاز است؟

۱) 8 رقم ۲) 9 رقم ۳) 7 رقم ۴) 4 رقم

۷ـ عدد $(AB)_{Hex}$ چه عددی درمبنای دو است؟

۱) 10111010 ۲) 10101100 ۳) 10111100 ۴) 10101011

۸ـ تفاضل دو عدد باینری 110101 , 100010 کدام گزینه است؟

۱) 110101 ۲) 100011 ۳) 11011 ۴) 10011

۹ـ حاصل جمع دو عدد هگزا دسیمال AC201 و 1D3AO برابراست با:

۱) 1DAC3A ۲) AD5A1 ۳) C95A1 ۴) 1A59C

۱۰ـ حاصل عدد $(273.42)_{16}$ درمبنای دو کدام است؟

۱) 101110011.1000010 ۲) 101110011.10010

۳) 1001110011.100010 ۴) 1001110011.01000010

۱۱ـ عدد 15.75 درمبنای 10 معادل چه عددی درمبنای 2 است؟

۱) 1111.11 ۲) 1010.01 ۳) 1110.11 ۴) 1111.011

۱۲ـ معادل عدد $(101101.0101)_2$ در سیستم اعشاری کدام است؟

۱) 25.107 ۲) 45.3125 ۳) 37.871 ۴) 55.3075

۱۳ـ نمایش عدد 845 درکد BCD با وزن 4221 کدام است؟

۱) 111001101001 ۲) 100001000101 ۳) 111010110100 ۴) 101101001000

١٤ـ معادل عدد 962 درکد گری کدام است ؟

۱) 011010111010 ۲) 110101010011 ۳) 011110010110 ۴) 111110100110

۱۵ـ معادل کد باینری عدد گری 1110 کدام است؟

۱) 1001 ۲) 1011 ۳) 1111 ۴) 1101

١٦ـ توسط کدام یک ازکدهای زیر می‌توان خطای اطلاعات ارسالی راتصحیح نمود؟

۱) مازاد–۳ ۲) گری ۳) همینگ ۴) اسکی

۱۷ـ نمایش عدد 570 درکد NBCD برابر کدام است؟

۱) 100111010010 ۲) 10111110 ۳) 10101110000 ۴) 10100110000

۱۸ـ نمایش عدد 764 دریک کد BCD با وزن 1 , 2 , 2 , 4 کدام است؟

۱) 110111000110 ۲) 101100110 ۳) 011101100100 ۴) 111110100

۱۹ـ برای کد کردن حروف الفبای فارسی چند بیت کافی است؟

۱) 3 ۲) 4 ۳) 5 ۴) 6

۲۰ـ برای کد کردن 196 کاراکتر مختلف بصورت مجموعه ای از صفر ویکها حداقل به چند بیت نیاز داریم؟

۱) 8 ۲) 7 ۳) 6 ۴) 9

۲۱ـ معادل BCD عدد مازاد 4 (1000 0101 1100) کدام گزینه است؟

۱) 010100101001 ۲) 011010100101 ۳) 011110100011 ۴) 110001011000

۲۲ـ معادل عدد 63 در کد BCD باوزن 1-2-4 8 کدام است؟

۱) 10100101 ۲) 10100011 ۳) 01100011 ۴) 100010

۲۳ـ عدد $(1257)_8$ درمبنای 16 کدام است؟ (آزاد ـ ۷۴)

۱) $(A2F)_{16}$ ۲) $(AF2)_{16}$ ۳) $(FA2)_{16}$ ۴) $(2AF)_{16}$

۲۴ـ حاصل عبارت $(?)_{16} = (C1A)_{16} + (AB4)_{16}$ کدام است؟ (آزاد ـ ۷۵)

۱) 26BE ۲) 16BE ۳) 16 CE ۴) 26CE

۲۵ـ حاصل عبارت $(?)_8 = (114)_8 + (AF2)_{16}$ کدام است؟ (آزاد ـ ۷۶)

۱) 5476 ۲) 5475 ۳) 5266 ۴) 5267

۲۶ـ حاصل عبارت $(?)_2 = (111111)_2 - (1011110111)_2$ کدام است؟ (آزاد ـ ۷۶)

۱) 1110111000 ۲) 1110110000 ۳) 1011101000 ۴) 1010111000

۲۷ـ (در رابطه $(?)_9 = (126)_{12}$) به جای علامت سوال کدام عدد قرار گیرد تا تساوی برقرار باشد؟ (آزاد ـ ۷۶)

۱) 211 ۲) 213 ۳) 410 ۴) 413

۲۸ـ عدد بعد از $(2AFF)_{16}$ کدام است؟ (آزاد ـ ۷۶)

۱) 2BF0 ۲) 2AF0 ۳) 2A00 ۴) 2B00

۲۹ـ معادل کدگری عدد باینری 1110 کدام است؟ (آزاد ـ ۷۶)

۱) 1010 ۲) 1001 ۳) 1000 ۴) 0111

۳۰ـ معادل باینری کد گری 1101 کدام است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۷۸)

۱) 1010 ۲) 0010 ۳) 1001 ۴) 1101

۳۱ـ حاصل عبارت $(?)_{16} = (742)_8 + (3260)_8$ معادل کدام گزینه است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۷۸)

۱) 892 ۲) 792 ۳) 882 ۴) 782

۳۲ـ مبنای 2 عدد $(224)_5$ کدام است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۷۸)

۱) 100000 ۲) 1100000 ۳) 110000 ۴) 1000000

۳۳ـ حاصل عبارت $(?)_8 = (11011)_2 - (AC2)_{16}$ کدام است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۷۹)

۱) 5347 ۲) 5237 ۳) 5307 ۴) 5247

۳۴ـ حاصل عبارت $(?)_2 = (54)_8 - (A12)_{16}$ کدام است؟ (برق ـ سراسری ۸۲)

۱) 100111101010 ۲) 100111100110 ۳) 1001011100110 ۴) 101111100110

۳۵ـ اگر $A - B = (10)_8$ و $A + B = (50)_8$ باشد B در مبنای هگزادسی مال کدام است؟ (الکترونیک ـ آزاد ۸۳)

۱) ۱۰ ۲) E ۳) F ۴) ۱۶

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده فصل اول

۱ـ گزینه «۱» زیرا:

$$\underbrace{\overset{8421}{\overline{1001}}}_{9}\ \underbrace{\overset{8421}{\overline{1011}}}_{\substack{11\\ \downarrow \\ B}}\ \underbrace{\overset{8421}{\overline{0111}}}_{7}\ \underbrace{\overset{8421}{\overline{1101}}}_{\substack{13\\ \downarrow \\ D}} \Rightarrow (9B7D)_{16}$$

۲ـ گزینه «۲» زیرا:

$$\begin{array}{r} 1 \\ +10011011 \\ 11000100 \\ \hline 101011111 \end{array}$$

۳ـ گزینه «۳» زیرا:

$$(110011001101)_2 = (?)_{10}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 2048 & 1024 & 512 & 256 & 128 & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} = \begin{array}{r} 2048+ \\ 1024 \\ 128 \\ 64 \\ 8 \\ 4 \\ 1 \\ \hline 3277 \end{array}$$

۴ـ گزینه «۴» زیرا:

ابتدا ازمبنای ۱۶ عدد را به مبنای ۲ برده سپس از۲ به ۸ می بریم .

$$(3\quad C\quad B\quad F)_{16} = (?)_8$$

$$C=12,\ B=11,\ F=15$$

$$\overset{8421}{\overline{0011}}\quad \overset{8421}{\overline{1100}}\quad \overset{8421}{\overline{1011}}\quad \overset{8421}{\overline{1111}}$$

$$(0011110010111111)_2$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\overset{421}{\overline{011}}}_{(3} / \underbrace{\overset{421}{\overline{110}}}_{6} / \underbrace{\overset{421}{\overline{010}}}_{2} / \underbrace{\overset{421}{\overline{111}}}_{7} / \underbrace{\overset{421}{\overline{111}}}_{7)_8}$$

۵ـ گزینه «۲» زیرا:

$$1011101010011 \xrightarrow{\text{متمم یک}} 0100010101100 \quad \Big\downarrow \text{متمم دو}$$

$$\begin{array}{r} 1+ \\ \hline \cancel{0}100010101101 \end{array}$$

حذف می شود.

٦ـ گزینه «۲» زیرا:

$$(256)_{10}=(?)_2 \Rightarrow \begin{array}{ccccccccc}256&128&64&32&16&8&4&2&1\\\hline 1&0&0&0&0&0&0&0&0\end{array}$$

که مشاهده می‌شود به ۹ بیت نیاز داریم.

٧ـ گزینه «٤» زیرا:

$$(AB)_{16}=(?)_2 \Rightarrow \begin{array}{cc}A&B\\\downarrow&\downarrow\\10&11\\\begin{array}{c}8421\\\hline 1010\end{array}&\begin{array}{c}8421\\\hline 1011\end{array}\end{array} \rightarrow (10101011)_2$$

٨ـ گزینه «٤» زیرا:

$$\begin{array}{r}(110101)_2\\-(100010)_2\\\hline(?)_2\end{array} \xrightarrow{\text{مکمل دو}} \begin{array}{r}1\,1\,0\,1\,0\,1\\0\,1\,1\,1\,1\,0\\\hline 1\;\underbrace{0\,1\,0\,0\,1\,1}_{\text{۶ بیت}}\end{array} \Longrightarrow \underset{\text{حذف صفر سمت چپ}}{010011} \Longrightarrow 10011$$

سرریز که حذف می شود

$$(100010)_2 \xrightarrow{\text{مکمل یک}} (011101)_2 \xrightarrow[+1]{\text{مکمل دو}} 011110$$

٩ـ گزینه «۳» زیرا:

$$\begin{array}{r}+\,A\;C\;2\;0\;1\\1\;D\;3\;A\;0\\\hline C\;9\;5\;A\;1\end{array}$$

١٠ـ گزینه «٤» زیرا:

$$(273.42)_{16}=(?)_2$$

نکته: در تبدیل یک عدد از مبنای ۲ به ۱۶ درحالت اعشاری نیز مانند حالت عادی عمل می‌کنیم ولی اگر در قسمت اعشاری رقم کم بیاورد درسمت راست صفر اضافه می‌شود. درتبدیل ازمبنای ۱۶ به ۲ در حالت اعشاری نیز کاملاً مشابه حالت عادی عمل می‌کنیم.

بنابراین $\Rightarrow$

$$\begin{array}{ccccc}2&7&3\,.&4&2\\\begin{array}{c}8421\\\hline 0010\end{array}&\begin{array}{c}8421\\\hline 0111\end{array}&\begin{array}{c}8421\\\hline 0011\end{array}&\begin{array}{c}8421\\\hline 0100\end{array}&\begin{array}{c}8421\\\hline 0010\end{array}\end{array}$$

$$\underline{00}1001110011.01000010 \Rightarrow (1001110011.01000010)_2$$

حذف صفرهای سمت چپ عدد

۱۱ـ گزینه «۱» زیرا:

$$(15.75)_{10}=(?)_2$$

$$(15)_{10}=(\overset{8421}{\overline{1111}})_2$$

صحیح ← → اعشاری

$$(0.75)_{10}=(?)_2 \quad \Rightarrow \begin{cases} 0.75\times 2=1.50 \to \underline{1} \\ 0.50\times 2=1.00 \to \underline{1} \end{cases}$$

بنابراین $(0.75)_{10}=(0.11)_2 \Rightarrow (15.75)_{10}=(1111.11)_2$

۱۲ـ گزینه « ۲» زیرا:

$$(101101.0101)_2=(?)_{10}$$

$$\frac{\begin{matrix}32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16}\end{matrix}}{\begin{matrix}1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & . & 0 & 1 & 0 & 1\end{matrix}}=32+8+4+1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=45+\frac{5}{16}\simeq 45.3125$$

۱۳ـ گزینه «۱» زیرا:

$$\begin{array}{ccc} 8 & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \underline{4221} & \underline{4221} & \underline{4221} \\ 1110 & 0110 & 1001 \end{array}$$

$$(111001101001)_{BCD_{4221}}$$

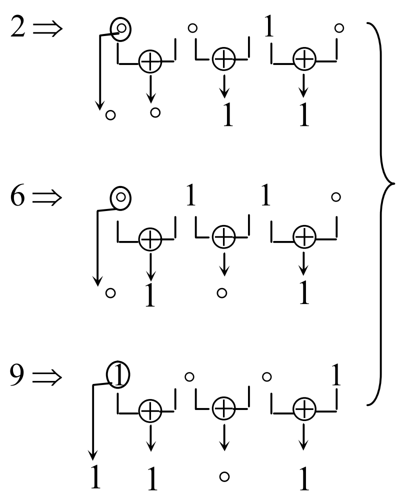
از صفر تا ۴ ⟵ از راست پر می‌شود.
از ۵ تا ۹ ⟵ از چپ پر می‌شود.

۱٤ـ گزینه «۲» زیرا ابتدا عدد ۹۶۲ را از مبنای ۱۰ به NBCD برده و سپس به Gray می‌بریم.

$$(962)_{10}=(?)_{NBCD}=(100101100010)_{NBCD}=(?)_{Gray}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ 1001 & 0110 & 0010 \end{array}$$

نکته مهم: اگر تعداد بیت‌های کد NBCD بیش از ۴ تا باشد هر دسته‌ی ۴تایی اعداد NBCD را بطور جداگانه به کد Gray تبدیل کرده و حاصل را نهایتاً کنار هم قرار می‌دهیم.



$$\Rightarrow (100101100010)_{NBCD}=(110101010011)_{Gray}$$

۱۵ـ گزینه «۲» زیرا:

$(1110)_{Gray} = (?)_{Bin}$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & 1 & & 1 & & 0 \\ \downarrow & \oplus & \downarrow & \oplus & \downarrow & \oplus & \downarrow \\ (1 & & 0 & & 1 & & 1)_{NBCD} \end{array}$$

۱۶ـ گزینه «۳»

۱۷ـ گزینه «۳» زیرا:

$(5\quad 7\quad 0)_{10} = (?)_{NBCD}$

$$\begin{array}{ccc} 8421 & 8421 & 8421 \\ \hline 0101 & 0111 & 0000 \end{array}$$

$(010101110000)_{NBCD} \rightarrow$ صفر سمت چپ کد باینری یا NBCD می‌تواند حذف شود. $\Rightarrow 10101110000$

۱۸ـ گزینه «۱» زیرا:

$(7\quad 6\quad 4)_{10} = (?)_{BCD_{4221}}$

از 0 تا 4 از راست پر می‌شود.
از 5 تا 9 از چپ پر می‌شود.

$$\begin{array}{ccc} 4221 & 4221 & 4221 \\ \hline 1101 & 1100 & 0110 \end{array}$$

$(110111000110)_{BCD_{4221}}$

۱۹ـ گزینه «۳» زیرا:

حروف الفبای فارسی $=32 \Rightarrow 0 \leq$ شماره‌ی کدها ≤ 31

از طرفی $\Rightarrow 0 \leq$ شماره کدها $\leq 2^n - 1$

بنابراین: $2^n - 1 = 31 \rightarrow 2^n = 32 \rightarrow \boxed{n=5}$

۲۰ـ گزینه «۱» زیرا:

کاراکتر $196 \rightarrow 0 \leq$ شماره ≤ 195

از طرفی $\Rightarrow 0 \leq$ شماره کد $\leq 2^n - 1$

$\Rightarrow 2^n - 1 = 195 \rightarrow 2^n = 196 \rightarrow \underbrace{2^7}_{128} < 196 < \underbrace{2^8}_{256}$

$\Rightarrow \boxed{n=8}$

۲۱ـ گزینه «۱» زیرا:

$$\begin{array}{ccc} \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ \underbrace{1000}_{8} & \underbrace{0101}_{5} & \underbrace{1100}_{12} \\ \downarrow -3 & \downarrow -3 & \downarrow -3 \\ (5 & 2 & 9)_{10} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ 0101 & 0010 & 1001 \end{array}$$

$$(010100101001)_{NBCD}$$

۲۲ـ گزینه «۱» زیرا:

$$\overbrace{\begin{array}{cc} \underline{8\ \ 4-2-1} & \underline{8\ \ 4-2-1} \\ \underbrace{1\ \ 0\ \ 1\ \ 0}_{8+(-2)=6} & \underbrace{0\ \ 1\ \ 0\ \ 1}_{4+(-1)=3} \end{array}}^{63} \Rightarrow (63)_{10} = (10100101)_{BCD_{84-2-1}}$$

۲۳ـ گزینه «۴» زیرا:

$$(1\ \ 2\ \ 5\ \ 7)_8 = (?)_{16}$$

ابتدا عدد را از مبنای ۸ به ۲ برده سپس از ۲ به ۱۶ می‌بریم.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 5 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \underline{421} & \underline{421} & \underline{421} & \underline{421} \\ 001 & 010 & 101 & 111 \end{array}$$

$$(001010101111)_2 = (?)_{16}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ \underbrace{0010} & \underbrace{1010} & \underbrace{1111} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 10 & 15 \\ & \downarrow & \downarrow \\ & A & F \end{array} \Rightarrow (2AF)_{16}$$

۲۴ـ گزینه «۳» زیرا:

$$\begin{array}{rccc} & & 1 & \\ & (C & 1 & A)_{16} \\ + & (A & B & 4)_{16} \\ \hline (1 & 6 & C & E)_{16} \end{array}$$

۲۵ـ گزینه «۱» زیرا:

چون حاصل نهایی در مبنای هشت است لذا جمع در مبنای ۸ صورت می‌گیرد.

$$(A\ F\ 2)_{16} = (?)_8$$

$$\begin{array}{ccc} 10 & 15 & 2 \\ \underline{8421} & \underline{8421} & \underline{8421} \\ 1010 & 1111 & 0010 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \underline{421} & \underline{421} & \underline{421} & \underline{421} \\ \underbrace{101}_{5} & \underbrace{011}_{3} & \underbrace{110}_{6} & \underbrace{010}_{2} \end{array} \Rightarrow (5\ 3\ 6\ 2)_8$$

بنابراین جمع به شکل زیر است:

$$\begin{array}{rcccc} & (5 & 3 & 6 & 2)_8 \\ + & (0 & 1 & 1 & 4)_8 \\ \hline & (5 & 4 & 7 & 6)_8 \end{array}$$

۲۶ـ گزینه «۴» زیرا برای تفریق باینری از روش مکمل دو بهره می‌بریم. بنابراین داریم:

$$\overbrace{0000}^{\text{باید تعداد ارقام هر دو عدد یکسان باشد.}}111111 \xrightarrow{\text{مکمل یک}} 1111000000 \xrightarrow{\text{مکمل دو}} \begin{array}{r} 1111000000 \\ +\qquad\quad 1 \\ \hline 1111000001 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & 1 & 1 & 1 & 1 & & & 1 & 1 & 1 & \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \cancel{1} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

حذف رقم سر ریز

۲۷ـ گزینه «۲» زیرا ابتدا باید عدد مذکور را به مبنای ده سپس به منبای ۹ ببریم.

$$(126)_{12} = (?)_{10}$$

$$\frac{210}{(126)_{12}} = 6\times12^0 + 2\times12^1 + 1\times12^2$$
$$= 6\times1 + 2\times12 + 1\times144$$
$$= 6 + 24 + 144 = (174)_{10}$$

$$(174)_{10} = (?)_9$$

$$\begin{array}{r|l} 174 & 9 \\ \underline{171} & 19 \;|\; 9 \\ 3 & \underline{18} \;|\; 2 \\ & 1 \end{array} \Rightarrow (213)_9$$

۲۸ـ گزینه «۴» زیرا: چون عدد بعدی یعنی یک واحد اضافه کردن پس:

$$\begin{array}{rl} & \ \ \ \ 1\,1 \\ & (2AFF)_{16} \\ + & (\ \ \ \ \ \ 1)_{16} \\ \hline & (2B00)_{16} \end{array}$$

۲۹ـ گزینه «۲» زیرا:

$$(1110)_2 = (?)_{Gray}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & 1 & & 1 & & 0 \\ & \oplus & & \oplus & & \oplus & \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ (1 & 0 & & 0 & & 1)_{Gray} & \end{array}$$

۳۰ـ گزینه «۳» زیرا:

$(11\circ1)_{Gray}=(?)_2$

$(1 \oplus \circ \oplus \circ \oplus 1)$

$(1\ \ \circ\ \ \circ\ \ 1)_{Bin}$

۳۱ـ گزینه «۱» زیرا:

$$\begin{array}{r} \overset{1\,1}{(326\circ)_8} \\ +\ (\ \ 742)_8 \\ \hline (4222)_8 \end{array} =(?)_{16} \Rightarrow 4\quad 2\quad 2\quad 2$$

$$\begin{array}{cccc} 421 & 421 & 421 & 421 \\ \hline 1\circ\circ & \circ1\circ & \circ1\circ & \circ1\circ \end{array}$$

$(1\circ\circ\circ1\circ\circ1\circ\circ1\circ)_2=(?)_{16}$

$$\begin{array}{ccc} 8421 & 8421 & 8421 \\ \hline \underbrace{1\circ\circ\circ} & \underbrace{1\circ\circ1} & \underbrace{\circ\circ1\circ} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (8 & 9 & 2)_{16} \end{array}$$

۳۲ـ گزینه «۴» زیرا: $(224)_5=(?)_2 \Rightarrow (224)_5=(?)_{1\circ}=(?)_2$

ابتدا عدد را از مبنای ۵ به ۱۰ برده و سپس از ۱۰ به ۲ می‌بریم.

$\overset{2\,1\,\circ}{(\overline{224})_5}=4\times5^\circ+2\times5^1+2\times5^2=4\times1+1\circ+5\circ=(64)_{1\circ}$

و یا $\Rightarrow$ روش تستی $\rightarrow (\overset{25}{2}\ \ \overset{5}{2}\ \ \overset{1}{4})_5=4\times1+2\times5+2\times25=(64)_{1\circ}$

$$(64)_{1\circ}=(?)_2 \Rightarrow \begin{array}{ccccccc} 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ \hline (1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ)_2 \end{array}$$

۳۳ـ گزینه «٤» ابتدا هر دو عدد را هم مبنا کرده (مبنای ۲)، سپس تعداد ارقام هر دو را یکسان کرده و با استفاده از روش مکمل ۲ تفریق را انجام می‌دهیم. حاصل را سپس به مبنای 8 تبدیل می‌کنیم.

$(AC2)_{16}=(1\circ1\circ11\circ\circ\circ\circ1\circ)_2$

$(11\circ11)_2=(\circ\circ\circ\circ\circ\circ\circ11\circ11)_2 \xrightarrow{\text{مکمل } 2} (1111111\circ\circ1\circ1)_2$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (AC2)_{16} \\ -\ (11\circ11)_2 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \begin{array}{r} \overset{1\,1\,1\,1\,1\,1}{1\circ1\circ11\circ\circ\circ\circ1\circ} \\ +\ 1111111\circ\circ1\circ1 \\ \hline \underbrace{1}_{\text{حذف رقم سر ریز}}1\circ1\circ1\circ1\circ\circ111 \end{array}$$

$(\underbrace{1\circ1}\,\underbrace{\circ1\circ}\,\underbrace{1\circ\circ}\,\underbrace{111})_2=(5247)_8$

۳٤ـ گزینه «۲» تعریف در سیستم باینری را با استفاده از عمل جمع انجام می‌دهیم .

متمم دوم مفروق منه (عدد دومی) را بدست آورده سپس با مفروق جمع نموده و در صورت وجود دو بر یک (کری) در سمت چپ آنرا حذف می‌نماییم.

$$(۴۵)_۸ \rightarrow (۱۰۰\ ۱۰۱)_۲ \quad \text{عدد دومی}$$

$$(۲۱A)_{۱۶} \rightarrow (۰۰۱۰\ ۰۰۰۱\ ۱۰۱۰)_۲ \quad \text{عدد اولی}$$

۰۱۰۱۰۰ ۱۱۱۱۱۱ = متمم دو عدد دوم

۳۵ـ گزینه «۱»

$$\begin{cases} A - B = (۸)_{۱۰} \\ A + B = (۴۰)_{۱۰} \end{cases} \Rightarrow A = (۲۴)_{۱۰}, B = (۱۶)_{۱۰} = (۱۰)_{۱۶}$$

آزمون فصل اول

۱ـ عدد $(306)_{octal}$ معادل چه عددی در مبنای 16 است؟

۱) C6	۲) C3	۳) 8C	۴) 7C

۲ـ حاصل عبارت: $(29)_{16} + (36)_{8} = (?)_{16}$ کدام گزینه است؟

۱) $(74)_{16}$	۲) $(63)_{16}$	۳) $(36)_{16}$	۴) $(47)_{16}$

۳ـ با چند بیت می‌توان 777 حالت مختلف را کد نمود؟

۱) 9	۲) 10	۳) 8	۴) 7

٤ـ معادل کدگری عدد باینری 0110 چیست؟

۱) 1001	۲) 0110	۳) 1010	۴) 0101

۵ـ تعداد حالات نامجاز برای کد NBCD چند تاست؟

۱) 3	۲) 6	۳) 16	۴) 10

٦ـ اگر عدد 1001 را از کد BCD به مازاد -3 تبدیل کنید، حاصل کدام گزینه خواهد بود؟

۱) 9	۲) 1100	۳) 12	۴) 1001

۷ـ معادل BCD عدد 256 کدام گزینه است؟

۱) 100000000	۲) 001001010110	۳) 111111111	۴) هیچ کدام

۸ـ عدد 9 در کد BCD با وزن $(8, 4, -2, -1)$ کدام است؟

۱) 1001	۲) 1100	۳) 0011	۴) 1111

۹ـ خاصیت خود مکملی در مورد کدام مورد برقرار است؟

۱) BCD	۲) Gray	۳) مازاد ـ 3	۴) همینگ

۱۰ـ کدهای حرفی ـ عددی از نوع 8 بیتی حداکثر چند کاراکتر را می‌تواند کد کند؟

۱) 255	۲) 128	۳) 256	۴) 127