



سؤالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

■ راهنمایی: در این بخش، دو متن به طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

او در نظریه خود که بعدها با مشاهدات تجربی هم تأیید شد، نشان داد که زمان و فضا عناصر جدای از هم نیستند، بلکه ما در حال زندگی در جهانی به هم پیوسته و درهم تنیده هستیم که از چهار بُعد تشکیل شده است. چهار بُعدی که سه‌تای آن را ابعاد مکانی و یک مورد آن را بُعد زمان تشکیل می‌دهد، اما در کل، یک ساختار واحد به نام فضا - زمان می‌سازند. او همچنین ثابت کرد که همه این پارامترها، بسته به شرایط تغییر می‌کنند. برای مثال، اگر شما با سرعتی بسیار بالا (یعنی سرعتی قابل مقایسه با سرعت نور) حرکت کنید، ساعت شما آهسته‌تر گذر زمان را نشان می‌دهد؛ به این معنی که زمان برای شما کندتر از کسی می‌گذرد که با آن سرعت حرکت نمی‌کند. آزمایش معروف و ذهنی اینشتین این موضوع را به خوبی تأیید می‌کند. طبق این آزمایش، اگر سرعت شما به عدد ممنوعه سرعت نور برسد (از مشکلات فنی و نتایج آن بر بدن‌تان صرف نظر کنید)، زمان برای شما متوقف خواهد شد و هیچ زمانی برای شما نخواهد گذشت.

بسیار اغواکننده است که یک گام این موضوع را جلوتر ببریم و بگوییم که اگر با سرعت بیش از نور حرکت کنیم، بدین ترتیب می‌توانیم زمان را دور بزنیم. متأسفانه اینشتین و طبیعت مانع شما می‌شوند و آنها سرعت بیش از نور را برای جهان ما ممنوع کرده‌اند. اما تا همین جا هم امکان دستکاری در زمان به وجود آمده است. اما آیا علم می‌تواند راه‌هایی برای سفر زمان پیشنهاد کند؟

به نظر می‌رسد دانشمندان سعی می‌کنند راه‌هایی، حداقل به شکل نظری، برای این مشکل پیدا کنند. با استفاده از نظریه اینشتین و توجه به پیوستگی فضا - زمان، شاید هندسه جهان به کمک ما بیاید. اگر فضا - زمان، موجودی پیوسته باشد که امروزه می‌دانیم این‌گونه است و اگر بتوانیم به گونه‌ای بر هندسه فضا - زمان تأثیر بگذاریم، شاید بتوانیم منحنی‌هایی در فضا - زمان پیدا کنیم که ما را به گذشته یا آینده ببرد. به عنوان مثال، می‌دانیم که جرم بر شکل فضا - زمان تأثیر می‌گذارد و در واقع، این یکی از پیش‌بینی‌های نسبیت اینشتین بود که نخستین بار در حین یک خورشیدگرفتگی توسط فیزیکدان آمریکایی، ادینگتون، تأیید شد. ادینگتون برای تأیید این نظر، هنگام یک خورشیدگرفتگی کامل، تصویری از خورشید تیره‌شده و ستاره‌های اطراف خورشید تهیه کرد. اگر اینشتین درست می‌گفت وجود خورشید به عنوان یک جرم بزرگ باید موجب ایجاد خمیدگی اندکی در فضا - زمان می‌شد. برای اینکه این موضوع را درک کنید، یک لحظه تصور کنید فضا - زمان مانند یک ورقه پلاستیکی بزرگ است که آن را محکم در دست گرفته‌اید. حال اگر یک توپ فلزی سنگین روی این ورقه پلاستیکی بگذارید، درجایی که این توپ قرار گرفته است، این ورقه پلاستیکی شما اندکی خمیده می‌شود. خورشید در این آزمایش، نقش همان توپ فلزی را بازی می‌کند. اگر خورشید این انحنا را ایجاد می‌کرد، آن وقت نور ستاره‌هایی که از نزدیکی خورشید می‌گذشتند، اندکی منحرف می‌شد و در مکانی اندکی متفاوت با جایی که باید باشند، دیده می‌شدند. ادینگتون برای اینکه این مسئله را آزمایش کند، شش ماه پیش از کسوف که خورشید در نیمه دیگر آسمان بود، از همان منطقه که قرار بود خورشیدگرفتگی رخ دهد، تصویربرداری کرد و موقعیت دقیق ستاره‌ها نسبت به یکدیگر را ثبت کرد و این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید، سپس این تصویر را با تصویر هنگام کسوف مقایسه کرد و متوجه شد ستاره‌هایی که در اطراف خورشید وجود داشتند، هنگام گرفت، در مختصات اندکی متفاوت با جای پیشین خود دیده می‌شدند: یعنی خورشید توانسته است انحنا کوچکی در فضا - زمان خود ایجاد کند. حال اگر این گلوله شما بسیار سنگین‌تر شود، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ این انحنا بیشتر و بیشتر می‌شود و ممکن است در نهایت، بین دو ناحیه فضا - زمان پل بزند. چنین اجرامی در عالم وجود دارند.

کج ۱- مقصود اصلی متن، کدام است؟

(۲) بررسی تحول نظریه ساختار واحد فضا - زمان

(۱) ارزیابی نقش ادینگتون در بسط نظریه اینشتین

(۴) بررسی امکان سفر در زمان

(۳) نقد و بررسی نظریه اینشتین درباره زمان

کج ۲- کدام مورد، به درستی، نقش پاراگراف ۲ را در متن توصیف می‌کند؟

(۱) پیش‌زمینه برای بحث مطرح در پاراگراف بعدی خود را فراهم می‌آورد.

(۲) با نادیده انگاشتن محدودیت‌های مطرح در پاراگراف ۱، موضوع را به مطلبی کاملاً نظری تبدیل می‌کند.

(۳) با ذکر دو معضل مهم، دلیل آنکه پاراگراف ۱، عدد ممنوعه برای رسیدن به سرعت نور مطرح می‌سازد را کمی توضیح می‌دهد.

(۴) نشان می‌دهد که نظریه اینشتین که در پاراگراف ۱ آمده است، وقتی هیجان‌انگیز است که برخی پیش‌شرط‌های آن را حذف کنیم.



کجه ۳- طبق متن، کدام مورد درست به حساب می‌آید؟

- (۱) موجودیت پیوسته فضا - زمان
 (۲) تغییرناپذیری پارامترهای فضا - زمان
 (۳) مستقل بودن شکل فضا - زمان از جرم
 (۴) مشاهده دو ناحیه مختلف فضا - زمان به‌طور همزمان

کجه ۴- طبق پاراگراف ۳، عبارت زیر که در متن، زیر آن خط کشیده شده است، به کدام پدیده اشاره دارد؟
 «این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید.»

- (۱) زمانی که ادینگتون، فرضیه خود را به بوته آزمایش واقعی گذاشت.
 (۲) زمانی که نور ستاره‌هایی که در اطراف خورشید بودند، شروع به انحراف کردند.
 (۳) زمانی که خورشید هنوز تأثیر خود را برجا نگذاشته بود.
 (۴) زمانی که موقعیت ستاره‌ها نسبت به خود و نسبت به خورشید تثبیت شده بود.

متن (۲)

توربین‌های بادی قادر به تبدیل انرژی باد به انرژی الکتریکی بوده و عموماً در دو نوع عمودی و افقی ساخته می‌شوند. در مدل‌های توربین بادی محور افقی، ژنراتور و تبدیل‌کننده نیروی باد به انرژی الکتریکی در بالای محور مرتفعی قرار دارد که پروانه‌های توربین در بالای آن واقع شده‌اند. طول و تعداد پره‌های توربین‌های بادی، براساس شرایط محیطی، متنوع و مختلف است، اما در بیشتر مناطق دنیا، از توربین‌های سه‌پره استفاده شده و طول پره‌ها نیز بستگی مستقیم به نوع بادخیز بودن منطقه دارد. به طور میانگین، طول پره‌های توربین‌های بادی بین ۲۰ تا ۴۰ متر بوده و ارتفاع میله‌های محور اصلی آن نیز می‌تواند بین ۶۰ تا ۹۰ متر باشد. البته در این موارد، استاندارد مشخصی وجود نداشته و طراحان و مهندسان، با توجه به شرایط بومی هر منطقه، نسبت به طراحی و مشخص کردن ابعاد توربین‌ها اقدام می‌کنند.

در نوع دیگر توربین‌های بادی موجود در دنیا که به توربین‌های محور عمودی شهرت دارند، سیستم تبدیل‌کننده انرژی به‌صورت عمودی قرار گرفته و این موضوع سبب می‌شود که توربین نیازی به چرخش به سمت باد را نداشته باشد. البته استفاده از این مدل توربین‌ها، به نسبت توربین‌های محور افقی، چندان رایج نبوده و بیشتر مختص موارد ویژه‌ای است که در آن، امکان نصب توربین‌های افقی وجود نداشته یا جهت وزش باد، دائماً در حال تغییر است. در کل، باید در نظر داشت که توربین‌های گروه اول یا همان توربین‌های بادی محور افقی، دارای کاربری بیشتری بوده و از نظر اقتصادی نیز مقرون به‌صرفه‌تر هستند.

اتفاقاتی که در داخل یک توربین بادی محور افقی در هنگام وزش باد می‌افتد، از این قرار است: وزش باد سبب چرخش پره‌های توربین می‌شود که به قسمت گرداننده متصل است. [۱] محور توربین شروع به چرخیدن به حول خود کرده و انرژی جنبشی را از باد دریافت می‌کند. این نیرو توسط محور مرکزی پشتیبانی و تبدیل می‌شود. در بخش داخلی ناسل (nacelle) که اصلی‌ترین بخش توربین محسوب شده و در بالای محور میله و انتهای قاعده پره‌ها قرار دارد، یک جعبه‌دنده یا گیربکس ویژه‌ای وجود دارد که نیروی ایجادشده ناشی از چرخش آرام پره‌های توربین را که به‌طور متوسط در حدود شانزده دور در دقیقه است، به سرعت زیادی، برابر با هزاروششصد دور در دقیقه تبدیل می‌کند که این میزان سرعت، برای تأمین انرژی ژنراتور توربین کفایت می‌کند. [۲] ژنراتور دقیقاً در پشت جعبه‌دنده توربین‌ها قرار گرفته و انرژی چرخشی تقویت‌شده را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. بادسنج‌ها که نوع و چگونگی وزش باد را تحت کنترل دارند، در بخش تحتانی ناسل قرار گرفته و می‌توانند سرعت و جهت باد را تشخیص دهند. براساس اطلاعات دریافت‌شده از بادسنج‌ها، جهت و سرعت وزش باد شناسایی شده و موتورهای ویژه‌ای، پروانه‌های توربین را به سمت موافق باد تغییر می‌دهند تا حداکثر انرژی توسط توربین از وزش باد به‌دست آید. [۳] امروزه بیشتر این بادسنج‌ها به شبکه اینترنت متصل بوده و علاوه بر رصد شرایط محلی، از وضعیت آب‌وهوا و پیش‌بینی وزش باد مطلع هستند. در صورتی که سرعت باد، بسیار بیشتر از حدّ عادی باشد، در داخل توربین‌ها، سیستم ترمز اتوماتیکی قرار دارد که اجازه چرخش با سرعت بیشتر از حدّ استاندارد که می‌تواند سبب آسیب رساندن به توربین شود، را نداده و سرعت چرخش پره‌ها را کم می‌کند. سرعت بالای باد، سبب سریع‌تر چرخیدن پره‌ها شده و به تبع آن، جعبه‌دنده با سرعت بسیار سرسام‌آوری خواهد چرخید که این موضوع سبب آسیب دیدن سیستم توربین می‌شود. انرژی الکتریکی تهیه‌شده توسط ژنراتور، به کمک یک رشته کابل که از داخل محور عمودی توربین عبور می‌کند، به سطح زمین منتقل می‌شود. [۴] انرژی تولیدشده، جهت مصارف مختلف وارد شبکه برق شهری می‌شود.

کجه ۵- کدام مورد را می‌توان از اطلاعات مندرج در پاراگراف‌های ۱ و ۲ استنباط کرد؟

- (۱) در توربین‌های افقی و عمودی، مکانیزم تبدیل انرژی، با یکدیگر متفاوت است.
 (۲) برخی طراحان ممکن است توربین‌هایی طراحی کنند که طول پره‌های آنها در دامنه حدّ متوسط نباشد.
 (۳) بین ارتفاع میله‌های محور اصلی توربین‌های بادی و نوع بادخیز بودن منطقه، همبستگی مستقیم وجود دارد.
 (۴) عدم نیاز توربین‌های عمودی به تطبیق با جهت وزش باد، باعث مقرون به‌صرفه بودن آنها نسبت به نوع دیگر توربین‌ها می‌شود.



۶- طبق متن، کدام مورد در خصوص بادسنج‌ها، صحیح است؟

- (۱) نوع و جهت باد را تعیین و با توجه به این اطلاعات، مستقیماً عملکرد توربین را تغییر می‌دهند.
- (۲) زمانی فعال بوده و کار خود را انجام می‌دهند که ارتباطشان با شبکه اینترنت برقرار است.
- (۳) در زیر ناسل قرار داشته و برای حفظ تعادل و کارکرد دقیق توربین لازم هستند.
- (۴) آنها سمت چرخش پروانه‌های توربین را مشخص می‌کنند.

۷- در متن فوق، از کدام روش استدلالی استفاده نشده است؟

- (۱) قیاس (۲) توصیف فرایند (۳) توصیف عملکرد (۴) توصیف شباهت و اختلاف

۸- کدام قسمت در متن که با شماره‌های [۱]، [۲]، [۳] و [۴] مشخص شده‌اند، بهترین قسمت برای قرار گرفتن جمله زیر است؟
 «یک دستگاه ترانسفورماتور، ولتاژ برق تولیدشده را هماهنگ کرده و آن را به نیروگاه مجاور توربین‌ها منتقل می‌کند.»

- (۱) [۱] (۲) [۲] (۳) [۳] (۴) [۴]

بخش دوم: حل مسئله

■ راهنمایی: این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و ... تشکیل شده است.

• توجه داشته باشید به خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

راهنمایی: هر کدام از سؤال‌های ۹ تا ۱۳ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

۹- در شکل زیر، بین چهار عدد هر دسته، ارتباط خاص و یکسانی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟

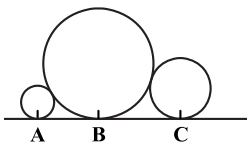
۳	?	۵	۲	۴
۱۰	۱۱	۹	۱۸	۲
۷	۶		۵	۳
۸	۴	۶	۲	۴
۲	۸	۱۰	۳	۵

- (۱) ۱۰
- (۲) ۹
- (۳) ۸
- (۴) ۷

۱۰- در یک ساعت شنی، وقتی که نسبت مقدار شن قسمت بالایی به قسمت پایینی، ۴ به ۱ است، ۸ دقیقه طول می‌کشد تا مقدار شن قسمت بالایی آن، ۴۰ درصد کاهش یابد. کدام یک از زمان‌های زیر را به‌طور دقیق می‌توان با این ساعت تعیین کرد؟

- (۱) یک ساعت و نیم (۲) یک ساعت و ربع (۳) ۵۵ دقیقه (۴) ۴۰ دقیقه

۱۱- در شکل زیر، شعاع دایره بزرگ ۹ برابر شعاع دایره کوچک و ۴ برابر شعاع دایره متوسط است. فاصله نقاط B و C، چند برابر فاصله نقاط A و B است؟

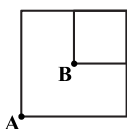


- (۱) ۱/۵
- (۲) ۲
- (۳) ۲/۲۵
- (۴) ۳

۱۲- سه ظرف x، y و z که z خالی و دوتای دیگر، دارای مقادیری آب هستند، در اختیار داریم. پس از آنکه از ظروف x و y، مقادیری آب درون z می‌ریزیم، هر سه ظرف به یک میزان آب خواهند داشت. اگر ۳۲ درصد از آبی که در ظرف z است، از ظرف x درون آن ریخته شده باشد، نسبت مقدار آب موجود در دو ظرف x و y، در ابتدا کدام بوده است؟

- (۱) ۹ به ۱۴ (۲) ۱۰ به ۱۶ (۳) ۱۱ به ۱۴ (۴) ۱۲ به ۱۶

۱۳- شکل زیر، دو مربع را نشان می‌دهد که نقطه B مرکز مربع بزرگ است و توسط ۳ هزار دومینو که روی اضلاع شکل قرار گرفته‌اند، ساخته شده است. قطعات این دومینو، که فاصله آن‌ها از یکدیگر کاملاً یکسان است، طوری چیده شده‌اند که هر کدام بیفتند، قطعات هر دو طرف خود را می‌اندازد. اگر سرعت خراب شدن دومینوها ۲۰ عدد در ثانیه باشد و از دو نقطه مشخص شده در شکل، آنها را به‌طور همزمان خراب کنیم، چند ثانیه طول می‌کشد تا کل الگو خراب شود؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۶۰

پاسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

پاسخ سؤالات متن (۱)

۱- گزینه «۴» نویسنده به دنبال بررسی امکان سفر در زمان در چهارچوب نظریات علمی است و این موضوع از جملات انتهایی هر سه پاراگراف و محتوای پاراگراف دوم نیز مشخص می‌گردد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): نویسنده از آزمایش ادینگتون به عنوان وسیله‌ای در جهت تقویت نظریه‌ی نسبیت اینشتین استفاده می‌کند که حامی مقصود اصلی‌اش می‌باشد که بررسی امکان سفر در زمان است.

بررسی گزینه (۲): سیر تحول نظریه فضا - زمان در متن بررسی نشده و فقط نظریه‌ی نهایی آن مطرح گردیده است.

بررسی گزینه (۳): نقدی بر نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی زمان در متن صورت نگرفته است. آزمایش ادینگتون نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی تأثیر جرم بر فضا - زمان را بررسی می‌کند.

۲- گزینه «۱» پاراگراف سوم دقیقاً جوابی است که برای سؤال انتهایی مطرح‌شده در انتهای پاراگراف دوم، آورده شده است. در نتیجه، پاراگراف دوم حکم پیش‌زمینه را برای پاراگراف بعدی خود دارد.

۳- گزینه «۱» در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا درهم تنیده و پیوسته بودن ابعاد فضا و زمان مطرح شد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۲): هدف متن بررسی امکان‌پذیری تغییر دادن پارامتر زمان بود و در انتها هم به نتیجه‌ای دال بر غیرممکن بودن آن نرسید.

بررسی گزینه (۳): در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا از مستقل نبودن مفاهیم فضا و زمان از یکدیگر صحبت شد.

بررسی گزینه (۴): در مورد این موضوع در متن چیزی نیامده است.

۴- گزینه «۳» در پاراگراف سوم از تمثیل «گلوله‌ی فلزی روی یک صفحه» برای نشان دادن تأثیر جرم (خورشید) بر فضا - زمان استفاده شد. پس منظور عبارت «هنوز گلوله‌ی فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید» این است که هنوز خورشید، فضا - زمان را خمیده نکرده و تأثیر خود را نگذاشته است.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۵- گزینه «۲» در جمله‌ی انتهایی پاراگراف اول آورده شده است که ابعاد توربین اندازه‌های استاندارد ندارد و مهندسان بر اساس شرایط هر منطقه آن‌ها را طراحی می‌کنند. پس گزینه (۲) صحیح است.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): در مورد مکانیزم تبدیل انرژی در توربین‌ها در این دو پاراگراف مطلبی نیامده است.

بررسی گزینه (۳): در پاراگراف اول به ارتباط طول پره با بادخیز بودن منطقه اشاره شده است نه ارتفاع میله. همچنین به معکوس یا مستقیم بودن این وابستگی نیز اشاره‌ای نشده است.

بررسی گزینه (۴): در انتهای پاراگراف دوم به وضوح از مقرون به‌صرفه‌تر بودن توربین‌های افقی صحبت شده است.

۶- گزینه «۴» در پاراگراف سوم آمده است که بسته به اطلاعات دریافتی توسط بادسنج‌ها، پروانه‌ها به سمت موافق باد تغییر جهت می‌دهند.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): عملکرد توربین‌ها تغییر نمی‌کند.

بررسی گزینه (۲): قابلیت اتصال به اینترنت یک قابلیت جانبی برای بادسنج است نه حیاتی.

بررسی گزینه (۳): در متن اشاره‌ای به نقش حفظ تعادل برای بادسنج‌ها نشده است.

۷- گزینه «۱»

بررسی گزینه (۲): فرآیند تبدیل انرژی در توربین‌ها در متن بیان شده است.

بررسی گزینه (۳): عملکرد بادسنج‌ها در پاراگراف سوم توصیف شده است.

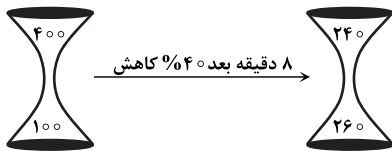
بررسی گزینه (۴): در پاراگراف دوم درباره‌ی شباهت‌ها و اختلافات توربین‌های بادی افقی و عمودی صحبت شده است.

۸- گزینه «۴» از آن جایی که جمله‌ی مطرح شده در سؤال مربوط به قسمت بعد از تبدیل انرژی جنبشی به الکتریکی در توربین است، پس جای درست آن [۴] می‌باشد. در قسمت‌های سایر گزینه‌ها هنوز صحبتی از تولید برق نشده است.

بخش دوم: حل مسئله

۹- گزینه «۴» سؤال نسبتاً راحتی است! در هر دسته، ضرب دو عدد باید برابر با مجموع دو عدد دیگر شود. مثلاً در دسته سمت چپ از بالا $۲ \times ۷ = ۱۰ + ۱۱$ و در دسته سمت راست از بالا $۲ + ۱۸ = ۴ \times ۵$ است. بنابراین به جای علامت سؤال باید عدد ۷ قرار گیرد تا تساوی $۲ \times ۲ = ۹ + ۵$ برقرار شود.

۱۰- گزینه «۲»



روش اول: با یک سؤال نسبت و تناسب ساده روبه‌رو هستیم. برای درک بهتر فرض می‌کنیم که داخل ساعت شنی ۵۰۰ عدد شن باشد! فراموش نکنیم که در ساعت شنی، به شرطی می‌توان به طور دقیق زمان را مشخص کرد که همه‌ی شن‌ها در یک قسمت آمده باشد. اگر فرض کنیم نسبت تعداد شن‌های بالا به پایین ۴ به ۱ است، مطابق شکل مقابل داریم:

پس از ۸ دقیقه، ۴۰٪ از شن‌های بالا به پایین می‌ریزد، یعنی ۱۶۰ شن. پس می‌توان گفت در هر ۸ دقیقه ۱۶۰ شن از بالا به پایین می‌ریزد.

دقیقه شن

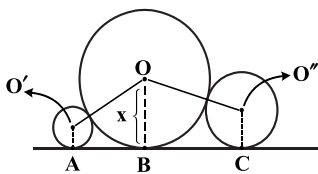
$$\begin{array}{ccc} ۱۶۰ & ۸ & \\ ۵۰۰ & t & \end{array} \Rightarrow t = \frac{۵۰۰ \times ۸}{۱۶۰} = ۲۵$$

پس کلاً ۲۵ دقیقه را می‌توان با این ساعت شنی مشخص کرد. از بین گزینه‌ها تنها می‌توان گزینه‌ای به طور قطع با این ساعت شنی مشخص کرد که مضرب ۲۵ باشد. گزینه (۱) یک ساعت و نیم = ۹۰ دقیقه
گزینه (۳) ۵۵ دقیقه
گزینه (۲) یک ساعت و ربع = ۷۵ دقیقه ✓
گزینه (۴) ۴۰ دقیقه

روش دوم: اگر کل شن‌های موجود در ساعت را w فرض کنیم، ۸ دقیقه طول می‌کشد تا ۴۰٪ از $\frac{۴}{۵}w$ انجام شود (اگر کل کار را w در نظر بگیریم، ۴ واحد آن در قسمت بالا و یک واحد آن در قسمت پایین است. یعنی $\frac{۴}{۵}w$ در قسمت بالاست و $\frac{۱}{۵}w$ در قسمت پایین است). می‌توانیم تناسب زیر را در نظر بگیریم:

حجم کار	مدت زمان لازم (دقیقه)	
$\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۴}{۵}w$	۸	$\Rightarrow t = \frac{۸ \times w}{\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۴}{۵}w} = \frac{۵۰۰ \times ۸}{۴ \times ۴۰} = ۲۵$
w	t	

یعنی کل کار در ۲۵ دقیقه انجام می‌شود. ما همه‌ی شن‌های ساعت را w فرض کردیم. پس ۲۵ دقیقه را می‌توان با این ساعت شنی دقیق تعیین کرد. پس گزینه‌ای صحیح است که مضرب ۲۵ دقیقه باشد و گزینه (۲) صحیح است.

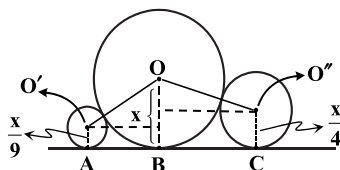


۱۱- گزینه «۱» در این‌گونه سؤالات، معمولاً به‌طور خودکار باید نقاط مهم را به هم اتصال داد! نقاط مهم یعنی مراکز دایره‌ها به یکدیگر و همین‌طور مرکز هر دایره به خط مماس بر آن، بعد از آن باید دنبال راه‌حل باشیم. فرض کنیم شعاع دایره بزرگ x باشد، طبق صورت سؤال شعاع دایره کوچک $\frac{x}{۹}$ و شعاع دایره متوسط هم برابر $\frac{x}{۴}$ می‌شود.

$$\text{با رسم کردن مراکز متوجه می‌شویم که } OO' = x + \frac{x}{۴} = \frac{۵}{۴}x \text{ و } x + \frac{x}{۹} = \frac{۱۰}{۹}x \text{ برابر با } OO'' \text{ است.}$$

خُب دیگر چیزی از صورت سؤال نداریم و این یعنی باید با همین اطلاعات به مسئله جواب دهیم! اما خواسته‌ی سؤال چیست؟ طراح سؤال، نسبت BC به AB را خواسته است یعنی مقدار $\frac{BC}{AB}$ مدنظر است. حالا خوب به شکل دقت کنید؛ آیا می‌توان BC و AB را هر کدام جداگانه حساب کرد و سپس

مقدار عددی $\frac{BC}{AB}$ را معلوم کرد؟ به نظر نمی‌رسد بتوان چنین کاری کرد؛ اما اگر BC و AB را



برحسب x به‌دست بیآوریم، آن‌گاه می‌توان نسبت خواسته شده را به راحتی معلوم کرد، اما چگونه؟! اگر در هر دو دوزنقه راست و چپ دو خط موازی BC و AB از محل مرکز دایره‌های راست و چپ رسم کنیم، شکل مقابل را داریم:

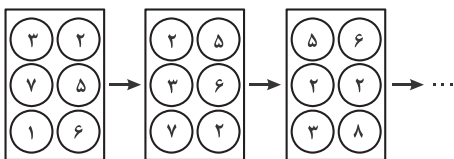
بخش دوم: حل مسئله

■ راهنمایی: این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و ... تشکیل شده است.

• توجه داشته باشید به‌خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.

راهنمایی: هر کدام از سؤال‌های ۹ تا ۱۳ را به‌دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت‌بزنید.

کج ۹- در پنج شکل متوالی و پشت‌سرهم زیر، ارتباط خاص و یکسانی بین اعداد برقرار است. به‌جای علامت سؤال، کدام عدد زیر باید قرار بگیرد؟

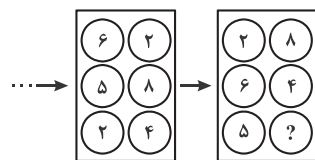


(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶



کج ۱۰- سعید مسافتی را که با برداشتن ۱۶ قدم به‌صورت دویدن طی می‌کند، همان مسافت را به‌صورت پیاده‌روی، با ۲۶ قدم می‌پیماید. اگر او مسیر خانه به پارک محله‌شان را به‌صورت دویدن طی کند، ۴۰ قدم برمی‌دارد. حال اگر سعید می‌خواست قسمتی از همین مسیر را به‌جای دویدن، پیاده طی کند، تعداد قدم‌هایش در مجموع، $\frac{1}{5}$ برابر می‌شد. در این حالت، وی چند درصد از این مسیر را باید می‌دوید؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۵

(۱) $\frac{13}{3}$

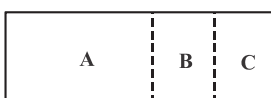
کج ۱۱- مقوایی مستطیل‌شکل که مربع نیست، در اختیار داریم. مطابق شکل زیر، با دو برش از روی نقطه‌چین‌ها، دو مستطیل یکسان جدا می‌کنیم، به‌طوری‌که از کنار هم قرار گرفتن سه قطعه A، B و C، یک مربع حاصل شود. مساحت مستطیل A، چند برابر مساحت مستطیل B است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



کج ۱۲- تعدادی دانش‌آموز، روی محیط دایره‌ای بزرگ، وسط حیاط مدرسه‌شان ایستاده و دست‌های یکدیگر را گرفته‌اند. با خروج ۲ نفر غیرمجاور از آنها، دانش‌آموزان به دو دسته به نسبت ۲ به ۵ تقسیم می‌شوند. سپس، اگر یک دانش‌آموز دیگر از دسته بزرگ‌تر خارج شود، همین دسته نیز، به دو دسته به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌شود. حداقل تعداد دانش‌آموزان در ابتدا، کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۹۳

(۳) ۵۱

(۲) ۳۷

(۱) ۲۳

کج ۱۳- هر کدام از حروف A، B، C، D، E و F، به‌طور متمایز، معادل یکی از اعداد ۱ تا ۶ (نه لزوماً به‌ترتیب) است، به‌طوری‌که روابط زیر برقرار باشند. میانگین A و E کدام است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) ۴

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) ۵

$$A + B = 7$$

$$B \times D = A + F$$

$$C - F = E + F$$



راهنمایی: هر کدام از سؤال‌های ۱۴ و ۱۵، شامل دو مقدار یا کمیت هستند، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر براساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

کله ۱۴- سه پروژه برای آسفالت کردن سه جاده A، B و C، همزمان با هم کلید می‌خورند. مجموع طول جاده‌های B و C به اندازه طول جاده A است و کار در هر سه پروژه به‌طور یکنواخت پیش می‌رود.

الف	ب
مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا مسافت آسفالت‌نشده جاده B، نصف مسافت آسفالت‌نشده جاده A باشد.	چهار برابر مدت‌زمانی که باید از شروع پروژه‌ها بگذرد تا کار آسفالت کردن جاده C تمام شود.

کله ۱۵- رضا از هر کدام از اسکناس‌های ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی، ۳ عدد (مجموعاً ۹ اسکناس) دارد.

الف	ب
حداقل مبلغی که می‌توان از رضا طلب کرد که وی برای پرداخت آن مجبور باشد از هر نوع اسکناس، حداقل یک عدد بدهد.	حداقل مبلغی که رضا می‌تواند توسط ۶ اسکناس که حداقل یکی از آنها ۱۰ هزار تومانی باشد، بپردازد.

بخش سوم: سؤالات تحلیلی

راهنمایی: در این بخش، توانایی تحلیلی شما مورد سنجش قرار می‌گیرد. سؤال‌ها را به‌دقت بخوانید و پاسخ صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

راهنمایی: با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های ۱۶ تا ۱۹ پاسخ دهید.

چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، به ترتیب، به‌صورت تلفنی، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ را برای بعدازظهر یک روز مشخص در یک مطب دندانپزشکی رزرو کرده‌اند. در روز موردنظر، افراد با ترتیبی (که لزوماً ترتیب نوبت رزروشان نیست)، وارد مطب می‌شوند و تا زمانی که نوبتشان برسد، در سالن انتظار مطب می‌نشینند. اطلاعات زیر موجود است:

- دومین نوبت رزرو شده، مربوط به B نیست.
- کسی که دقیقاً بعد از A وارد مطب شده، نوبتش زودتر از A است.
- آخرین نفری که وارد مطب شده، B را می‌بیند که به تنهایی در مطب نشسته است.
- D، آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.

کله ۱۶- A، بعد از چه کسی می‌تواند وارد مطب شده باشد؟

- (۱) D
(۲) C
(۳) B
(۴) A، همواره اولین کسی است که وارد مطب شده است.

کله ۱۷- اگر سومین نفر وارد شده به مطب، آخرین نوبت را داشته باشد، کدام مورد زیر، صحیح است؟

- (۱) سومین نفر وارد شده به مطب، D بوده است.
(۲) اولین نفر وارد شده به مطب، دومین نوبت را داشته است.
(۳) دومین نفر وارد شده به مطب، سومین نوبت را داشته است.
(۴) چهارمین نفر وارد شده به مطب، چهارمین نوبت را داشته است.

کله ۱۸- اگر اولین نفر وارد شده، آخرین نوبت را داشته باشد، دومین نفر وارد شده به مطب، چه کسی است؟

- (۱) D
(۲) C
(۳) B
(۴) A

کله ۱۹- کدام فرد، به‌طور قطع، مشخص است که چندمین نفر وارد شده به مطب است؟

- (۱) C
(۲) A
(۳) B
(۴) D

۱۰- گزینه «۳» مسلماً زمانی که سعید پیاده‌روی می‌کند نسبت به زمانی که می‌دود، طول قدم‌های او کوتاه‌تر و تعداد قدم‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به

اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$16 \text{ دویدن} \quad X \Rightarrow \frac{26}{16} X$$

$$26 \text{ پیاده‌روی} \quad ?$$

اگر قسمتی از مسیر را که به جای دویدن، پیاده طی می‌کند X بنامیم، خواهیم داشت:

$$40 - X \quad \text{قدم دویدن}$$

$$X \quad \text{قدم پیاده‌روی} = \frac{26}{16} X$$

در نهایت تعداد قدم‌های طی شده که $1/5$ برابر حالت قبل می‌شود برابر است با:

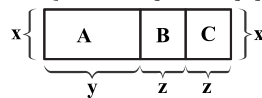
$$(40 - X) + \frac{26}{16} X = 1/5 \times 40 \Rightarrow X = 32$$

در نتیجه این مسیر را $40 - X = 8$ قدم دویدن و $\frac{26}{16} X = 52$ قدم پیاده‌روی طی می‌کند ($8 + 52 = 60$).

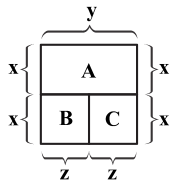
بنابراین مقدار درصد دویدن در حالت دوم برابر است با:

$$\frac{8}{60} \times 100 = 13.3\%$$

۱۱- گزینه «۲» با توجه به اطلاعات داده‌شده، مساحت B و C برابر است. در نتیجه با توجه به شکل می‌توان گفت:

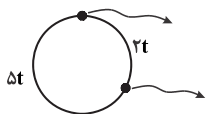


اکنون A و B و C یک مربع تشکیل می‌دهند که می‌توانند به شکل زیر قرار گیرند:



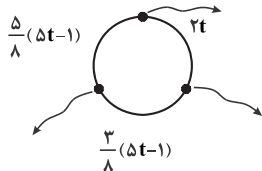
$$y = 2z \Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{xy}{xz} = \frac{y}{z} = 2$$

۱۲- گزینه «۲» اگر دو دانش‌آموز غیرمجاور از صف خارج شوند، نسبت دانش‌آموزان باقی‌مانده 2 به 5 می‌شود. پس می‌توان گفت:



دایره به دو قسمت که یک طرف تعداد افراد $2t$ است و در طرف دیگر $5t$ تقسیم می‌شود.

و اگر از دسته بزرگ‌تر یک نفر خارج شود، نسبت دانش‌آموزان باقی‌مانده این دسته 3 به 5 می‌شود.



از $5t$ ابتدا یک نفر خارج می‌شود پس $5t - 1$ نفر باقی می‌ماند و سپس $(5t - 1)$ به نسبت 3 و 5 تقسیم می‌شوند.

بر این اساس می‌توان گفت:

$$2t + 5t + 2 = 7t + 2 = \text{تعداد کل دانش‌آموزان}$$

$$8 \mid 5t - 1 = 8, 16, 24, 32, \dots$$

همچنین $5t - 1$ باید مضرب 8 باشد

برای به‌دست آوردن تعداد حداقل دانش‌آموزان باید از رابطه دوم، حداقل مقدار t را به‌دست آورد.

$$8 \mid 5t - 1 = 24 \Rightarrow t = 5$$

بر این اساس حداقل t به‌ازای 24 به‌دست می‌آید.

$$8 \mid 5t - 1 = 24 \Rightarrow t = 5$$

در نتیجه داریم:

۱۳- گزینه «۳» با توجه به اطلاعات داده‌شده می‌توان گفت:

$$A + B = 7 \Rightarrow \{A, B\} = \{1, 6\} \text{ یا } \{2, 5\} \text{ یا } \{3, 4\}$$

$$C - F = E + F \Rightarrow C = E + 2F \xrightarrow{\text{از } C \text{ نمی‌تواند بیشتر باشد}} F = 1 \text{ یا } 2$$

اکنون به‌ازای $F = 1$ داریم:

$F = 1 \Rightarrow C = E + 2 \Rightarrow$	$\frac{F}{1}$	$\frac{E}{2}$	$\frac{C}{4}$	$\frac{A, B}{\text{غ ق}}$	$\frac{D}{-}$
	1	2	4	غ ق	$-$
	1	3	5	غ ق	$-$
	1	4	6	$\{2, 5\}$	$3 \xrightarrow{\text{از رابطه دوم}} B = 2, A = 5$

$$\frac{A + E}{2} = \frac{5 + 4}{2} = 4.5$$

در نتیجه داریم:



۱۴- گزینه «۴» طول جاده‌ها را با L و مدت زمان انجام پروژه‌ها را با t نمایش می‌دهیم، در نتیجه داریم:
 $L_A = L_B + L_C$
 $t_A = t_B + t_C$
 چون پروژه‌ها یکنواخت انجام می‌شود، داریم:
 الف) اگر این مدت زمان را برابر t در نظر بگیریم:

$$t_B = L_B$$

$$t = ? \Rightarrow ? = L_B \frac{t}{t_B} \Rightarrow \text{طول جاده آسفالت نشده B} = L_B \left(1 - \frac{t}{t_B}\right)$$

$$\Rightarrow \text{به طور مشابه} \Rightarrow \text{طول جاده آسفالت نشده A} = L_A \left(1 - \frac{t}{t_A}\right)$$

$$L_B \left(1 - \frac{t}{t_B}\right) = \frac{1}{2} L_A \left(1 - \frac{t}{t_A}\right)$$

$$t = \frac{|(L_A - 2L_B) t_B t_A|}{|2L_B t_A - t_B L_A|} \xrightarrow{\text{تقسیم صورت و مخرج بر } t_B} t = \frac{|(L_A - 2L_B)|}{|2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A|} \times t_A \Rightarrow t = \frac{|(2L_B - L_A)|}{|2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A|} \times t_A$$

$$\frac{t_A > t_B}{\frac{t_A}{t_B} > 1} \rightarrow t = k \times t_A \quad k < 1 \Rightarrow t < t_A$$

$$\left(\frac{t_A}{t_B} > 1 \rightarrow |2L_B \frac{t_A}{t_B} - L_A| > |2L_B - L_A| \Rightarrow k < 1\right)$$

ب) این مدت زمان برابر t_C است.

مقدار الف کمتر از t_A است و مقدار ب هم مشخص نیست که از t_A کمتر و یا بیشتر و یا حتی مساوی است. مبنایی برای مقایسه الف و ب نداریم.

۱۵- گزینه «۱»

الف) با اسکناس‌های داده شده می‌توان مبلغی از ۶ تا حداکثر ۵۱ تومان را پر کرد. از مبالغ ۶ تا ۲۱ را می‌توان بدون استفاده از اسکناس ۱۰ تومانی پر کرد. به استثنای ۸ و ۱۳ و ۱۸ که با اسکناس‌های ذکر شده نمی‌توان پر کرد.

مبلغ		
۲۲	→	۲ تا ۱۰، یکی ۲ × غ ق ق
۲۳	→	با این اسکناس‌ها نمی‌توان پر کرد.
۲۴	→	۲ تا ۱۰ تومانی، ۲ تا ۲ تومانی غ ق ق
۲۵	→	{ یکی ۱۰ تومانی، ۳ تا ۵ تومانی ۲ تا ۱۰ تومانی، یکی ۵ تومانی غ ق ق
۲۶	→	{ ۲ تا ۱۰ تومانی، ۳ تا ۲ تومانی یکی ۱۰ تومانی، ۲ تا ۵ تومانی، ۳ تا ۲ تومانی غ ق ق
۲۷	→	{ ۲ تا ۱۰ تومانی، یکی ۵ و یکی ۲ تومانی یکی ۱۰ تومانی، ۳ تا ۵ تومانی، یکی ۲ تومانی ق ق

حداقل مبلغ = ۲۷ تومان

ب) برای حداقل کردن مبلغ، سعی می‌کنیم تا آنجا که ممکن است تعداد اسکناس‌های ۱۰ تومانی را با همان یک عدد نگه داریم، ۵ اسکناس باقی‌مانده را باید به اسکناس‌های ۲ تومانی و ۵ تومانی اختصاص دهیم، در ۳ اسکناس اول منطقی است با اسکناس ۲ تومانی پر شود. برای اسکناس چهارم ۵ تومانی را در نظر می‌گیریم، برای اسکناس پنجم هم منطقی است که اسکناس ۵ تومانی را در نظر بگیریم تا ۱۰ تومانی را!! همان‌طور که دیدیم مقدار ستون الف بیشتر از ب است. در نتیجه گزینه (۱) درست است.

بخش سوم: سؤالات تحلیلی

- اطلاعات مسئله: چهار مریض به نام‌های A، B، C و D، یکی از نوبت‌های ۱ تا ۴ مطبی را رزرو کرده و از اولین تا چهارمین نفر وارد مطب می‌شوند.
 - قیدهای مسئله: (۱) دومین نوبت رزرو شده مربوط به B نیست.
 - (۲) کسی که بعد از A وارد مطب شده نوبتش زودتر از A است ← A آخرین نفر نیست.
 - (۳) آخرین فردی که وارد مطب شده B را می‌بیند که به تنهایی نشسته ← B آخرین نفر نیست.
 - (۴) D آخرین نفر وارد شده به مطب نیست.
- نتیجه‌گیری: آخرین نفر وارد شده به مطب C است و جایگاه او به‌طور قطع مشخص است.



بخش چهارم: تجسمی

■ راهنمایی: این بخش از آزمون استعداد، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هریک از سؤال‌های ۲۴ تا ۳۰ را به‌دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

راهنمایی: در سؤال ۲۴، ۱۸ عدد لیوان که برخی خالی (لیوان‌های سفید) و برخی پر (لیوان‌های تیره) هستند، مطابق شکل زیر، داده شده است. اگر خالی کردن تمام محتویات یک لیوان پر در هر کدام از لیوان‌های خالی، یک حرکت محسوب شود، با حداقل چند حرکت می‌توان کاری کرد که لیوان‌ها، یک‌درمیان، خالی و پر باشند؟

۲۴ -



۴ (۴)

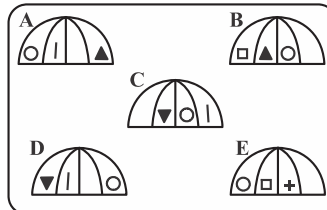
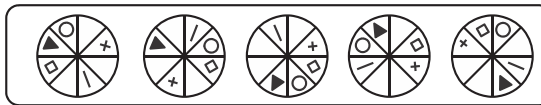
۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

در سؤال ۲۵، شکل بالایی، نمای از بالای ۵ چتر باز و شکل پایینی، نمای از کنار ۵ چتر باز را نشان می‌دهد. در شکل پایینی، تنها سه چتر می‌توانند نمای از کنار یکی از چترهای بالا باشند. این سه شکل، کدام‌اند؟

۲۵ -



۴) B, D و E

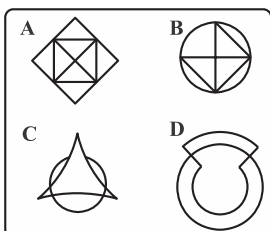
۳) A, C و D

۲) A, B و E

۱) A, C و E

راهنمایی: در سؤال ۲۶، ۴ الگو نمایش داده شده است. کدام یک از این ۴ الگو را نمی‌توان بدون برداشته شدن خودکار از روی کاغذ رسم کرد، طوری که از روی هر قسمت (مگر نقاط)، فقط یک بار عبور کند؟

۲۶ -



۱) A

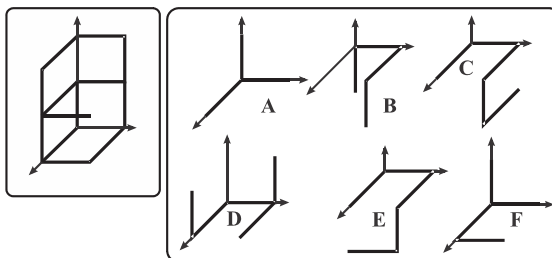
۲) B

۳) C

۴) D

راهنمایی: در سؤال ۲۷، در سمت چپ، یک الگوی سه‌بعدی و در سمت راست، ۶ سازه که با میله‌های مشابه ساخته شده‌اند را مشاهده می‌کنید. شکل سه‌بعدی سمت چپ، از کنار هم قرار گرفتن کدام یک از سازه‌های سمت راست، قابل ساخت است؟

ک ۲۷-



(۴) E و D، B

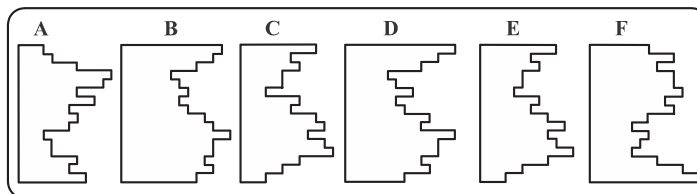
(۳) F و B، A

(۲) F و E، B

(۱) D و C، A

راهنمایی: در سؤال ۲۸، از کنار هم قرار گرفتن کدام دو قطعه زیر، یک مربع کامل تشکیل می‌شود؟

ک ۲۸-



(۴) D و C

(۳) F و A

(۲) F و C

(۱) E و B

ک ۲۹- در یک مکعب مستطیل به ابعاد ۶ در ۵ در ۴ سانتی‌متر، حداکثر چند مکعب مربع ۱ در ۱ در ۱ سانتی‌متر جا می‌شود، به شرطی که مکعب‌های کوچک، هیچ تماسی با هم نداشته باشند، مگر از رئوس؟

(۴) ۳۶

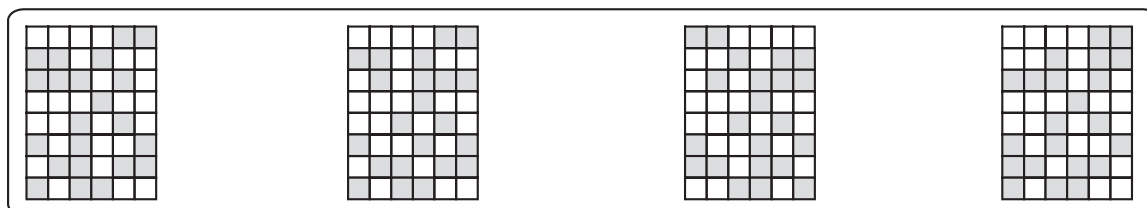
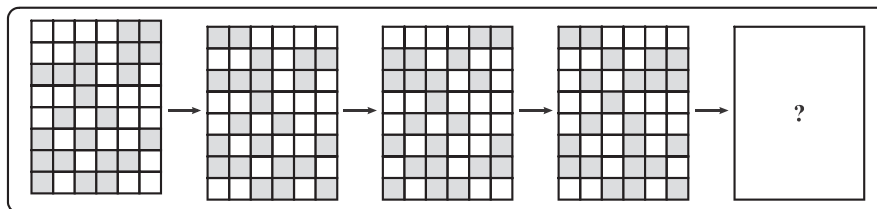
(۳) ۳۰

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

راهنمایی: در سؤال ۳۰، در ردیف بالا، از چپ به راست، الگوها با روندی خاص تغییر می‌کنند. کدام الگو (موارد ۱ تا ۴)، به جای علامت سؤال قرار گیرد تا این روند، همچنان ادامه یابد؟

ک ۳۰-



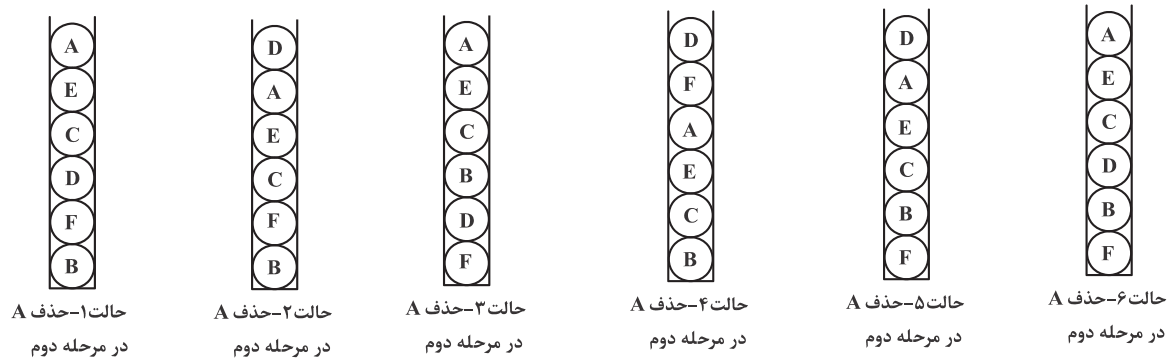
(۴)

(۳)

(۲)

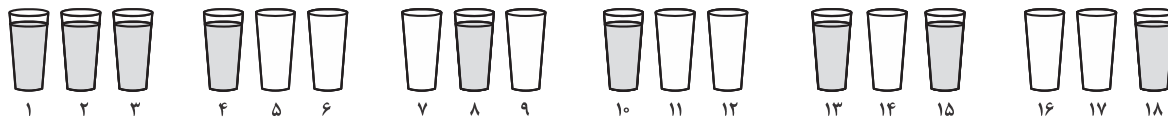
(۱)

توضیح حالت ۶: در این حالت نسبت به حالت ۳ و ۱ بین C و F و B جابه‌جایی صورت داده‌ایم که C در مرحله ۱ تکان نمی‌خورد و B در هر دو مرحله بدون تکان باقی می‌ماند و در آخر D و F جزو سه توپ آخر باقی می‌مانند.



بخش چهارم: تجسمی

۲۴- گزینه «۴» اگر لیوان‌ها را از چپ به راست با اعداد ۱ تا ۱۸ شماره‌گذاری کنیم داریم:

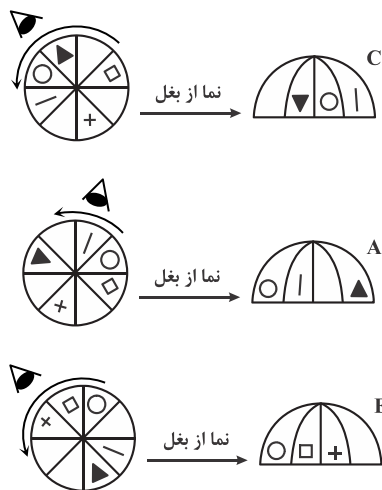


قرار است با انتقال آب بین لیوان‌ها، لیوان‌های پر و خالی یکی در میان کنار هم قرار گیرند. بنابراین یا لیوان‌های زوج پر هستند و لیوان‌های فرد خالی یا لیوان‌های زوج خالی‌اند و لیوان‌های فرد پر.

لیوان‌های با شماره زوج و پر: ۲، ۴، ۸، ۱۰، ۱۸

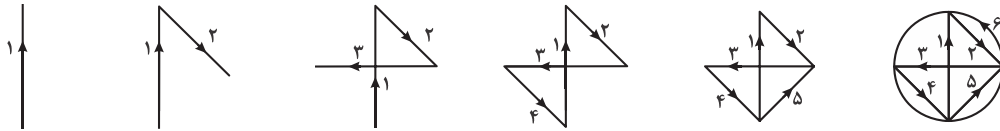
لیوان‌های با شماره فرد و پر: ۱، ۳، ۱۳، ۱۵

تعداد لیوان‌های پر و زوج از لیوان‌های فرد و پر بیشتر است، بنابراین به صرفه‌تر است لیوان‌های زوج پر و لیوان‌های فرد خالی باشند، پس با خالی کردن محتویات لیوان‌های ۱ و ۳ و ۱۳ و ۱۵ در لیوان‌های زوج و خالی ۶ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و جمعاً ۴ حرکت لیوان‌های زوج و فرد یکی در میان قرار می‌گیرند. در صورتی که می‌خواستیم لیوان‌های زوج خالی و فرد پر باشند، نیاز بود محتویات لیوان‌های ۲، ۴، ۸، ۱۰ و ۱۸ را در لیوان‌های ۵، ۷، ۹، ۱۱ و ۱۷ بریزیم که ۵ حرکت می‌شد.

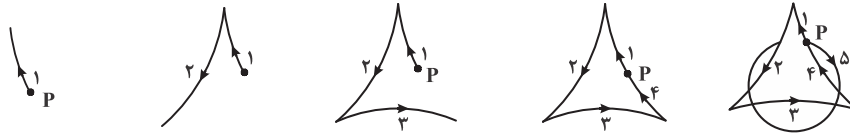


۲۵- گزینه «۱» با کمی دقت به سؤال می‌توان دریافت که در واقع اگر نمای از کنار (که در شکل مقابل نمونه‌هایی از آن آمده) را از چپ به راست ببینیم، معادل آن است که نمای از بالا را به صورت پادساعتگرد ببینیم. با توجه به این موضوع اشکال A، C و E قابل مشاهده هستند و پاسخ گزینه (۱) می‌باشد.

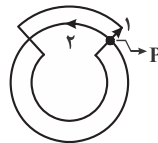
۲۶- گزینه «۱» شکل B را ۶ مرحله می‌توان کشید.



شکل C را با شروع از نقطه P می‌توان در ۵ مرحله کشید.



شکل D را می‌توان در ۲ مرحله کشید (با شروع از نقطه P) (مرحله ۱ شروع از شکل رویی و مرحله ۲ کشیدن دایره).



روش دیگر: در هر شکل هندسی محل تقاطع خطوط را گره می‌نامیم و تعداد خطوط متصل به هر گره را درجه. به عنوان مثال در شکل \times با گره‌ای با درجه ۵ روبرو هستیم. اگر درجه هر گره زوج باشد به ازای هر بار ورود می‌توانیم خروج هم داشته باشیم. پس در گره‌های با درجه زوج نیازی به برداشتن قلم از روی کاغذ نیست. می‌توان نشان داد که به ازای هر دو گره با درجه فرد باید یکبار قلم از کاغذ جدا شود. آخرین نقطه‌ای که قلم از کاغذ جدا می‌شود (پس از اتمام رسم شکل) نیز در محاسبات لحاظ نمی‌شود.

$$\text{تعداد کمترین دفعاتی که کاغذ باید از قلم جدا شود} = \left[\frac{\text{تعداد گوی‌های درجه فرد} - 1}{2} \right]$$

$$\text{شکل A : تعداد رئوس درجه فرد} = 4 \Rightarrow \left[\frac{4-1}{2} \right] = 1$$

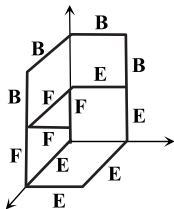
$$\text{شکل B : تعداد رئوس درجه فرد} = 2 \Rightarrow \left[\frac{2-1}{2} \right] = 0$$

$$\text{شکل C : تعداد رئوس درجه فرد} = 0$$

$$\text{شکل D : تعداد رئوس درجه فرد} = 0$$

پس جواب گزینه (۱) است.

این تست مشابه تست ۳۲ سراسری ۹۵ رشته MBA است.

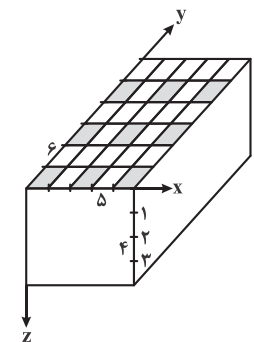


۲۷- گزینه «۲» شکل نهایی از ۱۳ میله ساخته شده است که با توجه به این مطلب گزینه (۳) با داشتن ۱۱ میله و گزینه (۴) با داشتن ۱۴ میله حذف می‌شود. تنها گزینه (۱) و (۲) دارای ۱۳ میله هستند. در گزینه (۱)، A و D بخشی از شکل را می‌سازند؛ اما C با شکل مطلوب مطابقت ندارد و حالت خواسته شده را نمی‌سازد. این شکل را با E، B و F می‌توان به صورت مقابل ساخت: (توجه شود که طول میله‌ها طبق گفته‌ی صورت سؤال برابر است).

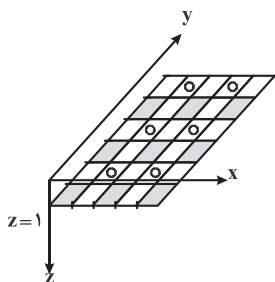
۲۸- گزینه «۴» اگر شکل D را 90° در جهت پادساعتگرد بچرخانیم برجستگی‌ها و فرورفتگی‌های شکل D و C در هم قرار می‌گیرند. اگر فرض کنیم تنها با چرخش قطعات باید یک مربع ساخته شود، پس در واقع کم یا زیاد شدن طول یک قطعه از بالا باید کاملاً در تناسب با زیاد یا کم شدن طول قطعه‌ی دیگر از پایین باشد تا یک مربع ساخته شود. بنابراین گزینه (۴) صحیح می‌باشد.



۲۹- گزینه «۳» وجه بالایی مکعب مستطیل را به مربع‌های 1×1 تقسیم کردیم. مکعب مربع‌هایی را در نظر بگیرید که وجه بالایی آن‌ها روی وجه بالایی مکعب مستطیل قرار دارد و وجه پایینی آن‌ها در $Z=1$. این مکعب‌ها نباید با هم تماس داشته باشند، بنابراین برای حداکثر کردن تعداد مکعب‌ها باید وجوه بالایی آن‌ها به صورتی باشد که با هاشور نشان داده شده است. یعنی جمعاً ۹ مکعب.



حال مکعب‌هایی را در نظر بگیرید که وجه بالایی آن‌ها روی $Z=1$ و وجه پایینی آن‌ها روی $Z=2$ قرار دارد و با مکعب‌های بالایی تنها در رئوس مشترک است، بنابراین وجه بالایی آن‌ها در $Z=1$ باید به صورت زیر باشد، یعنی جمعاً ۶ مکعب (وجه پایینی مکعب‌های مرحله پیش با هاشور و وجه بالایی مکعب‌های این مرحله با دایره مشخص شده‌اند).

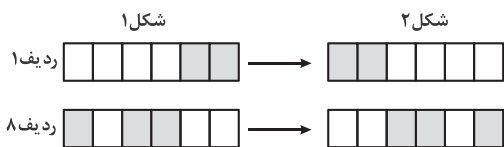


برای مکعب‌هایی که وجه بالایی آن‌ها روی $Z=2$ و وجه پایینی آن‌ها روی $Z=3$ قرار دارد، وضعیت مشابه مکعب‌هایی است که وجه بالای آن‌ها روی $Z=0$ قرار دارد یعنی جمعاً ۹ مکعب و در نهایت برای مکعب‌هایی که وجه بالایی آن‌ها روی $Z=3$ و وجه پایینی آن‌ها روی $Z=4$ قرار دارد وضعیت مشابه مکعب‌هایی است بین $Z=1$ و $Z=2$ قرار دارند یعنی تعداد آن‌ها ۶ عدد است.

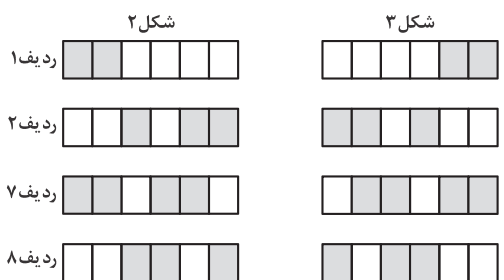
کل مکعب‌ها $= 9 + 6 + 9 + 6 = 30$

۳۰- گزینه «۴» شکل‌ها را از چپ به راست با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ نشان می‌دهیم.

در روند تغییر شکل ۱ به ۲، همه ردیف‌ها ثابت و فقط ردیف ۱ و ردیف ۸ تصویر آینه‌ای شده است.



در روند تغییر شکل ۲ به شکل ۳، ردیف ۱ و ۲ و ۷ و ۸ تصویر آینه‌ای شده‌اند.

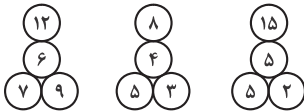


و در روند تغییر شکل ۳ به شکل ۴، ردیف‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۷ و ۸ از شکل ۳ آینه‌ای شده‌اند، بنابراین انتظار می‌رود در شکل ۴ تمام ردیف‌ها تصویر آینه‌ای شوند که این تنها در گزینه (۴) آمده است.

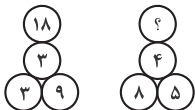
بخش دوم: حل مسئله

■ **راهنمایی:** این بخش از آزمون استعداد، از انواع مختلف سؤال‌های کمی، شامل مقایسه‌های کمی، استعداد عددی و ریاضیاتی، حل مسئله و... تشکیل شده است.
 • توجه داشته باشید به خاطر متفاوت بودن نوع سؤال‌های این بخش از آزمون، هر سؤال را براساس دستورالعمل ویژه‌ای که در ابتدای هر دسته سؤال آمده است، پاسخ دهید.
راهنمایی: هر کدام از سؤال‌های ۹ تا ۱۳ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

کج ۹- در هر کدام از اشکال زیر، بین اعداد ارتباط خاص و یکسانی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد زیر باید قرار بگیرد؟



- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۲
- (۴) ۹



کج ۱۰- دو مقوای مستطیل‌شکل با مساحت یکسان، یکی با نسبت اضلاع ۲ به ۳ و دیگری با نسبت اضلاع ۳ به ۵ در اختیار داریم. از هر کدام از مستطیل‌ها، بزرگ‌ترین مربع ممکن را جدا کرده و تکه‌های باقی‌مانده را نگه می‌داریم. نسبت مساحت تکه‌های باقی‌مانده کدام است؟
 (۱) ۵ به ۶
 (۲) ۴ به ۵
 (۳) ۳ به ۴
 (۴) به‌طور قطع نمی‌توان تعیین کرد.

کج ۱۱- یک ساعت عقربه‌ای، کدام یک از چهار زمان زیر را باید نشان دهد، تا زاویه کوچک‌تر بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار این ساعت، بیشتر از ۸۰ درجه باشد؟

- (۱) ۳:۳۰
- (۲) ۷:۲۵
- (۳) ۹:۳۵
- (۴) ۱۱:۱۰

کج ۱۲- در یک مغازه لوازم‌التحریر فروشی، به ازای هر ۷ خودکار آبی، ۲ خودکار قرمز و به ازای مجموعاً هر ۱۲ خودکار، ۵ مداد فروخته می‌شود. با فروش چند خودکار قرمز، تعداد مدادهای فروخته‌شده ۲۶ عدد از تعداد خودکارهای آبی فروخته‌شده، کمتر است؟
 (۱) ۱۲
 (۲) ۱۶
 (۳) ۱۸
 (۴) ۲۴

کج ۱۳- پس از بررسی مشخص شده است که ۶۰ درصد دانش‌آموزان یک مدرسه، دارای پدر کارمند، ۸۰ درصد آنها دارای مادر کارمند و ۷۵ درصد آنها در خانواده خود، تک‌فرزند هستند. اگر این مدرسه، ۲۰۰ دانش‌آموز داشته باشد، حداقل چند دانش‌آموز به‌طور قطع، پدر و مادر کارمند دارند و تک‌فرزند هستند؟
 (۱) ۸۰
 (۲) ۴۰
 (۳) ۳۰
 (۴) صفر

■ **راهنمایی:** هر کدام از سؤال‌های ۱۴ و ۱۵، شامل دو مقدار یا کمیت هستند، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با یکدیگر مقایسه کنید و با توجه به دستورالعمل، پاسخ صحیح را به شرح زیر تعیین کنید:
 اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه (۱) را علامت بزنید.
 اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه (۲) را علامت بزنید.
 اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه (۳) را علامت بزنید.
 اگر براساس اطلاعات داده شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه (۴) را علامت بزنید.

کج ۱۴- پدر و پسری روی یک خط راست، به فاصله نامعلوم از یکدیگر ایستاده‌اند. می‌دانیم که مسافت هر ۵ قدم پدر معادل مسافت ۸ قدم پسر است. با شروع حرکت این دو نفر، پدر ۳۲ قدم به سمت پسر برمی‌دارد و پسر ۵۰ قدم به سمت پدر برمی‌دارد و بالاخره، بدون اینکه هیچ‌کدام به نقطه وسط مسیری که در آن در حرکت بوده‌اند رسیده باشند، می‌ایستند.

(ب)	(الف)
فاصله پدر تا نقطه‌ای که پسرش در ابتدا ایستاده بوده است.	فاصله پسر تا نقطه‌ای که پدرش در ابتدا ایستاده بوده است.

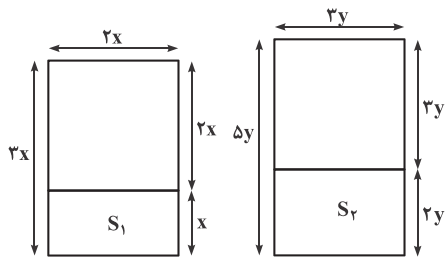
کج ۱۵- تعداد n نفر که به شماره‌های ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند، پشت‌سرهم در یک صف ایستاده‌اند. در مرحله اول، همه افراد می‌نشینند. در مرحله دوم، افراد دارای شماره‌ای با مضرب ۲ می‌ایستند. در مرحله سوم، همه افراد دارای شماره‌ای با مضرب ۳، در هر وضعیتی هستند، حالت خود را تغییر می‌دهند (یعنی، اگر ایستاده‌اند می‌نشینند و اگر نشسته‌اند، می‌ایستند)، در مرحله چهارم، افراد دارای شماره با مضرب ۴ حالت خود را تغییر می‌دهند و این منوال ادامه پیدا می‌کند تا در مرحله نهم، افراد دارای شماره با مضرب ۹، حالت خود را تغییر می‌دهند. n، عددی بین ۲۵ تا ۳۰ است.

(ب)	(الف)
تعداد افرادی که نهایتاً نشسته‌اند.	تعداد افرادی که نهایتاً ایستاده‌اند.



۱۰- گزینه «۱» دو مستطیل را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

مربع‌ها به شکل مقابل جدا شده‌اند.



$$S_1 = x \times x = x^2, \quad S_2 = 3y \times 2y = 6y^2$$

سؤال نسبت S_1 به S_2 را خواسته است:

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{6} \left(\frac{x^2}{y^2} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{x^2}{y^2} \right)$$

اما برای تعیین نسبت $\frac{x^2}{y^2}$ به جمله‌ی اول سؤال توجه می‌کنیم که گفته؛ مساحت هر دو مستطیل یکسان است، پس رابطه زیر را نیز می‌توانیم بنویسیم:

$$(x)(3x) = (3y)(\Delta y) \Rightarrow 3x^2 = 15y^2 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{6} (5) = \frac{5}{6}$$

بنابراین داریم:

۱۱- گزینه «۴» با توجه به فرمول زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار زاویه بین هر چهار گزینه را حساب می‌کنیم:

$$\alpha = |3 \circ h - \Delta m / \Delta m|$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 زاویه ساعت دقیقه

$$\alpha = |3 \circ \times 3 - 5 / 5 \times 30| = |90 - 165| = 75$$

گزینه (۱):

$$\alpha = |3 \circ \times 7 - 5 / 5 \times 25| = |210 - 137 / 5| = 72 / 5$$

گزینه (۲):

$$\alpha = |3 \circ \times 9 - 5 / 5 \times 25| = 77 / 5$$

گزینه (۳):

$$\alpha = |3 \circ \times 11 - 5 / 5 \times 10| = |330 - 55| = 275$$

گزینه (۴):

گزینه‌های (۱) تا (۳) همگی از 80° درجه کوچک‌تر می‌باشند و گزینه‌ی (۴) زاویه‌اش از 80° بیشتر است، البته 275° درجه زاویه بزرگ‌تر بین عقربه‌ها در ساعت $11:10'$ می‌باشد ولی مشکلی نیست و زاویه کوچک‌تر هم با کم کردن این عدد از عدد 360° ، برابر با $85^\circ = 360^\circ - 275^\circ$ به دست می‌آید که باز هم از 80° درجه بیشتر است.

۱۲- گزینه «۲» مرحله به مرحله اطلاعات صورت سؤال را خلاصه می‌کنیم:

$2x =$ تعداد خودکارهای قرمز، $7x =$ تعداد خودکارهای آبی

$$\frac{7x + 2x}{z} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{9x}{z} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{3x}{z} = \frac{4}{5} \Rightarrow 15x = 4z \Rightarrow z = \frac{15}{4}x \quad (1)$$

و بالاخره به شکل رابطه زیر هم می‌توان آن را نوشت:

$$7x - z = 26 \xrightarrow{(1)} 7x - \frac{15}{4}x = 26 \Rightarrow \frac{28x - 15x}{4} = 26 \Rightarrow \frac{13}{4}x = 26 \Rightarrow \frac{x}{4} = 2 \Rightarrow x = 8$$

پس تعداد خودکارهای قرمز برابر با $2x = 2 \times 8 = 16$ خواهد بود.

۱۳- گزینه «۳» تعداد کسانی که دارای پدر کارمند هستند 60% درصد افراد است یعنی $n(A) = 0/60 \times 200 = 120$ و تعداد افرادی که دارای مادر

کارمند هستند 80% درصد افراد است یعنی $n(B) = 0/80 \times 200 = 160$. از طرفی می‌دانیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

همچنین می‌دانیم تعداد افرادی که حداقل یکی از پدر یا مادرهای آنها کارمند هستند، کمتر یا مساوی تعداد کل افراد است. بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) \leq 200$$

$$\Rightarrow (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) \leq 200 \Rightarrow 120 + 160 - n(A \cap B) \leq 200 \Rightarrow 80 \leq n(A \cap B)$$

با توجه به دو عبارت بالا داریم:

بنابراین معلوم می‌شود از بین همه دانش آموزان حداقل 80 نفر هستند که هم پدر آنها و هم مادر آنها کارمند هستند. حال با توجه به صورت سؤال 75

درصد افراد یعنی 150 نفر تک فرزند هستند یعنی 50 نفر تک فرزند نیستند. بنابراین در بدترین حالت اگر همه این 50 نفر بین افرادی باشند که هم پدر

کارمند و هم مادر کارمند دارند، حداقل 30 نفر از بین آنها می‌مانند که تک فرزند هستند. پس پاسخ سؤال حداقل 30 است.

بخش اول: دستور زبان

در سوالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱- گزینه «۲» تفکر غیر کلامی، که یک مکانیزم مرکزی در طراحی مهندسی است، شامل ادراک می‌شود، {یا به عبارتی} فوت و فن هنرمند، نه دانشمند. توضیح گرامری: گزینه (۳) کنار می‌رود چون کاربرد that بعد از کاما ممنوع است. گزینه (۱) رد می‌شود چون being اضافه و حشو است. گزینه (۴) کنار می‌رود چون فاقد ضمیر موصولی است. ضمناً آن دو تا کامای بعد و قبل از جای خالی به وضوح نشان می‌دهند که ما به یک جمله‌وارهٔ وصفی نیاز داریم. پس این شما و این هم گزینه (۲) که در ابتدا به این صورت بوده:

Nonverbal thinking, **which is** a central mechanism in engineering design, involves

می‌توانیم which is را حذف کنیم و یک بدل یا عبارت وصفی بسازیم:

Nonverbal thinking, a central mechanism in engineering design, involves

۳۲- گزینه «۱» وقتی کار کامل شد، بسیاری به شغل‌های عمرانی دیگر یا کار در کارخانه‌ها در شهرها و شهرستان‌ها نقل مکان کردند، که در آنجا (جایی که) آنها بخشی از قشر در حال گسترش کارگرها شدند.

توضیح گرامری: با توجه به مفهوم جمله و اینکه قبل از جای خالی مرجع مکانی cities and towns را داریم، به ضمیر موصولی where برای جای خالی نیاز داریم.

۳۳- گزینه «۳» با توجه به تمامی معایب زندگی در شهرهای پرجمعیت، چرا مردم در قرن سیزدهم به این محله‌های بسیار متراکم نقل مکان کردند؟ توضیح گرامری: given همیشه شکل سوم فعل give نیست. در اینجا یک حرف اضافه است به معنی «با توجه به»، با در نظر گرفتن و مترادف با considering است. چون حرف اضافه است، بعدش باید اسم یا عبارت اسمی بیاید. همچنین به مثال زیر دقت کنید:

Given [= considering] the circumstances, you've done really well.

ترجمه: با توجه به شرایط، عملکرد واقعاً خوبی داشته‌ای.

Given all the disadvantages of living in aggregated towns, why did people in the thirteenth

۳۴- گزینه «۴» اوتیسم، یک اختلال عصبی و ژنتیکی مادام‌العمر محسوب می‌شود که باعث تفاوت‌هایی می‌گردد در نحوه‌ای که اطلاعات پردازش می‌شود. توضیح گرامری: جمله در اصل به شکل زیر بوده:

...causes discrepancies in the way **that** information is processed.

می‌توانیم that موصولی را حذف کنیم که در این صورت به گزینه (۴) می‌رسیم. باقی گزینه‌ها به وضوح نادرست‌اند.

۳۵- گزینه «۳» با این وجود، تا {آغاز} قرن هجدهم، بانک‌هایی از قبیل بانک آمستردام و بانک انگلستان شروع به تأمین سرمایه برای سرمایه‌گذاری کسب‌وکار نکرده بودند.

توضیح گرامری: چون جمله با عبارت منفی‌ساز not until شروع شده، باید وارونگی صورت بگیرد که فقط در گزینه (۳) شاهد وارونگی هستیم:

Not until the eighteenth century, however, **did** such banks as ...

نکته: همانطور که می‌دانید از such as برای ارائه مثال استفاده می‌شود. مثال:

Painters **such as** Picasso are rare.

می‌توانیم such را ببریم قبل از painters که در این صورت داریم:

Such painters as Picasso are rare.

همین اتفاق در این سؤال هم افتاده:

Not until the eighteenth century, however, **did** such banks as the Bank of Amsterdam ...

۳۶- گزینه «۱» گسترده‌ترین بهره‌برداری از کشاورزی، که حدوداً در سال ۸۰۰۰ قبل از میلاد مسیح شروع شد، در دره‌های رودخانه‌ها رخ داد، که در آنجا صرف‌نظر از میزان بارندگی، هم خاک باکیفیت وجود داشت و هم منبع آب قابل‌اتکا.

توضیح گرامری: جمله در اصل به این صورت بوده:

The most extensive exploitation of agriculture, **which started around 8000 B.C.E.**, occurred in river valleys....



می‌توانیم با حذف **which** و تبدیل **started** به **starting** یک عبارت وصفی (بدل) غیرضروری بسازیم:

The most extensive exploitation of agriculture, **starting around 8000 B.C.E.**, occurred in river valleys,...

می‌توانیم بدل را ببریم به قبل از مرجع (در اینجا The most extensive exploitation of agriculture) که داریم:

Starting around 8000 B.C.E., the most extensive exploitation of agriculture occurred in river valleys,...

پس این شما و این هم گزینه (۱) و حذف سایر گزینه‌ها.

۳۷- گزینه «۴» یک موتور دورانی که به موتور بخار متصل بود، باعث می‌شد شفت‌ها بچرخند و دستگاه‌ها به حرکت دربیایند، که {این امر} باعث می‌شد آسیاب‌ها از نیروی بخار برای چرخیدن و بافتن پنبه استفاده کنند.

توضیح گرامری: اگر خاطرتان باشد، گفتیم مرجع ضمیر موصولی **which** می‌تواند نه یک کلمه (یا عبارت) بلکه کل جمله قبل از کاما باشد. مثال:

My friend eventually decided to get divorced, which upset me a lot.

ترجمه: دوستم نهایتاً تصمیم گرفت که طلاق بگیرد، {که این موضوع} مرا زیاد ناراحت کرد.

در این سؤال هم همین موضوع صدق می‌کند؛ یعنی ابتدا داشتیم:

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, which resulted in mills

می‌توانیم **which** را حذف و **resulted** را به **resulting** تبدیل کنیم:

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, resulting in mills

همچنین این کاربرد **result in** را حتماً حفظ کنید:

Result in + sb/ sth + doing sth: Icy conditions resulted in two roads being closed.

در واقع در اینجا، **being** جراند است. پس این شما و این هم گزینه (۴):

A rotary engine attached to the steam engine enabled shafts to be turned and machines to be driven, resulting in mills using steam power

بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه (۳) به خاطر کاربرد **that** بعد از کاما کنار می‌رود. گزینه (۲) به لحاظ معنایی ایراد دارد و در گزینه (۱) کاربرد **they used** نامناسب است.

۳۸- گزینه «۲» اجرای این نوع یادگیری و به حافظه سپردن اقلام و رویه‌ها - که {با لفظ} یادگیری طوطی‌وار شناخته می‌شود - روی کامپیوتر نسبتاً ساده است. چالش برانگیزتر {از آن} مشکل اجرای چیزی است که تعمیم نامیده می‌شود.

توضیح گرامری: گفتیم یکی از کاربردهای وارونگی زمانی است که یک جمله با صفت آغاز شود؛ این هم مثال خود کتاب:

Central to all legal systems is the belief that a person is innocent unless proved otherwise.

More challenging is the problem of implementing what is called generalization.

بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه‌های (۳) و (۴) به وضوح کنار می‌روند. گزینه (۱) رد می‌شود چون معلوم نیست **the problem** دقیقاً به چه مشکلی اشاره دارد.

بخش دوم: واژگان

دستورالعمل: در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۹- گزینه «۱» گذشته برگشت‌ناپذیر است. {گذشته} طی شده (رفته) و دیگر هرگز باز نخواهد گشت، مهم نیست چه کاری انجام دهید و هر قدر هم که گریه کنید.

۱	irrevocable	غیرقابل برگشت، لغونشدنی	۲	unsurpassable	سبقت ناپذیر، چیره ناشدنی
۳	inevitable	اجتناب ناپذیر، حتمی	۴	unreliable	غیرقابل اعتماد

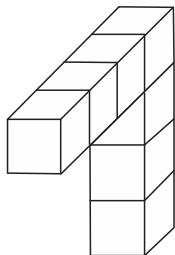
۴۰- گزینه «۲» کمپین بازاریابی آن پاتوق چنان گسترده بود که نه تنها افراد ثروتمند، بلکه افرادی با مال و منال محدود را هم جذب کرد.

۱	zeal	اشتیاق، شوق	۲	means	مال و منال، دارایی
۳	rudiments	علوم مقدماتی، چیز بدوی	۴	appeal	فرجام‌خواهی، جاذبه

بخش چهارم: تجسمی

■ راهنمایی: این بخش از آزمون استعداد، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هریک از سؤال‌های ۲۱ تا ۲۵ را به دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

۲۱- در یک مکعب به ابعاد ۴ در ۴ در ۴، چند قطعه به شکل زیر را می‌توان جانمایی کرد؟



(۱) ۸

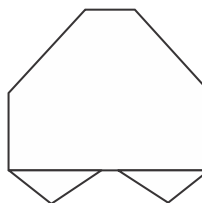
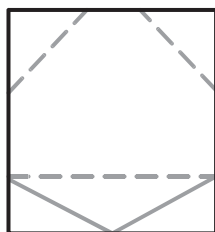
(۲) ۷

(۳) ۶

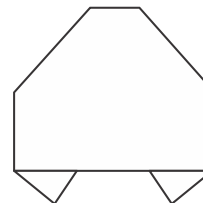
(۴) ۴

راهنمایی: در سؤال ۲۲ یک کاغذ مربع‌شکل در تصویر سمت چپ مشاهده می‌شود. اگر این کاغذ را از روی خط‌چین‌ها، رو به عقب و از روی خط‌ها، رو به جلو تا کنیم، کدام شکل حاصل می‌شود؟

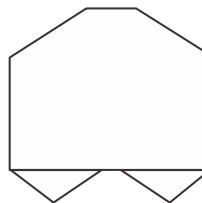
۲۲- ✎



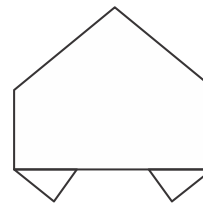
(۲)



(۱)

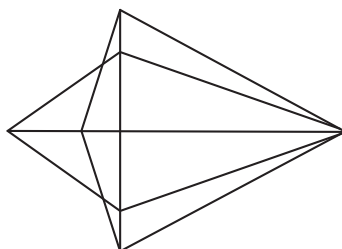


(۴)



(۳)

۲۳- در شکل زیر، مجموعاً چند مثلث دیده می‌شود؟



(۱) ۲۲

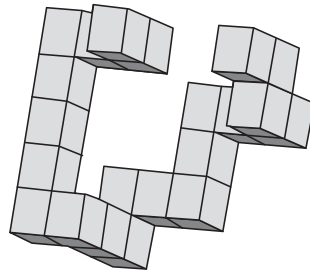
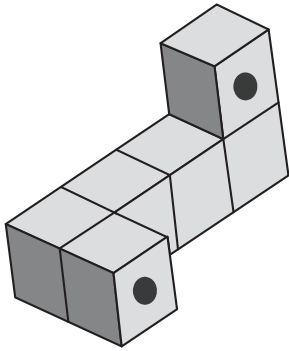
(۲) ۲۴

(۳) ۲۶

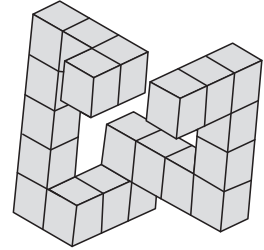
(۴) ۲۸

راهنمایی: در سؤال ۲۴، در سمت چپ، قطعه‌ای سه‌بعدی مشاهده می‌شود. کدام قطعه (موارد ۱ تا ۴) می‌تواند کنار قطعه سمت چپ قرار گیرد، به نحوی که نقاط سیاه دو قطعه، روی هم قرار گیرند؟

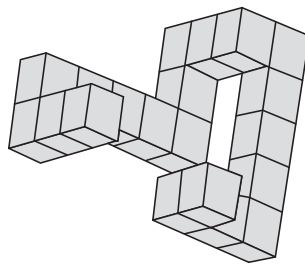
۲۴ ✍



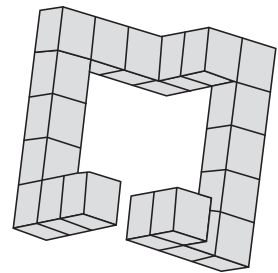
(۲)



(۱)



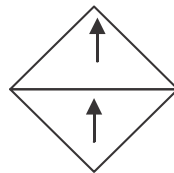
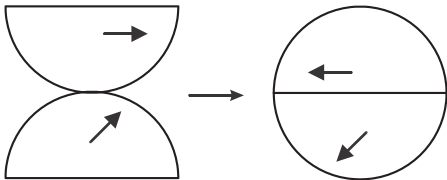
(۴)



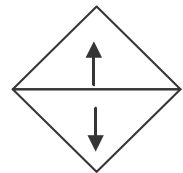
(۳)

راهنمایی: در سؤال ۲۵، هر دو الگوی سمت چپ، قرار است با روالی مشابه و یکسان به الگوی سمت راست خود تبدیل شوند. به جای علامت سؤال، کدام الگو (موارد ۱ تا ۴) باید قرار بگیرد؟

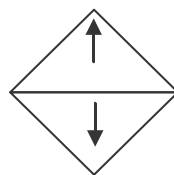
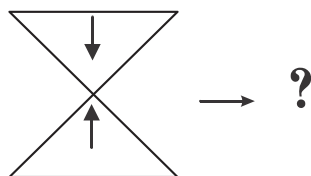
۲۵ ✍



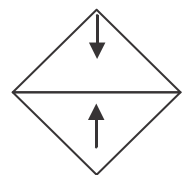
(۲)



(۱)



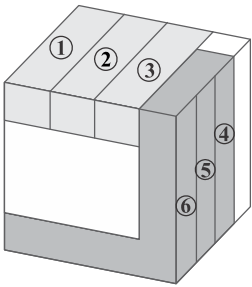
(۴)



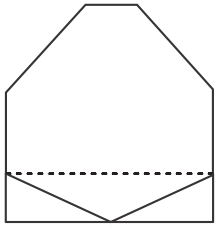
(۳)

بخش چهارم: تجسمی

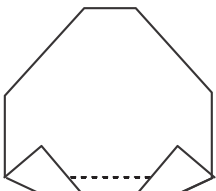
۲۱- گزینه «۳» با توجه به شکل ۶ شکل را می‌توان از مکعب استخراج کرد که ضلع دوم شکل‌های ۱ و ۲ و ۳ در پشت مکعب قرار دارند و در شکل مشخص نیستند.



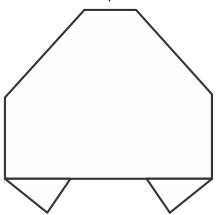
۲۲- گزینه «۱» ابتدا خط‌چین‌های بالای تصویر را اعمال می‌کنیم و به شکل روبه‌رو می‌رسیم:



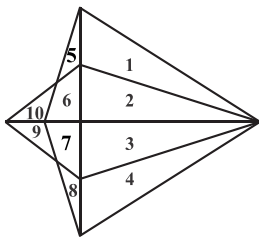
حال از روی خط‌های پایین شکل، به تصویر بعدی می‌رسیم:



و در نهایت با تا کردن تصویر از روی خط‌چین‌ها به عقب، شکل نهایی را خواهیم داشت:



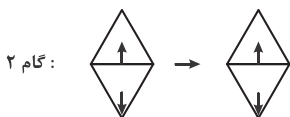
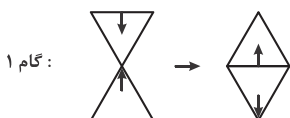
۲۳- گزینه «۲» ترکیب اشکال زیر، مثلث‌های شکل زیر را تشکیل می‌دهند.



- | | | |
|--|----------------------------|--------|
| ۱۷ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰) | ۱ و ۲ (۹) | ۱ (۱) |
| ۱۸ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱) | ۱ و ۲ و ۳ (۱۰) | ۲ (۲) |
| ۱۹ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) | ۱ و ۲ و ۳ و ۴ (۱۱) | ۳ (۳) |
| ۲۰ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳) | ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ (۱۲) | ۴ (۴) |
| ۲۱ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴) | ۲ و ۳ (۱۳) | ۵ (۵) |
| ۲۲ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵) | ۲ و ۳ و ۴ (۱۴) | ۸ (۶) |
| ۲۳ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶) | ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ (۱۵) | ۹ (۷) |
| ۲۴ (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷) | ۳ و ۴ (۱۶) | ۱۰ (۸) |

۲۴- گزینه «۴» دو نقطه‌ی سیاه موجود در شکل سمت چپ، از یک جهت به اندازه‌ی یک مکعب و از جهت دیگر به اندازه‌ی سه مکعب با یکدیگر فاصله دارند و باید به دنبال همین مشخصات در گزینه‌ها باشیم، که به گزینه (۴) می‌رسیم.

۲۵- گزینه «۱» طبق الگو، ابتدا یک دوران حول محور افقی خواهیم داشت بعد، یک دوران حول محور عمودی، در نتیجه خواهیم داشت:





سؤالات مهندسی صنایع

مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات (۱ و ۲)، تئوری احتمالات و آمار مهندسی، طراحی سیستم‌های صنعتی)

کله ۱- مدل زیر را در نظر بگیرید، که در آن به‌زای هیچ x موجهی مخرج کسر صفر نخواهد شد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min & \frac{c^T x + d}{a^T x + b} \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \\ & x \in \{0, 1\}^n \end{aligned}$$

(۱) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح است.

(۲) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل لزوماً قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط نیست.

(۳) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی است.

(۴) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط است.

کله ۲- در مورد تابع محدب f با دامنه \mathbb{R}^n ، کدام مورد صحیح است؟

(۱) f تابعی پیوسته است، لکن می‌تواند مشتق‌پذیر نباشد.

(۲) نقطه کمینه‌کننده f ، در رابطه $\nabla f(x) = 0$ صدق می‌کند.

(۳) f تنها در یک نقطه کمینه می‌شود، اگر مقدار کمینه آن متناهی باشد.

(۴) f می‌تواند در چند نقطه کمینه شود، که مجموعه این نقاط لزوماً محدب نیست.

کله ۳- در مدل‌سازی یک مسئله لازم است: شرایط زیر در مورد متغیر x رعایت شود:

$$x = a \text{ یا } b \leq x \leq c$$

کدام دسته از محدودیت‌های خطی زیر بیان‌کننده شرایط فوق هستند؟ (M یک عدد به اندازه کافی بزرگ است و $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ و $y \in \{0, 1\}$ متغیر هستند و می‌دانیم $a < b < c$)

$$\begin{array}{ll} x \leq a - My & x \leq a + My \\ x \geq a + My & x \geq a - My \\ x \geq b - M(y-1) & x \geq b + M(1-y) \quad (1) \\ x \leq c + M(y-1) & x \leq c - M(1-y) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c & x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c \quad (3) \\ y + \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1 & y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \quad (4) \end{array}$$

کله ۴- محدوده تغییرات تابع f و g روی مجموعه S به ترتیب بازه‌های $[a, b]$ و $[a', b']$ است ($a' > 0$). در مورد مقدار بهینه مسئله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min & \frac{f(x)}{g(x)} \\ \text{s.t.} & x \in S \end{aligned}$$

(۱) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{a'}$ باشد.

(۲) مقدار بهینه می‌تواند نامتناهی باشد.

(۳) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{b'}$ باشد.

(۴) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{a}{a'}$ باشد.

* در شکل زیر اطلاعات مورد نیاز و جواب بهینه یک مسئله حمل و نقل داده شده است. با توجه به این اطلاعات به سؤالات ۵ و ۶ پاسخ دهید.

	8	6	10	9	منبع ۱: 35
	10		25		
منبع ۲: 50	9	12	13	7	
45			5		
	14	9	16	5	منبع ۳: 40
	10		30		
مقصد ۱	45	مقصد ۲	20	مقصد ۳	30
			30		

کله ۵- اگر هزینه ارسال یک واحد کالا از منبع ۱ به مقصد ۱ از ۸ به ۵ واحد کاهش یابد، مقدار بهینه تابع هدف مسئله جدید کدام است؟

(۱) ۱۰۲۰

(۲) ۱۰۰۵

(۳) ۹۹۵

(۴) ۹۹۰



۶- اگر میزان عرضه منبع ۳ و تقاضای مقصد ۱ به‌طور متناسب θ واحد تغییر کند، دامنه تغییرات θ برای اینکه جواب فعلی شدنی باقی بماند، کدام است؟

$$\theta \leq 10 \quad (1) \quad \theta \geq -25 \quad (2) \quad -10 \leq \theta \leq 5 \quad (3) \quad -45 \leq \theta \leq 10 \quad (4)$$

۷- ماتریس‌های A و $B = C^T A C$ مربعی $n \times n$ هستند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر A نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه B نیز نیمه‌معین مثبت است.
- (۲) اگر B نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه A نیز نیمه‌معین مثبت است.
- (۳) با فرض آنکه C متقارن است، A نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر B نیمه‌معین مثبت باشد.
- (۴) با فرض آنکه C نیمه‌معین مثبت است، A نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر B نیمه‌معین مثبت باشد.

۸- دستگاه زیر را در نظر بگیرید. کدام مورد صحیح است؟

$$x + y - z = 2$$

$$x - 2y + z = 3$$

$$x + y + (a^2 - 5)z = a + 4$$

- (۱) به‌ازای تمام مقادیر a ، دستگاه یا جواب ندارد یا تنها یک جواب دارد.
- (۲) به‌ازای تمام مقادیر a ، دستگاه حداقل یک جواب دارد.
- (۳) اگر $a = -2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.
- (۴) اگر $a = 2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.

۹- کدام مجموعه محدب نیست؟

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x^2 + y^2 \leq z^2\} \quad (2)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x + y^2 \leq z^2\} \quad (4)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq \Delta x\} \quad (1)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z > 0 : x^2 \leq yz\} \quad (3)$$

۱۰- برای اتصال n شهر تصمیم گرفته شده است که یک شبکه ریلی فراگیر با کمترین هزینه احداث شود. c_{ij} هزینه ساخت راه‌آهن بین شهرهای i و j متغیر تصمیمی است که مقدار آن می‌گیرد. اگر شهرهای i و j به‌وسیله راه‌آهن متصل شوند، کدام محدودیت به‌ازای هر $X \subset V$ برای تکمیل مدل بهینه‌سازی متناظر این مسئله تصمیم‌گیری، لازم است؟ (V مجموعه شهرها، X یک زیرمجموعه سره از V و X' مکمل X در V است.)

$$\min \sum_{i,j \in V: i < j} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i,j \in V: i < j} x_{ij} = n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j \in V: i < j$$

$$\sum_{i,j \in X: i < j} x_{ij} \geq 2 \quad (2)$$

$$\sum_{i \in X, j \in X': i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X': i > j} x_{ij} \geq 2 \quad (4)$$

$$\sum_{i,j \in X: i < j} x_{ij} \leq |X| - 1 \quad (1)$$

$$\sum_{i \in X, j \in X': i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X': i > j} x_{ij} \leq |X| - 1 \quad (3)$$

۱۱- جدول بهینه سیمپلکس مسئله LP آزادسازی شده یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مخلوط، به‌صورت زیر است:

	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	S_1	S_2	RHS
z	۱	۲	۳۴	۰	$\frac{22}{3}$	۰	$\frac{7}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{252}{3}$
y_2	۱	۱	۷	۰	$\frac{11}{3}$	۱	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{23}{3}$
x_4	-۱	۰	-۳	۱	$-\frac{13}{3}$	۰	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{23}{3}$

که در آن y_1, y_2, y_3 و x_4 متغیرهای عدد صحیح هستند. با اضافه کردن برش گومری مناسب به جدول سیمپلکس و انجام یک تکرار از روش سیمپلکس دوگان، به کدام پایه‌شدنی می‌رسیم و آیا همچنان نیاز به تولید و افزودن برش گومری دیگری داریم؟

$$(2) \quad (y_2, x_4, x_1) = (8, 7, 1) \quad \text{بله}$$

$$(1) \quad (y_2, x_4, x_1) = \left(\frac{22}{3}, 8, \frac{1}{3}\right) \quad \text{خیر}$$

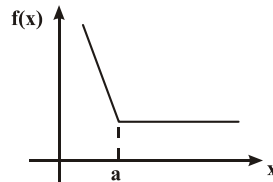
$$(4) \quad (y_2, x_4, S_2) = \left(\frac{22}{3}, 8, \frac{1}{3}\right) \quad \text{خیر}$$

$$(3) \quad (y_2, x_4, S_2) = (8, 7, 1) \quad \text{بله}$$

پاسخنامه مهندسی صنایع

مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات (۱ و ۲)، تئوری احتمالات و آمار مهندسی، طراحی سیستم‌های صنعتی)

- ۱- گزینه «۴» در حالتی که متغیر علامت به شکل $X \geq 0$ بوده و مخرج کسر همواره مثبت باشد، مسئله قابل تبدیل به یک مدل خطی می‌باشد. با توجه به اینکه در مدل داده‌شده متغیر علامت به شکل $X \in \{0, 1\}^n$ آمده است، این مدل را می‌توان به یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط تبدیل نمود.
- ۲- گزینه «۱» پیوسته بودن تابع در یک نقطه لزوماً به معنای مشتق پذیر بودن تابع در آن نقطه نمی‌باشد. برای مثال شکل زیر را در نظر بگیرید:



همان‌طور که در شکل قابل ملاحظه است، تابع در $x = a$ پیوسته می‌باشد، اما مشتق تابع در این نقطه وجود ندارد. بنابراین گزاره مطرح‌شده در گزینه (۱) صحیح بوده و در نتیجه این گزینه پاسخ سؤال می‌باشد.

۳- گزینه «۳» در صورت مسئله خواسته شده است که معادل خطی محدودیت‌های زیر را به دست آورید:

$$x = a \quad \text{یا} \quad b \leq x \leq c$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c, \quad y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \quad y \in \{0, 1\}, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0$$

$$\text{if } (y = 0) \rightarrow \begin{cases} x = \lambda_1 b + \lambda_2 c \\ 0 + \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \end{cases} \rightarrow b \leq x \leq c$$

$$\text{if } (y = 1) \rightarrow \begin{cases} x = a + \lambda_1 b + \lambda_2 c \\ 1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\lambda_1, \lambda_2 \geq 0} \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \rightarrow x = a$$

بنابراین گزینه (۳) پاسخ سؤال می‌باشد.

۴- گزینه «۴»

$$\min \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\text{s.t. } x \in S$$

$$x \in S \rightarrow a \leq f(x) \leq b, \quad a' \leq g(x) \leq b', \quad a' > 0$$

با توجه به اینکه محدودیتی روی علامت پارامتر a بیان نشده است، می‌توانیم آن را منفی نیز در نظر بگیریم. در چنین شرایطی مقدار بهینه می‌تواند برابر $\frac{a}{a'}$ باشد؛ بدین صورت که برای صورت کسر کوچک‌ترین مقدار منفی ممکن یعنی a را در نظر می‌گیریم و با توجه به مثبت بودن مخرج کسر، کمترین مقدار ممکن یعنی a' را برای آن در نظر می‌گیریم.

$$Z_{11} - C_{11} = -5 + 10 - 13 + 9 = 1 > 0$$

۵- گزینه «۲»

بنابراین متغیر X_{11} وارد پایه می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Delta Z = -(Z_{11} - C_{11})\theta$$

$$+\theta \rightarrow 25 - \theta$$

$$\uparrow \quad \quad \downarrow \quad \Rightarrow \theta = 25 \Rightarrow \Delta Z = -1 \times 25 = -25$$

$$45 - \theta \leftarrow 5 + \theta$$

$$Z_{\text{new}} = Z_{\text{old}} + \Delta Z = Z_{\text{old}} - 25$$

$$Z_{\text{old}} = 10 \times 6 + 25 \times 10 + 45 \times 9 + 5 \times 13 + 10 \times 9 + 3 \times 5 = 1020 \Rightarrow Z_{\text{new}} = 1020 - 25 = 995$$



۶- گزینه «۳»

	۱۰	۲۵	
منبع ۱			
۴۵		۵	
منبع ۲			
	۱۰		۳۰
منبع ۳			

منبع ۱
منبع ۲
افزایش θ واحد \rightarrow منبع ۳

مقصد ۴ مقصد ۳ مقصد ۲ مقصد ۱

\downarrow
افزایش θ واحد

	$10 - \theta$	$25 + \theta$	
$45 + \theta$		$5 - \theta$	
	$10 + \theta$		30

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 - \theta \geq 0 \\ 5 - \theta \geq 0 \\ 25 + \theta \geq 0 \\ 45 + \theta \geq 0 \\ 10 + \theta \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -10 \leq \theta \leq 5$$

۷- گزینه «۱» فرض کنید ماتریس A نیمه معین مثبت باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n : x^T A x \geq 0$$

اکنون وضعیت ماتریس $B = C^T A C$ را به لحاظ نیمه معین مثبت بودن یا نبودن بررسی می‌نماییم:

$$\forall y \in \mathbb{R}^n : y^T B y = y^T (C^T A C) y = y^T C^T A C y = (C y)^T A C y \Rightarrow y^T B y = (x')^T A x' \geq 0$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که ماتریس B نیز نیمه معین مثبت بوده و در نتیجه گزینه (۱) پاسخ سؤال می‌باشد.

۸- گزینه «۳»

$$a = 2 \rightarrow \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 2y + z = 3 \\ x + y - z = 6 \end{cases} \rightarrow \text{دستگاه فاقد جواب است}$$

$$a = -2 \rightarrow \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 2y + z = 3 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 2y + z = 3 \end{cases} \rightarrow \text{دستگاه بی نهایت جواب دارد}$$

۹- گزینه «۴»

$$S \Rightarrow \forall X, Y \in S, \forall 0 \leq \lambda \leq 1 \Rightarrow \lambda X + (1 - \lambda) Y \in S$$

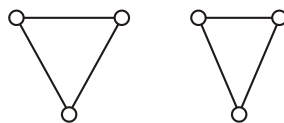
گزینه (۴) را در نظر بگیرید. نقاط $Y = (1, 0, 1)$, $X = (0, 0, 0)$ متعلق به مجموعه S تعریف شده در این گزینه می‌باشند. با فرض $\lambda = 0/5$ خواهیم داشت:

$$\lambda X + (1 - \lambda) Y = 0/5(0, 0, 0) + 0/5(1, 0, 1) = (0/5, 0, 0/5)$$

$$\begin{cases} (0/5)^2 = 0/25 \\ 0/5 + 0 = 0/5 \end{cases} \xrightarrow{0/5 > 0/25} \lambda X + (1 - \lambda) Y \notin S$$

بنابراین مجموعه S تعریف شده در گزینه (۴) محدب نبوده و در نتیجه پاسخ سؤال می‌باشد.

۱۰- گزینه «۱» فرض کنید ۶ شهر داشته باشیم. چنانچه محدودیت حذف زیر تور را به مدل اضافه نکنیم، جواب نهایی می‌تواند شکلی همانند شبکه زیر داشته باشد:



همان‌طور که در شکل فوق قابل ملاحظه است، ارتباط میان تمامی گره‌ها برقرار نشده است. بنابراین برای تکمیل مدل بهینه‌سازی داده‌شده نیاز به افزودن

$$\sum_{i,j \in X: i < j} x_{ij} \leq |X| - 1$$

محدودیت حذف زیر تور داریم. رابطه این محدودیت به شرح مقابل می‌باشد:



سؤالات مهندسی صنایع

تحقیق در عملیات (۱ و ۲) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی

۱- اگر $AB = \circ$ و A و B هر دو ماتریس‌های مربعی باشند، کدام یک از روابط زیر همواره صحیح است؟

$$\det(A+B) = \det(A) \quad (۲) \qquad \det(A-B) = \det(A) \quad (۱)$$

$$\det(A+B)^2 = \det(A-B)^2 \quad (۴) \qquad \det(A+B) = \det(A-B) \quad (۳)$$

۲- فرض کنید A و B ماتریس‌های 2×2 باشند که دارای دترمینان و اثر (جمع عناصر قطری) یکسان هستند. کدام گزاره همواره صحیح است؟

$$b_{11} = a_{11} \text{ اگر } B = A \quad (۲) \qquad B = \alpha A \text{ به ازای همه } \alpha \text{ های حقیقی} \quad (۱)$$

$$B = \alpha A \text{ به ازای یک عدد حقیقی } \alpha \text{ که لزوماً یک نیست.} \quad (۴) \qquad A \text{ و } B \text{ می‌توانند یکسان یا متفاوت باشند.} \quad (۳)$$

۳- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، محدب است؟

$$\text{بازه } [0, 1] \quad \text{مجموعه اعداد گویا در بازه } [0, 1] \quad \text{مجموعه اعداد گنگ در بازه } [0, 1]$$

$$\text{صفر} \quad (۱) \qquad ۱ \quad (۲) \qquad ۲ \quad (۳) \qquad ۳ \quad (۴)$$

۴- توابع f و g به شکل زیر تعریف شده‌اند:

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f(x), g(x), \ln(f(x)g(x))$$

چه تعداد از توابع مقابل، روی $x > 0$ مقعر هستند؟

$$\text{صفر} \quad (۱) \qquad ۱ \quad (۲) \qquad ۲ \quad (۳) \qquad ۳ \quad (۴)$$

۵- فرض کنید پارامترهای $a \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و $b \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ دارای توزیع نرمال و از هم مستقل باشند و c ثابت باشد. برای چه مقادیری از

$$\Pr(ax+by \leq c) \geq \delta \quad \delta \leq 0, \text{ محدودیت تصادفی مقابل را می‌توان به یک محدودیت محدب تبدیل نمود؟}$$

$$\delta \geq \frac{1}{2} \quad (۱) \qquad \delta \leq \frac{1}{2} \quad (۲) \qquad 0 \leq \delta \leq 1 \quad (۳) \qquad \delta \text{ هیچ مقداری از } \delta \quad (۴)$$

۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر، در استفاده از شرایط KKT برقرار است؟ (فرض کنید توابع مورد استفاده در بهینه‌سازی همه مشتق‌پذیر هستند و مسئله بهینه‌سازی دارای جواب بهینه است.)

مسئله بهینه‌سازی دارای جواب بهینه است.

- در بهینه‌سازی محدب، اولین نقطه‌ای که در شرایط KKT صدق کند، بهینه سراسری است.

- در بهینه‌سازی، ممکن است نتوان جواب بهینه را با استفاده از شرایط KKT به دست آورد.

- در بهینه‌سازی محدب با استفاده از شرایط KKT ، حتماً جواب بهینه را می‌توان یافت.

$$\text{صفر} \quad (۱) \qquad ۱ \quad (۲) \qquad ۲ \quad (۳) \qquad ۳ \quad (۴)$$

۷- می‌خواهیم نقطه‌ای را بیابیم که در محدودیت‌های زیر صدق می‌کند و فاصله منتهن آن تا نقطه $\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)^T$ کمینه شود. برای حل این

مسئله با برنامه‌ریزی خطی، به چه تعداد متغیر و محدودیت جدید نیاز داریم؟ (فاصله منتهن بین دو نقطه x و y به صورت $\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$ تعریف می‌شود.)

$$Ax \leq b, \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

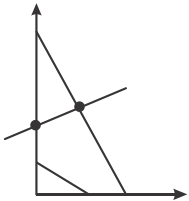
$$۴n \quad (۴) \qquad ۳n \quad (۳) \qquad ۲n \quad (۲) \qquad n \quad (۱)$$



۸- جواب بهینه مدل زیر، $s_p = 10$ و $x_p = 20$ است (سایر متغیرها صفر هستند). در صورت تغییر 20 به $20 + \delta$ ، کدام ناحیه شامل مقادیری از δ است که می‌تواند باعث تغییر در پایه بهینه شود؟

$$\begin{aligned} \max z &= -5x_1 + 5x_2 + 13x_3 & (1) \quad [0, 2/5] \\ \text{s.t.} \quad -x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 20 & (2) \quad [-10, 0] \\ 12x_1 + 4x_2 + 10x_3 &\leq 90 & (3) \quad [-5, 2] \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 & (4) \quad [-5, 5] \end{aligned}$$

۹- اگر منطقه موجه یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر، به گونه‌ای که فضای موجه آن پاره‌خط بین دو نقطه مشخص شده در شکل باشد، برای بیان مسئله به فرم استاندارد برنامه‌ریزی خطی، چه تعداد متغیر اصلی و کمکی نیاز است؟



- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

۱۰- در مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر، اگر محدودیت دوم حذف شود، مقدار بهینه مسئله چه تغییری می‌کند؟

$$\begin{aligned} \min z &= 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad x_1 + x_2 &= 15 & (1) \text{ مسئله بی‌کران می‌شود.} \\ x_3 + x_4 &= 25 & (2) \text{ مقدار بهینه تغییری نمی‌کند.} \\ x_1 + x_3 &= 27 & (3) \text{ مقدار بهینه ممکن است بدتر شود.} \\ x_2 + x_4 &= 13 & (4) \text{ مقدار بهینه ممکن است بهتر شود.} \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

۱۱- مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. B دارای معکوس است. تابع هدف، کدام است؟

$$\begin{aligned} \min z &= c_B^T x_B + c_N^T x_N \\ \text{s.t.} \quad Bx_B + Nx_N &= b \\ x_B, x_N &\geq 0 \end{aligned}$$

- (۱) $c_B^T B^{-1} x_B + c_N^T B^{-1} N x_N$
- (۲) $c_B^T B^{-1} b + (c_B^T B^{-1} N - c_N^T) x_N$
- (۳) $c_B^T B^{-1} b + c_N^T B^{-1} N x_N$
- (۴) $c_B^T B^{-1} b + (c_N^T - c_B^T B^{-1} N) x_N$

۱۲- برای حل مدل زیر با استفاده از الگوریتم سیمپلکس، حداقل به چه تعداد متغیر جدید نیاز است؟

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{i=1}^n a_i |x_i| \\ \text{s.t.} \quad Ax &= b \end{aligned}$$

- ۲n (۱)
- ۳n (۲)
- ۴n (۳)
- ۵n (۴)

۱۳- در حل مدل زیر با استفاده از سیمپلکس دوگان در یک تکرار، مقدار تابع هدف چه میزان افزایش می‌یابد؟

$$\begin{aligned} \min z &= 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \\ \text{s.t.} \quad 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + x_4 &\geq 5 & (1) \quad 4 \\ 8x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 4x_4 &\geq 8 & (2) \quad 2 \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 + 4x_4 &\geq 4 & (3) \quad -2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 & (4) \quad -4 \end{aligned}$$

۱۴- برای حل کامل مدل زیر به وسیله روش شاخه و کران، به غیر از ریشه درخت، به چند گره نیاز است؟

$$\begin{aligned} \max z &= 15x_1 + 12x_2 + 4x_3 + 2x_4 \\ \text{s.t.} \quad 8x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 &\leq 10 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

پاسخنامه مهندسی صنایع

تحقیق در عملیات (۱ و ۲) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی

۱- گزینه «۴» از آنجا که $AB = 0$ است در صورتی که هر دو ماتریس نامنفرد نباشند یکی از آن‌ها باید صفر باشد به‌طور مثال فرض کنید $B = I$ و $A = 0$ ، با این مثال گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) رد می‌شوند و گزینه (۴) باقی می‌ماند.

در صورتی که هر دو غیرصفر باشند، هر دو منفرد هستند (معکوس‌ناپذیر با دترمینان صفر)، زیرا اگر v یک ستون غیرصفر از B باشد چون $AB = 0$ باید $Av = 0$ باشد در نتیجه A باید منفرد باشد (چون $v \neq 0$ است). اگر $AB = 0 \Rightarrow B^T A^T = 0$ و مشابهاً B^T باید منفرد باشد، در نتیجه رتبه هر دو ماتریس A و B کمتر از n است ($r < n$). چون رتبه ماتریس B برابر با r است فضای تصویر B ($\text{image}(B)$) دارای بعد r است و با تعداد r بردار r بعدی می‌توانیم یک پایه برای آن بسازیم. این پایه را با افزودن صفر به انتهای هر پایه، n بعدی می‌کنیم و سپس آن را به یک پایه برای R^n گسترش می‌دهیم (فرض کنید $\{v_1, \dots, v_r, \dots, v_n\}$ پایه موردنظر باشد) اگر y یک بردار دلخواه باشد $By = \sum_{i=1}^r \alpha_i v_i$ و از آنجا که y دلخواه است باید سطرهای $r+1$ تا n از B صفر باشد یعنی B یک ماتریس بلوکی به‌صورت زیر است:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 \in M_{r \times r}, \quad B_2 \in M_{r \times (n-r)}$$

از آنجا که $AB = 0$ است، مجموعه تصویر B ($\text{image}(B)$) زیرمجموعه $\ker(A)$ است. اگر y یک بردار باشد و By تصویر آن باشد $A(By) = ABy = 0$ در نتیجه $By \in \ker(A)$ است. در نتیجه پایه $\{v_1, \dots, v_n\}$ در کرنل A قرار دارد و در نتیجه داریم $Av_i = 0$. چون v_i ها بردارهایی هستند که r درایه اول آن‌ها حداقل یکی غیرصفر است، باید r ستون اول A صفر باشد. یعنی بتوانیم A را به‌صورت بلوکی زیر بنویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad A_1 \in M_{r \times (n-r)}, \quad A_2 \in M_{(n-r) \times (n-r)}$$

$$A \pm B = \begin{bmatrix} \pm B_1 & A_1 \pm B_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A \pm B) = \pm \det(B_1 A_2)$$

با مقایسه $A \pm B$ براساس این ماتریس‌های بلوکی داریم:

$$\det(A+B)^2 = \det(A-B)^2$$

بنابراین داریم:

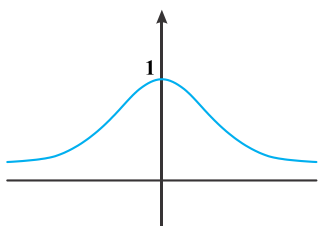
۲- گزینه «۳» منظور از اثر ماتریس جمع درایه‌های روی قطر اصلی و منظور از دترمینان در ماتریس 2×2 حاصل $ad - bc$ است. اگر دو ماتریس بالامتلی (U) و پایین‌متلی (L) زیر را در نظر بگیریم علیرغم آنکه دترمینان و اثر برابر دارند، دو ماتریس لزوماً برابر نیستند.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۳- گزینه «۲» منظور از تحدب یک مجموعه مثل E این است که اگر $x_1, x_2 \in E$ باشد، ترکیب محدب آن‌ها یعنی $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in E$ و $0 \leq \lambda \leq 1$. چون λ می‌تواند گویا یا اصم باشد جمع عبارت $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ می‌تواند گویا یا اصم باشد بنابراین فقط مجموعه بازه $[0, 1]$ محدب است و تعداد مجموعه‌های محدب یک است که در گزینه (۲) به آن اشاره شده است.

۴- گزینه «۳» سه تابع مورد بررسی سؤال به صورت زیر است:

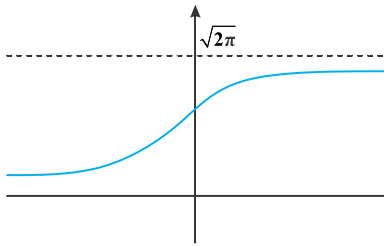
الف) $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$: تابع گاوسی (تابع توزیع احتمال نرمال استاندارد $(N(0, 1))$ دارای فرمول $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ است، بنابراین شکل f مشابه با آن و به صورت



زیر است:
در شکل مشخص است که تابع به ازای $|x| \geq 1$ محدب و در باقی نقاط مقعر است، بنابراین در $x > 0$ مقعر نیست. برای اثبات ریاضی آن کافی است مشتق دوم آن را محاسبه کرده و نشان دهیم در این بازه همواره منفی نمی‌باشد.

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad f'(x) = -xe^{-\frac{x^2}{2}}, \quad f''(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

و علامت $f''(x)$ تابع علامت $x^2 - 1$ است یعنی به ازای $|x| < 1$ منفی و به ازای $|x| > 1$ مثبت است.



ب) $g(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$ با استدلال مشابه با الف، این تابع ضربی از تابع توزیع تجمعی نرمال

استاندارد (CDF) است و شکل آن به صورت زیر می‌باشد:

طبق شکل تابع به ازای $x > 0$ مقعر است. برای اثبات ریاضی کافی است مشتق دوم $g(x)$ را حساب

$$g'(x) = f(x) \quad , \quad g''(x) = f'(x) = -xe^{-\frac{x^2}{2}}$$

کنیم. داریم:

بنابراین علامت $g''(x)$ عکس علامت x است یعنی به ازای $x > 0$ تابع $g''(x) < 0$ و به ازای $x < 0$ تابع $g''(x) > 0$ است.

ج) تابع $h(x) = \ln(f(x)g(x))$: تابع \ln در صورتی که آرگومان آن (یعنی $f(x)g(x)$) همواره صعودی باشد مقعر است، زیرا مشتق دوم آن $-\frac{1}{x^2}$

همواره منفی است ولی در مورد تابع fg همواره یکنوا نیست و نمی‌توانیم نتیجه‌گیری مستقیمی داشته باشیم. برای محاسبه مشتق دوم آن به این صورت

عمل می‌کنیم:

$$h(x) = \ln(fg) = \ln f + \ln g$$

$$h' = \frac{f'}{f} + \frac{g'}{g} \quad , \quad h'' = \frac{f''f - (f')^2}{f^2} + \frac{g''g - (g')^2}{g^2}$$

$$h''(x) = \frac{(x^2-1)e^{-x^2} - x^2e^{-x^2}}{e^{-x^2}} + \frac{-xe^{-\frac{x^2}{2}}g(x) - e^{-x^2}}{g^2(x)} = -1 - \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}(e^{-\frac{x^2}{2}} + xg(x))}{g(x)^2}$$

با جایگذاری مقادیر f'' ، f' ، g' ، g'' و f داریم:

و مقدار $h''(x)$ به ازای x های مثبت همواره منفی است. بنابراین تابع $h(x)$ در $x > 0$ مقعر است در نتیجه گزینه‌های (ب) و (ج) هر دو مقعر هستند که در گزینه (۳) به آن اشاره شده است.

۵- گزینه «۱» این سؤال برگرفته از فصل چهارم کتاب بهینه‌سازی محدب بوید و جواب آن $\delta \geq \frac{1}{\rho}$ است. اثبات برای یک متغیر با توزیع نرمال بیان می‌شود

و از آنجا که مجموع دو متغیر نرمال (با هر ضربی از دو متغیر نرمال) نرمال است اثبات قابل قبول است.

فرض کنید محدودیت به فرم $\Pr(ax \leq b) \geq \eta$ و $a \sim N(\bar{a}, \Sigma)$ باشد که a یک بردار \bar{a} نیز بردار میانگین‌ها و Σ بردار واریانس‌ها هستند می‌دانیم $ax \sim N(\bar{a}x, x^T \Sigma x)$

نیز دارای توزیع نرمال است:

$$\Pr(ax \leq b) = \Pr\left(z = \frac{ax - \bar{a}x}{\sqrt{x^T \Sigma x}} \leq \frac{b - \bar{a}x}{\sqrt{x^T \Sigma x}}\right) = \Phi\left(\frac{b - \bar{a}x}{\sqrt{x^T \Sigma x}}\right)$$

اگر Φ تابع توزیع تجمعی تابع نرمال استاندارد باشد:

$$\Pr(ax \leq b) \geq \eta \quad \text{معادل با} \quad \Phi\left(\frac{b - \bar{a}x}{\sqrt{x^T \Sigma x}}\right) \geq \eta \quad \text{است. با استفاده از معکوس تابع} \Phi \quad \text{یعنی تابع} \Phi^{-1} \quad \text{داریم:}$$

$$\Phi^{-1}(\eta) \leq \frac{b - \bar{a}x}{\sqrt{x^T \Sigma x}} \Rightarrow \bar{a}x + \Phi^{-1}(\eta) \sqrt{x^T \Sigma x} \leq b$$

محدودیت فوق یک محدودیت مخروطی مرتبه دوم است اگر $\Phi^{-1}(\eta) \geq 0$ باشد در این صورت یک محدودیت محدب است و می‌دانیم $\Phi^{-1}(\eta) \geq 0$ است

اگر $\eta \geq \frac{1}{\rho}$ باشد.



۶- گزینه «۳» گزاره اول: در بهینه‌سازی محدب، اولین نقطه‌ای که در شرایط KKT صدق کند بهینه سراسری است. در بهینه‌سازی محدب جواب بهینه موضعی، جواب بهینه سراسری است. همچنین اگر نقطه‌ای وجود داشته باشد که در شرایط KKT صدق کند جواب بهینه است، بنابراین این گزاره صحیح است. گزاره دوم: در بهینه‌سازی، ممکن است نتوان جواب بهینه را با استفاده از شرایط KKT به دست آورد، این گزاره صحیح است. به طور مثال مسئله بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min x \\ x^2 \leq 0$$

هیچ نقطه‌ای شرایط KKT را ندارد ولی نقطه صفر بهینه است. در واقع اگرچه شرایط KKT برای بهینگی کافی است ولی لازم نیست. اگر مشتقات مرتبه اول و دوم موجود و مسئله Regular باشد (یا به طور معادل شرط Slater برقرار باشد) مسئله نقطه درونی داشته باشد) شرایط KKT لازم و کافی است، بنابراین این گزاره صحیح است.

گزاره سوم: در بهینه‌سازی محدب، با استفاده از شرایط KKT حتماً جواب بهینه را می‌توان یافت. در مثال بالا نشان دادیم که شرایط KKT شرایط کافی است و همیشه شرایط لازم نیست.

بنابراین گزاره‌های اول و دوم یعنی گزینه (۳) صحیح است.

سازمان سنجش گزینه (۲) را به عنوان پاسخ صحیح اعلام کرده است، اما با توجه به توضیحات فوق گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

۷- گزینه «۳» مسئله به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\min \sum_{i=1}^n |x_i - \frac{1}{n}| \\ Ax \leq b \\ \sum x_i = 1 \\ x_i \geq 0$$

اما از آنجا که قدرمطلق استفاده شده است مسئله خطی نیست. برای تبدیل این مسئله به مسئله خطی، هر قدرمطلق با استفاده از دو متغیر نامنفی به صورت

$$|x_i - \frac{1}{n}| = u_i + v_i, \quad u_i, v_i \geq 0 \quad x_i - \frac{1}{n} = u_i - v_i$$

مقابل خطی می‌شود:

بنابراین به ازای هر متغیر x_i ، دو متغیر u_i و v_i اضافه می‌شود و یک محدودیت $x_i - \frac{1}{n} = u_i - v_i$ تابع هدف نیز به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\min \sum (u_i + v_i)$$

بنابراین بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوط به نامنفی بودن u_i و v_i ها، n محدودیت و $2n$ متغیر لازم داریم (جمعاً $3n$) که در گزینه (۳) بیان شده است.

۸- گزینه «۴» با توجه به اینکه $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ در پایه هستند ماتریس B شامل ستون ضرایب مربوط به x_1 و x_2 در محدودیت‌ها را ایجاد می‌کنیم:

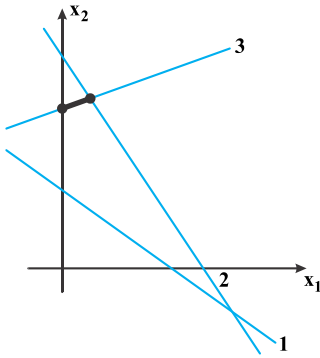
$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{b}_{\text{new}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 + \delta \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + \delta \\ 1 - 4\delta \end{bmatrix} \quad \text{داریم: } b_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 2 + \delta \\ 9 \end{bmatrix} \text{ به } b = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ با تغییر بردار سمت راست}$$

مادامی که $\bar{b}_{\text{new}} \geq 0$ باشد پایه تغییری نمی‌کند یعنی داریم:

$$\delta \in [-2, 2/5]$$

همه گزینه‌ها به جز گزینه (۴) در این بازه قرار دارند؛ بنابراین گزینه (۴) می‌تواند باعث تغییر پایه شود.



۹- گزینه «۱» با توجه به شکل ترسیمی که به صورت روبه‌رو است، محدودیت‌های ۱ و ۲ به فرم نامساوی و محدودیت ۳ به فرم تساوی است. برای تبدیل این محدودیت‌ها به فرم استاندارد (یعنی فقط محدودیت‌ها به صورت تساوی باشند) نیاز به دو متغیر کمکی برای تبدیل محدودیت‌های ۱ و ۲ به تساوی داریم. x_1 و x_2 نیز دو متغیر اصلی مسئله است بنابراین به دو متغیر اصلی و دو متغیر کمکی نیاز داریم که در گزینه (۱) بیان شده است.

۱۰- گزینه «۲» از آنجا که محدودیت دوم از جمع محدودیت‌های سوم و چهارم منهای محدودیت اول حاصل می‌شود، این محدودیت زائد است و حذف آن تغییری در فضای شدنی و جواب بهینه ایجاد نمی‌کند.

۱۱- گزینه «۴» از آنجا که B معکوس دارد با محاسبه B^{-1} و ضرب آن در محدودیت‌ها داریم:

$$Bx_B + Nx_N = b \Rightarrow B^{-1}Bx_B + B^{-1}Nx_N = B^{-1}b \Rightarrow x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N$$

$$z = c_B^T x_B + c_N^T x_N = c_B^T (B^{-1}b - B^{-1}Nx_N) + c_N^T x_N = c_B^T B^{-1}b + (c_N^T - c_B^T B^{-1}N)x_N$$

۱۲- گزینه «۱» برای حل مدل توسط روش سیمپلکس باید مدل خطی شود بنابراین لازم است قدرمطلق‌ها با استفاده از دو متغیر به صورت زیر خطی شود:
 $|x_i| = u_i + v_i$, $x_i = u_i - v_i$

و مدل به صورت زیر بازنویسی شود:

$$\max z = \sum a_i (u_i + v_i)$$

$$A(u_i - v_i) = b$$

$$u_i, v_i \geq 0$$

بنابراین به‌ازای هر متغیر به دو متغیر جدید و در مجموع به $2n$ متغیر نیاز داریم.

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	
Z	۷	۲	۵	۴	۰	۰	۰	۰
s_1	-۲	-۴	-۷	-۱	۱	۰	۰	-۵
$\leftarrow s_2$	-۸	-۴	-۶	-۴	۰	۱	۰	-۸
s_3	-۳	-۸	-۱	-۴	۰	۰	۱	-۴

۱۳- گزینه «۱» در روش سیمپلکس دوگان اولیه نشدنی (سمت راست‌ها شامل مقادیر منفی) و دوگان شدنی است (ضرایب تابع هدف در جدول همه مثبت هستند). برای حل آن لازم است منفی‌ترین مقدار سمت راست به‌عنوان خروجی انتخاب شود و متغیر با کمترین قدرمطلق نسبت ضریب تابع هدف به ضریب محدودیت در جدول به‌عنوان ورودی به پایه انتخاب می‌شود (متغیر s_2 به‌عنوان خروجی از پایه و متغیر x_2 به‌عنوان ورودی به پایه انتخاب می‌شود).

میزان تغییر تابع هدف با کم کردن نصف ردیف دوم محدودیت‌ها از ردیف تابع هدف برابر با $4 = 8 \times \frac{1}{2} + 0$ حاصل می‌شود یعنی داریم:

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	
Z	۳	۰	۲	۲	۰	$\frac{1}{2}$	۰	۴
s_1	۶	۰	-۱	۲	۱	-۱	۰	۳
x_2	۲	۱	$\frac{3}{2}$	۱	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	۲
s_3	۱۳	۰	۱۱	۴	۰	-۲	۱	۱۲

همان‌گونه که می‌بینیم جواب حاصل بهینه است، زیرا هم اولیه و هم ثانویه شدنی هستند، بنابراین جواب صحیح گزینه (۱) (با مقدار تغییر ۴ واحد) است.