



# مدرس‌ان شریف

## فصل اول

### «بررسی مفاهیم اولیه و خواص مواد خالص»

#### درسنامه (۱): تعاریف و مفاهیم اولیه

#### ترمودینامیک

**علم ترمودینامیک:** ترمودینامیک از دو کلمه **ترمو** به معنی گرما و **دینامیک** به معنی پویایی تشکیل شده است. ترمودینامیک با تبدیل گرما به قدرت سروکار دارد البته در حالت کلی می‌توان گفت که این علم به تبدیل انواع انرژی (اعم از کار و گرما) به یکدیگر و ارتباط بین خواص اجسام می‌پردازد و دربرگیرنده قواعد و قوانین تغییر و تحولات گرمایی است. با استفاده از ترمودینامیک می‌توان مقدار کلی انرژی تبادل یافته، حالت تعادل (میزان تبدیل حداکثر و غلظت‌های تعادلی فازها) و دمای تعادل را تعیین نمود. زمان در ترمودینامیک مطرح نمی‌شود؛ بنابراین بدون علم انتقال گرما نمی‌توان سرعت و شدت انجام فرایند را تعیین نمود. ترمودینامیک از نظر نوع دیدگاه به دو شاخه **ترمودینامیک کلاسیک** و **ترمودینامیک آماری** تقسیم می‌شود.

در **ترمودینامیک کلاسیک** سیستم از دیدگاه میکروسکوپی بررسی می‌شود و نیازی به اطلاع از رفتار ذرات نیست. ترمودینامیک کلاسیک با رفتار کلی سروکار دارد و در آن اثرات کلی یا متوسط ذرات در نظر گرفته شده و از آن بحث می‌شود. این دیدگاه کاملاً تجربی است ولی می‌توان از نتایج حاصل از ترمودینامیک آماری استفاده کرد و موارد مربوطه را به دست آورد. ترمودینامیک کلاسیک نمی‌تواند مکانیسم فرایندها را در مقیاس مولکولی مورد بحث قرار دهد.

در **ترمودینامیک آماری** سیستم از دیدگاه میکروسکوپی و در مقیاس مولکولی بررسی می‌شود. ترمودینامیک آماری مستقیماً با ساختار ماده سروکار دارد و به بررسی سیستم‌هایی با تعداد ذرات بسیار بالا می‌پردازد. هدف اصلی ترمودینامیک آماری، محاسبه خواص میکروسکوپی با استفاده از اطلاعات میکروسکوپی است. نقطه قوت این دیدگاه به تفسیر نتایج مربوط می‌شود و نقطه ضعف آن تعداد متغیرهای بسیار زیاد آن است. وقتی با سیستم‌هایی سروکار داریم که در آن‌ها مسیر آزاد متوسط مولکول‌ها در مقیاس با ابعاد سیستم بزرگ است، دیدگاه میکروسکوپی بسیار مفید است. توجه داشته باشید که اگر بتوان مسئله‌ای را با هر دو دیدگاه حل کرد نتایج نهایی یکسان خواهند بود.

**مثال ۱:** در ترمودینامیک کلاسیک کدام یک از روش‌های زیر استفاده می‌شود؟

- (۱) روش میکروسکوپی      (۲) روش میکروسکوپی      (۳) روش آماری      (۴) هر سه روش

**پاسخ:** گزینه «۱» ترمودینامیک کلاسیک برپایه اندازه‌گیری‌های میکروسکوپی قرار دارد. روش‌های میکروسکوپی و آماری در ترمودینامیک آماری مورد بحث قرار می‌گیرند.

**مثال ۲:** کدام یک از جملات زیر در مورد علم ترمودینامیک کاملاً صحیح است؟

- (۱) با استفاده از ترمودینامیک می‌توان مقدار کار و انتقال حرارت را در فرایندهای مختلف تعیین نمود.  
 (۲) با استفاده از ترمودینامیک می‌توان مقدار حرارت واکنش‌ها و وضعیت غیرتعادلی فازها را تعیین نمود.  
 (۳) با استفاده از ترمودینامیک می‌توان سرعت انتقال اجزاء مختلف شیمیایی بین فازها را تعیین نمود.  
 (۴) با استفاده از ترمودینامیک می‌توان مقدار حرارت واکنش‌ها و مکانیسم انجام آن‌ها را تعیین نمود.

**پاسخ:** گزینه «۱» با استفاده از ترمودینامیک می‌توان مقدار کلی انرژی تبادل یافته، حالت تعادل (میزان تبدیل حداکثر و غلظت‌های تعادلی فازها) و دمای تعادل را تعیین نمود. زمان در ترمودینامیک مطرح نمی‌شود؛ بنابراین بدون علم انتقال گرما نمی‌توان سرعت و شدت انجام فرایند را تعیین نمود. ترمودینامیک کلاسیک نمی‌تواند مکانیسم فرایندها را در مقیاس مولکولی مورد بحث قرار دهد؛ بنابراین گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست هستند.



قوانین ترمودینامیک: ترمودینامیک دارای چهار قانون است:

قانون صفرم ترمودینامیک: تعریف دما، اساس ساخت دماسنج‌ها

قانون اول ترمودینامیک: قانون بقای انرژی، تعریف انرژی (گرما و کار)

قانون دوم ترمودینامیک: تعریف آنتروپی، تعیین جهت فرایندها، تعیین تغییرات آنتروپی

قانون سوم ترمودینامیک: تعیین مقدار عددی آنتروپی، عدم رسیدن به دمای صفر مطلق

< توجه: برای حل مسائل مطرح‌شده در آزمون‌ها، استفاده از قوانین اول و دوم کفایت می‌کند و قانون صفرم هم در حد تعریف لازم است.

## یادآوری تبدیل واحدها

بعد را یک متغیر فیزیکی در نظر می‌گیریم که ماهیت یا رفتار سیستم را مشخص می‌کند، مثل دما، فشار و ... . تعداد ابعاد مربوط به یک سیستم نامحدود است ولی اکثر آن‌ها مستقل از هم نیستند. واحد را به‌صورت یک کمیت مشخص جهت ارزیابی و مقایسه ابعاد مشابه سیستم‌های مختلف در نظر می‌گیریم بنابراین به‌صورت قراردادی تعیین می‌شوند. سه بعد اصلی عبارتند از: طول، جرم و زمان. نیرو را هم به‌عنوان بعد چهارم در نظر می‌گیریم. دستگاه‌های آحاد متداول عبارتند از: SI، cgs و انگلیسی

### الف) سیستم SI

| طول     | جرم          | زمان      |      |
|---------|--------------|-----------|------|
| L       | M            | T         | بعد  |
| متر (m) | کیلوگرم (kg) | ثانیه (s) | واحد |

واحد نیرو نیوتن است و عبارت است از نیرویی که به جرم یک کیلوگرم شتابی برابر  $1 \frac{m}{s^2}$  می‌دهد.

### ب) سیستم cgs

| طول            | جرم     | زمان      |      |
|----------------|---------|-----------|------|
| L              | M       | T         | بعد  |
| سانتی‌متر (cm) | گرم (g) | ثانیه (s) | واحد |

واحد نیرو دین است و عبارت است از نیرویی که به جرم یک گرم شتابی برابر  $1 \frac{m}{s^2}$  می‌دهد.

### ج) سیستم انگلیسی

| طول      | جرم          | زمان      |      |
|----------|--------------|-----------|------|
| L        | M            | T         | بعد  |
| فوت (ft) | اسلاگ (slug) | ثانیه (s) | واحد |

اسلاگ جرمی است که با نیروی یک پوند دارای شتابی به اندازه  $1 \frac{ft}{s^2}$  می‌شود.

واحد نیرو پوند نیرو (lbf) است و نیرویی است که به جرم یک پوند شتاب  $\frac{ft}{s^2}$  می‌دهد.

برخی از ضرایب تبدیل واحدهای مهم در زیر آورده شده است:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ dyne} = 10^{-5} \text{ N}$$

$$1 \text{ cal} = 4.187 \text{ J}$$

$$1 \text{ hp} = 745 \text{ W}$$

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ ft lbf} = 1.356 \text{ J}$$

$$1 \text{ BTU} = 1055 \text{ J}$$

$$1 \text{ lb}_m = 454 \text{ g}$$

< توجه: شتاب ثقل استاندارد در سیستم SI،  $9.81 \frac{m}{s^2}$  و در سیستم انگلیسی  $\frac{ft}{s^2}$  است.

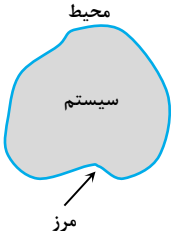


$$F = ma$$

توجه:  $g_c$  یک ثابت ابعادی است و مقدار آن به این صورت مشخص می‌شود:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow g_c = 1 \frac{\text{N}}{\text{kg m}} \quad , \quad 1 \text{ lb}_f = 1 \text{ lb}_m \times 32.174 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \Rightarrow g_c = 32.174 \frac{\text{lb}_m \cdot \text{ft}}{\text{lb}_f \cdot \text{s}^2}$$

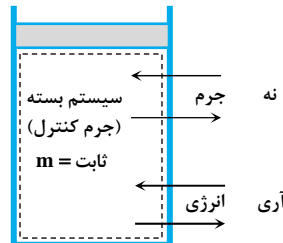
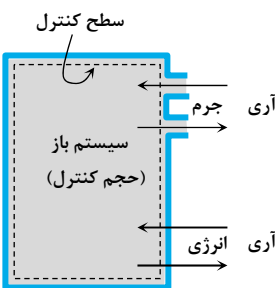
### سیستم



**سیستم:** هر آن چیزی است که می‌خواهیم مطالعه کنیم، کمیتی از ماده یا ناحیه‌ای از فضا. ترکیب ماده داخل سیستم می‌تواند ثابت باشد یا در اثر واکنش‌های شیمیایی یا هسته‌ای تغییر کند. سیستم ممکن است خلأ باشد. شکل سیستم می‌تواند ثابت یا متغیر باشد. همچنین سیستم می‌تواند ثابت یا متحرک باشد.

**محیط:** هر چیزی خارج از سیستم را به‌عنوان محیط در نظر می‌گیریم. سیستم و محیط توسط یک سطح حقیقی یا مجازی که مرز نامیده می‌شود، از هم جدا می‌شوند. مرز سیستم نه جرم دارد و نه فضا اشغال می‌کند و ضخامتش صفر است. مرز سیستم می‌تواند ثابت یا متحرک باشد.

**سیستم باز (حجم کنترل):** سیستم باز، سیستمی است که در آن هم جرم و هم انرژی می‌توانند از مرزهای انتخاب‌شده عبور کنند.



**سیستم بسته (جرم کنترل):** سیستم بسته، سیستمی است که در آن هیچ جرمی مرزهای سیستم را قطع نمی‌کند ولی انرژی می‌تواند از مرزهای سیستم عبور کند.

**سیستم منزوی (ایزوله):** سیستم منزوی سیستمی است که در آن نه جرم و نه انرژی نمی‌توانند از مرزهای سیستم عبور کنند.

توجه: لزومی به ثابت بودن حجم سیستم بسته نیست ولی جرمش همواره ثابت است و با محیط تبادل جرمی ندارد.

سیستم باز اغلب وسیله‌ای است که با جریان جرم سروکار دارد، مثل توربین، کمپرسور، نازل و ...

تفاوت سیستم بسته با سیستم بازی که در آن  $m = cte$  است به این صورت است که در سیستم بسته جرم به‌صورت میکروسکوپی و ماکروسکوپی ثابت است، ولی در سیستم بازی که در آن  $m \neq cte$  است جرم به‌صورت ماکروسکوپی ثابت است. یعنی جرم ورودی و خروجی از مرزها برابر بوده و جرم داخل حجم کنترل همواره ثابت می‌ماند.

### کج مثال ۳: یک سیستم ترمودینامیکی را ایزوله (Isolated) گویند اگر ..... در آن وجود نداشته باشد.

- انتقال جرم و انرژی (۱)      تغییرات دما و فشار (۲)      تغییر آنتروپی (۳)      تغییر حجم (۴)
- پاسخ: گزینه «۱» در سیستم ایزوله امکان تبادل جرم و انرژی وجود ندارد.

### کج مثال ۴: کدام یک از عملیات زیر را می‌توان یک سیستم باز در نظر گرفت؟

- (۱) گرم شدن آب موجود در شوفاژ
  - (۲) گاز موجود در سیلندر که پیستون متحرکی دارد.
  - (۳) گرم کردن آب ورودی به مخزن یک آبگرم‌کن حمام
  - (۴) بطری دربسته‌ای که حاوی الکل است و بخشی از الکل تبخیر گردد.
- پاسخ: گزینه «۳» در یک سیستم باز تبادل جرم و انرژی امکان‌پذیر است. گرم کردن آب ورودی به مخزن یک آبگرم‌کن حمام را می‌توان به‌عنوان سیستم باز در نظر گرفت.

### خواص ترمودینامیکی

**خاصیت:** هر یک از مشخصه‌های سیستم را خاصیت آن سیستم می‌نامیم. در واقع خواص ترمودینامیکی مختصه‌هایی هستند که توسط آن‌ها می‌توان وضعیت ترمودینامیکی را مشخص نمود.

- خواص گسترده یا مقداری (Extensive):** این خواص وابسته به جرم سیستم هستند، یعنی روی اجزاء سیستم جمع‌پذیر هستند، مثل جرم، حجم، آنتالپی کل، ...
- خواص شدتی یا متمرکز (Intensive):** این خواص مستقل از جرم سیستم هستند، یعنی روی اجزاء سیستم جمع‌پذیر نیستند، مثل دما، فشار، کیفیت، ...



معمولاً خواص مقدراری را با حروف بزرگ نشان می‌دهند (جرم  $m$  استثناء است). وقتی یک خاصیت مقدراری  $Y$  از کل سیستم بر جرم ( $m$ ) کل سیستم تقسیم می‌شود به خاصیت به‌دست آمده یک خاصیت مخصوص یا ویژه می‌گویند و آن را با  $y$  نشان می‌دهند. بنابراین  $y = \frac{Y}{m}$  یک خاصیت شدتی خواهد بود. به‌عنوان مثال حجم  $V$  یک خاصیت مقدراری است، ولی حجم مخصوص (حجم تقسیم بر جرم)  $v$  یک خاصیت شدتی است. دقت کنید که دما و فشار استثناء هستند. این دو خاصیت همیشه شدتی‌اند.

یک روش ساده برای تشخیص مقدراری یا شدتی بودن خاصیت این است که سیستم را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. مقدار خواص شدتی در هر قسمت با مقدارشان در سیستم اولیه یکسان است، ولی مقدار خواص مقدراری در هر قسمت برابر نصف مقدارشان در سیستم اولیه است. به‌عنوان مثال اگر یک تکه فولاد را به دو قسمت تقسیم کنیم جرم و حجم آن نصف می‌شود، ولی چگالی و حجم مخصوص آن تغییری نمی‌کند؛ بنابراین جرم و حجم خواص مقدراری و چگالی و حجم مخصوص خواص شدتی هستند.

**کج مثال ۵:** یک کیلوگرم ( $1\text{kg}$ ) از یک سیال را در نظر می‌گیریم. کدام یک از خواص زیر یک خاصیت شدتی (Intensive Property) است؟

(۲) انرژی داخلی  $u$

(۱) آنتالپی  $h$

(۴) هر سه مورد

(۳) ظرفیت گرمایی در فشار ثابت  $C_p$

پاسخ: گزینه «۴» چنانچه ذکر شد، خواص شدتی به اندازه سیستم بستگی ندارند.  $h$ ،  $u$  و  $C_p$  نمونه‌هایی از خواص شدتی هستند. دقت کنید که چون آنتالپی و انرژی داخلی با حرف کوچک نوشته شده است، آن‌ها را آنتالپی و انرژی داخلی مخصوص در نظر گرفتیم.

**کج مثال ۶:** کدام عبارت زیر صحیح است؟ ( $M_w$  جرم مولکولی،  $\rho$  چگالی و  $V$  حجم)

(۲)  $M_w$ ،  $\rho$  و  $V$  از خواص مقدراری هستند.

(۱)  $M_w$ ،  $\rho$  و  $V$  از خواص شدتی هستند.

(۴)  $M_w$ ،  $\rho$  از خواص شدتی و  $V$  از خواص مقدراری هستند.

(۳)  $\rho$  از خواص شدتی و  $M_w$  و  $V$  از خواص مقدراری هستند.

پاسخ: گزینه «۴» دقت کنید که چگالی و جرم مولکولی یک ماده تابع مقدار ماده نیست، ولی مقدار حجم تابع مقدار ماده است؛ پس  $M_w$  و  $\rho$  خواص شدتی و  $V$  خاصیت مقدراری است. اگر حجم مخصوص را داده بود آن هم یک خاصیت شدتی می‌شد.

**کج مثال ۷:** اگر مقدراری از ماده را در یک حالت مفروض به دو بخش برابر تقسیم کنیم کدام یک از کمیت‌های زیر نصف مقدار اولیه خود می‌شود؟

(۴) فشار

(۳) ویسکوزیته

(۲) آنتروپی کل

(۱) انرژی داخلی ویژه

پاسخ: گزینه «۲» چنانچه گفتیم نصف کردن سیستم به دو قسمت مساوی یکی از روش‌های تشخیص گسترده یا شدتی بودن خواص است. در این روش، مقدار خواص شدتی در هر قسمت با مقدارشان در سیستم اولیه یکسان است، ولی مقدار خواص مقدراری در هر قسمت برابر نصف مقدارشان در سیستم اولیه است. فشار، ویسکوزیته و انرژی داخلی ویژه خواص شدتی هستند و مقدار آن‌ها مستقل از اندازه سیستم است، ولی آنتروپی خاصیت مقدراری است و با نصف کردن سیستم نصف می‌شود.

## حالت و تعادل

**حالت:** به وضعیت سیستمی که با خواصش توصیف شده است، اطلاق می‌شود. حالت یک ماده ساده تراکم‌پذیر توسط دو خاصیت شدتی مستقل به‌طور کامل مشخص می‌گردد که این خواص شدتی شامل دما، فشار، حجم مولی و ... هستند.

**تعادل:** هرگاه نیروی محرکه خاصی در سیستم وجود نداشته باشد آن سیستم به تعادل خاصی رسیده است.

**تعادل گرمایی:** دما در درون سیستم هم از نظر مکانی و هم از نظر زمانی یکنواخت است.

**تعادل مکانیکی:** تغییرات فشار با زمان و مکان در تمامی نقاط سیستم صفر است.

**تعادل فازی:** انتقال خالص یک یا بیش از یک ماده شیمیایی از یک فاز به فاز دیگر صفر است.

**تعادل شیمیایی:** هرگاه ترکیب شیمیایی سیستم برحسب زمان تغییر نکند یا به عبارت دیگر واکنش شیمیایی رخ ندهد، سیستم به تعادل شیمیایی رسیده است. معمولاً این حالت زمانی رخ می‌دهد که سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر باشد.

اگر سیستمی توانایی تغییری خودبه‌خودی و قابل مشاهده برای رسیدن به حالتی دیگر داشته باشد، بدون آنکه تغییر حالتی قابل مشاهده در محیط اطرافش به وجود آورد، آن سیستم در تعادل ترمودینامیکی است. درواقع سیستم در حالت تعادل ترمودینامیکی را نمی‌توان دچار تغییر حالت قابل مشاهده‌ای کرد مگر آنکه تغییری هم در محیط اطراف آن به وجود آید.

**توجه:** هر چهار تعادل ذکرشده باید با هم برقرار باشند تا شرایط تعادل ترمودینامیکی فراهم شود.



## درسنامه (۲): قانون اول ترمودینامیک برای سیستم‌های بسته و چرخه‌ها

### مقدمه

اصل بقای انرژی به‌عنوان اولین اصل ترمودینامیک بیان گردیده است. این اصل ما را در تعیین تغییرات انرژی یک سیستم از روی تغییرات انرژی منابع گرمایی و مکانیکی یاری می‌نماید. در اغلب موارد مطالعات ترمودینامیکی بر روی سیستم مورد مطالعه متمرکز می‌شود و منابع گرمایی و مکانیکی در اطراف سیستم زیاد مورد اعتنا قرار نمی‌گیرند.

اگر موازنه انرژی را برای یک سیستم بنویسیم انرژی ورودی منهای انرژی خروجی (انتقال خالص انرژی) برابر تغییرات انرژی داخل سیستم خواهد بود و داریم:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{sys}$$

تغییر انرژی‌های داخلی، پتانسیل، جنبشی و... = انتقال خالص انرژی توسط گرما، کار و جرم

### سیستم بسته

انتقال گرما و کار، تنها مکانیزم‌هایی هستند که انرژی توسط آن‌ها می‌تواند از مرز یک سیستم بسته عبور کرده و منتقل شود.  $E$  در درون سیستم است. یعنی می‌توان گفت که سیستم در لحظه  $t$  دارای انرژی  $E$  است، ولی نمی‌توان گفت که دارای  $Q$  و  $W$  است.

$$Q - W = \Delta E$$

$Q$ : گرمای ورودی به سیستم و  $W$ : کار انجام شده توسط سیستم

اگر گرما از سیستم گرفته شود، علامت  $Q$  منفی و اگر روی سیستم کار انجام شود، علامت  $W$  منفی قرار داده می‌شود.

انتقال گرمای  $Q$  یک انتقال انرژی از مرز سیستم به محیط اطراف به دلیل اختلاف دمای آن است. تجربه نشان داده است که انتقال انرژی به صورت گرما، تنها در جهت کاهش دما به‌صورت خودبه‌خودی اتفاق می‌افتد چنانچه هیچگونه اختلاف دمایی بین سیستم و محیط وجود نداشته باشد یا گرادیان دما در سطح مرزی برابر صفر باشد و یا اگر سطح مرزی عایق گرمایی باشد، مقدار انتقال گرما هم صفر خواهد شد.

در معادله بقای انرژی برای یک سیستم بسته، جمله  $\Delta E$  تغییر در کل انرژی سیستم را بیان می‌کند. انرژی‌های مربوط به سیستم را به شکل انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی داخلی در نظر می‌گیریم و چنانچه ذکر گردید دو انرژی اول مربوط به حالت ماکروسکوپی و انرژی داخلی مربوط به حالت میکروسکوپی هستند و بنابراین با در نظر گرفتن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به‌عنوان تنها اشکال انرژی خارجی مورد توجه و صرف‌نظر از انرژی‌های

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p$$

دورانی و الکتروستاتیک و ... داریم:

شکل دیفرانسیلی قانون اول برای یک سیستم بسته به‌صورت زیر است:

$$\delta Q - \delta W = dE$$

توجه داشته باشید که  $(\delta Q - \delta W)$  به مسیر بستگی ندارد. بنابراین یک خاصیت سیستم به حساب می‌آید.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE}{dt}$$

شکل آهنگی قانون اول برای یک سیستم بسته به‌صورت مقابل است:

$$Q - W = \Delta U$$

در سیستم بسته ساکن:

قانون اول ترمودینامیک به‌عنوان یک اصل بنیادی مطرح شده است و نمی‌توان آن را به‌صورت ریاضی ثابت نمود و یا از اصول فیزیکی شناخته شده به‌دست آورد. شواهد تجربی به‌طور مکرر اعتبار آن را تأیید کرده‌اند و تاکنون هیچ پدیده‌ای خلاف آن را نشان نداده است. این قانون هیچگونه محدودیتی ندارد و برای تمام فرایندهای برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر صادق است.

**مثال ۱:** در ظرفی به حجم ثابت دو مول گاز ایده‌آل با  $C_p = \frac{9}{2}R$  وجود دارد. در صورتی که دمای اولیه گاز  $300\text{K}$  باشد چه مقدار حرارت لازم است

که دمای گاز به  $400\text{K}$  برسد؟

۹۰۰R (۴)

۷۰۰R (۳)

۴۵۰R (۲)

۳۵۰R (۱)

پاسخ: گزینه «۳» فرایند به‌صورت حجم ثابت انجام می‌گیرد؛ بنابراین کار برابر صفر بوده و طبق قانون اول ترمودینامیک مقدار انتقال گرما برابر تغییرات انرژی داخلی است.

$$Q = \Delta U + W = \Delta U + 0 = nC_v \Delta T$$

$$C_v = C_p - R = \frac{9}{2}R - R = \frac{7}{2}R$$

برای تعیین  $C_v$  از رابطه بین  $C_p$  و  $C_v$  گازهای ایده‌آل استفاده می‌کنیم:

$$Q = 2 \times \frac{7}{2}R \times (400 - 300) = 700R$$

**کله مثال ۲:** هنگام شارژ کردن یک باتری جریان  $20 \text{ A}$  و ولتاژ  $2/8$  ولت است. اگر شدت انتقال گرما از باتری  $10 \text{ W}$  باشد، تغییر انرژی داخلی آن چند وات است؟

- (۱) ۲۴۶ (۲) -۲۴۶ (۳) -۲۴۶ (۴) ۲۶۶

پاسخ: گزینه «۱» چون گرما از سیستم خارج می‌شود و کار روی آن انجام می‌شود، علامت آنها منفی است. از قانون اول ترمودینامیک به شکل شدتی استفاده می‌کنیم:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \Delta \dot{U}$$

$$\dot{Q} - VI = \Delta \dot{U} \Rightarrow \Delta \dot{U} = -10 - (-12/8 \times 20) = 246 \text{ W}$$

**کله مثال ۳:** یک سیلندر - پیستون به‌طور قائم حاوی  $8 \text{ kg}$  گاز با حجم اولیه  $1 \text{ m}^3$  است. بر روی پیستون وزنه‌ای قرار می‌دهیم که جمعاً

$300 \text{ kPa}$  فشار بر گاز اعمال می‌کنند و در نتیجه پیستون به آرامی رو به داخل حرکت می‌کند. زمانی که حجم گاز داخل سیلندر به  $0.3 \text{ m}^3$  می‌رسد

انرژی داخلی گاز به میزان  $6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  کاهش می‌یابد. طی این فرایند بایستی ..... کیلوژول گرما ..... شود.

- (۱)  $16/8$  - به گاز داده (۲)  $8/32$  - از گاز خارج (۳)  $48$  - به گاز داده (۴)  $69$  - از گاز خارج

پاسخ: گزینه «۴»

$$\Delta U = m\Delta u = 8 \times (-60) = -48 \text{ kJ}$$

$$W = P\Delta V = 300(0.3 - 1) = -21 \text{ kJ}$$

$$Q - W = \Delta U \Rightarrow Q - (-21) = -48 \Rightarrow Q = -69 \text{ kJ}$$

کار فرایند فشار ثابت به‌صورت مقابل تعیین می‌شود:

حال از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم:

چون  $Q$  منفی به‌دست آمد، بنابراین گرما از گاز خارج می‌شود.

**کله مثال ۴:** در یک مخزن سیالی وجود دارد که آن را توسط یک مخلوط‌کننده، به هم می‌زنیم. کار انجام شده توسط مخلوط‌کننده بر روی سیال

$520 \text{ kJ}$  است و در این مدت میزان انتقال گرما از مخزن به محیط  $1800 \text{ kJ}$  می‌باشد. تغییر انرژی داخلی سیال بر حسب  $\text{kJ}$  چقدر است؟

- (۱)  $-7000$  (۲)  $-3400$  (۳)  $3400$  (۴)  $7000$

پاسخ: گزینه «۳» چون کار بر روی سیستم انجام شده، علامت آن را منفی در نظر گرفتیم. به‌علت اینکه انتقال گرما از سیال به محیط است، علامت آن را منفی در نظر گرفتیم.

$$Q - W = \Delta U \Rightarrow \Delta U = -1800 - (-5200) = 3400 \text{ kJ}$$

توجه کنید که کار مربوط به همزن یا مخلوط‌کننده همواره منفی است. چون کار به سیستم داده می‌شود.

**کله مثال ۵:**  $2 \text{ kg}$  گاز ایده‌آل در یک سیلندر دارای پیستون در دو نوبت جداگانه از حالت اولیه معینی تغییر حالت می‌دهد: در نوبت اول با جذب گرما

تحت فشار ثابت (فرایند I) و در نوبت دوم با جذب گرما تحت حجم ثابت (فرایند II). چنانچه دمای اولیه  $T_1$  و دمای نهایی  $T_2$  در هر دو فرایند یکسان باشند، کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟

- (۱)  $\Delta U_I > Q_{II}$  (۲)  $Q_I > Q_{II}$  (۳)  $\Delta H_I < \Delta H_{II}$  (۴)  $W_I < W_{II}$

پاسخ: گزینه «۲»

$$W_I = nR\Delta T, \quad Q_I = nC_p\Delta T = \Delta H_I$$

در فرایند فشار ثابت داریم:

$$W_{II} = 0, \quad Q_{II} = nC_v\Delta T = \Delta U_{II}$$

در فرایند حجم ثابت داریم:

با مقایسه کارها و گرما در دو حالت فوق می‌توان نتیجه گرفت که چون همواره  $C_p > C_v$  است، داریم:  $Q_I > Q_{II}$

همچنین:  $W_I > W_{II}$

## فرایندهای چرخه‌ای

یکی از کاربردهای مهم قانون اول در فرایندهای چرخه‌ای است. این نوع فرایندها در چرخه‌های توان و تبرید مورد استفاده قرار می‌گیرند. چنانچه قبلاً هم ذکر شد فرایندهای چرخه‌ای فرایندهایی هستند که در آنها نقطه شروع و خاتمه فرایند بر هم منطبق هستند؛ یعنی در انتهای چرخه هیچ تغییر خالصی در سیستم به وجود نمی‌آید و چنانچه برای کار و گرما از یک‌گانه‌های یکسانی استفاده شود داریم:

$$\oint \delta Q - \oint \delta W = 0 \Rightarrow \oint \delta Q = \oint \delta W$$

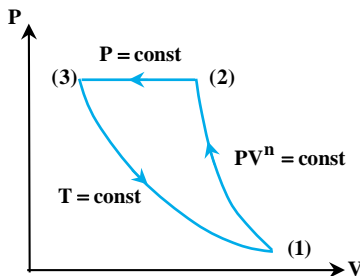
چون انرژی داخلی، تابع حالت است تنها به ابتدا و انتهای فرایند بستگی دارد.

یا به زبان ساده:

$$\sum Q_i = \sum W_i$$

یعنی جمع جبری کارها با جمع جبری گرما برابر است. نماد  $\oint$  نشانگر انتگرال‌گیری در طول یک مسیر بسته (انتگرال چرخه‌ای) است و علامت  $\delta$  هم برای نشان دادن این مطلب است که گرما و کار دیفرانسیل‌های ناقص هستند و به مسیر چرخه بستگی دارند.

**مثال ۶:** چرخه ترمودینامیکی زیر با ۳ کیلوگرم هوا انجام می‌گیرد. سیستم طی دو فرایند متوالی (۱-۲) و (۲-۳)  $572 \text{ kJ}$  گرما از دست می‌دهد ولی طی فرایند (۳-۱)  $500 \text{ kJ}$  گرما جذب می‌کند. در صورتی که کار انجام گرفته طی فرایند (۲-۳)  $95 \text{ kJ}$  باشد، کار انجام یافته طی فرایند تراکم (۱-۲)،  $W_{1-2}$  برابر خواهد بود با:



$$W_{1-2} = -159 \text{ kJ} \quad (1)$$

$$W_{1-2} = -333 \text{ kJ} \quad (2)$$

$$W_{1-2} = -477 \text{ kJ} \quad (3)$$

$$W_{1-2} = 318 \text{ kJ} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۳»

$$\oint \delta Q = \oint \delta W$$

چنانچه ذکر گردید در یک فرایند چرخه‌ای داریم:

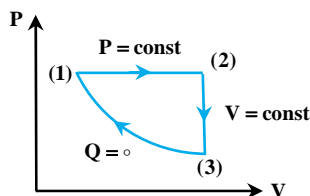
$$Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1}$$

اگر سیستم گرما از دست بدهد علامت آن منفی و اگر گرما بگیرد علامت آن مثبت است. همچنین کار تراکم علامت منفی دارد.

$$-572 + 500 = W_{1-2} - 95 + 500 \Rightarrow W_{1-2} = -477 \text{ kJ}$$

توجه داشته باشید که برای گاز ایده‌آل در فرایند دما ثابت، به دلیل اینکه تغییرات انرژی داخلی صفر است، مقدار گرما و کار برابر است ( $W_{3-1} = Q_{3-1}$ ).

**مثال ۷:** مقداری گاز ایده‌آل در سیلندری دارای پیستون محبوس است. این گاز از حالت اولیه  $V_1 = 2 \text{ m}^3$  و  $P_1 = 100 \text{ kPa}$  پس از انجام سه فرایند برگشت پذیر Reversible متوالی مجدداً به حالت اولیه‌اش برمی‌گردد. چنانچه  $V_2 = 2V_1$  بوده و تغییر انرژی داخلی گاز طی فرایند آدیاباتیک (۳-۱) برابر  $121 \text{ kJ}$  باشد، گرمای کل  $Q_{\text{total}}$  انتقال یافته به سیستم برابر خواهد بود با:



$$79 \text{ kJ} \quad (1)$$

$$200 \text{ kJ} \quad (2)$$

$$321 \text{ kJ} \quad (3)$$

$$-121 \text{ kJ} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به اینکه انرژی داخلی یک تابع حالت است داریم:

$$\Delta U_{\text{tot}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{tot}} = W_{\text{tot}}$$

$$Q_{\text{tot}} = W_{12} + W_{23} + W_{31}$$

$$W_{12} = P(V_2 - V_1) = 100 \times (4 - 2) = 200 \text{ kJ}$$

فرایند ۱-۲ به صورت فشار ثابت انجام می‌گیرد، بنابراین:

$$W_{23} = 0 \quad \text{فرایند حجم ثابت:}$$

$$Q_{31} - W_{31} = \Delta U_{31} \Rightarrow 0 - W_{31} = 121 \text{ kJ} \Rightarrow W_{31} = -121 \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{tot}} = 200 + 0 - 121 = 79 \text{ kJ}$$

**تست‌های طبقه‌بندی شده مبحث قانون اول ترمودینامیک برای سیستم‌های بسته و چرخه‌ها**

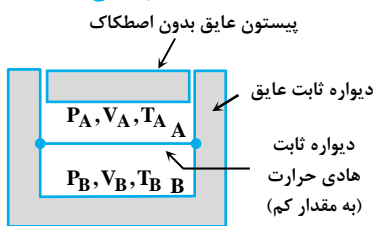
**کله ۱-** در فشار ثابت به گاز کاملی  $۵/۸۶ \text{ kJ}$  گرما منتقل می‌شود. اگر گرمای ویژه مولی گاز در فشار ثابت  $\frac{\text{kJ}}{\text{kmol.K}}$   $۲۹/۳$  باشد، افزایش انرژی داخلی

گاز در طی این فرایند چند کیلوژول است؟  
 (۱)  $۲/۹۳$  (۲)  $۱/۷۶$  (۳)  $۵/۸۶$  (۴)  $۴/۲$  (مهندسی مکانیک - ۶۹)

**کله ۲-** اگر سیستمی (جرم ثابت) در فشار ثابت منبسط شود، انتقال گرما به سیستم برابر است با:  
 (۱) تغییر انرژی داخلی سیستم  
 (۲) کار انجام شده  
 (۳) تغییر آنتالپی سیستم  
 (۴) حاصل ضرب فشار در تغییر حجم سیستم (مهندسی مکانیک - ۶۹)

**کله ۳-** از رابطه  $Q_p = E_p - E_1 + W_p$  در چه شرایطی می‌توان استفاده کرد؟  
 (۱) از این رابطه فقط برای فرایند برگشت پذیر می‌توان استفاده کرد.  
 (۲) از این رابطه فقط برای فرایند یک سیستم حاوی ماده ساده تراکم پذیر می‌توان استفاده کرد.  
 (۳) از این رابطه در هر شرایطی برای سیستم‌های بسته می‌توان استفاده کرد.  
 (۴) هیچ کدام از سه بیان فوق جامع نیست. (مهندسی مکانیک - ۷۰)

**کله ۴-** با توجه به اطلاعات داده بر روی شکل در مورد شرایط اولیه و دیواره‌ها، دمای تعادل نهایی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید. (در هر دو قسمت A و B یک گاز معینی به جرم مساوی وجود دارد). (مهندسی مکانیک - ۷۰)



$$\frac{kT_A + T_B}{k+1} \quad (۲) \quad \frac{C_p T_A - C_v T_B}{C_p - C_v} \quad (۱)$$

$$\frac{T_A T_B}{T_A + T_B} \quad (۴) \quad \frac{T_A + T_B}{۲} \quad (۳)$$

**کله ۵-** خمیرگیری  $۵۰$  کیلوگرم خمیر  $۲۵$  درجه‌ی سانتی‌گراد را با موتور همزنی به قدرت  $۷۵/۰$  کیلووات برای مدت  $۲۰$  دقیقه هم می‌زند. در این فاصله حرارتی برابر با  $۳۰۰$  کیلوژول از ظرف خمیر به خارج دفع می‌شود. چنانچه ظرفیت حرارتی خمیر  $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$   $۸/۰$  باشد، درجه‌ی حرارت نهایی خمیر را حساب کنید. (مهندسی مکانیک - ۷۲)

(۱)  $۲۲/۵^\circ\text{C}$  (۲)  $۲۷/۵^\circ\text{C}$  (۳)  $۴۰^\circ\text{C}$  (۴)  $۱۷/۵^\circ\text{C}$

**کله ۶-** افزایش دمای آب در اثر به هم زدن آن به علت کدام یک از عبارات زیر است؟  
 (۱) حرارت از محیط وارد آب می‌شود.  
 (۲) کار از محیط وارد آب می‌شود.  
 (۳) انرژی جنبشی آب به انرژی حرارتی تبدیل می‌شود.  
 (۴) انرژی پتانسیل آب به انرژی حرارتی تبدیل می‌شود. (مهندسی مکانیک - آزاد ۷۴ و ۸۱ و مهندسی هسته‌ای - ۸۰)

**کله ۷-** در یک فرایند برگشت پذیر فشار ثابت، میزان تبادل گرمایی سیستم با محیط عبارت است از:  
 (۱) میزان تغییرات انرژی هلمولتز سیستم  
 (۲) میزان کار انجام شده سیستم  
 (۳) میزان تغییرات انرژی درونی سیستم  
 (۴) میزان تغییرات آنتالپی سیستم (مهندسی شیمی - ۷۵)

**کله ۸-** اگر کار در یک سیستم آدیاباتیک انجام شود، دما باید ..... باشد.  
 (۱) افزایش (۲) افزایش و سپس کاهش (۳) کاهش (۴) کاهش و سپس افزایش (مهندسی مکانیک - ۷۵)

**کله ۹-** سیستمی با جرم ثابت منبسط شده و حجم آن  $۱۰$  برابر و فشار آن  $\frac{1}{۱۰}$  برابر می‌شود (گاز کامل است). انتقال گرما به سیستم برابر است با:

(۱)  $\Delta u$  (۲)  $C_p \Delta T$  (۳)  $C_v \Delta T$  (۴)  $\int P dv$  (مهندسی مکانیک - ۷۶)



(مهندسی شیمی - ۷۸)

۱۰- در مورد سیستم بسته کدام یک از احکام زیر صحیح است؟

- (۱) از نظر داخلی بازگشت پذیر است.  
 (۲) آنتروپی آن همیشه افزایش می‌یابد.  
 (۳) انرژی کل آن مقدار ثابتی است.  
 (۴) با محیط فقط به دو صورت تبادل انرژی می‌کند.

(مهندسی شیمی - ۷۸)

۱۱- بخاری با کیفیت ۶٪ در فشار ثابت ۲۱۰ bar تا دمای ۶۵°C داغ می‌شود. حرارت لازم در این تحول چیست؟

در ۲۱۰ bar داریم:  $h_g = 2342 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  و  $h_f = 1890 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  ، در ۲۱۰ bar و ۶۵°C داریم:  $h = 3663 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

(۱)  $1920 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  (۲)  $1746 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  (۳)  $1412 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  (۴)  $2000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

۱۲- مخزن دیگ بخار شامل آب مایع و بخار در دمای T، و فشار P و کیفیت x است. گرمای نهان تبخیر آب در این فشار  $h_{fg}$  است. اگر مقدار Qژول گرما به مخزن داده شود که تمام آب به بخار اشباع تبدیل شود، مقدار Q برابر است با: ( $[\frac{\text{J}}{\text{kg}}]$  آنتالپی = h ،  $[\frac{\text{J}}{\text{kg}}]$  انرژی داخلی = u ، [kg] جرم

(مهندسی مکانیک - ۷۸)

آب = m)

(۱)  $Q = m(1-x)u_{fg}$  (۲)  $Q = mxu_{fg}$  (۳)  $Q = mxh_{fg}$  (۴)  $Q = m(1-x)h_{fg}$

۱۳- هنگام شارژ کردن یک باتری، جریان ۲۰ A و ولتاژ ۱۲/۸ ولت است. اگر شدت انتقال گرما از باتری ۱۰ W باشد، تغییر انرژی داخلی آن چند

(مهندسی شیمی - ۷۹)

وات (W) است؟

(۱) ۲۶۶ (۲) ۲۴۶ (۳) -۲۴۶ (۴) -۲۶۶

۱۴- شکل زیر، یک فرآیند چرخه‌ای را نشان می‌دهد که به طور برگشت پذیر توسط مقدار معینی گاز انجام می‌گیرد. فرآیندهای متوالی انجام یافته

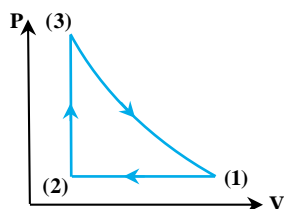
طی این چرخه عبارتند از:

(الف) - فرآیند (۱-۲): تراکم در فشار ثابت که طی آن ۲۵ J گرما از سیستم خارج و ۵۰ J کار به آن وارد می‌شود.

(ب) - فرآیند (۲-۳): گرم کردن گاز در حجم ثابت که طی آن ۷۵ J گرما جذب سیستم می‌شود.

(مهندسی شیمی - ۸۰)

(ج) - فرآیند (۳-۱): انبساط آدیاباتیکی مقدار کار بر حسب ژول طی فرآیند (۳-۱) کدام است؟



-۱۰۰ (۱)

-۷۵ (۲)

۱۰۰ (۳)

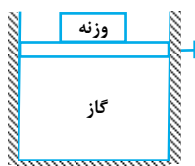
۷۵ (۴)

۱۵- سیلندر مجهز به پیستونی محتوی یک نوع گاز است. پیستون در ابتدا توسط یک خار ثابت نگه داشته شده است. خار را کنار کشیده و امکان

می‌دهیم که در گاز داخل سیلندر تعادل برقرار گردد. فرایند را آدیاباتیکی فرض می‌کنیم. کدام یک از روابط زیر معرف شکل نهایی قانون اول، برای این-

(مهندسی مکانیک - ۸۰)

فرایند است؟



(۱)  $h_2 = h_1$

(۲)  $h_2 = u_1 - P_1 v_1$

(۳)  $h_2 = u_2 - P_2 v_2$

(۴)  $h_2 = u_1 + P_2 v_1$

۱۶- تغییر آنتالپی ( $\Delta H$ ) آب ۱ kg بر حسب kJ وقتی که در دمای ثابت ۱۰۰°C و فشار ثابت ۱ atm تبخیر می‌شود، به دست آورید. در این شرایطحجم مخصوص آب مایع و بخار آب به ترتیب برابر با  $\frac{m^3}{\text{kg}}$  ۰/۰۰۱۰۴ و  $\frac{m^3}{\text{kg}}$  ۱/۶۷۳ می‌باشد. به منظور تبخیر آب ۲۲۵۶/۹ kJ حرارت به آب اضافه شده

(مهندسی بیوتکنولوژی - آزاد - ۸۰)

است.

(۱) ۲۰۸۷/۵

(۲) ۱۶۹/۴

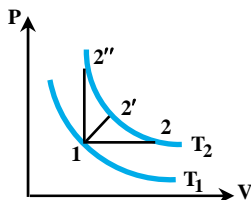
(۳) ۱۶۹۴

(۴) ۲۲۵۶/۹



- ۱۷- در یک سیستم ایزوله (تبادل گرما و کار با محیط انجام نمی‌شود) می‌توان ادعا کرد که انرژی درونی .....  
 (مهندسی شیمی - ۸۱)  
 (۱) در مواردی می‌تواند تغییر کند.  
 (۲) هیچ‌وقت نمی‌تواند تغییر کند.  
 (۳) می‌تواند تغییر کند ولی آنتالپی نمی‌تواند تغییر کند.  
 (۴) و همچنین آنتالپی نمی‌تواند تغییر کند.

- ۱۸- یک مول از گازی ایده‌آل در دیاگرام  $P-V$  در معرض فرایندهای گوناگون مطابق شکل قرار می‌گیرد. نقطه ابتدای فرایندها (نقطه ۱) بر روی خط هم‌دمای  $T_1$  و نقطه انتهایی فرایندها نیز بر روی خط هم‌دمای  $T_2$  قرار دارد. کدام رابطه در مورد انتقال حرارت طی این فرایندها صحیح است؟  
 (مهندسی مکانیک - ۸۱)



- (۱)  ${}_1Q_2 < {}_1Q_2' < {}_1Q_2''$   
 (۲)  ${}_1Q_2 > {}_1Q_2' > {}_1Q_2''$   
 (۳)  ${}_1Q_2 < {}_1Q_2'' < {}_1Q_2'$   
 (۴)  ${}_1Q_2 > {}_1Q_2'' > {}_1Q_2'$

- ۱۹- در طی فرایندی در یک سیستم بسته،  $7/5 kJ$  حرارت به سیستم داده شده است و طی این فرایند انرژی داخلی سیستم  $12 kJ$  کاهش یافته است. برای فرایندی که تغییر حالتی مشابه فرایند قبلی را داشته باشد ولی مقدار کار منتقل شده صفر باشد، قدر مطلق حرارت منتقل شده برحسب  $kJ$  چقدر است؟  
 (مهندسی بیوتکنولوژی - آزاد ۸۱)

- (۱)  $7/5$  (۲)  $12$  (۳)  $4/5$  (۴) صفر

- ۲۰- در یک اتاق کوچک دربسته با دیوارهای عایق، یک یخچال در حال کار می‌باشد. حال درب یخچال را باز می‌کنیم. تغییرات دمای اتاق:  
 (مهندسی مکانیک - ۸۲)

- (۱) بالا می‌رود.  
 (۲) ابتدا پایین می‌آید و سپس بالا می‌رود.  
 (۳) ابتدا بالا می‌رود و سپس ثابت باقی می‌ماند.  
 (۴) ابتدا پایین می‌آید و سپس ثابت می‌ماند.

- ۲۱- یک همزن در داخل یک ظرف آب قرار دارد. در اثر هم زدن آب توسط همزن،  $5090 kJ$  انرژی وارد آب می‌شود و در حین این فرایند  $1500 kJ$  انرژی حرارتی از ظرف به محیط خارج می‌شود. تغییر انرژی آب را برحسب  $kJ$  به دست آورید.  
 (مهندسی مکانیک - آزاد ۸۲)

- (۱)  $-3590$   
 (۲) به علت مشخص نبودن جرم آب، محاسبه تغییر انرژی امکان پذیر نیست.  
 (۳) به علت مشخص نبودن سرعت همزن، محاسبه تغییر انرژی امکان پذیر نیست.  
 (۴)  $+3590$

- ۲۲- ظرفی به حجم یک متر مکعب شامل گاز نیتروژن در فشار  $150 kPa$  و دمای  $25^\circ C$  است. با متراکم کردن گاز فشار آن به  $1 MPa$  و دمای  $150^\circ C$  می‌رسد. اگر کار مصرفی  $20 kJ$  باشد مقدار انتقال حرارت در این تحول چند کیلوژول خواهد بود؟  
 (مهندسی مکانیک - آزاد ۸۲)

- (۱)  $72/5$  (۲)  $880$  (۳)  $136/81$  (۴)  $176/78$

- ۲۳- در فرایند بسته یک سیستم،  $60 BTU$  حرارت به سیستم اضافه می‌شود که باعث افزایش انرژی داخلی سیستم به میزان  $220 BTU$  می‌شود. کار فرایند چقدر است؟  
 (مهندسی هوافضا - آزاد ۸۲)

- (۱)  $-160 BTU$  (۲)  $+160 BTU$  (۳)  $-220 BTU$  (۴)  $+220 BTU$

- ۲۴- برای فشرده ساختن یک فنر،  $100 J$  انرژی مصرف شده است. اگر در اثر این کار  $15 J$  انرژی به صورت گرما به محیط داده شده باشد، تغییر در انرژی داخلی فنر چه مقدار می‌باشد؟  
 (مهندسی شیمی - ۸۳)

- (۱)  $15 J$  (۲)  $85 J$  (۳)  $100 J$  (۴)  $115 J$

- ۲۵- فرایند تراکم برگشت پذیر گازی در داخل سیلندر و پیستون در فشار ثابت در نظر است. مقدار انتقال حرارت بر واحد جرم به شرطی که گاز داخل سیلندر ایده‌آل باشد، کدام است؟  
 (مهندسی مکانیک - ۸۳)

(۱)  ${}_1q_2 = \frac{kR}{2(1-k)}(T_2 - T_1)$  (۲)  ${}_1q_2 = \frac{R}{2(1-k)}(T_2 - T_1)$  (۳)  ${}_1q_2 = \frac{kR}{k-1}(T_2 - T_1)$  (۴)  ${}_1q_2 = \frac{R}{k-1}(T_2 - T_1)$

۲۶- در یک مخزن مجهز به همزن، کار مصرفی موتور همزن  $5090$  کیلوژول و حرارت منتقل شده از مخزن  $1500$  کیلوژول می‌باشد. تحت این شرایط تغییر در انرژی داخلی مخزن برابر با چند  $\text{kJ}$  است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی - آزاد ۸۳)

(۴)  $1503$

(۳)  $1500$

(۲)  $3590$

(۱)  $6590$

۲۷- مخزنی حاوی  $40 \text{ kg}$  سیال با ظرفیت گرمایی ویژه  $C = 2/5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$  می‌باشد که در داخل آن یک همزن الکتریکی تعبیه شده است.

$5090 \text{ kJ}$  کار توسط هم زدن به سیال داده می‌شود. چنانچه اتلاف گرما از مخزن  $1500 \text{ kJ}$  باشد:

(مهندسی شیمی - ۸۴ و مهندسی بیوتکنولوژی و مهندسی مخازن هیدروکربوری - ۸۶)

(۲) سیال به اندازه  $18 \text{ K}$  خنک می‌شود.

(۱) در دمای سیال تغییر انجام نمی‌شود.

(۴) انرژی داخلی سیال به اندازه  $89/75 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  کاهش می‌یابد.

(۳) دمای سیال به اندازه  $36^\circ \text{C}$  افزایش می‌یابد.

۲۸- طی یک فرایند برگشت پذیر و فشار ثابت برای یک سیستم بسته، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

(مهندسی شیمی - ۸۴)

(۴) هر سه مورد صحیح است.

(۳)  $Q = \Delta U + P\Delta V$

(۲)  $W = P\Delta V$

(۱)  $Q = \Delta H$

۲۹- یک تانک عایق به مدت نیم ساعت با همزنی به توان  $20 \text{ W}$  که درون تانک قرار دارد، هم زده می‌شود. اگر  $C_v = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$  باشد و دمای اولیه ی گاز درون تانک  $T_1 = 200 \text{ K}$  باشد، مطلوب است دمای نهایی تانک. (جرم گاز درون تانک  $1 \text{ kg}$  می‌باشد).

(مهندسی شیمی - ۸۴)

(۴)  $164 \text{ K}$

(۳)  $236 \text{ K}$

(۲)  $200 \text{ K}$

(۱)  $360 \text{ K}$

(مهندسی شیمی - ۸۵)

۳۰- کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) در یک فرایند غیرآدیباتیک یک سیستم بسته آنتروپی سیستم بسته افزایش می‌یابد.

(۲) در هر فرایند آدیباتیک توسط یک سیستم بسته انرژی داخلی همواره در حال افزایش است.

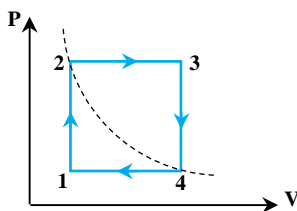
(۳) انرژی کل سیستم بسته‌ای که با محیطش هیچ گونه کار و همچنین گرما مبادله نمی‌کند، ثابت می‌ماند.

(۴) در فرایندی که توسط گاز محبوس در یک سیلندر دارای پیستون انجام می‌گیرد، مجموع تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی مساوی صفر است

۳۱- یک مول گاز آرمانی یک چرخه ترمودینامیکی شامل دو فرآیند حجم ثابت و دو فرآیند فشار ثابت را مطابق شکل زیر انجام می‌دهد. دمای نقاط

۱ و ۲ به ترتیب  $T_1$  و  $T_2$  است و نقاط ۳ و ۴ بر روی یک منحنی دما ثابت قرار دارند. کاری که گاز در این چرخه انجام می‌دهد برابر است با:

(مهندسی مکانیک - ۸۵)



(۱)  $W = 2R\sqrt{T_1 T_2}$

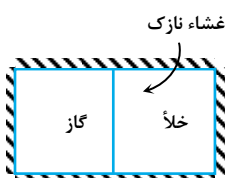
(۲)  $W = R(T_1 + T_2)$

(۳)  $W = R(T_1 + T_2 - \sqrt{T_1 T_2})$

(۴)  $W = R(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2$

۳۲- یک مخزن صلب و عایق توسط یک غشاء نازک به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. یک طرف این غشاء حاوی گاز ایده آل می‌باشد و طرف

دیگر آن خلأ است. اگر غشاء پاره شود و گاز تمام مخزن را پر کند، درجه حرارت نهایی داخل مخزن نسبت به حالت اولیه ..... (مهندسی هوافضا - ۸۵)



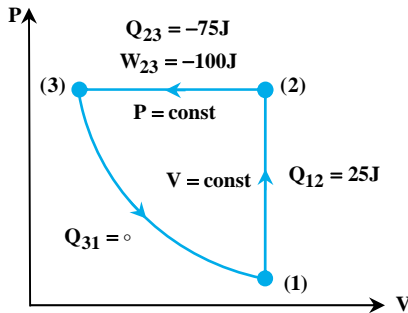
(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) بستگی به فشار داخل مخزن دارد.

۳۳- مقداری گاز در یک سیلندر دارای پیستون (بدون همزن) موجود است. با این گاز فرآیند چرخه (Cycle) زیر انجام می‌گیرد. کدام یک از مجموعه نتایج زیر درست است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی، هسته‌ای و مخازن هیدروکربوری - ۸۵)



- (۱)  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$  ,  $Q_{\text{cycle}} = -50 \text{ J}$  ,  $W_{31} = -50 \text{ J}$
- (۲)  $\Delta S_{\text{cycle}} = -50 \text{ J}$  ,  $Q_{\text{cycle}} = 50 \text{ J}$  ,  $W_{\text{cycle}} = 50 \text{ J}$
- (۳)  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$  ,  $Q_{\text{cycle}} = 0 \text{ J}$  ,  $W_{31} = +100 \text{ J}$
- (۴)  $\Delta H_{\text{cycle}} = 0$  ,  $Q_{\text{cycle}} = -50 \text{ J}$  ,  $W_{31} = 50 \text{ J}$

۳۴- یک تانک عایق به مدت نیم‌ساعت با همزنی به توان  $20 \text{ W}$  که درون تانک قرار دارد، هم زده می‌شود. اگر  $C_v = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$  باشد و دمای اولیه گاز درون تانک  $T_1 = 200 \text{ K}$  باشد، دمای نهایی گاز درون تانک برحسب کلوین چقدر است؟ (جرم گاز درون تانک  $1 \text{ kg}$  می‌باشد). (مهندسی شیمی - ۸۶)

(۱) ۱۶۴ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۳۶ (۴) ۳۶۰

۳۵- یک سیلندر - پیستون عایق حاوی گاز کامل با ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت برابر واحد، در نظر است. حجم این سیستم از حالت اولیه با دمای  $T_0$  به ۲ برابر و فشار آن به  $\frac{1}{4}$  برابر تغییر می‌کند. کار انجام شده در این فرآیند برابر کدام است؟ (مهندسی مکانیک - ۸۶)

- (۱)  $\frac{T_0}{4}$
- (۲)  $\frac{3T_0}{4}$
- (۳)  $\frac{T_0}{2}$
- (۴)  $2T_0$

۳۶- یک باتری را برای شارژ به یک شارژر  $12 \text{ V}$  ولتی با جریان  $10 \text{ A}$  آمپر وصل می‌کنند. در هنگام شارژ از باتری  $20 \text{ W}$  وات انرژی به صورت انتقال حرارت به محیط منتقل می‌شود. نرخ تغییر انرژی درونی باتری چقدر است؟ (مهندسی هوافضا - ۸۶)

- (۱)  $\frac{dU}{dt} = 140 \text{ W}$
- (۲)  $\frac{dU}{dt} = 120 \text{ W}$
- (۳)  $\frac{dU}{dt} = 110 \text{ W}$
- (۴)  $\frac{dU}{dt} = 100 \text{ W}$

۳۷- یک مخزن کاملاً عایق توسط یک غشاء به دو قسمت کاملاً مساوی (الف) و (ب) تقسیم شده است. در قسمت (الف) یک گاز واقعی متراکم وجود دارد و قسمت دیگر کاملاً خالی است. اگر غشاء گسیخته شود آنگاه: (مهندسی بیوتکنولوژی و مهندسی مخازن هیدروکربوری - ۸۶)

- (۱) آنتالپی تغییر نمی‌کند.
- (۲) انرژی داخلی تغییر نمی‌یابد.
- (۳) فشار گاز نصف می‌شود.
- (۴) انرژی داخلی به دلیل انجام کار کاهش می‌یابد.

۳۸- در یک چرخه یا چرخه کدام گزینه برابر با صفر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی - آزاد ۸۶)

- (۱)  $U, S, W$
- (۲)  $S, U$
- (۳)  $U, q$
- (۴)  $S, H$

۳۹- قانون اول ترمودینامیک بیانگر کدام مطلب است؟ (مهندسی هوافضا - آزاد ۸۶)

- (۱) انتگرال سیکنی حرارت متناسب با انتگرال سیکنی تغییر انرژی در سیستم است.
- (۲) انتگرال سیکنی حرارت متناسب با انتگرال سیکنی کار است.
- (۳) انتگرال سیکنی حرارت برابر با مجموع انتگرال سیکنی کار و تغییر انرژی در سیستم است.
- (۴) هیچ کدام

۴۰- در طول شارژ یک باتری، جریان  $20 \text{ A}$  آمپر و ولتاژ  $12/8 \text{ V}$  ولت است. نرخ (شدت) انتقال حرارت از باتری  $10 \text{ W}$  وات است. انرژی درونی با چه سرعتی تغییر می‌یابد؟ (مهندسی شیمی - ۸۷)

- (۱)  $-146 \frac{\text{J}}{\text{s}}$
- (۲)  $-246 \frac{\text{J}}{\text{s}}$
- (۳)  $146 \frac{\text{J}}{\text{s}}$
- (۴)  $246 \frac{\text{J}}{\text{s}}$

۴۱- برای یک ظرف محتوی گاز ایده‌آل و ایزوله، اگر گاز درون آن منبسط شود و اختلاف دما نیز افزایش یابد آنگاه: (مهندسی شیمی - آزاد ۸۷ و ۸۹)

- (۱) مقدار انرژی درونی ثابت می‌ماند.
- (۲) مقدار کار انجام یافته افزایش می‌یابد.
- (۳) مقدار انرژی درونی کاهش می‌یابد.
- (۴) مقدار کار انجام شده ثابت می‌ماند.

(مهندسی شیمی - آزاد ۸۷)

۴۲- در کدام مورد زیر از تحول‌های ترمودینامیکی، کار مصرف شده مستقل از مسیر است؟

- (۱) آدیاباتیک (۲) ایزوبار (۳) ایزوترم (۴) ایزنتروپیک

(مهندسی شیمی - آزاد ۸۷)

۴۳- در عمل اختلاط آب، افزایش دما به سبب کدام یک از گزینه‌های زیر رخ می‌دهد؟

- (۱) انتقال حرارت از محیط به آب (۲) انتقال کار از محیط به آب  
(۳) تبدیل انرژی جنبشی آب به انرژی حرارتی (۴) تبدیل انرژی پتانسیل آب به انرژی حرارتی

(مهندسی شیمی - آزاد ۸۷)

۴۴- کدام گزینه برای دما در سیستم آدیاباتیک به شرط انجام کار برقرار است؟

- (۱) دما افزایش می‌یابد. (۲) دما کاهش می‌یابد.  
(۳) دما افزایش و سپس کاهش می‌یابد. (۴) دما ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(مهندسی شیمی - آزاد ۸۷)

۴۵- اگر فرایندی بی‌دررو باشد، آنگاه کار انجام شده توسط سیستم بسته:

- (۱) مستقل از مسیر است. (۲) مستقل از دمای اولیه است.  
(۳) مستقل از فشار اولیه است. (۴) به مسیر انجام شده بستگی دارد.

۴۶- یک سیلندر دارای پیستون حاوی  $15 \text{ m}^3$  گاز تحت فشار  $15 \text{ kPa}$  قرار دارد. اگر گاز به صورت برگشت‌پذیر تا حجم  $5 \text{ m}^3$  در فشارثابت متراکم شده و گرمای انتقال یافته از گاز و از طریق بدنه سیلندر  $3 \text{ kJ}$  باشد، مقدار تغییر انرژی داخلی  $\Delta U$  و تغییر آنتالپی گاز  $\Delta H$  برابر است با:

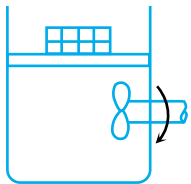
(مهندسی شیمی - آزاد ۸۸)

(بر حسب kJ):

- (۱)  $\Delta U = 22/5$  ,  $\Delta H = 15$  (۲)  $\Delta U = -15$  ,  $\Delta H = -30$   
(۳)  $\Delta U = -7/5$  ,  $\Delta H = -22/5$  (۴)  $\Delta U = -45$  ,  $\Delta H = -20$

۴۷- مقدار تبادل کار از طریق پروانه به سیلندر و پیستون حاوی هوا (گاز ایده‌آل) برابر با  $2 \text{ kJ}$  است و تغییر حجم در فشار ثابت  $200 \text{ kPa}$  بهآهستگی انجام شده و برابر با  $2 \text{ m}^3$  و  $V_2 > V_1$  است. اگر دمای گاز در طی فرایند ثابت بماند. مقدار انتقال حرارت بر حسب kJ چقدر است؟

(مهندسی مکانیک - ۸۹)



- (۱) ۳۰  
(۲) ۲۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۵۰

۴۸- مخزن کاملاً عایقی توسط یک غشاء به دو قسمت غیرمساوی تقسیم شده است. یک قسمت به حجم ۴ لیتر محتوی گاز کامل در فشار  $1 \text{ MPa}$ و دمای  $25^\circ \text{C}$  می‌باشد و قسمت دیگر به حجم ۱۲ لیتر کاملاً خالی است. حال غشاء بین دو قسمت پاره می‌شود و گاز همه حجم مخزن را پر می‌کند. دما و

(مهندسی شیمی - ۹۰)

فشار نهایی درون مخزن بر حسب درجه سانتی‌گراد و مگاپاسکال به ترتیب چقدر می‌باشند؟

- (۱)  $20$  و  $10$  (۲)  $10$  و  $25$  (۳)  $25$  و  $25$  (۴)  $25$  و  $5$

۴۹-  $2 \text{ kg}$  گاز هیدروژن ( $C_p = 14/16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ ,  $R_{H_2} = 4/16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ ) در داخل مخزن صلب سر بسته‌ای قرار دارد. در داخل مخزن پره‌ای نصبشده است که با چرخش آن توسط یک موتور،  $100 \text{ kJ}$  کار به گاز داده می‌شود.  $50 \text{ kJ}$  گرما از بدنه مخزن به بیرون انتقال یافته و تلف می‌گردد. چنانچه

(مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون - ۹۰)

رفتار گاز را ایده‌آل (Ideal) در نظر بگیریم، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) دمای گاز به میزان  $20^\circ \text{C}$  کاهش می‌یابد. (۲) انرژی داخلی گاز به میزان  $60 \text{ kJ}$  افزایش می‌یابد.  
(۳) فشار گاز به میزان  $200 \text{ kPa}$  کاهش می‌یابد. (۴) آنتالپی گاز به میزان  $400 \text{ kJ}$  افزایش می‌یابد.

## درسنامه (۲): ماشین‌ها، پمپ‌های گرمایی و یخچال‌های برگشت‌پذیر



### فرایندهای برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر

فرایندی را برگشت‌پذیر گویند که بدون بر جای گذاشتن هیچ اثری روی اطراف می‌تواند معکوس شود. یعنی سیستم و اطراف، هردو، در انتهای فرایند برگشت‌پذیر به حالت‌های اولیه خود برمی‌گردند. فرایندهای تعادلی برگشت‌پذیر هستند، در حالی که فرایندهای غیرتعادلی، برگشت‌ناپذیر هستند. همه فرایندهای واقعی برگشت‌ناپذیرند، با این حال برخی از فرایندهایی را که رخ می‌دهند می‌توان تقریباً برگشت‌پذیر در نظر گرفت.

در فرایندهای برگشت‌ناپذیر، برگشت‌ناپذیری‌ها در داخل دستگاه، محیط آن یا هردو وجود دارند بنابراین فرایند برگشت‌پذیر فرایندی است که در آن برگشت‌ناپذیری‌های داخلی یا خارجی وجود ندارند.

با وجود اینکه فرایندهای برگشت‌پذیر در طبیعت وجود ندارند، مطالعه این فرایندها و خصوصیات آنها در ترمودینامیک اهمیت بالایی دارد. از نظر ترمودینامیکی، فرایند برگشت‌پذیر یک فرایند ایده‌آل است، چون امکان تبدیل هرچه بیشتر گرما به کار وجود دارد و در آن هیچ‌گونه اصطکاکی وجود ندارد.

**فرایند برگشت‌پذیر خارجی:** فرایندی است که در طی آن هیچ‌گونه برگشت‌ناپذیری در خارج از مرزهای سیستم وجود نداشته باشد.

انتقال گرما بین یک منبع و سیستم در حالتی که سطح تماس بین سیستم و منبع در دمای منبع باشد نمونه‌ای از فرایند برگشت‌پذیر خارجی است.

**فرایند برگشت‌پذیر داخلی:** فرایندی است که در طی آن هیچ‌گونه برگشت‌ناپذیری در داخل مرزهای سیستم وجود نداشته باشد.

**فرایند برگشت‌پذیر کلی یا برگشت‌پذیر:** فرایندی است که شامل هیچ‌گونه برگشت‌ناپذیری در سیستم یا اطرافش نباشد. به عبارت دیگر هم برگشت‌پذیر داخلی باشد هم برگشت‌پذیر خارجی.

توجه داشته باشید که فرایندهای واقعی که در آنها تبادل گرما صورت می‌گیرد، برگشت‌ناپذیرند. برای اینکه یک فرایند انتقال گرما برگشت‌پذیر باشد باید اختلاف دماها بی‌نهایت کوچک باشد و زمان لازم برای رسیدن به حالت تعادل بی‌نهایت طولانی باشد.

🌟 **تذکره ۱:** هر فرایند غیرتعادلی یک فرایند برگشت‌ناپذیر داخلی است.

🌟 **تذکره ۲:** هر فرایند شبه‌تعادلی، برگشت‌پذیر داخلی است ولی الزاماً برگشت‌پذیر نیست، چون ممکن است خارج از مرزهای سیستم عوامل برگشت‌ناپذیری وجود داشته باشد.

📌 **کلمه مثال ۱:** کدام یک از گزاره‌های زیر غلط است؟

(۱) اگر فرایندی برگشت‌پذیر داخلی باشد، لزوماً برگشت‌پذیر خارجی نیز هست.

(۲) می‌توان فرایندی آیزنتروپیک و برگشت‌ناپذیر داشت.

(۳) شرط لازم برای تعادل، ثابت بودن همه مختصه‌های نقطه‌ای (Intensive) در کل سیستم است.

(۴) حداکثر کار قابل حصول از یک سیستم، وابسته به فشار و دمای محیط است.

☑ **پاسخ:** گزینه «۱» در فرایند برگشت‌پذیر داخلی، هیچ‌گونه برگشت‌ناپذیری در داخل مرزهای سیستم وجود ندارد ولی ممکن است در خارج سیستم، عامل برگشت‌ناپذیر وجود داشته باشد. بنابراین اگر فرایندی برگشت‌پذیر داخلی باشد، لزوماً برگشت‌پذیر خارجی نیست.

### خواص سیستم‌های برگشت‌پذیر

(۱) کار مسیر رفت با کار مسیر برگشت برابر است.

(۲) در طی انجام فرایند محیط تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.

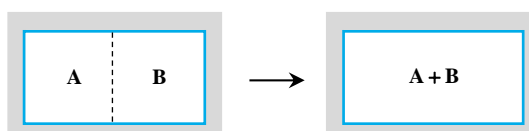
(۳) از تعادل خارج نمی‌شوند.

(۴) بسیار کند هستند.

**عواملی که سبب برگشت‌ناپذیری می‌شوند:**

(۱) اختلاط

مخزن صلب و عایقی را در نظر می‌گیریم:



دو گاز A و B بدون تبادل کار و گرما باهم مخلوط می‌شوند ولی فرایند برگشت، بدون تعامل با محیط اطراف ممکن نیست. یعنی:

در فرایند برگشت  $W < 0$  : در فرایند رفت  $W = 0$  :

۲) اصطکاک

فرایندی که اصطکاک به هر صورتی در آن وجود داشته باشد برگشت‌ناپذیر است.

۳) واکنش شیمیایی

۴) انتقال گرما به وسیله اختلاف دمای محدود

با کاهش اختلاف دما، درجه برگشت‌ناپذیری کاهش پیدا می‌کند و اگر اختلاف دما خیلی ناچیز باشد فرایند به حالت برگشت‌پذیر میل می‌کند.

۵) انبساط غیر تعادلی

این فرایند به گونه‌ای است که در طی آن تعادل در سیستم حفظ نمی‌شود.

\* هر عاملی که سبب غیریکنواختی دما و فشار داخل سیستم شود، عامل ایجاد برگشت‌ناپذیری در سیستم است، که به این سیستم‌ها برگشت‌ناپذیر داخلی هم گفته می‌شود.

مقیاس دمای ترمودینامیکی

طبق مقیاس دمای ترمودینامیکی کلون که برای ماشین‌های گرمایی برگشت‌پذیر برقرار است، نسبت گرماها با نسبت دماهای مطلق برابر است و داریم:

$$\frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_L}$$

با استفاده از رابطه فوق راندمان گرمایی ماشین‌های برگشت‌پذیر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

اندیس rev حالت برگشت‌پذیر بودن را نشان می‌دهد.

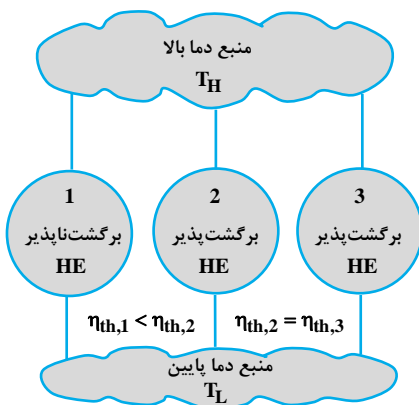
توجه داشته باشید که در معادله فوق، دماها باید به صورت مطلق استفاده شوند.

اصول کارنو

۱- راندمان ماشین گرمایی برگشت‌ناپذیر، همواره کم‌تر از راندمان ماشین برگشت‌پذیری است که بین همان دو منبع کار می‌کند.

۲- راندمان ماشین گرمایی برگشت‌پذیر، به سیال عامل بستگی ندارد و تنها تابع دمای دو منبع است.

(توجه داشته باشید که ضریب عملکرد یخچال و پمپ گرمایی برگشت‌پذیر هم به سیال عامل بستگی ندارد و تنها تابع دمای دو منبع است.)



هرگاه راندمان گرمایی ماشین‌های واقعی و برگشت‌پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می‌کنند مورد مقایسه قرار دهیم، خواهیم داشت:

اگر  $\eta_{th} > \eta_{th,rev}$  باشد ماشین گرمایی غیرممکن است.

اگر  $\eta_{th} = \eta_{th,rev}$  باشد ماشین گرمایی برگشت‌پذیر و ممکن است.

اگر  $\eta_{th} < \eta_{th,rev}$  باشد ماشین گرمایی برگشت‌ناپذیر و ممکن است.

**کلمه مثال ۲:** محقق ادعا می‌کند ماشینی طراحی نموده که از یک منبع گرمایی که تحت دمای  $327^\circ\text{C}$  است، مقدار انرژی برابر  $900\text{kJ}$  دریافت

و  $450\text{kJ}$  کار تولید می‌کند و گرما را نیز به محیط  $27^\circ\text{C}$  تخلیه می‌کند. کدام عبارت زیر برای این ادعا صادق است؟

۱) ساختن این موتور امکان‌پذیر است و به صورت برگشت‌پذیر عمل می‌کند.

۲) ساختن این موتور امکان‌پذیر است و به صورت برگشت‌ناپذیر عمل می‌کند.

۳) ساختن این موتور امکان‌پذیر نیست چون قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

۴) ساختن این موتور امکان‌پذیر نیست چون قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کند.

✓ پاسخ: گزینه «۱» راندمان گرمایی ماشین‌های واقعی و برگشت‌پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می‌کنند تعیین کرده و مقایسه می‌کنیم:

$$\text{حالت برگشت‌پذیر: } \eta_{\text{th,rev}} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{327 - 27}{600} = 0.5$$

$$\text{حالت واقعی: } \eta_{\text{th}} = \frac{W}{Q_H} = \frac{450}{900} = 0.5$$

$\Rightarrow \eta_{\text{th}} = \eta_{\text{th,rev}} \Rightarrow$  ساختن موتور امکان‌پذیر است و به صورت برگشت‌پذیر عمل می‌کند.

در حالتی که یخچال یا پمپ گرمایی به صورت برگشت‌پذیر عمل کند از روابط زیر هم می‌توان جهت تعیین ضریب عملکرد استفاده کرد:

$$\text{COP}_{\text{R,rev}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1}$$

و

$$\text{COP}_{\text{HP,rev}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}}$$

📌 مثال ۳: دمای داخل یک یخچال خانگی که در آشپزخانه یک منزل مسکونی قرار دارد در  $2^\circ\text{C}$  - حفظ می‌شود و دمای آشپزخانه در  $20^\circ\text{C}$  ثابت می‌ماند. در حالی که نرخ نفوذ گرما از بیرون به داخل آشپزخانه (از دیوارها و پنجره‌ها)  $189\text{kJ/min}$  تخمین زده می‌شود، حداقل قدرت مصرفی این یخچال کدام است؟

۱/۵kW (۴)

۰/۷۵kW (۳)

۰/۵kW (۲)

۰/۲۵kW (۱)

✓ پاسخ: گزینه «۲» حداقل قدرت مصرفی یخچال در حالت برگشت‌پذیر است.

$$\text{COP}_{\text{R,rev}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{Q_L}{W_{\text{net}}} \Rightarrow \frac{253/15}{20+20} = \frac{189}{W_{\text{net}}} \Rightarrow W_{\text{net}} = 30 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} = 0.5\text{kW}$$

📌 مثال ۴: یک چرخه پمپ گرمایی (Heat Pump Cycle) برای گرم نگه داشتن یک خانه مسکونی در  $27^\circ\text{C}$  در فصل زمستان مورد استفاده قرار

می‌گیرد، در حالی که دمای هوای بیرون خانه  $23^\circ\text{C}$  - است. اگر پمپ گرمایی  $1/5$  برابر گرمای جذب شده از محیط را به خانه پمپاژ کند، ضریب پیشرفت COP آن چند درصد ماکزیمم ضریب پیشرفت چرخه در بین دو دمای مذکور خواهد بود؟

۸۰٪ (۴)

۶۵٪ (۳)

۵۰٪ (۲)

۲۵٪ (۱)

✓ پاسخ: گزینه «۲» حداکثر ضریب عملکرد مربوط به حالت برگشت‌پذیر است و داریم:

$$\text{حالت برگشت‌پذیر: } \text{COP}_{\text{R,rev}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{300}{300 - 250} = 6$$

$$\frac{Q_H}{Q_L} = 1/5 \Rightarrow \text{COP}_{\text{HP}} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}} = \frac{1}{1 - 0.67} = 3$$

$$\frac{\text{COP}_{\text{HP}}}{\text{COP}_{\text{HP,rev}}} = \frac{3}{6} = 0.5 \text{ یا } 50\%$$

هرگاه ضرایب عملکرد یخچال‌های واقعی و برگشت‌پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می‌کنند مورد مقایسه قرار دهیم، خواهیم داشت:

اگر  $\text{COP}_{\text{R}} > \text{COP}_{\text{R,rev}}$  باشد یخچال غیرممکن است.

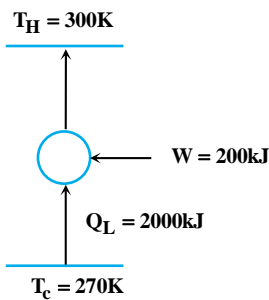
اگر  $\text{COP}_{\text{R}} = \text{COP}_{\text{R,rev}}$  باشد یخچال برگشت‌پذیر و ممکن است.

اگر  $\text{COP}_{\text{R}} < \text{COP}_{\text{R,rev}}$  باشد یخچال برگشت‌ناپذیر و ممکن است.

برای پمپ‌های گرمایی نیز می‌توان مقایسه‌ای شبیه مقایسه بالا انجام داد. با این تفاوت که به جای  $\text{COP}_{\text{HP}}$ ،  $\text{COP}_{\text{R}}$  قرار می‌گیرد.

$\text{COP}_{\text{R}}$  برای یخچال‌های خانگی حدود  $2/5$  و برای یخسازها حدود ۱ است.  $\text{COP}_{\text{HP}}$  در محدوده دماهای متوسط حدود ۴ است.





کله مثال ۵: برای چرخه سرماساز مطابق شکل مقابل کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) چرخه برگشت پذیر است.

(۲) چرخه غیر برگشت پذیر است.

(۳) قانون اول ترمودینامیک نقض شده است.

(۴) قانون دوم ترمودینامیک نقض شده است.

پاسخ: گزینه «۴» ضریب عملکرد چرخه واقعی و برگشت پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می کنند تعیین کرده و مقایسه می کنیم:

ضریب عملکرد چرخه برگشت پذیر برابر است با:

$$\text{COP}_{R,rev} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{270}{300 - 270} = 9$$

$$\text{COP}_R = \frac{Q_L}{W} = \frac{2000}{200} = 10$$

قانون دوم ترمودینامیک نقض می شود.  $\Rightarrow \text{COP}_R > \text{COP}_{R,rev} \Rightarrow$

کله مثال ۶: آیا ممکن است یک موتور گرمایی ساخت که بین دو درجه حرارت  $800\text{K}$  و  $300\text{K}$  کار کرده، مقدار گرمای گرفته شده از منبع گرم

$500\text{kJ}$  و گرمای داده شده به منبع سرد  $180\text{kJ}$  و کار انجام شده توسط موتور  $200\text{kJ}$  باشد؟

(۱) ممکن است.

(۲) ممکن نیست زیرا قانون اول ترمودینامیک را نقض می کند.

(۳) ممکن نیست زیرا قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

(۴) ممکن نیست زیرا هر دو قانون اول و دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

پاسخ: گزینه «۲» بررسی قانون اول:

$$\oint \delta Q = \oint \delta W \Rightarrow 500 - 180 \neq 200 \Rightarrow \text{قانون اول نقض می شود}$$

$$\eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{800} = 0.625, \quad \eta_{th} = \frac{W}{Q_H} = \frac{200}{500} = 0.4$$

بررسی قانون دوم:

چون  $\eta_{th}$  کوچک تر از  $\eta_{th,rev}$  است قانون دوم صادق است.

کله مثال ۷: در یک موتور گرمایی برگشت پذیر دمای منبع گرم دو برابر می شود. کدام مقایسه در مورد راندمان چرخه در حالت دوم ( $\eta_2$ ) و راندمان در

حالت اول ( $\eta_1$ ) صحیح است؟

$$\eta_2 > 2\eta_1 \quad (4)$$

$$\eta_1 < \eta_2 < 2\eta_1 \quad (3)$$

$$\eta_2 = 2\eta_1 \quad (2)$$

$$\eta_2 = \eta_1 \quad (1)$$

$$\eta_1 = \eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

پاسخ: گزینه «۳» راندمان موتور گرمایی برگشت پذیر در حالت اول برابر است با:

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_L}{2T_H} > \eta_1, \quad 2\eta_1 = 2\left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) > \eta_2$$

در حالت دوم که دمای منبع گرم دو برابر می شود داریم:

$$\eta_1 < \eta_2 < 2\eta_1 \quad \text{با مقایسه } \eta_2 \text{ و } \eta_1$$

کله مثال ۸: یک پمپ گرمایی با مصرف توان  $16\text{kW}$  دمای فضای داخلی یک خانه را در  $27^\circ\text{C}$  ثابت نگه می دارد. اگر حرارت دفع شده از

دیواره های خانه معادل با  $Q = 3(T_{in} - T_L)$  کیلو وات باشد که  $T_L$  دمای هوای فضای بیرون خانه باشد، کمترین دمای ممکن برای فضای بیرون از خانه

چند درجه سانتی گراد است؟

$$-23 \quad (4)$$

$$-13 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

✓ پاسخ: گزینه «۳» طبق تعریف ضریب عملکرد پمپ گرمایی داریم:

$$Q_H = 3(T_{in} - T_L) = 3(300 - T_L) \quad , \quad COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{net}} = \frac{3(300 - T_L)}{16}$$

کمترین دمای ممکن برای فضای بیرون از خانه در حالی است که از پمپ گرمایی برگشت‌پذیر استفاده شود.

$$COP_{HP,rev} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{300}{300 - T_L} = \frac{3(300 - T_L)}{16} \Rightarrow (300 - T_L)^2 = 1600 \Rightarrow T_L = 260 \text{ K} = -13^\circ \text{C}$$

🌟 تذکر ۳: با توجه به تعریف ضریب عملکرد می‌توان نتیجه گرفت که COP یخچال و پمپ گرمایی با کاهش  $T_L$  کاهش می‌یابد:

$$T_L \rightarrow 0 \text{ K} : COP_R \rightarrow 0 \quad , \quad COP_{HP} \rightarrow 1$$

🌟 تذکر ۴: اگر پمپ گرمایی و یخچالی را در نظر بگیریم که بین دو دمای  $T_H$  و  $T_L$  کار می‌کنند ( $T_H$  و  $T_L$  برای هر دو یکسان هستند) داریم:

$$COP_{HP} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} \quad , \quad COP_R = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

$$COP_{HP} - COP_R = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} - \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H - Q_L} = 1$$

$$COP_{HP} = COP_R + 1$$

بنابراین خواهیم داشت:

با توجه به رابطه مربوط به  $COP_R$  مشخص است که هرگاه  $Q_H = Q_L$  باشد  $COP_R$  برابر بی‌نهایت و هرگاه  $Q_L = 0$  باشد  $COP_R$  برابر صفر خواهد شد، در نتیجه محدوده عددی ضریب عملکرد عبارت است از:

$$0 \leq COP_R < \infty \quad , \quad 1 \leq COP_{HP} < \infty$$

📌 مثال ۹: یک چرخه تبرید (Refrigeration Cycle) در فاصله دمایی  $\Delta T = T_H - T_L = 3^\circ \text{C}$  کار می‌کند به طوری که ماکزیمم ضریب پیشرفت  $(COP)_{max}$  آن ۱۱ می‌باشد. چنان‌چه از همین چرخه در همان فاصله دمایی برای پمپ گرمایی (Heat Pump) استفاده شود، ماکزیمم ضریب پیشرفت پمپ گرمایی برابر کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

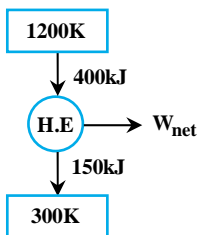
۵ (۱)

✓ پاسخ: گزینه «۴» رابطه بین  $COP_{HP}$  و  $COP_R$  به صورت مقابل است:  $COP_{HP} = COP_R + 1 \Rightarrow COP_{HP} = 11 + 1 \Rightarrow COP_{HP} = 12$

راندمان قانون دوم: نسبت راندمان گرمایی را به راندمان ماشین گرمایی کارنو، در شرایط یکسان ( $T_L, T_H$ ) راندمان قانون دوم می‌نامیم:

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{th,rev}}$$

📌 مثال ۱۰: راندمان قانون دوم موتور گرمایی نشان داده شده در شکل مقابل کدام است؟



۸۳ (۱) %

۷۵ (۲) %

۶۲ (۳) %

۹۰ (۴) %

✓ پاسخ: گزینه «۱» برای تعیین راندمان قانون دوم، ابتدا باید راندمان گرمایی در حالت‌های واقعی و برگشت‌پذیر را محاسبه کنیم:

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{th,rev}}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{150}{400} = \frac{5}{8}$$

$$\eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{1200} = \frac{3}{4}$$

راندمان قانون دوم عبارت است از نسبت راندمان گرمایی در حالت واقعی به راندمان گرمایی در حالت برگشت‌پذیر.

$$\eta_{II} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{6} = \frac{20}{24} = 0.83 \text{ یا } 83\%$$



# مدرس‌ان شریف

## فصل چهارم

### «آنتروپی»

قانون اول ترمودینامیک، نخست برای یک چرخه به‌دست آمد و به دنبال آن با معرفی خاصیتی به نام انرژی داخلی، به‌صورتی مطرح گردید که بتواند برای فرایند به کار رود. توسعه قانون دوم ترمودینامیک هم از الگوی مشابهی پیروی می‌کند این قانون نخست برای یک چرخه به‌دست آمد و سپس با معرفی خاصیتی به‌نام آنتروپی، برای کاربرد در یک فرایند توسعه می‌یابد. کلازیوس تلاش کرد کاربرد قانون دوم را به روش کمی ممکن سازد برای اینکار او یک تابع ریاضی را معرفی کرد و آن را آنتروپی نامید. براساس محاسبات، آنتروپی روشی را به‌دست می‌دهد که با استفاده از آن، جهت فرایندهای خودبه‌خودی انجام‌پذیر مشخص می‌گردد و علت غیرممکن بودن بعضی تبدلات انرژی تشریح می‌شود.

### درسنامه (I): آنتروپی و تغییرات آن در فرایندهای مختلف

#### تعریف آنتروپی

چنانچه در بحث نامساوی کلازیوس ذکر گردید، برای فرایند «برگشت‌پذیر کلی» یا «برگشت‌پذیر داخلی» داریم:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

بنابراین  $\frac{\delta Q}{T}$  مستقل از مسیر بوده و دیفرانسیل کامل است، یعنی می‌توان آن را خاصیتی مثل  $S$  در نظر گرفت که این خاصیت را آنتروپی می‌نامند.

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{rev}}$$

برای یک سیستم بسته در فرایند برگشت‌پذیر داریم:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$[S] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}}, \quad [s] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$$

**نکته ۱:** آنتروپی یک خاصیت ترمودینامیکی است و تغییر آنتروپی بین دو حالت مشخص، دارای مقدار معینی است که مستقل از مسیر فرایند، برگشت‌پذیری یا برگشت‌ناپذیری است. یعنی اگر ابتدا و انتهای دو فرایند یکسان باشند،  $\Delta S$  دو فرایند برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر برابر است ولی اگر انتهای دو فرایند یکسان نباشند،  $\Delta S$  مسیر برگشت‌ناپذیر بیشتر از  $\Delta S$  مسیر برگشت‌پذیر است.

**مثال ۱:** در سیستمی که از یک شرایط اولیه‌ی تعادلی به شرایط دیگر تعادلی توسط دو فرایند (I) برگشت‌پذیر و (II) برگشت‌ناپذیر برسد، کدام یک از روابط زیر صادق است؟

$$\Delta S_I \leq \Delta S_{II} \quad (۴)$$

$$\Delta S_I > \Delta S_{II} \quad (۳)$$

$$\Delta S_I = \Delta S_{II} \quad (۲)$$

$$\Delta S_I < \Delta S_{II} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۲» چون آنتروپی یک تابع حالت است و در این سؤال نقاط اولیه و نهایی یکسان هستند، بنابراین تغییرات آنتروپی در هر دو حالت یکسان است.

**تذکره:** آنتروپی یک خاصیت ناپایستار است که در کلیه فرایندهای واقعی افزایش می‌یابد. در نتیجه آنتروپی جهان همواره در حال افزایش است (توجه داشته باشید که آنتروپی، تنها در فرایندهای برگشت‌پذیر پایستار است).

## فرایند دما ثابت برگشت‌پذیر داخلی

در یک فرایند دما ثابت برگشت‌پذیر داخلی داریم:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 \delta Q$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0}$$

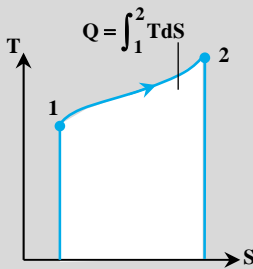
$T_0$ : دمای مطلق ثابت سیستم و  $Q$ : انتقال گرما.

اگر به سیستم گرما داده شود، آنتروپی سیستم افزایش می‌یابد و اگر از سیستم گرما دفع شود، آنتروپی سیستم کاهش پیدا می‌کند.

نمودار دما-آنتروپی: انتخاب دما و آنتروپی به‌عنوان دو پارامتر جهت توصیف یک سیستم ترمودینامیکی امتیازات مختلفی دارد. در نمودار  $T$ - $S$ ، فرایندهای دما ثابت و آدیباتیک برگشت‌پذیر خطوط افقی و قائم هستند. چنانچه ذکر شد، برای یک فرایند برگشت‌پذیر داخلی (یا کلی) داریم:

$$\delta Q_{rev} = T dS$$

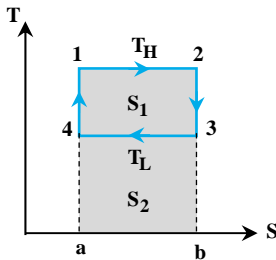
$$Q_{rev} = \int_1^2 T dS$$



که با مساحت سطح زیر منحنی نشان داده شده برابر است.

در نمودار  $T$ - $S$  اگر چرخه ساعتگرد باشد مربوط به ماشین گرمایی است و دارای  $Q$  مثبت است. اگر پادساعتگرد باشد مربوط به پمپ گرمایی است و دارای  $Q$  منفی است.

به‌عنوان مثال در چرخه کارنو داریم:



$$Q_H = S_1 + S_2, \quad Q_L = S_2$$

**تذکره ۲:** در فرایندهای چرخه‌ای سطح داخل قسمت بسته نمودار  $T$ - $S$  نشان‌دهنده کار خالص چرخه است، چون در این فرایندها جمع جبری کارها با جمع جبری گرماها برابر است.

## اصل افزایش آنتروپی

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

با توجه به تعریف آنتروپی، قانون دوم ترمودینامیک را می‌توان به‌صورت مقابل بیان نمود:

$$\Delta S_{sys} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

علامت تساوی برای «فرایند برگشت‌پذیر داخلی» و علامت نامساوی برای «فرایند برگشت‌ناپذیر» به کار می‌رود.

تولید آنتروپی  $S_{gen}$  معیاری از آنتروپی ایجاد شده در اثر برگشت‌ناپذیریها (اصطکاک، اختلاط و ...) است. در واقع درجه برگشت‌ناپذیری فرایند را نشان می‌دهد.

مقدار  $S_{gen}$  همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است و به مسیر فرایند بستگی دارد، در نتیجه یک خاصیت سیستم نیست. ( $S_{gen} \geq 0$ )

$$\Delta S_{isolate} \geq 0$$

**اصل افزایش آنتروپی:** در یک سیستم منزوی که در آن انتقال جرم و انتقال گرما وجود ندارد، داریم:

طبق معادله فوق برای برگشت‌ناپذیری، تولید آنتروپی وجود دارد و از حالت‌های اولیه سیستم تنها حالت‌هایی را می‌توان به‌دست آورد که در رسیدن به آنها آنتروپی افزایش پیدا می‌کند. این معادله را اصل افزایش آنتروپی می‌نامند که به‌عنوان صورت دیگری از قانون دوم ترمودینامیک می‌تواند در نظر گرفته شود و براساس آن آنتروپی یک سیستم منزوی یا افزایش می‌یابد یا ثابت می‌ماند (فرایند برگشت‌پذیر).

هر فرایند واقعی که نامساوی فوق را نقض کند از نظر فیزیکی غیرممکن است.

**تذکره ۳:** در فرایندهای برگشت‌پذیر، آنتروپی تولید نمی‌شود:  $S_{gen} = 0$

$$S_{gen} = \begin{cases} > 0 & \text{فرایند برگشت‌ناپذیر است.} \\ = 0 & \text{فرایند برگشت‌پذیر است.} \\ < 0 & \text{فرایند غیرممکن است.} \end{cases}$$



**تذکره ۴:** تغییر آنتروپی سیستم می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد ولی  $S_{gen}$  نمی‌تواند منفی باشد.

**نکته ۲:** روش‌های افزایش آنتروپی سیستم: ۱- گرما دادن به سیستم ۲- قراردادن در یک فرایند برگشت‌ناپذیر

روش کاهش آنتروپی سیستم: گرفتن گرما از سیستم

فرایندهای آنتروپی ثابت در نمودار T-S به صورت خطوط قائم نشان داده می‌شوند. در یک فرایند آدیاباتیکی برگشت‌پذیر  $\delta Q_{rev} = 0$ :

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev}$$

بنابراین فرایند آدیاباتیکی برگشت‌پذیر یک فرایند آنتروپی ثابت (ایزنتروپیک) است. برعکس این مطلب همیشه صحیح نیست، یعنی فرایند آنتروپی ثابت الزاماً آدیاباتیکی برگشت‌پذیر نیست. به‌عنوان مثال، اگر جریان سیال توأم با اصطکاک را در نظر بگیرید، آنتروپی آن افزایش می‌یابد. اگر به طور همزمان گرما با چنان نرخی از سیستم منتقل شود که افزایش آنتروپی ناشی از برگشت‌ناپذیری را خنثی کند، فرایند آنتروپی ثابت می‌شود، واضح است که این فرایند نه برگشت‌پذیر است و نه آدیاباتیکی. نتیجه‌ای که از این مطلب می‌گیریم این است که در یک فرایند برگشت‌ناپذیر ایزنتروپیک، انتقال گرما از سیستم لازم است.

**مثال ۲:** یک فرایند ایزنتروپیک (آنتروپی ثابت) می‌تواند .....  
 (۱) یک فرایند برگشت‌پذیر باشد که در آن انتقال حرارت وجود ندارد.  
 (۲) یک فرایند برگشت‌ناپذیر باشد که در آن سیستم حرارت از دست می‌دهد.  
 (۳) یک فرایند برگشت‌ناپذیر باشد که در آن سیستم حرارت می‌گیرد.  
 (۴) گزینه‌های ۱ و ۲

**پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به توضیح فوق یک فرایند در یکی از دو حالت زیر می‌تواند ایزنتروپیک باشد:

۱- آدیاباتیکی برگشت‌پذیر ۲- برگشت‌ناپذیر توأم با از دست دادن حرارت

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

**نکته ۳:** برای یک فرایند برگشت‌ناپذیر، گرفتن گرما الزاماً سبب کاهش یا افزایش آنتروپی نمی‌شود، چون:

$$S_{gen} > 0 \text{ و } \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} < 0$$

**نکته ۴:** در کلیه فرایندها داریم:  $Q > 0 \Rightarrow \Delta S > 0$  ,  $\Delta S < 0 \Rightarrow Q < 0$

**مثال ۳:** یک فرایند برگشت‌پذیر داخلی روی یک سیستم بسته انجام می‌گیرد. در این فرایند سیستم،  $5 \text{ kJ}$  کار انجام می‌دهد و  $5 \text{ kJ}$  نیز گرما جذب می‌کند تغییر انرژی داخلی سیستم ..... و تغییر آنتروپی آن ..... است.

(۱) صفر - مثبت (۲) صفر - صفر (۳) مثبت - منفی (۴) مثبت - مثبت

**پاسخ:** گزینه «۱»

$$Q = W \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$Q > 0 \Rightarrow \Delta S > 0$$

**مثال ۴:** اگر سیستمی  $20 \text{ kJ}$  گرما در دمای  $400 \text{ K}$  از دست بدهد و  $15 \text{ kJ}$  کار روی آن انجام گیرد، تغییر آنتروپی آن سیستم ..... است.

(۱) حتماً صفر (۲) حتماً مثبت (۳) حتماً منفی (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

**پاسخ:** گزینه «۴» با توجه به رابطه  $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + S_{gen}$  در مورد تغییر آنتروپی سیستم نمی‌توان اظهار نظر کرد، چون به  $S_{gen}$  هم بستگی دارد.

هر سیستم و اطرافش را به صورت دو زیرسیستم منزوی می‌توان در نظر گرفت. طبق اصل افزایش آنتروپی داریم:

$$S_{gen} = \Delta S_t = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0$$

در یک فرایند برگشت‌پذیر داریم:

$$\Delta S_{sys} = \left(\frac{Q}{T}\right)_{rev} \quad \Delta S_{sur} = -\left(\frac{Q}{T}\right)_{rev}$$

$$\Delta S_t = S_{gen} = 0$$

بنابراین آنتروپی تولید شده  $S_{gen}$  یا تغییر آنتروپی کل برابر است با:

## تغییر آنتروپی محیط

$$\Delta S_{\text{sur}} = \frac{Q_{\text{sur}}}{T_{\text{sur}}}$$

با توجه به ثابت بودن دمای محیط، تغییر آنتروپی محیط از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$Q_{\text{sur}}$ : گرمای منتقل شده (اگر محیط گرما بگیرد علامت مثبت و اگر گرما از دست بدهد علامت منفی است).

$T_{\text{sur}}$ : دمایی که طی آن انتقال گرما صورت گرفته است. (دمای مطلق)

از رابطه فوق می‌توان هم برای فرایندهای برگشت‌پذیر و هم فرایندهای برگشت‌ناپذیر استفاده کرد. در یک فرایند آدیاباتیک داریم:

$\Delta S_{\text{sur}} = 0$  تغییر آنتروپی محیط اطراف، در اثر وقوع این فرایند است.

در یک سیستم مرکب ایزوله شده، تغییر آنتروپی خالص نمی‌تواند منفی باشد.

$$\Delta S_t \geq 0 \quad \text{یا} \quad \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots \geq 0$$

برای یک سیستم مرکب شامل یک سیستم و محیط آن داریم:

$$\Delta S_t \geq 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sur}} \geq 0, \quad \Delta S_t = (S_2 - S_1)_{\text{sys}} + \left(\frac{-Q_{\text{sys}}}{T_{\text{sur}}}\right) \geq 0$$

در معادله فوق، علامت تساوی برای «فرایندهای برگشت‌پذیر» و علامت نامساوی برای «فرایندهای برگشت‌ناپذیر» به کار می‌رود.

**مثال ۵:** کدام یک از عبارات زیر غلط است؟

(۱) آنتروپی یک سیستم مجزا (ایزوله) هیچ‌گاه کاهش نمی‌یابد.

(۲) تغییر خالص آنتروپی برای سیستم باز (حجم کنترل) مثل سیستم بسته هیچ‌گاه منفی نمی‌شود.

(۳) اگر به یک سیستم بسته گرما بدهیم، آنتروپی آن همیشه افزایش می‌یابد.

(۴) هر سه گزینه

پاسخ: گزینه «۳» در یک سیستم ایزوله داریم:

$$\Delta S_{\text{isolate}} \geq 0$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0}$$

تغییر آنتروپی در یک فرایند دما ثابت برگشت‌پذیر داخلی به صورت مقابل است:

که اگر به سیستم گرما داده شود، آنتروپی افزایش و اگر از سیستم گرما دفع شود، آنتروپی کاهش می‌یابد.

**مثال ۶:** ۲kg آب مایع از یک منبع حرارت ۸۴۰kJ گرما جذب می‌کند تا اینکه با آن به تعادل حرارتی می‌رسد. دمای منبع حرارت ثابت و برابر

۴۲۰K می‌باشد. تغییر آنتروپی کل فرایند  $\Delta S_{\text{total}} = 20 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$  می‌باشد. تغییر آنتروپی آب برابر خواهد بود با:

$$18 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (۴)$$

$$22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (۳)$$

$$27 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (۲)$$

$$42 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۳» آب را به عنوان سیستم در نظر می‌گیریم:

$$\Delta S_t = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sur}} = \Delta S_{\text{sys}} + \frac{Q}{T} \Rightarrow 20 = \Delta S_{\text{sys}} + \frac{-840}{420} \Rightarrow \Delta S_{\text{sys}} = 22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

توجه کنید که چون آب گرما جذب کرده است محیط گرما از دست داده و علامت Q منفی خواهد بود.

**مثال ۷:** یک گلوله فلزی به جرم یک کیلوگرم و دمای ۵۰۰K درون یک استخر بزرگ آب با دمای ۳۰۰K انداخته می‌شود. کدام گزینه در مورد

تغییر آنتروپی گلوله فلزی ( $\Delta S$ ) برحسب  $\frac{\text{kJ}}{\text{K}}$  صحیح است؟ (گرمای ویژه گلوله فلزی:  $3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ )

$$\Delta S \geq -2 \quad (۴)$$

$$\Delta S \leq -2 \quad (۳)$$

$$\Delta S = -2 \quad (۲)$$

$$\Delta S \geq 2 \quad (۱)$$

$$Q = mC\Delta T = 1 \times 3 \times 200 = 600 \text{kJ}$$

پاسخ: گزینه «۴» حرارت منتقل شده از گلوله فلزی به آب استخر برابر است با:

$$\Delta S_{\text{net}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} \geq 0$$

$$\Delta S_{\text{sys}} + \frac{Q}{T_0} \geq 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{sys}} \geq \frac{Q}{T_0} \Rightarrow \Delta S_{\text{sys}} \geq -\frac{600 \text{kJ}}{300 \text{K}} \Rightarrow \Delta S_{\text{sys}} \geq -2 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

**مثال ۸:** سیستم بسته‌ای طی یک فرایند با محیطی به دمای  $T_0$ ، مقداری گرما از محیط جذب می‌کند. هرگاه آنتروپی اولیه و نهایی  $S_1$  و  $S_2$  باشند، حداکثر مقدار انتقال گرما چقدر است؟

(۱)  $T_0(S_2 - S_1)$       (۲)  $T_0(S_2 - S_1)$       (۳)  $T_0 S_1$       (۴)  $T_0 S_2$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به اصل افزایش آنتروپی داریم:

$$\Delta S_{\text{net}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sur}} \geq 0 \Rightarrow S_2 - S_1 + \frac{-Q_{\text{sys}}}{T_0} \geq 0$$

$$Q_{\text{sys}} \leq T_0(S_2 - S_1) \Rightarrow Q_{\text{sys,max}} = T_0(S_2 - S_1)$$

**مثال ۹:** جسم بزرگی با دمای  $T_H = 2000\text{K}$  توسط یک میله رسانا  $1000\text{kJ}$  گرما را به جسم بزرگ دیگری به دمای  $T_L = 1000\text{K}$  انتقال می‌دهد. میزان تغییر آنتروپی خالص سیستم مرکب ذکر شده چقدر است؟

(۱)  $\frac{\text{kJ}}{\text{K}}$       (۲)  $0.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$       (۳)  $-0.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$       (۴)  $0$

$$\Delta S_{\text{t}} = \Delta S_{\text{H}} + \Delta S_{\text{L}} = \frac{Q_{\text{H}}}{T_{\text{H}}} + \frac{Q_{\text{L}}}{T_{\text{L}}} = \frac{-1000}{2000} + \frac{1000}{1000} = 0.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

پاسخ: گزینه «۲»

توجه کنید که چون جسم گرم‌تر، گرما از دست داده است علامت گرمای آن را منفی گذاشتیم.

**مثال ۱۰:** در یک چرخه برگشت پذیر، دمای منبع گرم از  $1500\text{K}$  به  $300\text{K}$  (دمای محیط) کاهش می‌یابد، در حالی که دمای منبع سرد (محیط) ثابت و در  $300\text{K}$  باقی می‌ماند. پس از متوقف شدن چرخه ملاحظه می‌شود که منبع سرد مجموعاً  $150\text{kJ}$  حرارت دریافت کرده است. تغییرات آنتروپی منبع گرم چند کیلوژول بر کلوین است؟

(۱)  $+0.5$       (۲)  $-0.5$       (۳)  $-2$       (۴)  $+2$

پاسخ: گزینه «۲» در چرخه برگشت پذیر  $\Delta S_{\text{tot}} = 0$  است، بنابراین داریم:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{\text{C}} + \Delta S_{\text{H}} = \frac{Q_{\text{C}}}{T_{\text{C}}} + \Delta S_{\text{H}} = 0 \Rightarrow \frac{150}{300} + \Delta S_{\text{H}} = 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{H}} = -0.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

**مثال ۱۱:** اگر تغییرات آنتروپی یک سیستم در طی یک فرایند بزرگ‌تر از صفر باشد ( $\Delta S > 0$ )، آنگاه.....

- (۱) سیستم در طی فرایند حرارت دریافت کرده است.      (۲) سیستم در طی فرایند حرارت دفع کرده است.  
 (۳) سیستم فرایند آدیباتیک را طی کرده است.      (۴) تمام موارد فوق امکان پذیر است.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}, \quad S_{\text{gen}} \geq 0$$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از رابطه مقابل داریم:

بررسی گزینه ۱:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} > 0, \quad S_{\text{gen}} \geq 0 \Rightarrow \Delta S > 0$$

بررسی گزینه ۲:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} < 0, \quad S_{\text{gen}} \geq 0$$

$\Delta S$  می‌تواند بزرگ‌تر از صفر هم باشد.

بررسی گزینه ۳:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad S_{\text{gen}} > 0 \Rightarrow \Delta S > 0$$

البته در گزینه (۳) فرایند باید برگشت‌ناپذیر باشد تا  $S_{\text{gen}} > 0$  شود.

## درسنامه (۳): چرخه‌های تبرید

در حالت کلی فرایند تبرید عبارت است از کاهش دمای سیستم تا کمتر از دمای محیط.

در فصل ۵ برخی از موارد مربوط به چرخه‌های تبرید از جمله یخچال‌ها و پمپ‌های گرمایی و ضریب عملکرد آن‌ها و همچنین چرخه کارنوی معکوس مورد بحث و بررسی قرار گرفتند. در این‌جا چرخه‌های مربوط را به اختصار بررسی می‌کنیم.

### چرخه تبرید تراکم بخار ایده‌آل

در این چرخه ایرادات چرخه تبرید کارنو با تبخیر کامل مبرد قبل از تراکم و استفاده از شیر انبساط به جای توربین رفع شده است. در این چرخه، مایع در حال تبخیر در فشار ثابت، گرما را در دمای پایین جذب می‌کند. بخار تولیدشده تا فشار بالاتر متراکم و بعد از آن سرد می‌شود. سپس با دفع گرما در چگالنده، بخار سرد شده و به مایع تبدیل می‌شود. مایع خروجی از چگالنده منبسط می‌شود و به حالت اولیه برگردانده می‌شود. فرایند انبساط مایع خروجی از چگالنده می‌تواند در یک توربین انجام شود تا کار تولید شود ولی به دلایل عملی توسط فرایند اختناق انجام می‌شود.

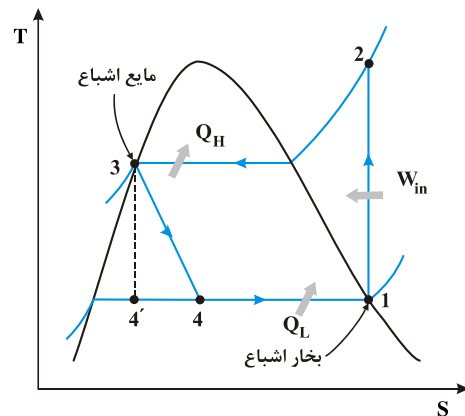
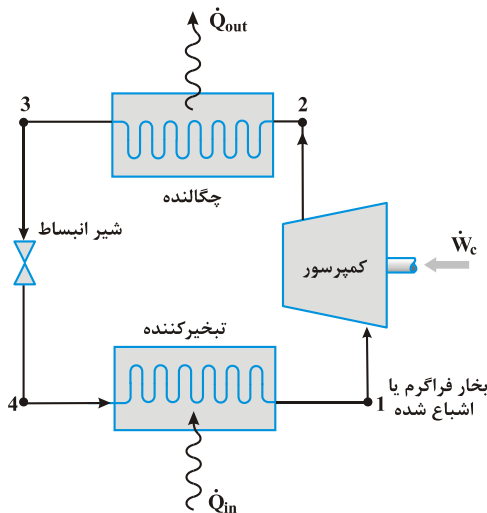
#### مراحل چرخه تبدیل تراکم بخار:

|                            |                              |
|----------------------------|------------------------------|
| (۱) تراکم ایزنتروپیک       | (۲ → ۱) آنترروپی ثابت        |
| (۲) انتقال حرارت فشار ثابت | (۳ → ۲) فشار ثابت - دفع گرما |
| (۳) انبساط در شیر اختناق   | (۴ → ۳) آدیاباتیک            |
| (۴) انتقال حرارت فشار ثابت | (۱ → ۴) فشار ثابت - جذب گرما |

این چرخه از دو فرایند فشار ثابت، یک فرایند ایزنتروپیک و یک فرایند آنتالپی ثابت تشکیل شده است.

در فرایند اختناق که معمولاً در یک شیر نیمه‌باز یا لوله بلند با قطر کم اتفاق می‌افتد فشار سیال عامل ناگهان افت می‌کند. چنانچه قبلاً هم اشاره شد این فرایند به صورت آنتالپی ثابت صورت می‌گیرد ولی آنترروپی افزایش می‌یابد (بازگشت‌ناپذیر).

$$h_3 = h_4$$



$$COP_R = \frac{Q_{in}}{W_c} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

ضریب عملکرد چرخه تبرید تراکم بخار را می‌توان از رابطه مقابل به دست آورد:

**نکته ۱:** چرخه تبرید تراکم بخار، معکوس چرخه رانکین است با این تفاوت که در چرخه تبرید از شیر اختناق (فرایند بازگشت‌ناپذیر) و در چرخه رانکین از پمپ (فرایند بازگشت‌پذیر) استفاده شده است.

**نکته ۲:** تفاوت این چرخه با چرخه تبرید کارنو در این است که ورودی کمپرسور در این چرخه به حالت بخار اشباع است.

**نکته ۳:** برای ظرفیت‌های بالای سرمایشی از توربین و برای ظرفیت‌های پایین سرمایشی از شیر فشارشکن استفاده می‌شود.

**توجه:** خروجی تبخیرکننده، بخار اشباع (نقطه ۱) و خروجی چگالنده، مایع اشباع (نقطه ۳) است.



**مثال ۱:** اگر در یخچالی سیال در چگالنده (condenser) به جای مایع اشباع به شرایط مایع متراکم برسد، به شرطی که فشار تبخیرکننده (evaporator) ثابت باشد، COP (ضریب عملکرد) چه تغییری می‌کند؟

(۱) زیاد می‌شود. (۲) کم می‌شود. (۳) تغییر نمی‌کند. (۴) اگر سیال آب باشد زیاد می‌شود.

**پاسخ:** گزینه «۱» در این حالت  $h_3$  (یا  $h_4$ ) کمتر از حالتی است که سیال به حالت مایع اشباع رسیده است. بنابراین طبق رابطه مربوط به COP، ضریب عملکرد زیاد می‌شود.

**مثال ۲:** کدام یک از چرخه‌های زیر شامل فرآیند آنتالپی ثابت است؟

(۱) چرخه سرماسازی تراکم بخار (۲) چرخه سرماسازی کارنو  
(۳) چرخه رانکین (۴) چرخه دیزل

**پاسخ:** گزینه «۱» چرخه سرماسازی تراکم بخار از دو فرآیند فشار ثابت، یک فرآیند آیزنتروپیک و یک فرآیند آنتالپی ثابت تشکیل شده است.

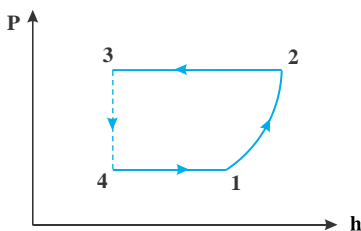
**مثال ۳:** نمودار P-h مربوط به چرخه استاندارد تبرید تراکم بخار را رسم کنید.

**پاسخ:** مراحل چرخه تبرید تراکم بخار در بالا ذکر شده است.

فرآیند  $4 \rightarrow 3$  مربوط به اختناق است که آنتالپی ثابت است. همچنین برگشت‌ناپذیر است و نمی‌توان آن را روی نمودار نشان داد.

مراحل  $3 \rightarrow 2$  و  $2 \rightarrow 1$  و  $1 \rightarrow 4$  فشار ثابت هستند.

برای مرحله  $1 \rightarrow 2$  داریم:



$$Tds = dh - v dP$$

$$ds = 0 \Rightarrow dh = v dP \Rightarrow \frac{dh}{dP} = \frac{1}{v} > 0 \Rightarrow \text{صعودی}$$

توجه داشته باشید که در مرحله  $3 \rightarrow 4$  می‌دانیم که  $h_3 = h_4$  است؛ اما نحوه تغییرات در طول فرآیند مشخص نیست.

**انحرافات چرخه تبرید تراکمی بخار از حالت ایده‌آل:**

(۱) بخار ورودی به کمپرسور در حالت واقعی فوق داغ است ولی در حالت ایده‌آل بخار اشباع است.

(۲) در طی فرآیند افزایش فشار، تبادل گرما با محیط سبب کاهش آنتروپی و بازگشت ناپذیری‌ها سبب افزایش آنتروپی می‌شود که در مجموع سبب افزایش آنتروپی می‌شود.

(۳) دمای مبرد در اثر انتقال گرما از محیط به لوله اتصال تبخیرکننده و کمپرسور افزایش می‌یابد، در نتیجه حجم مخصوص آن افزایش پیدا می‌کند که نتیجه این کار افزایش کار کمپرسور خواهد بود.

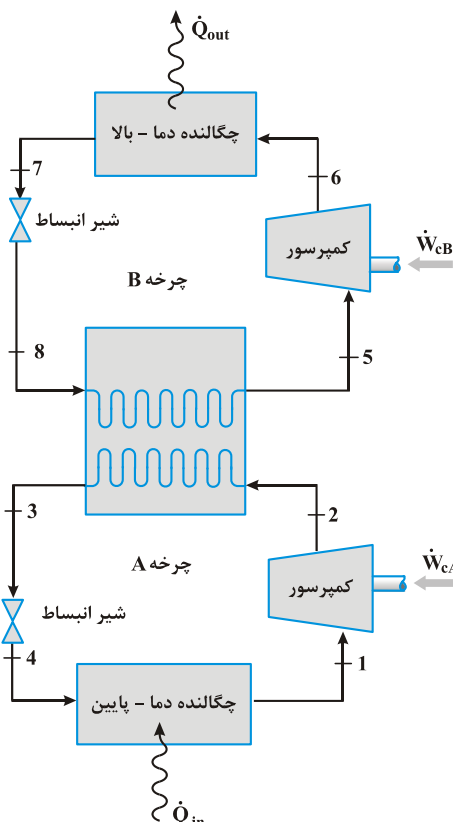
(۴) تلفات دمایی و فشاری در لوله‌ها

(۵) دمای خروجی از چگالنده معمولاً کمتر از دمای مایع اشباع است و با کاهش بیشتر آن در لوله‌های ارتباط‌دهنده چگالنده تأثیر انبساط، مبرد با آنتالپی کمتری وارد تبخیرکننده می‌شود و قادر به جذب گرمای بیشتری می‌باشد.

**نکته ۴:** با استفاده از سیستم تبرید چندمرحله‌ای (Cascade) کار

کمپرسور کاهش و میزان حرارت جذب شده افزایش و در نتیجه COP

سیستم افزایش داده می‌شود.



**انتخاب مبرد مناسب:**

در ابتدا از آمونیاک، متیل کلرید، کربن دی اکسید کربن و CFC به عنوان مبرد استفاده می‌شد که به دلیل سمی بودن برخی از آنها و همچنین تخریب لایه ازن توسط برخی دیگر کنار گذاشته شدند. در حال حاضر از هیدروفلوئورکربن‌هایی که کمتر هالوژن دار شده‌اند، مثل HCFC و HFC استفاده می‌شود. برخی از ملاحظات مربوط به انتخاب مبرد عبارتند از: پایداری شیمیایی، خوردگی، میزان سمی بودن، قیمت، اشتعال‌پذیر و فشار بخار در دماهای مربوطه.

**نکته ۵:** به منظور جلوگیری از نشت هوا به دستگاه، فشار بخار مبرد در دمای تبخیرکننده باید بزرگ‌تر از فشار اتمسفر باشد.

**نکته ۶:** دلایل استفاده آمونیاک، قیمت پایین، دارا بودن COP بالا، خصوصیات ترمودینامیکی و انتقالی مطلوب، ضریب انتقال گرمای بالاتر، قابلیت کشف سریع محل نشتی در مواقع لزوم و بی‌اثر بودن بر لایه ازن است.

**نکته ۷:** با توجه به تعریف ضریب ژول - تامسون  $(\mu = (\frac{\partial T}{\partial p})_h)$  و اینکه دمای گاز باید طی فرآیند کاهش یابد، این ضریب باید دارای مقدار مثبت باشد.

**نکته ۸:** کمپرسورهای رفت و برگشتی در فشارهای بالا عملکرد بهتری دارند و بهتر است از مبردهای با حجم مخصوص پایین استفاده کرد. در کمپرسورهای گریز از مرکز بهتر است از مبردهای با حجم مخصوص بالا در فشار کم استفاده کرد.

**مثال ۴:** مبرد مناسب برای سیستم‌های تبرید تراکمی کدام است؟

- ۱) ضریب انتقال گرمای آن پایین باشد.
- ۲) فشار بخار آن کمتر از فشار اتمسفر باشد.
- ۳) ضریب ژول - تامسون آن مثبت باشد.
- ۴) هر سه گزینه صحیح هستند.

**پاسخ:** گزینه «۳» ضریب ژول - تامسون مبرد باید مثبت باشد تا دما در طی فرآیند اختناق کاهش یابد.

**چرخه تبرید جذبی**

چرخه تبرید جذبی از دو نظر با چرخه تبرید تراکمی متفاوت است. تفاوت اول در طبیعت فرآیند تراکم است، یعنی به جای متراکم شدن بخار بین تبخیرکننده و چگالنده، در دستگاه جذبی، مبرد توسط ماده دومی (جاذب) به منظور تشکیل یک محلول مایع جذب می‌شود. سپس تا فشار بالاتری پمپ می‌گردد. با توجه به کوچک بودن حجم مخصوص مایعات، مقدار کار لازم برای تراکم بسیار کمتر خواهد بود و به جای کمپرسور از مکانیسم جذب همراه با پمپ استفاده می‌شود. تفاوت دوم در تجهیزاتی است که در دستگاه‌های جذب برای بازیابی مجدد بخار مبرد از محلول مایع پیش از ورود مبرد به چگالنده به کار می‌رود. سیستم‌های تبرید جذبی جهت جذب گرما در دما و فشار پایین و دفع آن در دمای متوسط و فشار بالا مورد استفاده قرار می‌گیرند. با توجه به اینکه در سیستم تبرید جذبی، گرما به عنوان منبع مستقیم مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از آن موقعی مقرون به صرفه است که منبع گرمایی مناسب و ارزان قیمت جهت تأمین گرمای مورد نیاز موجود باشد.

**توجه:** تشکیل محلول مایع در سیستم آب - آمونیاک گرمازا است. با توجه به اینکه مقدار آمونیاک حل‌شونده در آب با کاهش دمای محلول افزایش می‌یابد، باید دمای جاذب را تا حد ممکن پایین نگه داشت.

سیستم آب - آمونیاک معمول‌ترین سردسازی جذبی در دماهای پایین است که در آن آب به عنوان جاذب و آمونیاک به عنوان مبرد عمل می‌کند. سیستم آب - برمید لیتیم هم در حالتی که حداقل دما از نقطه انجماد آب پایین‌تر باشد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

**نکته ۹:** یخچال‌های نفتی براساس جذب و دفع آمونیاک در آب کار می‌کنند.

**مثال ۵:** یخچال نفتی براساس کدام فرایند کار می‌کند؟

- ۱) جذب و دفع آمونیاک در آب
- ۲) تبخیر و میعان آمونیاک
- ۳) تراکم و انبساط تدریجی آمونیاک
- ۴) تراکم و انبساط ناگهانی آمونیاک

**پاسخ:** گزینه «۱» یخچال نفتی براساس فرآیند جذب و دفع آمونیاک در آب کار می‌کند.

برخی از معایب سیستم تبرید جذبی نسبت به سیستم تبرید تراکم بخار:

- ۱- نیازمند فضای بیشتری است.
  - ۲- کارکرد کوچک‌تری دارد.
  - ۳- گران‌تر است.
  - ۴- تعمیرات و نگهداری و سرویس آن مشکل‌تر است.
  - ۵- برای دفع گرمای مازاد به برج‌های خنک‌کن بزرگ‌تری نیاز است.
- سیستم‌های تهویه مطبوعی را که براساس تبرید جذبی کار می‌کنند، چیلر جذبی می‌نامند.



# مدرس‌ان شریف

## فصل ششم

### «رابط بین خواص ترمودینامیکی»

برای اندازه‌گیری تجربی دما، فشار، حجم و جرم ابزارهای مختلفی وجود دارد. همچنین برای تعیین گرماهای ویژه در فشار ثابت و حجم ثابت برحسب دما روابط تجربی مختلفی ارائه شده است. خواص ترمودینامیکی دیگر را هم می‌توان بدون مشکل خاصی اندازه‌گیری نمود. با این حال خواصی مثل انرژی داخلی، آنتالپی و آنتروپی مخصوص را نمی‌توان به سادگی از طریق آزمایشات تجربی تعیین نمود. در این فصل روابط ترمودینامیکی ارائه می‌شود که با استفاده از آنها امکان تعیین انرژی داخل، آنتالپی، آنتروپی و سایر خواص ترمودینامیکی سیستم‌های ساده تراکم‌پذیر فراهم می‌گردد. در فصول قبلی این خواص را برای گاز ایده‌آل تعیین نمودیم. حال با تکمیل اطلاعات و ارائه روابط ترمودینامیکی می‌توانیم محاسبات مشابهی را برای گازهای غیرایده‌آل انجام دهیم.

### درسنامه (۱): توابع انرژی و روابط ماکسول

#### مقدمات ریاضی

چنانچه قبلاً اشاره شد، برای تعیین حالت یک سیستم ساده تراکم‌پذیر با ترکیب و جرم مشخص، معلوم بودن دو خاصیت شدتی کفایت می‌کند. بقیه خواص شدتی را می‌توان به صورت تابعی از دو خاصیت مستقل به‌دست آورد. به عنوان مثال:

$$u = u(T, v) , h = h(T, P) , s = s(T, P) , s = s(T, v) , \dots$$

توابع مربوطه را می‌توان به صورت یک تابع دارای دو متغیر مستقل به شکل  $Z = Z(x, y)$  در نظر گرفت که در این تابع  $x$  و  $y$  متغیرهای مستقل هستند. توجه داشته باشید که دیفرانسیل همه خواص کامل است برعکس دیفرانسیل گرما کار که ناقص است.

تابع دو متغیره  $Z = Z(x, y)$  را در نظر می‌گیریم. دیفرانسیل کامل تابع  $Z$  را می‌توان به شکل روبه‌رو بیان کرد:

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy$$

عبارت فوق را می‌توان به صورت روبه‌رو هم نشان داد:

$$dz = M dx + N dy$$

$$M = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y , N = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$$

هرگاه ضرایب  $M$  و  $N$  دارای مشتقات جزئی اول پیوسته باشند، داریم:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \right]_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \right]_y \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

رابطه فوق شرط لازم و کافی برای کامل بودن یک عبارت دیفرانسیلی است. سه رابطه مهم زیر هم کاربردهای زیادی در این فصل خواهند داشت:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z}$$

(۱) رابطه معکوس‌کننده یا تقابل:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -1$$

(۲) رابطه زنجیری اویلر:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y$$

(۳) رابطه جابه‌جاکننده:



نکته مثال ۱: معادله حالت واندوالس را در نظر بگیرید:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

الف) دیفرانسیل کامل  $dP$  را تعیین کنید. ب)  $(\frac{\partial v}{\partial T})_P$  را تعیین کنید.

پاسخ:

الف) معادله واندوالس فشار را برحسب حجم مخصوص و دما بیان می‌کند  $P = P(v, T)$ . بنابراین دیفرانسیل کامل فشار به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T dv = \frac{R}{v-b} dT + \left[-\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}\right] dv$$

ب) با استفاده از رابطه زنجیری اویلر و رابطه معکوس کننده داریم:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v = -1 \Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v} = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T} = -\frac{\frac{R}{v-b}}{\left[-\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}\right]}$$

### توابع انرژی $u, h, a, g$

در این بخش چهار تابع از جنس انرژی یعنی انرژی داخلی ( $u$ )، آنتالپی ( $h$ )، انرژی آزاد هلمهولتز ( $a$ )، و انرژی آزاد گییبس ( $g$ ) را معرفی می‌کنیم. این چهار تابع انرژی با استفاده از سه رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند. این چهار تابع جزو خواص ترمودینامیکی محسوب می‌شوند. چون هر کدام به صورت عبارتی از خواص ترمودینامیکی دیگر تعریف می‌شوند. توابع انرژی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$h \equiv u + Pv$$

و

$$a \equiv u - Ts$$

و

$$g \equiv h - Ts$$

$$\delta q - \delta w = du$$

قانون اول ترمودینامیک برای یک سیستم بسته ساکن با فرایند برگشت‌پذیر داخلی به صورت مقابل بیان می‌شود:

$$du = Tds - Pdv$$

$$h = u + Pv \Rightarrow dh = du + Pdv + vdP$$

به همین ترتیب برای آنتالپی داریم:

بنابراین:

$$dh = Tds + vdP$$

به همین ترتیب با توجه به تعریف  $a = u - Ts$  و  $g = h - Ts$  داریم:

$$da = -sdT - Pdv$$

و

$$dg = -sdT + vdP$$

حال با استفاده از تعریف دیفرانسیل توابع دو متغیره و مقایسه آنها با روابط فوق می‌توان به روابط جدیدی دست پیدا کرد.

$$du = Tds - Pdv = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v ds + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s dv \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = T, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -P$$

$$dh = Tds + vdP = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P ds + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s dP \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P = T, \quad \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s = v$$

$$da = -sdT - Pdv = \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T dv \Rightarrow \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v = -s, \quad \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T = -P$$

$$dg = -sdT + vdP = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T dP \Rightarrow \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s, \quad \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T = v$$

با برابر قرار دادن طرفین معادلات فوق با یکدیگر به چهار معادله دیگر زیر می‌رسیم:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P$$

و

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T$$

و

$$\left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P$$

📌 مثال ۲: کدام یک از روابط زیر صحیح نیست؟

$$-P = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s \quad (۴) \quad s = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P \quad (۳) \quad T = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P \quad (۲) \quad T = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v \quad (۱)$$

☑ پاسخ: گزینه «۳» با توجه به روابط ذکر شده در فوق: رابطه ذکر شده در گزینه ۳ صحیح نیست  $\Rightarrow \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s$

📌 مثال ۳: اگر  $g$  تابع گیبس،  $T$  دما و  $v$  حجم مخصوص باشد، در این صورت  $v$  برابر کدام است؟

$$v = -\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_v \quad (۴) \quad v = +\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P \quad (۳) \quad v = \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T \quad (۲) \quad v = -\left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T \quad (۱)$$

☑ پاسخ: گزینه «۲» با توجه به دیفرانسیل تابع گیبس داریم:  $dg = v dP - s dT$  ،  $\left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T = v$  ،  $\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s$

📌 تذکره:

۱- عبارت  $u + Pv$  در دو حالت در روابط ظاهر می‌گردد:

الف) تبادل گرمای یک سیستم بسته به صورت فشار ثابت و برگشت پذیر (ب) تعمیم قانون اول از سیستم بسته به سیستم باز

۲- عبارت  $u - Ts$  در حالتی که یک سیستم بسته به صورت دما ثابت و برگشت پذیر تبادل گرما داشته باشد، در روابط ظاهر می‌شود.

$$T = cte : \delta q - \delta w = du \quad , \quad \delta w = \delta q - du = T ds - du = d(Ts) - du$$

$$\Rightarrow \delta w = -d(u - Ts) = -da$$

به انرژی آزاد هلمهولتز تابع کار هم می‌گویند.

۳- عبارت  $h - Ts$  در حالتی که یک سیستم باز به صورت دما ثابت و برگشت پذیر تبادل گرما داشته باشد، در روابط ظاهر می‌شود.

$$T = cte : \delta q - \delta w = dh \quad \Rightarrow \quad \delta w = \delta q - dh = T ds - dh = d(Ts) - dh$$

$$\Rightarrow \delta w = -d(h - Ts) = -dg$$

📌 مثال ۴: در یک تحول ایزوترمال رورسیبل برای یک سیستم باز کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) مقدار کار با تغییر انرژی آزاد هلمهولتز برابر است.

(۳) مقدار کار با تغییر انرژی آزاد گیبس برابر است.

(۴) مقدار گرمای منتقله با تغییر انرژی آزاد هلمهولتز برابر است.

$$T = cte : \delta q - \delta w = dh \quad \Rightarrow \quad \delta w = \delta q - dh = T ds - dh = d(Ts) - dh \quad \Rightarrow \quad \delta w = -d(h - Ts) = -dg \quad \text{☑ پاسخ: گزینه «۳»}$$

📖 نکته: در طی یک فرایند تغییر فاز مانند ذوب، تبخیر، تصعید و ... مقدار انرژی آزاد گیبس برای یک جسم خالص ثابت می‌ماند ولی در خواص دیگر مثل انرژی داخلی، آنتالپی و آنتروپی و ... تغییر قابل ملاحظه‌ای رخ می‌دهد.

روابط ماکسول

روابط ماکسول، روابطی هستند که مشتقات جزئی  $P, v, T$  و  $S$  یک سیستم تراکم پذیر ساده را به همدیگر مرتبط می‌کنند.

با استفاده از روابط ماکسول می‌توان تغییر آنتروپی را که به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست تنها با اندازه‌گیری خواص  $P, v$  و  $T$  تعیین کرد.

$$du = T ds - P dv \quad \text{شرط دیفرانسیل کامل} : \quad \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v$$

$$dh = T ds + v dP \quad \text{شرط دیفرانسیل کامل} : \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P$$

$$da = -s dT - P dv \quad \text{شرط دیفرانسیل کامل} : \quad \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$$

$$dg = -s dT + v dP \quad \text{شرط دیفرانسیل کامل} : \quad \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$



کج مثال ۵: کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (۴) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v = -\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P \quad (۳) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = \left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v \quad (۲) \quad \left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به رابطه ماکسول برای انرژی آزاد هلمهولتز داریم:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$$

کج مثال ۶:  $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T$  برای گازی که از معادله حالت  $P(v-b) = RT$  پیروی می‌کند، برابر کدام یک از موارد زیر است؟

$$-\frac{C_p}{P} \quad (۴) \quad +\frac{C_v}{P} \quad (۳) \quad -\frac{R}{P} \quad (۲) \quad \frac{R}{P} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به رابطه ماکسول برای انرژی آزاد گیبس داریم:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

$$P(v-b) = RT \Rightarrow v = \frac{RT}{P} + b, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\frac{R}{P}$$

$$du = Tds - Pd v$$

تذکره ۲: برای تعیین تغییرات انرژی داخلی با تغییرات فشار بر حسب  $P$ ,  $v$  و  $T$  داریم:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T - P\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$

کج مثال ۷:  $\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_T$  برای گازی از معادله حالت  $P(v-b) = RT$  پیروی می‌کند، کدام است؟  $b$  یک عدد ثابت است.

$$\frac{bRT}{Pv} \quad (۴) \quad \frac{RT}{P} \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad -\frac{RT}{P} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به مطلب فوق داریم:

$$v - b = \frac{RT}{P} \Rightarrow v = \frac{RT}{P} + b$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = -\frac{RT}{P^2}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{R}{P}\right) - P\left(-\frac{RT}{P^2}\right) = 0$$

با استفاده از مثال فوق می‌توان نتیجه گرفت که انرژی داخلی گازی که از معادله حالت  $P(v-b) = RT$  پیروی می‌کند، تابع فشار نیست و تنها تابع دما است.

درسنامه (۵): معادله کلایرون



با استفاده از معادله کلایرون می‌توان تغییرات آنتالپی را در حین تبخیر، تصعید یا ذوب در دمای ثابت با استفاده از داده‌های  $P-v-T$  مربوط به تغییر فاز به دست آورد. تغییر فاز در دمای ثابت را در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه فشار هم در تغییر فاز ثابت می‌ماند، داریم:

$$dh = Tds + v dP, \quad P = \text{cte} \Rightarrow dh = Tds \Rightarrow ds = \frac{dh}{T}$$

در تغییر فاز، فشار برابر فشار اشباع بوده و از حجم مخصوص مستقل است:

رابطه ماکسول:  $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \Rightarrow \frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{dh}{Tdv}$

$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{h_{\alpha\beta}}{Tv_{\alpha\beta}}$$

$h_{\alpha\beta}$  گرمای تغییر فاز و  $v_{\alpha\beta}$  تغییر حجم مربوط به تغییر فاز از  $\alpha$  به  $\beta$  است. از این معادله می‌توان برای هر تغییر فازی که در دما و فشار ثابت صورت می‌گیرد استفاده نمود.

با استفاده از معادله کلایرون می‌توان  $h_{\alpha\beta}$  را تنها با استفاده از داده‌های  $P-v-T$  مربوط به تغییر فاز تعیین نمود. با تعیین شدن  $h_{\alpha\beta}$  می‌توان  $s_{\alpha\beta}$  و  $u_{\alpha\beta}$  را هم با استفاده از معادلات زیر تعیین نمود.

$$s_{\alpha\beta} = \frac{h_{\alpha\beta}}{T} \quad \text{و} \quad u_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - Pv_{\alpha\beta}$$

توجه داشته باشید که در تغییر فاز علاوه بر دما و فشار، انرژی آزاد گیبس هم ثابت می‌ماند.

الف) تبخیر

$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{h_{fg}}{T(v_g - v_f)}$$

در این حالت داریم:

$h_{fg}$  گرمای نهان تبخیر،  $v_g$  حجم مخصوص بخار و  $v_f$  حجم مخصوص مایع است.

با توجه به اینکه  $v_g \gg v_f$  (فقط زمانی صحیح است که از نقطه بحرانی دور باشیم) و با فرض ایده‌آل بودن فاز گاز ( $v_g = \frac{RT}{P}$ ) داریم:

$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{P^{\text{sat}} h_{fg}}{RT^2} \Rightarrow \frac{dP^{\text{sat}}}{P^{\text{sat}}} = \frac{h_{fg}}{R} \frac{dT}{T^2} \Rightarrow \int \frac{dP^{\text{sat}}}{P^{\text{sat}}} = \int \frac{h_{fg}}{R} \frac{dT}{T^2}$$

با فرض ثابت بودن  $h_{fg}$  در محدوده دمایی فوق:

$$\ln P^{\text{sat}} \Big|_{P_1^{\text{sat}}}^{P_2^{\text{sat}}} = -\frac{h_{fg}}{R} \Big|_{T_1}^{T_2}$$

$$\ln \frac{P_2^{\text{sat}}}{P_1^{\text{sat}}} = -\frac{h_{fg}}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$v_g > v_f, \quad h_g > h_f \Rightarrow \frac{dP^{\text{sat}}}{dT} > 0$$

**نکته ۱:** شیب نمودار  $P-T$  در فرایند تبخیر مثبت است زیرا:

ب) تصعید

در این حالت، مشابه حالت قبل داریم:

$$\ln \frac{P_2^{\text{sat}}}{P_1^{\text{sat}}} = -\frac{h_{sg}}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$h_{sg}$  گرمای نهان تصعید است.

$$v_g > v_s, \quad h_g > h_s \Rightarrow \frac{dP^{\text{sat}}}{dT} > 0$$

**نکته ۲:** شیب نمودار  $P-T$  در فرایند تصعید مثبت است. زیرا:

## ج) ذوب

در این حالت نمی‌توان مثل حالت‌های قبل عمل کرد؛ چون از حجم مخصوص جامد نمی‌توان در مقابل حجم مخصوص مایع صرف‌نظر کرد.

$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{h_{\text{sf}}}{T(v_f - v_s)}$$

$h_{\text{sf}}$  گرمای نهان ذوب،  $v_f$  حجم مولی مایع و  $v_s$  حجم مولی جامد است.

توجه داشته باشید که در این حالت به دلیل کوچک بودن مقدار  $v_f - v_s$  شیب منحنی از حالت‌های قبلی بزرگ‌تر است.

**مثال ۱:** برای مایع A داریم:  $P^{\text{sat}} = 10 \text{ kPa}$  و  $T^{\text{sat}} = 27^\circ \text{C}$ . مقدار دمای اشباع در فشار  $20 \text{ kPa}$  تقریباً چند  $^\circ \text{C}$  است؟ (آنتالپی تغییر در

دمای  $127^\circ \text{C}$  برابر  $h_{\text{fg}} = 3000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  گزارش شده است و برای این مایع  $R = 0.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$  است)  $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 = 1.1$

$5^\circ \text{C}$  (۴)

$45^\circ \text{C}$  (۳)

$38^\circ \text{C}$  (۲)

$30^\circ \text{C}$  (۱)

پاسخ: گزینه «۲»

$$\ln \frac{P_2^{\text{sat}}}{P_1^{\text{sat}}} = -\frac{h_{\text{sg}}}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \Rightarrow \ln \frac{20}{10} = -\frac{3000}{0.5} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{300} \right) \Rightarrow T_2 \approx 311 \text{ K} = 38^\circ \text{C}$$

**مثال ۲:** فشار بخار یک مایع خالص به صورت تابعی از دما به صورت  $\ln P = -\frac{1000}{T} + 10$  داده شده است که در آن  $T$  برحسب کلون می‌باشد. اگر

در حالت اشباع بتوان از حجم ویژه مایع در برابر حجم ویژه بخار صرف‌نظر کرد و همچنین بخار رفتاری نزدیک به گاز کامل (ایده‌آل) داشته باشد، رابطه آنتالپی تبخیر این ماده کدام است؟  $R$  ثابت گازها می‌باشد.

$h_{\text{fg}} = 10R$  (۴)

$h_{\text{fg}} = 10000R$  (۳)

$h_{\text{fg}} = 100R$  (۲)

$h_{\text{fg}} = 1000R$  (۱)

پاسخ: گزینه «۱» با استفاده از معادله کلاپیرون برای فرایند تبخیر داریم:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{\text{fg}}}{R} \frac{dT}{T^2} \Rightarrow \int \frac{dP}{P} = \int \frac{h_{\text{fg}}}{R} \frac{dT}{T^2} \Rightarrow \ln P = -\frac{h_{\text{fg}}}{RT} + c \quad (1)$$

$$\ln P = -\frac{1000}{T} + 10 \xrightarrow{(1)} h_{\text{fg}} = 1000R$$

**مثال ۳:** بیستون - سیلندری را در نظر می‌گیریم که داخل آن ماده‌ای از حالت مایع اشباع به حالت بخار اشباع در شرایط  $27^\circ \text{C}$  و  $100 \text{ kPa}$  تبدیل

می‌شود. اگر در چنین شرایطی  $v_g = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$  و  $v_f = 0.01 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$  باشد و بخواهیم تغییر فاز در فشار  $150 \text{ kPa}$  صورت گیرد، دمای تغییر فاز چند درجه

سانتی‌گراد خواهد بود؟

$32$  (۴)

$30$  (۳)

$28$  (۲)

$26$  (۱)

پاسخ: گزینه «۲» از معادله کلاپیرون استفاده می‌کنیم:

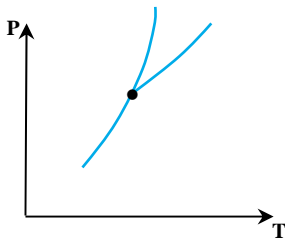
$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} = \frac{h_{\text{fg}}}{T v_{\text{fg}}}$$

$$v_g \gg v_f \Rightarrow v_{\text{fg}} \approx v_g = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

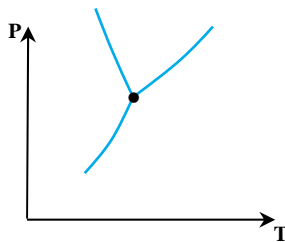
$$\frac{dP^{\text{sat}}}{dT} \approx \frac{\Delta P}{\Delta T} \Rightarrow \frac{150 - 100}{T_2 - 27} = \frac{3000}{300 \times 2} \Rightarrow T_2 = 28^\circ \text{C}$$



چنانچه قبلاً اشاره گردید برخی از مواد در هنگام ذوب منبسط می‌شوند و برخی دیگر منقبض می‌شوند و داریم:



الف) موادی که در هنگام ذوب منبسط می‌شوند:  $v_f > v_s$  ,  $h_f > h_s \Rightarrow \frac{dP^{sat}}{dT} > 0$



ب) موادی که در هنگام ذوب منقبض می‌شوند:  $v_f < v_s$  ,  $h_f > h_s \Rightarrow \frac{dP^{sat}}{dT} < 0$

**نکته ۳:** برای آب با افزایش فشار، به دلیل پایین آمدن نقطه ذوب، فرایند ذوب راحت‌تر صورت می‌گیرد. برای مواد دیگر با افزایش فشار،

به دلیل بالا رفتن نقطه ذوب، فرایند ذوب سخت‌تر صورت می‌گیرد.

**نکته ۴:** منحنی ذوب اجسام شیب خیلی زیادی دارد و نزدیک به خط قائم است، چون تغییر حجم در تغییر فاز از مایع به جامد مقدار خیلی

کوچکی است.

**نکته ۵:** نقاط جوش دارای اختلاف زیادی نسبت به فشار هستند، بنابراین دارای شیب متوسطی هستند. نقاط ذوب دارای اختلاف زیادی نسبت به

فشار نیستند، بنابراین دارای شیب زیادی هستند.

## تست‌های طبقه‌بندی شده مبحث معادله کلایپرون

۱- پایین‌ترین فشاری که در یک جدول برای آب گزارش شده است  $P_{sat} = 2 \text{ kPa}$  است. در این فشار  $T_{sat} = 17/5^\circ \text{C}$  است. مقدار دمای اشباع را در فشار  $P_{sat} = 1 \text{ kPa}$  تخمین بزنید. در فشار  $P_{sat} = 1 \text{ kPa}$  مقدار آنتالپی تبخیر  $h_{fg} = 2480 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  گزارش شده است. (مهندسی شیمی - ۷۹)

$$R = 0/462 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$$

$$27^\circ \text{C} \quad (1) \quad 7^\circ \text{C} \quad (2) \quad 27^\circ \text{C} \quad (3) \quad 12/4^\circ \text{C} \quad (4)$$

(مهندسی انرژی - آزاد ۸۰، ۸۱ و ۹۰)

۲- معادله clapeyron عبارت است از:

$$\frac{\Delta H_n}{T_n} = \frac{2/17(\ln P_c - 1)}{0/93 - T_n} \quad (1) \quad \Delta H = T \Delta V \frac{dP^{sat}}{dT} \quad (2) \quad \frac{\Delta H_v}{\Delta H_l} = \left( \frac{1 - T_{r2}}{1 - T_{r1}} \right) \quad (3) \quad (4) \text{ هیچ کدام}$$

۳- دو فاز مایع و بخار مطابق شکل در تعادل می‌باشند. فشار بخار بستگی به درجه حرارت سیستم تعادلی دارد. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (مهندسی انرژی - آزاد ۸۲)



(۱) لگاریتم فشار بخار با درجه حرارت رابطه مستقیم دارد و این رابطه از برابری آنتالپی بخار و مایع به دست می‌آید.

(۲) لگاریتم فشار بخار با عکس درجه حرارت رابطه مستقیم دارد و این رابطه از برابری پتانسیل شیمیایی دو فاز بخار و مایع به دست می‌آید.

(۳) فشار بخار مستقیماً با عکس درجه حرارت ارتباط دارد و این رابطه از برابری انرژی آزاد گیبس دو فاز به دست می‌آید.

(۴) فشار بخار اساساً تابع درجه حرارت نیست.

۴- درجه حرارت نقطه‌ی سه‌گانه (triple point) برای یک جسم خالص و درجه حرارت نقطه‌ی ذوب نرمال (normal melting point) بسیار به یکدیگر نزدیکند زیرا: (مهندسی شیمی - ۸۳)

(۱) آنتروپی‌های مولی فازهای مایع و جامد به یکدیگر نزدیکند و طبق معادله‌ی کلایپرون شیب منحنی تعادل مایع - جامد بسیار کم است.

(۲) طبق معادله‌ی کلایپرون و به دلیل اینکه آنتروپی‌های مولی فازهای مایع و جامد به یکدیگر نزدیکند شیب منحنی تعادل مایع - جامد بسیار زیاد است.

(۳) شیب تغییرات فشار نسبت به درجه حرارت در سیستم در حال تعادل بخار - مایع براساس معادله کلاسیوس - کلایپرون زیاد است.

(۴) طبقه معادله‌ی کلایپرون و به دلیل این که حجم‌های مولی فازهای مایع و جامد به یکدیگر نزدیکند شیب منحنی تعادل مایع - جامد بسیار زیاد است.

۵- هرگاه حجم مخصوص یخ ثابت و برابر با  $1/091 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$  و حجم مخصوص آب مایع ثابت و برابر  $1 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$  فرض شود و آنتالپی ذوب یخ نیز ثابت و برابر با  $79/7 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$  باشد با توجه به آن که نقطه ذوب یخ در فشار یک اتمسفر صفر درجه‌ی سانتی‌گراد یا  $273/15$  کلوین می‌باشد، نقطه‌ی ذوب یخ در فشار  $100$  اتمسفر برابر است با: (مهندسی شیمی - ۸۳ و مهندسی بیوتکنولوژی - آزاد ۸۳)

$$270/15 \text{ K} \quad (1) \quad 272/4 \text{ K} \quad (2) \quad 271/8 \text{ K} \quad (3) \quad 270/5 \text{ K} \quad (4)$$

۶- در نقطه سه‌گانه یک ماده خالص (Triple point) کدام یک از خواص ترمودینامیکی در هر سه فاز یکسان می‌باشد؟ (مهندسی بیوتکنولوژی و مهندسی مخازن هیدروکربوری - ۸۳)

(۱) دما - فشار - آنتروپی

(۲) دما - فشار - حجم مخصوص

(۳) دما - فشار - انرژی آزاد گیبس

(۴) دما - فشار - ضریب اکتیویته

۷- براساس معادله کلایپرون کدام یک از عبارات زیر مبین شیب منحنی  $P-T$  در حالت اشباع است؟ (مهندسی مکانیک - آزاد ۸۶)

$$\frac{V_{fg}}{S_{fg}} \quad (1) \quad \frac{S_{fg}}{V_{fg}} \quad (2) \quad \frac{h_{fg}}{V_{fg}} \quad (3) \quad \frac{V_{fg}}{h_{fg}} \quad (4)$$



# مدرس‌ان شریف

## فصل هفتم

### «مخلوط‌های گاز - بخار و تهویه مطبوع»

در این فصل دستگاه‌های شامل مخلوط هوای خشک و بخار آب را مورد بررسی قرار می‌دهیم. مطالعه رفتار چنین سیستم‌هایی در تحلیل و طراحی تجهیزات تهویه مطبوع، برج‌های خنک‌کن و نیز تجهیزات صنعتی، که نیازمند کنترل دقیق بخار آب موجود در هوا هستند، بسیار ضروری است.

### درسنامه (۱): تعاریف و مفاهیم اولیه، رطوبت نسبی و ...

سایکرومتری یا رطوبت‌سنجی به تعیین خواص مخلوط بخار - گاز اطلاق می‌شود که معمولاً از این اصطلاح برای بررسی خواص ترمودینامیکی بخار آب - هوا استفاده می‌شود. هدف از مطالعه این بخش، طرح برخی از عبارات، تعاریف و مفاهیم مهم است که در بررسی دستگاه‌های شامل بخار آب و هوای خشک کاربرد دارند.

دو مدل زیر به تحلیل مخلوط‌های گازی ایده‌آل می‌پردازند:

**الف) مدل دالتون:** فشار جزئی هریک از اجزای مخلوط گازی عبارت است از فشاری که آن جزء از گاز اعمال می‌کند، اگر تنها گاز موجود در حجم و دمای مورد نظر می‌بود. طبق این قانون فشار کل مخلوطی از گازها، برابر مجموع فشارهای جزئی هریک از آن گازها است.

$$P_t = \sum_{i=1}^n P_i$$

توجه داشته باشید که قانون دالتون برای مخلوط‌های گازی فشار بالا مناسب نیست.

**ب) مدل آماگات:** حجم جزئی هریک از اجزای مخلوط گازی عبارت است از حجمی که آن جزء از گاز اشغال می‌کند، اگر تنها گاز موجود در فشار و دمای مورد نظر می‌بود. طبق این قانون حجم کل مخلوطی از گازها، برابر مجموع حجم‌های جزئی هریک از آن گازها است.

$$V_t = \sum_{i=1}^n V_i$$

**هوا:** مخلوطی از گازهای نیتروژن و اکسیژن و مقدار ناچیزی از گازهای دیگر است.

**هوای اتمسفریک:** هوای اتمسفر که شامل مقداری بخار آب است.

**هوای خشک:** هوایی است که فاقد بخار آب است. ترکیب هوای خشک تقریباً ثابت است (۷۹ درصد نیتروژن و ۲۱ درصد اکسیژن).

بنابراین هوا را مخلوط هوای خشک و بخار آب در نظر می‌گیریم. با فرض اینکه هوا مخلوطی از گازهای ایده‌آل باشد داریم:

$$P = P_a + P_v \quad (۳-۷)$$

$P_v$ : فشار جزئی بخار آب که به آن فشار بخار هم گفته می‌شود و فشاری است که بخار آب به تنهایی در دما و حجم مخلوط دارد.

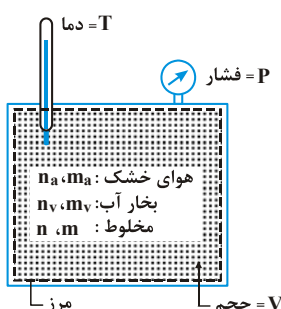
$P_a$ : فشار جزئی هوای خشک

**هوای مرطوب:** به مخلوطی از هوای خشک و بخار آب اطلاق می‌شود که با هوای خشک موجود در

آن به صورت یک جزء خالص رفتار می‌شود. در دستگاه بسته مقابل هوای مرطوب نشان داده شده

است و فرض می‌شود که کل مخلوط از معادله گاز ایده‌آل پیروی می‌کند. بنابراین:

$$P = \frac{n\bar{R}T}{V} = \frac{m(\frac{\bar{R}}{M})T}{V}$$



فشار مخلوط برابر است با مجموع فشارهای جزئی هوای خشک و بخار آب.

$$P_a = \frac{n_a \bar{R} T}{V} = \frac{m_a \left(\frac{\bar{R}}{M_a}\right) T}{V}, \quad P_v = \frac{n_v \bar{R} T}{V} = \frac{m_v \left(\frac{\bar{R}}{M_v}\right) T}{V}$$

نسبت رطوبت (یا رطوبت مخصوص): نسبت جرم بخار آب به جرم هوای خشک است.

$$\omega = \frac{m_v}{m_a}$$

اگر بخواهیم  $\omega$  را برحسب فشارها بیان کنیم، داریم:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{M_v P_v V / \bar{R} T}{M_a P_a V / \bar{R} T} = \frac{M_v P_v}{M_a P_a}, \quad \frac{M_v}{M_a} = \frac{18}{29} = 0.622, \quad P_a = P - P_v$$

$$\omega = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}$$

بنابراین:

$P$ : فشار کل

هوای اشباع: هوایی است که از رطوبت، اشباع شده است و هر رطوبتی وارد آن شود چگالیده می‌شود.

رطوبت نسبی: نسبت جرم بخار آب در هوای مرطوب به جرم بخار آب در هوای اشباع شده در همان دما و فشار مخلوط است.

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v}{P_g}$$

$P_v$ : فشار جزئی بخار در مخلوط       $P_g$ : فشار بخار اشباع در دمای مخلوط

رطوبت نسبی نشان‌دهنده این است که هوای مرطوب چقدر از شرایط اشباع فاصله دارد و داریم:

$$0 \leq \phi \leq 1, \quad \phi = 0: \text{هوای خشک}, \quad \phi = 1: \text{هوای اشباع}$$

**مثال ۱:** هوای یک اتاق دارای دمای  $3^\circ\text{C}$  و رطوبت نسبی  $70\%$  می‌باشد. اگر فشار کل برابر با  $100\text{ kPa}$  و فشار اشباع بخار آب در دمای اتاق  $P_g = 8\text{ kPa}$  باشد، مقدار رطوبت مخصوص تقریباً چقدر است؟

(۱)  $0.7$       (۲)  $0.08$       (۳)  $8 \times 10^{-3}$       (۴)  $3.7 \times 10^{-2}$

پاسخ: گزینه «۴» با استفاده از روابط مربوط به رطوبت مخصوص و رطوبت نسبی داریم:

$$\phi = \frac{P_v}{P_g} \Rightarrow 0.7 = \frac{P_v}{8} \Rightarrow P_v = 5.6\text{ kPa}, \quad \omega = 0.622 \times \frac{5.6}{100 - 5.6} = 3.7 \times 10^{-2}$$

**مثال ۲:**  $20$  کیلوگرم هوای خشک و  $0.2$  کیلوگرم بخار آب در یک ظرف صلب وجود دارد. اگر دما و فشار مخلوط به ترتیب  $3^\circ\text{C}$  و  $100\text{ kPa}$  باشد و فشار اشباع در دمای  $3^\circ\text{C}$  برابر با  $4\text{ kPa}$  باشد، درصد رطوبت نسبی مخلوط چقدر است؟

(۱)  $16$       (۲)  $20$       (۳)  $40$       (۴)  $80$

پاسخ: گزینه «۳» ابتدا با استفاده از جرم بخار آب و هوای داده شده رطوبت مخصوص را تعیین می‌کنیم:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{0.2}{20} = 0.01, \quad P_g = P^{\text{sat}} \Big|_{T=3^\circ\text{C}} = 4\text{ kPa}$$

حال رابطه بین نسبت رطوبت و رطوبت نسبی را به دست می‌آوریم:

$$\omega = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}, \quad \phi = \frac{P_v}{P_g}$$

$$\omega = 0.622 \frac{\phi P_g}{P - \phi P_g} \Rightarrow \phi = \frac{\omega P}{(0.622 + \omega) P_g} \Rightarrow \phi = \frac{0.01 \times 100}{(0.622 + 0.01) \times 4} = 0.4 \text{ یا } 40\%$$

برای تعیین  $H$ ،  $U$  و  $S$  هوای مرطوب می‌توان از مجموع مقادیر مربوط به هوای خشک و بخار آب استفاده نمود. به عنوان مثال:

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v$$

به صورت زیر هم می‌توان نوشت:

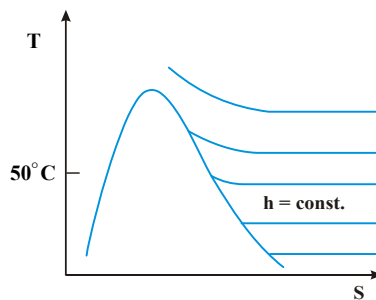
$$\frac{H}{m_a} = h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v = h_a + \omega h_v = C_{p_a} T + \omega h_v$$

در معادله فوق  $\frac{H}{m_a}$  بیانگر آنتالپی هوای مرطوب بر واحد جرم هوای خشک است.

👉 **توجه:** چون بخار آب را گاز ایده‌آل در نظر گرفتیم، آنتالپی آن تنها تابعی از دما است. البته با توجه به داده‌های جداول بخار یا نمودار مولیر هم مشخص می‌شود که می‌توان آنتالپی بخار آب در فشارهای بخار پایین را با دقت خوبی برابر آنتالپی بخار اشباع‌شده متناظر با همان دمای معلوم در نظر گرفت:

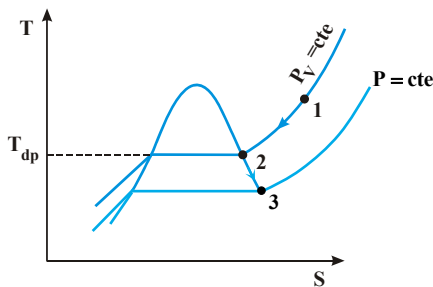
$$h_v \approx h_g(T)$$

چنانچه در شکل مشاهده می‌شود در دماهای کمتر از  $50^\circ\text{C}$  خطوط آنتالپی ثابت بر خطوط دما ثابت منطبق هستند.

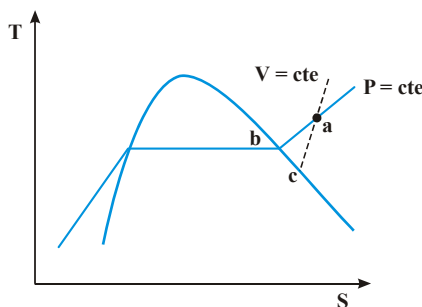


**حجم مخصوص:** عبارت است از نسبت حجم اشغال شده توسط هوا، بخار و یا مجموع هر دو (توجه داشته باشید که طبق مدل دالتون هر سه یکسان است) به جرم هوای خشک.

**نقطه شبنم ( $T_{dp}$ ):** یکی از جنبه‌های مهم رفتار هوای مرطوب این است که در هنگام کاهش دما، ممکن است چگالش جزئی بخار آب رخ دهد. دمای نقطه شبنم دمایی است که در آن، با سرد شدن هوا در فشار ثابت، چگالش آغاز می‌شود. این پدیده اغلب در چگالش بخار بر روی پنجره‌ها در زمستان مشاهده می‌شود.



در شکل مقابل بخار در حال سرمایش در فشار ثابت نشان داده شده است که از حالت اولیه به نقطه ۲ می‌رسد که دمای مربوط به آن، دمای نقطه شبنم است؛ اگر سرمایش ادامه یابد مقداری از بخار چگالیده می‌شود. در طول فرایند چگالش هوا به صورت اشباع باقی می‌ماند و روی منحنی بخار اشباع حرکت می‌کند (نقطه ۳). با چگالش بخار آب،  $P_v$  کاهش می‌یابد.



توجه داشته باشید که دمای نقطه شبنم جزء مختصه‌های هوای مرطوب است. اگر سرمایش در حالت فشار ثابت و حجم ثابت را مورد مقایسه قرار دهیم، داریم:

در فشار ثابت چگالش در نقطه b آغاز می‌شود که دمای مربوط به آن دمای نقطه شبنم است. در حجم ثابت چگالش در نقطه c آغاز می‌شود که دمای آن کمتر از دمای نقطه شبنم است.

👉 **مثال ۳:** در سرمایش تحت شرایط حجم ثابت چگالش در چه دمایی شروع می‌شود؟

(۱) دمای نقطه شبنم

(۲) دمای نقطه حباب

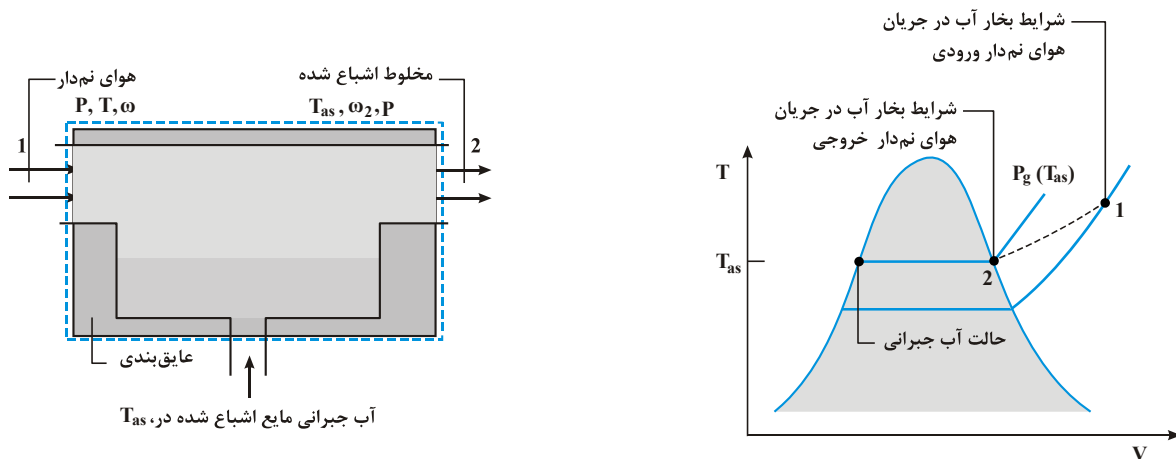
(۳) دمایی کمتر از دمای نقطه شبنم

(۴) دمایی بیشتر از دمای نقطه شبنم

☑ **پاسخ:** گزینه «۳» با توجه به توضیح فوق چگالش در شرایط حجم ثابت در دمایی کمتر از دمای نقطه شبنم شروع می‌شود.

## فرایند اشباع آدیباتیک

از این فرایند می‌توان رطوبت مطلق یا نسبی را تعیین کرد. وسیله مربوطه در شکل زیر نشان داده شده است که از یک کانال بلند عایقی تشکیل شده است که شامل یک استخر آب هم است. هوای غیراشباع با رطوبت مخصوص  $\omega$  (مجهول) و دمای  $T$  وارد می‌شود. مقداری از آب تبخیر می‌شود و با جریان هوا مخلوط می‌شود. انرژی لازم برای تبخیر آب از هوای مرطوب به دست می‌آید. بنابراین دما کاهش می‌یابد. اگر طول کانال به حد کافی زیاد باشد هوای خروجی به صورت اشباع خواهد بود. چون مخلوط اشباع شده بدون انتقال گرما به محیط اطراف به دست می‌آید، دمای مخلوط خروجی را دمای اشباع آدیباتیک ( $T_{as}$ ) می‌نامند.



با انجام موازنه جرم و انرژی و ساده کردن معادلات مربوطه داریم:

$$\omega_2 = \frac{P_g}{P - P_g}$$

فشار اشباع در دمای اشباع آدیباتیک  $T_{as}$  و فشار مخلوط است.

$$\omega = \frac{C_p (T_{as} - T) + \omega_2 h_{fg_2}}{h_g - h_{f_2}}$$

توجه: اگر هوای ورودی اشباع باشد دمای ورودی و دمای اشباع آدیباتیک برابر خواهند بود.

نکته: مقدار دمای اشباع آدیباتیک بین دمای معمولی و دمای نقطه شبنم است:  $T_{dp} < T_{as} < T$

## دمای حباب خشک و دمای حباب تر

**دمای حباب خشک** ( $T_{db}$ ): دمای معمولی هوا است. در واقع دمای نشان داده شده توسط دماسنج نصب شده روی دیوار از هوای محیط است.

**دمای حباب تر** ( $T_{wb}$ ): هرگاه حباب یک دماسنج معمولی را با یک تکه پارچه خیس پوشانده و آن را در مسیر جریان هوا قرار دهیم دمای نشان داده شده را دمای حباب تر می‌نامند که معمولاً کمتر از دمای حباب خشک است.

اختلاف این دو دما تابع رطوبت نسبی است و هرچه رطوبت نسبی بالاتر باشد، اختلاف این دو دما کمتر خواهد بود. توجه داشته باشید که در حالت کلی دمای اشباع آدیباتیک و دمای حباب تر با هم یکسان نیستند؛ ولی برای مخلوط‌های هوا و آب در فشار اتمسفر این دو دما تقریباً برابرند.

دمای حباب تر یک ویژگی مخلوط به حساب نمی‌آید. چون تابع نرخ انتقال گرما و جرم بین فتیله نمدار و هوا است که آنها هم به شکل هندسی دماسنج، سرعت هوا و ... وابسته هستند.

