



سوالات آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

■ راهنمایی: در این بخش، دو متن به‌طور مجزا آمده است. هریک از متن‌ها را به‌دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، پیدا کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

متن (۱)

او در نظریه خود که بعدها با مشاهدات تجربی هم تأیید شد، نشان داد که زمان و فضا عناصر جدای از هم نیستند، بلکه ما در حال زندگی در جهانی به هم پیوسته و درهم تنیده هستیم که از چهار بُعد تشکیل شده است. چهار بُعدی که سه‌تای آن را ابعاد مکانی و یک مورد آن را بُعد زمان تشکیل می‌دهد، اما در کل، یک ساختار واحد به نام فضا - زمان می‌سازند. او همچنین ثابت کرد که همه این پارامترها، بسته به شرایط تغییر می‌کنند. برای مثال، اگر شما با سرعتی بسیار بالا (یعنی سرعتی قابل مقایسه با سرعت نور) حرکت کنید، ساعت شما آهسته‌تر گذر زمان را نشان می‌دهد؛ به این معنی که زمان برای شما کندتر از کسی می‌گذرد که با آن سرعت حرکت نمی‌کند. آزمایش معروف و ذهنی اینشتین این موضوع را به خوبی تأیید می‌کند. طبق این آزمایش، اگر سرعت شما به عدد ممنوعه سرعت نور برسد (از مشکلات فنی و نتایج آن بر بدن‌تان صرف‌نظر کنید)، زمان برای شما متوقف خواهد شد و هیچ زمانی برای شما نخواهد گذشت.

بسیار اغواکننده است که یک گام این موضوع را جلوتر ببریم و بگوییم که اگر با سرعت بیش از نور حرکت کنیم، بدین ترتیب می‌توانیم زمان را دور بزنیم. متأسفانه اینشتین و طبیعت مانع شما می‌شوند و آنها سرعت بیش از نور را برای جهان ما ممنوع کرده‌اند. اما تا همین جا هم امکان دستکاری در زمان به‌وجود آمده است. اما آیا علم می‌تواند راه‌هایی برای سفر زمان پیشنهاد کند؟

به نظر می‌رسد دانشمندان سعی می‌کنند راه‌هایی، حداقل به شکل نظری، برای این مشکل پیدا کنند. با استفاده از نظریه اینشتین و توجه به پیوستگی فضا - زمان، شاید هندسه جهان به کمک ما بیاید. اگر فضا - زمان، موجودی پیوسته باشد که امروزه می‌دانیم این‌گونه است و اگر بتوانیم به گونه‌ای بر هندسه فضا - زمان تأثیر بگذاریم، شاید بتوانیم منحنی‌هایی در فضا - زمان پیدا کنیم که ما را به گذشته یا آینده ببرد. به عنوان مثال، می‌دانیم که جرم بر شکل فضا - زمان تأثیر می‌گذارد و در واقع، این یکی از پیش‌بینی‌های نسبیت اینشتین بود که نخستین بار در حین یک خورشیدگرفتگی توسط فیزیکدان آمریکایی، ادینگتون، تأیید شد. ادینگتون برای تأیید این نظر، هنگام یک خورشیدگرفتگی کامل، تصویری از خورشید تیره‌شده و ستاره‌های اطراف خورشید تهیه کرد. اگر اینشتین درست می‌گفت وجود خورشید به‌عنوان یک جرم بزرگ باید موجب ایجاد خمیدگی اندکی در فضا - زمان می‌شد. برای اینکه این موضوع را درک کنید، یک لحظه تصور کنید فضا - زمان مانند یک ورقه پلاستیکی بزرگ است که آن را محکم در دست گرفته‌اید. حال اگر یک توپ فلزی سنگین روی این ورقه پلاستیکی بگذارید، درجایی که این توپ قرار گرفته است، این ورقه پلاستیکی شما اندکی خمیده می‌شود. خورشید در این آزمایش، نقش همان توپ فلزی را بازی می‌کرد. اگر خورشید این انحنا را ایجاد می‌کرد، آن وقت نور ستاره‌هایی که از نزدیکی خورشید می‌گذشتند، اندکی منحرف می‌شد و در مکانی اندکی متفاوت با جایی که باید باشند، دیده می‌شدند. ادینگتون برای اینکه این مسئله را آزمایش کند، شش‌ماه پیش از کسوف که خورشید در نیمه دیگر آسمان بود، از همان منطقه که قرار بود خورشیدگرفتگی رخ دهد، تصویربرداری کرد و موقعیت دقیق ستاره‌ها نسبت به یکدیگر را ثبت کرد و این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید، سپس این تصویر را با تصویر هنگام کسوف مقایسه کرد و متوجه شد ستاره‌هایی که در اطراف خورشید وجود داشتند، هنگام گرفت، در مختصات اندکی متفاوت با جای پیشین خود دیده می‌شدند: یعنی خورشید توانسته است انحنا کوچکی در فضا - زمان خود ایجاد کند. حال اگر این گلوله شما بسیار سنگین‌تر شود، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ این انحنا بیشتر و بیشتر می‌شود و ممکن است در نهایت، بین دو ناحیه فضا - زمان پل بزند. چنین اجرامی در عالم وجود دارند.

کج ۱- مقصود اصلی متن، کدام است؟

- (۱) ارزیابی نقش ادینگتون در بسط نظریه اینشتین
(۲) بررسی تحول نظریه ساختار واحد فضا - زمان
(۳) نقد و بررسی نظریه اینشتین درباره زمان
(۴) بررسی امکان سفر در زمان

کج ۲- کدام مورد، به درستی، نقش پاراگراف ۲ را در متن توصیف می‌کند؟

- (۱) پیش‌زمینه برای بحث مطرح در پاراگراف بعدی خود را فراهم می‌آورد.
(۲) با نادیده انگاشتن محدودیت‌های مطرح در پاراگراف ۱، موضوع را به مطلبی کاملاً نظری تبدیل می‌کند.
(۳) با ذکر دو معضل مهم، دلیل آنکه پاراگراف ۱، عدد ممنوعه برای رسیدن به سرعت نور مطرح می‌سازد را کمی توضیح می‌دهد.
(۴) نشان می‌دهد که نظریه اینشتین که در پاراگراف ۱ آمده است، وقتی هیجان‌انگیز است که برخی پیش‌شرط‌های آن را حذف کنیم.

کج ۳- طبق متن، کدام مورد درست به حساب می‌آید؟

- (۱) موجودیت پیوسته فضا - زمان
(۲) تغییرناپذیری پارامترهای فضا - زمان
(۳) مستقل بودن شکل فضا - زمان از جرم
(۴) مشاهده دو ناحیه مختلف فضا - زمان به‌طور هم‌زمان

کج ۴- طبق پاراگراف ۳، عبارت زیر که در متن، زیر آن خط کشیده شده است، به کدام پدیده اشاره دارد؟

«این حالتی است که هنوز گلوله فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید.»

- (۱) زمانی که ادینگتون، فرضیه خود را به بوته آزمایش واقعی گذاشت.
(۲) زمانی که نور ستاره‌هایی که در اطراف خورشید بودند، شروع به انحراف کردند.
(۳) زمانی که خورشید هنوز تأثیر خود را برجا نگذاشته بود.
(۴) زمانی که موقعیت ستاره‌ها نسبت به خود و نسبت به خورشید تثبیت شده بود.

متن (۲)

توربین‌های بادی قادر به تبدیل انرژی باد به انرژی الکتریکی بوده و عموماً در دو نوع عمودی و افقی ساخته می‌شوند. در مدل‌های توربین بادی محور افقی، ژنراتور و تبدیل‌کننده نیروی باد به انرژی الکتریکی در بالای محور مرتفعی قرار دارد که پروانه‌های توربین در بالای آن واقع شده‌اند. طول و تعداد پره‌های توربین‌های بادی، براساس شرایط محیطی، متنوع و مختلف است، اما در بیشتر مناطق دنیا، از توربین‌های سه‌پره استفاده شده و طول پره‌ها نیز بستگی مستقیم به نوع بادخیز بودن منطقه دارد. به طور میانگین، طول پره‌های توربین‌های بادی بین ۲۰ تا ۴۰ متر بوده و ارتفاع میله‌های محور اصلی آن نیز می‌تواند بین ۶۰ تا ۹۰ متر باشد. البته در این موارد، استاندارد مشخصی وجود نداشته و طراحان و مهندسان، با توجه به شرایط بومی هر منطقه، نسبت به طراحی و مشخص کردن ابعاد توربین‌ها اقدام می‌کنند.

در نوع دیگر توربین‌های بادی موجود در دنیا که به توربین‌های محور عمودی شهرت دارند، سیستم تبدیل‌کننده انرژی به صورت عمودی قرار گرفته و این موضوع سبب می‌شود که توربین نیازی به چرخش به سمت باد را نداشته باشد. البته استفاده از این مدل توربین‌ها، به نسبت توربین‌های محور افقی، چندان رایج نبوده و بیشتر مختص موارد ویژه‌ای است که در آن، امکان نصب توربین‌های افقی وجود نداشته یا جهت وزش باد، دائماً در حال تغییر است. در کل، باید در نظر داشت که توربین‌های گروه اول یا همان توربین‌های بادی محور افقی، دارای کاربری بیشتری بوده و از نظر اقتصادی نیز مقرون به صرفه‌تر هستند.

اتفاقاتی که در داخل یک توربین بادی محور افقی در هنگام وزش باد می‌افتد، از این قرار است: وزش باد سبب چرخش پره‌های توربین می‌شود که به قسمت گرداننده متصل است. [۱] محور توربین شروع به چرخیدن به حول خود کرده و انرژی جنبشی را از باد دریافت می‌کند. این نیرو توسط محور مرکزی پشتیبانی و تبدیل می‌شود. در بخش داخلی ناسل (nacelle) که اصلی‌ترین بخش توربین محسوب شده و در بالای محور میله و انتهای قاعده پره‌ها قرار دارد، یک جعبه‌دنده یا گیربکس ویژه‌ای وجود دارد که نیروی ایجادشده ناشی از چرخش آرام پره‌های توربین را که به‌طور متوسط در حدود شانزده دور در دقیقه است، به سرعت زیادی، برابر با هزاروششصد دور در دقیقه تبدیل می‌کند که این میزان سرعت، برای تأمین انرژی ژنراتور توربین کفایت می‌کند. [۲] ژنراتور دقیقاً در پشت جعبه‌دنده توربین‌ها قرار گرفته و انرژی چرخشی تقویت‌شده را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. بادسنج‌ها که نوع و چگونگی وزش باد را تحت کنترل دارند، در بخش تحتانی ناسل قرار گرفته

**PART A: Grammar**

Directions: Select the answer choice (1), (2), (3) or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

31- Thunder is caused by lightning, essentially a stream of electrons flowing between or within clouds or between a cloud and the ground.

- 1) which is 2) that is 3) to be 4) it is

32- In ancient Egypt and India, people produced large blocks of ice with the help of evaporative cooling (the principle draw heat from their surroundings).

- 1) water molecules that vaporizes 2) that vaporizing water molecules
3) to vaporize water molecules 4) water molecules are vaporized

33- By the end of the 1800s, naturally occurring reserves of nitrogen-based compounds had been so badly depleted by their use as fertilizers some feared a worldwide famine when supplies ran out.

- 1) that 2) then 3) which 4) when

34- Work is currently under way on planes that could potentially fly the speed of sound.

- 1) faster than 20 times of 2) more than 20 times as much as that of
3) at 20 times 4) 20 times faster than that of

35- In 1894, by the theories of physicist James Clerk Maxwell, Italian physicist Guglielmo Marconi began work on a technique to transmit electromagnetic signals through the air over long distances.

- 1) when was inspired 2) having inspired 3) to be inspired 4) inspired

36- Because concrete generates considerable heat as it sets, large volumes can become exceedingly hot,

- 1) so the material's structural strength damaged 2) that damages the material's structural strength
3) and the material's structural strength damages 4) damaging the material's structural strength

37- Back in the 1966 movie *Fantastic Voyage*, a band of intrepid travelers were scrunched down to the size of blood cells they could swim through the veins of a big-shot diplomat and destroy a life-threatening blood clot.

- 1) so that 2) since 3) as though 4) in which

38- The space telescope, after all, has broken all kinds of records, including probably

- 1) any single astronomical project produces the most newspaper headlines
2) the most newspaper headlines produced by any single astronomical project
3) producing the most newspaper headlines by any single astronomical project
4) the most newspaper headlines of any single astronomical project is ever produced

باسخنامه آزمون گروه فنی و مهندسی دکتری ۹۸

استعداد تحصیلی

بخش اول: درک مطلب

پاسخ سؤالات متن (۱)

۱- گزینه «۴» نویسنده به دنبال بررسی امکان سفر در زمان در چهارچوب نظریات علمی است و این موضوع از جملات انتهایی هر سه پاراگراف و محتوای پاراگراف دوم نیز مشخص می‌گردد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): نویسنده از آزمایش ادینگتون به عنوان وسیله‌ای در جهت تقویت نظریه‌ی نسبیت اینشتین استفاده می‌کند که حامی مقصود اصلی‌اش می‌باشد که بررسی امکان سفر در زمان است.

بررسی گزینه (۲): سیر تحول نظریه فضا - زمان در متن بررسی نشده و فقط نظریه‌ی نهایی آن مطرح گردیده است.

بررسی گزینه (۳): نقدی بر نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی زمان در متن صورت نگرفته است. آزمایش ادینگتون نظریه‌ی اینشتین درباره‌ی تأثیر جرم بر فضا - زمان را بررسی می‌کند.

۲- گزینه «۱» پاراگراف سوم دقیقاً جوابی است که برای سؤال انتهایی مطرح‌شده در انتهای پاراگراف دوم، آورده شده است. در نتیجه، پاراگراف دوم حکم پیش‌زمینه را برای پاراگراف بعدی خود دارد.

۳- گزینه «۱» در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا درهم تنیده و پیوسته بودن ابعاد فضا و زمان مطرح شد.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۲): هدف متن بررسی امکان‌پذیری تغییر دادن پارامتر زمان بود و در انتها هم به نتیجه‌ای دال بر غیرممکن بودن آن نرسید.

بررسی گزینه (۳): در جملات ابتدایی پاراگراف اول آشکارا از مستقل نبودن مفاهیم فضا و زمان از یکدیگر صحبت شد.

بررسی گزینه (۴): در مورد این موضوع در متن چیزی نیامده است.

۴- گزینه «۳» در پاراگراف سوم از تمثیل «گلوله‌ی فلزی روی یک صفحه» برای نشان دادن تأثیر جرم (خورشید) بر فضا - زمان استفاده شد. پس منظور عبارت «هنوز گلوله‌ی فلزی را روی صفحه نگذاشته‌اید» این است که هنوز خورشید، فضا - زمان را خمیده نکرده و تأثیر خود را نگذاشته است.

پاسخ سؤالات متن (۲)

۵- گزینه «۲» در جمله‌ی انتهایی پاراگراف اول آورده شده است که ابعاد توربین اندازه‌های استاندارد ندارد و مهندسان بر اساس شرایط هر منطقه آن‌ها را طراحی می‌کنند. پس گزینه (۲) صحیح است.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه (۱): در مورد مکانیزم تبدیل انرژی در توربین‌ها در این دو پاراگراف مطلبی نیامده است.

بررسی گزینه (۳): در پاراگراف اول به ارتباط طول پره با بادخیز بودن منطقه اشاره شده است نه ارتفاع میله. همچنین به معکوس یا مستقیم بودن این وابستگی نیز اشاره‌ای نشده است.

بررسی گزینه (۴): در انتهای پاراگراف دوم به وضوح از مقرون به صرفه تر بودن توربین‌های افقی صحبت شده است.

بخش اول: دستور زبان

در سؤالات زیر، از بین گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) پاسخی را انتخاب کنید که به بهترین نحو جای خالی را پر کند. آنگاه پاسخ‌تان را روی پاسخنامه علامت بزنید.

۳۱- گزینه «۱» تندر در اثر رعد و برق ایجاد می‌شود که اساساً جریانی از الکترون‌ها است که بین ابرها یا بین ابر و زمین در جریان هستند.

توضیح گرامری: اگر جمله را ترجمه کنیم، می‌بینیم به یک گزاره وصفی برای جای خالی نیاز داریم. پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند چون ضمیر موصولی ندارند. ضمناً گفتیم بعد از کاما that کاربرد ندارد؛ پس گزینه ۲ هم نادرست است. حالا فقط گزینه (۱) می‌ماند که در اینجا lightening مرجع و از جای خالی به بعد هم گزاره وصفی است. البته چون گزاره وصفی ما بعد از کاما به کار رفته، از نوع غیرضروری است.

۳۲- گزینه «۲» در مصر و هند باستان، مردم با کمک سردسازی تبخیری (یعنی این اصل که مولکول‌های بخار آب، گرما را از محیط خود جذب می‌کنند) یخ تولید می‌کردند.

توضیح گرامری: برای پاسخگویی فقط به اطلاعات داخل پرانتز نیاز داریم. پس بیایید داخل پرانتز را تحلیل کنیم. The principle فاعل ما است؛ پس (۱) و (۴) حذف می‌شوند چون هر کلاز (جمله‌واره) یک فاعل نیاز دارد نه بیشتر. ضمناً در مبحث گزاره اسمی گفتیم یکی از کاربردهای that clause این است که بعد از یک‌سری اسم مثل principle, view, belief و بیاید. پس فقط (۲) صحیح است.

۳۳- گزینه «۱» تا پایان دهه ۱۸۰۰، منابع و مخازن طبیعی ترکیبات نیتروژنی به‌خاطر کاربردشان به‌عنوان کود شیمیایی چنان به پایان رسیدند که برخی می‌ترسیدند هنگام اتمام این مخازن، قحطی سرتاسر جهان را در برگیرد.

توضیح گرامری: تست خیلی راحتی است. نویسندگان از الگوی زیر استفاده کرده است:

so + صفت + that ⇒ ... So badly depleted ... that ...

۳۴- گزینه «۳» محققان در حال حاضر روی هواپیماهایی کار می‌کنند که می‌توانند ۲۰ برابر سرعت صوت پرواز کنند.

توضیح گرامری: در گزینه‌های (۲) و (۴) اساساً معلوم نیست that به چه چیزی برمی‌گردد؛ پس هر دو نادرست هستند. گزینه (۱) هم به این دلیل نادرست است که قاعدتاً می‌گوییم 20 times faster than نه faster than 20 times.

۳۵- گزینه «۴» در سال ۱۸۹۴، فیزیکدان ایتالیایی به نام گولیلمو مارکونی که از نظریه‌های جیمز کلرک ماکسول الهام گرفته بود، شروع به پژوهش در مورد فنی برای انتقال سیگنال‌های الکترومغناطیسی از طریق هوا در طول فواصل زیاد کرد.

توضیح گرامری: خب بدل مدنظر سؤال است. پس گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند. حالا بیایید صورت سؤال را بررسی کنیم. بعد از جای خالی by آمده که نشانه ساختار مجهول است، اما گزینه (۲) که فعل مجهول نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است. برای اینکه ببینیم چرا گزینه (۴) صحیح است باید اول اصل جمله را پیدا کنیم که این‌گونه بوده است:

In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, **who was inspired by the theories**, began work

خب قسمتی را که بولد (تیره) کردیم، گزاره وصفی غیرضروری است چون بین دو کاما قرار گرفته است. حالا می‌توانیم گزاره وصفی را کوتاه کنیم:

In 1894, Italian physicist Guglielmo Marconi, **inspired by the theories**, began work

حالا قسمت بولدشده، بدل غیرضروری است. گفتیم بدل را می‌توانیم به قبل از مرجع انتقال دهیم. پس داریم:

In 1894, **inspired by the theories**, Italian physicist Guglielmo Marconi began work



سؤالات مهندسی صنایع

مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات (۱ و ۲)، تئوری احتمالات و آمار مهندسی، طراحی سیستم‌های صنعتی)

کجه ۱- مدل زیر را در نظر بگیرید، که در آن به‌ازای هیچ x موجهی مخرج کسر صفر نخواهد شد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

$$\min \frac{c^T x + d}{a^T x + b}$$

s.t. $Ax \leq b$

$$x \in \{0, 1\}^n$$

(۱) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح است.

(۲) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل لزوماً قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط نیست.

(۳) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی است.

(۴) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط است.

کجه ۲- در مورد تابع محدب f با دامنه \mathbb{R}^n ، کدام مورد صحیح است؟

(۱) f تابعی پیوسته است، لکن می‌تواند مشتق‌پذیر نباشد.

(۲) نقطه کمینه‌کننده f ، در رابطه $\nabla f(x) = 0$ صدق می‌کند.

(۳) f تنها در یک نقطه کمینه می‌شود، اگر مقدار کمینه آن متناهی باشد.

(۴) f می‌تواند در چند نقطه کمینه شود، که مجموعه این نقاط لزوماً محدب نیست.

کجه ۳- در مدل‌سازی یک مسئله لازم است: شرایط زیر در مورد متغیر x رعایت شود:

$$x = a \text{ یا } b \leq x \leq c$$

کدام دسته از محدودیت‌های خطی زیر بیان‌کننده شرایط فوق هستند؟ (M یک عدد به اندازه کافی بزرگ است و $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ و $y \in \{0, 1\}$ متغیر هستند و می‌دانیم $a < b < c$)

	$x \leq a - My$	$x \leq a + My$
$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c$ (۴)	$x \geq a + My$	$x \geq a - My$
$y + \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1$	$x \geq b - M(y - 1)$ (۲)	$x \geq b + M(1 - y)$ (۱)
$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c$ (۳)	$x \leq c + M(y - 1)$	$x \leq c - M(1 - y)$
$y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1$		

کجه ۴- محدوده تغییرات تابع f و g روی مجموعه S به ترتیب بازه‌های $[a, b]$ و $[a', b']$ است ($a' > 0$). در مورد مقدار بهینه مسئله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$\min \frac{f(x)}{g(x)}$	(۲) مقدار بهینه می‌تواند نامتناهی باشد.	(۱) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{a'}$ باشد.
s.t. $x \in S$	(۴) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{a}{a'}$ باشد.	(۳) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{b'}$ باشد.

* در شکل زیر اطلاعات مورد نیاز و جواب بهینه یک مسئله حمل و نقل داده شده است. با توجه به این اطلاعات به سؤالات ۵ و ۶ پاسخ دهید.

	منبع ۱: ۳۵	منبع ۲: ۵۰	منبع ۳: ۴۰
مقصد ۱	۸	۹	۱۴
مقصد ۲	۱۰	۱۲	۱۰
مقصد ۳	۶	۵	۹
مقصد ۴	۱۰	۱۳	۱۶
	۲۵	۷	۳۰
			۴۵

کجه ۵- اگر هزینه ارسال یک واحد کالا از منبع ۱ به مقصد ۱ از ۸ به ۵ واحد کاهش یابد، مقدار بهینه تابع هدف مسئله جدید کدام است؟

- (۱) ۹۹۰ (۲) ۹۹۵ (۳) ۱۰۰۵ (۴) ۱۰۲۰

کله ۱۲- دو مسئله زیر را در نظر بگیرید:

P : max V

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \geq V \quad j=1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n.$$

Q : min W

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^m a_{ij}y_j \leq W \quad i=1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^m y_j = 1$$

$$y_j \geq 0, \quad j=1, \dots, m.$$

کدام گزینه برای جواب‌های موجه این مسائل همواره صادق است؟

$$\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \right\} \leq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij}y_j \right\} \quad (۲)$$

$$V < W \quad (۴)$$

$$\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \right\} \geq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij}y_j \right\} \quad (۱)$$

$$V > W \quad (۳)$$

کله ۱۳- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

min $c^T x$

s.t. $Ax \geq b$

یک جواب بهینه این مسئله x^* است. فرض کنید بردار c به بردار c' تغییر پیدا کند و در این صورت یک جواب بهینه مسئله x' باشد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۲) ضرب داخلی $x' - x^*$ و $c' - c$ نامنفی است.

(۱) ضرب داخلی $x' - x^*$ و $c' - c$ نامثبت است.

(۴) جمع $x' - x^*$ و $c' - c$ نامنفی است.

(۳) جمع $x' - x^*$ و $c' - c$ نامثبت است.

کله ۱۴- برای بیشینه‌سازی تابع مشتق‌پذیر $f: \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}$ ، نقاط جست‌وجو در یک الگوریتم عددی بر اساس $x^{k+1} = x^k + t_k d^k$ تولید می‌شوند.

در صورتی که بخواهیم در هر مرحله با انتخاب طول گام t_k مناسب تابع هدف حتماً بهبود یابد، جهت جست‌وجو d^k در چه شرطی باید صدق کند؟

(۲) d^k و $\nabla f(x^k)$ زاویه منفرجه (باز) بسازند.

(۱) d^k و $\nabla f(x^k)$ بر هم عمود باشند.

(۴) d^k و $\nabla f(x^k)$ در خلاف جهت هم باشند.

(۳) d^k و $\nabla f(x^k)$ زاویه حاده (تند) بسازند.

کله ۱۵- برای انجام یک مأموریت پیچیده در یک سازمان فضایی، سه راه‌حل در قالب سه پروژه A، B و C دنبال می‌شود. در حال حاضر احتمال شکست هر یک از این پروژه‌ها به ترتیب، ۰/۶، ۰/۸ و ۰/۴ است. سازمان می‌خواهد احتمال شکست مأموریت را تا حد امکان کاهش دهد؛ لذا بودجه‌ای برای استخدام حداکثر دو دانشمند جدید و جذب آن‌ها در این ۳ پروژه تصویب کرده است. در جدول زیر اثر اضافه کردن دانشمندان بر احتمال شکست هر یک از پروژه‌ها مشخص شده است. در این صورت احتمال پیروزی سازمان در بهترین حالت چقدر خواهد بود؟

تعداد دانشمندان \ پروژه	A	B	C
۰	۰/۶	۰/۸	۰/۴
۱	۰/۴	۰/۵	۰/۲
۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱۵

(۴) ۰/۹۴

(۳) ۰/۹۳۶

(۲) ۰/۹۲۸

(۱) ۰/۹۲

کله ۱۶- سه کلاس هر کدام با ۱۲ دانش‌آموز را در نظر بگیرید. می‌خواهیم یک گروه سه‌نفری به تصادف از این سه کلاس انتخاب کنیم. اگر دو دانش‌آموز از یک کلاس و یک دانش‌آموز از کلاس‌های دیگر باشد، تعداد انتخاب‌ها کدام است؟

(۴) ۴۷۵۲

(۳) ۴۵۷۲

(۲) ۲۷۵۴

(۱) ۲۵۷۴

کله ۱۷- فرض کنید ۲۰٪ از شهر A، به علت یک غفلت شرکتی در معرض ماده شیمیایی خطرناک Z قرار گرفته‌اند. احتمال ابتلا به سرطان پانکراس $P = ۰/۰۰۰۱$ است که با قرار گرفتن در معرض ماده Z، ۴ برابر می‌شود. فردی از شهر A به سرطان پانکراس مبتلا شده است. احتمال اینکه او در معرض ماده Z قرار گرفته باشد، کدام است؟

(۴) ۸۰٪

(۳) ۷۵٪

(۲) ۵۰٪

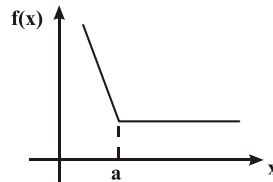
(۱) ۲۰٪



پاسخنامه مهندسی صنایع

مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات (۱ و ۲)، تئوری احتمالات و آمار مهندسی، طراحی سیستم‌های صنعتی)

- ۱- گزینه «۴» در حالتی که متغیر علامت به شکل $X \geq 0$ بوده و مخرج کسر همواره مثبت باشد، مسئله قابل تبدیل به یک مدل خطی می‌باشد. با توجه به اینکه در مدل داده‌شده متغیر علامت به شکل $X \in \{0, 1\}^n$ آمده است، این مدل را می‌توان به یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط تبدیل نمود.
- ۲- گزینه «۱» پیوسته‌بودن تابع در یک نقطه لزوماً به معنای مشتق پذیربودن تابع در آن نقطه نمی‌باشد. برای مثال شکل زیر را در نظر بگیرید:



همان‌طور که در شکل قابل ملاحظه است، تابع در $x = a$ پیوسته می‌باشد، اما مشتق تابع در این نقطه وجود ندارد. بنابراین گزاره مطرح‌شده در گزینه (۱) صحیح بوده و در نتیجه این گزینه پاسخ سؤال می‌باشد.

۳- گزینه «۳» در صورت مسئله خواسته شده است که معادل خطی محدودیت‌های زیر را به دست آورید:

$$x = a \quad \text{یا} \quad b \leq x \leq c$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c, \quad y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \quad y \in \{0, 1\}, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0$$

$$\text{if } (y = 0) \rightarrow \begin{cases} x = \lambda_1 b + \lambda_2 c \\ 0 + \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \end{cases} \rightarrow b \leq x \leq c$$

$$\text{if } (y = 1) \rightarrow \begin{cases} x = a + \lambda_1 b + \lambda_2 c \\ 1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\lambda_1, \lambda_2 \geq 0} \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \rightarrow x = a$$

بنابراین گزینه (۳) پاسخ سؤال می‌باشد.

۴- گزینه «۴»

$$\min \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\text{s.t. } x \in S$$

$$x \in S \rightarrow a \leq f(x) \leq b, \quad a' \leq g(x) \leq b', \quad a' > 0$$

با توجه به اینکه محدودیتی روی علامت پارامتر a بیان نشده است، می‌توانیم آن را منفی نیز در نظر بگیریم. در چنین شرایطی مقدار بهینه می‌تواند برابر $\frac{a}{a'}$ باشد؛ بدین صورت که برای صورت کسر کوچک‌ترین مقدار منفی ممکن یعنی a را در نظر می‌گیریم و با توجه به مثبت بودن مخرج کسر، کمترین مقدار ممکن یعنی a' را برای آن در نظر می‌گیریم.

$$Z_{11} - C_{11} = -5 + 10 - 13 + 9 = 1 > 0$$

۵- گزینه «۲»

بنابراین متغیر X_{11} وارد پایه می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Delta Z = -(Z_{11} - C_{11})\theta$$

$$+\theta \rightarrow 25 - \theta$$

$$\uparrow \quad \quad \downarrow \quad \Rightarrow \theta = 25 \Rightarrow \Delta Z = -1 \times 25 = -25$$

$$45 - \theta \leftarrow 5 + \theta$$

$$Z_{\text{new}} = Z_{\text{old}} + \Delta Z = Z_{\text{old}} - 25$$

$$Z_{\text{old}} = 10 \times 6 + 25 \times 10 + 45 \times 9 + 5 \times 13 + 10 \times 9 + 3 \times 5 = 1020 \Rightarrow Z_{\text{new}} = 1020 - 25 = 995$$

۱۱- گزینه «۱» در گزینه‌های (۲) و (۳) داده شده علی‌رغم صحیح شدن تمامی متغیرهای عدد صحیح، پاسخ سؤال نیاز به ادامه تولید برش گومری مثبت بوده است. بنابراین، این گزینه‌ها دارای تناقض بوده و نمی‌توانند پاسخ سؤال باشند. اکنون به بررسی گزینه‌های (۱) و (۴) می‌پردازیم. رابطه میان متغیرهای پایه‌ای و غیرپایه‌ای به شرح زیر می‌باشد:

$$x_{B_{\text{new}}} = x_{B_{\text{old}}} - y_N x_N$$

گزینه (۱): فرض کنید متغیر غیرپایه‌ای x_1 وارد پایه شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$x_{B_{\text{new}}} = \begin{pmatrix} \frac{23}{3} \\ \frac{23}{3} \\ \frac{23}{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{3} = \begin{pmatrix} \frac{22}{3} \\ \frac{23}{3} \\ 8 \end{pmatrix}$$

گزینه (۴): فرض کنید متغیر غیرپایه‌ای S_7 وارد پایه شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$x_{B_{\text{new}}} = \begin{pmatrix} \frac{23}{3} \\ \frac{23}{3} \\ \frac{23}{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} \times \frac{1}{3} = \begin{pmatrix} 8 \\ \frac{67}{9} \\ 9 \end{pmatrix}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، گزینه (۱) پاسخ سؤال می‌باشد.

۱۲- گزینه «۲» با توجه به دسته اول محدودیت‌های مسئله P خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq V \quad j=1, \dots, m \rightarrow \min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\} \geq V$$

مسئله ماکزیم‌سازی $\rightarrow V = \min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\}$

با توجه به دسته دوم محدودیت‌های مسئله Q خواهیم داشت:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \leq W \quad i=1, \dots, n \rightarrow \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\} \leq W$$

مسئله مینیم‌سازی $\rightarrow W = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\}$

مسائل P و Q در حقیقت همان مسائل خطی مطرح در حل بازی‌های دونفره می‌باشند که قابلیت تبدیل شدن به دوگان یکدیگر را دارند. با توجه به قضیه ضعیف دوگان خواهیم داشت:

$$V \leq W \Rightarrow \min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \right\} \leq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\}$$

۱۳- گزینه «۱» با توجه به اینکه تابع هدف مسئله از نوع مینیم‌سازی است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} cx^* \leq cx' \rightarrow c(x^* - x') \leq 0 \\ c'x' \leq c'x^* \rightarrow c'(x' - x^*) \leq 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow c(x^* - x') + c'(x' - x^*) \leq 0 \rightarrow -c(x' - x^*) + c'(x' - x^*) \leq 0$$

$$\rightarrow (c' - c)(x' - x^*) \leq 0$$

۱۴- گزینه «۳» شرط بهبود تابع هدف برای یک مسئله ماکزیم‌سازی مثبت‌بودن حاصل ضرب داخلی $\nabla f(x^k), d^k$ می‌باشد. بنابراین زاویه بین این بردارها لازم است حاده باشد.



۱۵- گزینه «۴» با توجه به حضور دو دانشمند و وجود ۳ پروژه، ۶ حالت تخصیص دو دانشمند به پروژه‌ها را بررسی می‌نماییم:

حالت	احتمال شکست	احتمال موفقیت
تخصیص هر دو به A	$0/2 \times 0/8 \times 0/4 = 0/064$	$0/936$
تخصیص هر دو به B	$0/6 \times 0/3 \times 0/4 = 0/072$	$0/928$
تخصیص هر دو به C	$0/6 \times 0/8 \times 0/15 = 0/072$	$0/928$
تخصیص به A, B	$0/4 \times 0/5 \times 0/4 = 0/080$	$0/920$
تخصیص به C, A	$0/4 \times 0/8 \times 0/2 = 0/064$	$0/936$
تخصیص به C, B	$0/6 \times 0/5 \times 0/2 = 0/060$	$0/940$

بنابراین احتمال پیروزی در سازمان در بهترین حالت $0/94$ می‌باشد.

۱۶- گزینه «۴»

$$\binom{3}{1} \times \binom{12}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{12}{1} = 3 \times 2 \times \frac{12 \times 11}{2} \times 12 = 4752$$

انتخاب یک نفر از کلاس انتخابی
از سه کلاس

انتخاب دو نفر از کلاس انتخابی

انتخاب یک نفر از کلاس باقیمانده

انتخاب یک نفر از کلاس انتخابی

۱۷- گزینه «۲»

پیشامد مبتلا شدن به سرطان: C

پیشامد در معرض ماده قرار گرفتن: Z

$$P(Z|C) = \frac{P(Z \cap C)}{P(C)}$$

$$P(C) = P(Z)P(C|Z) + P(Z')P(C|Z') = 0/2 \times 0/0004 + 0/8 \times 0/0001 = 0/00016$$

$$P(Z \cap C) = P(Z)P(C|Z) = 0/2 \times 0/0004 = 0/00008 \Rightarrow P(Z|C) = \frac{0/00008}{0/00016} = \frac{1}{2} = 50\%$$

۱۸- گزینه «۱»

$$P(B) = 1 \rightarrow P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = 1 \rightarrow 1 - P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A'_k\right) = 1$$

$$\Rightarrow P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A'_k\right) = 0 \xrightarrow{A'_k \text{ ها مستقل اند}} \prod_{k=1}^{\infty} P(A'_k) = 0$$

$$\Rightarrow \prod_{k=1}^{\infty} (1 - P(A_k)) = \prod_{k=1}^{\infty} (1 - P_k) = 0 \rightarrow \ln\left(\prod_{k=1}^{\infty} (1 - P_k)\right) = -\infty \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 - P_k) = -\infty$$

۱۹- گزینه «۴» مجموع احتمالات $P(X)$ برابر یک می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{r=0}^n P(X=r) = \sum_{r=0}^n C \frac{\binom{n}{r}}{r+1} = C \sum_{r=0}^n \frac{n!}{r!(n-r)!(r+1)} = 1$$

$$\Rightarrow C \sum_{r=0}^n \frac{(n+1)!}{(r+1)!(n-r)!(n+1)} = \frac{C}{n+1} \sum_{r=0}^n \binom{n+1}{r+1} = \frac{C}{n+1} \sum_{r=1}^{n+1} \binom{n+1}{r} = 1 \Rightarrow \frac{C}{n+1} (2^{n+1} - 1) = 1 \Rightarrow C = \frac{n+1}{2^{n+1} - 1}$$