www.modaresanesharif.ac.ir

بخش اول : فیزیک (۱)

فصل اول

«بردارها و دستگاه‌های مختصات»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ بردار مکان جسمی که در صفحه xy در حال حرکت است، برحسب زمان به صورت $\mathbf{r} = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$ می‌باشد. در چه صورت فاصله جسم از مبدأ در حال کاهش می‌باشد؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $xv_y - yv_x < 0$ ۲) $v_x < 0$ ، $v_y < 0$ ۳) $xv_y + yv_x < 0$ ۴) $xv_x + yv_y < 0$

۲ـ به ازای چه مقادیر q، بردار $\vec{A} = \hat{i}q + 3\hat{j} + \hat{k}$ بر بردار $\vec{B} = \hat{i}q - q\hat{j} + 2\hat{k}$ عمود خواهد بود؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) یک و صفر ۲) ۱ و ۲ ۳) ۱ و ۳ ۴) ۲ و ۳

۳ـ مکان یک ذره توسط بردار $\vec{r} = t^3\hat{i} - 3t^2\hat{j} + 2t\hat{k}$ داده می‌شود. در لحظه $t = 1$ زاویه بین بردارهای مکان و شتاب کدام است؟

(فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $\cos^{-1}(\frac{9}{7\sqrt{2}})$ ۲) $\sin^{-1}(\frac{2}{\sqrt{7}})$ ۳) $\cos^{-1}(\frac{2}{\sqrt{7}})$ ۴) 45°

۴ـ اگر $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ سه بردار دلخواه باشند، کدام رابطه نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) $(\vec{A}.\vec{A})(\vec{B}.\vec{B}) < (\vec{A}.\vec{B})^2$ ۲) $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A})$

۳) $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$ ۴) $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}.\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}.\vec{B})$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل اول

۱ـ گزینه «۴» در صورتی فاصله جسم از مبدأ در حال کاهش است که داشته باشیم: $\vec{r}.\vec{v} < 0$. بردارهای مکان و سرعت و همچنین ضرب داخلی آن‌ها به صورت زیر است:

$$\vec{r} = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}\ , \qquad \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} \Rightarrow \vec{r}.\vec{v} = xv_x + yv_y \xrightarrow{\text{کاهش فاصله جسم از مبدأ}} xv_x + yv_y < 0$$

۲ـ گزینه «۲» شرط عمود بودن دو بردار این است که ضرب داخلی آن‌ها برابر صفر شود.

$$\vec{A}.\vec{B} = 0 \Rightarrow (\hat{i}q + 3\hat{j} + \hat{k}).(\hat{i}q - q\hat{j} + 2\hat{k}) = 0 \Rightarrow q^2 - 3q + 2 = 0 \Rightarrow (q-2)(q-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = 2 \end{cases}$$

۳ـ گزینه «۳» مکان ذره با بردار $\vec{r} = t^3\hat{i} - 3t^2\hat{j} + 2t\hat{k}$ داده شده است، پس باید مشتقات زمانی مرتبه اول و دوم بردار $\vec{r}$ را نسبت به زمان پیدا کنیم.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3\hat{i} - 3t^2\hat{j} + 2t\hat{k}) = \frac{d}{dt}(t^3\hat{i}) + \frac{d}{dt}(-3t^2\hat{j}) + \frac{d}{dt}(2t\hat{k})$$

چون در دستگاه مختصات دکارتی هستیم، می‌توان نوشت:

$$\frac{d\hat{i}}{dt} = \frac{d\hat{j}}{dt} = \frac{d\hat{k}}{dt} = 0 \Rightarrow \hat{i}\frac{d}{dt}(t^3) + \hat{j}\frac{d}{dt}(-3t^2) + \hat{k}\frac{d}{dt}(2t) \Rightarrow \vec{v} = 3t^2\hat{i} - 6t\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2\hat{i} - 6t\hat{j} + 2\hat{k}) = 6t\hat{i} - 6\hat{j}$$

طبق تعریف ضرب نقطه‌ای دو بردار داریم: $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}$

در این جا نیز چون زاویه میان بردارهای $\vec{a}, \vec{r}$ را در لحظه $t = 1s$ می‌خواهیم، می‌توان نوشت:

$$\cos\theta = \left(\frac{\vec{a}.\vec{r}}{|\vec{a}||\vec{r}|}\right)_{t=1} \quad ; \quad \vec{a}.\vec{r} = (6t\hat{i} - 6\hat{j})\cdot(t^3\hat{i} - 3t^2\hat{j} + 2t\hat{k}) = 6t^4 + 18t^2$$

$$|\vec{a}| = [36t^2 + 36]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad |\vec{r}| = [t^6 + 9t^4 + 4t^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \left(\frac{6t^4 + 18t^2}{[36t^2 + 36]^{\frac{1}{2}}[t^6 + 9t^4 + 4t^2]^{\frac{1}{2}}}\right)_{t=1} = \frac{+24}{\sqrt{72}\sqrt{14}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$$

۴ـ گزینه «۱» رابطه‌ی موجود در گزینه ۳ نادرست است زیرا: $\cos^2\theta \le 1 \rightarrow A^2B^2\cos^2\theta \le A^2B^2 \Rightarrow (\vec{A}\,.\,\vec{B})^2 \le (\vec{A}\,.\,\vec{A})\,(\vec{B}\,.\,\vec{B})$

www.modaresanesharif.ac.ir

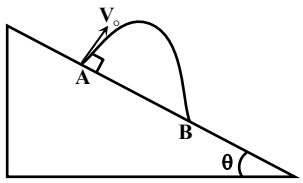
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دوم

«سینماتیک یک، دو و سه بعدی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ پرتابه‌ای از بالای تپه‌ای مطابق شکل، عمود بر سطح تپه پرتاب شده است. اندازه سرعت اولیه $V_\circ$ چند $\frac{m}{s}$ است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی شود و $g = 10\frac{m}{s^2}$, $AB = 75m$, $\sin\theta = \frac{3}{5}$) (فیزیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

۲ـ یک توپ بسکتبال به قطر $30cm$ به سمت حلقه‌ای افقی به قطر $60cm$ پرتاب می‌شود. اگر توپ بدون برخورد به حلقه از درون آن بگذرد، کمترین مقدار زاویه بین راستای حرکت توپ و افق کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) صفر ۲) 15° ۳) 30° ۴) 60°

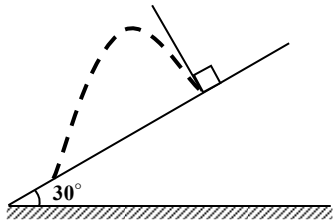
۳ـ پرتابه‌ای از ارتفاعی بالاتر از سطح زمین، در غیاب مقاومت هوا، در لحظه‌ی $t = 0$ با سرعت اولیه $v_\circ$ به صورت افقی (موازی سطح زمین) پرتاب می‌شود. شعاع انحنای مسیر در لحظه‌ی دلخواه t، قبل از برخورد به زمین چقدر است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{v_\circ^2}{g}$ ۲) $\frac{v_\circ^2 + g^2t^2}{g}$ ۳) $\frac{(v_\circ^4 + g^4t^4)^{\frac{1}{2}}}{g}$ ۴) $\frac{(v_\circ^2 + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{v_\circ g}$

۴ـ سنگی از بام ساختمانی به طور قائم به طرف پایین پرتاب می‌شود. سنگ از مقابل پنجره‌ای که ۱۴ متر پایین‌تر از بام است با سرعت $22\frac{m}{s}$ می‌گذرد و ۲/۸ ثانیه پس از پرتاب به زمین می‌رسد. ارتفاع ساختمان چند متر است؟ $(g = 9/8\frac{m}{s^2})$ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۵۲/۵ ۲) ۶۰/۵ ۳) ۷۸/۵ ۴) ۸۱/۵

۵ـ پرتابه‌ای با سرعت اولیه $v_\circ$ بر روی یک سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود. زاویه سطح شیب‌دار نسبت به افق 30° است. اگر در لحظه‌ی فرود، مسیر حرکت پرتابه بر سطح شیب‌دار عمود باشد، برد پرتابه بر روی سطح شیب‌دار کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{4}{7}\frac{v_\circ^2}{g}$ ۲) $\frac{3}{4}\frac{v_\circ^2}{g}$

۳) $\frac{4}{5}\frac{v_\circ^2}{g}$ ۴) $\frac{4}{3}\frac{v_\circ^2}{g}$

۶ـ سرعت قایقی در آب ساکن $10\frac{km}{h}$ است و قایق در عرض رودخانه‌ای به پهنای $2km$ حرکت می‌کند. سرعت آب $6\frac{km}{h}$ است. قایقران جهت قایق را طوری تنظیم می‌کند که به نقطه‌ی روبه‌روی نقطه‌ی آغاز حرکت در ساحل دیگر برسد. چند دقیقه طول می‌کشد تا قایق به ساحل روبه‌رو برسد؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۷/۵ ۲) ۱۰/۴ ۳) ۱۵ ۴) ۳۰

۷ـ سرعت جسمی در طول یک مسیر با $v = k^{\frac{2}{3}}t^{\frac{2}{5}}$ که t زمان برحسب ثانیه و v سرعت جسم برحسب $\frac{m}{s}$ است داده می‌شود. واحد (یکای) k چیست؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۹)

۱) $m^{\frac{2}{3}}s^{-\frac{14}{15}}$ ۲) $m^{\frac{2}{3}}s^{-\frac{8}{15}}$ ۳) $m^{\frac{2}{3}}s^{-\frac{3}{5}}$ ۴) $m^{\frac{2}{3}}s^{-\frac{6}{5}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ معادله حرکت یک ذره روی محور x به شکل $x = ct^۲ - bt^۳$ است که x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه و c, b مقادیر ثابت مثبتی هستند. در بازه زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = \frac{c}{b}$ تندی متوسط ذره ..... $\frac{m}{s}$ و اندازه سرعت متوسط آن ..... $\frac{m}{s}$ است. (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{۴c^۳}{۲۷b^۲}$ و صفر
۲) $\frac{۸c^۳}{۲۷b^۲}$ و صفر
۳) $\frac{c^۲}{b}$ و $\frac{۸c^۳}{۲۷b^۲}$
۴) $\frac{c^۲}{۲b}$ و $\frac{۴c^۳}{۲۷b^۲}$

۹ـ گلوله $m_۱$ را در حضور مقاومت هوا و گلوله $m_۲$ را در غیاب نیروی مقاومت هوا، به طور همزمان از سطح زمین به سوی بالا پرتاب می‌کنیم. اگر ارتفاع نهایی گلوله‌ها یکسان و برابر h باشد، کدام گزینه درست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) $m_۱$ زودتر به ارتفاع h می‌رسد.
۲) $m_۲$ زودتر به ارتفاع h می‌رسد.
۳) هر دو با هم به ارتفاع h می‌رسند.
۴) $m_۲$ زودتر به زمین بازمی‌گردد.

۱۰ـ شخصی از پنجره‌ای به بلندی $۱/۵m$ توپی را می‌بیند که به طرف بالا صعود می‌کند و بعد به پایین برمی‌گردد. اگر کل مدت زمانی که توپ در معرض دید بوده یک ثانیه باشد، توپ چند متر از لبه فوقانی پنجره بالاتر رفته است؟ $(g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲})$ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۱/۵۱۵
۲) ۰/۱۵۰
۳) ۰/۰۱۵
۴) ۰/۰۵۵

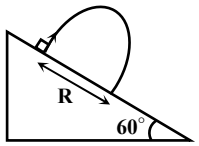
۱۱ـ ذره‌ای بر روی یک مسیر سهمی شکل به معادله $y = \frac{x^۲}{۴}$ حرکت می‌کند. شتاب مماسی این ذره در نقطه $x = ۲m$ کدام است؟ (از اصطکاک بین ذره و مسیر صرف‌نظر کنید) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{g}{۲\sqrt{۲}}$
۲) $\frac{g}{\sqrt{۲}}$
۳) g
۴) $g\sqrt{۲}$

۱۲ـ دو متحرک یکی بر روی محور x و دیگری بر روی محور y با سرعت ثابت در حرکتند. اگر در لحظه‌ی $t = ۰$ مکان و سرعت متحرک اول به ترتیب $-۲\hat{i}$ و $۳\hat{i}$ و مکان و سرعت متحرک دوم به ترتیب $-۴\hat{j}$ و $\hat{j}$ باشند، در چه لحظه‌ای فاصله‌ی دو متحرک کمترین مقدار ممکن خواهد بود؟ (واحدها در دستگاه SI است.) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

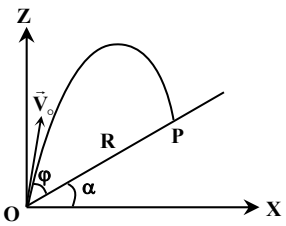
۱) $t = ۱$
۲) $t = ۲$
۳) $t = ۴$
۴) $t = ۵$

۱۳ـ گلوله‌ای با سرعت $v_۰$ با زاویه قائم نسبت به سطح تپه از روی تپه‌ای که شیب آن نسبت به افق ۶۰° است شلیک می‌شود. برد پرتابه، R، برابر است با: (فیزیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $۴\frac{v_۰^۲}{g}$
۲) $۴\sqrt{۳}\frac{v_۰^۲}{g}$
۳) $۲\sqrt{۳}\frac{v_۰^۲}{g}$
۴) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}\frac{v_۰^۲}{g}$

۱۴ـ پرتابه‌ای با سرعت اولیه $\vec{v}_۰$ و با زاویه φ نسبت به سطح شیب‌داری که خود با افق زاویه α می‌سازد در صفحه XOZ و از مبدأ O شلیک می‌گردد. زاویه φ چقدر باشد تا بُرد $(\overline{OP} = R)$ این پرتابه بیشینه باشد؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) $\varphi = ۴۵^\circ$
۲) $\varphi = ۴۵^\circ - \frac{\alpha}{۲}$
۳) $\varphi = ۴۵^\circ - \alpha$
۴) برد پرتابه $(\overline{OP} = R)$ بیشینه ندارد.

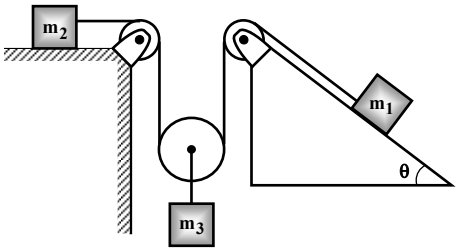
۱۵ـ در مکانیک نیوتنی ..... مقداری مطلق و ..... مقداری نسبی دارد. (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) بازه مکانی ـ سرعت
۲) بازه مکانی ـ بازه زمانی
۳) بازه زمانی ـ بازه مکانی
۴) شتاب ـ سرعت

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ در شکل زیر شتاب جرم m_3 چقدر است؟ سطوح بدون اصطکاک می‌باشند و فرض کنید $m_1 = m_2 = \frac{m_3}{2}$. از جرم نخ و قرقره و اصطکاک محور قرقره چشم‌پوشی می‌شود. $(\theta = 30^\circ)$ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



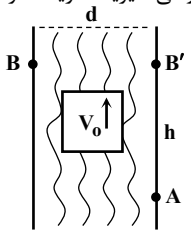
۱) $\frac{g}{8}$
۲) $\frac{3g}{8}$
۳) $\frac{5g}{8}$
۴) $\frac{g}{2}$

۱۷ـ ذره‌ای روی یک مسیر منحنی در فضای سه بعدی حرکت می‌کند. بین طول کمان مسیر حرکت ذره $s(t)$، تندی لحظه‌ای $V(t)$ و اندازه شتاب ذره $a(t)$ رابطهٔ $s(t) = C_0 V^m(t) a^n(t)$ وجود دارد. اگر C_0 ثابت بدون بعد (دیمانسیون) باشد، اعداد حقیقی m و n کدام‌اند؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

۱) $n = 1 , m = -2$
۲) $n = 1 , m = 2$
۳) $n = -1 , m = 2$
۴) $n = -1 , m = -2$

۱۸ـ قایقی می‌خواهد از نقطه A در ساحل شرقی یک رودخانه پرآب که سرعت جریان آب آن به سمت شمال و برابر $v_0 = 36 \frac{km}{hr}$ (کیلومتر بر ساعت) است، به نقطه B در ساحل غربی آن و به فاصله $h = B'A = 1\,km$ برود (طبق شکل). عرض رودخانه $d = 300m$ است. بردار سرعت حرکت این قایق کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) ۳ متر بر ثانیه به سمت غرب
۲) ۶ متر بر ثانیه به سمت غرب
۳) ۱۰ متر بر ثانیه به سمت شمال غربی
۴) ۲۰ متر بر ثانیه به سمت شمال غربی

۱۹ـ کشتی A با تندی $24 \frac{km}{h}$ به سمت جنوب در حرکت است. در لحظه $t = 0$، کشتی B که در فاصله ۴۸ کیلومتری جنوب کشتی A واقع شده است با تندی $18 \frac{km}{h}$ به سمت شرق در حرکت است. پس از یک ساعت، این دو کشتی با چه تندی بر حسب $\frac{km}{h}$ به یکدیگر نزدیک می‌شوند؟

(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۱)

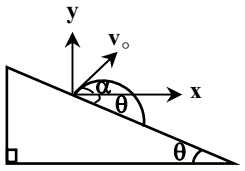
۱) ۶
۲) ۸/۴
۳) ۳۰
۴) ۴۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوم

۱ـ گزینه «۴» در اصل چون پرتابه روی یک سطح شیب‌دار حرکت می‌کند لذا باید بتوانیم حرکت را تصویر کنیم.



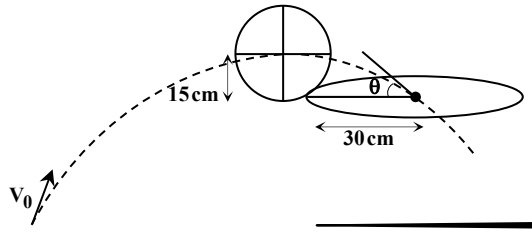
$$\begin{cases} y = x\,tg\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_\circ^2\cos^2\alpha} \\ x = AB\cos\theta \\ y = -AB\sin\theta \end{cases}$$

$$-AB\sin\theta = (AB\cos\theta)tg(\frac{\pi}{2}-\theta) - \frac{g(AB\cos\theta)^2}{2v_\circ^2\cos^2(\frac{\pi}{2}-\theta)} \Rightarrow -\sin\theta = \cos\theta\,cotg\,\theta - \frac{g}{2v_\circ^2}AB\,cotg^2\theta$$

$$-\frac{3}{5} = \frac{4}{5}\times\frac{4}{3} - \frac{10}{2v_\circ^2}\times 75\times(\frac{4}{3})^2 \Rightarrow v_\circ^2 = 25\times 16 \Rightarrow v_\circ = 20(\frac{m}{s})$$

توجه: برای حل این مسئله از نکته تستی گفته شده در متن درس نیز می‌توان استفاده کرد.

۲ـ گزینه «۳»



$$\theta = \sin^{-1}\frac{15}{30} = 30^\circ$$

۳ـ گزینه «۴»

$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$ $\quad v_y = gt\ ,\ v_x = v_\circ$

$\vec{v} = v_\circ\hat{i} + gt\hat{j}\ ,\ \vec{a} = g\hat{j}$

مؤلفه افقی ثابت می‌ماند و مؤلفه عمودی شتاب‌دار است.

طبق موردی که در کتاب فالز مطرح شده $|\vec{v}\times\vec{a}| = \dfrac{v^3}{\rho}$ و ρ شعاع انحنای مسیر است.

$$|\vec{v}\times\vec{a}| = v_\circ g \qquad |v^3| = \sqrt{(v_\circ^2 + g^2t^2)^3} \quad ; \quad \rho = \frac{[v_\circ^2 + g^2t^2]^{\frac{3}{2}}}{v_\circ g}$$

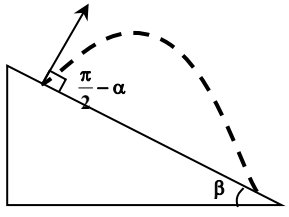
۴ـ گزینه «۳» ابتدا برای محاسبه سرعت سنگ در لحظه پرتاب، از معادله مستقل از زمان استفاده می‌کنیم. سوی مثبت محور y را به سمت پایین و مبدأ مختصات را در بام ساختمان انتخاب می‌کنیم.

$$v^2 - v_\circ^2 = 2gy$$

$$(22)^2 - v_\circ^2 = 2\times 9/8\times 14 \Rightarrow 484 - v_\circ^2 = 274/4 \Rightarrow v_\circ^2 = 209/6 \Rightarrow v_\circ = 14/4(\frac{m}{s})$$

اکنون از معادله مکان ـ زمان استفاده کرده و ارتفاع ساختمان را محاسبه می‌کنیم. $y = \frac{1}{2}gt^2 + v_\circ t = \frac{1}{2}\times 9/8\times(2/8)^2 + 14/4(2/8) = 78/7(m)$

۵ـ گزینه «۴»



با توجه به نکاتی که در متن درس درباره پرتاب بر روی سطح شیب‌دار گفتیم می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$R = \frac{2v_\circ^2\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$$

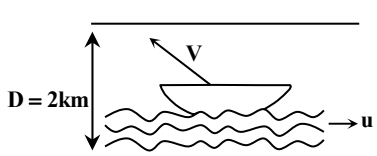
توجه داشته باشید که برای استفاده از فرمول بالا، مسئله را به‌صورت یک پرتابه از بالای سطح شیب‌دار و $\alpha = \circ$ (عمود بر سطح) به پایین آن در نظر می‌گیریم که البته اشکالی در حل مسئله ایجاد نمی‌کند.

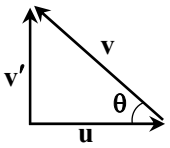
$$\begin{cases} \alpha = \circ \\ \beta = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow R = \frac{2v_\circ^2\cos(\circ)\sin(\circ+30)}{g\cos^2 30} = \frac{2v_\circ^2(\frac{1}{2})}{g(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} \Rightarrow R = \frac{4}{3}\frac{v_\circ^2}{g}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ گزینه «۳» قایقران باید با زاویه θ نسبت به جهت جریان آب پارو بزند تا درست به نقطه مقابل برسد. شکل این مسئله به‌صورت زیر است:





$$\begin{cases} u = ۶\frac{km}{h} & \text{سرعت آب} \\ v = ۱۰\frac{km}{h} & \text{سرعت قایق در آب ساکن} \\ v' & \text{سرعت قایق در آب متحرک} \end{cases}$$

$$v'^۲ + u^۲ = v^۲ \Rightarrow v' = \sqrt{v^۲ - u^۲}$$

از طرفی پهنای رودخانه $(D = ۲km)$ مسافت طی شده توسط قایق با سرعت v' نسبت به آب متحرک در زمان t است. پس داریم:

$$D = v't \Rightarrow t = \frac{D}{v'} = \frac{۲}{\sqrt{(۱۰)^۲ - (۶)^۲}} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}(h)$$

اما $\frac{۱}{۴}$ ساعت برابر است با ۱۵ دقیقه.

۷ـ گزینه «۱» برای حل این سؤال، کافی است رابطه $v = K^{\frac{۳}{۲}} t^{\frac{۲}{۵}}$ را به صورت دیمانسیونی بنویسیم و آن را برحسب دیمانسیون k حل کنیم.

$$[v] = [k]^{\frac{۳}{۲}}[t]^{\frac{۲}{۵}} \Rightarrow \frac{m}{s} = [k]^{\frac{۳}{۲}}(s)^{\frac{۲}{۵}} \Rightarrow (\frac{m}{s})^{\frac{۲}{۳}} = [k](s)^{\frac{۴}{۱۵}} \Rightarrow [k] = \frac{(\frac{m}{s})^{\frac{۲}{۳}}}{s^{\frac{۴}{۱۵}}} \Rightarrow [k] = m^{\frac{۲}{۳}} s^{-\frac{۱۴}{۱۵}}$$

۸ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» تندی متوسط برابر است با تقسیم مسافت بر زمان. برای محاسبه مسافت طی شده، لازم است زمانی را که متحرک تغییر مسیر می‌دهد محاسبه کرده، فاصله طی شده قبل و بعد از این زمان را به دست آورده و با هم جمع کنیم. بازهٔ زمانی مورد نظر $(۰, \frac{c}{b})$ است. جایی که متغیر تغییر مسیر می‌دهد، جایی است که سرعت آن صفر می‌شود.

$$V = ۲ct - ۳bt^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \\ t = \frac{۲c}{۳b} \end{cases} \quad ; \quad x(۰) = ۰ \quad ; \quad x(\frac{۲c}{۳b}) = \frac{۴c^۳}{۲۷b^۲} \quad ; \quad x(\frac{c}{b}) = ۰$$

با توجه به مقادیر بالا، فاصلهٔ طی شده قبل از تغییر مسیر یعنی در بازهٔ $(۰, \frac{۲c}{۳b})$ برابر است با: $\frac{۴c^۳}{۲۷b^۲}$ و فاصلهٔ طی شده بعد از تغییر مسیر یعنی در بازهٔ $(\frac{۲c}{۳b}, \frac{c}{b})$ نیز برابر با همین مقدار است، بنابراین مسافت طی شده در کل حرکت برابر است با:

$$\text{مسافت طی شده} = ۲ \times \frac{۴c^۳}{۲۷b^۲} = \frac{۸c^۳}{۲۷b^۲} \Rightarrow \text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} = \frac{\frac{۸c^۳}{۲۷b^۲}}{\frac{c}{b}} = \frac{۸c^۲}{۲۷b}$$

از طرفی، سرعت متوسط برابر است با جابه‌جایی بخش بر زمان.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(\frac{c}{b}) - x(۰)}{\frac{c}{b} - ۰} = \frac{۰}{\frac{c}{b}} = ۰$$

۹ـ گزینه «۲» نیروی مقاومت هوا با سرعت گلوله متناسب است. یعنی:

مقاومت هوا $f = -\mu v \Rightarrow$ مقاومت هوا $a = \frac{f}{m} = \frac{-\mu v}{m}$

علامت منفی در بالا به این دلیل است که نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت گلوله است. بنابراین شتاب گلوله $m_۱$ که در حضور مقاومت هوا به سمت بالا حرکت می‌کند از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید:

$$a_{m_۱} = -(g + \mu\frac{v}{m}) \qquad (۱)$$

اما شتاب گلوله $m_۲$ که در غیاب مقاومت هوا به سمت بالا حرکت می‌کند برابر است با:

$$a_{m_۲} = -g \qquad (۲)$$

هر دو شتاب‌های $a_{m_۱}$ و $a_{m_۲}$ کند شونده هستند. اما با توجه به روابط (۱) و (۲) معلوم می‌شود که شتاب جسم $m_۱$ منفی‌تر (کند شونده‌تر) است و لذا مدت بیشتری طول می‌کشد تا $m_۱$ به ارتفاع h برسد. پس $m_۲$ زودتر می‌رسد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ گزینه «۳» کل زمانی که توپ در معرض دید بوده ۱ ثانیه است که شامل یک حرکت رفت و برگشتی است. پس در رفت (برگشت)، ۰/۵ ثانیه زمان طی شده است. اگر $v_\circ$ سرعت توپ هنگام رسیدن به لبه پنجره باشد، داریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_\circ t \Rightarrow 1/5=-\frac{1}{2}\times(9/8)(0/5)^2+(0/5)v_\circ \quad ; \quad 1/5+1/225=(0/5)v_\circ \Rightarrow v_\circ=\frac{2/725}{0/5}=5/45(\frac{m}{s})$$

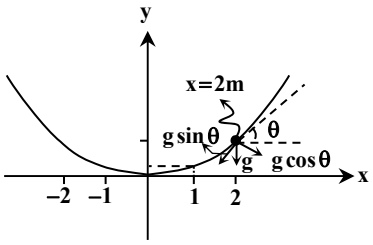
اکنون با استفاده از معادله مستقل از زمان، کل ارتفاع طی شده را محاسبه می‌کنیم.

$$v^2-v_\circ^2=-2gh \Rightarrow 0-(5/45)^2=-2\times9/8\times h \Rightarrow h=1/515(m)$$

اگر ارتفاع پنجره را از کل ارتفاع طی شده کم کنیم، مقدار خواسته شده در صورت سؤال به دست می‌آید. $H=1/515-1/5=0/015(m)$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱ـ گزینه «۲» مسیر این ذره مطابق شکل زیر است:

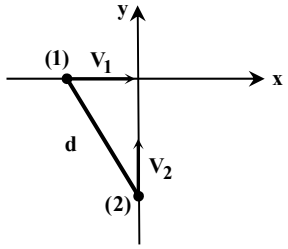


$$y=\frac{x^2}{4} \Rightarrow y'=\frac{x}{2} \Rightarrow x=2 \Rightarrow y'=1$$

شیب خط مماس بر منحنی مسیر در نقطه $x=2$ برابر ۱ به دست آمد. بنابراین در این نقطه $\theta=45^\circ$ است. اما شتاب مماسی به طریق روبرو محاسبه می‌شود: $a=g\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}g=\frac{g}{\sqrt{2}}$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲ـ گزینه «۱» متحرک‌ها مطابق شکل زیر با سرعت ثابت در حرکت هستند.



شرایط اولیه حرکت برای هر متحرک به‌صورت زیر است:

$$\text{متحرک (۱)}:\begin{cases}t=0\\x_\circ=-2\\v_\circ=3\end{cases} \qquad \text{متحرک (۲)}:\begin{cases}t=0\\y_\circ=-4\\v_\circ=1\end{cases}$$

اما چون سرعت‌ها ثابت است نتیجه می‌گیریم که سرعت متحرک (۱) در تمام زمان‌ها برابر $3\frac{m}{s}$ و سرعت متحرک (۲) در تمام زمان‌ها برابر $1\frac{m}{s}$ است.

معادله مکان ـ زمان برای هر متحرک با توجه به شرایط اولیه مسئله به صورت زیر است:

$$(1): x=v_1t+x_\circ \Rightarrow x=3t-2 \quad \text{و} \quad (2): y=v_2t+y_\circ \Rightarrow y=t-4$$

فاصله بین متحرک‌ها در هر لحظه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(3t-2)^2+(t-4)^2}=\sqrt{10t^2-20t+20}$$

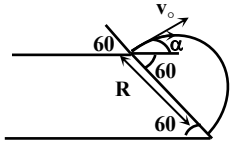
برای اینکه فاصله بین دو متحرک کمینه شود کافی است از d نسبت به زمان مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم. اما $\sqrt{10t^2-20t+20}$ زمانی کمینه می‌شود که عبارت زیر رادیکال کمینه شود. بنابراین کافی است ریشه مشتق عبارت زیر رادیکال را به دست آوریم:

$$(10t^2-20t+20)'=20t-20=0 \Rightarrow t=1(s)$$

توجه داشته باشید که راه دوم برای حل مسئله این است که در رابطه $d=\sqrt{10t^2-20t+20}$ تک‌تک گزینه‌ها را جایگذاری کنیم و جوابی را انتخاب کنیم که به d کمترین مقدار را می‌دهد.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۲» معمولاً برای حل این‌گونه سؤال‌هایی که پرتابه را روی یک سطح شیب‌دار پرتاب می‌کنیم کافی است که به جای y,x از معادله اصلی پرتابه y,x نقطه‌ای روی سطح شیب‌دار را قرار دهیم.



طبق شکل:

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6} \quad ; \quad \text{معادله اصلی پرتابه } y=x\tan\alpha-\frac{gx^2}{2v_\circ^2\cos^2\alpha}$$

$$\begin{cases}x=R\cos60^\circ & \text{معادله نقطه روی سطح شیب‌دار}\\ y=-R\sin60^\circ & \text{چون پرتابه به سمت پایین حرکت می‌کند } y \text{ را منفی قرار می‌دهیم.}\end{cases}$$

$$-R\sin60^\circ=R\cos60^\circ\tan30^\circ-\frac{gR^2\cos^260^\circ}{2v_\circ^2\cos^230^\circ} \Rightarrow R=\frac{v_\circ^2}{g}4\sqrt{3}$$

توجه: برای حل این مسئله از نکته تستی گفته شده در متن درس نیز می‌توان استفاده کرد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

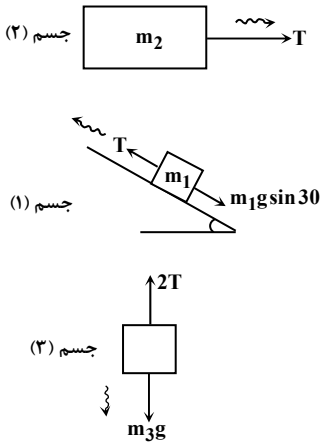
۱۴ـ گزینه «۲» برای بیشینه شدن برد، کافی است مشتق R نسبت به زاویه φ برابر صفر شود.

$$R=\frac{2v_0^2\cos(\alpha+\varphi)\sin\varphi}{g\cos^2\alpha}\Rightarrow\frac{dR}{d\varphi}=0\Rightarrow-\sin(\alpha+\varphi)\sin\varphi+\cos(\alpha+\varphi)\cos\varphi=\cos(\alpha+2\varphi)=0$$

$$\xrightarrow{\text{تمام زوایا در ربع اول}}\alpha+2\varphi=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}$$

۱۵ـ گزینه «۱» در مکانیک نیوتنی شتاب و سرعت هر دو نسبی هستند. مکان هم نسبی است اما بازهٔ مکانی (Δx) نسبی نیست و مستقل از چارچوب است.

۱۶ـ گزینه «۲» جابجایی m_3 نصف مجموع جابجایی‌های m_1 و m_2 است، لذا:



$$a_1+a_2=2a_3\quad(1)$$

$$\left.\begin{aligned}T&=m_2a_2\\T-m_1g\sin30^\circ&=m_1a_1\end{aligned}\right\}\xrightarrow[\sin30^\circ=\frac{1}{2}]{m_1=m_2}2T-\frac{mg}{2}=m(a_1+a_2)$$

$$\xrightarrow{(1)}T=\frac{mg}{4}+ma_3\quad(2)$$

$$m_3g-2T=m_3a_3\xrightarrow{m_3=2m}mg-T=ma_3\quad(3)$$

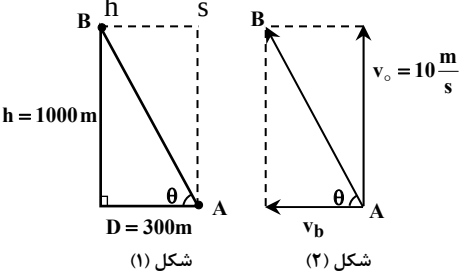
$$\xrightarrow{(2)}mg-\frac{mg}{4}-ma_3=ma_3\ ;\quad\frac{3mg}{4}=2ma_3\Rightarrow a_3=\frac{3g}{8}$$

۱۷ـ گزینه «۳» با تحلیل ابعادی دو طرف رابطه و با توجه به این که S واحد طول دارد، خواهیم داشت:

$$L=(\frac{L}{T})^m(\frac{L}{T^2})^n=\frac{L^{m+n}}{T^{m+2n}}\Rightarrow\begin{cases}m+n=1\\m+2n=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n=-1\\m=2\end{cases}$$

۱۸ـ گزینه «۱» اگر سرعت قایق نسبت به آب را با v_b نشان دهیم، با توجه به شکل‌های روبرو داریم:

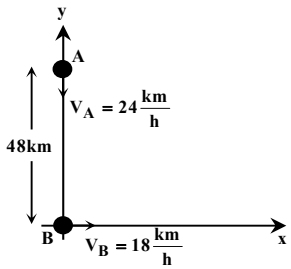
$$v_0=36\frac{km}{h}=10\frac{m}{s}$$



$$\left.\begin{aligned}&\text{شکل (۱)}:\tan\theta=\frac{h}{D}=\frac{1000}{300}=\frac{10}{3}\\&\text{شکل (۲)}:\tan\theta=\frac{v_0}{v_b}=\frac{10}{v_b}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{10}{3}=\frac{10}{v_b}\Rightarrow v_b=3\frac{m}{s}$$

با توجه به شکل ۲، مشخص است که جهت حرکت قایق باید به سمت غرب باشد.

۱۹ـ گزینه «۲» با توجه به شکل، چون کشتی A به سمت جنوب (در راستای محور y ها) و کشتی B به سمت شرق (در راستای محور x ها) حرکت می‌کنند، می‌توانیم با مشخص کردن تغییرات x, y با زمان، فاصله دو کشتی در هر لحظه (بر حسب زمان) را پیدا کنیم. با مشتق گرفتن از این کمیت، سرعت لحظه‌ای کشتی‌ها نسبت به هم پیدا می‌شود. با توجه به اندازه و جهت سرعت کشتی‌ها داریم: $x=18t\quad y=48-24t$



فاصله دو کشتی در هر لحظه برابر است با:

$$R=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(18t)^2+(48-24t)^2}=\sqrt{(18)^2t^2+(48)^2-2(48)(24)t+(24)^2t^2}\Rightarrow R=\sqrt{(48)^2-(48)^2t+t^2[(24)^2+(18)^2]}$$

تندی نسبی کشتی‌ها در هر لحظه از مشتق فاصله نسبت به زمان به دست می‌آید:

$$v=\frac{dR}{dt}=\frac{-(48)^2+2[(24)^2+(18)^2]t}{2\sqrt{(48-24t)^2+(18t)^2}}$$

بنابراین تندی نسبی دو کشتی در زمان $t=1\,h$ برابر است با:

$$v(1)=\frac{-(48)^2+2[(24)^2+(18)^2]}{2\sqrt{(24)^2+(18)^2}}=\frac{-2304+1800}{2\sqrt{900}}=\frac{-504}{60}=-8/4\frac{km}{h}$$

علامت منفی نشان‌دهنده این حقیقت است که دو کشتی به هم نزدیک می‌شوند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سوم

«دینامیک»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

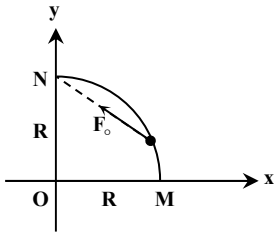
۱ـ معادله تغییر مکان جسمی به جرم $2kg$ نسبت به زمان در دستگاه SI به‌صورت $x = -t^2 + 4t^3$ است، توان لحظه‌ای این جسم در $t = 1s$ چند وات است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱۳۲ ۲) ۲۹۲ ۳) ۵۸۴ ۴) ۴۴۰

۲ـ جسمی بر اثر گرانش سقوط کرده و نیروی گرانش روی جسم کار انجام می‌دهد. توان ایجاد شده توسط این نیرو ثابت است. جسم از حال سکون می‌افتد. در این حالت توان چه رابطه‌ای با زمان دارد؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $P = \frac{1}{2}mgt^2$ ۲) $P = \frac{1}{2}mg^2t$ ۳) $P = mgt^2$ ۴) $P = mg^2t$

۳ـ گلوله‌ای به جرم m در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. فرض کنید در طول حرکت آن نیرویی به گلوله وارد می‌شود که مطابق شکل مقدار آن برابر با مقدار ثابت F_0 و جهت آن همواره به سوی نقطه N است. کار انجام شده توسط نیروی F در جابه‌جایی جسم از نقطه M به N چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



۱) $\sqrt{2}F_0R$
۲) $\sqrt{3}F_0R$
۳) $\frac{3}{\pi}F_0R$
۴) $\frac{\pi}{2}F_0R$

۴ـ ذره‌ای به جرم m تحت تأثیر پتانسیل یک بعدی $V(x) = V_0(ax + e^{-bx})$ با ثابت‌های مثبت a و b قرار دارد (ناحیه $x \geq 0$). کدام گزینه صحیح است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) ذره در اطراف نقطه $x_0 = \frac{\ln(\frac{b}{a})}{b}$ تعادل ناپایدار دارد.

۲) ذرّه در اطراف نقطه $x_0 = \frac{\ln(\frac{a}{b})}{b}$ تعادل ناپایدار دارد.

۳) ذرّه در اطراف نقطه $x_0 = \frac{\ln(\frac{b}{a})}{b}$ تعادل پایدار دارد و با فرکانس $\omega = \sqrt{ab\frac{v_0}{m}}$ می‌تواند نوسانات کوچک انجام دهد.

۴) ذرّه در اطراف نقطه $x_0 = \frac{\ln(\frac{a}{b})}{b}$ تعادل پایدار دارد و با فرکانس $\omega = \sqrt{(\frac{a}{b})\frac{v_0}{m}}$ می‌تواند نوسانات کوچک انجام دهد.

۵ـ یک کشتی با جرم کل ثابت M_0 با نیروی ثابت موتوری F_0 از حالت سکون در لحظه $t = 0$ روی مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید. جریان آب دریا، نیروی مقاومت در جهت خلاف حرکت این کشتی و برابر $-K_0v(t)$ در هر لحظه t بر این کشتی وارد می‌سازد که K_0 ثابت فیزیکی است. تندی حرکت لحظه‌ای $v(t)$ این کشتی کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{F_0}{K_0}(e^{+\frac{K_0t}{M_0}} - 1)$ ۲) $\frac{F_0}{K_0}(1 - e^{-\frac{K_0t}{M_0}})$ ۳) $2\frac{F_0}{K_0}(1 - e^{-\frac{K_0t}{M_0}})$ ۴) $2\frac{F_0}{K_0}(e^{+\frac{K_0t}{M_0}} - 1)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ گلوله‌ای داخل یک دریاچه رها می‌شود. در حین حرکت گلوله نیروی مقاومت آب در مقابل حرکت گلوله به شکل $\vec{F} = -b\vec{V}$ می‌باشد، یعنی نیروی مقاوم متناسب با سرعت لحظه‌ای جسم است (b مقدار ثابتی است). حرکت گلوله چگونه است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

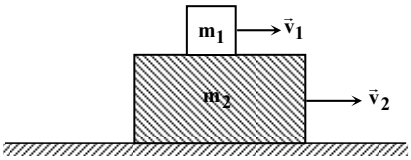
۱) تندی گلوله با شتاب ثابت دائماً افزایش می‌یابد تا به کف دریاچه برسد.

۲) تندی گلوله ابتدا افزایش می‌یابد و به مقدار ماکزیمم $\frac{mg}{b}$ می‌رسد و سپس تندی کاهش یافته و به صفر میل می‌کند.

۳) تندی گلوله به تدریج افزایش می‌یابد تا به مقدار حدی $\frac{mg}{b}$ برسد و پس از آن با این تندی به حرکت خود به سمت پایین ادامه می‌دهد.

۴) گلوله ابتدا با شتاب متغیر حرکت می‌کند و شتاب آن به مقدار ماکزیمم می‌رسد و سپس شتاب آن کاهش یافته و به سمت صفر میل می‌کند.

۷ـ مطابق شکل دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 با تندی‌های اولیه v_1 و v_2 در حال لغزیدن هستند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم m_1 با جسم m_2، μ و اصطکاک میان جسم m_2 با سطح افقی قابل چشم‌پوشی است. اگر طول m_2 به حد کافی بزرگ باشد، پس از چه مدتی تندی هر دو جسم برابر خواهد شد؟ ($v_1 < v_2$) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{m_1(v_2 - v_1)}{\mu g(m_1 + m_2)}$

۲) $\frac{m_2(v_2 - v_1)}{\mu g(m_1 + m_2)}$

۳) $\frac{m_1v_2 - m_2v_1}{\mu g(m_1 + m_2)}$

۴) $\frac{m_2v_2 + m_1v_1}{\mu g(m_1 + m_2)}$

۸ـ مقاومت هوا روی جسمی که با زاویه معینی نسبت به افق پرتاب شده باعث حرکت آن روی مسیری بالستیکی می‌شود. راستای شتاب جسم در بالاترین نقطه مسیر (A) با راستای افقی چه زاویه‌ای می‌سازد؟ (جرم جسم m و مقاومت هوا در این نقطه برابر با F است) (فیزیک پزشکی ۸۶)

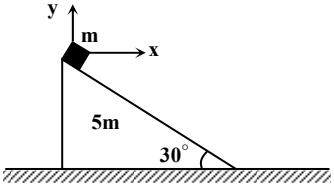
۱) $tg\alpha = \frac{mg}{F}$

۲) $tg\alpha = \frac{F}{mg}$

۳) $tg\alpha = \frac{2mg}{F}$

۴) $tg\alpha = \frac{2F}{mg}$

۹ـ وزنه‌ای به جرم m بر روی سطح شیب‌داری به جرم $5m$ و زاویه‌ی شیب 30° به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. اصطکاک بین تمام سطوح قابل صرف‌نظر کردن است. معادله‌ی مسیر حرکت وزنه نسبت به دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل کدام است؟ دستگاه مختصات xy نسبت به زمین ساکن است و وزنه در لحظه شروع به حرکت در مبدأ مختصات قرار دارد. (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



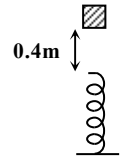
۱) $y = -\frac{3\sqrt{3}}{5}x$

۲) $y = -\frac{2\sqrt{3}}{5}x$

۳) $y = -\frac{4}{5\sqrt{3}}x$

۴) $y = -\frac{2}{5\sqrt{3}}x$

۱۰ـ قطعه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم از فاصله ۰/۴ متری فنری با ضریب ثابت $196^\circ\frac{N}{m}$ رها شده و بر روی آن می‌افتد و سبب فشردگی آن می‌شود. بیشترین فشردگی فنر چند سانتی‌متر است؟ $g = 9/8\frac{m}{s^2}$ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) ۹

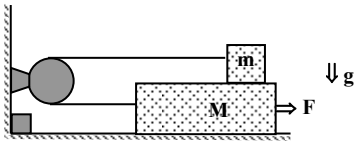
۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۲۰

۱۱ـ در دستگاه نشان داده شده در شکل، کمترین مقدار F چقدر باشد تا دو جرم از حالت سکون شروع به حرکت کنند؟ از جرم نخ و اصطکاک بین نخ و قرقره صرف‌نظر کنید. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین کلیه سطوحی که با هم تماس دارند، به ترتیب μ_s و μ_k است.

(فیزیک ـ دکتری ۹۰)



۱) $\mu_s(M+3m)g$

۲) $\mu_s(M+2m)g$

۳) $\mu_k(M+2m)g$

۴) $\mu_k(M+3m)g$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ بنا بر اصل نسبیت گالیله‌ای یا نیوتنی: (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) قوانین مکانیک در همه چارچوب‌های لخت یکسانند.

۲) شکل قوانین مکانیک در چارچوب‌های لخت مختلف بستگی به سرعت نسبی آن‌ها دارد.

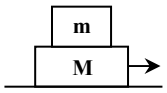
۳) قوانین مکانیک در همه چارچوب‌های لخت و غیر لخت یکسانند.

۴) حرکت شتاب‌دار نسبی است، یعنی شتاب یک چارچوب مرجع را فقط نسبت به چارچوب مرجع دیگری می‌توان آشکار ساخت.

۱۳ـ طنابی به طول ۲ متر و جرم ۴ کیلوگرم را با نیرویی برابر ۵۲ نیوتن به سمت بالا می‌کشیم. نیروی کشش طناب در نقطه‌ای به فاصله ۵۰ سانتی‌متر از بالای طناب چند نیوتن است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۳۹ ۴) ۴۹

۱۴ـ در شکل مقابل، با کشیدن جرم M حداکثر چه شتابی می‌توان به جرم m داد؟ (ضرایب اصطکاک بین دو جسم μ_s و μ_k هستند) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)



۱) $\mu_s g$ ۲) $\mu_k g$

۳) $\frac{m}{M}\mu_s g$ ۴) $\frac{m}{M}\mu_k g$

۱۵ـ کدام عبارت نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) قوانین پایستگی فقط در چارچوب‌های لخت برقرارند.

۲) قانون پایستگی تکانه خطی ناشی از تقارن انتقالی موجود در مسئله است.

۳) قانون پایستگی انرژی مکانیکی را از قوانین نیوتنی می‌توان به دست آورد.

۴) یک ارتباط ذاتی میان قوانین پایستگی و تقارن وجود دارد.

۱۶ـ توسط ترازوی دو کفه‌ای چه کمیت‌هایی از یک جسم اندازه‌گیری می‌شود؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

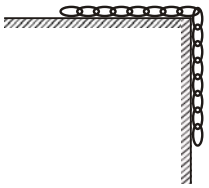
۱) وزن و جرم‌های گرانشی و لختی ۲) جرم لختی ۳) جرم لختی و جرم گرانشی ۴) جرم گرانشی

۱۷ـ یک کشتی یکصد هزار تنی دارای موتوری است که با نیرویی ثابت، آن را از سکون به حرکت درمی‌آورد؛ به طوری که تندی حرکت مستقیم‌الخط آن در یک دقیقه به یکصد و هشت کیلومتر بر ساعت می‌رسد. توان موتور کشتی در این فاصله زمانی چه تابعی از زمان بوده است؟ از هر نوع نیروی اصطکاک و مقاومت آب در مقابل حرکت صرف‌نظر شده است. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) $۲/۵\times۱۰^{۷}\ t$ وات ۲) $۲/۵\times۱۰^{۷}$ وات (ثابت) ۳) $۵\times۱۰^{۷}\ t^{۲}$ وات ۴) ۵×۱۰^{۷} وات (ثابت)

۱۸ـ قسمتی از طول زنجیری به طول L روی میز بدون اصطکاکی چنان قرار دارد که $\frac{L}{۲}$ از طول آن از لبه میز آویزان است. این زنجیر به آرامی از حالت سکون از لبه‌ی میز شروع به پایین افتادن می‌کند. تندی زنجیر وقتی به طور کامل از میز جدا می‌شود، کدام است؟

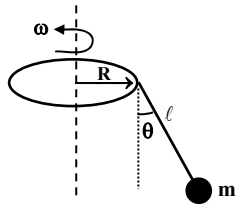
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۲)



۱) $\sqrt{\frac{۳}{۲}gL}$ ۲) $\sqrt{۳gL}$

۳) $\frac{۱}{۲}\sqrt{gL}$ ۴) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳gL}$

۱۹ـ در شکل زیر حداکثر نیروی کششی که طناب تحمل می‌کند $۱۴۴\,N$ است. بیشینه سرعت زاویه‌ای که دستگاه می‌تواند با آن بچرخد که طناب پاره نشود چند $\frac{rad}{s}$ است؟ ($R = ۵۰\,cm$ ، $\ell = ۳m$ و $m = ۱kg$ زاویه‌ی طناب با قائم همواره $\theta = ۳۰^\circ$ است.) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



۱) ۶

۲) ۶/۸

۳) ۸/۴

۴) ۷/۸

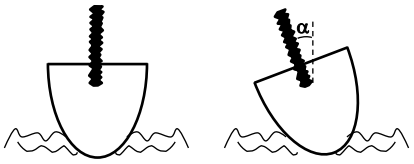
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ یک آجر روی یک میز چرخان افقی و به فاصله یک متری از محور چرخش آن قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک آن با میز ۰/۴ باشد، در چه سرعت زاویه‌ای بر حسب $\frac{rad}{s}$ آجر از روی میز چرخان به بیرون می‌افتد؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱ـ وقتی یک قایق موتوری با تندی ثابت v روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند، میله قائم دکل آن نسبت به خط قائم چه زاویه α (مطابق شکل) پیدا می‌کند؟ (از اصطکاک آب و قایق چشم‌پوشی شود.) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) صفر ۲) $\text{Arcsin}(\frac{v}{\sqrt{Rg}})$

۳) $\text{Arccot}(\frac{v^2}{Rg})$ ۴) $\text{Arctan}(\frac{v^2}{Rg})$

۲۲ـ اتومبیلی قرار است در پیچ جاده‌ای که شعاع انحنای آن R و شیب عرضی آن نسبت به سطح افقی θ است، حرکت کند. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح جاده و لاستیک اتومبیل $\mu_s = \tan\alpha$ است و $0 < \alpha < \theta$ می‌باشد. حداکثر و حداقل تندی اتومبیل هنگام حرکت در این پیچ چقدر باشد تا از جاده خارج نشود؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۰)

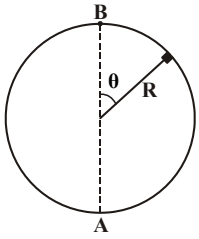
۱) $\sqrt{Rg}\ (\tan\theta - \tan\alpha)$ و $\sqrt{Rg}\ (\tan\theta + \tan\alpha)$

۲) $\sqrt{Rg}\ \tan(\theta - \alpha)$ و $\sqrt{Rg}\ \tan(\theta + \alpha)$

۳) $\sqrt{Rg(\tan\theta - \tan\alpha)}$ و $\sqrt{Rg(\tan\theta + \tan\alpha)}$

۴) $\sqrt{Rg\tan(\theta - \alpha)}$ و $\sqrt{Rg\tan(\theta + \alpha)}$

۲۳ـ بخشی از مسیر یک قطار تفریحی، دایره‌ای کاملاً عمودی به شعاع R است. ارابه کوچکی که بر روی این مسیر بدون اصطکاک سُر می‌خورد، با تندی $2\sqrt{gR}$ وارد انتهای پایینی دایره (نقطهٔ A) می‌شود. کدام عبارت درست است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۵)



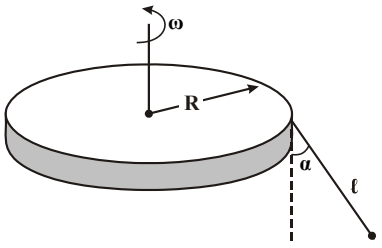
۱) ارابه در زاویه $\theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$ از مسیر جدا می‌شود.

۲) ارابه در زاویه $\theta = \cos^{-1}\frac{1}{3}$ از مسیر جدا می‌شود.

۳) ارابه به بالاترین نقطه دایره (نقطهٔ B) می‌رسد و سرعتش در آن نقطه صفر است.

۴) ارابه به بالاترین نقطه دایره (نقطهٔ B) می‌رسد و سرعتش در آن نقطه برابر $\sqrt{gR}$ است.

۲۴ـ در شکل زیر آونگی به طول ℓ از لبه یک قرص افقی به شعاع R آویزان است. قرص با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محورش در حال چرخش است. کدام گزینه صحیح است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۵)



۱) $\omega = (\frac{g\cos\alpha}{R + \ell\tan\alpha})^{\frac{1}{2}}$ ۲) $\omega = (\frac{g\sin\alpha}{R})^{\frac{1}{2}}$

۳) $\omega = (\frac{g\tan\alpha}{R + \ell\sin\alpha})^{\frac{1}{2}}$ ۴) $\omega = (\frac{g\tan\alpha}{R})^{\frac{1}{2}}$

۲۵ـ بنا بر اصل هم‌ارزی جرم گرانشی و جرم لختی (اینرسی) ..... . (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) با هم برابر و تابع سرعت جسم نسبت به ناظر می‌باشند.

۲) با هم برابر و مستقل از سرعت جسم نسبت به ناظر می‌باشند.

۳) با هم برابر نیستند و جرم گرانشی مستقل از سرعت جسم نسبت به ناظر و جرم لختی به آن وابسته است.

۴) در برخی چارچوب‌های لخت با هم برابر و در برخی چارچوب‌های لخت با هم متفاوتند.

۲۶ـ در مورد مکانیک نیوتنی و مکانیک نسبیتی (نسبیت خاص) کدام عبارت نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) بنابر مکانیک نیوتنی سرعت نور در چارچوب‌های مرجع لخت مختلف، متفاوت است.

۲) در مکانیک نسبیتی بازه زمانی یا بازه مکانی در چارچوب‌های مرجع لخت مختلف، متفاوت است.

۳) در مکانیک نیوتنی بازه زمانی و بازه مکانی در همه چارچوب‌های مرجع لخت یکسان است.

۴) در مکانیک نیوتنی قوانین فیزیک در همه چارچوب‌های مرجع لخت یکسان‌اند اما در مکانیک نسبیتی لزوماً چنین نیست.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷ـ فیزیکدانی که در یک محفظه بسته محبوس است، ملاحظه می‌کند که با رها کردن سیبی که در دست دارد، سیب در فضا غوطه‌ور می‌ماند (یعنی نسبت به او ساکن می‌ماند). او نتیجه می‌گیرد: (فیزیک ـ سراسری ۸۶)

۱) محفظه در حال سقوط آزاد است.
۲) محفظه در فضایی خالی از میدان گرانشی قرار دارد.
۳) محفظه در یک مدار به دور زمین در حرکت است.
۴) هر سه صحیح است.

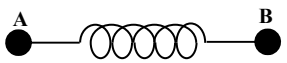
۲۸ـ جسمی را با زاویه کمتر از ۹۰° نسبت به افق پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که بردار سرعت جسم به صورت $\vec{V} = (۸۰\frac{m}{s})\hat{i} + (۶۰\frac{m}{s})\hat{j}$ می‌باشد، شعاع انحنای مسیر حرکت جسم چند متر است؟ (از اصطکاک صرف‌نظر شده است) (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۱۲۵۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۶۴۰

۲۹ـ جسمی با سرعت $V_\circ$ روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک به طرف بالا پرتاب می‌شود. زاویه سطح شیب‌دار θ است. این جسم تا چه مسافتی روی سطح بالا می‌رود؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) $\frac{V_\circ}{g\sin\theta}$ ۲) $\frac{V_\circ}{۲g\sin\theta}$ ۳) $\frac{V_\circ^۲}{۲g\sin\theta}$ ۴) $\frac{V_\circ^۲}{g\sin\theta}$

۳۰ـ دو گلوله A و B با فنر K مطابق شکل زیر به هم متصل شده‌اند. با فشردن فنر و آزاد کردن آن شتابی که جسم A پیدا می‌کند یک سوم شتاب B است. اگر جرم A برابر ۲kg باشد، جرم B چند کیلوگرم است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

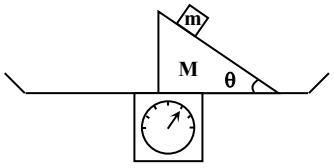


۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) ۶ ۴) به ضریب سختی فنر بستگی دارد.

۳۱ـ ذره‌ای در بالاترین نقطه نیمکره‌ای به شعاع R قرار دارد. کمترین سرعت افقی که باید به ذره وارد شود تا ذره نیمکره را بدون لغزیدن به طرف پایین ترک کند، چقدر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) $V_\circ \geq \sqrt{۲Rg}$ ۲) $V_\circ \geq \sqrt{Rg}$ ۳) $V_\circ \geq \frac{\sqrt{Rg}}{۲}$ ۴) $V_\circ \geq ۲\sqrt{Rg}$

۳۲ـ یک منشور گوه شکل به جرم M دارای سطح بدون اصطکاکی به شیب θ است. در ابتدا جرم m بدون حرکت روی سطح شیب‌دار منشور ثابت نگه داشته شده و خود منشور نیز روی سطح افقی یک ترازو ساکن است. در این حالت عقربه ترازو عدد $(M+m)$ را نشان می‌دهد. هرگاه جرم m روی سطح شیب‌دار منشور رها شود و به سمت پایین سطح شیب‌دار حرکت لغزشی شتابدار پیدا کند عقربه ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ حرکت منشور روی سطح افقی ترازو نیز بدون اصطکاک است. (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

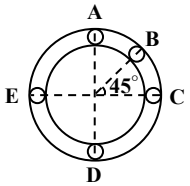


۱) $(M+m)$ ۲) $\frac{Mm}{M+m}$
۳) $\frac{M(M+m)}{M+m\sin^۲\theta}$ ۴) $\frac{(M+m)^۲}{M+m\cos^۲\theta}$

۳۳ـ ذره‌ای در میدان پتانسیل $V(x) = xe^{-x}$ حرکت می‌کند نیرویی که به این ذره وارد می‌شود برابر است با:
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) e^{-x} ۲) $-xe^{-x}$ ۳) $e^{-x}(۱-x)$ ۴) $e^{-x}(x-۱)$

۳۴ـ گلوله کوچکی مطابق شکل درون حلقه‌ای در صفحه قائم دوران می‌کند. در کدام نقطه بیشترین نیرو از طرف حلقه بر آن وارد می‌شود؟
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) A
۲) B
۳) D
۴) C و E

۳۵ـ ذره‌ای در راستای قائم سقوط می‌کند. اگر نیروی مقاومت هوا $\vec{F} = -kv^۳\hat{v}$ باشد که در آن $\hat{v}$ بردار یکه در راستای سرعت لحظه‌ای ذره است، سرعت حدی ذره کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) $(\frac{mg}{k})^{\frac{۱}{۳}}$ ۲) $(\frac{mg}{k})^۳$ ۳) $(\frac{mg}{۲k})^{\frac{۱}{۳}}$ ۴) $(\frac{۲mg}{k})^{\frac{۱}{۳}}$

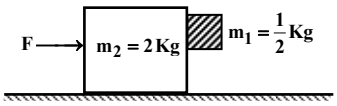
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ یک قایق موتوری با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه در حال حرکت است. اگر مقاومت آب در مقابل حرکت قایق ۴۰۰۰ نیوتن باشد قدرت موتور قایق چند KW است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۳۹/۲ ۴) ۴۰۰

۳۷ـ در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک بوده ولی بین m_1 و m_2 ضریب اصطکاک $\mu_s = 0/25$ است. حداقل نیروی F چند نیوتن باشد تا m_1 به پایین نلغزد؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



۱) ۲۵
۲) ۶۰
۳) ۵۰
۴) ۱۰۰

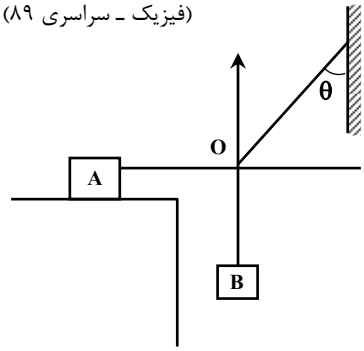
۳۸ـ نیروی کشسانی یک فنر در سیستم SI به صورت $F(x) = -3x^2 - 8x^3$ می‌باشد. اگر در $x = 0$ انرژی پتانسیل کشسانی آن برابر یک ژول باشد، در $x = 1m$ انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۳۹ـ کدام عبارت در مورد اصل بر هم‌نهش نیروها نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) یک قانون تجربی طبیعت است که از قوانین نیوتنی حرکت نتیجه نمی‌شوند.
۲) دقیق‌ترین آزمون تجربی این اصل از مطالعه حرکت سیاره‌ای به دست می‌آید.
۳) یک رابطه ریاضی است که از قوانین نیوتنی حرکت نتیجه می‌شود.
۴) وقتی چند نیرو بر یک ذره اثر می‌کند، هر نیرو مستقل از حضور یا غیاب نیروهای دیگر شتاب مربوط به خود را ایجاد می‌کند.

۴۰ـ وزن قطعه A که روی میز افقی است، برابر ۹۰۰N، ضریب اصطکاک ایستایی میان این قطعه و میز ۰/۳، ضریب اصطکاک جنبشی آن‌ها ۰/۲ و زاویه $\theta = 60^\circ$ است. اگر ریسمانی که قطعه A را به گره O وصل می‌کند افقی باشد، حداکثر وزن قطعه B که مجموعه در حال سکون باقی بماند چند نیوتن است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)



۱) ۲۷۰
۲) $90\sqrt{3}$
۳) $60\sqrt{3}$
۴) $270\sqrt{3}$

۴۱ـ نیرویی که روی یک ذره عمل می‌کند، تابعی از مکان به صورت $\vec{F} = (4x^2 + 1)\hat{i} + 2x\hat{j}$ می‌باشد. اگر ذره روی یک مسیر مستقیم از نقطه $A = (0,1,0)$ به نقطه $B = (0,2,2)$ منتقل شود، کار نیروی $\vec{F}$ چند ژول است؟ واحدها در دستگاه SI است. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) صفر ۲) $\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

۴۲ـ نیروی $\vec{F} = (cx + 2x^3)\hat{i}$ بر ذره‌ای به جرم $3kg$ که در امتداد محور xها حرکت می‌کند وارد می‌شود که در آن $\vec{F}$ برحسب نیوتن و x برحسب متر و c یک ثابت است. اگر در $x = 1m$ تندی ذره $2\frac{m}{s}$ و در $x = 3m$ تندی ذره $4\frac{m}{s}$ باشد، مقدار c چند $\frac{N}{m}$ است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) -۱۵ ۲) -۵/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۱۸

۴۳ـ جسمی به جرم $2kg$ با سرعت اولیه $15\frac{m}{s}$ در یک بعد در حرکت است. اگر این جسم با نیروی اصطکاک $f_k = \frac{1}{6}V^2$ ترمز کند پس از چند ثانیه سرعت آن به $5\frac{m}{s}$ می‌رسد؟ (V سرعت جسم است) (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۵۳ ۲) ۱/۲ ۳) ۴/۸ ۴) ۱/۶

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۴ـ کدام عبارت نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

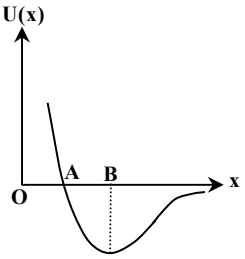
۱) قانون سوم نیوتن به بیان قوی برای تمام نیروهای طبیعت صادق است.

۲) چارچوب لخت، چارچوبی است که در آن قانون اول نیوتن صادق است.

۳) در بررسی حرکت توده‌های بزرگ ابر، زمین یک چارچوب «نالخت» است.

۴) قانون دوم نیوتن برای نیروهای واقعی، فقط در چارچوب لخت صادق است.

۴۵ـ جسمی با جرم ۲ کیلوگرم، تحت تأثیر انرژی پتانسیل یک بعدی $U(x) = U_\circ \left[\left(\frac{a}{x}\right)^{12} - \left(\frac{a}{x}\right)^{6} \right]$ **قرار دارد. هرگاه تندی حرکت این ذرّه در نقطه A صفر باشد، تندی ذره در نقطه تعادل B چقدر است؟** $U_\circ = 3J$ (فیزیک ـ سراسری ۹۰)



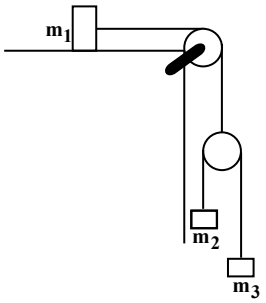
۱) صفر

۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

۴) $\sqrt{3}$

۴۶ـ در شکل زیر اگر از اصطکاک در محور قرقره‌ها و اصطکاک جسم m_1 **با سطح نیز چشم‌پوشی شود. اگر** $m_1 = 50\ kg$، $m_2 = 20\ kg$ **و** $m_3 = 40\ kg$ **باشد، شتاب جسم** m_2 **چقدر است؟ از جرم قرقره‌ها چشم‌پوشی شود.** (فیزیک ـ سراسری ۹۰)



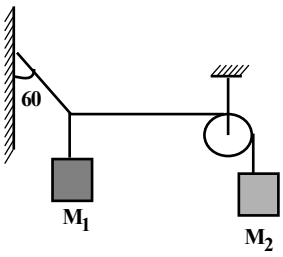
۱) $\frac{5}{11}g$

۲) $\frac{5}{33}g$

۳) $\frac{11}{31}g$

۴) $\frac{21}{31}g$

۴۷ـ دستگاه شکل زیر در حال تعادل است. نسبت جرم m_2 **و** m_1 **برابر است با:** (فیزیک پزشکی ۹۰)



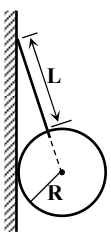
۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $\sqrt{3}$

۴۷ـ در شکل زیر، توپ کروی به جرم m **و شعاع** R **از نخی سبک به طول** L **روی یک دیوار صاف بدون اصطکاک آویزان است. اندازه نیروی عکس‌العمل عمودی وارد بر توپ از طرف دیوار کدام است؟** (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)



۱) $mg\frac{L}{R}$

۲) $mg\frac{R}{L}$

۳) $mg\frac{R}{\sqrt{L^2 - R^2}}$

۴) $mg\frac{R}{\sqrt{L^2 + 2LR}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

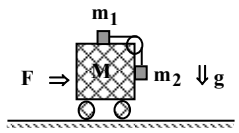
۴۹ـ سرعت ذره‌ای بر حسب $\frac{m}{s}$ از رابطهٔ $v = \sqrt[3]{x^2}$ به دست می‌آید. در این رابطه x مکان ذره بر حسب m است، شتاب ذره در $x = 8m$ چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

۱) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۵۰ـ در دستگاه نشان داده شده در شکل، کلیه سطوح را بدون اصطکاک و نخ‌ها را بدون جرم فرض کنید. نیروی F چقدر باشد تا دو جرم m_1 و m_2 نسبت به گاری به جرم M ساکن بمانند. جسم m_2 در حالت آویزان با دیواره قائم گاری مماس است و $m_1 = 4m, m_2 = 2m, M = 6m$ است.

(فیزیک ـ دکتری ۹۰)



۱) $24mg$
۲) $6mg$
۳) $8mg$
۴) $4mg$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سوم

۱ـ گزینه «۴» معادله مکان ـ زمان را داریم و با مشتق‌گیری از آن به راحتی به معادله سرعت ـ زمان و شتاب ـ زمان می‌رسیم. برای محاسبه توان لحظه‌ای از رابطه $P = F.v$ استفاده می‌کنیم که در آن F نیروی لحظه‌ای وارد بر جسم و v سرعت لحظه‌ای آن است.

$$x = -t^۲ + ۴t^۳ \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = -۲t + ۱۲t^۲ \Rightarrow a = \frac{d^۲x}{dt^۲} = -۲ + ۲۴t$$

سرعت در لحظه $t = ۱$ برابر است با:

$$v(۱) = -۲(۱) + ۱۲(۱)^۲ = ۱۰(\frac{m}{s})$$

و برای نیروی لحظه‌ای در $t = ۱$ داریم:

$$F = ma \xrightarrow{\begin{cases} t=۱s \\ m=۲kg \end{cases}} F = ۲(-۲ + ۲۴ \times ۱) = ۴۴(N) \quad ; \quad P = F.v = ۴۴ \times ۱۰ = ۴۴۰(W)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ گزینه «۲» تنها نیرویی که در این حالت بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی وزن است. قانون دوم نیوتن را برای این جسم می‌نویسیم:

$$F = mg \quad , \quad x = \frac{۱}{۲}gt^۲$$

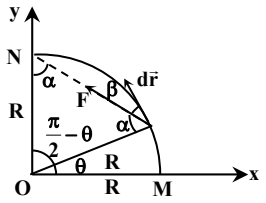
از طرفی توان برابر است با $\frac{\text{کار انجام شده}}{\text{زمان}}$. بنابراین داریم:

$$P = \frac{Fx\cos۰}{t} = \frac{mg \times \frac{۱}{۲}gt^۲}{t} = \frac{۱}{۲}mg^۲t$$

در رابطه بالا برای به دست آوردن کار، از حاصل‌ضرب داخلی نیرو در جابه‌جایی استفاده کردیم و از آنجا که بردار نیرو (وزن) و جابه‌جایی هم جهت هستند زاویه بین آن‌ها برابر صفر است.

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۱» مطابق شکل در هر لحظه $۲\alpha = \frac{\pi}{۲} + \theta$ و لذا $\alpha = \frac{\pi}{۴} + \frac{\theta}{۲}$ می‌باشد. زاویه β میان $\vec{F}$ و $d\vec{r}$، با توجه به عمود بودن $d\vec{r}$ بر شعاعی که به ابتدای آن ختم می‌شود عبارت است از: $\beta = \frac{\pi}{۲} - \alpha = \frac{\pi}{۴} - \frac{\theta}{۲}$. از سوی دیگر $dr = Rd\theta$ می‌باشد و در نتیجه:



$$dw = \vec{F}.d\vec{r} = F_۰dr\cos\beta = F_۰(Rd\theta)(\cos(\frac{\pi}{۴} - \frac{\theta}{۲}))$$

$$\Rightarrow w = \int dw = \int_۰^{\frac{\pi}{۲}} F_۰R\cos(\frac{\pi}{۴} - \frac{\theta}{۲})d\theta = -۲F_۰R\sin(\frac{\pi}{۴} - \frac{\theta}{۲})\Big|_۰^{\frac{\pi}{۲}} = \sqrt{۲}F_۰R$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۳» برای یافتن نقطه تعادل کافی است مشتق اول پتانسیل نسبت به x را به دست آورده و برابر صفر قرار دهیم.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = V_۰(a - be^{-bx}) = ۰ \Rightarrow a - be^{-bx} = ۰ \Rightarrow a = be^{-bx} \Rightarrow e^{-bx} = \frac{a}{b} \Rightarrow -bx = \ln(\frac{a}{b}) \Rightarrow bx = \ln(\frac{b}{a}) \Rightarrow x = \frac{۱}{b}\ln(\frac{b}{a})$$

بعد از به دست آوردن نقطه تعادل، مشتق دوم پتانسیل را نیز محاسبه می‌کنیم. علامت مشتق دوم، نوع تعادل را مشخص می‌کند.

$$\frac{\partial^۲V}{\partial x^۲} = V_۰b^۲e^{-bx}\Big|_{x = \frac{۱}{b}\ln(\frac{b}{a})} = V_۰b^۲e^{-\ln(\frac{b}{a})} = V_۰b^۲e^{\ln(\frac{a}{b})} \Rightarrow \frac{\partial^۲V}{\partial x^۲} = V_۰b^۲(\frac{a}{b}) = V_۰ab > ۰$$

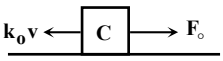
چون مشتق دوم پتانسیل مثبت شد معلوم می‌شود که $x = \frac{۱}{b}\ln(\frac{b}{a})$ نقطه تعادل پایدار است. فرکانس نوسانات نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{\partial^۲V}{\partial x^۲}\Big|_{x\ \text{تعادل}}}{m}} = \sqrt{\frac{abV_۰}{m}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

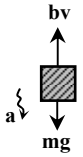
۵ـ گزینه «۲»



$$\sum F_x = M_0 = M_0\frac{dv}{dt} \Rightarrow F_0 - k_0 v = M_0\frac{dv}{dt} \Rightarrow M_0\int_0^v \frac{dv}{F_0 - k_0 v} = \int_0^t dt$$

$$\xrightarrow[-K_0 dv = du]{F_0 - K_0 V = u} -\frac{M_0}{k_0}\ln\frac{F_0 - k_0 v}{F_0} = t \Rightarrow \frac{F_0 - k_0 v}{F_0} = e^{-\frac{k_0 t}{M_0}} \Rightarrow 1 - \frac{k_0 v}{F_0} = e^{-\frac{k_0 t}{M_0}} \Rightarrow \frac{k_0 v}{F_0} = 1 - e^{-\frac{k_0 t}{M_0}} \Rightarrow v = \frac{F_0}{k_0}(1 - e^{-\frac{k_0 t}{M_0}})$$

۶ـ گزینه «۳»

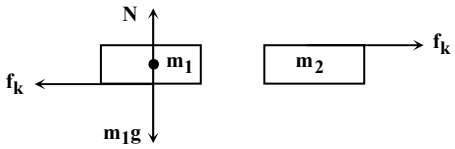


$$\sum F = ma \Rightarrow mg - bv = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{mdv}{mg - bv}$$

$$\begin{cases} t \to 0 \xrightarrow[x\to 0]{\lim e^{-x} = 1 - x} r\alpha t \\ t \to \infty \longrightarrow V = \frac{mg}{b} \end{cases}$$

یعنی در ابتدا سرعت جسم با شتاب g زیاد می‌شود ولی سرانجام، سرعت آن به یک مقدار حدی می‌رسد و از آن لحظه به بعد سرعت، ثابت می‌ماند.

۷ـ گزینه «۲» شکل مقابل نیروهای وارد بر اجسام m_1 و m_2 را نشان می‌دهد. از آنجا که اصطکاک بین m_2 و سطح افقی صفر است، نیازی به نشان دادن نیروهای عمودی وارد بر m_2 نیست.



اکنون قانون دوم نیوتن را برای اجسام m_1 و m_2 می‌نویسیم:

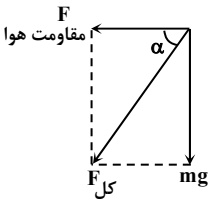
$$m_1 \text{ جسم}: \begin{cases} N - m_1 g = 0 \Rightarrow N = m_1 g \\ f_k = \mu N = m_1 a_1 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \mu g \Rightarrow v = a_1 t + v_1 = \mu g t + v_1 \qquad (1)$$

$$m_2 \text{ جسم}: f_k = \mu m_1 g = -m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = -\mu\frac{m_1}{m_2} g \Rightarrow v' = a_2 t + v_2 = -\mu\frac{m_1}{m_2} g t + v_2 \qquad (2)$$

برای محاسبه زمان کافی است در رابطه‌های (۱) و (۲) سرعت‌های v و v' را برابر قرار دهیم.

$$v = v' \Rightarrow \mu g t + v_1 = -\mu\frac{m_1}{m_2} g t + v_2 \Rightarrow \mu g t(1 + \frac{m_1}{m_2}) = v_2 - v_1 \Rightarrow \mu g t(\frac{m_1 + m_2}{m_2}) = v_2 - v_1 \Rightarrow t = \frac{m_2(v_2 - v_1)}{\mu g(m_1 + m_2)}$$

۸ـ گزینه «۱» راستای شتاب با افق همان راستای نیروی برآیند با سطح افقی است. زیرا طبق قانون دوم نیوتن $(\sum \vec{F} = m\vec{a})$، بردار نیروی برآیند هم‌راستا و هم جهت با بردار شتاب است.



شکل بردارهای نیروی وارد بر جسم در بالاترین نقطه مسیر به صورت مقابل است:

$$\vec{F}_{\text{برایند}} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{مقاومت هوا}} \quad , \quad tg\alpha = \frac{mg}{F_{\text{مقاومت هوا}}}$$

۹ـ گزینه «۳» چون هیچ نیروی خارجی به سیستم (وزنه + سطح شیب‌دار) وارد نمی‌شود مرکز جرم سیستم باید ثابت بماند. این بدان معنی است که اگر وزنه، تکانه P_1 را به سمت راست پیدا کند، سطح شیب‌دار، تکانه P_2 را به سمت چپ پیدا خواهد کرد و $|P_1| = |P_2|$ است. داریم:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad ; \quad m v_1 = 5 m v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{5}$$

معنی عبارت بالا این است که در یک بازه زمانی مساوی اگر وزنه به اندازه Δr_1 جابه‌جا شود، قدر مطلق جابه‌جایی سطح شیب‌دار برابر $\Delta r_2 = \frac{\Delta r_1}{5}$ خواهد بود. اما هنگامی که جسم به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد داریم:

$$\frac{y}{x} = tg 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

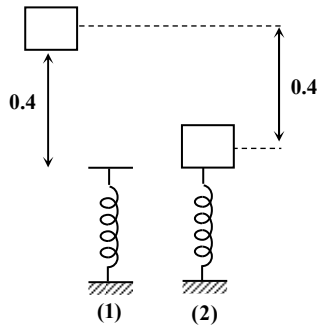
www.modaresanesharif.ac.ir

و در همین هنگام سطح شیب‌دار به اندازه $\frac{۱}{۵}$ این مقدار به سمت چپ حرکت خواهد کرد و بنابراین رابطه بین x و y به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{y}{x}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}-\frac{۱}{۵\sqrt{۳}}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}(۱-\frac{۱}{۵})=\frac{۴}{۵\sqrt{۳}} \Rightarrow y=\frac{۴}{۵\sqrt{۳}}x$$

توجه داشته باشید که علامت منفی موجود در گزینه ۳ تنها به این دلیل است که وزنه به سمت yهای منفی حرکت می‌کند (با توجه به دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل).

۱۰ـ گزینه «۲» برای حل این مسئله از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم. در مرحله اول جسم $۰/۴m$ بالاتر از فنر قرار دارد. بعد از اینکه جسم به فنر برسد اگر فرض شود که جسم فنر را حداکثر به اندازه x فشرده کرده است، به این معنی است که کل انرژی پتانسیل گرانشی جسم به انرژی پتانسیل کشسانی فنر تبدیل شده است، بنابراین:



$$E_۱=E_۲ \quad ; \quad mg(۰/۴+x)=\frac{۱}{۲}kx^۲ \Rightarrow ۲\times ۹/۸\times(۰/۴+x)=\frac{۱}{۲}\times ۱۹۶۰\times x^۲ \Rightarrow$$

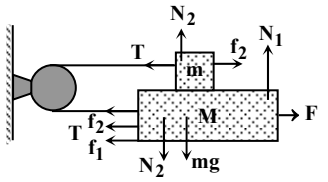
$$۷/۸۴+۱۹/۶x=۹۸۰x^۲ \Rightarrow x^۲-۰/۰۲x-۰/۰۰۸=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۱=\frac{۰/۰۲+۰/۱۸}{۲}=\frac{۰/۲}{۲}=۰/۱m=۱۰cm \\ x_۲=\frac{۰/۰۲-۰/۱۸}{۲}=-\frac{۰/۱۶}{۲}=-۰/۰۸ \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

توجه شود که $x_۲$ غیرقابل قبول است چون طول فیزیکی نمی‌تواند منفی باشد.

فرض شده است که مبدأ پتانسیل گرانشی در فاصله‌ی $x+۰/۴$ از مکان اولیه‌ی جسم، قرار دارد که x مقدار طولی است که از تفاضل طول فنر در حالت آزاد و طول آن در حالت فشرده شده، به دست می‌آید. از این‌رو در لحظه‌ای که فنر در نهایت فشردگی رسیده است، انرژی پتانسیل گرانشی سیستم صفر است و تنها انرژی پتانسیل کشسانی فنر وجود دارد.

۱۱ـ گزینه «۱» دیاگرامی مانند شکل مقابل خواهیم داشت:



برای جسم m:

$$N_۲=mg$$

$$T=f_۲=\mu_S N_۲=\mu_S mg$$

برای جسم M:

$$N_۱=N_۲+Mg$$

$$F=T+f_۱+f_۲=\mu_s mg+\mu_s N_۱+\mu_s mg=\mu_s(M+۳m)g$$

۱۲ـ گزینه «۱» طبق اصل نسبیت گالیله‌ای یا نیوتنی قوانین مکانیک در همه چارچوب‌های لخت یکسانند. برای سیستمی که در راستای x با سرعت v حرکت می‌کند می‌توان نوشت:

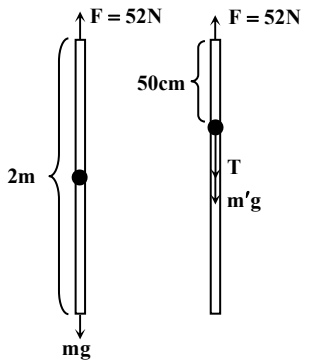
$$\left.\begin{aligned} x'_۱&=x_۱-vt \\ x'_۲&=x_۲ \\ x'_۳&=x_۳ \\ t'&=t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} \frac{dx'_۱}{dt'}&=\frac{dx_۱}{dt}-v \\ \frac{dx'_۲}{dt'}&=\frac{dx_۲}{dt} \\ \frac{dx'_۳}{dt'}&=\frac{dx_۳}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} \frac{d^۲x_۱}{dt^۲}&=\frac{d^۲x'_۱}{dt'^۲} \\ \frac{d^۲x_۲}{dt^۲}&=\frac{d^۲x'_۲}{dt'^۲} \\ \frac{d^۲x_۳}{dt^۲}&=\frac{d^۲x'_۳}{dt'^۲} \end{aligned}\right.$$

و معادلات بالا یعنی: $a'=a$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳ـ گزینه «۳» ابتدا شتاب حرکت طناب را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F = ma \Rightarrow F - mg = ma$$

$$۵۲ - ۴\times ۱۰ = ۴a \Rightarrow ۱۲ = ۴a \Rightarrow a = ۳(\frac{m}{s^۲})$$

وقتی شتاب کل طناب برابر ۳ به دست آمد، به این معنی است که تک‌تک اجزای آن با همین شتاب حرکت می‌کنند. بنابراین برای تکه ۵۰ سانتی‌متری از طناب نیز همین شتاب را در نظر می‌گیریم. اما ابتدا باید جرم تکه ۵۰ سانتی‌متری را به دست آوریم:

$$\lambda = \frac{m}{\ell} = \frac{۴}{۲} = ۲(\frac{kg}{m}) \Rightarrow m' = \lambda \ell' = ۲\times ۰/۵ = ۱(kg)$$

اکنون قانون دوم نیوتن را برای این تکه از طناب می‌نویسیم:

$$F - m'g - T = m'a \Rightarrow ۵۲ - ۱\times ۱۰ - T = ۱\times ۳ \Rightarrow T = ۴۲ - ۳ = ۳۹(N)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۴ـ گزینه «۱» توجه داشته باشید که همواره $\mu_k < \mu_s$ است. بنابراین بیشترین نیرویی که به جرم m وارد می‌شود برابر است با:

$$f_s = \mu_s N \qquad (۱)$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتن در راستای محور y داریم:

$$\sum F_y = ma_y = ۰ \Rightarrow \sum F_y = N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg \qquad (۲)$$

در رابطه بالا از این نکته استفاده کردیم که جسم m در راستای محور y حرکتی نمی‌کند. اکنون با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$f_s = \mu_s mg \Rightarrow a_x = \frac{f_s}{m} = \frac{\mu_s mg}{m} \Rightarrow a_x = \mu_s g$$

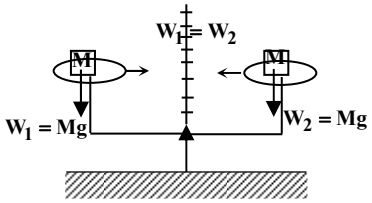
توجه داشته باشید که $a = a_x$ است. چون جسم فقط در راستای افقی حرکت می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۵ـ گزینه «۱» قوانین پایستگی در همه چارچوب‌ها برقرار است.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۶ـ گزینه «۴» برای پاسخ به این سؤال، لازم است که داوطلب به تفاوت مفاهیم جرم گرانشی و جرم لختی در چارچوب فیزیک نیوتنی دقت نماید. همان طور که می‌دانید علاوه بر قانون دوم نیوتن، قانون گرانش وی نیز حاوی کمیت جرم می‌باشد:



$$\vec{F}_i = m\vec{a} \quad (۱) \qquad \text{و} \qquad \vec{F}_g = G\frac{mm'}{r^۲}\hat{r} \quad (۲)$$

که $\vec{F}_i$ نشانگر نیروهای غیر گرانشی وارد بر جسم در دستگاه لخت بوده و $\vec{F}_g$ نیروی گرانشی وارد بر آن است. گذشته از جزئیات، توجه کنید که این دو قانون مستقل از یکدیگرند و در چارچوب مکانیک نیوتنی، به هیچ وجه نباید تصور کرد که قانون گرانش نتیجه‌ای است از قانون دوم نیوتن. یکی از مفروضات بسیار اساسی مکانیک کلاسیک که صحت آن تلویحاً بدیهی پنداشته شده بود، یکسان بودن جرم جسم در هنگام استفاده از هر یک از دو رابطه بالا می‌باشد. البته از لحاظ تاریخی، گالیله پیش از نیوتن اشاره‌ای به آن داشته است. اما این انیشتین بود که هنگام کار بر روی نظریه نسبیت، متوجه تفاوت عظیمی شد که پذیرش یا عدم پذیرش این فرض ایجاد می‌کند و لذا یکسان بودن جرم‌های لختی و گرانشی را به عنوان یکی از اصول نسبیت عام خود مطرح کرد. ترازو در اثر وزن اجسام عمل می‌کند. علاوه بر آن با توجه به تغییر بسیار بسیار اندک شتاب گرانش در نزدیکی سطح زمین، می‌توان از تغییرات وزن جسم با تغییر ارتفاع (آن هم چند سانتی‌متر!) چشم‌پوشی کرد. با این اوصاف در ترازوی یک کفه‌ای با تقسیم وزن حاصل بر مقدار g ، می‌توان جرم گرانشی را محاسبه نمود. در ترازوی دو کفه‌ای، در حقیقت جرم گرانشی دو جسم (جسم مورد نظر و وزنه معیار) را مقایسه می‌نماییم. زمانی که دو کفه دقیقاً در یک راستا قرار گیرند، می‌توان گفت جرم گرانشی دو جسم برابر است. در هر حال ترازو مستقیماً با جرم لختی سروکار ندارد و لذا گزینه‌های (۱) و (۳) قطعاً نادرستند. همچنین توجه شود که طبق توضیحات بالا، ترازوی دو کفه‌ای برخلاف ترازوی یک کفه‌ای، نمی‌تواند مستقیماً وزن اجسام را اندازه‌گیری نماید، هر چند در اثر وزن آنهاست که عمل می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۷ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{aligned} F = ma = m(\frac{v - \not{v}_۰}{t})t = ۱۰^۸\,(\frac{۳۰}{۶۰}) = ۵\times ۱۰^۷\ N \\ v = at + \not{v}_۰ = (\frac{v - \not{v}_۰}{t})t = (\frac{۳۰}{۶۰})t = ۰/۵t \end{aligned}\right\} \Rightarrow P = Fv = ۵\times ۱۰^۷ \times ۰/۵t = ۲/۵\times ۱۰^۷\ t \quad \text{وات}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. آسان‌ترین روش برای رسیدن به جواب، استفاده از قانون بقای انرژی است. در ابتدا که زنجیر ساکن بوده تنها انرژی پتانسیل داشته که اگر سطح میز را مرجع پتانسیل در نظر بگیریم، در ابتدا مقدار انرژی پتانسیل عبارت خواهد بود از: $u_۱ = -mg\frac{L}{۴}$

در نهایت که کل زنجیر از میز جدا می‌شود، مرکز جرم آن در فاصله‌ی $\frac{L}{۲}$ از لبه‌ی میز خواهد بود، بنابراین انرژی پتانسیل آن برابر است با: $u_۲ = -mg\frac{L}{۲}$

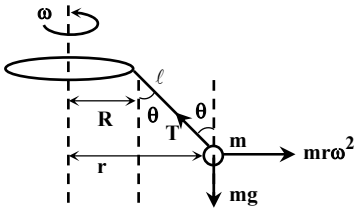
در این لحظه، زنجیر دارای انرژی جنبشی خواهد بود که مقدار آن براساس رابطه روبرو به دست می‌آید: $k_۲ = \frac{۱}{۲}mV^۲$

حال بنا به قانون پایستگی انرژی در ابتدا و انتهای حرکت خواهیم داشت:

$$u_۱ = u_۲ + k_۲ \Rightarrow -\frac{mgL}{۴} = -\frac{mgL}{۲} + \frac{۱}{۲}mV^۲ \rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{mgL}{۴} \Rightarrow V^۲ = \frac{gL}{۲} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{gL}{۲}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۹ـ گزینه «۱» با افزایش ω به تدریج زاویه θ نیز افزایش می‌یابد. زمانی که بیشینه کشش ممکن در طناب ایجاد می‌شود، شتاب افقی جسم برابر صفر می‌گردد. در این حالت می‌توان نوشت:



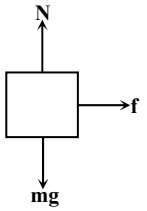
$$T_{max}\sin\theta = mr\omega_{max}^۲ = m(R+\ell\sin\theta)\omega_{max}^۲ \Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{T_{max}\sin\theta}{m(R+\ell\sin\theta)}}$$

طبق صورت سؤال در این حالت $\theta = ۳۰^\circ$ است: $\Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{۱۴۴\times\frac{۱}{۲}}{۱\times(۰/۵+۱/۵)}} = \sqrt{۳۶} = ۶\frac{rad}{s}$

توجه: دقت کنید که به اشتباه از رابطه $T\cos\theta = mg$ استفاده نکنید، زیرا همان طور که ذکر شد، زاویه θ به مقدار ω بستگی دارد و در هر لحظه نیروی برآیندی رو به بالا به گلوله وارد می‌گردد.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۰ـ گزینه «۲»

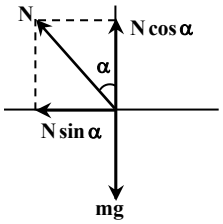


$$\begin{cases} N = mg \\ f = mr\omega^۲ \end{cases} \Rightarrow \mu \cancel{m} g = \cancel{m} r\omega^۲$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} = \sqrt{\frac{۰/۴\times۱۰}{۱}} = \sqrt{۴} = ۲\frac{rad}{s}$$

◆ ◆ ◆ ◆

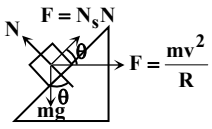
۲۱ـ گزینه «۴» مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} \sum F_x = \frac{mv^۲}{R} \\ \sum F_y = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N\sin\alpha = \frac{mv^۲}{R} \\ N\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^۲}{Rg} \Rightarrow \alpha = \text{Arc}\tan(\frac{V^۲}{Rg})$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۲ـ گزینه «۱» برای کمینه‌ی تندی داریم:



$$N = mg\cos\theta + \frac{mv^۲}{R}\text{Sin}\theta$$

$$mg\sin\theta = \frac{mv^۲}{R}\cos\theta + \mu_s N$$

با جایگذاری به جای N از رابطه‌ی اول خواهیم داشت: $g\sin\theta = \frac{V^۲}{R}(\cos\theta + \mu_s\sin\theta) + \mu_s g\cos\theta \Rightarrow g(tg\theta - \mu_s) = \frac{V^۲}{R}(۱ + \mu_s tg\theta)$

اگر $\mu_s = tg\alpha$ باشد، آن‌گاه: $v = \sqrt{Rgtg(\theta-\alpha)}$

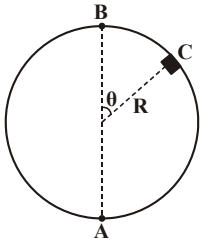
با محاسبات مشابه برای بیشینه‌ی سرعت که تنها جهت نیروی اصطکاک f در آن عوض می‌شود، به دست می‌آید: $v = \sqrt{rgtg(\theta+\alpha)}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳ـ گزینه «۱» در حل این‌گونه مسائل لازم است ابتدا نقطه‌ای که جسم از سطح مسیر دایره‌ای جدا می‌شود را مشخص کنیم. به این دلیل که باید بدانیم جسم به بالاترین نقطه مسیر دایره‌ای می‌رسد یا پیش از آن از مسیر جدا شده و در کل به نقطه بالایی مسیر نخواهد رسید.

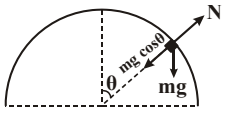
با توجه به شکل، اگر فرض کنیم که نقطه جداشدن جسم از مسیر با C نشان داده می‌شود داریم:



با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و C می‌توانیم بنویسیم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = K_C + U_C$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR(1+\cos\theta)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(4gR) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR(1+\cos\theta) \Rightarrow 4gR = v_c^2 + 2gR(1+\cos\theta)$$
$$\Rightarrow v_C^2 = 4gR - 2gR - 2gR\cos\theta = 2gR(1-\cos\theta)$$

از طرفی با بررسی دینامیک مسئله و اینکه در لحظه جداشدن جسم از مسیر، نیروی عکس‌العمل سطح N برابر صفر است داریم:



$$mg\cos\theta - N = \frac{mv_C^2}{R}$$
$$N = 0 \Rightarrow mg\cos\theta = \frac{mv_C^2}{R} \Rightarrow v_C^2 = \frac{mgR\cos\theta}{m} = Rg\cos\theta$$

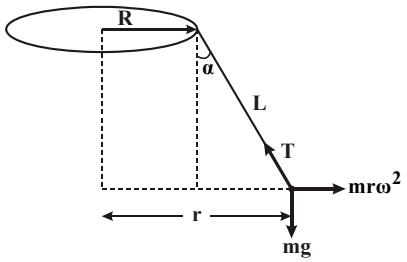
با جایگذاری v_C از بخش قبلی داریم:

$$2gR(1-\cos\theta) = gR\cos\theta \Rightarrow 2 - 2\cos\theta = \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$$

به این ترتیب جسم در زاویه $\theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$ از مسیر جدا می‌شود و نمی‌تواند به نقطه B برسد.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۴ـ گزینه «۳» ابتدا شکل ساده شده‌ای از حرکت توصیف شده را در نظر می‌گیریم:



در شکل نیروهای وارد بر جرم آویخته از آونگ را مشخص می‌کنیم و با استفاده از قوانین نیوتن معادلات نیرو را برای آن می‌نویسیم.

توجه داشته باشید که نیروی $mr\omega^2$ نیروی گریز از مرکز است که به دلیل حرکت دورانی قرص به گلوله وارد می‌شود. چون در جهت قائم حرکتی وجود ندارد داریم:

$$\sum Fy = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

از طرفی چون قرص با سرعت زاویه‌ای ثابت حول محورش در حال چرخش است، گلوله حرکتی در جهت افقی نیز نداشته و خواهیم داشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\sin\alpha = mr\omega^2 \Rightarrow \frac{mg}{\cos\alpha}\sin\alpha = mr\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{g\tan\alpha}{r}$$

با توجه به شکل داریم: $r = R + L\sin\alpha$ و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\omega^2 = \frac{g\tan\alpha}{R + L\sin\alpha} \Rightarrow \omega = \left(\frac{g\tan\alpha}{R + L\sin\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۵ـ گزینه «۱» بنا بر اصل هم‌ارزی، جرمی که بر اثر شتاب گرفتن (توسط یک نیرو) تشخیص داده می‌شود، با جرمی که تحت اثر یک میدان گرانشی شتاب می‌گیرد برابرند. انیشتین نشان داد که گرانش و شتاب هم‌ارزند. همچنین بنا بر فرمول‌های نسبیت انیشتین هرچه سرعت جسم بیشتر باشد، جرم آن بیشتر می‌شود.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۶ـ گزینه «۴» اصل ۱ نسبیت خاص: قوانین طبیعت در همه چارچوب‌های مرجع لخت، یکسان است.

اصل ۲ نسبیت خاص: سرعت نور در خلأ ثابت است و مستقل از دستگاه لخت، چشمه و ناظر است.

در مکانیک نسبیتی برخلاف مکانیک نیوتنی بازه مکانی و زمانی ناوردا نیستند.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۷ـ گزینه «۴» گزینه ۱ صحیح است چون برای سقوط آزاد داریم:

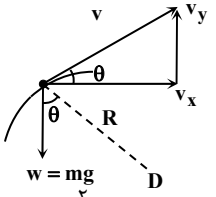
$$\vec{F} + M\vec{g} = M\vec{a} \qquad \text{if } \vec{g} = \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = 0$$

گزینه ۲ صحیح است چون اگر گرانش صفر باشد، هیچ نیرویی در داخل محفظه به جسم معلق وارد نمی‌شود و همان طور معلق باقی می‌ماند. گزینه ۳ صحیح است چون در مدار زمین یک نیروی مجازی برای ناظر غیرلخت از جنس نیروی گریز از مرکز داریم که سبب می‌شود $a = g$ شود و همان حالت گزینه ۱ ایجاد می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۸ـ گزینه «۲» بردار سرعت جسم با محور xها زاویه‌ی θ می‌سازد که برابر است با:



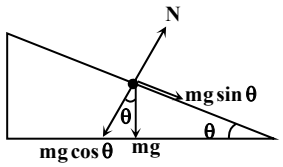
$$\cos\theta = \frac{v_x}{v} \Rightarrow \frac{۸۰}{\sqrt{۶۰^۲ + ۸۰^۲}} = ۰/۸$$

نیروی مرکزگرای وارد بر جسم، مؤلفه‌ی وزن در راستای شعاع دایره است. بنابراین شعاع دایره مسیر چنین به دست می‌آید.

$$F = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow mg\cos\theta = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow R = \frac{v^۲}{g\cos\theta} = \frac{(۱۰۰)^۲}{۱۰\times ۰/۸} = ۱۲۵۰\,m$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۹ـ گزینه «۳» دو نیروی وزن و عمودی سطح بر جسم وارد می‌شوند. محور x را به موازات سطح شیب‌دار و محور y را عمود بر سطح شیب‌دار انتخاب کرده و قانون دوم نیوتن را در این دو راستا می‌نویسیم:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos\theta$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow mg\sin\theta = ma \Rightarrow a = g\sin\theta$$

اکنون از معادله مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = -۲ax \Rightarrow ۰ - v_۰^۲ = -۲g\sin\theta x \Rightarrow x = \frac{v_۰^۲}{۲g\sin\theta}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۰ـ گزینه «۲» طبق قانون هوک $(F = -kx)$، نیرویی که فنر به هر یک از اجسام A و B وارد می‌کند با هم برابر است. پس داریم:

$$F_A = F_B \Rightarrow m_A a_A = m_B a_B \qquad ۲\times\frac{۱}{۳}a_B = m_B a_B \Rightarrow m_B = \frac{۲}{۳}(kg)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۱ـ گزینه «۲» در بالاترین نقطه نیمکره دو نیروی N و mg به جسم وارد می‌شوند.

$$mg + N = ma = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow \frac{mv^۲}{R} \geq mg \Rightarrow v^۲ \geq Rg \Rightarrow v \geq \sqrt{Rg}$$

علامت مساوی در نامعادله بالا زمانی اتفاق می‌افتد که $N = ۰$ شود و این کمترین مقدار برای سرعت افقی v است.

◆ ◆ ◆ ◆

۳۲ـ گزینه «۳» این مسئله قاعدتاً به کمک معادلات لاگرانژ با ضرایب نامعین قابل حل است که در سطح فیزیک پایه نمی‌باشد.

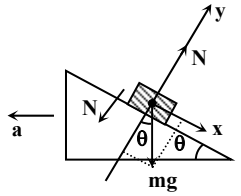
در حقیقت هیچ یک از گزینه‌ها درست نیست، زیرا ترازو نیروی وزن را اندازه‌گیری می‌کند و نه جرم را. البته با تقسیم این نیرو بر g، مانند ترازوهای معمولی، می‌توان مقدار جرم را از روی درجه‌بندی آن خواند.

حل تستی: در حد $\theta = ۰$، انتظار داریم حاصل برابر $m+M$ شود، لذا گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد. در حد $\theta = ۹۰^\circ$، با توجه به نبود اصطکاک، عملاً جرم m به تنهایی سقوط آزاد می‌کند و تا پیش از برخورد آن به کفه ترازو، عقربه به طور ثابت مقدار M را نشان می‌دهد. در نتیجه تنها گزینه (۳) می‌تواند پاسخ درست باشد.

راه‌حل دوم: نیروهای مؤثر بر جرم m را در شکل نشان داده‌ایم. قانون دوم نیوتن را در امتداد محور yها برای جرم m می‌نویسیم.

$$\sum F_y = ma' \Rightarrow N - mg\cos\theta = -ma\sin\theta \qquad (۱)$$

از طرفی، قانون دوم نیوتن را برای منشور در امتداد محور xها می‌نویسیم:



$$\sum F_x = Ma \Rightarrow N\sin\theta = Ma \qquad (۲) \xrightarrow{(۱),(۲)}$$

$$N\left(\frac{m}{M}\sin^۲\theta + ۱\right) = mg\cos\theta \qquad (۳)$$

ترازو مقدار $N' = (N\cos\theta + Mg)$ را که نیروهای وارد بر ترازو و در امتداد قائم می‌باشد را نشان می‌دهد.

بنابراین داریم:

$$N' = N\cos\theta + Mg = \frac{mMg\cos^۲\theta}{M + m\sin^۲\theta} + Mg \Rightarrow N' = \left[\frac{M(m+M)}{M + m\sin^۲\theta}\right]g$$

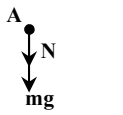
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

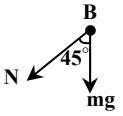
۳۳ـ گزینه «۴» برای به دست آوردن رابطه نیرو کافی است از جمله پتانسیل نسبت به مختصه مکانی مشتق بگیریم (با علامت منفی).

$$F = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d(xe^{-x})}{dx} = -(e^{-x} - xe^{-x}) = e^{-x}(x-1)$$

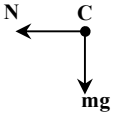
۳۴ـ گزینه «۳» با فرض اینکه نیروی مرکز گرا مقدار ثابتی دارد تک‌تک نقاط را بررسی می‌کنیم. در نقطه A، نیروهای N و mg هر دو به طرف پایین هستند و به عنوان نیروی مرکزگرا عمل می‌کنند. در نقطه‌های C و E تنها نیروی مرکزگرا N است و mg سهمی ندارد. در نقطه B نیز $N + mg\cos\theta$ به سمت مرکز است. اما در نقطه D نیروی مرکزگرا برابر است با $N - mg$ و برای اینکه نیروی مرکزگرا در همه‌ی نقاط، مقدار ثابتی داشته باشد، در نقطه D باید N بیشترین مقدار را داشته باشد.



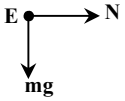
$$N + mg = m\frac{v^2}{r}$$



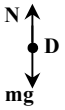
$$N + mg\cos 45^\circ = m\frac{v^2}{r}$$



$$N = m\frac{v^2}{r}$$



$$N = m\frac{v^2}{r}$$



$$N - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow N = m\frac{v^2}{r} + mg \Rightarrow N = N_{max}$$

۳۵ـ گزینه «۱» سرعت حدی ذره هنگامی رخ می‌دهد که شتاب برابر صفر باشد. کافی است قانون دوم نیوتن را بنویسیم و در آن شتاب را برابر صفر قرار دهیم. تنها دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر جسم وارد می‌شوند.

$$\sum F = ma = 0 \Rightarrow -kv^3 + mg = 0 \Rightarrow mg = kv^3 \Rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{mg}{k}}$$

۳۶ـ گزینه «۲» از رابطه $P = F.v$ استفاده می‌کنیم. داریم:

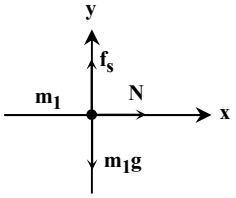
$$\begin{cases} F = 4000\,N \\ v = 4\dfrac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow P = 4000\times 4 = 16000\,(W) \Rightarrow P = 16\,(kW)$$

توجه شود از آنجا که قایق با سرعت ثابت حرکت می‌کند، تنها کافی است که نیروی لازم برای غلبه بر مقاومت آب توسط موتور تأمین شود.

۳۷ـ گزینه «۴» چون m_1 و m_2 با هم حرکت می‌کنند، با اعمال نیروی F داریم: $F = (m_1 + m_2)a$

اما برای اینکه جسم m_1 به پایین نلغزد باید برآیند نیروهای عمودی وارد بر آن صفر شود. نمودار جسم آزاد جرم m_1 به شکل زیر است:

با اعمال قانون دوم نیوتن برای جسم m_1 در دو راستای x و y خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \sum F_x = ma_x \Rightarrow N = m_1 a \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow f_s - m_1 g = 0 \end{cases} \Rightarrow \mu_s N = m_1 g$$

با حذف N از دو رابطه بالا داریم:

$$\mu_s m_1 a = m_1 g \Rightarrow a = \frac{g}{\mu_s}$$

مقدار به دست آمده برای a را در رابطه $F = (m_1 + m_2)a$ جایگذاری می‌کنیم:

$$F = \frac{(m_1 + m_2)g}{\mu_s} = \frac{(0/5 + 2)\times 10}{0/25} = 100\,(N)$$

۳۸ـ گزینه «۳» برای یافتن انرژی پتانسیل کشسانی کافی است از رابطه نیرو بر حسب مکان انتگرال بگیریم.

$$U(x) = -\int F dx \Rightarrow U = -\int(-3x^2 - 8x^3)dx = x^3 + 2x^4 + c$$

برای به دست آوردن مقدار ثابت c از شرط اولیه مسئله استفاده می‌کنیم:

$$U(0) = (0)^3 + 2(0)^4 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow U(x) = x^3 + 2x^4 + 1 \Rightarrow U(1) = (1)^3 + 2(1)^4 + 1 = 4\,(J)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

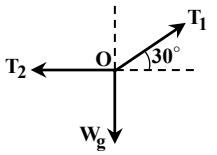
۳۹ـ گزینه «۳» اصل بر هم نهی، در حقیقت مبنایی تجربی دارد و قوانین نیوتن به نحوی فرمول‌بندی شده‌اند که نتایجشان تعارضی با مشاهدات نشأت گرفته از این اصل نداشته باشد:

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_1 &= m\vec{a}_1\\ \vec{F}_2 &= m\vec{a}_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow (\vec{F}_1+\vec{F}_2) = M(\vec{a}_1+\vec{a}_2)$$

حرکت نهایی جسم، مطابق انتظار، در تطابق با اصل بر هم نهی است که گزینه «۴» به نحوی صحیح آن را توصیف می‌کند. توجه شود که این اصل، یک رابطهٔ صرفاً ریاضی نیست که به طور منطقی از معادلات حرکت به دست می‌آید. در واقع اگر معادله حرکت ادعا شده (حتی در صورتی که مسیر حرکت ذره نقطه‌ای را با دقت بالایی توجیه می‌کرد) تعارضی با این اصل داشت، از عهده پیش‌بینی مسیر اجرام واقعی برنمی‌آمد. با توجه به توضیحات فوق، گزینه (۳) نادرست می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۰ـ گزینه «۲» نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر نقطه O به صورت مقابل است. برای آن که نقطه O در حال سکون باقی بماند باید مجموعه کلیه نیروهای وارد بر آن در دو راستای x و y صفر شود.



$$T_1\cos 30^\circ = T_2 = \mu_s W_A \qquad T_1\sin 30^\circ = W_B$$

طبق صورت مسئله باید مجموعه در حال سکون بماند. پس، از μ_s استفاده می‌کنیم:

$$T_1\cos 30^\circ = \mu_s W_A = (0/3)(900) = 270 \Rightarrow T_1 = \frac{540}{\sqrt{3}} \qquad w_B = T_1\sin 30^\circ = (\frac{540}{\sqrt{3}})(\frac{1}{2}) = 90\sqrt{3}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۱ـ گزینه «۱» رابطه مربوط به کار در دستگاه SI به صورت روبه‌رو است: $W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz$

$$F_x = 4x^2+1 \quad , \quad F_y = 2x \quad , \quad F_z = 0$$

جابجایی (۱) فقط در امتداد محور z و جابجایی (۲) فقط در امتداد محور y است. در نتیجه رابطه کار به صورت زیر درمی‌آید:

$$W = \int \underbrace{F_x dx}_{0} + \int_1^2 F_y dy + \int \underbrace{F_z dz}_{0}$$

در انتگرال بالا جمله اول به دلیل اینکه $dx = 0$ است، برابر صفر شد و جمله آخر به این دلیل که $F_z = 0$ است.

$$\Rightarrow W = \int_1^2 2xdy = 2xy\Big]_1^2 \xrightarrow{x=0} W = 0$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۲ـ گزینه «۲» از رابطه $F = ma = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\times\frac{dx}{dt} = mv\frac{dv}{dx}$ می‌توان استفاده کرد. چون این رابطه، رابطه میان سرعت و مکان ذره است.

$$3\times v\frac{dv}{dx} = cx + 2x^3 \Rightarrow 3vdv = cxdx + 2x^3dx$$

$$3\frac{v^2}{2}\Big]_2^4 = c\frac{x^2}{2} + 2\frac{x^4}{4}\Big]_1^3 \Rightarrow \frac{48}{2} - \frac{12}{2} = \frac{c\times 9}{2} + \frac{81}{2} - \frac{c}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow 48 - 12 - 81 + 1 = 9c - c \Rightarrow -44 = 8c \Rightarrow c = -5/5$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۳ـ گزینه «۴» با توجه به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow -f_k = m\frac{dV}{dt}$$ علامت منفی به این دلیل است که جسم ترمز کرده است.

$$-\frac{1}{6}v^2 = 2\times\frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{1}{12}dt = v^{-2}dv \Rightarrow \not - \frac{1}{12}t = \not - \frac{1}{v}\Big]_{15}^{5} \; ; \; \frac{1}{12}t = \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{2}{15} \Rightarrow t = \frac{12\times 2}{15} = \frac{4\times 2}{5} = 1/6s$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۴ـ گزینه «۳» در بررسی حرکت توده‌های بزرگ ابر، زمین یک چارچوب لخت ساکن است. زیرا ما زمین را چارچوب ساکن می‌دانیم و حرکت ابرها را نسبت به آن بررسی خواهیم کرد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۵ـ گزینه «۲» از روی نمودار $u(x)$ پیداست که در نقطه A، $u(x)$ برابر صفر می‌باشد.

بنابراین با صفر قرار دادن $u(x)$، مختصات نقطه A به دست می‌آید. همچنین از آنجا که نقطه B، نقطه تعادل است، مشتق انرژی پتانسیل در آنجا برابر صفر است. از این رو، با صفر قرار دادن مشتق انرژی پتانسیل نیز، مختصات نقطه B به دست می‌آید.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$u(x_A)=0 \rightarrow x_A=a \;\; ; \;\; u'(x_B)=0 \rightarrow x_B=2^{\frac{1}{6}}a$$

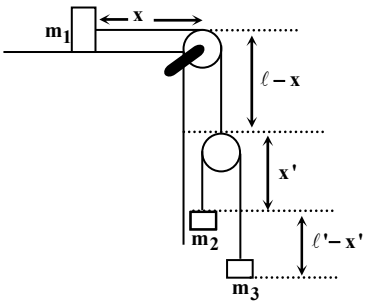
حال، از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرده و سرعت در نقطه B را به دست می‌آوریم.

$$\cancel{u(x_A)}+\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^{\cancel{2}}=u(x_B)+\frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow V_B^2=-\frac{2u(x_B)}{m}$$

$$u(x_B=2^{\frac{1}{6}}a)=3\times\left[\left(\frac{a}{2^{\frac{1}{6}}a}\right)^{12}-\left(\frac{a}{2^{\frac{1}{6}}a}\right)^{6}\right]=3\times[\frac{1}{4}-\frac{1}{2}]=-\frac{3}{4}\Rightarrow V_B^2=-\frac{2\times\frac{-3}{4}}{2}=\frac{3}{4}\Rightarrow V_B=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۶ـ گزینه «۲» این سیستم، دو درجه آزادی دارد. با صرف‌نظر از جرم قرقره‌ها، معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل به صورت زیر می‌باشند.



$$\text{انرژی جنبشی } T=\frac{1}{2}m_1\dot{x}^2+\frac{1}{2}m_2(-\dot{x}+\dot{x}')^2+\frac{1}{2}m_3(-\dot{x}-\dot{x}')^2$$

$$\text{انرژی پتانسیل } V=-m_2g(\ell-x+x')-m_3g(\ell-x+\ell'-x')$$

می‌خواهیم از معادلات لاگرانژ استفاده کنیم، که عبارت است از:

$$L=T-V \text{ به طوری که } \rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}=\frac{\partial L}{\partial q_k}$$

در این مسئله، چون دو درجه آزادی داریم، بنابراین دو معادله لاگرانژ خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}=\frac{\partial L}{\partial x} \;\; (I) \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}'}=\frac{\partial L}{\partial x'} \;\; (II)$$

$$(I) \Rightarrow (m_1+m_2+m_3)\ddot{x}+(m_3-m_2)\ddot{x}'=(m_2+m_3)g \rightarrow 110\ddot{x}+20\ddot{x}'=60g \quad (1)$$

$$(II) \Rightarrow (m_3-m_2)\ddot{x}+(m_3+m_2)\ddot{x}'=(m_3-m_2)g \rightarrow 20\ddot{x}+60\ddot{x}'=20g \quad (2)$$

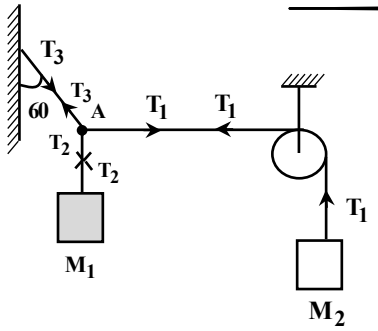
$$(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} 11\ddot{x}+2\ddot{x}'=6g \\ \ddot{x}+3x'=g \end{cases}$$

با حل این دستگاه معادله، به دست می‌آوریم:

$$\ddot{x}'=\frac{5}{33}g$$

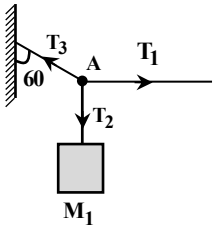
◆ ◆ ◆ ◆

۴۷ـ گزینه «۴» دیاگرام آزاد را رسم می‌کنیم:



$$\frac{M_2}{M_1}$$

سیستم در حال تعادل است پس برآیند نیروها در هر نقطه برابر صفر است. در نقطه A نیروها را تجزیه می‌کنیم.



$$T_1=M_2g \quad (1) \qquad T_2=M_1g \quad (2)$$

$$\sum F_x=0 \Rightarrow T_3\,Sin\,60=T_1 \;\; ; \;\; \frac{\sqrt{3}}{2}T_3=T_1$$

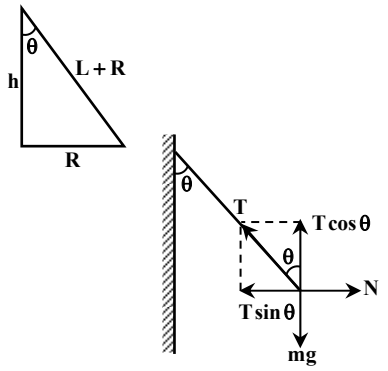
$$T_3\frac{2}{\sqrt{3}}T_1 \quad (3) \qquad \sum F_y=0 \Rightarrow T_3\cos 60=T_2 \qquad \frac{1}{2}T_3=T_2 \quad (4)$$

$$(1),(2)\Rightarrow \frac{M_2}{M_1}=\frac{T_1}{T_2} \qquad (4),(3)\Rightarrow T_2=\frac{1}{2}T_3=\frac{1}{2}.\frac{2}{\sqrt{3}}T_1 \Rightarrow T_2=\frac{T_1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{M_2}{M_1}=\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{3}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۸ـ گزینه «۴»



$$h^2 = (L+R)^2 - R^2 = L^2 + 2LR$$

$$\tan\theta = \frac{R}{h} = \frac{R}{\sqrt{L^2+2LR}} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow N = T\sin\theta \\ \sum F_y = 0 \rightarrow mg = T\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \frac{N}{mg} = \tan\theta \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow N = mg\,\frac{R}{\sqrt{L^2+2LR}}$$

۴۹ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه‌ی داده شده، خواهیم داشت:

$$v^3 = x^2 \Rightarrow 3v^2\dot{v} = 2x\dot{x} = 2xv \Rightarrow a = \dot{v} = \frac{2}{3}\frac{x}{v} = \frac{2}{3}\frac{x}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}$$

بنابراین در $x = B(m)$ می‌توان نوشت:

$$a = \frac{2}{3}\sqrt[3]{8} = \frac{4}{3}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

۵۰ـ گزینه «۴» دیاگرام جسم آزادی مطابق شکل زیر را در نظر می‌گیریم. برای ساکن ماندن اجسام m_1 و m_2 نسبت به گاری هر سه باید با یک شتاب حرکت کنند. داریم:

$$T = m_1 a \quad , \quad N = m_2 a \quad , \quad T = m_2 g \ , \ F - N = Ma$$

از این روابط به دست می‌آید:

$$a = \frac{m_2}{m_1}g \ ; \quad F = Ma + N = a(M+m_2) = \frac{m_2(M+m_2)}{m_1}g = \frac{2m\times 8m}{4_m}g = 4mg$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل چهارم

«برخورد و مرکز جرم»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱ـ کدام گزینه نادرست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) در غلتش کامل یک چرخ صلب بر روی یک مسیر افقی و در غیاب هر نیروی افقی دیگری، نیروی اصطکاک وارد بر چرخ، یک نیروی اصطکاک ایستایی است.

۲) قوانین کپلر قابل استنتاج از قوانین نیوتن‌اند.

۳) در برخورد کاملاً کشسان بین دو جسم، بقای تکانه خطی و بقای انرژی جنبشی هم‌زمان برقرارند.

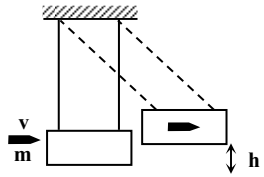
۴) قانون دوم نیوتن به صورت $\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F}_{ext}$ (که $\vec{P}$ تکانه خطی کل است) برای یک دستگاه، کلی‌تر از $M\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}_{ext}$ است که M و $\vec{v}$ به ترتیب جرم و سرعت دستگاه در لحظه t است.

۲ـ گلوله‌های نسبتاً کوچک و کاملاً صلبی با جرم‌های $m_1=m_2=m$ و تندی‌های $V_1=2V$ و $V_2=V$ که روی یک میز افقی بدون اصطکاک مستقیماً به سوی هم در حرکت هستند، با هم برخورد یک بعدی کشسان می‌کنند. سرعت‌های پس از برخورد جرم‌های m_1 و m_2 به ترتیب از راست به چپ کدامند؟

(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

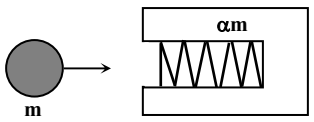
۱) $-V$ و $2V$ ۲) $\frac{V}{2}$ و $\frac{3V}{2}$ ۳) $-\frac{V}{2}$ و $-\frac{3V}{2}$ ۴) $\frac{3V}{2}$ و $\frac{V}{2}$

۳ـ گلوله‌ای به جرم m و سرعت v به آونگ بالیستیکی به جرم M برخورد کرده و در آن فرو رفته و ساکن می‌شود. چنانچه مجموعه آونگ و گلوله از سطح اولیه به ارتفاع h بالا رود سرعت اولیه گلوله چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{m}{m+M}\sqrt{2gh}$ ۲) $\frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}$ ۳) $(\frac{m}{m+M})gh$ ۴) $(\frac{m+M}{m})\sqrt{gh}$

۴ـ گلوله‌ای با جرم m و تندی اوّلیه به طور مستقیم به سوی یک قطعهٔ فلزی سنگین با جرم αm که در حال سکون است $(\alpha>1)$ شلیک می‌گردد و درون لولهٔ تفنگ فنری آن پس از فشردن فنر گیر می‌کند. با فرض اینکه هیچ انرژی در اثر اصطکاک از بین نمی‌رود، چه کسری از انرژی جنبشی اوّلیه گلوله بعد از این برخورد درون فنر ذخیره شده است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{1}{\alpha+1}$ ۲) $\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$ ۳) $\frac{\alpha}{\alpha+1}$ ۴) $\frac{\alpha+\frac{1}{2}}{\alpha+1}$

۵ـ کدام عبارت در مورد سیستمی متشکل از مجموعه‌ای از ذرات نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

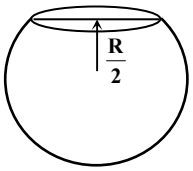
۱) اندازه حرکت خطی این سیستم برابر حاصل‌ضرب جرم کل سیستم در سرعت مرکز جرم آن است.

۲) شتاب مرکز جرم این سیستم برابر برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن تقسیم بر جرم کل است.

۳) محل مرکز جرم سیستم مستقل از انتخاب چارچوبی است که محاسبه در آن انجام می‌شود اما بردار مکان مرکز جرم به این انتخاب بستگی دارد.

۴) گشتاور برآیند نیروهای خارجی و داخلی وارد بر سیستم برابر آهنگ تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن است.

۶ـ کره‌ای همگن به جرم m و شعاع R را در نظر بگیرید. اگر قسمتی از کره توسط صفحه‌ای به فاصله $\frac{R}{2}$ از مرکزش قطع شود، فاصله مرکز جرم قسمت باقیمانده از مرکز کره کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $z=-\frac{3}{16}R$ ۲) $z=-\frac{1}{7}R$ ۳) $z=-\frac{1}{8}R$ ۴) $z=-\frac{1}{9}R$

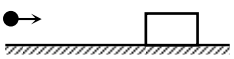
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 در یک امتداد به ترتیب با سرعت $\vec{v}$ و $\alpha\vec{v}(0 < \alpha < 1)$ در حرکت‌اند. در یک لحظه این دو به صورت کاملاً کشسان به هم برخورد می‌کنند. اگر پیش از برخورد انرژی جنبشی جرم m_1 هشت برابر انرژی جنبشی جرم m_2 باشد، نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ چقدر باشد تا جرم m_1 پس از برخورد ساکن شود؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۶)

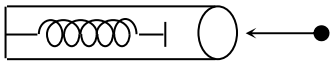
۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۸ـ گلوله‌ای که موازی سطح افق در حرکت است به مکعبی که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد برخورد کرده و به آن می‌چسبد. اگر ۴۰ درصد انرژی جنبشی اولیه تلف شود جرم مکعب چند برابر جرم گلوله است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

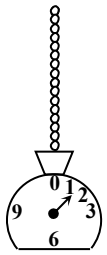
۹ـ گلوله‌ای به جرم $60gr$ به درون یک لوله توپ، مطابق شکل پرتاب می‌شود. در داخل لوله فنری قرار گرفته است. هنگامی که فنر به بیشترین مقدار فشردگی خود می‌رسد، گلوله در داخل لوله توپ گیر می‌کند. چند درصد از انرژی جنبشی اولیه گلوله به انرژی ذخیره شده در فنر تبدیل می‌شود ؟ (جرم لوله توپ $240gr$ است و از جرم فنر صرف‌نظر کنید.) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)



۱) ٪۲۰ ۲) ٪۴۰ ۳) ٪۶۰ ۴) ٪۸۰

۱۰ـ زنجیری به طول L و جرم M بالای سطح یک ترازوی فنری (نیروسنج) آویزان است به طوری که انتهای آن بر سطح ترازو مماس است. زنجیر رها شده تا آزادانه سقوط کند. حداکثر عددی که ترازو به عنوان وزن جسم (زنجیر) نشان می‌دهد چقدر است؟

(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)



۱) Mg ۲) $2Mg$ ۳) $3Mg$ ۴) $4Mg$

۱۱ـ جرم واحد طول طناب یکنواختی λ و طول آن a است. این طناب بر بالای یک میز به صورت قائم طوری آویخته شده که انتهای آن با سطح میز در تماس است. اگر طناب از حال سکون رها شود، نیروی وارد بر میز هنگامی که نصف طول طناب بر روی میز افتاده است، چقدر است؟ فرض کنید هر قسمت از طناب پس از افتادن روی سطح میز ساکن می‌شود و از توده شدن طناب صرف‌نظر کنید. (فیزیک ـ سراسری ۸۷)

۱) $\frac{1}{3}\lambda g a$ ۲) $\frac{2}{3}\lambda g a$ ۳) $\frac{3}{2}\lambda g a$ ۴) $3\lambda g a$

۱۲ـ در یک برخورد رو در رو در یک بعد ذره‌ای به جرم m و سرعت v به ذره ساکنی به جرم $2m$ برخورد کرده و به آن می‌چسبد. چند درصد انرژی جنبشی اولیه تبدیل به حرارت شده است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۱۷ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

۱۳ـ شخصی به جرم m به یک نردبان که از زیر بالونی به جرم M آویخته شده چسبیده است. بالون نسبت به زمین ساکن است. اگر این شخص با سرعت v (نسبت به نردبان) از نردبان بالا رود، بالون با چه سرعتی (نسبت به زمین) حرکت خواهد کرد؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{M+mv}{m}$ ۲) $\frac{Mv}{m+M}$ ۳) $\frac{mv}{m+M}$ ۴) $\frac{M+m}{M}v$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ در برخورد دو ذره با یکدیگر کدام گزاره نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) در برخورد ناکشسان تعداد ذرات پس از برخورد می‌تواند بیش از دو ذره باشد.

۲) در برخورد ناکشسان انرژی کل و تکانه خطی پایسته است.

۳) در برخورد ناکشسان کامل با استفاده از قوانین بقا می‌توان سرعت نهایی ذرات را تعیین کرد.

۴) در برخورد کشسان دو بعدی فقط با استفاده از قوانین بقا می‌توان سرعت نهایی دو ذره را تعیین کرد.

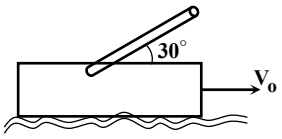
۱۵ـ رگباری از گلوله‌هایی به جرم m به طور افقی با سرعت $V_\circ$ به قطعه چوبی به جرم $M = 10m$ که در ابتدا روی سطح میزی ساکن است شلیک می‌شود. اگر اصطکاک قطعه چوب با سطح میز ناچیز باشد، سرعت قطعه چوب پس از دریافت N گلوله در یک ثانیه چقدر است؟ گلوله‌ها پس از برخورد با قطعه چوب داخل آن ساکن می‌شوند؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $N\frac{V_\circ}{11}$ ۲) $\frac{N+10}{N}V_\circ$ ۳) $\frac{N}{N+10}V_\circ$ ۴) $\frac{11V_\circ}{N+10}$

۱۶ـ در برخورد کاملاً کشسان دو ذره‌ی آزاد به جرم‌های m_1 و m_2 در فضا، چند معادله و چند مجهول وجود دارد؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) چهار ـ دوازده ۲) یک ـ دوازده ۳) چهار ـ شش ۴) یک ـ شش

۱۷ـ لوله توپ توپخانه نصب‌شده روی عرشه یک ناو جنگی با زاویه 30° نسبت به افق گلوله‌های توپ به جرم m را با تندی اولیه (تندی شلیک دهانه توپ) $v_\circ$ به تعداد N در هر دقیقه شلیک می‌کند. اگر قبل از شروع به شلیک، جرم کل اولیه ناو برابر $M_\circ$ و تندی اولیه حرکت آن $V_\circ$ دقیقاً در همان امتداد مستقیم (یک‌بعدی) شلیک کردن به جلو بوده باشد، تندی حرکت ناو بعد از زمان t بر حسب $\frac{m}{s}$ کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) $V_\circ + \frac{Nmv_\circ}{120(M-m)}t$ ۲) $V_\circ + \frac{Nmv_\circ}{2(M-m)}t$

۳) $V_\circ - \frac{Nmv_\circ}{2(M-m)}t$ ۴) $V_\circ - \frac{Nmv_\circ}{120(M-m)}t$

۱۸ـ یک سفینه فضایی در حال حرکت مستقیم‌الخط در میان فضای درونی یک کهکشان قرار است چگالی جرمی ذرات معلق در این فضا را اندازه‌گیری کند. برای این منظور، سطح جلویی این سفینه که مربعی به مساحت $0/05\,m^2$ است دارای خاصیتی است که هر ذره برخورد کننده، به آن می‌چسبد و به تدریج جرم سفینه را افزایش می‌دهد. اگر تندی این سفینه بعد از ۴۰۰ روز به نصف تقلیل یابد و نسبت تندی اولیه به جرم اولیه سفینه $5\frac{m}{sec.kg}$ باشد، چگالی ذرات معلق در فضا چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۰)

۱) $1/7\times10^{-7}$ ۲) $0/6\times10^{-7}$ ۳) $1/7\times10^{-10}$ ۴) $0/6\times10^{-4}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهارم

۱ـ گزینه «۲» گزینه (۱) صحیح می‌باشد. اما گزینه (۲) نادرست است، چرا که معمولاً منظور از قوانین نیوتن سه قانون مشهور وی است و نه قانون گرانش؛ در حالی که قوانین کپلر از قانون گرانش نیوتن و قوانین پایستگی نتیجه می‌شود. گزینه‌های (۳) و (۴) به وضوح صحیح‌اند.

◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ گزینه «۱» در برخورد کاملاً کشسان هم اندازه حرکت خطی و هم انرژی جنبشی پایسته می‌ماند.

پایستگی تکانه خطی: $۲mv - mv = mv_۱ + mv_۲ \Rightarrow mv = m(v_۱ + v_۲) \Rightarrow v = v_۱ + v_۲$ (۱)

پایستگی انرژی جنبشی: $\frac{۱}{۲}m(۲v)^۲ + \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$

$۴v^۲ + v^۲ = v_۱^۲ + v_۲^۲ \Rightarrow ۵v^۲ = v_۱^۲ + v_۲^۲$ (۲)

رابطه (۱) را به توان ۲ می‌رسانیم: $(v_۱ + v_۲)^۲ = v^۲ \Rightarrow v_۱^۲ + v_۲^۲ + ۲v_۱v_۲ = v^۲$ (۳)

اکنون با توجه به روابط (۲) و (۳) داریم: $۵v^۲ + ۲v_۱v_۲ = v^۲ \Rightarrow ۴v^۲ = -۲v_۱v_۲ \Rightarrow v_۱v_۲ = -۲v^۲$ (۴)

اکنون می‌توانیم تک‌تک گزینه‌ها را بررسی کنیم تا ببینیم رابطه (۴) در کدام گزینه صدق می‌کند. در گزینه ۱ داریم: $v_۱ = -v$ و $v_۲ = ۲v$، در نتیجه: $v_۱v_۲ = -۲v^۲$. پس گزینه ۱ صحیح است.

نکته: در برخورد کاملاً کشسان بین گلوله‌های با جرم مساوی، سرعت گلوله‌ها با هم عوض می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۲» از آونگ بالیستیک به منظور اندازه‌گیری سرعت گلوله استفاده می‌شود. از آنجا که ریسمان‌های نگه‌دارنده در حین برخورد تقریباً قائم می‌مانند، پس هیچ نیروی افقی خارجی‌ای در حین برخورد با دستگاه (گلوله + آونگ) وارد نمی‌شود و مؤلفه‌های افقی تکانه پایسته می‌مانند. همچنین پایستگی انرژی مکانیکی نیز در این مسئله برقرار است. ابتدا رابطه پایستگی تکانه افقی را می‌نویسیم. توجه داشته باشید که بعد از برخورد، مجموعه‌ی گلوله و آونگ دارای سرعت v_f می‌شوند.

$P_i = P_f \Rightarrow mv_i = (m + M)v_f$ (۱)

بعد از برخورد، آونگ و گلوله به ارتفاع بیشینه h می‌رسند و در آنجا انرژی جنبشی پس از برخورد کاملاً به انرژی پتانسیل گرانشی مجموعه گلوله و آونگ تبدیل می‌شود. بنابراین با استفاده از پایستگی انرژی برای این قسمت از حرکت داریم:

$\frac{۱}{۲}(m + M)v_f^۲ = (m + M)gh \Rightarrow v_f = \sqrt{۲gh}$

مقدار v_f را در رابطه (۱) جایگذاری می‌کنیم تا سرعت اولیه گلوله (v_i) به دست آید.

$mv_i = (m + M)\sqrt{۲gh} \Rightarrow v_i = \frac{m + M}{m}\sqrt{۲gh}$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۳» Ⅱ پایستگی تکانه: $mV_{۱i} = (m + \alpha m)V_{۲.f}$ Ⅰ پایستگی انرژی: $\frac{۱}{۲}mV_{۱i}^۲ = \frac{۱}{۲}(m + \alpha m)V_{۲f}^۲ + \frac{۱}{۲}kx^۲$

در روابط بالا، $V_{۱i}$ سرعت اولیه جسم m می‌باشد و $V_{۲f}$، مجموع سرعت دو جسم m و αm است، پس از آنکه جسم m در داخل لوله ساکن می‌شود.

و اینکه $\frac{۱}{۲}kx^۲$ انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر می‌باشد.

$$Ⅰ \Rightarrow ۱ = \frac{(m + \alpha m)V_{۲f}^۲}{mV_{۱i}^۲} + \underbrace{\frac{\frac{۱}{۲}kx^۲}{\frac{۱}{۲}mv_{۱i}^۲}}_{A}$$

این همان کسری از انرژی جنبشی اولیه است که بعد از برخورد در فنر ذخیره می‌شود.

$$\Rightarrow ۱ = \frac{(m + \alpha m)V_{۲f}^۲}{mV_{۱i}^۲} + A \xrightarrow{Ⅱ} ۱ = \frac{V_{۲f}}{V_{۱i}} + A \Rightarrow A = ۱ - \frac{V_{۲f}}{V_{۱i}} \Rightarrow A = ۱ - \frac{۱}{۱ + \alpha} = \frac{\alpha}{۱ + \alpha}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۵ـ گزینه «۴» فقط گشتاور نیروهای خارجی (و نه داخلی) برابر با آهنگ تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای است.

$\tau_{ext} = \frac{dL}{dt}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ گزینه «۳» **روش اول:** شکل مفروض از دو قسمت تشکیل شده است: قسمتی که در پایین محور x ها قرار دارد یعنی در $z<0$ و آن نیمکره‌ای است به جرم m' و مرکز جرم $z'_{cm}=-\frac{3}{8}R$ و دیگری قسمتی که در بالای محور x ها قرار دارد یعنی در $z>0$ که مرکز جرم آن را باید از اصل برهم‌نهی پیدا کنیم.

جرم این قسمت را m'' و مرکز آن را z''_{cm} در نظر می‌گیریم.

$$z''_{cm}=\frac{\int_0^{\frac{R}{2}} z(R^2-z^2)dz}{\int_0^{\frac{R}{2}}(R^2-z^2)dz}=\frac{\frac{7}{64}R^4}{\frac{11}{24}R^3}=\frac{21}{88}R$$

از طرفی می‌دانیم $m_{tot}=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$ (جرم کل کره) و $\frac{2}{3}\pi R^3\rho=m'=\frac{m_{tot}}{2}$ و همچنین $m''=\int_0^{\frac{R}{2}}\rho\pi(R^2-z^2)dz$.

$$m''=\frac{11}{24}\rho\pi R^3 \Rightarrow z_{cm}=\frac{m''z''+m'z'}{m''+m'}=\frac{(\frac{11}{24}\rho\pi R^3)(\frac{21}{88}R)+(\frac{2}{3}\pi R^3\rho)(\frac{-3}{8}R)}{\frac{11}{24}\rho\pi R^3+\frac{2}{3}\pi R^3\rho}=-\frac{1}{8}R$$

روش دوم: می‌توان به راحتی با استفاده از انتگرال‌گیری از کل مجموعه در راستای z مرکز جرم را به دست آورد.

$$z_{cm}=\frac{\int_{-R}^{\frac{R}{2}} z(R^2-z^2)dz}{\int_{-R}^{\frac{R}{2}}(R^2-z^2)dz}=\frac{\frac{R^2z^2}{2}-\frac{z^4}{4}\Big|_{-R}^{\frac{R}{2}}}{R^2z-\frac{z^3}{3}\Big|_{-R}^{\frac{R}{2}}}=-\frac{1}{8}R$$

توجه شود که چون محور zها، محور تقارن سیستم است پس مرکز جرم حتماً روی آن قرار می‌گیرد.

۷ـ گزینه «۲» معمولاً برای حل مسائل برخورد از قانون بقای تکانه خطی استفاده می‌کنیم که اگر برخورد کشسان باشد می‌توان علاوه بر قانون بقای تکانه خطی از قانون پایستگی انرژی نیز بهره برد. برای اینکه جسم اول ساکن شود باید $v_{1f}=0$ در نظر بگیریم:

بقای تکانه $m_1v+m_2\alpha v=m_2v_{2f} \Rightarrow v=\frac{m_2v_{2f}}{m_1+\alpha m_2}$

بقای انرژی $\frac{1}{2}m_1v^2+\frac{1}{2}m_2\alpha^2v^2=\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+\alpha^2m_2)[\frac{m_2^2v_{2f}^2}{(m_1+\alpha m_2)^2}]=\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$

$$m_1m_2+\cancel{\alpha^2m_2^2}=m_1^2+\cancel{\alpha^2m_2^2}+2\alpha m_1m_2 \xrightarrow{\div m_2^2} (\frac{m_1}{m_2})=(\frac{m_1}{m_2})^2+2\alpha(\frac{m_1}{m_2}) \Rightarrow 1=(\frac{m_1}{m_2})+2\alpha \qquad (1)$$

از طرفی با توجه به نسبت انرژی جنبشی اولیه دو ذره خواهیم داشت:

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}m_1v^2}{\frac{1}{2}m_2\alpha^2v^2}=\frac{m_1}{m_2\alpha^2}=8 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=8\alpha^2 \xrightarrow{(1)} 8\alpha^2+2\alpha-1=0 \Rightarrow \begin{cases}\alpha_1=\frac{-1}{2} & \text{غ ق ق}\\ \alpha_2=\frac{+1}{4}\end{cases} \qquad \frac{m_1}{m_2}=8\times\frac{1}{16}=\frac{1}{2}$$

دلیل اینکه $\alpha_1=\frac{-1}{2}$ را جواب غیر قابل قبول در نظر گرفتیم به این علت است که در صورت سؤال ذکر شده $0<\alpha<1$ پس α مثبت است و α_1 منفی.

۸ـ گزینه «۱» برای حل این سؤال از قانون پایستگی تکانه خطی بهره می‌بریم. چون برخورد غیرالاستیک است انرژی تلف می‌شود و بنابراین نمی‌توان از قانون پایستگی انرژی استفاده کرد.

قبل از برخورد $E_i=\frac{1}{2}mv^2$

بعد از برخورد $E_f=\frac{1}{2}(m+M)v'^2$, $E_f=\frac{60}{100}E_i \Rightarrow \frac{3}{5}=(\frac{m+M}{m})(\frac{v'}{v})^2$

پایستگی تکانه خطی $mv=(m+M)v' \Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{m}{m+M} \Rightarrow (\frac{m+M}{m})(\frac{m}{m+M})^2=\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{m}{m+M}=\frac{3}{5} \Rightarrow M=\frac{2}{3}m$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۴» در حین این اتفاق، تکانه خطی پایسته می‌ماند. استفاده از پایستگی تکانه خطی باعث می‌شود سرعت نهایی مجموع گلوله و لوله تـوپ را بـه طریق زیر به دست آوریم:

$$P_i = mv \ , \ P_f = (m+M)v' \ , \ P_i = P_f \ \Rightarrow \ mv = (m+M)v' \ \Rightarrow \ v' = \frac{m}{m+M}v$$

در روابط بالا m جرم گلوله و M جرم لوله توپ است. اما اختلاف انرژی جنبشی اولیه گلوله و انرژی جنبشی نهایی مجموعه گلوله و لوله توپ بـه انـرژی ذخیره شده در فنر تبدیل می‌شود.

$$\text{انرژی ذخیره شده در فنر} = K_i - K_f = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}(m+M)v'^۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}(m+M)\frac{m^۲v^۲}{(m+M)^۲} = \frac{۱}{۲}mv^۲(۱ - \frac{m}{m+M})$$

$$\frac{\Delta K}{K_i} = ۱ - \frac{m}{m+M} = ۱ - \frac{۶۰}{۶۰+۲۴۰} = ۱ - \frac{۶۰}{۳۰۰} = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵} = ۸۰\%$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۰ـ گزینه «۳» نیروی وارد بر ترازو در هر لحظه از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$F = \frac{dP}{dt} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt} \qquad (۱)$$

در این مسئله، زنجیر سقوط آزاد می‌کند و $\frac{dv}{dt} = g$ می‌باشد. اگر چگالی خطی زنجیر را به صورت $\rho = \frac{M}{L}$ در نظر بگیریم، زمانی که طول x از آن روی ترازو افتاده باشد، روابط زیر برای جرم سقوط کرده و تغییرات آن برقرار است:

$$\begin{cases} m = \rho x & (۲) \\ dm = \rho dx \ \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \rho\frac{dx}{dt} = \rho v & (۳) \end{cases}$$

اما از آنجا که زنجیر از حال سکون سقوط آزاد خود را شروع کرده است، سرعت آن در هر لحظه (زمانی که طول x آن روی ترازو به حال سکون درآمده) از رابطه روبه‌رو قابل محاسبه می‌باشد:

$$v^۲ = ۲gx \qquad (۴)$$

با قرار دادن روابط (۲)، (۳) و (۴) در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$F = \rho gx + v\times(\rho v) = \underbrace{\rho gx}_{F_g} + \underbrace{۲\rho gx}_{F_{\text{ضربه}}} = ۳\rho gx \qquad (۵)$$

زمانی که تمام طول زنجیر روی ترازو می‌افتد، بیشترین نیرو به کفه وارد می‌گردد. در این حالت $x = L$ بوده و $F = ۳mg$ می‌باشد. لذا گزینه (۳) پاسخ صحیح است. توجه شود که در رابطه (۵)، به وضوح F_g که تنها ناشی از وزن زنجیر است و $F_{\text{ضربه}}$ که در اثر سقوط آن با سرعت غیر صفر روی ترازو ایجاد می‌گردد، از یکدیگر تفکیک شده‌اند.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱ـ گزینه «۳» معمولاً برای حل مسائلی که بحث سقوط زنجیر یا طناب یا بالا کشیدن آن مطرح است قانون پایستگی تکانه‌ی خطی را برای جرم متغیر آن به صورت مقابل می‌نویسیم:

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = v\frac{dm}{dt} + m\frac{dv}{dt}$$

چون در صورت سؤال ذکر شده نصف طول روی میز افتاده یعنی:

$$\lambda = \frac{\text{جرم}}{\text{طول}} \ \Rightarrow m = \frac{\lambda a}{۲}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \ , \ dm = \lambda dx \ \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \lambda\frac{dx}{dt} = \lambda v \ \Rightarrow \ F = \frac{\lambda a}{۲}g + v^۲\lambda$$

از طرفی: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲g(\frac{a}{۲}) \Rightarrow v^۲ = ag$. پس می‌توان گفت:

$$F = \frac{a\lambda}{۲}g + ag\lambda = \frac{۳}{۲}\lambda ga$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲ـ گزینه «۴» این برخورد از نوع کاملاً ناکشسان است و همان طور که می‌دانیم در برخورد ناکشسان تکانه پایسته مـی‌مانـد امـا انـرژی جنبشـی پایسـته نیست و مقداری از آن به انرژی درونی سیستم تبدیل می‌شود. ابتدا رابطه پایستگی تکانه قبل و بعد از برخورد را می‌نویسیم:

$$P_i = P_f \ \Rightarrow \ mv = (۳m+m)v' \ \Rightarrow \ mv = ۴mv' \ \Rightarrow \ v' = \frac{v}{۴}$$

اکنون برای اینکه بدانیم چند درصد از انرژی جنبشی اولیه تلف شده است، از رابطه $\frac{|k_f - k_i|}{k_i}$ استفاده می‌کنیم.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\frac{|\frac{1}{2}(4m)v'^2-\frac{1}{2}mv^2|}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{|(2m)(\frac{v^2}{16})-\frac{1}{2}mv^2|}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{3}{4}\times\frac{25}{25}=\frac{75}{100}$$

در نتیجه ٪۷۵ از انرژی جنبشی اولیه به حرارت تبدیل شده است.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۳» برای حل این مسئله از پایستگی تکانه استفاده می‌کنیم. قبل از اینکه شخص شروع به بالا رفتن از نردبان کند سیستم (بالون + شخص) ساکن بوده و تکانه آن صفر است. اما با بالا رفتن شخص از نردبان، بالون در جهت مخالف (به سمت پایین) حرکت خواهد کرد. در چنین حالتی سیستم (بالون + شخص) دارای تکانه $-(m+M)v'$ خواهد شد و تکانه شخص نیز برابر mv است. اکنون قانون پایستگی تکانه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P_i=P_f \Rightarrow 0=mv-(m+M)v' \Rightarrow mv=(m+M)v' \Rightarrow v'=\frac{m}{m+M}v$$

در رابطه بالا، v' سرعت بالون نسبت به زمین است.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۴ـ گزینه «۳» گزینه (۱) درست است، زیرا در برخورد ناکشسان دو ذره این امکان وجود دارد که اختلاف انرژی وضعیت‌های آغازی و پایانی، انرژی لازم را برای تشکیل ذرات اضافی تأمین نماید. گزینه (۲) نیز درست می‌باشد. انرژی کل همواره پایسته است؛ این انرژی جنبشی است که در این نوع برخورد پایسته نمی‌باشد. اما گزینه (۳) نادرست است:

$$\left.\begin{aligned}&m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{v}\\&\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2\end{aligned}\right\}\Rightarrow (v_x,v_y,v_z)\text{ مجهول و ۳ معادله ۲}$$

لذا برای رسیدن به پاسخی یکتا برای این مسئله نیاز به اطلاعاتی غیر از برقراری قوانین پایستگی داریم. اما در برخورد کشسان دو بعدی، تنها ۲ مجهول باقی می‌مانند که باید در ۲ معادله فوق صدق نمایند و لذا گزینه (۴) درست می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۵ـ گزینه «۳» یکی از روش‌های حل این سؤال، نوشتن و حدس چند حالت اول است، تا با استفاده از آن بتوانیم پس از برخورد N گلوله سرعت قطعه چوب را تعیین کنیم. چون برخورد گلوله با قطعه چوب یک برخورد ناکشسان است لذا فقط می‌توانیم از پایستگی تکانه خطی استفاده کنیم. توضیح این که در هر مرحله جرم قطعه چوب به اندازه $1m$ افزایش می‌یابد، چون در هر مرحله یک گلوله به داخل چوب رفته، لذا به اندازه جرم یک گلوله، به جرم جسم افزوده می‌شود.

$\vec{P}_i=\vec{P}_f$; مرحله اول (برخورد اولین گلوله) $mv_0=(M+m)V_1 \Rightarrow V_1=\frac{mv_0}{m+M}=\frac{mv_0}{m+10m}=\frac{v_0}{11}$

V_1: سرعت نهایی قطعه چوب + گلوله، پس از برخورد اولین گلوله

مرحله دوم (برخورد دومین گلوله) $(M+m)V_1+mv_0=(M+2m)V_2 \Rightarrow 11m\frac{v_0}{11}+mv_0=(10m+2m)V_2 \Rightarrow V_2=\frac{2}{12}v_0$

V_2: سرعت نهایی قطعه چوب + گلوله، پس از برخورد دومین گلوله

مرحله سوم (برخورد سومین گلوله) $(M+2m)V_2+mV_0=(M+3m)V_3$

$$(12m)\frac{2v_0}{12}+mv_0=(10m+3m)V_3 \Rightarrow V_3=\frac{3}{13}V_0$$

V_3: سرعت نهایی (قطعه چوب + گلوله) پس از برخورد سومین گلوله

اگر همین روند را ادامه دهیم، برای $V_4=\frac{4}{14}V_0$ ، $V_5=\frac{5}{15}V_0$ و $V_N=\frac{N}{10+N}V_0$ را به دست می‌آوریم.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۶ـ گزینه «۱» در برخورد کشسان باید هم اصل بقای اندازه حرکت و هم اصل بقای انرژی برقرار باشد. اندازه‌ی حرکت، یک کمیت برداری است و در راستای هر سه محور مختصات تجزیه می‌شود. (تا اینجا ۳ معادله داریم) برای بقای انرژی نیز یک معادله داریم، پس در کل چهار معادله خواهیم داشت. هر ذره قبل از برخورد یک اندازه حرکت و پس از برخورد نیز یک اندازه حرکت دارد، بنابراین مجموعاً ۴ بردار اندازه حرکت داریم و هر بردار سه مؤلفه دارد که مجموعاً می‌شود ۱۲مجهول.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۷ـ گزینه «۴» اگر یک گلوله شلیک شود، از پایستگی تکانه در راستای محور x داریم: $(M-m)V_1+m(V_0\cos\theta+V_1)=MV_0$

V_1 سرعت ناو بعد از شلیک گلوله است.

$$MV_1+mV_0\cos\theta=MV_0 \Rightarrow V_1=V_0-\frac{m\cos\theta}{m}V_0 \qquad (1)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

هنگامی که گلوله دوم شلیک می‌شود، داریم:

$$(M-۲m)V_۲ + m(V_۰\cos\theta + V_۲) = (M-m)V_۱$$

$$(M-m)V_۲ + mV_۰\cos\theta = (M-m)(V_۰ - \frac{m\cos\theta}{M}V_۰)$$

$$V_۲ = V_۰ - [\frac{mV_۰\cos\theta}{M-m} + \frac{m\cos\theta}{M}]V_۰ \Rightarrow V_۲ = V_۰ - \frac{mM+(M-m)m}{M(M-m)}\cos\theta V_۰ = V_۰ - \frac{۲mM-m^۲}{M(M-m)}\cos\theta V_۰$$

به دلیل کوچکی m در مقابل جرم i و m، از $m^۲$ صرف‌نظر می‌کنیم:

$$V_۲ = V_۰ - \frac{۲m}{M-m}\cos\theta V_۰ \qquad (۲)$$

از مقایسه رابطه (۱) و (۲) بعد از شلیک گلوله N'ام، سرعت ناو برابر است با:

$$iV = V_۰ - \frac{N'm\cos\theta V_۰}{M-m}$$

از طرفی، $N' = \frac{N}{۶۰}t$ می‌باشد که t بر حسب ثانیه است.

$$iV = V_۰ - \frac{NmV_۰\cos\theta}{۶۰(M-m)}t$$

اگر $\theta = ۶۰^\circ$ باشد، جواب گزینه ۴ است. زاویه ۳۰° باید به ۶۰° تغییر کند.

۱۸ـ گزینه «۱» اگر یک جسم به جرم m و سرعت v به یک جرم ساکن به وزن Δm برخورد کند، سرعت نهایی با فرض کوچک بودن Δm برابر خواهد بود با:

$$V' = \frac{m}{m+\Delta m} \simeq v(۱-\frac{\Delta m}{m})$$

در این صورت تغییر سرعت نهایی هم، کوچک و به مقدار Δv است، لذا:

$$v' = v + \Delta v = v(۱-\frac{\Delta m}{m}) \Rightarrow \Delta v = -v\frac{\Delta m}{m}$$

برای یک سفینه که به غبار برخورد می‌کند، می‌توان شکل دیفرانسیلی رابطه‌ی فوق را در نظر داشت و مسئله را حل کرد:

$$dv = -v\frac{dm}{m} \Rightarrow \frac{dv}{v} + \frac{dm}{m} = ۰ \Rightarrow vm = v_۰m_۰ \Rightarrow \frac{v}{v_۰} = \frac{m}{m_۰}$$

که $m_۰$ و $v_۰$ جرم و سرعت اولیه سفینه است. از طرفی، در زمان Δt جرمی برابر با $\rho Av\Delta t$ به سفینه برخورد می‌کند، بنابراین:

$$\Delta m = \rho Avdt$$

با حل این معادله در شکل دیفرانسیلی با جایگذاری به جای v بر حسب m داریم:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\rho Av_۰m_۰}{m} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m^۲ = \rho Av_۰m_۰t + \frac{۱}{۲}m_۰^۲$$

که در شرط اولیه‌ی $m(t=۰) = m_۰$ استفاده شده است. با استفاده از این رابطه در رابطه‌ی اول برای v خواهیم داشت:

$$v = \frac{m_۰v_۰}{\sqrt{۲\rho Av_۰m_۰t + m_۰^۲}}$$

اگر در $T = ۴۰۰\,(day)$ و $v = \frac{۱}{۲}v_۰$ باشد، آن‌گاه:

$$\frac{۲\rho Av_۰T}{m_۰} = ۳ \Rightarrow \rho = \frac{۳}{۲AT\frac{v_۰}{m_۰}} = \frac{۳}{۲\times ۰/۰۵\times ۸/۶۴\times ۱۰^۴\times ۵} \quad ; \quad \rho \simeq ۱/۷\times ۱۰^{-۷}\,(kgm^{-۳})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پنجم

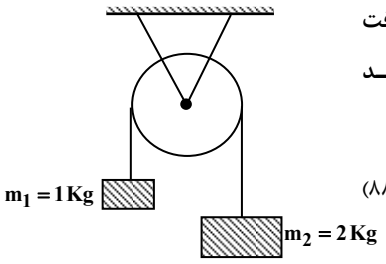
«دوران»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ وزن جعبه مکعبی‌شکل، ۸۹۰ نیوتن است. می‌خواهیم با وارد کردن یک نیروی افقی به یکی از کناره‌های بالایی جعبه، آن را بغلتانیم. کمترین نیروی لازم چند نیوتن است؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۸۹۰ ۲) ۱۷۸۰ ۳) ۴۴۵ ۴) ۷۲۰

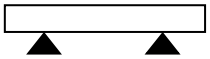
۲ـ در شکل مقابل دستگاه از حال سکون شروع به حرکت کرده و جسم m_1 پس از یک ثانیه مسافت $2/5m$ را می‌پیماید. در این حالت اگر گشتاور مانند قرقره $2/25\times10^{-2}\ kgm^2$ باشد شعاع قرقره چند سانتی‌متر است؟ (از جرم نخ و اصطکاک در محور قرقره چشم‌پوشی شود. $g=10\frac{m}{s^2}$)



(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲۰ ۲) ۶/۶ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

۳ـ میله‌ای مطابق شکل بر روی دو پایه قرار دارد. در یک لحظه یکی از پایه‌ها فوراً برداشته می‌شود و میله شروع به حرکت می‌کند، عکس‌العمل پایه دیگر در این لحظه برابر است با: (فیزیک پزشکی ۸۶)

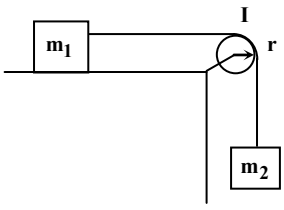


۱) $\frac{mg}{4}$ ۲) $\sqrt{2}mg$ ۳) $\frac{3}{2}mg$ ۴) mg

۴ـ چه نیرویی باید به دسته یک جک پیچی وارد کرد تا بار G را که توسط آن بالا برده شده به حال تعادل نگه دارد؟ گام پیچ h و طول دسته برابر با R است. از اصطکاک صرف‌نظر شده است. (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $\frac{3Gh}{2\pi R}$ ۲) $\frac{2Gh}{\pi R}$ ۳) $\frac{Gh}{\pi R}$ ۴) $\frac{Gh}{2\pi R}$

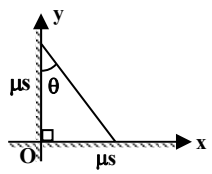
۵ـ دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 مطابق شکل توسط ریسمانی به هم متصل شده و ریسمان از روی قرقره قابل چرخشی می‌گذرد. لختی دورانی قرقره I و شعاع آن r است. از اصطکاک صرف‌نظر می‌کنیم. شتاب جرم m_2 چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{m_2 g}{(\frac{I}{r^2}+m_1+m_2)}$ ۲) $\frac{m_2 g}{m_1+m_2}$ ۳) $\frac{(m_1-m_2)g}{(\frac{I}{r^2}+m_1+m_2)}$ ۴) $\frac{(m_2-m_1)g}{m_2+m_1}$

۶ـ نردبانی که بر دیوار تکیه دارد، نمی‌تواند زاویه‌ی محل تکیه‌اش بر دیوار از مقدار معین θ_{max} بزرگ‌تر باشد. این موضوع بستگی به ضریب اصطکاک ایستاوار $\mu_s = \tan\alpha$ زمین و دیوار (که برای هر دو مقداری یکسان دارد) خواهد داشت. مقدار θ_{max} بر حسب α کدام است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

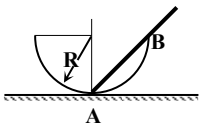


۱) $Arc\tan(2\tan\alpha)$
۲) α
۳) 2α
۴) $Arc\tan(\frac{1}{2}-\tan\alpha)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

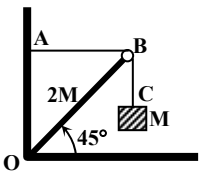
۷ـ درون کاسه‌ای به شکل نیم‌کره‌ی ثابت به شعاع ۱۰ سانتی‌متر میله‌ی یکنواختی به طول ۲۰ سانتی‌متر قرار دارد، به طوری که یک سر آن در نقطه‌ی A (نقطه تماس نیمکره با سطح افق) قرار دارد. میله درنقطه‌ی تماس با ته کاسه اصطکاک دارد ولی با لبه‌ی کاسه، نقطه B، اصطکاک ندارد. نیروی وارد بر میله از طرف لبهٔ B چه کسری از وزن میله است؟ (فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۲۵ ۴) ۱/۵

۸ـ در شکل مقابل کشش در طناب ABC کدام است؟ جرم میله OB برابر ۲M است و از جرم طناب چشم‌پوشی می‌شود. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



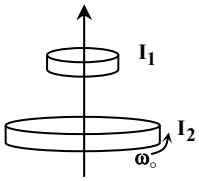
۱) $\frac{Mg}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۲}Mg$

۳) $۲Mg$

۴) $۳Mg$

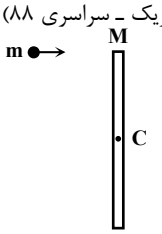
۹ـ یک استوانه با اینرسی دورانی $I_۰$ و سرعت زاویه‌ای $\omega_۰$ در حال چرخش است. استوانه دیگری با اینرسی دورانی $I_۱$ که در ابتدا ساکن است و با استوانه چرخان هم محور است روی آن سقوط کرده و با هم چرخش می‌کنند به طوری که هر دو استوانه به سرعت زاویه‌ای ω_f می‌رسند مقدار ω_f چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)



۱) $\omega_۰$ ۲) $\frac{\omega_۰ I_۰}{I_۰ + I_۱}$

۳) $\frac{\omega_۰ I_۰}{I_۱}$ ۴) $\frac{\omega_۰ (I_۰ + I_۱)}{I_۰}$

۱۰ـ مطابق شکل، ذره‌ای به جرم m به طور کاملاً کشسان به انتهای یک میله نازک به جرم یکنواخت M و واقع در سطح افقی میز برخورد می‌کند و به حالت سکون درمی‌آید. میله روی سطح میز صاف و بدون اصطکاک به حرکت انتقالی و دورانی به دور مرکز جرمش یعنی نقطه C در وسط میله درمی‌آید. رابطه‌ی M و m چیست؟ لختی دورانی میله‌ای به طول L و جرم M حول محور گذرنده از مرکز جرم و عمود بر میله $\frac{۱}{۱۲}ML^۲$ است. (فیزیک ـ سراسری ۸۸)



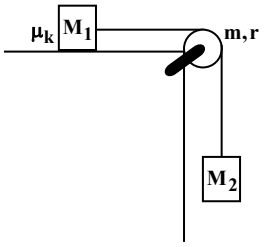
۱) $M = m$

۲) $M = ۲m$

۳) $M = ۳m$

۴) $M = ۴m$

۱۱ـ جرم $M_۱$ روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k از طریق نخ و قرقره با جرم m و شعاع r و لختی دورانی $\frac{۱}{۲}mr^۲$ به وزنه آویزان $M_۲g$ متصل شده است. محور قرقره اصطکاک ندارد و نخ قرقره نمی‌لغزد. با فرض $\mu_k < \frac{M_۲}{M_۱}$ نیروی کششی در نخ افقی کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $M_۱g\left[\frac{(۱+\mu_k)M_۱ - \frac{m}{۲}}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}\right]$

۲) $M_۲g\left[\frac{(۱+\mu_k)M_۱ - \frac{m}{۲}}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}\right]$

۳) $M_۱g\left[\frac{(۱+\mu_k)M_۲ + \mu_k m}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}\right]$

۴) $M_۱g\left[\frac{(۱+\mu_k)M_۲ + \mu_k \frac{m}{۲}}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}\right]$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

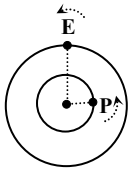
۱۲ـ چرخ‌های راست و چپ اتومبیلی $1/7m$ از هم فاصله دارند و مرکز جرم اتومبیل $1m$ بالای زمین است. اگر اتومبیل در پیچی به شعاع $50m$ و بدون شیب عرضی با تندی بیش از حد حرکت کند واژگون خواهد شد. در چه تندی بر حسب $\frac{km}{h}$، اتومبیل در آستانه واژگونی قرار می‌گیرد؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

۱) ۶۵/۵ ۲) ۵۰/۴ ۳) ۳۸/۸ ۴) ۷۰/۵

۱۳ـ سیاره P در یک مدار دایره‌ای به دور خورشید که در مرکز این مدار قرار دارد می‌چرخد. سیاره E نیز در یک مدار دایره‌ای دیگر و هم صفحه با مدار سیاره P به دور خورشید می‌چرخد. دوره‌ی تناوب دو سیاره حول خورشید $T_P = 60days$ و $T_E = 400days$ است. اگر وضعیت قرار گرفتن اولیه‌ی آن‌ها نسبت به هم در یک لحظه مطابق شکل باشد، کمترین فاصله زمانی پس از این لحظه که دو سیاره P و E حداقل فاصله را از هم داشته باشند، چند روز است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) ۵۴
۲) ۳۶
۳) ۱۸
۴) ۷۲

۱۴ـ یک میله همگن به طول ۳ متر ابتدا به طور عمودی روی کف اتاق ایستاده است. اگر بیفتد، سرعت زاویه‌ای آن هنگام رسیدن به کف اتاق چند $\frac{rad}{s}$ است؟ (فرض شود آن سر میله که با زمین در تماس است نلغزد و $g = 10\frac{m}{s^2}$) (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) $\sqrt{10}$ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) $4\sqrt{5}$ ۴) $2\sqrt{10}$

۱۵ـ لختی دورانی استوانه توپر و همگنی به جرم M، شعاع R و ارتفاع R حول محوری که از مرکز جرم استوانه و عمود بر محور استوانه می‌گذرد، کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{MR^2}{12}$ ۲) $\frac{MR^2}{4}$ ۳) $\frac{MR^2}{3}$ ۴) $\frac{MR^2}{2}$

۱۶ـ چرخی به شعاع R با سرعت زاویه‌ای ثابت $\sqrt{\frac{2g}{R}}$، حول محور افقی ثابتی که از مرکز چرخ می‌گذرد در یک صفحه‌ی قائم در حال دوران است. بیشینه ارتفاعی که یک سنگریزه چسبیده به لبه‌ی چرخ، پس از کنده شدن می‌تواند نسبت به پایین‌ترین نقطه چرخ بالا رود، کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{7R}{4}$ ۲) $2R$ ۳) $\frac{9R}{4}$ ۴) $3R$

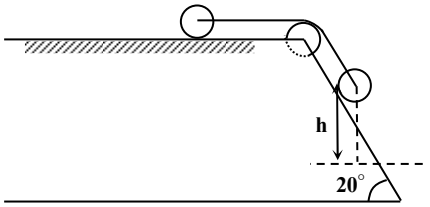
۱۷ـ یک میله نازک روی محور x بین نقاط $x_1 = 0$ و $x_2 = L$ قرار گرفته و چگالی خطی آن با رابطه $\rho = \alpha x^2$ مشخص می‌گردد. اگر این میله با سرعت زاویه‌ای $10\frac{rad}{s}$ حول محور y دوران کند، انرژی جنبشی آن چقدر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $25\alpha L^2$ ۲) $16\alpha L^3$ ۳) $12\alpha L^4$ ۴) $10\alpha L^5$

۱۸ـ حلقه یکنواختی به شعاع R و به جرم M روی سطح شیب‌داری از حال سکون به پایین می‌غلتد. اندازه حرکت زاویه‌ای این حلقه نسبت به مرکز آن در پایین سطح عبارت است از: (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $MR\sqrt{gh}$ ۲) $MR\sqrt{2gh}$ ۳) $MR\sqrt{\frac{gh}{3}}$ ۴) $2MR\sqrt{3gh}$

۱۹ـ سه استوانه مشابه، توپر و همگن به شعاع R، مطابق شکل بر روی یک سطح شیب‌دار در حال سکون قرار گرفته‌اند. استوانه وسط به صورت یک قرقره عمل می‌کند و دو استوانه دیگر، که توسط نخی به هم وصل شده‌اند، حرکت غلتشی بدون لغزش دارند. نخ بر روی استوانه وسطی هیچ‌گونه لغزشی ندارد. اگر استوانه سمت راست، ارتفاع h را به سمت پایین حرکت کند، سرعت زاویه‌ای استوانه‌ها کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

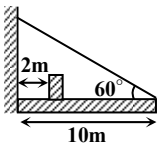


۱) $\frac{1}{7R}\sqrt{2gh}$ ۲) $\frac{2}{7R}\sqrt{gh}$
۳) $\frac{4R}{7}\sqrt{gh}$ ۴) $\frac{2}{R}\sqrt{\frac{gh}{7}}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ یک میله افقی به طول ۱۰ متر و جرم $20kg$ توسط ریسمانی مطابق شکل به دیوار قائمی متصل است. زاویه ریسمان با میله 60° است و یک نفر با جرم $50kg$ در فاصله ۲ متری دیوار روی میله ایستاده است نیروی کشش میله چقدر است؟ $(g = 10)$ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)



۱) ۲۳۱

۲) ۵۲۰

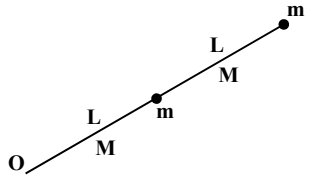
۳) ۷۱۰

۴) ۸۸۰

۲۱ـ جرم حلقه‌ای به شعاع $3m$ برابر $150kg$ است. این حلقه روی یک سطح افقی می‌غلتد. اگر سرعت مرکز جرم آن $0/15\frac{m}{s}$ باشد، چند ژول کار برای متوقف کردن حلقه باید انجام شود؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۳/۴۱۵ ۲) ۳/۱۲۵ ۳) ۳/۳۶۰ ۴) ۳/۳۷۵

۲۲ـ دو ذره مطابق شکل هر یک به جرم m به دو میله یکنواخت هر یک به جرم M و طول L بسته شده‌اند و مجموعه با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند. لختی دورانی دستگاه حول نقطه O چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) $2mL^2+\frac{8}{3}ML^2$ ۲) $5mL^2+\frac{2}{3}ML^2$

۳) $5mL^2+\frac{8}{3}ML^2$ ۴) $5mL^2+4ML^2$

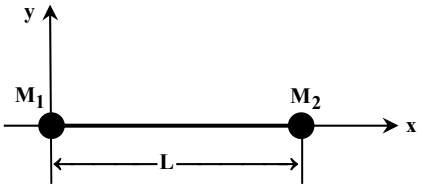
۲۳ـ یک پنکه سقفی با لختی دورانی I، شعاع R و سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ آزادانه می‌گردد. موشی به جرم m از بالا بر روی لبه خارجی این پنکه می‌افتد. سرعت زاویه‌ای پنکه در این حالت ω می‌شود. نسبت $\frac{\omega}{\omega_\circ}$ چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱ ۲) $\frac{I}{I-mR^2}$ ۳) $\frac{I}{I+mR^2}$ ۴) $\frac{2I}{I+mR^2}$

۲۴ـ میله نازکی به طول L و جرم m از یک انتها آزادانه آویخته شده است. میله را به یک طرف کشیده و رها می‌کنیم تا حول محور افقی نوسان کند. سرعت زاویه‌ای پایین‌ترین نقطه میله ω است. مرکز جرم نسبت به پایین‌ترین وضعیت آن تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ (از اصطکاک و مقاومت هوا صرف‌نظر شود) (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $L\sqrt{\frac{\omega}{6g}}$ ۲) $\sqrt{\frac{6g}{L\omega}}$ ۳) $\sqrt{\frac{L^2\omega^2}{6g}}$ ۴) $\frac{L^2\omega^2}{6g}$

۲۵ـ دو جرم M_1 و M_2 مطابق شکل به وسیله‌ی میله‌ی بدون جرمی به طول L به یکدیگر متصل شده‌اند. گشتاور ماند دستگاه هنگام چرخش حول مرکز جرم کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



۱) $\frac{(M_1-M_2)^2}{M_1+M_2}L^2$ ۲) $\frac{M_1M_2L^2}{M_1+M_2}$

۳) $\frac{(M_1+M_2)^3}{(M_1-M_2)^2}L^2$ ۴) $\frac{M_1^2M_2^2L^2}{(M_1+M_2)^3}$

۲۶ـ در شکل زیر، کره توپر همگن به جرم $5kg$ و شعاع $10cm$ به میله‌ای همگن به طول $1m$ و جرم $3kg$ در نقطه B متصل شده است. گشتاور ماند دستگاه حول نقطه‌ی A چند kgm^2 است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) ۸/۲۲

۲) ۶/۰۲

۳) ۶/۳۲

۴) ۷/۰۷

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۷ـ در حرکت چرخشی یک جسم صلب همگن حول یک محور ثابت کدام عبارت نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) محور دوران اگر بر محور تقارن جسم منطبق باشد، بردار تکانه زاویه‌ای منطبق بر محور دوران است.

۲) بردار تکانه زاویه‌ای همواره موازی محور دوران است.

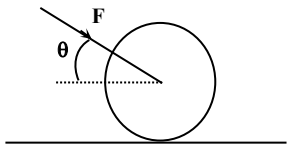
۳) تغییرات زمانی بردار تکانه زاویه‌ای در امتداد بردار گشتاور برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است.

۴) اندازه مؤلفه تکانه زاویه‌ای در امتداد محور دوران با سرعت زاویه‌ای جسم تناسب خطی دارد.

۲۸ـ روی قرص افقی یکنواختی به جرم $100\,kg$ و شعاع $10\,m$ شخصی به جرم $80\,kg$ ایستاده است و کل مجموعه با سرعت زاویه‌ای یکنواخت $5\frac{rad}{s}$ در حرکت است. شخص ابتدا در نقطه‌ای به فاصله $4m$ از مرکز قرص ایستاده است. در یک لحظه شخص از مکان اولیه خود حرکت کرده و به نقطه‌ای به فاصله ۸ متری از مرکز قرص نقل مکان می‌کند. سرعت زاویه‌ای نهایی مجموعه چند $\frac{rad}{s}$ است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱/۲۵ ۲) ۳/۱ ۳) ۳/۷ ۴) ۵

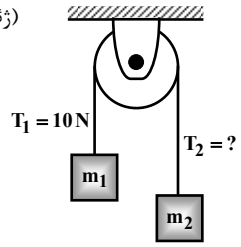
۲۹ـ برای به حرکت در آوردن یک غلتک سنگین (حرکت غلتشی خالص) روی سطح آسفالت با ضریب اصطکاک ایستایی $\mu_s = 3$ زاویه دسته غلتک با امتداد افق باید کمتر از θ_0 باشد. زاویه θ_0 کدام است؟ غلتک استوانه‌ای توپر است و لختی دورانی استوانه‌ای به جرم M و شعاع r حول محورش $\frac{1}{2}Mr^2$ است. (فیزیک ـ سراسری ۹۰)



۱) $\text{Arc}\tan\left(\frac{1}{9}\right)$ ۲) $\text{Arc}\tan\left(\frac{1}{3}\right)$

۳) $\text{Arc}\tan 3$ ۴) $\text{Arc}\tan\left(\frac{3}{2}\right)$

۳۰ـ در شکل زیر، دستگاه از حال سکون رها می‌شود و پس از ۲ ثانیه وزنه m_2 به اندازه ۲ متر پایین می‌آید. اگر گشتاور لختی قرقره برابر $0/2\,kg.m^2$ باشد، T_2 چند نیوتن است؟ (از اصطکاک در محور قرقره صرف‌نظر می‌شود.) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



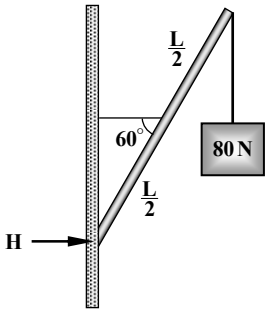
۱) ۹

۲) ۱۱

۳) ۱۵

۴) ۱۸

۳۱ـ در شکل زیر، وزن میله ۱۰ نیوتن و طول آن ۲ متر است. عکس‌العمل افقی H چند نیوتن است؟ $(\sqrt{3} = 1/7)$ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



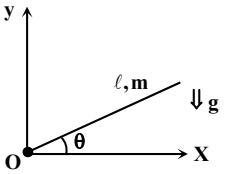
۱) ۲۰۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۷۰

۴) ۲۰۰

۳۲ـ مطابق شکل میلهٔ باریکی به طول l، جرم m و لختی دورانی $\frac{1}{3}ml^2$ (حول سر میله) در نقطهٔ O لولا شده و می‌تواند بدون اصطکاکی بچرخد. میله از حالت سکون در وضعیت اولیه $\theta = 30^\circ$ رها می‌شود. هنگامی که زاویه θ به صفر می‌رسد، مؤلفه‌های x و y نیروی وارد بر لولا به ترتیب از راست به چپ چقدر است؟ زاویه θ نسبت به جهت مثبت محور x ها اندازه‌گیری می‌شود. (فیزیک ـ دکتری ۹۰)



۱) $\frac{1}{4}mg, \frac{1}{2}mg$ ۲) $\frac{1}{2}mg, \frac{1}{2}mg$

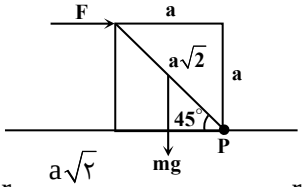
۳) $\frac{3}{4}mg, \frac{3}{4}mg$ ۴) $\frac{1}{4}mg, \frac{3}{4}mg$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پنجم

۱ـ گزینه «۳» جعبه را به شکل مقابل در نظر می‌گیریم. اگر نیروی F در جهت نشان داده شده به جعبه وارد شود، جعبه حول نقطه P خواهد غلتید. اما به جز F نیروی وزن هم به جعبه وارد می‌شود و هر دوی این نیروها حول نقطه P دارای گشتاور هستند. کمترین مقدار F باید به اندازه‌ای باشد که گشتاور نیروی وزن حول نقطه P را خنثی کند. بنابراین باید داشته باشیم:



$$m\vec{g}\times\vec{r}_1=\vec{F}\times\vec{r}_2$$

در رابطه بالا $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ به ترتیب فاصله نقطه اثر بردارهای $m\vec{g}$ و $\vec{F}$ از نقطه P هستند. داریم:

$$r_1=\frac{a\sqrt{2}}{2}\quad,\quad r_2=a\sqrt{2}$$

در نتیجه رابطه بالا به صورت روبرو درمی‌آید:

$$(mg)(\frac{a\sqrt{2}}{2})\sin 45^\circ=(F)(a\sqrt{2})\sin 45^\circ\ \Rightarrow\ F=\frac{mg}{2}=\frac{89^\circ}{2}=445(N)$$

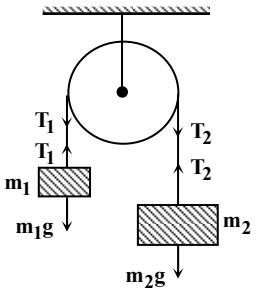
◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ گزینه «۴» در این مسئله وقتی از گشتاور ماند قرقره صحبت شده به این معنی است که از جرم آن صرف‌نظر نشده است. بنابراین یک ماشین آتوود معمولی نداریم. اثری که محاسبه جرم قرقره بر مسئله می‌گذارد این است که دیگر کشش دو سر ریسمان برابر نخواهد بود $(T_1\neq T_2)$ می‌توانیم ابتدا شتاب اجسام را که با شتاب مماسی لبه قرقره برابر است محاسبه کنیم.

$$x=\frac{1}{2}at^2\ \Rightarrow\ 2/5=\frac{1}{2}a(1)^2\ \Rightarrow\ a=5(\frac{m}{s^2})$$

از طرفی:

$$a=R\alpha$$



α در رابطه فوق عبارت است از شتاب زاویه‌ای قرقره. توجه داشته باشید که چون ریسمان کش نمی‌آید داریم: $a_1=a_2=a$ (شتاب جسم m_1 و m_2 برابر است) قانون دوم نیوتن در حرکت دورانی به شکل زیر در می‌آید: $\tau=I\alpha$

در رابطه $\tau=I\alpha$، τ گشتاور نیروهای وارد بر قرقره، I گشتاور ماند قرقره و α شتاب زاویه‌ای آن است.

$$\tau=T_1R-T_2R$$

علامت منفی به این دلیل است که T_2 گشتاور ساعتگرد ایجاد می‌کند که منفی است.

برای محاسبه کشش دو سر ریسمان از قانون دوم نیوتن استفاده می‌کنیم.

$$\sum F_y=m_1a_y\ \Rightarrow\ T_1-m_1g=m_1a\ \Rightarrow\ T_1=m_1(g+a)=1(10+5)\ \Rightarrow\ T_1=15(N)$$

$$\sum F_y=m_2a_y\ \Rightarrow\ m_2g-T_2=m_2a\ \Rightarrow\ T_2=m_2(g-a)=2(10-5)\ \Rightarrow\ T_2=10(N)$$

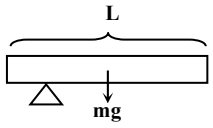
$$\Rightarrow\ \tau=R(T_1-T_2)=R(15-10)=5R$$

اکنون با استفاده از روابط به دست آمده، رابطه $\tau=I\alpha$ را بازنویسی می‌کنیم.

$$5R=I\frac{a}{R}\ \Rightarrow\ 5R^2=Ia\ \Rightarrow\ R^2=\frac{2/25\times10^{-2}\times5}{5}=2/25\times10^{-2}\Rightarrow R=15\times10^{-2}\ m=15cm$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۱» وقتی یکی از پایه‌ها برداشته می‌شود، نیروی وزن وارد عمل شده و مرکز جرم میله را به سمت پایین می‌کشد. این نیروی وزن حول پایه دوم یک گشتاور نیرو ایجاد کرده و به میله شتاب زاویه‌ای α می‌دهد.



$$\tau=I\alpha\ \Rightarrow\ mg\times\frac{L}{2}=\frac{1}{3}mL^2\times\alpha\ \Rightarrow\ \alpha=\frac{3g}{2L}$$

اکنون می‌توانیم شتاب خطی میله را محاسبه کنیم.

$$a=r\alpha=\frac{L}{2}\times\frac{3g}{2L}=\frac{3}{4}g$$

برای محاسبه نیروی عکس‌العمل پایه دوم (N) از قانون دوم نیوتن بهره می‌گیریم:

$$mg-N=ma\ \Rightarrow\ N=m(g-a)=m(g-\frac{3}{4}g)\ \Rightarrow\ N=\frac{mg}{4}$$

◆ ◆ ◆ ◆

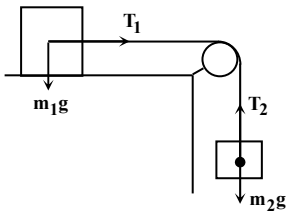
۴ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه جک می‌توان نوشت: $\frac{F}{h}=\frac{G}{\pi R}$. توجه داشته باشید به ازای هر π دور که دسته بچرخد گام پیچ h خواهد بود.

$$F=\frac{Gh}{\pi R}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ گزینه «۱» وقتی از لختی دورانی قرقره صحبت می‌شود به این معنی است که از جرم آن صرف‌نظر نشده است. اثر جرم قرقره در مسئله به این صورت است که دیگر کشش ریسمان در دو طرف قرقره برابر نخواهد بود. اما شتاب دو جسم همواره یکسان بوده و برابر است با شتاب مماسی لبه قرقره.



$\sum F_x = T_1 = m_1 a$: m_1 برای جرم (۱)

$\sum F_y = m_2 g - T_2 = m_2 a$: m_2 برای جرم (۲)

اما برای قرقره داریم:

$$\sum \tau = T_2 r + (-T_1 r) = I\alpha$$

رابطه بین شتاب زاویه‌ای (α) و شتاب خطی (a) به صورت $a = r\alpha$ است. پس داریم:

$$(T_2 - T_1)r = I\frac{a}{r} \quad (3)$$

اکنون باید T_1 و T_2 را از روابط (۱) و (۲) پیدا کرده و در (۳) جایگذاری کنیم:

$$T_1 = m_1 a \quad , \quad T_2 = m_2(g-a)$$

$$\Rightarrow (3): (m_2 g - m_2 a - m_1 a)r^2 = Ia \Rightarrow (m_2 g - (m_1 + m_2)a)r^2 = Ia \Rightarrow m_2 g = (\frac{I}{r^2} + m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{m_2 g}{(\frac{I}{r^2} + m_1 + m_2)}$$

◆ ◆ ◆ ◆

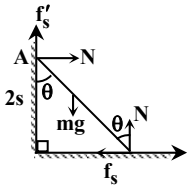
۶ـ گزینه «۳» ابتدا از قانون دوم نیوتن استفاده می‌کنیم:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow mg = N + f_s' = N + \mu_s N' \quad , \quad N' = f_s = \mu_s N$$

از دو رابطه بالا به دست می‌آید:

$$mg = N + \mu_s^2 N = (1+\mu_s^2)N$$

حال گشتاورهای وارد بر سیستم را حول A می‌نویسیم:



$$\sum \vec{\tau} = 0$$

$$\frac{1}{2}mg\ell\sin\theta + f_s\ell\cos\theta - N\ell\sin\theta = 0$$

با ساده‌سازی خواهیم داشت:

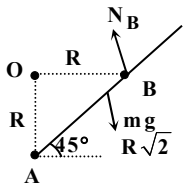
$$\frac{1}{2}\frac{mg}{N}\tan\theta = -\mu_s + \tan\theta$$

با استفاده از رابطه‌ی به دست آمده، می‌توان نوشت:

$$\tan\theta\frac{1}{2}(1+\mu_s^2) = -\mu_s + \tan\theta \quad ; \quad \tan\theta = \frac{2\mu_s}{1-\mu_s^2} = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \tan 2\alpha \Rightarrow \underline{\theta = 2\alpha}$$

◆ ◆ ◆ ◆

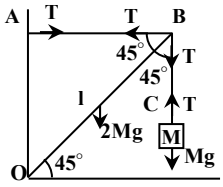
۷ـ گزینه «۲» برای تعادل باید گشتاور نیروی دو نیروی N_B و وزن حول نقطه‌ی A یکدیگر را خنثی کنند. در این صورت:



$$N_B R\sqrt{2} = mg\frac{L}{2}\sin 45^\circ; \quad \frac{N_B}{mg} = \frac{L\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}R} = \frac{(20)}{4(10)} = 0/5$$

◆ ◆ ◆ ◆

۸ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» با توجه به زاویه ثابت 45° نشان داده شده در شکل و بسته شدن طناب در نقطه A ، احتمالاً منظور طراح سؤال این بوده است که سیستم در حال تعادل می‌باشد و حرکتی در آن موجود نیست. از آنجا که طناب بدون جرم است، آن را کاملاً غیر کشسان در نظر می‌گیریم. با توجه به صفر بودن شتاب جرم M ، کشش نخ در تمام طول آن برابر با Mg می‌باشد که در هیچ یک از گزینه‌ها این مقدار ذکر نشده است. با فرض غیر کشسان بودن طناب (مسئله واقعی)، T در تمام نخ یکسان نخواهد بود و کاملاً ممکن است که سیستم نشان داده شده، در تعادل بماند که البته حل این سؤال نیاز به برخی اطلاعات تجربی از ساختار طناب دارد.



◆ ◆ ◆ ◆

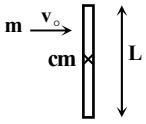
۹ـ گزینه «۲» باید از رابطه پایستگی تکانه زاویه‌ای سیستم قبل و بعد از سقوط استوانه بالایی استفاده کنیم:

$$L_i = I_0\omega_0 + 0$$
$$L_f = (I_0 + I_1)\omega_f \quad ; \quad L_i = L_f \Rightarrow I_0\omega_0 = (I_0 + I_1)\omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{I_0\omega_0}{I_0 + I_1}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ گزینه «۴» چون در صورت سؤال صحبت از جرم به میان آمده و صحبت از لختی دورانی و حرکت شده و مکان برخورد گلوله نیز مهم است لذا از قانون پایستگی انرژی، تکانه خطی و تکانه زاویه‌ای استفاده می‌نماییم.



حالت i دقیقاً قبل از برخورد و حالت f دقیقاً بعد از برخورد است. $P_i = mv_\circ , P_f = Mv$

پایستگی تکانه‌ی خطی:

$$P_i = P_f \Rightarrow mv_\circ = Mv$$

پایستگی تکانه زاویه‌ای:

$$L_i = \frac{L}{۲}mv_\circ , L_f = I\omega \Rightarrow \omega = \frac{L}{۲I}mv_\circ$$

و از پایستگی انرژی جنبشی داریم:

$$K_i = \frac{۱}{۲}mv_\circ^۲ , K_f = \frac{۱}{۲}Mv^۲ + \frac{۱}{۲}I\omega^۲$$

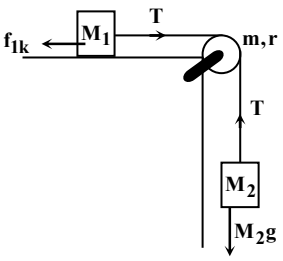
$$K_i = K_f \Rightarrow mv_\circ^۲ = Mv^۲ + I\omega^۲ \Rightarrow mv_\circ^۲ = M(\frac{mv_\circ}{M})^۲ + I(\frac{Lmv_\circ}{۲I})^۲$$

توضیح اینکه چون میله در یک صفحه افقی قرار دارد لذا انرژی پتانسیل را می‌توانیم صفر در نظر بگیریم و $E = K$

$$m = M\frac{m^۲}{M^۲} + \frac{L^۲m^۲}{۴I} \Rightarrow m = \frac{m^۲}{M} + \frac{L^۲m^۲}{\frac{۱}{۳}ML^۲} \Rightarrow m = \frac{m^۲}{M} + \frac{۳m^۲}{M} \Rightarrow M = ۴m$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱ـ گزینه «۴» نیروهای وارد بر اجسام، مطابق شکل زیر می‌باشند:



حرکت دستگاه ناشی از نیروی وزن جسم $M_۲$ است، در نتیجه:

$$\text{داریم: } M_۲g - f_{۱k} = (M_۱ + M_۲ + \frac{I}{r^۲})a$$

$$\Rightarrow M_۲g - \mu_k M_۱g = (M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲})a \Rightarrow a = \frac{M_۲ - \mu_k M_۱}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}g$$

حال می‌خواهیم نیروی کشش نخ افقی را محاسبه کنیم:

$$T - f_{۱k} = M_۱a$$

$$\rightarrow T = \mu_k M_۱g + M_۱g(\frac{M_۲ - \mu_k M_۱}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}) = M_۱g[\mu_k + \frac{M_۲ - \mu_k M_۱}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}] \Rightarrow T = M_۱g[\frac{(۱+\mu_k)M_۲ + \mu_k\frac{m}{۲}}{M_۱ + M_۲ + \frac{m}{۲}}]$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲ـ گزینه «۴» در این مسئله منظور طراح، واژگونی (اصطلاح چپه کردن) از کنار است، نه پرتاب خودرو به طرف خارج از جاده.

در آستانه‌ی واژگونی باید گشتاور mg برابر گشتاور ma_r باشد که q شتاب مرکزگرا (یا شعاعی) است.

$$mg(\frac{۱/۷}{۲}) = ma_r(۱) \Rightarrow a_r = \frac{g(۱/۷)}{۲}$$

از طرف دیگر، $a_r = \frac{V^۲}{R}$ است، بنابراین:

$$\frac{۱/۷g}{۲} = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{(۱/۷)gR}{۲}} = \sqrt{\frac{(۱/۷)(۹/۸)(۵۰)}{۲}}\frac{m}{s} \quad ; \quad V = \sqrt{\frac{(۱/۷)(۹/۸)(۵۰)}{۲}}(۳/۶) \simeq ۵\sqrt{۱۴}(۳/۶) = ۷۳\frac{km}{h}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۳» معادله‌ی حرکت دو سیاره را می‌توان به صورت روبرو نوشت:

$$\theta_P = \omega_P t = \frac{۲\pi}{T_P}t \quad ; \quad \theta_E = \omega_E t + \frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{T_E}t + \frac{\pi}{۲}$$

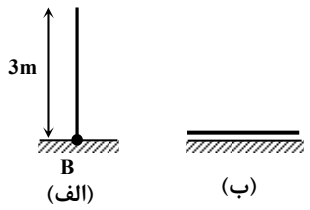
کمترین فاصله وقتی به دست می‌آید که $\theta_E = \theta_P$ باشد. داریم:

$$w_E t + \frac{\pi}{۲} = \omega_P t \Rightarrow \frac{t}{T_E} + \frac{۱}{۶} = \frac{t}{T_P} \Rightarrow t = \frac{T_E - T_P}{T_E T_P} \times \frac{۱}{۶} = ۱۷/۶۴ \simeq ۱۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ گزینه «۱» از اصل بقای انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم. وقتی جسم در ابتدا در حالت الف قرار دارد، ساکن است و فقط انرژی پتانسیل دارد.



$$U = mg\frac{\ell}{۲} \rightarrow \text{(حالت الف)}$$

هنگام برخورد با زمین می‌توان نوشت: $U = ۰ \quad , \quad K = \frac{۱}{۲}I\omega^۲$

$$I = \frac{۱}{۳}m\ell^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۳}m\ell^۲)\omega^۲$$

طبق اصل پایستگی انرژی بین دو حالت (الف) و (ب) خواهیم داشت: $U = K$.

$$mg\frac{\ell}{۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۳}m\ell^۲)\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۳g}{\ell} = \frac{۳۰}{۳} = ۱۰ \Rightarrow \omega = \sqrt{۱۰}(\frac{rad}{s})$$

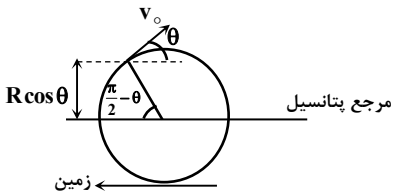
◆ ◆ ◆ ◆

۱۵ـ گزینه «۳» می‌دانیم لختی دورانی استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع h حول محوری که از مرکز جرم استوانه و عمود بر محور استوانه می‌گذرد به صورت $I = \frac{۱}{۴}ma^۲ + \frac{۱}{۱۲}mh^۲$ می‌باشد اگر $a = h = R$ باشد.

$$I = \frac{۱}{۴}mR^۲ + \frac{۱}{۱۲}mR^۲ = \frac{۱}{۳}mR^۲$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۶ـ گزینه «۳» چون صحبت از سرعت، جرم و ارتفاع ماکزیمم شده است بهترین رابطه‌ای که این پارامترها را به هم مرتبط می‌کند پایستگی انرژی است. سنگریزه قبل از پرتاب شدن دارای سرعت زاویه‌ای $\sqrt{\frac{۲g}{R}}$ است. فرض می‌کنیم در ابتدا سنگریزه از ارتفاعی که با سطح افق (منفی محور xها) زاویه $(\frac{\pi}{۲} - \theta)$ می‌سازد رها می‌شود.



$$v_۰ = R\omega \Rightarrow v_۰^۲ = R^۲\omega^۲ = R^۲(\frac{۲g}{R}) = ۲gR$$

$$mgR\cos\theta + \frac{۱}{۲}mR^۲\omega^۲ = mgh + \frac{۱}{۲}m(v_۰\cos\theta)^۲$$

(ارتفاعی که سنگریزه بالا می‌رود.)

$$R\cos\theta + R = h + R\cos^۲\theta$$

در اصل $v_۰\cos\theta$ مؤلفه سرعت سنگریزه (پرتابه) در ارتفاع ماکزیمم است یا همان مؤلفه افقی سرعت پرتابه چون در ارتفاع ماکزیمم سرعت فقط مؤلفه افقی دارد.

$$R\cos^۲\theta - R\cos\theta + (h - R) = ۰ \quad (۱)$$

از طرفی می‌دانیم به ازای زاویه‌ای از θ سنگریزه‌ها تا ارتفاع ماکزیمم بالا می‌روند که به ازای آن ارتفاع، اختلاف انرژی پرتابه، ماکزیمم باشد (از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{۲g}{R}}$ استفاده کرده‌ایم). یعنی تابع $R\cos^۲\theta - R\cos\theta + (h - R) = ۰$ که در اصل اختلاف انرژی نقطه ابتدایی و انتهایی حرکت است باید نسبت به θ ماکزیمم باشد.

$$E(\theta) = R\cos^۲\theta - R\cos\theta + (h - R) \Rightarrow \frac{dE(\theta)}{d\theta} = ۰ \Rightarrow -۲R\sin\theta\cos\theta + R\sin\theta = ۰ \Rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳}$$

به ازای $\theta = \frac{\pi}{۳}$ می‌توانیم حالت ارتفاع ماکزیمم را برای پرتابه (سنگریزه) داشته باشیم. $(۱) \rightarrow R(\frac{۱}{۲})^۲ - R(\frac{۱}{۲}) + h - R = ۰ \quad h = \frac{۵}{۴}R$

و ارتفاع از زمین $\frac{۹R}{۴} = \frac{۵}{۴}R + R$ می‌باشد.

توضیح: در عبارت $R\sin\theta(-۲\cos\theta + ۱) = ۰$ جواب $\sin\theta = ۰$ غیرقابل قبول است، چون سنگریزه‌ها حتماً با زاویه‌ی غیر صفر از چرخ کنده می‌شوند.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۷ـ گزینه «۴» انرژی جنبشی این میله، دورانی است و از رابطه مقابل به دست می‌آید: $K = \frac{۱}{۲}I\omega^۲$ برای محاسبه لختی دورانی میله حول نقطه دوران به طریق روبرو عمل می‌کنیم:

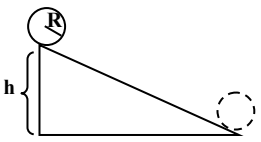
$$I = \int r^۲dm \quad , \quad \rho = \frac{dm}{dx} \Rightarrow dm = \rho dx = \alpha x^۲dx$$

$$I = \int_۰^{\ell} x^۲\alpha x^۲dx = \alpha\int_۰^{L} x^۴dx = \alpha\frac{x^۵}{۵}]_۰^{L} = \frac{\alpha L^۵}{۵} \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}(\frac{\alpha L^۵}{۵})(۱۰)^۲ = ۱۰\alpha L^۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ گزینه «۱» اگر از اصطکاک صرف‌نظر کنیم انرژی مکانیکی در طول این حرکت پایسته می‌ماند. بنابراین داریم:



$$E_i = E_f \Rightarrow Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{cm}^2$$

از طرفی لختی دورانی حلقه نسبت به مرکز جرم آن برابر است با: MR^2.

$$\Rightarrow Mgh = \frac{1}{2}MR^2\omega^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2 \Rightarrow \cancel{M}gh = \cancel{M}R^2\omega^2 \Rightarrow \omega = \frac{1}{R}\sqrt{gh}$$

در نوشتن رابطه بالا از $v_{cm} = R\omega$ استفاده کردیم. اما اندازه حرکت زاویه‌ای برابر است با $I\omega$. پس داریم: $L = I\omega = MR^2 \times (\frac{\sqrt{gh}}{R}) = MR\sqrt{gh}$

۱۹ـ گزینه «۴» سرعت زاویه‌ای استوانه‌ها با هم برابر است (ω). مقدار mgh از انرژی پتانسیل مجموعه کم شده و به انرژی جنبشی مجموعه به همان اندازه اضافه می‌شود (طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

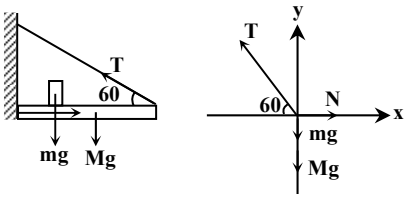
$$K = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = mgh$$

اینرسی دورانی سه استوانه برابر است با:

$$I = \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

$$K = \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}\times(2m)v^2 = \frac{3}{4}mR^2\omega^2 + mR^2\omega^2 = \frac{7}{4}mR^2\omega^2 \;;\; \frac{7}{4}mR^2\omega^2 = mgh \Rightarrow \omega^2 = \frac{4gh}{7R^2} \Rightarrow \omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{gh}{7}}$$

۲۰ـ گزینه «۱» این سیستم در حالت تعادل است. ابتدا نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر میله را رسم می‌کنیم. شخصی که روی میله ایستاده وزن خود را به میله منتقل می‌کند. با توجه به آنکه سه نیروی T، Mg و mg به سه نقطه مختلف وارد می‌گردند، نسبت به یکدیگر گشتاور ایجاد می‌کنند.



$$2mg + 5Mg = (T\sin 60^\circ)\times 10 \Rightarrow 1000 + 1000 = T\frac{\sqrt{3}}{2}\times 10 \Rightarrow T = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231(N)$$

۲۱ـ گزینه «۴» این حلقه هم انرژی جنبشی انتقالی دارد و هم انرژی جنبشی دورانی. طبق قضیه کار ـ انرژی کاری که برای متوقف کردن آن لازم است برابر است با مجموع انرژی‌های جنبشی انتقالی و دورانی حلقه.

$$W = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \;;\; I_{\text{حلقه}} = mR^2 \quad , \quad \omega^2 = \frac{v_{cm}^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}mR^2\frac{v_{cm}^2}{R^2} \Rightarrow W = mv_{cm}^2 = 150\times(0/15)^2 \Rightarrow W = 3/375(J)$$

۲۲ـ گزینه «۳» روش اول: لختی دورانی برای دو ذره به جرم m (حول نقطه O) به شکل روبرو است:

$$I_1 = mL^2 + m(2L)^2 = 5mL^2$$

اکنون باید لختی دورانی دو میله را حول نقطه O به دست آوریم. برای میله‌ای که نزدیک نقطه O قرار دارد داریم:

$$I_2 = \frac{1}{3}ML^2$$

اما برای میله‌ای که نسبت به نقطه O در مکان دورتری قرار دارد، ابتدا باید لختی دورانی را حول مرکز جرم میله به دست آورده و سپس از قضیه محورهای موازی استفاده کنیم.

$$I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2 \Rightarrow I_o = I_{cm} + M(\frac{3}{2}L)^2 \Rightarrow I_o = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{9}{4}ML^2 = \frac{28}{12}ML^2 = \frac{7}{3}ML^2$$

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_o = 5mL^2 + \frac{1}{3}ML^2 + \frac{7}{3}ML^2 \Rightarrow I_{\text{کل}} = 5mL^2 + \frac{8}{3}ML^2$$

روش دوم: لختی دورانی دو ذره به جرم m که در روش قبل محاسبه شده و برابر است با $I_1 = 5mL^2$ برای محاسبه لختی دورانی دو میله به جرم M و طول L می‌توانیم آن‌ها را به عنوان یک میله با جرم 2M و طول 2L در نظر بگیریم. بنابراین با توجه به رابطه مربوط به محاسبه لختی دورانی میله‌ای که حول یک سرش می‌چرخد خواهیم داشت:

$$I_2 = \frac{1}{3}(2M)(2L)^2 = \frac{8}{3}ML^2$$

بنابراین لختی دورانی کل برابر است با:

$$I = I_1 + I_2 = 5mL^2 + \frac{8}{3}ML^2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۳ـ گزینه «۳» برای حل این مسئله از پایستگی تکانه زاویه‌ای قبل و بعد از سقوط موش استفاده می‌کنیم.

$$L_i = I\omega_\circ \quad ; \quad L_f = (I+mR^2)\omega \qquad L_i = L_f \Rightarrow I\omega_\circ = (I+mR^2)\omega \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_\circ} = \frac{I}{I+mR^2}$$

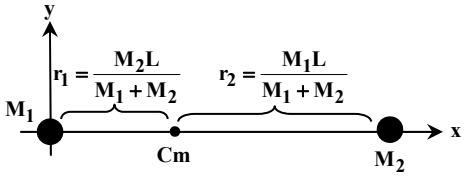
۲۴ـ گزینه «۴» برای حل این مسئله از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم.

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\cancel{m}L^2\omega^2 = \cancel{m}gh \Rightarrow h = \frac{L^2\omega^2}{6g}$$

۲۵ـ گزینه «۲» ابتدا باید مکان مرکز جرم دستگاه را پیدا کنیم. چون میله بدون جرم در نظر گرفته شده پس مرکز جرم نیز ندارد. آنچه می‌ماند مشخص کردن مرکز جرم اجسام M_1 و M_2 است که به طریق زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x_{M_1} = \circ \\ y_{M_1} = \circ \end{cases} \quad \begin{cases} x_{M_2} = L \\ y_{M_2} = \circ \end{cases} \Rightarrow y_{cm} = \circ \quad , \quad x_{cm} = \frac{M_1\cancel{x_1^\circ} + M_2x_2}{M_1+M_2} = \frac{M_2L}{M_1+M_2}$$

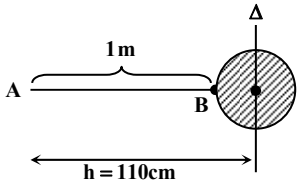
بنابراین فاصله مرکز جرم از مبدأ مختصات (جسم M_1) برابر $\frac{M_2L}{M_1+M_2}$ و فاصله آن از جسم M_2 برابر $L - \frac{M_2L}{M_1+M_2} = \frac{M_1L}{M_1+M_2}$ است. اکنون گشتاور ماند (ممان اینرسی) دستگاه را حول این نقطه به دست می‌آوریم:



$$I_{cm} = M_1r_1^2 + M_2r_2^2 = M_1(\frac{M_2L}{M_1+M_2})^2 + M_2(\frac{M_1L}{M_1+M_2})^2$$

$$= \frac{M_1M_2^2L^2 + M_2M_1^2L^2}{(M_1+M_2)^2} = \frac{M_1M_2(M_2+M_1)L^2}{(M_1+M_2)^2} \Rightarrow I_{cm} = \frac{M_1M_2L^2}{M_1+M_2}$$

۲۶ـ گزینه «۴» گشتاور ماند کره توپر نسبت به محور Δ که از مرکز جرمش می‌گذرد از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5}\times 5\times(\circ/1)^2 = \circ/\circ 2(kgm^2)$$

اما برای محاسبه گشتاور ماند این کره نسبت به محوری که از نقطه A می‌گذرد، از قضیه محورهای موازی به ترتیب زیر استفاده می‌کنیم:

$$I_A = I_{cm} + Mh^2 = \circ/\circ 2 + 5\times(1/1)^2 = 6/\circ 7(kgm^2)$$

همچنین گشتاور ماند میله همگن حول نقطه A به صورت روبرو است:

$$I_{\text{میله}} = \frac{m\ell^2}{3} = \frac{3\times(1)^2}{3} = 1(kgm^2) \qquad I_{\text{کل}} = I_{\text{کره}} + I_{\text{میله}} = 6/\circ 7 + 1 = 7/\circ 7(kgm^2)$$

۲۷ـ گزینه «۲» اگر جسمی حول محوری دلخواه دوران کند و فقط اگر آن محور، محور اصلی دوران جسم باشد می‌توان گفت بردار تکانه زاویه‌ای همواره موازی محور دوران است.

۲۸ـ گزینه «۲» در این مسئله چون هیچ نیروی خارجی به سیستم (قرص + شخص) وارد نمی‌شود، تکانه زاویه‌ای پایسته می‌ماند. بنابراین داریم:

$$L_1 = L_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \quad (I)$$

از طرفی، لختی دورانی (I) در هر حالت عبارت است از مجموعه لختی دورانی قرص نسبت به محور گذرنده از مرکز و لختی دورانی شخص نسبت به مرکز جرم قرص.

$$I_1 = \frac{1}{2}MR^2 + md_1^2 = \frac{1}{2}(1\circ\circ)(1\circ)^2 + (8\circ)(4)^2 = 628\circ(kg.m^2)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}MR^2 + md_2^2 = \frac{1}{2}(1\circ\circ)(1\circ)^2 + (8\circ)(8)^2 = 1\circ 12\circ(kg.m^2)$$

$$\Rightarrow (I): 628\circ\times 5 = 1\circ 12\circ\times\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 3/1(\frac{rad}{s})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۹ـ گزینه «۲» نیروهای وارد بر جسم عبارتند از: نیروی وزن Mg ، نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی F. با رسم این نیروها، از روی شکل پیداست که:

$$tg\theta_{\circ} = \frac{Mg}{F\cos\theta}$$

از طرفی می‌دانیم که کمینه نیروی لازم برای به حرکت درآوردن یک جسم برابر است با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی.

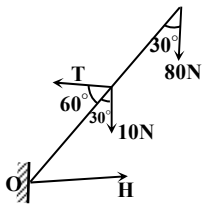
$$F\cos\theta = \mu_s Mg \Rightarrow tg\theta_{\circ} = \frac{Mg}{\mu_s Mg} = \frac{۱}{\mu_s} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \theta_{\circ} = tg^{-۱}(\frac{۱}{۳})$$

۳۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. داده‌های این مسئله کافی نیست و با این داده‌ها حل نمی‌شود. فقط معادلات مربوط به این حرکت را ذکر می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} m_۲g - T_۲ = m_۲a \\ T_۱ - m_۱g = m_۱a \\ (T_۲ - T_۱)R = I\alpha \end{array}\right\} \xrightarrow[\alpha=\frac{a}{R}]{I=\frac{۱}{۲}MR^۲} a = \frac{(m_۲ - m_۱)}{m_۱ + m_۲ + \frac{M}{۲}}$$

در این سؤال اگر M (جرم قرقره)، R (شعاع قرقره) معلوم باشد، پاسخ به دست می‌آید.

۳۱ـ گزینه «۲» در حالت تعادل، برآیند نیروهای وارد بر جسم و نیز گشتاور نیروها، صفر می‌باشند.



$$\sum F_x = \circ \Rightarrow H = T$$

$$\sum \tau = \circ \Rightarrow T\frac{\not L}{۲}\sin ۶\circ^{\circ} = ۱\circ\frac{\not L}{۲}\sin ۳\circ^{\circ} + ۸\circ\not L\sin ۳\circ^{\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۵\times\not{۲} + ۸\circ\times\not{۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}T = ۸۵ \Rightarrow T = \frac{۱۷\circ}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۷\circ}{۱/۷} = ۱\circ\circ N$$

۳۲ـ گزینه «۴» هنگامی‌که میله رها می‌شود، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای مرکز جرم (وسط میله) را در $\theta = \circ$ به دست می‌آوریم.

از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\Delta E_M = \Delta E_k + \Delta V_p = \circ \Rightarrow \frac{۱}{۳}m\ell^۲w^۲ - mg\frac{\ell}{۲}Sin\theta_{\circ} = \circ \quad ; \quad \frac{۱}{۳}m\ell^۲\omega^۲ = \frac{۱}{۲}mg\ell(\frac{۱}{۲}) \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۳}{۲}\frac{g}{\ell}$$

نیروی F_x ، همان نیروی مرکزگرا در موقع رسیدن میله به حالت افقی است.

$$F_x = mr\omega^۲ = m\frac{\ell}{۲}(\frac{۳}{۲}\frac{g}{\ell}) = \frac{۳}{۴}mg$$

نیروی F_y نیز از نیروی مماسی به دست می‌آید.

$$\tau = mg\frac{\ell}{۲} = I\alpha \Rightarrow mg\frac{\ell}{۲} = \frac{۱}{۳}m\ell^۲\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g}{\ell} \qquad a_c = \frac{\ell}{۲}\alpha = \frac{\ell}{۲}\frac{۳}{۲}\frac{g}{\ell} = \frac{۳}{۴}g$$

از نظر حرکت انتقالی داریم:

$$mg - F_y = ma_c \Rightarrow mg - F_y = m\frac{۳}{۴}g \Rightarrow F_y = \frac{۱}{۴}mg$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل ششم

«نوسان»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ معادله حرکت نوسانگر هماهنگ یک‌بعدی به شکل $m\frac{dx^2}{dt^2} = -k(x - x_0)$ است، که m جرم جسم و x_0، مکان تعادل آن و $(x - x_0)$ جابجایی آن از مکان تعادل است. این معادله ..... (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) تحت تبدیلات لورنتس ناوردا است.
۲) تحت تبدیلات گالیله ناوردا است.
۳) تحت تبدیلات گالیله و لورنتس ناوردا است.
۴) تحت تبدیلات گالیله و لورنتس ناوردا نیست.

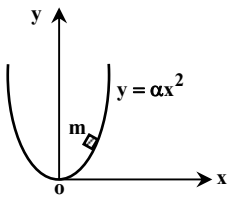
۲ـ یک میله نازک به طول l را می‌توان از هر نقطه آن آویزان و به نوسان کم دامنه در آورد. بزرگ‌ترین بسامد زاویه‌ای ω که این میله می‌تواند داشته باشد تقریباً چند برابر $\sqrt{\frac{g}{l}}$ است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۰)

۱) $\sqrt[4]{\frac{3}{8}}$ ۲) $\sqrt[4]{3}$ ۳) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ۴) ۱

۳ـ آونگی به طول ۲ متر در آسانسوری که با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به طرف بالا حرکت می‌کند قرار دارد. بسامد این آونگ چند هرتز است؟ $(\pi = 3/14, g = 9/8\frac{m}{s^2})$ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۳۹ ۳) ۰/۳۱ ۴) ۰/۳۰

۴ـ جسم کوچکی به جرم m می‌تواند داخل یک کاسه سهمی شکل ساکن بدون اصطکاک مطابق شکل در یک صفحه‌ی قائم نوسان کند. بسامد زاویه‌ای نوسانات کوچک ذره حول نقطه تعادل‌اش چقدر است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $\sqrt{g\alpha}$
۲) $\sqrt{\frac{g\alpha}{2}}$
۳) $\sqrt{2g\alpha}$
۴) $2\sqrt{g\alpha}$

www.modaresanesharif.ac.ir

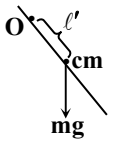
www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل ششم

۱ـ گزینه «۲» انبساط زمان $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{۱-\frac{v^۲}{c^۲}}}$; انقباض طول در مکانیک نسبیتی $\Delta x\sqrt{۱-\frac{v^۲}{c^۲}}$

همان طور که از روابط فوق مشخص است، جملهٔ $(x - x_\circ)$ و در نتیجه کل معادله تحت تبدیلات لورنتس ناوردا نیست. البته این معادله، تحت تبدیلات گالیله ناورداست.

۲ـ گزینه «۲» دیاگرامی مانند شکل مقابل را در نظر می‌گیریم. داریم:



$$I\ddot{O} + mg\ell' \sin\theta = \circ$$

$$I\ddot{O} + mg\ell'\theta = \circ$$

برای نوسانات کوچک داریم:
بسامد نوسان برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg\ell'}{I}}$$

امّا طبق قضیه‌ی محورهای موازی با توجه به اینکه $I_{cm} = \frac{۱}{۱۲}m\ell^۲$ است، داریم:

$$I = m\ell'^۲ + \frac{۱}{۱۲}m\ell^۲$$

لذا:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\sqrt{\frac{\ell'}{\frac{\ell}{۱۲}+\frac{\ell'}{\ell}}}$$

برای یافتن بیشینه $\frac{d\omega}{d\ell'} = \circ$ قرار می‌دهیم، به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{۲\sqrt{\ell'}}\sqrt{\frac{\ell}{۱۲}+\frac{\ell'^۲}{\ell}} - \sqrt{\ell'}\frac{\frac{۲\ell'}{\ell}}{۲\sqrt{\frac{\ell}{۱۲}+\frac{\ell'^۲}{\ell}}} = \circ \Rightarrow \ell' = \frac{\ell}{\sqrt{۱۲}}$$

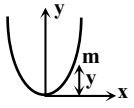
و برای ω داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\sqrt[۴]{۳}$$

۳ـ گزینه «۲» بسامد یک آونگ ساده که روی سطح زمین نوسان می‌کند برابر است با $\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$، که در آن ℓ طول آونگ ساده و g شتاب جاذبه در سطح زمین است. اما برای آونگی که در آسانسور نوسان می‌کند کافی است به جای g قرار دهیم $g \pm a$ که a شتاب آسانسور است. علامت $(+)$ مربوط به زمانی است که آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کند و علامت $(-)$ مربوط به حرکت رو به پایین آسانسور است. پس داریم:

$$\nu = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g+a}{\ell}} = \frac{۱}{۲\times ۳/۱۴}\sqrt{\frac{۹/۸+۲}{۲}} = \frac{۲/۴۳}{۶/۲۸} = \circ/۳۹$$

۴ـ گزینه «۳» این سؤال شبیه به یکی از سؤالات انتهای فصل کتاب مکانیک کلاسیک گلدشتاین می‌باشد. تنها نیروی وارد شده به جرم نیروی وزن است.



انرژی پتانسیل ذره در ارتفاع y $U = mgy \xrightarrow{y=\alpha x^۲} U(x) = mg\alpha x^۲$

همان طور که قبلاً نیز بیان شده است برای یافتن بسامد از روی تابع انرژی پتانسیل، مشتق دوم تابع پتانسیل را به ازای نقطهٔ اکسترمم تابع انرژی پتانسیل یعنی همان نقطه $x_\circ$ که مشتق اول را صفر می‌کند حساب می‌کنیم این همان مقدار k است و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

که:

$$\frac{dU}{dx} = (mg)(۲\alpha x) = \circ \Rightarrow x_\circ = \circ$$

که $x_\circ$ نقطه تعادل پایدار است چون: $\left.\frac{d^۲U}{d^۲x}\right|_{x=\circ} > \circ$.

$$\left.\frac{d^۲U}{d^۲x}\right|_{x=\circ} = ۲\alpha mg = k \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{۲\alpha g}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل هفتم

«نیروهای مرکزی، گرانش و قوانین کپلر»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ سرعت فرار یک ذره در راستای قائم در فاصله‌ی $r(r > R_e)$ از مرکز زمین v_e است و سرعت همان ذره در یک مدار دایره‌ای پایدار حول زمین با همان شعاع r، v_c است. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم رابطه‌ی بین v_e و v_c کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۷)

۱) $v_e = v_c$ ۲) $v_e = \sqrt{۲}v_c$ ۳) $v_e = \frac{۳}{۲}v_c$ ۴) $v_e = ۲v_c$

۲ـ جسمی از روی سطح زمین (به جرم M و شعاع R) با زاویه ۳۰° نسبت به راستای قائم (بر سطح زمین) و با سرعت اولیه $v_\circ = \sqrt{\frac{۵GM}{۴R}}$ پرتاب می‌شود. بیشینه فاصله جسم از سطح زمین چقدر خواهد بود؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید) (فیزیک ـ سراسری ۸۸)

۱) R ۲) $\frac{۳}{۲}R$ ۳) $۲R$ ۴) $\frac{۵}{۲}R$

۳ـ ماهواره‌ای که تلسکوپ فضایی «هابل» را با خود حمل می‌کند، در ارتفاع ۵۹۸ کیلومتری از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. جرم زمین $۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}$ کیلوگرم است و شعاع میانگین آن ۶۳۸۰ کیلومتر است. این ماهواره در هر شبانه‌روز تقریباً چند بار به دور زمین می‌چرخد؟
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

$G = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\ \frac{N.m^۲}{kg^۲}$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۴ـ در چه فاصله‌ای از سطح زمین شتاب گرانش $\frac{۱}{۱۶}$ مقدار آن در سطح کره زمین است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)

۱) $۳R$ ۲) $۴R$ ۳) $۵R$ ۴) $۸R$

۵ـ یک منظومه دو ستاره‌ای شامل دو ستاره با جرم‌های یکسان است. مدار هر یک از دو ستاره، دایره‌ای است به شعاع R و زمان تناوب چرخش ستاره‌ها به دور مرکز جرم خود T است. جرم هر یک از ستاره‌ها کدام است؟ (G ثابت جهانی گرانش است.) (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{۲\pi^۲R^۳}{GT^۲}$ ۲) $\frac{۴\pi^۲R^۳}{GT^۲}$ ۳) $\frac{۸\pi^۲R^۳}{GT^۲}$ ۴) $\frac{۱۶\pi^۲R^۳}{GT^۲}$

۶ـ بنا بر قانون هابل ..... (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) کهکشان‌های نزدیک‌تر، کندتر به ما نزدیک می‌شوند.
۲) کهکشان‌های نزدیک‌تر، سریع‌تر از ما دور می‌شوند.
۳) کهکشان‌های دورتر، سریع‌تر از ما دور می‌شوند.
۴) کهکشان‌های دورتر، کندتر از ما دور می‌شوند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هفتم

۱ـ گزینه «۲» برای حل این مسئله از قانون پایستگی انرژی بهره می‌بریم. در نقطه «فرار» انرژی پتانسیل گرانشی را صفر، فرض می‌کنیم و سرعت فرار را در حالتی در نظر می‌گیریم که ذره در فرار از جو زمین حداقل انرژی جنبشی یعنی صفر را داشته باشد.

$$K+U=0+0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2-\frac{GmM}{r}=0 \Rightarrow v_e=\sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

از طرفی برای یک ذره که حول زمین می‌چرخد دو انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی وجود دارد و یا به عبارتی دو نوع نیرو به آن وارد می‌شود یکی نیروی مرکزگرا و دیگری نیروی گرانشی. پس:

$$F_{\text{کل}}=\frac{mv_c^2}{r}-\frac{GmM}{r^2}=0 \Rightarrow v_c=\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

علت اینکه کل F وارد بر ذره را صفر قرار دادیم این است که فرض می‌کنیم ذره در آن نقطه در تعادل کامل است. در نتیجه مشاهده می‌شود که $v_e=\sqrt{2}v_c$.

۲ـ گزینه «۲» ابتدا انرژی جسم را در مدار می‌یابیم.

$$E=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{GMm}{R}$$

$$v_0=\sqrt{\frac{5GM}{4R}}, E=\frac{m}{2}\left(\frac{5GM}{4R}\right)-\frac{GMm}{R}=\frac{-3}{8}\frac{GMm}{R} \quad ; \quad E<0 \Rightarrow \text{و مدار بیضی است } E=-\frac{K}{2a}\rightarrow a=\frac{4}{3}R$$

برای اینکه بیشترین فاصله را بیابیم از رابطه روبرو استفاده می‌کنیم. $r_{max}=a(1+\varepsilon)$

قبل از آن، خروج از مرکز بیضی را باید بیابیم.

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon=\sqrt{1+\frac{2mEh^2}{(GMm)^2}}\\&h=\frac{L}{m}=\frac{mv_0R\cos\varphi}{m}=\frac{\vec{r}\times\vec{p}}{m}=\frac{mv_0R\cos 60^\circ}{m}=\frac{mv_0R}{2m}=\frac{v_0R}{2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \varepsilon=\frac{7}{8}$$

$$r_{max}=\frac{4}{3}R\left(1+\frac{7}{8}\right)=\frac{5}{2}R \quad ; \quad \text{حداکثر فاصله تا زمین } h'=\frac{5}{2}R-R=\frac{3}{2}R$$

۳ـ گزینه «۴»

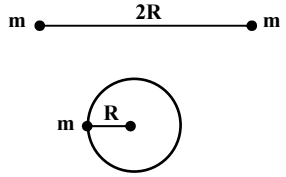
$$\cancel{m}r\omega^2=\frac{G\cancel{m}M}{r^2} \Rightarrow \omega^2=\frac{GM}{r^3} \xrightarrow{T=\frac{2\pi}{\omega}} T^2=\frac{4\pi r^3}{GM} \xrightarrow{r=R+h} T^2=\frac{4\times 3/14(6380+598)^3\times 10^9}{6/67\times 10^{-11}\times 5/98\times 10^{24}} \Rightarrow T=3270\,s$$

تعداد دور در هر شبانه‌روز $n=\frac{t}{T}=\frac{24\times 3600}{3270}\simeq 26$

۴ـ گزینه «۱» بنابر رابطه $g=\frac{GM}{r^2}$، شتاب گرانش با فاصله از سطح زمین نسبت وارون دارد:

$$\frac{g_2}{g_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{16}=\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}=\frac{R}{R+h} \Rightarrow 4R=R+h \Rightarrow h=3R$$

۵ـ گزینه «۴»



$$\left.\begin{aligned}&F=\frac{Gmm}{(2R)^2}=\frac{Gm^2}{4R^2}\\&F=mR\omega^2=mR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{4\pi^2mR}{T^2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{Gm^2}{4R^2}=\frac{4\pi^2mR}{T^2} \Rightarrow m=\frac{16\pi^2R^3}{GT^2}$$

۶ـ گزینه «۳» بنا بر قانون هابل، جهان در حال انبساط است و کهکشان‌های دیگر در حال دور شدن از ما می‌باشند. سرعت فرار کهکشان‌ها از رابطه $v=H_0r$ به دست می‌آید که H_0 ثابت هابل نام دارد و r فاصله کهکشان‌ها از هم است، لذا سرعت فرار کهکشان‌های دورتر بیشتر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

بخش دوم : فیزیک (۲)

فصل هشتم

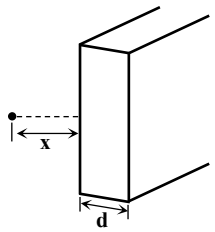
«الکترواستاتیک»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ تیغه‌ی دی‌الکتریک بسیار بزرگی به ضخامت $2d$، بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ و ثابت دی‌الکتریک k را در نظر بگیرید. اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله $\frac{d}{3}$ از صفحه گذرنده از وسط تیغه کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{\rho d}{3k\varepsilon_0}$ ۲) $\frac{k\rho d}{3\varepsilon_0}$ ۳) $\frac{2\rho d}{3k\varepsilon_0}$ ۴) $\frac{2k\rho d}{3\varepsilon_0}$

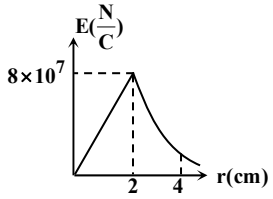
۲ـ تیغه دی‌الکتریک مسطح بسیار بزرگی به ضخامت d، بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ و ثابت دی‌الکتریک k را در نظر بگیرید. اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای خارج از تیغه و به فاصله x از آن کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$ ۲) $\frac{\rho x}{2\varepsilon_0}$

۳) $\frac{\rho}{\varepsilon_0}(\frac{x}{k}+d)$ ۴) $\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(d+2x)$

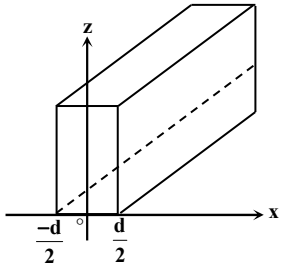
۳ـ نمودار تغییرات میدان الکتریکی (E) با فاصله از مرکز کره (r) در شکل نشان داده شده است. کره دارای بار حجمی است که به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است. مرتبه بزرگی چگالی بار حجمی داخل کره چقدر است؟ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 (\frac{Nm^2}{C^2})$ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) $0/001\frac{C}{m^3}$ ۲) $0/01\frac{C}{m^3}$

۳) $0/1\frac{C}{m^3}$ ۴) $1\frac{C}{m^3}$

۴ـ یک تیغه تخت به ضخامت d دارای چگالی حجمی بار یکنواخت ρ است. بزرگی میدان الکتریکی در تمام نقاط فضای داخل تیغه چقدر است؟ x فاصله یک نقطه داخل تیغه از صفحه گذرنده از وسط ضخامت تیغه می‌باشد. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



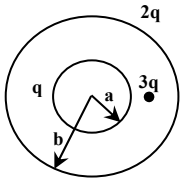
۱) $\frac{2\rho d}{\varepsilon_0}$ ۲) $\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$

۳) $\frac{\rho x}{\varepsilon_0}$ ۴) $\frac{2\rho x}{\varepsilon_0}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ بار الکتریکی q روی کره عایق به شعاع a و بار الکتریکی $2q$ روی کره عایق به شعاع b به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. مرکز دو کره برهم منطبق است. اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار نقطه‌ای $3q$ در محل $a < r < b$ کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)



۱) $\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

۲) $\frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

۳) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{r^2}+\frac{2}{(r-b)^2}\right)$

۴) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{r^2}-\frac{2}{(r-b)^2}\right)$

۶ـ یک کره عایق باردار با چگالی بار الکتریکی یکنواخت را در نظر بگیرید. کدام عبارت در مورد این کره درست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) میدان الکتریکی در مرکز کره و در بی‌نهایت صفر است.

۲) پتانسیل الکتریکی در مرکز کره و در بی‌نهایت صفر است.

۳) اندازه میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی در مرکز کره غیرصفر است.

۴) میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط داخل کره مقداری یکسان و ثابت است.

۷ـ کدام گزینه نادرست است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۶)

۱) راستای میدان الکتریکی در هر نقطه عمود بر سطح هم‌پتانسیل عبور کرده از آن نقطه می‌باشد.

۲) سطوح هم‌پتانسیل الکتریکی یکدیگر را می‌توانند قطع کنند.

۳) کار لازم برای انتقال یک بار الکتریکی روی رویهٔ هم‌پتانسیل الکتریکی صفر است.

۴) در ناحیه‌ای که بار الکتریکی وجود نداشته باشد، پتانسیل الکترواستاتیک نمی‌تواند کمینه یا بیشینه‌ای داشته باشد.

۸ـ در شکل زیر بار $q_1 = 10e$ در مبدأ مختصات و بار $q_2 = -15e$ در نقطه $(x = 10\,nm, y = 0)$ ثابت نگه داشته شده‌اند. به جز نقاط بی‌نهایت دور مکان هندسی نقاطی که پتانسیل آن‌ها صفر است کدام است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۰)

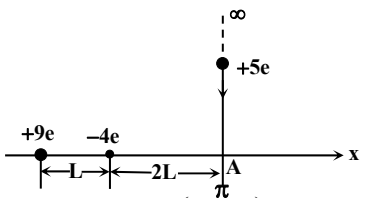
۱) هذلولی‌گونی که مرکز آن در نقطه $(x_c = -8\,nm, y_c = -1\,nm)$ قرار دارد.

۲) بیضی‌گونی که مرکز آن در $(x_c = -8\,nm, y_c = 1\,nm)$ قرار دارد.

۳) کره‌ای به شعاع $8\,nm$ که مرکز آن در نقطه $(x_c = -4\,nm, y_c = 0)$ قرار دارد.

۴) کره‌ای به شعاع $12\,nm$ که مرکز آن در نقطه $(x_c = -8\,nm, y_c = 0)$ قرار دارد.

۹ـ در شکل زیر ذره‌ای با بار الکتریکی $5e+$ از نقطه بی‌نهایت دور به نقطه A روی محور x آورده می‌شود. در این فرآیند، چند ژول کار انجام می‌شود؟ مقدار L برابر $15m$ است. (فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $7/68\times10^{-29}$

۲) $3/84\times10^{-28}$

۳) $5/37\times10^{-28}$

۴) کار انجام شده بستگی به مسیری دارد که بار $(+5e)$ از بی‌نهایت به نقطه A آورده شده است.

۱۰ـ پتانسیل الکتریکی در صفحه $z = 0$ به صورت $V(x,y) = e^{-x}\cos y$ داده شده است. میدان الکتریکی در نقطه $(0, \frac{\pi}{3}, 0)$ کدام است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)

۱) $-\frac{1}{2}\hat{i}-\frac{1}{2}\hat{j}$

۲) $\frac{1}{2}\hat{i}+\frac{1}{2}\hat{j}$

۳) $-\frac{1}{2}\hat{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

۴) $\frac{1}{2}\hat{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

۱۱ـ بار الکتریکی با چگالی بار سطحی $\sigma = 20\varepsilon_0 \frac{C}{m^2}$ بر روی صفحه مسطح عایقی با معادله $x+y+z=1$ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی در مبدأ مختصات کدام است؟ (ε_0 ضریب گذردهی خلأ است.) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

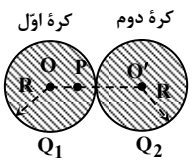
۱) $\sqrt{10}(-\hat{i}-\hat{j}+\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k})$

۲) $\sqrt{10}(\hat{i}+\hat{j}+\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k})$

۳) $\sqrt{10}(2\hat{i}+2\hat{j}+\sqrt{2}\hat{k})$

۴) $\sqrt{10}(-2\hat{i}-2\hat{j}-\sqrt{2}\hat{k})$

۱۲ـ دو کره هر یک به شعاع R حاوی بارهای الکتریکی که در حجم آن‌ها به طور یکنواخت توزیع شده‌اند، مطابق شکل به طور مماس در کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله $\frac{R}{4}$ از مرکز کره اول صفر باشد، مقدار عددی نسبت بار کل کره دوم به بار کل کره اول کدام است؟ (فیزیک ـ دکتری ۹۰)



۱) $\frac{9}{8}$

۲) $\frac{7}{64}$

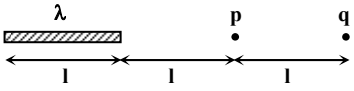
۳) $\frac{49}{64}$

۴) $\frac{49}{4}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

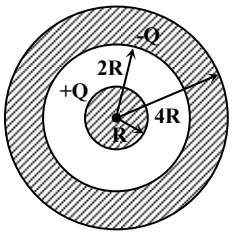
۱۳ـ بار نقطه‌ای $+q$ مطابق شکل، مقابل یک میله باردار به طول l و چگالی خطی یکنواخت $+\lambda$ واقع شده است. نسبت بار میله به بار q چقدر باشد تا شدت میدان الکتریکی در نقطه P صفر گردد؟ (فوتونیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲ ۴) ۴

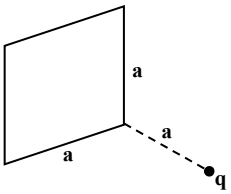
۱۴ـ کره بارداری با بار حجمی یکنواخت Q و شعاع R، درون پوستهٔ کروی بارداری به شعاع داخلی $۲R$ و شعاع خارجی $۴R$، با بار حجمی یکنواخت $-Q$ به طور هم مرکز قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله r از مرکز کره‌ها و در ناحیه $R < r < ۲R$ کدام است؟ (فوتونیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{KQ}{R}$ ۲) $KQ(\frac{۱}{r}-\frac{۱}{۳R})$

۳) $KQ(\frac{۱}{r}-\frac{۹}{۷R})$ ۴) $KQ(\frac{۱}{r}-\frac{۹}{۲۸R})$

۱۵ـ بار نقطه‌ای q به فاصلهٔ قائم a از یک گوشه یک مربع فرضی به ضلع a، قرار دارد. شار الکتریکی گذرنده از سطح مربع کدام است؟ (فوتونیک ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{q}{۴\varepsilon_\circ}$ ۲) $\frac{q}{۶\varepsilon_\circ}$

۳) $\frac{q}{۱۶\varepsilon_\circ}$ ۴) $\frac{q}{۲۴\varepsilon_\circ}$

۱۶ـ یک میله به طول L با چگالی بار طولی $\lambda = \alpha x$ روی محور xها از $x_۱ = \circ$ تا $x_۲ = L$ قرار گرفته است. نیروی وارد از طرف این میله باردار به بار نقطه‌ای $q_\circ$ که روی محور xها در $x = -L$ قرار دارد چقدر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $q_\circ k\alpha[Ln۲ + \frac{۱}{۲}]$ ۲) $q_\circ k\alpha[Ln۲ - \frac{۱}{۲}]$

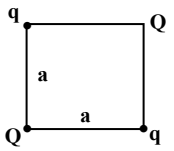
۳) $q_\circ k\alpha[۲ - Ln\frac{۱}{۲}]$ ۴) $q_\circ k\alpha[۲ + Ln\frac{۱}{۲}]$

۱۷ـ میدان الکتریکی درون حجم استوانه بسیار طویلی که چگالی حجمی بار مثبت در درون آن تابع فاصله از محور و به صورت $\rho = \alpha r$ می‌باشد بر حسب r (فاصله از محور استوانه) چقدر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $\frac{\alpha r}{۲\varepsilon_\circ}$ ۲) $\frac{\alpha r^۲}{۳\varepsilon_\circ}$

۳) $\frac{\alpha r}{۳\varepsilon_\circ}$ ۴) $\frac{\alpha r^۲}{۲\varepsilon_\circ}$

۱۸ـ رابطه بین q و Q چگونه باشد تا در شکل مقابل نیروی وارد بر بار Q صفر شود؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)



۱) $Q = +۲\sqrt{۲}q$

۲) $Q = -۲\sqrt{۲}q$

۳) $Q = -\sqrt{۲}q$

۴) $Q = +\sqrt{۲}q$

۱۹ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر بیانگر قانون گوس برای هر سطح بسته است؟ (شار الکتریکی Φ_E) (فیزیک پزشکی ۸۶)

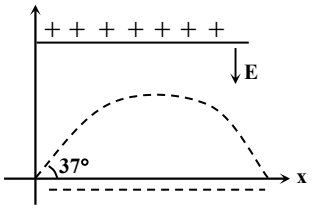
۱) $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$ ۲) $\Phi_E = \frac{\rho}{\varepsilon_\circ}$

۳) $q = \varepsilon_\circ \int Eds$ ۴) $q = \varepsilon_\circ \oint Eds$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ یک پروتون در لحظه $t = ۰$ تحت زاویه ۳۷° نسبت به محور x ها و با سرعت $۴\times۱۰^{۵}\ \frac{m}{s}$ بین صفحات یک خازن (میدان الکتریکی یکنواخت) پرتاب می‌شود. اگر شدت میدان الکتریکی بین صفحات خازن $\vec{E} = -۱۰۰\frac{N}{C}\hat{j}$ باشد پس از چه مدتی پروتون محور x ها را قطع می‌کند؟ $M_p = ۱/۶\times۱۰^{-۲۷}\ kg, \sin ۳۷^\circ = ۰/۶$. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

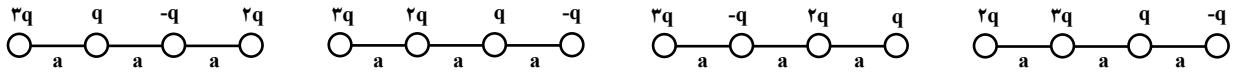


۱) $۹/۶\mu s$
۲) $۱۸/۲\mu s$
۳) $۲۴\mu s$
۴) $۴۸\mu s$

۲۱ـ پتانسیل الکتریکی کره رسانایی به شعاع a که به زمین متصل است و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد به صورت زیر داده شده است. چگالی بار سطحی کره کدام است؟ $\phi(r,\theta) = -E_\circ r(۱-\frac{a^۳}{r^۳})\cos\theta$ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) $\varepsilon_\circ E_\circ \sin\theta$
۲) $۳\varepsilon_\circ E_\circ \cos\theta$
۳) $۳\varepsilon_\circ E_\circ \sin\theta$
۴) $\varepsilon_\circ E_\circ \cos\theta$

۲۲ـ در هر گزینه، چهار بار مختلف به فاصله‌های مساوی a در یک راستا قرار دارند. در کدام یک از آرایش‌ها انرژی پتانسیل بیشتر است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۷)



(۴) (۳) (۲) (۱)

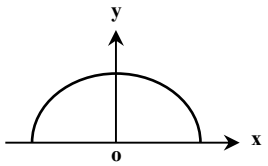
۲۳ـ هزار قطره‌ی آب هم‌شکل و یکسان هر یک با پتانسیل V و به فاصله‌ی خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. پتانسیل قطره‌ی بزرگی که از به هم پیوستن این قطرات کوچک بوجود می‌آید چند ولت است؟ (آب را رسانای کامل و قطره‌ها را کروی فرض کنید). (فیزیک ـ سراسری ۸۷)

۱) ۱
۲) ۱۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۰۰۰

۲۴ـ بار نقطه‌ای Q به فاصله‌ی نزدیک x از یک صفحه‌ی رسانای نامتناهی قرار دارد. انرژی الکترواستاتیکی این سیستم (با صرف‌نظر از خود انرژی) کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۷)

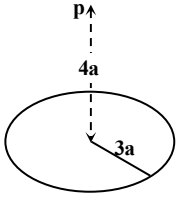
۱) $\frac{Q^۲}{۱۶\pi\varepsilon_\circ x}$
۲) $-\frac{Q^۲}{۸\pi\varepsilon_\circ x}$
۳) $\frac{Q^۲}{۸\pi\varepsilon_\circ x}$
۴) $-\frac{Q^۲}{۱۶\pi\varepsilon_\circ x}$

۲۵ـ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع a در صفحه‌ی xy باری به چگالی خطی $\lambda(x) = ۶x^۲$ (واحد x و λ در دستگاه SI است) توزیع شده است. اندازه‌ی شدت میدان الکتریکی در مبدأ مختصات برابر است با: (فیزیک ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{۲a}{\pi\varepsilon_\circ}$
۲) $\frac{a}{\pi\varepsilon_\circ}$
۳) $\frac{a}{۲\pi\varepsilon_\circ}$
۴) $\frac{\sqrt{۲a}}{\pi\varepsilon_\circ}$

۲۶ـ بار نقطه‌ای $-q$ به جرم m از نقطه p به فاصله $۴a$ از مرکز یک حلقه باردار به شعاع $۳a$ که بار $+۵q$ به صورت یکنواخت در طول آن توزیع شده است، از حالت سکون رها می‌شود. سرعت بار نقطه‌ای هنگام عبور از مرکز حلقه چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) $\frac{q}{\sqrt{۵\pi\varepsilon_\circ am}}$
۲) $\frac{q}{\sqrt{۱۵\pi\varepsilon_\circ am}}$
۳) $\frac{q}{\sqrt{۴\pi\varepsilon_\circ am}}$
۴) $\frac{q}{\sqrt{۳\pi\varepsilon_\circ am}}$

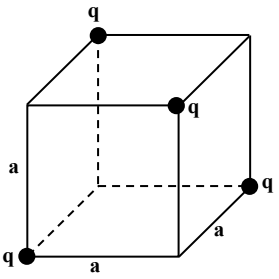
۲۷ـ در یک میدان الکتریکی غیریکنواخت وقتی در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم: (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) فاصله سطوح پتانسیل کاهش می‌یابد.
۲) فاصله سطوح هم پتانسیل افزایش می‌یابد.
۳) فاصله سطوح هم پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۴) فاصله سطوح هم پتانسیل ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۸ـ یک مکعب به ابعاد a حاوی چهار بار نقطه‌ای ثابت یکسان در مکان‌های نشان داده در شکل می‌باشد. کار لازم برای بردن بار $Q_\circ$ از مرکز مکعب به بی‌نهایت کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) $-\frac{Q_\circ q}{\pi\varepsilon_\circ a\sqrt{3}}$

۲) $-\frac{2Q_\circ q}{\pi\varepsilon_\circ a\sqrt{3}}$

۳) $\frac{2Q_\circ q}{\pi\varepsilon_\circ a\sqrt{3}}$

۴) $\frac{Q_\circ q}{\pi\varepsilon_\circ a\sqrt{3}}$

۲۹ـ ذره‌ای با بار $Q+$ در نقطه P ثابت فرض می‌شود. ذره دیگری به جرم m و بار $-q$ با سرعت ثابت برروی دایره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز P حرکت می‌کند. یک عامل خارجی، کار W را روی ذره دوم انجام می‌دهد تا شعاع حرکت را به r_2 برساند. W برابر است با: (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{qQ}{8\pi\varepsilon_\circ}[\frac{3r_1r_2}{r_2-r_1}]$

۲) $\frac{qQ}{8\pi\varepsilon_\circ}[\frac{r_2-r_1}{r_2r_1}]$

۳) $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_\circ}[\frac{r_2}{r_2-r_1}]$

۴) $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_\circ}[\frac{r_2-r_1}{r_1r_2}]$

۳۰ـ در رابطه با یک سطح گوسی بسته کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) وقتی میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح گوسی صفر باشد، باید بار خالص موجود در داخل سطح صفر باشد.

۲) وقتی بار خالص موجود در داخل سطح گوسی صفر باشد الزاماً میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح صفر است.

۳) وقتی شار الکتریکی عبور کرده از یک سطح گوسی صفر باشد، لزوماً میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح صفر است.

۴) در قانون گوس به صورت $\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_\circ}$ بار Q فقط بار خالص آزاد داخل سطح گوسی است.

۳۱ـ کدام گزاره نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) قانون گاوس هم در الکترواستاتیک و هم در گرانش صادق است.

۲) میدان الکتریکی در هر نقطه موازی سطح هم پتانسیل شامل آن نقطه است.

۳) در الکترواستاتیک سطح یک رسانا یک سطح هم پتانسیل است.

۴) میدان الکتریکی دارای انرژی و تکانه خطی است.

۳۲ـ در میدان الکتریکی $\vec{E} = xy\hat{i} + \frac{x^2}{2}\hat{j}$ (برحسب SI) بار نقطه‌ای $q = -10\mu C$ توسط یک نیروی خارجی با تندی ثابت از مبدأ مختصات به نقطه $(1,3,-1)$ انتقال می‌یابد. کار نیروی خارجی در این انتقال چند میکرو ژول است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) ۴۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۵۰ ۴) ۳۰

۳۳ـ در مرکز یک پوستهٔ نازک کروی رسانا به شعاع a که به زمین متصل است، بار نقطه‌ای q قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل کره $r < a$ (r فاصله از مرکز کره) کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ r}$

۲) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ a}$

۳) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ}(\frac{1}{a}-\frac{1}{r})$

۴) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ}(\frac{1}{r}-\frac{1}{a})$

۳۴ـ چهار بار نقطه‌ای $-2q, 2q, q, q$ در چهار گوشه مربعی به ضلع a قرار دارند. پتانسیل الکتریکی در مرکز مربع عبارتست از: (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ a}$

۲) $\frac{\sqrt{2}q}{4\pi\varepsilon_\circ a}$

۳) $\frac{2q}{4\pi\varepsilon_\circ a^2}$

۴) $\frac{2\sqrt{2}q}{4\pi\varepsilon_\circ a}$

۳۵ـ سه بار نقطه‌ای یکسان با بار الکتریکی 12C روی رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع 3cm قرار دارند. چه مقدار کار بر حسب ژول لازم است تا این بارها روی رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع 1/5cm قرار گیرند؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) ۰/۰۰۹ ۲) ۰/۰۱۸ ۳) ۰/۹ ۴) ۱/۸

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۶ـ دو کره فلزی به شعاع‌های a و b ($b > a$) در فاصله دوری از یکدیگر قرار دارند. اگر توسط سیم نازکی به یکدیگر متصل شوند و مجموع بارهای دو کره Q باشد، نسبت میدان الکتریکی روی سطح کره دوم نسبت به میدان الکتریکی روی سطح کره اول $\frac{E_b}{E_a}$ کدام است؟

(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱ ۲) $\frac{a}{b}$ ۳) $\frac{b}{a}$ ۴) $(\frac{a}{b})^2$

۳۷ـ یک دو قطبی الکتریکی در مبدأ مختصات قرار دارد و جهت آن موازی جهت مثبت محور z است. دو قطبی دیگری با فاصله از آن روی محور x قرار دارد. دو قطبی دوم در چه جهتی قرار گیرد تا انرژی پتانسیل مجموعه کمینه شود؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) در جهت منفی z ۲) در جهت مثبت z ۳) در جهت منفی x ۴) در جهت مثبت y

۳۸ـ یک حباب صابون کروی‌شکل و دارای بار الکتریکی را در نظر بگیرید. انرژی کل این حباب، مجموع انرژی سطحی متناسب با مساحت حباب و انرژی الکتروستاتیک است. در حالت تعادل شعاع حباب متناسب با Q^a است که Q بار حباب و a یک ثابت است. a چقدر است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۲

۳۹ـ دو الگوی زیر را برای توصیف حالت مقیّد الکترون و پروتون (یعنی اتم هیدروژن) و محاسبه مقدار انرژی آن در نظر بگیرید: الگوی ۱) الکترون به صورت بار نقطه‌ای $-e$ روی مسیر دایره‌ای به شعاع R به دور پروتون که به صورت بار نقطه‌ای $+e$ در مرکز دایره ساکن است، با تندی ثابتی می‌چرخد. الگوی ۲) الکترون به صورت یک ابر کروی ساکن به شعاع $3R$ و با بار الکتریکی کل $-e$ که به طور یکنواخت در این ابر کروی توزیع شده است و پروتون را به صورت بار نقطه‌ای $+e$ در مرکز خود در برگرفته است. (فیزیک ـ سراسری ۹۰)

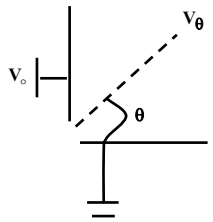
۱) هر دو الگو از نظر مقدار انرژی حالت مقیّد یکسان بوده و مقدار انرژی $\frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_\circ R}$ را نتیجه می‌دهند.

۲) این دو الگو به ترتیب دو مقدار مختلف $\frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_\circ R}$ و $\frac{-3e^2}{10\pi\varepsilon_\circ R}$ را برای حالت مقیّد نتیجه می‌دهند.

۳) هر دو الگو از نظر مقدار انرژی حالت مقیّد یکسان بوده و مقدار انرژی $\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_\circ R}$ را نتیجه می‌دهند.

۴) این دو الگو به ترتیب دو مقدار مختلف $\frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_\circ R}$ و $\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_\circ R}$ را برای حالت مقیّد نتیجه می‌دهند.

۴۰ـ دو سطح رسانا با ابعاد بزرگ عمود بر هم که در گوشه قائم از هم به فاصله‌ی خیلی کم جدا شده‌اند، یکی در پتانسیل صفر و دیگری در پتانسیل $V_\circ$ نگه داشته شده‌اند. پتانسیل سطحی که زاویه θ با سطح افقی دارد، کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)



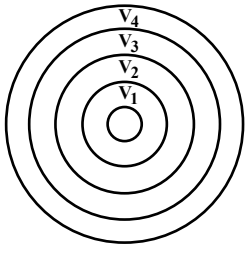
۱) $V_\circ \cos(\theta)$

۲) $\frac{V_\circ}{\pi}$

۳) $V_\circ \sin(\theta)$

۴) $\frac{2V_\circ}{\pi}$

۴۱ـ سطوح هم‌پتانسیل شکل زیر را در نظر بگیرید. پتانسیل از مرکز به سمت خارج، رو به کاهش است. اگر یک الکترون و یک پروتون را روی یکی از سطوح هم‌پتانسیل مثلاً V_1 قرار دهیم، راجع به حرکت بارها چه می‌توان گفت؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



۱) الکترون به سمت پتانسیل بالاتر و پروتون به سمت پتانسیل کمتر می‌رود.

۲) الکترون به سمت پتانسیل پایین‌تر و پروتون به سمت سطح پتانسیل بیشتر می‌رود.

۳) هر دو بار حرکتی نمی‌کنند.

۴) هر دو بار به سمت سطح پتانسیل کمتر حرکت می‌کنند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۲ـ یک لوله پلاستیکی توپر استوانه‌ای شکل بسیار طویل به شعاع R دارای بار الکتریکی با توزیع حجمی یکنواخت و به مقدار λ کولن در هر متر ارتفاع لوله می‌باشد. محور تقارن این لوله را محور z نامیده و فاصله هر نقطه از این محور را با r نشان می‌دهیم. بردار میدان الکتریکی $\vec{E}(r)$ برای نقاط درون استوانه (یعنی $0 \le r \le R$) کدام است؟

(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) $(\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0})\frac{\vec{r}}{R^2}$

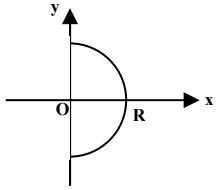
۲) $(\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0})\frac{\hat{e}_\varphi}{R}$

۳) $(\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0})\frac{2\vec{r}}{R^2}$

۴) $(\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0})\frac{2\vec{r}}{rR^2}$

۴۳ـ بر روی یک میله شیشه‌ای به شکل نیم‌دایره بار الکتریکی با چگالی طولی $\lambda = \lambda_0 \cos\theta$ توزیع شده است که λ_0 مقداری ثابت و θ زاویه بردار مکان یک نقطه از میله نسبت به محور x است. اگر R شعاع نیم‌دایره باشد، اندازه میدان الکتریکی در مرکز نیم‌دایره که منطبق بر مبدأ مختصات است کدام است؟ (Q بار کل روی نیم‌دایره است.)

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

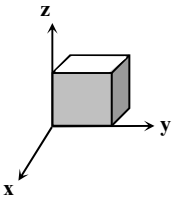
۲) $(\frac{\pi}{4})(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2})$

۳) $\frac{Q}{16\varepsilon_0 R^2}$

۴) $(\frac{\pi+1}{4})(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2})$

۴۴ـ در شکل زیر یک سطح گاوسی بسته به شکل مکعب به ابعاد $5m$ در خلأ نشان داده شده است. میدان الکتریکی در یک نقطه دلخواه از فضا با مختصات دکارتی (x,y,z) به شکل $\vec{E}(x,y,z) = (4x-3)\hat{i} + 2z\hat{j} + 3\hat{k}$ است (واحدها بر حسب سیستم واحد SI است). بار الکتریکی خالص داخل این سطح گاوسی تقریباً چند نانوکولن است؟ $\varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}\ \frac{F}{m}$

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) ۱۲/۶

۲) ۹/۹۵

۳) ۱۱/۳

۴) ۱/۱

۴۵ـ در شکل زیر بار $q_1 = 10e$ در مبدأ مختصات و بار $q_2 = -15e$ در نقطه $(x = 10nm, y = 0)$ ثابت نگه داشته شده‌اند. به جز نقاط بی‌نهایت دور مکان هندسی نقاطی که پتانسیل آن‌ها صفر است کدام است؟

(فیزیک ـ دکتری ۹۰)

۱) هذلولی‌گونی که مرکز آن در نقطه $(x_c = -8nm, y_c = -1nm)$ قرار دارد.

۲) بیضی‌گونی که مرکز آن در $(x_c = -8nm, y_c = 1nm)$ قرار دارد.

۳) کره‌ای به شعاع $8nm$ که مرکز آن در نقطه $(x_c = -4nm, y_c = 0)$ قرار دارد.

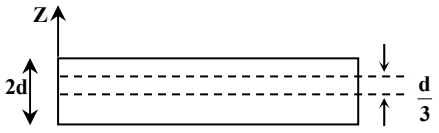
۴) کره‌ای به شعاع $12nm$ که مرکز آن در نقطه $(x_c = -8nm, y_c = 0)$ قرار دارد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل هشتم

۱ـ گزینه «۱» اگر تیغهٔ دی‌الکتریک را همانند بی‌نهایت صفحهٔ باردار دی‌الکتریک در نظر بگیریم، با انتگرال‌گیری می‌توانیم میدان را در نقطهٔ مورد نظر حساب کنیم:



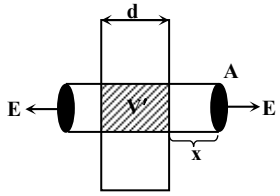
$$E = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$$

E_1 میدان حاصل از صفحات پایین‌تر از نقطهٔ مورد نظر و E_2 میدان حاصل از نقاط بالای آن می‌باشد. با توجه به آنکه میدان حاصل از یک صفحهٔ دی‌الکتریک باردار برابر $\frac{\sigma}{2k\varepsilon_0}$ می‌باشد و از آنجا که رابطهٔ $\sigma = \rho dz$ بین چگالی بار سطحی و حجمی صادق است، می‌توانیم میدان مورد نظر را بیابیم.

$$E = \int_{z=0}^{\frac{4d}{3}} \frac{\rho dz}{2k\varepsilon_0} - \int_{\frac{4d}{3}}^{2d} \frac{\rho dz}{2k\varepsilon_0} = \frac{\rho}{2k\varepsilon_0}\left(\frac{4d}{3} - 0 - 2d + \frac{4d}{3}\right) = \frac{\rho d}{3k\varepsilon_0}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ گزینه «۱»



$$\varepsilon_0 \oint E.ds = q_{in} = \rho V' \Rightarrow \varepsilon_0(2EA) = \rho V' \Rightarrow \varepsilon_0(2EA) = \rho\pi r^2 d$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$

همان طور که در جواب نمایان است، جواب این مسئله مستقل از x است.

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ «۳» با توجه به قانون گوس میدان الکتریکی حاصل از یک کره با توزیع بار حجمی یکنواخت از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} & r < a \quad \text{داخل کره} \\ & a = \quad \text{شعاع کره} \\ \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2} & r > a \quad \text{خارج کره} \end{cases}$$

با توجه به نمودار در داخل کره و در $r = a$ میدان برابر $8\times10^7 \frac{N}{C}$ می‌باشد در نتیجه:

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \Rightarrow 8\times10^7 = \frac{\rho\times2\times10^{-2}}{3\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = \frac{12\varepsilon_0\times10^7}{10^{-2}} = 12\varepsilon_0\times10^9$$

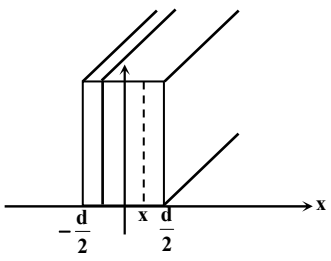
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi\times10^9} \Rightarrow \rho = \frac{12\times\cancel{10^9}}{36\pi\times\cancel{10^9}} = 0/1\frac{c}{m^3}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۳» تیغه را مانند بی‌نهایت صفحهٔ به هم چسبیده در نظر می‌گیریم و از آنجا که میدان حاصل از یک صفحه در تمام فضا یکنواخت و برابر $\frac{\rho_S}{2\varepsilon_0}$ می‌باشد به راحتی میدان کلی را از طریق انتگرال‌گیری محاسبه می‌کنیم. توجه شود که $\rho_S = \rho dx$ می‌باشد.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$$

E_1: میدان صفحاتی که در سمت چپ نقطهٔ x هستند. E_2: میدان صفحاتی که در سمت راست نقطهٔ x هستند.



$$E = \int_{x=-\frac{d}{2}}^{x} \frac{\rho}{2\varepsilon_0} dx - \int_{x}^{\frac{d}{2}} \frac{\rho}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left([x]_{-\frac{d}{2}}^{x} - [x]_{x}^{\frac{d}{2}}\right)$$

$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(x + \frac{d}{2} - \frac{d}{2} + x\right) = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ گزینه «۱» میدان موجود در بین دو کره از طریق قانون گوس قابل محاسبه است و با داشتن میدان نیرو به راحتی به دست می‌آید. پس داریم:

$$E=\frac{q}{\varepsilon_\circ\times 4\pi r^2}\ ,\ F=EQ=\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}\times 3q=\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}$$

۶ـ گزینه «۱» میدان الکتریکی داخل و خارج یک کره عایق به صورت زیر است:

$$E_{in}=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_\circ R^3}\rightarrow E(\circ)=\circ\quad ;\quad E_{out}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}\rightarrow E(\infty)=\circ$$

۷ـ گزینه «۲» اگر سطوح هم پتانسیل یکدیگر را قطع کنند با توجه به اینکه راستای میدان الکتریکی در هر نقطه بر هر کدام از سطوح هم پتانسیل عمود است در محل تقاطع میدان برایند دارای مؤلفه‌ای خواهد بود که نتیجه آن حرکت بارها روی سطح می‌شود که با تعریف سطح هم پتانسیل در تناقض خواهد بود.

۸ـ گزینه «۴» اگر مختصات بار q_2 را با $(x_\circ,\circ)$ نمایش دهیم، آن‌گاه:

$$V_1=\frac{q}{6\pi\varepsilon_\circ\sqrt{x^2+y^2}}\qquad V_2=-4\frac{|q_2|}{6\pi\varepsilon_\circ\sqrt{(x-x_\circ)^2+y^2}}$$

مکان هندسی $V_1+V_2=\circ$ برابر است با:

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_\circ}=\frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{(x-x_\circ)^2+y^2}}$$

با ساده‌سازی و مربع کردن این رابطه می‌توان نوشت:

$$x^2(1-(\frac{q_2}{q_1})^2)-2xx_\circ+x_\circ^2+(1-(\frac{q_2}{q_1})^2)y^2=\circ$$

با مربع کامل کردن رابطه خواهیم داشت:

$$(x-\frac{x_\circ}{1-(\frac{q_2}{q_1})^2})+y^2=x_\circ^2\frac{(\frac{q_2}{q_1})^2}{((\frac{q_2}{q_1})^2-1)^2}$$

لذا مکان هندسی برابر با کره‌ای بر مرکز $y_c=\circ$ و $x_c=\frac{x_\circ}{1-(\frac{q_2}{q_1})^2}=-8(nm)$ و شعاع $r=x_\circ\frac{\frac{|q_2|}{q_1}}{(\frac{q_2}{q_1})^2-1}=12(nm)$ خواهد بود.

۹ـ گزینه «۱» کار انجام شده، برابر با اختلاف انرژی است که در حالت نهایی سیستم ذخیره شده است، با انرژی اولیه‌ی سیستم یعنی انرژی بر هم‌کنش بار $5e$ با بار $9e$ و $-4e$. بنابراین:

$$\Delta E=\frac{9e\times 5e}{4\pi\varepsilon_\circ(3L)}-\frac{5e\times 4e}{4\pi\varepsilon_\circ(2L)}=\frac{5e^2}{4\pi\varepsilon_\circ L}\simeq 7/68\times 10^{-29}\ (j)$$

۱۰ـ گزینه «۴»

$$\vec{E}=-\vec{\nabla}V=-\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i}-\frac{\partial V}{\partial y}\hat{j}=(e^x\cos y)\hat{i}+(e^x\sin y)\hat{j}\quad ;\quad \vec{E}(\circ,\frac{\pi}{3})=(e^\circ\cos\frac{\pi}{3})\hat{i}+(e^\circ\sin\frac{\pi}{3})\hat{j}=\frac{1}{2}\hat{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$$

۱۱ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» میدان یک صفحهٔ دارای بار سطحی σ، همواره در راستای عمود بر صفحه است و دارای اندازه $\frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}$ می‌باشد.

در نتیجه، گزینه‌ای صحیح است که هر دو مشخصه را داشته باشد.

$$|E|=\frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}=\frac{2\circ\varepsilon_\circ}{2\varepsilon_\circ}=1\circ$$

و در مورد راستای میدان نیز داریم:

$$\hat{n}\ \text{نرمال}=\frac{\vec{\nabla}f}{|\vec{\nabla}f|}=\frac{\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{i}+\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{j}+\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{k}$$

که در هیچ‌کدام از گزینه‌ها مشاهده نمی‌شود!

$$E=1\circ\times(\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{i}+\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{j}+\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{k})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ گزینه «۳» میدان حاصل از کره‌ی اول در نقطه‌ی P برابر است با:

$$\int \vec{E}_1.\overrightarrow{da} = \frac{Q_1}{\varepsilon_\circ}\frac{\frac{4}{3}\pi(\frac{R}{4})^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = E_1(4\pi(\frac{R}{4})^2 \Rightarrow E_1 = \frac{Q_1}{16\pi\varepsilon_\circ R^2}$$

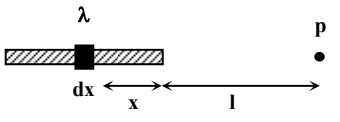
برای کره‌ی دوم، P خارج از کره است لذا:

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_\circ(\frac{7R}{4})^2} = \frac{4Q_2}{49\pi\varepsilon_\circ R^2}$$

با تقسیم دو رابطه بر هم و استفاده از $E_1 = E_2$ خواهیم داشت:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{49}{64}$$

۱۳ـ گزینه «۳»



$$dE_1 = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_\circ(L+x)^2} \quad ; \quad E_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_\circ^L \frac{dx}{(L+x)^2} = \frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_\circ L}$$

$$E_p = \circ \Rightarrow \frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_\circ L} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L^2} \Rightarrow \frac{\lambda L}{q} = 2$$

۱۴ـ گزینه «۴» طبق قانون گاوس داریم:

$$r > 4R \Rightarrow E_1 = \circ \quad ; \quad 2R < r < 4R \Rightarrow \varepsilon_\circ \oiint \vec{E}_2.d\vec{s} = Q - \frac{Q(r^3 - 8R^3)}{56R^3}$$

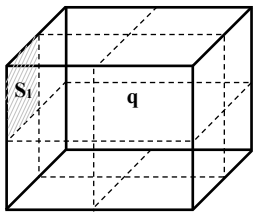
$$E_2 = \frac{KQ}{r^2} - \frac{KQr}{56R^3} + \frac{KQ}{7r^2} \qquad (k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}) \quad ; \quad R < r < 2R \Rightarrow \varepsilon_\circ \oiint \vec{E}_3.d\vec{s} = Q \Rightarrow E_3 = \frac{KQ}{r^2}$$

$$V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r \vec{E}.d\vec{r} = -\int_\infty^{4R} \vec{E}_1.d\vec{r} - \int_{4R}^{2R} \vec{E}_2.d\vec{r} - \int_{2R}^r \vec{E}_3.d\vec{r}$$

با محاسبه انتگرال‌های فوق داریم:

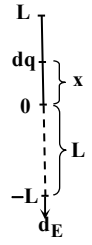
$$\Rightarrow V(r) - \circ = \frac{KQ}{r} - \frac{9KQ}{28R} \Rightarrow V(r) = KQ(\frac{1}{r} - \frac{9}{28R})$$

۱۵ـ گزینه «۴» اگر ۲۳ مربع فرضی مشابه را به گونه‌ای در کنار مربع داده شده قرار دهیم که تشکیل یک مکعب دهند و بار q در مرکز این مکعب باشد طبق قانون گاوس شار کل خارج شونده از سطح مکعب برابر $\frac{q}{\varepsilon_\circ}$ می‌باشد و به دلیل تقارن شار خارج شونده از هر مربع برابر $\frac{q}{24\varepsilon_\circ}$ خواهد بود.



$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_\circ} \Rightarrow 24\iint \vec{E}.dS_1 = \frac{q}{\varepsilon_\circ} \Rightarrow \iint \vec{E}.dS_1 = \frac{q}{24\varepsilon_\circ}$$

۱۶ـ گزینه «۲» کافیست میدان حاصل از میله را در محل بار محاسبه کنیم:



$$E = \int_{x=\circ}^L \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{\lambda dl}{(L+x)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_{x=\circ}^L \frac{\alpha x dx}{(L+x)^2} \xrightarrow[L+x=P]{\text{تغییر متغیر}} \frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_{P=L}^{2L}\frac{(P-L)dP}{P^2}$$

$$\frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_{P=L}^{2L}(\frac{1}{P} - \frac{L}{P^2})dP = \frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_\circ}(\ln P + \frac{L}{P}]_{P=L}^{2L} = \frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_\circ}(\ln 2L + \frac{1}{2} - \ln L - 1) = \frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_\circ}(\ln 2 - \frac{1}{2}) = k\alpha(Ln2 - \frac{1}{2})$$

۱۷ گزینه «۲» بنابر قانون گوس می‌توانیم میدان را به راحتی محاسبه نماییم.

$$\int E.ds = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

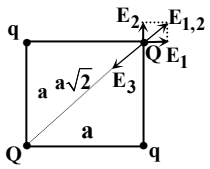
مقدار بار محصور در استوانه گوسی مفروض به شعاع r برابر است با:

$$q = \int \rho.dv = \int_{r=\circ}^r \int_{\varphi=\circ}^{2\pi}\int_{z=\circ}^L \alpha r.rd\varphi dr dz = \alpha\int_{r=\circ}^r r^2 dr\int_{\varphi=\circ}^{2\pi} d\varphi\int_{z=\circ}^L dz = \alpha\frac{r^3}{3}\times 2\pi\times L = \frac{2\pi\alpha L}{3}r^3 \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_\circ S} = \frac{\frac{2\pi\alpha L r^3}{3}}{\varepsilon_\circ\times 2\pi r L} = \frac{\alpha r^2}{3\varepsilon_\circ}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ گزینه «۲» برای آن‌که نیرویی بر Q وارد نشود کافی است میدان در نقطه مورد نظر صفر باشد، پس:



$$E_۱ = E_۲ = \frac{kq}{a^۲} \Rightarrow E_{۱,۲} = ۲E_۱ \cos ۴۵^\circ = \frac{۲kq}{a^۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\sqrt{۲}kq}{a^۲}$$

$$E_۳ = \frac{kQ}{(a\sqrt{۲})^۲} = \frac{kQ}{۲a^۲}$$

$$E_{۱,۲} = E_۳ \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}kq}{a^۲} = \frac{kQ}{۲a^۲} \Rightarrow Q = ۲\sqrt{۲}q$$

البته با توجه به جهت میدان مشخص شده در شکل برای آن‌که میدان صفر باشد باید علامت بار Q مخالف بار q باشد.

۱۹ـ گزینه «۱» مطابق قانون گوس $\varphi_E = \oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$ می‌باشد و گزینه (۱) صحیح است. توجه شود که عبارت داخل انتگرال روی سطح بسته گوسی، ضرب داخلی $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ می‌باشد و به همین علت گزینه (۴) درست است.

۲۰ـ گزینه «۴» این مسئله دقیقاً مانند یک مسئله پرتابه است، با این تفاوت که به جای نیروی وزن نیروی الکتروستاتیکی باعث ایجاد شتاب منفی می‌گردد. برای محاسبه زمان برخورد کافیست معادله حرکت را در راستای عمودی محاسبه کنیم و زمان را از آنجا به دست آوریم:

$$F = Eq = ۱۰۰ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \quad ; \quad F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{۱۰۰ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷}} = ۱۰^{۱۰}\ \frac{m}{s^۲}$$

در معادله حرکت داریم:
$$y = -\frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + y_\circ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۱۰}\ t^۲ + ۴ \times ۱۰^۵ \times ۰/۶t$$

از حل معادله حرکت خواهیم داشت:
$$y = ۰ \Rightarrow ۰ = t(-\frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۱۰}\ t + ۲/۴ \times ۱۰^۵) \Rightarrow t = ۰ \ , \ \frac{۲/۴ \times ۱۰^۵}{۰/۵ \times ۱۰^{۱۰}} = ۴۸\mu s$$

دقت شود $t = ۰$ لحظه شروع حرکت را نشان می‌دهد که قابل قبول نیست و جواب همان $۴۸\mu s$ می‌باشد.

۲۱ـ گزینه «۲» برای محاسبهٔ چگالی بار سطحی باید میدان را محاسبه نماییم و از آنجا که چگالی بار سطحی برابر مؤلفه‌ی عمود بر سطح میدان می‌باشد می‌توانیم چگالی بار را محاسبه کنیم؛ یعنی داریم: $\rho_S = \varepsilon E_n$ و (میدان در راستای عمودی) $E = -\nabla V$

$$E = -\left[\frac{\partial v}{\partial r}\hat{r} + \frac{۱}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{۱}{r\sin\theta}\frac{\partial v}{\partial \varphi}\hat{\varphi}\right]$$

از آنجا که راستای عمود بر مسیر همان راستای $\hat{r}$ است، نیازی به محاسبه بقیه جملات گرادیان نیست.

$$E_n = -\left[\frac{\partial v}{\partial r}\hat{r}\right] = -\frac{\partial}{\partial r}(-E_\circ r(۱ - \frac{a^۳}{r^۳})\cos\theta) = E_\circ(۱ + \frac{۲a^۳}{r^۳})\cos\theta\Big|_{r=a} = E_\circ(۱+۲)\cos\theta = ۳E_\circ\cos\theta$$

$$\Rightarrow \rho_S = \varepsilon_\circ \times ۳E_\circ\cos\theta = ۳\varepsilon_\circ E_\circ\cos\theta$$

۲۲ـ گزینه «۱» با استفاده از رابطه‌ی $w = \frac{۱}{۲}\sum V_i q_i$ خواهیم دید که انرژی در وضعیت ۱ بیشتر است. با استفاده از مفهوم آنتروپی نیز به همین نتیجه خواهیم رسید. پتانسیل کمیتی اسکالر است که از جمع جبری پیروی می‌کند کافی است بارهای غیر همنام در کمترین فاصله از هم قرار بگیرند.

۲۳ـ گزینه «۳» بار کل قطره‌ها ثابت می‌ماند و لذا:
$$۱۰۰۰(۴\pi\varepsilon_\circ r) = (۴\pi\varepsilon_\circ R)V$$

از طرفی حجم کلی قطرها نیز یکسان است. بنابراین:
$$\frac{۴}{۳}\pi R^۳ = (۱۰۰۰)(\frac{۴}{۳}\pi r^۳) \Rightarrow R = ۱۰r$$

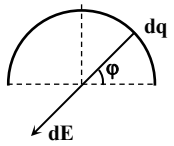
با جایگذاری مقدار فوق در رابطه قبل خواهیم داشت:
$$۱۰۰۰r = RV \Rightarrow V = ۱۰۰$$

۲۴ـ گزینه «۴»
$$w = -\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{۴\pi\varepsilon_\circ(۲x)} = \frac{-Q}{۱۶\pi\varepsilon_\circ x}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ گزینه «۲»



$$d\vec{E}=\frac{dq}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}}=\frac{\lambda a d\vec{\varphi}}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}}\ \Rightarrow d\vec{E}=\frac{۶x^{۲}ad\vec{\varphi}}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}}$$

به علت تقارن، شدت میدان الکتریکی نهایی در جهت $-\hat{y}$ خواهد بود:

$$dE_y=dE\sin\varphi=\frac{۶(a\cos\varphi)^{۲}ad\varphi}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a}\sin\varphi\quad;\quad E_y=\int dE_y=\int_{\circ}^{\pi}\frac{۶a}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}\cos^{۲}\varphi\sin\varphi d\varphi=\frac{a}{\pi\varepsilon_{\circ}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۶ـ گزینه «۴» در ابتدا نیروی وارد شده به بار در لحظهٔ رها شدن را با توجه به رابطهٔ $F=qE$ محاسبه می‌نماییم.
میدان حاصل از یک حلقه بر روی محور آن و به فاصله h از آن از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$E=\frac{zq}{۴\pi\varepsilon_{\circ}(z^{۲}+R^{۲})^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{۴a\times۵q}{۴\pi(۱۶a^{۲}+۹a^{۲})^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{q}{۲۵\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}}$$

اگر حرکت را با شتاب ثابت فرض کنیم مقدار این شتاب، a'، از رابطه زیر قابل محاسبه است (برای پرهیز از اشتباه احتمالی، شتاب با a' نشان داده شده است):

$$F=ma'\ \Rightarrow\ Eq=ma'\ \Rightarrow\ \frac{q^{۲}}{۲۵\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}}=ma'\Rightarrow a'_{\text{شتاب}}=\frac{q^{۲}}{۲۵\pi\varepsilon_{\circ}ma^{۲}}$$

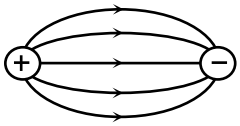
حال مدت زمان سقوط را محاسبه می‌کنیم:

$$X=\frac{۱}{۲}a't^{۲}\ \Rightarrow\ t=\sqrt{\frac{۲X}{a'}}=\sqrt{\frac{۲\times۴a}{\frac{q^{۲}}{۲۵\pi\varepsilon_{\circ}ma^{۲}}}}=\frac{۱۰a\sqrt{۲ma\pi\varepsilon_{\circ}}}{q}$$

$$v=a't\ \Rightarrow\ v=\frac{q^{۲}}{۲۵\pi\varepsilon_{\circ}ma^{۲}}\times\frac{۱۰a\sqrt{۲ma\pi\varepsilon_{\circ}}}{q}=\frac{۱۰\sqrt{۲}q}{۲۵\sqrt{\pi\varepsilon_{\circ}ma}}=\frac{۲\sqrt{۲}q}{۵\sqrt{\pi\varepsilon_{\circ}ma}}\simeq\frac{q}{\sqrt{۳\pi\varepsilon_{\circ}am}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۷ـ گزینه «۳» وقتی در میدان الکتریکی غیریکنواخت در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم، تا زمانی که از بار مثبت دور می‌شویم فاصله سطوح هم‌پتانسیل افزایش می‌یابد ولی با نزدیک شدن به بارهای منفی و پس از صفر شدن پتانسیل، مجدداً فاصله سطوح کم می‌گردد.



◆ ◆ ◆ ◆

۲۸ـ گزینه «۲» کار لازم جهت این جابجایی با تغییر انرژی پتانسیل سیستم برابر می‌باشد پس تنها کافیست این تغییر انرژی را محاسبه کنیم:

$$\Delta U=W=\circ-(QV_{۱}+QV_{۲}+QV_{۳}+QV_{۴})$$

دقت شود بعد از رفتن بار Q به بینهایت انرژی آن برابر صفر می‌شود چرا که پتانسیل در بینهایت صفر است. چون Q در مرکز مکعب است پس پتانسیل هر چهار بار q را یکسان حس می‌کند در نتیجه: $r=$ فاصله از مرکز مکعب تا رئوسش $=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$

$$V_{۱}=V_{۲}=V_{۳}=V_{۴}=\frac{q}{۴\pi\varepsilon_{\circ}r}\quad;\quad\Delta U=W=-Q(V_{۱}+V_{۲}+V_{۳}+V_{۴})=-۴QV=-۴Q\times\frac{q}{۴\pi\varepsilon_{\circ}\frac{\sqrt{۳}}{۲}a}=\frac{-۲Q_{\circ}q}{\sqrt{۳}a\pi\varepsilon_{\circ}}$$

به این دلیل مقدار کار منفی به دست آمد که بار به صورت خودبه‌خودی از این نقطه تا بی‌نهایت حرکت می‌کرد و هیچ صرف انرژی برای این جابجایی لازم نبود.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۹ـ گزینه «۴» مقدار کار عامل خارجی با انرژی پتانسیل ذخیره شده در این جابجایی برابر است، پس کافیست در هردو حالت انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم.

$$W=u_{۲}-u_{۱}\quad;\quad W=-q\frac{Q}{۴\pi\varepsilon_{\circ}r_{۱}}-(-q)\frac{Q}{۴\pi\varepsilon_{\circ}r_{۲}}=\frac{-qQ}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}(\frac{۱}{r_{۱}}-\frac{۱}{r_{۲}})=\frac{-qQ}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}\frac{r_{۲}-r_{۱}}{r_{۱}r_{۲}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۰ـ گزینه «۱» بر طبق قانون گوس صفر بودن میدان بر روی تمامی نقاط یک سطح بسته لزوماً به این نتیجه منجر می‌شود که هیچ بار خالصی در داخل آن موجود نیست. دقت شود عکس این گزاره صحیح نیست چرا که تنها با دانستن بار بخشی از فضا نمی‌توانیم میدان را در کل فضا محاسبه کنیم یعنی ممکن است مقداری بار نیز در خارج سطح بسته وجود داشته باشد که باعث غیرصفر شدن میدان بر روی سطح بسته شود، پس گزینه ۲ به همین دلیل غلط است. گزینه ۳ نیز با توجه به آن که اطلاعاتی از جنس سطح نداریم در حالت کلی غلط می‌باشد چرا که اگر سطح غیر هادی باشد چنین نتیجه‌ای نمی‌توان گرفت. در مورد گزینهٔ چهارم نیز اشکال در آزاد بودن بار Q است چرا که در مورد قانون گوس کل بار مورد بررسی قرار می‌گیرد اعم از آنکه بار آزاد باشد و یا مقید.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱ـ گزینه «۲» در مورد یک سطح هم پتانسیل می‌دانیم همواره میدان الکتریکی بر آن عمود است و نه موازی، پس گزینه ۲ نادرست است.

◆ ◆ ◆ ◆

۳۲ـ گزینه «۴» چون تندی بار متحرک ثابت است، طبق قضیه کار و انرژی، کار کل انجام شده روی ذره صفر است. چون به ذره دو نیرو وارد می‌شود (نیروی خارجی و نیروی حاصل از میدان الکتریکی) بنابراین باید اندازه کار انجام شده توسط این دو نیرو با هم برابر باشند تا کار کل صفر شود (علامت کارهای انجام شده متفاوت است). بنابراین برای محاسبه کار نیروی خارجی کافی است کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی ذره را به دست آوریم.

$$W_E = q\int E.ds = q\{\int E_x dx + \int E_y dy + \int E_z dz\}$$

با توجه به صورت سؤال $E_x = xy$، $E_y = \frac{x^2}{2}$ و $E_z = 0$.

حدود انتگرال نیز باید با توجه به نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر مشخص شوند. چون ذره از مبدأ $(0,0,0)$ تا نقطه $(1,3,-1)$ جابه‌جا شده است در نهایت داریم:

$$W_E = -10\times\{\int_0^1 xy\,dx + \int_0^3 \frac{x^2}{2}dy\} = -10\times\{\frac{x^2}{2}y\Big|_0^1 + \frac{x^2}{2}y\Big|_0^3\} = -10\times\{\frac{y}{2}+\frac{3x^2}{2}\}$$

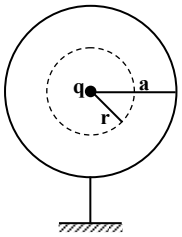
در نقطه نهایی مسیر $x=1$ و $y=3$ است. پس داریم:

$$W_E = -10\times\{\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\} = -30\,\mu j$$

$$W_E + W_{\text{خارجی}} = 0 \Rightarrow W_{\text{خارجی}} = +30\,\mu j$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۳ـ گزینه «۴» برای حل این مسئله از روش بارهای تصویری استفاده می‌کنیم. از آنجا که کره رسانا به زمین متصل است، پس پتانسیل روی سطح کره برابر صفر است. روش بارهای تصویری به این ترتیب عمل می‌کند که یک بار فرضی را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که مجموع پتانسیل حاصل از این بار و پتانسیل حاصل از بار نقطه‌ای که در مرکز کره قرار دارد، بر روی سطح کره برابر صفر شود.



اگر بار فرضی q' را دقیقاً قرینهٔ q انتخاب کنیم $(q' = -q)$ و این بار فرضی روی سطح کره قرار داشته باشد، پتانسیل‌های ناشی از q و q' روی سطح کره یکدیگر را خنثی می‌کنند و پتانسیل سطح کره برابر صفر خواهد شد. اکنون کافی است پتانسیل ناشی از بار q و بار تصویری q' را روی کره‌ای به شعاع r محاسبه کنیم.

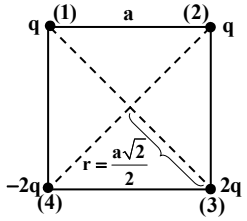
$$\varphi_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (1) \qquad ; \qquad \varphi_{q'} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a} \quad (2)$$

برای محاسبهٔ $\varphi_{q'}$ از این فرض ساده استفاده کردیم که بار موجود روی سطح کره را می‌توانیم به صورت نقطه‌ای در مرکز کره تصور کنیم و برای محاسبهٔ پتانسیل روی کره به شعاع r، از پتانسیل بار نقطه‌ای (رابطهٔ ۲) استفاده کنیم. اکنون برای محاسبهٔ پتانسیل کل، کافی است روابط (۱) و (۲) را با یکدیگر جمع کنیم.

$$\varphi_T = \varphi_q + \varphi_{q'} \quad ; \quad \varphi_T = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{a})$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۴ـ گزینه «۴»



$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{\pi\varepsilon_0 \frac{\sqrt{2}}{1}a} = \frac{q}{\sqrt{2}a\pi\varepsilon_0}$$

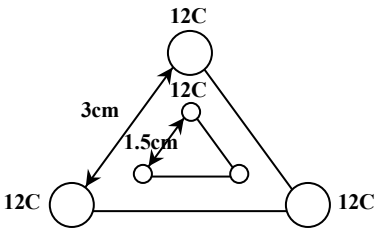
اگر پاسخ نهایی را ابتدا گویا کنیم و سپس صورت و مخرج کسر را در ۲ ضرب کنیم به گزینه (۴) می‌رسیم.

$$\frac{q}{\sqrt{2}a\pi\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{2}q}{2a\pi\varepsilon_0} = \frac{2\sqrt{2}q}{4a\pi\varepsilon_0}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۵ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. کار لازم جهت این جابجایی برابر تغییر انرژی پتانسیل کل سیستم می‌باشد، پس انرژی را در ۲ حالت محاسبه می‌کنیم.

حالت اول:



$$u_1 = q_2 v_1 + q_3 v_1 + q_3 v_2$$

$$u_1 = 12\times\frac{12}{4\pi\varepsilon_0\times 3\times 10^{-2}} + 12\times\frac{12}{4\pi\varepsilon_0\times 3\times 10^{-2}} + 12\times\frac{12}{4\pi\varepsilon_0\times 3\times 10^{-2}}$$

$$u_1 = \frac{3\times 12\times 12}{4\pi\varepsilon_0\times 3\times 10^{-2}} = \frac{14400}{4\pi\varepsilon_0}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

حالت دوم:

$$u_۲ = ۱۲\times\frac{۱۲}{۴\pi\varepsilon_۰\times۱۰۵\times۱۰^{-۲}}+۱۲\times\frac{۱۲}{۴\pi\varepsilon_۰\times۱۰۵\times۱۰^{-۲}}+۱۲\times\frac{۱۲}{۴\pi\varepsilon_۰\times۵\times۱۰^{-۲}}=\frac{۳\times۱۲\times۱۲}{۴\pi\varepsilon_۰\times۱۰۵\times۱۰^{-۲}} \quad ; \quad u_۲=\frac{۱۴۴۰۰}{۲\pi\varepsilon_۰}$$

$$W = u_۲ - u_۱ = \frac{۱۴۴۰۰}{۲\pi\varepsilon_۰}-\frac{۱۴۴۰۰}{۴\pi\varepsilon_۰}=\frac{۱۴۴۰۰}{۴\pi\varepsilon_۰}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۶ـ گزینه «۲» با توجه به آنکه هر دو کره فلزی هستند و با سیم به یکدیگر متصل شده‌اند، پس $V_a = V_b$ خواهد بود. بنابراین داریم:

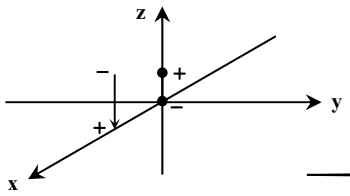
$$V_a = V_b \Rightarrow \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q_a}{a}=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q_b}{b} \text{ یا } \frac{Q_a}{Q_b}=\frac{a}{b}$$

حال، در مورد میدان‌ها داریم:

$$\frac{E_b}{E_a}=\frac{\frac{Q_b}{۴\pi\varepsilon_۰ b^۲}}{\frac{Q_a}{۴\pi\varepsilon_۰ a^۲}}=\frac{Q_b a^۲}{Q_a b^۲}=\frac{b}{a}\times\frac{a^۲}{b^۲}=\frac{a}{b}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۷ـ گزینه «۲» دو قطبی دوم باید به گونه‌ای قرار گیرد کـه پتانسـیل کمینـه شـود. پتانسیل کمیتی اسکالر است؛ پس به مقدار و فاصـله بسـتگی دارد و تـابع علامـت بـار است. در نتیجه کافی است بارهای ناهمنام در کمترین فاصله نسبت به هم قرار گیرند.



◆ ◆ ◆ ◆

۳۸ـ گزینه «۱» انرژی الکترواستاتیکی حباب صابون $U_۱=\frac{Q^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R}$ و انرژی ناشی از کشش سطح حباب متناسب با مساحت آن است.

$U_۲ = \sigma_۰\varepsilon\pi R^۲$ که $\sigma_۰$ ثابت است.

$$\text{کل} = U_۱ + U_۲ = \frac{Q^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R}+\sigma_۰ ۴\pi R^۲$$

در حالت تعادل، $\frac{\partial u}{\partial R}=۰$ است. بنابراین:

$$\frac{\partial u}{\partial R}=\frac{-Q^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R^۲}+۸\pi\sigma_۰ R = ۰ \Rightarrow R^۳=\frac{Q^۲}{۶۴\pi^۲\sigma_۰\varepsilon_۰} \quad ; \quad R\alpha Q^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow \alpha=\frac{۲}{۳}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۹ـ گزینه «۱» الگوی (۱) در واقع همان ساختار اتم است. می‌دانیم که برای حرکت بار منفی در یک مدار دایروی حول یک هسته مثبت، همواره انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل است. از این رو، انرژی مکانیکی کل به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{انرژی مکانیکی} \Rightarrow E = K + U = \frac{-e^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R} \qquad \text{انرژی جنبشی} K=\frac{۱}{۲}|u|=\frac{e^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R} \qquad \text{انرژی پتانسیل} K=\frac{-e^۲}{۴\pi\varepsilon_۰ R}$$

می‌بینیم که انرژی مکانیکی کل همواره منفی خواهد بود، و از این رو یک حالت مقید داریم. بنابراین انرژی حالت مقید برای الگوی (۱) برابر است با:

$$\frac{-e^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R}$$

با توجه به جواب‌های تست، خودبخود گزینه (۳) حذف خواهد شد! الگوی (۲) نیز در واقع توصیف دیگری از ساختار اتم است.

حال می‌خواهیم انرژی حالت مقید را برای این الگو محاسبه کنیم:

در این حالت، کل انرژی مکانیکی به صورت انرژی پتانسیل است.

$$E = U = \int\frac{edq}{۴\pi\varepsilon_۰ r} \qquad ①$$

در رابطه بالا، dq المان بار در ابر الکترونی می‌باشد.

$$dq = \rho\, dV$$

المان حجم ↘ ↙ چگالی حجمی بار

می‌دانیم که بار کل ابر الکترونی $-e$ و حجم آن $\frac{۴}{۳}\pi(۳R)^۳$ می‌باشد.

$$\rho=\frac{-e}{\frac{۴}{۳}\pi(۳R)^۳}=\frac{-e}{۳۶\pi R^۳} \Rightarrow dq=\rho dv=(\frac{-e}{۳۶\pi R^۳})\times(۴\pi r^۲ dr)=\frac{-e}{۹R^۲}r^۲dr$$

حال این عبارت را در رابطه ① جایگذاری می‌کنیم:

$$\rightarrow U=\frac{e}{۴\pi\varepsilon_۰}\times\frac{-e}{۹R^۳}\int_۰^{۳R}\frac{r^۲}{r}dr=\frac{-e^۲}{۳۶\pi\varepsilon_۰ R^۳}\times\frac{۱}{۲}(۳R)^۲=\frac{-e^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R}$$

ملاحظه می‌کنیم که در این حالت مقید، انرژی مفید برابر $\frac{-e^۲}{۸\pi\varepsilon_۰ R}=$ می‌باشد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۰ـ گزینه «۳» با توجه به شکل پتانسیل باید با θ مرتبط باشد، بنابراین پاسخ یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ است. حال با توجه به شرایط مرزی مشخص می‌کنیم که پاسخ صحیح کدام است. برای $\theta = ۰$ پتانسیل ۰ و برای $\theta = \frac{\pi}{۲}$ پتانسیل $V_۰$ است که فقط با گزینه ۳ همخوانی دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۱ـ گزینه «۱» جهت حرکت ذره باردار در میدان همواره به گونه‌ای است که انرژی پتانسیل آن کاهش یابد، یعنی باید $\Delta U < ۰$ شود.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

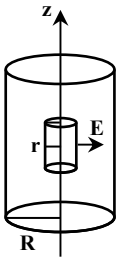
پروتون $\begin{cases} q > ۰ \\ \Delta U < ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta V < ۰$

الکترون $\begin{cases} q < ۰ \\ \Delta U < ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta V > ۰$

یعنی پروتون به سمت پتانسیل کمتر و الکترون به سمت پتانسیل بیشتر حرکت می‌کند.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۲ـ گزینه «۳» شاری که از دو سطح بالا و پایین استوانه کوچک فرضی می‌گذرد، مساوی و در جهت مخالف هم هستند، لذا:



$$\lambda = \frac{q}{\ell} = \frac{\rho v}{\ell} = \rho(\pi R^۲ \ell) \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\pi R^۲} \quad (۱)$$

قانون گاوس: $\varepsilon_۰ \int E.ds = q_{in} \Rightarrow \varepsilon_۰ E(۲\pi r\ell) = \rho(\pi r^۲ \ell)$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho r}{۲\varepsilon_۰} \xrightarrow{(۱)} E = \frac{\lambda}{\pi R^۲} \times \frac{r}{۲\varepsilon_۰} = (\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_۰})\frac{۲r}{R^۲}$$

از روی تقارن شکل مشخص است که بردار E باید در راستای $\vec{r}$ باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۳ـ گزینه «۳» برای میدان الکتریکی داریم: $\vec{r} = ۰$ و $\vec{r}' = R\hat{\rho}'$ (در مختصات کروی).

$$\vec{E} = \int \frac{\lambda d\ell(\vec{r} - \vec{r}')}{۴\pi\varepsilon_۰(\vec{r} - \vec{r}')^۳} = \frac{\lambda_۰}{۴\pi\varepsilon_۰} \int \frac{R d\theta' \cos\theta'(-R\hat{\rho}')}{R^۳} \quad ; \quad \vec{E} = -\frac{\lambda_۰}{۴\pi\varepsilon_۰ R} \int_{-\frac{\pi}{۲}}^{\frac{\pi}{۲}} d\theta' \cos\theta'(\cos\theta'\hat{i} + \sin\theta'\hat{j}) = -\frac{\lambda_۰}{۸\varepsilon_۰ R}\hat{i}$$

برای بار کل داریم:

$$Q = \int \lambda d\ell = R\lambda_۰ \int_{-\frac{\pi}{۲}}^{\frac{\pi}{۲}} d\theta' \cos\theta' = ۲R\lambda_۰ \quad ; \quad \vec{E} = -\frac{Q}{۱۶\varepsilon_۰ R^۲}\hat{i}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۴ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. طبق قانون گاوس و قضیه‌ی دیورژانس می‌توان نوشت:

$$q = \varepsilon_۰ \oint \overline{da}.\vec{E} = \varepsilon_۰ \int d\tau \vec{\nabla}.\vec{E} = \varepsilon_۰ \int d\tau(۴ + ۰ + ۰) \cong ۸/۸ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۴ \times ۵^۳ \Rightarrow q = ۴/۴(nc)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۵ـ گزینه «۴» اگر مختصات بار $q_۲$ را با $(x_۰, ۰)$ نمایش دهیم، آن‌گاه:

$$V_۱ = \frac{q}{۶\pi\varepsilon_۰\sqrt{x^۲ + y^۲}} \qquad V_۲ = -۴\frac{|q_۲|}{۶\pi\varepsilon_۰\sqrt{(x - x_۰)^۲ + y^۲}}$$

مکان هندسی $V_۱ + V_۲ = ۰$ برابر است با:

$$\frac{q_۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = \frac{|q_۲|}{۴\pi\varepsilon_۰} \frac{\sqrt{x^۲ + y^۲}}{\sqrt{(x - x_۰)^۲ + y^۲}}$$

با ساده‌سازی و مربع کردن این رابطه می‌توان نوشت:

$$x^۲(۱ - (\frac{q_۲}{q_۱})^۲) - ۲xx_۰ + x_۰^۲ + (۱ - (\frac{q_۲}{q_۱})^۲)y^۲ = ۰$$

با مربع کامل کردن رابطه خواهیم داشت:

$$(x - \frac{x_۰}{۱ - (\frac{q_۲}{q_۱})^۲}) + y^۲ = x_۰^۲ \frac{(\frac{q_۲}{q_۱})^۲}{((\frac{q_۲}{q_۱})^۲ - ۱)^۲}$$

لذا مکان هندسی برابر با کره‌ای بر مرکز $y_c = ۰$ و $x_c = \frac{x_۰}{۱ - (\frac{q_۲}{q_۱})^۲} = -۸(nm)$ و شعاع $r = x_۰ \frac{\frac{|q_۲|}{q_۱}}{(\frac{q_۲}{q_۱})^۲ - ۱} = ۱۲(nm)$ خواهد بود.

www.modaresanesharif.ac.ir

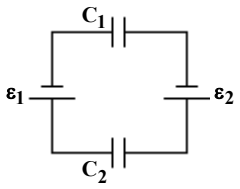
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل نهم

«خازن، جریان و مقاومت»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل نهم

۱ـ در حال تعادل مقدار بار موجود بر روی صفحات هر یک از خازن‌های مدار زیر کدام است؟ $(\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱)$ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



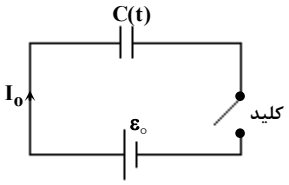
۱) $q_۲ = c_۲(\varepsilon_۱ + \varepsilon_۲)\ ,\ q_۱ = c_۱(\varepsilon_۲ + \varepsilon_۱)$

۲) $q_۱ = q_۲ = (\varepsilon_۱ + \varepsilon_۲)(\frac{۱}{c_۱} + \frac{۱}{c_۲})$

۳) $q_۲ = c_۲(\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲)\ ,\ q_۱ = c_۱(\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱)$

۴) $q_۱ = q_۲ = (\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱)(\frac{۱}{c_۱} + \frac{۱}{c_۲})$

۲ـ یک خازن با ظرفیت متغیر $C(t)$ در یک مدار بسیار ساده طبق شکل، به یک باطری با نیروی محرکه ثابت $\varepsilon_\circ$ متصل می‌گردد و در نتیجه جریان ثابت در مدار به مقدار $I_\circ$ برقرار می‌گردد. چه رابطه‌ای بین توان انرژی الکتریکی که باطری به مدار می‌فرستد و توان انرژی الکتریکی ذخیره‌شده درون خازن وجود دارد؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



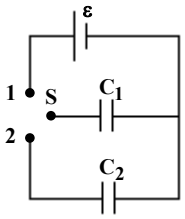
۱) همان طور که می‌دانیم، تمام توان انرژی الکتریکی باطری درون خازن ذخیره می‌گردد.

۲) نصف توان انرژی الکتریکی باطری در خازن ذخیره می‌شود و نصف دیگر آن صرف کار روی عامل خارجی تغییرات ظرفیت خازن می‌گردد.

۳) فقط یک سوم توان انرژی الکتریکی باطری درون خازن ذخیره می‌گردد و بقیه آن صرف اتلاف در سیستم‌های اتصال قرار می‌گیرد.

۴) فقط یک سوم توان انرژی الکتریکی باطری درون خازن ذخیره می‌گردد و دو سوم بقیه آن صرف کار روی عامل خارجی تغییرات ظرفیت خازن می‌گردد.

۳ـ خازن با ظرفیت $C_۱$ را با باطری با نیروی محرکه $\varepsilon_\circ$ کاملاً پر می‌کنیم (کلید $S_۱$ بسته است.) سپس کلید $S_۱$ را باز و به حالت کلید $S_۲$ می‌بندیم تا خازن خالی $C_۲$ به طور موازی در کنار خازن کاملاً پر $C_۱$ قرار گرفته و پر شود. در اثر تحول بالا آیا انرژی (الکتریکی) بین دو خان مزبور به هدر می‌رود و یا خیر (و در کجا)؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) آری، انرژی الکتریکی به اندازه $\frac{۱}{۲}\frac{C_۱C_۲}{C_۱+C_۲}\varepsilon_\circ^۲$ در سیم‌های رابط بین دو خازن هدر می‌رود.

۲) آری، انرژی الکتریکی به اندازه $\frac{۱}{۲}\frac{C_۱^۲}{C_۱+C_۲}\varepsilon_\circ^۲$ در خازن اول هدر می‌رود.

۳) آری، انرژی الکتریکی به اندازه $\frac{۱}{۲}\frac{C_۲^۲}{C_۱+C_۲}\varepsilon_\circ^۲$ در خازن دوم هدر می‌رود.

۴) به علت اصل بقای انرژی هیچ انرژی الکتریکی بین دو خازن به هدر نمی‌رود.

۴ـ چگالی جریان الکتریکی در درون یک میله رسانای استوانه‌ای، موازی محور استوانه و مقدار آن به صورت $J = \frac{۲I_\circ}{\pi a^۲}[۱-(\frac{r}{a})^۲]$ تابع فاصله از محور استوانه (r) می‌باشد. اگر a شعاع استوانه باشد جریان کل عبوری از این رسانا برابر است با: (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $I_\circ$ ۲) $۲I_\circ$ ۳) $۳I_\circ$ ۴) $۴I_\circ$

۵ـ یک خازن تخت که مساحت هر یک از جوشن‌های آن $۱cm^۲$ و ظرفیت آن $۱\mu F$ است را با یک باتری ۲ ولتی شارژ می‌کنیم. نیروی جاذبه بین دو جوشن چند نیوتن است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) $۴/۵۸\times۱۰^۴$ ۲) $۲/۲۹\times۱۰^۴$ ۳) ۴۵۲۰ ۴) ۲۲۶۰

۶ـ در مدل اتمی بور الکترونی یک مدار خاص را ۷×۱۰^{۱۵} بار در ثانیه طی می‌کند. شدت جریان الکتریکی در این مدار در حدود چند میلی‌آمپر است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۷۰

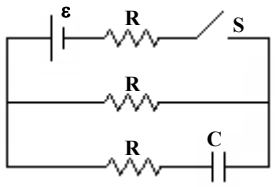
www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک خازن استوانه‌ای به طول L و به شعاع‌های داخلی a و خارجی $2a$ کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln 3$ ۲) $\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln 3$ ۳) $\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln 2$ ۴) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln 2$

۸ـ در مدار الکتریکی شکل زیر در ابتدا خازن C کاملاً خالی است. در لحظه $t=0$ کلید S بسته می‌شود. در همین لحظه $t=0$ چه شدت جریانی از باطری می‌گذرد؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) صفر ۲) $\frac{1}{3}\frac{\varepsilon}{R}$

۳) $\frac{\varepsilon}{2R}$ ۴) $\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{R}$

۹ـ میدان الکتریکی در داخل یک خازن که فاصله دو صفحه آن d است: (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۷)

۱) متناسب با d است. ۲) متناسب با $\frac{1}{d}$ است. ۳) ثابت است. ۴) متناسب با $\frac{1}{d^2}$ است.

۱۰ـ جریانی به شدت یک آمپر از سیمی می‌گذرد. در هر ثانیه از هر نقطه سیم چند الکترون با بار کولن رد می‌شود؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۷)

۱) $9/6\times10^{19}$ ۲) 6×10^{18} ۳) $4/8\times10^{19}$ ۴) 3×10^{18}

۱۱ـ مولدی با نیروی محرکه ε و مقاومت داخلی r به دو سر یک مقاومت R بسته شده است. به ازای کدام گزینه زیر، توان گرمایی در مقاومت R بیشینه است؟ این توان با چه رابطه‌ای محاسبه می‌شود؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $R=2r$ و $p=\frac{\varepsilon^2}{r}$ ۲) $R=r$ و $p=\frac{2\varepsilon^2}{r}$ ۳) $R=r$ و $p=\frac{\varepsilon^2}{r}$ ۴) $R=\frac{r}{2}$ و $p=\frac{2\varepsilon^2}{r}$

۱۲ـ یک قطعه مکعب مستطیل شکل مسی به ضخامت $\frac{d}{4}$ و مساحت قاعده A را داخل یک خازن تخت با مساحت A و فاصله صفحات d قرار می‌دهیم، به طوری که در وسط صفحات و موازی با آن‌ها قرار گیرد. اگر به جای این قطعه مس یک قطعه دی الکتریکی با ثابت دی الکتریک $K=2$ قرار داده شود، ظرفیت این خازن نسبت به خازن با قطعه مسی چند برابر می‌شود؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{7}{6}$ ۲) $\frac{6}{7}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۳ـ طول سیم A دو برابر طول سیم B و قطر مقطع سیم A نصف قطر مقطع سیم B و جنس هر دو سیم یکی است. اگر R_A و R_B مقاومت‌های الکتریکی دو سیم در دمای یکسان باشد، نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ کدام‌یک از عددهای زیر است؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)

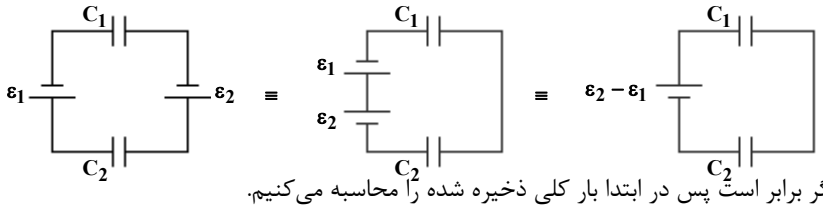
۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل نهم

۱ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» با توجه به سری بودن تمام عناصر داریم:



در دو خازن سری مقدار بارها با یکدیگر برابر است پس در ابتدا بار کلی ذخیره شده را محاسبه می‌کنیم.

$$q_{\text{کل}} = C_{\text{کل}} \times V_{\text{کل}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \times (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \Rightarrow q_1 = q_2 = q_{\text{کل}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \times (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$$

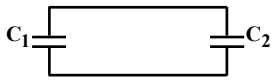
◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ گزینه «۲»

$$C = \frac{Q}{\varepsilon_\circ} = \frac{I_\circ t}{\varepsilon_\circ} \Rightarrow \frac{C}{t} = \frac{I_\circ}{\varepsilon_\circ} \qquad \text{خازن } P = \frac{U}{t} = \frac{1}{2}\frac{C\varepsilon_\circ^2}{t} = \frac{1}{2} I_\circ \varepsilon_\circ = \frac{1}{2} P_{\text{مولد}}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۱» بار اولیهٔ $q_\circ = C_1 \varepsilon_\circ$ میان دو خازن که به طور موازی بسته شده‌اند، تقسیم می‌شود:



$$q_\circ = q_1 + q_2 \Rightarrow C_1 \varepsilon_\circ = C_1 V + C_2 V \Rightarrow V = \frac{C_1 \varepsilon_\circ}{C_1 + C_2}$$

انرژی ذخیره شده در خازن قبل از بستن کلید: $u_i = \frac{1}{2} c_1 \varepsilon_\circ^2$

انرژی ترکیب دو خازن پس از بستن کلید: $U_f = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{C_1 \varepsilon_\circ}{C_1 + C_2}\right)^2 = \frac{1}{2} C_1 \varepsilon_\circ^2 \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)$

$$\Delta U = U_i - U_f = \frac{1}{2} C_1 \varepsilon_\circ^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)\varepsilon_\circ^2$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۱» مقدار جریان از رابطه زیر قابل محاسبه است که در آن S سطحی است که بر راستای عبور جریان عمود است.

$$I = \iint \vec{J}.d\vec{s} = \int_{r=\circ}^{a} \int_{\varphi=\circ}^{2\pi} \frac{2I_\circ}{\pi a^2}\left(1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) r\, d\varphi\, dr = \frac{2I_\circ}{\pi a^2} \int_{r=\circ}^{a} \left(r - \frac{r^3}{a^2}\right) dr \int_{\varphi=\circ}^{2\pi} d\varphi$$

$$I = \frac{2I_\circ}{\pi a^2}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4a^2}\right]_\circ^a \times (\varphi]_\circ^{2\pi} = \frac{2I_\circ}{\pi a^2}\left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}\right) \times 2\pi = I_\circ$$

◆ ◆ ◆ ◆

۵ـ گزینه «۴» نیروی وارد شده بین دو صفحه موازی رسانا از فرمول زیر قابل محاسبه است که در آن V اختلاف پتانسیل بین صفحات، A سطح مقطع آن‌ها و d فاصله دو صفحه می‌باشد.

$$\begin{cases} F = \dfrac{\varepsilon_\circ A V^2}{2d^2} \\ C = \varepsilon_\circ \dfrac{A}{d} = 1\mu F \Rightarrow d = \dfrac{\varepsilon_\circ \times 1 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-6}} = 100\varepsilon_\circ \end{cases} ; \quad F = \frac{\varepsilon_\circ \times 1 \times 10^{-4} \times 4}{2 \times 10^4 \times \varepsilon_\circ^2} = \frac{2 \times 10^{-8}}{\varepsilon_\circ} = 8\pi \times 10^{-8} \times 9 \times 10^9 = 720\pi = 2260\,(\text{N})$$

◆ ◆ ◆ ◆

۶ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه بار و جریان داریم:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{7 \times 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19}}{1} = 1/12 \times 10^{-3}\ \text{A} = 1/12\text{mA} \simeq 1\text{mA}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

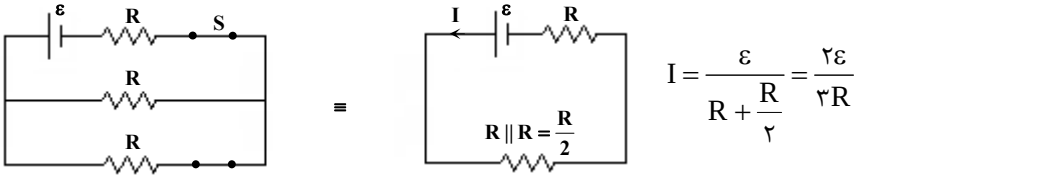
www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ گزینه «۴» از رابطه $u=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ می‌توانیم انرژی ذخیره شده در خازن استوانه‌ای را محاسبه کنیم. ظرفیت یک خازن استوانه‌ای به طول x و با شعاع داخلی $a<r<b$:

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_\circ x}{\ln\frac{b}{a}} \quad ; \quad u=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{q^2}{\frac{2\pi\varepsilon_\circ x}{\ln\frac{b}{a}}}=\frac{1}{2}\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{2\pi\varepsilon_\circ x}=\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{4\pi\varepsilon_\circ x}=\frac{q^2\ln\frac{2a}{a}}{4\pi\varepsilon_\circ L}=\frac{q^2\ln 2}{4\pi\varepsilon_\circ L}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۸ـ گزینه «۴» در $t=\circ$ چون خازن دشارژ کامل است همانند سیم اتصال کوتاه عمل می‌کند. پس مدار در $t=\circ$ به شکل مقابل می‌باشد.



$$I=\frac{\varepsilon}{R+\frac{R}{2}}=\frac{2\varepsilon}{3R}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۹ـ گزینه «۲» در یک خازن مسطح که فاصله صفحات آن d می‌باشد و ولتاژ دو سر آن V ولت است میدان از رابطه $E=\frac{V}{d}$ قابل محاسبه می‌باشد پس میدان با $\frac{1}{d}$ رابطه دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۰ـ گزینه «۲» جریان با مقدار بار عبوری از سطح مقطع سیم در واحد زمان برابر است یعنی $I=\frac{Q}{t}$ پس داریم:

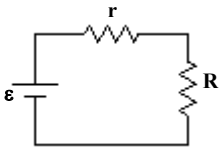
$$I=\frac{Q}{t}\Rightarrow Q=It\Rightarrow Q=1(A)\times 1(s)=1C$$

حال که بار را محاسبه کردیم تعداد الکترون‌های عبوری قابل محاسبه است:

$$n=\frac{Q}{q}=\frac{1c}{1/6\times 10^{-19}\,c}=0/63\times 10^{19}\cong 6\times 10^{18}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. در ابتدا توان تلف شده بر روی مقاومت R را می‌یابیم و سپس حداکثر آن را محاسبه می‌کنیم.



جریان عبوری از مدار $i=\frac{\varepsilon}{r+R}$

$$P=Ri^2=R\times(\frac{\varepsilon}{r+R})^2=R\frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2}$$

حال از رابطه توان بر حسب R مشتق‌گیری می‌کنیم و برابر صفر قرار می‌دهیم و درنتیجه:

$$\frac{dP}{dR}=\frac{d}{dR}\frac{R\varepsilon^2}{(r+R)^2}=\frac{\varepsilon^2(r+R)^2-2(r+R)R\varepsilon^2}{(r+R)^4}=\frac{\varepsilon^2r^2+\varepsilon^2R^2+2\varepsilon^2r.R-2rR\varepsilon^2-2R^2\varepsilon^2}{(r+R)^4}=0$$

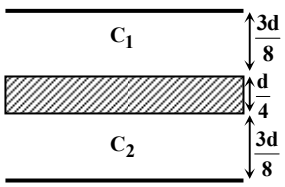
$$\varepsilon^2r^2-\varepsilon^2R^2=0\Rightarrow R=r$$

حال این مقدار را در رابطه توان جایگذاری می‌کنیم:

$$P=r\frac{\varepsilon^2}{(r+r)^2}=\frac{r\varepsilon^2}{4r^2}=\frac{\varepsilon^2}{4r}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲ـ گزینه «۲» در حالت اول دو خازن سری داریم که ظرفیت هر یک برابر است با:



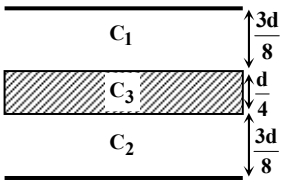
$$C_1=C_2=\varepsilon_\circ\times\frac{A}{3\frac{d}{8}}=\frac{8\varepsilon_\circ A}{3d}\Rightarrow C_{\text{معادل}}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{C_1}{2}=\frac{4\varepsilon_\circ A}{3d}$$

در وضعیت دوم ۳ خازن سری داریم که در آن C_1 و C_2 مشابه قبل به دست می‌آیند ولی خازن C_3 برابر است با:

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$C_۳ = ۲ \times \varepsilon_۰ \times \frac{A}{\frac{d}{۴}} = \frac{۸\varepsilon_۰ A}{d}$$



اگر ظرفیت خازن را در حالت دوم C' بنامیم، داریم:

$$\frac{۱}{C'_{\text{معادل}}} = \frac{۳d}{۸\varepsilon_۰ A} + \frac{۳d}{۸\varepsilon_۰ A} + \frac{d}{۸\varepsilon_۰ A} = \frac{۷d}{۸\varepsilon_۰ A} \Rightarrow C'_{\text{معادل}} = \frac{۸\varepsilon_۰ A}{۷d}$$

$$\frac{C'_{\text{معادل}}}{C_{\text{معادل}}} = \frac{\frac{۸_۰ A}{Vd}}{\frac{۴\varepsilon_۰ A}{۳d}} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{۶}{۷}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۱» مقاومت الکتریکی سیم از رابطه روبرو به دست می‌آید.

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

ρ: مقاومت ویژه (Ωm) ، ℓ: طول سیم (m)، A: مساحت سطح مقطع سیم $(m^۲)$

نسبت مقاومت دو سیم به دست می‌آید:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} . \frac{\ell_A}{\ell_B} . \frac{A_B}{A_A}$$

اگر d_A قطر مقطع سیم A و d_B قطر مقطع سیم B باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi\left(\frac{d_B}{۲}\right)^۲}{\pi\left(\frac{d_A}{۲}\right)^۲} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^۲$$

درنتیجه داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} . \frac{\ell}{\ell_B} . \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^۲$$

برای حل این مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho}{\rho} . \frac{۲\ell_B}{\ell_B} . \frac{d_B^۲}{\left(\frac{d_B}{۲}\right)^۲} = ۸$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل دهم

«میدان‌های مغناطیسی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دهم

۱ـ از یک مدار دایره‌ای به شعاع a که در صفحه‌ی xy قرار دارد، جریان I می‌گذرد. شدت میدان مغناطیسی H در مرکز دایره کدام گزینه است؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) $\frac{I}{2a}$ ۲) $\frac{I}{a}$ ۳) $\frac{2I}{a}$ ۴) $\frac{I}{4a}$

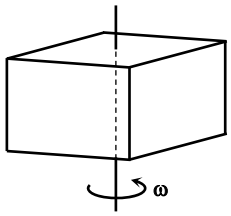
۲ـ نیرو و گشتاور وارد بر یک حلقه حامل جریان که در یک حالت دلخواه، داخل یک سیم‌لوله نامتناهی (که از آن نیز جریان الکتریکی می‌گذرد) قرار دارد به ترتیب ..... است. (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) صفر و صفر ۲) صفر و غیرصفر ۳) غیرصفر و صفر ۴) غیرصفر و غیرصفر

۳ـ سیمی به طول $4a$ را به چهار شکل مختلف که در زیر آمده است، درآورده‌ایم. اگر جریان I در جهت نمایش داده شده از آن‌ها بگذرد و این سیم‌ها در یک میدان مغناطیسی یکنواخت و عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخلی آن قرار گرفته باشند، نیروی کل وارد بر سیم در کدام حالت بیشتر است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

(۴) (۳) (۲) (۱)

۴ـ یک مکعب به اضلاع $2a$ حول یک محور گذرا از مرکز و عمود بر وجه آن با سرعت زاویه‌ای ω در حال دوران می‌باشد. بار کل Q به طور یکنواخت داخل این مکعب توزیع شده است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی این مکعب مربع چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



۱) صفر ۲) $\frac{1}{2\pi}Q\omega a^2$

۳) $\frac{1}{4\pi}Q\omega a^2$ ۴) $\frac{1}{8\pi}Q\omega a^2$

۵ـ اگر هسته‌ای با گشتاور مغناطیسی μ در یک میدان مغناطیسی B با شدت ثابت قرار گیرد، کدام‌یک از حالات زیر رخ می‌دهد؟ (h ثابت پلانک و I عدد کوانتومی اسپین است) (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) در جهت عمود بر میدان با فرکانس μB دوران می‌کند.

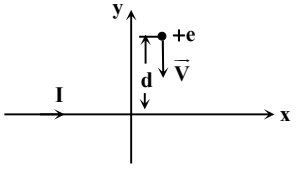
۲) در جهت میدان با فرکانس μB حرکت تقدیمی خواهد داشت.

۳) حول محور B با فرکانس $\frac{\mu B}{Ih}$ حرکت تقدیمی خواهد داشت.

۴) حول محور B با فرکانس $\frac{\mu B}{I}$ حرکت تقدیمی خواهد داشت.

۶ـ در شکل زیر پروتونی با سرعت $\vec{v} = (-100\frac{m}{s})\hat{j}$ به سمت سیم مستقیم بسیار بلندی حامل جریان $I = 3A$ در حرکت است. در لحظه‌ای که فاصله پروتون از سیم $d = 5cm$ است، $\vec{F}_1$ نیروی وارد بر پروتون و $\vec{F}_2$ نیروی کل وارد بر سیم کدام است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $\vec{F}_2 = 0$, $\vec{F}_1 = (1/92\times10^{-24}\ N)\hat{i}$

۲) $\vec{F}_2 = (-1/92\times10^{-22}\ N)\hat{i}$, $\vec{F}_1 = (1/92\times10^{-22}\ N)\hat{i}$

۳) $\vec{F}_2 = 0$, $\vec{F}_1 = (1/92\times10^{-22}\ N)\hat{i}$

۴) $\vec{F}_2 = (1/92\times10^{-22}\ N)\hat{j}$, $\vec{F}_1 = (1/92\times10^{-22}\ N)\hat{i}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ میدان مغناطیسی زمین حدود $0/5\times10^{-5}$ تسلا است. در چه حجمی از فضای اطراف زمین (برحسب مترمکعب) یک ژول انرژی مغناطیسی وجود دارد؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7})$ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) 10^{2} ۲) 10^{5} ۳) 10^{8} ۴) 10^{12}

۸ـ سیمی به طول ۲ متر در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/004T$ قرار دارد. اگر جریان $5A$ از سیم بگذرد بیشترین نیروی وارد از طرف میدان مغناطیسی بر سیم چند نیوتن می‌تواند باشد؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۰۲ ۳) ۴ ۴) ۲

۹ـ یک چنبره با مقطع مربع به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر بگیرید. اگر N دور سیم به دور چنبره پیچیده باشد و جریان I از آن بگذرد میدان مغناطیسی در مرکز سطح مقطع چنبره چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{\mu_0 NI}{\pi(b+a)}$ ۲) $\frac{\mu_0 NI}{2\pi a}$ ۳) $\frac{\mu_0 NI}{2\pi b}$ ۴) $\frac{\mu_0 NI}{\pi(b-a)}$

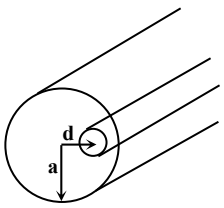
۱۰ـ یک ذره با بار e و سرعت اولیه v وارد صفحه‌ای می‌شود که یک میدان مغناطیسی یکنواخت B متعامد بر آن صفحه وجود دارد. برای اینکه این ذره دایره‌ای به شعاع R را بپیماید، باید: (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۶)

۱) میدان مغناطیسی برابر $\frac{mv}{eR}$ باشد.
۲) میدان مغناطیسی برابر $\frac{eR}{mv}$ باشد.
۳) میدان مغناطیسی برابر $\frac{mv}{2eR}$ باشد.
۴) در هر صورت دایره‌ای به شعاع دلخواه R طی خواهد کرد.

۱۱ـ یک سیم افقی مسی جریان ۲۵ آمپر را حمل می‌کند. چه میدان مغناطیسی لازم است تا با داشتن جهت مناسب وزن سیم را خنثی کرده، آن را افقی نگه دارد؟ هر متر این سیم ۵۰ گرم جرم دارد (شتاب ثقل را $10\frac{m}{s^2}$ بگیرید). (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۶)

۱) ۰/۱ تسلا ۲) ۰/۰۲ تسلا ۳) ۲۰ تسلا ۴) ۴۰ تسلا

۱۲ـ میله رسانایی بسیار طویل به شعاع a دارای یک حفره به شعاع b است. محور حفره موازی محور میله و به فاصله d از آن قرار دارد. چگالی جریان یکنواخت j_0 موازی محور میله از آن عبور می‌کند. کدام عبارت در مورد میدان مغناطیسی در داخل حفره درست است؟ d برداری است عمود بر محور میله و محور حفره. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)



۱) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{\mu_0 j_0 d}{2}$ و راستای آن موازی بردار $\vec{d}$ است.
۲) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{\mu_0 j_0 (b^2-a^2)}{2d}$ و راستای آن موازی بردار $\vec{d}$ است.
۳) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{\mu_0 j_0 d}{2}$ و راستای آن عمود بر بردار $\vec{d}$ است.
۴) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{\mu_0 j_0 (b^2-a^2)}{2d}$ و راستای آن عمود بر بردار $\vec{d}$ است.

۱۳ـ از سیمی به طول L جریان i عبور می‌کند. اگر این سیم به شکل یک پیچه دایره‌ای در آید، گشتاور نیروی وارد بر آن در یک میدان مغناطیسی معین B از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (حلقه‌ها موازی بردار میدان هستند) (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{2L^2 iB}{4\pi N^2}$ ۲) $\frac{L^2 iB}{4\pi N}$ ۳) $\frac{2L^2 iB}{4\pi N}$ ۴) $\frac{4\pi L^2 i^2 B}{N}$

۱۴ـ یک قرص پلاستیکی به شعاع R دارای بار q می‌باشد که به طور یکنواخت بر آن توزیع شده است. اگر این قرص با فرکانس f حول محورش بچرخد، میدان مغناطیسی حول مرکز قرص کدام گزینه است؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{\mu_0 qf}{R^2}$ ۲) $\frac{2\mu_0 qf}{R}$ ۳) $\frac{\mu_0 qf}{2R}$ ۴) $\frac{\mu_0 q}{2Rf}$

۱۵ـ حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع a که در صفحه $y-z$ قرار دارد، حامل جریان ثابت I است و مبدأ مختصات بر مرکز حلقه منطبق است. اندازه نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q در لحظه‌ای که با سرعت $\vec{V} = V_0(\hat{j}+\hat{k})$ از نقطه $(a,0,0)$ می‌گذرد کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{\mu_0 IqV_0}{2\sqrt{2}a}$ ۲) $\frac{\mu_0 IqV_0}{2a}$ ۳) $\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a}$ ۴) $\frac{\mu_0 IqV_0}{4a}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ نسبت عمق نفوذ پوستی مس در فرکانس $10\,KHZ$ به مقدار آن در فرکانس $100\,MHZ$ کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) 10^{-4} ۲) 10^{-2} ۳) 10^{2} ۴) 10^{4}

۱۷ـ جریانی به شدت ۶ آمپر از یک حلقه دایره‌ای‌شکل به قطر ۶ سانتی‌متر می‌گذرد. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چند میلی تسلا است؟
(فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) $4\pi\times10^{-3}$ ۲) $4\pi\times10^{-2}$ ۳) $2\pi\times10^{-2}$ ۴) $2\pi\times10^{-3}$

۱۸ـ حلقهٔ مربع شکلی به ضلع a حامل جریان یکنواخت I است. اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز مربع چند برابر $\frac{\mu_0 I}{\pi a}$ است؟
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) $2\sqrt{2}$

۱۹ـ دو استوانه فلزی هم‌محور توخالی به طول بی‌نهایت و به شعاع‌های a و b را در نظر بگیرید. از استوانه مرکزی جریان I به طرف بالا و از استوانه بیرونی جریان I به طرف پایین به طور یکنواخت می‌گذرد. میدان مغناطیسی در فاصله r از محور استوانه چقدر است؟
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

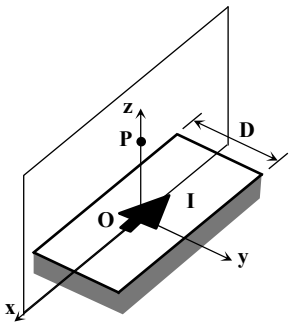
۱) $B=\frac{\mu_0 rI}{2\pi b^2}(r>b)\ ,\ B=\frac{\mu_0 rI}{2\pi a^2}(b>r>a)\ ,\ B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(r<a)$

۲) $B=\frac{\mu_0 rI}{2\pi b^2}(r>b)\ ,\ B=\frac{\mu_0 rI}{2\pi a^2}(b>r>a)\ ,\ B=0(r<a)$

۳) $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(r>b)\ ,\ B=0(b>r>a)\ ,\ B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(r<a)$

۴) $B=0(r>b)\ ,\ B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(b>r>a)\ ,\ B=0(r<a)$

۲۰ـ ورقه فلزی به صورت یک نوار صاف و بسیار دراز به عرض D حامل جریان I است که به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. بردار میدان مغناطیسی در صفحه عمود منصف قائم بر ورقه و در نقطه P به فاصله z از مبدأ O روی ورقه چقدر است؟
(علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{\mu_0 I}{2\pi D}\mathrm{Ln}[1+(\frac{D}{2z})^2]\hat{e}_z$

۲) $\frac{\mu_0 I}{\pi D}\mathrm{Arc\,tan}(\frac{D}{2z})\hat{e}_y$

۳) $\frac{\mu_0 I}{2\pi D}\mathrm{Arc\,tan}(\frac{D}{z})\hat{e}_y$

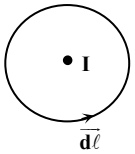
۴) $\frac{\mu_0 I}{4\pi D}\mathrm{Ln}[1+(\frac{D}{z})^2]\hat{e}_z$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دهم

۱ـ گزینه «۱» به کمک قانون بیوساوار داریم:

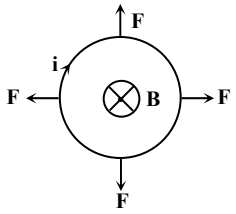


$$H=\frac{1}{4\pi}\int\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{d\ell}=dr\hat{r}+rd\varphi\hat{\varphi}\ ,\ r=a\ \ ;\ \ H=\frac{I}{4\pi}\frac{a}{a^2}\int d\varphi=\frac{I}{2a}$$

◆ ◆ ◆ ◆

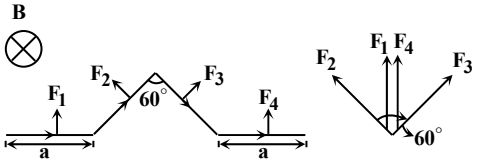
۲ـ گزینه «۳» یک حالت دلخواه را در نظر می‌گیریم. فرض کنید حلقه بر راستای عبور میدان عمود باشد پس در این حالت خواهیم داشت:



با توجه به راستای نیروها حتماً نیروی وارد شده به حلقه غیرصفر ولی گشتاور وارد شده بـه آن صفر می‌باشد در نتیجه گزینه ۳ صحیح است.

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۱» برای پاسخ به این سؤال، نیروی وارد بر تک‌تک گزینه‌ها را محاسبه می‌کنیم.



در مورد گزینه ۱:

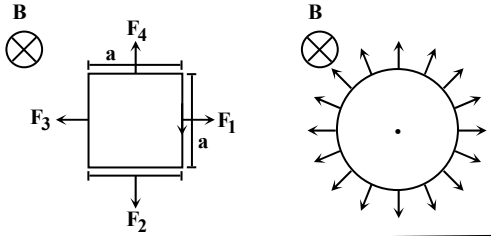
$$\left.\begin{aligned}F_1&=BIL\sin\theta=BIa\\F_2&=BIL\sin\theta=BIa\end{aligned}\right\}F_{کل}=2F_1+2F_3\cos\frac{60}{2}$$

$$\left.\begin{aligned}F_3&=BIL\sin\theta=BIa\\F_4&=BIL\sin\theta=BIa\end{aligned}\right\}F_{کل}=2BIa+2BIa\frac{\sqrt{3}}{2}$$

در مورد گزینه ۲:

$$\left.\begin{aligned}F_1&=BIL\sin\theta=BI\times 2a\\F_2&=BIL\sin\theta=BI\times 2a\end{aligned}\right\}\begin{aligned}F_{کل}&=2F_1\cos\frac{60^\circ}{2}\\F_{کل}&=4BIa\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}BIa\end{aligned}$$

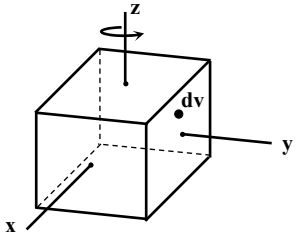
در مورد گزینه ۳ و ۴: با توجه به آنکه جسم یک حلقـه بسـته را تشـکیل داده است، پس هیچ نیروی خالصی بر آن وارد نمی‌شود.



$$F=0$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» المان dv را در نظر می‌گیریم. این المان در فاصله r از محور z است. بار این المان برابر است با:



$$dq=dv\rho=\rho dxdydz=\frac{Q}{8a^3}dxdydz$$

این المان حول محور z دوران می‌کند و در هر $T=\frac{2\pi}{\omega}$ ثانیه یک دور حول محور z را طی می‌کند.

جریان ناشی از این دوران برابر است با:

$$di=\frac{dq}{T}=\frac{dq}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{\omega}{2\pi}\frac{Q}{8a^3}dx\,dy\,dz$$

گشتاور دو قطبی مغناطیسی ناشی از این حلقهٔ جریان برابر است با:

$$d\mu=Adi=\pi r^2di=\pi(x^2+y^2)\frac{\omega Q}{16\pi a^3}dx\,dy\,dz$$

$$\mu=\frac{\omega Q}{16a^3}\int_{x=-a}^{a}\int_{y=-a}^{a}\int_{z=-a}^{a}(x^2+y^2)dx\,dy\,dz=\frac{\omega Q}{16a^3}(2a)\{\int_{x=-a}^{a}x^2dx\int_{y=-a}^{a}dy+\int_{y=-a}^{a}y^2dy\int_{x=-a}^{a}dx\}$$

$$=\frac{\omega Q}{8a^2}\{\frac{4a}{3}a^3+\frac{4a}{3}a^3\}=\frac{\omega Q}{8a^2}\frac{8a}{3}a^3=\frac{8}{3}\omega Qa^2$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۵ـ گزینه «۳» نیروی وارد بر هسته‌ای که در میدان مغناطیسی B قرار بگیرد برابر μB است که این نیرو همان $I\omega h$ است. پس می‌توان نوشت:

$$\mu B = I\omega h \rightarrow \omega = \frac{\mu B}{Ih}$$

۶ـ گزینه «۳» میدان حاصل از سیم در محل قرارگیری پروتون بدین قرار است:

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi y}\hat{k} = 1/2\times10^{-5}\,\hat{k}$$

بنابراین نیروی وارد بر پروتون از سیم برابر است با:

$$\vec{F}_1 = e\vec{V}\times\vec{B} = 1/6\times10^{-19}\times(-100\hat{j})\times(1/2\times10^{-5}\,\hat{k}) = -1/92\times10^{-22}\,\hat{i}$$

چون سرعت پروتون بسیار کم است می‌توان از حد غیرنسبتی استفاده کرد. لذا میدان حاصل از حرکت پروتون در محل سیم عبارت است از:

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{e\vec{V}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = 10^{-7}\times1/6\times10^{-19}\,\frac{(-100\hat{j})\times(x\hat{i}-5\times10^{-2}\,\hat{j})}{(x^2+25\times10^{-4})^{\frac{3}{2}}} \quad ; \quad \vec{B} = 1/6\times10^{-24}\,\frac{\hat{k}\,x}{(x^2+25\times10^{-4})^{\frac{3}{2}}}$$

بنابراین برای نیروی وارد بر سیم می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_2 = I\int\vec{dl}\times\vec{B} = I\int dx\,\hat{i}\times\vec{B} = 4/2\times10^{-24}\int_{-\infty}^{+\infty}dx\,\frac{-\hat{j}x}{(x^2+25\times10^{-4})^{\frac{3}{2}}} = 0$$

۷ـ گزینه «۲» مقدار انرژی مغناطیسی در یک حجم محدود از فضا را می‌توانیم از رابطه زیر محاسبه کنیم:

$$u = \int_v \frac{1}{2\mu_\circ}B^2dv \quad = \quad \frac{1}{2\mu_\circ}B^2v = 1J \Rightarrow v = \frac{2\mu_\circ}{B^2} = \frac{2\times4\pi\times10^{-7}}{(0/5\times10^{-5})^2} \cong 10^{+5}$$

۸ـ گزینه «۱» همان طور که می‌دانیم $F = ILB\sin\theta$ نیروی وارد بر سیم است که با راستای میدان مغناطیسی یکنواخت زاویه θ می‌سازد. واضح است که به ازای $\sin\theta = \pm1$، قدرمطلق این نیرو بیشینه است: $F_{max} = ILB = 5\times2\times0/004 = 0/04N$

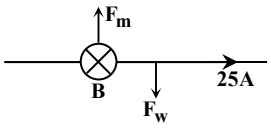
۹ـ گزینه «۱» با توجه به فرمول میدان مغناطیسی در چنبره داریم:

$$B = \frac{\mu_\circ NI}{2\pi r}, r = \text{شعاع متوسط چنبره} = \frac{b+a}{2} \Rightarrow B = \frac{\mu_\circ\times N\times I}{2\pi\times\frac{(a+b)}{2}} = \frac{\mu_\circ NI}{\pi(b+a)}$$

۱۰ـ گزینه «۱» در یک ناحیه از فضا که میدان مغناطیسی عمود بر بردار سرعت ذره می‌باشد رابطه بین سرعت و شعاع چرخش ذره از معادلـه $v = \frac{qBR}{m}$ به دست می‌آید که q بار ذره، m جرم آن و R شعاع چرخش ذره می‌باشد. پس:

$$v = \frac{qBR}{m} \Rightarrow B = \frac{vm}{qR} = \frac{vm}{eR}$$

۱۱ـ گزینه «۲» برای آنکه بتوان سیم را افقی نگه داشت کافیست یک میدان مغناطیسی درون سو به آن اعمال کنیم و برای آنکه سیم معلق بماند باید دو نیرو یکدیگر را خنثی کنند.



که در آن λ چگالی جرمی سیم می‌باشد.

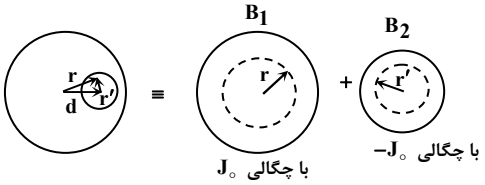
$$F_{w(\text{وزن})} = mg\ ,\ F_m = BIL \xrightarrow[\text{نیروی وزن}]{\text{برای خنثی شدن}} F_w = F_m \Rightarrow mg = BIL \Rightarrow B = \frac{\overbrace{\frac{m}{L}}^{\lambda}g}{I} = \frac{\lambda g}{I}$$

$$B = \frac{5\circ\times10^{-3}\,(kg)\times10(\frac{m}{s^2})}{25(A)} = 2\times10^{-2} = 0/02T$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ گزینه «۳» با توجه به قانون آمپر داریم:



$$B_۱=\frac{\mu_\circ I}{۲\pi r}=\frac{\mu_\circ J_\circ\times\pi r^۲}{۲\pi r}=\frac{\mu_\circ J_\circ r}{۲}\quad;\quad B_۲=\frac{\mu_\circ I}{۲\pi r'}=\frac{-\mu_\circ J_\circ\pi r'^۲}{۲\pi r'}=-\frac{\mu_\circ J_\circ r'}{۲}$$

از طرفی داریم:

$$r=r'+d\quad\text{یا}\quad r'=r-d\quad;\quad B_{\text{کل}}=B_۱+B_۲=\frac{\mu_\circ J_\circ r}{۲}-\frac{\mu_\circ J_\circ(r-d)}{۲}=\frac{\mu_\circ J_\circ d}{۲}$$

از آنجا که همواره میدان برآیند دو میدان مختلف است با توجه به قانون دست راست جهت آن عمود بر d به دست می‌آید.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۲» مقدار گشتاور یک دوقطبی مغناطیسی برابر حاصل‌ضرب خارجی ممان آن دوقطبی در میدان مغناطیسی خارجی است. از طرفی ممان مغناطیسی نیز با حاصل‌ضرب جریان در مساحت حلقه برابر است. در نتیجه:

$$\tau=\vec{m}\times\vec{B}=N\times I\times\pi R^۲\times B$$

از طرفی داریم $۲\pi RN=L\Leftarrow R=\frac{L}{۲\pi N}$. با جایگذاری در رابطه قبلی خواهیم داشت:

$$\tau=NI\pi(\frac{L}{۲\pi N})^۲\times B=\frac{IN\pi BL^۲}{۴\pi^۲N^۲}=\frac{IBL^۲}{۴\pi N}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۴ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. در این‌گونه مسائل ابتدا چگالی جریان عبوری از سطح قرص را به دست می‌آوریم که از رابطه $J=\sigma V$ قابل محاسبه است. پس داریم:

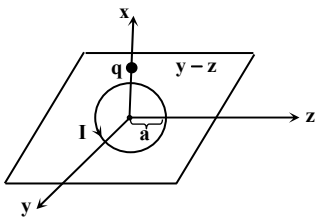
$$J=\frac{q}{\pi R^۲}\times\omega\times r=\frac{q}{\pi R^۲}\times۲\pi fr=\frac{۲qf}{R^۲}r$$

حال از قانون بیوساوار برای محاسبه میدان مغناطیسی در مرکز قرص استفاده می‌کنیم.

$$B=\int\frac{\mu_\circ}{۴\pi}\frac{J\times R}{R^۳}ds=\int_{r=\circ}^{R}\int_{\varphi=\circ}^{۲\pi}\frac{\mu_\circ}{۴\pi}\times\frac{(\frac{۲qf}{R^۲}r)\times r}{r^۳}rdrd\varphi=\frac{\mu_\circ qf}{۲\pi R^۲}\int_{r=\circ}^{R}dr\int_{\varphi=\circ}^{۲\pi}d\varphi=\frac{\mu_\circ qf}{۲\pi R^۲}\times R\times۲\pi=\frac{\mu_\circ qf}{R}$$

◆ ◆ ◆ ◆

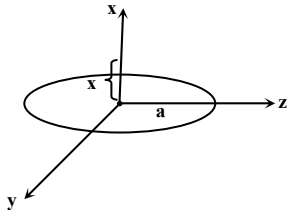
۱۵ـ گزینه «۴» در اطراف سیم حامل جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. بنابراین در یک حلقهٔ حامل جریان الکتریکی نیز میدان مغناطیسی تولید می‌شود که راستا و سوی آن توسط قانون دست راست به این طریق مشخص می‌شود: اگر انگشت شست دست راست در جهت جریان الکتریکی باشد، جهت خم شدن چهار انگشت دیگر، راستا و سوی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. به این ترتیب، اگر جریان ثابت I مطابق شکل بالا از حلقه عبور کند، میدان مغناطیسی ایجاد شده در راستای محور x و به سمت



بیرون صفحه $y-z$ می‌باشد. از طرف دیگر، میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه حامل جریان ثابت I بر روی محور تقارن حلقه و در فاصلهٔ x از مرکز آن برابر است با:

$$\vec{B}=\frac{\mu_\circ I}{۲}\frac{a^۲}{(x^۲+a^۲)^{\frac{۳}{۲}}}\hat{i}\qquad(۱)$$

$\mu_\circ$، تراوایی مغناطیسی خلأ بوده و مقدار آن برابر است با : $۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{Tm}{A}$. حال اگر $x=a$ باشد، رابطهٔ (۱) به صورت زیر در می‌آید:



$$\vec{B}=\frac{\mu_\circ I}{۲}\frac{a^۲}{(a^۲+a^۲)^{\frac{۳}{۲}}}\hat{i}=\frac{\mu_\circ I}{۲}\frac{a^۲}{(۲a^۲)^{\frac{۳}{۲}}}\hat{i}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_\circ I}{۲}\times\frac{\cancel{a^۲}}{۲\sqrt{۲}a\cancel{^۲}}\hat{i}=\frac{\mu_\circ I}{۴\sqrt{۲}a}\hat{i}\qquad(۲)$$

بنابراین، میدان مغناطیسی در نقطه $(a,\circ,\circ)$ در راستای محور x و برابر $\frac{\mu_\circ I}{۴\sqrt{۲}a}$ است. نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای q که در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دارد و با سرعت $\vec{V}$ در میدان حرکت می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}=q\vec{V}\times\vec{B}\qquad(۳)$$

ضرب بالا یک ضرب خارجی است که از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\hat{i}&\hat{j}&\hat{k}\\V_x&V_y&V_z\\B_x&B_y&B_z\end{vmatrix}\qquad(۴)$$

با توجه به بردار سرعت ذره $\vec{V}=V_\circ\hat{j}+V_\circ\hat{k}$ ، رابطهٔ (۴) به این صورت محاسبه می‌شود:

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & V_0 & V_0\\ \frac{\mu_0 I}{4\sqrt{2}a} & 0 & 0\end{vmatrix}=q[\hat{i}(0-0)+\hat{j}(\frac{\mu_0 IV_0}{4\sqrt{2}a}-0)+\hat{k}(0-\frac{\mu_0 IV_0}{4\sqrt{2}a})]\Rightarrow \vec{F}=\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a}\hat{j}-\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a}\hat{k}$$

$$|\vec{F}|=\sqrt{(\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a})^2+(\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a})^2}=\sqrt{2(\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a})^2}\quad ,\quad |\vec{F}|=\sqrt{2}(\frac{\mu_0 IqV_0}{4\sqrt{2}a})=\frac{\mu_0 IqV_0}{4a}$$

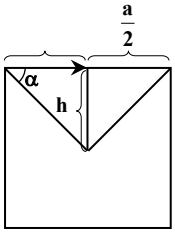
۱۶ـ گزینه «۳» همان طور که می‌دانیم، عمق نفوذ جریان در سیم با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد و این کاهش با جذر فرکانس عبوری از سیم رابطه دارد. پس داریم:

$$\frac{\delta(10KHZ)}{\delta(100MHZ)}=\sqrt{\frac{100MHZ}{10KHZ}}=\sqrt{\frac{100\times10^6}{10\times10^3}}=100$$

۱۷ـ گزینه «۲» با توجه به فرمول میدان مغناطیسی در مرکز حلقه دایروی داریم:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{\mu_0 I}{D}=\frac{6A}{6cm}\mu_0=100\mu_0=4\pi\times10^{-5}\ T=4\pi\times10^{-2}\ mT$$

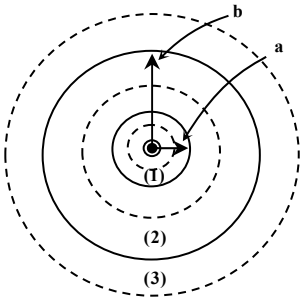
۱۸ـ گزینه «۴» میدان در مرکز مربع برابر است با چهار برابر میدان حاصل از تک‌تک اضلاع مربع. با توجه به رابطهٔ میدان حاصل از یک پاره‌خط داریم:



$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi h}[2\cos\alpha]=\frac{\mu_0 I}{4\pi\times\frac{a}{2}}[\not{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\not{2}}]=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$E_{\text{کل}}=4\times\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi a}=\frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}=2\sqrt{2}\times(\frac{\mu_0 I}{\pi a})$$

۱۹ـ گزینه «۴» این مسئله را با استفاده از قانون آمپر حل می‌کنیم:



چون هیچ جریانی از داخل مسیر شمارهٔ ۱ نمی‌گذرد، در نتیجه داریم:

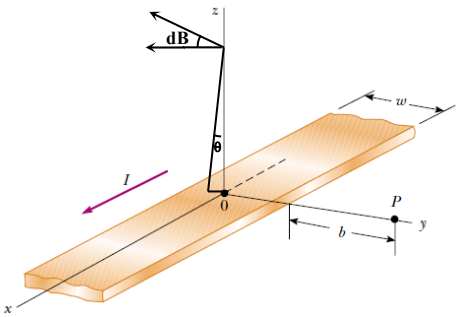
$$r<a\quad B=0$$

$$a<r<b\quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r>b\quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}+\frac{\mu_0(-I)}{2\pi r}=0$$

۲۰ـ گزینه «۲»

$$dB=\frac{\mu_0 di}{2\pi r}\quad ,\quad \frac{di}{dx}=\frac{i}{D}\quad ,\quad r=z\sec\theta$$



$$B=\int dB.\cos\theta=\int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}}\frac{\mu_0 i\,dx}{2\pi Dz\sec^2\theta}=\int_0^{\frac{D}{2}}\frac{\mu_0 i\,dx}{\pi Dz\sec^2\theta}$$

تغییر متغیر $x=z\tan\theta$ را اعمال می‌کنیم، لذا:

$$\begin{cases}dx=z\sec^2\theta d\theta\\ \theta=\tan^{-1}(\frac{x}{z})\end{cases}\Rightarrow B=\frac{\mu_0 i}{\pi D}\int_0^{\tan^{-1}\frac{D}{2z}}d\theta=\frac{\mu_0 i}{\pi D}\tan^{-1}(\frac{D}{2z})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

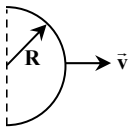
www.modaresanesharif.ac.ir

فصل یازدهم

«القای الکترومغناطیسی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل یازدهم

۱ـ قطعه‌ای سیم به شکل نیم‌دایره که در شکل نشان داده شده با سرعت ثابت $\vec{v} = v_\circ \hat{i}$ در یک میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_\circ \hat{k}$ حرکت می‌کند. نیروی محرکه القایی دو سر سیم چقدر است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)



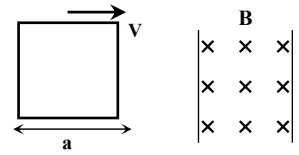
۱) صفر

۲) $RV_\circ B_\circ$

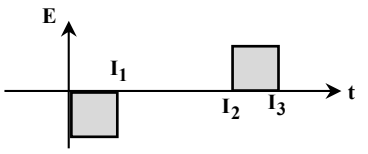
۳) $2RV_\circ B_\circ$

۴) $2\pi RV_\circ B_\circ$

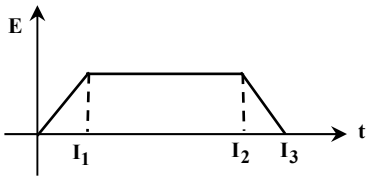
۲ـ در شکل مقابل سیمی به شکل مربع با سرعت ثابت V وارد میدان مغناطیسی B شده (عمود بر صفحه به سمت داخل) و از طرف دیگر میدان خارج می‌شود. کدام نمودار تغییرات نیروی محرکه در سیم را درست نشان می‌دهد؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)



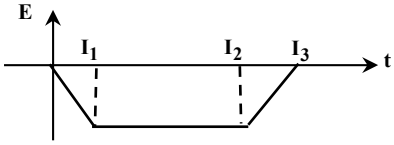
۱)



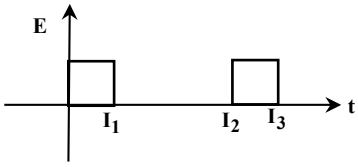
۲)



۳)



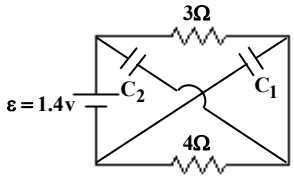
۴)



۳ـ خازنی خالی با ظرفیت C را به صورت متوالی به یک مقاومت ۲اهمی متصل می‌کنیم، دو سر مجموعه را به یک باطری با نیروی محرکه ۴ ولت و مقاومت درونی ۱ اهم وصل می‌کنیم. در چه لحظه‌ای شدت جریان عبوری از مدار $\frac{1}{10}$ شدت جریان اولیه (لحظه وصل کلیه) می‌باشد؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $2CLn10$ ۲) $3CLn10$ ۳) $4CLn10$ ۴) $5CLn10$

۴ـ در مدار نشان داده شده در شکل، بار نهایی روی خازن‌های $C_1 = 8\mu F$ و $C_2 = 6\mu F$ چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



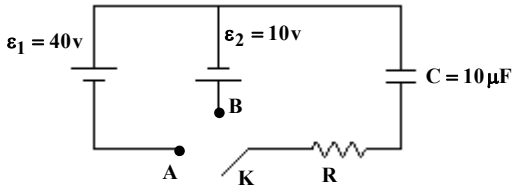
۱) $q_2 = 0/1\mu C, q_1 = 0/1\mu C$

۲) $q_2 = 3/6\mu C, q_1 = 6/4\mu C$

۳) $q_2 = 6/4\mu C, q_1 = 3/6\mu C$

۴) $q_2 = 8/4\mu C, q_1 = 11/2\mu C$

۵ـ با توجه به شکل زیر، اگر کلید ابتدا به نقطه A و سپس به نقطه B وصل شود، انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت R چند ژول است؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)



۱) ۷/۵

۲) ۰/۷۵

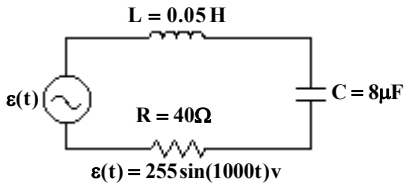
۳) ۰/۰۷۵

۴) ۰/۰۰۷۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۶ـ در مدار زیر، جریان گذرنده از مدار و ضریب توان تقریباً کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۳/۰A و ۰/۹−
۲) ۶/۴A و ۰/۹−
۳) ۳/۰A و ۰/۵
۴) ۶/۴A و ۰/۵

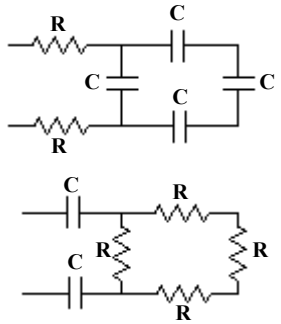
۷ـ یک محیط همگن و ایزوتوپ با رسانندگی الکتریکی σ و ضریب دی‌الکتریک ε مفروض است. زمان واهلش این محیط برابر است با: (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) $\frac{\sigma}{\varepsilon}$ ۲) $\frac{\varepsilon}{\sigma}$ ۳) $\sigma\varepsilon$ ۴) $\frac{1}{\varepsilon\sigma}$

۸ـ خازنی به ظرفیت $2/5\mu F$ ابتدا به پتانسیل ثابت $6V$ رسانده می‌شود، سپس به دو سر مقاومت R وصل می‌شود تا خالی شود. اگر پس از مدت زمان $7\times10^{-3}\ s$ پتانسیل دو سر خازن به $1/5V$ برسد، اندازه مقاومت R تقریباً چند کیلواهم است؟ $\ln 2 \cong 0/7$ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹ـ در شکل زیر، دو مدار الکتریکی شامل مجموعه‌ای از مقاومت‌های یکسان R و خازن‌های یکسان C نشان داده شده‌اند. زمان مشخصه مدار اول و زمان مشخصه مدار دوم به ترتیب از راست به چپ برابر است با: (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

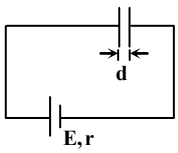


۱) $2RC$ ، $\frac{2}{3}RC$
۲) $\frac{3}{2}RC$ ، $\frac{3}{2}RC$
۳) $\frac{3}{2}RC$ ، $8RC$
۴) $\frac{3}{8}RC$ ، $\frac{8}{3}RC$

۱۰ـ در مدارهای الکتریکی بنابر قانون اول کیرشهوف در هر نقطه انشعاب مدار (که از آنجا سه سیم یا بیشتر بیرون می‌آید) در هر لحظه جمع جبری جریان‌هایی که به آن نقطه وارد و خارج می‌شوند صفر است. این قانون مبتنی بر کدام اصل پایستگی است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

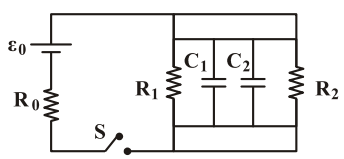
۱) پایستگی بار الکتریکی ۲) پایستگی تکانه خطی ۳) پایستگی انرژی کل ۴) پایستگی پتانسیل الکتریکی

۱۱ـ مدار شکل زیر از یک باتری به نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r و یک خازن تخت به مساحت صفحات A و فاصله d تشکیل شده است. دی‌الکتریک میان صفحات خازن دارای ثابت دی‌الکتریک k و مقاومت ویژه ρ است. پس از شارژ کامل بار الکتریکی خازن کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۱)



۱) صفر ۲) $\frac{E\rho\varepsilon_\circ kA}{d}$
۳) $\frac{E\rho\varepsilon_\circ kA}{Ar+\rho d}$ ۴) $\frac{2E\rho\varepsilon_\circ kA}{Ar+2\rho d}$

۱۲ـ در مدار شکل زیر نیروی محرک باطری $\varepsilon = 15V$ و مقاومت داخلی آن $R_\circ = 3/5\Omega$ ، $R_1 = 6\Omega$ ، $R_2 = 2\Omega$ ، $C_1 = 4nF$ و $C_2 = 10nF$ است. بار نهایی خازن C_2 چند نانوکولن است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۳)

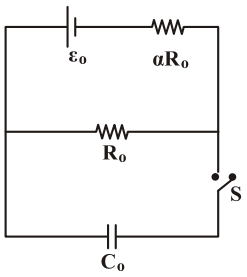


۱) ۱۸
۲) ۴۵
۳) ۶۰
۴) ۱۵۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳ـ در مدار شکل زیر خازن $C_\circ$ در ابتدا کاملاً خالی است. با بستن کلید S و گذشتن زمان کافی خازن $C_\circ$ کاملاً پر می‌شود. مقدار بار الکتریکی نهایی روی صفحات خازن کدام است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۴)



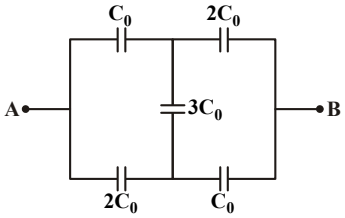
۱) $\frac{\varepsilon_\circ C_\circ}{\alpha+1}$

۲) $\frac{(\alpha+1)\varepsilon_\circ C_\circ}{\alpha}$

۳) $\frac{\alpha\varepsilon_\circ C_\circ}{\alpha+1}$

۴) $\alpha\varepsilon_\circ C_\circ$

۱۴ـ در مدار شکل زیر، خازن معادل بین دو نقطه A و B چه ظرفیتی دارد؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۵)



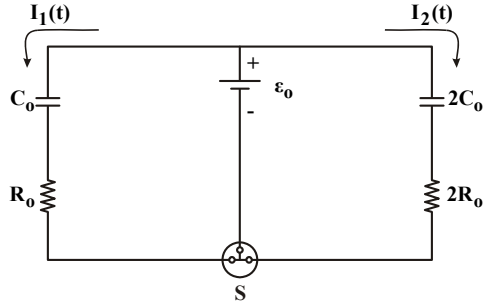
۱) $2C_\circ$

۲) $\frac{1}{3}C_\circ$

۳) $\frac{11}{9}C_\circ$

۴) $\frac{13}{9}C_\circ$

۱۵ـ در مدار شکل زیر در ابتدا خازن‌ها کاملاً خالی بوده و کلید سه‌گانه S باز است. در لحظهٔ $t=\circ$ کلید سه‌گانه S یکجا با هم بسته می‌شود و به طور هم‌زمان خازن‌ها شروع به پُر شدن می‌کنند. در لحظهٔ $t=\alpha R_\circ C_\circ$ شدت جریان‌های عبوری $I_1(t)$ و $I_2(t)$ از دو مقاومت مزبور با یکدیگر مساوی هستند. مقدار α کدام است؟ $\ln 2 \simeq \circ/7$ (فیزیک ـ دکتری ۹۵)



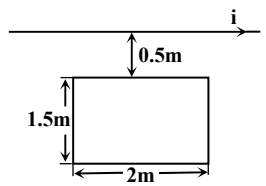
۱) ۲

۲) ۱

۳) ۰/۴۶

۴) ۰/۹۲

۱۶ـ در شکل زیر شدت جریان i در سیم راست (L) در مدت ۲ ثانیه از ۸ آمپر به صفر کاهش می‌یابد. اگر مقاومت حلقه مستطیل شکل برابر $\frac{1}{\pi}$ اهم باشد، شدت جریان القایی در این حلقه چه مقدار خواهد بود؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)



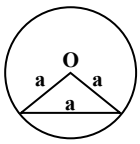
۱) $2\mu_\circ \text{Ln}4$

۲) $3\mu_\circ \text{Ln}4$

۳) $4\mu_\circ \text{Ln}4$

۴) $\mu_\circ \text{Ln}4$

۱۷ـ یک سیم نازک را به شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a درآورده و آن را داخل یک سیم‌لوله طویل به شعاع a قرار می‌دهیم به طوری که صفحه آن عمود بر محور سیم‌لوله است. مقاومت سیم R است و سیم‌لوله دارای n دور سیم در واحد طول و سیم حامل جریان $i(t)=i_\circ \sin\omega t$ است. دامنه جریان القایی در حلقه کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)



۱) $\frac{\sqrt{3}}{2R}\mu_\circ n i_\circ \omega a^2$

۲) $\frac{\sqrt{3}}{2R}\mu_\circ n^2 i_\circ \omega a^2$

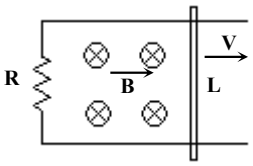
۳) $\frac{\sqrt{3}}{4R}\mu_\circ n i_\circ \omega a^2$

۴) $\frac{\sqrt{3}}{4R}\mu_\circ n^2 i_\circ \omega a^2$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۸ـ میله رسانایی به طول L بر روی مداری مطابق شکل با سرعت $۴\frac{m}{s}$ در حال حرکت است اگر $l = ۱/۵m$ و $R = ۱/۲\Omega$ و $B = ۵T$ باشد اندازه توان القاشده و جهت جریان القایی کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)



۱) ۲۵ وات و در جهت عقربه‌های ساعت

۲) ۲۵ وات و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

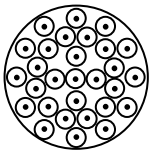
۳) ۷۵ وات و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

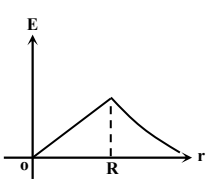
۴) ۷۵ وات و در جهت عقربه‌های ساعت

۱۹ـ یک کابل طویل شامل دو استوانه هم محور به شعاع‌های a و b می‌باشد. هادی مرکزی حاوی جریان ثابت I و هادی خارجی مسیر برگشت جریان است. ضریب خود القاء (اندوکتانس) طول L از این کابل چقدر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

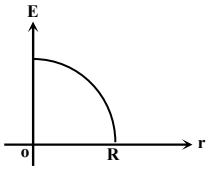
۱) $\frac{\mu_\circ L}{۲\pi}\ln\frac{b}{a}$ ۲) $\frac{\mu_\circ L}{۲\pi}(\frac{b}{a})$ ۳) $\frac{\mu_\circ L}{۲\pi}(a+b)$ ۴) $\frac{\mu_\circ L}{۲\pi}\sqrt{ab}$

۲۰ـ شکل مقابل میدان مغناطیسی یکنواختی را نشان می‌دهد که محدود به یک حجم استوانه‌ای شکل به شعاع R و راستای آن در امتداد محور استوانه و به سمت خارج کاغذ است. اندازه B با آهنگ ثابت افزایش می‌یابد. تغییرات شدت میدان الکتریکی القایی با کدام یک از منحنی‌های زیر نشان داده می‌شود؟ (r فاصله از محور استوانه است.) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

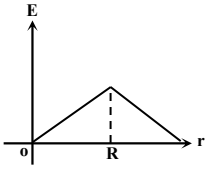




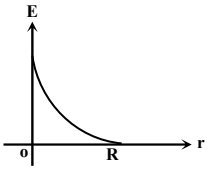
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۱ـ از یک قطعه مس به جرم M و شعاع r حلقه‌ای به شعاع R ساخته می‌شود. یک میدان مغناطیسی B به صورت عمود بر سطح حلقه با چه آهنگی تغییر کند تا جریان القایی i درون حلقه ایجاد گردد؟ (ρ مقاومت ویژه و σ چگالی سطحی مس است) (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{۴\pi\rho\sigma i}{m}$ ۲) $\frac{\rho\sigma i}{۴\pi m}$ ۳) $\frac{\rho i}{۴\pi m\sigma}$ ۴) $\frac{۴\pi\rho\sigma}{mi}$

۲۲ـ کدام گزاره نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) اگر در آزمایشی قانون لنز نقض شود، حتماً در آن‌جا پایستگی انرژی نیز نقض خواهد شد.

۲) انرژی یک ذره باردار متحرک در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت ثابت نیست.

۳) در حد سرعت‌های نسبیتی مقدار میدان الکتریکی اندازه‌گیری شده بستگی به سرعت ناظر دارد.

۴) هم در مورد بارهای ساکن و هم در مورد بارهای متحرک، نیروی الکتریکی همواره نیرویی پایستار است.

۲۳ـ خودالقای یک سیم‌پیچ چنبره‌ای با تعداد حلقه‌های n و شعاع انحنای L و سطح مقطع A از کدام گزینه به دست می‌آید؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) $\mu_\circ n^{-۱}LA$ ۲) $\mu_\circ n^{-۲}LA$ ۳) $\mu_\circ n^{۲}LA^{-۱}$ ۴) $\mu_\circ n^{۲}L^{-۱}A$

۲۴ـ تغییر شار مغناطیسی در واحد زمان در SI برابر است با: (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) شدت جریان القایی ۲) نیروی محرکه القایی ۳) بار الکتریکی ۴) انرژی الکتریکی

۲۵ـ اگر شار میدان الکتریکی که از یک سطح بسته معین S عبور می‌کند صفر باشد، کدام عبارت همواره درست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) بار الکتریکی آزاد داخل این سطح بسته، صفر است.

۲) بار الکتریکی القایی خارج از این سطح بسته، صفر است.

۳) بار الکتریکی القایی داخل این سطح بسته، صفر است.

۴) مجموع بار الکتریکی آزاد و القایی داخل و خارج این سطح بسته، صفر است.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶ـ در چارچوب نسبیت خاص برای یک سیستم عمومی از ذرات با بار الکتریکی، کدام عبارت درست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) فقط انرژی کل ذرات پایستار است.

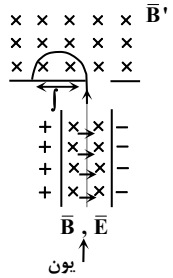
۲) فقط انرژی کل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی پایستار است.

۳) انرژی کل ذرات و انرژی کل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هر یک جداگانه پایستار است.

۴) مجموع انرژی کل ذرات و انرژی کل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی پایستار است.

۲۷ـ در یک طیف‌سنج جرمی، باریکه‌ای از یون‌ها ابتدا از یک گزینش‌گر سرعت با میدان‌های عمود بر هم ثابت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ مطابق شکل، گزینش می‌شوند و بدون انحراف وارد میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B}'$ می‌شوند. فرض کنید یون‌ها دارای بار الکتریکی $+e$ هستند. $\frac{e}{m}$ نسبت بار الکتریکی یون به جرم آن کدام است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $\frac{2E}{BB'l}$

۲) $\frac{E}{\sqrt{2}BB'l}$

۳) $\frac{E}{BB'l}$

۴) $\frac{\sqrt{2}E}{BB'l}$

۲۸ـ از داخل ناحیه‌ای به شکل دایره و شعاع $R = 2m$ در صفحه xy میدان مغناطیسی در راستای z عبور می‌کند. اندازه میدان مغناطیسی B (بر حسب تسلا) با زمان (برحسب ثانیه) به صورت $6t$ افزایش می‌یابد. میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله r از مرکز دایره کدام است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

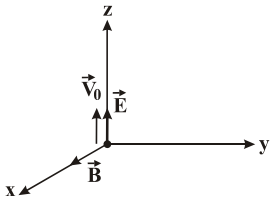
۱) $E=\begin{cases}3r & r<R\\ \frac{12}{r} & r>R\end{cases}$

۲) $E=\begin{cases}3r & r<R\\ 0 & r>R\end{cases}$

۳) $E=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{12}{r} & r>R\end{cases}$

۴) $E=\begin{cases}6r^2 & r<R\\ \frac{96}{r^2} & r>R\end{cases}$

۲۹ـ ذره بارداری با بار الکتریکی مثبت مطابق شکل از مبدأ مختصات با سرعت اولیه $\vec{V}_0$ در ناحیه‌ای از فضا که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ برقرار است پرتاب می‌شود. وضعیت حرکت این ذره چگونه است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۶)



۱) ذره باردار در صفحه $x-z$ حرکت کرده و در جهت $+z$ پیش می‌رود.

۲) ذره باردار در صفحه $x-z$ حرکت کرده و در جهت $-z$ پیش می‌رود.

۳) ذره باردار در صفحه $y-z$ حرکت کرده و در جهت $+y$ پیش می‌رود.

۴) ذره باردار در صفحه $y-z$ حرکت کرده و در جهت $-y$ پیش می‌رود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

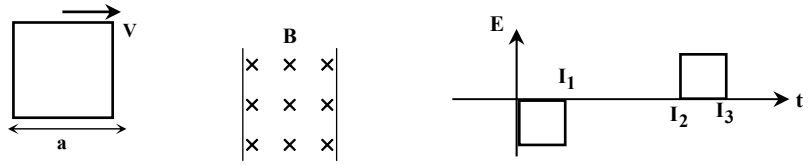
پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل یازدهم

۱ـ گزینه «۳» اگر یک هادی خطوط میدان را با سرعت V قطع کند، در دو سر آن به مقدار $d\varepsilon = VBdl$ پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌گردد. پس کل پتانسیل ایجاد شده در دو سر میله مورد سؤال برابر است با:

$$\varepsilon = \int (\vec{V}\times\vec{B}).d\vec{l} = \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V_\circ B_\circ R d\varphi \cos\varphi = 2RV_\circ B_\circ$$

دقت شود $\cos\varphi$ در اثر ضرب داخلی بین دو بردار $\vec{V}\times\vec{B}$ و $d\vec{l}$ به دست آمد.

۲ـ گزینه «۱»



در همه‌ی شکل‌ها نیروی محرکه القایی با نماد E نشان داده شده، حال آنکه E نماد میدان الکتریکی است و برای نیروی محرکه نماد ε به کار می‌رود. همچنین باید I_3, I_2, I_1 به t_3, t_2, t_1 تبدیل شوند. از رابطه‌ی ماکسول، نیروی محرکه القایی به صورت $\varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt}$ به دست می‌آید. ϕ_B شار مغناطیسی عبوری از سطح است. $\left(\phi_B = \iint_s \vec{B}.\overrightarrow{da}\right)$

پیش از ورود حلقه مربعی به ناحیه‌ی شار مغناطیسی گذرنده از حلقه برابر صفر است و با ورود حلقه به ناحیه از $t=\circ$ تا $t=t_1$ به صورت یکنواخت، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد و تغییرات شار نسبت به زمان مثبت و ثابت است پس طبق رابطه، نیروی محرکه منفی است.

از t_1 تا t_2 شار مغناطیسی درون حلقه ثابت است پس تغییرات شار صفر بوده و نیروی محرکه القایی صفر است.

از t_2 تا t_3 حلقه به صورت یکنواخت از ناحیه میدان‌دار بیرون می‌آید و تغییرات شار نسبت به زمان، منفی و نیروی محرکه القایی مثبت است.

۳ـ گزینه «۲» مقدار جریان در یک مدار RC سری از رابطه مقابل قابل محاسبه است:

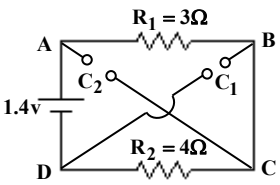
$$I = I_\circ(e^{-\frac{t}{\tau}})$$

که در این رابطه $\tau = R_{eq}C$ خواهد بود پس:

$$-\ln(10) = -\frac{t}{3C} \Rightarrow t = 3C\ln 10 \quad \text{یا} \quad I = \frac{I_\circ}{10} \Rightarrow \frac{I_\circ}{10} = I_\circ(e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{1}{10} = e^{-\frac{t}{3C}} \Rightarrow \ln(\frac{1}{10}) = -\frac{t}{3C} \quad \text{یا} \quad -\ln(10) = -\frac{t}{3C}$$

$$\Rightarrow t = 3C\ln 10$$

۴ـ گزینه «۲» در نهایت خازن‌ها به حالت مدار باز در می‌آیند و مدار به شکل زیر تبدیل می‌شود. برای محاسبه بار خازن‌ها کافیست ولتاژ دو سر آن‌ها را محاسبه کنیم:



$$V_A = 1/4v\,, V_D = \circ v \;\;;\;\; V_C = V_D + R_2 I = \circ + 4\times\frac{1/4v}{4+3} = \circ/8v$$

$$V_B = V_C = \circ/8v \;\;;\;\; q_1 = C_1V_1 = 8\mu\times(V_B - V_D) = 8\mu\times(\circ/8 - \circ) = 6/4\mu c$$

$$q_2 = C_2V_2 = 6\mu\times(V_A - V_C) = 6\mu\times(1/4 - \circ/8) = 3/6\mu c$$

۵ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. برای حل این مسئله، دانستن مقاومت R الزامیست، در نتیجه مسئله قابل حل نمی‌باشد.

۶ـ گزینه «۳» در ابتدا به محاسبه X_L و X_C در این فرکانس می‌پردازیم:

امپدانس معادل سلف:

$$X_L = L\omega = \circ/\circ 5\times 1000 = 50\Omega$$

امپدانس معادل خازن:

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{1000\times 8\times 10^{-6}} = \frac{1000}{8} = 125\Omega$$

امپدانس کل مدار:

$$Z_{\text{مدار}} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40^2 + (50-125)^2} = \sqrt{1600 + 5625} = \sqrt{7225} = 85\Omega$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

جریان مدار: $I=\frac{V}{Z}=\frac{۲۵۵}{۸۵}=۳\,Amp$

برای محاسبه ضریب توان از فرمول $Cos\varphi=\frac{R}{Z}$ استفاده می‌کنیم: ضریب توان $=Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۴۰}{۸۵}=۰/۴۷\cong ۰/۵$

۷ـ گزینه «۲» با توجه به فرمول ثابت زمانی یک محیط، گزینه ۲ صحیح است. $\tau=\frac{\varepsilon}{\sigma}$

۸ـ گزینه «۲» معادله دشارژ مدار RC، از طریق رابطهٔ $V=V_{۰}e^{-\frac{t}{\tau}}$ قابل بیان است که در آن $\tau=RC$ می‌باشد. حال با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$V_{۰}=۶V\ \Rightarrow\ V=۶e^{-\frac{t}{RC}}$$

در زمان $t=۷\times۱۰^{-۲}$ داریم:

$$۱/۵=۶e^{-\frac{۷\times۱۰^{-۳}}{RC}}\ \Rightarrow\ \frac{۱/۵}{۶}=e^{-\frac{۷\times۱۰^{-۳}}{RC}}\xrightarrow{\text{از طرفین ln می‌گیریم}}\ln(\frac{۱}{۴})=-\frac{۷\times۱۰^{-۳}}{RC}$$

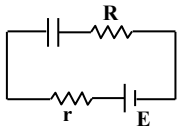
$$\text{یا}\ RC=\frac{-۷\times۱۰^{-۳}}{-\ln(۴)}=\frac{۷\times۱۰^{-۳}}{۲\ln۲}=\frac{۱۴\times۱۰^{-۳}}{۲\times۱۴\times۱۰^{-۱}}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۲}=۵\times۱۰^{-۳}\ \Rightarrow R=\frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۲/۵\times۱۰^{-۶}}=۲\times۱۰^{۳}\,\Omega=۲k\Omega$$

۹ـ گزینه «۴» زمان مشخصه مدار RC از رابطهٔ $\tau=R_TC_T$ به دست می‌آید که R_T و C_T به ترتیب مقاومت معادل و خازن معادل مدار می‌باشند.

$$\text{مدار (۱)}\ \begin{cases}R_۱=۲R\\ C_۱=C+\frac{C}{۳}=\frac{۴C}{۳}\end{cases}\Rightarrow\tau_۱=R_۱C_۱=\frac{۸}{۳}RC\quad;\quad\begin{cases}R_۲=\frac{۳R\times R}{۴R}=\frac{۳}{۴}R\\ C_۲=\frac{C}{۲}\end{cases}\Rightarrow\tau_۲=R_۲C_۲=\frac{۳}{۸}RC$$

۱۰ـ گزینه «۱» طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار خالص الکتریکی یک سیستم بسته ثابت است. لذا در هر نقطه از مدار، تغییر خالص مقدار بار الکتریکی در واحد زمان صفر است. در نتیجه در هر لحظه جمع جبری جریان‌های ورودی و خروجی هر نقطه از مدار صفر می‌باشد.

۱۱ـ گزینه «۳» حالت ساده شده مدار عبارتست از:



در این رابطه، r مقاومت داخلی باتری و R مقاومت داخلی دی‌الکتریک موجود در خازن است و برابر است با: $R=\rho\frac{d}{A}$

جریان مدار را می‌توان به این‌صورت به دست آورد: $E-Ir-IR=۰\ \Rightarrow\ E-I(r+R)=۰\Rightarrow\ I=\frac{E}{r+R}$

از طرفی، اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با: $V=E-Ir=E-\frac{E}{r+R}r=E(۱-\frac{r}{r+R})=E\frac{R}{r+R}$

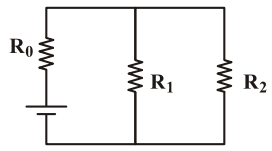
و با توجه به این‌که ظرفیت خازن عبارتست از: $c=\frac{k\varepsilon_{۰}A}{d}$، می‌توان بار ذخیره شده در خازن را به دست آورد:

$$Q=CV=\frac{k\varepsilon_{۰}A}{d}\times E\times\frac{R}{r+R}=\frac{k\varepsilon_{۰}A}{d}\times E\times\frac{\rho\frac{d}{A}}{r+\rho\frac{d}{A}}=\frac{k\varepsilon_{۰}A}{d}\times E\times\frac{\rho\frac{d}{A}}{\frac{rA+\rho d}{A}}=\frac{k\varepsilon_{۰}A}{d}\times E\times\frac{\rho d}{rA+\rho d}\Rightarrow\ Q=\frac{k\varepsilon_{۰}AE\rho}{rA+\rho d}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۲ـ گزینه «۲» وقتی زمان به اندازه کافی بگذرد و خازن‌ها شارژ شوند، مقاومت آنها بسیار زیاد می‌شود به گونه‌ای که دیگر جریان از آنها عبور نمی‌کند و بنابراین از مدار حذف می‌شوند. یعنی مدار به شکل مقابل تعدیل می‌شود:



در این صورت مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۱$ با هم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۲\times۶}{۲+۶}=\frac{۱۲}{۸}=\frac{۳}{۲}=۱/۵\Omega$$

این مقاومت با مقاومت درونی باتری سری است بنابراین مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

$$R_T=R_۰+R_{۱۲}=۳/۵+۱/۵=۵\Omega$$

حال می‌توانیم جریان گذرنده از مدار را محاسبه کنیم. با توجه به قانون اهم داریم:

$$\varepsilon_۰=IR_T\Rightarrow ۱۵=I\times۵\Rightarrow I=۳A$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها که به صورت موازی به هم متصل شده‌اند و همچنین با مقاومت‌ها موازی هستند با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر است. بنابراین کافی است جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم تا بتوانیم اختلاف پتانسیل دو سر آنها را به دست آوریم.

چون $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow I_۲=۳I_۱$$

$$I_۱+I_۲=۳\Rightarrow I_۱+۳I_۱=۳\Rightarrow ۴I_۱=۳\Rightarrow I_۱=\frac{۳}{۴}A\Rightarrow I_۲=\frac{۹}{۴}A$$

به این ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر است با:

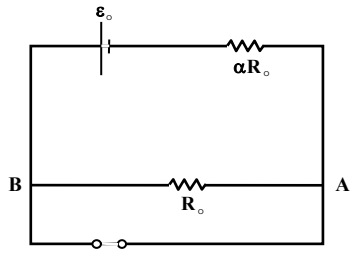
$$V_۱=V_۲\Rightarrow V=I_۱R_۱=\frac{۳}{۴}\times۶=\frac{۱۸}{۴}=۴/۵v$$

چون خازن‌ها موازی هستند. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر هریک از آنها ۴/۵ ولت خواهد بود. حال می‌توانیم به راحتی بار ذخیره شده روی هریک از خازن‌ها را محاسبه کنیم.

$$Q_۱=C_۱V=۴\times۴/۵=۱۸nC\qquad Q_۲=C_۲V=۱۰\times۴/۵=۴۵nC$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۱» در حالتی‌که خازن شارژ کامل شده است و زمان به اندازه کافی گذشته است، خازن به صورت مدار باز درمی‌آید یعنی مدار به شکل زیر خواهد بود:



در این صورت جریانی از خازن عبور نمی‌کند. کافی است اختلاف پتانسیل دو سر خازن را محاسبه کنیم.

$$-I\alpha R_۰+\varepsilon_۰-IR_۰=۰\Rightarrow\varepsilon_۰=IR_۰(۱+\alpha)\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_۰}{R_۰(۱+\alpha)}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر $R_۰$ برابر است با:

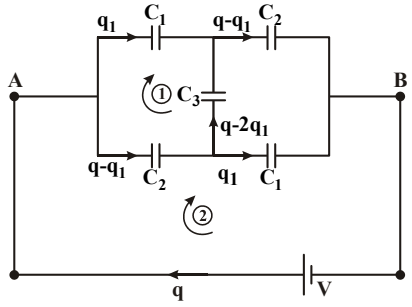
$$V=IR_۰=\frac{\varepsilon_۰}{(۱+\alpha)}$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن هم همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت است. بنابراین داریم:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{\varepsilon_۰}{(۱+\alpha)}=\frac{Q}{C_۰}\Rightarrow Q=\frac{\varepsilon_۰C_۰}{۱+\alpha}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۴ـ گزینه «۴» مدار را به‌صورت ساده‌تر به شکل زیر در نظر می‌گیریم. چون برای حل مسئله نیاز به استفاده از قوانین کیرشهوف داریم، یک باتری را که اختلاف پتانسیل آن با اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B برابر است، در مدار قرار می‌دهیم:



اگر از قانون حلقه کیرشهوف برای حلقه‌های (۱) و (۲) استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{حلقه (۱)}:\frac{q_۱}{C_۱}-\frac{(q-۲q_۱)}{C_۳}-\frac{q-q_۱}{C_۲}=۰$$

$$\Rightarrow\frac{q_۱}{C_۱}-\frac{q}{C_۳}+\frac{۲q_۱}{C_۳}-\frac{q}{C_۲}+\frac{q_۱}{C_۲}=۰\Rightarrow\frac{q_۱}{C_۱}+\frac{۲q_۱}{C_۳}+\frac{q_۱}{C_۲}=\frac{q}{C_۳}+\frac{q}{C_۲}$$

$$\Rightarrow q_۱[\frac{۱}{C_۱}+\frac{۲}{C_۳}+\frac{۱}{C_۲}]=q[\frac{۱}{C_۲}+\frac{۱}{C_۳}]\Rightarrow q_۱=q\{\frac{\frac{۱}{C_۲}+\frac{۱}{C_۳}}{\frac{۱}{C_۱}+\frac{۲}{C_۳}+\frac{۱}{C_۲}}\}=q\{\frac{\frac{C_۲+C_۳}{C_۲C_۳}}{\frac{C_۲C_۳+۲C_۱C_۲+C_۱C_۳}{C_۱C_۲C_۳}}\}=q\frac{C_۱C_۲+C_۱C_۳}{C_۱C_۳+C_۲C_۳+۲C_۱C_۲}$$

$$\text{حلقه (۲)}:-V+\frac{q_۱}{C_۱}+\frac{q-q_۱}{C_۲}=۰\Rightarrow V=\frac{q_۱}{C_۱}+\frac{q}{C_۲}-\frac{q_۱}{C_۲}=q_۱(\frac{۱}{C_۱}-\frac{۱}{C_۲})+q(\frac{۱}{C_۲})$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

$$\Rightarrow V = q\{(\frac{C_1C_2 + C_1C_3}{C_1C_3 + C_2C_3 + 2C_1C_2})(\frac{C_2 - C_1}{C_1C_2}) + \frac{1}{C_2}\}$$

$$\Rightarrow V = q\{\frac{1}{C_2}[\frac{(C_1C_2 + C_1C_2)(C_2 - C_1)}{C_1(C_1C_3 + C_2C_3 + 2C_1C_2)} + 1]\} = q\{\frac{1}{C_2}[\frac{C_1C_2^2 - C_1^2C_2 + C_1C_2C_3 - C_1^2C_3 + C_1^2C_3 + C_1C_2C_3 + 2C_1^2C_2}{C_1^2C_3 + C_1C_2C_3 + 2C_1^2C_2}]\}$$

$$= q\{\frac{1}{C_2}[\frac{C_1[C_2^2 + C_1C_2 + 2C_2C_3]}{C_1[C_1C_3 + C_2C_3 + 2C_1C_2]}]\} = q\{\frac{C_2 + C_1 + 2C_3}{(C_1 + C_2)C_3 + 2C_1C_2}\}$$

به این ترتیب می‌توانیم مقدار ظرفیت معادل را از طریق $C_t = \frac{q}{V}$ محاسبه کنیم:

$$C_T = \frac{q}{V} = \frac{(C_1 + C_2)C_3 + 2C_1C_2}{C_1 + C_2 + 2C_3}$$

کافی است مقدار عددی مسئله را جایگزین کنیم: $C_1 = 1C_\circ \ , \ C_2 = 2C_\circ \ , \ C_3 = 3C_\circ \Rightarrow C_T = \frac{(C_\circ + 2C_\circ)\times 3C_\circ + 2C_\circ \times 2C_\circ}{C_\circ + 2C_\circ + 6C_\circ} = \frac{13}{9}C_\circ$

۱۵ـ گزینه «۴» پس از بسته شدن کلید سه گانه، مدار از دو حلقه تشکیل خواهد شد که می‌توانیم با نوشتن قانون حلقه برای هر یک از آن‌ها و حل کردن دو معادله به دست آمده جریان عبوری از هر حلقه را به دست آوریم:

حلقه اول: $\varepsilon - I_1R_\circ - \frac{Q_1}{C_\circ} = \circ \Rightarrow C_\circ\varepsilon - Q_1 = \frac{dQ_1}{dt}R_\circ C_\circ$

$$\Rightarrow \int \frac{dQ_1}{C_\circ\varepsilon - Q_1} = \frac{1}{R_\circ C_\circ}\int dt \Rightarrow -Ln(C_\circ\varepsilon - Q_\circ) = \frac{t}{R_\circ C_\circ} + k$$

در لحظه $t = \circ$ داریم $Q_1 = \circ$ بنابراین خواهیم داشت: $k = -Ln(C_\circ\varepsilon)$

در نتیجه داریم: $Ln(\frac{C_\circ\varepsilon - Q_1}{C_\circ\varepsilon}) = -\frac{t}{R_\circ C_\circ}$

اگر از ساده‌سازی $Q_\circ = C_\circ\varepsilon$ استفاده کنیم، خواهیم داشت: $Q_1 = Q_\circ(1 - e^{-\frac{t}{R_\circ C_\circ}})$

با مشتق‌گیری از بار Q_1 می‌توانیم جریان عبوری از حلقه اول را به دست آوریم، پس می‌توان نوشت: $I_1(t) = \frac{dQ_1(t)}{dt} = Q_\circ[\frac{1}{R_\circ C_\circ}e^{-\frac{t}{R_\circ C_\circ}}]$

حال به سراغ حلقه دوم می‌رویم تا جریان عبوری از آن را محاسبه کنیم:

حلقه دوم: $\varepsilon - 2I_2R_\circ - \frac{Q_2}{2C_\circ} = \circ \Rightarrow 2C_\circ\varepsilon - 4I_2R_\circ C_\circ - Q_2 = \circ \Rightarrow 2C_\circ\varepsilon - Q_2 = 4R_\circ C_\circ\frac{dQ_2}{dt}$

$$\Rightarrow \int \frac{dQ_2}{2C_\circ\varepsilon - Q_2} = \frac{1}{4R_\circ C_\circ}\int dt \Rightarrow -Ln(2C_\circ\varepsilon - Q_2) = \frac{t}{4R_\circ C_\circ} + k$$

به طور مشابه در $t = \circ$ مقدار $Q_2 = \circ$ است، یعنی داریم: $t = \circ \Rightarrow Q_2 = \circ \Rightarrow k = -Ln(2C_\circ\varepsilon)$

بنابراین خواهیم داشت: $Ln(\frac{2C_\circ\varepsilon - Q_2}{2C_\circ\varepsilon}) = -\frac{t}{4R_\circ C_\circ}$

در نتیجه با در نظر گرفتن ساده‌سازی $Q_\circ = C_\circ\varepsilon$ خواهیم داشت: $Q_2 = 2Q_\circ(1 - e^{-\frac{t}{4R_\circ C_\circ}})$

$$\Rightarrow I_2(t) = \frac{dQ_2(t)}{dt} = 2Q_\circ[\frac{1}{4R_\circ C_\circ}e^{-\frac{t}{4R_\circ C_\circ}}]$$

با توجه به اینکه در زمان $t = \alpha R_\circ C_\circ$ جریان عبوری از هر دو حلقه یکسان است خواهیم داشت: $t = \alpha R_\circ C_\circ \Rightarrow I_1(t) = I_2(t)$

$$\Rightarrow Q_\circ[\frac{1}{R_\circ C_\circ}e^{-\alpha}] = 2Q_\circ[\frac{1}{4R_\circ C_\circ}e^{-\frac{\alpha}{4}}]$$

$$\Rightarrow e^{-\alpha} = \frac{1}{2}e^{-\frac{\alpha}{4}} \Rightarrow e^{-\frac{3\alpha}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3\alpha}{4} = Ln(\frac{1}{2}) \Rightarrow -\frac{3\alpha}{4} = Ln2^{-1} = -Ln2 \Rightarrow \frac{3\alpha}{4} = Ln2 = \circ/7$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{4\times\circ/7}{3} \simeq \circ/92$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ گزینه «۳» با توجه به قانون القای فارادی مقدار ولتاژ القایی در حلقه از رابطه $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$ قابل محاسبه است. پس در ابتدا φ را محاسبه می‌کنیم در اینجا B از قانون آمپر قابل محاسبه است و برابر است با $B = \frac{\mu_\circ i(t)}{2\pi(\circ/\Delta + z)}$.

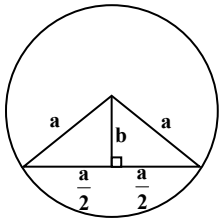
$$\varphi = \int Bds = \int_{z=\circ}^{1/\Delta}\int_{y=\circ}^{2} \frac{\mu_\circ i(t)}{2\pi(\circ/\Delta+z)}dzdy = \frac{\mu_\circ i(t)}{2\pi}\int_{z=\circ}^{1/\Delta}\frac{dz}{(\circ/\Delta+z)}\int_{y=\circ}^{2}dy = \frac{\mu_\circ i(t)}{2\pi}(\ln(\circ/\Delta+z)]_{z=\circ}^{1/\Delta}(dy]_{y=\circ}^{2}$$

$$\varphi = \frac{\mu_\circ i(t)}{2\pi}(\ln 2 - \ln\circ/\Delta)\times 2 = \frac{\mu_\circ i(t)}{\pi}\ln 4$$

حال می‌توانیم جریان را محاسبه کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{d\varphi}{dt}\times\frac{1}{R} = \frac{\mu_\circ \ln 4}{\pi}\frac{di(t)}{dt}\times\frac{1}{\frac{1}{\pi}} = \mu_\circ \ln 4(\frac{8-\circ}{2}) = 4\mu_\circ \ln 4$$

۱۷ـ گزینه «۳» در ابتدا به محاسبه شار مغناطیسی گذرنده از داخل حلقه می‌پردازیم. چون میدان مغناطیسی یک سیم‌لوله در داخل آن یکنواخت است محاسبه شار عبوری از داخل حلقه مستطیل شکل به سادگی میسر است:



$$\varphi = BA\cos\varphi = BA$$

میدان حاصل از سیم‌لوله طویل $B = \mu_\circ nI$

$$A = \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}b\times a, b = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2}}{2} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$\varphi = \mu_\circ nI\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \mu_\circ n\frac{\sqrt{3}a^2}{4}i_\circ \sin\omega t$$

ولتاژ القا شده در حلقه مثلثی:

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = \mu_\circ n\frac{\sqrt{3}a^2}{4}i_\circ\omega\cos\omega t$$

جریان عبوری از داخل حلقه مثلثی:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_\circ n\sqrt{3}}{4R}a^2\omega i_\circ\cos\omega t$$

۱۸ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. با توجه به قانون القای فارادی می‌توانیم ولتاژ القا شده در دو سر میله را محاسبه نماییم و سپس توان تلفاتی را پیدا کنیم. در این رابطه N تعداد حلقه‌های موجود است که در اینجا برابر ۱ می‌باشد.

$$\varepsilon = N\frac{d\varphi}{dt} = N\frac{d(BA\cos\theta)}{dt}$$

از طرفی داریم:

$$A = \text{مساحت} = L\times x, \cos\theta = 1 \Rightarrow \varepsilon = 1\times\frac{d(BLx\times 1)}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLV = 5\times 1/5\times 4 = 30\,V$$

پس در نتیجه توان تلفاتی برابر خواهد بود با:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{30^2}{1/2} = 750\,w$$

که احتمالاً جواب همان ۷۵ وات می‌باشد.

برای حل قسمت دوم از قانون لنز استفاده می‌کنیم و چون در اینجا در اثر افزایش مساحت شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد جریان باید در جهت خلاف عقربه‌های ساعت القا شود که با تولید میدان برون‌سو، این اثر را جبران کند.

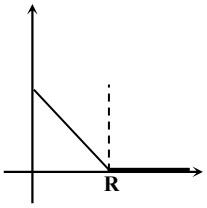
۱۹ـ گزینه «۱» در ابتدا φ را به دست می‌آوریم و سپس L را از رابطه $L = \frac{\varphi}{I}$ محاسبه می‌کنیم. مقدار میدان مغناطیسی در فضای بین دو رسانا بر طبق قانون آمپر و از رابطه $B = \frac{\mu_\circ i}{2\pi r}$ قابل محاسبه است پس داریم:

$$\varphi = \iint Bds = \int_{z=\circ}^{L}\int_{r=a}^{b}\frac{\mu_\circ i}{2\pi r}drdz = \frac{\mu_\circ i}{2\pi}\int_{r=a}^{b}\frac{dr}{r}\int_{z=\circ}^{L}dz = \frac{\mu_\circ i}{2\pi}(\ln r]_a^b(z]_\circ^L = \frac{\mu_\circ i}{2\pi}\ln\frac{b}{a}L \Rightarrow L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\frac{\mu_\circ i}{2\pi}\ln\frac{b}{a}L}{i} = \frac{\mu_\circ L}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ گزینه «۱» با استفاده از قوانین ماکسول در یک بعد می‌توانیم بگوییم تغییرات میدان مغناطیسی با زمان برابر تغییرات میدان الکتریکی با مکان می‌باشد و این برابری با علامت منفی صادق است.



$$\frac{\partial E}{\partial r}=-\frac{\partial B}{\partial t}\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial r}=-\ \text{نرخ ثابت}$$

در اینجا گزینه ۱ صحیح‌تر به نظر می‌رسد ولی باید شکل تغییرات خطی نمایش داده شود، یعنی:

در خارج استوانه چون $B=0$ پس میدان الکتریکی القایی نیز نخواهیم داشت.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۱ـ گزینه «۱» با توجه به قانون القای فارادی می‌توانیم جریان i را محاسبه کنیم: (برای جلوگیری از اشتباه احتمالی، مقاومت حلقه را با R' نمایش می‌دهیم تا با شعاع حلقه که در صورت سؤال با R نشان داده شده است، یکسان در نظر گرفته نشود.)

$$i=\frac{\varepsilon}{R'}=\frac{-d\varphi}{dt}\times\frac{1}{R'}=\frac{-d(BA)}{dt}\times\frac{1}{R'}=-\frac{A}{R'}\frac{dB}{dt}$$

در اینجا A مساحت حلقه می‌باشد که برابر است با πR^2 و همچنین R' نیز با توجه به جرم میله می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

با توجه به جرم میله داریم:

$$\frac{dB}{dt}=\frac{Ri}{A}=\frac{\rho\frac{L}{A_1}i}{A}=\frac{\rho\frac{2\pi R}{\pi r^2}i}{\pi R^2}=\frac{2\rho i}{\pi R r^2}\ ,\ \begin{cases}\pi r^2 L\sigma=M\\ L=2\pi R\end{cases}\Rightarrow R=\frac{M}{2\pi^2 r^2\sigma}$$

پس در نهایت خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \frac{dB}{dt}=\frac{2\rho i}{\pi\frac{M}{2\pi^2 r^2\sigma}r^2}=\frac{4\pi\rho i\sigma}{M}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۲ـ گزینه «۱» درستی گزینه‌های ۲ و ۴ روشن است. گزینه ۳ هم درست می‌باشد و مقدار میدان الکتریکی از دید ناظرهای گوناگون، متفاوت می‌باشد. اگر فرض کنیم چارچوب لخت $\bar{S}$ نسبت به S با سرعت v و در راستای مثبت محور xها حرکت کند، روابط تبدیل مربوط به میدان الکتریکی مشاهده شده توسط ناظرهای ساکن در این دو دستگاه به صورت روبرو می‌باشد:

$$\bar{E}_x=E_x\ ,\ \bar{E}_y=\gamma(E_y-vB_z)\ ,\ \bar{E}_z=\gamma(E_z+vB_y)$$

که در آن $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}$ است. اما در مورد گزینه ۱، باید گفت تنها چیزی که قانون لنز بر آن دلالت دارد، تمایل حلقه رسانا به حفظ شار ثابت عبوری از خود و در نتیجه جهت emf القایی است و این قانون هیچ ارتباطی به پایستگی انرژی ندارد.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۳ـ گزینه «۴» برای محاسبه خودالقایی در ابتدا، شار مغناطیسی عبوری از جسم را محاسبه می‌کنیم که از رابطه زیر به دست می‌آید.

شار عبوری از هر یک از سیم‌پیچ‌ها

$$\phi=BA=\frac{\mu_0 nI}{2\pi L}\times A$$

حال، شار کل عبوری از سیم‌پیچ‌ها را می‌یابیم.

$$\phi_{\text{کل}}=n\phi=\frac{\mu_0 n^2 IA}{2\pi L}$$

پس خودالقایی چنبره برابر است با:

$$L=\frac{\phi}{I}=\frac{\mu_0 n^2 A}{2\pi L}=\frac{\mu_0 n^2 AL^{-1}}{2\pi}$$

که به نظر می‌رسد گزینه ۴ صحیح باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۴ـ گزینه «۲» یکی از معادلات چهارگانه ماکسول، کرل میدان الکتریکی است.

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

در سطر سوم از قضیه استوکس استفاده شده است:

$$\iint\vec{\nabla}\times\vec{E}.\vec{da}=-\int\int\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.\vec{da}$$

ϕ_B شار مغناطیسی یا همان میدان مغناطیسی عبوری از سطح است.

$$\oint\vec{E}.d\vec{\ell}=-\frac{\partial}{\partial t}\iint\vec{B}.\vec{da}=-\frac{d}{dt}\phi_B\Rightarrow\frac{d\phi_B}{dt}=-\varepsilon_{emf}$$

ε_{emf} : نیروی محرکه القایی است و طبق قانون لنز، جریان القایی را به گونه‌ای در مدار برقرار می‌کند که با تغییرات شار مخالفت کند.

برای نیروی محرکه داریم:

$$\varepsilon=\oint\vec{E}.\vec{dq}$$

($\oint$ نشانگر انتگرال روی مسیر بسته است).

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۵ـ گزینه «۱» مطابق قانون گاوس، شار میدان الکتریکی داخل یک سطح بسته با بارهای آزاد داخل آن متناسب است:

$$\oint_S Eds = \frac{q_{in}}{\varepsilon_\circ} \xrightarrow{\oint Eds=\circ} q_{in} = \circ$$

۲۶ـ گزینه «۴» در هر مجموعه از ذرات باردار علاوه بر انرژی ذرات، انرژی الکتریکی و مغناطیسی نیز وجود دارد و مجموع این انرژی‌ها پایستار است.

۲۷ـ گزینه «۱» درون گزینش‌گر رابطه روبرو برقرار است:

$$F = evB = eE \Rightarrow V = \frac{E}{B}$$

در میدان مغناطیسی یک نیروی مرکزی $F' = evB'$ وارد می‌شود و با توجه به اینکه $r = \frac{\ell}{۲}$ است:

$$F' = \frac{mV^۲}{r} = eVB' \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{۲V}{rB'} = \frac{۲V}{\ell B'} = \frac{۲E}{\ell BB'}$$

۲۸ـ گزینه «۱» مقدار شار عبوری از درون حلقه برای $r < R$ عبارت است از:

$$\phi_B = \int \vec{B}.\overrightarrow{da} = ۶t\pi r^۲ = ۶\pi r^۲ t \quad ; \quad \oint \vec{E}.\vec{dl} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow E(۲\pi r) = ۶\pi r^۲ \Rightarrow E = ۳r$$

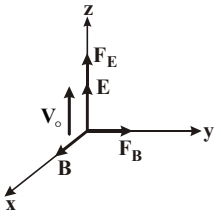
از طرفی داریم:

برای $r > R$ می‌توان نوشت:

$$\phi_B = ۶\pi R^۲ t \Rightarrow E = ۳\frac{R^۲}{r} = \frac{۱۲}{r}$$

۲۹ـ گزینه «۳» نیروی الکترومغناطیسی وارد بر یک ذره باردار که با سرعت V در میدان‌های الکتریکی E و مغناطیسی B در حال حرکت است، برابر است با: $F = q(E + V \times B)$

بنابراین با توجه به شکل یک نیرو در جهت مثبت محور y در اثر میدان مغناطیسی و یک نیرو در جهت مثبت محور z در اثر نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود. این نیروها حرکتی در صفحه $z-y$ ایجاد می‌کنند که در جهت مثبت محور yها اتفاق می‌افتد.



www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

بخش سوم : فیزیک (۳)

فصل دوازدهم

«شاره‌ها»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوازدهم

۱ـ مدول حجمی (مدول الاستیسیته) آب $B=2/1\ GPa$ است. چه اختلاف فشاری بر حسب میلی بار لازم است تا باعث یک درصد تغییر حجم آب شود؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $2/1\times10^{4}$ ۲) $2/1\times10^{5}$ ۳) $2/1\times10^{6}$ ۴) $2/1\times10^{7}$

۲ـ با فرض اینکه در جو زمین ρ چگالی هوا با فشار متناسب است و از تغییرات g هم صرف‌نظر شود، فشار P نسبت به ارتفاع y از سطح دریا چگونه تغییر می‌کند؟ p_0 و ρ_0 را فشار و چگالی را در سطح دریا فرض کنید. (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)

۱) ρgy ۲) $p_0 e^{+(\frac{\rho_0 gy}{p_0})}$ ۳) $p_0 e^{-(\frac{gp_0 y}{\rho_0})}$ ۴) $p_0 e^{-(\frac{\rho_0 gy}{p_0})}$

۳ـ اگر در اثر رسوب مواد، قطر داخلی یک رگ از ۶ میلی‌متر به ۳ میلی‌متر کاهش یابد، آهنگ شارش از ۶۲ سانتی‌مترمکعب در ثانیه به حدود چند سانتی‌مترمکعب بر ثانیه خواهد رسید؟ (طول رگ ۲ متر و چسبندگی (ویسکوزیته) خون ۱/۲ پوازی و اختلاف فشار بین دو نقطه ثابت فرض شود. عدد π را ۳/۱۴ فرض کرده و نزدیک‌ترین گزینه را انتخاب کنید) (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۴ـ قانون برنولی (ثابت $= P+\frac{1}{2}\rho V^2+\rho gy$) برای چه نوع سیالی صادق است؟کشسان (viscous) (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) سیال ایستا، غیرکشسان و تراکم‌پذیر
۲) سیال ایستا، کشسان و تراکم‌پذیر
۳) سیال ایستا، غیرکشسان و تراکم‌ناپذیر
۴) برای هر نوع سیالی

۵ـ چگالی یخ تقریباً ۰/۹۲ گرم بر سانتی‌مترمکعب و چگالی آب اقیانوس تقریباً ۱/۰۲۵ گرم بر سانتی‌مترمکعب می‌باشد. تقریباً چه کسری از کل ارتفاع یک کوه یخی شناور در آب‌های اطراف قطب شمال از آب بیرون است (و قابل مشاهده است)؟ فرض کنید سطح مقطع کوه یخی در ارتفاع‌های مختلف تقریباً یکسان است. (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۹

۶ـ جسمی به جرم حجمی $5/2\ g/cm^3$ در داخل جیوه شناور است. روی آن آب می‌ریزیم تا کاملاً غرق شود. در این صورت نسبت حجم قسمتی از جسم که در جیوه است به حجم قسمتی از آن که در آب است کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

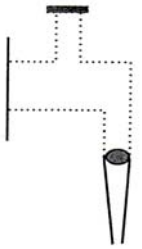
۷ـ یک بالن کروی شکل کشسان که از گاز هیدروژن پر شده است، دارای قطر d_1 و فشار داخلی P_1 است. به گاز گرما داده می‌شود و در نتیجه قطر بالن تا d_2 و فشار داخلی آن تا P_2 افزایش می‌یابد. فرایند به گونه‌ای انجام می‌شود که در آن تغییرات فشار متناسب با قطر بالن است. اگر V_1 و V_2 به ترتیب نمایانگر حجم بالن در حالت‌های اول و دوم باشند، کدام یک از موارد زیر کار انجام شده توسط گاز را در طی فرایند نشان می‌دهند؟
(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{1}{3}(P_2V_2-P_1V_1)$ ۲) $\frac{1}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$ ۳) $\frac{3}{4}(P_2V_2-P_1V_1)$ ۴) $\frac{4}{3}(P_2V_2-P_1V_1)$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ سرعت خروج آب از یک شیر آب $50\,cm/s$ و سطح مقطع شیر $4/5\,cm^2$ است. پس از سقوط به اندازه $30\,cm$ سطح مقطع آب خروجی چند سانتی مترمربع است؟ $g = 10\,\frac{m}{s^2}$ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)



۱) ۰/۹
۲) ۰/۳۷
۳) ۲/۰
۴) ۴/۵

۹ـ یک کوه یخ با چگالی $0/92\,\frac{g}{cm^3}$ در آب دریا با چگالی $1/03\,\frac{g}{cm^3}$ شناور است. چند درصد حجم یخ بیرون از آب است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۹)

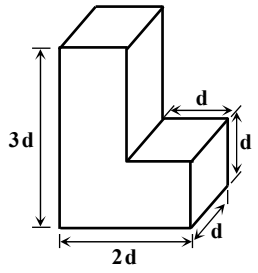
۱) ۱۶ ۲) ۱۴ ۳) ۱۱ ۴) ۸

۱۰ـ یک قطره آب به شعاع 10^{-3} میلی‌متر، دارای چه اختلاف فشاری با محیط بیرون خود است؟ کشش سطحی آب $7\times10^{-2}\,\frac{N}{m}$ است.

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۹)

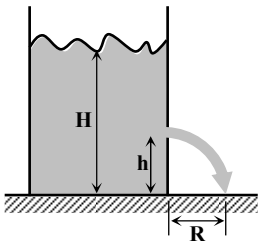
۱) $3/5\times10^4$ pa ۲) 7×10^4 pa ۳) $10/5\times10^3$ pa ۴) 14×10^4 pa

۱۱ـ ظرفی مطابق شکل زیر، پر از مایعی با چگالی $2\,\frac{gr}{cm^3}$ است. اگر $d = 2m$ باشد، تفاوت نیروهایی که به وجه A و B وارد می‌شود، چند کیلوپاسکال است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۹۰)



۱) صفر
۲) ۸۰
۳) ۲۴۰
۴) ۴۰۰

۱۲ـ می‌خواهیم ارتفاع H یک مایع درون یک منبع بسیار بزرگ و بلند را محاسبه کنیم. برای این کار، یک روزنه کوچک در ارتفاع h بدنه این منبع ایجاد می‌کنیم و برد R ریزش یک باریکه از این مایع سطح افقی را اندازه می‌گیریم. ارتفاع H کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) $\frac{1}{2}(h+\frac{R^2}{2h})$ ۲) $\frac{1}{2}(h+\frac{R^2}{h})$
۳) $\frac{1}{4}(h+\frac{R^2}{h})$ ۴) $h+\frac{R^2}{4h}$

۱۳ـ چگالی جسمی $2/5\,\frac{gr}{cm^3}$ است. چگالی این جسم بر حسب $\frac{lb}{ft^3}$ چقدر است؟ (فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

۱) ۴۵ ۲) ۳۰۰ ۳) ۶۲۵ ۴) ۱۵۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل دوازدهم

۱ـ گزینه «۲» رابطه مدول حجمی به صورت $B=\frac{\Delta P}{\frac{\Delta v}{v}} \rightarrow \Delta P = ۲/۱\times ۱۰^{۹}\times ۱۰^{-۵}\times ۱۰^{-۲} = ۲/۱\times ۱۰^{۲}\ (b)$ است. با تبدیل واحد، چون واحد خواسته شده میلی بار است می‌توان نوشت:

$$\Delta P = ۲/۱\times ۱۰^{۲}\times ۱۰^{۳} = ۲/۱\times ۱۰^{۵}\ (mb)$$

۲ـ گزینه «۴»

$$\frac{\rho}{\rho_۰}=\frac{p}{p_۰} \quad (۱)$$

$$\frac{dP}{dy}=-\rho g \xrightarrow{(۱)} \frac{dP}{dy}=-\frac{\rho_۰ g}{P_۰}P \Rightarrow \frac{dP}{P}=\frac{-\rho_۰ g}{P_۰}dy \Rightarrow Ln\frac{P}{P_۰}=\frac{-\rho_۰ gy}{P_۰} \Rightarrow P=P_۰ e^{\frac{-\rho_۰ gy}{P_۰}}$$

۳ـ گزینه «۱» با توجه به قانون پوازی داریم:

$$Q=\frac{\pi r^{۴}(P_۱-P_۲)}{۸\eta L}$$

در رابطه بالا، Q مقدار جریان شاره، r شعاع لوله، $(P_۱-P_۲)$ افت فشار، L طول لوله و η ضریب چسبندگی لوله است.

همان طور که می‌بینید، Q با توان چهارم شعاع رابطه مستقیم دارد. $\frac{Q_۲}{Q_۱}=(\frac{r_۲}{r_۱})^{۴} \rightarrow Q_۲=(\frac{۳}{۶})^{۲}\times ۶۲ = ۳/۸۷۵ \simeq ۴$

۴ـ گزینه «۳» $P+\frac{۱}{۲}\rho V^{۲}+\rho gy = \text{ثابت}$ (قانون برنولی)

قانون برنولی فقط برای شاره‌های ایستا، غیرکشسان و تراکم‌ناپذیر صادق است.

۵ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{array}{ll} W_i=\rho_i V_i g & \text{وزن کوه یخی} \\ W_w=\rho_w V_w g & \text{وزن حجم آب جابجا شده}\end{array}\right\} \Rightarrow W_i=W_w \Rightarrow \rho_i V_i g=\rho_w V_w g \Rightarrow \frac{V_w}{V_i}=\frac{\rho_i}{\rho_w}=\frac{۰/۹۲}{۱/۰۲۵}\simeq ۰/۹$$

در رابطه بالا، V_i حجم کل کوه یخی است و V_w، حجم آب جابجا شده است. بنابراین، ۰/۹ کوه یخی داخل آب قرار می‌گیرد و ۰/۱ آن بیرون آب قرار دارد.

۶ـ گزینه «۳» برای جسم غوطه‌ور در n مایع مخلوط نشدنی می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{ll} V_۱=\frac{\rho_۲-\rho}{\rho_۲-\rho_۱} & \text{(مقدار داخل جیوه)} \\ V_۲=\frac{\rho_۱-\rho}{\rho_۲-\rho_۱} & \text{(مقدار داخل آب)}\end{array}\right. \Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲}=\frac{|\rho_۲-\rho|}{|\rho_۱-\rho|}=\frac{|۱۳/۶-۵/۲|}{|۱-۵/۲|}=\frac{۸/۴}{۴/۲}=۲$$

۷ـ گزینه «۳» برای حل مسئله باید از این نکته صورت سؤال که گفته «تغییرات فشار متناسب با تغییرات قطر است» استفاده کرد.

$$dP=\alpha dr \rightarrow P=\alpha r$$

که در آن با توجه به این فرض معقول که در $r=۰$، $P=۰$ می‌باشد، ضریب ثابت را برابر صفر در نظر گرفتیم. از طرفی طبق فرمول کار می‌توان نوشت:

$$W=\int PdV=\int \alpha r\times ۴\pi r^{۲}dr=\alpha\pi\times r^{۴}]_{r_۱}^{r_۲}=\frac{۳}{۴}(\alpha r_۲\times\frac{۴}{۳}\pi r_۲^{۳}-\alpha r_۱\times\frac{۴}{۳}\pi r_۱^{۳})=\frac{۳}{۴}(P_۲V_۲-P_۱V_۱)$$

۸ـ گزینه «۱» با استفاده از قانون پایستگی انرژی، سرعت را پس از ۳۰ cm سقوط محاسبه می‌کنیم:

$$V^{۲}-V_۰^{۲}=۲gh$$

$$V=\sqrt{۲gh+V_۰^{۲}}=\sqrt{۲\times ۱۰\times ۰/۳+(۰/۵)^{۲}}=\sqrt{۶/۲۵}=۲/۵\frac{m}{s}=۲۵۰\frac{cm}{s}$$

با استفاده از رابطه میان سرعت و سطح مقطع داریم: $A_۱V_۱=A_۲V_۲ \Rightarrow ۵۰\times ۴/۵=۲۵۰\times V_۲ \Rightarrow V_۲=۰/۹cm^{۲}$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۳» حجم کل کوه یخ را v_i می‌گیریم. بخشی از یخ که دیده نمی‌شود و زیر آب قرار دارد، حجم آن برابر v_f است که حجم شاره جابجا شده (آب دریا) توسط کوه یخ است.

$$f = \frac{v_i - v_f}{v_i} = ۱ - \frac{v_f}{v_i}$$

چون کوه یخ شناور است $(F_g = m_f g)$، پس می‌توان نوشت: $m_i g = m_f g$. از طرفی با توجه به رابطه $M = \rho v$ می‌توان نوشت: $\rho_i v_i = \rho_f v_f$. بنابراین داریم:

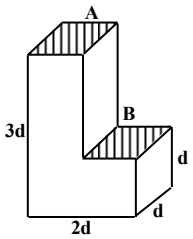
$$\frac{v_f}{v_i} = \frac{\rho_i}{\rho_f} \rightarrow f = ۱ - \frac{\rho_i}{\rho_f} = ۱ - \frac{۰/۹۲}{۱/۰۳} = ۰/۱۰۶ \times ۱۰۰ = ۱۰/۶\% \simeq ۱۱\%$$

۱۰ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه مقابل داریم:

$$F = \pi R^۲ \Delta p \rightarrow \Delta p = \frac{F}{\pi R^۲} = \frac{۷ \times ۱۰^{-۲}}{\pi ۱۰^{-۶}} = ۲/۲ \times ۱۰^۴$$

ظاهراً طبق گزینه‌ها از π صرف‌نظر شده است؛ یعنی فقط کسر $\frac{۷ \times ۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۶}}$ محاسبه شده و جواب ۷×۱۰^۴ منظور طراح است.

۱۱ـ گزینه «۲»



$$\begin{cases} P_A = \rho g h_A = ۳\rho g d \\ P_B = \rho g h_B = \rho g d \end{cases} \Rightarrow P_A - P_B = ۲\rho g d = ۲ \times ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۲ = ۸۰۰۰۰ Pa = ۸۰ kPa$$

۱۲ـ گزینه «۴» سرعت خروج آب از روزنه از رابطهٔ (۱) $v^۲ = ۲g(H-h)$ به دست می‌آید. از طرفی، حرکت آب پس از خروج از روزنه با شتاب g صورت می‌گیرد و لذا می‌توان معادلات حرکت پرتاب افقی را برای آن نوشت:

$$x = vt \rightarrow R = vt \Rightarrow t = \frac{R}{v} \quad (۲)$$

$$y = \frac{۱}{۲} g t^۲ \xrightarrow{(۲)} h = \frac{۱}{۲} g \frac{R^۲}{v^۲} \xrightarrow{(۱)} h = \frac{g R^۲}{۴ g (H-h)} \Rightarrow H - h = \frac{R^۲}{۴h} \Rightarrow H = h + \frac{R^۲}{۴h}$$

۱۳ـ گزینه «۴»

$$۲/۵ \frac{gr}{cm^۳} = \frac{۲/۵ \times ۲/۲۰ \times ۱۰^{-۳} \, (lb)}{۳/۵۳ \times ۱۰^{-۵} \, (ft^۳)} \cong ۱۵۰ \left(\frac{lb}{ft^۳}\right)$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل سیزدهم

«ترمودینامیک»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سیزدهم

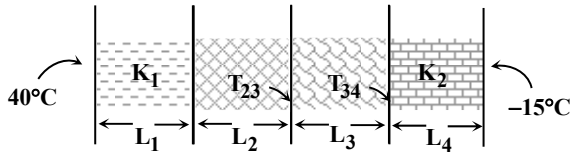
۱ـ موتور الکتریکی یک پمپ حرارتی حرارت را از خارج از اطاق که دمای آن $-۱۳^\circ C$ است، به داخل اطاق که $۲۷^\circ C$ است منتقل می‌کند. اگر پمپ حرارتی یک پمپ حرارتی کارنو باشد (یک ماشین کارنو که در جهت عکس کار می‌کند)، به ازای هر ژول انرژی الکتریکی چند ژول حرارت به اتاق منتقل می‌شود؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)

۱) ۰/۱۳ ۲) ۱/۹۳ ۳) ۰/۶۷۵ ۴) ۷/۵

۲ـ مطابق شکل زیر یک دیوار از چهار لایه تشکیل شده است. ضریب هدایت حرارتی $k_1 = ۰/۰۶\frac{W}{mK}$، $k_۳ = ۰/۰۴\frac{W}{mK}$، $k_۴ = ۰/۱۲\frac{W}{mK}$ است. ضخامت لایه‌ها عبارتند از: $L_1 = ۲cm$, $L_۳ = ۴cm$, $L_۴ = ۶cm$ اگر هدایت حرارتی پایدار باشد، $T_{۲۳}$ دمای دیواره میان لایه دوم و سوم و $T_{۳۴}$ دمای دیواره میان لایه سوم و چهارم کدام است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) $T_{۳۴} = -۳^\circ C$, $T_{۲۳} = ۲۷^\circ C$

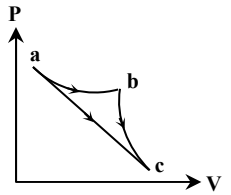
۲) $T_{۳۴} = +۳^\circ C$, $T_{۲۳} = ۲۷^\circ C$

۳) $T_{۳۴} = -۶^\circ C$, $T_{۲۳} = ۲۴^\circ C$

۴) $T_{۳۴} = -۳^\circ C$, $T_{۲۳} = ۲۴^\circ C$

۳ـ در نمودار فشار بر حسب حجم برای یک گاز ایده‌آل کار انجام شده در تحول تک دما از a تا b برابر ۱۰J و کار انجام شده در تحول بی‌دررو از b تا c برابر ۶J است. تغییر انرژی داخلی گاز در مسیر مستقیم از a تا c چند ژول است ؟

(فیزیک ـ سراسری ۸۹)



۱) ۸

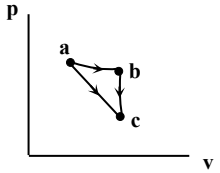
۲) ۱۶

۳) ۶

۴) ۴

۴ـ در شکل زیر، نمودار فشار بر حسب حجم یک گاز ایده‌آل تک اتمی در فرآیند تک دما از نقطه a تا b به اندازه ۸J و در فرآیند بی‌دررو از نقطه b تا c مقدار ۱۰J کار انجام می‌دهد. مقدار تغییر انرژی داخل گاز در فرآیندی که نمودار آن خط مستقیم از a تا c است، چند ژول است؟

(فیزیک عمومی «کلیه گرایش‌های مهندسی» ـ دکتری ۹۰)



۱) −۱۰

۲) ۲

۳) -۲

۴) ۶

۵ـ اگر فرآیندی برگشت‌ناپذیر در یک سیستم بسته رخ دهد، آنتروپی سیستم چه تغییری می‌کند؟

(تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۹)

۱) کاهش می‌یابد.

۲) ثابت می‌ماند.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) ممکن است کاهش یا افزایش یابد.

۶ـ هر گاه دمای مایع درون یک جوسنج به اندازه‌ی ΔT تغییر کند و فشار ثابت بماند و اگر A سطح مقطع لوله‌ی شیشه‌ای، h ارتفاع اولیه ستون مایع، β ضریب انبساط حجمی جیوه باشد، ارتفاع ستون مایع چقدر تغییر می‌کند؟ (فرض کنید اندازه سطح مقطع ثابت باقی بماند)

(فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $\beta h \Delta T$ ۲) $\beta A \Delta T$ ۳) $\beta A h \Delta T$ ۴) $\beta \Delta T$

۷ـ مسافت آزاد میانگین برای ۱۵ مهره ژلاتینی کروی در داخل کیسه‌ای که به شدت تکان داده می‌شود چند سانتی‌متر است؟ حجم کیسه ۱/۰ لیتر و شعاع هر مهره ژلاتینی را یک سانتی‌متر در نظر بگیرید.

(فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۱/۵ ۲) ۳/۷۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۸ـ مطابق شکل سه دیوار با ضخامت‌های برابر در اختیار داریم. هر دیوار از سه لایه مواد هادی گرما با ضرایب رسانشی K_1 و K_2 و K_3 تشکیل شده است. سمت چپ دیوارها در دمای $30^\circ C$ و سمت راست آن‌ها در دمای صفر درجه سلسیوس است. اگر $K_1 > K_2 > K_3$، در کدام حالت اختلاف دمای دو طرف ماده، بیشتر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

(a)

K_1	K_2	K_3

(b)

K_1	K_3	K_2

(c)

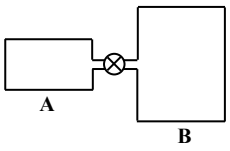
K_3	K_1	K_2

۱) a
۲) b
۳) c
۴) در هر سه حالت یکی است.

۹ـ مساحت پنجره‌های اتاقی $4m^2$ است. این پنجره‌ها دارای شیشه‌هایی به ضخامت $4mm$ هستند. در یک شب زمستانی که دمای اتاق $30^\circ C$ و دمای بیرون $-10^\circ C$ است، گرمایی که در مدت ۱۰ ساعت از داخل اتاق به بیرون انتقال می‌یابد، برای به جوش آوردن حدوداً چند لیتر آب در دمای اتاق کافی است؟ (ضریب رسانندگی گرمایی شیشه $1\frac{W}{m.K}$ و گرمای ویژه آب $1\frac{cal}{gr}$ است.) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۴۵۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۴۵ ۴) ۴/۵

۱۰ـ مطابق شکل، دو مخزن عایق A و B حاوی یک نوع گاز ایده‌آل هستند. این دو مخزن توسط یک لوله نازک، دارای یک شیر، به هم متصل‌اند. در ابتدا شیر بسته است، در مخزن A فشار $6\times10^5 Pa$ و دما $200K$ است. در مخزن B فشار $10^5 Pa$ و دما $300K$ است و حجم آن سه برابر حجم مخزن A است. سپس در حالی که دمای مخزن‌ها ثابت نگه داشته می‌شود، شیر را باز می‌کنیم. پس از تعادل، فشار در هر مخزن چند پاسکال است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

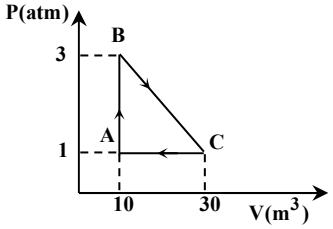


۱) $\frac{4}{3}\times10^5$ ۲) $\frac{8}{3}\times10^5$ ۳) 3×10^5 ۴) 4×10^5

۱۱ـ یک مول از یک گاز ایده‌آل تک اتمی دارای حجم V_1 و فشار P_1 است. ابتدا طی یک انبساط هم‌دما حجم گاز به $2V_1$ افزایش یافته و سپس با یک فرآیند هم حجم، فشار آن تا $2P_1$ افزایش می‌یابد. تغییر آنتروپی گاز پس از این دو فرآیند کدام است؟ (R ثابت عمومی گازها است) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) $-4R\,Ln2$ ۲) $-3R\,Ln2$ ۳) $3R\,Ln2$ ۴) $4R\,Ln2$

۱۲ـ در چرخه مقابل $Q_{AB}=80J$، $Q_{CA}=-50J$ است. بازده چرخه کدام است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)



۱) ۰/۴
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

۱۳ـ یک گاز ایده‌آل به صورت بی دررو از حالت اولیه با حجم V_0 و فشار P_0 به حالت نهایی با حجم V_f و فشار P_f می‌رود. کار انجام شده روی گاز در این فرآیند عبارت است از: (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) صفر ۲) $\frac{c_v}{R}(P_fV_f-P_0V_0)$ ۳) $P_fV_f-P_0V_0$ ۴) $\frac{C_P}{R}(P_fV_f-P_0V_0)$

۱۴ـ چه مقدار گرما باید به $112m^3$ گاز N_2 داده شود تا در فشار ثابت یک اتمسفر دمای جسم از $400K$ به $500K$ برسد؟ $R=8\frac{J}{mol.K}$ (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) ۷MJ ۲) ۱۴MJ ۳) ۲۱MJ ۴) ۲۸MJ

۱۵ـ نمودار $P-V$ برای یک فرآیند چرخه‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن گاز کاملی در انتهای چرخه به حالت اولیه‌اش بر می‌گردد. اگر فرآیندها منحنی PV را به صورت پادساعتگرد به دور سطح بسته طی کنند، آن سطح نمایش: (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) کاری است که توسط گاز کامل انجام می‌شود.
۲) گرمایی است که از گاز کامل گرفته می‌شود.
۳) گرمای اضافه شده به گاز کامل است.
۴) کاری است که روی گاز کامل انجام می‌شود.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۶ـ وقتی آب منجمد می‌شود، آنتروپی آب: (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴).افزایش یا کاهش آن به عوامل دیگری بستگی دارد.

۱۷ـ به اعتبار قانون دوم ترمودینامیک به این نتیجه می‌رسیم که: (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) بی‌نظمی عالم با گذشت زمان افزایش می‌یابد.
۲) انرژی کل عالم ثابت است.
۳) تبدیل گرما به کار با بازده ۱۰۰% به طور نظری امکان‌پذیر است.
۴) دمای میانگین عالم با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۱۸ـ یک گاز دو اتمی را به طور بی دررو تا $\frac{۱}{۱۰}$ حجم اولیه‌اش متراکم می‌کنیم، اگر دمای اولیه گاز $۲۷^\circ C$ باشد دمای نهایی آن چقدر است؟

$\gamma = ۱/۴$ و $(۱۰)^{۰/۴} = ۲/۵۱$ (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۶)

۱) $۲۷۰\,K$ ۲) $۵۴۰\,K$ ۳) $۷۵۳\,K$ ۴) $۹۵۴\,K$

۱۹ـ در یک موتور بنزینی، احتراق کامل سوخت هیدروکربن دمای گاز باقیمانده را به ۲۱۲۷° سانتی‌گراد می‌رساند، اما هوای مجاور موتور دارای دمای ۲۷° سانتی‌گراد است. بازده ماکزیمم این موتور برابر است با : (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۶)

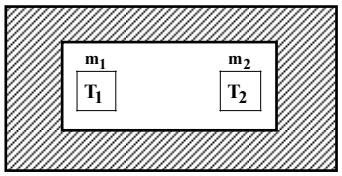
۱) ۱ ۲) ۰/۸۸ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۷۶

۲۰ـ وقتی تغییراتی در یک سیستم بسته رخ می‌دهد آنتروپی چه تغییری می‌کند؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۶)

۱) برای فرایندهای برگشت‌ناپذیر افزایش می‌یابد.
۲) برای فرایندهای برگشت‌پذیر ثابت می‌ماند.
۳) هرگز کاهش نمی‌یابد.
۴) هر سه گزینه (۱)، (۲) و (۳) صحیح اند.

۲۱ـ دو قطعه مشابه با دماهای مطلق $T_۱$ و $T_۲$ در یک سیستم ایزوله را کنار هم می‌آوریم. پس از تعادل، تغییر آنتروپی این سیستم کدام است؟

(فیزیک پزشکی ۸۷)



۱) $۲mc\ln\frac{|T_۲ - T_۱|}{۲\sqrt{T_۱T_۲}}$ ۲) $۲mc\ln\frac{T_۱ + T_۲}{۲\sqrt{T_۱T_۲}}$
۳) $۲mc\ln\frac{T_۱ + T_۲}{|T_۱T_۲|}$ ۴) $۲mc\ln\frac{T_۱}{T_۲}$

۲۲ـ در یک گاز ایده‌آل که ایزوله گرمایی است، مقدار مدول کپه‌ای کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) $\frac{P}{\gamma}$ ۲) $\frac{\gamma}{P}$ ۳) γP ۴) $\frac{۱}{\gamma P}$

۲۳ـ دو محیط A و B به ضرایب هدایت $R_۱ = ۱۰۰ mK/w$ و $R_۲ = ۲۰۰ mK/w$ و به ضخامت‌های ۱۰ و ۲۰ سانتی‌متر می‌باشند. دما در مرز مشترک بین B و A و مقدار R برای دو محیط کدام است؟ (جریان گرما در محیط، یک جریان یکنواخت و پایا می‌باشد.) (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) $-۱۳^\circ C$ و ۱۶۷ ۲) $-۱۳^\circ C$ و ۳۰۰ ۳) $۱۳^\circ C$ و ۱۶۷ ۴) $۱۳^\circ C$ و ۳۰۰

۲۴ـ اگر ضرایب جذب و گسیل زمین، به جای ۰/۷۵۰، ۰/۳۷۵ می‌بود، دمای متوسط زمین حدوداً چقدر می‌شد؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) $۷۵\,K$ ۲) $۱۴۰\,K$ ۳) $۳۰۰\,K$ ۴) $۶۰۰\,K$

۲۵ـ در دماهای پایین ظرفیت گرمایی مولی جامدات از قانون دبای $c = ۱۰^{-۴} T^۳$ تبعیت می‌کند که T دما برحسب K و c برحسب $\frac{J}{mol.K}$ است. ظرفیت گرمایی مولی میانگین در محدوده‌ی دمای ۱۰K تا ۱۰۰K به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) $۱۲/۵\frac{J}{mol.K}$ ۲) $۲۵\frac{J}{mol.K}$ ۳) $۴۰\frac{J}{mol.K}$ ۴) $۷۵\frac{J}{mol.K}$

www.modaresanesharif.ac.ir

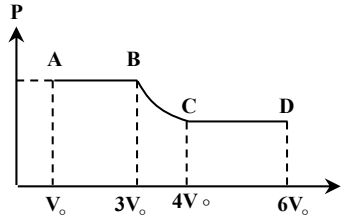
www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶ـ رابطه‌ی بین فشار و حجم ماده‌ای که در ظرفی به حجم V محبوس است به صورت $P = a + bV$ است، که در آن a و b ثابت‌اند. کار هیدروستاتیکی لازم در یک فرآیند ایستاوار از حجم اولیه $V_\circ$ در فشار $P_\circ$ به حجم $2V_\circ$ در فشار $3P_\circ$ چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) $aV_\circ + 2bV_\circ^2$ ۲) $P_\circ V_\circ$ ۳) $-4P_\circ V_\circ$ ۴) $-2P_\circ V_\circ$

۲۷ـ کار انجام شده در تحویل یک مول گاز ایده‌آل از نقطه‌ی A تا D چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

تحول BC هم‌دما است.



۱) $-(0/5 + \ln\frac{4}{3})P_\circ V_\circ$

۲) $-(3/5 + 3\ln\frac{4}{3})P_\circ V_\circ$

۳) $-(4 + \ln\frac{4}{3})P_\circ V_\circ$

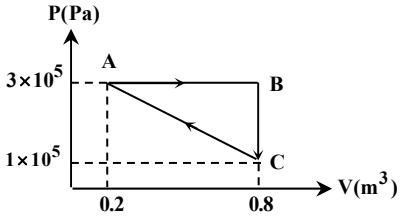
۴) $-(4/5 + 3\ln\frac{4}{3})P_\circ V_\circ$

۲۸ـ یک ماشین کارنو از یک منبع گرم در دمای $227^\circ C$، $2000J$ گرما می‌گیرد و پس از انجام کار، مقداری گرما در دمای $127^\circ C$ به محیط می‌دهد. بازده و کاری که این ماشین انجام می‌دهد چقدر است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) ۲۰% و $400J$ ۲) ۴۴% و $880J$ ۳) ۴۴% و $1120J$ ۴) ۲۰% و $1600J$

۲۹ـ ۲ مول گاز ایده‌آل تک اتمی با ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت $C_V = \frac{3}{2}R$ فرآیند نشان داده شده در شکل زیر را طی می‌کند. بازده چرخه چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) ۵۴%

۲) ۸%

۳) ۲۷%

۴) ۱۳%

۳۰ـ نیم مول گاز هلیوم که آن را ایده‌آل فرض می‌کنیم در $300K$ دست‌خوش یک فرآیند هم‌فشار می‌شود که حجم گاز را از $12L$ تا $3L$ کم می‌کند. تغییر آنتروپی گاز را تخمین بزنید. ظرفیت گرمایی مولی هلیوم در حجم ثابت $\frac{3}{2}R$ است. (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

۱) $-2/5R\ln 3$ ۲) $-1/5R\ln 3$ ۳) $-1/25R\ln 4$ ۴) $-0/75R\ln 4$

۳۱ـ کدام گزینه نادرست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)

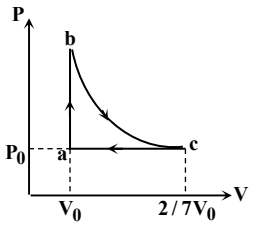
۱) در یک فرآیند بی‌دررو $Q = 0, \Delta E_{int} = W$

۲) در یک فرایند تک‌حجم $W = 0, \Delta E_{int} = Q$

۳) در یک فرآیند چرخه‌ای $Q = W, \Delta E_{int} = 0$

۴) در انبساط آزاد هر گازی (در خلأ) $Q = W = \Delta E_{int} = 0$ و دمای گاز ثابت می‌ماند.

۳۲ـ سه مول از یک گاز تک‌اتمی که ظرفیت گرمایی مولی آن در حجم ثابت $C_V = \frac{3}{2}R$ است را وادار می‌کنیم تا چرخه نشان داده شده در شکل را طی کند. فرآیند bc تک دما است. کار انجام شده به وسیله گاز در فرآیند bc چقدر است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) $-0/7P_\circ V_\circ$

۲) $-0/9P_\circ V_\circ$

۳) $-1/7P_\circ V_\circ$

۴) $-2/7P_\circ V_\circ$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۳ـ طرحی برای استخراج انرژی از اقیانوس‌ها می‌کوشد از اختلاف دما بین لایه‌های آب پایین و بالای اقیانوس بهره بگیرد در مناطق گرمسیری دما در سطح آب $25^\circ C$ و در عمق ۳۰۰ متری حدود $50^\circ C$ است. بازده ماشین کارنویی که بین این دماها کار می‌کند. چند درصد است؟

(فیزیک دریا ـ سراسری ۸۷)

۱) ۶/۷ ۲) ۶۷ ۳) ۲۰ ۴) ۸۰

۳۴ـ انرژی داخلی یک گاز ایده‌آل: (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۷)

۱) به حجم آن بستگی دارد.
۲) به فشار آن بستگی دارد.
۳) به دمای آن بستگی دارد.
۴) مستقل از تعداد مولکول‌های آن است.

۳۵ـ سرعت متوسط مولکول‌های یک گاز با دمای T: (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۷)

۱) متناسب با $\sqrt{T}$ است. ۲) متناسب با T است. ۳) متناسب با T^2 است. ۴) مستقل از دمای آن است.

۳۶ـ یک مول از گاز کامل دو اتمی، در یک تحول آدیاباتیک از دمای T_1 به دمای T_2 می‌رسد. میزان کار انجام شده در این تحول کدام است؟

(فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $R(T_2-T_1)$ ۲) $\frac{5R}{2}(T_2-T_1)$ ۳) $\frac{7}{5}R(T_2-T_1)$ ۴) $\frac{7}{2}R(T_2-T_1)$

۳۷ـ معادله حالت یک سیستم هیدرواستاتیکی به صورت $P(v-b)=R\theta$ می‌باشد. که در آن P فشار و v حجم یک مول و θ دمای مطلق سیستم و b و R اعداد ثابتی هستند. مقدار ضریب تراکم هم‌دمای این سیستم کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) $\frac{\frac{1}{v}}{P+(\frac{R\theta}{P})}$ ۲) $\frac{\frac{1}{v}}{1+(\frac{b}{R\theta})P}$ ۳) $\frac{\frac{1}{P}}{1+(\frac{b}{R\theta})P}$ ۴) $\frac{\frac{1}{P}}{v+(\frac{R\theta}{v})}$

۳۸ـ انتقال گرما از طریق تابش از بدن شخصی که به حالت برهنه در یک اتاق تاریک با دمای $20^\circ C$ ایستاده است چند وات است؟ دمای پوست شخص را $33^\circ C$ و مساحت پوست وی را $1/5 m^2$ در نظر بگیرید. ضریب تابندگی را ۰/۹۷ و ثابت استفان بولتزمن را $5/67\times10^{-8}$ در نظر بگیرید.

(فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۹۷ ۲) ۱۱۶ ۳) ۱۲۸ ۴) ۱۴۸

۳۹ـ به هنگام پاشویه، چند گرم الکل باید از سطح بدن یک شخص ۷۰ کیلوگرمی تبخیر شود تا دمای بدن وی $1/5^\circ C$ کاهش یابد؟ گرمای ویژه بدن انسان را $0/83\frac{cal}{g}$ و گرمای نهان تبخیر الکل را $204\frac{cal}{g}$ در نظر بگیرید. (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۳۷۲ ۲) ۴۲۷ ۳) ۴۷۲ ۴) ۵۰۲

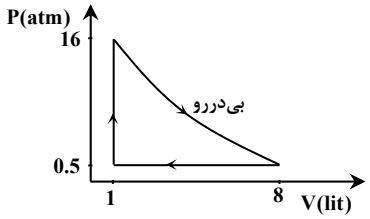
۴۰ـ ظرفیت گرمایی ویژه یک بخار فوق گرما در فشار ۱۵۰ kpa به صورت $c_p=\left[2/07+\frac{T-400}{1480}\right]\frac{kJ}{kg^\circ C}$ بیان می‌شود، T نشان دهنده دمای بخار است. میزان تغییرات آنتالپی ۳kg بخار فوق گرما وقتی که دمای آن از $300^\circ C$ تا $400^\circ C$ افزایش می‌یابد، کدام است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) ۲۴۸۵KJ ۲) ۲۵۶۵KJ ۳) ۲۸۷۴KJ ۴) ۳۳۲۵KJ

۴۱ـ چرخه ماشینی که با یک گاز کامل تک اتمی ($c_v=\frac{3}{2}R$ مولی) کار می‌کند، در شکل نشان داده شده است. بازده گرمایی این ماشین چقدر است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



۱) ۰/۵۲
۲) ۰/۶۲
۳) ۰/۷۲
۴) ۰/۸۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۲ـ دمای یک دستگاه ترمودینامیکی به وسیله منبعی با دمای T ثابت نگه داشته شده است. دستگاه فقط با این منبع تبادل حرارتی دارد. دستگاه ضمن یک تحول، گرما را از منبع جذب می‌کند و به اندازه‌ی $W(W>0)$ روی محیط کار انجام می‌دهد و انرژی داخلی و آنتروپی آن به ترتیب از U_1 و S_1 به U_2 و S_2 تغییر می‌کند. کدام گزینه درست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $U_2 - U_1 + W - T(S_2 - S_1) \geq 0$

۲) $U_1 - U_2 + W + T(S_2 - S_1) \geq 0$

۳) $U_2 - U_1 - W + T(S_2 - S_1) \geq 0$

۴) $U_1 - U_2 - W + T(S_2 - S_1) \geq 0$

۴۳ـ S,T,V,P به ترتیب فشار، حجم، دما و آنتروپی یک دستگاه ترمودینامیکی‌اند. کدام تساوی درست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

۲) $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S$

۳) $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T$

۴) $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

۴۴ـ اثر نودسن در یک لوله مویین محتوی گاز هنگامی اتفاق می‌افتد که : (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) قطر لوله مویین از مرتبه‌ی میکرون باشد.

۲) قطر لوله مویین از مرتبه‌ی میلی‌متر باشد.

۳) قطر لوله مویین حتماً در حدود شعاع مؤثر مولکول‌های گاز باشد.

۴) قطر لوله مویین با پویش آزاد میانگین مولکول‌های گاز قابل مقایسه باشد.

۴۵ـ کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) بیشینه تابش گرمایی زمین با دمای متوسط $27^\circ C$ در طول موج $10\mu m$ است.

۲) برای یک گاز کامل تک اتمی در دمای اتاق، $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ است.

۳) تغییر آنتروپی مقداری یخ صفر درجه که پس از دریافت 4×10^4 کالری گرما به آب صفر درجه تبدیل می‌شود برابر است با $\Delta S = 615\frac{J}{k}$

۴) انرژی داخلی یک گاز حقیقی تابع دما، حجم و تعداد ذرات گاز است.

۴۶ـ تغییر آنتروپی یک گاز در یک انبساط بی‌دررو از حجم V_i تا حجم V_f کدام است؟ (ΔU تغییر انرژی داخلی گاز در این تحول، T دمای گاز و n تعداد مول‌های آن است.) (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{\Delta U}{T}$

۲) $nR\Delta T$

۳) صفر

۴) $RT\ln\frac{V_f}{V_i}$

۴۷ـ دو قطره آب با شعاع یکسان و دمای برابر T_1 در کنار هم قرار دارند. اگر این دو قطره در یک فرآیند خودبه‌خودی در هم آمیزند و قطره جدید با شعاع R را تشکیل دهند. با فرض عدم امکان انتقال انرژی این سیستم با محیط اطراف، T_2 دمای این قطره چه ارتباطی با دمای قطره‌های اولیه دارند؟ (فیزیک دریا ـ سراسری ۸۸)

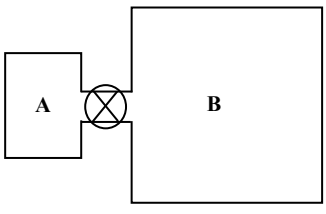
۱) $T_2 = T_1$

۲) $T_1 > T_2$

۳) $T_2 > T_1$

۴) هیچ رابطه منطقی بین T_1 و T_2 وجود ندارد.

۴۸ـ ظرف A حاوی گاز ایده‌آل با فشار ۸ جو و دمای $300K$ است. ظرف B نیز حاوی همان گاز با فشار ۶ جو و دمای $500K$ است و شیر میان دو ظرف بسته است. حجم ظرف B، ۵ برابر حجم ظرف A است. شیر رابط باز و در حالی که دمای هر یک از دو ظرف در دمای اولیه‌شان نگه داشته می‌شود اجازه داده می‌شود، فشار دو ظرف یکسان شود. فشار نهایی در ظرف چند جو است؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)



۱) ۶/۵

۲) ۶/۳

۳) ۷

۴) ۷/۲

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۹ـ یک سیکل گاز ایده‌آل شامل تحولات: ۱ـ تراکم هم‌دما در درجه حرارت T_1 ، ۲ـ افزایش گرما از T_1 به T_2 در فشار ثابت، ۳ـ انبساط آدیاباتیک برگشت به درجه حرارت T_1 می‌باشد. راندمان حرارتی این سیکل کدام است؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

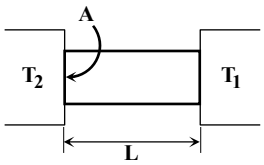
۱) $\eta = 1 - \frac{T_2 \ln(\frac{T_3}{T_2})}{T_3 - T_1}$

۲) $\eta = 1 - \frac{T_2 \ln(\frac{T_2}{T_3})}{T_1 - T_2}$

۳) $\eta = 1 - \frac{T_1 \ln(\frac{T_3}{T_1})}{T_3 - T_2}$

۴) $\eta = 1 - \frac{T_3 \ln(\frac{T_1}{T_2})}{T_3 - T_1}$

۵۰ـ یک میله فولادی استوانه‌ای شکل به طول $L = 0/5m$، سطح مقطع $A = 0/15m$ و ضریب رسانش گرمایی $k = 70 \frac{W}{m.K}$ بین دو منبع گرمایی گرم‌تر $T_1 = 350^\circ K$ و سردتر $T_2 = 300^\circ K$ قرار دارد و به حالت تعادل گرمایی می‌باشد. تغییر آنتروپی جهان در هر ثانیه در اثر این تحول چند وات بر کلوین است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)



۱) ۰/۵ (کاهش)

۲) ۰/۵ (افزایش)

۳) ۵ (کاهش)

۴) ۵ (افزایش)

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل سیزدهم

۱ـ گزینه «۴» از آنجا که پمپ گرمایی با سیکل کارنو کار می‌کند، داریم:

$$\left|\frac{Q_c}{Q_H}\right| = \frac{T_c}{T_H} = \frac{-۱۳+۲۷۳}{۲۷+۲۷۳} = \frac{۲۶۰}{۳۰۰} = \frac{۱۳}{۱۵}$$

$$|Q_c| = \frac{۱۳}{۱۵}|Q_H| \quad ; \quad |W| = |Q_H| - |Q_c| \Rightarrow ۱ - |Q_H| - \frac{۱۳}{۱۵}|Q_H| = \frac{۲}{۱۵}|Q_H| \quad ; \quad ۱ = \frac{۲}{۱۵}|Q_H| \Rightarrow |Q_H| = ۷/۵\,J$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲ـ «هیچ‌کدام از گزینه‌ها درست نیست.» لایه‌ها به صورت سری به هم بسته شده‌اند. بنابراین می‌توانیم این رابطه را بنویسیم:

$$\text{توان گرمایی } H \text{ یا } P_c = k_۱A\frac{۴۰-T_{۱۲}}{L_۱} = k_۲A\frac{T_{۱۲}-T_{۲۳}}{L_۲} = k_۳A\frac{T_{۲۳}-T_{۳۴}}{L_۳} = k_۴A\frac{T_{۳۴}+۱۵}{L_۴}$$

$$(۰/۰۶)A\frac{۴۰-T_{۱۲}}{۰/۰۲} = \frac{k_۲A(T_{۱۲}-T_{۲۳})}{L_۲} = (۰/۰۴)A\frac{T_{۲۳}-T_{۳۴}}{۰/۰۴} = ۰/۱۲A\frac{T_{۳۴}+۱۵}{۰/۰۶}$$

$$۳(۴۰-T_{۱۲}) = \frac{k_T}{L_۲}(T_{۱۲}-T_{۲۳}) = T_{۲۳}-T_{۳۴} = ۲(T_{۳۴}+۱۵)$$

از دو رابطه‌ی آخر داریم: $T_{۲۳}-T_{۳۴} = ۲T_{۳۴}+۳۰ \Rightarrow T_{۲۳} = ۳T_{۳۴}+۳۰$

همان طور که می‌بینید، هیچ‌کدام از جواب‌ها در این رابطه صادق نیست.

◆ ◆ ◆ ◆

۳ـ گزینه «۳» تغییر انرژی فرآیند هم‌دما صفر است و تغییر انرژی فقط برای فرآیند بی‌دررو است.

◆ ◆ ◆ ◆

۴ـ گزینه «۱» انرژی داخلی گاز تک اتمی ایده‌آل $U = \frac{۳}{۲}NKT$ است و تنها با تغییر دما تغییر می‌کند، چون این انرژی تابع متغیرهای حالت سیستم است.

$$\Delta U = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

$\Delta U_{ab} = ۰$ است زیرا فرآیند تک دماست. $\Delta U_{bc} = \Delta Q_{bc} + \Delta W_{bc}$ امّا چون فرآیند bc بی‌دررو است، $\Delta Q_{bc} = ۰$ است. لذا:

$$\Delta U = \Delta W_{bc} = -۱۰(j)$$

زیرا کار را سیستم انجام داده است.

◆ ◆ ◆ ◆

۵ـ گزینه «۳» فرآیند برگشت‌ناپذیر است و در فرآیند برگشت‌ناپذیر، سیستم به سمت افزایش آنتروپی پیش می‌رود (شرط برگشت‌ناپذیری).

◆ ◆ ◆ ◆

۶ـ گزینه «۱» برای حل این مسئله می‌توانیم از فرمول ضریب انبساط حجمی استفاده کنیم. $V = V_۰(۱+\beta\Delta T)$

$$\rightarrow \Delta V = V_۰\beta\Delta T \rightarrow \cancel{A}\times\Delta h = \cancel{A}h\beta\Delta T \Rightarrow \Delta h = \beta h\Delta T$$

◆ ◆ ◆ ◆

۷ـ گزینه «۲» با توجه به فرمول مسافت آزاد میانگین می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{۱}{\sqrt{۲}\times(\frac{N}{V})\pi d^۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}\times\frac{۱۵}{۱۰^{-۳}}\times ۳/۱۴\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۱}{۲۶/۶۵} = ۰/۰۳۷۵(m) = ۳/۷۵(cm)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۸ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه انتقال گرما از طریق رسانش می‌توان نوشت:

$$H = \frac{A(\Delta T)}{\sum_{n=۱}^{۳}\frac{L}{K}} = \frac{A\Delta T}{\frac{L_۱}{K_۱}+\frac{L_۲}{K_۲}+\frac{L_۳}{K_۳}} = \frac{A(۳۰-۰)}{\frac{L_۱}{K_۱}+\frac{L_۲}{K_۲}+\frac{L_۳}{K_۳}}$$

می‌بینیم H در مورد این میله‌ها به چیدمان آن‌ها بستگی ندارد. به سطح مقطع و تغییرات دمای ابتدا و انتهای میله‌ها وابسته است زیرا در عمل جمع خاصیت جابه‌جایی داریم.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. رابطه انتقال حرارت از طریق رسانش به صورت زیر است.

$$H=\frac{Q}{t}=\frac{KA\Delta T}{L}\rightarrow Q=\frac{۱\times \cancel{۴}\times(۳۰+۱۰)\times۱۰\times۳۶۰۰}{\cancel{۴}\times۱۰^{-۳}}=۱۴۴\times۱۰^{۷}\ J$$

اگر این گرما صرف جوش آوردن آب شود می‌توان نوشت:

$$Q=mc\Delta\theta\rightarrow ۱۴۴\times۱۰^{۷}=m\times۴/۱۸۶\times۱۰^{۳}\times۷۰\Rightarrow m=\frac{۱۴۴\times۱۰^{۷}}{۴/۱۸۶\times۷۰\times۱۰^{۳}}\Rightarrow m=۴۹۱۴kg$$

چگالی آب $۱\frac{g}{cm^{۳}}$ یا $۱۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}$ است.

$$۱۰۰۰=\frac{۴۹۱/۴}{V_{۳}}\Rightarrow V=\frac{۴۹۱۴}{۱۰۰۰}=۴۹۱۴\times۱۰^{-۳}\ m^{۳}$$

برای تبدیل مترمکعب به دسی‌مترمکعب (لیتر) کافی است حجم حاصل را در $۱۰^{۳}$ ضرب کنیم.

$$V=۴۹۱۴\,lit$$

۱۰ـ گزینه «۲» ابتدا که شیر بسته است با استفاده از رابطه $PV=nRT$ می‌توان تعداد مول‌های گاز در مخزن A و B را محاسبه کرد.

$$n_A=\frac{P_AV_A}{RT_A}\ ,\ n_B=\frac{P_BV_B}{RT_B}\rightarrow \text{کل } n=\frac{V_A}{R}(\frac{P_A}{T_A}+\frac{۳P_B}{T_B})=const$$

بعد از باز شدن شیر فشار در مخزن A و B به صورت مقابل است.

$$P'_A=\frac{Rn'_AT_A}{V_A}\ ,\ P'_B=\frac{Rn'_BT_B}{V_B}$$

پس از بازشدن شیر، دو مخزن هم فشار می‌شوند با مساوی قرار دادن P'_B و P'_A داریم:

$$\frac{\cancel{R}n'_AT_A}{\cancel{V_A}}=\frac{\cancel{R}n'_BT_B}{۳\cancel{V_A}}\Rightarrow n'_B=\frac{۳n'_AT_A}{T_B}$$

از طرفی می‌دانیم تعداد مول کل گاز ثابت است. زیرا نه گازی به کل سیستم وارد می‌شود و نه گازی از آن خارج می‌شود.

$$n_{total}=n_A+n_B=n'_A+n'_B\Rightarrow n_A+n_B=n'_A(۱+\frac{۳T_A}{T_B})\Rightarrow\frac{V_A}{R}(\frac{P_A}{T_A}+\frac{۳P_B}{T_B})=n'_A(۱+\frac{۳T_A}{T_B})$$

$$\Rightarrow n'_A=\frac{V_A(\frac{P_A}{T_A}+\frac{۳P_B}{T_A})}{R(۱+۳\frac{T_A}{T_B})}\xrightarrow{P'_AV=n'_ART}P'=\frac{n'_ART_A}{V_A}=\frac{P_A+\frac{۳P_BT_A}{T_B}}{۱+۳\frac{T_A}{T_B}}=\frac{۶\times۱۰^{۵}+\frac{۳\times۱۰^{۵}\times۲۰۰}{۳۰۰}}{۱+۳\times\frac{۲۰۰}{۳۰۰}}=\frac{۸}{۳}\times۱۰^{۵}\ (pa)$$

۱۱ـ گزینه «۳» رابطه تغییر آنتروپی سیستم در فرآیند هم حجم به صورت $S=nC_V\ln\frac{T_۲}{T_۱}+nR\ln\frac{V_۲}{V_۱}$ تعریف می‌شود و از طرفی در فرآیند هم‌دما آنتروپی به صورت $S=nR\ln\frac{P_۱}{P_۲}$ تعریف می‌شود. طبق صورت سؤال گاز تک اتمی است. $(c_V=\frac{۳}{۲}R)$

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}$$

فرآیند هم حجم $\Delta S=S_۲-S_۱=\frac{۳}{۲}R\ln\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱}+R\ln\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۳}{۲}R\ln\frac{۲\cancel{V_۱}۲\cancel{P_۱}}{\cancel{P_۱V_۱}}+R\ln\frac{۲\cancel{V_۱}}{\cancel{V_۱}}$

$$=\frac{۳}{۲}R\ln۴+R\ln۲=۲\times\frac{۳}{۲}R\ln۲+R\ln۲=۴R\ln۲$$

هم دما $S_{(۱)}=R\ln\frac{P_۱}{P_۲}=R\ln\frac{۱}{۲}=R\ln(۲)^{-۱}=-R\ln۲$

$$S_{total}=S_{(۲)}+S_{(۱)}=S_{\text{هم حجم}}-S_{\text{هم دما}}=۴R\ln۲-R\ln۲=۳R\ln۲$$

۱۲ـ گزینه «۲» بازده چرخه برابر است با نسبت کار انجام شده به گرمای دریافتی توسط منبع که در نمودارها مساحت چرخه همان کار تحویلی است و مساحت زیر خط BC گرمای دریافتی توسط سیستم است.

$$\varepsilon=\frac{W}{Q}=\frac{\text{مساحت مثلث ABC}}{\text{مساحت ذوزنقه با ارتفاع ۲۰ و قاعده‌های ۳ و ۱ اتمسفر}}=\frac{\frac{۱}{\cancel{۲}}\times۲۰\times\cancel{۲}}{\frac{۱}{\cancel{۲}}\times۲۰\times(۳+۱)}=\frac{۲۰}{۴۰}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۳ـ گزینه «۲» در فرآیند بی دررو داریم:

$$W = \Delta E \ , \ c_v = \frac{۳}{۲} R$$

$$\Delta E = \frac{۳}{۲} nR\Delta T = \frac{۳}{۲} nR(T_f - T_\circ) = \frac{۳}{۲} nR\left(\frac{P_f V_f}{nR} - \frac{P_\circ V_\circ}{nR}\right) \Rightarrow W = \frac{۳}{۲}(P_f V_f - P_\circ V_\circ) = \frac{c_V}{R}(P_f V_f - P_\circ V_\circ)$$

۱۴ـ گزینه «۱» در فرآیند هم فشار داریم:

$$Q = nc_p \Delta T \ ; \ n = \frac{PV}{RT} = \frac{(۱۰^۵)(۱۱۲)}{(۸)(۴۰۰)} = ۳۵۰۰ mol \ , \ c_P = \frac{۵}{۲} R \ ; \ Q = (۳۵۰۰)\left[\frac{۵}{۲}(۸)\right](۱۰۰) = ۷ MJ$$

۱۵ـ گزینه «۴» در نمودار $P - V$ اگر چرخه کامل و ساعتگرد باشد، $W < ۰$ است و W کاری است که دستگاه (گاز کامل) روی محیط انجام می‌دهد. اما اگر چرخه کامل و پادساعتگرد باشد $W > ۰$ و W کاری است که روی گاز کامل انجام می‌شود. (محیط روی دستگاه کار انجام می‌دهد)

۱۶ـ گزینه «۳» فرآیند انجماد فرآیندی برگشت‌پذیر است و در واقع آب صفر درجه بدون تغییر دما به اندازه گرمای نهان ذوب یخ، گرما از دست می‌دهد و یخ می‌بندد.

$$Q = mL_f \Rightarrow dQ = ۰ \ ; \ \Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{dQ}{T} = ۰$$

۱۷ـ گزینه «۱» باتوجه به اینکه $\Delta S \geq ۰$. یعنی طبق قانون دوم ترمودینامیک برای فرآیندهای برگشت‌پذیر، آنتروپی ثابت می‌ماند و برای فرآیندهای برگشت‌ناپذیر، افزایش می‌یابد. پس بی‌نظمی هر سیستم بسته ممکن است ثابت بماند یا افزایش یابد ولی بی‌نظمی هر سیستم باز همواره افزایش می‌یابد.

۱۸ـ گزینه «۳»

$$T_i V_i^{\gamma-۱} = T_f V_f^{\gamma-۱} \ ; \ (۳۰۰)(V_i)^{۱/۴-۱} = T_f\left(\frac{۱}{۱۰} V_i\right)^{۱/۴-۱} \ ; \ T_f = \frac{۳۰۰}{(\frac{۱}{۱۰})^{۰/۴}} = ۳۰۰ \times (۱۰)^{۰/۴} = ۲/۵۱ \times ۳۰۰ = ۷۵۳ K$$

۱۹ـ گزینه «۲» موتور بنزینی از نوع ماشین‌های گرمایی است و از طرفی بازده ماکزیمم آن زمانی است که ماشین گرمایی در چرخه کارنو کار کند. یعنی در این حالت بازده به صورت مقابل است:

$$\varepsilon = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = ۱ - \frac{۲۷ + ۲۷۳}{۲۱۲۷ + ۲۷۳} = ۱ - \frac{۳۰۰}{۲۴۰۰} = ۰/۸۷۵ \simeq \%۸۸$$

۲۰ـ گزینه «۴» آنتروپی در فرآیندهای برگشت‌ناپذیر افزایش می‌یابد و در فرآیندهای برگشت‌پذیر ثابت است. از طرفی همیشه $\Delta S \geq ۰$ یعنی آنتروپی هرگز کاهش پیدا نمی‌کند.

۲۱ـ گزینه «۲» ابتدا دمای تعادل را محاسبه می‌کنیم. صورت سؤال اعلام نکرده کدام جسم دارای دمای بالاتر است، با فرض $T_۱ > T_۲$ دمای تعادل را می‌توان از برابر قراردادن گرمایی که قطعه گرم‌تر از دست می‌دهد با گرمایی که قطعه سردتر به دست می‌آورد محاسبه کرد.

$$\cancel{m_۱ c_۱}(T_۱ - T_e) = \cancel{m_۲ c_۲}(T_e - T_۲) \Rightarrow T_e = \frac{T_۱ + T_۲}{۲} \Rightarrow \Delta S = mc\ln\left(\frac{T_۱ + T_۲}{۲T_۱}\right) + mc\ln\left(\frac{T_۱ + T_۲}{۲T_۲}\right) = mc\ln\left(\frac{(T_۱ + T_۲)^۲}{(۴T_۱ T_۲)}\right)$$

۲۲ـ گزینه «۳» مدول کپه‌ای در فرآیند بی‌دررو با فشار به صورت $B = \gamma P$ رابطه دارد.

۲۳ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. اطلاعات مسئله ناقص است دمای دو سر میله داده نشده است.

۲۴ـ گزینه «۳» در حالت تعادل گرمایی، جسم هر قدر انرژی دریافت کند، به همان میزان هم انرژی گسیل می‌دارد. اگر ضریب جذب زمین نصف شود نسبت به وضعیت فعلی، تنها نیمی از انرژی دریافتی از خورشید را جذب می‌کند. از سوی دیگر طبق قانون استفان ـ بولتزمن $H = \varepsilon\sigma T^۴$ که ملاحظه می‌شود دما به H و ε بستگی دارد. طبق توضیحات فوق، در این شرایط هم ε نصف می‌گردد و هم H. لذا دمای میانگین سطح زمین تغییر نمی‌کند و حدود ۳۰۰ کلوین باقی می‌ماند.

۲۵ـ گزینه «۲» می‌دانیم ظرفیت مولی میانگین جامدات برابر است با

$$c = \left(\frac{۱}{T_f - T_i}\right)\int_{T_i}^{T_f} c dT = \frac{۱}{T_f - T_i}\int_{T_i}^{T_f} ۱۰^{-۴} T^۳ dT = \frac{۱}{۹۰} ۱۰^{-۴} \frac{T^۴}{۴}\Big]_{۱۰}^{۱۰۰} = \frac{۱۰^{-۴}}{۹۰}\left(\frac{۱۰۰^۴ - ۱۰^۴}{۴}\right) \simeq ۲۵ \frac{J}{mol.K}$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۶ـ گزینه «۴» ابتدا می‌توان با داده‌های مسئله مقدار a و b را محاسبه کرد.

$$\begin{cases} P_\circ = a + bV_\circ \\ 3P_\circ = a + 2bV_\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -P_\circ = -a - bV_\circ \\ 3P_\circ = a + 2bV_\circ \end{cases} \Rightarrow 2P_\circ = bV_\circ \Rightarrow b = \frac{2P_\circ}{V_\circ} \ , \ a = -P_\circ$$

و بنابراین، معادله به صورت مقابل خواهد شد. $P = -P_\circ + \frac{2P_\circ V}{V_\circ}$

با توجه به رابطه کار می‌توان نوشت:

$$W = -\int_{V_\circ}^{2V_\circ} PdV = -\int_{V_\circ}^{2V_\circ} (-P_\circ + \frac{2P_\circ V}{V_\circ})dV = -(-P_\circ V + \frac{P_\circ V^2}{V_\circ}) \ ]_{V_\circ}^{2V_\circ} = -(-2P_\circ V_\circ + 4P_\circ V_\circ + P_\circ V_\circ - P_\circ V_\circ) = -2P_\circ V_\circ$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۷ـ گزینه «۲» کار انجام شده برابر است با مساحت زیر منحنی PV. در فرآیندهای AB و CD که فرآیندهای هم فشار هستند می‌توان مساحت‌ها را به راحتی حساب کرد اما در فرآیند BC که فرآیندی تک دما است این مقدار به راحتی قابل محاسبه نمی‌باشد. با استفاده از فرمول $W = nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$ این مقدار را می‌توان به دست آورد.

$$W_{AB} = -P_\circ \times (3V_\circ - V_\circ) = -2P_\circ V_\circ \quad \text{(کار در فرآیند AB)}$$

در فرایند BC با استفاده از رابطه $PV = nRT$ چون فرآیند هم دماست $T_1 = T_2$ پس می‌توان گفت $P_B V_B = P_C V_C$ بنابراین $P_\circ \times 3V_\circ = P_C \times 4V_\circ$ پس $P_C = \frac{3P_\circ}{4}$ و $T_B = T_C = \frac{3P_\circ V_\circ}{R}$ حال داریم:

$$W_{BC} = -\cancel{R} \times \frac{3P_\circ V_\circ}{\cancel{R}} \times \ln\frac{4\cancel{V_\circ}}{3\cancel{V_\circ}} = -3P_\circ V_\circ \ln\frac{4}{3}$$

و در نهایت W_{CD} مساوی است با:

$$W_{CD} = -\frac{3P_\circ}{4}(6V_\circ - 4V_\circ) = -\frac{3}{2}P_\circ V_\circ$$

پس کار کل فرآیند برابر است با:

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = -(2 + 3\ln\frac{4}{3} + \frac{3}{2})P_\circ V_\circ = -(3/5 + 3\ln\frac{4}{3})P_\circ V_\circ$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۸ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه بازده ماشین کارنو می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{127 + 273}{227 + 273} = 1 - \frac{400}{500} = \frac{1}{5} = 20\%$$

از طرفی طبق رابطه کلی بازده و برابری دو رابطه با هم داریم:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \frac{W}{Q_H} = \frac{1}{5} \Rightarrow W = \frac{2000}{5} = 400J$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۹ـ گزینه «۴» مساحت چرخه همان کار انجام شده در طول فرآیند است $W = -\frac{1}{2} \times (\cancel{0/8}^{0/6} - 0/2) \times ((\cancel{3}^{2} - 1) \times 10^5) = -6 \times 10^4 \ J$ توجه شود که چون چرخه ساعتگرد است کار انجام شده منفی خواهد بود. از طرفی مساحت زیر خط AB برابر Q_H است.

$$T_A = \frac{6 \times 10^6}{nR} \ , \ T_B = \frac{2/4 \times 10^5}{nR} \ , \ T_C = \frac{8 \times 10^4}{nR}$$

$$Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A) = \frac{5}{2}nR(\frac{(24 - 6) \times 10^4}{nR}) \quad ; \quad Q_{BC} = nc_v(T_C - T_B) = \frac{3}{2}nR(\frac{(8 - 24) \times 10^4}{nR}) = -2/4 \times 10^5 \ J$$

$$\Delta E = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \qquad Q_H = -W = 6 \times 10^4 \qquad Q_{CA} = 6 \times 10^4 - (45 - 24) \times 10^4 = -15 \times 10^4 < 0$$

$$Q_H = Q_{AB} = 45 \times 10^4 \ J \Rightarrow \varepsilon = \frac{W}{Q_H} = \frac{6 \times 10^4}{45 \times 10^4} \simeq 13\% \Rightarrow \varepsilon = 13\%$$

◆ ◆ ◆ ◆

۳۰ـ گزینه «۳» آنتروپی در فرآیند هم‌فشار برابر است با $S = nc_p \ln\frac{V_f}{V_i}$ اما در رابطه c_v داده نشده است. می‌دانیم که $c_p - c_v = R$ بنابراین مقدار $c_p = \frac{5}{2}R$ خواهد شد، حال با جایگذاری در رابطه خواهیم داشت:

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2}R\ln\frac{3}{12} = \frac{5}{4}R\ln\frac{1}{4} = -1/25R\ln 4$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۳۱ـ گزینه «۴» در انبساط آزاد هر گازی در خلأ $W = -P\Delta V$ است.

۳۲ـ گزینه «۲» در فرآیند هم دما کار انجام شده توسط گاز عبارت است از:

$$dW = -PdV \Rightarrow W = -\int_{V_\circ}^{۲/۷V_\circ} \frac{nRT}{V}dV = -nRT\ln\frac{۲/۷V_\circ}{V_\circ} = -P_\circ V_\circ \ln ۲/۷ = -\circ/۹P_\circ V_\circ$$

اما در این فرآیند (bc) گاز منبسط شده بنابراین مقدار W منفی است.

۳۳ـ گزینه «۱» بازده ماشین کارنو عبارت است از:

$$\varepsilon = ۱ - \frac{T_L}{T_H} = ۱ - \frac{۲۷۳+۲۵}{۲۷۳+۵\circ} = ۱ - \frac{۲۹۸}{۳۲۳} \simeq ۷/۷\%$$

۳۴ـ گزینه «۳» انرژی داخلی گاز ایده‌آل تابع دما می‌باشد.

$$\Delta E = nR\Delta T$$

۳۵ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه میان سرعت متوسط و دمای گاز می‌توان گفت سرعت متوسط مولکول‌های گاز با $\sqrt{T}$ رابطه دارد.

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}}$$

۳۶ـ گزینه «۲» کار انجام شده در یک فرآیند بی‌دررو طبق رابطه $W = nc_V\Delta T$ محاسبه می‌شود که n تعداد مول گاز و c_V ضریب انبساط حجمی است، در این جا چون گاز دو اتمی است c_V برابر $\frac{۵}{۲}R$ و ΔT تغییرات دما از حالت اولیه به نهایی است.

$$W = ۱ \times \frac{۵R}{۲} \times (T_۲ - T_۱)$$

۳۷ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه ضریب تراکم هم‌دما داریم:

$$\gamma = \frac{-۱}{v}(\frac{\partial v}{\partial P})_\theta \qquad (۱)$$

از طرفی با مرتب کردن رابطه داده شده می‌توان نوشت:

$$P(v-b) = R\theta \Rightarrow v - b = \frac{R\theta}{P} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial P} = \frac{-R\theta}{P^۲} \qquad (۲)$$

با جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\gamma = \frac{-۱}{v}(\frac{-R\theta}{P^۲}) = \frac{R\theta}{vP^۲} \qquad (۳)$$

کافی است با اندکی تغییرات معادله‌ای را که در گزینه‌ها داده شده بسازیم. با توجه به قسمت اول معادله (۲) می‌توان نوشت:

$$\gamma = \frac{P(v-b)}{vP^۲} = \frac{(v-b)}{vP} = \frac{\frac{R\theta}{P}}{R\theta + Pb} = \frac{\frac{۱}{P}}{۱ + \frac{Pb}{R\theta}}$$

۳۸ـ گزینه «۲» گرمای منتقل شده از طریق تابش طبق رابطه $H = A\sigma\varepsilon(T_۱^۴ - T_۲^۴)$ محاسبه می‌شود که A سطح تابش‌کننده، ε ضریب تابندگی، σ ثابت استفان بولتزمن، $T_۱$ دمای جسم تابنده و $T_۲$ دمای محیط است.

$$H = ۱/۵ \times \frac{۹۷}{۱\circ\circ} \times ۵/۶۷ \times ۱\circ^{-۸}\,((۳\circ۶)^۴ - (۲۹۳)^۴) \simeq ۱۱۶$$

۳۹ـ گزینه «۲» مقدار گرمایی که الکل می‌گیرد تا تبخیر شود همان گرمایی است که از بدن شخص گرفته می‌شود تا دمای بدنش کاهش یابد. الکل تغییر فاز دارد پس فرمول $Q = mL_V$ برای آن به کار می‌رود اما بدن فقط تغییر دما دارد پس فرمول $Q' = mc\Delta\theta$ برای آن به کار می‌رود با برابری این دو فرمول خواهیم داشت:

$$m_{\text{الکل}}L_V = m_{\text{شخص}} \times c_{\text{شخص}} \times \Delta\theta_{\text{شخص}} \rightarrow m_{\text{الکل}} \times ۲\circ۴ = ۷\circ \times ۱\circ^{+۳} \times \frac{۸۳}{۱\circ\circ} \times ۱/۵ \rightarrow m_{\text{الکل}} = \frac{۷\circ \times ۸۳ \times ۱\circ \times ۱/۵}{۲\circ۴} = ۴۲۷g$$

۴۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. رابطه میان آنتالپی و ظرفیت گرمایی ویژه و دما به صورت زیر است.

$$h = \int_{T_۱}^{T_۲} mc_p dT = ۳\int_{۳\circ\circ}^{۴\circ\circ} (۲/\circ۷ + \frac{T - ۴\circ\circ}{۱۴۸\circ})dT = ۳(۲/\circ۷T + \frac{T^۲}{۲\times۱۴۸\circ} - \frac{۴\circ\circ}{۱۴۸\circ}T]_{۳\circ\circ}^{۴\circ\circ})$$

$$= ۳(۲/\circ۷(۴\circ\circ - ۳\circ\circ) + (\frac{۴\circ\circ^۲ - ۳\circ\circ^۲}{۲۹۶\circ} - \frac{۴\circ\circ(۴\circ\circ - ۳\circ\circ)}{۱۴۸\circ}) = ۶۱۷/۶۲$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۴۱ـ گزینه «۲» برای رابطه بی دررو می‌توان نوشت $P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma}$ از طرفی در فرآیند بی دررو $Q = 0$

$$\left.\begin{matrix} \text{هم حجم}\ Q = nc_v\Delta T \\ \text{هم فشار}\ Q = nc_p\Delta T \end{matrix}\right\} \text{بازده} = 1 - \frac{Q_{\text{هم فشار}}}{Q_{\text{هم حجم}}} = 1 - \frac{n \times \frac{5}{2} R \times P\Delta V}{n \times \frac{3}{2} R V \Delta P} = 1 - \frac{5}{3} \times \frac{0/5 \times 7}{1 \times 15/5} = 1 - \frac{17/5}{46/5} = \frac{29}{46/5} \simeq 0/62$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۲ـ گزینه «۴» گرماهای دریافتی در طول فرآیند به صورت روبه‌رو است.

$$Q = \Delta U + W < 0 \rightarrow Q = -\Delta U - W = U_1 - U_2 - W \quad ; \quad Q' = T\Delta S = T(S_2 - S_1)$$

پس کل گرمای جذب شده توسط سیستم مجموع دو گرمای بالا است. $U_1 - U_2 - W + T(S_2 - S_1) \geq 0$

علامت ($\leq$) به این دلیل به کار رفت که فرآیند در حالت کلی برگشت‌ناپذیر است و $Q = \delta Q_{irrv} < \delta Q_{rv} = TdS$ می‌باشد و علامت تساوی مربوط به حالت برگشت‌پذیر است.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۳ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه اگر معادله دیفرانسیل کامل باشد برای آن داریم: $dz = Mdx + Ndy \rightarrow (\frac{\partial M}{\partial y})_x = (\frac{\partial N}{\partial x})_y$

با توجه به معادله سوم ماکسول یعنی معادله $dF = -SdT - PdV$ می‌توان نوشت: $(\frac{\partial S}{\partial V})_T = (\frac{\partial P}{\partial T})_V$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۴ـ گزینه «۴» با توجه به تعریف اثر نودسن، قطر لوله‌ی مویین باید از مرتبه مسیر آزاد میانگین مولکول‌ها باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۵ـ گزینه «۱»

$$\lambda_{max} \simeq \frac{3 \times 10^{-9}}{300} = 10^{-11}\ m = 10\ pm$$

با توجه به قانون جابجایی وین معادله بالا قابل محاسبه است. در حالی که طول موج داده شده در گزینه (۱) از مرتبه $1\mu m$ می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۶ـ گزینه «۳» در فرآیند بی دررو تبادل گرمایی وجود ندارد: $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = 0$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۷ـ گزینه «۲» در حالت دوم آنتروپی افزایش می‌یابد بنابراین طبق رابطه‌ی $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ با افزایش ΔS دما کاهش می‌یابد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۸ـ گزینه «۱» با استفاده از معادله کلی گازها داریم: $PV = nRT$

تعداد مول‌های موجود در هر کدام از ظرف‌ها قبل از باز کردن شیر: $n_A = \frac{P_A V_A}{RT_A} \ , \ n_B = \frac{P_B V_B}{RT_B}$

بعد از باز کردن شیر ظرف‌ها هم‌فشار می‌شوند: $P'_A = P'_B = P'$

تعداد کل مول‌های موجود در سیستم قبل و بعد از باز کردن شیر ثابت می‌ماند: $n_A + n_B = n'_A + n'_B$

$$\frac{P_A V_A}{RT_A} + \frac{P_B 5V_A}{RT_B} = \frac{P'V_A}{RT_A} + \frac{P'5V_A}{RT_B} \Rightarrow (\frac{8}{300} + \frac{6 \times 5}{500} = \frac{P'}{300} + \frac{P' \times 5}{500}) \times 1500 \Rightarrow 40 + 90 = 5P' + 15P' \Rightarrow P' = \frac{130}{20} = 6/5$$

◆ ◆ ◆ ◆

۴۹ـ سؤال ناقص است. زیرا دمای T_3 در صورت سؤال معلوم نیست (داده‌های مسئله کافی نیست.)

◆ ◆ ◆ ◆

۵۰ـ گزینه «۲» بعد از تعادل، میله تغییر آنتروپی ندارد.

$$P = kA\frac{\Delta T}{\ell} = (70)(0/15)\frac{50}{0/5} = 1050\ W$$

$$\Delta \dot{s}_{\text{کل}} = 3/5 - 3 = 0/5 \frac{w}{k} \qquad \Delta \dot{S}_2 = -\frac{1050}{300} = 3/5 : \text{برای منبع } T_2 \qquad \Delta \dot{S}_1 = -\frac{1050}{350} = -3 : \text{برای منبع } T_1$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل چهاردهم

«امواج و موج صوتی»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهاردهم

۱ـ سیم ویلونی با طول ۰/۳۴ متر دارای فرکانس ۴۴۰ هرتز می‌باشد. کوتاه‌ترین طول موجی که به گوش شنونده می‌رسد چند سانتی‌متر است؟ $(v_{air} = ۳۴۳\frac{m}{s})$ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۲۶ ۲) ۳۴ ۳) ۵۶ ۴) ۷۸

۲ـ سیمی همگن در دو انتهای خود بسته شده است، با وارد آوردن ضربه‌ای، سیم در مُد اصلی خود با بسامد ۳۰۰Hz و دامنه‌ی نوسان ۲mm شروع به نوسان می‌کند. بیشترین مقدار سرعت نقطه‌ی وسط سیم چند $\frac{m}{s}$ است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) $\frac{۶\pi}{۵}$ ۲) $\frac{\pi}{۵}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۱۲\pi}{۵}$

۳ـ کشش سیم یک گیتار ۳۰ نیوتن و جرم واحد طول آن ۰/۰۱۵$\frac{kg}{m}$ است. سرعت موج تولید شده در روی این سیم، چند متر بر ثانیه است؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۴۴/۷ ۲) ۵۱/۷ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۴ـ دو سیم همگن و هم‌جنس تحت کشش‌های یکسان قرار دارند. اگر ضخامت سیم اول، چهار برابر ضخامت سیم دوم باشد، سرعت انتشار موج عرضی در سیم اول چند برابر سیم دوم است؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) ۱۶

۵ـ تندی صوت در هوا بر حسب دما به صورت $v(T) = ۲۰\sqrt{T}$ تغییر می‌کند که T بر حسب کلوین و v بر حسب متر بر ثانیه است. هر گاه فرکانس اصلی آهنگ یک لوله اُرگ (organ pipe) در دمای ۷ درجه سانتی‌گراد برابر ۴۲۰ هرتز باشد، فرکانس اصلی آن در هوای ۱۷ درجه سانتی‌گراد، تقریباً چند هرتز است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) ۴۲۷/۵ ۲) ۴۳۵ ۳) ۵۴۳/۵ ۴) ۶۶۶/۵

۶ـ معادله موج ایستاده از یک نخ با دو سر بسته به شکل $y(x,t) = ۲a_۰ \sin(k_۰x)\cos(\omega_۰t)$ را در نظر بگیرید. مقدار کل انرژی در واحد طول این نخ بر حسب λ جرم در واحد طول آن کدام است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۲}\lambda\omega_۰^۲a_۰^۲$ ۲) $\lambda\omega_۰^۲a_۰^۲$ ۳) $\frac{۳}{۲}\lambda\omega_۰^۲a_۰^۲$ ۴) $۲\lambda\omega_۰^۲a_۰^۲$

۷ـ توان یک چشمه صوتی ۱ میکرو وات است. اگر این چشمه نقطه‌ای باشد، تراز شدت صوت در فاصله ۳ متری آن، چند دسی‌بل است؟ (شدت مرجع را $۱۰^{-۱۲}$ وات بر مترمربع فرض کنید) (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۳/۹۵ ۲) ۱۵/۸ ۳) ۳۹/۵ ۴) ۱۵۸/۰

۸ـ تراز شدت صوت در فاصله ۲ متری از یک موتور سیکلت ۹۰ دسی‌بل است. در فاصله چند متری از موتورسیکلت، تراز شدت صوت برابر ۶۰ دسی‌بل خواهد بود؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۱/۳ ۲) ۲/۴۵ ۳) ۶ ۴) ۶۳/۲

۹ـ کشتی A فرکانس امواج صوتی دریافتی از کشتی B را که پشت سر آن و در همان جهت مسیر مستقیم او حرکت می‌کند، برابر با ۱۳۰۰ هرتز دریافت می‌کند. در حالی که فرکانس اصلی و استاندارد ارسال امواج مزبور از کشتی B فقط ۱۲۰۰ هرتز است و این را همه می‌دانند. تندی کشتی A، ۲۵ متر بر ثانیه و تندی حرکت صوت در هوا ۳۵۰ متر بر ثانیه است. تندی حرکت کشتی B چند متر بر ثانیه است؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۹۰)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۰ـ ارتعاش حاصل از دیاپازونی با فرکانس ۶۰۰ هرتز در ریسمانی که از دو سرش بسته شده است، امواج ساکن ایجاد می‌کند. سرعت موج در ریسمان $۴۰۰\frac{m}{s}$ است. در طول ریسمان چهار نیم موج تشکیل می‌شود. طول ریسمان چند متر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۰/۶۶ ۲) ۱/۳۳ ۳) ۲/۶۶ ۴) ۳/۹۹

۱۱ـ صوتی از محیطی به امپدانس صوتی Z_1 به محیط دیگری به امپدانس صوتی $2Z_1$ می‌تابد. چنانچه شدت صوت فرودی $۹۰\frac{mW}{cm^2}$ باشد، شدت صوت بازگشتی از حد فاصل دو محیط چند $\frac{mW}{cm^2}$ خواهد بود؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۲۷۰

۱۲ـ قایقی با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در یک دریاچه در حرکت است. در این دریاچه امواجی با بسامد ۰/۲۵Hz و سرعت $۱/۵\frac{m}{s}$ در جهت حرکت قایق، وجود دارد. این امواج با چه بسامدی به بدنه قایق برخورد می‌کنند؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲/۲۵Hz ۲) ۲/۵Hz ۳) ۲/۷۵Hz ۴) ۳/۰Hz

۱۳ـ ناظری از یک لوله‌ی صوتی یک سربسته با سرعت v دور می‌شود. در لوله، صوتی با فرکانس هارمونیک سوم ایجاد می‌شود. سرعت v چقدر باشد تا ناظر این صوت را با فرکانس پایه‌ی لوله بشنود؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) $\frac{v}{۴}$ ۲) $\frac{v}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}v$ ۴) $\frac{۳}{۴}v$

۱۴ـ امواج صوتی کروی به طور یکنواخت از منبع نقطه‌ای تابش می‌شوند. توان تابش شده ۲۵ وات است. تراز شدت موج صوتی در فاصله ۲/۵ متری منبع چند دسی‌بل است؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۳ ۳) ۱۱۵ ۴) ۲۸۰

۱۵ـ امواج صوتی با فرکانس ۲ مگاهرتز وارد آب می‌شوند. در صورتی که هر پالس صوتی متشکل از ۵ طول موج باشد، طول فضایی پالس چند میلی‌متر است؟ (سرعت صوت در آب ۱۵۰۰ متر بر ثانیه فرض شود.) (فیزیک پزشکی ۸۷)

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۴/۲۵

۱۶ـ شخصی در کنار پنجره باز قطاری که با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ و به طرف مشرق حرکت می‌کند نشسته است. شخص دوم در نزدیکی خط آهن ایستاده و دور شدن قطار را تماشا می‌کند. سوت قطار با فرکانس 500Hz در هوای آرام به صدا در می‌آید. در این حالت شخص اول چه بسامدی را می‌شنود؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۴۸۵/۳۳ ۲) ۴۸۶ ۳) ۴۹۵/۳۳ ۴) ۵۰۰

۱۷ـ یک چشمه‌ی صوتی با سرعتی برابر $\frac{v}{۴}$ به سمت یک دیوار در حال حرکت است، که v سرعت صوت در هوا است. اگر این چشمه صوتی با بسامد 300Hz تولید کند، شنونده‌ای که همراه این چشمه در حرکت است بازتاب این صوت از دیوار را با چه بسامدی می‌شنود؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)

۱) 500Hz ۲) ۳۷۵Hz ۳) ۲۲۵Hz ۴) ۱۸۰Hz

۱۸ـ کدام گزاره در مورد امواج نادرست است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۸۸)

۱) سرعت فاز امواج هماهنگ در محیط پاشنده به طول موج وابسته است.
۲) امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیطی کشسان دارند.
۳) شکل یک تپ موج در حین انتشار در یک محیط پاشنده تغییری نمی‌کند.
۴) بنابر قضیه فوریه هر موج تناوبی را می‌توان از بر هم نهش تعدادی کافی از امواج سینوسی هماهنگ ایجاد کرد.

۱۹ـ نوازنده‌ای سوار بر یک اتومبیل روباز، نت‌هایی را می‌نوازد و ناظر ساکنی، آن‌ها را دریافت می‌کند. اگر سرعت اتومبیل را $۱۵\frac{m}{s}$ و سرعت صوت در هوا را $۳۴۱\frac{m}{s}$ در نظر بگیریم، فرکانس صوتی را که ناظر به هنگام نزدیک شدن اتومبیل می‌شنود، بر حسب هرتز حساب کنید. فرکانس نواختن نت را ۲۲۰ هرتز فرض کنید. (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۲۱۱ ۲) ۲۲۰ ۳) ۲۳۰ ۴) ۲۴۱

۲۰ـ درون یک اقیانوس آرام دو زیردریایی در یک امتداد و به سمت یکدیگر در حرکت‌اند، تندی زیردریایی اول، $۳۰\frac{km}{h}$ و تندی زیردریایی دوم، $۹۰\frac{km}{h}$ است. زیردریایی اول موج صوتی با بسامد 1000 Hz می‌فرستد، سرعت این امواج $۵۴۰۰\frac{km}{h}$ است. بسامد موج بازتابیده از زیردریایی دوم که زیردریایی اول دریافت می‌کند، تقریباً چند هرتز است؟ (فیزیک ـ سراسری ۹۰)

۱) ۹۹۰ ۲) ۱۰۲۲ ۳) ۱۰۴۵ ۴) ۱۰۵۴

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل چهاردهم

۱ـ گزینه «۱»

$L = ۰/۳۴m$
$\nu = ۴۴۰ Hz$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} L = \frac{۳۴۳}{۴۴۰} \times ۳۴ = ۲۶/۵ \ cm$$

کوتاه‌ترین طول موج زمانی است که طول موج مضرب $\frac{v}{\nu} = \lambda$ از طول سیم باشد.

۲ـ گزینه «۱» می‌دانیم سرعت در مبدأ بیشینه است که برابر با مقدار $v = A\omega$ است.(A دامنه و ω فرکانس زاویه‌ای است.)

$$v = A\omega = ۲\times ۱۰^{-۳} \times ۲\pi \times ۳۰۰ = ۱۲۰۰\pi \times ۱۰^{-۳} = \frac{۱۲۰۰\pi}{۱۰۰۰} = \frac{۱۲}{۱۰}\pi = \frac{۶}{۵}\pi$$

۳ـ گزینه «۱» با توجه به رابطه سرعت عرضی در طول طناب می‌توان نوشت:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۳۰}{۰/۰۱۵}} = ۴۴/۷ \frac{m}{s}$$

۴ـ گزینه «۱» سرعت انتشار موج عرضی در سیمی به طول L و جرم m با نیروی F کشیده شده.

$$V = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} \Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲} = \sqrt{\frac{F_۱}{F_۲} \times \frac{\ell_۱}{\ell_۲} \times \frac{M_۲}{M_۱}} = \sqrt{\frac{M_۲}{M_۱}} = \sqrt{\frac{d_۲^۲}{d_۱^۲}} = \sqrt{\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۱}{۴}$$

برای جرم از رابطه $m = \rho\pi d^۲ L$ استفاده شده است.

۵ـ گزینه «۱»

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{۲\ell} = \frac{۲۰\sqrt{T}}{۲\ell} \Rightarrow V \alpha \sqrt{T} \quad ; \quad \frac{\nu_۲}{\nu_۱} = \sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}} \Rightarrow \frac{\nu_۲}{۴۲۰} = \sqrt{\frac{۱۷+۲۷۳}{۷+۲۷۳}} \Rightarrow \nu_۲ = ۴۲۰ \times \sqrt{\frac{۲۹۰}{۲۸۰}} = ۴۲۷/۵ Hz$$

۶ـ گزینه «۱» این موج ایستاده حاصل بر هم‌نهی دو موج با بسامد، سرعت و دامنه یکسان $a_۰$ است که در دو جهت مخالف در طول طناب حرکت می‌کنند. انرژی واحد طول ریسمان $= \frac{۱}{۲}\lambda a_۰^۲ \omega_۰^۲$

۷ـ گزینه «۳» ابتدا باید شدت حاصل از چشمه را محاسبه کنیم. با توجه به رابطه توان داریم:

$$I = \frac{P}{A} \rightarrow I = \frac{۱۰^{-۶}}{۴\pi \times ۳^۲}$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$B = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰} = ۱۰ \times \log \frac{۱۰^{-۶}}{۳۶\pi \times ۱۰^{-۱۲}} = ۱۰ \times \log \frac{۱۰^۶}{۳۶\pi} = ۱۰(۶ - \log ۳۶\pi) = ۳۹/۵ db$$

۸ـ گزینه «۴» ابتدا رابطه تراز شدت صوت را در نظر می‌گیریم:

$$B = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰}$$

پس داریم:

$$\Delta B = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \quad , \quad \frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \quad ; \quad -۳۰ = ۱۰ \log(\frac{I_۲}{I_۱}) \Rightarrow -۳ = \log(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ = ۱۰^{-۳}$$

$$\frac{r_۱}{r_۲} = ۱۰^{-\frac{۳}{۲}} \qquad \frac{۲}{r_۲} = ۱۰^{-\frac{۳}{۲}} \rightarrow r_۲ = ۲\times ۱۰^{\frac{۳}{۲}} = ۶۳/۲ m$$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۹ـ گزینه «۴» رابطه اثر دوپلر به صورت $\frac{\nu_S}{V-V_S}=\frac{\nu_\circ}{V-V_\circ}$ نوشته می‌شود که در آن ν_S و $\nu_\circ$ به ترتیب فرکانس چشمه صوت و فرکانس دریافتی توسط ناظر است. V سرعت صوت در هوا می‌باشد و V_S و $V_\circ$ به ترتیب سرعت‌های چشمه صوت و ناظر می‌باشند. همچنین جهت مثبت را از طرف چشمه به طرف شنونده در نظر می‌گیریم و علامت‌های $V_\circ$ و V_S را نسبت به آن مشخص می‌کنیم.

در این مسئله، کشتی A ناظر و کشتی B چشمه صوت می‌باشند.

$$\frac{\nu_B}{V-V_B}=\frac{\nu_A}{V-V_A}\Rightarrow\frac{۱۲۰۰}{۳۵۰-V_B}=\frac{۱۳۰۰}{۳۵۰-۲۵}\Rightarrow ۱۳(۳۵۰-V_B)=۱۲(۳۲۵)\Rightarrow V_B=۵۰\frac{m}{s}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۰ـ گزینه «۲» ابتدا طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{۴۰۰}{۶۰۰}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}\ m$$

طبق صورت مسئله در طول ریسمان چهار نیم موج ایجاد می‌شود.

$$L=۴\times\frac{\lambda}{۲}=۲\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۳}=۱/۳۳(m)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱ـ گزینه «۳» امپدانس محیط دوم دو برابر محیط اول است پس شدت صوت بازگشتی به نصف کاهش خواهد یافت.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲ـ گزینه «۳» با توجه به رابطه دوپلر داریم:

$$\nu_D=\frac{v-v_D}{v+v_s}\nu_s=\frac{۱/۵+۱۵}{۱/۵}\times۰/۲۵=۲/۷۵$$

چون قایق داخل آب است $v=۱/۵\frac{m}{s}$ و قایق حکم شنونده متحرک را دارد.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۳ـ گزینه «۳» با استفاده از اثر دوپلر برای حالتی که منبع ساکن و ناظر متحرک است داریم:

$$\nu'=\nu\left[\frac{V\pm V_\circ}{V}\right]$$

که در آن V سرعت صوت، $V_\circ$ سرعت ناظر، ν فرکانس اصلی تولیدشده و ν' فرکانس دریافتی توسط ناظر هستند. علامت مثبت برای ناظر نزدیک‌شونده و علامت منفی برای ناظر دورشونده استفاده می‌شوند.

در این مثال، فرکانس اصلی فرکانس هارمونیک سوم لوله صوتی یک‌سر بسته و فرکانس دریافتی ناظر فرکانس پایه لوله است پس می‌توانیم با استفاده از رابطه $\nu_n=\frac{nV}{۴L}$ برای لوله صوتی یک انتها بسته ν و ν' را مشخص کنیم.

$$\nu=\nu_۳=\frac{۳V}{۴L}\quad;\quad\nu'=\nu_۱=\frac{V}{۴L}$$

حال با استفاده از رابطه دوپلر داریم:

$$\nu'=\nu\left[\frac{V-V_\circ}{V}\right]\Rightarrow\frac{V}{۴L}=\frac{۳V}{۴L}\left[\frac{V-V_\circ}{V}\right]\Rightarrow ۱=۳\left[\frac{V-V_\circ}{V}\right]\Rightarrow ۱=۳-\frac{۳V_\circ}{V}\Rightarrow ۲=\frac{۳V_\circ}{V}\Rightarrow V_\circ=\frac{۲}{۳}V$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۴ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$I=\frac{P}{A}=\frac{۲۵}{۴\pi\times(۲/۵)^۲}=\frac{۱}{۴\pi}\times۱۰^۲=\frac{۲۵}{\pi}=۷/۹۶\quad;\quad\beta=۱۰\log\frac{I}{I_\circ}$$

قابل حل نیست چون $I_\circ$ را نداریم.

۱۵ـ گزینه «۳» با توجه به صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$L=۵\lambda=۵\times\frac{۱۵۰۰}{۲\times۱۰^۶}=\frac{۷۵}{۲}\times۱۰^{-۴}=۳۷/۵\times۱۰^{-۴}\ m=۳/۷۵\,mm$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۶ـ گزینه «۴» اثر دوپلر به دلیل حرکت نسبی منبع و شنونده نسبت به هم ایجاد می‌شود حال که شنونده همراه و درون منبع است اثر دوپلر برای او بی‌معنی است یعنی شخص داخل قطار همان بسامد ۵۰۰ هرتز را حس می‌کند.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۷ـ گزینه «۱» چشمه صوت به سمت دیوار حرکت می‌کند. بسامدی که دیوار دریافت می‌کند را محاسبه می‌کنیم.

حالت اولیه $\frac{\nu_D}{\nu_s}=\frac{v-v_D}{v-v_s} \Rightarrow \frac{\nu_D}{\nu_s}=\frac{v}{v-\frac{v}{۴}}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow \nu_D=\frac{۴}{۳}\nu_s=\frac{۴}{۳}\times ۳۰۰=۴۰۰Hz$

حال بسامد حاصل از انعکاس از دیوار را محاسبه می‌کنیم: حالت انعکاس $\frac{\nu_D}{\nu_s}=\frac{v+\frac{v}{۴}}{v} \Rightarrow \nu_D=\frac{۵}{۴}\times ۴۰۰=۵۰۰Hz$

۱۸ـ گزینه «۳» شکل تپ موج در حین انتشار در یک محیط پاشنده ممکن است تغییر کند.

۱۹ـ گزینه «۳» کافی است رابطه دوپلر را به کار ببریم. $\nu_D=\frac{V-V_D}{V-V_S}\nu_S$

مطابق صورت سؤال، ناظر ساکن است پس $V_D=۰$ و از طرفی، نوازنده در جهت سرعت انتشار صوت از منبع به شنونده حرکت می‌کند.

$$\nu_D=\frac{۳۴۱}{۳۴۱-۱۵}\times ۲۲۰=\frac{۳۴۱}{۳۲۶}\times ۲۲۰=۲۳۰/۱۲۲$$

۲۰ـ گزینه «۳» در این سؤال اثر دوپلر حاکم است، که عبارت است از تغییر بسامد موج دریافت شده، هنگامی که چشمه موج یا آشکارساز نسبت به محیط انتقال‌دهنده موج، حرکت کند. در این صورت، بسامد صوت آشکار شده ν_D، بر حسب بسامد چشمه ν_S، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\nu_D=\nu_s\frac{V-V_D}{V-V_s}$$

در رابطه بالا، V_D سرعت آشکارساز نسبت به محیط، V_S سرعت چشمه صوت نسبت به محیط، و V سرعت صوت در محیط است.
و نیز اینکه برای تعیین علامت سرعت‌ها، جهت مثبت را در جهت حرکت صوت تولید شده توسط منبع در نظر می‌گیریم.

در این مسئله داریم: جهت + ① $\xrightarrow{V_۱}$ $\xleftarrow{V_۲}$ ②

می‌خواهیم بسامد موجی که توسط ۱ تولید می‌شود و از ۲ بازتاب می‌شود و دوباره به خود ۱ می‌رسد را به دست آوریم. پس باید بسامد موج هنگامی که به ۲ می‌رسد را به دست آوریم. در ادامه، خود این موج بازتابی از ۲ به عنوان یک منبع صوت جدید خواهد بود.

بسامد موج دریافتی توسط ۲: $\nu_{D_۲}=\nu_s\frac{V-V_{D_۲}}{V-V_S}=۱۰۰۰\times\frac{۵۴۰۰+۹۰}{۵۴۰۰-۳۰}=۱۰۰۰\times\frac{۵۴۹۰}{۵۳۷۰}$

بسامد موج دریافتی توسط ۱: $\nu_{D_۱}=۱۰۰۰\times\frac{۵۴۹۰}{۵۳۷۰}\times\frac{۵۴۰۰+۳۰}{۵۴۰۰-۹۰}=۱۰۰۰\times\frac{۵۴۹۰}{۵۳۷۰}\times\frac{۵۴۳۰}{۵۳۱۰}=۱۰۴۵Hz$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

فصل پانزدهم

«نور»

تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پانزدهم

۱ـ فیلمی از یک ماده‌ی شفاف به ضریب شکست $n = 1/3$ را در هوا قرار داده‌ایم. ضخامت این فیلم $0/125\mu m$ است. این فیلم برای کدام یک از طول موج‌های زیر کدر به نظر می‌رسد؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۲۰nm ۲) ۱۶۳nm ۳) ۳۲۵nm ۴) ۶۵۰nm

۲ـ طول موج یک پرتو نور در خلأ $0/6\mu$ است. طول موج آن در محیطی با ضریب شکست $\frac{2}{3}$ چند میکرون است؟ (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) $0/6\mu m$ ۲) $0/45\mu m$ ۳) $0/8\mu m$ ۴) $0/75\mu m$

۳ـ معمولاً عدسی‌ها را با یک لایه خیلی نازک از ماده شیمیایی شفافی، مانند فلورور منگنز $(n = 1/375)$ می‌پوشانند و بدین‌سان با بکار بردن پدیده تداخل، از بازتاب نور از روی سطح عدسی‌ها تا حدودی جلوگیری می‌کنند. ضخامت لایه چند نانومتر باشد تا بازتاب برای طول موج ۵۵۰ نانومتر حداقل گردد؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۱۰۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰

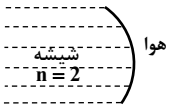
۴ـ برای کاهش بازتاب از یک شیشه با ضریب شکست ۱/۶ یک ماده شفاف با ضریب شکست ۱/۴ روی آن نشانده می‌شود. حداقل ضخامت لازم برای این لایه چند نانومتر باشد تا برای تابش تقریباً عمودی، انعکاس در طول موج $5600A^\circ$ حذف شود؟ (فیزیک ـ سراسری ۸۹)

۱) ۱۰۰ ۲) ۸۷/۵ ۳) ۱۲۲/۵ ۴) ۱۶۰

۵ـ جسمی به فاصله ۱ متری از یک عدسی همگرا با فاصله کانونی ۰/۵۰ متر قرار دارد. این عدسی به فاصله ۲ متر از یک آینه تخت واقع است. اگر از طریق عدسی به آینه نگاه کنیم، فاصله تصویر تا عدسی چند متر و تصویر نهایی حقیقی یا مجازی خواهد بود؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۱/۲۰ و حقیقی ۲) ۰/۶۰ و حقیقی ۳) ۰/۳۰و مجازی ۴) ۰/۱۵ و مجازی

۶ـ در شکل مقابل، جسمی در محیطی با ضریب شکست ۲ قرار گرفته و فاصله‌اش از سطح کروی ۱۵ سانتیمتر است. شعاع انحنای سطح ۱۰ سانتی‌متر است. محل تصویر را پیدا کنید؟ (فیزیک پزشکی ۸۷)



۱) ۳۰ سانتیمتر در شیشه
۲) ۳۰ سانتیمتر در هوا
۳) ۱۵ سانتیمتر در شیشه
۴) ۱۵ سانتیمتر در هوا

۷ـ آینه تختی که با سرعت زاویه‌ای ثابتی می‌چرخد $n = 0/5$ دَوران در هر ثانیه انجام می‌دهد. در صورتی که آینه در مرکز انحنای پرده قرار داشته باشد، لکه روشن روی پرده کروی به شعاع ۱۰ متر با سرعت چند متر بر ثانیه حرکت می‌کند؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) ۳۲/۱ ۲) ۶۲/۸ ۳) ۳۴/۲ ۴) ۷۲/۳

۸ـ یک عدسی نازک دوکاو از جنس شیشه به ضریب شکست ۱/۵ و با شعاع‌های انحنای $10cm$ و $30cm$ در مایعی به ضریب شکست ۱/۸ قرار دارد. فاصله کانونی عدسی چند سانتیمتر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۹)

۱) -۴۵ ۲) -۲۵ ۳) +۲۵ ۴) +۴۵

۹ـ یک دسته نور تک رنگ تحت زاویه ۳۲ درجه از هوا به یک منشور با زاویه رأس ۵/۵ درجه و ضریب شکست ۱/۸ می‌تابد. زاویه انحراف چند درجه است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۳۲ ۲) ۹/۹ ۳) ۵/۵ ۴) ۴/۴

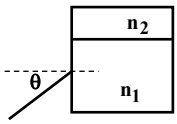
۱۰ـ جسمی درون یک کره شیشه‌ای به قطر ۲۴ سانتی‌متر با ضریب شکست ۲/۲ و به فاصله ۵ سانتی‌متر از سطح کره قرار گرفته است. تصویر جسم در چند سانتی‌متری از سطح کره تشکیل می‌گردد؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) ۲۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۱ ۴) ۷/۵

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۱۱ـ مطابق شکل، پرتویی با زاویه تابش θ از هوا به سطح محیطی شفاف با ضریب شکست $n_1 = \sqrt{1/64}$ می‌تابد. پس از ورود به محیط اول به سطح محیط دوم با ضریب شکست $n_2 = \sqrt{1/28}$ برخورد می‌کند. حداکثر مقدار θ چند درجه باشد تا پرتو وارد محیط n_2 نشود؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

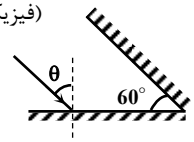


۱) ۵۳
۲) ۴۵
۳) ۳۷
۴) ۳۰

۱۲ـ یک باریکه نور با طول موج ۶۰۰ نانومتر به یک شکاف با عرض ۰/۲ میلی‌متر برخورد می‌کند و نوارهای تداخلی روی پرده‌ای به فاصله ۶ متر از شکاف ایجاد می‌شوند. شدت نور در نقطه‌ای از پرده به فاصله ۳ میلی‌متر از وسط نقش تداخلی چه کسری از شدت ماکزیمم است؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)

۱) $\frac{9}{\pi^2}$ ۲) $\frac{8}{\pi^2}$ ۳) $\frac{7}{\pi^2}$ ۴) $\frac{6}{\pi^2}$

۱۳ـ مطابق شکل زیر پرتویی با زاویه تابش θ به یکی از دو آینه که زاویه بین آن‌ها ۶۰ درجه است برخورد می‌کند. اگر زاویه θ افزایش یابد، زاویه بین پرتو فرودی و پرتو بازتاب نهایی چگونه تغییر می‌کند؟ (فیزیک پزشکی ۸۶)



۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) به مقدار θ بستگی دارد.

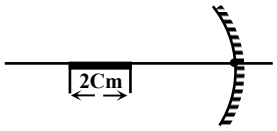
۱۴ـ کف استخری پر از آب به عمق ۰/۶m آینه‌ای تخت قرار داده‌ایم. در ارتفاع یک متری بالای سطح آب، لامپی روشن است. فاصله‌ی تصویر لامپ در آینه از کف استخر چند سانتی‌متر است؟ (ضریب شکست آب ۱/۲، و ضریب شکست هوا یک است). (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۱۴۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۸۰

۱۵ـ دو منبع نور به فاصله ۳m از یکدیگر در نظر بگیرید. چشم انسان از چه فاصله‌ای می‌تواند این دو منبع را از یکدیگر تمیز دهد؟ (طول موج نور منابع ۶۰۰nm و قطر عدسی چشم انسان را ۲/۴mm در نظر بگیرید.) (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۶)

۱) ۲۴km ۲) ۱۰ km ۳) ۲/۴ km ۴) ۱ km

۱۶ـ شیء خطی به طول ۲cm مطابق شکل بر روی محور یک آینه‌ی مقعر به فاصله‌ی کانونی ۲۰cm قرار دارد. فاصله مرکز جسم از رأس آینه ۳۰cm است. طول تصویر تشکیل شده از این جسم تقریباً چند cm است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۷)



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

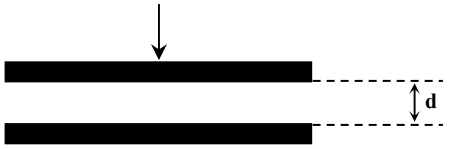
۱۷ـ دامنه میدان الکتریکی نور یک چشمه ۱۰۰۰ واتی در فاصله یک متری آن بر حسب $\frac{V}{m}$ چقدر است؟ با فرض اینکه نور چشمه تکفام بوده و به طور یکنواخت در تمام جهات گسیل می‌شود. (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۳۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۲۴۵

۱۸ـ نوری با طول موج ۷۰۰ نانومتر به طور عمودی بر روی تیغه‌ای به شکل گوه و با ضریب شکست ۱/۵ می‌تابد. در طول این لایه ۱۰ نوار روشن و ۹ نوار تاریک تشکیل می‌شود. اختلاف ضخامت دو انتهای لایه چند میکرومتر است؟ (فیزیک پزشکی ۸۸)

۱) ۳/۱۱ ۲) ۲/۴۶ ۳) ۲/۱ ۴) ۱/۸۹

۱۹ـ مطابق شکل، دو صفحه‌ی شیشه‌ای تخت و موازی به اندازه‌ی d با هم فاصله دارند. نوری با طول موج λ به طور عمود بر صفحات شیشه‌ای می‌تابانیم. اگر نورهای بازتابی از سطح پایینی صفحه‌ی بالایی و سطح بالایی صفحه‌ی پایینی با یکدیگر تداخل سازنده داشته باشند، کدام گزینه صادق است؟ (ژئوفیزیک و هواشناسی ـ سراسری ۸۸)



۱) $d = \frac{n}{2}\lambda \quad , \quad n = 1,2,...$
۲) $d = \frac{n}{4}\lambda \quad , \quad n = 1,2,...$
۳) $d = \frac{2n+1}{4}\lambda \quad , \quad n = 0,1,2,...$
۴) $d = \frac{2n+1}{2}\lambda \quad , \quad n = 0,1,2,...$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۰ـ در یکی از بازوهای تداخل‌سنج مایکلسون تیغه شیشه‌ای با ضخامت $۳\,mm$ و ضریب شکست $n = ۲$ قرار داده‌ایم. اگر دستگاه با چشمه نوری با طول موج $۶۰۰۰\,A^{\circ}$ کار کند، پس از قرار دادن تیغه چه تعداد فرانژ جابه‌جا می‌شود؟ (علوم دریایی و اقیانوسی، فیزیک دریا ـ سراسری ۸۹)

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) ۲×۱۰^{۳} ۳) $۱۰^{۴}$ ۴) ۲×۱۰^{۴}

۲۱ـ اختلاف فاز میان دو نقطه $\frac{\pi}{۳}$ است. فاصله‌ی میان آن‌ها بر حسب λ چه مقدار است؟ (K عدد موجود است) (فیزیک پزشکی ۹۰)

۱) $n\lambda+\frac{\lambda}{۳}$ ۲) $\frac{\pi}{۳k}+۲\pi$ ۳) $n\lambda+\frac{\lambda}{۶}$ ۴) $K\frac{\pi}{۳}+۲\pi$

۲۲ـ در تابش نور به یک جسم، اپتیک هندسی در چه شرایطی صادق است؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) در فرکانس‌های پایین اپتیک هندسی همواره برقرار است.
۲) هنگامی که ابعاد جسم بسیار کوچک‌تر از طول موج نور باشد.
۳) هنگامی که طول موج نور در حدود ابعاد جسم باشد.
۴) هنگامی که طول موج نور بسیار کوچک‌تر از ابعاد جسم باشد.

۲۳ـ برای کشف ساختار هندسی و به دست آوردن ثابت‌های شبکه یک جسم جامد از پرتو الکترونی استفاده می‌شود. حداقل انرژی جنبشی این الکترون‌ها از چه مرتبه بزرگی باید باشد؟ (تاریخ و فلسفه علم ـ سراسری ۹۰)

۱) $۱۰^{-۳}\,eV$ ۲) $۱\,eV$ ۳) $۱۰^{۳}\,eV$ ۴) $۱۰^{۶}\,eV$

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

پاسخنامه تست‌های طبقه‌بندی شده کنکوری فصل پانزدهم

۱ـ گزینه «۳» در نقاط کدر مینیمم‌ها را داریم که از رابطه زیر به دست می‌آیند.

$$۲dn = m\lambda \Rightarrow ۲\times ۰/۱۲۵\times ۱/۳ = ۱\times\lambda \Rightarrow \lambda = ۰/۳۲۵\mu m = ۳۲۵nm$$

اولین مینیمم به ازای $m = ۱$ به دست می‌آید.

۲ـ گزینه «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.« با توجه به قانون اسنل داریم:

$$\frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}$$

ضریب شکست هوا برابر یک است.

$$n_۱ = ۱ \quad n_۲ = \frac{۲}{۳} \quad و \quad \lambda_۱ = ۰/۶\,\mu m \Rightarrow \frac{\frac{۲}{۳}}{۱} = \frac{۰/۶}{\lambda_۲} \Rightarrow \lambda_۲ = ۰/۹\mu m$$

گزینه‌ای با چنین طول موجی نداریم! از همان ابتدا می‌توانستیم پی به نادرست بودن این تست ببریم، زیرا کمترین ضریب شکست خلأ دارد با $n = ۱$ و در محیط‌های دیگر $n > ۱$ است. البته محیط‌هایی با ضریب شکست منفی نیز وجود دارند که پرداختن به رفتار نور در آن‌ها در سطح این کتاب نیست و به نام محیط‌های چپگرد شناخته می‌شوند.

۳ـ گزینه «۳» طبق رابطه مقابل برای لایه‌های بازتابنده داریم:

$$۲dn = (m + \frac{۱}{۲})\lambda \quad , \quad m = ۰,۱,۲,...$$

صورت سؤال حداقل بازتاب را خواسته است، پس به جای m مقدار صفر را قرار می‌دهیم.

$$m = ۰ \rightarrow d = \frac{\lambda}{۴n} = \frac{۵۵۰}{۴\times ۱/۳۷۵} = ۱۰۰\,nm$$

۴ـ گزینه «۲» فرض می‌کنیم نور به طور عمودی به شیشه می‌خورد، حال باید ببینیم تحت چه شرایطی تداخل میان پرتوهای r و $r_۱$ ویرانگر است. از آنجایی که بازتاب هم از سطح بالایی و هم سطح پایینی در محیط با ضریب شکست ۱/۴ روی می‌دهد، پس می‌توان نوشت:

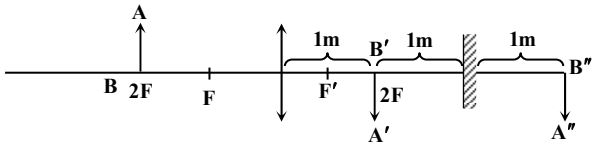
$$۲dn = (m + \frac{۱}{۲})\lambda$$

اگر برای $m = ۰$ معادله را حل کنیم، d به دست می‌آید:

$$d = \frac{\frac{۱}{۲}\lambda}{۲n} = \frac{۵۶۰۰}{۴n} = \frac{۵۶۰۰\times ۱۰^{-۱۰}}{۴\times ۱/۴} = ۸۷/۵nm$$

۵ـ گزینه «۲» ابتدا مکان تصویر اولیه را که به واسطه وجود عدسی تشکیل می‌شود، محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۱}{P} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \rightarrow \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۰/۵} \rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۰/۵} - \frac{۱}{۱} = \frac{۲-۱}{۱} = ۱m$$



جواب کاملاً منطقی است زیرا وقتی شیء در فاصله $۲F$ قرار بگیرد، تصویر آن نیز در فاصله $۲F'$ تشکیل خواهد شد. حال تصویر تشکیل شده حکم یک شیء برای آینه تخت دارد؛ یعنی با توجه به شکل روبه‌رو داریم.

حال اگر تصویر تشکیل شده در آینه تخت را شیء جدید برای عدسی در نظر بگیریم، داریم:

$$P' = ۳m \;;\; \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۰/۵} \Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۰/۵} - \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow q = ۰/۶$$

و این یعنی تصویر نهایی حقیقی بوده و در فاصله ۰/۶ متری عدسی قرار دارد. نتیجه کاملاً قابل قبول است، زیرا عدسی کوژ فقط در صورتی تصویر مجازی خواهد داد که شیء در فاصله کانونی قرار بگیرد.

۶ـ گزینه «۱» برای یک سطح شکاننده کروی، رابطه مقابل برقرار است.

$$\frac{n_۱}{o} + \frac{n_۲}{i} = \frac{n_۲ - n_۱}{r_۱}$$

که o فاصله جسم تا سطح اول و i فاصله تصویر تا سطح اول می‌باشد.

$$\frac{۲}{۱۵} + \frac{۱}{i} = \frac{۲-۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۱}{i} = \frac{۳}{۱۰\times ۳} - \frac{۴}{۱۵\times ۲} = \frac{-۱}{۳۰} \Rightarrow i = -۳۰\,cm$$

که $۳۰\,cm$ یعنی شیء در $۳۰\,cm$ سطح اول است و منفی یعنی تصویر داخل شیشه می‌افتد.

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۷ـ گزینه «هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.» صورت سؤال مقدار ν را داده است، پس می‌توان ω را محاسبه نمود. $\omega = ۲\pi\nu = ۲\times ۳/۱۴\times \frac{۱}{۲} = ۳/۱۴$

از طرفی، رابطه سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای به صورت مقابل است: $V = r\omega = ۳/۱۴\times ۱۰ = ۳۱/۴$

۸ـ گزینه «۱» طبق رابطه فاصله کانونی در آینه‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{f} = (\frac{n_۲}{n_۱} - ۱)(\frac{۱}{R_۱} - \frac{۱}{-R_۲}) \Rightarrow \frac{۱}{f} = (\frac{۱/۵}{۱/۸} - ۱)(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۳۰}) = -(-\frac{۳}{۱۸}\times\frac{۴}{۳۰}) = \frac{-۲}{۹۰} \Rightarrow f = -۴۵$$

۹ـ گزینه «۴» زاویه رأس داده شده، زاویه‌ای کوچک است و همان طور که گفتیم اگر نور به یک منشور نازک (با زاویه رأس کوچک) بتابد، زاویه انحراف $(n-۱)\varphi$ است که n ضریب شکست منشور و φ زاویه رأس منشور می‌باشد. در این حالت زاویه انحراف با زاویه تابش هیچ رابطه‌ای نخواهد داشت.

$d = (۱/۸ - ۱)۵/۵ = ۴/۴$

۱۰ـ گزینه «۳» شیء داخل کره شیشه‌ای قرار دارد. سطح کروی برای شیء حکم یک عدسی واگرا را دارد. می‌دانیم در عدسی واگرا شیء در هر فاصله‌ای تا مرکز اپتیکی عدسی قرار بگیرد تصویری مجازی و کوچک‌تر تشکیل خواهد شد. با استفاده از فرمول عدسی سازها داریم: $\frac{n_۱}{o} + \frac{n_۲}{i} = (n-۱)(\frac{۱}{r_۱} - \frac{۱}{r_۲})$

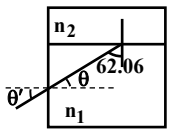
$n_۱$ ضریب شکست محیطی است که شیء در آن قرار دارد و $n_۲$ ضریب شکست محیطی است که تصویر در آن تشکیل می‌شود. از آن جایی که شیء و تصویر هر دو درون کره قرار دارند $n_۱$ و $n_۲$ ضریب شکست شیشه خواهند بود.

n ضریب شکست عدسی است، o فاصله شیء تا عدسی، i فاصله تصویر تا عدسی، $r_۱$ شعاع عدسی است. $r = \frac{d}{۲} = ۱۲cm$

از طرفی $r_۱ = -r_۲$ تصویر در همان طرف شیء تشکیل می‌شود.

$$\frac{۲/۲}{۵} - \frac{۲/۲}{i} = (۲/۲-۱)(\frac{۲}{۱۲}) \Rightarrow \frac{۲/۲}{i} = \frac{۱/۲}{۶} + \frac{۲/۲}{۵} \Rightarrow i \simeq ۱۱cm$$

۱۱ـ گزینه «۳» با مقایسه مقدار دو ضریب شکست در می‌یابیم $n_۱ > n_۲$ یعنی نور از هوا وارد محیط غلیظ و سپس از این محیط وارد محیط رقیق‌تر می‌شود. با توجه به تعریف زاویه حد (هر گاه نور از محیط غلیظ به محیط رقیق بتابد اگر تحت این زاویه تابش کند مماس بر محیط خارج می‌شود و اگر زاویه تابش از زاویه حد بزرگ‌تر باشد نور وارد محیط دوم نخواهد شد) کافی است زاویه حد را حساب کنیم.



$$\sin\theta_c = \frac{n_۲}{n_۱} = \sqrt{\frac{۱/۲۸}{۱/۶۴}} \Rightarrow \theta_c = ۶۲/۰۶^\circ$$

مسئله از ما زاویه تابش از هوا را خواسته بنابراین با توجه به شکل می‌توان گفت: $\theta = ۹۰ - ۶۲/۰۶ = ۲۷/۹۴$

با نوشتن رابطه اسنل دکارت می‌توان θ' را حساب کرد. $۱\times\sin\theta' = \sqrt{۱/۶۴}\sin ۲۷/۹۴ \Rightarrow \theta' = ۳۷^\circ$

۱۲ـ گزینه «۱»

$I = I_۰\sin^۲\beta$

$$\beta_۱ = \frac{۱}{۲}kd\sin\theta_۱ \xrightarrow{\sin\theta_۱\simeq tg\quad \theta_۱\simeq\frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۶}} \beta_۱ = \frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta_۱ = \frac{\pi\times ۰/۲\times\frac{۱۰^{-۳}}{۲}}{۶۰۰\times۱۰^{-۶}} = \frac{\pi\times۱۰^{-۴}}{۶\times۱۰^{-۴}} = \frac{\pi}{۶}$$

$$\frac{I_۱}{I_۰} = \frac{\sin^۲\beta_۱}{\beta_۱^۲} = \frac{\sin^۲(\frac{\pi}{۶})}{(\frac{\pi}{۶})^۲} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{\pi^۲}{۳۶}} = \frac{۹}{\pi^۲}$$

۱۳ـ گزینه «۳» زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابش نهایی در آینه‌های متقاطع را می‌توان به شرح زیر به دست آورد:

۱ـ اگر زاویه بین آینه‌ها کوچک‌تر از $\frac{\pi}{۲}$ باشد برابر است با ۲α ۲ـ اگر زاویه بین آینه‌ها بزرگ‌تر از $\frac{\pi}{۲}$ باشد برابر است با $۲(\pi-\alpha)$

که α در آن‌ها زاویه بین دو آینه مورد نظر است. با توجه به این روابط چون زاویه بین پرتو تابش و بازتابش نهایی ارتباطی با زاویه تابش اولیه ندارد، بنابراین افزایش یا کاهش این زاویه تأثیری در زاویه بین پرتو تابش و بازتابش نهایی نخواهد داشت.

www.modaresanesharif.ac.ir

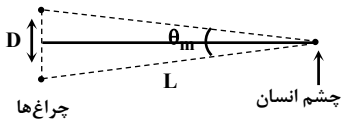
www.modaresanesharif.ac.ir

۱۴ـ گزینه «۴» با توجه به رابطه عمق ظاهری و عمق واقعی داریم:

$$\frac{\text{عمق ظاهری}}{\text{عمق واقعی}}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow\frac{x}{1}=\frac{1/2}{1}\Rightarrow x=1/2m=120cm$$

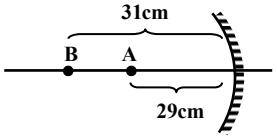
پس با توجه به عمق استخر، فاصله ظاهری لامپ تا آینه تخت را مقدار $120+60=180cm$ می‌توان در نظر گرفت پس فاصله تصویر تا کف استخر با توجه به تخت بودن آینه $180cm$ خواهد بود.

۱۵ـ گزینه «۲» با توجه به معیار ریلی می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}\theta_m=1/22\frac{\lambda}{d}=\frac{D}{L}\\ \lambda=600nm\\ d=2/4\ mm\end{cases}\Rightarrow\theta_m=1/2\frac{6\times10^{-7}}{2/4\times10^{-3}}=3\times10^{-4}\ ;\ L=\frac{D}{\theta_m}=\frac{3}{3\times10^{-4}}=10km$$

۱۶ـ گزینه «۴» برای محاسبه طول تصویر در شکل زیر، کافی است یک بار فاصله تصویر نقطه A تا آینه و بار دیگر فاصله تصویر نقطه B تا آینه را به دست آوریم و سپس این دو مقدار را از هم کم کنیم تا طول تصویر به دست آید.



$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{29}+\frac{1}{q_A}=\frac{1}{20}\Rightarrow\frac{1}{q_A}=\frac{29-20}{580}\Rightarrow q_A\simeq64/4cm$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q_B}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{31}+\frac{1}{q_B}=\frac{1}{20}\Rightarrow\frac{1}{q_B}=\frac{31-20}{620}\Rightarrow q_B\simeq56/4cm$$

$$\text{طول تصویر}=q_B-q_A=64/4-56/4=8cm$$

۱۷ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف بردار پوئینتینگ که مقدار انرژی در واحد زمان در واحد سطح است می‌توان نوشت:

$$\overline{S}=\frac{1}{2}\varepsilon_0cE_0^2\Rightarrow E_0=(\frac{2\overline{S}}{\varepsilon_0c})^{\frac{1}{2}}=(\frac{2\times10^3}{4\pi\times8/85\times10^{-12}\times3\times10^8})^{\frac{1}{2}}\simeq77/44$$

در نوشتن رابطه فوق از این امر استفاده شده است که $S=\frac{P}{A}$ اندازه بردار پوئینتینگ می‌باشد.

۱۸ـ گزینه «۳» ده نوار روشن و ۹ نوار تاریک داریم. اگر m_1 شماره اولین و m_2 شماره آخرین نوار روشن باشد، با توجه به اختلاف راه برای دو نوار روشن می‌توان نوشت:

$$m_2-m_1=(9-0)=9$$

در رابطه مقابل m شماره نقاط روشن n ضریب شکست و d ضخامت تیغه است. برای هر نوار روشن $2nd=(m+\frac{1}{2})\lambda$

$$2n(d_2-d_1)=(m_2-m_1)\lambda\Rightarrow d_2-d_1=\frac{9\lambda}{2n}=\frac{9\times700}{2\times1/5}=2100nm=2/1\ \mu m$$

۱۹ـ گزینه «۳» شرط تداخل سازنده در فیلم‌های نازک به صورت مقابل است:

$$2d=(n+\frac{1}{2})\lambda=(\frac{2n+1}{2})\lambda$$

با تقسیم طرفین تساوی بر ۲ داریم:

$$d=\frac{1}{2}(\frac{2n+1}{2})\lambda=(\frac{2n+1}{4})\lambda\quad,\quad n=0,1,2,\cdots$$

۲۰ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست. رابطه تغییر در فریزهای تداخل‌سنج مایکلسون به صورت زیر است:

$$\Delta V=\frac{2dn}{\lambda}(\frac{u}{c})^2=\frac{2\times3\times10^{-3}\times2\times10^{-8}}{6\times10^{-7}}=2\times10^{-4}$$

گزینه ۴ می‌توانست درست باشد، اگر توان آن منفی باشد. مقدار u همان سرعت مداری زمین است و مقدار $\frac{u}{c}=10^{-4}$ است.

---

www.modaresanesharif.ac.ir

www.modaresanesharif.ac.ir

۲۱ـ گزینه «۳» به راحتی و به کمک نسبت تناسب می‌توان پاسخ این تست‌ها را یافت. جدول زیر را به خاطر بسپارید.

	اختلاف فاز دو نقطه	اختلاف راه دو نقطه	اختلاف زمانی
برای دو نقطه	$\Delta\varphi$	Δx	Δt
برای یک دوره	2Π	λ	T

برای این تست خواهیم داشت:

$$\Delta\varphi = 2n\pi + \frac{\pi}{3} \quad n = 0,1,2,\ldots \quad ; \quad \frac{2\pi + \frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} \qquad \Delta x = n\lambda + \frac{\lambda}{6}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۲۲ـ گزینه «۴» $d \ll \lambda$ نور اپتیک هندسی = اپتیک موجی $\lim$

در رابطه فوق، d ابعاد جسم مورد بررسی و λ طول موج پرتو به کار رفته است.

مثلاً در مورد تشکیل تصویر یک توپ در آینه تخت ابعاد توپ از ابعاد نور مرئی بسیار بسیار بزرگ‌تر است. ولی در آزمایش یانگ که مربوط به عبور نور از یک روزنه بسیار کوچک است با خاصیت موجی (پراش و تداخل) روبرو هستیم و اپتیک هندسی به کار نمی‌آید.

◆ ◆ ◆ ◆

۲۳ـ هیچ‌کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

ثابت شبکه اجسام جامد حدود یک آنگستروم $(1A^\circ)$ است. لذا طول موج به کار رفته نیز باید $1A^\circ$ باشد. بین انرژی جنبشی پرتو (برحسب الکترون ولت) و طول موج آن (برحسب آنگستروم) رابطه زیر برقرار است:

$$E_k(ev) = \frac{12400}{\lambda(A^\circ)} = \frac{12400}{1} \simeq 10^4\ ev$$

www.modaresanesharif.ac.ir