مهر پویا مهراس

دفترچه سؤالات دروس تخصصی

۳۵ـ تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل $y''+۲y'+۲y=\delta(t-\frac{\pi}{۲})(۲+\sin t)$ با شرایط $y(۰)=۱$ و $y'(۰)=۰$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $\frac{s+۲+۳e^{-\frac{\pi}{۲}s}}{s^۲+۲s+۲}$

۲) $\frac{s^۲+۲s+e^{-\frac{\pi}{۲}s}}{s^۳+۲s^۲+۲s}$

۳) $\frac{(s+۲)e^{-\frac{\pi}{۲}s}}{s^۲+۲s^۲+۲}$

۴) $\frac{s+۲+۳e^{-\frac{\pi}{۲}s}}{s^۳+۲s^۲+۲s}$

۳۶ـ هرگاه $u(x,t)$ جواب معادله موج ناهمگن زیر باشد، آن‌گاه ارتفاع موج در نقطه‌ای به طول $x=\frac{۲\pi}{۳}$ و در لحظه $t=۶$ کدام خواهد بود؟

$$\begin{cases}\frac{\partial^۲u}{\partial x^۲}-۴\frac{\partial^۲u}{\partial t^۲}=t\cos x \quad ; \quad -\infty<x<+\infty\ ,\ t>۰\\ u(x,۰)=۰\ ,\ u_t(x,۰)=-\cos x\end{cases}$$

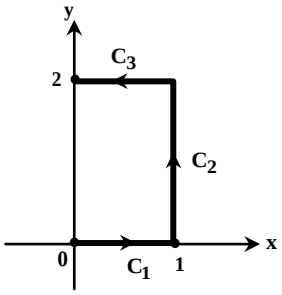
۱) صفر

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $۳\sqrt{۲}$

۴) ۳

۳۷ـ اگر C مسیر متشکل از سه مسیر $C_۱$، $C_۲$ و $C_۳$ مطابق شکل زیر باشد، آن‌گاه حاصل انتگرال $I=\int_C \bar{z}\,dz$ کدام است؟



۱) $۴i-۲$

۲) $۴i$

۳) $۴i+۲$

۴) $۲i+۳$

۳۸ـ هرگاه $-\pi<x<\pi$ ، $f(x)=\cos(\alpha x)$ تابعی متناوب با دوره تناوب ۲π و α عددی غیرصحیح و سری فوریه تابع f به صورت زیر باشد؛ آن‌گاه حاصل سری $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{۹n^۲-۱}$ برابر با کدام گزینه است؟

$$f(x)=\frac{۲\alpha}{\pi}\sin(\alpha\pi)[\frac{۱}{۲\alpha^۲}+\frac{\cos x}{۱^۲-\alpha^۲}-\frac{\cos ۲x}{۲^۲-\alpha^۲}+-\cdots]$$

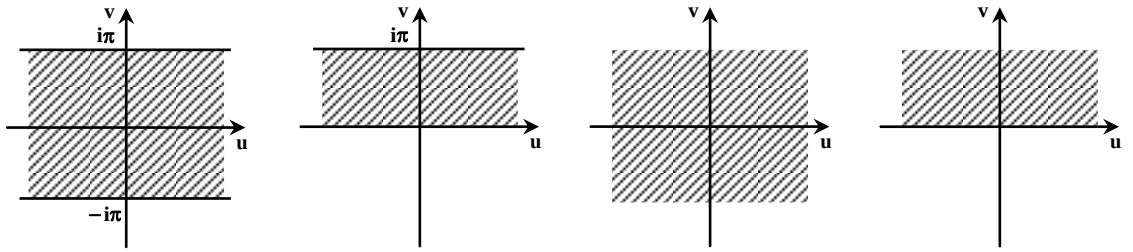
۱) $\frac{۱}{۲}-\frac{\pi\sqrt{۳}}{۱۸}$

۲) $\frac{\pi}{۳\sqrt{۳}}$

۳) $\frac{۳}{۲}-\frac{\pi\sqrt{۳}}{۳۶}$

۴) $\frac{\pi}{۱۸\sqrt{۳}}$

۳۹ـ نگاشت $w = Ln(۴\cosh^{۲} z)$ ناحیه $Re\, z \geq ۰$ و $۰ \leq Im\, z \leq \pi$ را به چه ناحیه‌ای تبدیل می‌کند؟



(۴) (۳) (۲) (۱)

۴۰ـ در سری لوران تابع $f(z) = e^{\frac{۱}{z}} Ln(۱+z)$ حول $z = ۰$، ضریب $\frac{۱}{z}$ کدام است؟

۱) $\sum_{k=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{k-۱}}{(k+۱)!k}$ ۲) $\sum_{k=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{k-۱}}{(k+۲)!(k+۱)}$ ۳) $\sum_{k=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{k}}{(k+۱)!k}$ ۴) $\sum_{k=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{k}}{(k+۲)!(k+۱)}$

۴۱ـ اگر $X_۱$ و $X_۲$ دو متغیر تصادفی از توزیع هندسی با میانگین $\frac{۱}{p}$ باشند، $P(\frac{X_۱ - X_۲}{X_۲} \geq ۰)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱+p}$ ۲) $\frac{۱}{۱+q}$ ۳) $\frac{p}{۱+p}$ ۴) $\frac{q}{۱+q}$

۴۲ـ اگر $\Theta \sim U(۰, ۲\pi)$ باشد، آنگاه $P(tg\Theta < y)$ کدام گزینه می‌باشد؟ $(y > ۰)$

۱) $\frac{۲}{\pi} tg^{-۱} y$ ۲) $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{\pi} tg^{-۱} y$ ۳) $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{\pi} tg^{-۱} y$ ۴) $۱ - \frac{۲}{\pi} tg^{-۱} y$

۴۳ـ اگر $P(A-B) = P(A \cap B) = P(B-A) = \frac{P(A')}{۵}$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cup B)}{P(B')}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۴ـ فرض کنید متغیر تصادفی $X \sim N(0,1)$ و $Y \mid X = x \sim N(\rho x, 1-\rho^2)$ باشند، در این صورت $\mathbf{var(XY)}$ کدام گزینه می‌باشد؟ (ρ ضریب همبستگی بین X و Y می‌باشد.)

۱) $1-\rho^2$ ۲) $1+\rho^2$ ۳) $2(1-\rho^2)$ ۴) $2(1+\rho^2)$

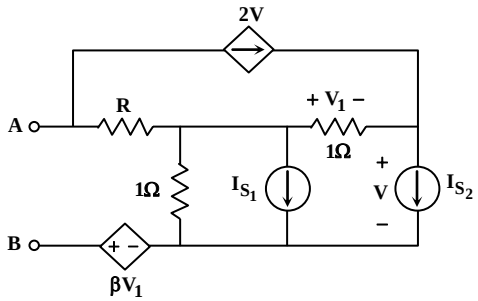
۴۵ـ اگر (X,Y,Z) دارای تابع چگالی زیر باشد؛ در اینصورت $E(Z^2)$ کدام است؟

$$f_{(X,Y,Z)}(x,y,z) = \frac{3}{4\pi} \; ; \; x^2+y^2+z^2 \le 1$$

۱) صفر ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{15}$

«مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)»

۴۶ـ در مدار شکل زیر، اگر $I_{S_1} = 0A$ و $I_{S_2} = 1A$ باشد و امپدانس R و پارامتر β متغیر باشد، کدام بیان در مورد مدار معادل دیده شده از دو سر A و B صحیح نیست؟



۱) اگر $\beta = \infty$ باشد، فارغ از مقدار R، جریان نورتن برابر $-\frac{3}{2}A$ است.

۲) اگر $\beta = 1$ باشد، به ازای $R = 1\Omega$، مدار به صورت یک مقاومت با مقدار 1Ω است.

۳) اگر $\beta = 2$ و $R = 1\Omega$ باشد، مدار به صورت یک منبع ولتاژ به اندازه، ۱ ولت است.

۴) ولتاژ تونن دیده شده فقط تابعی از β و R است.

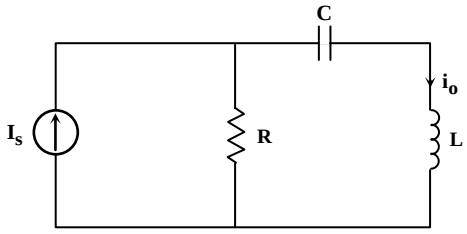
۴۷ـ برای اینکه در مدار زیر جریان سلف تغییر ناگهانی داشته‌باشد، منبع جریان ورودی می‌تواند شامل کدام تابع نباشد؟

۱) تابع پله

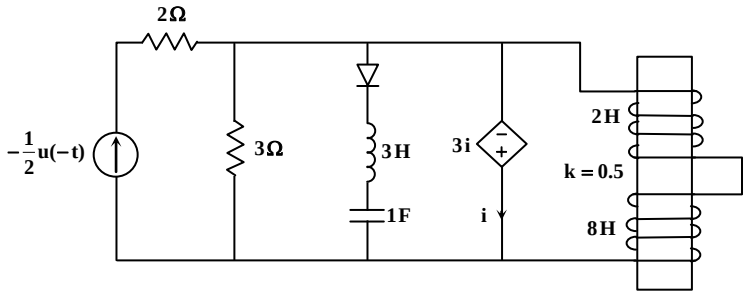
۲) سهمی درجه۲

۳) تابع شیب

۴) تابع ضربه



۴۸ـ در مدار شکل زیر اگر ضریب تزویج بین سیم‌پیچی‌ها $k = ۰/۵$ باشد، حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است؟



۱) فقط در لحظه $t = \frac{\pi}{۲}$ ثانیه انرژی ذخیره شده بیشینه است و برابر $\frac{۹}{۶۸}\cos\frac{۳\pi}{\sqrt{۱۷}}$ است.

۲) در لحظات $t \geq \frac{\pi}{۲}$ ثانیه انرژی ذخیره شده ثابت و برابر $\frac{۹}{۶۸}\cos\frac{۳\pi}{\sqrt{۱۷}}$ است.

۳) فقط در لحظه $t = \frac{۳\pi}{۲}$ ثانیه انرژی ذخیره شده بیشینه است و برابر $\frac{۱}{۲}j$ است.

۴) در لحظات $t \geq \frac{۳\pi}{۲}$ ثانیه انرژی ذخیره شده ثابت و برابر $\frac{۱}{۲}j$ است.

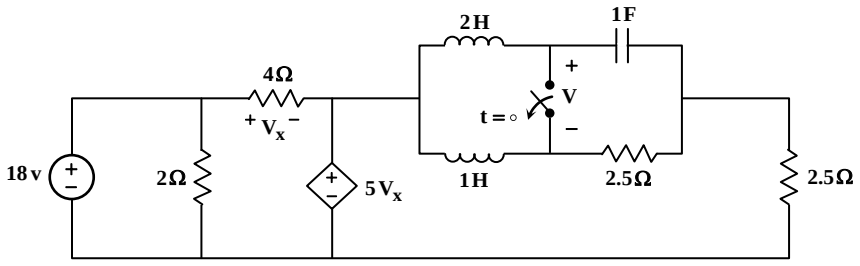
۴۹ـ در مدار شکل زیر، بعد از گذشت زمان زیادی کلید در $t = ۰$ باز می‌شود. ولتاژ دو سر کلید در لحظه $t = ۰^+$ چند ولت است؟

۱) $-۳/۵$

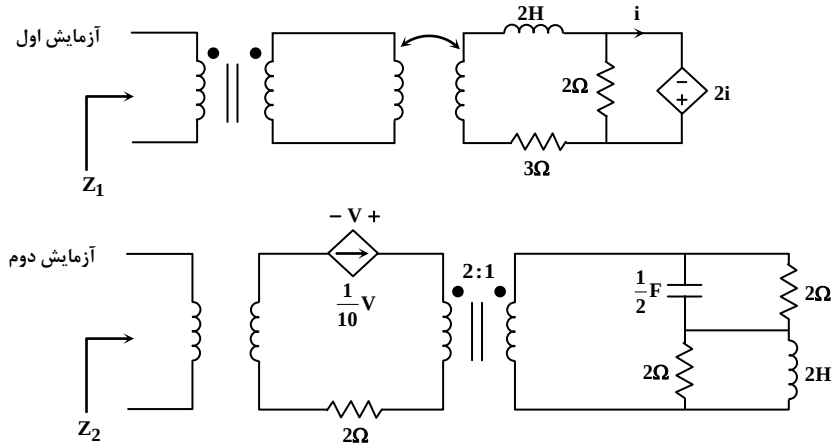
۲) $-۲/۵$

۳) $۳/۵$

۴) $۲/۵$



۵۰ـ برای یافتن ضریب تزویج k یک جفت سلف تزویج، دو مدار زیر بسته شده است. اگر امپدانس دیـده شـده در آزمایش اول Z_1 و امپدانس دیده شده در آزمایش دوم Z_2 باشد، مقدار ضریب تزویج k چقدر است؟



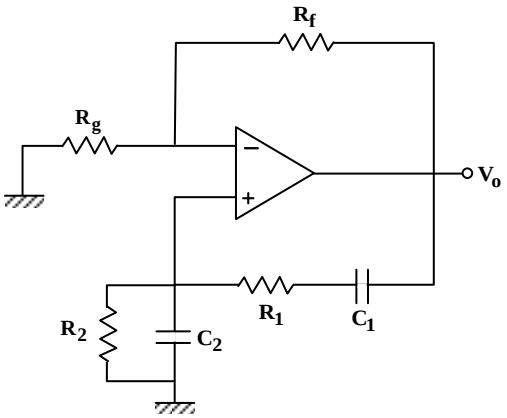
۱) $\sqrt{1-\frac{Z_1}{Z_2}}$

۲) $\sqrt{1-\frac{Z_2}{4Z_1}}$

۳) $\sqrt{1-\frac{Z_2}{Z_1}}$

۴) $\sqrt{1-\frac{Z_1}{4Z_2}}$

۵۱ـ اگر بدانیم مدار زیر به صورت یک اسیلاتور کار می‌کند، فرکانس نوسانات آن چقدر است؟



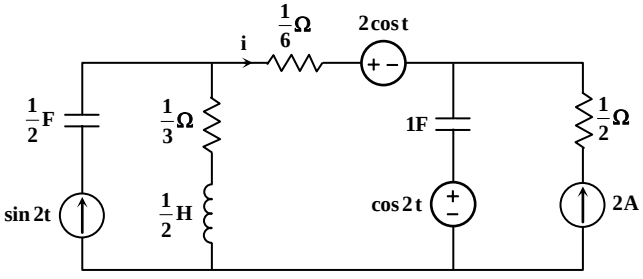
۱) $\frac{1}{\sqrt{\frac{R_1^2}{R_f}\frac{R_2^2}{R_g}C_1C_2}}$

۲) $\sqrt{\frac{R_1^2}{R_f}\frac{R_2^2}{R_g}C_1C_2}$

۳) $\sqrt{R_1R_2C_1C_2}$

۴) $\frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$

۵۲ـ پاسخ ماندگار i(t) در مدار زیر کدام است؟



۱) $-2+2(\sin t+\cos t)+\frac{1}{3}(\sin 2t+\cos 2t)$

۲) $-2+2(\sin t-\cos t)+\frac{2}{3}(\sin 2t+\cos 2t)$

۳) $-2+2(\sin t-\cos t)+\frac{1}{3}(\sin 2t-\cos 2t)$

۴) $2+2(\sin t+\cos t)+\frac{1}{3}(\sin 2t-\cos 2t)$

مهر پویا مهراس

دفترچه پاسخنامه دروس تخصصی

کنکور بوده که غالباً مدنظر طراحان کنکور قرار گرفته است (مانند ریاضی ۹۷) که حل آن پیچیدگی خاصی ندارد.

۳۴ـ گزینه «۱»

$$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = x + y \end{cases} \xrightarrow{\frac{d}{dt}=D} \begin{cases} Dx = 3x - y \\ Dy = x + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (D-3)x = -y \\ (D-1)y = x \end{cases}$$

از رابطه اول داریم: $y = -(D-3)x$. حالا y را در رابطه دوم قرار می‌دهیم:

$$-(D-1)(D-3)x = x \Rightarrow -(D^2 - 4D + 3)x = x \Rightarrow (D^2 - 4D + 3x) + x = 0 \Rightarrow (D^2 - 4D + 4)x = 0 \Rightarrow (D-2)^2 x = 0$$

معادله مشخصه فوق دارای ریشه مضاعف ۲ است. پس جواب x به صورت $x = (c_1 + c_2 t)e^{2t}$ است. برای محاسبه y نیز می‌توانیم یک‌بار از x مشتق بگیریم و نتیجه را در معادله $x' = 3x - y$ قرار دهیم:

$$\begin{cases} x = (c_1 + c_2 t)e^{2t} \\ x' = c_2 e^{2t} + 2(c_1 + c_2 t)e^{2t} \end{cases} \xrightarrow{x'=3x-y} c_2 e^{2t} + 2(c_1 + c_2 t)e^{2t} = (3c_1 + 3c_2 t)e^{2t} - y \Rightarrow y = (c_1 - c_2 + c_2 t)e^{2t}$$

تحلیل سؤال: یافتن جواب عمومی دستگاه معادلات که در آزمون ارشد برق، مکانیک، ریاضی بارها تکرار شده است. البته ممکن است معادلات داده شده غیرهمگن باشد که قاعدتاً حل مسأله دشوارتر می‌گردد. در این سؤال باید یک متغیر را از بین دو معادله حذف کرد تا برای متغیر باقی‌مانده یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم همگن با ضرایب ثابت به دست آید. از حل جواب این معادله، متغیر اول به دست آمده و به کمک آن متغیر دوم را نیز تعیین می‌کنیم.

۳۵ـ گزینه «۱»

از طرفین معادله دیفرانسیل مفروض تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$L[y''] + 2L[y'] + 2L[y] = L[\delta(t - \frac{\pi}{2})] = e^{-\frac{\pi}{2}s}(2 + \sin t)\Big|_{t=\frac{\pi}{2}} = 3e^{-\frac{\pi}{2}s}t$$

حالا به محاسبه سمت چپ تساوی می‌پردازیم، $(L[y] = Y(s))$:

$$L[y'] = sL[y] - y(0) \xrightarrow{y(0)=1} L[y'] = sY[s] - 1$$

$$L[y''] = s^2 L[y] - sy(0) - y'(0) \xrightarrow[y'(0)=0]{y(0)=1} L[y''] = s^2 Y(s) - s$$

حالا دو رابطه فوق را در معادله $(*)$ قرار می‌دهیم:

$$s^2 Y(s) - s + 2sY(s) - 2 + 2Y(s) = 3e^{-\frac{\pi}{2}s} \Rightarrow Y(s)(s^2 + 2s + 2) - (s + 2) = 3e^{-\frac{\pi}{2}s}$$

$$\Rightarrow Y(s)(s^2 + 2s + 2) = s + 2 + 3e^{-\frac{\pi}{2}s} \Rightarrow Y(s) = \frac{s + 2 + 3e^{-\frac{\pi}{2}s}}{s^2 + 2s + 2}$$

تحلیل سؤال: تبدیل لاپلاس جواب یک معادله دیفرانسیل، در این دسته از سؤالات باید طرفین از معادله دیفرانسیل داده شده تبدیل لاپلاس بگیریم و پس از قواعد تبدیل لاپلاس مشتق تابع کمک بگیریم.

یعنی: $L[f^{(n)}(t)] = s^n L[f(t)] - s^{n-1} f(\circ) - \cdots s f^{n-2}(\circ) - f^{n-1}(\circ)$.

۳۶ـ گزینه «۴»

ارتفاع موج در نقطه $x = \frac{2\pi}{3}$ و در لحظه $t = 6$ یعنی همان $u(\frac{2\pi}{3}, 6)$. اگر معادله‌ی موج داده شده همگن بود، می‌توانستیم از روش دالامبر مقدار $u(\frac{2\pi}{3}, 6)$ را به دست آوریم. اما این معادله ناهمگن است و برای حل آن از تبدیل لاپلاس استفاده می‌کنیم.

فرض می‌کنیم $U(x,s)$ تبدیل لاپلاس $u(x,t)$ باشد. ابتدا از طرفین معادله‌ی موج، تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$U_{xx} - 4(s^2 U - s u(x,\circ) - u_t(x,\circ)) = \frac{1}{s^2}\cos x$$

با جایگذاری شرایط اولیه داریم:

$$U_{xx} - 4s^2 U + \circ - 4\cos x = \frac{1}{s^2}\cos x \Rightarrow U_{xx} - 4s^2 U = \cos x(\frac{1}{s^2} + 4)$$

این یک معادله دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم برحسب متغیر x است. ابتدا معادله همگن را حل می‌کنیم.

$$U_{xx} - 4s^2 U = \circ \quad , \quad r^2 - 4s^2 = \circ \Rightarrow r = \pm 2s$$

بنابراین جواب عمومی معادله همگن چنین است:

$$U_h(x,s) = c_1 e^{2sx} + c_2 e^{-2sx}$$

در این مثال $-\infty < x < +\infty$ است. برای آن که $U_h(x,s)$ کران‌دار باقی بماند، لازم است که $c_1 = c_2 = \circ$ باشد. لذا $U_h = \circ$ است.

بنابراین کافی است جواب ویژه‌ی ناهمگن (U_p) را پیدا کنیم. سمت راست معادله‌ی $U_{xx} - 4s^2 U = \cos x(\frac{1}{s^2} + 4)$ نشان می‌دهد که $U_p(x,s) = A(s)\cos x$ است. البته شکل کامل‌تر آن به صورت $U_p = A(s)\cos x + B(s)\sin x$ می‌باشد، ولی با توجه به زوج بودن عبارت سمت راست معادله، می‌دانیم که U نیز باید زوج باشد. بنابراین $\sin x$ در جواب ظاهر نمی‌شود.

$$U_p(x,s) = A(s)\cos x \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله دیفرانسیل}} U_{p_{xx}} - 4s^2 U_p = \cos x(\frac{1}{s^2} + 4)$$

$$\Rightarrow -A(s)\cos x - 4s^2 A(s)\cos x = \cos x(\frac{1}{s^2} + 4)$$

$$\Rightarrow -A(s)(1 + 4s^2) = \frac{1}{s^2} + 4 \Rightarrow A(s) = \frac{\frac{1}{s^2} + 4}{-(1 + 4s^2)} = -\frac{1 + 4s^2}{s^2(1 + 4s^2)} = -\frac{1}{s^2}$$

بنابراین $U_p(x,s)=-\frac{۱}{s^۲}\cos x$ است. در نتیجه تبدیل لاپلاس $u(x,t)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U(x,s)=U_h(x,s)+U_p(x,s)=-\frac{۱}{s^۲}\cos x$$

با محاسبه تبدیل لاپلاس معکوس داریم:

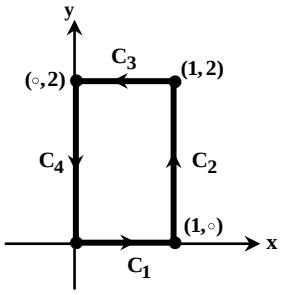
$$u(x,t)=L^{-۱}[U(x,s)]=L^{-۱}[-\frac{۱}{s^۲}\cos x]=-t\cos x \Rightarrow u(\frac{۲\pi}{۳},۶)=-۶\cos\frac{۲\pi}{۳}=۳$$

۳۷ـ گزینه «۳»

سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:

روش اول: طبق فرمولی که در متن درس آمده است، هرگاه C یک مرز بسته و D ناحیه درون آن باشد، آن‌گاه برای تابع $f(z,\bar{z})$ داریم:

$$\oint_C f(z,\bar{z})\,dz=۲i\iint_D \frac{\partial f}{\partial \bar{z}}\,dxdy$$



اما در این سؤال، مرز C بسته نیست. برای استفاده کردن از فرمول بالا، می‌توانیم با اضافه کردن مسیر $C_۴$ (که روی محور yها از نقطه $(۰,۲)$ به نقطه $(۰,۰)$ می‌رود) یک مسیر بسته ایجاد کنیم. پس از حل انتگرال روی این مرز بسته، حاصل انتگرال روی مسیر $C_۴$ را از جواب به دست آمده کم می‌کنیم.

فرض کنیم $C'=C_۱+C_۲+C_۳+C_۴$ و D ناحیه درون C' باشد. طبق فرمول داریم:

$$\Rightarrow \oint_{C'} \bar{z}dz=۲i\iint_D \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{z}}\,dxdy=۲i\iint_D dxdy=۲i\times(\text{مساحت D})=۲i\times۲=۴i$$

حال روی مسیر $C_۴$ داریم $z=۰+it$ که حدود t از $t=۲$ تا $t=۰$ می‌باشد. روی این مسیر $\bar{z}=-it$ و $dz=idt$ است.

$$\int_{C_۴}\bar{z}dz=\int_۲^۰(-it)(idt)=[\frac{t^۲}{۲}]\Big|_۲^۰=-۲$$

جواب سؤال برابر با تفاضل زیر است:

$$I=\int_{C'}\bar{z}dz-\int_{C_۴}\bar{z}dz=۴i+۲$$

روش دوم: مسیرهای $C_۱$، $C_۲$ و $C_۳$ را پارامتری می‌کنیم. روی مسیر $C_۱$ داریم: $z=t$ و $۰\le t\le ۱$. لذا $\bar{z}=t$ و $dz=dt$:

$$I_۱=\int_{C_۱}\bar{z}dz=\int_۰^۱ tdt=[\frac{t^۲}{۲}]\Big|_۰^۱=\frac{۱}{۲}$$

روی مسیر $C_۲$ داریم: $z = ۱ + it$ و $۰ \le t \le ۲$. لذا $\bar{z} = ۱ - it$ و $dz = idt$.

$$I_۲ = \int_{C_۲} \bar{z}dz = \int_۰^۲ (۱ - it)(idt) = i[t - \frac{it^۲}{۲}]\Big|_۰^۲ = i(۲ - ۲i) = ۲i + ۲$$

روی مسیر $C_۳$ داریم $z = t + ۲i$ و حدود t از $t = ۱$ تا $t = ۰$ است. لذا $\bar{z} = t - ۲i$ و $dz = dt$.

$$I_۳ = \int_{C_۳} \bar{z}dz = \int_۱^۰ (t - ۲i)dt = [\frac{t^۲}{۲} - ۲it]\Big|_۱^۰ = -\frac{۱}{۲} + ۲i$$

بنابراین جواب انتگرال روی مرز C چنین به دست می‌آید:

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ = \frac{۱}{۲} + ۲i + ۲ - \frac{۱}{۲} + ۲i = ۴i + ۲$$

۳۸ـ گزینه «۱»

ابتدا توجه کنید که با فاکتورگیری از ۹ در مخرج کسر داریم:

$$S = \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۱}{۹n^۲ - ۱} = \frac{۱}{۹}\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۱}{n^۲ - \frac{۱}{۹}}$$

در سری فوریه‌ی تابع $f(x)$، ضرایب $\cos x$، $\cos ۲x$، ... به صورت $\frac{۱}{۱^۲ - \alpha^۲}$، $\frac{-۱}{۲^۲ - \alpha^۲}$ و ... هستند، به عبارتی داریم:

$$a_n = \frac{(-۱)^{n+۱}}{n^۲ - \alpha^۲} \quad (n \ge ۱)$$

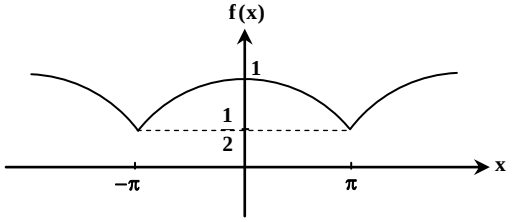
لذا می‌توان نوشت:

$$f(x) = \cos \alpha x = \frac{۲\alpha \sin \alpha\pi}{\pi}[\frac{۱}{۲\alpha^۲} + \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{n+۱}\cos nx}{n^۲ - \alpha^۲}]$$

به ازای $\alpha = \frac{۱}{۳}$ خواهیم داشت:

$$f(x) = \cos \frac{x}{۳} = \frac{۲\sin \frac{\pi}{۳}}{۳\pi}[\frac{۹}{۲} + \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{n+۱}\cos nx}{n^۲ - \frac{۱}{۹}}]$$

تابع متناوب $f(x) = \cos \frac{x}{۳}$ در نقطه $x = \pi$ پیوسته است. نمودار تابع $f(x)$ برای اطمینان از این موضوع رسم شده است.



بنابراین با استفاده از قضیه دیریکله در نقطه $x = \pi$ داریم:

$$\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۲\sin\frac{\pi}{۳}}{۳\pi}[\frac{۹}{۲}+\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{(-۱)^{n+۱}(-۱)^{n}}{n^{۲}-\frac{۱}{۹}}]\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۳\pi}[\frac{۹}{۲}-\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{n^{۲}-\frac{۱}{۹}}]\Rightarrow\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{n^{۲}-\frac{۱}{۹}}=\frac{۹}{۲}-\frac{۳\pi}{۲\sqrt{۳}}$$

با ضرب طرفین تساوی بالا در $\frac{۱}{۹}$ خواهیم داشت:

$$\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{۹n^{۲}-۱}=\frac{۱}{۲}-\frac{\pi}{۶\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۲}-\frac{\pi\sqrt{۳}}{۱۸}$$

روش رد گزینه: دنباله $\frac{۱}{۹n^{۲}-۱}$ نزولی و مثبت است. با محاسبه اولین جمله سری می‌بینیم که این جمله کمتر از $\frac{۱}{۲}$ است.

$$S=\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{۹n^{۲}-۱}=\frac{۱}{۸}+\cdots$$

بنابراین مجموع سایر جملات از ۲ برابر اولین جمله کوچکتر است، لذا داریم: $\frac{۱}{۸}<S<\frac{۱}{۸}+۲(\frac{۱}{۸})$ به عبارتی:

$$۰/۱۲۵<S<۰/۳۷۵$$

حال به مقدار تقریبی گزینه‌ها دقت می‌کنیم:

گزینه (۱) $\simeq ۰/۵-\frac{۳/۱\times۱/۷}{۱۸}\simeq ۰/۲$

گزینه (۲) $\simeq ۱/۵-\frac{۳/۱\times۱/۷}{۳۶}\simeq ۱/۳$

گزینه (۳) $\simeq\frac{۳/۱}{۳\times۱/۷}\simeq ۰/۶$

گزینه (۴) $\simeq\frac{۳/۱}{۱۸\times۱/۷}\simeq ۰/۱$

در نتیجه فقط گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

تحلیل سؤال: از جمله سؤالات پرتکرار در آزمون‌ها! محاسبه سری‌های عددی به کمک جایگزین کردن مقدار به جای x، هدف طرح این سؤال می‌باشد. تقریباً در تمامی رشته‌ها نمونه این نوع سؤالات وجود داشته است. قسمت مهم حل سؤال تشخیص این است که به جای x چه عددی قرار دهیم تا سری خواسته شده در صورت سؤال ایجاد شود. سؤال روش تستی براساس آنچه در کتاب رد گزینه‌ها آمده است، نیز دارد که راه‌حل بسیار کوتاه می‌شود.

۳۹ـ گزینه «۴»

با توجه به اینکه $\cosh z=\frac{e^{z}+e^{-z}}{۲}$ است، داریم:

$$w=\mathrm{Ln}(۴\cosh^{۲}z)=\mathrm{Ln}(۴(\frac{e^{z}+e^{-z}}{۲})^{۲})=\mathrm{Ln}(e^{z}+\frac{۱}{e^{z}})^{۲}$$

بنابراین داریم: